

Kristine Hornnes

## "Så ut som 3 grupper med 2"

En studie på gruppetisering hos unge voksne

Masteroppgave i Grunnskolelærerutdanning 1-7 trinn

Veileder: Eivind Skoland Kaspersen

Mai 2024



Kristine Hornnes

## **"Så ut som 3 grupper med 2"**

En studie på gruppetisering hos unge voksne

Masteroppgave i Grunnskolelærerutdanning 1-7 trinn  
Veileder: Eivind Skoland Kaspersen  
Mai 2024

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap  
Institutt for lærerutdanning



Kunnskap for en bedre verden



# Sammendrag

I denne masteroppgaven har jeg undersøkt hvorvidt gruppetisering er en indre eller ytre egenskap. Målet var å få bedre innsikt i hvordan gruppetisering fungerer, og hva dette kan si for videre forskning og praksis i skolen. Den overordnede problemstillingen for studien er: *tyder hvordan unge voksne gruppetiserer på at det er en indre eller ytre egenskap?*

For å besvare denne problemstillingen har jeg brukt en mixed metode. Det ble samlet inn både kvalitative og kvantitative data gjennom en test med kvikkbilder og tekstoppgaver.

Kvikkbildene bestod av en mengde prikker mellom 4 og 24 og hadde en gradvis overgang i struktur. Noen oppgaver hadde tydelige gruppestrukturer, andre hadde ikke det og en del oppgaver var et sted mellom tydelig og tilfeldig struktur. Det ble til sammen samlet inn data fra 70 deltagere, hvorav 68 besvarelser ble med videre til analysen.

Det ble gjennomført en induktiv analyse av datamaterialet. For de kvantitative dataene ble det brukt en Rasch-analyse for å få mål på deltagere og oppgaver. Dette gjorde meg i stand til å se etter individuelle forskjeller hos deltagerne mine, og jeg fikk se hvordan struktur påvirket vanskelighetsgraden til oppgaven. For de kvalitative dataene ble det brukt en induktiv tematisk analyse. Her fant jeg at deltagerne brukte flere forskjellige strategier for å løse oppgavene. Til slutt så jeg de kvalitative og de kvantitative funnene i lys av hverandre. Dette gjorde at jeg kunne se hvordan strategier ble påvirket av strukturen i oppgavene.

Resultatene av analysen peker mot at gruppetisering er en indre egenskap, som ikke kun er styrt av struktur eller stimuli. Funnene viser til at gruppetisering er en aktiv prosess, henger tett sammen med tillærte kunnskaper i matematikk, og som bruker disse kunnskapene aktivt. Dette betyr at gruppetisering kanskje ikke lenger burde antas å være en passiv prosess som forgår intuitiv og at man burde jobbe med gruppetisering og annen estimering i skolen.

# Abstract

In this master's thesis, I have investigated whether groupitizing is an internal or external ability. The aim was to gain better insight into how groupitizing works, and what this might implicate for further research and practice in education. The overarching research question for this study is: *does how young adults groupitize indicate that it is an internal or external ability?*

To answer this question, I applied a mixed methods approach. Both qualitative and quantitative data were collected through a test with time-limited dot arrays and written tasks. The dot arrays consisted of a number of dots between 4 and 24 and had a gradual transition in structure. Some tasks had clear group structures, others did not, and some tasks were somewhere between clear and random structure. In total, the data was collected from 70 participants, of which 68 responses were included in the analysis.

The data material was inductively analyzed. For the quantitative data, a Rasch analysis was used to get a measure of the participants and tasks. This allowed me to look for individual differences in my participants and I was able to see how the structure affected the difficulty of the task. For the qualitative data, an inductive thematic analysis was applied, revealing that the respondents used various strategies to solve the tasks. Finally, I saw the qualitative and the quantitative findings in light of each other. This allowed me to see how strategies were influenced by the structure of the tasks.

The results of the analysis point to groupitizing being an internal ability which is not only governed by structure or stimuli. The findings show that groupitizing is a process, linked to mathematical knowledge, and which uses this knowledge actively. This means that groupitizing should perhaps no longer be assumed to be a passive process that takes place intuitively and that one should work with groupitizing and other estimation strategies in the classroom.

# Forord

Gjennom arbeidet med denne masteroppgaven har jeg fått utfordret meg på flere områder. Arbeidet har til tider vært krevende, stressende og slitsomt, men alt i alt har det vært en givende og engasjerende prosess. Det har til tider vært tungt å komme gjennom de forskjellige stadiene i masteren og jeg vil gjerne takke alle som har hjulpet meg med å komme i mål.

Først og fremst vil jeg takke min veileder Eivind Kaspersen for oppmuntring, gode tilbakemeldinger og god hjelp med utvikling av instrumentet som er brukt i denne oppgaven. Uten den gode støtten fra deg hadde masteroppgaven blitt vanskelig å gjennomføre.

Jeg vil også rette en takk til min samboer Nikolai for god støtte gjennom oppturer og nedturer i arbeidet med masteren. Jeg vil også takke mamma for god hjelp med korrekturlesing, og som sammen med pappa har oppmuntret og støttet meg gjennom dette semesteret.

Til slutt vil jeg rette en takk til mine medstudenter som jeg har kunnet diskutere teorier, oppgavene våre og livet ellers med, og som sammen har oppmuntret hverandre gjennom denne tiden.

Kristine Hornes

Trondheim mai 2024

# Innhold

Figurer .....	x
Tabeller .....	x
Forkortelser .....	x
1 Innledning.....	1
1.1 Relevans .....	1
1.2 Hva kan vi om det fra før?.....	1
1.3 Problemet .....	2
1.4 Problemstilling .....	3
1.5 En oversikt over oppgaven .....	4
2 Teori.....	5
2.1 Paradigme.....	5
2.2 Hva er subitisering og gruppetisering?.....	5
2.2.1 Subitisering.....	7
2.2.2 Gruppetisering.....	8
2.3 Estimering og en kontrovers om hvordan det foregår. ....	10
2.3.1 Intuitiv teori om estimering.....	10
2.3.2 Kognitiv teori om estimering .....	11
3 Metode.....	14
3.1 Mixed metode.....	14
3.1.1 Hvorfor mixed-metode? .....	14
3.2 Instrumentet.....	15
3.2.1 Oppgavene.....	15
3.2.2 Grad av struktur i oppgavene .....	17
3.3 Gjennomføring av datainnsamling .....	19
3.3.1 Pilot .....	19
3.3.2 Datainnsamling og deltagere .....	20
3.3.3 Data som ble samlet inn .....	22
3.4 Metode for analyse .....	22
3.4.1 Metode for kvantitativ analyse .....	22
3.4.2 Metode for kvalitativ analyse .....	27
3.4.3 Besvarelser som ikke ble sortert eller tatt med .....	30
3.5 Validitet og reliabilitet.....	31



3.5.1	Kvantitativ del .....	31
3.5.2	Kvalitativ del .....	32
3.6	Etikk .....	34
4	Resultat.....	36
4.1	Kvantitative resultater .....	36
4.1.1	Individuelle forskjeller .....	37
4.1.2	Hvordan påvirker grad av struktur vanskelighetsgraden? .....	40
4.1.3	Statistisk signifikans.....	42
4.2	Kvalitative resultater. ....	42
4.2.1	Intuitive strategier .....	42
4.2.2	Kognitive strategier .....	44
4.2.3	Oppsummering kvalitative resultater. ....	51
4.3	mix.....	51
4.4	Oppsummering av resultatene .....	53
5	Diskusjon.....	55
5.1	Sammendrag av funn.....	55
5.2	Praktisk signifikans .....	55
5.3	Sammenhenger mellom mine funn og tidligere forskning.....	56
5.4	Studiens begrensninger .....	58
5.5	Fremtidig forskning.....	58
5.6	Konklusjon .....	59
6	Referanseliste .....	60

## Figurer

FIGUR 1.1: EKSEMPEL PÅ HVORDAN OPPGAVENE BLE DRATT FRA HVERANDRE. ....	3
FIGUR 3.1: GRADVIS OVERGANG FRA USTRUKTURERT TIL HØY STRUKTUR. ....	16
FIGUR 3.2: LAV STRUKTUR SELV OM OPPGAVEN KAN DELES I LIKE GRUPPER. ....	17
FIGUR 3.3: EKSEMPLER PÅ HØY MIDDELS OG LAV GRAD AV STRUKTUR. ....	18
<b>FIGUR 3.4:</b> DIAGRAMMET VISER FORDELING AV OPPGAVER I GRADENE AV STRUKTUR. ....	19
FIGUR 3.5: PUNKTDIAGRAM FOR DELTAGER 11588 OG 12511 ....	21
FIGUR 3.6: PROSESSEN FRA DELTAGERNE STARTET EN OPPGAVE TIL DE SVARTE. ....	22
FIGUR 3.7: ICC OVER ET UTVALG OPPGAVER FRA INSTRUMENTET. ....	25
FIGUR 3.8: TABELL KLARGJORT FOR RASCH ANALYSE ....	27
FIGUR 3.9: FØRSTE KODING ....	28
FIGUR 4.1: HISTOGRAM OVER PERSONMÅL. ....	37
FIGUR 4.2: OPPGAVE 29. EKSEMPEL PÅ OPPGAVE MED -2 I MÅL ....	38
FIGUR 4.3: OPPGAVE 79. EKSEMPEL PÅ OPPGAVE MED +2 I MÅL ....	38
FIGUR 4.4: MÅL PÅ PERSONER OG OPPGAVER PÅ SAMME SKALA. ....	39
FIGUR 4.5: SPREDNINGSDIAGRAM OVER GRAD AV STRUKTUR OG VANSKELIGHETSGRAD ....	40
FIGUR 4.6: SPREDNINGSDIAGRAM OVER STRUKTUR OG VANSKELIGHETSGRAD, KONTROLLERT FOR KARDINALITET .....	41
FIGUR 4.7: SØYLEDIAGRAM OVER STRATEGIER OG STRUKTUR. ....	52
FIGUR 4.8: LINJEDIAGRAM OVER STRATEGIER OG STRUKTUR ....	53

## Tabeller

TABELL 3.1: EKSEMPLER PÅ BESVARELSER SOM ER TATT UT AV ANALYSEN ....	31
TABELL 4.1: EKSEMPLER FRA STRATEGIEN INTUISJON ....	43
TABELL 4.2: EKSEMPLER FRA STRATEGIEN GJETTING. ....	44
TABELL 4.3: EKSEMPLER FRA STRATEGIEN TELLING ....	45
TABELL 4.4: EKSEMPLER FRA STRATEGIEN GRUPPETISERING – LIKE GRUPPER ....	46
TABELL 4.5: EKSEMPLER FRA STRATEGIEN GRUPPETISERING – OPPDELING ....	47
TABELL 4.6: EKSEMPLER FRA STRATEGIEN ARITMETIKK ....	48
TABELL 4.7: EKSEMPLER FRA STRATEGIEN MEMORERING ....	49
TABELL 4.8: EKSEMPLER FRA STRATEGIEN SAMMENLIGNING ....	50
TABELL 4.9: EKSEMPLER FRA STRATEGIEN MØNSTER ....	50

## Forkortelser

ANS	Approximate number system
Ms	Millisekund
NESH	Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora

# 1 Innledning

«Groupetizing» eller gruppetisering referer til estimering av mengder ved hjelp av grupper. Dette fenomenet gjør at reaksjonstiden man bruker for å finne kardinalitet i en mengde minker når vi bruker gruppestrukturer (Starkey & McCandliss, 2014, s.122). For eksempel: vi ser for oss to bilder med tolv prikker i hvert bilde. I det ene bildet er de tolv prikkene helt tilfeldig strukturert, og i det andre er de delt inn i tre grupper med fire prikker i hver gruppe. Gruppetisering vil da si at det er lettere for oss å ta inn hvor mange prikker det er i bildet der prikkene er strukturert i grupper, enn i bildet der det ikke er strukturert. Kardinalitet betyr her tallet man bruker for å representere hele mengden.

Tema for denne oppgaven er gruppetisering og jeg skal prøve å finne ut om resultatene av undersøkelsen min viser til at gruppetisering er en «indre» eller en «ytre» egenskap. Indre og ytre egenskap vil si om gruppetisering er noe som foregår gjennom aktive prosesser (indre) eller om det er en mer passiv prosess der man bare oppfatter gruppene på bakgrunn av strukturen i settet (ytre). Aktive prosesser vil si at man aktivt tenker over- og bruker utregninger når man løser en oppgave. Etter denne forklaringen av fenomenet gruppetisering kan vi gå videre på å se hvorfor det er et relevant tema, og hva vi vet om det fra før av.

## 1.1 Relevans

I læreplanverket for matematikk er det fokus på at elevene skal utvikle god tallforståelse gjennom et godt tallbegrep og varierte regnestrategier (Kunnskapsdepartementet, 2019). Forskning innenfor gruppetisering viser at det er en sammenheng mellom regneferdigheter og det å kunne gruppetisere flytende og utnytte gruppestrukturer (Ciccione & Dehaene, 2020; Starkey & McCandliss, 2014). Det er også vist at gruppetisering er en faktor i utviklingen av konsepter i matematikk og matematiske prestasjoner (Guillaume et al., 2023). Dette kan bety at å arbeide med gruppetisering i skolen kan bidra til å utvikle elevenes generelle matematiske kompetanse. Dermed er gruppetisering et viktig tema å forske på, da det henger tett sammen med regneferdigheter og utviklingen av tallforståelse.

## 1.2 Hva kan vi om det fra før?

Forskning viser at estimering er avhengig av hvordan settet med objekter er strukturert, og at det er klare sammenhenger mellom gruppestrukturer og hvor raskt deltagere responderer (Starkey & McCandliss, 2014; Wender & Rothkegel, 2000). Det er også slik at hvis man lager gruppestrukturer som er innenfor det man kan subitisere kan mennesker estimere større

mengder raskere og mer korrekt. Subitisering refererer til en egenskap mennesker har til å «automatisk» oppfatte mengder opp til rundt fire. I 2014 gjorde Starkey og McCandliss en undersøkelse på barn der de ville finne ut om gruppestrukturer hadde noe å si for mengden tid som ble brukt for å komme frem til hvor mange objekter det var i bildet. De fant at barn fra 1. klasse og oppover fant mengden i grupperte bilder raskere enn i ustrukturerte (Starkey & McCandliss, 2014). Det kom også frem at deltagerne kunne finne mengder større en tre, hvis settet var sortert i grupper, uten forsinkelser i utregningen (Starkey & McCandliss, 2014). Dette vil si at gruppertisering kan være en strategi som gjør at vi kan oppfatte større mengder enn fire. Det er også andre faktorer enn struktur som påvirker gruppertisering hos mennesker. For eksempel kan farge og formen på prikkene også føre til gruppertisering (Anobile et al., 2020; Ciccione & Dehaene, 2020).

