

Sharmika Raventhiran og Maria Munch Starheim

Kommunikasjon i utforskende arbeid med matematikk

En kvalitativ undersøkelse av lærerens muntlige og kroppslige kommunikasjon i en utforskende undervisningstime.

Masteroppgave i Matematikdidaktikk 5. -10. trinn

Veileder: Torkel Haugan Hansen

Mai 2024

Foto: Oslo Skolemuseum (til venstre) og Ketil Blom Haugstulen (til høyre)

Sharmika Raventhiran og Maria Munch Starheim

Kommunikasjon i utforskende arbeid med matematikk

En kvalitativ undersøkelse av lærerens muntlige og kroppslige kommunikasjon i en utforskende undervisningstime.

Masteroppgave i Matematikdidaktikk 5. -10. trinn
Veileder: Torkel Haugan Hansen
Mai 2024

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning



Kunnskap for en bedre verden

Forord

Masteravhandlingen vår markerer slutten på vårt femårige løp på lærerutdanningen. Valget av utforskende arbeid som tema for masteroppgaven er drevet av vår motivasjon for å undersøke nye tilnærminger til undervisning.

Vi vil starte med å takke veilederen vår, Torkel Haugan Hansen, for faglig støtte gjennom forskningsprosessen. Videre ønsker vi å rette en hjertelig takk til familie og venner som har vært våre støttespillere. Deres støtte og oppmuntring har vært viktig ikke bare under masterskrivinga, men gjennom hele vår akademiske reise. I tillegg vil vi rette en spesiell takk til Vebjørn for hans hjelp og veiledning i forbindelse med masterskrivingen. Til slutt, og aller mest, vil vi takke hverandre for vårt gjensidige samarbeid, støtte og motivasjon gjennom hele prosessen med å skrive denne masteroppgaven.

Dette arbeidet har bidratt til å legge et godt teoretisk grunnlag, og har utrustet oss med verktøy og innsikt som vil være uvurderlige i vår kommende karriere som lærere. Vi ser nå på forskning med mer innsiktsfulle øyne, og er klare til å implementere våre funn og ideer i klasserommet.

Trondheim, mai 2024
*Sharmika Raventhiran &
Maria Munch Starheim*

Sammendrag

Denne studien fokuserte på lærerens kommunikasjon i to undervisningstimer basert på utforskende arbeidsmåter. Hensikten med studien var å se på hva som kjennetegner lærerens kommunikasjon for å støtte elevenes utforskende arbeid i en undervisningstime med brøk. Studiens forskningsspørsmål var: *Hvordan støtter lærerens kommunikasjon elever under utforskende arbeid i matematikk på 5. trinn?*

Denne masteroppgaven er en del av et større prosjekt ved NTNU som forsker på samspillet mellom inquiry-based learning (oversatt til utforskende arbeidsmåter), matematisk literacy og utvikling av faglig kompetanse. I vår studie har vi brukt en kvalitativ forskningsmetode med en deduktiv tilnærming. Datamaterialet består av video- og lydopptak fra to grupper (A og B) på 5. trinn, bestående av 15 og 16 elever. Det var samme lærer som underviste begge gruppene. Elevene løste en åpen oppgave i grupper på to til fire elever. De skulle finne to ulike løsninger på oppgaven, og presentere disse for resten av gruppen. Fokuset i elevarbeidet var å forklare og begrunne løsninger, fremfor å finne rett svar. Vi har brukt video- og lydopptak av oppstarten, presentasjonene og oppsummeringen som skjer i plenum, i tillegg til ett elevbord fra hver gruppe.

Studien har hatt et sosiokulturelt perspektiv, som gjorde det relevant å se på lærerens muntlige kommunikasjon og gester i samspillet med elevene. Datamaterialet ble analysert med utgangspunkt i allerede eksisterende teorier om muntlige kommunikasjonsstrategier fra blant andre Ellis et al. (2019), Chapin et al. (2009) og Kazemi & Hintz (2019). I tillegg har den kroppslige kommunikasjonen som presenteres av McNeill (1992) om gester blitt brukt som rammeverk. Det ble sett på hvilke kjennetegn ved IBL som kom fram i undervisningen, sosiale og sosiomatematiske normer i klasserommet, bruken av lærergrep og gester i kommunikasjonen med elevene, samt hvilke prinsipper for matematisk samtale og samtaletrekk som ble tatt i bruk. Hovedfokuset i studien var på lærergrepene som ble brukt i kommunikasjonen, der læreren var innom flere av kategoriene gjennom måten hun stilte spørsmål på til elevene.

Frekvensen av lærerens kommunikasjonsstrategier ble presentert i tabeller i analysen. Resultatene i denne studien viser at læreren støtter elevene i det utforskende arbeidet gjennom flere ulike kommunikasjonsstrategier. Det er spesielt mange muntlige kommunikasjonsstrategier som kommer til syne i TMSSR-rammeverket til Ellis et al. (2019). Av disse ser vi flere av de med lavt potensiale enn de med høyt potensiale. Det var derimot ikke alle samtaletrekkene vi kunne observere i denne undervisningen. Funnene tyder på at lærergrep fra TMSSR-rammeverket, i større grad enn rammeverket for samtaletrekk, egner seg for kommunikasjon ved utforskende arbeidsmåter. Gester kommer til syne sammen med den muntlige kommunikasjonen, og benyttes stort sett for å vise til løsningsforslag eller for å hjelpe elevene på veien mot en løsning.

Abstract

This study focused on the teacher's communication during two inquiry-based lessons. The aim of the study was to explore the characteristics of the teacher's communication while students engage in inquiry-based work related to the topic of fractions. The research question for this study is: How does the teacher's communication support students during inquiry-based learning in mathematics in 5th grade?

This master's thesis is part of a larger project at NTNU that researches the interaction between Inquiry-Based Learning, mathematical literacy and the development of professional competence. In our study, a qualitative research method with a deductive approach has been used. The data consists of video and audio recordings from two groups (A and B) in the 5th grade, consisting of 15 and 16 students. The same teacher conducted the lessons for both groups. The students solved an open task in groups of 2 to 4 students. They had to find two different solutions to the problem, and present these to the rest of the class. The focus of the work was not to find the right answer, but to explain and justify their solutions. Video and audio recordings have been made of the lesson introductions, student presentations and summary discussions held in plenary. Additionally, one group from each lesson was recorded.

The study was conducted with a sociocultural perspective, which made it relevant to look at both oral communication and gestures. The data were analyzed based on existing theories of oral communication from Ellis et al. (2019), Chapin et al. (2009) and Kazemi and Hintz (2019), among others. In addition, the bodily communication presented by McNeill (1992) as gestures has been used as a framework. The study explored the characteristics of IBL within the context of teaching, social and socio-mathematical norms in the classroom. Additionally, it analyzed the use of teacher moves and gestures in communication with the students. The research also focused on which principles and conversation features were used. The main focus of the study was on the teacher moves used in communication, where the teacher touched on several of the categories through the way she asked questions to the students.

The frequency of oral teacher moves and gestures was presented in tables in the analysis. The results of this study indicate that the teacher supports students in the exploratory work through various oral and bodily communication strategies. In particular, there are many teacher moves that emerge from the TMSSR framework of Ellis et al. (2019). Of these, we see more of those with low potential than those with high potential. Not all the conversation features could be observed in this lesson, however. The results indicate that teacher moves from the TMSSR framework to a greater extent than the framework for conversation features, are suitable for communication through exploratory working methods. Gestures appear together with the oral communication and are mostly used to refer to proposed solutions or assist students in finding their way toward a solution. This affects participation so that more students have the opportunity to contribute to the classroom discussion.

Innhold

Kapittel 1- Innledning	9
1.1 Forskernes bakgrunn	9
1.2 Målet med studien	9
1.3 Forskningsspørsmål.....	10
1.4 Forankring i skolens styringsdokumenter	10
1.5 Forankring i tidligere forskning.....	11
1.6 Oppgavens oppbygning	13
Kapittel 2. Teori	14
2.1 Inquiry-based learning (IBL)	14
2.1.1. Fordeler og utfordringer ved utforskende matematikkundervisning	15
2.2 Undervisningstime basert på IBL og oppgavetype.....	16
2.3 Brøk.....	17
2.4 Klasseromsdiskurs og sosiomatematiske normer i et sosiokulturelt læringsperspektiv.....	17
2.5. Lærerens tilrettelegging av IBL gjennom kommunikasjon.....	19
2.5.1 Prinsipper for matematisk samtale og samtaletrekk	20
2.5.2 Læregrep for å støtte elevers resonnering.....	22
2.5.3 Kroppslig kommunikasjon – gester	24
Kapittel 3- Metode	25
3.1. Vitenskapelig paradigme.....	25
3.2 Kvalitativ metode	26
3.2.1 Kasusstudie	26
3.2.2 Deduktiv metode.....	27
3.3 Kontekst.....	27
3.4 Undervisningen	28
3.4.1 Oppgaven til elevene.....	28
3.5 Datainnsamling – Lyd og videoopptak som metode.....	29
3.6 Metode for kvalitativ analyse.....	30
3.6.1 Transkripsjon.....	30
3.6.2 Innholdsanalyse og kodingsprosedyre.....	31
3.7. Etske og metodekritiske betraktninger	32
3.8 Studiens troverdighet.....	33
Kapittel 4 – analyse	35
4.1. Kjennetegn ved IBL	35
4.2 Normer	37

4.2.1. Sosiomatematiske normer	37
4.2.2 Klasserommets sosiale normer.....	38
<i>4.3 Kommunikasjon i helklassesamtaler: TMSSR-rammeverk.....</i>	<i>39</i>
4.3.1 De store linjene i TMSSR-tabellene	39
4.3.2 Få fram elevens resonnering	40
4.3.3 Respondere på elevens resonnering.....	40
4.3.4 Fremme elevens resonnering	41
4.3.5 Utvide elevens resonnering.....	41
<i>4.4 Kommunikasjon i helklassesamtaler: fire prinsipper for matematisk samtale.....</i>	<i>42</i>
4.4.1 Prinsipp 1	42
4.4.2 Prinsipp 2	43
4.4.3 Prinsipp 3	43
4.4.4 Prinsipp 4	44
<i>4.5 Kommunikasjon i helklassesamtaler: Samtaletrekk.....</i>	<i>44</i>
<i>4.6 Kommunikasjon i helklassesamtaler: Gester</i>	<i>45</i>
<i>4.7 Analyse av elevbord med TMSSR-rammeverket.....</i>	<i>46</i>
4.7.1 Elevbord - Gruppe A	46
4.7.2 Elevbord – Gruppe B	49
Kapittel 5- Diskusjon	52
5.1 Utforskende undervisning	52
5.2 Undervisningstid og oppgavetype.....	52
5.3 Klasseromsdiskursen og normer som preger den utforskende undervisningen	54
5.4 Kommunikasjonen som preger den utforskende undervisningen	54
5.5 Overordnede prinsipper for matematisk samtale som preger undervisningen	56
5.6 Lærerens muntlige kommunikasjonsstrategier	57
5.7 Gester	59
5.8 Lærerens utfordringer ved utforskende arbeidsmåter.....	59
Kapittel 6- Konklusjon	61
6.1 Hovedfunn.....	61
6.2 Studiens implikasjoner	61
6.3 Studiens begrensninger	62
6.4 Videre forskning.....	62
Litteraturliste	63

Figuroversikt

<i>Figur 1: Kjennetegn ved IBL.....</i>	<i>15</i>
<i>Figur 2: Samtaletrekk.....</i>	<i>21</i>
<i>Figur 3: TMSSR: Lærergrep for å støtte elevers resonnering.....</i>	<i>22</i>
<i>Figur 4: Oppgaven som ble brukt i undervisningstimen.....</i>	<i>29</i>
<i>Figur 5: Skisse av hvordan en mulig løsning kan se ut.</i>	<i>29</i>

Tabelloversikt

<i>Tabell 1: Antall utsagn fra gruppe A plassert i TMSSR-rammeverk.....</i>	<i>39</i>
<i>Tabell 2: Antall utsagn fra gruppe B plassert i TMSSR-rammeverk.....</i>	<i>39</i>
<i>Tabell 3: Antall utsagn fra gruppe A og B plassert under de fire prinsippene for matematisk samtale.....</i>	<i>42</i>
<i>Tabell 4: Antall utsagn fra gruppe A og B som er plassert under ulike samtaletrekk.....</i>	<i>44</i>
<i>Tabell 5: Kategorisering av elevenes gester fra gruppe A og B.</i>	<i>46</i>
<i>Tabell 6: Kategorisering av lærerens gester fra gruppe A og B.</i>	<i>46</i>

Forkortelser

ACT: Advancing Children's Thinking

FoU: Forskning og Utviklingsarbeid

IBL: Inquiry-based learning (norsk oversettelse: utforskende arbeidsmåter)

ICM: Inquiry cooperation model

IRE: Initiation-reply-evaluation (norsk oversettelse: igangsetting-respons-evaluering)

IRF: Initiation-reply-feedback (norsk oversettelse: igangsetting-respons-tilbakemelding)

LK06: Læreplanverket for Kunnskapsløftet i 2006

LK20: Læreplanverket for fagfornyelsen i 2020

NSD: Norsk senter for forskningsdata

NTNU: Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

TMSSR: Teacher Moves for Supporting Student Reasoning (norsk oversettelse:

Lærergrep for å støtte elevers resonnering)

Kapittel 1- Innledning

Studien vår handler om lærerens kommunikasjonsstrategier for å støtte elever på 5. trinn i deres utforskende arbeid med brøk. Vi tar for oss den muntlige kommunikasjon og gester. Ved å anvende TMSSR-rammeverket (Ellis et al., 2019) og et annet rammeverk om samtaletrekk (Kazemi & Hintz, 2019; Chapin et al., 2009), analyserer vi de muntlige kommunikasjonsstrategiene med fokus på læreren i kommunikasjon med elevene. For å se på gester bruker vi McNeill (1992) sitt rammeverk. Ettersom vi ser på kommunikasjonen i en utforskende time, trekker vi frem kjennetegnene ved IBL (inquiry-based learning). Vi beskriver de sosiale og sosiomatematiske normene i klasseromsdiskursen for å gi et helhetlig inntrykk av kommunikasjonen gjennom et sosiokulturelt læringsperspektiv.

1.1 Forskernes bakgrunn

Det er nødvendig å presentere vår bakgrunn for å øke studiens validitet (Creswell & Creswell, 2018). Vi er sisteårsstudenter ved lærerutdanningen 5-10 på NTNU, med fordypning i matematikk. Begge har studert fagene matematikk, naturfag og pedagogikk, samt skrevet FoU-oppgave i naturfag. I tillegg har en av oss kroppsøving og den andre sosialpedagogikk. Vi har erfaring med matematikkundervisning både fra egen skolegang i norsk skole, fra praksisperioder og vikarjobbing. Erfaringen vi har gjort oss indikerer at det vi har lært gjennom studieløpet ikke alltid lar seg direkte anvende i praksis. Vi har i våre korte praksisperioder sett at lærere ikke alltid ønsker å ta i bruk utforskende tilnærminger til matematikkundervisning, men nytter seg heller av standardalgoritmer. Elever er ofte mer opptatt av å finne det «rette svaret» på oppgaven, i stedet for å engasjere seg i selve prosessen.

1.2 Målet med studien

Når elever får åpne og utforskende oppgaver søker de ofte etter en oppskrift for å løse dem, heller enn å eksperimentere, prøve, feile og oppdage på egenhånd. Dette strider mot fokuset på prosessen og oppdagelsen av matematiske konsepter, som framheves i lærerutdanningen og den nye læreplanen (LK20). Vår oppfatning, etter fem år med studie og praksis i skolen, er at utforskning og oppdagelse av matematiske konsepter er et ideal i lærerutdanningen. Dette står i kontrast til fokuset på rett svar og bruk av standardalgoritmer. Praksislærere forklarer ofte bruddet på dette idealet med rammefaktorer som begrenset tid, forhåndsbestemte læringsmål og store klasser med en mangfoldig sammensetning. Utfordringer som dukker opp når det kommer til den mangfoldige sammensetningen er blant annet at det skal tas hensyn til ulikt faglig nivå hos elevene. Disse erfaringene har motivert oss til å skrive en masteroppgave innenfor matematikdidaktikk, med fokus på utforskende undervisning.

Vi har blitt nysgjerrige på hvilke fordeler og ulemper utforskende arbeidsmåter kan ha innenfor rammene av den norske skolen i dag. Formålet med denne studien er å kunne si noe om hvordan læreren kommuniserer med elevene og i hvilken grad det vil påvirke om elevene utforsker videre i en oppgave. Vi ønsker at forskningen vår om kommunikasjon i utforskende arbeid kan være med på å legge et kunnskapsgrunnlag, og inspirere både oss selv og andre lærere til å drive med utforskende matematikkundervisning. Ved å se nærmere på kommunikasjonsstrategier læreren tar i bruk håper vi å si noe om hvilke kommunikative handlinger som kan støtte elevene til å arbeide utforskende. Kan en

analyse av kommunikasjonen bidra til at lærerens spørsmålstilling om hvordan elever har løst en oppgave ikke ender i «Det er bare sånn?»

1.3 Forskningsspørsmål

Forskningsspørsmålet vårt er:

Hvordan støtter lærerens kommunikasjon elever under utforskende arbeid i matematikk på 5. trinn?

Innsikten vi vil få gjennom å utforske dette forskningsspørsmålet vil være verdifullt for oss, da det gir en dypere forståelse for hvordan kommunikasjonen mellom lærere og elever i utforskende matematikkundervisning utspiller seg. Ved å kartlegge lærerens kommunikasjonsstrategier kan vi identifisere eventuelle mønstre eller utfordringer som adresseres for å forbedre undervisningen. På den måten kan forskningsarbeidet vårt bidra til nye erfaringer rundt strategier i kommunikasjonen innenfor utforskende arbeidsmåter i matematikk. Dette kan lærere bruke for å tilpasse egen tilnærming til utforsking, og dermed støtte elevenes læring på en mer effektiv måte.

Hovedfokuset vil være på lærerens kommunikasjonsstrategier med elevene, da det er lærerens ansvar å støtte elevene i aktiv læring. Læreren skal skape et miljø der elevene føler seg komfortable med å uttrykke sin matematiske forståelse, og ikke bare overføre statisk kunnskap (Sikko et al., 2012; Dreyøe et al., 2018). Læreren kan ikke kontrollere hvordan elevene bidrar, men kan legge til rette og stille spørsmål som fører til deltakelse og læring. Ifølge Dreyøe et al. (2018) bør læreren blant annet vurdere hvordan kommunikasjonen vil utvikle seg i undervisningssituasjonen når hen planlegger å basere timen på utforskende arbeidsmåter. I denne studien avgrenses kommunikasjonen til muntlig kommunikasjon og gester.

1.4 Forankring i skolens styringsdokumenter

Vektleggingen av utforsking i undervisningssammenheng er av internasjonal interesse (Schoenfeld & Kilpatrick, 2013), og er en trend i styringsdokumenter (Maaß et al., 2017). Politiske signaler og forskningsinteressen peker på et ønske om implementering av utforsking i skolen (Maaß & Artigue, 2013) og utforskingsbegrepet er høyst aktuelt i de norske styringsdokumentene. «Utforsking» er blant annet det mest nevnte begrepet i Læreplanen for Kunnskapsløftet 2020 (LK20), og er nevnt 75 ganger under matematikkfaget for grunnskolen. Til sammenligning ble det nevnt ni ganger i LK06 under matematikkfaget for grunnskolen. I LK20 identifiseres utforsking og problemløsning som et av kjerneelementene i matematikkfaget. En slik vektlegging av utforsking viser en forventning om økt utforskende arbeid i norsk skole. I følge LK20 handler utforsking om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Utforsking og problemløsning nevnes også i læreplanen under matematikkfagets relevans og verdier, der det står at matematikk skal bidra til at elevene utvikler evne til å jobbe selvstendig og kan samarbeide med andre gjennom utforsking og problemløsning (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Dermed blir det lærerens ansvar å utforme undervisningsinnholdet slik at elevene kan jobbe utforskende. Med utgangspunkt i LK20 er det derfor interessant å rette fokus mot lærerens rolle i undervisningen, for å se om elevene gis muligheten til å arbeide på en utforskende måte. Dette gjør vi ved å blant annet se på strategier i kommunikasjonen mellom læreren og elevene.

1.5 Forankring i tidligere forskning

Utforskende arbeidsmåter i matematikk er et velkjent tema i forskningsfeltet, og det har vært en langvarig interesse for tematikken (Dewey, 1938). Dewey (1938, 1916) argumenterte for at læring oppstår gjennom handling og etterfølgende refleksjon, altså ved å utforske og reflektere. Dette har blant annet bidratt til å danne et grunnlag for videre forskning på utforskende undervisning. Utforskende arbeidsmåter har forblitt et viktig forskningsområde i norsk skole. Alrø & Skovsmose (2004) poengterer at det er et skille mellom tradisjonell og utforskende matematikkundervisning. Utforskende undervisning innebærer et skifte fra tradisjonelle lærerstyrte undervisningsmetoder, mot mer engasjerende og aktiverende former for undervisning og læring som er mer elevsentrert (Schoenfeld & Kilpatrick, 2013; Sikko et al., 2012; Maaß & Artigue, 2013).

Implementeringen av utforskende undervisningsmetoder som er elevsentrerte krever omfattende kunnskap om begrepet IBL og ulike formidlings- og implementeringsstrategier (Maaß & Artigue, 2013). Prosjekter som for eksempel PRIMAS (Promoting Inquiry in Mathematics and Science Education Across Europe), har blitt gjennomført for å implementere utforskende undervisningsmetoder (Sikko et al., 2012). Målet har blant annet vært å endre lærernes syn og pedagogiske praksis i matematikk- og naturfagsklasserommet ved å fremme IBL på tvers av Europa. For å oppnå dette har de støttet lærere med undervisningsmateriell og utviklingskurs, slik at de i større grad kan praktisere IBL i sin undervisning (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013). Dette initiativet søker å gi elevene direkte erfaring med vitenskapelige undersøkelser og arbeidsmåter (Febri et al., u.å; Sikko et al., 2012).

Resultater i en forskning om norske læreres holdninger (beliefs) til IBL, viser at lærere ønsker å implementere IBL-strategier i større grad enn de gjør (Sikko et al., 2012). Med bakgrunn i dette ønsker vi å se hvordan en slik implementering skjer på mellomtrinnet i det norske matematikklasserommet. Vi har sett på kommunikasjonsaspektet for å se på implementeringen av det utforskende arbeidet. Selv om utforskende arbeidsmåter vektlegger elevdeltakelse, fortsetter læreren å spille en sentral rolle i kommunikasjonen (Dreyøe et al., 2018). Maaß & Artigue (2013) skriver at læreren må tilrettelegge for elevenes læringsprosesser når de jobber utforskende. I den utforskende dialogen kan læreren tilrettelegge ved å støtte og utfordre eleven (Alrø et al., 2003). Dreyøe et al. (2018) hevder at en vellykket tilrettelegging har en positiv effekt på elevenes dybdelæring. Vi ønsker derfor å se på hvordan læreren tilrettelegger for elevene gjennom ulike kommunikasjonsstrategier.

Det finnes mange rammeverk som kan benyttes for å se på lærerens kommunikasjonsstrategier og deltakelse i klasseromsdiskursen. IRE-modellen ble utviklet mer generelt for kommunikasjon i klasserommet og ikke med spesielt fokus på matematikken (Mehan, 1979). IRE står for «Initiation-reply-evaluation», på norsk «igangsetting-respons-evaluering». Læreren setter i gang kommunikasjonen, elevene svarer og til slutt evaluerer læreren svaret. Tradisjonelle kommunikasjonsmodeller som IRE kritiseres for å være uegnet i utforskende arbeid (Skott et al., 2018). Kritikken går blant annet ut på at IRE kan føre til det som omtales som topazeeffekten av Brousseau (1997), eller traktmodellen. Topazeeffekten går ut på at læreren tar ansvar for store deler av elevens arbeid, der samtalerytmen består av hint og forenkling av spørsmål for å svare til forventningene fra læreren. I en slik tradisjonell samtalerytme stopper kommunikasjonen hvis eleven svarer rett. Hvis ikke, fortsetter kommunikasjonen ved igangsetting og respons gjentakende ganger. Da kan sekvensen av IRE fortsette, og

samtalerytmen kan for eksempel se sånn ut: IRIRIRE (Skott et al., 2018). Flere forskere prøvde å videreutvikle IRE-modellen, slik at en oppgave skulle stille flere kognitive krav. Lampert (2001) argumenterte for en kommunikasjonsstruktur med mer åpne spørsmål som ikke bare har ett rett svar, i tillegg til å endre «evalueringsbegrepet» til «feedback», som er tilbakemelding på norsk. IRF-modellen skal tilrettelegge for at elevene ikke skal gi det forventede svaret, men argumentere for det. Både IRE og IRF er kommunikasjonsmodeller som har en samtalerytme som er typisk for en tradisjonell lærerstyrt matematikkundervisning.

