Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Birthe Johanne Nordbotten og Øyvor Skoglund

Elevers estimeringsstrategier i kvikkbildeoppgaver

En kvalitativ studie av elevers oppfattelsesstrategier og utregningsstrategier i arbeid med strukturerte mengder

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 1. - 7. trinn
Veileder: Eivind Kaspersen
Mai 2024

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Birthe Johanne Nordbotten og Øyvor Skoglund

Elevers estimeringsstrategier i kvikkbildeoppgaver

En kvalitativ studie av elevers oppfattelsesstrategier og utregningsstrategier i arbeid med strukturerte mengder

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 1. - 7. trinn
Veileder: Eivind Kaspersen
Mai 2024

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

I denne studien har vi undersøkt 4. og 5. trinns elever sine strategier i arbeid med strukturerte kvikkbildeoppgaver i undervisning. Vi ville se på hvilket repertoar av strategier elevene hadde og hvordan de benyttet strategiene. Hensikten var å få en dypere forståelse for hva elevene tenker i oppfattelse av mengder enn andre kvantitative studier. Vi ville studere prosessen elevene går gjennom for å estimere strukturerte kvikkbildeoppgaver.

Vi gjennomførte en studie på én 4. klasse og én 5. klasse på to ulike skoler. Det var til sammen 27 elever som deltok i datainnsamlingen, hvorav 16 var 4. trinns elever og 11 var 5. trinns elever. Datainnsamlingen bestod av fire strukturerte kvikkbildeoppgaver hentet fra MAM-prosjektet fordelt på to økter i hver klasse. Vi utførte en kvalitativ studie i en undervisningssituasjon for å kunne studere elevene sine prosesser i et naturlig miljø. I undervisningssituasjonen brukte vi flere datainnsamlingsmetoder for å få innsikt i elevenes tanker og forklaringer. Vi benyttet semi-strukturert intervju som vi tok lydopptak av, innsamling av elevarbeid, og hadde en aktiv deltakerrolle gjennom datainnsamlingsøkten. Vi tok også videoopptak av undervisningen.

Vi analyserte elevutsagnene med en induktiv tematisk analyse og fant at elevstrategiene kunne deles inn i Oppfattelsesstrategier og Utregningsstrategier. I tillegg fant vi fire funn som omhandler hvordan elevene benyttet strategirepertoaret sitt. Vi fant at samtlige elever benyttet mer enn én strategi på hver oppgave. Vi fant også at noen elever endret struktur på oppgaven i løpet av løsningsprosessen. Det tredje funnet var at mange av elevene gikk tilbake til en sikkerhetsstrategi med flere steg for å finne en løsning. Det siste funnet var at noen elever viste at de kunne se samme kvikkbildeoppgave på ulike måter. Resultatene viste at våre datainnsamlingsmetoder ga dyp forståelse for hvordan elever løste kvikkbildeoppgaver. Å vite hvordan elever løser kvikkbildeoppgaver er nyttig for å kunne forstå elevenes løsninger og styre undervisningen mot matematiske mål.

Abstract

In this study we have researched 4th and 5th graders strategies while solving structured quick-image tasks in a classroom situation. We wanted to see which strategies the pupils used and how they used the strategies. The purpose with this study was to get a deeper comprehension of the pupils understanding and perception while estimating quantities. Our goal was to study the process the pupils are going through while estimating structured quick images.

We conducted a study on a class of 4th and a 5th graders in two different schools. A total of 27 pupils participated in the study where 11 of them were 5th graders and 16 of them were 4th graders. The study consisted of four quick-image tasks collected from the MAM-project. The execution of the tasks were conducted over two sessions in both grades. We conducted a qualitative study placed in a classroom situation, since we wanted to study the pupil’s estimation-processes in a natural environment. We used several methods of data collection to get at deeper insight into the pupils thoughts and explanations. We used semi-structured interview which we recorded, we collected the pupils written work, and we had an active participation-role throughout the data-collection. We also filmed the lesson.

We used an inductive thematic analysis to code the pupils’ answers and found that the pupils’ strategies could be separated into perception-strategies and calculation-strategies. In addition to these findings on strategy repertoire, the data showed four aspects of how the pupils used these strategies. The data showed that all pupils’ which participated in the study, used more than one strategy while solving each quick-image problem. We also found that some pupils changed their perception of the structure of the task during the estimation process. The third finding was that several pupils returned to a safety-strategy, that required more steps than the original strategy to find a solution to the problem. The last finding was that some pupils showed that they could see the same quick image in several ways and with several structures. The results of this study showed that our way of collecting data provided a deeper understanding of how pupils solve quick-image problems than earlier quantitative studies has provided. It is beneficial to have knowledge of pupils’ strategy choices while solving quick-image problems, because this knowledge can help the teacher understand the pupils’ solutions and direct the teaching towards mathematical goals.

Forord

Gjennom arbeidet med denne masteroppgaven har det vært spennende og lærerikt å fordype oss i elevers mengdeoppfattelse i arbeidet med kvikkbildeoppgaver. Vi har fått fordypet oss i elevers tenkemåter, noe som har gitt grunnlag til mange interessante faglige diskusjoner og nye perspektiver. Vi har fått sett elevenes engasjement i arbeid med kvikkbildeoppgavene, og blitt inspirert til å ta med oss vår nye kunnskap inn i vår fremtidige jobb som lærere.

Vi ønsker å takke alle som har vært med som støtte i prosessen, både med masteroppgaven og resten av studieløpet. Vi vil takke vår veileder Eivind Kaspersen, som har støttet oss i prosessen med gode tilbakemeldinger og engasjement for studien vår. Vi vil også sende en spesiell takk til medstudentene som bidro til gjennomføring av datainnsamlingen vår. Vi er svært takknemlige for deres bidrag. Til slutt vil vi takke alle venner og familie som har vært med som viktige støttespillere og gode lyttere.

Trondheim, 2024

Birthe Johanne Nordbotten og Øyvor Skoglund

Innhold

Figurer

Tabeller

Forkortelser/symboler

NESH	Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora
SIKT	Kunnskapssektorens tjenesteleverandør
MAM	Mestre Ambisiøs Matematikkundervisning
FCS	Flexible Conseptual Subitizing
RCS	Rigid Conseptual Subitizing
NTNU	Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

1 Innledning

Menneskets evne til å oppfatte mengder har blitt omfattende studert siden 1900-tallet (Katzin et al., 2019). Én måte å undersøke og øve på mengdeoppfattelse, er gjennom *kvikkbildeoppgaver* (Bondø, 2016). I kvikkbildeoppgaver blir man vist et antall prikker i få sekunder og deretter benytter man subitizing, telling og/eller estimering for å finne antall prikker. Blant annet er det funnet at hvis man blir vist fire eller færre prikker i få sekunder, vil man raskt, korrekt og selvsikkert vite hvor mange det er uten å telle eller å estimere (Jevons, 1871; Katzin et al., 2019; Kutter et al., 2023). Denne evnen til å umiddelbart oppfatte og tolke mengden av en liten gruppe objekter fikk navnet s*ubitizing* (Kaufman et al., 1949). Videre i denne studien vil vi benytte begrepet *subitisering* for *subitizing*. For å oppfatte større mengder enn man kan subitisere og telle, bruker man *estimering*. *Estimering* kan defineres som en kompleks problemløsningsprosess der man kan benytte ulike kognitive strategier for å finne antallet i mengden (Luwel & Verschaffel, 2008).

1.1 Hvorfor er mengdeoppfattelse et viktig tema?

Oppfattelse av mengder, gjennom subitisering og/eller estimering, er noe mange forskere mener er viktig i hverdagen og er grunnlaget for vår evne til å arbeide med matematikk. Verden består av mange ulike mengder som vi ofte må registrere raskt og omtrentlig. For eksempel for å avgjøre hvilken kø som er lengst til kassen i en butikk, eller for å fordele lik mengde mat (Gandini et al., 2008). Videre har flere studier vist at å øve på subitisering på småskolen vil gi bedre matematisk prestasjon senere (Reigosa-Crespo et al., 2013: Özdem & Olkun, 2021). For eksempel kan elevene gjennom subitisering oppdage *kardinalitet*, altså at et tall beskriver en mengde (Clements, 1999). Estimering korrelerer også med ulike matematiske ferdigheter. Estimering som utnytter gruppestrukturer kan få elevene til å lære mer om ulike aritmetiske operasjoner som addisjon og multiplikasjon (Ciccione & Dehaene, 2020; Clements, 1999).

I tillegg, ved å presentere en mengde med ulike mønstre og undergrupper, kan det bidra til at elevene oppdager at tall er bygd opp på forskjellige måter og med ulike regnestykker (Bondø, 2016; Clements, 1999; MacDonald & Wilkins, 2016). Å se at tall er bygd opp på ulike måter kaller McDonald og Wilkins (2016) for *flexible conceptual subitizing (FCS).* Et eksempel på FCS er å se mengden seks som «tre og tre», «fire og to» eller «tre ganger to». Når barn gjennom subitisering utvikler fleksible sett av tallgrupper og knytter disse til tallsymboler, vil barna utvikle effektive aritmetiske ferdigheter senere i skoleløpet (Reigosa-Crespo et al., 2013: Starkey & McCandliss, 2014). Lemaire og Siegler (1995) hevder også at en viktig del for elevers læring i matematikk er å utvikle et bredt spekter av strategier og å kunne anvende disse fleksibelt.

I læreplanen LK20 for den norske skole etter 3. og 4.trinn, finner vi igjen flere av de samme idéene, som å kunne representere de ulike regneartene på ulike måter og se sammenhengen mellom ulike representasjoner. Kjerneelementet som skal gjennomsyre alle fag på alle trinn, handler også om resonnering og utforsking innen matematikk. De skal finne og forstå mønster og sammenhenger (Kunnskapsdepartementet, 2019). For å utnytte de didaktiske mulighetene i mengdeoppfattelse er det viktig å forstå hvilke strategier elevene bruker for å finne antallet i en mengde.

1.2 Tidligere forskning

Hovedvekten av forskning innenfor mengdeoppfattelse er kvantitativ forskning på kvikkbildeoppgaver (Ciccione & Dehaene, 2020; Hsin et al., 2021; Mandler & Shebo, 1982; Starkey & McCandliss, 2014; Wender & Rothkegel, 2000). I observasjoner av hastighet, nøyaktighet og selvsikkerhet ved ulike antall mengder, skiller forskerne i hovedsak mellom tre prosesser for å finne antallet i en mengde; subitisering, telling og estimering (Kaufman et al., 1949; Klahr & Wallace, 1973). Hva som er de underliggende kognitive mekanismene bak subitisering og estimering diskuteres fortsatt (Gilmore et al., 2018; Katzin et al., 2019).

Videre ser forskning innen kvikkbilder på hvilke strukturer og grader av struktur som er raskest å subitisere og estimere. Blant annet estimerer man strukturerte mengder raskere enn ustrukturerte mengder. I tillegg har man gjennom flere studier sett at man oppfatter visse strukturerte mengder over fire nesten like raskt som mengder innenfor subitiseringsområdet. Mekanismene bak denne raske oppregningen av strukturerte mengder, forklares gjennom mønstergjenkjenning og/eller gruppering (Hsin et al., 2021; Mandler & Shebo, 1982; Wender & Rothkegel, 2000). Tidligere forskning antyder også at dersom en mengde er strukturert i like undergrupper, inviterer situasjonen til å benytte multiplikativ resonnering (Ciccione & Dehaene, 2020; Kosko, 2020; Mulligan og Watson, 1998). Denne antagelsen i forskning på kvikkbildeoppgaver er tatt ut ifra at responstiden er så kort at elevene ikke ville rukket å benytte addisjon. Dersom undergruppene derimot består av ulike mengder, inviterer de til addisjon (Ciccione & Dehaene, 2020).

1.3 Problemet

Det største hullet vi fant i den tidligere forskningen på mengdeoppfattelse var på det pedagogiske planet. Clements et al. (2019) hevder at subitisering har blitt glemt i pedagogisk praksis, men har vært svært omfattende studert som en kritisk kognitiv prosess. Dersom det stemmer at subitisering er grunnlaget for vår evne til å utføre matematikk (Clements et al., 2019), burde det være en del av undervisningen i skolen. I dag finnes noen få forslag til undervisningsopplegg på kvikkbilder blant annet fra Matematikksenteret ved NTNU (Matematikksenteret, u.å.) og i Fosnot og Dolk (2001). I tillegg finnes det noen retningslinjer til utforming av kvikkbildeoppgaver i undervisning (Clements 1999; Clements et al., 2019; Clements & Sarama, 2009). Men det er lite forskning fra undervisningssituasjoner, og ingen helklasseforskning på elevers strategier i arbeid med kvikkbilder. Den eksisterende forskningen på kvikkbilder er ofte gjort på voksne deltakere og/eller mens deltakeren sitter alene foran en skjerm (Ciccione & Dehaene, 2020; Gandini et al., 2008; Hsin et al., 2021; Wender & Rothkegel, 2000; Wolters et al., 1987).

Det er også mangel på kvalitative studier som ser på elevers individuelle subitisering og strategier. For å utdype de kvantitative funnene foreslår flere forskere å gjennomføre flere kvalitative studier for å få dypere innsikt i barns strategivalg og strategiutvikling (MacDonald & Wilkins, 2016; Özdem & Olkun, 2021, s. 578). Ved å gjennomføre en kvalitativ studie kan man få mer innsikt i elevenes tanker og handlinger (Creswell & Creswell, 2018, s.257-258). Det å få innsikt i elevenes tanker og handlinger samsvarer med matematikkdidaktikkens fokus på strategiene og fremgangsmåten fremfor bare fokus på løsningene og produktene (Kunnskapsdepartementet, 2019).

1.4 Problemstilling

På bakgrunn av mangel på kvalitative studier og forskning innen pedagogisk praksis valgte vi å gjøre en kvalitativ studie for å få mer innsikt i barns strategier på kvikkbildeoppgaver. Vi valgte kun å studere strukturerte kvikkbilder fordi Clements (1999) hevder at strukturerte mengder i kvikkbilder i større grad bidrar til andre strategier enn å telle én og én.

Det finnes noen få studier som har gjort en kvalitativ undersøkelse på barn sine strategier i mengdeoppfattelse (Gandini et al., 2010; Luwel & Verschaffel, 2008). Men selv i disse studiene har de bare stilt ett oppfølgingsspørsmål for å få innsikt i elevene sine tanker når de løste kvikkbildeoppgavene. For å få større innsikt i hvilke strategier elever bruker og hvordan de bruker de, vil vi gjennomføre et semistrukturert intervju med flere oppfølgingsspørsmål.

Vi ville se på arbeid med kvikkbilder i en naturlig undervisningssituasjon ettersom det finnes få studier som gjør dette. I tillegg sier de etiske retningslinjene til NESH at forskningsprosjekt på barn bør være minst mulig belastende og ha en hensikt for barnet (NESH, 2021). For å minimere belastningen på elevene er det hensiktsmessig å gjennomføre studien i en naturlig undervisningssammenheng framfor i enerom foran en datamaskin.

I tillegg valgte vi et utvalg på 4. og 5. trinn ettersom de ifølge læreplanen skal ha blitt introdusert for multiplikasjon og addisjon, og derfor har mulighet til å formulere hva de tenkte og gjorde. En annen grunn var at vi hadde litt kjennskap til én 4.- og 5.klasse fra vår praksisperiode. Ved at deltakerne og forskeren kjenner hverandre fra før, kan deltakerne i større grad tilpasse seg forskerens tilstedeværelse (Guba, 1981).

På bakgrunn av funnene og hullene i tidligere forskningen presentert over, har vi kommet frem til følgende problemstillinger: «Hvilket repertoar av strategier har elever på 4. og 5. trinn når de løser strukturerte kvikkbildeoppgaver i en undervisningssituasjon?» og «Hvordan blir strategiene brukt når elevene løser strukturerte kvikkbildeoppgaver?».

1.5 Signifikans

Dersom vi kan svare på spørsmålene om elevers strategier i arbeid med kvikkbilder, kan det være med på å gjøre andre lærere i stand til å bruke kvikkbilder i undervisning. Kartlegging av ulike strategier hos elevene er et delmål på veg mot *fleksibilitet* og *adaptivitet* i problemløsning. Fleksibilitet handler om å bytte mellom strategier, og adaptivitet handler om å velge den mest hensiktsmessige av strategiene tilgengelig (Lemaire & Siegler, 1995). Vår forskning om strategirepertoar kan dermed bidra til videre forskning på om kvikkbilder kan øke fleksibilitet og adaptivitet hos elever i skolen.

Kvikkbilder som en visuell representasjon kan være nyttig for både eleven og læreren. Eleven kan bruke representasjonen til å gi mening til matematiske begreper og operasjoner. Læreren kan bruke kan bruke representasjonen (kvikkbildet) til å få elevene til å forklare hva de tenker og hvordan de regner ut svaret (Bondø, 2016). Ved hjelp av den visuelle representasjonen kan læreren forstå elevene sine egenkomponerte strategier og videre stimulere elevenes fleksibilitet. Denne stimuleringen er en «grunnpilar til elevenes innovative fremgangsmåter innen grunnskolematematikken» (Verschaffel et al., 2009, 336). For å veilede eleven videre mot matematiske mål er det viktig at læreren kan gjenkjenne disse strategiene.

Denne studien kan også være med på å kartlegge hvilke typer kvikkbildeoppgaver som passer på 4. og 5 trinn og dermed bidra til hvordan læreren kan utforme et undervisningsopplegg med kvikkbilder.

1.6 Metode

For å finne svar på problemstillingen vår gjorde vi en kvalitativ case-studie der vi fikk elevene til å svare på fire kvikkbildeoppgaver hentet fra Matematikksenteret. Datainnsamlingen bestod av intervju, innsamlet skriftlig elevarbeid og observasjon, samt video og lydopptak av undervisningen. Vi gjorde en tematisk analyse av datamaterialer der vi først analyserte teoretisk ved hjelp av et rammeverk for multiplikasjonsstrategier for å få større innsikt i mulige utregningsstrategier. Deretter analyserte vi induktivt ved å lage koder ut ifra datamaterialet.

1.7 Oversikt over studien

I denne studien vil vi først presentere det teoretiske grunnlaget for vår forskning. Deretter beskriver vi metoden og analysen, etterfulgt av resultatene fra analysen og en diskusjon rundt funnene. I teorien definerer vi noen sentrale begrep i studien, presenterer tidligere forskning på emnet og beskriver rammeverket vi benyttet i analysen. I metodekapittelet presenterer vi datainnsamlingsmetoden vår og begrunner hvordan vi valgte ut utvalget og oppgavene. Deretter beskriver vi vår metode for analyse og hvordan vi analyserte datamaterialet. Til slutt beskriver vi hvordan vi har opprettholdt troverdigheten og reliabiliteten i studien og ivaretatt de etiske retningslinjene. I resultatkapittelet presenterer vi et utvalg av funnene fra analysen med eksempler fra datamaterialet. I diskusjonskapittelet diskuterer vi de mest signifikante funnene og metoden for å kunne svare på vårt forskningsspørsmål. Vi diskuterer også studiens vitenskapelige og didaktiske implikasjoner og begrensninger, før vi drøfter muligheter for videre forskning

2 Teori

Vår studie ser på hvilket repertoar av strategier elever viser i arbeid med strukturerte kvikkbilder og hvordan disse strategiene blir brukt. I dette kapittelet presenterer vi teorien som ligger til grunn for denne studien. Først forklarer vi det kognitive paradigme. Deretter definerer vi sentrale begreper fra tidligere litteratur som vi har brukt i denne studien. Vi starter med begreper om mengdeoppfattelse innen kvikkbilder og fortsetter med strategibegrepet. Begrepene vi definerer innenfor mengdeoppfattelse er numerositet, kvikkbilder, subitisering, estimering, mønstergjenkjenningsteori, gruppering samt rigid conceptual subitizing og flexible conceptual subitizing. Innenfor strategibegrepet definerer vi begrepene strategi, backup strategier og retrival strategier, strategirepertoar, fleksibilitet, adaptivitet og bølgemodellen. Etter begrepsdefinisjonene, vil vi presentere funn fra tidligere empiriske studier innenfor strategier på strukturerte kvikkbilder, multiplikasjonsstrategier i visuelle representasjoner og strategifleksibilitet. Til slutt presenterer vi det teoretiske rammeverket til Mulligan og Mitchelmore (1997) som utgangspunkt for å kunne analysere multiplikasjonsstrategiene i datamaterialet vårt.

2.1 Det kognitive paradigme

Denne studien er gjort ut ifra det kognitive paradigmet. Det kognitive paradigmet er opptatt av å studere de mentale representasjonene som skjer inni hodet til deltakeren. For å ikke komplisere studiet av de mentale representasjonene, velger ikke det kognitive paradigme å se på følelser, motivasjon eller den sosiale konteksten som årsaker til at tanker oppstår. Likevel anerkjenner det kognitive paradigme at den sosiale konteksten, motivasjon og følelser spiller en rolle, selv om det ikke blir studert (Gardner, 1985, s.6). I vår studie vil vi vite hva elevene forestiller seg når de ser et kvikkbilde, hvilke strategier de benytter og hvordan de regner ut mengdene. Vi som forskere anerkjenner at det finnes en sosial kontekst som kan spille en rolle i form av elevens motivasjon og mestring, men det er ikke disse faktorene vi har valgt å fokusere på i denne studien. Derfor plasserer vi vår studie i det kognitive paradigmet.

2.2 Definisjoner av begreper

Før vi går inn på tidligere forskning og studiens rammeverk, definerer vi ulike begreper sentralt for denne studien. Vi starter med å definere ulike begreper innad i mengdeoppfattelse, deretter går vi nærmere inn på strategibegreper.

2.2.1 Kvikkbilder og numerositet

For å undersøke mengdeoppfattelse kan man benytte aktiviteten kvikkbilder. Ordet kvikkbilde er hentet fra Matematikksenteret (Bondø, 2016). Oppgaveformen er også benyttet i annen forskning, men uten å bli navnsatt (Wender & Rothkegel, 2000, s. 1). Vi definerer et kvikkbilde som en oppgavetype der deltakerne blir eksponert for et antall like elementer i så kort tid at man ikke rekker å telle alle. Deretter blir deltakerne bedt om å rapportere hvor mange elementer de så. Typiske elementer som blir brukt er prikker (Wender & Rothkegel, 2000, s.1). Men også andre gjenstander kan bli brukt som for eksempel biler eller klosser (Luwel & Verschaffel, 2008). Kvikkbilde som undervisningsaktivitet i matematikk kan blant annet brukes for å bedre forstå ulike multiplikasjonsstrategier og at tall kan være bygd opp på forskjellige måter (Bondø, 2016). Videre i denne studien vil vi benytte begrepet numerositet for det totale antallet elementer i en mengde. Begrepet numerositet er hentet fra Kaufman et al. (1949).

2.2.2 Subitisering og estimering

For å finne numerositeten, skilles det generelt mellom tre prosesser: subitisering, telling og estimering. Bakgrunnen for denne inndelingen er at det er funnet forskjeller i oppregningshastighet, nøyaktighet og selvsikkerhet for å oppfatte mengder med ulik numerositet (Kaufman et al., 1949; Klahr & Wallace, 1973). Likevel har også telling blitt sett på som en strategi som inngår i estimering (Gandini et al., 2010; Luwel & Verschaffel, 2008). Derfor velger vi i denne studien å se telling som en estimeringsstrategi.

Subitisering er en rask, nøyaktig og selvsikker prosess for å oppfatte en liten gruppe objekter uten å telle eller å estimere (Kaufman et al., 1949). Subitisering ser også ut til å utvikles før man teller verbalt (Starkey & Cooper, 1995). Et eksempel på subitisering er hvis det ligger fire like sjokoladebiter igjen i en skål, vil du umiddelbart vite at det er fire uten å telle de. Allerede i 1871 fant Jevons tegn på subitisering gjennom et eksperiment med bønnekasting. Jevons kastet en tilfeldig mengde bønner mot en eske, så raskt ned i esken og så raskt bort fra esken. Deretter skrev Jevons ned hvor mange bønner han så. Eksperimentet viste at Jevons alltid fikk riktig når mengden bønner var fire eller mindre i esken, mens for større mengder gjorde han flere feil. Derfor hevdet Jevons at menneskers sinn kunne omfavne mellom fire og fem objekter samtidig, uten å telle én og én (Jevons, 1871). Senere har flere eksperimenter funnet at mengder fra to til seks gjenstander blir funnet veldig raskt, korrekt og selvsikkert enn for større mengder (Kaufman et al. ,1949; Kutter et al., 2023; Mandler & Shebo, 1982; Mazza, 2017; Railo et al., 2008). Kaufman et al. (1949, s.520) kalte denne evnen for å oppfatte små mengder umiddelbart «subitizing» fra det latinske adjektivet «subitus» som betyr plutselig. Det er fortsatt uklart hvor subitiseringsgrensa ligger, men i dag er det mengder opptil fire som oftest går igjen (Katzin et al., 2019). Derfor velger vi i denne studien å definere subitiseringsområdet på mengder mellom én og fire.

For større mengder enn man kan subitisere, brukes estimering. Det finnes flere definisjoner på estimering og det er en uenighet om estimering skjer perseptuelt og automatisk, eller med kognitive strategier (for eksempel addisjon) (Gilmore et al., 2018). I denne studien benytter vi Luwel og Verschaffel (2008) sin vide definisjon av estimering. Luwel og Verschaffel (2008) definerte estimering som en kompleks problemløsningsprosess der man kan benytte ulike utregninger og kognitive strategier for å komme frem til en omtrentlig beregning[1]. Bakgrunnen for valg av Luwel og Verschaffel (2008) sin definisjon, er at denne definisjonen har blitt brukt i annen matematikkutdanningsforskning, og at den åpner for estimering som både en perseptuelt og kognitiv prosess. I forhold til subitisering vil man med estimering bruke lengre tid, det gjøres mer feil og man blir mindre selvsikker (Kaufman et al., 1949). Det er også en økende enighet innen forskning om at form og avstand mellom prikkene på kvikkbilder har noe å si for hvor raskt og nøyaktig deltakerne estimerer (Ciccione & Dehaene, 2020; Guillaume et al., 2023; *Starkey & McCandliss, 2014).* I tillegg har estimering vist å gi

[1] Estimering må ikke være omtrentlig. I denne studien estimerer elevene seg stort sett frem til et nøyaktig svar. Vi kaller det likevel estimering.

fordeler i mange matematiske ferdigheter som mental regning (Luwel & Verschaffel, 2008).

2.2.3 Mønstergjenkjenningsteorien

Som sagt hevder forskning at subitiseringsområdet referer til mengder mellom én og fire (Katzin et al., 2019). Likevel foreslår noen forskere at spesielle mønstre over fire, i likhet med subitisering, også kan finnes raskt, nøyaktig og selvsikkert. Å se mønstre over fire raskt, nøyaktig og selvsikkert begrunnes ofte med en prosess som kalles for mønstergjenkjenning. Mønstergjenkjenning handler om at man ser visse mønstre raskere fordi man har sett mønstret flere ganger og lagret det i langtidsminnet. For eksempel er det funnet at strukturerte mønstre finnes raskere enn ustrukturerte mønstre (Hsin et al., 2021; Mandler & Shebo, 1982; Wender & Rothkegel, 2000). Det er også funnet at terningmønster fra fire til seks finnes raskere enn både strukturerte og ustrukturerte mønster med samme antall prikker (Wender & Rothkegel, 2000) (se Figur 2.1). Videre er det funnet at romlige organisering i enkle geometriske former som trekant og firkant kan lette talloppfatningen (Gheorghiu & Dering, 2020). I tillegg har mengder med ni prikker organisert i et kvadratmønster med 3·3 prikker tilnærmet lik reaksjonstid som et terningmønster på seks (Hsin et al., 2021, s.11,15) (se Figur 2.1). Det diskuteres fortsatt hvorfor slike strukturerte mønster over fire er lettere å se enn ustrukturerte. Forskere diskuterer om bakgrunnen er mønstergjenkjenning, at man grupperer mønstre i undergrupper (se gruppering), eller om det er en kombinasjon av gruppering og mønstergjenkjenning (Katzin et al., 2019: Hsin et al., 2021).

Figur 2.1

Eksempel på Strukturerte Mengder

Merknad. Disse figurene er eksempel på fire ulike strukturerte mengder som oppfattes raskere enn andre strukturer med samme numerositet.

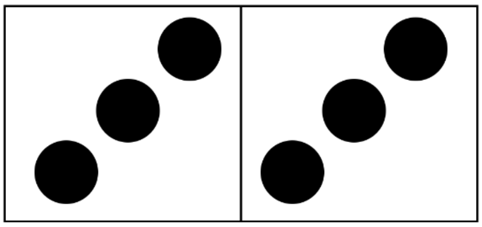
2.2.4 Gruppering

En type estimeringsstrategi som blir beskrevet i nåværende litteratur er det vi har valgt å kalle for «gruppering». Gruppering blir beskrevet som en rask og eksakt oppregningsmetode for å beregne mengder over subitiseringsgrensa på fire elementer. Gruppering kan deles inn i to prosesser. Først grupperer man et mønster i subitiserbare undergrupper på opptil fire elementer og navngir mengden. Deretter legger man sammen disse subitiserbare gruppene og finner mengdens numerositet (Guillaume et al., 2023). Noen foreslår også at disse to prosessene kan skje parallelt, og ikke som to adskilte prosesser (Wege et al., 2022). Et eksempel på gruppering er å finne numerositeten til en dominobrikke med to treere (se Figur 2.2) ved først å subitisere hver av treerne, og deretter legge sammen treerne til å bli seks. Gruppering har i litteraturen blitt beskrevet under flere navn som «conceptual subitizing» (Clements 1999; Clements et al., 2019; MacDonald & Wilkins, 2016), «groupitizing» (Guillaume et al., 2023; Starkey & McCandliss, 2014) og «subitizing with addition» (Klahr & Wallace, 1973).

Kvikkbilder som best legger til rette for gruppering, er strukturerte mønster som er delt inn subitiserbare undergrupper. Jo flere undergrupper man deler kvikkbildet inn i, jo lengre responstid har man (Wender & Rothkegel, 2000). Ciccione og Dehaene (2020) mener at multiplikasjon er en del av grupperingsprosessen når undergruppene er like store og har samme struktur.