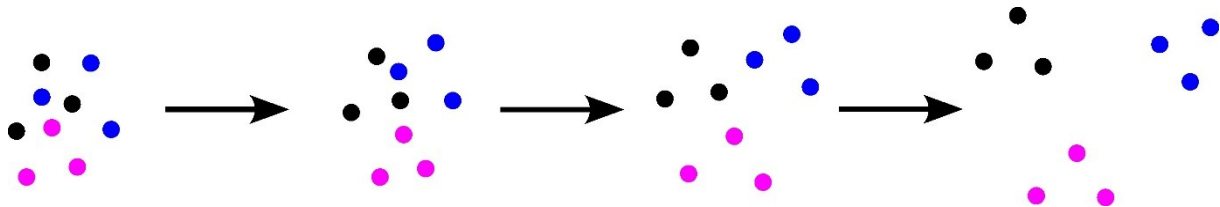
Det finnes også forskning på at evnen til å gruppertisere og annen estimering er viktig for matematiske ferdigheter. Spesielt er det viktig for tallforståelse. Gruppertisering er en faktor i utviklingen av matematikkompetanse som regneferdigheter, og det å kunne benytte seg av gruppestrukturer er knyttet til matematiske ferdigheter (Ciccione & Dehaene, 2020; Starkey & McCandliss, 2014). Kroesbergen et al. (2009) sier at subitisering er viktig for tidlig tallforståelse og numerositet (s. 234). Ettersom gruppertisering kanskje henger tett sammen med subitisering, kan man anta at gruppertisering også er viktig for tidlig tallforståelse.

### 1.3 Problemet

Som forrige avsnitt viser er det bevist at gruppertisering er en viktig faktor for matematiske ferdigheter, og dette betyr at vi burde jobbe med det i skolen. Problemet er at vi vet lite om hvordan gruppertisering faktisk foregår, og dermed er det lite forskning på hvordan det er best å jobbe med gruppertisering i skolen. Forskningen sier at gruppertisering forbedrer responstid, og at faktorer som struktur og farger fører til gruppertisering (Ciccione & Dehaene, 2020; Starkey & McCandliss, 2014). Vi vet derimot lite om når mennesker tar i bruk gruppestrukturer for å estimere, eller hvor strukturert en oppgave må være for at gruppertisering skal skje. Tidligere studier sammenligner veldig strukturerte stimuli med veldig ustrukturerte stimuli. Stimuli betyr her sett med prikker på en nøytral bakgrunn. Med andre ord har forskningen til nå sett på gruppertisering som en «ytre egenskap». Det vil si at når mennesker ser på et sett med grupper vil vi gruppertisere, hvis settet derimot er klynget sammen og ustrukturert vil vi ikke gruppertisere. Det er ikke sett på om gruppertisering kan være en «indre egenskap», altså om det er individuelt når vi gruppertiserer og om gruppertisering også har et personlig element ved seg. Dette er et viktig spørsmål å avklare.

Dersom gruppetisering er en individuell egenskap kan dette bety at gruppetisering handler om å kunne dele et problem opp i flere deler, eller at det kan handle om matematiske ferdigheter. Dette vil i så fall ha en betydning for hvordan man bør gå frem for å undervise og utvikle gruppetisering i skolen.

For å finne et svar på dette er tanken å lage et oppgavesett der deltagere blir vist grupper i forskjellige grader av strukturer. For å gjøre dette lagde jeg noen figurer som representerte antallet prikker i en gruppe, og disse gruppene ble dratt ut fra midten slik at de ble mer og mer strukturert i grupper. I det mest ustrukturerte bildet er gruppene nærme hverandre og går til og med over i hverandre. Disse gruppene blir dratt gradvis fra hverandre i de neste oppgavene med samme figur slik at det blir forskjellige grader av strukturert (se figur 1.1).



Figur 1.1: Eksempel på hvordan oppgavene ble dratt fra hverandre.

*Dette er kun et eksempel og viser ikke til en oppgave i instrumentet. I oppgavene er alle prikkene svarte, her er de farget for å få frem hvordan gruppene går over i hverandre.*

Når gruppene gradvis blir dratt fra hverandre skal dette kunne vise når og hvordan deltagerne bruker gruppestrukturer, og på bakgrunn av det kan man finne tegn på om gruppetisering er en indre eller ytre egenskap. For å kontrollere om deltagerne ser grupper når de arbeider med oppgavene, er det satt inn kontrollspørsmål der de skal svare på hvordan de tenkte i oppgaven før. Disse svarene er ikke bare nyttige for å kontrollere at deltagerne gruppetiserer, men kan også gi meg et innsyn i hvordan mennesker tenker når de estimerer, spesielt med tanke på om estimering er intuitivt eller kognitivt. Med intuitivt og kognitivt mener jeg hvordan vi estimerer. Hvis estimering er intuitivt betyr det at vi bruker en sans eller oppfattelsen vår til å estimere. Hvis estimering er kognitivt derimot betyr det at vi bruker prosesser som utregninger, refleksjoner, sammenligninger og andre strategier for å komme med et estimat.

## 1.4 Problemstilling

Det gjenstår altså å forske på om gruppetisering kan være en «indre egenskap», siden det ikke finnes forskning på dette. Derfor skal denne oppgaven fokusere på å komme et steg nærmere å svare på dette problemet. Følgende problemstilling blir dermed stilt:

*Tyder hvordan unge voksne gruppetiserer på at det er en indre eller ytre egenskap?*

For å finne ut av dette har jeg lagd tre forskningsspørsmål som til sammen skal kunne besvare denne problemstillingen. De tre forskningsspørsmålene er som følger:

1. Er det individuelle forskjeller hos deltagerne mine?

Gjennom analysen kommer jeg til å få et mål på hvor gode deltagerne mine er til å løse oppgavene i undersøkelsen. Hvis det er individuelle forskjeller kan dette bety at gruppetisering ikke kun er avhengig av struktur i oppgaven, men at det også kan henge sammen med kunnskaper vi har tilegnet oss. For eksempel kan dette bety at noen klarer å bruke grupper, selv om oppgaven er mindre strukturert, eller det kan bety at noen mennesker er bedre til å utnytte gruppestrukturene i oppgaven. Uansett vil individuelle forskjeller tyde på at det er mer til gruppetisering enn bare stimuli.

2. Er det forskjeller i hvordan deltagerne bruker grupper?
3. Hvordan påvirker graden av struktur i oppgaven deltageres strategivalg?

De to siste forskningsspørsmålene vil bli besvart gjennom de kvalitative dataene jeg samler inn. Hvis det er forskjeller i hvordan deltagere bruker grupper, tyder dette på at gruppetisering er en indre egenskap.

Forskningsspørsmål tre er med på å vise hvilke strategier som kommer frem når deltagerne estimerer. Det er naturlig at gruppetisering vil være mer til stede når det er tydelige gruppestrukturer, men dette vil kunne vise om det kun er til stede når dette er tilfellet. Det vil også gi innsikt i eventuelle andre strategier som kommer frem, noe som kan frembringe en interessant diskusjon om estimering generelt.

## 1.5 En oversikt over oppgaven

Denne oppgaven er delt inn på en standard måte med teori, metode, resultat og diskusjon. I kapittel to kommer jeg til å gå nærmere inn på begrepet gruppetisering, forklare hva det er og hva vi vet om det. Her kommer jeg også til presentere andre begreper og forklare hvordan gruppetisering henger sammen med annen forskning på estimering. Videre i metoden presenterer jeg hva jeg har gjort for å samle inn og analysere data fra undersøkelsen. Funnene fra analysen vil komme frem i kapittel fire der jeg beskriver og viser frem resultatene mine. Disse resultatene vil bli diskutert opp mot tidligere forskning, og hva de kan bety for videre forskning og undervisningspraksis i kapittel fem.

## 2 Teori

Gruppetisering er en form for eksakt mengdebestemmelse, som ofte sees på som styrt av stimuli (ytre egenskap). Jeg vil i denne oppgaven prøve å finne ut om gruppetisering blir påvirket av mer enn bare stimuli, og om besvarelsene fra mine deltagere peker på at gruppetisering kan være en «indre» egenskap. Indre egenskap vil si at det er individuelt når man bruker grupper for å estimere, og at gruppetisering ikke bare er avhengig av struktur for å skje. For å gjøre dette er jeg nødt til å introdusere flere begreper som også omhandler mengdebestemmelse. I dette kapitlet kommer jeg til å presentere subitisering, som er en form for eksakt mengdebestemmelse, og estimering som er en form for omtrentlig mengdebestemmelse. Eksakt og omtrentlig mengdebestemmelse er to prosesser som man kan dele mengdebestemmelse opp i (Gilmore et al., 2018, s.7).

Jeg kommer i dette kapitlet først til å presentere det overordnede paradigmet denne oppgaven ligger i. Deretter presenterer jeg begrepene som er nevnt ovenfor: gruppetisering, subitisering og estimering. Etter dette vil jeg si hva tidligere forskning sier om disse begrepene slik at de er godt definert og forklart. Disse begrepene er sentrale begreper som jeg skal bruke i oppgaven min. Jeg har i denne oppgaven brukt en induktiv analyse noe som vil si at jeg ikke har et rammeverk for oppgaven. Derfor skal jeg i teorikapitlet forklare begreper som er relevante for forskningen og funnene jeg skal drøfte.

### 2.1 Paradigme

Denne studien er plassert i det kognitive paradigme. Jeg har i denne oppgaven valgt å studere mentale funksjoner, fremfor de sosiale. Jeg vil få innsikt i hvordan gruppetisering fungerer gjennom å studere de mentale funksjonene, jeg har ikke sett på hvordan den sosiale konteksten eller det sosiokulturelle spiller inn på gruppetisering. Derfor er denne oppgaven plassert under det kognitive paradigme. Kognitivisme er opptatt av det mentale, hvordan informasjon blir prosessert og lagret i hjernen (Gardner, 1985). I denne oppgaven ser jeg på de mentale funksjonene, men jeg ser ikke på dette paradigmet som en læringsteori. Tvert imot ser det ut som at de mentale funksjonene jeg har studert, er lært gjennom den sosiale konteksten.

### 2.2 Hva er subitisering og gruppetisering?

I dette kapitlet skal jeg introdusere og beskrive begreper som er sentrale for oppgaven. Oppgavens hovedtema er gruppetisering, og jeg skal beskrive hva det er og hvorfor det er viktig. Gruppetisering er en prosess for mengdebestemmelse, altså en strategi for hvordan

man kan finne antallet i et sett med objekter. For å forklare gruppetisering skal jeg også presentere estimering og subitisering. Disse tre begrepene går tett sammen da estimering gjerne blir sett på som det å finne en omtrentlig mengde, og subitisering og gruppetisering er måter vi oppfatter mengder på. Derfor skal jeg først presentere disse begrepene før jeg går mer i dybden på hva vi vet om dem og hvordan de henger sammen.

I 1871 gjennomførte Stanley Jevons et eksperiment hvor han kastet en tilfeldig mengde bønner ned i en eske. Han kikket deretter raskt ned i esken og etterpå skulle han svare på hvor mange bønner det var i esken. Gjennom sin studie fant Jevons ut at ved mengder opp til fem kunne han se direkte om det var fem, fire, tre, to eller en bønne. Hvis det derimot var seks eller over var det vanskeligere og det forekom flere feil i estimatene (Jevons, 1871). Det er flere eksperiment på samme område der dette mønsteret gjentar seg: frem til rundt fem eller seks objekter estimerer mennesker raskt og korrekt, men ved mengder større enn fem eller seks så øker responstiden betraktelig for hvert ekstra objekt (Mandler & Shebo, 1982; Jevons, 1871; Kaufman et al., 1949). Mennesker kan i små mengder automatisk «se» hvor mange det er i mengden. Dette er et fenomen som blir kalt subitisering, og blir i dag sett på som en medfødt egenskap mennesker har til å automatisk oppfatte mengder rundt fire (Katzin et al., 2019). Begrepet ble introdusert i 1949 av Kaufman, Lord, Reese og Volkmann som beskrev at når man skal finne mengder under seks bruker man subitisering, mens for mengder over seks må man estimere. Forskjellen på disse prosessene er at subitisering er mer effektiv, gir mer korrekte svar og fører til større selvtillit hos deltagerne. Estimering derimot er mer utsatt for feil og deltagerne har mindre selvtillit knyttet til svarene sine (Kaufman et al., 1949, s.520). Subitisering blir sett på som en intuitiv egenskap, altså noe vi automatisk oppfatter uten at det krever tenking eller kognitive strategier for å gjøre det.

Estimering er forsket mye på, men det er en uenighet om hvordan det foregår. Det foreslås at mennesker har en medfødt tallsans for store mengder kalt approximate number system (ANS). Dette er et system som er bevist i en rekke dyr samt mennesker (Parrish & Beran, 2022). Gjennom denne tallsansen skal man kunne sammenligne og representere mengder. Dette systemet fungerer spesielt for ikke-symbolisk prosessering av tall, for eksempel å sammenligne to mengder for å finne den med mest i, men skal angivelig også kunne brukes til å finne en mengde (Gilmore et al., 2018). Det er derimot debattert om ANS ligger bak det å finne en eksakt mengde eller om det er andre egenskaper som spiller inn her (Gilmore et al., 2011, s. 14-15). For eksempel er det foreslått at estimering gjøres gjennom å bruke forskjellige kognitive strategier der man gjør utregninger og eller andre kognitive prosesser



for å komme med et estimat (Gilmore et al., 2018; Luwel & Verschaffel, 2008). Det kan dermed konkluderes med at det er en kontrovers rundt hvordan estimering fungerer.

Det siste begrepet jeg skal forklare er gruppertisering, og det er dette som er hovedfokus i oppgaven. Det blir brukt om hvordan mennesker raskt og presist kan finne mengder når settene med objekter er sortert i grupper. Forskning på mønster og grupper er ikke nytt (Mandler & Shebo, 1982; Wender & Rothkegel, 2000), men det ble i 2010 presentert som en egen form for estimeringsprosess (Guillaume et al., 2023). Gruppertisering fungerer slik at man raskt kan identifisere mengder over fire gjennom at settet med objekter man observerer er strukturert i grupper. Videre i kapitlet skal jeg gå mer i dybden på hva som er forsket på når det kommer til gruppertisering, subitisering og estimering.

### 2.2.1 Subitisering

I dag er forskere stort sett enige om at for mengder under fire subitiserer man (Katzin et al., 2019). Det finnes ifølge Clements (1999) to typer for subitisering: perseptuell subitisering og konseptuell subitisering. Den «normale» formen for subitisering, altså den som forklarer fenomenet med at man automatisk ser hvor mange, er perseptuell subitisering (Clements, 1999, s. 401). Det kalles perseptuelt fordi man mener at subitisering er en form for sans der man bare oppdager mengder gjennom sansing. Dette betyr at man for eksempel ikke trenger å telle om man har fire epler i en skål, fordi man automatisk kan sanse at det er fire epler der. Denne formen for subitisering er til stede før man har utviklet et konsept for tall eller aritmetikk, og det er forskning som mener at barn ned i en alder av ti måneder har en forståelse for en ovenfor to, eller to ovenfor tre. Og at små barn kan se at det er tre uten å ha kunnskaper om matematiske prosesser (Clements, 1999; Feigenson et al., 2002).