Skovsmose (2003) argumenterer for at samtalerytmen der læreren stiller spørsmål, eleven svarer og læreren evaluerer, ikke er ideell i utforskende arbeid eller undersøkelseslandskapet. Sammenlignet med tradisjonell undervisning åpner den utforskende undervisningen opp for andre typer arbeidsmåter, noe som påvirker kommunikasjonsmønsteret i klasserommet. I det som beskrives som undersøkelseslandskapet er det elevenes undring som viser retning for samtalen. Noen lærere kan feilaktig anta at det å demonstrere hvordan man løser en serie oppgaver er den mest effektive tilnærmingen til oppgaveløsning, da det sparer tid og krefter (Van de Walle et al., 2015). Imidlertid er det nettopp gjennom anstrengelsen og utfordringene at ekte læring oppstår. Det er derfor viktig for lærere å ikke fjerne denne utfordringen. Å tilby en ferdig løsningsstrategi kan føre til at elevene blir mindre dyktige til å løse problemer og anvende matematikk.

Fraivillig et al. (1999) påpeker det ofte antas at lærere i utforskende undervisning bare skal lokke fram elevers tenkning uten å gripe inn. De argumenterer for at lærere kan og bør gripe inn for å fremme elevers tenkning. ACT-rammeverket (Advancing Children's Thinking) de presenterer skal legge til rette for utforsking, og består av tre deler: lokke fram, støtte og utvide. Handlingen å «lokke fram» beskrives som lærerens innsats til å oppmuntre elevene, slik at de uttrykker sine ideer om matematikk. Å finne ut hva elevene vet og hvordan de tenker om matematiske konsepter er sentralt for å fremme deres tenkning.

Handlingene å få fram og støtte elevers resonnering i matematikk, er komplekse og tidkrevende oppgaver (Fraivillig et al., 1999). Det krever at læreren er en god klasseleder, slik alle elevene får muligheten til å delta i klasseromsdiskusjoner. I studien til Cengiz et al. (2011) ser de på rollen til å lokke fram handlinger og til å utvide handlinger. Her framheves betydningen av å lokke fram handlinger for at elevene skal kunne uttrykke sin egen tenkning om matematiske ideer. Læreren må stille spørsmål som «hvordan løste du problemet?» for å oppnå dette. Den utvidede handlingen vil la elevene videreutvikle tenkningen og den eksisterende matematiske kunnskapen deres. For å oppnå dette må læreren få elevene til å reflektere rundt ideer og løsningsmetoder som deles.

Alrø & Skovsmose (1999) presenterer også en kommunikasjonsmodell, ICM-modellen (Inquiry cooperation model). Den framhever dialogelementer som er viktige i utforsking, som å etablere kontakt, identifisere perspektiver, tenke høyt, utfordre og forhandle. ACT-rammeverket og ICM-modellen er bedre tilpasset utforskende arbeid i matematikk, sammenlignet med tradisjonelle kommunikasjonsmodeller. Dette er blant annet fordi de framhever viktige dialogelementer. Kommunikasjonsmodeller som TMSSR-rammeverket (Ellis et al., 2019) har en kategorisering med flere inndelinger enn tidligere rammeverk, og har fokus på den matematiske samtalen i et utforskende klasserom. TMSSR-rammeverket fokuserer på lærergrepene i likhet med et annet rammeverk,

«Samtaletrekk for å støtte klasseromssamtaler» (Kazemi & Hintz, 2019; Chapin et al., 2009). I motsetning til disse to, legger ICM-modellen vekt på ulike måter elever og lærere skal ta en like aktiv del i kommunikasjonen. Selv om vi har valgt de to rammeverkene (TMSSR-rammeverket og rammeverk for samtaletrekk) som vi mener passer best for studien vår, er det tydelige likhetstrekk mellom handlingene Fraivillig et al. (2019) beskriver og lærergrepene i TMSSR-rammeverket til Ellis et al. (2019).

1.6 Oppgavens oppbygning

Forskningsteksten vår er delt inn i fem kapitler. I det første kapitlet presenterte vi tematikken og forskningsproblemet gjennom forankring i tidligere forskning og i skolens styringsdokumenter. I kapittel 2 presenteres relevant teori for studien. Vi starter med å gjøre rede for begrepet IBL. Deretter tar vi for oss sosiomatematiske normer og diskurs i et sosiokulturelt læringsperspektiv. Det fører oss videre til underkapitlet om kommunikasjon. Til slutt i teorikapitlet presenteres ulike rammeverk for å kunne analysere kommunikasjonen i klasserommet. I kapittel 3 beskriver vi metoden for denne studien, slik at det vil være så transparent som mulig. Vi gjør rede for prosessen og begrunner valgene vi har tatt. Videre i kapittel 4 presenteres funnene fra analysen. Deretter kommer diskusjonskapitlet, der vi ser på funn fra analysen opp mot teorien. Avslutningsvis vil vi reflektere rundt implikasjoner for læreryrket og videre forskning på feltet.

Kapittel 2. Teori

I dette kapitlet vil vi forklare og avgrense begreper og rammeverk som skal brukes til å analysere datamaterialet vårt. Først gjør vi rede for begrepet «inquiry-based learning» slik det brukes i denne oppgaven. Videre forklarer vi begrepene sosiale og sosiomatematiske normer, samt diskurs. Sosiokulturell læringsteori legger grunnlaget for studien vår, der vi har valgt å se på den muntlige og kroppslige kommunikasjonen. Avsluttende gir vi en grundig beskrivelse av rammeverkene som skal benyttes i analysen.

2.1 Inquiry-based learning (IBL)

«*Inquiry is a disposition of openness, curiosity, and wonder*» (Van de Walle et al., 2015, s.58)

Det er flere ulike begreper som brukes om inquiry-based learning. Begrepet blir ofte blandet sammen eller brukt med andre begreper som beskriver lignende lærings- og undervisningstilnærminger som praktiske, problembaserte, prosjektbaserte, studentsentrerte og dialogiske tilnærminger (Bruder & Prescott, 2013). Sikko & Grimeland (2020) bruker både utforskende og undersøkende arbeidsmåter om det engelske begrepet IBL. I andre studier holder forskere seg til ett av begrepene. I denne oppgaven bruker vi i hovedsak det norske ordet «utforskende arbeidsmåter» på samme måte som IBL kan bli brukt. Dette er fordi vi ønsker å bruke begrepet som benyttes i læreplanen. Her handler utforskning om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Denne beskrivelsen av begrepet vil dermed samsvare med den aktive og spørrende tilnærmingen elevene har i betydningen til IBL. Videre i teksten brukes både utforskende arbeidsmåter og IBL.

IBL er en elevsentrert måte å lære og undervise på, der elevene lærer å spørre og bli introdusert til matematiske og vitenskapelige måter å undersøke på (Maaß & Artigue, 2013). Bruder & Prescott (2013) mener at man må se på begrepene lærersentrert og elevsentrert på hver sin ende av et kontinuum, og viser til at vellykkede læringsstrategier i klasserommet ligger et sted langs dette kontinuumet. Hvor på kontinuumet for vellykket læringsstrategier er avhengig av undervisnings- og læringsmålene, lærerens spesielle styrker og elevenes behov og forkunnskaper. Maaß & Artigue (2013) peker på at en elevsentrert måte å lære på krever at læreren legger til rette for at læringsprosesser skal kunne skje hos elevene. Elevene skal blant annet lære seg å formulere forklaringer basert på bevis, koble erfaringer til vitenskapelig kunnskap og kommunisere og begrunne løsninger. Elevengasjerte klasserom forekommer oftere der undervisningen er mer elevsentrert, altså at både lærer og elever deler matematisk autoritet (Ellis et al., 2019).

Bruder & Prescott (2013) skiller mellom åpen utforskning, veiledet utforskning og strukturert utforskning. Gjennom åpen utforskning kan elevene velge tema, og har selv ansvar for den utforskende prosessen. I veiledet utforskning er det læreren som har ansvaret for temaet og veiledningen av elevenes utforskende prosesser, mens elevene selv må finne metoden for å løse oppgaven. I en strukturert utforskning er det læreren som strukturerer utforskningen gjennom valg av oppgave og tema, samt viser til metoder som er passende for å løse oppgaven. Deretter forventes det at elevene følger den strukturen.

Sikko et al. (2012) har gjort en studie om hvordan lærere ønsker å bruke IBL- strategier i sin undervisning. Det blir presisert at utforskning ikke refererer til en metode eller et sett med regler, men en holdning til læring. Om elever får mulighet til å arbeide utforskende vil avhenge av lærerens syn og holdninger til matematikkfaget. Matematikklærere som setter fokus på utforskning vil legge vekt på elevenes engasjement i aktiviteter, heller enn det rette svaret på oppgaven som er gitt (Sikko et al., 2012).

Ettersom det ikke finnes en entydig definisjon på utforskende arbeidsmåter (Sikko & Grimeland, 2020), trekker vi fram kjennetegnene ved IBL. Vi benytter modellen utviklet av PRIMAS-prosjektet, som vist i Figur 1. Modellen legger vekt på fem aspekter som er ønsket utbytte, lærerne, klasseromskultur, elevene og læringsmiljø (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013). I tillegg framhever den kjennetegn som er karakteristiske for hvert aspekt. Sikko et al. (2012) skriver at det ikke vil være oppnåelig å finne alle fem aspektene i én undervisningstime. Videre i denne studien bruker vi begrepet aspekt om de fem overordna punktene, mens ordet kjennetegn brukes når vi refererer til de konkrete egenskapene ved hvert aspekt.



Figur 1: Kjennetegn ved IBL- oversatt av oss fra engelsk til norsk (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s.8)

2.1.1. Fordeler og utfordringer ved utforskende matematikkundervisning

Det er flere fordeler med IBL. I en studie som ser på utforskning fra et universitetsnivå kommer det fram at utforskende undervisningsmetoder påvirker karakterene til tidligere lavtpresterende elever betydelig og vedvarende positivt (Kogan & Laursen, 2014). Ettersom det er politiske krav i flere land om å ha økt fokus på utforskende undervisningspraksiser i skolen, er det reelle muligheter for å få ressurser til gjennomføring (Dorier & García, 2013). Det er også dokumentert at IBL har bidratt til kritisk tenkning, forbedret prestasjon og forbedret holdning til læring og deltakelse hos elever (Bruder & Prescott, 2013).

Til tross for stor enighet blant forskere om fordeler med IBL, er det blant annet utfordringer knyttet til implementering og gjennomføring. Ettersom lærerens syn på matematikk og hvordan de underviser i faget påvirker implementeringen av nye undervisningskonsepter til klasserommet (Maaß, 2011), kan læreren selv være en utfordring. Dette understøttes av studien til Sikko et al. (2012), der to tredjedeler av

lærerne som deltok uttrykte usikkerhet rundt IBL. Læreren kan dermed ha en betydelig innvirkning på hvorvidt utforskende matematikkundervisning oppfattes som utfordrende å gjennomføre i klasserommet eller ikke.

Implementeringen av utforskende arbeidsmåter har blitt møtt med motstand av lærere og foreldre i noen av landene fra PRIMAS-prosjektet, blant annet med bakgrunn i pågående reformer (Dorier & García, 2013). I studien til Sikko et al. (2012) ble det lagt vekt på at mange lærere ikke ser på det å drive med utforskende matematikkundervisning som noe hinder, men at tidsbruk både før og underveis er en utfordring. I tillegg nevnes det at flere lærere ikke vet hvordan de skal vurdere elevene når de arbeider med IBL-oppgaver. Utfordringer knyttet til kompatible vurderingsmetoder av utforskende arbeidsmåter i matematikkfaget er en begrensning, spesielt i land som har et stort resultatfokus (Dorier & García, 2013). Et annet poeng er at forskning i Norge peker på at lærere i stor grad støtter seg på lærebøker i undervisning (Pepin et al., 2013; Bachmann, 2005). Det finnes utforskende og kreative oppgaver i norske lærebøker (Pepin et al., 2013). Likevel viser annen forskning at blant annet norske lærebøker sjeldent gir muligheter for utforskende arbeid (Dorier og Garcia, 2013).

2.2 Undervisningstime basert på IBL og oppgavetype

Skovsmose (1998) beskriver oppbygningen av en utforskende time som legger vekt på landskapet som preges av lærerens spørsmål. I tillegg til aspektet som omhandler det utforskende landskapet, presenterer Stein et al. (2008) en tredelt struktur på en utforskende undervisningstime. I den første fasen presenterer læreren problemet og verktøyene som er tilgjengelig for å utforske det. Deretter går elevene i små grupper eller par for å utforske problemet, med en forventning om å kunne forklare sine tilnærminger til resten av klassen. I den siste fasen samles klassen for å presentere, diskutere og oppsummere ulike tilnærminger til oppgaven. I likhet med Stein et al. (2008) påpeker Chapin et al. (2009) at organiseringen av elevene i undervisningen påvirker elevenes læring. Tre ulike organiseringer er helklassediskusjon, smågruppediskusjon og partnersamtaler (Chapin et al., 2009). Denne organiseringen finner vi igjen i fasene Stein et al. (2008) presenterer. I helklassediskusjoner kan elevene dele tanker og bygge på hverandres bidrag, mens læreren veileder diskusjonen med fokus på elevenes tankeprosesser (Chapin et al., 2009). I smågrupper får elevene mer rom for selvstendighet, mens læreren sirkulerer og griper inn ved behov. Chapin et al. (2009) poengterer at produktivitet i gruppearbeid kan variere, da elever noen ganger kan bruke tiden på ikke-faglige samtaler.

Opgaver i utforskende undervisning bør være utformet på en slik måte at elevene får tenke selv (Sikko et al., 2012). Det er likevel ikke oppgavens karakter alene som garanterer at arbeid skjer på en utforskende måte. Skovsmose (1998) trekker fram at det som kjennetegner oppgaver i utforskende arbeid er åpne aktiviteter uten en oppgavetekst. Det vil si at oppgavene ikke skal basere seg på tekst, men heller bilder og tabeller. På den måten inviteres og oppfordres elever til å jobbe utforskende. Maaß & Reitz-Koncebovski (2013) legger vekt på at åpne oppgaver kjennetegner et utforskende læringsmiljø. Det er ikke en entydig definisjon på hva en åpen oppgave er, og i forskningen gis det ulike meninger til begrepet (Yeo, 2017). Skott et al. (2018) beskriver at ideen om åpne oppgave handler om at det kan være flere mulige svar på én oppgave. Det å ta bort noe av den informasjonen som gjør at det kun blir ett svar, gir muligheten for elever å undersøke og forklare deres mulige svar. I denne studien inkluderer en åpen oppgave, en åpen metode der elever ikke har en bestemt framgangsmåte de skal bruke

for å komme fram til et svar (Yeo, 2017). Det brukes ulike begreper om det samme, men i denne teksten bruker vi begrepet åpen oppgave.

I tillegg til åpne oppgaver, kjennetegnes oppgaver i et utforskende læringsmiljø av at de oppleves som virkelighetsnære (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013). Oppgaver som er realistiske og knyttet til det daglige livet beskrives som rike oppgaver (Radmehr, 2023). Ved å inkludere elever i utforskende undervisning med rike matematikkoppgaver knyttet til virkeligheten utenfor klasserommet, kan læringsutbyttet bli en mer fleksibel og tilpassningsdyktig kompetanse (Gobert & Amy, 2004; Radmehr, 2023)

2.3 Brøk

Tematikken brøk legger noen premisser for den utforskende økten. I følge Schou et al. (2017) går det som vanligvis kalles for brøk inn under matematikernes betegnelse rasjonale tall, sammen med hele tall. Det har historisk oppstått ved hverdagslige behov for å ha en mindre del av en stor enhet. For eksempel når man vil ha en fjerdedel av en kake. Historisk sett betegnes brøk som noe mindre enn en gitt enhet. «Definition af brøker: Rationale tal eller brøker er tal, som kan skrives på formen a/b , hvor a og b er hele tall og $b \neq 0$. Brøkerne fungerer først som tal, når de behandles efter særlige regler for, hvornår brøker er ens, og hvordan de adderes og multipliceres.» (Schou et al., 2017, s.98).

Det er bred enighet om at brøk er et utfordrende tema for elever, både når det gjelder å forstå og anvende det (Edwards, 2009). Begrepet har ulike aspekter, som bidrar til å gjøre brøk til et komplekst tema i matematikkundervisningen (Van de Walle et al., 2015; Schou et al., 2017; Solem & Alseth, 2023). Forskning viser at flere forskere og forfattere framhever ulike sider ved brøk (Van de Walle et al., 2015; Schou et al., 2017). Schou et al. (2017) beskriver fem ulike betydninger. Disse er en del av et «hele», et punkt på tallinja som ligger mellom to hele tall, en sammenlikning mellom en del og et hele, svaret på en divisjonsoppgave og en måte å sammenligne to mengder eller to mål på. Van de Walle et al. (2015) presenterer også fem betydninger av brøk. Det er del av en hel, som en måleenhet, deling, operator og forhold.

2.4 Klasseromsdiskurs og sosiomatematiske normer i et sosiokulturelt læringsperspektiv

Læringsteorier er teorier om hvordan læring skjer (Karlsdottir & Hybertsen, 2013). Det er noen læringsteorier som ikke er fagspesifikke og overordna fagene, blant annet behavioristiske, kognitive og sosiokulturelle læringsteorier. Sosiokulturelle læringsteorier tar utgangspunkt i at læring skjer i samhandling med andre og legger vekt på språkets rolle i kognitiv utvikling. Sentralt i denne tilnærmingen er forholdet mellom språk og tanke, læring og utvikling, samt betydningen av en utviklingsstøttende lærer-elev-relasjon. Det sosiokulturelle læringsperspektivet er relevant for vår forskning, da vi undersøker kommunikasjonen mellom lærer og elever.

Sosiale normer i klasserommet refererer til forventningene lærere og elever har til hverandre i den akademiske diskursen (Yackel & Cobb, 1996). I følge Yackel & Cobb (1996) vil alle klasserom ha sine sosiale normer som skal fungere for akkurat den bestemte klassen. Disse normene varierer mellom tradisjonelle og elevsentrerte klasserom. Stein et al. (2008) peker på at kjernen i utforskende undervisning er å finne en god balanse mellom elevenes autoritet over eget matematisk arbeid, og det å sikre at arbeidet blir holdt ansvarlig for faget. Denne balansegangen er utfordrende ved

elevsentrert praksis. Yackel & Cobb (1996) og Stephan (2014) har dokumentert fire sosiale normer som støtter elevsentrerte instruksjoner. Elevene forventes å: (1) forklare og begrunne sine løsninger og metoder, (2) forsøke å forstå andres forklaringer, (3) angi enighet eller uenighet, og (4) stille oppklarende spørsmål ved behov.

Det er et skille mellom sosiale og sosiomatematiske normer. Sosiale normer finner vi i alle fag, som for eksempel engelsk og naturfag, mens sosiomatematiske normer er spesifikke for matematikkfaget (Yackel & Cobb, 1996). Sosiomatematiske normer, utviklet av Yackel & Cobb (1996), omhandler de normative kriteriene elevene i klassen etablerer for sitt utforskende matematiske arbeid. Det krever at læreren og elevene forhandler om hvilke kriterier som skal gjelde innenfor matematikkundervisningen i det spesifikke klasserommet (Stephan, 2014). Dette inkluderer effektiv eller sofistikert matematisk løsning og kriterier for hva som regnes som en akseptabel matematisk forklaring. Stein et al. (2008) skriver at respekt for andres innsats og å verdsette prosessene som er involvert i matematisk argumentasjon, bør være en del av klasseromsnormen i utforskende arbeidsmåter. Læreren spiller en viktig rolle i etableringen av normene som preger den matematiske klasseromdiskusjonen (Yackel & Cobb, 1996).

Kilhamn (2011) mener at sosiomatematiske normer er knyttet til matematiske klasseromsaktiviteter og den matematiske kommunikasjonen i klasserommet. Elever i Kilhamns studie forventer å få matematikkoppgaver som bare har ett riktig svar. En slik forventning kan vise til en sosiomatematisk norm om at elevene jobber med lukkede oppgaver i denne klassen, i motsetning til det som beskrives som åpne oppgaver. Om elevene er villige til å jobbe med åpne oppgaver, har en sammenheng med hvilke sosiomatematiske normer som preger klasserommet. Dette er da sosiomatematiske normer rundt hva som er en god oppgave og hva det vil si å løse matematiske oppgaver. Slike normer kommer gjennom kommunikasjonen i klasserommet, og etableres ofte over tid (Kilhamn, 2011). Klasseromsdialog vil bygge et sosialt miljø og et samfunn som støtter læring, men før en slik dialog tas i bruk må det være etablert en kultur der elevene lytter til hverandre med respekt. Gjennom samtale i klasserommet må elevene kunne behandle medelever som likeverdige mennesker i tenkning, utforskning og i deling av ideer (Chapin et al., 2009). Både de sosiale og sosiomatematiske normene som er etablert i klasserommet vil dermed kunne påvirke klasseromsdialogen.

«Klasseromsdiskurs refererer til interaksjonene som skjer under undervisning. Målet med diskursen er å holde den kognitive etterspørselen høy mens elevene lærer og formaliserer matematiske begreper» (oversatt fra Van de Walle et al., 2015, s. 73). Diskurser er de forskjellige typene kommunikasjon som bringer noen mennesker sammen, mens andre ekskluderes. En diskurs telles som matematisk hvis den inneholder matematiske ord. Dette kan for eksempel være ord som er knyttet til mengder og former (Sfard, 2007). I studien vår er elevene deltakere i en slik matematisk diskurs ved at de kommuniserer med hverandre og læreren. De er ikke nødvendigvis helt kjent med hva den matematiske diskursen handler om, men gjennom deltakelse og samspill etableres klasseromsdiskursen deres.

Ut fra dette kan vi si at diskursen gir rammeverket for kommunikasjonen som foregår i klasserommet, inkludert utvekslingen av matematiske ideer og begreper. Innenfor denne diskursen dannes sosiomatematiske normer, som er de normative retningslinjene som styrer hvordan elevene i klassen forstår, begrunner og diskuterer matematiske konsepter og løsninger (Yackel & Cobb, 1996). I lys av Figur 1 (s. 15) kan sosiomatematiske

normer som gjelder i et IBL-basert klasserom være det som beskrives under «Klasseromskultur», som at det skal være delt følelse av eierskap og formål. Ved at elevene får bidra i etableringen av sosiomatematiske normer kan de få eierskap til det utforskende arbeidet.

2.5. Læreren tilrettelegging av IBL gjennom kommunikasjon

Når IBL-strategier brukes i undervisning forventes det at elevene tar en aktiv og spørrende tilnærming gjennom å stille spørsmål, utforske og evaluere, samt se hvordan problemer kan være relevante for dem (Sikko et al., 2012). En lærer kan tilrettelegge for elevens læringsprosesser på ulike måter. Noen eksempler på dette er å tenke over det fysiske arbeidsmiljøet med god ventilasjon, behagelig temperatur eller å tilpasse oppgaver etter elevenes nivå. I undervisning med IBL-strategier er det en forventning til læreren om å fungere som en stillasbygger for elevenes læring, blant annet gjennom å bruke nøye utvalgte spørsmål. Dette innebærer at læreren må støtte og oppfordre elevene til å komme med sine svar til tross for at de er usikre, slik at misoppfatninger kan gi mulighet for læring (Sikko et al., 2012). Når undervisningen baserer seg på IBL-strategier legges det vekt på hvordan læreren stiller seg i forhold til elevene. I et IBL-basert klasserom må læreren kjenne til elevenes forkunnskaper, vise støtte og veilede dem i autonomt arbeid, samt oppmuntre til diskusjon av alternative synspunkter på løsningsforslag (Maaß & Artigue, 2013).

Det har blitt gjort flere forsøk på å kategorisere lærerens handlinger for å støtte elevene i deres arbeidsprosesser ; Chapin et al., 2009; Ellis et al., 2019). Læreren har en sentral rolle i utforskende undervisning (Dreyøe et al., 2018), og i kommunikasjonen (Karlsdottir & Hybertsen, 2013), der spørsmål og svar fra læreren skal bidra til læring og utvikling. Selv om kommunikasjon betraktes som sentrale faglige prosesser har ikke alle former for kommunikasjon en faglig kvalitet (Skott et al., 2018). Målet skal ikke være å øke mengden prat i klasserommet, men å øke mengden prat som er av høy kvalitet (Chapin et al., 2009). Wæge (2015) skriver at god kommunikasjon og faglige diskusjoner er essensielt for at elever skal kunne lære og få en dypere forståelse for matematikk. Kommunikasjonen kan føre til at det kommer fram flere løsninger, variasjon i resonnement, mer eksperimentering og nye oppdagelser. Dette vil gi muligheter for utvikling av kunnskap om matematiske begreper og ideer (Sikko et al., 2012).

Kommunikasjonen mellom elever og lærer i et utforskende klasserom skiller seg fra tradisjonelle samtalerytmer (Skovsmose, 2003; Fraivillig et al., 1999; Alrø & Skovsmose, 1999; Cengiz et al., 2011). Læreren rolle i en slik undervisningssituasjon vil dermed skille seg fra det vi tradisjonelt ser i en undervisningstilnærming. En utforskende dialog er uforutsigbar og har ingen gitte svar på forhånd (Alrø et al., 2003). Vellykket improvisasjon for en lærer krever omfattende kunnskaper om pedagogikk, innhold og elever (Stein et al., 2008). Forskning viser at det derfor kan være utfordrende for mange lærere, spesielt ferske lærere, å foreta raske vurderinger og respondere på elevsvar. Chapin et al. (2009) skriver at klasseromsdialog kan bidra til at elever får direkte tilgang til ideer, ser forhold mellom ulike ideer, ulike strategier, fakta og mer. Stein et al. (2008) understreker lærerens rolle i å veilede elevene til å se sammenhenger mellom ulike tilnærminger. Målet med samtale i klasserommet skal være å kunne avklare elevenes egen tenkning, samtidig som man kan lære av andre. Læreren får også muligheten til å oppdage misoppfatninger som kommer fram i diskusjoner, i stedet for at disse tankene forblir usagt (Chapin et al., 2009). Gjennom diskusjon kan læreren benytte sjansen til å spørre om bevis for hvorfor en elev har tenkt og svart det hen har.