Figur 2.2

Illustrasjon av én Dominobrikke med to Treere

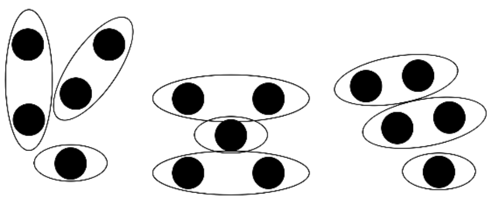


2.2.5 Rigid og flexible conceptual subitizing

MacDonald og Wilkins (2016) beskriver to typer gruppering hos de eldste barna i barnehagen. De to typene gruppering er rigid conceptual subitizing (RCS) og Flexible conceptual subitizing (FCS). I RCS har man en begrenset konseptuell forståelse av tall, og komponerer og/eller dekomponerer kun ett sett med undergrupper. Et eksempel på RCS er hvis et barn alltid subitiserer to, to og én, hver gang barnet blir vist et bredt utvalg av representasjonen fem (se Figur 2.3). I FCS ser barnet to eller flere måter å komponere elementer fra det samme mønstret, i forskjellige oppgaver (se Figur 2.4). Her kan barnet også velge en annen gruppering uavhengig hvordan mønstret er gruppert eller farget. For eksempel kan en elev i FCS si at hen så fem fordi hen så «tre og to» og senere si at hen så «fire og én» på det samme mønstret i forskjellige oppgaver. Eleven kan også se et mønster som er gruppert i «fire og én», men likevel velge å gruppere det i «tre og to». RCS er ofte en forløper til å utvikle FCS (MacDonald & Wilkins, 2016). MacDonald og Wilkins (2016) studerte numerositeter med maksimalt sju prikker.

Figur 2.3

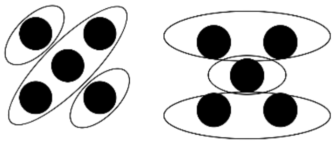
Illustrasjon av RCS



Merknad. En elev i RCS subitiserer i de samme undergruppene uansett struktur

Figur 2.4

Illustrasjon av FCS



Merknad. En elev i FCS subitiserer i ulike undergrupper selv om strukturen er lik.

2.2.6 Strategibegrepet og backup- og retrival-strategier

Strategibegrepet har blitt definert i vid og spisset forstand. Ashcraft (1990) definerte en strategi i vid forstand, som enhver metode som fører til en løsning av et problem. Siegler og Jenkins (1989) bruker en mer spisset definisjon av strategibegrepet med to kriterier. (1) En strategi innebærer ett bevisst valg blant flere valgmuligheter og (2) inkluderer kun handlinger rettet spesifikt mot å løse det gitte problemet. Selv om Siegler og Jenkins (1989) hevder at en strategi må innebære et bevisst valg, inkluderer de *retrival-strategier* i strategibegrepet. Retrival-strategier er én av hovedkategoriene strategibegrepet kan deles inn i (Siegler, 1988, s. 258) og defineres som automatiske og effektive ettersom eleven «kan» svaret og henter det rett fra minnet (Siegler, 1996; Siegler & Jenkins, 1989). Så lenge en retrival-strategi er rettet mot å løse det gitte problemet, regnes det som en strategi (Siegler & Jenkins, 1989, s.12). Et eksempel på retrival- strategi, er å vite at seks ganger to er tolv uten å regne det ut.

Den andre hovedkategorien strategibegrepet kan deles inn i er *backup-strategier*. Backup-strategier defineres som en «sekvens av kognitive operasjoner» (Siegler, 1988, s. 258) og innebærer med andre ord en prosess i form av telling eller regning. Alle strategier som ikke er retrival-strategier, regnes som backup-strategier (Siegler, 1988; Siegler, 1996; Siegler & Jenkins, 1989). Retrival-strategier regnes som mer effektive enn backup-strategier ettersom de ikke krever en mellomprosess, likevel kan backup-strategiene være mer nøyaktige ettersom de baserer seg på prosessen mot svaret og ikke bare et memorert svar (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84). Når vanskelighetsgraden til problemet øker, er sjansen altså større for at eleven vil velge en backup-strategi (Siegler, 1987; Siegler 1988).

I denne oppgaven valgte vi en vid definisjon av strategibegrepet. Bakgrunnen for dette valget var at vi gikk ut ifra at subitisering er en umiddelbar handling som ikke trenger å innebære et bevisst valg. Basert på den beskrivelsen kan subitisering minne om en retrival-strategi, men dersom subitisering er en automatisk og medfødt evne, skiller subitisering seg fra retrival-strategier man har tillært seg og lagret på langtidsminnet. Vi valgte derfor å definere en strategi som «alle handlinger rettet mot å løse problemet» for å inkludere subitisering som en strategi.

2.2.7 Strategirepertoar, fleksibilitet og adaptivitet

Strategirepertoar refererer til alle de ulike strategiene eleven kan for å løse matematikkoppgaver (Hickendorff, 2020, s. 2). For eksempel hvis eleven kan mange forskjellige multiplikasjonsstrategier har eleven et stort repertoar av multiplikasjonsstrategier. Dersom eleven kun kan én multiplikasjonsstrategi, har eleven et lite repertoar av multiplikasjonsstrategier.

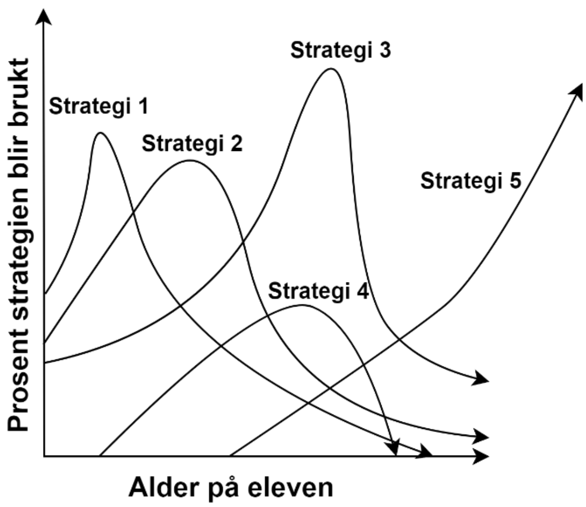
Noen artikler bruker begrepet *fleksibilitet* som en kombinasjon av fleksibilitet og adaptivitet. I denne studien velger vi å adskille begrepene. Fleksibilitet viser i denne studien til det å kunne bruke og bytte mellom ulike strategier (Verschaffel et al., 2009, s. 337). Strategifleksibilitet forutsetter at man kan forskjellige strategier. Likevel hvis man har et stort repertoar av strategier, men velger kun å benytte én strategi på forskjellige oppgaver, har man lav strategifleksibilitet (Verschaffel et al., 2009). *Adaptivitet* handler om å bruke den mest passende strategien for den matematiske oppgaven, individet og den sosiokulturelle konteksten (Verschaffel et al., 2009, s. 343). Selv om en matematisk oppgave inviterer til å bruke én bestemt strategi, trenger ikke eleven å oppleve denne strategien som mest passende. For eleven kan for eksempel hastighet eller nøyaktighet bety mer. I tillegg kan elevens strategivalg påvirkes av hvilke strategier klassen eller læreren mener er gyldige, altså den sosiokulturelle konteksten. Målet med adaptivitet er at alle elever selv skal utvikle sine egne preferanser på strategivalg basert på personlig refleksjon over oppgavene, de ulike strategiene og konteksten de er en del av (Verschaffel et al., 2009).

2.2.8 Bølgemodellen

Siegler (1996) presenterer en modell for strategivalg kalt «overlapping waves», oversatt til «bølgemodellen» (se Figur 2.5). Istedenfor at elever utvikler og benytter én strategi frem til en ny strategi utvikles og tar over, sier bølgemodellen av barnet utvikler og bruker flere strategier parallelt. Barnet velger mellom de tilgjengelige strategiene og vil til enhver tid benytte den mest hensiktsmessige av strategiene til rådighet. Elevene kan endre strategi ut ifra hvilken struktur de selv gir oppgaven. Hvilken struktur eleven ilegger oppgaven blir blant annet påvirket av bruk av representasjoner, fysisk materialer og elevens strategirepertoar (Shrager & Siegler, 1998). Ved å utvikle og bruke flere strategier parallelt, utvikler barnet strategifleksibilitet. Barns strategivalg blir med andre ord mer adaptive, jo mer erfaring elevene får (Shrager & Siegler, 1998, s. 409).

Figur 2.5

Illustrasjon av Siegler (1996) sin Bølgemodell



Merknad. Denne figuren er en illustrasjon av Siegler (1996) sin bølgemodell på barn sine strategivalg.

2.3 Tidligere forskning

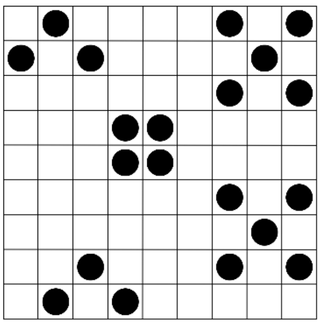
I denne delen vil vi presentere tidligere forskning som er relevant for vår studie. Vi starter med å utdype noen av studiene innenfor estimering og kvikkbilder som har flest likhetstrekk med vår studie. I estimeringslitteratur knyttes estimering til ulike aritmetiske strategier, og de fant at barna utnyttet den like strukturen til å benytte gjentatt addisjon som forløper til multiplikasjon (Luwel & Verschaffel, 2008). For å utdype funnene av begynnende multiplikasjonsstrategier i estimeringslitteraturen, presenterer vi tidligere forskning på multiplikasjonsstrategier. I tidligere forskning på multiplikasjonsstrategier går vi nærmere inn på litteraturen som knytter multiplikasjon til visuelle representasjoner og konseptuell forståelse. Til slutt presenterer vi tidligere forskning som knytter valg blant ulike regnestrategier til strategifleksibilitet, som vi trenger for å svare på forskningsspørsmålet vårt om hvordan eleven benytter strategiene sine.

2.3.1 Elevstrategier på strukturerte kvikkbilder

Det finnes svært få studier som har likhetstrekk med vår studie i både oppgavetype, utvalg og metode. I denne studien baserte vi oss på Matematikksenteret (u.å.) sine kvikkbildeoppgaver og så på 4.- og 5.-trinns elever sine strategier. Kvikkbildene hadde numerositeter over 15 og elementene var strukturerte. Gandini et al. (2010) og Luwel og Verschaffel (2008) er de to eneste studiene vi fant som har sett på grunnskoleelevers strategier i strukturerte kvikkbildeoppgaver over 15 prikker. Gandini et al. (2010) så på numerositeter på totalt 15, 20 og 25 prikker, der prikkene var strukturert i undergrupper fra én til fem (se Figur 2.6). I motsetning til Gandini et al. (2010) undersøkte Luwel og Verschaffel (2008) realistiske elementer, istedenfor prikker, med langt større numerositeter med mellom 70 og 125 elementer. En annen ulikhet var at elementene i Luwel og Verschaffel (2008) ikke var strukturert i subitiserbare undergrupper. De var strukturert som enten en-dimensjonale (en lang tråd med prikker), to dimensjonale (parkeringsplass med biler formet som et rektangelmønster) eller tre dimensjonale (En kube av klosser med høyde, lenge og bredde) (Luwel & Verschaffel, 2008). I tabell 2.1 vises hvilke estimeringsstrategier Gandini et al. (2010) og Luwel og Verschaffel (2008) fant på strukturerte kvikkbilder. Estimeringsstrategiene er organisert fra hyppigst (øverst) til lavest bruk (nederst).

Figur 2.6

Eksempel på Strukturerte Kvikkbildeoppgaver



Merknad. Denne figuren er en illustrasjon av hvordan de strukturerte oppgavene til Gandini et al. (2010, s.3) kunne se ut.

Tabell 2.1

Tidligere Strategier på Kvikkbilder

Gandini et al. (2010, s. 8-9) Elevstrategier på 5.trinn på strukturerte kvikkbilder. Rangert etter gjennomsnittet.		**Luwel og Verschaffel (2008)** Elevstrategier på 2., 4. og 6. trinn på strukturerte kvikkbilder.	
Strategi	**Forklaring**	**Strategi**	**Forklaring**
Benchmark	Eleven sammenlignet bilde de så, med numerisk representasjon fra langtidsminnet.	**Multiplication**	Brukte multiplikasjon med to eller tre siffer. Multiplikasjonsstykkene kunne refereres til formel for å regne ut areal eller volum. Eller multiplikasjon ved å se like grupper, og estimerte eller teller like antall grupper.
Approximate counting	Eleven så forskjellige grupper og estimerte summen.	**Repeated addition**	Benyttet gjentatt addisjon. For eksempel å telle med toere, femmere.
Anchoring	Elven telte noen prikker og estimerte resten basert på det eleven telte først.	**Guessing**	Gjetter svaret
Exact counting	Eleven telte alle prikkene med enere, toere eller treere.	**Partial counting**	Starter med å telle én og én og deretter benytter en annen estimeringsstrategi (ofte gjetting)
Decomposition / Recomposition	Eleven oppdaget én gruppe med prikker opptil fire eller fem. Deretter så eleven grupper med lignende størrelse og multipliserte gruppene.	**Adding**	Adderte forskjellige tall gjennom subitisering, telling eller estimering. For eksempel fem og fem, fire og to utgjør 16

Merknad. Tabellen viser en oversikt over tidligere strategier på kvikkbilder funnet av Gandini et al. (2010) og Luwel og Verschaffel (2008). NB! Strategiene fra de to studiene som står side om side er ikke sammenlignbare.

Av Tabell 2.1 kan vi merke oss at elevene bruker en rekke strategier basert på telling (se exact counting og partial counting), addering (se repeated addition og adding) og multiplikasjon (se decomposition/recomposition og multiplication). Begge studiene fant også at barn benytter flere strategier og at de endrer strategi etter ulike numerositeter og etter strukturen på kvikkbildene (Luwel & Verschaffel, 2008; Gandini et al., 2010). For eksempel fant Luwel og Verschaffel (2008) at multiplikasjon ble oftere benyttet enn de andre strategiene. Forklaringen på hyppigheten av multiplikasjonsstrategiene kan være at de store numerositetene gjorde det vanskelig for barna å stole på de mest enkle og kjente strategiene som «Counting», «adding» og «repeted addition». De så også at strategiene «guessing», «partial counting» og «repeated addition» avtok med alderen mens «multiplication» strategien økte med alderen, trolig på grunn av elevenes økte matematiske kunnskaper om aritmetikk og areal. De observerte også at mange av de yngste barna forsøkte å utnytte strukturen i de strukturerte bildene ved å benytte gjentatt addisjon, som en forløper til multiplikasjon (Luwel & Verschaffel, 2008). Gandini et al. (2010) observerte at 5. klassingene benyttet «benchmark» strategien oftest mens «decomposition/recomposition», strategien minst. 5. klassingenes strategivalg kan forklares med at de hadde kort tid på seg og at «decomposition/recomposition» var mentalt tidkrevende for dem. Men det behøves mer forskning på forklaringen (Gandini et al., 2010).

2.3.2 Multiplikasjonsstrategier

For å bedre forstå elevers multiplikasjonsstrategier i kvikkbildeoppgaver så vi på tidligere forskning på barns multiplikasjonsstrategier. Vi gjorde et Scopus-søk på søkestrengen: (TITLE-ABS-KEY (multiplication*) AND TITLE-ABS-KEY (strateg*) AND TITLE-ABS-KEY (model*) AND TITLE-ABS-KEY (student*)) AND PUBYEAR > 1981 AND PUBYEAR < 2024 AND (LIMIT-TO (SUBJAREA ,«MATH»)) for å få en oversikt over litteratur om barns multiplikasjonsstrategier. Søket ga 22 treff, hvorav vi leste abstraktene og eliminerte vekk treffene som ikke omhandlet elever på 1.-7. trinn, som handlet om multiplikasjon med annet enn positive heltall, som handlet spesifikt om barn med lærevansker, eller som omhandler kontekster som ikke var i klasseromsammenheng. Da stod vi igjen med 8 artikler vi leste gjennom for å finne relevant teori til vår studie av elevers arbeid med kvikkbildeoppgaver.

I tillegg til Scopus-søket, leste vi en rekke artikler vi kom over i referanselister eller ble tipset om. Deriblant Hecht (1999) sin inndeling av multiplikasjonsstrategier, Siegler og Jenkins (1989) sin kategorisering av backup- og retrival-strategier, og Lemaire og Siegler (1995) sin artikkel om strategifleksibilitet i multiplikasjon.

Begreper som gikk igjen i flere av artiklene om multiplikasjon var visuelle representasjoner og matematisk struktur. Flere av artiklene fant at organiseringen av den visuelle representasjonen var avgjørende både for elvenes valg av utregningsprosesser og svar på multiplikasjonsoppgaven (Finesilver, 2022; Kosko, 2020; Mulligan & Watson, 1998). I en representasjon av multiplikative strukturer, som prikker i matriser og i rutenett, er organiseringen spesielt avgjørende (Izsák, 2005 i Finesliver, 2022, s. 280). De fant også individuelle forskjeller blant elevstrategiene, og at variasjonen kunne knyttes til hvilken struktur eleven selv tilla multiplikasjonsproblemet (Kosko, 2020; Mulligan & Mitchelmore ,1997; Mulligan & Watson, 1998).

Konseptuell forståelse i multiplikasjon var også et gjengående tema i flere av artiklene. Konseptuell forståelse handler om å forstå prosessen bak en regel eller formel (Hendriana et al., 2019, s. 398). Hendriana et al. (2019) understreker viktigheten av konseptuell forståelse over pugging av formelle regler i matematikk, for å kunne bygge videre på denne forståelsen (Hendriana et al., 2019). Threlfall (2009) argumenterer for at mentale strategivalg der elevene resonnerer seg frem til en løsning, kan være med på å øke den konseptuelle forståelsen til elevene (Threlfall, 2009). Mulligan og Watson (1998) fant at den økende kompleksiteten i de intuitive multiplikasjonsstrategiene til elevene viser konseptuell utvikling. Samtidig poengterer Passarella (2022) viktigheten av å gi elevenes strategier matematisk mening.

2.3.3 Strategifleksibilitet

Det finnes også diverse litteratur som ser på strategifleksibilitet. Siegler (1996) sin bølgemodell fant at elevene utviklet strategifleksibilitet (i addisjon) ved å utvikle ulike strategier parallelt. Lemaire og Siegler (1995) ser spesifikt på strategifleksibilitet i multiplikasjon. De fant at bruk av retrival-strategier øker og backup-strategier minker hos elevene etter hvert som de blir eldre og får mer trening og erfaring, men vanskelighetsgrad på oppgaven er avgjørende. Forfatterne fant også at en økt kunnskapsbase og erfaring i strategiutførelse, førte til endring i strategibruken hos elevene (Lemaire & Siegler, 1995, s.96). Threlfall (2009) så på strategifleksibilitet ved hoderegning, og kom med et alternativt forslag til modell for mentale strategivalg. I modellen resonnerer elevene seg frem til en løsning, snarere enn å velge en strategi for deretter å regne ut svaret (Threlfall, 2009).

2.4 Rammeverk for analyse

I denne delen presenterer vi rammeverket vi benytte i analysen av datamaterialet til vår studie. Vi definerer først hvilken type rammeverk vi valgte, hvorfor vi valgte å benytte et multiplikasjonsrammeverk, og deretter hvorfor vi valgte rammeverket til Mulligan og Mitchelmore (1997). Til slutt beskriver vi strategiene i rammeverket og hva de innebærer, samt noen av de mest relevante funnene.

2.4.1 Ulike typer rammeverk

Det finnes tre typer rammeverk for analyse, teoretisk, praktisk og konseptuelt. Et teoretisk rammeverk baserer seg på en eksisterende og etablert teori og forskningsspørsmålet formuleres ut ifra teorien (Eisenhart, 1991). Én av bakdelene med et teoretisk rammeverk er at det ikke nødvendigvis gir et helhetlig bilde av det vi studerer. Et praktisk rammeverk består av praktisk kunnskap og benyttes når hensikten med forskningen er at den skal ha en praktisk nytte. I et praktisk rammeverk vil dermed den teoretiske forståelsen nedprioriteres til fordel for praktiske forbedringer. Et konseptuelt rammeverk er en rekke argument med flere ulike synspunkt for å rettferdiggjøre hvorfor noen idéer eller konsepter er hensiktsmessige å ta utgangspunkt i for den som skal bruke rammeverket. Også et slikt rammeverk er bygget på formell teori, men argumentene kan være mer eller mindre fastsatte sannheter. Vi valgte å ta utgangspunkt i et konseptuelt rammeverk for vår analyse, ettersom vi ville se på hvilke strategier elevene benyttet ved å knytte elevutsagnene til konkrete kategorier.

2.4.2 Begrunnelse for valg av rammeverk innen multiplikasjon

Estimeringslitteraturen fant at elever bruker addisjon og multiplikasjon når de estimerer, men skiller i liten grad mellom ulike underkategorier (Luwel & Verschaffel, 2008; Ciccione & Dehaene, 2020). For å kunne utdype tidligere estimeringslitteratur sine funn, valgte vi et konseptuelt rammeverk som kunne kategorisere ulike strategier innenfor addisjon og multiplikasjon. Dette rammeverket hjelper å svare på problemstillingene våre ved at det forklarer hvilket repertoar av strategier elevene har og det kan hjelpe til å forstå hvordan strategiene blir brukt i arbeid med kvikkbildeoppgaver.

2.4.3 Ulike rammeverk for multiplikasjonsstrategier

I tillegg til rammeverket vi valgte av Mulligan og Mitchelmore (1997), finnes det mange ulike kategoriseringer av multiplikasjonsstrategier. Et eksempel er Hecht (1999) som deler multiplikasjonsstrategiene (til voksne) inn i fem kategorier, for deretter å dele disse fem inn i retrival- og backup-strategier. Et annet eksempel er Kosko (2020) som ser på hvordan visuelle representasjoner påvirker elevenes multiplikative resonnement.

Vi valgte Mulligan og Mitchelmore (1997) sitt rammeverk fordi de baserer seg på intuitive strategier. De forsker på barn sin utvikling av multiplikasjon uten formell undervisning. Strategiene i rammeverket til Mulligan og Mitchelmore (1997) baserer seg på de intuitive modellene for multiplikasjon fra Anghileri (1989). Forskning viser at barn ikke er avhengig av formell undervisning i multiplikasjon for å kunne løse oppgaver med multiplikative strukturer (Carpenter et al.,1993; Mulligan, 1992; Mulligan & Mitchelmore, 1997). I vår studie ville vi gi elever oppgaver med multiplikative strukturer (kvikkbilder). Elevene hadde noe erfaring med formell multiplikasjonsundervisning, men ingen erfaring med kvikkbilder. Derfor hadde elevene ingen multiplikasjonsstrategier i arbeid med kvikkbilder. Vi så det derfor som passende å benytte et rammeverk basert på intuitive modeller, ettersom elevene i vår studie også måtte benytte intuitive strategier i problemløsingen. Det var også et viktig poeng at rammeverket vi valgte var basert på forskning på barneskoleelever i likhet med vår studie.

Under følger en beskrivelse av rammeverket til Mulligan og Mitchelmore (1997), hvordan de kategoriserer de ulike strategiene i rammeverket, samt en oppsummering av noen av funnene fra deres forskning.

Ifølge Mulligan og Mitchelmore (1997) blir de intuitive modellene formet tidlig og påvirker elevenes forståelse for multiplikative situasjoner når de blir eldre. En intuitiv modell beskrives som «utgangspunktet til alle grunnleggende operasjoner innen aritmetikk» (Fischbein et al., 1985, s.4). Mulligan og Mitchelmore (1997) baserte seg på Anghileri (1989) sine funn av tre intuitive modeller for multiplikasjon (se Tabell 2.2): «Direct counting» oversatt til direkte telling, «Repeated addition» oversatt til gjentatt addisjon, og «Multiplicative operation» oversatt til multiplikative utregninger.

Basert på hvilken utregningsstrategi elevene brukte på en oppgave kunne man se hvilke egenskaper og aspekter barnet la vekt på, og dermed hvilken intuitiv modell de brukte (Mulligan & Mitchelmore, 1997). Mulligan og Mitchelmore (1997) fant i sin studie en rekke ulike utregningsstrategier hos elevene, som alle passet inn i de tre intuitive modellene til Anghileri (1989). Innad i «gjentatt addisjon» fant de utregningsstrategiene «rhythmic counting» oversatt til rytmisk telling, «skip counting» oversatt til stegtelling, «repeated adding/additive calculation» oversatt til gjentatt addering og «additive doubling» oversatt til additiv dobling (se Tabell 2.2). Alle de fire underkategoriene passer inn i den intuitive modellen gjentatt addisjon, ettersom de baserer seg på prinsippet om dobbeltelling (Mulligan & Mitchelmore, 1997, s. 313). I Tabell 2.2 kommer en detaljert beskrivelse av de tre intuitive modellene, og de tilhørende utregningsstrategiene vi så etter i den teoretiske analysen av vårt datamateriale.

Tabell 2.2

Intuitive Modeller og Utregningsstrategier

Intuitive modeller (Anghileri, 1989)	Utregningsstrategier
1. Direkte telling	Telle én og én
2. Gjentatt addisjon	Rytmisk telling Stegtelling Gjentatt addering Additiv dobling
3. Multiplikative utregninger	Kjente multiplikative fakta Utledet fra kjente multiplikative fakta

Merknad. Tabellen viser en oversikt over de intuitive modellene til Anghileri (1989) og utregningsstrategiene som knyttes til ifølge Mulligan og Mitchelmore (1997). Tabellen er oversatt fra engelsk.

Den intuitive modellen «Direkte telling» innebærer at eleven modellerer problemet fysisk eller visuelt for deretter å telle de én og én (Mulligan & Mitchelmore, 1997, s.317). For eksempel vil en elev som benytter direkte telling, telle to rekker med fire prikker, ved å peke på én og én prikk til alle åtte er telt. Strukturen gitt i problemet blir dermed ikke utnyttet, fordi eleven ikke har forstått at «fire enere» er det samme som «én firer» (Mulligan & Mitchelmore, 1997, s.317).

Ifølge Mulligan og Mitchelmore (1997), innebærer «Gjentatt addisjon» rytmisk telling, stegtelling, gjentatt addering og additiv dobling. Alle disse strategiene har til felles at de utnytter «like-grupper strukturen» i problemet. Rytmisk telling skiller seg fra direkte telling ved å utnytte strukturen i oppgaven (Mulligan & Mitchelmore, 1997, s.317). For eksempel vil en elev som benytter rytmisk telling, telle to rekker med fire prikker som «én-to, tre-fire, fem-seks, sju-åtte» og dermed telle i en «toer-rytme». Stegtelling tar det enda et steg videre og sier bare det siste tallet i toer-gruppene, for eksempel «2,4,6,8». Gjentatt addering handler om at samme tallet blir lagt sammen flere ganger. Denne strategien minner om stegtelling ettersom eleven er innom alle toer-gruppene, men er regnet mer som «utregning» enn «telling». Et eksempel på gjentatt addering er «to pluss to er fire, pluss to er seks, pluss to er åtte». Den siste strategien i denne intuitive modellen er additiv dobling. Også denne strategien innebærer utregning, men eleven er ikke innom alle toer-gruppene lenger ettersom de blir doblet for hver utregning. For eksempel «to pluss to er fire, fire pluss fire er åtte».

«Multiplikative utregninger» innebærer at elevene gir det rette svaret på en oppgave, uten å være innom alle de like gruppene (Mulligan & Mitchelmore, 1997, s. 317). For eksempel kan en elev som benytter multiplikative utregninger, si at fire rekker med tre er 12 uten å si at det er 3,6,9,12 (stegtelling) eller en annen additiv struktur. Det regnes også som multiplikative utregninger dersom eleven regner ut deler av oppgaven ved hjelp av multiplikasjon (Mulligan & Mitchelmore, 1997, s. 317). For eksempel at tre ganger tre er ni, pluss tre er 12.

Mulligan og Mitchelmore (1997) sin studie blir gjort med elever på 2. og 3. trinn, der elevene (én og én) ble introdusert for 12 tekstoppgaver som inviterte til ulike multiplikative strukturer. Elevene kunne løse oppgavene ved hjelp av konkreter eller hoderegning, men fikk ikke skrive ned hva de tenkte. I vår studie ønsket vi å se om elevene våre ville benytte seg av de samme multiplikasjonsstrategiene dersom de multiplikative strukturene ble representert som kvikkbilder istedenfor tekstoppgaver.

Mulligan og Mitchelmore (1997) fant ut at de intuitive modellene som ble brukt til å løse et problem ikke nødvendigvis gjenspeilte egenskapene i det gitte problemet, men at den matematiske strukturen elevene selv ga oppgaven var utslagsgivende for strategivalget (Mulligan & Mitchelmore, 1997, s. 327). For eksempel ble et multiplikasjonsproblem med «like-grupper struktur» ofte løst med gjentatt addisjon, dersom det var strukturen eleven så. Mulligan og Mitchelmore (1997) fant også at elvene utviklet mer og mer komplekse strategier basert på den «like-grupper strukturen» i multiplikasjonsproblemene.

2.5 Oppsummering

I teorikapittelet har vi presentert teori som ligger til grunn for denne studien. Vi presenterte det kognitive paradigme fordi vi i denne studien ser på de mentale representasjonene elevene får når de løser kvikkbildeoppgavene.

Videre forklarte vi ulike begreper innenfor estimeringslitteraturen. Kvikkbilder er en oppgave som blir brukt for å studere menneskers mengdeoppfattelse. Numerositet blir brukt for å beskrive antall i en mengde. For små numerositeter opptil fire benytter man subitisering, mens for større numerositeter benytter man estimering. Videre har man funnet at spesielle mønstre over subitiseringsgrensa finnes svært raskt og begrunnes med mønstergjenkjenning og/eller gruppering. Mønstergjenkjenning hevder at man kan se visse numerositeter raskt fordi man har sett strukturen av disse numerositetene før. Mens gruppering hevder denne raske oppregningsprosessen skyldes at man grupperer disse mengdene i undergrupper. Det er også funnet to typer av gruppering. I rigid conceptual subitizing (RCS) grupperer man en numerositet med kun ett sett med undergrupper, mens i flexible conceptual subitizing (FCS) kan man gruppere én numerositet på flere måter.

Deretter definerte vi begrepet strategi og andre begreper som knytter seg til strategibegrepet. En strategi er alle handlinger rettet mot å løse et problem og kan deles inn i to hovedgrupper. Retrival- strategier er kunnskap hentet rett fra minnet, mens backup-strategier er alle strategier som krever en prosess. Strategirepertoar referer til alle strategiene eleven kan, mens fleksibilitet viser til det å kunne bytte mellom ulike strategier. Adaptivitet handler om å bruke den mest passende strategien innenfor den matematiske oppgaven, individet og den sosiokulturelle konteksten. Bølgemodellen beskriver at elevene har tilgang til flere strategier parallelt og endrer strategi ut ifra hvilken struktur de selv gir oppgaven.

Deretter gikk vi inn på tidligere forskning. Tidligere forskning på estimeringsstrategier i strukturerte kvikkbildeoppgaver for barn, fant at elevene benytter flere ulike strategier og at noen av strategiene også inkluderer ulike regnestrategier. For å utdype estimeringslitteraturens funn om regnestrategier så vi på tidligere forskning på multiplikasjonsstrategier. Multiplikasjonslitteraturen fant blant annet at organiseringen av visuelle representasjoner påvirker elevenes strategivalg. Til slutt presenterte vi multiplikasjonsrammeverket som var utgangspunktet for analysen av elevstrategiene i metodekapittelet.