Konseptuell subitisering derimot er noe som utvikler seg sammen med matematiske ferdigheter. Denne formen for subitisering handler om å kjenne igjen mønster og å ha kunnskaper om oppbyggingen av tall. Clements (1999) beskriver denne formen for subitisering med hjelp av en dominobrikke med åtte prikker. Det kan virke som at noen automatisk har oppfattet at det er åtte, men egentlig så gjenkjenner man en sammensetning av forskjellige deler som for eksempel to firere (Clements, 1999). Denne formen for subitisering som Clements (1999) introduserer er lik gruppertisering og det virker som at det er en mer kognitiv form for subitisering som man bygger på tidligere kunnskap. I denne oppgaven når jeg referer til subitisering er det perseptuell subitisering jeg referer til da den konseptuelle handler om noe annet enn den vanlige definisjonen av subitisering.

Det har blitt forsket mye på hvordan subitisering foregår, og det har blitt foreslått at subitisering og annen mengdebestemmelse bruker de samme type prosessene. For eksempel foreslår Gallistel og Gelman (1992) at subitisering er rask telling, og dermed ikke en annerledes prosess enn annen mengdebestemmelse. Subitisering blir likevel som regel sett på som en egen prosess. Det betyr at når man skal finne mengder større enn fire bruker man en annen prosess enn subitisering (Wender & Rothkegel, 2000). Det finnes blant annet beviser for at forskjellige deler av hjernen aktiveres for subitisering og telling, dette tyder på at det er forskjellige prosesser (Gilmore et al., 2018; Wender & Rothkegel, 2000). Det kan også argumenteres for at hvis subitisering finnes i barn som ikke har utviklet konsepter for tall og telling, så kan det ikke være basert på telling. Det finnes også andre teorier om prosessene som ligger bak subitisering. For eksempel foreslår Mandler og Shebo (1982) at subitisering er en form for mønstergjenkjenning og at man kan gjenkjenne kanoniske mønster innenfor en viss mengde. Mønstergjenkjenning vil si at mennesker kan «automatisk» kjenne igjen et mønster, for eksempel mønsteret fra en femmerterning og vite at det er fem. Dette ble styrket gjennom undersøkelsen til Wender og Rothkegel (2000) der de fant at kanoniske mønster ble estimert raskere. I sin undersøkelse ville Wender og Rothkegel finne ut om det var forskjellige prosesser på subitisering, telling og estimering. Funnene deres viser at det er to forskjellige psykologiske prosesser for subitisering og annen mengdebestemmelse (Wender & Rothkegel, 2000). Dette vil si at det brukes forskjellige prosesser når man subitiserer og når man estimerer. Det at det er forskjellige prosesser kan bety at selv om subitisering er intuitivt så kan estimering av større mengder være basert på kognitive prosesser.

I undervisningssammenheng er det forskning som peker på at subitisering er viktig for tallforståelse og at det kan være en indikator på hvem som kan utvikle matematikkvanser (Kroesbergen et al., 2009). Clements (1999) mener at perseptuell subitisering kan være med på å utvikle barns tidlige arbeid med telling og spesielt kardinalitet, noe som er en viktig del av telling og tallbegrepet (Gelman & Gallistel, s.79-80).

### 2.2.2 Gruppetisering

Det finnes to prosesser for å finne eksakte mengder: subitisering og telling (Ciccione & Dehaene, 2020; Kaufman et al., 1949). Tanken er at når man ikke lenger klarer å subitiserer går man over til telling. Starkey og McCandliss (2014) presenterer en tredje form for nøyaktig mengdebestemmelse som de har valgt å kalle «groupetizing». Jeg har valgt å oversette dette til gruppetisering på norsk. Dette går som nevnt ut på at man raskere kan finne mengden i et sett med objekter når det er delt inn i grupper. For eksempel er det raskere å telle med to og to

enn å telle en og en. Wender og Rothkegel (2000) fant i sin undersøkelse at ved å sortere et sett med prikker i grupper førte til at responstiden var nesten like rask som ved subitisering, selv om mengden var større enn fire. Trenden med at responstiden til deltagere går ned når sett med prikker er sortert i grupper er dokumentert av flere (se f.eks Ciccione & Dehaene, 2020; Mandler & Shebo, 1982; Starkey & McCandliss, 2014). Gruppetisering sees derfor ofte på som en form for parallell prosess til subitisering, men vi vet ikke helt hva som forklarer prosessen bak gruppetisering. Det er sannsynlig at gruppetisering bygger på forståelse for oppbyggingen av tall og regneferdigheter, og at det blandet med subitisering kan forklare hvorfor responstiden går betraktelig ned når et sett er strukturert i grupper (Starkey & McCandliss, 2014).

Gruppetisering blir gjerne sett på som en prosess som er avhengig av stimuli, for eksempel viser forskning at variabler som farge, avstand og struktur utløser gruppetisering (Ciccione & Dehaene, 2020; Anobile et al., 2020). Dette vil si at gruppetisering vil forekomme i oppgaver der settene er strukturert, men ikke når de er ustrukturert. Eller hvis prikkene er sortert i farger. Det har også blitt forsket på om hvordan man strukturerer gruppene påvirker gruppetisering. Like grupper fører til raskere besvarelser, for eksempel er det raskere å regne ut ni når gruppene er delt i  $3 \times 3$  og ikke  $2+3+4$  (Ciccione & Dehaene, 2020). Generelt er oppgaver som legger opp til multiplikasjon raskest, mens addisjon fører til lengre responstid (Ciccione & Dehaene, 2020). Dette betyr at mennesker kan gruppetisere selv om gruppene ikke er like store, men at det er raskere å finne mengden når strukturen legger opp til multiplikasjon. Noe som gir mening da multiplikasjon ofte er en raskere prosess enn addisjon. Det at gruppetisering er raskere når gruppene er like store henger nok sammen med at ved like grupper må man bare finne hvor mange objekter det er i en gruppe og hvor mange grupper det er. Man må ikke ta inn alle gruppene og dette gjør denne strukturen raskere. Anobile et al. (2020) tok forskningen ett skritt videre og ville finne ut hvordan faktorer som farge, struktur og distanse påvirket hvor korrekt deltagerne svarte. Resultatene deres tyder på at grupperinger i subitiserbare grupper gjorde at det ble mer presise og korrekte svar. De fant at det førte til at presisjonen for mengdebestemmelse gikk opp med 20% (Anobile et al., 2020). Dette viser hvordan gruppetisering fortsatt er presist selv om mengdene er større enn fire.

Det finnes mange argumenter for at gruppetisering henger sammen med ferdigheter i symbolsk matematikk. Ciccione & Dehaene (2020) var interessert i å finne ut om gruppetisering hang sammen med matematiske ferdigheter. De delte deltagerne sine inn i tre grupper med et høyt, middels og lavt nivå av matematikkferdigheter og de fant klare tegn på

at det var et skille mellom de to gruppene med høyest forståelse og den med lav. De to gruppene med høyest matematiske ferdigheter svarte generelt raskere, og hadde mer korrekte svar. Dette tyder på at matematiske ferdigheter spiller inn på gruppetisering og annen ikke-symbolisk matematikk, og at arbeid innenfor både symbolske tall og ikke-symboliske tall kan være med på å forbedre begge disse (Ciccione & Dehaene, 2020). Dette underbygges i Starkey & McCandliss (2014) som i sin undersøkelse fant at barn i barnehagen viste ingen tegn til å gruppetisere, mens barn i førsteklasse viste tegn til gruppetisering og videre at jo eldre elevene var jo bedre gruppetiserte de (Starkey & McCandliss, 2014). Mer nylig kommer det også frem flere argumenter for at gruppetisering er en viktig egenskap for de konseptuelle ferdighetene i matematikk, og at gruppetisering er en indikator for matematisk prestasjon (Guillaume et al., 2023). Hvorfor gruppetisering er en indikator på høy matematisk kompetanse kan ha flere grunner. Det kan henge sammen med mental aritmetikk: er du flink til å regne så er du sannsynligvis flink til å gruppetisere. Forskere drar også inn at de som klarer å bruke gruppetisering som strategi kan utnytte gruppestrukturene, i stedet for å prøve å ta innover seg hele bildet, noe som viser til høyere matematiske ferdigheter (Anobile et al., 2020, s.).

## 2.3 Estimering og en kontrovers om hvordan det foregår.

Estimering referer til det å representere eller komme med et estimat av større mengder. Det vil si at når man estimerer prøver man å finne antallet objekter i en mengde (Gilmore et al., 2018). Ifølge Kaufman et al. (1949) vil dette være mengder som er så store at mennesker ikke teller. Det er vist at estimering og hvordan vi estimerer, for eksempel hvor eksakte estimatene våre er, kan bli påvirket av forskjellige faktorer som for eksempel tetthet i prikkene, avstand og lys (Gilmore et al., 2018). Det er også funnet ut at mennesker har en tendens til å overestimere sett med mindre mengder og underestimere sett med større mengder, dette kan kalibreres hvis man får en tilbakemelding som man kan rette seg inn etter (Gilmore et al., 2018). I dette delkapitlet skal jeg forsøke å forklare forskjellige teorier om hvordan estimering skjer. Det er et skille i teorien på om estimering er intuitivt eller om det er kognitivt, det vil si om vi har en tallsans som gjør at vi kan oppfatte mengder eller om vi estimerer gjennom å tenke, reflektere og bruke strategier.

### 2.3.1 Intuitiv teori om estimering

Estimering blir ofte forklart som en perseptuell prosess der man kommer med et upresist svar relativt fort (Luwel & Verschaffel, 2008). Som nevnt tidligere har mennesker et medfødt urgammelt system for å representere ikke-symboliske tall som kalles approximate number

system (ANS). Systemet skal fungere med at nevroner i hjernen fyrer av for visse mengder, og dette fører til at man kan gjenkjenne en omtrentlig mengde og komme med et estimat (Gilmore et al., 2018). ANS er i teorien et system som gjør at man kan finne mengder, for eksempel en mengde prikker i et sett, uavhengig av hvordan dette settet er strukturert (Gilmore et al., 2018; Izard & Dehaene, 2008). Dette systemet er ikke et presist system, og det vil være variasjoner i presisjonen i forhold til hvor stor mengden er. For eksempel gir en mengde med høyere kardinalitet et mer upresist svar (Gilmore et al., 2018). Videre er det også usikkert hvor god ANS er til å bestemme mengder i oppgaver der man skal finne ut hvor mange objekter det er, da det stort sett har blitt forsket på ANS i forhold til å sammenligne mengder for å finne den som er størst eller minst (Gilmore et al., 2018).

Det er en uenighet om hvordan ANS spiller inn på symbolske tallkunnskaper, og hva det har å si for videre utvikling av matematiske ferdigheter. Det er funnet beviser for at hvor presis ANS er hos barn kan være en viktig faktor når det kommer til deres matematiske ferdigheter flere måneder senere (Kolkman et al., 2013; Krajcsi, 2017; Libertus et al., 2013, s. 131-132). Andre derimot finner at symbolske ferdigheter er viktigere enn ikke-symbolske ferdigheter når det kommer til utviklingen av matematikkferdigheter (Kolkman et al., 2013; Krajcsi et al., 2018). Det er med andre ord usikkert om ANS egentlig påvirker matematiske ferdigheter i så stor grad at det er viktig å jobbe med det i skolen.

### 2.3.2 Kognitiv teori om estimering

Hvis estimering ikke er basert på ANS eller et annet intuitivt indre system, må det henge sammen med noe annet. Luwel & Verschaffel (2008) beskriver estimering som kompleks problemløsningsaktivitet der man kommer med et tilnærmet svar ved hjelp av regneferdigheter og matematiske ideer (Luwel & Verschaffel, 2008). Det er også funnet at estimering bruker en rekke strategier som krever komplekse kognitive prosesser som telling og sammenligning (Gandini et al., 2008). Estimering vil da foregå gjennom å prøve å utføre utregninger eller prosesser på oppgaven man har fått. For eksempel kan man addere sammen deler i bildet, eller telle ett og ett objekt hvis man har tid. Videre skal jeg presentere noen kognitive strategier en kan forvente å finne gjennom estimeringsoppgaver. Felles for alle disse strategiene er at de inneholder et kognitivt element som viser at mennesker aktivt tenker over hvordan de skal gå frem for å komme med et estimat. Jeg trekker her frem strategiene telling, gruppertisering og sammenligning.

### *2.3.2.1 Telling*

Den første strategien jeg vil trekke frem er bruk av telling. Telling eller delvis telling er en strategi som kan brukes for å estimere, hvis man har god nok tid kan man prøve å telle alt, men ofte har man ikke tid til dette. Da er det mulig å bruke en stegvis telling, for eksempel to og to eller fem og fem (Luwel & Verschaffel, 2008). Telling forekommer i både ustrukturerte og strukturerte oppgaver (Gandini et al., 2008, 2010). Når man ikke har tid til å telle alt bruker man gjerne en annen strategi i tillegg (Luwel & Verschaffel, 2008). Det å telle en del for så å gjette eller bruke en annen strategi i tillegg kaller Luwel og Verschaffel (2008) for delvis telling. For eksempel kan man gjette eller regne ut ifra det man har telt, eller man kan prøve å memorere oppgaven og telle ut ifra det mentale bildet. Gandini et al. (2008) viser til flere forskjellige måter man teller på når man estimerer. Det ene er en form for omtrentlig telling der man legger sammen grupper man har telt over. For eksempel hvis jeg først teller fire, og så teller ti og legger dette sammen til 14. De trekker også frem, slik som Luwel og Verschaffel, eksakt telling. Med eksakt telling mener man at man enten teller en og en eller fem og fem og kommer frem til et svar (Gandini et al., 2008, 2010).

### *2.3.2.2 Gruppetisering*

Denne strategien handler om å dele opp problemer i grupper for å finne svaret. Her kan man raskt få et overblikk over hvor mange grupper det er, og hvor mange objekter det er i gruppene for så å bruke dette for å regne seg frem til et svar. Ciccione og Dehaene (2020) viser til at når kvikkbildene legger til rette for multiplikasjon fører dette til raske og presise svar. Grupper kan brukes på forskjellige måter, og man kan bruke både addisjon og multiplikasjon for å komme frem til svaret (Ciccione & Dehaene, 2020). I undersøkelsen av gruppetisering har det blitt konkludert med at det ligger aritmetikk og regneferdigheter bak gruppetisering, det gir dermed mening at man bruker utregninger i gruppetisering-strategien (Guillaume et al., 2023; Starkey & McCandliss, 2014). Det er flere som har beskrevet denne strategien, men som bruker et annet navn. For eksempel kan vi dra frem Clements (1999), som omtaler det som konseptuell subitisering (merk likevel at det er en nyanse mellom gruppetisering og konseptuell subitisering).