2.5.1 Prinsipper for matematisk samtale og samtaletrekk

Lærerens samtaletrekk i undervisningen påvirker elevenes læring (Chapin et al., 2009). Når læreren tar i bruk ulike samtaletrekk får elevene mulighet til å lære gjennom å observere, lytte og gjøre. De presenterer fem samtaletrekk for å støtte målrettede matematiske samtaler i klasserommet, som inkluderer å gjenta, repetere, resonnere, tilføye og vente. Det første samtaletrekket er «å gjenta». Da bes eleven om å bekrefte din tolkning, samtidig som hen tydeliggjør tankegangen. En slik gjenfortelling vil bidra til å avdekke eventuelle mangler i elevens svar. Videre kommer samtaletrekket «å repetere», som skal bidra til at man kan hjelpe elever med å orientere seg rundt andres tenkning. Da må man som lærer få noen andre til å si det med egne ord, eller at de gjengir den påstanden som ble gitt. Deretter følger samtaletrekket «å resonnere», som krever at elevene kan forklare sin tankeprosess. Dette gir dem muligheten til å sammenligne sin egen resonnering med andres, og deretter diskutere forskjellene. Det kan være nyttig å få elever til å begrunne sin resonnering selv om svaret er feil, slik at eventuelle misoppfatninger kan tas tak i (Chapin et al., 2009). Videre kommer samtaletrekket «å tilføye». Det skal bidra til at elevene engasjerer seg i samtalen og får muligheten til å utdype egne ideer. For å gi elevene best mulig sjanse til å engasjere seg, legger Chapin et al. (2009) til samtaletrekket «å vente». Dette skal gi elevene tid til å tenke og tid til å svare. Stillhet er ofte noe som føles ubehagelig, som gjør at dette verktøyet er vanskelig å ta i bruk for mange lærere. Ventetiden vil i tillegg gi deg mulighet til å ta i bruk alle de andre samtaletrekkene, og gi mulighet til at andre elever kan delta (Chapin et al., 2009).

I tillegg til de fem samtaletrekkene, har Kazemi & Hintz (2019) introdusert to til: «snu og snakk» og «endre», som presenteres sammen med de andre i Figur 2 (s. 21). Snu og snakk gir elevene mulighet til å snakke med sidemannen for å diskutere et spørsmål eller en påstand. På den måten kan elevene dra nytte av hverandres kunnskap, og utforske ulike løsningsmetoder i en gruppearbeidssituasjon. Det siste samtaletrekket «endre», gir elevene mulighet til å endre tenkningen underveis i arbeidet. Kazemi & Hintz (2019) hevder at det å endre egne svar eller påstander er en naturlig del av elevenes læring.

Samtaletrekk for å støtte klasseromssamtaler	
Gjenta «Så du sier ...»	<ul style="list-style-type: none"> Gjenta deler av eller hele elevens utsagn og be eleven om å respondere og bekrefte om det du sa, stemmer. Gjenfortelling kan brukes for å oppklare, forsterke eller tydeliggjøre en idé.
Repetere «Kan du gjenta hva han/hun sa med dine egne ord?»	<ul style="list-style-type: none"> Be en elev gjenta eller omformulere hva en annen elev har sagt. Gjenta viktige deler av en kompleks idé for å få samtalen til å gå saktere og for å få elevene til å dvele ved viktige ideer.
Resonnere «Er du enig eller ikke, og hvorfor?» «Hvorfor virker dette riktig?»	<ul style="list-style-type: none"> Etter at elevene har hatt tid til å tenke igjennom hva en medelev har sagt – spør elevene om å sammenligne sitt eget resonnement med noen andres. La elevene engasjere seg i hverandres ideer. Elev «Jeg respekterer denne ideen, men jeg er uenig fordi ...»; «Jeg forstår denne ideen fordi ...»
Tilføye «Vil noen legge til noe her?»	<ul style="list-style-type: none"> Få elevene til å delta i samtalen eller utdype egne ideer. Elev: «Jeg vil legge til ...»
Tenketid «Ta den tiden du trenger»	<ul style="list-style-type: none"> Vent etter at du har stilt et spørsmål før du ber en elev om å si noe. Vent etter at en elev har blitt bedt om å si noe. Gi han/henne tid til å få tenkt seg om. Elev: «Jeg trenger mer tid».
Snu og snakk «Snu og snakk med læringspartneren din»	<ul style="list-style-type: none"> Beveg deg rundt og lytt til det elevene sier til hverandre. Bruk informasjonen du får, til å velge ut hvem du vil skal si noe i plenum. Gi elevene mulighet til å dele og forklare ideene sine. Gi elevene mulighet til å forstå og engasjere seg i hverandres tanker og ideer.
Endre «Har noen endret måten de tenkte på?» «Vil du endre måten du tenkte på?»	<ul style="list-style-type: none"> Gi elevene mulighet til å endre egne tanker etter hvert som de oppdager noe nytt. Elev: «Jeg trodde ... Men nå tror jeg ... fordi ...». «Jeg vil endre måten jeg tenkte på».

Figur 2: Samtaletrekk (Kazemi & Hintz, 2019, s.33-34)

Samtaletrekkene som Chapin et al. (2009) og Kazemi & Hintz (2019) beskriver, styres av fire prinsipper (Kazemi & Hintz, 2019): (1) Diskusjonen bør ha et matematisk mål, slik at læreren kan lede samtalen mot dette målet. (2) Elevene må få klare retningslinjer for hvordan de kan dele sine ideer, for eksempel ved hjelp av setningsstartere eller tydelig veiledning fra læreren om hvordan man snakker eller hvor man står. Dette prinsippet har fellestrekk med de sosiomatematiske normene som Yackel & Cobb (1996) beskriver i et utforskende klasserom. Forskjellen er at mens Yackel & Cobb (1996) legger vekt på elevenes påvirkning i forhandlingen av hva som er et akseptabelt svar, legger Kazemi & Hintz (2019) mer vekt på lærerens ansvar for å tilrettelegge for hvordan elever skal delta i klasseromsdiskursen. (3) Lærerne må orientere elevene mot hverandre og mot de matematiske ideene. Dette kan bidra til at de bygger videre på hverandres bidrag for å fremme diskusjonen, framfor at samtalen kun går mellom læreren og enkeltelever. (4) Elevenes innspill må bli verdsatt og oppmuntret av læreren, slik at elevene føler seg trygge på å delta i samtalen og å svare til tross for en risiko for at det er feil. Dette prinsippet har fellestrekk med kjennetegn ved IBL gjennom aspektet klasseromskulturen, der man skal verdsette feil og bidrag, samt ha et åpent sinn (Maaß & Reitz-Koncebovski,

2013). De fire prinsippene som presenteres her danner grunnlaget for et inkluderende klasserommiljø der alle elever kan delta på lik linje. Det er hvorvidt prinsippene er tilfredsstillende som avgjør om en samtale er produktiv eller ikke. Samtaletrekkene bidrar til at disse prinsippene nås.

2.5.2 Lærergrep for å støtte elevers resonnering

Rammeverket til Ellis et al. (2019), kalt Teacher Moves for Supporting Student Reasoning (TMSSR), er basert på en analyse av fire læreres implementering av undervisning om forhold og lineære funksjoner på ungdomstrinnet. Rammeverket er utviklet gjennom studien av IBL-klasserom, og er et verktøy for lærere som ønsker å støtte elevenes resonnering i matematikkundervisningen. I denne oppgaven bruker vi den norske oversettelsen av TMSSR til «lærergrep for å støtte elevers resonnering», som er oversatt av Skott & Valenta (2022) og presentert i Figur 3. I selve teksten bruker vi stort sett den engelske forkortelsen.

Lokke fram resonnering		Respondere på elevens resonnering	
Lavt potensial	Høyt potensial	Lavt potensial	Høyt potensial
Lokke fram svar	Lokke fram idéer	Rette elevens feil	Oppmuntre til å rette opp feil
Lokke fram fakta eller prosedyrer	Lokke fram forståelse	Repetere elevens utsagn	Representere på et annet vis
Etterspørre avklaring	Etterspørre forklaring	Oppmuntre til at elever repeterer hverandres utsagn	
Sette seg inn i elevens resonnement		Validere et korrekt svar	
Undersøke elevens forståelse			
Fremme elevens resonnering		Utvide elevens resonnering	
Lavt potensial	Høyt potensial	Lavt potensial	Høyt potensial
<i>V</i>	Sørge for fokus på ett aspekt	Tilby veiledning	Oppmuntre til evaluering
<i>e</i>	Stille ledende spørsmål	Oppmuntre til flere løsningsstrategier	Oppmuntre til refleksjon
<i>i</i>	Bryte ned oppgaven	Bygge videre på elevens bidrag	Oppmuntre til resonnering
<i>l</i>			Etterspørre argumentasjon
<i>e</i>			
<i>d</i>			
<i>e</i>			
<i>T</i>	Gi generell informasjon	Gi alternative løsningsstrategier	Etterspørre generalisering
<i>i</i>	Gi forklaring av en prosedyre	Gi begrepsmessig forklaring	
<i>l</i>			
<i>f</i>			
<i>ø</i>			
<i>r</i>	Gi en oppsummering av en oppgave		
<i>e</i>			

Figur 3: TMSSR (Ellis et al., 2019) Norsk oversettelse: Lærergrep for å støtte elevers resonnering (Skott & Valenta, 2022, s.66)

TMSSR-rammeverket bygger på flere andre rammeverk (Skott & Valenta, 2022). For eksempel er kategoriene «lokke fram resonnering» og «utvide elevenes resonnering» med høyt potensiale, i ACT-rammeverket. TMSSR-rammeverket organiserer lærergrep i fire kategorier: Eliciting (lokke fram), responding (respondere), facilitating (fremme) og extending (utvide) (Ellis et al., 2019). Innenfor hver kategori er individuelle handlinger plassert på et kontinuum i henhold til deres potensial for å støtte elevenes resonnering. Handlinger som er mer rettet mot å få fram elevenes tanker og ideer er plassert lenger til venstre på kontinuumet, mens handlinger som er mer rettet mot å utfordre elevene er plassert lenger til høyre.

Den første kategorien, «lokke fram resonnering», handler om å invitere elevene til å dele sine tanker, ideer eller forståelse (Ellis et al., 2019). For å gjøre dette kan læreren stille åpne spørsmål som «Hvordan kan vi finne ut hvor mange biler som passer inn på en parkeringsplass?» eller «Hva tror dere er likheten mellom disse to funksjonene?». Ellis et al. (2019) peker på at denne handlingen er viktig som en start før man går videre i prosessen med å bygge videre på og støtte elevenes resonnering. Den andre kategorien, «respondere på elevenes resonnering», handler om at læreren responderer på elevenes bidrag ved for eksempel å stille spørsmål, tilby støtte eller gi tilbakemelding. Den neste, «fremme elevenes resonnering», handler om å legge til rette for at elevene kan utvikle sine tanker, ideer eller forståelse. Dette kan skje ved at læreren gir elevene ressurser, støtter dem i å jobbe sammen eller hjelper dem til å se mønstre. Gjennom disse handlingene er læreren med på å utvikle elevenes resonnering ved veiledning, og fungerer derfor som en stillasbygger. Den fjerde kategorien, «utvide elevenes resonnering», handler om at læreren utfordrer elevene til å tenke dypere eller på nye måter. Dette kan skje ved å stille vanskelige spørsmål, oppmuntre dem til å komme med alternative forklaringer eller få dem til å se sammenhenger mellom ulike konsepter (Ellis et al., 2019).

Kategorien å «utvide elevenes resonnering», har likhetstrekk med samtaletrekket «resonnere» i Chapin et al. (2009) sitt rammeverk. Dette gjelder spesielt de lærergrepene under «utvide» som er plassert mer mot grep med høyt potensiale. «Resonnere» i Chapin et al. (2009) sitt rammeverk innebærer at elevene deler sine tanker og ideer rundt løsningen deres. Disse handlingene bidrar til å utvide elevenes matematiske resonneringer. Den utvidede kategorien kan plasseres i den høye enden av et kontinuum når det kommer til å støtte elevenes resonnering, blant annet fordi det er med på å fremme mer sofistikerte matematiske forklaringer (Ellis et al., 2019).

I motsetning til ACT-rammeverket til Fraivillig et al. (1999), har TMSSR-rammeverket til Ellis et al. (2019) kategoriene «respondere» og «fremme». TMSSR-rammeverket kan dermed gi oss flere muligheter når vi skal analysere datamaterialet. For det første gir det et nyttig språk for å beskrive og analysere lærerens handlinger i matematikkundervisningen. For det andre kan det brukes til å se hvordan læreres ferdigheter kan utvikles, slik at man i enda større grad støtter elevenes resonnering. En tredje fordel er at det kan brukes til å forske på hvordan lærerens handlinger påvirker elevenes læring. Likevel ser vi at det kan dukke opp noen utfordringer ved å bruke dette rammeverket. Det kan være vanskelig å vurdere hvilke handlinger som er mest effektive for å støtte elevenes resonnering. For eksempel kan det være vanskelig å vite om det er bedre å stille et åpent spørsmål eller å gi en direkte forklaring. TMSSR-rammeverket fokuserer utelukkende på lærerens handlinger, og det tar ikke hensyn til elevenes egen rolle i læringsprosessen eller andre faktorer som kan påvirke læringen. Andre faktorer

kan være lærerens syn, matematisk kunnskap for undervisningen og læreplanen som gjelder (Ellis et al., 2019).

I TMSR-rammeverket er det et lærergrep som kobles opp mot begrepet «topazeffekt», som heter «bryte ned oppgaven». Dette lærergrepet finner vi i kategorien «fremme elevens resonnering», som går ut på at læreren deler oppgaven i mindre deler og reduserer kompleksiteten ved å stille enklere spørsmål. Til slutt avslører læreren svaret gjennom spørsmålene som stilles. Ellis et al. (2019) poengterer at topazeffekten er et lærergrep med lavt potensiale, som kan bidra til å begrense utforskningen som kan skje i klasserommet. Slike lærergrep fungerer ofte som et utgangspunkt før lærere skifter til grep med høyt potensiale. Når lærergrep av høyt potensiale brukes, bygger læreren videre på elevenes tenkning eller gir veiledning mens elevene prøver ut nye ideer. Lærergrep av høyt potensiale vil gi rom for nye matematiske ideer, eller tilby alternative løsningsstrategier elevene kan komme med etter de har delt sine løsninger (Ellis et al., 2019).

2.5.3 Kroppslig kommunikasjon – gester

I denne oppgaven har vi avgrenset kroppslig kommunikasjon til gester. I følge McNeill (1992) betraktes gester som spontane bevegelsene av hender og armer. En gest i matematikk kommer ofte sammen med tale (Arzarello et al., 2015). I denne teksten fokuserer vi på gester med muntlig kommunikasjon og uten muntlig tale.

Forskning retter oppmerksomhet mot fenomenet spontane gester sammen med tale (Edwards, 2009). Det har blant annet blitt sett på som en kilde for å studere matematisk tenkning og kommunikasjon. Læreren kan ta i bruk gester sammen med den muntlige kommunikasjonen for å veilede elevens oppmerksomhet mot aspekter ved et problem (Goldin-Meadow et al., 1999). For eksempel kan læreren følge omkretsen av en sirkel med fingeren på tavla mens hen sier «se på denne sirkelen». Lærere bruker gester for å formidle matematisk innhold. Dette kan innebære strategier for å løse matematikkoppgaver (Goldin-Meadow et al., 1999).

I tillegg til den muntlige kommunikasjonen er det relevant å se på gester fordi elever drar nytte av gestrik instruksjon (Krause & Farsani, 2021). Forskning peker på flere fordeler som kommer gjennom at gester brukes i undervisningen. I matematikklasserommet vil gester kunne bidra til å gi mening til den muntlige informasjonen, og spiller en sentral rolle for å skape forståelse i interaksjonen mellom lærer og elev, eller mellom elever (Farsani et al., 2022). Gester hjelper også elever som ikke er like komfortable med det muntlige språket til å forstå hverandre bedre, og er en nyttig ressurs i læring av ulike matematiske termer. På samme måte som at bruk av ord til å beskrive et objekt gir muligheten til nye måter å forstå dette objektet på, kan ubevisste bevegelser bidra til å skape mening til matematiske termer (Farsani et al., 2022).

I denne studien bruker vi McNeill (1992) sitt rammeverk for å se på hvordan læreren og elevene kommuniserer med gester. I dette rammeverket er gestene delt inn i ikoniske (iconic), metaforiske (metaphoric), deiktisk (deictic) og bankende (beat). Ikoniske gester er når man uttrykker det man snakker om med kroppen, eksempelvis størrelse på et objekt. Metaforiske gester er når det man uttrykker gjennom en gest sammenlignes med noe annet, for eksempel når man bruker håndbevegelser for å representere funksjoner. Deiktiske gester er begrepet som viser til at man peker på objektet det snakkes om. Bankende gester er når en bevegelse gjentas i en takt

Kapittel 3- Metode

«Metode, av det greske methodos, betyr å følge en bestemt vei mot et mål» (Christoffersen & Johannessen, 2012, s.16). Det handler om å finne måter for å undersøke om det vi antar stemmer overens med virkeligheten eller ikke (Christoffersen & Johannessen, 2012). I dette kapitlet gir vi en beskrivelse av oppgavens vitenskapelige paradigme, samt den kvalitative og deduktive metoden som er brukt. I tillegg gjør vi rede for metoden for datainnsamling. Videre presenteres utvalget i forskningen, konteksten og oppgaven som ble gitt i undervisningstimen. Avslutningsvis tar vi for oss metoden for analyse, hvilke etiske betraktninger som har blitt gjort i forkant av studien og studiens troverdighet.

3.1. Vitenskapelig paradigme

Et paradigme, også kjent som verdenssyn, handler om noen grunnleggende overbevisninger som styrer handlingene våre (Creswell & Creswell, 2018). Dette påvirker hvordan vi studerer og tolker kunnskap. I denne studien plasserer vi oss innenfor det konstruktivistiske paradigmet, da vi anerkjenner at våre opplevelser og kunnskap ikke kan skilles fra saken som undersøkes (Fuyane, 2021). Metodikken som ligger innenfor det konstruktivistiske paradigmet vil i motsetning til de andre paradigmene, søke å trekke dyp innsikt og konklusjoner fra de kvalitative dataene (Mackenzie & Knipe, 2006). Innsikten vi fikk gjennom de kvalitative dataene ble tolket og erfart gjennom sosiale konstruksjoner (Fuyane, 2021). Kunnskapen som ble bygd vil bli tolket og opplevd av andre i den sosiale konteksten. Den kan oppfattes ulikt ettersom det ikke bare finnes én virkelighet. Samlet sett ga det konstruktivistiske paradigmet oss et utgangspunkt slik at vi kunne utforske og forstå lærerens måte å kommunisere på gjennom en dyptgående og deltakerorientert metode.

Vi velger å framheve hvorfor studien vår ikke passer innenfor de andre paradigmene, nemlig det postpositivistiske, transformative og pragmatiske. Det postpositivistiske paradigmet utfordrer den absolutte sannheten om kunnskap, spesielt når det gjelder studier av menneskelig atferd og handlinger. Dette paradigmet refererer til den tradisjonelle forskningsformen, som vanligvis benytter kvantitative metoder (Creswell & Creswell, 2018). Siden vår studie er kvalitativ og fokuserer på kommunikasjonen i en undervisningssituasjon, er den ikke i tråd med postpositivismens vekt på kvantitative tilnærminger og generaliserbare resultater. Det transformative paradigmet skiller seg fra de andre paradigmene ved at forskningen i større grad trekkes inn i politikken. Gjennom dette paradigmet er målet å hjelpe marginaliserte grupper og individer i samfunnet (Creswell & Creswell, 2018). Studien vår fokuserer imidlertid på kommunikasjon i en undervisningssituasjon på 5. trinn, uten politisk formål eller målsetting om å hjelpe en bestemt marginalisert gruppe. Derfor passer ikke studien inn i det transformative paradigmet. Det pragmatiske paradigmet skiller seg fra begge disse ved å fokusere mer på selve problemet som studeres. Innenfor dette paradigmet ønsker man å forstå og finne løsninger på problemet, gjerne ved å benytte seg av blandet metodeforskning. Forskere innenfor dette paradigmet har stor valgfrihet når det kommer til metoder, teknikker og prosedyrer for forskningen (Creswell & Creswell, 2018). Vårt forskningsproblem er knyttet til et konkret spørsmål om kommunikasjon i undervisning, der vi velger å bruke en ren kvalitativ metode. Vår tilnærming er mer fokusert på å forstå kompleksiteten og dybden av kommunikasjonen, heller enn å løse et bestemt problem eller finne en løsning på en spesifikk utfordring.

3.2 Kvalitativ metode

Vi har tatt i bruk en kvalitativ tilnærming for å kunne utforske menneskelige prosesser i en reell situasjon (Nilssen, 2014). I studien så vi ikke på kvalitative og kvantitative tilnærminger som polare motsetninger eller dikotomier, men som forskjellige ender på et kontinuum (Creswell, 2014). Den kvalitative metoden er fleksibel, og ga oss en større tilpasningsmulighet ut fra hva vi ønsket å få svar på. Et av hovedtrekkene ved den kvalitative metoden er å samle informasjon fra deltakerne på nært hold og faktisk se hvordan de oppfører seg og reagerer på den konteksten de befinner seg i. På den måten fikk vi som forskere se deltakerne ansikt-til-ansikt i en naturlig setting (Creswell & Poth, 2018). Med bakgrunn i denne metoden vil vi kunne si noe om kvaliteten og kjennetegn ved det fenomenet som studeres (Christoffersen & Johannessen, 2012, s.18). For å studere kommunikasjonen i klasserommet på en grundig måte så vi på undervisningssituasjonen. Siden fokuset i studien ligger på å forstå betydningen som individer eller grupper tilskriver et sosialt eller menneskelig problem, var en kvalitativ metode mest hensiktsmessig (Creswell, 2014).

En kvantitativ tilnærming ville vært mindre passende, da vår interesse ligger i hvordan kommunikasjonen foregår. Det var derfor ikke relevant å generalisere med tall. Hadde vi ønsket å teste objektive teorier ved å undersøke sammenhenger mellom variabler (Creswell, 2014), ved å for eksempel se antallet på alle de ulike kommunikasjonsstrategiene en lærer tar i bruk, ville en kvantitativ tilnærming med en større gruppe elever vært hensiktsmessig. Selv om en blandet tilnærming med både kvalitative og kvantitative metoder kunne gitt en mer komplett forståelse av et forskningsproblem, ønsket vi å fokusere hovedsakelig på hvordan læreren kommuniserte i denne utforskende undervisningstimen. Det førte oss til valget av en ren kvalitativ studie. Creswell & Poth (2018) presenterer en femdelt kategorisering av kvalitative metoder som består av narrativ forskning, fenomenologisk forskning, grounded theory, etnografisk forskning og kasusstudie. Vår studie hører til kategorien «kasusstudie», da vi undersøkte en spesifikk undervisningssituasjon for å besvare vårt forskningsproblem.

3.2.1 Kasusstudie

Noen forskere argumenterer for at kasusstudie ikke er en metodikk, men heller et valg av hva som skal studeres (Thomas, 2011). Vi har valgt å se kasusstudie som en form for kvalitativ metode (Yin, 2003). Christoffersen & Johannessen (2012) bruker begrepet casestudie. I denne oppgaven velger vi å bruke det norske ordet kasusstudie ettersom det er et utbredt begrep i nyere forskningslitteratur (Nilssen, 2014).

En kasusstudie er en måte å gjøre samfunnsvitenskapelig studie på (Yin, 2003) og er avgrenset innenfor visse parametere (Creswell & Poth, 2018). I vårt tilfelle er disse parameterene matematisk tema, klassetrinn og skole. Tematikken er brøk og det er én lærer og to elevgrupper fra en 5. klasse som deltar i studien. I denne studien ser vi på to undervisningstimer som våre kasuser (Thomas, 2011). Vi er mer opptatt av å få en grundig forståelse av enkelthendelsene framfor det generelle. For å få en god kvalitativ kasusstudie der en dybdeforståelse oppnås, har vi benyttet oss av ulike typer kvalitativ data (Creswell & Poth, 2018). I studien har vi hovedsakelig tatt i bruk to informasjonskilder, i form av video og lydopptak. Vi har også sett på tilgjengelige planleggingsdokumenter og observasjonsskjemaer.

Det finnes ulike typer kasusstudier basert på forskningens intensjon og hvordan data samles inn. En inndeling inkluderer: instrumentell kasusstudie, kollektiv kasusstudie og indre kasusstudie (Creswell & Poth, 2018). Vi har brukt elementer av det som beskrives som kollektiv kasusstudie, da vi så på og sammenlignet to undervisningssituasjoner. Vi behandlet derfor dataen i hver av gruppene på samme måte for å få ulike perspektiver på kommunikasjonen i det utforskende arbeidet.