3 Metode

I denne studien undersøkte vi hvilket strategirepertoar elevene viste i arbeid med strukturerte kvikkbildeoppgaver og hvordan disse strategiene ble brukt. I dette metodekapittelet presenterer vi ulike forskningsmetoder som ble benyttet for å kunne svare på problemstillingene, og begrunner hvorfor disse metodene ble valgt. Først begrunner vi valg av kvalitativ metode og forskningsdesign. Deretter gjør vi rede for valg av deltakere, gjennomføring av datainnsamling, valg av datainnsamlingsmetoder, valg av oppgaver og analysemetoden. Til slutt gjør vi en vurdering av studiens troverdighet og hvilke etiske betraktninger vi gjorde.

3.1 Kvalitativ undersøkelse

Når man skal gjennomføre en studie kan man velge om den skal være kvantitativ, kvalitativ eller en blanding mellom de to. En kvantitativ forskningsmetode er hensiktsmessig dersom studien har som mål å studere mange deltakere for å skape grunnlag for generalisering av funnene (Clark et al., 2021, s. 144-145). En kvantitativ undersøkelse om strategibruk på kvikkbilder kunne for eksempel ha studert hvor raskt de ulike strategiene ble brukt, eller andre tallfestede data. Kvantitative studier som måler hastigheten på deltakerens svar når de løser kvikkbildeoppgaver, finnes det allerede mange av (Ciccione & Dehaene, 2020; Hsin et al., 2021; Mandler & Shebo, 1982; Starkey & McCandliss, 2014; Wender & Rothkegel, 2000). Kvalitative metoder forsøker derimot å gi rike beskrivelser av mennesker i deres naturlige omgivelser, slik at man kan lære mer om mennesker sine handlinger og meninger. Slike undersøkelser er opptatt av å utvikle et helhetlig bilde av en problemstilling og studerer derfor gjerne flere perspektiver og faktorer (Creswell & Creswell, 2018, s. 257-258).

I denne oppgaven ønsket vi å gå i dybden og utvikle et helhetlig bilde av elevens strategier, tanker og handlinger når de løser kvikkbildeoppgaver i en naturlig undervisningssituasjon. En kvalitativ studie ville gi oss muligheten til å gjennomføre samtaler med elevene som kunne bidra til å gi nye perspektiver på hvordan elever løser kvikkbildeoppgaver. I tillegg ønsket vi å se nærmere på strategiene elevene benyttet i en mer naturlig undervisningssituasjon enn at hver elev skulle sitte isolert på hver sin pc og løse kvikkbildeoppgaver. Vi valgte derfor en kvalitativ metode.

3.2 Case-studie

I vår kvalitative studie valgte vi case-studie som vårt forskningsdesign. En case-studie kan defineres som et forskningsdesign som begrenses av tid og rom. En case kan være både enkeltpersoner, en hel klasse eller et helt land. Et annet kjennetegn ved case-studier, er å ha flere datainnsamlingsmetoder som samler detaljerte data for å få dybdeforståelse av et fenomen (Creswell, 2013, s. 97-102). I vår studie var «rommet», de to klassene vi gjennomførte datainnsamlingen i, og «tiden», de 120 minuttene vi brukte på å gjennomføre opplegget i hvert klasserom. For å få en rik forståelse av elevenes strategier, brukte vi flere datainnsamlingsmetoder som semi-strukturert intervju, observasjon, innsamling av elevarbeid, lydopptak og videoopptak. Det som gjør våre 4. og 5. trinn til en case er at vi ikke undersøkte de generelle aspektene ved en 4. eller 5. trinns elev eller klasse, men i stedet prøver å finne et mønster i hvordan akkurat disse elevene tenkte. Samtidig ønsker vi å gjøre det mulig å se på den «eksterne gyldigheten» i enkeltcasen vår. Ekstern gyldighet handler om i hvilken grad funnene kan være overførbare fra én kontekst til én annen (Postholm et al., 2018, s. 64-65). Vi vil altså være så transparente i vår beskrivelse, at andre kan vurdere om det vi oppdaget i vår studie kan overføres til en liknende case.

3.3 Utvalg og kontekst

Datainnsamlingen ble gjennomført i to ulike klasser på to skoler i Trøndelag. Den ene var én 4.klasse fra en skole i utkanten av Trondheim, og den andre var én 5.klasse fra en skole i Trondheim. Elevene som deltok i datainnsamlingen, hadde muntlig sagt at de ville være med og foreldrene deres hadde signert på vårt samtykkeskjema. Det var til slutt 27 elever som ble med i undersøkelsen. 16 av elevene var på 4. trinn og 11 av elevene var på 5. trinn. Fordelingen var 13 jenter og 14 gutter.

Ingen av klassene hadde kjennskap til kvikkbilder fra før. 4. klassen hadde begynt å jobbe med multiplikasjonsstrategier, og hadde i øktene før datainnsamling sett på distributiv lov. 5.klassen jobbet med ulike representasjoner av brøk i uken før datainnsamling. Vi tok disse elevenes forkunnskaper i betraktning når vi analyserte elevenes utsagn, hvis de kunne være med på å utfylle hvordan elevene tenkte.

Bakgrunnen for valg av 4.trinn og 5 trinn, var at elevene skulle være i stand til å utføre gruppering. Starkey og McCandliss (2014) fant at elever fra 1-3 trinn kan utnytte grupper av informasjon for å lette oppregningsprosesser. De fant også at barnehagebarn ikke grupperer elementer, fordi de ikke hadde konseptuell forståelse for addisjon og multiplikasjon (Starkey & McCandliss, 2014). Ved å studere 4. og 5. trinn sine strategier, kunne vi studere *hvilke* grupperinger elevene valgte å benytte, og ikke bare om de klarte å gruppere eller ikke. Vi vil også understreke at Clements (1999) hevder at kvikkbilder er egnet for elever i alle trinn på grunnskolen og ikke bare bør brukes på 4.trinn eller 5.trinn.

En annen grunn til at vi valgte 4.trinn og 5.trinn, var at de skal være kjent med addisjon og multiplikasjon. Ifølge læreplanen LK20 skal elevene etter 3.trinn ha lært å «representere multiplikasjon på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene», «utforske multiplikasjon ved telling», «utforske og forklare sammenhenger mellom addisjon og subtraksjon og bruke det i hoderegning og problemløsning» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Med utgangspunkt i at elevene skal ha nådd disse målene, kan de i større grad benytte addisjon og multiplikasjon til å løse kvikkbildeoppgavene og for å forklare hva de har gjort.

Bakgrunnen for at vi valgte den gitte 4.- og 5.klassen, var at vi hadde kjennskap til disse klassene fra praksis på lærerstudiet. Den ene forfatteren av denne studien underviste 4.klassen i to uker på høsten før datainnsamling og én uke på våren. Den andre forfatteren hadde undervist elevene i 5.klassen i til sammen seks uker for tre år siden. Siden det var en stund siden denne praksisperioden, var forfatteren på besøk i to matematikkøkter uken før datainnsamling. Ved å ha mer kjennskap til elevene og elevenes sosiale kontekst, kan man i større grad gi mening til elevens tanker og handlinger (Clark et al., 2021, s. 354-357). I tillegg kunne deltakerne i større grad tilpasse seg tilstedeværelse av forskeren (Guba, 1981). Ved at elevene hadde kjennskap til oss, håpte vi at elevene i større gard ville være åpne for å fortelle om strategiene sine til oss, enn til én fremmed forsker.

3.4 Gjennomføring av datainnsamling

Datainnsamlingen foregikk som en undervisningsøkt over to dager i totalt to klokketimer på hver skole. Vi samlet først vi inn data fra 4. klassen og deretter 5. klassen. Den første dagen benyttet vi én time og 30 minutter, og den andre dagen brukte vi 30 minutter (se Tabell 3.1). 4.klassen og 5.klassen løste fire kvikkbildeoppgaver, der vi innhentet data og analyserte utsagnene og tegningene deres. Før datainnsamlingen fikk elevene én øveoppgave (se Figur 3.2). Hver kvikkbildeoppgave foregikk i tre deler. I del én satt elevene ved pulter organisert som en hestesko, og skulle individuelt løse kvikkbildeoppgaven som ble vist på skjermen. I del to ble elevene fordelt i fire grupper på hvert sitt hjørne av klasserommet og skulle gjennomføre et semi-strukturert intervju med hver sin lærerstudent. Her fikk vi hjelp fra to andre lærerstudenter i tillegg til oss selv. I del tre gikk elevene tilbake til hesteskoen, der elevene fikk mulighet til å vise sine strategier for hverandre på tavla. I likhet med del to, ble det gjennomført et semistrukturert intervju i del tre. Vi plasserte lydopptakerne i hver gruppe og én ved tavla. Videokamera var plassert bak i klasserommet og filmet kun del tre (se Figur 3.1). Videre i kapittelet gir vi flere detaljer fra vår datainnsamling og begrunner de ulike valgene vi har tatt.

Tabell 3.1

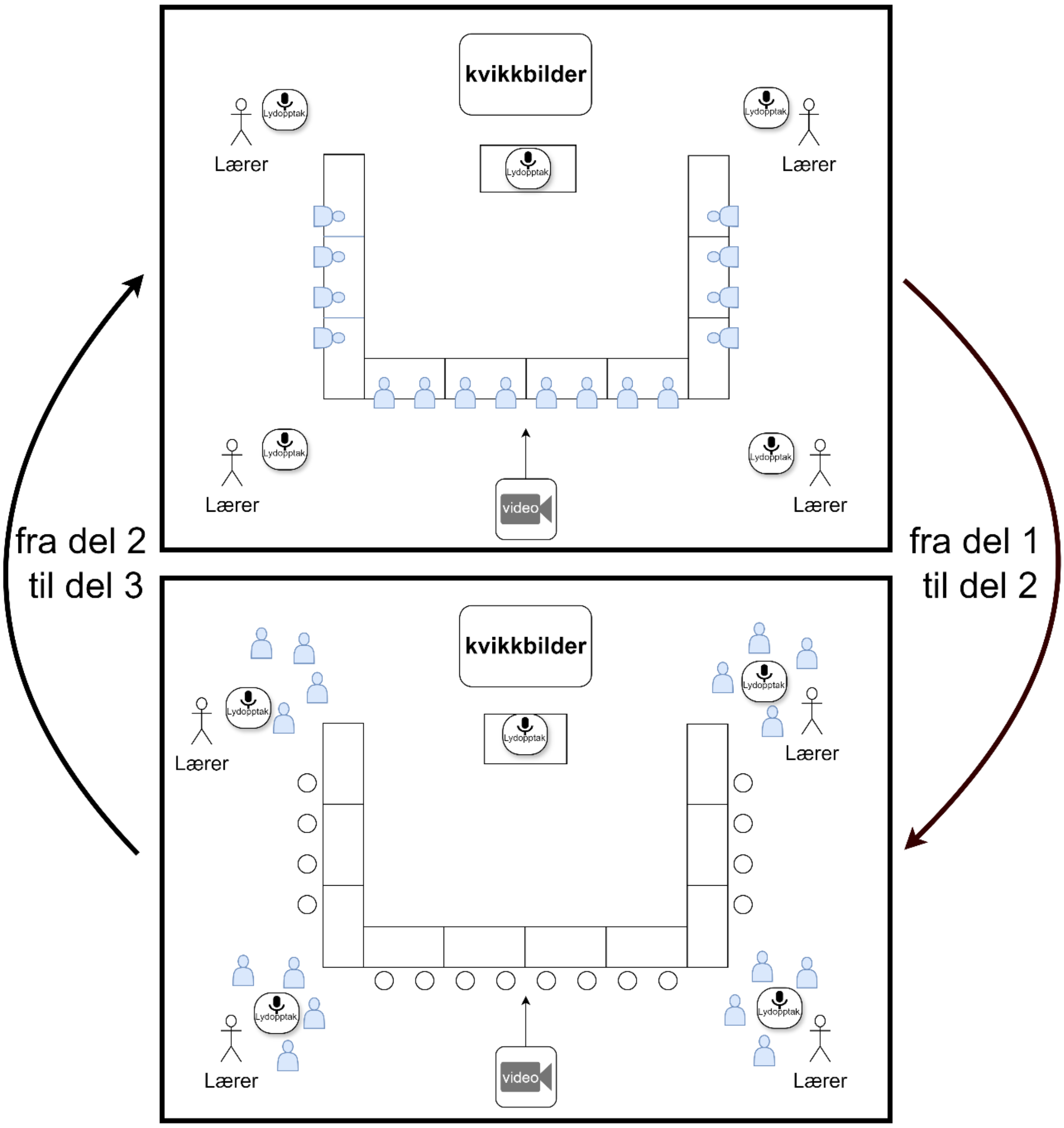
Datainnsamlingsøktene

Klasse	**Ukedag**	**Tid**	**Oppgaver**
4. klasse	Tirsdag uke 3	0830 - 1000	Øveoppgave + oppgave 1, 2 og 3
	Onsdag uke 3	1030 – 1100	Oppgave 4
	Torsdag uke 5	1000 - 1130	
	Torsdag uke 6	1000 - 1030	Øveoppgave + oppgave 1, 2 og 3
5. klasse			Oppgave 4

Merknad. Tabellen viser en oversikt over når datainnsamlingsøktene i de ulike klassene fant sted.

Figur 3.1

Organisering av Klasserom Under Datainnsamling i tre Deler.



Merknad. Det øverste bildet illustrerer hvordan elevene satt i den første og tredje delen av hver kvikkbildeoppgave. Det nederste bildet illustrerer hvordan elevene satt i andre del av hver kvikkbildeoppgave. Første del var individuell, andre del foregikk i grupper og tredje del foregikk i plenum. De blå figurene illustrerer elevene. «Lærer»-figuren illustrerer lærerstudentene som intervjuet elevene.

Vi hadde med oss to lærerstudenter under gjennomføringen av datainnsamlingen. Deres rolle var å sitte med hver sin elevgruppe i del to av gjennomføringen, og stille elevene oppfølgingsspørsmål dersom forklaringen var uklar. De to lærerstudentene som var med på datainnsamlingen i 4.klassen, hadde sin praksisperiode i denne klassen og hadde dermed kjennskap til elevene. De to studentene som var med på datainnsamlingen i 5. klassen var begge lærerstudenter, men kjente ikke til klassen på forhånd.

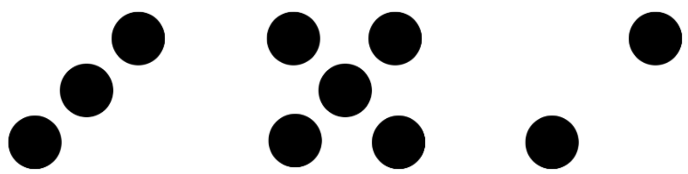
Vi valgte å organisere klasserommet i en hestesko av flere grunner. I hesteskoen kunne elevene se prikkene på skjermen uten at noen gjenstander kom i veien. Samtidig hadde elevene en pult foran seg, slik at de individuelt kunne skrive strategiene sine fortløpende (se Figur 3.1). I tillegg er hesteskoformasjonen også brukt i matematikksenteret sine veiledningsvideoer av helklasseundervisning med kvikkbildeoppgaver (Matematikksenteret, u.å.).

Før elevene skulle løse kvikkbildeoppgavene, gjennomførte vi ulike tiltak for å forberede elevene. Gruppene i del to ble lest opp før elevene kom inn i klasserommet, slik at de allerede satt ved siden av gruppen sin fra start. Deretter startet vi den første undervisningsøkten ved å introdusere oss selv, de to lærerstudentene og masteroppgaven vår. Vi tydeliggjorde at elevene kunne trekke seg undervegs. Deretter forklarte vi at gjennomføringen av kvikkbildeoppgavene ville foregå i tre deler (se Figur 3.1). Vi tydeliggjorde at vi var mer interessert i hvordan eleven tenkte, enn hvilket svar de fikk. Derfor oppfordret vi elevene til å krysse over, istedenfor å viske ut det de hadde skrevet. Til slutt poengterte vi viktigheten av at elevene ikke snakket i munnen på hverandre under del to og tre. Begrunnelsen var at vi ville høre hvilken elev som snakket på lydopptaket i ettertid.

Et annet tiltak for å forberede elevene, var å gjennomføre en øveoppgave som skulle demonstrere de tre delene i hver kvikkbildeoppgave (se Figur 3.1). Før en matematisk samtale, bør elevene få vite hva og hvordan de kan dele ideene sine (Kazemi & Hintz, 2014, s. 6). En øveoppgave ga elevene mulighet til å få kontroll på hva de skulle gjøre, og til å stille spørsmål. Da fikk vi også eliminert noen feilkilder i prosjektet vårt, som at elevene ikke visste hva de skulle gjøre. Ettersom utvalget var ungt, anslo vi det som hensiktsmessig å ikke bare gi elevene en muntlig forklaring, men også en praktisk forklaring. Øveoppgaven hadde lavere numerositet, både totalt og i hver undergruppe, enn resten av kvikkbildeoppgavene i datainnsamlingen. Øveoppgavens numerositet, samsvarer med Clements et al. (2019), som hevder at barn bør bli vist større numerositeter på kvikkbilder ettersom de lærer.

Figur 3.2

Øveoppgaven



Merknad. Figuren viser kvikkbildet vi brukte som øveoppgave. Øveoppgaven er ikke hentet fra Matematikksenteret.

I første del (se Figur 3.1) fikk elevene se et kvikkbilde på en PowerPoint i ett sekund, tre ganger. Det finnes tidligere forskning som har vist kvikkbilder i ett sekund i kvikkbildeundersøkelser for 4. og 5. klassinger (Guillaume et al., 2023). Bakgrunnen for tre korte visninger snare enn én lenger, var en anbefaling av én av medarbeiderne til MAM-prosjektet (MAM-prosjektet blir nærmere beskrevet under avsnittet om begrunnelse for oppgavevalg). På ett sekund rakk ikke elevene å telle alle prikkene, men de registrerte likevel hele bildet. Ved å gjenta bilde tre ganger med noen minutters mellomrom, sikret vi at alle elevene fikk med seg bildet, og at de kunne tegne og/eller skrive ned tankene sine mellom visningene. Vi programmerte PowerPointen slik at bildene forvant av seg selv etter ett sekund. Mens elevene jobbet individuelt, gikk vi rundt og observerte elevenes svar. Dersom en elev bare skrev svaret uten å vise fremgangsmåten sin, oppmuntret vi eleven til å tegne eller å skrive hvordan han/hun kom frem til svaret. Hvis en elev var ferdig med forklaringen sin, fikk eleven mulighet til å prøve å løse kvikkbildeoppgaven på en annen måte. Når alle elevene så ut til å ha fullført forklaringen sin, gikk vi videre til neste del.

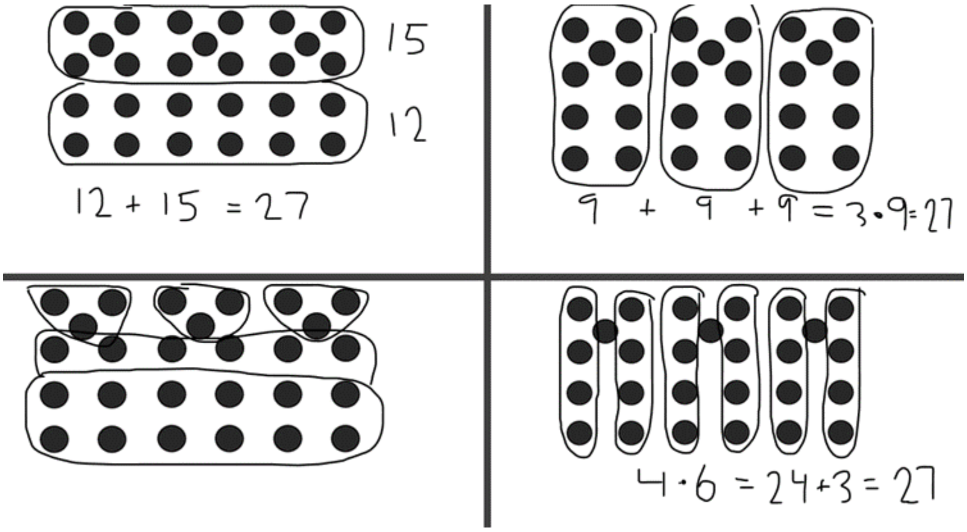
I andre del tok elevene med seg arket sitt og gikk til gruppene sine. For å hindre støy fra nabogruppene, ble gruppene plassert i hvert sitt hjørne av klasserommet. Hver gruppe besto av tre til fem elever, samt én lærer. Læreren på hver gruppe startet det semistrukturerte gruppeintervjuet, ved å henvende seg til elevene etter tur og be dem forklare hva de hadde tenkt for resten av gruppa. Intervjuprosessen er nærmere beskrevet under avsnittet *Semistrukturert intervju.* Etter at alle elevene hadde forklart sin første strategi, kunne elevene beskrive andre fremgangsmåter, hvis de hadde det. Formålet med denne gruppesamtalen, var at elevene skulle øve på muntlige ferdigheter innen matematikk. Ett eksempel på slike muntlige ferdigheter, er å «kommunisere ideer og drøfte matematiske problemer, strategier og løsninger med andre» (Kunnskapsdepartementet, 2019, 4). I tillegg fikk vi gjennom gruppesamtalen sikret data på alle elevenes strategier, og ikke bare strategiene til elevene som ville presentere strategien sin på tavla.

I tredje del gikk gruppene tilbake til hesteskoen og kvikkbildeoppgaven ble vist på tavla permanent. Elevene som ønsket å dele sin strategi, kom opp én og én til tavla og fikk tegne på PowerPointen mens de forklarte (se Figur 3.1 over for organisering av klasserom og Figur 3.3 under for illustrasjon av kvikkbildene på tavla). Del tre var interessant for datainnsamlingen sin del, ettersom vi fikk video av elevene når de tegnet. Samtidig tok lydopptakeren som lå på kateteret opp forklaringen til elevene som tegnet på tavla. I likhet med del to, gjennomførte vi et semi-strukturert intervju mellom læreren og eleven som presenterte strategien sin på tavla. Etter at en elev var ferdig med å forklare, gjentok læreren forklaringen til eleven. Ved å gjenta forklaringen, kunne eleven komme med innvendinger dersom det læreren oppfattet ikke var riktig. Samtidig fikk resten av klassen høre forklaringen på nytt, hvis de ikke fikk med seg strategien første gang. Etter hver elevstrategi spurte læreren om noen hadde en annen strategi, for å få elevene til å tenke gjennom om sin egen strategi var lik eller ulik strategien på tavla.

I både andre og tredje del fikk elevene god tid til å dele strategiene med hverandre. Ifølge Kazemi og Hintz (2014), er åpen strategideling der elevene får se det store spekteret av løsninger, en fin måte å bygge opp elevenes repertoar av strategier. I denne studien, fikk elevene delt sine strategier i andre del av datainnsamlingen gjennom semistrukturert intervju. I tredje del fikk elevene som ønsket det tegne opp sine strategier på tavla, og kunne dermed sammenligne sin strategi med medelevene sine strategier (se Figur 3.3). Også Clements (1999), fremhever at det er viktig å ta seg tid til strategideling i subitiseringsaktiviteter. I vår kvalitative undersøkelse, var vi også interessert i å høre elevenes tanker og meninger. Derfor valgte vi å sette av tid til flest mulige strategier og forklaringer på hvert kvikkbilde, istedenfor å prioritere flere enn fire kvikkbilder.

Figur 3.3

Illustrasjon av PowerPointen i del tre



Merknad. Figuren viser en illustrasjon av PowerPointen på skjermen når kvikkbildene kom permanent opp i tredje del av datainnsamlingen. Her har fire elever tegnet hver sin strategi på oppgave 2 på tavla. Tegningene er tegnet på nytt av forfatterne.

3.5 Metode for datainnsamling

I denne delen går vi nærmere inn på de ulike datainnsamlingsmetodene vi benyttet, og begrunner hvorfor vi samlet inn elevarbeid, gjennomførte semistrukturert intervju og deltakende observasjon ved hjelp av video og lydopptak.

3.5.1 Innsamling av skriftlig elevarbeid

Det er lettere for elevene å huske strategien sin dersom de skriver ned hva de tenker (Kazemi & Hintz, 2014, s. 6). Derfor ba vi elevene om å skrive og/eller tegne hva de tenkte i et ferdig oppgavehefte (se vedlegg 2). I tillegg fungerte det skriftlige arbeidet som en støtte til den muntlige forklaringen til elevene. Ved å se på elevenes tegninger kunne vi, sammen med video og lydopptak, bedre forstå elevstrategiene og fremgangsmåtene deres.

Hver elev fikk blyant og et oppgavehefte, med én A4-side holdt av til hver oppgave. Hver side var delt i to med én horisontal linje, slik at det var plass til to ulike strategier på hver oppgave. (en side fra oppgaveheftet kan sees i vedlegg 2). Hensikten med å vise to strategier var todelt. For det første var det en måte å differensiere oppgaven på, slik at de elevene som blir raskt ferdig med sin første forklaring hadde noe å gjøre. For det andre, var vi interessert i å se om elevene kunne se det samme kvikkbildet på mer enn én måte. Dersom de kunne se bildet på mer enn én måte, kunne vi se om elevene var i stand til å gjennomføre «fleksible conceptual subitizing» (MacDonald & Wilkins, 2016).

3.5.2 Semistrukturert intervju

I både del to (gruppesamtalen) og tre (klasseromssamtalen) av datainnsamlingen, brukte vi semistrukturert intervju. Semistrukturert intervju og ustrukturert intervju er to hovedtyper av kvalitative intervju. I kvalitative intervju, er man spesielt interessert i få innsyn i elevenes tanker gjennom rike beskrivelser og detaljerte svar, og kan dermed gå bort fra intervjuspørsmålene. Ustrukturert intervju velges dersom man har en mer generell idé, men uten et klart fokus. Ustrukturert intervju ligner mer på en samtale mellom intervjuobjektet og intervjueren, der utgangspunktet for samtalen kan være noen få åpne spørsmål. Et semi-strukturert intervju velges hvis man har en klar tanke om hva man vil studere, og har en liste med åpne spørsmål som bør bli stilt. Likevel er semi-strukturert intervju åpent for at intervjuet kan endre retning, som vil si at intervjueren kan omformulere de planlagte spørsmålene og stille andre oppfølgingsspørsmål (Clark et al., 2021, s. 425-427). Siden vi i denne studien ville undersøke elevers strategier i strukturerte kvikkbildeoppgaver, valgte vi et semi-strukturert intervju.

For å legge til rette for semi-strukturert intervju i vår studie, lagde vi flere spørsmål på forhånd. Først spurte vi elevene «Hvordan tenkte du?», slik at elevene først kunne forklare hele fremgangsmåten sin. Deretter stilte vi ulike oppfølgingsspørsmål som var tilpasset elevenes svar. For å få best mulig oversikt over rekkefølgen for hvordan elevene tenkte, spurte vi «Hva tenkte du først?» eller «hvordan regnet du ut det». Hvis elevene kun responderte med en utregningsstrategi med tallsymboler uten å referere til kvikkbildeoppgaven, spurte vi «Hvordan så du regnestykket på kvikkbildet?». I tillegg kunne noen elever si at de så mengder over fire. Siden vi i denne studien har definert subitiseringsgrensa på fire elementer, antok vi at elevene brukte andre strategier for å finne mengder over fire. Derfor spurte vi «hvordan visste du at det var *tall over 4*?». Intervjuerne stod fritt til å stille andre åpne oppfølgingsspørsmål, så lenge spørsmålene ikke var ledende. Lærerstudentene (intervjuerne) skulle med andre ord ikke foreslå en tankemåte eller strategi for eleven, uten at eleven eksplisitt hadde uttalt tankemåten eller strategien først.

Mens vi gjennomførte semi-strukturert intervju, benyttet vi også Chapin et al. (2009) og Kazemi og Hintz (2014, s. 33-34) sine samtaletrekk. Bakgrunnen for å benytte samtaletrekk var at Bondø (2016, s.11) hevder at samtaletrekk kan brukes for å forstå hvordan elevene tenker, når elevene løser kvikkbildeoppgaver i en matematisk klasseromssamtale. De sju samtaletrekkene vi benyttet var gjenta, repetere, resonnere, tilføye, vente, snu-og-snakk samt endre. De fem første samtaletrekkene var hentet fra Chapin et al. (2009) og de to siste samtaletrekkene var hentet fra Kazemi og Hintz (2014, s. 33-34). Det første samtaletrekket var at vi gjentok det eleven sa for å forsikre oss om at vi forsto eleven rett. Det andre samtaletrekket var å få andre elever til å repetere det den første eleven sa. På denne måten ble elevene orientert mot hverandre sine løsninger, og vi fikk et nytt blikk på elevenes løsninger. Det tredje samtaletrekket handlet om å få elevene til å resonnere rundt hverandres strategier. I vår studie innebar denne resoneringen at vi ikke stoppet elevene hvis de hadde et ønske om å diskutere hverandre sine løsninger. Det fjerde samtaletrekket handlet om å gi eleven mulighet til å tilføye noe til den opprinnelige forklaringen sin. Samtaletrekket «tilføye» ble gjort ved å stille spørsmål som «Var det noen som vil si noe mer om forklaringen sin» eller «Var det noen som tenkte på en annen måte?». Samtaletrekk nummer fem var å vente etter vi hadde stilt et spørsmål, slik at eleven fikk mulighet til å tenke seg om. Snu-og-snakk var det neste samtaletrekket, og det ble gjennomført når elevene satt i grupper og delte sine strategier i del to. Snu-og-snakk åpnet muligheten for at elevene fikk dele tankene sine med noen få, uten at alle måtte presentere for hele klassen. Det siste samtaletrekket handlet om å gi elevene mulighet til å endre forklaringen, strategien eller svaret sitt dersom de hadde kommet frem til noe annet enn det de opprinnelig tenkte.

3.5.3 Aktiv deltakerrolle

Vi valgte en aktiv deltakerrolle for å observere elevene og deres strategier i datainnsamlingen. Savin-Baden og Major (2013) hevder det finnes fem grader av hvor deltakende en observatør kan være med deltakerne når man gjennomfører en datainnsamling. I denne studien var forfatterne aktive deltakere. En aktiv deltakerrolle, vil si at man observerer deltakerne samtidig som man har en sentral plass i settingen (Savin-Baden & Major, 2013, s. 396). En slik observatørrolle er mer utfordrende enn en passiv deltakerrolle, men ettersom vi hadde lyd og videoopptak av undervisningen, sikret vi oss mot at observasjoner gikk tapt. Vi var deltakende i observasjonen ved at vi var lærere som veiledet elevene gjennom undervisningen, men vi observerte likevel ikke oss selv. Vi valgte å ta denne rollen for å være sikker på at undervisningen ble gjennomført på ønsket måte.