### *2.3.2.3 Sammenligning og mønstergjenkjennelse*

Sammenligning er en strategi som kan brukes for å komme frem til et estimat. På engelsk blir sammenligning gjerne kalt «benchmark strategy», og denne går ut på at man bruker en kjent standard for å komme frem til et estimat (Crites, 1992). For eksempel hvis man sammenligner lengden på et tau med en tommestokk. Det er også andre former for denne

sammenligningsstrategien kalt «brøkdels» og «multiplum benchmark». Dette vil si å sammenligne et problem ved en standard som er en brøkdel eller et multiplum av problemet (Crites, 1992; Gandini et al., 2008). Uansett handler denne strategien om å bruke en standard for å sammenligne med mengden man skal estimere. For eksempel i et kvikkbilde kan man si at det ser ut som om det er litt mer en 8, eller man kan sammenligne med tidligere oppgaver.

Sammenligning kan også skje sammen med mønstergjenkjenning. Mandler og Shebo (1982) har foreslått at subitisering og det å finne en mengde kan være basert på mønstergjenkjenning. I undersøkelsen deres fant de at hvis settet med prikker var sortert i et kjent mønster kunne man raskt se antallet, selv om det var over subitiseringsrekkevidden. Dette betyr at vi kan sammenligne et kjent mønster, for eksempel en femmerterning, med mengden man skal estimere og komme frem til et estimat. Mønstergjenkjenning kan også henge sammen med gruppetisering og andre strategier.

Alle disse strategiene kan argumenteres for at er kognitive da de krever at man tenker, reflekterer og regner for å komme frem til et estimat. Jeg kunne også ha dratt frem multiplikasjon og addisjon som strategier man kan bruke for å estimere siden alle strategiene over kan inneholde et element av utregning. Siden addisjon og multiplikasjon blir dratt frem som en del av strategiene over har jeg valgt å ikke utdype de her, men det er selvfølgelig mulig at man kan bruke bare utregninger som en strategi også.

## 3 Metode

I dette kapittelet skal jeg redegjøre for valg av metode, datainnsamling og analyse. Jeg kommer til å vise hvordan instrumentet ble utformet, hvorfor jeg valgte å gjøre det slik og hvilke data som ble samlet inn. Videre skal jeg redegjøre for analysen min. Analysen er delt inn i to deler: den kvalitative og den kvantitative analysen. For den kvalitative analysen brukes det en induktiv tematisk analyse, der jeg har kodet forskjellige strategier deltagerne rapporterer å ha brukt. Den kvantitative analysen bruker Rasch- modellen for å komme frem til mål av personer og oppgaver. Denne modellen ble utviklet av Georg Rasch og presentert i boken *Probabilistic Models for some intelligence and attainment tests* (Rasch, 1960). I kapittelet tar jeg også opp oppgavens reliabilitet og validitet og diskuterer dette. Til slutt trekker jeg frem etiske betraktninger som jeg har gjort med i denne studien.

### 3.1 Mixed metode

I en mixed metode blir det samlet inn både kvalitative og kvantitative data. I undersøkelser som bruker en mixed metode er poenget at man kan skape et mer utfyllende bilde gjennom begge typer data, enn det en ren kvantitativ eller en ren kvalitativ metode vil kunne gjøre (Bryman et al., 2021, s.558). I en kvalitativ metode vil man kunne gå mer i dybden på et tema (Bryman et al., 2021), men ettersom det ofte er få deltagere involvert i en slik metode kan det være vanskeligere å generalisere. Generalisering er ofte et viktig mål i kvantitativ forskning, og man kan se på årsaker og sammenhenger i datasettet (Bryman et al., 2021, s.144). Fordelen med en mixed metode er at man får fordelene av både kvalitative og kvantitative studier.

En mixed metode kan gjennomføres på forskjellige måter og vektleggingen av den kvantitative eller den kvalitative dataen varierer ut ifra hva oppgaven er ute etter (Bryman et al., 2021, s.567). Jeg vil i denne oppgaven prøve å se en større sammenheng mellom individuelle forskjeller og gruppetisering, dermed er det hovedvekt på den kvantitative delen, men de kvalitative dataene er viktig for å kunne utfylle de kvantitative dataene.

#### 3.1.1 Hvorfor mixed-metode?

I denne oppgaven skal jeg besvare problemstillingen: *Tyder hvordan unge voksne gruppetiserer på at det er en indre eller ytre egenskap?* For å gjøre dette har jeg stilt meg tre forskningsspørsmål: 1. Er det individuelle forskjeller hos deltagerne mine? 2. Er det forskjeller i hvordan deltagerne bruker grupper? Og 3. Hvordan påvirker graden av struktur i oppgaven deltagerens strategivalg? For å besvare disse spørsmålene har jeg valgt å bruke en



mixed metode. Tanken er at de kvantitative funnene mine kan hjelpe meg med å identifisere individuelle forskjeller, samt generalisere funnene i studien. De kvalitative funnene skal utdype de kvantitative, samt gi meg en innsikt i hvordan deltagerne løser oppgavene. De kvalitative dataene er også med å sikre at deltagerne gruppeterer. Dermed kan jeg med rimelig sikkerhet stole på at de kvantitative funnene også handler om gruppetering. Gjennom å se på både de kvalitative og de kvantitative dataene kan jeg se hvordan struktur i oppgavene påvirker deltagerens strategivalg. Dette vil gjøre meg i stand til å diskutere og konkludere om hvorvidt gruppetering er en indre egenskap.

Det ble samlet inn både kvalitative og kvantitative data samtidig gjennom undersøkelsen i denne oppgaven. Deltagerne skulle svare på til sammen 150 oppgaver som stod for de kvantitative dataene, og for hver femte oppgave ble det lagt til et tekstsvar der deltagerne kunne skrive hvordan de løste oppgavene. Dette ble de kvalitative dataene. Gjennom denne måten å samle inn data på kunne jeg sammenligne utsagn fra deltagerne på oppgavene de hadde løst. Dette ga meg innsikt i hvilke strategier som ble brukt, og hvordan strukturen på oppgaven påvirket strategivalget. De kvalitative dataene ga meg også innsikt i om deltagerne faktisk rapporterte at de gruppetererte. Etersom jeg har både kvalitative og kvantitative data kan jeg også bruke triangulering for å sjekke troverdigheten til funnene som kommer frem gjennom analysen. Triangulering vil si at man kan få et overblikk over funn som er uoverensstemmende fordi man har to forskjellige perspektiver på samme data. Dette er med på å sikre validiteten til oppgaven (Bryman et al., 2021, s.557-558).

## 3.2 Instrumentet

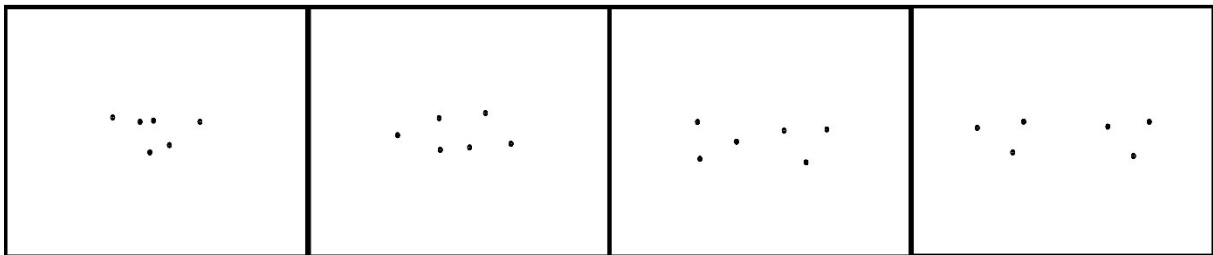
For å svare på oppgavens overordnede problemstilling lagde jeg et instrument med kvikkbilder som ble brukt til å samle inn data. Jeg skal videre i dette kapitlet redegjøre for hvordan dette instrumentet ble utviklet. Det var viktig at dataene som ble samlet inn med hjelp av instrumentet kunne peke ut individuelle forskjeller hos deltagerne. Derfor ble oppgavene utformet slik at de hadde flere forskjellige grader av struktur og mengde. Jeg kommer i dette kapitlet til å utdype hvilke typer oppgaver jeg valgte å bruke, hvorfor jeg valgte de og hvordan jeg utformet oppgavene som ble brukt i instrumentet.

### 3.2.1 Oppgavene

Jeg bestemte meg for å bruke kvikkbildepenger for å undersøke gruppetering da det har blitt brukt før for samme formål (se f.eks. Ciccione & Dehaene, 2020; Starkey & McCandliss, 2014). Et kvikkbilde er et bilde av en mengde objekter, disse kan være strukturert eller

tilfeldig plassert. Formålet er å finne mengden objekter i kvikkbildet. I mitt tilfelle består kvikkbildene av en mengde sorte prikker på en hvit bakgrunn. Mengdene i kvikkbildene som ble brukt i denne undersøkelsen varierte fra 4-24 prikker. Disse bildene ble vist i 100 ms, som var lenge nok til at deltagerne klarte å oppfatte bildet, men ikke så lenge at deltagerne kunne telle hver prikk.

Oppgavene som ble gitt i min undersøkelse begynte med en figur. Jeg lagde figurer med to, tre, fire, fem og seks prikker og disse ble utgangspunktet for gruppene i oppgavene. Hver gruppe ble gjentatt to, tre og fire ganger. For å finne svar på om gruppetisering er en «indre» eller «ytre» egenskap måtte jeg utforme instrumentet slik at gruppene ble gradvis mer tydelige og mer strukturerte. Mye forskning opererer med enten helt strukturerte eller helt ustrukturerte stimuli, noe som gjør det vanskelig å identifisere individuelle forskjeller ( se f.eks Starkey & McCandliss, 2014). Ved å ha en gradvis overgang blir det derimot enklere å se om ulike individer gruppetiserer selv om oppgavene ikke er tydelig strukturert (se figur 3.1). Dersom det er individuelle forskjeller (eksempelvis at enkelte identifiserer riktig kardinalitet ved relativt lav grad av struktur mens andre ikke gjør det) kan dette tyde på at gruppetisering er en indre egenskap. Hvis gruppetisering er en indre egenskap, vil dette bety at gruppetisering bruker aktive prosesser, som utregninger, for å løse oppgaven. I tillegg til at figurene har økende grad av struktur er flere figurer speilvendt eller rotert for å hindre at oppgavene blir for like slik at deltagerne gjenkjenner mønstre i stimulusen. Det er til sammen 300 forskjellige oppgaver, men hver deltager svarte kun på 150 av dem.



Figur 3.1: Gradvis overgang fra ustrukturert til høy struktur.

Denne figuren viser hvordan det er en gradvis overgang fra ustrukturert til strukturert stimuli i oppgavene. Denne figuren viser oppgave 11, 16, 21 og 26 fra instrumentet.

Oppgavene ble satt i tilfeldig rekkefølge, dette betyr at selv om deltagerne startet testen samtidig var ikke nødvendigvis rekkefølgen på oppgavene den samme. Dette var for å sikre at deltagerne kom med individuelle svar og skulle sørge for at samarbeid mellom deltagerne ikke var mulig.

### 3.2.2 Grad av struktur i oppgavene

Opgavene er delt inn i tre forskjellige grader av struktur: lav, middels og høy. Med grad av struktur mener jeg hvor tydelige gruppene er. For eksempel vil en oppgave med høy grad av struktur ha grupper med god avstand fra hverandre, mens en oppgave med lav struktur vil være mer samlet. For å bestemme om oppgavene hadde lav, middels eller høy struktur, ble alle oppgavene skrevet ut og jeg begynte å måle avstander mellom gruppene med en linjal. Mens jeg jobbet med å sortere gruppene kom jeg frem til tre kriterier for å plassere en oppgave i lav, middels eller høy grad av struktur.

De to første kriteriene handler om (1) at jeg må kunne se gruppene for at de skal bli sortert som middels eller høy grad av struktur, og (2) at jeg skal kunne dele opp oppgaven i like figurer. For eksempel skal jeg, selv om gruppene er nær hverandre, tydelig se hva som er en gruppe. De gruppene jeg ser skal være like hverandre, hvis de har forskjellig form er det ikke en gruppe. Det var en del oppgaver som ble plassert under lav grad av struktur selv om jeg kunne dele opp oppgaven i like grupper.

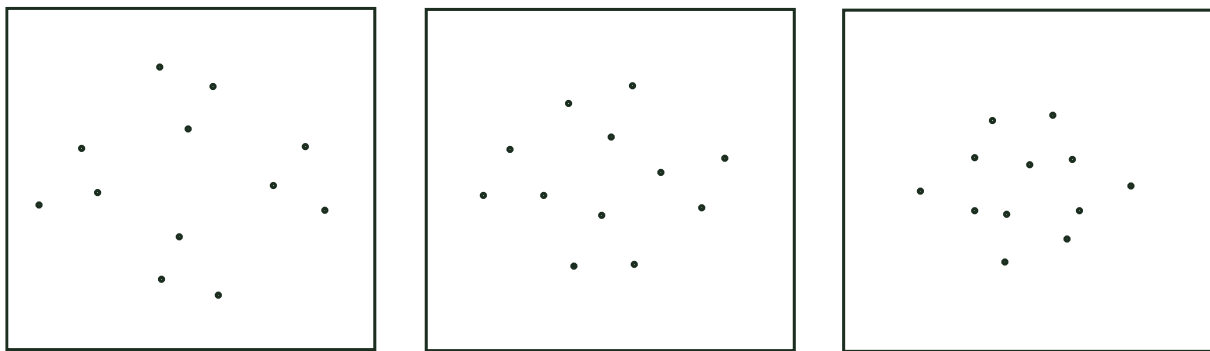


Figur 3.2: Lav struktur selv om oppgaven kan deles i like grupper.

Denne figuren viser oppgave 59 fra instrumentet.

Figur 3.2 viser et eksempel på en oppgave som er sortert som lav fordi det var vanskelig å se gruppene. I denne gjenkonstruksjonen av oppgaven er prikkene større, så det er lettere å se gruppene, men i instrumentet er prikkene mindre og lengre borte noe som gjør at gruppene i denne oppgaven er vanskelige å skille fra hverandre.

Det siste kriteriet avgjorde om oppgaven ble plassert under middels eller høy grad av struktur. Hvis avstanden mellom gruppene ble målt til å være mer enn 0,5 cm ble de plassert under høy grad av struktur. For å måle avstanden mellom gruppene fant jeg de to prikkene som var nærmest hverandre, men i forskjellige grupper, og brukte en linjal for å måle avstanden.