3.2.2 Deduktiv metode

Kvalitative tilnæringer kan være induktiv eller deduktiv (Creswell & Poth, 2018). Forskere innenfor en kvalitativ metode jobber ofte induktivt, der de går fram og tilbake mellom temaer og dataen som er tilgjengelig. Dette arbeidet stopper når forskeren har etablert et stort nok omfang av temaer (Creswell & Creswell, 2018). Vi har valgt å gjennomføre studien vår deduktivt, noe som ikke er utelukket i en kasusstudie. Gjennom den deduktive metoden satt vi oss først inn i relevante teoretiske rammeverk for å kunne bruke dette til å analysere datamaterialet (Creswell, 2014; Creswell & Creswell, 2018). Deretter så vi på dataen vår med utgangspunkt i kategoriene som allerede var etablert, slik at empirien ble brukt for å støtte opp teorien i denne studien (Creswell & Creswell, 2018).

Valget vårt av en deduktiv tilnærming kom av at vi skulle anvende eksisterende teoretiske perspektiv på vårt datamateriale (Reichertz, 2014). Vi har også vært oppmerksomme på risikoen for overtolkning ved bruk av eksisterende rammeverk. Dette er en utfordring som følger med en deduktiv tilnærming, da det allerede eksisterende rammeverket kan tvinge data inn i kategorier som forvrenger eller ikke passer med dataen. Derfor har vi diskutert strategier for å minimere denne risikoen, blant annet gjennom å være åpne for alternative tolkninger av empirien og være bevisst på eventuelle forutinntatte synspunkter (Kennedy & Thornberg, 2018).

3.3 Kontekst

Denne studien er en del av et prosjekt som er gjennomført av NTNU over flere år. Vi har ikke vært direkte involvert i datainnsamlingen, men har likevel fått innsikt i prosessen. Prosjektet, som foregår innenfor fagene naturfag og matematikk, har fokus på samspillet mellom IBL, matematisk literacy og utvikling av faglig kompetanse. Prosjektet har tatt utgangspunkt i forskningsspørsmålet «hvordan kan fokus på literacy i realfagene bidra til at undersøkende og utforskende arbeidsmåter utvikler grunnskoleelever sin fagkompetanse i realfagene?» Metoden som er benyttet er klasseromsobservasjon av undervisningstimer, i samarbeid mellom skolen og NTNU-forskere.

Prosjektet er gjennomført som en lesson study, der undervisningstimer ble studert. Trinnene i lesson study inkluderer planlegging av timen i samarbeid med lærerne, observasjon av undervisningstimen, diskusjon rundt undervisningstimen, og i noen tilfeller revisjon og undervisning av en ny versjon av timen (Fernandez & Yoshida, 2004, s.7-8). Fokus har vært på undervisningstimen i sin helhet med bakgrunn i undersøkende og utforskende arbeidsmåter. Det er derfor ikke gjort video- og lydopptak med hensikt på å studere læreren. Selv om prosjektet ikke har et lærerfokus, vil måten datamaterialet framstiller undervisningstimen på tilfredsstillende vårt behov med bakgrunn i forskningsspørsmålet.

Dataen som benyttes i denne studien er samlet fra to grupper i en 5. klasse. Her var det én lærer som hadde den samme undervisningstimen i begge gruppene. I gruppen vi kaller «gruppe A», var det 15 elever ifølge et av planleggingsdokumentene. I «gruppe B»

var det 16 elever som deltok i undervisningstimen. De ble delt inn i mindre elevgrupper på tre, og én elevgruppe på fire elever. Under arbeidet i begge timene kunne vi se alle elevene på video da de presenterte løsningen sin. Ut fra lydfilen og videopptaket antar vi at én elev var fraværende, så det var 14 elever til stede i gruppe A.

3.4 Undervisningen

Undervisningstimene vi har sett på ble planlagt med utgangspunkt i kompetansemålet «formulere og løse problem fra egen kvardag som har med brøk å gjere» (Utdanningsdirektoratet, 2020c). Ser vi på kompetansemål for 5. trinn, omhandler seks av ti kompetansemål temaet brøk (Utdanningsdirektoratet, 2020c). Det viser at brøk er et viktig tema elevene skal jobbe med på 5.trinn. Gjennom utforskende arbeid med brøk kan elever få muligheten til å møte brøkbegrepet gjennom ulike representasjoner, og utvide deres forståelse innenfor temaet.

Timens oppbygning består av oppstarten der læreren introduserte timen og repeterte brøkbegrepet i dialog med elevene. Deretter benyttes store deler av timen til gruppearbeid med oppgaven som elevene fikk tildelt på elevbordene. I analysen omtales dette i hovedsak som arbeid på elevbordet. Dette var for å tydelig skille arbeidet i grupper på to til fire elever fra de to større gruppene, A og B. Etter arbeidet på elevbordene presenterte de sine to løsninger på oppgaven og fortalte om favorittløsningen deres til resten av gruppen. I analysen omtales dette som presentasjonsdelen. Avslutningsvis oppsummerte læreren timens innhold i dialog med elevene. Vi bruker begrepet helklassesamtale om kommunikasjonen som skjedde i plenum mellom læreren og elevene. Helklassesamtaler foregikk i oppstarten av timen og avslutningen.

3.4.1 Oppgaven til elevene

Oppgaven som ble valgt for det utforskende arbeidet er basert på engasjement, undring, refleksjon, kritisk tenkning og spørsmålsstilling. Planleggingsdokumentet vektlegger også åpne oppgaver med flere løsninger, fagspråk, samarbeid og samtale. Figur 4 (s. 29) viser oppgaven elevene fikk utdelt. Utgangspunktet for oppgaven var brøk, der elevene skulle anvende kunnskapen innenfor dette temaet for å løse den. Oppgaven utfordret elevene til å utforske hvordan en pizza kunne deles opp på ulike måter. Dette kunne oppmuntret dem til å forstå likeverdige brøker. Kravet om å presentere to løsninger utfordret dem til å visualisere forskjellige måter å dele opp pizzaene på og kunne føre til samtaler om ulike modeller for representasjon av mengder. I figur 5 (s. 29) presenteres en mulig løsning elevene kunne kommet med.

En klasse med 24 elever skal arrangere klassefest. Det skal serveres pizza, og 6 foreldre har bakt hver sin rektangulære pizza i langpanne. Pizzaene skal fordeles likt på de 24 elevene.

Presenter minst to ulike løsninger.
Hvilken løsning er deres favoritt?



Figur 4: Oppgaven som ble brukt i undervisningstimen



Figur 5: Skisse av hvordan en mulig løsning kan se ut.
Her får hver av de 24 elevene $\frac{1}{4}$ av en pizza.

3.5 Datainnsamling – Lyd og videoopptak som metode

Metoden for datainnsamling var i hovedsak lyd- og videoopptak, i tillegg til planleggingsdokumenter og observasjonsskjemaer. Ved å kombinere disse fikk vi ulike innfallsvinkler som utfylte hverandre (Widerberg, 2001). Dokumentene har vi brukt for å bli bevisst på hva som var målet for timen og hvordan læreren hadde planlagt å legge opp undervisningen. Fordelen med lyd- og videoopptak var at vi hadde muligheten til å gå tilbake for å se og høre hvordan kommunikasjon faktisk foregikk. Videoopptakene ga helhetlig inntrykk av kommunikasjonen i undervisningstimen, da det fanget opp kroppsspråk i tillegg til muntlig kommunikasjon. Dette var for eksempel lærerens og elevenes bevegelser, som peking, telling med fingrene og smil. Gjennom video var det også enklere å knytte deltakelse til den enkelte person, noe som kan være utfordrende med bare lydopptak når stemmene kan være vanskelige å skille fra hverandre. Å inkludere lydopptak i tillegg til videoopptak bidrar til å fange opp lyden mer nøyaktig. Det vil være viktig når elevene arbeider på elevbordene, da videoklippene ofte kan være støyende og gjør det utfordrende å tolke innholdet (Widerberg, 2001). Lydopptakene ga

en ekstra dimensjon, som bidro til å forbedre forståelsen av kommunikasjonen og aktivitetene i klasserommet (Creswell & Poth, 2018).

3.6 Metode for kvalitativ analyse

Analyse av kvalitativ data innebærer å bearbeide tekst, samt lyd eller bilder. I motsetning til dette har vi analyse av kvantitativ data som skjer ved hjelp av opptelling (Christoffersen & Johannessen, 2012). Når en kvalitativ metode tas i bruk, får man ofte store mengder empiri som skal bearbeides. En kvalitativ analyse vil innebære å velge ut deler av datamaterialet som er hensiktsmessig for forskningsspørsmålet, og utelukke andre deler av det (Creswell & Creswell, 2018). Vi har vektlagt video- og lydopptak fra undervisningstimen.

Creswell & Creswell (2018) presenterer fem sekvensielle steg for en kvalitativ analyseprosess. Det første steget i analyseprosessen er å organisere og forberede rådata. Dette innebærer å sortere empirien ut fra hvilken type det er, samt transkribere dersom det er behov. Det andre steget er å lese gjennom det som er transkribert. Videre i steg tre og fire skjer kodingen av data, samt generering av kategorier og temaer. Steg fem er å bestemme hvordan man vil presentere disse kategoriene og temaene.

3.6.1 Transkripsjon

Vi transkriberte det innsamlede datamaterialet for å kunne håndtere og analysere det (Nilssen, 2014). Før transkripsjonen organiserte vi rådataen (Creswell & Creswell, 2018). Vi hadde omfattende empiri fra to like undervisningstimer i to ulike grupper (A og B). Datamaterialet til hver av gruppene bestod av tre videoopptak og fire lydopptak. Tre av lydopptakene var fra elevbordene og den siste var fra lærermikrofonen. Av de tre lydopptakene fra elevbordene i hver gruppe, er det kun ett elevbord som har tilhørende videoopptak. Vi har derfor valgt å transkribere elevbordet fra gruppe A og B som både har video- og lydopptak. I tillegg var det en lærermikrofon, der det kom tydeligere fram hva som ble sagt av læreren i de andre lyd- og videoopptakene. Vi har fokusert på de delene av undervisningstimen der læreren var involvert i kommunikasjonen. De gangene det var utfordrende å høre hva læreren sa, benyttet vi opptakene fra lærermikrofonen.

Transkripsjonen består av oppstarten av timen, arbeidet på elevbordene, presentasjonen av arbeid fra elevbordene og oppsummering av timen. Vi startet med å transkribere lydopptakene samtidig som vi studerte tilhørende videoopptak. Utsagnene fra læreren og elevene som presenteres i analysedelen er anonymisert ved bruk av pseudonymer. Ved å transkribere datamaterialet selv, ble vi godt kjent med materialet (Nilssen, 2014). I begynnelsen fanget transkripsjonene våre hovedsakelig det verbale språket slik de fleste transkripsjoner gjør. Underveis i transkriberingsprosessen ble vi oppmerksom på at kommunikasjonen ikke bare var muntlig, men også skriftlig og gjennom gester. Derfor introduserte vi kategorier rundt gester som presenteres av McNeill (1992).

Det var utfordrende å transkribere samtaler der det ikke var mulig se den som prater på videoopptak samtidig. En utfordring var blant annet at det ble vanskelig å skille stemmene fra hverandre, uten å ha et ansikt å koble det mot. I tilfeller der vi støtte på utfordringer med å knytte sitater til enkelte elever, benyttet vi generelle betegnelser som «jente»/«gutt» og «elev 1/2/3». I transkripsjonsprosessen valgte vi å se bort fra utenomfaglige samtaler innad i elevbordene under selve gruppearbeidet. Vi noterte oss likevel at arbeidet til elevene gikk over til å handle om andre ting enn matematikk.

Etter å ha transkribert var det neste steget i analyseprosessen å lese gjennom dataen som var bearbeidet (Creswell & Creswell, 2018). Først leste vi gjennom eget arbeid fra transkriberingen, deretter gikk vi gjennom hverandres. I denne fasen brukte vi i tillegg tid på å notere ned for oss selv hvordan vi hadde tolket det som var transkribert. Dette ga oss en mulighet til å reflektere over hva innholdet var, slik at det ble en mykere overgang til kodingen (Creswell & Creswell, 2018). Til slutt satt vi oss ned sammen for å diskutere og se på hva transkriberingen hadde gitt oss. De gangene vi var uenige om det som ble sett og hørt, gikk vi tilbake til rådataen for å gjennomgå akkurat dette på nytt. Ved å gjøre det på denne måten fikk vi forsikret oss om at vektleggingen var på de samme tingene fra video- og lydopptakene, altså kommunikasjonen der læreren var med. Dette ga oss samme utgangspunktet i det vi gikk videre til koding av data.

3.6.2 Innholdsanalyse og kodingsprosedyre

I følge Creswell & Creswell (2018) er det tredje punktet i en kvalitativ analyse å kode dataen. For å gjøre det brukte vi elementer fra det Fauskanger & Mosvold (2014) og Vaismoradi et al. (2013) skriver om innholdsanalyse. Tematisk analyse og innholdsanalyse er to vanlige måter å analysere kvalitativ data på, uten noe tydelig grense mellom de to (Vaismoradi et al., 2013). Innholdsanalyse er et verktøy som brukes for å systematisk kunne kode og kategorisere fra store mengder tekstdata. Det brukes for å kunne se mønster for bruk av for eksempel ord, frekvensen av dem og diskurser for kommunikasjon. Tematisk analyse er et fleksibelt og nyttig forskningsverktøy. Gjennom en tematisk analyse får man muligheten til å kombinere funnene fra datamaterialet til egne meninger innenfor konteksten som forskes på (Vaismoradi et al., 2013).

Innholdsanalyse er ofte det som blir brukt ved en deduktiv metode, da denne analysemetoden kan brukes for å studere meninger i datamaterialet både kvalitativt og kvantitativt (Fauskanger & Mosvold, 2014). Hovedideen ved en deduktiv innholdsanalyse er at vi har muligheten til å gi eksplisitte definisjoner og eksempler for hver deduktiv kategori (Mayring, 2000). Disse kategoriene er bestemt fra teoretiske rammeverk, som gjør at det ikke kan kombineres med egne meninger innenfor konteksten som har blitt forsket på. I vårt tilfelle har vi brukt flere rammeverk. Vi har brukt teori for å se på mulige sosiale og sosiomatematiske normer som kommer fram i klasserommet, i tillegg til teoretiske rammeverk for å finne kjennetegn ved IBL og analysere kommunikasjonen: kjennetegn ved IBL (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013), lærergrep (Ellis et al, 2019), fire prinsipper for matematisk samtale (Kazemi & Hintz, 2019), syv samtaletrekk (Kazemi & Hintz, 2019; Chapin et al. 2009) og gester (McNeill, 1992). I denne teksten bruker vi «lærerens muntlige kommunikasjonsstrategier» når både lærergrep og samtaletrekkene omtales. Når vi også snakker om gester, brukes begrepet «kommunikasjonsstrategier»

Fauskanger & Mosvold (2014) presenterer tre ulike former for innholdsanalyse. Disse er summativ, konvensjonell og teoridrevet innholdsanalyse. I denne studien brukes elementer fra det som kalles teoridrevet innholdsanalyse, da vi tar utgangspunkt i allerede eksisterende teori for å kategorisere kodene fra datamaterialet vårt. En svakhet ved en teoridrevet tilnærming er at det kan gi resultater som støtter en bestemt teori, mens andre aspekter i konteksten som studeres kan bli oversett (Fauskanger & Mosvold, 2014).

I kodingsprosessen av analysen startet vi med å kode utsagn fra læreren med bakgrunn i kategoriene fra TMSSR-rammeverket. Her vurderte vi de ulike spørsmålene og svarene som kom fra læreren, og satt de inn i underkategorien for lærergrepet vi mente passet best. Dette ble gjort både fra det som skjedde i helklassesamtaler og gruppearbeidet på

elevbordene. Videre kodet vi utsagn fra læreren med bakgrunn i rammeverket for de fire prinsippene for en produktiv samtale (Kazemi & Hintz, 2019) og samtaletrekkene (Kazemi & Hintz, 2019; Chapin et al., 2009). Dette ble kun gjort med det som skjedde i plenum, da dette rammeverket er ment for helklassesamtaler. Til slutt gikk vi gjennom dataen med fokus på gester i helklassesamtaler. Hele veien har vi brukt fargekoding for å skille de ulike kategoriene. I TMSSR-rammeverket er det fire ulike kategorier, som hver fikk sin farge. På samme måte delte vi inn de ulike prinsippene, samtaletrekkene og gestene. For å sikre at kodingen er riktig utført med bakgrunn i kategoriene, gikk vi gjennom kodene og datamaterialet en gang til. Vi gikk også gjennom hverandres koding for å sammenligne, på samme måte som ved transkriberingen.

Det fjerde og femte steget Creswell & Creswell (2018) presenterer handler om å generere en beskrivelse av kategoriene og temaene som dukker opp gjennom kodingen, samt å finne en måte å presentere de på. Det fjerde steget ble ikke tatt hensyn til, da vi allerede har navngitte kategorier fra de teoretiske rammeverkene som tas i bruk. Fra steg fem så vi på hvordan analysen best mulig kunne framstilles. Vi valgte å lage tabeller slik Mayring (2000) foreslår for å presentere resultatene våre kvantitativt. Dette ga oversikt over hvilke typer lærergrep, prinsipper for matematisk samtale, samtaletrekk og gester som ble brukt av læreren i undervisningstimen. Oversikten synliggjorde tendensene som kom fram i kommunikasjonen. En ulempe ved innholdsanalyse kan derfor være at vi risikerer å miste noe mening fra konteksten, fordi det blir større fokus på frekvensen av koder (Vaismoradi et al., 2013). For å minske denne risikoen ble det lagt størst vekt på å skildre det vi observerte i kommunikasjonen mellom læreren og elevene, samt trekke inn dialogutdrag for å vise til dette. Relevante utdrag fra datamaterialet presenteres i analysen med bakgrunn i forskningsspørsmålet og litteratur som er presentert i teorikapittelet (Vaismoradi et al., 2013).

3.7. Etske og metodekritiske betraktninger

I forskningsprosessen måtte vi ta hensyn til etiske dilemmaer og betraktninger (Nilssen, 2014). Som forskere har vi ansvar for å følge forskningsetiske prinsipper, som inkluderer respekt for informantenes selvbestemmelse og autonomi, ivaretagelse av deres privatliv, samt å unngå skade (Christoffersen & Johannessen, 2012, s.47). For å ivareta forskningsetiske prinsipper sjekket vi blant annet at datamaterialet som ble brukt hadde blitt godkjent av NSD. Datamaterialet ble gjennomgått etter utforming av forskningsspørsmålet, noe som bidro til at denne studien ikke ble påvirket av forløpet i undervisningssituasjonen. Vi har hatt tilgang til rådataen og presenterer informasjon som gjengis fra datamaterialet i anonymisert form. I tillegg har lyd- og videofilene blitt lagret på hjemmeområdet på en NTNU-bruker, slik at det har blitt trygt oppbevart i tråd med NTNUs datalagringsguide. Da vi avsluttet masterarbeidet, ble all sensitiv informasjon slettet.

Det er relevant å diskutere vår involvering, begrensning og hva vi eventuelt ville gjort annerledes dersom studien skulle gjennomføres igjen. Opptak og filming av undervisningstimene kan ha påvirket deltakernes atferd, til tross for deres deltakelse i prosjektet over lengre tid. Tilstedeværelsen av lærere og NTNU-forskere kan ha påvirket elevenes opplevelse av press. Deltakelse i prosjektet over lenger tid kan være en fordel, da de er vant til å bli observert av forskere og å ha lyd- og videoopptak av undervisningstimene sine. Det kan gjøre at observatørene var mindre forstyrrende for elevene.

I følge Wideberg (2001) har all forskning en balanse mellom nærhet og distanse, og i kvalitativ forskning er nærheten en styrke. Forskere innenfor denne metoden vil aldri ha en helt objektiv forskning, eller være fri for verdier (Nilssen, 2014). Dette gjelder også for oss, da vi forsker på menneskelig atferd og dermed bringer våre egne verdier og perspektiver inn i forskningen. I framtidige studier ser vi derfor fordelene av å samle inn data fysisk selv. Dette ville gjort transkripsjonsprosessen enklere og gitt oss mulighet til å påvirke datainnsamlingen direkte. I tillegg ville det gitt oss en bedre forståelse av konteksten, muliggjort en mer direkte interaksjon med deltakerne og gitt en mer omfattende innsikt i undervisningssituasjonen. Økte ressurser kunne tillatt videodokumentasjon av flere elevbord i klasserommet med bedre kontroll over plassering av kameraer og lysforhold (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Det at vi har brukt forhåndssamlede data har styrker og svakheter. En ulempe er at vi ikke var til stede fysisk i undervisningssituasjonen og dermed ikke kunne delta aktivt eller påvirke utfallet og metoden for datainnsamling. På en annen side gir det oss en distanse og nøytralitet ved at vi ikke har noen relasjoner til elever og ansatte som har vært involvert i undervisningssituasjonen. Vi har valgt et datamateriale samlet av forskere med tidligere erfaring i ulike forskningsprosesser. Dette ser vi på som en styrke for å besvare vårt forskningsspørsmål, fordi det blant annet kombinerer fordelene ved uavhengig og objektiv analyse med grundig innsamling av data fra erfarne forskere.

3.8 Studiens troverdighet

I kvalitativ forskning er det viktig at forskeren sikrer troverdigheten av forskningsresultatene ved å forsikre leseren om at bildet som gis er korrekt og ikke et forvrengt bilde av realiteten (Nilssen, 2014, s.141). For å vurdere kvaliteten til studien presenterer Christoffersen & Johannessen (2012) validitet og reliabilitet. Validitet, eller relevans, handler om hvor godt dataen representerer fenomenet. Reliabilitet, eller pålitelighet, handler om nøyaktigheten av studiens data; bruken, innsamlingsmetoden og måten dataen bearbeides.

For å øke validiteten og reliabiliteten i forskningsprosjektet vårt har vi gjort flere tiltak. Når det gjelder reliabilitet, har vi benyttet oss av de seks punktene presentert av Creswell & Creswell (2018) for å sikre påliteligheten i vår studie: (1) For det første har vi dokumentert prosedyren for den kvalitative studien vår grundig ved å inkludere så mange steg som mulig. Vi har hatt et ønske om transparens. Dette har vi blant annet gjort gjennom å presentere deler av rådataene for leseren, slik at hen tar del i prosessen. Dette gjør det enklere å etterprøve studien. (2) Videre har vi transkribert datamaterialet og nøye gjennomgått transkripsjonene for å forsikre oss om at den ikke har noen åpenbare feil. Vi har sjekket at (3) kodene henger sammen, slik at det ikke skjer en endring underveis i kodingen. Dette har vi gjort ved å gå gjennom datamaterialet flere ganger, slik at alt ble dekket av de ulike kodene. Videre kategoriserte vi dem på en hensiktsmessig måte. (4) Datamaterialet ble sammenlignet med kodene, samtidig som vi skrev notater om kodene og deres definisjon. Ettersom vi var to forskere som transkriberte, har (5) kodene blitt kryssjekket og de to resultatene fra kodingen sammenlignet. Dette sikret at transkripsjonen og kodingen ikke har noen åpenbare feil eller misforståelser. Reliabilitet til oppgaven styrkes gjennom at vi har hatt god kommunikasjon, møttes jevnlig og har hatt tydelige avtaler om forventninger og mål for arbeidet og oppgaven. Det siste punktet som omhandler en intercoder-avtale, der en annen person kryssjekker kodingen, har ikke vært nødvendig for oss for å øke reliabiliteten i studien ettersom vi har vært to (Creswell & Creswell, 2018, s.200-202).

Kvalitativ validitet innebærer at vi har sjekket nøyaktigheten av funn i denne studien. I en kvalitativ studie som denne vil ikke validiteten være målbar. Grep vi har gjort for å øke studiens validitet tar utgangspunkt i strategiene Creswell & Poth (2018) presenterer. Det er mange typer validering i kvalitative studier som gjør at vi har valgt å presentere de som er naturlige for vår studie (Creswell & Poth, 2018). Vi bekrefter funn gjennom triangulering av flere datakilder. Det går ut på at vi har brukt to ulike metoder for å se på data, som er gjennom lyd- og videoopptak. I kapittel 1.1 skriver vi om vår bakgrunn som forskere og det som bringes med oss inn i denne studien. Creswell & Poth (2018) skriver at det å klargjøre skjevheten forskeren tar med seg til studien vil øke validiteten. På den måten får leseren mulighet til å se hvordan tolkning av funn kan være påvirket av forskerens bakgrunn som kjønn, verdier, kultur og sosioøkonomisk opprinnelse. Til slutt har vi tatt i bruk kollegadebriefing. Da har vi fått en som står utenfor vår studie, men som samtidig kjenner til oss, til å undersøke både prosessen og produktet. Denne personen har gjennomgått og stilt spørsmål om innholdet i studien vår, slik at det ble klart om teksten resonerte hos andre enn oss som forskere.

Kapittel 4 – analyse

Vi analyserer datamaterialet vårt bestående av video- og lydopptak fra to like undervisningstimer, og tilhørende observasjonsskjemaer og planleggingsdokument. Videoopptaket fra gruppe A er nesten 84 minutter langt, mens det fra gruppe B er nesten 76 minutter langt. I begge gruppene er lydopptaket den lyden som også er i videoene. Vi velger å analysere hver gruppe for seg. Dette gjør vi ved å kategorisere datamaterialet fra gruppene i hver sine tabeller, slik at likheter og forskjeller kan studeres. Tabellene vil bidra til å gjøre datamaterialet oversiktlig og vise kategoriseringen av utsagn fra læreren, både i form av muntlig kommunikasjon og gester.