3.5.4 Lydopptak og video

Lydopptak og videoopptak ble benyttet både i gjennomføringen av datainnsamlingen og som utgangspunkt for analysen. Lydopptak og videoopptak ga oss muligheten til å gå tilbake for å se og høre forklaringen på nytt. Å se og høre forklaringen på nytt, er nyttig hvis man blir usikker på hva deltakeren sier, eller blir bekymret for å ha tolket datamaterialet for mye (Savin-Baden & Major, 2013, s. 351). Clark et al. (2021, s. 441-442) fremhever at lydopptak er viktig for å vite akkurat hva deltakeren sier, men også for å vite hvordan deltakeren sier det. For eksempel kan et «ja» ha forskjellige betydninger, med ulike tonefall. Video er nyttig for å se kroppsspråket til deltakerne, men kan også forstyrre dem (Savin-Baden & Major, 2013, s. 351). Derfor valgte vi å ikke filme elevene når elevene satt i grupper, fordi videokameraet kunne blitt for nærgående. I del tre valgte vi derimot å filme elevene, fordi kameraet var plassert bak ryggen til elevene når de satt i hesteskoformasjon.

3.6 Begrunnelse for oppgavevalg

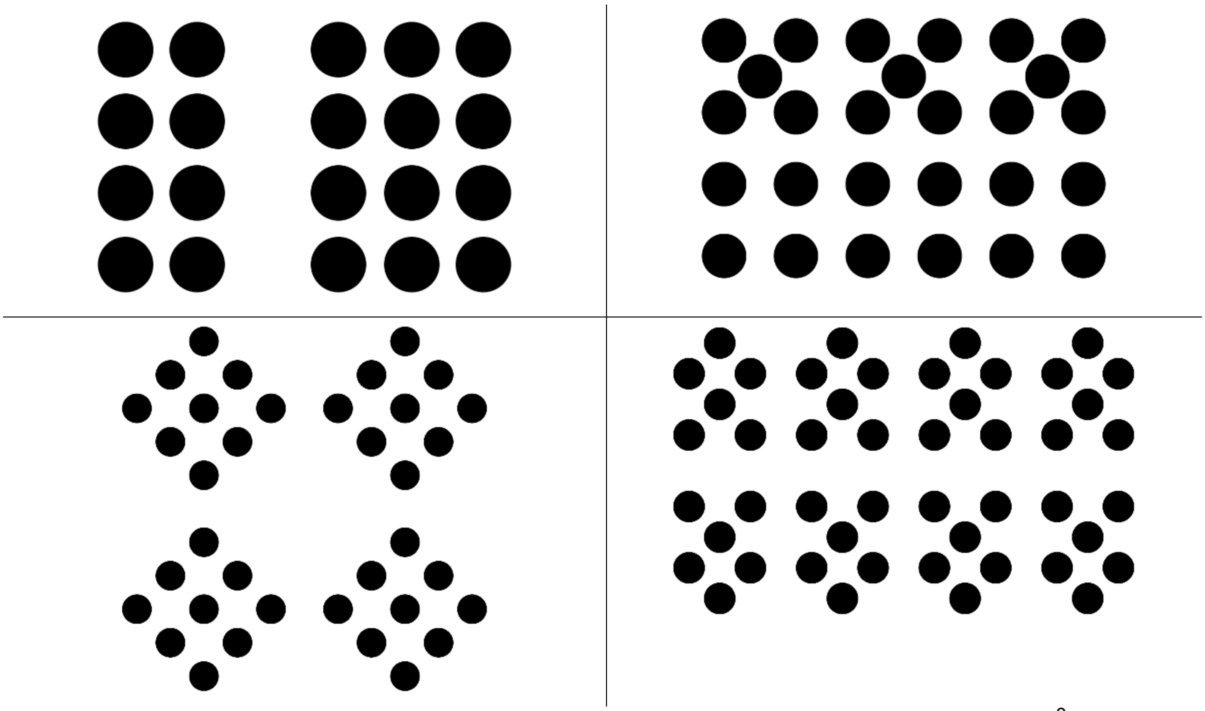
I denne studien brukte vi allerede eksisterende kvikkbilder fra forskningsprosjektet «Mestre ambisiøs matematikkundervisning» (MAM). Kvikkbildene ble utviklet i samarbeid med Matematikksenteret. Vi valgte MAM-prosjektet sine kvikkbildeoppgaver, fordi de var noen av få kvikkbildeoppgaver som har blitt videreutviklet over tid og benyttet i undervisning. I tillegg skal kvikkbildene være egnet for å få frem elevenes idéer. Gjennom tre år, med oppstart i 2015, har MAM-prosjektet utviklet ulike ressurser med mål om å hjelpe skoler og lærergrupper til å nå kjerneelementene og dybdelæring i matematikk. Ressursene egner seg også godt for å få frem elevenes ideer, gi respons og orientere elevene mot hverandre (Matematikksenteret, 2024). Ressursene som omhandler kvikkbildeoppgaver har i tillegg ulike matematiske mål som blant annet å støtte elevenes tallforståelse, se at tall kan være bygd opp på forskjellige måter, og for å få frem den distributive, kommutative og assosiative lov i multiplikasjon (Bondø, 2016). I denne studien ønsket vi å gå mer i dybden på hvilke strategier elever benyttet i kvikkbildeoppgaver, enn det MAM-prosjektet gjorde. På denne måten kan lærere i større grad forstå de ulike elevsvarene og dermed bygge på elevsvarene for å nå ulike de matematiske målene som MAM-prosjektet sikter til.

En annen grunn til å velge MAM-prosjektet sine kvikkbildeoppgaver, var fordi vi ønsket kvikkbilder med like prikker og at prikkene skulle være strukturerte istedenfor ustrukturerte. I undervisning om kvikkbilder er det anbefalt å bruke elementer som sirkler eller firkanter, istedenfor bilder av dyr eller blandinger av ulike former. I undervisning anbefales det også å bruke strukturerte kvikkbilder i oppstarten, istedenfor ustrukturerte kvikkbilder. Ustrukturerte kvikkbilder kan føre til at elevene bare teller én og én prikk, som igjen kan medføre mange feil. Strukturerte kvikkbilder, vil derimot få elevene til å bruke andre strategier enn å telle én og én, som for eksempel subitisering og gruppering (Clements, 1999; Clements & Sarama, 2009). En annen strategi som har blitt funnet oftere på strukturerte kvikkbilder enn på ustrukturerte kvikkbilder, er multiplikasjon (Luwel & Verschaffel, 2008). I tillegg har flere forskere funnet at man raskere og med mindre feil, finner numerositeten på strukturerte kvikkbilder enn på ustrukturerte kvikkbilder (Mandler & Shebo,1982; Wender & Rothkegel, 2000). I vår studie valgte vi strukturerte kvikkbilder fremfor ustrukturerte kvikkbilder, fordi vi ville at elevene i større grad skulle benytte andre strategier enn å bare telle én og én. I tillegg passet det å starte med strukturerte kvikkbilder, fordi våre deltakere ikke hadde gjennomført kvikkbildeoppgaver tidligere. Siden MAM-prosjektet hadde utformet strukturerte kvikkbilder med like prikker, passet disse kvikkbildene for å kunne studere estimeringsstrategier hos deltakerne i vår studie.

Fire av kvikkbildeoppgavene til MAM-prosjektet ble valgt i denne studien (se Figur 3.4). Bakgrunnen for at vi valgte kun fire oppgaver, var at hver oppgave ville vare i 15 til 20 minutter med alle tre delene. Derfor var det hensiktsmessig å ikke ha for mange oppgaver for å opprettholde elevenes motivasjon, og for at vi kunne bruke god tid på å forstå elevene sine tanker.

Figur 3.4

Kvikkbildeoppgavene



Merknad. Figuren viser en illustrasjon av de fire kvikkbildeoppgavene elevene fikk se på PowerPointen fremme i klasserommet. Elevene så ett av bildene om gangen. Kvikkbildene er hentet fra Matematikksenteret (u.å.). Fra venstre oppe: kvikkbilde 1 og 2. Fra venstre nede: Kvikkbilde 3 og 4.

Siden Clements et al. (2019) anbefaler at elever bør oppleve kvikkbilder med ulike mønstre, prøvde vi å finne kvikkbilder som så ulike ut. Da kunne vi se om elevene benyttet ulike strategier. Én av klassifiseringene Clements et al. (2019) benytter, er rutenettmønster og terning-mønster. Derfor valgte vi to oppgaver med rutenettmønster, oppgave 1 og 3, og to oppgaver med terningmønster, oppgave 2 og 4. Oppgave 3 ble også valgt fordi elever kan oppleve det som noe annet enn et rutemønster, ettersom mønsteret er som en «vridd» firkant (se Figur 3.4). Forskning har vist at elever raskt knytter den geometriske figuren firkant til en standarrepresentasjon der sidene blir referert til som horisontal eller vertikal. Jo mer firkantene blir vridd jo vanskeligere er det å se at firkanten er et kvadrat eller et rektangel. Derfor trenger elever å se andre representasjoner av geometriske figurer enn bare standardrepresentasjonen (Monaghan, 2000; Kerslake, 1979).

En annen grunn til at vi valgte kvikkbildeoppgave 2, 3 og 4, var for å se om elevene brukte multiplikasjon på disse oppgavene. Ifølge Ciccione og Dehaene (2020) kan et kvikkbilde som er sammensatt av et antall like undergrupper, lette oppregningsprosessen fordi deltakerne kan ha brukt multiplikasjon. De benyttet kun oppgaver der undergruppene var subitiserbare, altså prikker fra én til fire (Ciccione & Dehaene, 2020). Vi har valgt kvikkbilder med undergrupper som er over subitiseringsområdet med opptil ni prikker, men tenker det vil være interessant å se om elevene likevel bruker multiplikasjon. Selv om undergruppene i våre oppgaver er over subitiseringsområdet, er oppgavene strukturert i mønster som kan deles inn i kjente terningmønster eller mønstre som er subitiserbare. Oppgave 2 og 3 har undergrupper med ni i hver, mens oppgave 4 har seks prikker i hver undergruppe. Oppgave 1 skiller seg fra de tre andre oppgavene, ved å ha en tydelig todeling der de to gruppene er ulike. Det er likevel like grupper innad i figuren (2 rekker med 4 og 3 rekker med 4), som kan bidra til at elevene bruker multiplikasjon også her.

Vi gjorde noen justeringer og tilpasninger på fargene på prikkene og på bildene som skulle limes inn i PowerPoint. Noen av Matematikksenteret sine oppgaver hadde blå prikker, mens andre hadde svarte prikker (Matematikksenteret, u.å). Vi valgte å bruke fargen svart på prikkene i alle kvikkbildeoppgavene fordi Clements (1999) hevder at ulike farger kan forstyrre elevene. Når bildene skulle limes inn i PowerPoint, benyttet vi hjelpelinjene for å sentrere bildet i midten. Vi brukte også tegningsverktøyet Draw.io. Verktøyet sørget for at alle prikkene på samme bildet fikk samme størrelse og lik avstand til hverandre.

Vi valgte å vise kvikkbildene med økende antall prikker og økende antall undergrupper. Bakgrunnen for disse valgene, var at Clements et al. (2019) hevder at barn bør bli vist kvikkbildearrangement med større mengder prikker, ettersom de lærer. Samtidig fant Ciccione og Dehaene (2020) at jo færre grupperinger elevene deler kvikkbildet i, jo raskere kan de finne antall prikker. Dermed kan også antall grupperinger elever velger, påvirke opplevelsen av hvor vanskelig det blir å finne antall prikker i kvikkbildet.

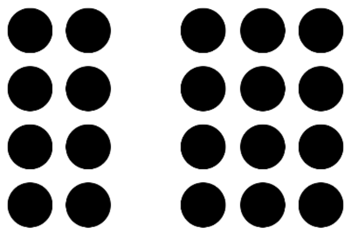
Under kommer en presentasjon av kvikkbildeoppgavene som ble benyttet i undervisningsøkten. På hver oppgave presenterer vi ett forslag til en strategi elevene kan ha brukt for å finne antall prikker. For elevene, trenger ikke disse strategiene å være de beste måtene å gjennomføre oppgavene på, ettersom elever har ulike oppfatninger om hvilke strategier som er mest adaptive (Lemaire & Siegler, 1995).

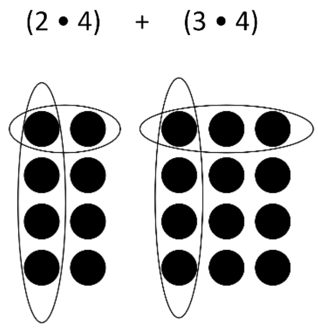
3.6.1 Oppgave 1

Denne oppgaven inviterer til å subitisere fire vertikale prikker og 2 + 3 horisontale prikker, i et rutemønster (se Figur 3.5). Mellomrommet mellom prikkene, inviterer til å dele multiplikasjonsstykket i to deler for å deretter legge de sammen. Dermed blir det (2 • 4) + (3 • 4) som blir 8 + 12 = 20. Ettersom alle sidene består av fire eller færre prikker, kan elevene oppfatte de ved subitisering.

Figur 3.5

Kvikkbildeoppgave 1





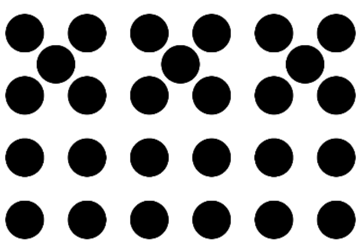
Merknad. Figuren viser en illustrasjon av kvikkbildeoppgave 1 (til venstre) og strategien oppgaven inviterte til (til høyre).

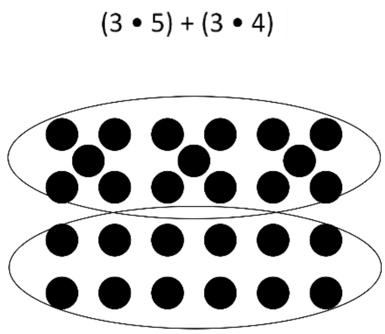
3.6.2 Oppgave 2

Denne oppgaven inviterer til å utnytte et terningmønster av femmere og firere (se Figur 3.6). Elevene kan også se fire prikker med subitisering. Videre kan elevene oppdage at det er tre femmere som er 15 og tre firere som er 12. Deretter kan de addere sammen 15 og 12 og få 27.

Figur 3.6

Kvikkbildeoppgave 2





Merknad. Figuren viser en illustrasjon av kvikkbildeoppgave 2 (til venstre) og strategien oppgaven inviterte til (til høyre).

3.6.3 Oppgave 3

Denne oppgaven har et rutemønster, men er rotert 45 grader (se Figur 3.7). Her kan elevene benytte subitisering for å se at hvert kvadrat er bygd opp av tre ganger tre prikker, og at dette mønsteret gjentar seg fire ganger. Med denne strategien kan man multiplisere tre med tre og får ni. Deretter multipliserer man ni med fire og får 36.

Figur 3.7

Kvikkbildeoppgave 3

Merknad. Figuren viser en illustrasjon av kvikkbildeoppgave 3 (til venstre) og strategien oppgaven inviterte til (til høyre).

3.6.4 Oppgave 4

Denne oppgaven inviterer til å gjenkjenne mønsteret av femmerterninger, men det er én ekstra prikk inntil terningmønsteret som gjør vanskeligere å identifisere (se Figur 3.8). Samtidig er seks prikker i hver klynge for mange å subitisere, så elevene er avhengige av å dele opp sekserklyngene. Elevene kan oppdage mønstret ved dele opp i 5+1 som blir 6. Deretter kan de oppdage at mønsteret gjentar seg fire ganger på øverste halvdel, slik at regnestykket blir 6 • 4 = 24. Til slutt kan elevene oppdage at mønsteret er det samme på nedre som på øvre halvdel, og dermed multiplisere forrige svar (24) med to, og få 48. Alle mengdene (5,1,4 og 2) er mengder elevene kan kjenne igjen fra terningmønster, eller som er innenfor subitiseringsgrensa.

Figur 3.8

Kvikkbildeoppgave 4

Merknad. Figuren viser en illustrasjon av kvikkbildeoppgave 4 (til venstre) og strategien oppgaven inviterte til (til høyre).

3.7 Dataanalysemetode – tematisk analyse

For å analysere datamaterialet vårt benyttet vi en tematisk analyse. «En tematisk analyse er en metode for å identifisere, analyse og rapportere mønster i datasett» (Braun & Clarke, 2006, s. 79). Det er en analyseform som gir «teoretisk frihet og er et fleksibelt og nyttig forskningsverktøy som kan gi rike, detaljerte og komplekse beskrivelser av data» (Braun & Clarke, 2006, s. 78). Ettersom denne studien ønsker å gå i dybden og se etter mønstre på hvilke strategier elevene bruker og hvordan de bruker de, virket tematisk analyse som en passende analysemetode.

Ifølge Braun og Clarke (2006) kan en tematisk analyse være både teoretisk (deduktiv) eller induktiv. I en induktiv tematisk analyse er temaene trukket ut av koder basert på datamaterialet og ikke på et eksisterende rammeverk, slik som en teoretisk tematisk analyse er (Braun & Clarke, 2006, 83). Likevel er den induktive kodingen av datamaterialet sjelden helt upåvirket av teoretisk bakgrunn, ettersom forskeren som analyserer som regel har noe teoretisk kunnskap og erfaring fra før. Forskjellen mellom teoretisk og induktiv tematisk analyse, ligger altså i hovedsak i at det ikke er et forhåndsbestemt rammeverk som ligger til grunn for analysen. Én av fordelene med den induktive analysemetoden, er at spørsmålene intervjuerne stilte utvalget ikke er farget av temaene i analysen, ettersom de ble utarbeidet i etterkant av datainnsamlingen.

Før vi startet analysen, måtte vi luke ut noen besvarelser som ikke var gyldige. Én av elevene hadde mye støtte fra lærer i oppgaveløsningen, i tillegg til at det var læreren som forklarte hva eleven hadde tenkt. Ettersom vi vektlegger hvordan eleven ordlegger og forklarer seg, valgte vi å ikke ta med data fra denne eleven. Den andre eleven som vi valgte å ikke ta med datamaterialet fra, hadde flere ubesvarte oppgaver. På de oppgavene som var besvart, hadde den muntlige forklaringen til eleven lite eller ingen sammenheng med den skriftlige. Vi observerte også at eleven kopierte det naboen skrev, så vi kunne ikke være sikker på at det var elevens egne tanker og strategier. I tillegg har vi utelatt enkeltuttalelser og oppgaver dersom læreren (på tross av at vi på forhånd advarte mot ledene spørsmål) formulerer seg på en for ledende måte i utspørringen i grupper.

3.8 Teoretisk analyse

Braun og Clarke (2006, s. 84) sier at en teoretisk analyse er hensiktsmessig dersom forskeren vil besvare et spesifikt forskningsspørsmål, mens en induktiv analyse egner seg dersom forskningsspørsmålet utvikler seg undervegs i kodingsprosessen. I vårt forskningsprosjekt hadde vi i utgangspunktet et forskningsspørsmål vi ville besvare. Vi valgte ut rammeverket til Mulligan og Mitchelmore (1997) om utregningsstrategier (se Tabell 2.2) for å analysere datamaterialet teoretisk. Ut ifra dette rammeverket ville vi svare på forskningsspørsmålet vårt om elevers strategier i arbeid med kvikkbilder.

Etter å ha forsøkt å analysere datamaterialet teoretisk basert på rammeverket til Mulligan og Mitchelmore (1997), gikk vi over til en induktiv analyse. Det var flere grunner til at vi bestemte oss for å kode datamaterialet induktivt etter den teoretiske analysen. Den første grunnen var at det nevnte rammeverket ikke favnet alt datamaterialet, fordi elevene benyttet seg av strategier vi ikke hadde forespeilet. En del av utregningsstrategiene til elevene bestod av addisjon med ulike tall, noe som ikke falt inn under noen av kategoriene til Mulligan og Mitchelmore (1997). Et annet problem, var at noen elevutsagn var vanskelige å kode fordi de bestod av flere ulike strategier. For eksempel uttalte flere elever at prikkene utgjorde en multiplikativ struktur (for eksempel

Geir: «så så jeg at det var 8 seksere. Så jeg tok 8 ganger 6 som blir 48»), men senere i forklaringen slo de samme elevene fast at de brukte en annen strategi for å komme frem til svaret (slik som Geir: «jeg telte én og én»). Det tredje hinderet, var at det var store deler av uttalelsene til elevene som handlet om hvordan de *så* prikkene og mønstrene i oppgavene (for eksempel Arne: «jeg så først at det var litt sånn diamantforma» eller Bea: «først så så jeg én femmer også så jeg liksom at det var helt likens forma»). Utsag om hvordan elevene så prikkene, passet også ikke inn i kategoriene i rammeverket, som kun tok for seg utregningsstrategier. På grunnlag av disse tre hullene som den opprinnelige analysen etterlot seg, bestemte vi oss for å gjøre en induktiv tematisk analyse i tillegg til den teoretiske tematiske analysen.

3.9 Induktiv analyse

I den induktive analysen utviklet vi koder basert på datamaterialet alene. Da vi startet den induktive analysen, hadde vi allerede lest og studert teori på området i forkant. Vi ville ikke klare å holde denne forkunnskapen helt utenfor, når vi gikk gjennom datamaterialet. Vi kan likevel si at analysen i hovedsak er basert på det vi fant i datamaterialet, ettersom vi ikke arbeidet ut ifra en eksisterende teori. Det er likevel nødvendig å nevne at noen av kodene på utregningsstrategiene i den induktive analysen, er svært like multiplikasjonsstrategiene fra rammeverket til Mulligan og Mitchelmore (1997), men med noen tilpassinger til vårt datasett.

En tematisk analyse kan enten være på et eksplisitt nivå, eller et latent (tolkende) nivå (Braun & Clarke, 2006, s. 84). I vår studie analyserte vi på et eksplisitt nivå. Vi så på utsagnene og forklaringene til elevene og lagde kodene uten å dra slutninger eller lese mellom linjene. Likevel beskrev vi ikke bare dataene slik en kvantitativ studie kunne vært utført, men tolket meningen i mønstrene i lys av teori (Braun & Clarke, 2006, s. 84).

Når vi analyserte datamaterialet, brukte vi Braun og Clarke (2006) sin steg-for-steg-oppskrift på tematisk induktiv analyse (se Tabell 3.2). Analysen starter allerede i datainnsamlingen og transkripsjonen ettersom dette er forskerens første møte med datamaterialet. Ettersom det er en induktiv analyse, fokuserte vi ikke på teori når vi kodet datamaterialet. Oppskriften består av 6 faser som forskeren må gå frem og tilbake i og tilpasse til eget forskningsspørsmål (Braun & Clarke, 2006)

Tabell 3.2

Tematisk Induktiv Analyse

Fase	Beskrivelse av fasene
1. Gjør deg kjent med datamaterialet	Transkriber, les, les på nytt, skriv ned de første tankene rundt datamaterialet
2. Generer de første kodene	Kod interessante egenskaper ved datamaterialet. Samle data relevant til hver kode.
3. Se etter tema i kodene	Samle koder i potensielle tema. Samle all relevant data til hvert tema.
4. Se over temaene	Sjekk at temaene stemmer overens med de opprinnelige kodene og hele datasettet. Lag en oversikt over temaene i analysen
5. Definer og navngi tema	Analyser for å presentere spesifikke tema og det store bildet, den røde tråden. Lag tydelige definisjoner og navn på temaene
6. Produser rapport	Siste mulighet for analyse. Velg ut eksempel som representerer funnene og som kan knyttes til forskningsspørsmålet og tidligere forskning. Skriv en faglig rapport av analysen.

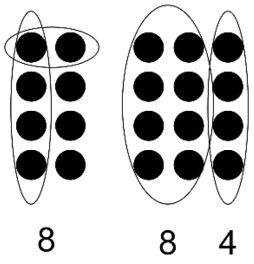
Merknad. Tabellen viser en oversikt over de seks stegene i en tematisk induktiv analyse ifølge Braun og Clarke (2006).

Ettersom vi gikk frem og tilbake mellom de ulike fasene i analysen, har vi valgt å ikke presentere fasene i vår analyse kronologisk, men i en mer meningsgivende systematisk rekkefølge.

Den teoretiske analysen vi startet med, gjorde at vi allerede hadde transkribert lydopptakene, tegnet av alle elevsvarene og satt de sammen med den muntlige transkriberte forklaringen til hver enkelt elev, på hver enkelt oppgave (se Figur 3.9). De elevene som delte strategien sin på tavla foran hele klassen, hadde vi video av, i tillegg til lydopptak og skriftlig elevarbeid. På videoen fikk vi høre elevene forklare, samtidig som vi så at de pekte eller tegnet på figuren på tavla. Ettersom vi hadde transkribert og analysert materialet fra før, hadde vi alt lest datamaterialet da vi startet den induktive analysen. Vi hadde allerede da noen tenker om hva vi kunne finne interessant i datamaterialet, basert på hva som ikke passet inn i det opprinnelige rammeverket med utregningsstrategier. Vi prøvde likevel å se datamaterialet med nye øyne, og se etter mer enn strategiene fra rammeverket. Vi oppdaget at den delen av datamaterialet som falt utenfor det teoretiske rammeverket, var den delen der elevene sa at de «så/tenkte/trodde/her er det». Uttalelsene fant vi i starten av forklaringen til elevene, som svar på spørsmålet «forklar hvordan du tenkte». Vi la også merke til at elevene brukte «jeg vet/da visste jeg», som forklaring på hvor mange prikker de så, men også som forklaring på hvordan de gjorde utregningen.

Figur 3.9

Illustrasjon av Hvordan Transkripsjonene så ut med Elevutsagn og Tilhørende Elevtegning

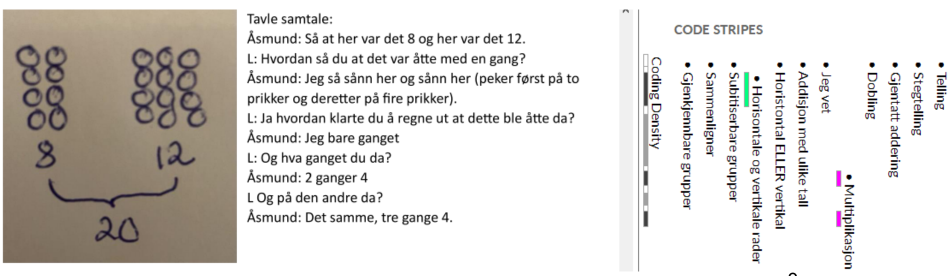
Oppgave 1  	Elev 23, William: W: Jeg tenkte sånn, først så jeg dem da. Så raskt tenkte jeg sånn 2 ganger 4 og det er 8. Så på den der så så jeg én gang til 8, så så jeg at det var like høyt her, så det betyr at det er fire. L: Ok, så du så først at det var 8 på denne ene siden, også så du at det var likt? W: Ja jeg så at fordi, jeg så sånn her da, og da 8, 8 også er det like stor høyde her. L: Ja, 8, også 8 også 4 William: også én 4, så tok egentlig det først, pluss 8 pluss 4, da blir det jo 12, også her så vet jeg at det er 8. Så 8 pluss 12 er lik 2

Merknad. Elevtegningen er tegnet digitalt i tegneverktøyet draw.io, og er en kopi av slik eleven tegnet oppgaven.

Med disse tankene i bakhodet (men uten et rammeverk), gikk vi inn i den induktive analysen. Vi benyttet oss av analyseverktøyet Nvivo 14, der vi kunne legge inn alle transkripsjonene. Deretter kunne vi markere elevutsagn og legge de i en kode vi hadde laget (se Figur 3.10). Alle utsagn som vi la inn i samme kode, fikk samme fargeutheving. I Nvivo 14 kunne vi også velge én av kodene for å se alle utsagnene som var lagt til i koden i en egen fane.

Figur 3.10

Utklipp fra Analyse av Transkripsjon i Nvivo.



Merknad. Figuren viser et utklipp fra analyseverktøyet Nvivo 14. På dette tidspunktet hadde vi ikke tegnet elevtegningene digitalt. Elevtegningen på utklippet er tegnet av én av forfatterne og er ikke elevens håndskrift.

Vi lagde de første kodene (se «opprinnelige koder» i Tabell 3.3) ut ifra elevenes svar på hvordan kvikkbildene så ut, og hvordan elevene brukte denne formen for å finne ut hvor mange prikker det var. Samtidig som vi lagde de første kodene, så vi at vi kunne dele inn elevens svar etter om de så like grupper (for eksempel Arne: «jeg så tre femmere») eller om de utnyttet radene og rekkene (for eksempel Eli: «jeg så at det var 3 bort og 3 ned», eller Arne: «først så jeg to rekker med fire»). Vi valgte også å kode hvilken assossiasjon elevene hadde til gruppene (som Lego eller terninger), og hvor mange prikker de så på likt. Vi satte et skille mellom fire og fem, ettersom det er der subitiseringsgrensa går. Vi antok at elevene «så» prikker til og med grupper på fire. Dersom de sa at de så fem eller mer, gikk vi ut ifra at de kjente igjen grupperingen (for eksempel Geir: «Jeg så at det var 5 prikker i midten som en terning»). Det kan også hende at elevene som så numerositeter over fem, har gjort en utregning uten å ta det med i sin opprinnelige forklaring (for eksempel Eli: «først så tok jeg 9 og 9 så ...», Lærer: «hvordan visste du at det var 9?», Eli: «jeg så at det var 3 bort og 3 ned»). Det er også en del av elevene som sammenligner grupper innad i figuren, for eksempel Mons: «jeg så at det var 4 øverst og like mye nederst». Denne grupperingsstrategien kodet vi som vi «sammenligning».

Både «gruppe-» og «rekke-» kodene, og alle kodene innenfor disse grupperingene, handlet om hvordan elevene visuelt oppfattet prikkene. Den andre typen koder vi la merke til, handlet om hvordan elevene regnet ut antall prikker. I utregningsgruppa så vi at flere av de opprinnelige kodene kunne kategoriseres som temaet «addisjon», eller som Mulligan og Mitchelmore (1997) kaller det i sitt rammeverk, additive utregninger. Vi valgte også å dele inn addisjonskategorien i «dobling» (Eli: «jeg tenkte at 12+12 er 24 og dobla til 48»), «gjentatt addering» (Leo: «jeg tok også 9+9+9+9=36»), «stegtelling» (Frida: «Også tok jeg og plussa alle sammen så det ble 5-10-15»), og «addering med ulike tall» (Hans: «og da vet jeg at 8+12 er 20»). Vi kodet også «telling» (for eksempel Geir sitt svar på hvordan han fant ut at 8 ganger 6 er 48: «jeg telte én og én»). Vi kodet «multiplikasjon» dersom elevene eksplisitt brukte ordet «ganger» (for eksempel Mons: «... og skrev 9 ganger 4, som er 36»). Dersom elevene formulerte seg mindre eksplisitt (for eksempel Arne: «så så jeg tre rekker med fire og visste at det var 12») kodet vi det til «vet». Ettersom elevene i «vet» kategorien ikke nevnte en regneart eller fremgangsmåte for å finne svaret, kategoriserte vi svarene som «tallfakta». «Tallfakta»-strategien handler om at elevene vet svaret uten å regne det ut, fordi de har gjort det så mange ganger før og henter informasjonen fra minnet. En slik strategi kalles retrival-strategi ifølge Siegler og Jenkins (1989).