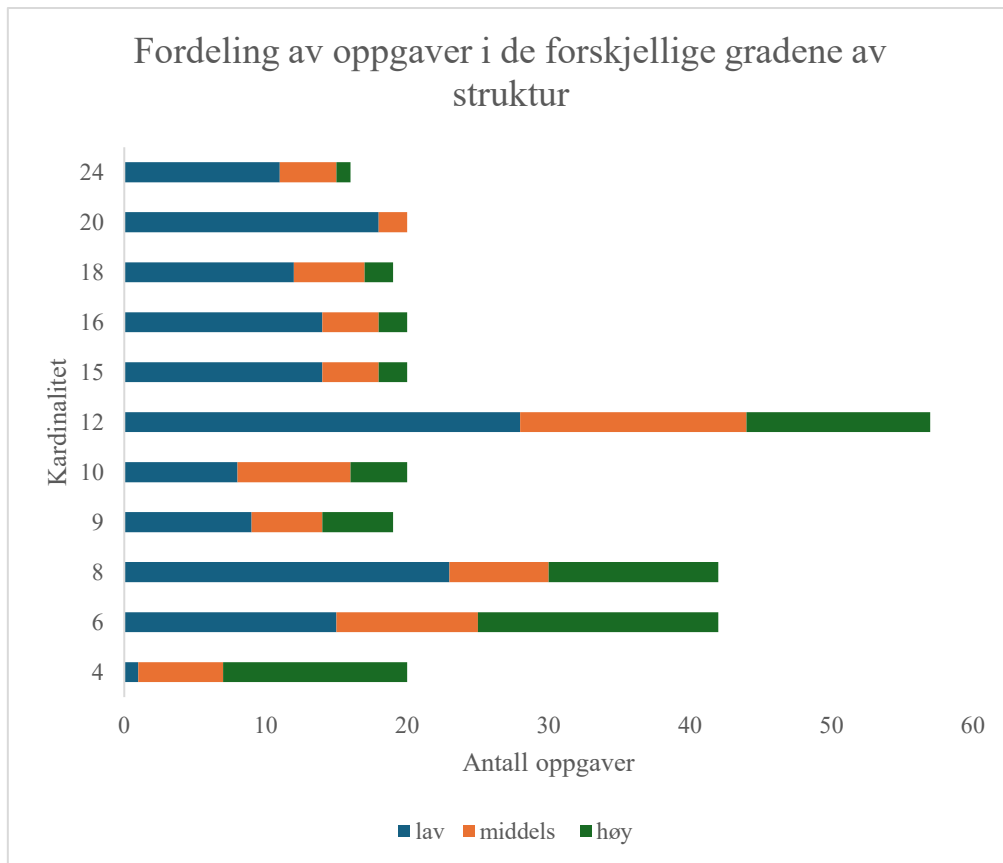


Figur 3.3: Eksempler på høy middels og lav grad av struktur.

Figur 3.3 viser eksempel på tre oppgaver med samme grunnstruktur i de tre gradene av struktur. Dette er oppgave 96, 97 og 91 fra instrumentet.

I figur 3.3 ser vi tre oppgaver fra instrumentet mitt. Oppgave 96 (til venstre) viser et bilde med høy grad av struktur. Her ser vi tydelige grupper, det er lett å skille gruppene i like figurer, og de gruppene som er nærmest hverandre har over 0,5 cm mellom seg. Oppgave 97 (i midten) har blitt plassert under middels grad av struktur. I denne oppgaven ser vi tydelig gruppene, og de kan deles i like grupper, men det er 0,5 cm eller mindre mellom de to gruppene som er nærmest hverandre. Derfor er den plassert under middels. Den siste oppgaven har blitt plassert under lav grad av struktur da gruppene er vanskelige å se, og avstanden mellom gruppene er såpass liten at det nesten er umulig å måle med en linjal.

Av de 295 oppgavene som ble med videre gjennom analysen var det henholdsvis 71 oppgaver med høy struktur, 71 oppgaver med middels struktur og 153 oppgaver med lav struktur. I etterkant ser jeg at det hadde vært bedre med en mer jevn fordeling, men det er slik at de oppgavene med høy kardinalitet ofte ser mer ustrukturerte ut. Deltagerne så prikkene i en hvit sirkel, og denne sirkelen var like stor i alle oppgaver. Da er det dårligere plass til å spre ut 4 grupper med 6 prikker enn det er til å spre ut 4 grupper med 2 prikker.



**Figur 3.4:** Diagrammet viser fordeling av oppgaver i gradene av struktur.

Dette søylediagrammet viser hvordan oppgavene er fordelt på de forskjellige gradene av struktur. Figuren viser at det er en overvekt av oppgaver med lav struktur (blå del). Den viser også at når kardinalitet stiger blir det færre oppgaver med høy og middels struktur.

Figur 3.4 viser hvordan etter hvert som oppgavens kardinalitet blir høyere blir det færre oppgaver som er sortert som høy og middels grad av struktur. Jeg tror det er sannsynlig at dette henger sammen med at det blir dårligere plass for gruppene til å spre seg ut, når det blir mange prikker og mange grupper.

### 3.3 Gjennomføring av datainnsamling

I dette delkapitlet skal jeg redegjøre for prosessen fra jeg ble ferdig med å utforme instrumentet til jeg ble ferdig med å samle inn data. Jeg kommer til å forklare i detalj hvordan instrumentet fungerer, og hvordan jeg gjennomførte datainnsamlingen.

#### 3.3.1 Pilot

For å sjekke at instrumentet fungerte som det skulle piloterte jeg instrumentet på to venner og meg selv. På denne måten fikk jeg testet om dataene som ble samlet inn stemte med det jeg ville samle inn. Jeg fikk også sjekket om tekstsvarene ble rapportert til riktig oppgave.

Gjennom piloten fikk jeg tilbakemeldinger på at tekstoppavene kunne bli tolket til å svare

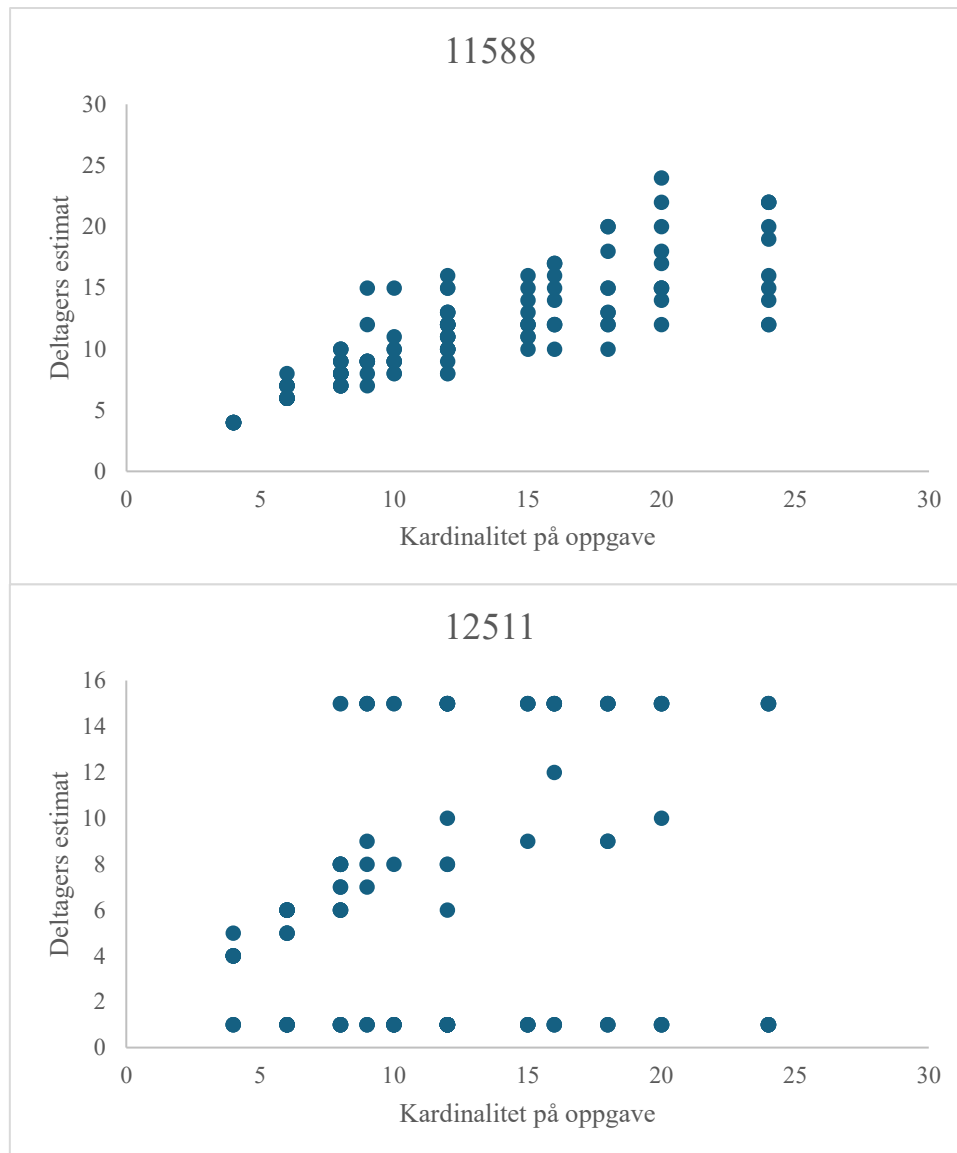
generelt på alle oppgavene og ikke den spesifikke forrige oppgaven. Dette kan føre til at deltagerne prøver å sammenfatte alle strategiene de har gjort siden sist, eller at de svarer generelt. For eksempel «Jeg har brukt telling i alle oppgavene», i stedet for å beskrive hvordan de løste den siste oppgaven de så. Dermed endret jeg tekstoppgaven fra «Hvordan tenkte du?» til «hvordan tenkte du i forrige oppgave?» slik at det ble presisert at spørsmålet gjelder en spesifikk oppgave. Ved å gjennomføre piloten fikk jeg se hvilke data som ble samlet inn, og jeg fikk bekreftet at det var riktig type data. Etter det kunne jeg begynne med datainnsamlingen min.

### 3.3.2 Datainnsamling og deltagere

Det ble til sammen samlet inn data på 70 deltagere, 54 kvinner og 16 menn (Alder: Gj.snitt = 22.0, SD = 1.97). Jeg valgte deltagerne av praktiske årsaker. Jeg var nødt til å ha over 50 deltagere for å kunne gjennomføre den kvantitative analysen, og valget falt da på studenter fordi det er lett å komme i kontakt med dem gjennom forelesere og ved å oppsøke dem på campus. To av deltagerne ble utelukket på grunn av svært avvikende respons på oppgavene, der den ene selvrapporterte at han/hun var lei og bare trykket for å bli ferdig. For å få en oversikt over avvik og om jeg måtte utelukke deltagere lagde jeg et punktdiagram for hver deltager som inneholdt estimatene til deltagerne og kardinalitet på oppgavene. Under har jeg lagt ved to punktdiagram for å vise hvordan jeg brukte disse diagrammene til å avdekke avvik. Det første punktdiagrammet tilhører deltager #11588<sup>1</sup> og viser hvordan punktdiagrammet burde se ut. Det stiger jevnt i takt med kardinalitet på oppgaven og estimatene er ikke langt fra kardinalitet. Det andre punktdiagrammet tilhører deltager #12511 og viser hvordan deltageren har svart på noen oppgaver, men etter hvert bare vekslet mellom 1 og 15 da personen ble lei av å gjøre oppgavene. Denne besvarelsen ble altså utelukket fra datamaterialet for å sikre integriteten til oppgaven. Til sammen ble det som sagt utelukket to deltagere basert på punktdiagram, ekstremverdier og tekstbesvarelser, disse to deltagerne var #12511 og #12512.

---

<sup>1</sup> Når deltagerne gjennomførte testen, fikk de en vilkårlig ID.



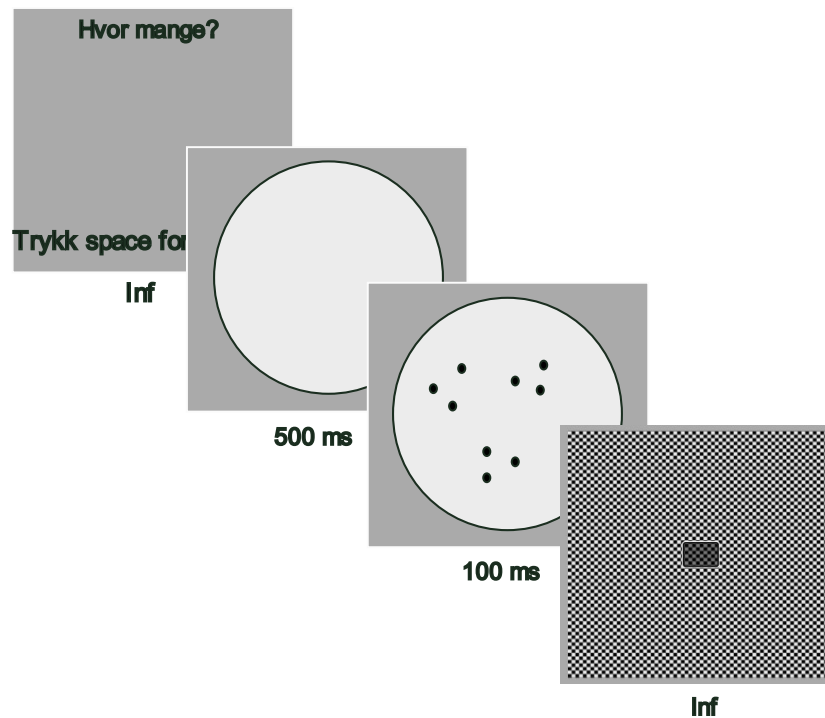
Figur 3.5: Punktdiagram for deltager 11588 og 12511

Datainnsamlingen foregikk i en periode på 3 uker. I løpet av disse ukene var jeg inne i forelesninger for å informere om masterprosjektet mitt og invitere studentene til å være med. Totalt var jeg inne i åtte klasser ved lærerutdanningen ved NTNU. Jeg brukte også to dager på å gå rundt på campus Dragvoll og Kalvskinnet for å informere om studien min og invitere folk til å delta. Totalt er det 68 deltagere med i studien, etter at jeg utelukket de to deltagerne som er nevnt over.