For å gjøre analysen mer oversiktlig presenterer vi resultatene i flere deler. I kapittel 4.1 starter vi med å presentere ulike kjennetegn ved IBL gjennom de fem aspektene. Videre i kapittel 4.2 presenterer vi gruppens sosiale og sosiomatematiske normer. I kapittel 4.3 kategoriserer vi utsagn fra undervisningstimen i ulike tabeller. Dette er utsagn fra kommunikasjon i oppstarten, presentasjonsdelen og oppsummeringen. Først ser vi på lærergrep som læreren tar i bruk fra TMSSR-rammeverket (Ellis et al. 2019). Videre i kapittel 4.4 ser vi på trekk fra undervisningen som samsvarer med de fire prinsippene Kazemi & Hintz (2019) presenterer. I kapittel 4.5 presenteres utsagn vi kategoriserer i rammeverket for samtaletrekk, fra Kazemi & Hintz (2019) og Chapin et al. (2009). Videre i kapittel 4.6 tar vi for oss elementer fra undervisningen som kategoriseres inn i rammeverket til McNeill (1992) om gester. Avslutningsvis, i kapittel 4.7, ser vi på de to elevbordene, og presenterer lærergrepene (Ellis et al., 2019) som kommer fram her.

Grunnen til at vi velger å ikke presentere analysen på denne måten er fordi vi ønsker å gi et overordna blikk på kommunikasjonen først og deretter gi en mer sekvensiell oversikt over den delen av undervisningen der arbeidet skjer på elevbordene. På den måten vil vi kunne gi leseren en større forståelse for hvorfor læreren benytter de ulike lærergrepene i kommunikasjonen, ut fra hvordan elevene arbeider. I tillegg er det den muntlige kommunikasjonen fra lærerens side som er hovedfokuset i denne studien, som gjør at det bare er lærergrepene vi har sett på når elevene arbeider på elevbord.

4.1. Kjennetegn ved IBL

Med utgangspunkt i Figur 1 (s. 15) analyserer vi kjennetegn ved IBL i undervisningstimene. Vi identifiserer flere kjennetegn ved IBL gjennom de fem aspektene i undervisningstimene, men noen er mer framtrædende enn andre. Kjennetegn vi observerer i størst grad er de som kommer fram gjennom læreren, klasseromskultur og læringsmiljø. Dette kan være relatert til at disse tre aspektene fremkommer i kommunikasjonsrammeverkene vi tar i bruk. Vi vil framheve noen kjennetegn ved IBL som kommer til syne i klasseromsdialogen, gjennom eksempler og forklaringer.

Et kjennetegn ved IBL gjennom *læreraspektet* er at hen skal oppmuntre og verdsette elevenes resonnering. Dette gjenspeiles i begge gruppene, der læreren alltid ønsker å få elevene til å tenke selv før de får mer veiledning. I tillegg bekrefter læreren når elevene er på rett spor, eller stiller ytterligere spørsmål for å oppmuntre til utforskning. Underveis i oppstarten av timen kommer læreren med kommentarer på at elevene må begrunne svaret sitt. Dette gir hun også påminnelse om i gruppearbeidet på elevbordene. Elevene svarer stort sett kort og konkret på oppgaven når læreren kommer rundt for å høre, men de mangler en forklaring og begrunnelse for hvorfor det blir sånn. Her kommer

kjennetegn ved IBL i *læreraspektet* fram gjennom oppmuntring til resonnering. Læreren presiserer dette før de starter å presentere, i tillegg til at hun underveis oppmuntrer og verdsetter elevenes resonnering.

Under selve presentasjonen er det en gruppe som ikke har klart å få løsning nummer to til å bli riktig. Da kommer det tydelig fram at det læreren er opptatt av ikke er svaret, men det elevene har tenkt. Dette samsvarer med kjennetegn ved IBL, der fokuset er på prosessen og ikke på om svaret er rett eller feil. Dette vises i dialogutdraget fra denne situasjonen:

Selma: Også løsning to ble feil, så ikke se på de to!

Lærer: Jeg er mer opptatt av hva dere har tenkt jeg.

Elevaspektet kommer også til syne, selv om det ikke har vært hovedfokuset i denne studien. Samarbeidet mellom elevene i de dialogbaserte og utforskende undervisningstimene påvirker kommunikasjonen som foregår mellom læreren og elevene. I flere situasjoner ser vi at samarbeidet på elevbordene fører til diskusjon rundt løsningene som kommer fram og til at flere elever får muligheten til å se sammenhenger. Læreren stiller spørsmål som oppfordrer elevene til å tenke sammen. I de to undervisningstimene observerte vi at elevene fikk engasjere seg, utforske, forklare og utvide tenkningen sin. Dette er deler av utforskingssyklusen, som er et av kjennetegnene ved IBL gjennom elevaspektet. Det er derimot vanskelig å se om utforskingssyklusen er fullstendig i denne timen, da det er utydelig hvor mye de får til å utvide og evaluere løsningsforslagene sine i denne undervisningstimen. Læreren stiller flere spørsmål for å få elevene til å utvide tankegangen sin og resonnerer mer rundt hvorfor svaret de har fått er riktig.

Elevene hadde tilgang på ulike hjelpemidler, som store A3-ark, tegnesaker, kladdeark og linjal. Dette benytter de i arbeidet på elevbordene for å presentere løsningene sine. Å ha tilgang til hjelpemidler plasseres under aspektet *læringsmiljø* i Figur 1 (s. 15). Det er også en situasjon fra oppstarten av timen vi plasserer under aspektet *læringsmiljø*. Læreren spør elevene om de vet hva en åpen oppgave er, og introduserer begrepet for elevene. Det er ikke alle elevene i de to gruppene som vet hva en åpen oppgave er, dermed blir det en samtale mellom læreren og elevene om hva som ligger i begrepet. Det kommer fram at en åpen oppgave kan ha flere godkjente løsninger. Denne samtalen gir grunnlaget for at gruppen kan arbeide på en utforskende måte, da de blir klar over at det ikke bare er ett riktig svar på oppgaven som gis. Under vises et utdrag fra samtalen om åpen oppgave:

Lærer: Vi skal ha om noe som heter åpen oppgave. Har dere jobbet noe med åpen oppgave før? Noen som vet hva det er? Hva tror dere det er når oppgaven er åpen?

Nils: At vi skal samarbeide.

Lærer: At dere skal samarbeide ja, mhm. Men når oppgaven er åpen, hva er det motsatte av å være åpen? Hva er det da?

Nina: Lukka.

Lærer: Lukka ja. Men når den er åpen, hva tenker dere om svar og sånne ting da?

Det er dialogisk arbeid i begge undervisningstimene, som blant vises igjen i samtalen om hva en åpen oppgave er. Læreren presenterer ikke alt innholdet, men hun stiller spørsmål til gruppen. Denne helklassesamtalen domineres av kommunikasjon mellom

lærer og enkeltelever, mens elevene i mindre grad kommuniserer direkte med hverandre.

Kjennetegn ved IBL gjennom aspektet *klasseromskulturen* kommer til syne flere ganger gjennom undervisningstimene. Å anerkjenne feil og bidrag er kjennetegn som kommer fram gjennom aspektet *klasseromskultur*. I gruppe A blir det en diskusjon rundt de ulike brøkene elevbordene foreslår, og hvilke som stemmer overens med hverandre mot slutten av presentasjonsdelen. Læreren viser at dette er noe som kan være fint å diskutere, som de skal ta opp igjen ved en senere anledning. Det kan tyde på at alle bidrag verdsettes i dette klasserommet, selv om det kan være misoppfatninger og at man på den måten skaper rom for at alle i gruppa kan delta i diskusjoner. Et annet eksempel fremkommer når læreren legger opp til denne diskusjonen om hva en hel er innenfor brøk:

Lærer: Hva hvis vi skal skrive det som ett tall da. Bare ett tall. Hva er en hel da?

Nils: 100/100?

Lærer: Det kan være 100 ja, men bare ett tall.

Læreren anerkjenner at 100/100 er det samme som en hel, men ønsker likevel å få fram at det er noe annet hun vil elevene skal komme fram til med dette spørsmålet. Her viser læreren at hun er der for å støtte og veilede, heller enn å bare fortelle det rette svaret til elevene med en gang. Læreren anerkjenner feil og bidrag både i helklassesamtalen og på elevbordene. På elevbordene jobber de stort sett selvstendig og gjennom samtale innad i gruppen sin. Når læreren kommer bort styres samtalen av læreren ved spørsmålsstilling. Dersom elevsvar ikke tilfredsstillende oppgaven spør om, stiller læreren oppfølgings spørsmål for å bygge videre på disse bidragene.

Ønsket utbytte er et aspekt vi ikke ser gjennom disse to undervisningstimene. Om elevene utvikler for eksempel et utforskende sinn, er noe vi antar kan skje dersom de får drive med utforskende arbeidsmåter over en lengre periode.

4.2 Normer

4.2.1. Sosiomatematiske normer

Kriterium elevene må følge i oppgaven de skal løse er at de må finne to ulike måter å løse den på. Disse løsningene skal presenteres på en plakat, der kravet er at de skal kunne forklare hvordan de har gjort det til resten av gruppen. I tillegg skal de kunne begrunne hvorfor en av løsningene er favoritten. Underveis i presentasjonene ser vi at læreren stiller flere spørsmål for å få elevene til å oppfylle dette kravet:

Lærer: Hva var det som var favorittløsninga deres?

Pushpa: 4/96 er favoritten vår.

Lærer: Hvorfor er det favoritten deres?

Pushpa: Den var vanskeligst.

Marvin: Den var vanskeligst å løse, derfor var den morsom.

Lærer: Dere har jo kommet fram til brøken 2/48 og 4/96. Har dere noe dere vil si om de brøkene da?

Læreren ønsker at elevene skal gi en begrunnelse for hvorfor de har valgt en løsning som sin favoritt og reflektere rundt brøkene de har endt opp med. Elevenes begrunnelse for valg av favorittløsning baserer seg på personlige preferanser, heller en tilstrekkelig

matematisk forklaring. Det kan virke som læreren skjønner at de ikke vil gi en matematisk begrunnelse på hvorfor dette er favorittløsningen, og går dermed videre til å fokusere på brøkene de har endt opp med.

Et annet eksempel ser vi i gruppe A under helklassesamtalen, der læreren forteller om krav til svar på oppgaven:

Lærer: Dere kan ikke kaste ut ting, men dere må forklare det. (...) Skjønner dere hva dere skal gjøre når dere løser oppgaven? Så skal dere bruke brøkord eller brøkuttrykk, og så skal dere forklare alt dere gjør.

Elevene kan ikke bare gi et svar, men de må forklare hvorfor de mener løsningen deres er rett. Dette er noe elevene sier seg enig i for at svaret skal aksepteres i deres klasseromsdiskurs.

4.2.2 Klasserommets sosiale normer

I dette klasserommet gjenkjenner vi det som kan være eksisterende sosiale normer. Når læreren styrer helklassesamtalen ser vi at elevene rekker opp hånda når de ønsker å si noe. Dette antyder at en sosial norm i gruppene er at alle må rekke opp hånden for å få ordet. Før elevbordene presenterer sine løsninger, snakker læreren og elevene sammen om hvordan de skal være et godt publikum. Samtalen gjør at elevene får muligheten til å bidra med hvilke regler som gjelder når de skal presentere for resten av gruppen. Disse reglene kan være allerede etablerte normer. Følgende utsagn fra helklassesamtalen viser hvordan elevene skal opptre som publikum:

Lærer: Før vi starter å presentere vil jeg bare vite hvordan man er som publikum. Hvordan er man som publikum når noen presenterer? Emmet.

Emmet: Følger med.

Lærer: Du følger med. Andre ting? Andre ting enn at du følger med?

Sofie: Ikke snakke med andre.

Lærer: Ikke snakke med andre. Olava.

Olava: Vi skal høre på det de sier.

Læreren forventer også at de andre elevene i gruppen gir tilbakemelding til gruppa som har presentert. Under presentasjonene bekrefter elevene overfor hverandre at de synes arbeidet deres var bra. Det kan derfor være en sosial norm i dette klasserommet at de skal gi hverandre ros for arbeidet som er gjort. I tillegg er det kort applaus etter at hvert elevbord har stått framfor gruppen.

Klasserommets sosiale normer kommer også fram under arbeidet på elevbordene. Det er forventet at alle skal bidra, slik at de kan få presentert to ulike løsninger for resten av gruppen. Læreren tar her tak i en situasjon der hun ser at en gutt på det ene elevbordet melder seg ut av arbeidet:

Lærer: Synes du at du har fokus på det som er arbeidsoppgaven denne timen her nå?

Nils: Nei, egentlig ikke.

Lærer: Nei, hva tenker du selv da? Skal du gjøre det, eller skal hun sitte og jobbe, eller hva tenker dere nå?

Nils: Nei, jeg vet ikke. Det føles ut som hun deler plakaten med seg selv.

Lærer: Ja, men har du engasjert deg oppi det? Nei.

Læreren bidrar til at den antatte sosiale normen i gruppen om at alle skal bidra i gruppearbeidet opprettholdes ved dette elevbordet. Når arbeidet på elevbordene nærmer seg slutten er det flere elever som mister konsentrasjonen. Læreren gir en felles beskjed om at de kan velge hva som skal være fokuset de siste 18 minuttene. Det er flere av elevene som klager over at de ikke får til å komme med en løsning nummer to. Læreren forteller at de må endre fokus til at dette er noe de skal få til, i stedet for å være negative til oppgaven. Dette oppfattes som en sosial norm i klasserommet som handler om hvordan det forventes at elevene skal oppføre seg og hvilken holdning som er akseptabel når de arbeider på elevbordene. Læreren er gjennom hele undervisningstimen opptatt av at alle skal bidra.

4.3 Kommunikasjon i helklassesamtaler: TMSSR-rammeverk

Vi analyserer utsagn fra datamaterialet fra helklassesamtalene og kategoriserer lærergrepene som fremkommer ut fra TMSSR-rammeverket. Utsagn som er plassert under de ulike kategoriene er lagt ved i vedlegg 1 og 3, men eksempler trekkes fram gjennom analysen. For å gi et helhetlig blikk på fordelingen av lærergrep lager vi kvantitative tabeller for muntlig kommunikasjon og gester, samt separate tabeller for de to gruppene vi ser på. Tabellene får hver sin farge basert på hvilken gruppe det er slik at det er mer oversiktlig og leservennlig. Gruppe A er blå, mens gruppe B er oransje. Tabell 1 og 2 viser antall lærergrep vi plasserer i TMSSR-rammeverket som kommer fram i oppstarten, presentasjonsdelen og oppsummeringen for gruppe A og B:

Tabell 1: Antall utsagn fra gruppe A plassert i TMSSR-rammeverk

Kategori	Lavt potensial	Høyt potensial	Total
Få fram elevens resonnering	23	3	26
Respondere på elevens resonnering	45	2	47
Fremme elevens resonnering	16	5	21
Utvide elevens resonnering	5	9	14
<i>Total</i>	89	29	118

Tabell 2: Antall utsagn fra gruppe B plassert i TMSSR-rammeverk

Kategori	Lavt potensial	Høyt potensial	Total
Få fram elevens resonnering	26	2	28
Respondere på elevens resonnering	34	0	34
Fremme elevens resonnering	16	5	21
Utvide elevens resonnering	2	3	5
<i>Total</i>	78	10	88

4.3.1 De store linjene i TMSSR-tabellene

I tabell 1 og 2 ser vi på rammeverket til Ellis et al. (2019). For å kunne plassere utsagn under lærergrep av lavt potensial og høyt potensial ser vi bort fra at rammeverket i utgangspunktet blir sett på som et kontinuum fra lavt til høyt potensiale. I tabellene vi har laget fremkommer disse som dikotomier, enten lavt eller høyt. Vi plasserer alle lærergrep i den enden vi mener det passer best, selv om det i noen tilfeller kan være utfordrende. I gruppe A er det 118 lærergrep som fordeles, der 89 lærergrep er av lavt potensial og 29 av høyt potensial. I gruppe B er det 88 lærergrep som fordeles, der 78 lærergrep er av lavt potensial og 10 av høyt potensial. I begge gruppene er det flere lærergrep i kategoriene med lavt potensial enn med høyt potensial.

4.3.2 Få fram elevens resonnering

I gruppe B er det kun to utsagn som plasseres i kategorien «få fram elevens resonnering» med høyt potensiale. Gruppe A har tre utsagn plassert i denne kategorien. I kategorien «få fram elevens resonnering» er det imidlertid flere utsagn som plasseres under læregrep av lavt potensial. Vi har plassert flere utsagn under «få fram svar» og «få fram fakta eller prosedyrer». Spørsmålene læreren stiller i gruppe B ligner de som blir stilt i gruppe A. Det er direkte spørsmål knyttet til det læreren ønsker å få svar på, som ikke inviterer til noe mer utforsking. Et læregrep vi ser mer av i gruppe B er å «etterspørre avklaring». Det er flere ganger læreren får en forklaring fra elevene, men som ikke er fullstendig eller at de ikke har nevnt alt i presentasjonen. Hun følger opp med spørsmål for å avklare hva som er ment og om det er noe mer de skal få vist fram for hele gruppa. Et eksempel på dette er:

Lærer: Så hadde dere en løsning til også, hadde dere ikke det?

I begge gruppene styrer læreren samtalen og stiller spørsmål. Elevene bidrar ved å svare på spørsmål fra læreren, men det er lite spørsmålsstilling fra elev til lærer. Selv om det er variasjon i hvilke læregrep som brukes, er det en tendens som viser at flere spørsmål blir stilt for å få konkrete svar. Det kan virke som hensikten med spørsmålene er å få fram det elevene har gjort i arbeidet på elevbordene. Følgende viser et eksempel fra gruppe A:

Lærer: Hva holder vi på med i matten nå? Hvilke emne holder vi på med nå?

Utsagnet viser et spørsmål læreren stiller som vi plasserer i læregrepet «få fram svar». Lignende spørsmål ser vi også igjen i presentasjonsdelen, som kan være fordi elevene ikke sier så mye før læreren stiller direkte spørsmål knyttet til arbeidet på plakaten. Flere ganger stiller hun spørsmål som kan plasseres i læregrepet «få fram fakta og prosedyrer», for eksempel hva en brøk består av og forslag til brøker. Når elevene svarer på spørsmålene viser de kjennskap til flere egenskaper ved brøk, men de forklarer ikke mer rundt det. Læreren stiller videre spørsmål for å finne ut mer om hva elevene kan om egenskapene ved brøk. Et eksempel på dette er fra gruppe A:

Lærer: Er det noen andre som husker hva brøkstreken betyr? For den er jo faktisk en av våre regnearter den.

4.3.3 Respondere på elevens resonnering

Flertallet av læregrep vi ser, kan analyseres som læregrep fra kategorien «respondere på elevens resonnering» med lavt potensial. Dette gjelder både i gruppe A og B. I gruppe A er det 28 utsagn plassert i underkategorien «gjenta elevens utsagn», mens gruppe B har 15 utsagn her. I underkategorien «validere korrekt svar» er det plassert 13 utsagn i gruppe A og 19 utsagn i gruppe B. I tillegg er noen utsagn plassert under læregrepet «rette elevens feil». Når elevene svarer er det flere ganger læreren repeterer nøyaktig det elevene sier eller gjør små endringer på det. Læreren validerer ofte svarene i dialogen med elevene og bruker ord som for eksempel «kjempebra». Flere ganger gjentar læreren elevenes utsagn og validerer korrekt svar samtidig. Følgende er et eksempel på dette fra gruppe A:

Estraya: Alle sammen jobber sammen.

Lærer: Det at alle sammen jobber sammen ja, kjempebra. Det er et av målene i dag. Hva med at oppgaven er åpen da?

I gruppe B er dette en kategori som ikke har noen utsagn plassert i lærergrep med høyt potensiale. I gruppe A tar derimot læreren i bruk to lærergrep med høyt potensiale. Disse to er plassert i underkategorien «representere på et annet vis». Det kan virke som læreren prøver å få fram hvilke strategier de kan ta i bruk når de regner med brøk. I dette tilfellet stiller hun ikke spørsmål, men påpeker at de kan addere og subtrahere. Elevene resonnerer seg dermed ikke fram til disse måtene å representere på selv.

4.3.4 Fremme elevens resonnering

I kategorien «fremme elevens resonnering» finner vi like mange utsagn i gruppe A og gruppe B. Fordelingen av utsagnene er også likt fordelt, med 16 utsagn i lærergrep med lavt potensiale og fem utsagn i lærergrep med høyt potensiale. Ser vi på alle utsagn som er av høyt potensiale i gruppe B, er det plassert flest i denne kategorien. Følgende viser et utsagn fra gruppe A, som er plassert i underkategorien «bryte ned oppgaven»:

Lærer: Det har noe med oppgaven å gjøre. Det har noe med svaret å gjøre. Det har med svaret på oppgaven å gjøre.. når den er åpen.

Det ser ut som læreren prøver å få elevene til å svare rett ved å bryte ned oppgaven i mindre deler. Dette er et lærergrep med lavt potensiale. Elevene bruker tid på å svare på spørsmålet om hva en åpen oppgave er, som gjør at læreren bryter ned spørsmålet sitt flere ganger. Spørsmålene stilles på en måte som gir elevene en klar retning for svaret. Flere av lærergrepene som tas i bruk i denne kategorien kan plasseres i underkategorien «stille ledende spørsmål», som er av lavt potensiale. Ofte stiller læreren flere spørsmål etter hverandre, uten at elevene får muligheten til å svare mellom.

Flere lærergrep av lavt potensiale som vi ser i kategorien «fremme elevens resonnering» er «rette elevers oppmerksomhet», «gi generell informasjon», «fortelle hvordan noe skal gjøres» og «oppsummere en oppgave/idé». Lærergrep med høyt potensiale som kommer fram fra denne kategorien er «oppmuntre til flere løsningsstrategier», «bygge videre på elevers bidrag» og «presentere en begrepsmessig forklaring». Denne kategorien kommer stort sett fram når læreren skal presentere noe nytt og ønsker at elevene skal være med på tankegangen før hun sier hva det er. Følgende viser et utsagn fra gruppe B, som er plassert i underkategorien «bygge videre på elevers bidrag»:

Lærer: Vi tar en hel først. Har du noen eksempel på brøk som betyr hel?

Her sier en elev først at når vi snakker om brøk er det noe som heter en hel, eller en kvart. Læreren bygger videre på dette ved at hun ønsker at eleven skal foreslå hvilke brøker vi kan kalle en hel. Samtalen fortsetter videre med at flere elever kommer med forslag til ulike brøker, mens læreren fortsetter å bygge videre på de bidragene som kommer.

4.3.5 Utvide elevens resonnering

I begge gruppene er «utvide elevens resonnering» den eneste kategorien der det er plassert flere utsagn under lærergrep med høyt potensial enn med lavt potensial. Læreren bruker dette grepet oftest når hun prøver å få elever til å reflektere, resonnere og argumentere mer rundt det de har svart. Få utsagn her kan komme av at læreren hovedsakelig har satt av tid til utforskning på elevbordene. I oppstarten av timen er det fokus på den informasjonen og kunnskapen som trengs for å løse oppgaven. I forberedelsen til arbeidet på elevbord stiller læreren noen spørsmål for å poengtere at i det videre arbeidet må de kunne begrunne og argumentere for hvordan de har valgt å løse oppgaven. Flere av spørsmålene hun stiller som plasseres i den «utvidende» kategorien starter med ordene «hvorfor» og «hva». I gruppe A er det fem utsagn under

lærergrep med lavt potensial og ni utsagn med høyt potensial. Lærergrepene med lavt potensiale er «oppmuntre til evaluering» og «etterspørre nøyaktighet». De med høyt potensiale er «oppmuntre til refleksjon», «oppmuntre til resonnering» og «etterspørre argumentasjon». Følgende presenteres et utsagn fra gruppe A, som vi plasserer i lærergrepet «etterspørre argumentasjon»:

Lærer: Hvorfor er det 15? Forklar meg hvorfor tre ganger fem er 15.

I gruppe B er det også få utsagn under lærergrepet «utvide elevens resonnering», med to av lavt potensial og tre av høyt potensial. Lærergrepene med lavt potensiale er de samme som hos gruppe A, «oppmuntre til evaluering» og «etterspørre nøyaktighet». Læreren tar i bruk disse lærergrepene for å blant annet få med resten av gruppa når en elev har kommet med et løsningsforslag. Når hun bruker lærergrepet «etterspørre nøyaktighet», er det for å få det ene elevbordet til å presisere akkurat hva det er de har funnet ut. Lærergrepene med høyt potensial som tas i bruk i gruppe B er «oppmuntre til refleksjon» og «etterspørre argumentasjon». Det er ikke alle gruppene som tilfredsstillende en akseptabel matematisk begrunnelse for løsningsforslaget sitt. Læreren stiller derfor «hvorfor»-spørsmål, for å få de til å reflektere og argumentere.

4.4 Kommunikasjon i helklassesamtaler: fire prinsipper for matematisk samtale

I tabell 3 presenterer vi de fire prinsippene for matematisk samtale som kommer til syne i gruppe A og B. Vi ser av tabellen at det er noe variasjon i hvilke prinsipper vi observerer oftest, samt at det er en forskjell mellom de to gruppene. Prinsipp 2 er analysert flest ganger i begge gruppene.