Vi gjorde fire grep for å sikre at de induktive kodene var så objektive som mulig. Det første vi gjorde, etter å ha kodet datasettene fra begge klassene, var å gå gjennom datasettene på nytt. På denne måten sørget vi for at vi kodet likt for hver kode og ikke endret definisjonene undervegs dersom vi oppdaget nye koder. Den andre gjennomgangen av kodene sikret også at dersom de siste nye kodene skulle dukke opp i de første oppgavene, fikk vi en ny mulighet til å oppdage de i resten av datasettet. Det andre grepet vi gjorde var å kryss-sjekke hverandres koder. Kryss-sjekkingen skjedde ved at vi kodet én tredjedel av utvalget hver for oss, og sammenlignet kodene for å sikre at vi analyserer materialet likt. Tiltak nummer tre var at forfatterne kodet hele datasettet til hverandre, og sammenlignet for å være sikker på at vi kodet de samme utsagnene til de samme kodene. Det siste tiltaket skjedde etter vi hadde gruppert de opprinnelige kodene inn i undertemaene beskrevet under (og i Tabell 3.3). Da gikk vi igjennom de opprinnelige kodene for å forsikre oss om at de nye temaene fremdeles var dekket og beskrev strategiene i de opprinnelige kodene. Vi endte til slutt opp med de to hovedgruppene «Oppfattelsesstrategier» og «Utregningsstrategier». Innad i disse hovedgruppene finner vi undertemaene og til slutt de opprinnelige kodene slik vi ser i Tabell 3.3.

Tabell 3.3

Strategier vi Fant i vår Induktive Analyse

Hovedgrupper	Undertema	Opprinnelige koder	Eksempel
Oppfattelsesstrategier	Rekker	Horisontal og vertikal Horisontal eller vertikal	3 bort og 3 ned 3 rekker med 3
	Grupper	Subitiserbare grupper Gjenkjennbare grupper: - Lego - Terning - Matteboka - Sett det før Sammenligning	1,2,3,4 8, som Lego 5er-terning 5 er sånn i matteboka Vet det for jeg har lært meg det før Den var 8 og den er lik
Utregningsstrategier	Telling	Teller	1,2,3 ...27
	Additive utregninger	Dobling Stegtelling Gjentatt addering Addering med ulike tall	2+2=4, 4+4=8, 8+8 2-4-6-8 6+6+6+6=24 15+12=27
	Multiplikative utregninger	Multiplikasjon	4 ganger 3
	Tallfakta (retrival)	«Vet»	2 rekker med 4 er 8

Merknad. Tabellen viser en oversikt over de opprinnelige kodene, temaene og hovedgruppene av strategier vi fant i vår induktive analyse.

3.10 Troverdighet

I dette delkapittelet vil vi redegjøre for troverdigheten i forskningen vår. Vi vil først vise til teori knyttet til troverdighet i kvalitativ forskning og vise til hvorfor vi har valgt begrepet troverdighet. Deretter vil vi beskrive hvilke konkrete handlinger som ble gjort, både med innhenting og analyse av datamaterialet, for å sikre troverdigheten i studien vår.

Det har blitt diskutert hvor relevante kriteriene for reliabilitet og validitet i kvantitativ forskning er for kvalitativ forskning (Clark et al., 2021, s. 362-367; Creswell & Creswell, 2018; Guba, 1981). Kvalitative undersøkelser ser ikke til reliabilitet i den form som å sjekke hvor stabilt, pålitelig og nøyaktig måleverktøyet er. I tillegg er det ikke like relevant for kvalitative studier å se på den ytre validiteten, altså at resultatene kan generaliseres ved å etterprøves av andre og gi samme svar. Bakgrunnen for medlemsjekk er at hver kvalitativ undersøkelse har sine unike sosiale kontekster som gjør det utfordrende å skulle få samme resultat ved å gjennomføre studien på nytt (Clark et al., 2021, s. 362-367). Målet for kvalitative studier og naturalistisk forskning har derfor ikke som mål å generalisere på tvers av ulike sosiale settinger. I stedet ønsker kvalitative studier å få en dyp og kontekstuell forståelse av et fenomen og å vise at det finnes flere redegjørelser for en sosial virkelighet (Clark et al., 2021, s. 362-367; Guba, 1981).

På bakgrunn av forskjellene mellom kvalitativ og kvantitativ forskning har vi valgt å bruke Guba (1981) sitt rammeverk om troverdighet. Rammeverket inneholder egne begreper som kan benyttes for å se på troverdigheten i undersøkelser innenfor det naturalistiske paradigme som benyttes i kvalitative undersøkelser. Disse begrepene er med egne oversettelser: Kredibilitet (credibility), overførbarhet (transferability), pålitelighet (dependability) og bekreftbarhet (confirmability) (Guba, 1981). Videre vil vi benytte disse begrepene for å vise hvilke grep vi har tatt for å øke denne studiens troverdighet.

3.10.1 Kredibilitet

Kredibilitet handler om at man benytter seg av blant annet triangulering, medlemsjekk, langvarig engasjement og «peer debrifing» for å bevare den helhetlige og komplekse virkeligheten.

Triangulering betyr at man benytter seg av flere ulike datakilder og ulike etterforskere, slik at disse kildene kan settes opp mot hverandre for å kryssjekke data og tolkninger (Guba, 1981). I vår forskning har vi flere datakilder som: skriftlig elevarbeid, lydopptak av elevene i gruppesamtalene og til slutt video og lydopptak av elevene som ville vise sine strategier på tavla. På denne måten kunne vi kryssjekke de ulike datakildene og se om våre tolkninger av datamaterialet stemte overens med de ulike datakildene. Hvis vi var usikre på hva en elev mente på lydopptaket kunne vi bruke elevtranskripsjon og noen ganger videopptaket da elevene viste sine strategier på tavla. Siden vi er to forfattere, brukte vi også hverandre til å diskutere de elevene vi var usikre på.

I medlemsjekk tester man ut sine tolkninger med medlemmene som data er innhentet fra (Guba, 1981). I vår forskning fikk vi i løpet av undervisningsøkten mulighet til å stille elevene spørsmål for å være sikre på at vår tolkning av deres løsningsstrategi var riktig. Dette gjorde vi ved å gjenta det eleven sa og spurte om det var det de mente. Vi valgte også bevisst å ikke gjennomføre medlemsjekk etter den ferdige analysen fordi det var lenge siden elevene hadde gjennomført forsøket. Elevene kan ha glemt hva de sa eller at de har oppnådd ny matematisk kompetanse som gjør at elevene endrer forklaringene sine.

Langvarig engasjement handler om at forskeren er til stede over lengre periode slik at deltakerne tilpasser seg tilstedeværelsen av forskeren. Samtidig er det viktig å ikke bli for involvert med deltakerne (Guba, 1981). I vår forskning la vi vekt på at forskeren som ledet undervisningsøkten skulle ha kjennskap med klassen gjennom praksis og på denne måten vite hvilke rutiner klassen hadde. Forskeren som hadde 5.trinn, hadde flesteparten av elevene i praksis for tre år siden gjennom fem uker. Derfor besøkte denne forskeren 5.klassen i to mattetimer uken før, før innsamling av data. På denne måten ble forskeren og deltakerne enda bedre kjent. Forskeren som hadde 4.trinn, hadde allerede klassen i praksis i 2 uker på høsten og gjennomførte datainnsamlingen i løpet av 3 uker i januar. Vi skulle gjerne ha vært i de ulike klassene lenger for å ha blitt bedre kjent, men samtidig gjorde det at vi ikke visste hvilket matematisk nivå elevene hadde som kunne ha påvirket vår analyseprosess.

Vi benyttet også strategien «peer debriefing» som handler om å få et syn på oppgaven fra en annen forsker. For å øke studiens troverdighet kan denne personen gjennomgå og stille spørsmål om studien (Guba, 1981). I vår studie har vi benyttet veilederen vår som har hjulpet oss med å stille spørsmål og gjennomgå måten vi har samlet inn kvalitativ data på. Han har også hjulpet oss med å sikre at våre kvalitative resultater kan gi oss et svar på forskningsspørsmålet. På denne måten kunne vi benytte disse innspillene til å forbedre studien vår.

3.10.2 Overførbarhet

Overførbarhet handler om at man samler inn og gir en tykk beskrivelse av konteksten som påvirker datainnsamlingen og datainnsamlingsmetoder slik at man kan sammenligne studien med andre mulige kontekster. På denne måten kan andre gjøre vurderinger om studien kan overføres til deres kontekst (Guba, 1981). I vår forskning har vi gitt en tykk beskrivelse av gjennomføringen av datainnsamlingen og beskrevet utvalget og konteksten rundt. Vi har også beskrevet oppgavene elevene ble utsatt for og gitt innblikk i analyseprosessen med tilhørende eksempler. I tillegg har vi gitt beskrivelser av hva elevene hadde gjort i matematikktimene før datainnsamling som kunne ha påvirket hvilke strategier elevene benytter seg av.

3.10.3 Pålitelighet

Pålitelighet handler om at man må ta hensyn til ustabilitetene som oppstår når man benytter en forsker som instrument for å tolke data. For å styrke påliteligheten, bør man ha noen andre som jevnlig kryssjekker datamaterialet, i tillegg til en form for dokumentasjon som legger igjen spor. Man kan også ha logg av analyseprosessen som har blitt gjort (Guba, 1981). Siden vi var to medforfattere av denne i denne studien kunne vi sammenligne kodene fra analysen gjennom kryssjekking. Denne kryssjekken skjedde etter vi hadde kodet 1/3 av datamaterialet, i fase to i analyseprosessen til Braun og Clarke (2006). Da diskuterte vi hvilke koder vi burde fokusere videre på og skrev ned definisjoner på de ulike kodene. Deretter snakket vi om hvilke koder vi kunne slå sammen og hvilke temaer vi kunne fokusere på. Underveis i kodingsprosessen i hver fase skrev vi ned hvilke koder og definisjoner på koder som ble gjort. Ved hjelp av denne dokumentasjonen kan andre få et innblikk i hvordan analyseprosessen vår har foregått, og prosessen kan gjennomgås av andre.

3.10.4 Bekreftbarhet

Bekreftbarhet handler om å vise at man ikke har latt personlige verdier eller annet påvirke arbeidet. Ved å benytte triangulering, som nevnt under kredibilitet, vil forskerens verdier bli utfordret fordi man har flere kilder som viser det samme. På denne måten vil forskeren styres mot dataenes virkelighet i stedet for sine egne verdier. En forsker kan også praktisere refleksivitet. Det vil si at forskeren reflekterer og viser hvordan sitt epistemologiske syn kan påvirke hvordan man har tolket datamaterialet (Guba, 1981). Vi har gjennom analysen forsøkt å presentere analyseprosessen vår nøye og gjennom denne beskrevet hvilke endringer i fokus vi har gjort. For eksempel at vi gikk fra å analysere teoretisk til induktivt. Vi presenterte også hvilke førkunnskaper fra teorien vi hadde for å analysere datamaterialet induktivt.

3.11 Forskningsetikk og behandling av personopplysninger

Under planlegging og gjennomføring av denne studien fulgte vi retningslinjene til den nasjonale forskningsetiske komite’ for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH, 2021). Vi vil nå vise hvilke avgjørelser vi tok for å fremme fri, god og forsvarlig forskning, spesielt med hensyn til personer.

Før gjennomføring av datainnsamling, fikk vi denne studien godkjent av Sikt. Sikt har som formål å sikre god informasjonssikkerhet og godt personvern i kunnskapssektoren. Deretter informerte vi elevene om prosjektet gjennom et informasjonsskriv med samtykkeskjema (Se vedlegg 1). Siden vi skulle benytte barn i forskningen, fikk vi et aktivt samtykke der både foreldre og elever skrev under på samtykkeskjemaet. I informasjonsskrivet før samtykkeskjemaet, ble det informert om at datainnsamlingen var frivillig og at det var mulig å trekke seg fra prosjektet, både under og etter gjennomført datainnsamling. I tråd med retningslinjene, informerte vi også muntlig til elevene om innholdet i informasjonsskrivet og samtykkeskjemaet. Her fikk de også muligheten til å stille spørsmål. På 5.trinn var det flere elever som ikke hadde levert samtykkeskjema. Derfor ble det holdt samme undervisning med kvikkbilder parallelt med vår datainnsamling på et annet klasserom med deres egen lærer. På denne måten fikk alle samme undervisning og deltakerne som ble med på datainnsamlingen gikk ikke glipp av nødvendig undervisning på skolen.

Ved å gjennomføre studien som en undervisningstime, sikret vi at studien var minst mulig belastende for barnet. Et grunnleggende hensyn i all forskning er barnets beste, velferd og integritet. Siden barn er en sårbar gruppe, har de krav på beskyttelse, og skal gå foran vitenskapens og samfunnets interesser. Det betyr at forskningen må tilpasses hvert enkelt barn og barn som gruppe (NESH, 2021). For å i minst mulig grad påvirke elevenes undervisning på skolene, gjennomførte vi denne studien som et undervisningsopplegg. Undervisningsopplegget var blant annet rettet mot kjerneelementet i matematikkfaget som handler om å argumentere for sine fremgangsmåter og løsninger sammen med andre (Kunnskapsdepartementet, 2019). Vi presenterer flere argumentert for valg av deltakere i vårt prosjekt under delkapittelet «utvalg og kontekst». En studie av elevers strategier, kunne også vært gjort ved at elevene løste kvikkbildeoppgaver individuelt foran hver sin pc-skjerm, uten å dele strategier med hverandre. Vi valgte å gjennomføre studien i en naturlig undervisningssituasjon, for at den skulle være minst mulig belastende for barnet, samtidig som det samsvarer med læreplanen i matematikk.

For å sikre elevenes anonymitet, ga vi elevene fiktive navn under transkribering av data. De fiktive navnene var tilfeldige navn som startet på forskjellige bokstaver fra alfabetet fra A til Å. Skolens navn ble ikke nevnt i denne studien. Vi transkriberte alt av elevtegningene for hånd uten navn og limte de inn med transkripsjonene. Alt av elevtegningene ble låst inn i to skap som kun vi hadde tilgang til. Videoopptak ble lagret på NTNU sine servere, og lydopptakene ble lagret gjennom UiO sine nettskjema. Begge lagringsplassene krever innlogging med NTNU bruker. Etter endt prosjekt ble alt av datamateriale makulert og video og lydopptak slettet.

3.12 Oppsummering

I dette metodekapittelet har vi presentert og begrunnet hvilke ulike forskningsmetoder som ble brukt for å undersøke 4.- og 5.-klassingene sine strategier i strukturerte kvikkbildeoppgaver. Vi benyttet en kvalitativ metode med forskningsdesignet case-studie for å få detaljerte beskrivelser av elevenes strategier. Bakgrunnen for å undersøke 4. og 5. klassinger var fordi elevene visste om addisjon og multiplikasjon og fordi de hadde kjennskap til forfatterne av denne studien.

Datainnsamlingen ble gjennomført som et undervisningsopplegg for å kunne observere elevenes strategier i en naturlig undervisningssituasjon. I undervisningsopplegget brukte vi ulike datainnsamlingsmetoder for å kunne kryssjekke dem. Hver kvikkbildeoppgave ble jobbet med i tre deler. I del én jobbet elevene individuelt med kvikkbildeoppgaven og elevarbeidene deres ble samlet inn. I del to gjennomførte vi et semistrukturert gruppeintervju med lydopptak for å høre elevenes strategier. I del tre tok vi både lydopptak og videoopptak av at elevene delte sine strategier foran klassen. I tillegg brukte vi også observasjonsrollen, aktiv deltakerrolle, gjennom hele undervisningen. Vi valgte å undersøke fire kvikkbilder fra MAM-prosjektet fordi de hadde blitt utviklet for å kunne brukes i undervisning og for å frem elevenes ideer. I tillegg var MAM-prosjektet sine kvikkbilder strukturerte og gjorde at elevene i større grad kunne bruke andre strategier enn å telle én og én.

Videre forklarte vi analyseprosessen for å finne elevstrategiene. Vi gjennomførte først en teoretisk tematisk analyse med rammeverket til Mulligan og Mitchelmore (1997), men oppdaget at rammeverket ikke favnet hele datamaterialet. Derfor gjennomførte vi deretter en induktiv tematisk analyse og lagde kodene ut fra datamaterialet.

For å styrke studiens troverdighet gjennomførte vi flere tiltak. Vi styrket kredibiliteten gjennom triangulering, medlemsjekk, langvarig engasjement og «peer debrifing». Overførbarheten til studien ble styrket vet at vi ga en tykk beskrivelse av datainnsamlingen, konteksten og analyseprosessen. Påliteligheten ble styrket fordi forfatterne kunne kryssjekke hverandres koder. I tillegg ble bekreftbarheten styrket gjennom triangulering og refleksivitet.

Til slutt beskrev vi hvilke etiske hensyn vi tok for å samle og behandle datamaterialet. Vi fulgte retningslinjene til NESH, fikk studien godkjent fra Sikt, samlet inn samtykke fra foreldre og elever og samlet inn anonyme data på NTNU-servere. I tillegg var studien lite belastende for barna fordi vi gjennomførte studien som et undervisningsopplegg.

4 Resultat

I denne resultatdelen presenterer vi funnene gjort i analysen for å kunne svare på problemstillingene våre: «Hvilket repertoar av strategier har elever på 4. og 5. trinn når de løser strukturerte kvikkbildeoppgaver i en undervisningssituasjon?» og «Hvordan blir strategiene brukt når de løser kvikkbildeoppgavene?».

Først svarer vi på den første problemstillingen ved å presentere de ulike elevstrategiene vi fant. Deretter svarer vi på den andre problemstillingen ved å presentere fire funn som utdyper hvordan strategiene ble benyttet når elevene løste kvikkbildeoppgavene. Det første funnet var at elevene benyttet flere strategier i én oppgave. Det andre funnet var at elevenes måte å oppfatte kvikkbildet på ikke alltid samsvarte med regnestrategiene. Det tredje funnet var at flere elever registrerte at kvikkbildet hadde en multiplikativ struktur, men benyttet en Sikkerhetsstrategi for å være sikker på at de fikk rett svar. Det siste funnet var at noen elever kunne se samme kvikkbildet på flere måter.

4.1 Strategifunn

I denne delen presenterer vi strategiene vi fant hos elevene gjennom den induktive analysen av datainnsamlingen (se Tabell 4.1). I analysen av datamaterialet, fant vi at elevene gikk gjennom en todelt prosess for å finne ut hvor mange prikker det var i hvert kvikkbilde. Når de løste oppgaven brukte de først én eller flere strategier for å oppfatte bildet, og deretter én eller flere strategier for å regne ut hvor mange prikker de oppfattet (se «hovedgrupper» i Tabell 4.1).

Videre vil vi utdype de ulike oppfattelsesstrategiene og utregningsstrategiene. Vi presenterer hovedgruppene og undertemaene i samme rekkefølge som Tabell 4.1 (vist under). For hver strategi beskriver vi først strategiens kjennetegn. Deretter viser vi eksempler på elevutsagn i en Tabell. I tillegg til elevutsagn, viser tabellene elevens fiktive navn og hvilken kvikkbildeoppgave elevuttalelsen er hentet fra med et bilde av oppgaven. I tabellen viser vi også noen ganger et transkribert bilde av elevens elevarbeid, hvis det var med på å utdype elevenes svar.

Noen elever presenterte mer enn én løsning på hver oppgave. Alle eksemplene på strategifunnene er likevel fra elevenes opprinnelige strategier, fordi det er den eneste strategien vi vet er basert på det ene sekundet de så kvikkbildet.

Tabell 4.1

Kodene og Temaene den Induktive Analysen

Hovedgrupper	**Undertema**	**Opprinnelige koder/underkategorier**
Oppfattelsesstrategier	Matriseoppfattelse (subitiserbare rekker)	Horisontale og vertikale rekker Horisontale eller vertikale rekker
	Gruppeoppfattelse	Subitiserbare grupper Gjenkjennbare grupper - Terning - Mattebok - Ubegrunnet - Lego - Form Sammenligning
Utregningsstrategier	Telling	Teller
	Multiplikative utregninger	Multiplikasjon
	Tallfakta (retrival)	«Vet»
	Additive utregninger	Addisjon med like tall - Dobling - Stegtelling - Gjentatt addering Addisjon med ulike tall

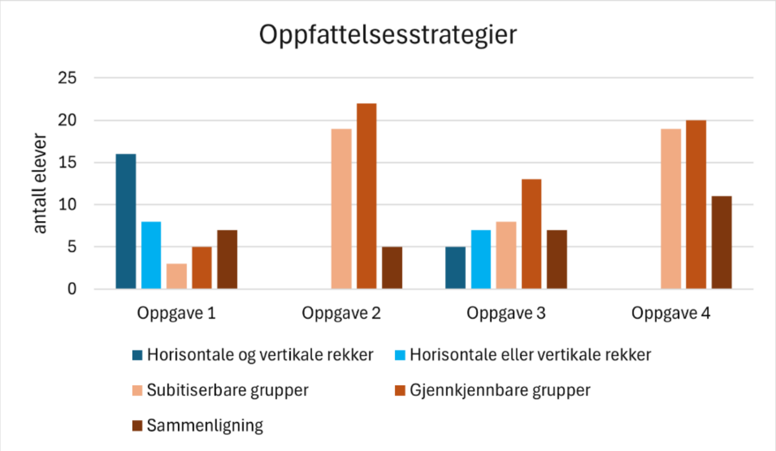
Merknad. Tabellen viser en oversikt over kodene og temaene vi fant i vår induktive analyse. Denne tabellen er en moderert versjon av Tabell 3.3 fra metodekapittelet.

4.1.1 Oppfattelsesstrategier

De fleste elevene benyttet enten strategien «like grupper», «horisontale *og* vertikale rekker» eller «horisontale *eller* vertikale rekker» for å oppfatte hvor mange prikker de så på hvert kvikkbilde. Begrepet «rekker» blir videre i teksten brukt for å beskrive «prikker på linje etter hverandre» uavhengig om de er horisontalt eller vertikalt orientert. I Figur 4.1 presenteres en oversikt over antall elever som benyttet de ulike strategiene i hver oppgave. Summen av antall strategier i hver oppgave varierer, ettersom én elev kan bruke flere strategier på samme oppgave. De ulike nyansene av fargen blå på søylene representerer oppfattelsesstrategiene under matriseoppfattelse, mens de ulike nyansene av brun på søylene viser oppfattelsesstrategiene under gruppeoppfattelse. Vi går nærmere inn på de ulike oppfattelsesstrategiene under.

Figur 4.1

Oppfattelsesstrategier Brukt på Kvikkbildeoppgavene.



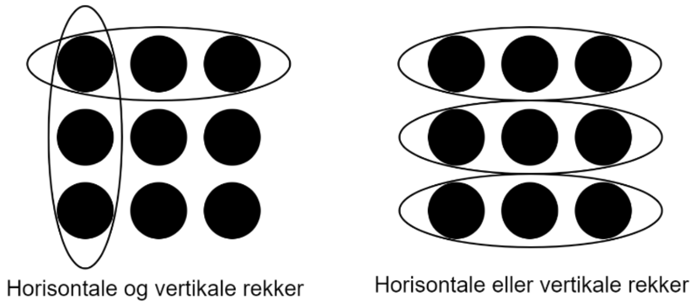
Merknad. Figuren viser en oversikt over antall elever som brukte de ulike oppfattelsesstrategiene på de ulike kvikkbildeoppgavene.

4.1.1.1 Matriseoppfattelse

Matriseoppfattelse ble bare benyttet i oppgave 1 og 3. Matriseoppfattelse er samlebetegnelsen vi ga de to oppfattelsesstrategiene der elevene beskrev «horisontale *og* vertikale rekker» og «horisontale *eller* vertikale rekker». Figur 4.2 illustrerer forskjellen mellom de to typene matriseoppfattelsene. Alle rekkene som ble oppfattet av elevene inneholdt mengder på to, tre og/eller fire prikker og er dermed innenfor subitiseringsområdet.

Figur 4.2

To Typer Matriseoppfattelse



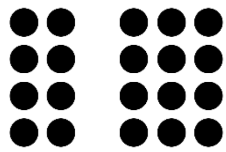
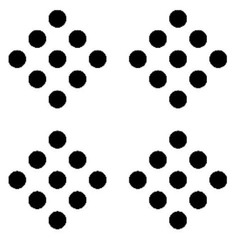
Merknad. Figuren er en illustrasjon av forskjellen mellom de to typene matriseoppfattelse benyttet av elevene.

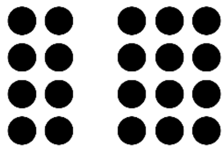
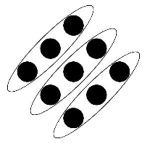
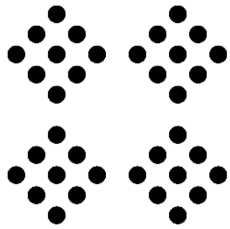
Tabell 4.2 viser eksempler på elever med matriseoppfattelse. Elevutsagnene som falt under kategorien «vertikale *og* horisontale rekker», kom fra elever som uttalte at kvikkbildet hadde et matrisemønster som bestod av en kombinasjon av én vertikal rekke og én horisontal rekke slik som Figur 4.2 illustrerer. For å beskrive én horisontal og én vertikal rekke, benyttet elevene ofte ord som «bortover» (se Rune), «nedover» (se Tiril), «på siden» (se Rune og Tiril) og «oppover» (se Eli på oppgave 1). Ordene elevene benyttet for å beskrive de ulike rekkene, kunne også ha ulik betydning fra elev til elev. For eksempel brukte Rune ordet «på siden» om en vertikal rad, mens Tiril brukte «på siden» om en horisontal rekke. En annen elevbeskrivelse av én horisontal og én vertikal rekke var å se kvikkbildet som et gangestykket og deretter peke på sidene, slik William gjør (se Tabell 4.2).

I tillegg til at noen av elevene oppfattet en kombinasjon av vertikale og horisontale rekker, var det en del av elevene som beskrev kvikkbildet som gjentatte vertikale eller horisontale rekker. Slike elevbeskrivelser kodet vi som «horisontale eller vertikale rekker» (se illustrasjon til høyre i Figur 4.2). Flere elever beskrev rekkene med ord slik som Arne som sa han så «to rekker med fire». Mens andre, slik som Kari, tegnet også en sirkel rundt rekkene på kvikkbildet (se Kari sin tegning i Tabell 4.2). Elevene i kategorien «horisontale eller vertikale rekker» så altså kun rekker i én retning.

Tabell 4.2

Oppfattelsesstrategiene Innen Matriseoppfattelse

Matrise oppfattelse	**Navn på elev**	**Elevutsagn og elevtegning**	**Oppgave**
Horisontale *og* vertikale rekker	Rune	R: Jeg så det var fire på siden også tenkte jeg at det var 3 bortover. Og 4 ganger 3 er 12	1 
	Tiril	T: Jeg så 4 nedover og 3 på siden.	
	William	W: Først så jeg dem da. Så raskt tenkte jeg sånn 2 ganger 4 *peker to horisontalt og fire vertikalt*.	
	Eli	E: Først så tenkte jeg at det var sånn 1,2,3,4 oppover også var det 2 der. Også tenkte jeg 1,2,3,4 og 1,2,3 der og da ble det sånn.	
	Eli	Lærer: Hvordan visste du at det var ni? E: Jeg så at det var 3 bort og 3 ned	3 

Horisontale *eller* vertikale rekker	Arne	A: Først så jeg 2 rekker med 4 ... så så jeg 3 rekker med 4 ...	1 
	Kari	K: Også så jeg at det var 3 rekker med 3 inni der. Så jeg tegna 3 rekker med 3. Også ringa jeg rundt om de. 	3 

Merknad. Tabellen viser eksempel på elever som benyttet matriseoppfattelse ved å se horisontale og/eller vertikale rekker.

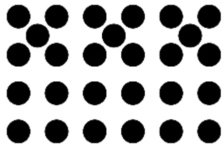
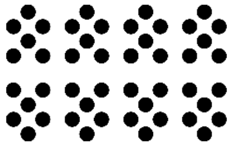
4.1.1.2 Gruppeoppfattelse

Elevene som benyttet gruppeoppfattelse på kvikkbildene, så «subitiserbare grupper», «gjenkjennbare grupper» og/eller «sammenlignbare grupper». Eksempler på disse tre grupperingene kommer i Tabell 4.3, 4.4 og 4.5. Gruppeoppfattelse fant vi på alle oppgavene, men hyppigest på oppgave 2 og 4, der elevene ikke benyttet matriseoppfattelse (se oversikt i Figur 4.1).

Elevene som beskrev at de så «subitiserbare grupper» beskrev at de så mengder på en, to, tre og fire (se Tabell 4.3). De «subitiserbare gruppene» kunne være antall grupper, eller antall prikker i hver gruppe. Dersom utsagnet gjaldt antall grupper, beskrev elevene ofte tre eller fire grupper med prikker slik som Vestein, som påpekte at han så tre av noe, eller Frida og Siri som så fire grupper. Dersom elevene beskrev antall prikker i hver gruppe, kunne de se to prikker i hver gruppe som Vestein, tre prikker i hver gruppe, som Siri, eller se fire prikker i hver gruppe, som Geir på oppgave 2. Flere elever subitiserte også enere i kombinasjon med et terningmønster slik som Geir gjør på oppgave 4. Vi fant også tilfeller der elevene subitiserte antall grupper og antall prikker i gruppene på likt, slik som Geir gjør i oppgave 2.

Tabell 4.3

Oppfattelsesstrategien Subitiserbare Grupper.

Navn på elev	Elevutsagn	Oppgave
Vestein	V: Her var det 3 som var mønstret. Jeg så 5,2,2 tre ganger.	2 
Siri	S: Så jeg tenkte 3 her, her, her og her (..) også plusset jeg dem sammen som blir 12.	
Geir	G: Også er det jo tre firere	
	G: Jeg så at det var 5 med én til som blir 6	4 
Frida	F: Det var sånn at jeg så at de var 5 så da tok jeg 4 femmere	

Merknad. Tabellen viser eksempel på elever som benyttet oppfattelsesstrategien subitiserbare grupper.