### 3.3.2.1 Gangen i instrumentet

Deltagerne ble gitt en lenke til testen, og gjennomførte den på egen PC. De ble informert om at de raskt fikk se en mengde prikker og at de skulle så raskt og presist som de klarte skrive hvor mange prikker de så. Når de startet testen ble de først møtt med et samtykkeskjema, og deretter informasjon om hvordan de skulle gjennomføre testen. Når deltagerne var klare til å

starte en oppgave trykket de på «spacebar» (mellomromstasten). Da dukket det opp en hvit sirkel på grå bakgrunn, etter kort tid dukket det opp prikker inni sirkelen. Prikkene ble vist i 100 ms, og ble etterfulgt av et rutenett med en svarboks. Rutenettet har som hensikt å redusere etterbildet av prikkene. Hver deltager svarte på 150 oppgaver, og for hver femte oppgave fikk de en tekstoppgave.



Figur 3.6: Prosessen fra deltagerne startet en oppgave til de svarte.

Figur 3.6 viser prosessen fra deltagerne startet oppgaven til de ble ferdig. Først trykket man på spacebar. Da kom den hvite sirkelen opp i 500 ms. Deretter dukket prikkene opp, de var der i 100 ms. Prikkene ble så erstattet med rutenettet og svarboksen.

### 3.3.3 Data som ble samlet inn

Dataene som ble samlet inn var: en vilkårlig ID, estimatet til deltageren, responstid, hvilken oppgave, tekstbesvarelser, alder og kjønnen til deltagerne.

## 3.4 Metode for analyse

Analysen er delt inn i to hoveddeler: den kvantitative analysen og den kvalitative analysen. Jeg vil i dette delkapittelet redegjøre for hvilke analysemetoder jeg har valgt, og hvordan jeg gjennomførte analysen. Jeg kommer til å beskrive i detalj hvordan jeg gjorde rådataene klar for analyse, og hvordan jeg gikk frem for å analysere.

### 3.4.1 Metode for kvantitativ analyse

For å kunne besvare problemstillingen min har jeg stilt meg forskningsspørsmålet: *Er det individuelle forskjeller hos deltagerne mine?* For å finne ut av dette har jeg valgt å bruke



Rasch-Modellen. Gjennom Rasch-modellen kan man finne mål på personer og oppgaver på den samme skalaen (Bond & Fox, 2015), hva dette betyr vil utdypes i et senere avsnitt. Disse målene gjør at jeg kan se på sammenhengen mellom deltagere, oppgaver og gruppertisering. Ved å få et mål på personer kan jeg også se spredningen i de individuelle forskjellene hos deltagerne mine, noe som kan være med på å besvare dette forskningsspørsmålet. For å sikre at målene jeg får gjennom analysen er gode, er det visse kriterier som instrumentet mitt må oppfylle for å skape et godt mål. Disse kriteriene er endimensjonalitet, invarians, additivitet, og at det må være relativt. I de neste avsnittene skal jeg forklare mer i detalj hva disse kriteriene betyr.

#### *3.4.1.1 Definisjonen av et mål*

*Endimensjonalitet* er det første kriteriet. Dette handler om at måleinstrumentet måler det det skal. Det betyr at instrumentet måler en variabel og ikke flere (Boone, 2016). Dersom vi skal måle en tømmerstokk bruker vi et instrument som måler lengde, for eksempel en tommestokk. Tommestokken er lagd for å måle lengder, og den måler bare lengde og ikke noe annet. Det er dette som er endimensjonalitet. Hvis et mål ikke er tilstrekkelig endimensjonalt vil det bli vanskelig å gjøre gode og meningsfulle sammenligninger (Boone, 2016). Når det kommer til å måle mennesker evne til å gruppertisere må måleinstrumentet være tilstrekkelig endimensjonalt, slik at vi kan sikre oss at vi måler det vi skal. Endimensjonalitet henger sammen med reliabilitet. Reliabilitet kan være en indikator på dimensjonalitet. For eksempel kan lav reliabilitet være en indikator på at målet ikke er tilstrekkelig endimensjonalt.

*Invarians* handler om at et måleinstrument skal oppføre seg likt og måle det samme hver gang. Dette betyr at hvis man bruker måleinstrumentet på nytt bør verdiene som kommer ut være relativt likt som forrige gjennomføring. Bond og Fox (2015) beskriver dette med fryse- og kokepunktet til vann. Vann som er nær frysepunktet vil være rundt 0°C, og hver gang man måler vann med denne temperaturen bør termometeret vise 0°C (s. 83-84). Det skal altså være lite endring i målene om man måler flere ganger.

*Additivitet* handler om at et intervall på skalaen skal være like stort (Boone, 2016). Gjennom analysen av datamaterialet mitt vil jeg for eksempel få en skala på hvor vanskelige oppgavene er. Hvis vi tenker på dette som en linje med målene 0, 1, 2, 3 og 4 skal avstanden mellom 1 og 2 være den samme avstanden som mellom 2 og 3 og så videre. Dette betyr at «hoppet» i vanskelighetsgrad fra en oppgave med mål 2 til en oppgave med mål 3, er det samme som «hoppet» mellom en oppgave med mål 3 og mål 4 (Boone, 2016). Som et mot-eksempel kan vi bruke et skiløp. Rekkefølgen på resultatlisten blir lagd etter hvert som skiløperne kommer i

mål. Dette betyr ikke at det er et likt «hopp» i evne fra nummer en til nummer to, som fra nummer to til nummer tre. Det betyr bare at de kom i mål i den rekkefølgen.

Det siste kriteriet er at et mål skal være *relativt*. Dette betyr at alle mål kan plasseres på en linje der nullpunktet og enhetslengden er vilkårlig definert. I min analyse har nullpunktet blitt satt til gjennomsnittet og enheten er satt til en «logit». Logit er enheten som blir brukt i Rasch-modellen. En logit skapes gjennom å finne de naturlige logaritmene til forholdet mellom personen versus oppgavene, altså oddsene for suksess (Wright & Stone, 1979). I min oppgave rangerer logitverdiene til oppgavene i instrumentet fra  $-6$  til  $+6$ .

#### 3.4.1.2 Rasch modellen

Jeg har valgt å bruke Rasch-modellen for å analysere data fra instrumentet. Gjennom en Rasch-analyse vil jeg få et mål på personer og oppgaver, som vil gjøre det mulig for meg å få innsikt i grupperisering hos deltagerne mine. Gjennom disse målene kan jeg sammenligne deltagerne mine og dermed finne ut om det er individuelle forskjeller. I motsetning til annen forskning har jeg valgt å ha en gradvis overgang av struktur i oppgavene mine. Det at jeg har gradvis overgang betyr at jeg vil kunne se mer i detalj om grupperisering kun er styrt av stimuli (altså struktur i oppgaven) eller om grupperisering også henger sammen med andre mer aktive prosesser.

Rasch modellen er en sannsynlighetsmodell som blir brukt innenfor psykometrien for å analysere statistiske data (Bond & Fox, 2015). Modellen bruker besvarelsen til deltagerne, i mitt tilfelle om de fikk rett eller galt svar på oppgaven, for å finne sammenhengen mellom evnene til deltagerne og vanskelighetsgraden på oppgavene. Det som er fint med Rasch-modellen er at den gir mål på personer og mål på oppgaver på samme skala (Bond & Fox, 2015). Dette kan gi innsikt i hvilke oppgaver det er sannsynlig at en person vil klare, og hvilke oppgaver det er sannsynlig at er for vanskelige (Bond & Fox, 2015). Denne skalaen er på intervallnivå, det vil si at avstanden fra et nivå til et annet er det samme over hele skalaen. Dette gjør skalaen godt egnet til å sammenligne og finne forskjeller på oppgaver og personer.

I denne oppgaven bruker jeg den dikotome Rasch modellen. Denne ble utviklet av Georg Rasch, og brukes for å finne mål ved å se på sammenhengen mellom en oppgaves vanskelighetsgrad og en persons besvarelse (Bond & Fox, 2015, s. 345). For å finne sannsynligheten for at en person klarer en oppgave ser vi på differansen mellom målet på oppgaven og målet på personen. For å bruke den dikotome Rasch-modellen må dataen ha to verdier, for eksempel rett/galt (Bond & Fox, 2015, s. 60). I min analyse ble dataene sortert

slik at hver deltager enten fikk rett (1) eller galt (0) på en oppgave. De oppgavene som ikke ble besvart ble satt til NA (not available).

Rasch modellen finner sannsynligheten for at en person får rett, gjennom å regne differansen mellom personmålet og vanskelighetsgraden til oppgaven. Når målet på personen er lik vanskelighetsgraden på oppgaven er sannsynligheten for at personen får rett lik 0,5 (altså 50%). Hvis personmålet er større enn vanskelighetsgraden blir sannsynligheten større enn 0,5, og hvis personmålet er mindre enn vanskelighetsgraden blir sannsynligheten for at personen klarer oppgaven mindre enn 0,5. Denne sammenhengen kan uttrykkes med følgende formel:

$$P(x = 1|\beta_i, \delta_j) = \frac{e^{\beta_i - \delta_j}}{1 + e^{\beta_i - \delta_j}} \quad (1)$$

Der:

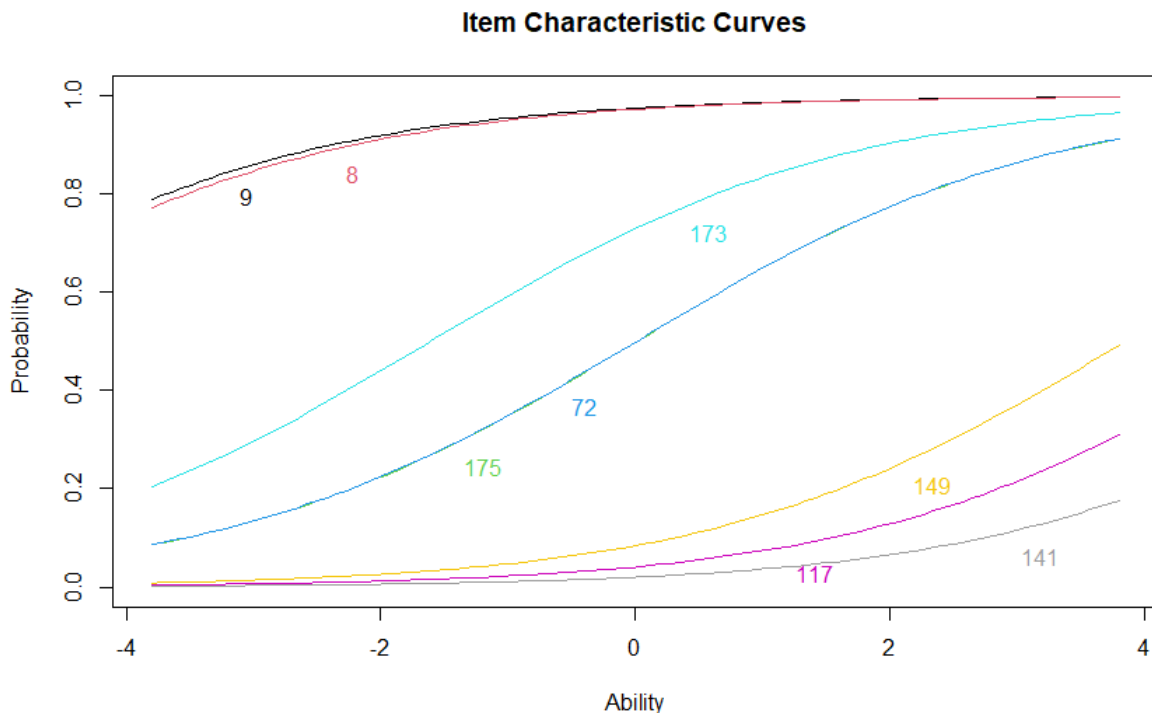
$\beta_i$  er målet til person  $i$ ,

$\delta_j$  er vanskelighetsgraden til oppgave  $j$ ,

$P(x = 1|\beta_i, \delta_j)$  er sannsynligheten for at person  $i$  vil få til oppgave  $j$ , og

nevneren er en normaliseringsfaktor som sikrer at sannsynligheten er mellom 0 og 1.

Jo lenger til høyre man er på skalaen jo nærmere 1 vil man komme, og omvend. Jo lenger til venstre på skalaen jo nærmere 0 vil man komme.



Figur 3.7: ICC over et utvalg oppgaver fra instrumentet.

*Denne figuren viser eksempler på lette, middels og vanskelige oppgaver fra instrumentet brukt i denne studien. Y-aksen viser sannsynligheten for å klare en oppgave, og x-aksen viser hvilket mål man må ha for å ha en 50% sjans for å få til oppgaven. Deltagerne i min undersøkelse har mål fra -3 til +2.*

For å eksemplifisere dette kan vi se på figur 3.6. Denne grafen viser en item characteristic curve (ICC) på syv oppgaver fra instrumentet som er brukt i denne oppgaven. Hvis vi ser på oppgave 8 og 9, som begge ble satt til «enkle» oppgaver gjennom analysen, ser vi at alle deltagerne sannsynligvis vil klare disse oppgavene. Dette er fordi sannsynligheten for å klare oppgavene (y-aksen) er over 0,5 for alle deltagerne. Det laveste målet hos deltagerne mine lå på rundt -3, noe som gjør det sannsynlig at de fleste deltagerne mine vil få til oppgave 8 og 9. Hvis vi derimot ser på oppgave 72 og 175 ser vi at en deltager må ha en mål (x-aksen) på rundt 0 for å ha 50% sjans for å klare oppgaven. Jeg har også med eksempler på vanskelige oppgaver; vi ser at for at det skal være sannsynlig at en deltager skal klare oppgave 149 må deltagerne ha en evne på rundt 4. Dette viser til logikken bak Rasch som sier at jo lettere en oppgave er, jo mer sannsynlig er det at deltagerne svarer korrekt, og omvendt (Bond & Fox, 2015).

### *3.4.1.3 Gjennomføring av analysen*

Analysen ble gjennomført i R-studio ved hjelp av pakken lmt (R Core Team, 2024; Rizopoulos, 2006). Denne pakken gjorde at jeg kunne gjennomføre en Rasch-analyse som ga meg mål på personer og på vanskelighetsgraden til oppgavene. Disse målene ble brukt til å fremstille grafer ved bruk av pakken ggplot2 (Wickham, 2016), som jeg presenterer i resultatkapittelet. Gjennom analysen fikk jeg generert et datasett som gjorde det mulig å se på vanskelighetsgraden til oppgaver i forhold til struktur og kardinalitet. Ut fra datasettet kunne jeg dermed se hvordan grupperisering blir påvirket av disse faktorene.

For å gjennomføre analysen måtte jeg sortere dataene mine slik at jeg fikk en tabell med alle deltagerne, alle oppgavene og om deltageren hadde svart korrekt (1), galt (0), eller ikke fikk oppgaven (x). Dette ble gjort i Excel, og et utdrag fra tabellen kan sees i figur 3.7. Dette ble deretter lastet inn i R-Studio, og der ble det gjort klart for Rasch analysen. Før jeg kunne gjennomføre analysen måtte jeg også ta bort oppgave 142, 257, 264, 266 og 270 da ingen av deltagerne klarte disse oppgavene. Dette er fordi Rasch håndterer dårlig tilfeller der ingen eller alle har klart en oppgave. Dermed bestod datasettet, som ble prosessert i Rasch-analysen, av 68 deltagere og 295 oppgaver.