Tabell 3: Antall utsagn fra gruppe A og B plassert under de fire prinsippene for matematisk samtale

Prinsipp	Gruppe A	Gruppe B
1) Diskusjonen bør oppnå et matematisk mål.	1	1
2) Elevene må få vite hva og hvordan de skal dele ideene sine.	8	4
3) Lærerne må orientere elevene mot hverandre og mot de matematiske ideene.	0	2
4) Læreren må få fram at alle elevene er med på å skape forståelse, og at alle deres innspill er verdifulle.	3	1

4.4.1 Prinsipp 1

Ettersom det er overordna prinsipper Kazemi & Hintz (2019) presenterer, opplever vi at det er utfordrende å plassere enkeltutsagn inn i de ulike kategoriene. I både gruppe A og B er det bare ett utsagn som er plassert i prinsipp 1, likevel er det mulig å argumentere for at læreren tar i bruk muntlige kommunikasjonsier underveis som kan vise til dette prinsippet. For eksempel er det ett utsagn fra gruppe A vi har plassert her:

Lærer: Hva holder vi på med i matten nå? Hvilket emne holder vi på med?

Sofie.

Sofie: Brøk.

Lærer: Brøk. Tror dere at vi ønsker at dere skal bruke noe brøk i oppgaven deres i dag?

I dette dialogutdraget ønsker læreren å få fram hva som er det matematiske temaet og målet for timen. Samtale om det matematiske temaet er det samme eksempelet vi har funnet i gruppe B. Det er ikke et matematisk mål som oppnås, som viser at det vil være vanskelig å plassere ett spesifikt utsagn eller dialogutdrag inn i hvert enkelt prinsipp. Læreren poengterer at det som skal være målet for denne timen er å bruke brøk for å løse en oppgave, som gjør at vi velger å plassere den i prinsipp 1. Det at læreren prøver å få fram hva de har arbeidet med tidligere og hva som skal skje i denne timen, viser at gjennom hele arbeidet i timen skal det diskuteres og jobbes for å nå nettopp dette matematiske målet.

4.4.2 Prinsipp 2

Ut fra tabell 3 (s. 42) ser vi at det er flest utsagn som passer under prinsipp 2 i begge gruppene. Det er åtte utsagn fra gruppe A og fire utsagn fra gruppe B. Mange av utsagnene vi har plassert under prinsipp 2, er de samme som ble plassert under sosiomatematiske normer. Følgende vises et dialogutdrag der prinsipp 2 kommer fram:

Lærer: Kjempebra. Etterpå kommer jeg og legger den her på pulten deres og så skal jeg lese opp oppgaven. Og så skal vi ikke diskutere noe svar nå, for det skal dere gjøre i grupper etterpå. Da skal jeg forklare hva dere skal gjøre for å finne løsningen på oppgaven. Vi har bestemt at det er en klasse. I den klassen er det 24 elever. Elevene skal arrangere en klassefest, og så skal det serveres pizza. Så det er seks foreldre som har bakt hver sin rektangulære pizza. I all verden, hva er en rektangulær pizza? Hvordan ser den ut? Selma?

*Selma: *lager firkant med henda**

*Lærer: Sånn gjør hun Selma *lager en firkant med henda*. Kan du forklare mer enn sånn *tegner firkant med hånda*. Det er helt rett det du tegner. Hva kjennetegner en..*

Selma: En firkant.

Elevene får vite hvordan de skal dele ideene sine, som er det andre prinsippet ved samtaletrekket Kazemi & Hintz (2019) presenterer. Her fremmer læreren elevenes resonnering både ved å rette elevens oppmerksomhet og ved å fortelle hvordan noe skal gjøres, som er to lærergrep i TMSSR-rammeverket.

4.4.3 Prinsipp 3

I gruppe A er prinsipp 3 det eneste prinsippet uten noen utsagn. Under det samme prinsippet er det to utsagn i gruppe B. Følgende viser ett av disse utsagnene:

Lærer: Er det noen som har noe annet enn det Anna sier, som ikke bare går opp i 10?

Her ønsker læreren at elevene skal ta utgangspunkt i det Anna sier, og komme med flere forslag til brøker som kan representere en hel. Hun retter derfor elevene mot hverandre, og mot den matematiske ideen det drøftes rundt. Samtalestrukturen i begge gruppene går i hovedsak ut på at læreren styrer hvilken retning samtalen skal gå. Det er sjeldent at elevene utfordrer hverandre eller bygger på hverandres innspill. Fra tabell 4 (s.44) som presenteres i neste delkapittel ser vi at læreren ikke benytter seg av samtaletrekkene «snu og snakk» og «repetere». Begge disse er samtaletrekk som kunne blitt brukt for å orientere elevene mot hverandre.

4.4.4 Prinsipp 4

Under prinsipp 4 plasserer vi tre utsagn fra gruppe A og ett utsagn fra gruppe B. Et eksempel fra gruppe A er når en av gruppene som presenterer har feil svar:

*Lærer: Det har jeg sagt til dere tusen ganger. Poenget for meg er ikke at alle sammen får riktig svar, men at tankegangen, prosessen *mumling*. Det her kan vi ta med oss. Den plakaten der skal vi bruke i matteundervisningen senere. For dere har ikke gjort det feil skjønner dere. Dere har bare presentert svaret feil. Eller feil da. Vi skal se på at det ikke blir en kvart.*

Læreren understreker at det elevene har svart kan tas opp igjen i senere undervisning for å skape forståelse, selv om svaret de endte opp med ikke var korrekt. Elevbordet som presenterer dette har tidligere vist læreren at de har rett svar, men at svaret de ender opp med ikke stemmer overens med dette.

4.5 Kommunikasjon i helklassesamtaler: Samtaletrekk

Vi ser på hvilke samtaletrekk som kommer fram med bakgrunn i rammeverket til Chapin et al. (2009) og Kazemi & Hintz (2019). I tabell 4 presenteres hvilke samtaletrekk vi ser i oppstarten, presentasjonsdelen og oppsummeringen for gruppe A og B.

Tabell 4: Antall utsagn fra gruppe A og B som er plassert under ulike samtaletrekk

Samtaletrekk	Gruppe A	Gruppe B
Gjenta «Så du sier at»	0	0
Repetere «Kan du gjenta hva han/hun sa med dine egne ord?»	0	0
Resonnere «Er du enig eller ikke, og hvorfor?» «Hvorfor virker det riktig?»	8	5
Tilføye «Vil noen legge til noe her?»	5	1
Tenketid «Ta den tiden du trenger»	0	0
Snu og snakk «Snu og snakk med læringspartneren din»	0	0
Endre «Har noen endret måten du tenkte på?» «Vil du endre måten du tenkte på?»	0	0

Tabell 4 viser at de eneste samtaletrekkene som kommer til syne i undervisningstimene er «resonnere» og «tilføye». Det er flest utsagn plassert i samtaletrekket «resonnere», med åtte i gruppe A og fem i gruppe B. Samtaletrekket «tilføye» finner vi fem av i gruppe A og ett i gruppe B. Følgende utsagn viser samtaletrekket «tilføye» i gruppe A:

Lærer: Andre ting som har med brøk å gjøre som dere har lært?

Her etterspør læreren elevens kunnskap om brøk. Det er allerede noen elever som har delt sin kunnskap, men læreren er ute etter å få flere elever med i samtalen. Følgende er et eksempel fra kategorien «resonnere» i gruppe B:

Lærer: Du ga meg bare svaret nå, men hvorfor blir det det?

I dette utsagnet søker læreren resonnering rundt hvordan de har løst oppgaven heller enn det konkrete svaret. Dette er en liten del av en større tilbakemelding læreren kom med til en elev. Læreren har bedt elevene om å fortelle hvorfor 4×5 er 20. En elev svarer at det blir 20, og at det derfor bare er sånn. Læreren stiller oppfølgingsspørsmål for å presisere at et gyldig svar i denne oppgaven må inneholde en forklaring på hvorfor det blir sånn.

4.6 Kommunikasjon i helklassesamtaler: Gester

Vi ser på lærerens gester i oppstarten av timen og under oppsummeringa av timen, samt elevenes gester under presentasjon av arbeidet fra elevbordene. Vi ser ikke på gester under arbeidet på elevbordene. Kategoriene vi analyserer gestene ut fra er ikoniske, metaforiske, deiktisk og bankende.

Tabell 5 (s. 46) viser elevenes gester mens tabell 6 (s. 46) viser lærerens gester. Det er i oppstarten og oppsummeringen av timen vi ser på lærerens gester, mens det er i presentasjonsdelen vi ser på elevenes gester.

I gruppe A observerer vi 54 gester til sammen fra læreren og elevene. De er fordelt slik at det er åtte gester som er ikoniske, åtte gester som er metaforiske, 37 gester som er deiktisk og ett som er bankende. Over halvparten plasseres under deiktisk. Det er også flest deiktiske gester i gruppe B, men der er det under halvparten av alle gestene. De fleste deiktiske gestene kommer fram under presentasjonsdelen, i begge gruppene, ved at elevene peker på representasjoner og utregninger de har på plakaten. For eksempel peker elevene på plakaten samtidig som de snakker når læreren spør hvilken av løsningene som var favoritten deres. Et annet eksempel der deiktiske gester vi ser er når elevene og læreren peker på den som får ordet.

I gruppe B er det 43 gester til sammen som er fordelt slik at det er ti gester under ikonisk, tolv under metaforisk, 19 under deiktisk og to under bankende. Vi observerer færre gester i gruppe B sammenlignet med gruppe A. Selv om det er færre gester observert i gruppe B, er det flere ikoniske og metaforiske gester som observeres her sammenlignet med gruppe A. Et eksempel på en ikonisk gest er når læreren rister på hodet samtidig som hun sier «dere vet ikke enda». Et eksempel på en metaforisk gest som er observert, er når læreren stiller hendene sammen slik at utsiden av hendene er vendt mot elevene og lillefingrene er inntil hverandre. Denne gesten tas i bruk når hun beskriver en lukka oppgave.

Læreren har noe mer variert bruk av gester, mens elevene i hovedsak bruker deiktiske gester for å peke på løsningene sine på plakaten. I begge gruppene er det færrest bankende gester. Vi observerer én i gruppe A og to i gruppe B. Et eksempel vi har observert i gruppe A er når en elev peker på løsningen som ble feil, samtidig som hun forteller det og slår hardt flere ganger med fingrene på plakaten for å tydeliggjøre det.

Tabell 5: Kategorisering av elevenes gester fra gruppe A og B.

	Ikonisk	Metaforisk	Deiktisk	Bankende	SUM
Gruppe A	0	3	25	1	29
Gruppe B	1	1	11	1	14
SUM	1	4	36	2	43

Tabell 6: Kategorisering av lærerens gester fra gruppe A og B.

	Ikonisk	Metaforisk	Deiktisk	Bankende	SUM
Gruppe A	8	5	12	0	25
Gruppe B	9	11	8	1	29
SUM	17	16	20	1	54

I ett tilfelle har gestene påvirket plasseringen av utsagn i kategoriene for ulike lærergrep. Under vises eksempelet som er fra gruppe B:

Lærer: Ja, kan du si noe, kan du gi meg noen eksempel på rektangulært da?
Willy: Det arket du holder.

Dette utsagnet kunne blitt plassert i underkategorien «få fram svar», som er et lærergrep med lavt potensiale i kategorien «få fram elevenes resonnering». I stedet plasserer vi det under «fremme elevens resonnering», i underkategorien «stille ledende spørsmål» med lavt potensial. Grunnen til dette er at samtidig som læreren stiller elevene spørsmål, rister hun på det rektangulære arket hun holder i hånda. Det gjør at elevene får et ekstra hint til hva læreren ønsker å komme fram til. I gruppe B ser vi at de klarer å svare på dette spørsmålet, nettopp fordi læreren holder fram arket og rister i det.

4.7 Analyse av elevbord med TMSSR-rammeverket

Vi presenterer analysen fra ett elevbord i hver av gruppene. Selv om elevene jobber mye selvstendig legger vi vekt på lærergrepene som kommer frem når læreren er ved elevbordene, fordi studien har et lærerfokus.

4.7.1 Elevbord - Gruppe A

Elevene har fått beskjed om at de skal samarbeide på elevbordene for å komme fram til to løsninger. Løsningene skal skrives på en plakat og deretter presenteres for resten av gruppa. Vi retter nå blikket mot ett av elevbordene i gruppe A som ble filmet. Elevene på dette elevbordet er effektive når de arbeider selvstendig og kommer raskt fram til en løsning på oppgaven. Løsning nummer to strever de mer med, men de jobber fram og tilbake med flere forslag. Til slutt lander de på at løsning nummer to er 4/96, men dette får de ikke helt til å forklare med ord. Når de to løsningene er funnet blir de mer opptatt av hvordan pizzaene skal se ut på plakaten enn å skrive ned forklaringen og brøken til løsningen. Læreren kommer bort til elevbordet for å høre hva de har kommet fram til.

Lærer: Er dette ene løsningen deres?
Estraya: Ja, men jeg orket ikke å tegne.
Lærer: Men hvor er svaret på denne?

I begge utsagnene stiller hun spørsmål for å få fram svar, som er i kategorien «få fram elevens resonnering». Det er et lærergrep med lavt potensiale, men som hun tar i bruk

for å få fram et konkret svar om hva den ene løsningen deres er. Dette er et lærergrep som ofte blir brukt i det læreren kommer til elevbordet. Elevene svarer kort, som gjør at samtalen fortsetter med at det stilles spørsmål for å etterspørre avklaring, nøyaktighet eller forklaring. Lærergrepene «å etterspørre avklaring» og «å etterspørre forklaring» er i kategorien «få fram elevens resonnering», mens «å etterspørre nøyaktighet» finner vi i kategorien «utvide elevens resonnering». Når læreren spør etter avklaring og nøyaktighet brukes lærergrep med lavt potensiale for å støtte elevenes matematiske resonnering. I de situasjonene læreren etterspør forklaring er hun på høyt potensiale for å støtte resonneringen. Etter hvert som læreren begynner å få fram svar fra elevene, ønsker hun at det skal bli mer tydelig hva de tenker om det svaret de har fått og hvordan de skal framstille det. Følgende dialog viser at læreren må stille flere spørsmål for å få klarhet i hva gruppen faktisk har svart på oppgaven:

Lærer: Så svaret er 48 da, de får 48 biter hver?

Estraya: Nei, to biter hver.

Lærer: Hvordan kan dere skrive det som en brøk da?

På plakaten kommer det ikke fram hvordan elevene har tenkt, og det er utydelig hvordan de har skrevet svaret. Læreren stiller ledende spørsmål for å klargjøre dette. Dette er lærergrep innenfor kategorien «fremme elevens resonnering», som er av lavt potensiale. Videre i arbeidet påpeker læreren til elevene at de må representere svaret sitt i brøk, i tillegg til en muntlig forklaring på hvorfor løsningen deres fungerer. Læreren ønsker dermed at de skal representere svaret på et annet vis, som er et lærergrep i kategorien «respondere på elevens resonnering». I denne kategorien finner vi også lærergrepet «å validere et korrekt svar», som vi ser læreren gjør flere ganger når elevene er inne på rett spor. Å få elevene til å representere svaret på en annen måte er et lærergrep med høyt potensiale, mens det å validere et korrekt svar er av lavt potensiale for å støtte resonneringen.

Selv om dette elevbordet har kommet fram til to likeverdige brøker og at elevene får like mye pizza til tross for ulik størrelse på pizzastykkene, prøver læreren å få fram mer enn bare svaret. I dialogen under ønsker læreren at eleven skal forklare hvorfor han kan påstå at elevene får like mye pizza:

Marvin: Man får ikke mer pizza selv om man deler opp i flere stykker.

Lærer: Nei, fordi at?

Marvin: Fordi at pizzaen blir ikke større.

Lærer: Nei, hva gjør man når man deler opp i flere stykker?

Her stiller læreren først et spørsmål for å få fram forståelse, noe som er et lærergrep med høyt potensiale for å støtte elevens resonnering. Det andre spørsmålet er i underkategorien «undersøke elevens forståelse», som er et lærergrep med lavt potensiale. Begge disse utsagnene er lærergrep i kategorien «få fram elevens resonnering». Det kan virke som at læreren stiller dette spørsmålet for å se om eleven forstår den matematiske ideen som diskuteres her om at de får like mye pizza, til tross for ulik størrelse på stykkene.

Det er flere situasjoner der læreren viser til det elevene har gjort for å få fram det de har tenkt rundt svaret sitt. Iblant snakker elevene om andre ting heller enn å svare på det læreren spør om. Et eksempel er når læreren stiller et spørsmål for å få elevene inn på tankegangen de hadde da hun var hos dem tidligere. Elevene fortsetter likevel å diskutere hvilken løsning som er favoritten deres. Læreren viser at hun tilbyr elevene

veiledning og ønsker å bygge videre på svarene de allerede har gitt for å få dem til å skrive løsningsforslaget sitt som brøk. Lærergrepene «tilby veiledning» og «bygge videre på elevers bidrag» er i kategorien «fremme elevens resonnering», og av høyt potensiale.

Mot slutten av arbeidstiden begynner elevene på dette elevbordet å bli urolige. Samtalen dreier seg ikke lenger om oppgaven, men heller om hva de skal gjøre etter skolen og hva de liker å ha på pizzaen. Læreren kommer bort til gruppen for å få dem til å tenke på hvordan de skal framstille pizzaene på plakaten. Dialogutdraget nedenfor, viser at læreren ønsker mer nøyaktighet i tegningen deres av pizzaene som skal deles likt:

- 1.1 Lærer: *Synes du bitene dine er like store?*
- 1.2 Marvin: *Nei.*
- 1.3 Lærer: *Er det viktig i brøk?*
- 1.4 Marvin: *Ja.*
- 1.5 Lærer: *Hvorfor det?*
- 1.6 Estraya: *Fordi hvis ikke så blir det urettferdig delt opp.*
- 1.7 Pushpa: *Men det går ikke å ha helt like store biter.*
- 1.8 Lærer: *Går det ikke?*
- 1.9 Marvin: *De her er cirka like store.*
- 1.10 Lærer: *De er cirka like store. Holder det? Dere skal ha 4/96. Hadde du blitt fornøyd med å få den, den, den og den?*
- 1.11 Estraya: *Ja.*
- 1.12 Lærer: *Også Pushpa hadde fått den, den, den og den. Hadde du synes det var rettferdig?*
- 1.13 Marvin: *Nei.*
- 1.14 Lærer: *Hvorfor ikke da? Hvorfor hadde ikke det vært rettferdig da?*

Utsagn 1.1 er en del av en større kommentar læreren kom med, men hun avslutter med å stille et spørsmål for å etterspørre avklaring. Videre i utsagn 1.3 stiller hun et ledende spørsmål for å komme inn på temaet brøk igjen. Eleven kommer med et kort svar, så i utsagn 1.5 etterspør læreren forklaring. I utsagn 1.8 vil læreren undersøke elevens forståelse. Utsagn 1.1, 1.5 og 1.8 er lærergrep i kategorien «få fram elevens resonnering», mens utsagn 1.3 er et lærergrep i kategorien «fremme elevens resonnering». I utsagn 1.10 og 1.12 stiller læreren spørsmål for å kunne undersøke elevenes forståelse. Den matematiske ideen som diskuteres er hvorfor pizzastykkene må være like store. Dette lærergrepet er i kategorien «få fram elevens resonnering». I utsagn 1.14 etterspør læreren en forklaring på det korte svaret eleven har gitt. Denne plasseres i samme kategori som de ovenfor. Lærergrepene i denne dialogen er av både lavt og høyt potensiale for å støtte elevenes resonnering. Læreren ser ut til å få elevene inn på tankegangen om at stykkene må være like store, før lærergrep av høyt potensiale kan tas i bruk for å støtte og utvide deres resonnering.

Læreren prøver å rette elevenes oppmerksomhet mot det som gjelder brøk uten å skulle gi noen konkrete svar til dem. Fra dialogene som kommer fram på dette elevbordet ser vi at det er forståelse for at selv om de har to ulike brøker som svar, vil disse to svarene føre til at det blir like mye pizza til hver. Dette er derimot noe de ikke tydelig får ned på plakaten, som gjør at læreren i det siste dialogutdraget poengterer at det er viktig med nøyaktighet når man skal representere brøker.

4.7.2 Elevbord – Gruppe B

På lik linje med gruppe A, har gruppe B fått beskjed om at de skal samarbeide på elevbordene sine for å komme fram til to løsninger og få dette ned på en plakat. Vi ser nå på det ene elevbordet fra gruppe B, som også ble filmet. Dette elevbordets arbeid avhenger av at læreren kommer bort for å veilede og rette på det de gjør. Elevene kommer raskt til den ene løsningen på oppgaven, men bruker mye av tiden på å snakke om utenomfaglige ting som hva de gjør på fritiden og hva de liker å ha på pizzaen.

Elevene på dette elevbordet starter med å tegne direkte på plakaten de fikk utdelt. De har tidligere i plenum fått beskjed om at det er lurt å tegne på kladdemark før de går videre til plakaten de skal bruke i presentasjonen for resten av gruppen. Læreren går derfor bort og stiller ledende spørsmål rundt hva de bør gjøre, som er i kategorien «fremme elevens resonnering». Det virker som læreren stiller spørsmål for å få de til å tenke hva de mener kan være lurt. Elevene henter hver sitt kladdemark og fortsetter tegningen på disse.

Læreren kommer tilbake etter en stund for å se hvordan framdriften er. I likhet med elevbordet i gruppe A, lytter læreren på forklaringer selv om de ikke svarer rett. Følgende dialogutdrag viser hvordan hun får fram hva elevene på dette elevbordet har tenkt:

- 2.1 *Lærer: Du Mons, hvorfor tegner du bitene opp i akkurat like store biter? Hvorfor er du så nøye med det? Hvorfor gjør du det? For jeg ser at du har delt opp i akkurat like store biter her. Hvorfor gjør du det? Hvorfor er det ikke ulike størrelser på dem?*
- 2.2 *Mons: Jeg bare tegnet det.*
- 2.3 *Lærer: Nei, det var ikke bare bare, for du kunne jo ...*
- 2.4 *Mons: Jammen jeg bare tegnet det.*
- 2.5 *Lærer: Ja, men hvorfor har du passet på at de er like store?*
- 2.6 *Mons: Sånn at det skal være ...*
- 2.7 *Lærer: Sånn at det skal være?*
- 2.8 *Mons: Det er jo 10 biter, også er det 9 (noe utydelig).*
- 2.9 *Lærer: Ja*
- 2.10 *Mons: Sånn at det skal bli 9/10, og da må jo alle være helt like. Visst det skal vises at det er 9/10.*
- 2.11 *Lærer: Fantastisk! Hva kan det være lurt å bruke når man tegner, for å få det helt likt da? Det er helt rett det du sier nå. Hva kan være lurt å bruke når du skal få bitene helt helt like store? Har dere noen forslag Alma og Nils?*

I hele dialogutdraget presentert ovenfor ser vi at det i hovedsak er lærergrep av lavt potensiale som blir tatt i bruk, med unntak av det første utsagnet til læreren. I utsagn 2.1 stiller læreren spørsmål for å høre om eleven forstår det med å tegne nøyaktig ved arbeid med brøk, slik hun også måtte hos elevbordet i gruppe A. Dette er lærergrep i kategorien «få fram elevens resonnering» av høyt potensiale. I utsagn 2.3 ser vi at læreren responderer på svaret ved å gjenta deler av det eleven sier og prøver å få han til å rette opp den forklaringen han kom med. Dette er et lærergrep i kategorien «respondere på elevenes resonnering» av lavt potensiale. I utsagn 2.5 prøver læreren å undersøke elevens forståelse, som er lærergrep i kategorien «få fram elevens resonnering». Videre i utsagn 2.7 ser vi at læreren gjentar det eleven sier som et spørsmål for å etterspørre avklaring. Dette er lærergrep i kategorien «få fram elevens resonnering». I utsagn 2.11 validerer læreren det riktige svaret, som er lærergrep i

kategorien «respondere på elevens resonnering». I tillegg stiller hun et ledende spørsmål for å få dem til å se hva som må til for å tegne like store pizzastykker. Å stille ledende spørsmål er et lærergrep fra kategorien «fremme elevens resonnering».

Vi tolker det slik at læreren ønsker at elevene selv skal kunne vise forståelse ved å resonnerer seg fram til dette, men når hun ikke får utfyllende svar går hun over på lærergrep av lavt potensiale. I samtalen her tilfredsstiller ikke svaret til Mons det læreren er ute etter. Det krever at læreren stiller videre spørsmål uten å gi for mange hint, slik at det fortsatt er utforskende for eleven.

Læreren kommer tilbake til gruppen etter en liten stund og retter fokus mot elevenes pizzamodell på plakaten. Hun stiller flere spørsmål for å få det svaret hun er ute etter, som handler om nøyaktighet når de tegner på plakaten. Det indikerer at læreren er opptatt av at de skal resonnerer og forstå selv hvordan de skal løse en slik oppgave, der hovedfokuset virker å være på kjennetegn innenfor temaet brøk. Vi ser lærergrep av høyt potensiale under kategorien «utvide elevens resonnering» og «få fram elevens resonnering». Kommunikasjonen styres av at læreren stiller spørsmål til elevene. Situasjoner der spørsmål stilles andre veien er stort sett når elevene søker bekræftelse på om noe er rett eller feil. Læreren svarer da konsekvent med oppfølgingsspørsmål til disse spørsmålene elevene kommer med, for å la de utforske mer. Under vises et dialogutdrag der spørsmålene læreren stiller er med hensikt å skulle få elevene til å resonnerer seg fram til et svar i fellesskap:

Lærer: Jaha, klarer dere å lage et regnestykke med brøk for å komme fram til svaret der?