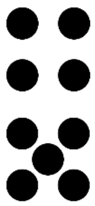
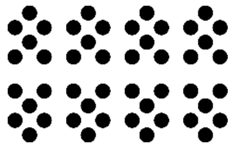
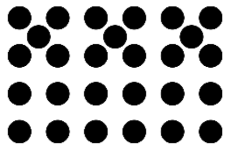
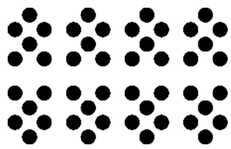
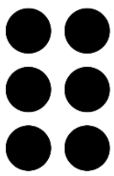
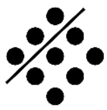
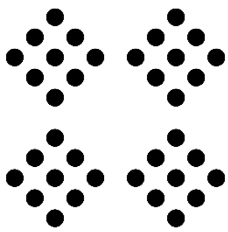
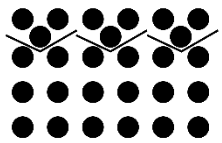
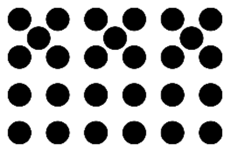
I Tabell 4.4 viser vi eksempler på strategien «gjenkjennbare grupper». Gjenkjennbare grupper viser til elever som beskrev at de kunne oppfatte numerositeter større enn subitiseringsgrensa på fire. Disse elevene gjenkjenner et mønster de har erfaring med, eller så har de gjort en utregning de ikke nevner. Mange av elevene sa de oppfattet mengden fem, men de hadde ulike begrunnelser til hvordan de fant det ut. Noen av elevene, slik som Kari og Siri, forklarte at de kjente igjen femmermønsteret fra terninger. Andre elever, som Rune, utalte at de kjente igjen femmermønsteret fra matematikkboka eller oppgaver fra nettressurser. Til tross for subitiseringsgrensa på fire, sier Siri at hun så grupper med fire fordi det ligna på terninger.

Vi fant også tilfeller av elever som sa de så seks prikker når mønsteret var formet som en sekserterning, og ni prikker når mengden ni var formet som «tre ganger tre»-mønster. Elevene som så disse mønstrene på seks (som Siri og Zofia) og ni (for eksempel William og Åsmund), hadde ingen forklaring på hvordan de fant antallet i mengden, men William sier han bare «visste det» og Åsmund understreker at han ikke delte opp nieren. Eleven Hans derimot, spesifiserte at han kjente igjen numerositeten åtte fordi det lignet en legokloss. Noen av 4. og 5. klassingene kunne altså oppfatte prikker på fem, seks, åtte og ni prikker.

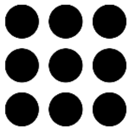
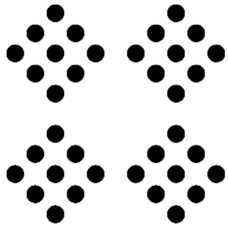
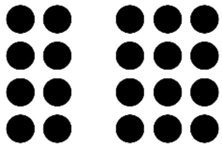
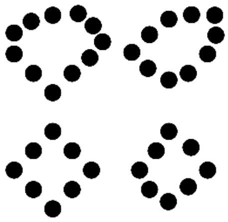
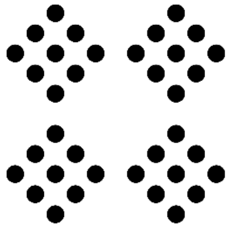
Flere elever, for eksempel Quasim, hadde ulike assossiasjoner til kvikkbildet i oppgave 3 som «gigantiske trekanter», «diamantforma», «vridde terninger». Elevene så ikke ut til å benytte disse sammenligningene videre i oppgaveløsingen.

Tabell 4.4

Oppfattelsesstrategien Gjenkjennbare Grupper

Gjenkjennbare grupper	Navn på elev	Elevutsagn og elevtegning	Oppgave
Firer- og femmerterning 	Kari	K: Jeg så at det var 5 for det ligna på 5 på treningen også var det 1 mer.	4 
	Siri	Lærer: Hvordan tror du at det var femmere og firere? S: Jeg ser det veldig fort når du viser meg det. (..) Jeg synes det er enkelt å se slike mønstre. Lærer: Har du sett slike mønstre før? S: På terninger er det det.	2 
Fra matematikkboka	Rune	R: Jeg er vant til å se at fem er sånn. [...] Det er mye på Chromebook[2], sånn i matteboka og sånn.	4 
Ubegrunnet (ser 6) 	Siri	S: Jeg så først seks, også så jeg den etterpå. *deler opp 9 i 6 og 3 med en strek* 	3 
	Zofia	Z: Jeg så tre også seks (peker) Lærer: Ja så du tok først de tre øverste også de seks nederste. Z: Ja 	2 

[2] Chromebook er det digitale verktøyet elevene bruker på skolen. De løser oppgaver på nettressursene som tilhører de fysiske lærebøkene.

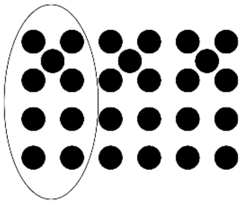
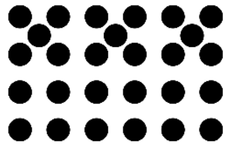
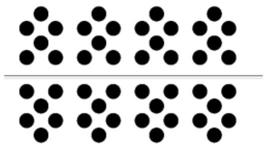
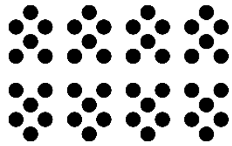
Ubegrunnet (ser 9) 	William	W: Jeg visste fra før at sånne ruter er det ni i hver.	3 
	Åsmund	Å: Jupp, jeg bare tenkte at det var ni. Lærer: Husker du om du delte det opp eller? Å: Jeg delte ikke opp noe.	
Fra Lego (ser 8) 	Hans	H: Jeg bare så det for jeg har sett det hjemme mange ganger før på Lego og sånn at det stabler seg 4 opp og 1,2 til sida.	1 
Gjenkjenner en visuell form	Qasim	Q: Jeg så sånne gigantiske trekanter. 	3 

Merknad. Tabellen viser eksempel på elever som oppfatter gjenkjennbare grupper med ulike assossiasjoner eller ingen begrunnelser.

I Tabell 4.5 ser vi elever som benyttet seg av sammenlignbare grupper for å oppfatte antall prikker. Denne strategien innebærer at elevene benyttet en gruppe de allerede har registrert tidligere i oppgaven og dermed lagret i korttidshukommelsen. For eksempel så vi at Hans først registrerte at det var en gruppe på fem og fire, og deretter at de andre «stablene» var like som den første (stabelen er da én firer og én femmer). Dermed visste han hvor mange prikke det var i alle stablene. Mons gjorde noe liknende i oppgave 4 der han oppfattet at det var like mange grupper på øverste og nederste linje. Dermed trengte han bare å se at det var fire grupper oppe, for å vite at det også var fire grupper nede.

Tabell 4.5

Oppfattelsesstrategien Sammenlignbare Grupper

Navn på elev	Elevutsagn og elevtegning	Oppgave
Hans	H: Aller først så jeg at det var 5 øverst og 4 nederst. Andre gangen så jeg at alle stablene med prikker var like. 	2 
Mons	M: Jeg så det. Det var den forma 8 ganger! Lærer: Men rakk du å telle alle 8? M: Nei jeg så at det var 4 øverst og like mye nederst. 	4 

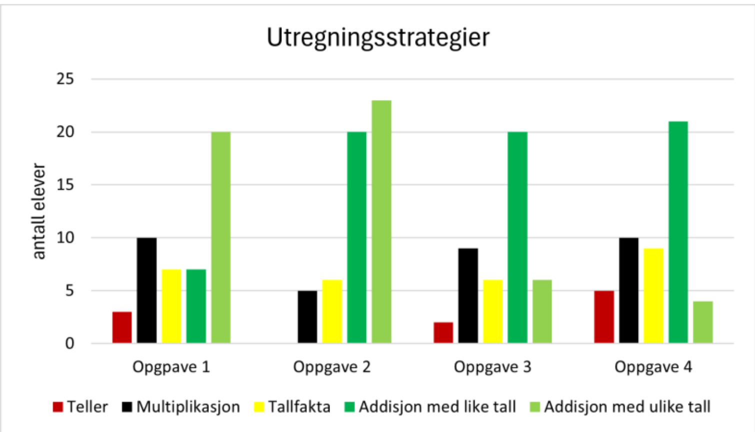
Merknad. Tabellen viser eksempel på elever som oppfatter sammenlignbare grupper.

4.1.2 Utregningsstrategier

Den andre hovedkategorien i strategiinndelingen handlet om hvordan elevene regnet ut prikkene de oppfattet. Vi oppdaget både telling, multiplikative utregninger og tallfakta. I tillegg oppdaget vi additive utregninger som vi har delt inn i addisjon med like tall og addisjon med ulike tall. I Figur 4.3 illustrerer vi antall elever som benyttet de ulike utregningsstrategiene i de ulike oppgavene. Summen av benyttede strategier i hver oppgave varierte ettersom noen av elevene benyttet flere utregningsstrategier i samme oppgave.

Figur 4.3

Utregningsstrategiene på Kvikkbildeoppgavene.



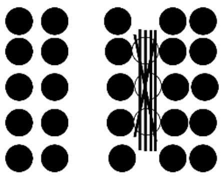
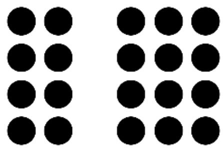
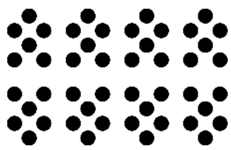
Merknad. Tabellen viser en oversikt over antall elever som benyttet de ulike utregningsstrategiene på de ulike kvikkbildeoppgavene.

4.1.2.1 Telling

Telling ble benyttet i oppgave 1, 3 og 4, men totalt bare 10 ganger (se Figur 4.3). Telling viser til elever som telte én og én prikk. I Tabell 4.6 ser vi noen elever som benyttet seg av telling for å regne ut hvor mange prikker de så. På dette tidspunktet hadde elevene sett kvikkbildet og fått mulighet til å tegne prikkene de oppfattet på et ark foran seg. På oppgave 1 så vi at Geir først telte prikkene han hadde tegnet, for så å komme frem til at han tegnet for mange prikker. Han krysser ut noen prikker og rakk ikke telle prikkene på nytt etterpå. Også på oppgave 4 sa Geir at regnestykket er åtte ganger seks, men regnet det ut ved å telle én og én prikk.

Tabell 4.6

Telling som Utregningsstrategi

Navn på elev	Elevutsagn og elevtegning	Oppgave
Geir	Lærer: Fant du ut hvor mye det ble til sammen? G: Hm nei for jeg måtte skrible over for jeg tegna litt for mange og jeg telte først så da hadde jeg ikke tid. 	1 
	Lærer: Hvordan fant du ut hva åtte ganger seks er? G: Jeg telte én og én	4 

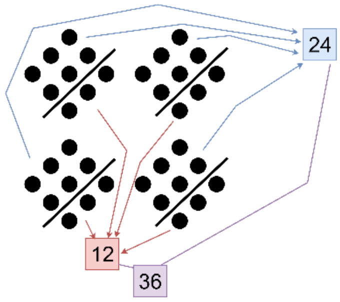
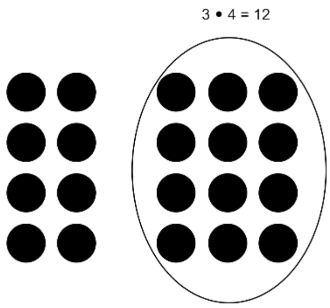
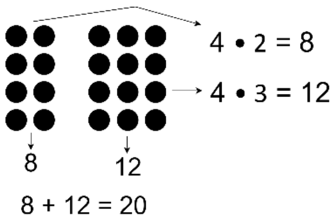
Merknad. Tabellen viser eksempel på eleven Geir som benyttet telling som utregningsstrategi på to ulike oppgaver.

4.1.2.2 Multiplikative utregninger

Multiplikative utregninger ble benyttet på alle kvikkbildeoppgavene, men sjeldnere enn addisjon med like tall i alle oppgavene utenom i oppgave 1. (se Figur 4.3). Noen elever, slik som Bea og Jan, brukte multiplikasjon én gang i oppgaven. Andre elever benyttet to ulike multiplikasjonsstykker i samme oppgave, slik som Øyunn (Se Tabell 4.7 for elevutsagn).

Tabell 4.7

Multiplikative Utregninger som Utregningsstrategi

Navn på elev	Elevutsagn med elevtegning	Oppgave
Bea	B: Jeg vet at 4 ganger 6 er 24. 	3
Jan	J: Også tok jeg 3 ganger 4, istedenfor å telle alle. 	1
Øyunn	Ø: Først så rakk jeg ikke å telle alle, så da tok jeg heller sånn, først så tok jeg 4 ganger 2, og det blir 8. Så tok jeg 4 ganger 3 og det blir 12. 	1

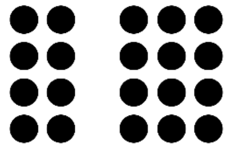
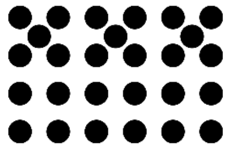
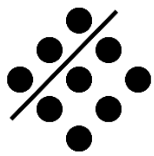
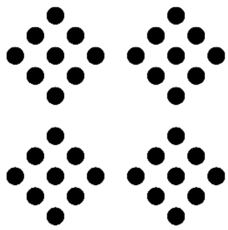
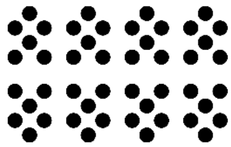
Merknad. Tabellen viser eksempel på elever som benyttet multiplikative utregninger som utregningsstrategi.

4.1.2.3 Tallfakta

Utregningsstrategien *tallfakta* viser til elever som ikke spesifiserte hvilken regneart de brukte for å finne en løsning. Vi valgte å skille mellom elevene som eksplisitt sa de brukte multiplikasjon, og de som sa de bare «visste» svaret. Typiske eksempler på tallfakta var når elevene uttalte at de «visste» (se Hans og Nils), «vet» (se Leo), «så» (se Leo og Nils) eller at to mengder «ble» (se Ulrik) eller «er» (se Leo og Ulrik) numerositeten eleven presenterte som svaret/delsvaret. (Se Tabell 4.8 for elevutsagn). Tallfakta fant vi i alle de fire kvikkbildeoppgavene. Innad i tallfakta finner vi elever som regner ut multiplikative strukturer (se Hans, Leo og Ulrik) og additive strukturer (se Siri).

Tabell 4.8

Tallfakta som Utregningsstrategi

Navn på elev	**Elevutsagn og elevtegning**	**Oppgave**
Ulrik	U: Så var det bare å plusse på fire igjen, slik at det blir tre firere, som er tolv.	1 
Leo	L: Jeg så først at det var 3 femmere på starten. Femten. Så så jeg 3 firere og det er 12.	2 
Siri	S: Så først så startet jeg med at det var 6 der. Også så jeg den etterpå (peker på 3 dotter). Da så jeg at det var 9. 	3 
Hans	H: Jeg visste at det var 4 femmere, det betyr at det blir 20.	4 

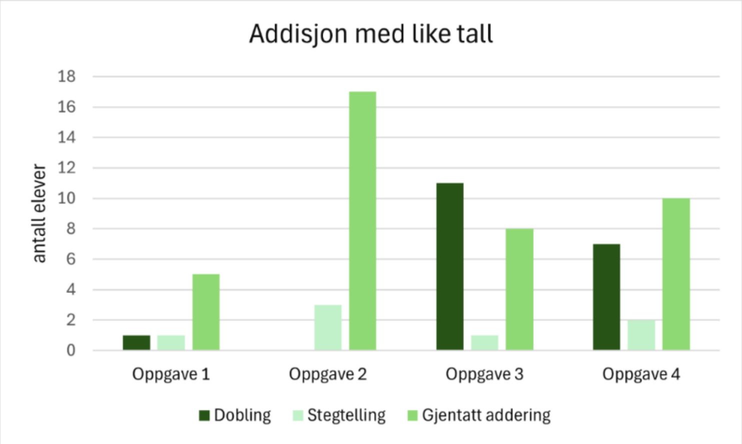
Merknad. Tabellen viser eksempel på elever som benyttet Tallfakta som utregningsstrategi.

4.1.2.4 Addisjon med like tall

Vi fant tre additive utregningsstrategier der elevene adderte like mengder med hverandre. De tre addisjonsstrategiene med like tall kalte vi stegtelling, dobling og gjentatt addering (se eksempel i Tabell 4.9). I tillegg fant vi addisjon med ulike tall som presenteres med eksempel i Tabell 4.10. I Figur 4.4 presenteres hvor mange elever som benyttet de ulike addisjonsstrategiene med like mengder. Vi fant at gjentatt addering var den mest brukte av addisjonsstrategiene med like mengder, både totalt og på enkeltoppgavene. Unntaket var oppgave 3 der dobling ble mest brukt. Stegtelling ble benyttet minst på alle oppgavene utenom oppgave 2.

Figur 4.4

Addisjonsstrategier med Like Tall



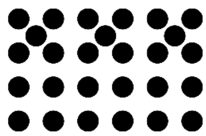
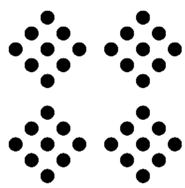
Vi så at Frida, Rune og Åsmund brukte *stegtelling* for å legge sammen de like gruppene. Stegtelling innebærer at eleven telte hvert steg i adderingen slik Rune sa at han telte alle treer-gruppene fra tre til seks til ni. Noen elever som Rune og Frida telte i steg to ganger, mens andre telte i tre steg slik som Åsmund (se Tabell 4.9 nedenfor).

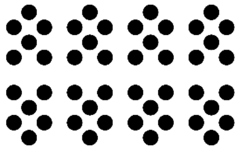
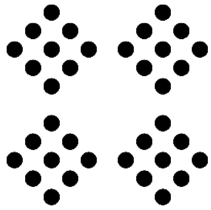
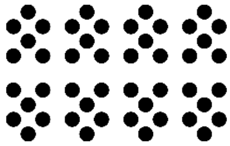
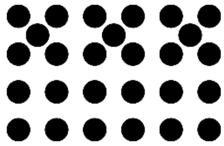
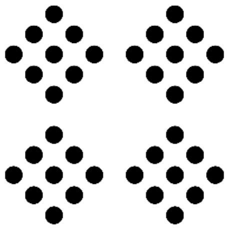
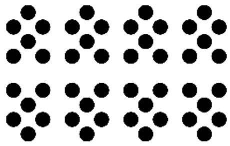
Den andre addisjonsstrategien i Tabell 4.9 er *dobling*. Eli la sammen to niere, to ganger og fikk to grupper med 18 som ho igjen la sammen til 36. Vi kategoriserte Eli sin strategi som dobling ettersom hun systematisk passet på at begge mengdene som skulle legges sammen var like. Ulrik sin dobling var litt mer effektiv ettersom den inneholdt færre steg enn Eli sin strategi. Ulrik la sammen to seksere til 12. Deretter la han sammen to tolvere til 24, uten å enda en gang legge sammen to seksere til 12. Ulrik repeterte doblingen fra 24 til 48, også her uten mellomsteg.

Den neste strategien er *gjentatt addering* og handler om å addere samme mengde flere ganger. Elevene som benyttet gjentatt addering var ikke innom hvert steg i utregningen (slik som i stegtelling), men gikk rett fra adderingen til svaret slik Bea, Mons og Leo gjorde.

Tabell 4.9

Additive Utregningsstrategier med Like Tall

Additiv strategi	Navn på elev	Elevutsagn og elevtegning	Oppgave
Stegtelling	Frida	F: Også tok jeg og plussa alle sammen så det ble 5-10-15	2 
	Rune	R: Jeg telte 3-6-9	3 

	Åsmund	Å: Jeg så at det var fire (femmere) av hver da. Så da tar jeg 5,10,15,20	4 
Dobling	Eli	E: Så tok jeg 9+9=18 og så at det var likt på andre sida som også ble 9+9 som er 18 og 18+18 blir 36.	3 
	Ulrik	U: Også her tok jeg 6, 6 pluss 6 er lik 12 som jeg da kan plusse igjen med 12, som er lik 24. Så er det enda ett sett med 24, så jeg plusset det igjen. Som er 48. 6+6 = 12+12 = 24+24 = 48	4 
Gjentatt addering	Bea	B: Så tok jeg 5 + 5 + 5. Det er 15 og 4 + 4 + 4 er 12	2 
	Leo	L: Først tok jeg 6 + 6 + 6 + 6, det ble 24, så tok jeg 3 + 3 + 3 + 3 og det ble 36	3 
	Mons	M: Også har jeg også tatt 6+6+6+6+6+6+6+6 = 48	4 

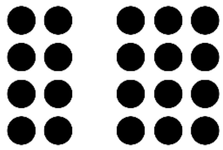
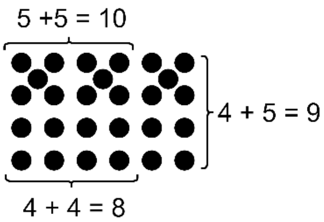
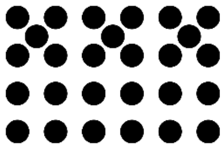
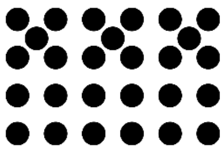
Merknad. Tabellen viser eksempel på elever som benyttet additive strategier med like tall.

4.1.2.5 Addisjon med ulike tall

Den fjerde addisjonsstrategien vi fant var *addisjon med ulike tall* (se Tabell 4.10). Denne strategien ble spesielt brukt i oppgave 2 ettersom kvikkbildet bestod av to ulike gruppestørrelser (fire og fem). Vi ser et tilfelle av addisjon med ulike tall hos Oda. Hun løste oppgave 2 ved å stille opp tallene 12 og 15 og benyttet standardalgoritmen. Et annet eksempel i samme oppgave, er Eli som la sammen summen av to femmere, to firere, og én firer og femmer. En del elever, slik som Carl, bukte også addisjon med ulike tall i oppgave 1 ettersom kvikkbildet besto av en matriseformasjon som er delt i to ulike deler.

Tabell 4.10

Den Additive Utregningsstrategien Addisjon med Ulike Tall

Navn på elev	**Elevutsagn og elevtegning**	**Oppgave**
Carl	C: Først så tenkte jeg 6 + 2 = 8	1 
Eli	E: Og da tok jeg 10 + 9 som ble 19 og 8+19 ble 27 	2 
Oda	O: Også er jeg veldig god på oppstilling, så jeg stilte opp 15 + 12 = 27.	2 

Merknad. Tabellen viser eksempel på elever som benytter den additive strategien «addisjon med ulike tall» som utregningsstrategi.

4.1.3 Hvordan oppfatter elevene kvikkbildene?

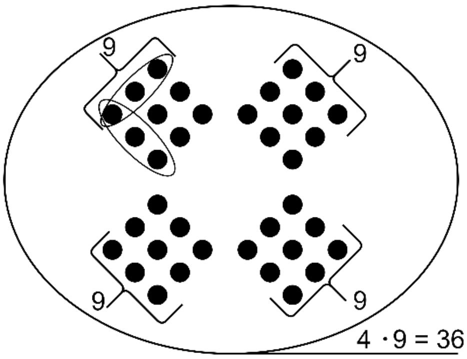
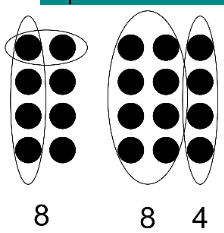
Til nå har vi presentert strategirepertoaret vi fant hos elevene gjennom den induktive analysen av datamaterialet. Videre vil vi presentere fire funn som hjelper oss å svare på den andre delen av problemstillingen vår. Den handler om *hvordan* elevene benyttet strategirepertoaret sitt i arbeid med kvikkbildeoppgavene.

4.1.3.1 Funn 1: Flere strategier i samme oppgave

Alle elevene benyttet flere strategier på hver oppgave ettersom de (etter vår kategorisering) brukte minst én strategi for å oppfatte bildet og én for å regne det ut. Mange av elevene benyttet også en kombinasjon av ulike oppfattelsesstrategier og av ulike utregningsstrategier. I Tabell 4.11 ser vi at Oda benyttet tre ulike oppfattelsesstrategier og to ulike utregningsstrategier for å finne svaret på kvikkbildet i oppgave 3. På oppgave 1 brukte William to ulike oppfattelsesstrategier og to ulike utregningsstrategier. I tillegg observerte vi at både Oda og William hele tiden benyttet seg av strukturen de oppfattet da de så bildet, for å regne ut hele numerositeten.

Tabell 4.11

Eksempel på Elever som Kombinerer Flere Strategier i én Oppgave

Navn på elev	Strategier	Elevutsagn med elevtegning	Oppgave
Oda	Subitiserbare grupper Horisontale og vertikale rekker (subitiserbare) Tallfakta Sammenligning Multiplikative utregninger	Jeg tenkte sånn at første bildet så så jeg at det var 4 grupper. På det første bildet så jeg også at det var 3 nedover og 3 bortover. Og da visste jeg at det var 9. og så var alle 9 da siden jeg så at alle var helt like og da tok jeg 9 ganger 4 som blir 36. 	3
William	Horisontale og vertikale rekker (subitiserbare) Multiplikasjon Sammenligning Addisjon med ulike tall	Jeg tenkte sånn, først så jeg dem da. Så raskt tenkte jeg sånn 2 ganger 4 og det er 8. Så på den der så så jeg én gang til 8, så så jeg at det var like høyt her, så det betyr at det er fire. [...] så tok egentlig det først, pluss 8 pluss 4, da blir det jo 12, også her så vet jeg at det er 8. Så 8 pluss 12 er lik 20. 	1

Merknad. Tabellen viser eksempel på elever som benyttet fire eller fem ulike strategier i samme oppgave. Fargekodene representerer hver sin strategi.

4.1.3.2 Funn 2: Elever som endrer struktur mellom oppfattelse og utregning

Vi har allerede slått fast at elevene benyttet minst én oppfattelsesstrategi og én utregningsstrategi på hvert kvikkbilde. Utover den oppdagelsen, fant vi i tillegg at noen elever endret både strategi, og hvilken struktur de ila kvikkbildet fra de oppfattet det til de skulle regne det ut. Under forklares tre eksempel som illustreres med elevutsagn og tegninger i Tabell 4.12.

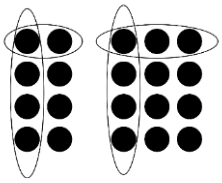
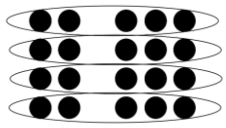
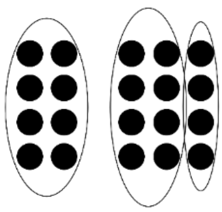
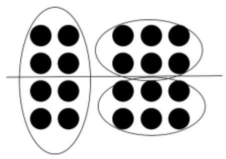
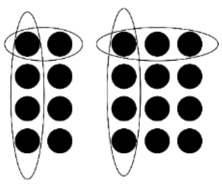
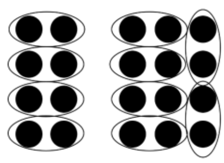
Eli startet med å forklare hvordan hun først så kvikkbildet som vertikale og horisontale rekker i to grupper ved siden av hverandre. Hun hadde tegnet mønsteret hun beskrev på arket sitt. Deretter forklarte hun at hun telte fem prikker på en horisontal rekke og satte en ring rundt dem. Den horisontale ringen rundt de fem prikkene, gjentok hun fire ganger nedover tegningen. Deretter adderte hun ved å doble femerne til tiere og tierne til 20. Eli benyttet med andre ord først den multiplikative strukturen av horisontale og vertikale rekker av fire og to for å oppfatte hvor mange prikker hun skulle tegne. Derimot, når hun skulle regne ut hele mengden, brukte Eli additiv dobling på de fire rekkene av femmere gruppert horisontalt. Eli gjentok den samme forklaringen på tavla. Der pekte hun først på de horisontale og vertikale rekkene om hvordan hun så bildet, men deretter på kun på de horisontale for å beskrive utregningen.

Bea sa først at hun så åttergruppa lengst til venstre på kvikkbildet, og deretter åtte til i gruppen av 12 prikker. Deretter registrerte hun den siste vertikale rekken med fire prikker lengst til høyre. I likhet med Eli, tegnet Bea prikkene på arket foran seg. Når hun skulle forklare hvordan hun regnet ut hvor mange prikker det var, sa hun at hun regnet seks pluss seks pluss åtte. Hun forklarte utregningen ved å sette en horisontal strek på gruppen av 12 prikker, slik at det ble seks prikker over og seks prikker under streken. Bea hadde altså oppfattet prikkene i grupper i en annen retning enn hun har regnet de ut.

Frida sa at hun oppfattet prikkene ved å telle de horisontale prikkene i to grupper på to og tre, og de vertikale prikkene som én gruppe på fire. Da Frida skulle regne ut hvor mange prikker det var totalt, endret hun struktur. I utregningen telte Frida prikkene to og to nedover i horisontale par. De to siste toerne, på den vertikale raden lengst til høyre, telte Frida i vertikale par (se illustrasjon i Tabell 4.12).

Tabell 4.12

Eksempel på Elever med en Annen Oppfattelsesstrategi enn Utregningsstrategi

Navn på elev	**Oppfattelsesstrategi**	**Utregningsstrategi**
Eli	E: Først så tenkte jeg at det var sånn 1,2,3,4 oppover også var det 2 der. Også tenkte jeg 1,2,3,4 og 1,2,3 der og da ble det sånn *peker på radene på kvikkbildet på tavla* 	E: Og så telte jeg sånn, her blir 5, her blir 5, her blir 5 og her blir 5. 5+5 er 10, og 5+5 er 10 og det blir 20. *ringer rundt de horisontale redene* 
Bea	B: jeg så først at det var 8 her og 8 her *peker på de to åtterne* B: Men jeg rakk ikke å telle de 4 som var på slutten. Men når du viste det én gang til så jeg at det også var 4 på slutten. *peker på de siste fire prikkene* 	B: så da tok jeg 6+6 + 8 og da vet jeg at 6+6 er 12 og hvis man tar én toer ut av 12 og plusser den på 8 så blir det 10 + 10 og det blir 20. Lærer: Okey, men du sa det var 8 og 8, men hvor kom 6erene fra? B: fordi noen ganger så kan jeg tenke sånn at jeg kan dele denne her *Bea tegner en horisontal strek midt i figuren som illustrerer kvikkbildet* 
Frida	F: Først når vi så bildet én gang så telte jeg prikkene oppom for å se hvor mange det var og da så jeg at det var 2 der og 3 der. Og så når vi så bildet igjen, så telte jeg nedover og da visste jeg at det var 4 her og her. *peker på radene* 	F: Også når jeg skulle telle alle prikkene sammen så tok jeg bare 2,4,6,8,10,12,14,16,18,20 – så da fikk jeg 20. *streker under to og to mens ho teller* 

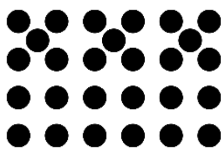
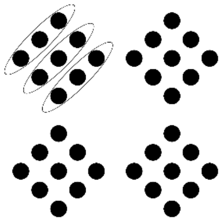
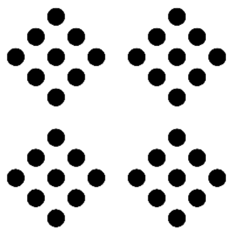
Merknad: Alle tre eksemplene i Tabell 4.12 er fra kvikkbildeoppgave 1. Illustrasjonene til høyre (utregning) er en digitalisering av tegningene til elevene (på arket og tavla). Illustrasjonen til venstre (oppfattelse) er en illustrasjon av elevens forklaring slik de pekte når de forklarte oppgaven (fra video og lydopptak).