	A	B	C	D	E	F
1	Person	1	2	3	4	5
2	11585	1	1	1	1	0
3	11586	x	x	x	x	x
4	11587	1	1	1	1	1
5	11588	x	x	x	x	x
6	11589	1	1	1	1	1
7	11590	1	1	1	1	0
8	11592	x	x	x	x	x

Figur 3.8: Tabell klargjort for Rasch analyse

### 3.4.2 Metode for kvalitativ analyse

Jeg samlet inn både kvalitativ og kvantitativ data. De kvalitative dataene bestod av tekstsvaer fra deltagerne. De skulle svare på spørsmålet «hvordan tenkte du i forrige oppgave?». For å analysere disse svarene brukte jeg en induktiv tematisk analyse. Induktiv vil si at å gå fra data til å finne kategorier, dette betyr at kodingen skal skje uten å være påvirket av teori (Bryman et al., 2021). De kvalitative dataene ble lagt til i undersøkelsen min for å sikre at deltagerne rapporterte gruppetisering, og for å eventuelt fange opp andre strategier som ble brukt til å estimere.

Tematisk analyse er en måte å analysere kvalitativ data. Denne typen analyse går ut på å finne sammenhenger i det kvalitative datamaterialet gjennom å finne kategorier (Braun & Clarke, 2006). Det er ingen fast oppskrift for hvordan man gjennomfører en tematisk analyse.

Generelt er det en fleksibel inngang til analyse som kan tilpasses ditt datasett. Det finnes flere måter å gjøre en slik analyse på, i denne oppgaven skal det brukes en induktiv tematisk analyse. Induktiv analyse vil si at det er en bottom-up-metode der datamaterialet er grunnlaget for kodene man lager og ikke forhåndsbestemte kategorier eller koder (Braun & Clarke, 2006). Det er viktig å poengtere at det ikke går an å gjennomføre en helt induktiv analyse. Etersom jeg har utformet et instrument og lest gjennom teorier og forskningsartikler rundt gruppetisering og estimering har jeg allerede noe som påvirker meg når jeg analyserer, men jeg skal så godt jeg kan gjøre en induktiv analyse.

Jeg nevnte tidligere at det ikke er noen klare retningslinjer når det kommer til tematisk analyse og at den kan gjennomføres på forskjellige måter. I denne oppgaver er det tatt utgangspunkt i Braun og Clarke (2006) sine steg. Forfatterne foreslår seks steg for å gjennomføre en tematisk analyse. Jeg skal ta for meg ett og ett steg og beskrive hva jeg gjorde under disse stegene.

1. Bli kjent med datamaterialet

Dette steget innebærer å lese gjennom datamaterialet flere ganger og begynne å tenke over ideer og større linjer i datamaterialet (Braun & Clarke, 2006). I rådataene mine hadde jeg over 10 000 linjer med data, men ikke alle disse inneholdt tekstsvarene som skal brukes i den kvalitative analysen. Det første jeg gjorde var å sortere dataen, slik at jeg bare stod igjen med tekstbesvarelsene. Etter dette var gjort hadde jeg totalt 1338 besvarelser som skulle analyseres. Jeg la disse besvarelsene inn i en tabell i OneNote, og mens jeg leste gjennom utsagnene tenkte jeg over hvilke strategier som gikk igjen. På den måten var det lettere å begynne med de første kodene.

## 2. Begynne første koding.

Første koding handler om å begynne å kode gjennom å markere data som er interessant for studien (Braun & Clarke, 2006). Etter dataene var sortert begynte jeg med de første kodene. Her gikk jeg gjennom dokumentet med responsene og fargekodet det som var interessant i hver enkelt besvarelse. Eksempler på fargekodingen ser vi figur 3.7 her er rødt kode for «bare ser det» og lilla er kode for «telling». Hver nye beskrivelse av en fremgangsmåte fikk en ny farge. I den første gjennomgangen av datamaterialet ble det lagd 17 forskjellige koder, som senere ble slått sammen i større kategorier. Figur 3.7 viser hvordan denne kodingen foregikk. Jeg leste over og farget deler av utsagnene som refererte til en strategi. I den første kodingen var det flere svar som fikk samme kode, for eksempel de som er markert røde under her. Dette er fordi de beskriver det samme. Når det derimot kom noe nytt eller en ny beskrivelse av en strategi fikk disse en ny kode. Flere av utsagnene fikk også mer enn en kode, for eksempel deltager 11629 og 12573 i figur 3.7.

Person	Kardinalitet	Tekstrespons
12556	4	Så at det var få, så jeg tenker at jeg så fire, men det kan også være at det var seks
11629	4	syns det så ut som 4 stykk. prøvde å telle de
11606	4	Intuisjon
12026	4	så 4 prikker
11602	4	Når antallet prikker er lavt er det lettere å "se" med en gang at det er 4
12038	4	Hadde tid til å telle
12573	4	Enkelte gikk <u>ann</u> å se i <u>mønstre</u> , 2+2 etc.
12042	4	to mindre enn den før
12563	4	så to grupper med 2

Figur 3.9: Første koding

*Denne figuren viser et utdrag fra den første kodingen jeg gjorde av tekstbesvarelsene til deltagerne.*

### 3. Lete etter tema (kategorier)

I dette steget skal man gå gjennom alle kodene sine, se hvilke som henger sammen og finne overordnede tema og undertema (Braun & Clarke, 2006). Jeg velger å bruke ordet kategori over tema da det passer bedre med datasettet mitt. Det var noen åpenbare koder som kunnes slås sammen til større kategorier. For eksempel fikk jeg gjennom første koding kodene addisjon og multiplikasjon, Dette var utsagn som  $3*3$  og  $2+2+2$ , jeg bestemte meg for at disse to kodene kunne settes sammen til aritmetikk, ettersom begge viser til utregninger. Gjennom den første kodingen lagde jeg én kode for grupper og én for oppdeling, og jeg fant ut at jeg kunne slå disse sammen til gruppertisering. Et eksempel på grupper var «så ut som 3 grupper med 2» mens oppdeling «tror jeg så to trekant og en i midten». Begge disse bruker gruppertisering for å løse oppgaven og de ble derfor slått sammen. Jeg gikk gjennom hele datasettet og slo sammen koder som virket som de hørte sammen. Jeg stod da igjen med 8 kategorier. Disse kategoriene var intuisjon, gjetting, telling, aritmetikk, gruppertisering, sammenligning, memorering og mønster. Jeg fant at disse kategoriene kunne deles i to hovedkategorier: Intuitive strategier og kognitive strategier. Under de intuitive strategiene ble intuisjon og gjetting plassert, mens resten av underkategoriene plasserte jeg under kognitive strategier.

### 4. Gjennomgå tema (kategorier) og sjekke om de passer til kodene

Steg fire handler om å gå gjennom kategoriene man har funnet, og sjekke om det er en god sammenheng mellom kodene og kategoriene (Braun & Clarke, 2006). Jeg gikk over kodene og kategoriene jeg hadde plassert dem under og fant at det stort sett var god sammenheng. Det var imidlertid noen koder som ikke passet i kategoriene jeg hadde plassert dem under. For eksempel var det en som beskrev at han/hun «tenkte ikke», til å begynne med valgte jeg å plassere denne under intuisjon. Jeg så i etterkant at det var umulig for meg å vite hva som var gjort, og dermed valgte jeg å plassere dette utsagnet under ikke sorterte utsagn. Det samme gjorde jeg med deltagere som hadde svart «samme som sist». Jeg tenkte først at disse sammenlignet med tidligere oppgaver og kodet det som sammenligning, men innså at de refererte til det de skrev på forrige oppgave. Ettersom oppgavene i instrumentet er satt til å komme i tilfeldig rekkefølge vet ikke jeg hvilken oppgave de hadde sist. Dette gjør det umulig for meg å vite hvilken strategi de da referer til, dermed ble besvarelser som disse plassert under ikke sorterte utsagn.

I steg fire foreslår Braun og Clarke (2006) også å lage et tematisk kart. Dette kan se ut som et tankekart med kategoriene som hovedpunkt og med armer ut til underkategorier og eksempler fra dataen. Jeg valgte å ikke gjøre dette, men lagde heller en tabell med eksempler. Da kunne jeg lese over eksempler og se om dette ga mening i forhold til kategoriene.

#### 5. Definere temaene og navngi dem

I steg fem skal man gå gjennom resultatene fra steg fire og prøve å definere kategoriene og underkategoriene (Braun & Clarke, 2006). Dette steget var for meg ganske likt forrige steg. Her så jeg gjennom underkategoriene, og prøvde å forklare hvorfor jeg valgte de som en underkategori, samt hva som skulle til for at et utsagn ble sortert inn i en underkategori. For eksempel valgte jeg å kalle en av underkategoriene for aritmetikk. For at et utsagn skulle bli sortert under aritmetikk måtte det inneholde språk som viste til en regneoperasjon. Dette kunne for eksempel være ord som multiplikasjon, dobling og pluss, eller tegn som \* og +.

Som nevnt fant jeg to hovedkategorier: Intuitive strategier og kognitive strategier. For at en strategi skulle bli plassert under intuitive strategier måtte besvarelsen inneholde noe som kunne indikere at deltagerne subitiserer eller estimerte uten bruk av aktive prosesser. Med en aktiv prosess mener jeg at man aktivt tenker over, og prøver å løse en oppgave. Under intuitive strategier ble det plassert to underkategorier: intuisjon og gjetting. Intuisjon innebar besvarelser der deltagerne forklarte at de bare så hvor mange det var, noe som kan bety at de subitiserer, eller en følelse av antall. Gjetting innebar besvarelser som kun beskrev at de gjettet. Under kategorien kognitive strategier ble telling, aritmetikk, gruppertisering, sammenligning, memorering og mønster plassert. Alle disse strategiene hadde til felles at deltagerne brukte aktive prosesser for å komme med et svar.

#### 6. Skrive og rapportere

Dette steget handler om å skrive opp resultatene, og vise til eksempler fra dataen. I dette steget kan det også være hensiktsmessig å relatere funnene til forskningsspørsmålene og litteraturen som studien bygges på (Braun & Clarke, 2006). Jeg har valgt å vise frem resultatene mine i form av tabeller med eksempler, samt utdypning av underkategoriene. Rapporten blir presentert i resultatkapitlet.

### 3.4.3 Besvarelser som ikke ble sortert eller tatt med

Det var en god del besvarelser som ikke er sortert eller tatt med i kategoriene jeg fant. Dette er enten fordi det var vanskelig å med rimelighet tolke svarene til å tilhøre enten de intuitive eller de kognitive strategiene, eller fordi deltagerens utsagn var irrelevante til den oppgaven



spurte om. Det var for eksempel de som brukte tekstoppavene til å forklare at de hadde gjort feil i en tidligere oppgave, at de ikke fulgte med, eller at de var lei. Disse besvarelsene ble utelatt fra analysen.

ID	Tekstrespons	Kardinalitet	Grad av Struktur
12562	<i>Flere</i>	16	lav
11627	<i>Sliten i hodet</i>	16	Lav
12569	<i>skulle stå 16 og ikke 17 på den ene oppgaven her, men så ut som 8 og 8*2 i de ulike</i>	8	Lav

Tabell 3.1: Eksempler på besvarelser som er tatt ut av analysen

## 3.5 Validitet og reliabilitet

I dette kapittelet skal jeg redegjøre for validitet og reliabilitet i oppgaven min. Jeg skal forklare hva jeg gjorde for å sikre oppgavens reliabilitet og validitet. For å sikre validiteten til instrumentet har jeg valgt å teste Chronbach's alpha. For å diskutere troverdigheten til oppgaven har jeg valgt å bruke Guba (1981) sitt rammeverk.

### 3.5.1 Kvantitativ del

**Reliabilitet** i kvantitativ forskning handler om hvor pålitelig måleverktøyet er (Bryman et al., 2021, s.154). Ved høy reliabilitet vil man kunne etterprøve metodene og få lignende resultater. For å sikre reliabilitet i måleverktøyet mitt har jeg valgt å teste Cronbachs alfa.

Ettersom jeg prøver å måle en evne, kan det være ganske vanskelig å teste reliabiliteten til instrumentet mitt. Når mennesker gjennomfører en test er det individuelt hvordan de svarer, og de kan svare annerledes baser på en rekke faktorer (Taber, 2018). Dette betyr at hvis jeg tester instrumentet mitt på nytt, med samme deltagere, er jeg ikke garantert at de vil svare likt som første gangen (Taber, 2018). Derfor er det viktig at det er god sammenheng mellom oppgavene i instrumentet. For å teste instrumentets reliabilitet har jeg derfor sjekket Cronbachs alfa, den var 0.77 noe som vil si at det er god reliabilitet innad i instrumentet.

**Validitet** i kvantitativ forskning handler om at man måler det man skal (Bryman et al., 2021, s. 155-156). For eksempel hvis man måler temperatur med en linjal har man lav validitet da en linjal er lagd for å måle lengder. I min undersøkelse har jeg utformet et instrument som er lagd for å måle gruppetisering. Ved hjelp fra min veileder, og ved å gjennomføre en pilot, samt gå gjennom instrumentet på egenhånd for å sjekke at alt fungerer som det skal sikrer jeg det som kalles «face validity». Dette skal sikre at det er god sammenheng mellom det jeg har målt, med konsepter og tidligere forskning som denne studien springer ut ifra (Bryman et al., 2021, s. 156).

### 3.5.2 Kvalitativ del

For å sikre oppgavens troverdighet har jeg brukt Egon Gubas rammeverk for «trustworthiness in naturalistic inquiries» fra 1981. I dette rammeverket drar Guba frem fire begrep som skal ivareta en studies troverdighet: Kredibilitet (credibility), overførbarhet (transferability), pålitelighet (dependability) og bekreftbarhet (confirmability). Jeg kommer til å beskrive hvert av disse begrepene nærmere og forklare hva jeg har gjort for å ivareta disse i oppgaven min. På grunn av tid og praktiske årsaker har jeg ikke fått gjort alle grepene som blir presentert i rammeverket, det er heller ikke alle som er passer til min undersøkelse.

#### 3.5.2.1 Kredibilitet

Kredibilitet handler om hvorvidt man kan stole på resultatene, og om god praksis er fulgt (Clark et al., 2021; Guba, 1981). Det er en rekke grep man kan ta for å sikre en oppgaves kredibilitet. Jeg kommer ikke til å presentere alle stegene Guba (1981) foreslår, men jeg kommer til å trekke frem et par av dem.