Nils: Hva med 6, nei, hva med 24 delt på 6 er lik 6.

Lærer: Ja, jeg tenkte mer sånn hvor stor andel får eleven av den.

Nils og Alma: 1.

Lærer: 1 hva for noe?

Alma: 1 pizzabit.

Lærer: 1 ...

Alma: Pizzabit.

Lærer: Ehh brøk.

Det kan virke som læreren her ønsker å få fram at elevene i tillegg til svaret de allerede har, må prøve å vise det på en annen måte. Dette er et lærergrep i kategorien «fremme elevens resonnering» av høyt potensiale. Elevene henger ikke helt med, som gjør at læreren responderer med spørsmål for å få de til å rette opp sin egen tankegang. Dette er et lærergrep med høyt potensiale innenfor kategorien «respondere på elevens resonnering». Videre etterspør læreren nøyaktighet, som er et lærergrep i kategorien «utvide elevens resonnering» med lavt potensiale. Til slutt retter hun på elevens svar, som vi ser i det siste utsagnet fra dialogutdraget. Dette er et lærergrep i kategorien «respondere på elevens resonnering» med lavt potensiale.

Mot slutten av arbeidstiden, når eleven snakker om andre ting enn oppgaven, kommer læreren bort for å påpeke at de kan vise løsningen sin på flere måter enn bare ved tegning. Elevgruppen har allerede funnet ut hvor mye pizza hver elev får, men de har kun representert dette gjennom modellen på plakaten. Som en del av utforskningen antar vi læreren vil at de skal kunne vise det på flere måter. Hun oppmuntrer til at de skal kunne vise flere løsningsstrategier, som er lærergrep i kategorien «fremme elevens resonnering» med høyt potensiale. Hos denne gruppen oppdager læreren etter hvert at de bare har én løsning på oppgaven. Læreren gir derfor elevene en liten dytt ved å

fortelle dem hvordan de skal kunne finne enda en løsning. Dette er et lærergrep i kategorien «fremme elevens resonnering» med lavt potensiale.

Læreren kommer tilbake til elevbordet etter en liten stund for å se om de har funnet enda en løsning. Hun stiller ledende spørsmål for å høre om de to guttene på gruppen har den andre løsningen. Dette er lærergrep i kategorien «fremme elevens resonnering». Elevene virker ikke helt sikre på det hun spør om, så læreren bygger på det svaret de allerede har for å oppsummere løsningen som er på plakaten til nå. Guttene på gruppen har ikke noe konkret svar å gi læreren. Hun etterspør avklaring på om det bare finnes én løsning, som er et lærergrep i kategorien «få fram elevens resonnering». Da det ikke kommer noe mer enn svaret «nei», stiller læreren spørsmål for å få fram ideer. Dette er lærergrep i kategorien «få fram elevens resonnering» med høyt potensiale.

Kapittel 5- Diskusjon

I dette kapitlet vil vi diskutere hovedfunnene fra analysen ut fra det teoretiske grunnlaget for denne studien. Vi ser nærmere på mulige årsaker og konsekvenser av disse funnene. Studiens forskningsspørsmål var:

Hvordan støtter lærerens kommunikasjon elever under utforskende arbeid i matematikk på 5. trinn?

Vi strukturerer dette kapitlet i samme rekkefølge som teori og analysekapitlet, men legger også vekt på de teoretiske rammeverkene opp mot hverandre. På den måten vil vi vise hvordan lærerens kommunikasjon bidrar til å støtte elevens utforskende arbeid. Vi diskuterer funn knyttet til kjennetegn ved IBL, sosiale og sosiomatematiske normer, prinsipper for matematisk samtale og de syv samtaletrekkene, lærergrep og gester. Analysen viser at kommunikasjonen går i ulike retninger gjennom undervisningstimen. Både den muntlige kommunikasjonen og gester inngår i det vi har observert.

5.1 Utforskende undervisning

Funnene våre samsvarer med påstanden til Sikko & Grimeland (2020) om at det ikke vil være oppnåelig å finne alle aspektene innenfor kjennetegn ved IBL i én enkelt undervisningstime. Vi identifiserer noen av kjennetegnene ved IBL i undervisningstimene, mens andre ikke kommer like tydelig fram. Selv med fokus på lærerens kommunikasjon i denne studien er samarbeidet mellom elevene noe som preger undervisningstimene. Dette er et kjennetegn ved elevaspektet. Samarbeid framheves i læreplanen ved at det legges vekt på at utforsking handler om at elever finner sammenhenger og diskuterer seg fram til felles forståelse (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Arbeid gjennom samarbeid er derfor sentralt i utforskende undervisning, som også kan påvirke hvordan læreren kommuniserer med elevene.

Maaß & Artigue (2013) peker på at en mer elevsentrert undervisning er sentralt innenfor IBL. Dette ser vi særlig i arbeidet ved elevbordene der det stilles krav til selvstendighet. Elevene arbeider i dialog med hverandre og med mindre veiledning fra læreren. Likevel kan det argumenteres for at dette ikke er en ren elevsentrert undervisningstime, da læreren bruker flere lærergrep som minimerer den utforskende delen for elevene. Sikko et al. (2012) hevder at lærere som retter fokus på algoritmer og ett enkelt svar, ikke bidrar til utforskende undervisning. Funn fra analysen vår viser at læreren vektlegger flere ulike løsninger på oppgaven, og at det ikke er svaret i seg selv som er viktig. Ser vi på handlingene til læreren sammen med elevenes rolle i en undervisning basert på IBL, er det en tydelig balansegang mellom det Bruder & Prescott (2013) presenterer som lærersentrert og elevsentrert. Denne undervisningen ligger et sted mellom disse to, som gjør at kommunikasjonsstrategiene læreren tar i bruk tilfredsstillende en IBL-basert undervisning.

5.2 Undervisningstime og oppgavetype

Ut fra hvordan Bruder & Prescott (2013) beskriver veiledet og strukturert utforsking, kan de to undervisningstimene plasseres et sted mellom disse. I tillegg følger timen den tredelte strukturen slik Stein et al. (2008) beskriver. Gjennom analysen ser vi at læreren styrer store deler av utforskingen, og at kommunikasjonen i klasserommet har tendenser til samtalerytmer som viser til det Mehan (1979) og Lampert (2001) skriver om det tradisjonelle klasserommet. I helklassesamtaler er den mer strukturert, mens i arbeidet

på elevbordene jobber elevene mer fritt samtidig som læreren veileder. Selv om elevene stort sett jobber på egenhånd ved å utforske ulike framgangsmåter for å løse oppgaven, har de ikke fullstendig frihet til å velge tema og hvordan de skal utforske. Det kan argumenteres for at dette virker begrensende for elevenes muligheter til å utforske i denne timen, blant annet med bakgrunn i at elever vil foretrekke ulike matematiske temaer.

På elevbordene som ble analysert ser vi at noen av elevene er avhengige av læreren for å kunne drive med utforsking, og at læreren derfor benytter ulike lærergrep ut fra behovet til elevene for å støtte dem i det utforskende arbeidet med brøk. Vi legger merke til at læreren kommuniserte hyppigere med elevbordene som ikke kom fram til to løsninger på egenhånd. Dette samsvarer med viktigheten av at læreren kjenner til elevenes behov og forkunnskaper, slik Bruder & Prescott (2013) poengterer. Ved at læreren kjenner til elevenes behov kan hun gi den nødvendige støtten for at de skal kunne utforske selv. Dette vil være avgjørende for at elevene skal kunne utforske, samtidig som læreren skal veilede dem. Den veiledede og strukturerte utforskningen kan gjøre at det kommer tydeligere fram for elevene hvordan de skal arbeide, og føre til en mer produktiv samtale på elevbordene. På den andre siden vil det begrense dem at tema allerede er satt, med bakgrunn i at elever er på ulikt faglig nivå innenfor ulike matematiske emner.

Edwards (2009) poengterer at brøk er et utfordrende tema for elever. Dette kan være grunnen til at læreren flere ganger må oppfordre elevene til å presentere svaret sitt som brøk eller tegne mer nøyaktig når de deler opp pizzaen. Den veiledede og strukturerte utforskningen kan bidra til at de sosiomatematiske normene blir tydeligere for elevene. I de utforskende undervisningstimene dreier dette seg om at elevene får klare retningslinjer for hvordan de skal dele ideene sine (prinsipp 2), slik at de kan klare å ha produktive samtaler i arbeidet på elevbordene (Kazemi & Hintz, 2019).

Radmehr (2023) og Maaß & Reitz-Koncebovski (2013) bruker begrepene rike og åpne oppgaver, og beskriver denne typen oppgaver som realistiske og virkelighetsnære. Denne oppgavetypen gjenkjenner vi i de utforskende undervisningstimene som undersøkes. Konteksten til oppgaven er et klassearrangement med pizza, som kan være en felles opplevelse elever deler. Det er flere elever som bruker tid på det estetiske rundt tegningen av pizza i arbeidet med den utforskende oppgaven. Selv om det å bruke tid på å tegne pepperoni på pizza kan regnes som ikke matematikkfaglig arbeid, kan det vise at konteksten for oppgaven interesserer og engasjerer elevene. Det er også flere løsninger på oppgaven ettersom den er åpen. Elevene valgte ulike løsningsmetoder, som la opp til at det ble enda mer utforsking i helklassesamtale under presentasjonsdelen og avslutningen av timen. Ser vi på oppgavetypen opp mot kjennetegn ved IBL, er dette et kjennetegn som tilfredsstilles gjennom aspektet læringsmiljø.

Kilhamn (2011) hevder at elever som er vant til å få oppgaver med bare ett riktig svar vil kunne tenke at dette er den beste typen oppgaver. I de to gruppene vi har analysert, kan det virke som elevene ikke er kjent med hva som kjennetegner en åpen oppgave fra før og dermed har en innebygd sosiomatematisk norm om hva som er en god matematikkoppgave. Dette kan igjen være en faktor som gjør at det kan være krevende for elevene å arbeide på en utforskende måte med en åpen oppgave.

5.3 Klasseromsdiskursen og normer som preger den utforskende undervisningen

I undervisningstimene presenterer læreren ulike regler hun mener skal gjelde i det utforskende arbeidet, uten at elevene selv kommer med noen forslag. Det kan stride mot Stephan (2014) sin påstand om at de sosiomatematiske normene skal avklares gjennom kommunikasjon og forhandling mellom elevene og læreren. Selv om læreren inviterer elevene til å bli med i denne diskusjonen, er det i hovedsak læreren som forteller hvordan hun ønsker at de skal svare på oppgaven. For å få fram hva elevene tenker er viktig når de skal arbeide på elevbord og presentere for resten av gruppen, stiller læreren ledende spørsmål. Dette er et lærergrep fra TMSSR-rammeverket i kategorien «fremme elevens resonnering», som kan vise at læreren ønsker elevene skal delta i samtalen rundt hvilke normer som skal prege klasserommet (Ellis et al., 2019). Læreren sikrer dermed at elevene blir klar over hvordan de skal begrunne løsninger. Dette er i tråd med det Maaß & Artigue (2013) skriver om at læring i en elevsentrert undervisningstime vil være avhengig av at læreren legger til rette for at læringsprosesser skal kunne skje.

Yackel & Cobb (1996) og Stephan (2014) presenterer fire sosiale normer som støtter elevsentrerte instruksjoner, blant annet at elevene skal forklare og begrunne sine løsninger og metoder. I oppstarten av timen gir læreren beskjed om at elevene må komme med en forklaring til løsningene sine og begrunne hvorfor de har valgt en av de to som favorittløsning. Læreren poengterer dette under helklassesamtalen, som viser at det kan være en sosial norm som allerede er etablert i klasserommet. Selv om læreren styrer samtalen for å etablere regler som skal gjelde, anerkjennes elevenes bidrag og at de har medbestemmelse i disse reglene. Læreren understreker at elevene bør bruke relevante matematiske begreper når de forklarer løsningene sine. Dette gjelder som et kriterium for hva en akseptabel matematisk forklaring er, som gjør at det kan være en sosiomatematisk norm i denne gruppa med bakgrunn i hvordan Yackel & Cobb (1996) presenterer begrepet. Hensikten med en favorittløsning kan komme av lærerens ønske om en akseptabel matematisk forklaring på hvorfor deres strategi var sofistikert og effektiv. Dette kommer derimot ikke til syne i svaret elevene gir på hva som er favorittløsningen. Læreren velger å bruke lite tid til å etterspørre en akseptabel matematisk begrunnelse, men prøver heller å få fram andre poeng fra løsningsforslaget deres.

Læreren innleder undervisningstimen med en helklassesamtale om kjennetegnene ved en åpen oppgave. Gjennom at elevene blir kjent med begrepet og dets kjennetegn, kan de i større grad verdsette å få en åpen oppgave med flere mulige svar i framtiden (Kilhamn, 2011). Over tid kan det etablere en ny sosiomatematisk norm. I klasseromsdiskursen, slik Van de Walle et al. (2015) og Sfard (2007) beskriver det, ser vi at læreren er opptatt av bruken av de matematiske begrepene. Gjennom hvordan diskursen i klasserommet er, vil de kunne etablere de sosiomatematiske normene som kreves for å arbeide utforskende med en åpen oppgave.

5.4 Kommunikasjonen som preger den utforskende undervisningen

Sikko et al. (2012) hevder at matematikklærere som har større fokus på utforsking, vil prioritere elevenes engasjement heller enn det rette svaret på oppgaven som er gitt. Funnene våre støtter dette perspektivet ved at læreren blant annet fulgte opp elevsvar uavhengig av rett eller galt svar. I stedet for å bekrefte eller avkrefte svarene stilte

læreren oppfølgingsspørsmål ved flere anledninger. Dette samsvarer med Sikko et al. (2012) sin påstand om at kommunikasjonen kan føre til flere løsninger, variasjon i resonnement og nye oppdagelser. Selv om elevene ikke alltid hadde svar på lærerens spørsmål, la hun opp til muligheten for utforskning før hun stilte flere spørsmål for å bryte ned oppgaven.

Kommunikasjonsstrategiene læreren bruker har betydning for hvordan elevene arbeider på en utforskende måte i gruppearbeidet. Karlsdottir & Hybertsen (2013) framhever lærerens viktige rolle i kommunikasjonen, der spørsmål og svar fra læreren bidrar til læring og utvikling. Dette er avgjørende både i gruppe A og B. Vi ser at graden av utforskning for elevene avhenger av hvordan læreren stiller spørsmål ut fra arbeidet som er gjort eller ikke gjort. Elevbordet i gruppe B har lite produktivt arbeid fram til læreren kommer bort for å høre hvordan det går. Her har læreren en viktig rolle for å igangsette en mer selvstendig utforskning gjennom spørsmålsstilling. Elevbordet i gruppe A jobber selvstendig for å finne to ulike løsninger. Elevene trenger likevel lærerens veiledning for å få oppfylt tidligere avklaringer om at en akseptabel matematisk løsning må inkludere en begrunnelse for hvordan de har kommet fram til svaret. I denne situasjonen trengs det flere spørsmål fra læreren for at elevene skal utarbeide en godkjent begrunnelse for løsningsforslaget sitt. Flere læregrep fra rammeverket til Ellis et al. (2019) med lavt potensiale blir dermed tatt i bruk. Stein et al. (2008) poengterer at læreren må kunne balansere elevens autoritet over eget matematisk arbeid, samtidig som faget er kjernen i arbeidet. I denne undervisningstimen observerer vi at læreren har tatt hensyn til dette ved å la elevene arbeide selvstendig på elevbordene. Samtidig viser hun nysgjerrighet overfor elevenes tenkemåter gjennom spørsmålsstilling. På den måten bidrar læreren til å sikre at det er et faglig innhold i elevenes løsningsforslag.

Elevene gir ofte en forklaring først etter at læreren etterspør det. En årsak kan være at elevene sjeldent jobber med oppgaver med flere mulige svar, og dermed ikke er vant til å forsvare sine løsninger. Lærerens rolle vil derfor være avgjørende for å støtte elevene i deres utforskende arbeid. På den måten kan elevene utforske og videreutvikle løsningsforslagene og den eksisterende matematiske kunnskapen deres. Vi ser at læregrepene som tas i bruk påvirker i hvilken grad elevene får utforsket videre. På elevbordet i gruppe A stilles det flere spørsmål som får elevene til å reflektere rundt ideene og løsningsmetodene de deler. Ellis et al. (2019) poengterer at noen handlinger er viktig som en start før man går videre i prosessen med å bygge videre på og støtte elevenes resonnement. Gjennom en blanding av læregrep med lavt og høyt potensiale vil dermed elevene både få delt tanker og ideer, samt utfordret seg til videre tenkning. Læreren er bevisst på å ikke gi svaret når eleven spør om noe er riktig. På den måten får hele gruppen være med i utforskningen før svaret blir gitt.

Gjennom hele arbeidsperioden på elevbordene er læreren tilgjengelig for å kunne veilede elevene. Vi ser at hun er opptatt av at elevene skal tenke selv og hjelpe hverandre innad i gruppen. Samtidig er flere av elevbordene avhengig av at læreren kommer rundt for å veilede dem i riktig retning mot en løsning. Gjennom variasjon av selvstendig og veiledet utforskning prøver læreren å opprettholde balansegangen mellom å stille spørsmål for å kunne utforske og spørsmål som er mer rettet mot ett svar, slik Dreyøe et al. (2018) hevder er viktig i kommunikasjonen i utforskende arbeidsmåter. Kommunikasjonen betraktes som en sentral faglig prosess, men som Skott et al. (2018) poengterer er det ikke alle former for kommunikasjon som har en faglig kvalitet. Når det er selvstendig utforskning på elevbordene, virker det som den faglige kvaliteten i kommunikasjonen avtar sammenlignet med den mer veiledede og strukturerte utforskningen. Elevene

snakker for eksempel oftere om utenomfaglige ting i den selvstendige utforskingen. Hos gruppe B stiller læreren flere spørsmål bare for å få fram svar, mens det er færre spørsmål om hvorfor eller hvordan de har tenkt som de gjør. Det er flere lærergrep med lavt potensiale som er nødvendige å ta i bruk i denne gruppen, da de ikke har noe å komme med selv. Til tross for at gruppen ikke har klart å holde i gang et produktivt arbeid selvstendig, stiller læreren spørsmål for å fremme resonnering heller enn å gi dem hint og direkte svar. Utforskende arbeidsmåter blir delvis ivaretatt av læreren i gruppe B, der hun fungerer som en stillasbygger ved å stille spørsmål for å lede dem i riktig retning. Gjennom lærerens spørsmål får elevene resonnert muntlig, og kan dermed skape forståelse ved å samarbeide.

5.5 Overordnede prinsipper for matematisk samtale som preger undervisningen

Når det gjelder prinsipp 1 (Kazemi & Hintz, 2019), at diskusjonen bør oppnå et matematisk mål, kan vi argumentere for at den har en sammenheng med aspektet *ønsket utbytte* i kjennetegn ved IBL (se Figur 1 s. 15). Ut fra lærergrepene vi observerer, blir det matematiske målet om at elevene skal begrunne og forklare løsningsforslagene overholdt. Med bakgrunn i Figur 1 ser vi at gjennom undervisning basert på IBL er et ønsket utbytte at elevene skal utvikle et utforskende sinn og forstå naturen som ligger i matematikk. Vi kan ikke påstå at dette oppnås i løpet av én undervisningstime. Likevel kan læreren med bakgrunn i prinsipp 1 bidra til at elevene utvikler et utforskende sinn, ved at hun tar i bruk lærergrep og samtaletrekk som blant annet fremmer resonnering og bygger videre på elevenes ideer.

Av de fire prinsippene som styrer samtaletrekk, ser vi flere elementer som kan knyttes til prinsipp 2, at elevene må få vite hva og hvordan de skal dele ideene sine. Det er dette prinsippet som minner om sosiomatematiske normer slik Yackel & Cobb (1996) beskriver det. Gjennom helklassesamtale skal elevene få muligheten til å påvirke og forhandle om hva som skal gjelde som sofistikert matematisk løsning. Prinsipp 2 går derimot mer ut på at læreren forteller. I denne undervisningstimen er det stort sett læreren som forteller hva som må til for å ha en akseptabel matematisk begrunnelse. Både sosiomatematiske normer og prinsipp 2 bidrar til at elevene blir klar over hvordan oppgaven skal løses og hva som er et godkjent svar, før de skal dele det med resten av gruppen. Det at læreren forteller hvordan elevene skal dele ideene sine kan hjelpe dem med å komme i gang med arbeidet. På den andre siden kan det begrense det utforskende arbeidet ved at elevene kun tenker på lærerens instruksjer.

Læreren tar ansvar for å tilrettelegge for elevdeltakelse i det utforskende arbeidet ved at hun tydeliggjør hva som forventes av svarene deres og hvordan de skal presentere dem. Ved at elevene vet hva de skal gjøre gjennom avklaring i helklassesamtalen preger resten av timen og bidrar til at alle elevene får muligheten til å delta i diskusjoner rundt ulike løsninger de kommer fram til. Ved å ta hensyn til prinsipp 2 får det faglige perspektivet en plass i denne undervisningstimen. Dette setter rammene for samtalerne som skjer videre. Wæge (2015) peker på at diskusjoner som holder seg innenfor det faglige er avgjørende for at elevene skal kunne lære og få en dypere forståelse for matematikk. Det så ut til å være utfordrende for læreren å ha en god balanse mellom å gi faglig veiledning og unngå for mange instruksjoner. Tydelige retningslinjer fra læreren om krav som gjelder for timen, bidrar til trygge rammer for elevenes arbeid. På en annen side er det viktig å huske at en mer lærerstyrt undervisning kan føre til en tradisjonell samtalerytme og svekke det utforskende arbeidet.

Tendensen i analysen viser at læreren i liten grad orienterer elevene mot hverandre, noe som strider mot prinsipp 3. Dette kan skyldes at elevene allerede jobber i mindre grupper på elevbordene, og at læreren på den måten føler at det er tilstrekkelig for at de skal kunne diskutere seg imellom. Kazemi & Hintz (2019) påpeker at det er ønskelig at elevene orienteres mot hverandre, heller enn at samtalen kun foregår mellom læreren og enkeltelever. Spørsmål og svar mellom lærer og enkeltelever kan føre til topazeeffekten, slik Brousseau (1997) beskriver det. Det skjer i de tilfellene læreren stiller ledende spørsmål, som er et lærergrep i TMSSR-rammeverket. Topazeeffekten og ledende spørsmålsstilling alene kan være noe som bidrar til at samtalen foregår mellom enkeltelever og lærer, framfor andre samtaletrekk som støtter felles utforskning. Dette avviker fra prinsipp 3, som egentlig skal bidra til produktive samtaler.

Elevene blir orientert mot hverandre i form av at de jobber med de samme matematiske ideene, men i helklassesamtalen kommenterer ikke elevene på hverandres innspill. Noen elever deltar i helklassesamtalen, mens andre ikke er med i det hele tatt. Chapin et al. (2009) understreker at deltakelse i samtalen gir fordeler, selv om det også kan være verdifullt å lytte. Dette ser vi igjen i arbeidet på elevbordene både i gruppe A og B, da det flere ganger er elever som viser at de forstår mer når de snakker høyt om det innad i gruppen. I studien til Sikko et al. (2012) kommer det fram at elevene forventes å ha en aktiv og spørrende tilnærming når IBL-strategier anvendes. Når enkeltelever ikke deltar i samtalen mister eleven muligheten for at læreren skal kunne forstå hvordan hen har tenkt. Dette kan få konsekvenser ved at læreren ikke får vite elevens misoppfatninger. Vi kan likevel se at læreren i flere tilfeller retter elevene mot matematiske ideer. Enkelte ganger kommer elevene med ufullstendige svar. Dette inviterer læreren til å stille spørsmål som kan plasseres under prinsipp 3 slik Kazemi & Hintz (2019) beskriver det, å rette deres oppmerksomhet mot matematikken i det de jobber med, som kan bidra til å fremme diskusjon.

Prinsipp 4, læreren må få fram at alle elevene er med på å skape forståelse og at innspillene deres er verdifulle, har fellestrekk med kjennetegn ved IBL gjennom aspektet klasseromskulturen (se Figur 1 s. 15). Det dukker opp flere situasjoner der enkeltelever eller elevgruppene kommer med forslag til løsninger som ikke tilfredsstiller det læreren eller oppgaven spør etter. Flere ganger viser læreren at disse bidragene settes pris på, som bidrar til at elevene kan føle seg trygge på å delta i samtalen.

5.6 Lærers muntlige kommunikasjonsstrategier

Gjennom arbeidet elevene gjør på elevbordene kommer det tydelig fram at mange er avhengige av hvordan læreren kommuniserer med dem for at det skal være noe progresjon. Dette viser til det Bruder & Prescott (2013) beskriver som den veiledende og kanskje aller mest den strukturerte utforskningen. Med bakgrunn i at dette er en undervisningstime som baserer seg på utforskende arbeidsmåter, er det avgjørende at læreren bidrar til at det fortsatt er utforskende når hun skal hjelpe dem. Vi ser at flere av kategoriene i sitt TMSSR-rammeverk blir fylt opp av spørsmålene læreren stiller både i helklasse og når de arbeider på elevbordene (Ellis et al., 2019).