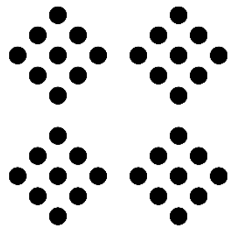
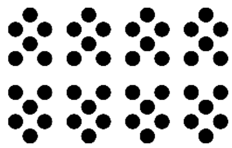
4.1.3.3 Funn 3: Elever går tilbake til Sikkerhetsstrategier

Vi definerte en Sikkerhetsstrategi som en strategi eleven gikk tilbake til etter å ha prøvd å bruke en mer effektiv strategi. I denne sammenhengen regnet vi strategien med færrest steg i utregningen som mest effektiv. En strategi ble kategorisert som en Sikkerhetsstrategi hvis eleven gikk fra å bruke multiplikasjon til addisjon (se Kari i Tabell 4.13), eller fra addisjon til telling (se Geir i Tabell 4.13). Elever som delte opp en mengde for å regne med mindre tall (se Arne i Tabell 4.13) ble også kategorisert som Sikkerhetsstrategier. Vi understreker at en Sikkerhetsstrategi ikke nødvendigvis er mindre effektiv for eleven det gjelder. I Tabell 4.13 ser vi at Arne startet med å oppfatte hele nieren fordi han så tre rekker med tre i, men når han skulle regne det ut gikk han tilbake og delte nierne opp i seksere og treere istedenfor å legge sammen nierne direkte. Også Pia konstaterte at hun så firere, men når hun skulle regne ut hvor mye det ble, telte hun to og to prikker med gjentatt addering. Kari fastslo også at regnestykket til kvikkbildeoppgave 3 er fire ganger ni, men benyttet seg av dobling for å komme frem til svaret. Geir hadde en lignende strategi i oppgave 4. Han fant både faktorene som skulle multipliseres og svaret på multiplikasjonsstykket, men når læreren spurte hvordan han regnet det ut, svarte Geir at han telte én og én prikk på arket.

Tabell 4.13

Elever som går Tilbake til en Sikkerhetsstrategi

Navn på elev	Opprinnelig strategi	Sikkerhetsstrategi	oppgave
Pia	P: Så så jeg at det var firere.	P: Og så regna jeg. 2+2+2+2+2+2+2+2 = 12	2 
Arne	A: Jeg så først at det var litt sånn diamantforma. Og så så jeg at det var tre streker med tre … og det vaar.. ka va det?.. Ni? 	A: Og så tok jeg, først tok jeg 6 +6 +6+6, det ble 24. så tok jeg 3+3+3+3 og det ble 36.	3 

Kari	K: Så tenkte jeg at det var jo 4 grupper med 9 inni og så skrev jeg 4 ganger 9.	K: Og for å finne ut det tok jeg 9+9= 18 og så måtte jeg ha 18+18 ...	3 
Geir	G: Jeg så at det var 5 med én til som blir 6 og så så jeg at det var 8 seksere. Så jeg tok 8 ganger 6 som blir 48.	Lærer: Hvordan fant du ut 8 ganger 6, måtte du gjøre noen utregninger? G: Noen få Lærer: Fortell G: Jeg telte én og én	4 

Merknad. Tabellen viser eksempel på elever som starter med én strategi (opprinnelig strategi) og går tilbake til en sikkerhetsstrategi. Tegningen under utsagnet til Arne er den tilhørende elevtegningen som er blitt digitalisert.

4.1.3.4 Funn 4: Elever ser ett kvikkbilde på ulike måter

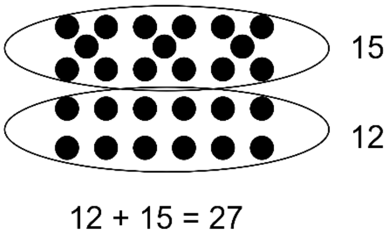
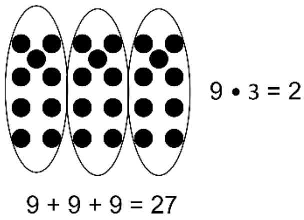
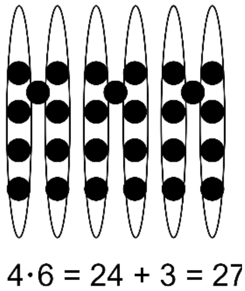
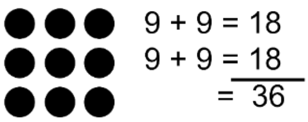
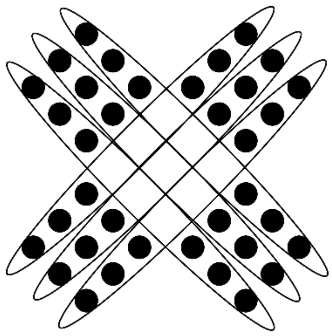
Vi har hittil sett at elevene benyttet varierte oppfattelsesstrategier og utregningsstrategier for å finne kvikkbildene sine numerositeter. Videre fant vi at noen elever viste flere ulike måter å se samme kvikkbilde på, og at elevene dermed fant nye regnestykker som representerte den samme mengden. Hans og Ulrik er eksempler på dette (se Tabell 4.14).

Ulrik så kvikkoppgave 2 på tre ulike måter. Ulrik sin første måte å se kvikkbilde på, var å gruppere horisontalt med tre femmere og tre firere. I den andre strategien grupperte han vertikalt ved å sette sammen én firer og én femmer til ni. I den tredje strategien så han bildet som seks vertikale rekker, med fire prikker i hver rad. Til slutt adderer han de tre gjenværende prikkene i midten av femmer-terningen. Ulrik sine løsninger ga tre ulike regnestykker med ulike tall som til sammen ble 27.

William så kvikkbildeoppgave 3 på to ulike måter, men i motsetning til Ulrik endrer William på kvikkbildet i den første måten han oppfattet bildet på. I den første måten valgte han å snu gruppene slik at de de sto parallelt med sidene på arket. Deretter benyttet han strategien gjenkjennbare grupper for å se at slike mønster er ni. For å finne antallet grupper benyttet han strategien dobling. I den andre måten grupperte han på skrå med tre pluss tre prikker som ble seks prikker til sammen i hver gruppe. Deretter så han seks slike grupper og benyttet regnestrategien multiplikasjon med seks ganger seks for å finne svaret. Slik som Ulrik ser vi at William sine ulike måter å se kvikkbildet på ga ulike regnestykker med ulike tall.

Tabell 4.14

Elever som ser Kvikkbildet på Ulike Måter

Navn på elev	Strategi 1	Strategi 2	Strategi 3	Oppgave
Ulrik	U: Første strategi var at jeg tok fem pluss fem pluss fem som jeg vet er 15. Så tok jeg dem nedenfor, dem tre firerne. Som er fire pluss fire pluss fire. Det har vi også lært at vi kan skrive som fire ganger tre, som er 12. Og da må det være 12 pluss 15, som da ble 27. 	U: Også tok jeg en annen strategi. Hvis du tar femmeren og fireren så få du nier til sammen. 9 pluss 9 pluss 9, som da er lik 27. Også går det an å lage en 9 ganger 3 som også er lik 27. 	U: Alle de her er fire, så blir det fire gange seks som ble 24 også tok jeg dem her, slik at det blir pluss 3. Og da blir det 27. 	2
William	W: Jeg så mønstret og da visste jeg at sånn er mønstret. Først flippet jeg den litt sånn at den så slik ut. L: Okey få se, nå må du forklare hva du har gjort W: Jeg flippet alle slik at de ser sånn ut, så visste jeg at det var ni da. Så visste jeg at ni pluss ni er 18 og 18 pluss 18 er 36. 	W: oi, jeg har en annen metode. Jeg har tenkt at det er én sånn linje, det er seks. Da er det sånn seks linjer. Og inn i én seks linje er det seks brikker. (...) Ja så seks ganger seks. 		3

Merknad. Tabellen viser eksempel på elever som så samme kvikkbildeoppgave med ulike strukturer. Figurene under elevutsagnene er digitaliserte versjoner av elevtegningene elevene forklarte strategiene sine ut ifra. Ulrik hadde tre strategier, William hadde to.

4.2 Oppsummering

I dette kapittelet har vi presentert resultatene fra analysen og svart på våre to forskningsspørsmål. Først svarte vi på forskningsspørsmålet. *«Hvilket repertoar av strategier har elever på 4. og 5. trinn når de løser strukturerte kvikkbildeoppgaver i en undervisningssituasjon?».* Strategirepertoaret delte vi inn i to hovedkategorier: oppfattelsesstrategier og utregningsstrategier. Oppfattelsesstrategiene var ulike måter elevene oppfattet bildet på. Vi fant at elevene oppfattet kvikkbilde som rekker, horisontale og/eller vertikale rekker, eller som grupper som subitiserbare grupper, gjenkjennbare grupper eller som sammenlignbare grupper. I den andre hovedkategorien, utregningsstrategier, viste vi at elever har ulike strategier for å regne ut numerositeten til kvikkbildene. De ulike typene utregningsstrategier var telling, multiplikasjon, tallfakta og addisjon. Innenfor addisjon benyttet elevene strategier som dobling, stegtelling, gjentatt addering og addering med ulike tall.

Deretter svarte vi på vårt andre forskningsspørsmål: *«Hvordan blir strategiene brukt når de løser kvikkbildeoppgavene?».* Her presenterte vi fire funn som viste hvordan elevene anvendte strategirepertoaret sitt. Det første funnet var at elevene kunne benytte flere enn én utregningsstrategi og én oppfattelsesstrategi. Det andre funnet, var at elevene ikke alltid benyttet seg av den første oppfattelsesstrategien sin for å regne ut numerositeten. I det tredje funnet fant vi elever som oppfattet et multiplikasjonsstykke, men likevel valgte en annen utregningsstrategi (Sikkerhetsstrategi) for å finne numerositeten. Det siste og fjerde funnet, var at noen elever oppfattet samme kvikkbilde på flere måter, og benyttet ulike regnestykker for å komme frem til samme numerositet.

5 Diskusjon

Formålet med denne studien var å undersøke hvilket strategirepertoar elever på 4. og 5. trinn hadde når de løste strukturerte kvikkbildeoppgaver. I tillegg så vi på hvordan disse strategiene ble brukt. For å få detaljert innsikt i elevenes strategirepertoar, benyttet vi en kvalitativ metode med blant annet semi-strukturert intervju i en undervisningssituasjon.

Deretter analyserte vi datamaterialet med en teoretisk tematisk analyse, etterfulgt av en induktiv tematisk analyse. Strategiene vi fant i analysen ble presentert i resultatkapittelet. Funnene ble kort sammenfattet i oppsummeringsavsnittet over.

I dette diskusjonskapittelet vil vi drøfte de nevnte funnene fra resultatkapittelet, i lys av tidligere teori, for å gi en ny innsikt i estimerings- og multiplikasjonslitteraturen. Deretter vil vi diskutere studiens didaktiske implikasjoner, vitenskapelige implikasjoner og begrensninger. Til slutt vil vi diskutere hva som kan forskes videre på som en konsekvens av våre funn.

5.1 Strategirepertoar

Det finnes få tidligere studier som har undersøkt strategier som tilsvarer denne studiens strukturerte kvikkbilder med mengder over 15 elementer. Dehaene et al. (2010) og Luwel og Verschaffel (2008), er to av unntakene. Disse to studiene har kategorisert hvert elevsvar som én strategi. Det vil si at én strategi ble regnet som hele prosessen fra eleven oppfattet en mengde, til eleven kom frem til mengdens numerositet (Dehaene et al., 2010; Luwel &Verschaffel, 2008). I denne studien definerte vi en strategi som en delprosess, framfor hele prosessen for å finne mengdens numerositet. I denne studien delte vi elevstrategiene inn i to hovedkategorier (oppfattelsesstrategier og utregningsstrategier), som utgjorde hver sin delprosess. Det vil si at vi først kategoriserte hvilken strategi elevene hadde for å oppfatte det visuelle kvikkbildet mentalt. Deretter kategoriserte vi hvordan elevene regnet ut mengden etter de hadde oppfattet den. Bakgrunnen for å dele strategiene i delprosesser, var at vi ville dekke hele datamaterialet uten å miste store detaljer. Den andre grunnen for å se på prosessene separat, var at de to delprosessene ikke nødvendigvis var avhengig av hverandre. For eksempel kunne to elever ha samme oppfattelsesstrategi, men to ulike utregningsstrategier. På samme måte kunne to elever med ulik oppfattelsesstrategi ha samme utregningsstrategi. Vår studie har dermed funnet en unik inndeling av strategier på kvikkbildeoppgaver, med hovedkategorier og underkategorier, sammenlignet med annen tidligere forskning på strategier i kvikkbildeoppgaver.

Selv om denne studien er unik fordi vi delte strategiene i hovedkategorier og underkategorier, er ikke strategiene nye i seg selv. Mange av strategiene vi fant er også funnet i forskning på mengdeoppfattelse og/eller multiplikasjon. Vi vil nå gå nærmere inn på noen av de strategiene vi fant i denne studien, som kan utdype eksisterende forskning på strategier i kvikkbildeoppgaver. Først ser vi på oppfattelsesstrategiene «matriseoppfattelse» og «gruppeoppfattelse», og deretter på «gjenkjennbare grupper». Deretter ser vi på utregningsstrategiene «addisjon med like tall» og «multiplikasjon».

5.1.1 Subitisering i matriseoppfattelse og gruppeoppfattelse

Tidligere forskning på estimeringslitteratur har funnet strategien subitisering. Subitisering handler om at man gjenkjenner mengder fra én til fire raskt, nøyaktig og selvsikkert uten å telle eller å estimere de (Kaufman et al., 1949). I vår analyse fant vi at elevene benyttet subitisering, men på forskjellige måter. Elevene kunne subitisere grupper gjennom strategien «subitiserbare grupper». I tillegg kunne elevene subitisere matriser gjennom «matriseoppfattelse». Det å oppfatte grupper og matriser finner man igjen i multiplikasjonslitteraturen. Ifølge Kosko (2020) er grupper og matriser de to representasjonene som er de mest vanlige for å visualisere en multiplikativ struktur i barneskolematematikken. I denne studien har vi med andre ord funnet ulike måter å subitisere på, gjennom å subitisere matriser og grupper i kvikkbildeoppgaver.

Selv om eleven får presentert et rutenett eller en gruppestruktur er det ikke gitt at eleven oppdager de samme strukturene som oppgaveutvikleren så for seg (Kosko, 2020), noe også vi fant i våre data. Selv om både kvikkbildeoppgave 1 og 3 inviterte til matriseoppfattelse, er det flere elever som har benyttet gruppeoppfattelse også på disse oppgavene. Oppgave 1 er det eneste kvikkbildet der matriseoppfattelse ble hyppigere brukt enn gruppeoppfattelse (se Tabell 4.2). Disse funnene av elevenes strategivalg, samsvarer med tidligere forskning som sier at elevstrategiene bestemmes av hvilken struktur eleven legger i problemet. Elevens struktur samsvarer altså ikke nødvendigvis med strategien læreren mener oppgaven inviterer til (Anghileri, 1995; Barmby et al., 2009; Kosko 2020).

5.1.2 Gjenkjennbare grupper i forhold til mønstergjenkjenningsteori

I oppfattelsesstrategien «gjenkjennbare grupper» fant vi at elevene så mengder over subitiseringsgrensa, fordi de hadde sett mengdene før. Strategien «gjenkjennbare grupper» kan dermed ytterligere støtte teorien om mønstergjenkjenning. I forskningen har man sett at visse mønstre finnes raskere enn andre mønstre med samme numerositet. For eksempel har terningmønster fra fire til seks blitt funnet raskt (Wender & Rothkegel, 2000). I tillegg har man raskt funnet mengden ni organisert i et kvadratmønster med $3 \cdot 3$ prikker (Hsin et al., 2021, s.11, 15). Bakgrunnen for at man finner visse mønster fort, har blitt forklart med teorien om mønstergjenkjenning, altså at man har sett slike mønstre flere ganger før. Likevel har de ikke noe annet bevis for teorien om mønstergjenkjenning annet enn at de har sett på hastigheten på deltakerens svar (Mandler & Shebo, 1982; Wender & Rothkegel, 2000). Vår studie har derimot sett på hva elevene sier når de ser slike terningmønster og $3 \cdot 3$ mønster gjennom strategien «gjenkjennbare grupper». I oppgave 2 og 4 fikk elevene se kvikkbilder organisert i et mønster av firer- og/eller femmerterninger, hvorav elevene sa at de så numerositeten fire og fem som terninger. I oppgave 3, der kvikkbildet var organisert i et mønster på $3 \cdot 3$, sa noen elever at de så ni fordi de har sett mønstret før i matteboka. I tillegg fant vi én elev som sa han så numerositeten åtte, når prikkene var organisert i mønster på to ganger fire, fordi han så det som Lego. Det at elevene fortalte at de hadde sett slike mønstre før, hører til i strategien «gjenkjennbare grupper» og støtter mønstergjenkjenningsteorien.

Likevel har denne studien også sett elever som ikke benyttet strategien «gjenkjennbare grupper» eller mønstergjenkjenning på slike terningmønster og $3 \cdot 3$ mønster. For eksempel benyttet noen elever strategier som vi kategoriserte som «subitiserbare grupper» på terningmønster (se Tabell 4.3). Andre elever benyttet strategien «matriseoppfattelse» på tre ganger tre mønster (se Tabell 4.2). Dermed ser det ut til at denne studiens 4. og 5. klasseelever ser terningmønster på fire, fem og seks og mønster på $3 \cdot 3$, på ulike måter.

5.1.3 Utregningsstrategier

I likhet med tidligere forskning på strukturerte kvikkbilder, har vi i vår studie funnet strategier basert på telling, addering og multiplikasjon. Likevel skiller vår studie seg ut, fordi den har ulike underkategorier av addisjon med like tall. Luwel og Verschaffel (2008) fant kategorien «repeated addition» som handler om å telle med toere eller femmere. Mens Gandini et al. (2010) kalte det å telle med toere eller treere for «exact counting». I vår studie lagde vi underkategoriene «dobling», «stegtelling» og «gjentatt addering» for å beskrive hvordan elevene adderte like tall. Dobling viste til elever som doblet for hver utregning, stegtelling beskrev elever som telte hvert steg i adderingen, mens gjentatt addering beskrev elever som gikk fra addering med like tall til å gå direkte til svaret. Våre underkategorier av addisjon med like tall som «stegtelling», «gjentatt addering» og «dobling» kan derfor være med på å vise flere måter å adderer like tall i estimeringsoppgaver.

Ifølge forskning på multiplikasjonsstrategier kan addering med like tall også sees på som multiplikativ resonnering. I forskning på barns multiplikasjonsstrategier har flere funnet at gjentatt addisjon kan forstås som et steg mot å utvikle multiplikasjon. Siden addisjon med like tall baserer seg på like grupper med like mengder, ble gjentatt addisjon forstått som en type multiplikativ resonnering (Hackenberg, 2010; Mulligan & Mitchelmore, 1997). Derfor har Mulligan og Mitchelmore (1997) i sin intuitive modell kategorisert addisjon med like tall som en type multiplikativ resonnering. I vår studie har vi kategorisert addisjon med like tall som en addisjonsstrategi istedenfor som en multiplikasjonsstrategi. Addisjon med like tall var også den utregningsstrategien som ble brukt mest på våre kvikkbildeoppgaver. På bakgrunn av multiplikasjonsslitteraturen, kan denne studiens strategi «addisjon med like tall» også tolkes som multiplikativ resonnering og et steg mot multiplikasjon.

5.2 Anvendelse av elevenes strategirepertoar

I tillegg til å kartlegge hvilke strategier elevene benyttet i arbeid med kvikkbilder, ville vi se på hvordan elevene anvendte strategirepertoaret sitt. Vi så at elevene varierte mellom ulike strategier innad i samme oppgave, og at elevene gikk tilbake til en «Sikkerhetsstrategi» dersom de ikke kunne løse oppgaven med sin opprinnelige strategi. I tillegg fant vi at noen elever kunne se samme bildet på flere måter, og at noen endret sin oppfattelse av strukturen på kvikkbildet mellom oppfattelse og utregningsprosessen. Videre i kapittelet vil vi diskutere hvordan disse fire funnene peker mot at kvikkbilder i undervisning kan bidra til elevenes multiplikative resonnering, konseptuelle forståelse og strategifleksibilitet.

5.2.1 Flere strategier innad i samme oppgave

Arbeid med kvikkbilder i undervisning kan bidra til fleksible strategivalg hos elevene. Vi fant at elevene anvendte repertoaret av strategier i ulike kombinasjoner, og ofte flere oppfattelses- og utregningsstrategier på én gang. Ifølge bølgeteorien utvikler elever strategifleksibilitet ved å utvikle og bruke flere strategier parallelt, hvorav én av de er mest brukt. Ettersom barnet utvikler nye strategier, endres gradvis hvilken strategi som er mest brukt. Etter hvert blir noen av de tidlige strategiene mindre brukt, ettersom barnet utvikler nye strategier som fungerer «bedre» (Shrager & Siegler, 1998). I vår studie så vi ikke på hastighet eller utvikling, så vi kan ikke si noe om strategiutviklingen til elevene. Det vi kan si, er at elevene i vår studie viste et variert repertoar av strategier og vekslet mellom hvilken strategi de brukte. I noen tilfeller brukte elevene flere strategier i kombinasjon på én oppgave. Dermed kan denne studiens kvikkbildeoppgaver i undervisning bidra til at elevene får vist et variert repertoar av strategier for å bestemme mengden. I tillegg kan kvikkbildeoppgaver i undervisning bidra til større strategifleksibilitet, fordi elevene både bruker og bytter mellom ulike strategier. Videre kan strategifleksibilitet ifølge Lemaire og Siegler (1995) hjelpe elevene til å ta adaptive strategivalg.

5.2.2 Sikkerhetsstrategier

I denne delen forklarer vi først hva som skiller våre «Sikkerhetsstrategier» fra tidligere forskning på backup-strategier. Deretter følger et argument for hvordan elevene som benytter «Sikkerhetsstrategier» viser tegn på multiplikativ resonnering og konseptuell forståelse.

Vårt funn av «Sikkerhetsstrategier» er beskrevet i tidligere forskning, men ikke funnet tidligere i kvikkbildelitteratur. Elevutsagnene vi kategoriserte som «Sikkerhetsstrategier», kjennetegnes ved at de startet med én strategi, men gikk over til en annen strategi med flere steg, for å komme frem til svaret. Vår definisjon av «Sikkerhetsstrategier» har flere likhetstrekk med Siegler og Jenkins (1989) sin definisjon av «backup-strategier». Ett av likhetstrekkene er at elevene ikke benytter en retrival-strategi der svaret blir hentet fra minnet. I vår studie faller strategiene «tallfakta» og «multiplikasjon» under kategorien retrival-strategier, ettersom elevene henter svaret fra minnet. Siegler og Jenkins (1989) sier videre at backup-strategier er mer tidkrevende enn retrival-strategier. Vi målte ikke hastigheten på elevstrategiene i vår studie, og kan dermed ikke si noe direkte om effektivitet. Likevel, gitt at strategier med flere steg er mer tidkrevende enn strategier med færre steg, kan vi si at Sikkerhetsstrategiene er mer tidkrevende enn retrival-strategiene. Forskjellen mellom våre Sikkerhetsstrategier og Siegler og Jenkins (1989) sine backup-strategier, er at de kategoriserer alle strategier som ikke blir hentet direkte fra minnet for backup-strategier, mens vi spesifiserer at elevene må ha prøvd/omtalt en annen strategi med færre steg før Sikkerhetsstrategien blir tatt i bruk.

Siden elevene i studien vår benyttet Sikkerhetsstrategier, kan studiens kvikkbilder hjelpe elevene med å utvikle retrival-strategier. Lemaire og Siegler (1995) benyttet samme definisjon som Siegler og Jenkins (1989) og fant en betydelig sammenheng mellom tidligere nøyaktig bruk av backup-strategier og senere nøyaktig bruk av retrival-strategier. Vi fant at noen elever benyttet «addisjon med like tall» som Sikkerhetsstrategi, etter å ha uttalt at strukturen i kvikkbildeoppgaven er et multiplikasjonsstykke (se Kari i Tabell 4.13). Sikkerhetsstrategien «addisjon med like tall», kan derfor sees som et steg på vegen mot retrival-strategier som «tallfakta» og/eller «multiplikasjon». Derfor kan studiens kvikkbildeoppgaver hjelpe elevene med å utvikle retrival-strategier i multiplikasjon.

Vi kan også argumentere for at elever som benytter «Sikkerhetsstrategier» før de blir trygge på retrival-strategier, øker sin konseptuelle forståelse. Konseptuell forståelse handler om å forstå konseptet bak en regel (Hendriana et al., 2019, s. 398). Dersom eleven kan forstå at det å benytte gjentatt addisjon også er en måte å finne svaret på et multiplikasjonstykke, (slik som Kari gjør i Tabell 4.13) er dette med på å gi eleven forståelse for at gjentatt addisjon er en form for multiplikasjon (Mulligan & Mitchelmore, 1997).

Ifølge bølgeteorien til Shrager og Siegler (1998) vil en elev som har forstått alle strategiene sine, alltid velge den mest effektive av de tilgjengelige strategiene. Dersom oppgavene blir vanskeligere (for eksempel høyere tall), blir eleven mer usikker og velger dermed en tryggere strategi (Lemaire & Siegler, 1995, s. 86; Siegler, 1988; Shrager &

Siegler, 1998). Dette kan stemme med våre funn av Sikkerhetsstrategier der eleven går vekk fra multiplikasjonstykket, som krever færre steg, til fordel for addisjon som er en tryggere strategi, men krever flere steg.

5.2.3 Flere måter å se samme kvikkbilde

Vi fant også elever som så samme kvikkbilde på ulike måter (se Tabell 4.14). Et slikt funn kan sammenfalle med det McDonald og Wilkins (2016) kaller Flexible conceptual subitizing (FCS). FCS har så langt blitt brukt om de eldste barnehagebarna. Barnehagebarna som kunne FCS var i stand til å se to eller flere måter å komponere det samme mønstret på i forskjellige oppgaver. Til forskjell fra MacDonald og Wilkins (2016) sin studie undersøkte vi 4. og 5. klassinger og kvikkbildene hadde høyere numerositeter enn sju. Likevel så vi at flere elever kunne komponere det samme kvikkbildet i ulike undergrupper, noe som kjennetegner FCS. Et annet kjennetegn på FCS var at elevene valgte en annen gruppering enn det mønstret på kvikkbildet inviterte til. Et unikt funn som skiller seg fra FCS var at noen elever gjorde ulike fysiske endringer med kvikkbildet, som for eksempel å vri kvikkbildet i oppgave 3 (se William i Tabell 4.14). Våre funn kan være med på å utvide FCS begrepet til å også gjelde for barn i 4. og 5. klasse og for kvikkbilder med høyere numerositeter.

5.2.4 Ulik oppfatning og utregning

Vi fant flere eksempler på elever som oppfattet kvikkbilder med én struktur, for deretter å regne ut antall prikker på kvikkbildet ved hjelp av en annen struktur. Vi har ikke funnet tidligere forskning på kvikkbildeoppgaver som viser til identiske funn og har derfor lite teori å basere denne diskusjonen på. Likevel kan vi gjøre noen antakelser basert på tidligere forskning innen strategiutvikling og fleksibilitet. Én forklaring kan være at i flere tilfeller gjenkjenner eleven den multiplikative strukturen i kvikkbildet, men er kanskje ikke sikker nok på strategien sin til å benytte den for å regne ut svaret. Dette strategivalget stemmer med Siegler og Jenkins (1989) sin inndeling i retrival og backup-strategier og med det vi kaller «Sikkerhetsstrategier» i funnet over. En annen forklaring på fenomenet, kan være at eleven oppdaget en ny struktur etter å ha oppfattet kvikkbildet og tegnet det. Dermed endret eleven oppfattelsesstrategi i forkant av utregning, basert på sin egen tegning. I så fall, kan eleven ha glemt eller ikke vært bevisst på at han/hun endret oppfattelsesstrategi. Likevel ser vi at elevene som endrer oppfattelsesstrategi, viser denne endringen både når de forklarer løsningen sin i gruppene og når de forklarer på tavla. Det at eleven gjør samme endring to ganger er et argument for at det ikke er tilfeldig eller en misforståelse, men en bevisst strategi.

5.3 Studiens didaktiske implikasjoner

Vi vil nå gå nærmere inn på hvordan studiens funn kan gi et bidrag til matematikklærere og undervisning i matematikk.

Ved å vite mer om strategirepertoaret til elevene når de løser kvikkbildeoppgaver, kan det bli lettere for lærere å ta i bruk kvikkbildeoppgaver i undervisning. Hvis man har kunnskap om hvilke strategier elevene benytter på forhånd, er det lettere for læreren å forstå hvordan elevene tenker når elevene presenterer sine løsninger. Vi fant blant annet at elevene benyttet mange ulike oppfatningsstrategier og regnestrategier og noen elever har også flere måter å løse oppgaven på. Derfor er løsning av kvikkbildeoppgaver en kompleks prosess og det kan være utfordrende for en elev å forklare sine løsninger og dermed vanskelig for læreren å forstå. Studiens kategorisering av de ulike strategiene elever benytter kan dermed være til hjelp for en lærer for å forstå hva elevene gjør i kvikkbildeoppgaver.