Utsagn som er plassert under samtaletrekket «resonnere» er mange av de samme som er plassert i kategorien «utvide elevens resonnering» i TMSSR-rammeverket. Dette samtaletrekket som Chapin et al. (2009) presenterer skal kunne bidra til at elevene får delt sine tankeprosesser, og på den måten kunne diskutere med elevbordet sitt og resten av gruppen. Samtaletrekket blir ikke bare tatt i bruk av læreren når elevene har presentert en riktig løsning, men hun stiller også «hvorfor»-spørsmål ved svar som ikke

stemmer overens med oppgaven for timen. Dette kan bidra til at eventuelle misoppfatninger tas tak i, noe vi også ser fra utsagnet som er plassert i prinsipp 4.

Vi har færre utsagn samlet i rammeverket til Chapin et al. (2009) og Kazemi & Hintz (2019), enn i TMSSR-rammeverket til Ellis et al. (2019). En årsak til dette kan være at TMSSR-rammeverket er utformet basert på analyse av arbeid i det utforskende klasserommet. Prinsippene og samtaletrekkene er derimot mer generelle, og kan bli sett på i flere sammenhenger enn bare utforskende undervisning. Noen av samtaletrekkene basere seg på prinsipp 3, blant annet samtaletrekkene «repetere» og «snu og snakk». Disse benytter læreren seg sjeldent av i denne timen. Vi ser at det kan være utfordringer ved å lede en matematisk diskusjon basert på utforskning gjennom samtaltrekkene. Det vil for eksempel være vanskelig for læreren i denne timen å gi elevene nok «tenketid». Dette vises spesielt igjen i oppstarten av timen, da hun ganske raskt går gjennom temaet og oppgaven for timen. På samme måte er det med samtaletrekket «endre», da det virker som læreren ikke velger å ta seg tiden til å spør om noen har endret måten de tenkte på, men heller bruker lærergrep fra TMSSR-rammeverket for å få til å utforske videre.

Læreren i denne studien bruker flere lærergrep med lavt potensiale enn høyt potensiale. Ellis et al. (2019) viser til at lærergrep av lavt potensiale ikke nødvendigvis er noe negativt for læreren å ta i bruk, som vi også kan bekrefte fra analysen av de to gruppene. Disse lærergrepene vil gi læreren et utgangspunkt, før hun kan gå videre til lærergrep av høyt potensiale for å få elevene til å oppdage nye ideer. I analysen ser vi at svarene fra elevbordene ikke alltid tilfredsstiller det gruppen har blitt enig om er en akseptabel matematisk forklaring for hvorfor løsningen fungerer. I tillegg er det vanskelig for noen av elevbordene å komme med løsning nummer to på oppgaven. Læreren ender derfor opp med å måtte benytte lærergrep av lavt potensiale for å få de til å komme med konkrete svar for løsning nummer to, før hun kan gå videre til å høre hvordan de kan argumentere for at løsningene fungerer. Vi ser dermed at det Bruder & Prescott (2013) beskriver som veiledet form for utforskning kommer til syne i de to gruppene ved at læreren tar i bruk andre lærergrep for å få fram svar og ideer de kan utforske med bakgrunn i. Likevel kan det i enkelte tilfeller gå over til strukturert utforskning, at læreren strukturerer utforskningen og at elevene må følge instruksjer. Dette kommer fram når læreren bryter ned oppgaven gjennom å stille flere spørsmål etter hverandre. Gjennom å bryte ned oppgaven ender det ofte opp med at læreren bare kan få ett konkret svar fra elevene. I slike tilfeller gis ikke elevene muligheten til å utforske videre, men svarer bare direkte på lærerens spørsmål.

Når vi sammenligner lærerens muntlige strategier som ble plassert i de ulike rammeverkene ser vi at TMSSR-rammeverket til Ellis et al. (2019) er mer omfattende og mer detaljert enn rammeverket for samtaletrekk, i form av at TMSSR-rammeverk inkluderer kategorier for lærerens innspill. Dette står i kontrast til rammeverket for samtaletrekk som presenteres av Kazemi & Hintz (2019) og Chapin et al. (2009), der fokuset kun ligger på læreren som stiller spørsmål. Dette rammeverket er laget for samtaler i matematikk, men er ikke utformet spesifikt for utforskende undervisning slik som TMSSR-rammeverk er.

5.7 Gester

Gjennom analysen ser vi at gester blir benyttet for å delta i den matematiske diskursen. Gester ser ut til å være akseptert som kommunikasjonsform i denne klasseromsdiskursen. Gjennom blant annet metaforiske gester blir matematiske begreper gjort visuelt uten at det nødvendigvis er noe skriftlig kommunikasjon involvert. I både gruppe A og B blir gester brukt for å blant annet forklare begrepet «rektangulær». Dette gjør at elever inkluderes i klasseromsdiskursen (Sfard, 2007), ikke bare ved å forklare matematiske begreper muntlig, men også ved bruk av gester. Chapin et al. (2009) påpeker at ikke alle elever deltar i helklassesamtaler, noe vi ser i presentasjonene av gruppearbeidet. Her er det noen elever som ikke deltar i den muntlige kommunikasjonen, men deltar gjennom gester. Dette viser at ved å sette fokus på gester kan flere elevers deltakelse i kommunikasjonen bli inkludert, enn dersom vi bare hadde fokusert på de elevene som var muntlig aktiv i timen. I gruppearbeidet deltok flere av elevene i det utforskende arbeidet, både gjennom muntlig kommunikasjon og gester. Elever som ikke deltok i helklassesamtalen tok også større del i dette arbeidet. Det at elever driver med utforskende arbeidsmåter i mindre grupper kan med andre ord bidra til at flere elever deltar gjennom å uttrykke seg på sin egen måte.

I helklassesamtalene rekker elevene ofte opp hånden for å få ordet og læreren peker på elevene når de skal få ordet. Dette er en type gest fra elever som vi ikke har inkludert i analysen ettersom det er fra helklassesamtalen. Hadde vi inkludert gesten der elever rekker opp hånda for å vise kroppslig tegn som skal indikere at de vil delta i helklassesamtalen, ville det vært flere gester plassert under metaforiske gester.

Det er tydelig at gester tas i bruk sammen med den muntlige kommunikasjonen. Farsani et al. (2022) peker på at gestene kan bidra til å skape større mening til de matematiske ideene læreren og elevene prøver å kommunisere til hverandre. Deiktiske gester er de som oftest kommer til syne i begge gruppene, blant annet ved at det pekes på ark der løsningsforslag er presentert. Dette kan bidra til at elevene som forklarer tankegangen sin lettere blir forstått, og de som hører på får muligheten til å visuelt se for seg hva som er tenkt. I tillegg får elever som ikke er komfortable med den muntlige kommunikasjonen en sjanse til å bli forstått gjennom gester som tas i bruk (Farsani et al., 2022). I disse to gruppene var det enkelte elever på elevbordene som ikke sa så mye. Likevel bidro noen av dem med å tegne på plakaten og vise til tegningen når de skulle forklare løsningsforslaget.

5.8 Lærerens utfordringer ved utforskende arbeidsmåter

Vi ser at flere av utfordringene som nevnes i forskningen om utforskende undervisning er å finne i undervisningstimene vi har sett på. Et eksempel er når det oppstår en misforståelse i det Alrø et al. (2003) beskriver som den uforutsigbare dialogen, om likeverdige brøker under avslutningen av timen. Dette fører til knapphet i tid, noe Sikko et al. (2012) peker på at flere lærere ser på som en utfordring når det kommer til å drive med utforskende undervisning. Tidspresset gir utfordringer knyttet til å gi god respons på elevsvaret (Stein et al., 2008), i dette tilfellet løser læreren det med å si at de skal fortsette en annen gang. Ved at læreren prioriterer å inkludere innspillet i en senere matematikkundervisning kan elevene føle at de har bidratt til at flere kan utvikle forståelse rundt den matematiske ideen. Knapphet i tid i den utforskende dialogen vil være utfordrende å planlegge for på forhånd, ettersom læreren kommuniserer med elevene ut fra svar som kommer fram underveis i timen.

Samtalen i gruppene flyter ofte over til andre temaer når læreren ikke er der. Dette kan tyde på at elevene ikke finner det interessant å arbeide på denne måten, eller at det blir utfordrende for dem å styre arbeidet selv. Chapin et al. (2009) poengterer at produktiviteten i gruppearbeid kan variere, noe vi ser igjen i disse to gruppene. Gruppearbeidet i seg selv kan derfor gjøre det utfordrende å drive med utforsking når det bare er én lærer til stede. I det utforskende arbeidet på elevbordene fikk elevene større rom for selvstendighet slik Chapin et al. (2009) beskriver. I tilfeller der elevarbeidet stoppet opp måtte læreren veilede slik at de fikk muligheten til å resonnerer videre og komme med forklaring på løsningene deres. Tiden hvert elevbord krevde av læreren gjorde det vanskelig for læreren å strekke til som veileder.

Vi ser at elevene ofte gjør ting uten at de har tenkt gjennom hvorfor det kan bli gjort slik. Derfor trenger de blant annet lærerens spørsmålsstilling for å kunne drive med utforsking. I perioder minner dialogen mellom læreren og elevene om samtalerhythmen slik Mehan (1979) beskriver det i IRE-modellen. Læreren kommer med mange korte og direkte spørsmål, som kan bidra til at elevene svarer mer konkret på akkurat dette heller enn at de utforsker flere mulige måter å svare på oppgaven. Det er en måte å bryte ned oppgaven på som ikke samsvarer med utforskende arbeidsmåter, og som kan minne om det Brousseau (1997) skriver om topazeffekten. På den andre siden kan det argumenteres for at det er nødvendig med denne måten å kommunisere på i begge gruppene. Det er ikke alle elevbordene som jobber like effektivt, som gjør at læreren må veilede dem for å få dem til å ha noe å presentere for resten av gruppen. Her kommer faktoren tid igjen inn i bildet som en av utfordringene lærere møter i utforskende arbeid.

Kapittel 6- Konklusjon

Studiens formål var å finne ut hvordan lærerens kommunikasjon bidro til å støtte elevene under utforskende arbeid i matematikk på 5. trinn. Vi ønsket at funnene skulle være til hjelp for lærere ved framtidig planlegging av utforskende undervisning, med fokus på kommunikasjonen i klasserommet.

6.1 Hovedfunn

Resultater i denne studien viser at læreren har en viktig rolle i utforskende undervisning. Læreren støttet elevene under det utforskende arbeidet gjennom ulike kommunikasjonsstrategier. Samtlige muntlige kommunikasjonsstrategier som læreren bruker, kunne tilordnes TMSSR-rammeverket. Dette gjaldt imidlertid ikke for rammeverket for samtaletrekk. Der var det ikke mulig å fylle alle samtaletrekkene med muntlige strategier læreren tok i bruk i kommunikasjonen. Dette kan komme av at TMSSR-rammeverket er bedre tilpasset for å se på lærerens muntlige kommunikasjonsstrategier i utforskende arbeid innenfor matematikk.

I denne studien kom vi fram til at det var flere lærergrep av lavt potensiale enn av høyt potensiale i TMSSR-rammeverket, både i gruppe A og B. Ellis et al. (2019) understreker at det ikke er et mål å kun ha lærergrep av høyt potensiale. Dette funnet indikerer en balansegang mellom å stille spørsmål for videre utforskning og spørsmål som rettes mot ett svar. Gjennom en variasjon av lærergrep fikk elevene delt tanker og ideer, samt engasjert seg i oppgaven. Dette samsvarer med forskningen til Sikko et al. (2012), der de poengterer at lærere i en utforskende undervisning legger vekt på elevenes engasjement heller enn det rette svaret på oppgaven.

Et viktig element i resultatene er at lærere og elever bruker gester sammen med den muntlige kommunikasjonen. Ved å se på elevenes kroppslige og muntlige bidrag i kommunikasjonen ble flere av elevenes løsningsforslag inkludert i det utforskende arbeidet sammenlignet med om vi kun hadde sett på de muntlige bidragene. Elevene benyttet seg oftest av deiktiske gester, mens lærerens bruk av gester var mer variert.

Analysen av det utforskende arbeidet på elevbord indikerer at noen av elevbordene kom fram til det som var en akseptabel matematisk forklaring på løsningene i denne klasseromsdiskursen, ved å jobbe utforskende og samarbeide. Andre elevbord var i større grad avhengige av læreren og trengte veiledning for å komme fram til aksepterte løsninger. Basert på hvor selvstendige elevene var i det utforskende arbeidet, varierte læreren i hvor stor grad hun støttet de for å utforske videre. Det viser at kommunikasjonsstrategier læreren tar i bruk vil være en viktig faktor i framdriften ved utforskende arbeid for de elevene som trenger det mest.

6.2 Studiens implikasjoner

Å presentere hvordan lærerens kommunikasjon bidro til å støtte elevene under utforskende arbeid, kan være til hjelp i planleggingen av en utforskende time. Studien kan bevisstgjøre lærere om at måten de tilrettelegger for elevdeltakelse og bygger videre på elevers løsningsforslag påvirker i hvilken grad elevene gis muligheten til å utforske. Læreren kan bruke innsikten fra denne studien til å bevisst reflektere over hvilke kommunikasjonsstrategier som kan være nyttig for elevgruppen sin i planleggingen av en time. Å anvende denne studien i praksis kan være verdifullt for mange lærere, spesielt siden utforskning har en sentral plass i læreplanen.

6.3 Studiens begrensninger

Vi ønsker å presisere at funn fra denne studien er basert på én lærer og to grupper med elever. Det kan være lignende tendenser for andre grupper og lærere, men funnene våre kan ikke generaliseres utover denne studien. Det vil si at i en annen gruppe med andre elever og en annen lærer kan det bli gjort forskjellige funn fra de som kommer fram i studien vår.

Brøk er et utfordrende matematisk tema. Dette kan ha påvirket hvordan kommunikasjonen utartet seg. I tillegg kan andre faktorer som hvor mye en klasse har jobbet med dette temaet fra før, og hvilke typer oppgaver de er kjent med kunne påvirke kommunikasjonen. En undervisningstime basert på et annet tema, men som likevel tar utgangspunkt i kjennetegn ved IBL, kan gi andre resultat i de to samme gruppene.

6.4 Videre forskning

IBL er et spennende tema med flere aspekt som er interessante å studere videre, både med et lærerperspektiv og elevperspektiv. Gjennom arbeidet med masteroppgaven har vi gjort oss noen tanker om hva som kan være nyttig å undersøke videre. I denne studien har vi sett på lærerens kommunikasjonsstrategier i undervisningstimen. Selv om vi har sett på planleggingsdokumenter for timen, har fokuset vårt vært på selve undervisningstimen. I litteraturen kommer det fram hvor viktig planleggingsfasen er i arbeidet med en utforskende dialog. Det kan derfor være nyttig å forske på planleggingen av en utforskende undervisningstime med fokus på kommunikasjonen. Et annet forslag for videre forskning er å se på kommunikasjonen i klasserommet med et elevperspektiv.

Det kunne også vært interessant å se mer på den kroppslige kommunikasjonen i form av gester når det kommer til IBL. Dette har blitt forsket lite på sammenlignet med muntlig kommunikasjon og elevperspektiv innenfor IBL. Det ville blant annet vært interessant å se på elever som synes det er utfordrende å delta i den muntlige kommunikasjonen.

Litteraturliste

- Alrø, H., & Skovsmose, O. (1999). Samtalen som et støttende stillads. I J. T. Hansen & K. Nielsen (Red.), *Stilladsering—En pædagogisk metafor* (s. 179–201). Forlaget Klim.
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2004). *Dialogic learning in collaborative investigation*. 2, 39–59.
- Alrø, H., Skovsmose, O., & Skånstrøm, M. (2003). Læring gennem samtale. I M. Blomhøj (Red.), *Kan det virkelig passe?: Om matematiklæring*. L & R Uddannelse.
- Arzarello, F., Robutti, O., & Thomas, M. (2015). *Growth point and gestures: Looking inside mathematical meanings*. 90, 19–37. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9611-5>
- Bachmann, K. E. (2005). Læreplanens differens: Formidling av læreplanen til skolepraksis. *NTNU*, 559.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics 1970-1990* (M. Cooper, N. Balacheff, R. Sutherland, & V. Warfield, Overs.). Kluwer Academic Publishers.
- Bruder, R., & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. *Mathematics Education*, 811–822. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0542-2>
- Cengiz, N., Kline, K., & Grant, T. J. (2011). Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 355–374.
- Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom Discussions: Using math talk to help students learn* (2. utg.). Math Solutions.
- Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene* (1. utg.). Abstrakt forlag.
- Creswell, J. W. (2014). *Research Design: Qualitative, Quantitative and Mixed Methods* (4. utg.). SAGE.
- Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2018). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods* (5. utg.).
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative Inquiry and Research Design: Choosing Among Five Approaches* (4. utg.). SAGE.
- Dewey. (1916). *Democracy and Education*. The Macmillan Company.
- Dewey, J. (1938). *Experience and Education*. The Macmillan Company.
- Dorier, J.-L., & García, F. J. (2013). *Challenges and opportunities for the implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching*. 45, 837–849. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0512-8>
- Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions—A framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educ Stud Math*, 85, 281–304. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9515-1>
- Dreyøe, J., Larsen, D. M., Hjelmberg, M. D., Michelsen, C., & Misfeldt, M. (2018). Inquiry-based Learning in Mathematics Education: Important Themes in the Literature. *Nordic Research in Mathematics Education: Papers of NORMA 17 The Eighth Nordic Conference on Mathematics Education*, 12, 329–342.
- Edwards, L. D. (2009). *Gestures and conceptual integration in mathematical talk*. 70, 127–141. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9124-6>
- Ellis, A., Özgür, Z., & Reiten, L. (2019). Teacher moves for supporting student reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 31, 107–132. <https://doi.org/10.1007/s13394-018-0246-6>

- Farsani, D., Lange, T., & Meaney, T. (2022). Gestures, systemic functional linguistics and mathematics education. *Mind, Vulture, and Activity*, 29, 75–95.
<https://doi.org/10.1080/10749039.2022.2060260>
- Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2014). Innholdsanalysens muligheter i utdanningsforskning. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, 98, 127–139.
<https://doi.org/10.18261/ISSN1504-2987-2014-02-07>
- Febri, M. I. M., Sikko, S. A., & Staberg, R. L. (u.å.). *Primas- Forskning-Institutt for lærerutdanning*. <https://www.ntnu.no/ilu/primas>
- Fernandez, C., & Yoshida, M. (2004). *Lesson study: A Japanese Approach To Improving Mathematics Teaching and Learning*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Fraivillig, J. L., Murphy, L. A., & Fuson, K. C. (1999). Advancing Children’s Mathematical Thinking in Everyday Mathematics Classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 148–170. <https://doi.org/10.2307/749608>
- Fuyane, N. (2021). Research Methodology Choice Dilemma: A Conceptual Note to Emerging Researchers. *International Journal of Business & Management Studies*, 2.
- Gobert, J. D., & Amy, P. (2004). *Fostering Students` Epistemologies of Models via Authentic Model- Based Tasks*. 13(1).
- Goldin-Meadow, S., Kim, S., & Singer, M. (1999). *What the Teacher’s Hands Tell the Student’s Mind About Math*. 91(4).
- Karlsdottir, R., & Hybertsen, I. D. (2013). *Læring, utvikling og læringsmiljø: En innføring i pedagogisk psykologi* (1. utg.). Fagbokforlaget.
- Kazemi, E., & Hintz, A. (2019). *Målrettet samtale: Hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner*. Cappelen Damm Akademisk.
- Kennedy, B. L., & Thornberg, R. (2018). Deduction, induction, abduction. I U. Flick (Red.), *The SAGE handbook of qualitative data collection* (s. 49–64). SAGE.
- Kilhamn, C. (2011). *Making Sense of Negative Numbers. (PhD), University of Gothenburg. Faculty of Education*.
- Kogan, M., & Laursen, S. L. (2014). *Assessing Long-Term Effects of Inquiry-Based Learning: A Case Study from College Mathematics*. 39, 183–199.
<https://doi.org/10.1007/s10755-013-9269-9>
- Krause, C. M., & Farsani, D. (2021). *Gestures and code-switching in mathematics instruction—An exploratory case study*. 1.
- Lampert, M. (2001). *Teaching problems and problems of teaching*. Yale University Press.
- Mackenzie, N., & Knipe, S. (2006). Research dilemmas: Paradigms, methods and methodology. *Issues In Educational Research*, 16.
- Mayring, P. (2000). Qualitative Content Analysis. *FQS*, 1(2).
- McNeill, D. (1992). *Hand and mind: What gestures reveal about thought*. The University og Chicago Press.
- Mehan, H. (1979). *Learning Lessons: Social Organization in the Classroom*. Harvard University Press.
- Maaß, K. (2011). How can teachers’ beliefs affect their professional development? *Mathematics Education*, 43, 573–586. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0319-4>
- Maaß, K., & Artigue, M. (2013). Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: A synthesis. *Mathematics Education*, 779–795.
<https://doi.org/10.1007/s11858-013-0528-0>
- Maaß, K., & Reitz-Koncebovski, K. (2013). Inquiry-based learning in maths and science classes. *Pädagogische Hochschule Freiburg*, 3–76.

- Maaß, K., Swan, M., & Aldorf, A.-M. (2017). *Mathematics Teachers' Beliefs about Inquiry-based Learning after a Professional Development Course—An International Study*. 5(9), 17. <https://doi.org/10.11114/jets.v5i9.2556>
- Nilssen, V. (2014). *Analyse i kvalitative studier: Den skrivende forskeren*. Universitetsforlaget.
- Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2013). *Investigating textbooks as crucial interfaces between culture, policy and teacher curricular practice: Two contrasted case studies in France and Norway*. 45, 685–698. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0526-2>
- Radmehr, F. (2023). Toward a theoretical framework for task design in mathematics education. *Journal on Mathematics Education*, 14(2), 189–204. <https://doi.org/http://doi.org/10.22342/jme.v14i2.pp189-204>
- Reichertz, J. (2014). Induction, Deduction, Abduction. I U. Flick (Red.), *The SAGE Handbook of Qualitative Data Analysis*. SAGE.
- Schoenfeld, A. H., & Kilpatrick, J. (2013). A US perspective on the implementation of inquiry-based learning in mathematics. *Springer*, 45(6), 901–909. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0531-5>
- Schou, J., Jess, K., Hansen, H. C., & Skott, J. (2017). *Matematikk for lærerstuderende: Tal, Algebra og funksjoner 4.-10.klasse* (1. utg.). Samfundslitteratur.
- Sfard, A. (2007). *When the Rules of Discourse Change, but Nobody Tells You: Making Sense of Mathematics Learning From a Commognitive Standpoint*. 16(4), 565–613. <https://doi.org/10.1080/1050840070152525>
- Sikko, S. A., & Grimeland, B. (2020). Kritisk matematisk literacy i ein inquiry-basert kontekst på småskulesteget. *Norsk tidsskrift for utdanning og praksis*, 14(1), 104–117. <https://doi.org/10.23865/up.v14.2065>
- Sikko, S. A., Lyngved, R., & Pepin, B. (2012). Working with Mathematics and Science teachers on inquiry-based learning (IBL) approaches: Teachers beliefs. *Acta Didactica Norge*, 6(1), 1–18.
- Skott, E. L. B., & Valenta, A. (2022). Kommunikasjonsmønster under arbeid med matematisk resonnering. *Norsk tidsskrift for utdanning og praksis*, 16(2), 61–82. <https://doi.org/10.23865/up.v16.3518>
- Skott, J., Skott, C. K., Jess, K., & Hansen, H. C. (2018). *Matematikk for lærerstuderende: Delta 2.0 fagdidaktikk, 1.-10. Klasse* (2. utg.). Samfundslitteratur.
- Skovsmose, O. (1998). Undersøgelandskaber. I T. Dalvang & V. Rohde, *Matematik for alle* (s. 24–37). Landslaget for matematikk i skolen.
- Skovsmose, O. (2003). *Undersøgelandskaber*. In O. Skovsmose & M. Blomhøj (Eds.) *Kan det virkelig passe? Om matematiklæring*. L&R Uddannelse.
- Solem, I. H., & Alseth, B. (2023). *Tall og tanke: Matematikkundervisning på barnetrinnet: 1* (3. utg.). Gyldendal.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). *Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell*. 313–340. <https://doi.org/10.1080/10986060802229675>
- Stephan, M. (2014). Sociomathematical Norms in Mathematics Education. *Springer, Dordrecht*. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_143
- Thomas, G. (2011). *How to do Your Case Study: A Guide for Students & Researcher*. Sage.
- Utdanningsdirektoratet. (2020a). *Fagets relevans og sentrale verdier*. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier?lang=nob>

- Utdanningsdirektoratet. (2020b). *Kjerneelementer*. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob>
- Utdanningsdirektoratet. (2020c). *Kompetansemål og vurdering*. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv19?lang=nob>
- Vaismoradi, M., Turunen, H., & Bondas, T. (2013). Content analysis and thematic analysis: Implications for conducting a qualitative descriptive study. *Nursing and Health Sciences*, 15, 398–405.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (9. utg.). Pearson Education Limited.
- Widerberg, K. (2001). *Historien om et kvalitativt forskningsprosjekt*. Universitetsforlaget.
- Wæge, K. (2015). Samtaletrekk—Redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten*, 26(2), 22–27.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458–477. <https://doi.org/10.2307/749877>
- Yeo, J. B. W. (2017). *Development of a Framework to Characterise the Openness of Mathematical Tasks*. 15, 175–191. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9675-9>
- Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods* (3. utg.). Sage.