Ved å få innblikk i elevstrategiene brukt i kvikkbildeoppgaver, kan læreren også vite mer om elevers repertoar av strategier og om hvor fleksible elevene er. Våre funn viser at noen elever viser fleksibilitet ved å ha et stort repertoar av ulike regnestrategier og oppfattelsesstrategier. For eksempel viste noen elever at et kvikkbilde kan sees på ulike måter og at en kan benytte ulike utregningsstrategier for å finne svaret. Vi har også sett at noen elever benytter addisjon med like tall der andre benytter multiplikasjon. Et slik innblikk i elevenes strategirepertoar kan hjelpe læreren å tilpasse undervisningen til hver elev og hjelpe elevene med å videreutvikle flere strategier. Ifølge bølgemodellen er det viktig å utvikle mange strategier slik at man deretter kan velge den mest hensiktsmessige/effektive strategien for hver oppgave (Shrager & Siegler, 1998). Et slikt strategivalg blir beskrevet som adaptivitet (Lemaire & Siegler, 1995).

I tillegg kan større innsikt i hvordan elevene løser kvikkbildeoppgaver, gjøre det enklere for læreren å nå ulike matematiske mål som kvikkbildeoppgavene kan invitere til. For eksempel kan gruppering av strukturerte kvikkbilder utvikle forståelse for addisjon (Clements, 1999; Clements et al., 2019) og multiplikasjon (Ciccione & Dehaene, 2020). Elevene i vår studie brukte «addisjon med like tall» og «multiplikasjon» i alle kvikkbildeoppgavene, og vi har sett at disse strategiene kan knyttes til deres utvikling av multiplikativ resonering. Dermed kan denne studien bygge oppunder tidligere forskning, som sier at visuelle representasjoner inviterer elevene til å benytte multiplikativ resonnering (Kosko, 2020). Bondø (2016) har sett at strukturerte kvikkbildeoppgaver, kan hjelpe elevene med å forstå at tall er bygd opp av forskjellige regnestykker. Kvikkbildeoppgavene kan også bidra til elevenes forståelse av den distributive, kommutative og assosiative lov i multiplikasjon (Bondø, 2016). Når læreren forstår hvordan elevene løste kvikkbildeoppgaven, får læreren mer innblikk i hva eleven kan og hva en ikke kan. Da blir det enklere for læreren å tilpasse undervisningen og styre eleven mot passende matematiske mål. Derfor kan våre funn om hvilke strategier elevene bruker og hvordan de løser kvikkbildeoppgaver, hjelpe lærerne med å få elevene til å nå ulike matematiske mål.

5.4 Studiens vitenskapelige implikasjoner

For å undersøke elevenes strategier benyttet vi noen forskningsmetoder som blir lite brukt i annen forskning på kvikkbildeoppgaver. Den første metoden som skilte seg ut, var semi-strukturert intervju. Semi-strukturert intervju ga oss et mer detaljert innblikk i elever på 4. og 5. trinn sine strategier i arbeid med kvikkbildeoppgaver enn tidligere forskningsmetoder. I fåtallet av tidligere kvalitative studier gjort på kvikkbildeoppgaver, har innsamlingsmetoden bestått av å bare ta opp elevenes svar på spørsmålet om hvordan de løste oppgaven (Gandini et al., 2010; Luwel & Verschaffel, 2008). Ved at vi gjennomførte et semi-strukturert intervju med oppfølgingsspørsmål, fikk vi dermed dypere innsikt i hva elevene hadde tenkt, enn tidligere studier. For eksempel kunne eleven først svare at de så åtte prikker, men når vi spurte eleven oppfølgingsspørsmål som «hvordan så du at det var åtte prikker», svarte eleven «jeg tenkte egentlig fire ganger 2». Dette eksemplet viser at selv om eleven først sier hvordan han/hun løste oppgaven, kan eleven ha brukt flere strategier enn det som kommer frem i det første utsagnet. I videre forskning kan semi-strukturert intervju derfor være en metode for å få frem detaljer rundt elevenes strategier.

Den andre metoden som skilte denne studien fra majoriteten av tidligere forskning på kvikkbildeoppgaver, var at vi gjennomførte datainnsamlingen i én undervisningssituasjon i helklasse. Gjennom denne studien har vi presentert ulike argumenter for at flere studier om kvikkbildeoppgaver bør gjennomføres i undervisningen. For det første hevder ulik litteratur at det er behov for at matematikkutdanningsforskningen ser mer på hvordan man kan undervise om subitisering (Clements et al., 2019; MacDonald & Wilkins, 2016) og om estimeringsstrategier (Luwel & Verschaffel, 2008). I denne sammenhengen skriver MacDonald og Wilkins (2016, s.285) at for å best mulig kunne gi et bidrag til læreplaner bør man utforme forskningsstudiene slik at de samsvarer med praksis i klasserommet. For det andre ville en undervisningssituasjon skape en mer naturlig kontekst for elevene. En naturlig kontekst gjorde at vi kunne få et mer helhetlig bilde av elevenes strategirepertoar, tanker og handlinger enn om de hadde sittet foran hver sin pc-skjerm og løst kvikkbildeoppgaver.

Det siste argumentet for å gjennomføre studien i undervisning var å best mulig ivareta NESH sine etiske retningslinjer. Barnets velferd og integritet går foran vitenskapens interesser og forskningen skal derfor ikke innebære en belastning for deltakerne. Forskning på barn regnes som forskning på en sårbar gruppe, og det stilles dermed ekstra krav til god begrunnelse av forskningen (NESH, 2021). For å i minst mulig grad påvirke elevenes undervisning, utformet vi studien som et undervisningsopplegg med mål om å hjelpe elevene mot noen av kjerneelementene i LK20. For eksempel fikk elevene i kvikkbildeoppgavene argumentert for sine fremgangsmåter og løsninger i samhandling med andre (Kunnskapsdepartementet, 2019). Ved å gjennomføre studien som undervisningsopplegg fikk vi både undersøkt våre to forskningsspørsmål, ivaretatt forskningsinteressene på kvikkbildeoppgaver, fått et helhetlig bilde av elevenes strategier, ivaretatt flere etiske retningslinjer og elevene fikk jobbe mot noen av kjerneelementene i LK20. På bakgrunn av argumentene over, hevder vi at å kombinere forskning med undervisning på elever er mulig og bør gjøres mer av.

5.5 Studiens begrensninger

Selv om det er mange fordeler med å gjennomføre datainnsamling i en undervisningssituasjon, kan det likevel føre til noen svakheter. Når deltakerne gjennomførte undersøkelsen, ble de bedt om å sitte i en hestesko. Konsekvensen av å sitte i hestesko, var at elevene satt med ulik avstand til prikkene og på den måten kunne oppleve at kvikkbildene var forskjellig. En annen konsekvens av å sitte i hestesko, var at elevene muligens så hverandre sine løsninger, på tross av at de eksplisitt ble bedt om å skrive sin egen løsning. I tillegg kunne diskusjonen i grupper gi elevene sjansen til å endre forklaringen sin når de hørte hverandre sine forklaringer. Som en følge av dette kan det være noen avvik i datasettet som ikke viser deltakerens egne løsningsstrategier. Disse avvikene er det viktig å være oppmerksom på i analysen av datamaterialet. Likevel er dette faktorer som man også må ta høyde for i en vanlig undervisningssituasjon, og som dermed blir én følge av klasseromsforskning.

En annen svakhet ved studien, er at den induktive analysen er påvirket av den teoretiske analysen vi gjorde først. Selv om en analyse er induktiv, kan ikke forskerne frigjøre seg sitt epistemologiske standpunkt og tidligere kunnskaper (Braun & Clarke, 2006). Siden vi først hadde gjennomført en teoretisk analyse med rammeverket til Mulligan og Mitchelmore (1997) for å finne ulike regnestrategier, kan dette ha påvirket våre induktive koder i utregningsstrategiene. I tillegg kan annen litteratur som vi leste i forkant, ha påvirket de induktive kodene. For eksempel fordi vi hadde lest estimeringslitteratur. Siden det finnes få kategoriseringer av elevers estimeringsstrategier i arbeid med kvikkbilder som tilsvarer MAM-prosjektet sine kvikkbildeoppgaver, ble prøving og feiling en del av vår analyseprosess.

5.6 Videre forskning

Vi har ikke sett på sammenhengen mellom de ulike oppfattelsesstrategiene og utregningsstrategiene. Bakgrunnen for dette valget, var at noen elever endret struktur mellom oppfattelse og utregning (se funn 2). Da ble det naturlig for oss å dele strategiene inn i to ulike hovedkategorier for å beskrive elevens strategier. En annen grunn til at vi ikke så på sammenhengen mellom de to ulike hovedkategoriene, var at vi ikke hadde nok data til å kunne se på hvilke oppfattelsesstrategier og utregningsstrategier som gikk igjen. Mangelen på data kommer delvis av at vi ikke alltid spurte eksplisitt om hvordan de så kvikkbildet og hvordan de regnet det ut. Derfor kunne det være interessant for videre forskning å stille mer eksplisitte spørsmål om oppfattelsesstrategier og utregningsstrategier, for å se om det finnes en trend i sammenhengen mellom disse. Dersom en slik trend finnes kan man knytte oppfattelse av grupper til addisjon og multiplikasjon som kan være et tegn på gruppering (Ciccione & Dehaene, 2020).

Et annet interessant forskningsområdet er å se om elevene viser fleksibilitet når kvikkbildeoppgavene endres. Lemaire og Siegler (1995) hevder at i tillegg til å utvikle et bredt strategirepertoar, er det også viktig å kunne anvende strategiene fleksibelt. Vi har i denne studien sett på hvilket strategirepertoar elevene har i arbeid med MAM-prosjektet sine kvikkbildeoppgaver. Vi har likevel ikke sett på én elev sine strategier på tvers av oppgavene. Videre forskning kunne ha tatt for seg kvikkbildeoppgaver med ulik struktur (for eksempel terning og matrise) og ulik grad av struktur, og sett på hvordan elevene bytter mellom ulike strategier når oppgavene endrer seg. En slik studie vil med andre ord ligne vår i innsamling av data, men med en annen vinkling på analysen for å kunne se på fleksibilitet.

6 Konklusjon

I denne studien har vi sett på hvilke strategirepertoar elever på 4. og 5. trinn benytter i arbeid med kvikkbilder og hvordan de benytter dette strategirepertoaret. Vi fant at elevene hadde to hovedstrategier for oppfattelse av kvikkbildene og flere ulike utregningsstrategier med ulik grad av multiplikativ resonering. Noen elever brukte mange ulike strategier på samme oppgave, noen brukte backup-strategier for å regne ut de multiplikative strukturene. Videre kunne noen se samme kvikkbilde på ulike måter og noen elever endret struktur mellom oppfattelse og utregning av kvikkbildene.

Gjennom de ulike funnene, har vi diskutert hvilke implikasjoner de har for den pedagogiske praksisen i skolen. I den sammenheng har vi argumentert for at kvikkbilder i undervisning fremmer talloppfattelse og multiplikative utregninger på veg mot fleksibilitet og adaptivitet. Vi har også sett at metoden semi-strukturert intervju i en undervisningssituasjon, ga mer innsikt i elevenes tanker om hvordan de løste kvikkbildeoppgaver enn andre metoder brukt tidligere. I tillegg fikk vi bedre ivaretatt NESH sine retningslinjer, fordi vi påvirket elevenes skolehverdag mindre ved å gjennomføre studien som et undervisningsopplegg.

Studiens gjennomføring som et undervisningsopplegg førte også med seg noen begrensninger, blant annet fordi elevene satt i hestesko. I tillegg kunne vår induktive analyse ha vært påvirket av den teoretiske analysen vi gjorde først. For videre forskning anbefales det å se på sammenhengen mellom oppfattelsesstrategier og utregningsstrategier. Et annet interessant forskningsområdet er å se på om elevene viser fleksibilitet når oppgaveformen endres.

Referanser

Anghileri, J. (1995). Children's Finger Mathods for Multiplication. Mathematics in school, 24(1), 40-42.

Anghileri, J. (1989). An Investigation of Young Children's Understanding of Multiplication. *Educational studies in mathematics*, *20*(4), 367-385. https://doi.org/10.1007/BF00315607

Ashcraft, M.H. (1990). Strategic processing in children`s mental aritmetic: A review and proposal. I D. F. Bjorklund & N. J. Hilldale (Red.), *Children`s strategies. Contemporary views of cognitive development.* Lawrence Erlbaum Associates.

Barmby, P., Harries, T., Higgins, S., & Suggate, J. (2009). The Array Representation and Primary Children's Understanding and Reasoning in Multiplication. Educational studies in mathematics, 70(3), 217-241. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9145-1

Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology*, *3*(2), 77-101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Bondø, A. (2016). Kvikkbilder i arbeid med tallforståelse. *Matematikksenteret*. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/Bond%C3%B8.%20Kvikkbilder%20i%20arbeid%20med%20tallforst%C3%A5else.pdf

Carpenter, T. P., Ansell, E., Franke, M. L., Fennema, E. & Weisbeck, L. (1993). Models of Problem Solving: A Study of Kindergarten Children's Problem-Solving Processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(5), 428–441. https://doi.org/10.2307/749152

Chapin, S. H., O'Connor, C. & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions: using math talk to help students learn, grades K-6* (2 utg.). Math Solutions.

Ciccione, L. & Dehaene, S. (2020). Grouping Mechanisms in Numerosity Perception. *Open Mind (Camb)*, *4*, 102-118. https://doi.org/10.1162/opmi_a_00037

Clark, T., Foster, L., Bryman, A. & Sloan, L. (2021). *Bryman's social research methods*. Oxford University Press.

Clements, D. H. (1999). Subitizing: What Is It? Why Teach It? *Teaching Children Mathematics*, *5*(7), 400–405. https://doi.org/10.5951/TCM.5.7.0400

Clements, D. H., & Sarama, J. A. (2009). *Learning and teaching early math: the learning trajectories approach*. Routledge.

Clements, D. H., Sarama, J. & MacDonald, B. L. (2019). Subitizing: The Neglected Quantifier. I A. Norton & M.W. Alibali (Red.), *Constructing Number: Merging Perspectives from Psychology and Mathematics Education* (s. 13-45). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-00491-0_2

Creswell, J. W. (2013). *Qualitative inquiry & research design: choosing among five approaches* (3. utg.). Sage.

Creswell, J. W. & Creswell, J. D. (2018). *Research Design: Qualitative, Quantitative & Mixed Methods Approaches*. (5. utg.). Sage.

Eisenhart, M.A. (1991). Conceptual Frameworks for Research Circa 1991: Ideas from a Cultural Anthropologist; Implications for Mathematics Education Researchers. I

R.G. Underhill (Red.), *Proceedings of the 13th annual meeting of the north american.* (s. 202–219). Blacksburg, VA: Psychology of Mathematics Education
Finesilver, C. (2022). Beyond categories: dynamic qualitative analysis of visuospatial representation in arithmetic. *Educational studies in mathematics*, *110*(2), 271-290. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10123-3
Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S. & Marino, M. S. (1985). The Role of Implicit Models in Solving Verbal Problems in Multiplication and Division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(1), 3–17. https://doi.org/10.2307/748969
Fosnot, C. T. & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: constructing multiplication and division*. Heinemann.
Gandini, D., Ardiale, E. & Lemaire, P. (2010). Children’s Strategies in Approximate Quantification. *Current psychology letters: behaviour, brain & cognition*, *26*(1), 1-15. https://doi.org/10.4000/cpl.4990
Gandini, D., Lemaire, P. & Dufau, S. (2008). Older and younger adults’ strategies in approximate quantification. *Acta Psychologica*, *129*(1), 175-189. https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2008.05.009
Gardner, H. (1985). *The mind's new science: a history of the cognitive revolution*. Basic Books.
Gheorghiu, E. & Dering, B. R. (2020). Shape facilitates number: brain potentials and microstates reveal the interplay between shape and numerosity in human vision. *Scientific Reports*, *10*(1), 12413-12413. https://doi.org/10.1038/s41598-020-68788-4
Gilmore, C., Göbel, S. M. & Inglis, M. (2018). *An Introduction to Mathmatical Congnition*. Routledge.
Guba, E. G. (1981). Criteria for assessing the trustworthiness of naturalistic inquiries. *Educational Communication and Technology*, *29*(2). 75-91.https://doi.org/10.1007/BF02766777
Guillaume, M., Roy, E., Van Rinsveld, A., Starkey, G. S., Uncapher, M. R. & McCandliss, B. D. (2023). Groupitizing reflects conceptual developments in math cognition and inequities in math achievement from childhood through adolescence. *Child Dev*, *94*(2), 335-347. https://doi.org/10.1111/cdev.13859
Hackenberg, A. J. (2010). Students' Reasoning with reversible multiplicative relationships. c*ognition and instruction*, *28*(4), 383-432. https://doi.org/10.1080/07370008.2010.511565
Hecht, S. A. (1999). Individual solution processes while solving addition and multiplication math facts in adults. *Mem Cognit*, *27*(6), 1097-1107. https://doi.org/10.3758/BF03201239
Hendriana, H., Prahmana, R. C. I. & Hidayat, W. (2019). The innovation of learning trajectory on multiplication operations for rural area students in indonesia. *IndoMS-journal on mathematics education*, *10*(3), 397-408. https://doi.org/10.22342/jme.10.3.9257.397-408
Hickendorff, M. (2020). Fourth graders’ adaptive strategy use in solving multidigit subtraction problems. *Learning and Instruction, 67,* Artikkel 101311. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2020.101311
Hsin, C.-Y., Lo, Y.-H. & Tseng, P. (2021). Effect of Non-canonical Spatial Symmetry on Subitizing. *Front Psychol*, *12*, 562762-562762. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.562762
Jevons, W. S. (1871). The Power of Numerical Discrimination. *Nature*, *3*(67), 281-282. https://doi.org/10.1038/003281a0

Katzin, N., Cohen, Z. Z. & Henik, A. (2019). If it looks, sounds, or feels like subitizing, is it subitizing? A modulated definition of subitizing. *Psychonomic Bulletin & Review*, *26*(3), 790-797. https://doi.org/10.3758/s13423-018-1556-0
Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W. & Volkmann, J. (1949). The Discrimination of Visual Number. T*he American Journal of Psychology*, *62*(4), 498-525. https://doi.org/10.2307/1418556
Kazemi, E. & Hintz, A. (2014). *Intentional Talk: How to structure and lead productive Mathematical Discussions*. Stenhouse Publishers.
Kerslake, D. (1979). Visual Mathematics. *Mathematics in school*, *8*(2), 34-35.
Klahr, D. & Wallace, J. G. (1973). The role of Quantification Operators in the Development of Conservation of Quantity. *Cognitive Psychology*, *4(3)*, 301-327.
Kosko, K. W. (2020). The multiplicative meaning conveyed by visual representations. *The Journal of mathematical behavior*, *60*, Artikkel 100800. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100800
Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv22?lang=nob
Kutter, E. F., Dehnen, G., Borger, V., Surges, R., Mormann, F. & Nieder, A. (2023). Distinct neuronal representation of small and large numbers in the human medial temporal lobe. *Nature Human Behaviour*, *7*(11), 1998-2007. https://doi.org/10.1038/s41562-023-01709-3
Lemaire, P. & Siegler, R. S. (1995). Four Aspects of Strategic Change: Contributions to Children's Learning of Multiplication. *Journal of Experimental Psychology*, *124*(1), 83-97. https://doi.org/10.1037/0096-3445.124.1.83
Luwel, K. & Verschaffel, L. (2008). Estimation of 'real' numerosities in elementary school children. *European journal of psychology of education*, *23*(3), 319-338. https://doi.org/10.1007/BF03173002
MacDonald, B. L. & Wilkins, J. L. M. (2016). Seven types of subitizing activity characterizing young children’s mental activity. In S. Marx (Ed.). *Qualitative research in STEM*, 256–286.
Mandler, G. & Shebo, B. J. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General, 111*(1), 1-22. https://doi.org/10.1037/0096-3445.111.1.1
Matematikksenteret. (u.å). *Kvikkbilder*. Nasjonalt senter for matematikk i opplæring. Hentet fra https://www.matematikksenteret.no/kompetanseutvikling/mam/aktiviteter-og-filmer-i-mam/kvikkbilder
Matematikksentret. (2024). *Mestre Ambisiøs Matematikkundervisning - Prosjektbeskrivelse*. Hentet 19.mai 2024 fra https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/MAM/Revisjon%2020-21/MAM%20-%20prosjektbeskrivelse.pdf
Mazza, V. (2017). Simultanagnosia and object individuation. *Coognitiv neuropsychology*, *34*(7-8), 430-439. https://doi.org/10.1080/02643294.2017.1331212
Monaghan, F. (2000). What Difference Does It Make? Children's Views of the Differences between Some Quadrilaterals. *Educational studies in mathematics*, *42*(2), 179-196. https://doi.org/10.1023/A:1004175020394
Mulligan, J. & Watson, J. (1998). A developmental multimodal model for multiplication and division. *Mathematics education research journal*, *10*(2), 61-86. https://doi.org/10.1007/BF03217343

Mulligan, J. T. & Mitchelmore, M. C. (1997). Young Children's Intuitive Models of Multiplication and Division. *Journal for research in mathematics education*, *28*(3), 309-330. https://doi.org/10.2307/749783

NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora* (5. utg.). De nasjonale forskningsetiske komiteene.

Passarella, S. (2022). Emergent modelling to introduce the distributivity property of multiplication: a design research study in a primary school. *International journal of mathematical education in science and technology*, *53*(10), 2774-2796. https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1910869

Postholm, M. B., Jacobsen, D. I. & Søbstad, R. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.

Railo, H., Koivisto, M., Revonsuo, A. & Hannula, M. M. (2008). The role of attention in subitizing. *Cognition*, *107*(1), 82-104. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2007.08.004

Reigosa-Crespo, V., González-Alemañy, E., León, T., Torres, R., Mosquera, R. & Valdés-Sosa, M. (2013). Numerical capacities as domain-specific predictors beyond early mathematics learning: A longitudinal study. *PLoS One*, *8*(11), e79711-e79711. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0079711

Savin-Baden, M., & Major, C. H. (2013). *Qualitative research: the essential guide to theory and practice*. Routledge.

Shrager, J. & Siegler, R. S. (1998). SCADS: A Model of Children's Strategy Choices and Strategy Discoveries. *Psychological Science*, *9*(5), 405-410. https://doi.org/10.1111/1467-9280.00076

Siegler, R. S. (1987). Some general conclusions about children's strategy choice procedures. *International Journal of Psychology*, *22*(5-6), 729-749. https://doi.org/10.1080/00207598708246800

Siegler, R. S. (1988). Strategy Choice Procedures and the Development of Multiplication Skill. *Journal of Experimental Psychology: General*, *117*(3), 258-275. https://doi.org/10.1037/0096-3445.117.3.258

Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: the process of change in children's thinking*. Oxford University Press.

Siegler, R. S. & Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies*. Erlbaum.

Starkey, G. S. & McCandliss, B. D. (2014). The emergence of «groupitizing» in children's numerical cognition. *Journal of Experimental Child Psychology*, *126*, 120-137. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.03.006

Starkey, P. & Cooper Jr, R. G. (1995). The development of subitizing in young children. *British Journal of Developmental Psychology*, *13*(4), 399-420. https://doi.org/10.1111/j.2044-835X.1995.tb00688.x

Threlfall, J. (2009). Strategies and flexibility in mental calculation. *ZDM*, *41*(5), 541-555. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0195-3

Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J. & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European journal of psychology of education*, *24*(3), 335-359. https://doi.org/10.1007/BF03174765

Wege, T. E., Trezise, K. & Inglis, M. (2022). Finding the subitizing in groupitizing: Evidence for parallel subitizing of dots and groups in grouped arrays. *Psychonomic Bulletin & Review*, *29*(2), 476-484. https://doi.org/10.3758/s13423-021-02015-7

Wender, K. F. & Rothkegel, R. (2000). Subitizing and its subprocesses. *Psychological Research*, *64*(2), 81-92. https://doi.org/10.1007/s004260000021

Wolters, G., Kempen, H. V. & Wijlhuizen, G.-J. (1987). Quantification of Small Numbers of Dots: Subitizing or Pattern Recognition? *The American Journal of Psychology*, 100(2), 225-237. https://doi.org/10.2307/1422405

Özdem, Ş. & Olkun, S. (2021). Improving mathematics achievement via conceptual subitizing skill training. *International journal of mathematical education in science and technology*, *52*(4), 565-579. https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1694710

Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og Samtykkeskjema

Vedlegg 2: Oppgaveark, oppgave 1

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet
«Regnestrategier i arbeid med kvikkbilder på 4.-5. trinn»

Dette er et spørsmål til deg og ditt barn om ditt barn kan delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se hvilke regnestrategier elever bruker for å organisere mengder i kvikkbilder. Her vil du få informasjon om hva kvikkbilder er, hva målet for prosjektet er, samt hva en deltakelse vil innebære for barnet ditt dersom han/hun ønsker å delta.

Matematikksenteret beskriver kvikkbilder som en aktivitet som er designet for å engasjere elever i å visualisere tall og forme mentale representasjoner av en mengde som vanligvis er presentert gjennom en samling prikker. Elevene forklarer hvordan de organiserte mengden for å telle det totale antallet prikker i bildet.

Formålet med prosjektet
Vi er to masterstudenter som studerer grunnskolelærer 1.- 7. ved NTNU i Trondheim. Vi skal skrive en masteroppgave der i ønsker å se på hvilke regnestrategier elever på 4. til 5. trinn bruker for å organisere mengder i kvikkbilder. Videre vil vi også se på om elevene bytter mellom de ulike strategiene de har (fleksibilitet) og om de velger de mest hensiktsmessige strategiene (adaptivitet). Kvikkbildeoppgavene er hentet fra matematikksenteret.

Vi ønsker å gjennomføre 2 undervisningsøkter der hele klassen samlet får se ett kvikkbilde i 1-3 sekunder og deretter skriver/tegner antall prikker de mener det var på hvert sitt ark. Etter de har løst oppgaven hver for seg, vil vi spørre i plenum om noen vil forklare strategien sin høyt for klassen. Vi kommer til å ta video og lydopptak av undervisningsøkta for å kunne analysere elevene sine muntlige svar. Vi vil også samle inn arkene de skriver på for å få en så dekkende oversikt som mulig av strategiene til elevene.

Opptakene (video og lyd) blir lagra på en sikker server som slettes etter prosjektet er ferdig. Elevene blir presentert anonymt i masteroppgaven. Det blir med andre ord ikke nevnt navn, navn på skole eller andre personidentifiserende informasjon i den publiserte oppgaven.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet i Trondheim er ansvarlig for personopplysningene som behandles i prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Vi ønsker å bruke elever ved denne skolen på grunn av tidligere kjennskap til skolen. Vi ønsker så langt det lar seg gjøre at hele trinnet deltar i oppgaveløsingen, men har forståelse hvis det er noen som ikke ønsker å delta.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.
Alle elevene vil delta i samme undervisning uavhengig om de er med på prosjektet eller ikke, men i to separate rom. De som har gitt samtykke vil bli med på video og lydopptak.

De som ikke har gitt samtykke får samme undervisningsøkter som de andre, men uten at vi samler inn data, filmer eller tar lydopptak.

Hva innebærer det for deg å delta?
I dette masterprosjektet bruker vi kvalitativ metode. Det er fordi observasjon av enkelt klasser og enkeltelever, samt deres individuelle besvarelser på hvordan de har tenkt, regnes som kvalitative data.
Prosjektet innebærer at eleven deltar i to undervisningsøkter på 45-60 minutter.
Om ønskelig kan foreldre/foresatte få se oppgavesettet i forkant av gjennomføringen. Ta kontakt med oss på forhånd hvis dette er ønskelig.

Kort om personvern
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler personopplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Du kan lese mer om personvern under.

Utdypende om personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- De som vil ha tilgang til opplysningene som samles inn er oss studentene som skriver oppgaven og veilederen vår Eivind Kaspersen.
- Siden samtykkene vil bli samlet inn på ark, vil vi ha tilgang til et skap som låses. Det er bare vi som har nøkkel til dette skapet. Samtykkene vil bli makulert etter levert oppgave.

Ingen av deltakerne vil kunne bli gjenkjent ved navn eller andre kjennetegn i publikasjonen, det vil bare publiseres sitater sagt av deltakerne. Lagt fram som «elev 1, elev 2 osv.»

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Prosjektet vil etter planen avsluttes når masteroppgaven blir godkjent og vi har fått karakter. Vi skal levere inn prosjektet 25.05.24. Etter prosjektet er avsluttet vil alt datamateriale og underskrifter makuleres og slettes.

Vi bruker diktafonappen til UiO som lar oss lagre informasjonen på en sikker server som ingen andre har tilgang til og som slettes for godt ved endt prosjekt.
Vi bruker videokamera eid av NTNU. Videofilmene blir lagret på en sikker NTNU-server og slettet ved endt prosjekt.
Innsamlet data på papir blir oppbevart innelåst i et skap som bare vi (masterstudentene) har tilgang til, og makuleres ved endt prosjekt.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Norges teknisk- naturvitenskapelig universitet i Trondheim har personverntjenestene ved Sikt – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør, vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Du vil ha mulighet til å trekke deg fra prosjektet frem til publisering. Du vil ikke bli bedt om å begrunne dette.

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- å be om innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og få utlevert én kopi av opplysningene,
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende,
- å få slettet personopplysninger om deg,
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Vi vil gi deg en begrunnelse hvis vi mener at du ikke kan identifiseres, eller at rettighetene ikke kan utøves.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Prosjektet vil etter planen avsluttes 20.06.2024. Opplysningene vil da slettes.

Spørsmål
Hvis du har spørsmål eller vil utøve dine rettigheter, ta kontakt med:

- Norges teknisk-naturvitenskaplig universitet i Trondheim ved Eivind Kaspersen, på epost: eivind.kaspersen@ntnu.no eller telefon: 73412583
- Masterstudentene:
    - Birthe Johanne Nordbotten på epost: birthejn@stud.ntnu.no
    - Øyvor Skoglund på epost oyvorsk@stud.ntnu.no
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen på epost: thomas.helgesen@ntnu.no eller telefon: 93079038

Hvis du har spørsmål knyttet til Sikts vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt på e-post: personverntjenester@sikt.no, eller på telefon: 73 98 40 40.

Med vennlig hilsen

Eivind Kaspersen (Forsker/veileder)	Øyvor Skoglund og Birthe Johanne Nordbotten (Studenter)

Samtykkeerklæring

- ☐ Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «regnestrategier i arbeid med kvikkbilder på 4. - 7. trinn», og har fått anledning til å stille spørsmål.

(Dersom du ikke ønsker å delta i prosjektet, kan du la avkrysningsboksene under stå åpne)
Jeg og mitt barn samtykker til å delta i prosjektet ved:

- ☐ å delta i videoopptak, lydopptak og i innsamling av skriftlig elevarbeid

- ☐ Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

--- --
Sted/ Dato Signatur foresatt

--- ------------------------------------
Signatur elev Sted/ Dato

Vedlegg 2: Oppgaveark

OPPGAVE 1 NAVN: ______________

NTNU

Kunnskap for en bedre verden