*Peer debriefing* er et av stegene som blir foreslått i rammeverket. Dette handler om at man oppsøker andre innenfor forskningsfeltet og diskuterer tanker, analyse og funn med dem. Dette er for å se på forskningen sin fra en annens synspunkt, denne personen kan også stille kritiske spørsmål og gi verdifull innsikt til om det er god sammenheng i forskningen (Guba, 1981).

*Triangulering* handler om at man ser forskjellige typer data, metoder og perspektiver opp mot hverandre. Resultatene man får gjennom dataen burde kunne bekreftes fra to perspektiver og det kan for eksempel være fint å bruke forskjelliges datainnsamlingsmetoder for å gjøre dette (Guba, 1981).

For å sikre oppgavens kredibilitet har jeg jevnlig hatt kontakt med veileder for å få innspill og kommentarer til hvert steg av forskningen. Spesielt analysen av de kvalitative dataene har det vært fint å få tilbakemeldinger på, dette sikrer at jeg ikke har dratt konklusjoner som ikke finnes. For å sikre at funnene og eksemplene mine i resultatdelen har jeg også fått samboeren min til å lese over dette. Han er ikke en forsker på feltet, men det har hjulpet meg med å bekrefte at det er en sammenheng mellom forklaringen min og eksemplene jeg trekker frem i funnene mine. På denne måten har jeg fått «peer debriefing» av oppgaven min.

I denne oppgaven har jeg samlet inn både kvalitativ og kvantitativ data. Dette har gitt meg muligheten til å triangulere disse datakildene opp mot hverandre. I de kvalitative dataene fant jeg en rekke strategier deltagerne mine brukte for å estimere, og jeg sjekket disse opp mot

grad av struktur i oppgavene. I de kvalitative dataene virket det som at deltagerne synes det var vanskeligere å finne en god strategi for å estimere etter hvert som strukturen ble lav og oppgavens kardinalitet høy. Dette gjenspeilet seg i de kvantitative dataene som viste at oppgavene med lav struktur generelt var vanskeligere enn andre. Jeg fant også at mer presise strategier som gruppertisering og aritmetikk ble mindre brukt i oppgaver med lav struktur. Derimot ble mer upresise strategier, som gjetting, mer brukt i de oppgavene. Gjennom den kvantitative analysen fant jeg individuelle forskjeller i gruppertiseringsevnen til folk. For å sjekke om instrumentet målte gruppertisering så jeg på strategiene jeg fant gjennom analysen. Jeg så at mange rapportere gruppertisering på en eller annen måte, noe som styrker at instrumentet målte gruppertisering.

### *3.5.2.2 Overførbarhet*

Det er vanskelig å generalisere fra kvalitative data, derfor foreslår Guba (1981) å bruke overførbarhet. For å sikre overførbarhet bør forskere gi en rik beskrivelse av kontekst, datainnsamling og analyse slik at det kan overføres til andre kontekster.

Ettersom jeg har både kvalitative og kvantitative data er jeg i bedre stand til å generalisere funnene mine, enn hvis jeg bare hadde hatt kvalitative data. For å sikre overførbarheten til min oppgave har jeg detaljert forklart hvordan jeg gjorde analysen. Jeg har også beskrevet hvordan jeg lagde instrumentet og gjennomførte datainnsamlingen. Ved å gjøre dette har jeg sikret oppgavens overførbarhet. Det er også viktig å peke på at mine funn er unike for min oppgave, i en annen kontekst eller med andre deltagere kunne funnene sett litt annerledes ut. Derfor er den rike beskrivelsen så viktig, da den gjør andre i stand til å vurdere om funnene i denne studien kan gjelde deres kontekst også.

### *3.5.2.3 Pålitelighet*

Pålitelighet henger sammen med reliabilitet. For å sikre at forskningen er pålitelig drar jeg frem et av Guba (1981) sine fire steg for å gjøre dette. I rammeverket ble det å lage en «audit trail» beskrevet som en måte å sikre pålitelighet. Dette går ut på at man sparer på all form for rådata, notater, tidlige tanker og sorterte/analyserte data slik at det kan gjennomgås på nytt av deg selv og andre (Guba, 1981).

Jeg har tatt vare på alt av rådata, kodene til de kvalitative dataene og tabellen jeg lagde for å få en oversikt over kategoriene. På denne måten kan dette bli gått gjennom på nytt hvis det skulle være ønskelig.

#### 3.5.2.4 Bekreftbarhet

Bekreftbarhet handler om objektivitet, og at man ikke lar personlige verdier eller oppfatninger påvirke forskningen. Det vil være umulig å holde seg helt objektiv, dermed er det viktig at man reflekterer over egne meninger og hvordan man har påvirket studien sin. Guba (1981) trekker frem to steg man kan ta for å sikre en oppgaves bekræftbarhet: triangulering og å praktisere refleksivitet. Triangulering handler om å samle inn forskjellige typer data, bruke flere metoder, å støtte seg på forskjellige kilder eller å for eksempel ha flere forskjellige forskere (Guba, 1981). Å praktisere refleksivitet er å beskrive og anerkjenne at man som forsker påvirker forskningsprosessen. For eksempel er forskningsspørsmålene man stiller, og hvordan man velger å analysere og presentere funn basert på egen forståelse av begreper og teori (Guba, 1981).

Jeg har allerede nevnt hvordan jeg har brukt triangulering i denne oppgaven, så jeg kommer ikke til å repetere det her, men jeg skal redegjøre for meg selv og mine holdninger til teorier om estimering. Jeg tror at estimering er en kognitiv egenskap. Dette vil si at jeg tror at mennesker bruker mental aritmetikk eller andre strategier aktivt for å estimere. For meg gir det mening at det er dette som skaper en sammenheng mellom gruppetisering og annen estimering og matematiske ferdigheter. Det er klart at dette er med på å påvirke hvordan jeg har gjennomført studien, men jeg har prøvd å holde meg så objektiv som mulig.

### 3.6 Etikk

Når man forsker er det viktig at man har tenkt over de etiske problemstillingene som kan oppstå under prosjektet. I denne oppgaven har jeg fulgt de etiske retningslinjene til *Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora* (NESH). Disse retningslinjene forteller om hvilke aspekter som faller inn under forskningen som man skal passe på, dette er spesielt hvordan man samler inn data og hvem man har med i undersøkelsen.

Et viktig prinsipp for forskning der man samler inn data på mennesker, er det informerte samtykket (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021). Dette handler om at de som blir spurt om å være med i undersøkelsen skal være godt informert om hva forskningsprosjektet handler om, hvilke data som blir samlet inn og hvordan disse dataene blir brukt. Et annet viktig aspekt i forhold til etikk er at deltagerne ikke skal føle på press til å være med, eller få for lite informasjon slik at de blir med på falske premisser (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021). For å sikre dette lagde jeg et samtykkeskjema som inneholdt informasjon

om hva forskningen gikk ut på, hvilke data som ble samlet inn, og kontaktinformasjon hvis noen hadde noen spørsmål. De måtte fysisk krysse av for at de ville delta i undersøkelsen før de kunne gå videre til oppgavene. Det ble også gitt informasjon om undersøkelsen muntlig i mer detalj når jeg var inne i klassene og når jeg snakket med personer på campus. Jeg poengterte også at deltagelse var helt frivillig, og at de når som helst kunne trekke seg fra undersøkelsen. For eksempel var det en del personer som ikke ville fullføre undersøkelsen, da bare krysset de den ut og jeg fikk ikke hentet ut data fra disse besvarelsene.

Det ble ikke samlet inn noe personsensitiv data i undersøkelsen da det ikke var behov for denne typen data for resultatene mine. All data ble samlet inn gjennom NTNU og lagret på NTNU sine egne servere og dermed kunne jeg garantere at jeg ikke samlet inn IP-adresse eller annen informasjon som kan brukes til å identifisere enkeltmennesker.

«Barn som inngår i eller deltar i forskning, har særlig krav på beskyttelse» (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021). Barn og andre utsatte grupper mennesker har større krav til beskyttelse ettersom det krever mer for å kunne få et informert samtykke fra dem.

Forskningen i min oppgave er helt ny, og det finnes ikke studier som omhandler akkurat det samme, dermed bestemte jeg meg for å forske på voksne mennesker. Grunnen til dette er at jeg vurderte det som mer etisk å bruke voksne deltagere for å se om gruppetisering er en «indre» eller «ytre» egenskap, ettersom dette ikke er forsket på før. Det er bedre å forske på barn etter man eventuelt har bevist at gruppetisering er en «indre» egenskap, slik at man ikke forstyrrer barns hverdag uten grunn. Da kan forskningen rettes mer mot barn og undervisning.

## 4 Resultat

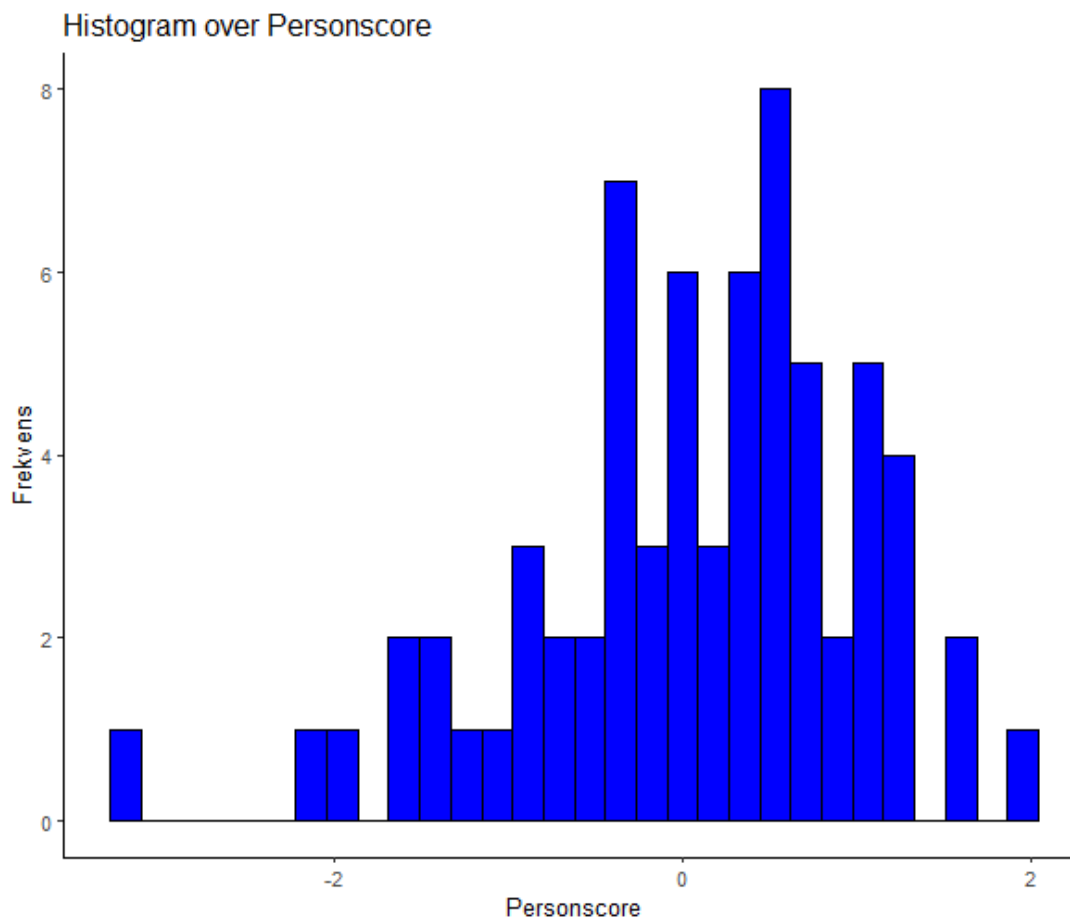
I denne oppgaven ønsker jeg å finne ut om det er individuelle forskjeller når det kommer til gruppetisering. Hvis det er individuelle forskjeller og beviser tyder på at gruppetisering er en «indre» egenskap, kan dette ha betydning for hvordan man bør legge opp undervisning i klasserommet og det kan gi en mulig forklaring på hva som ligger bak estimering. Oppgavens overordnede problemstilling er *Tyder hvordan unge voksne gruppetiserer på at det er en indre eller ytre egenskap?* For å finne ut av dette skal jeg besvare tre forskningsspørsmål: (1) Er det individuelle forskjeller hos deltagerne mine? (2) Er det forskjeller i hvordan deltagerne grupperer? Og (3) hvordan påvirker struktur deltageres strategivalg? Disse spørsmålene har jeg stilt fordi de er alle sammen med på å vise hvordan deltagerne grupperer når de estimerer, og de kan gi en videre oversikt over hvilke strategier som blir brukt i møte med estimering. I dette kapitlet skal jeg presentere funn fra analysen som jeg i neste kapittel skal diskutere for å besvare den overordnede problemstillingen.

### 4.1 Kvantitative resultater

Formålet med oppgaven min er å finne ut om deltagerne mine viser tegn på at gruppetisering er en indre eller ytre egenskap. Gruppetisering blir i forskningslitteraturen fremstilt som en egenskap som kun blir styrt av struktur i mengden: altså at hvis mengden er gruppert gruppetiserer vi, og hvis den ikke er gruppert gruppetiserer vi ikke (Ciccione & Dehaene, 2020; Starkey & McCandliss, 2014). For å undersøke om dette stemmer har jeg gjennomført tre analyser. Først har jeg sett på hvordan struktur i bildet påvirker estimering, og om dette stemmer overens med det andre har funnet før. Jeg fant det samme som andre har funnet: struktur i mengden påvirker estimering. I tillegg til å ha undersøkt dette har jeg analysert data på individnivå. Her finner jeg store individuelle forskjeller. Disse individuelle forskjellene betyr gruppetisering ikke kun er styrt av struktur i mengden, men også individuelle forskjeller i evnen til å aktivt oppdage og bruke strukturene i mengden. Disse to analysene er gjennomført på den kvantitative dataen. Til sist har jeg også gjennomført en analyse på den kvalitative dataen, dette er for å sjekke om gruppetisering er styrt av *en* egenskap. I denne analysen har det dukket opp funn som skiller seg fra det konvensjonelle synet på gruppetisering: (a) Gruppetisering er ikke *en* egenskap, men en klasse av ulike mentale funksjoner. (b) Når jeg endrer strukturen i oppgavene endres ikke bare sannsynligheten for gruppetisering, men også sannsynligheten for at det brukes andre kognitive strategier som sammenligning, telling og memorering.

### 4.1.1 Individuelle forskjeller

For å finne ut om gruppetisering er en indre eller ytre egenskap har jeg valgt å se på hvorvidt det er individuelle forskjeller hos deltagerne mine. For å kunne eksemplifisere og diskutere hvorvidt det er individuelle forskjeller hos deltagerne mine har jeg valgt å vise resultatet i form av et histogram. Histogrammet er basert på personmålene som deltagerne fikk gjennom Rasch-analysen.



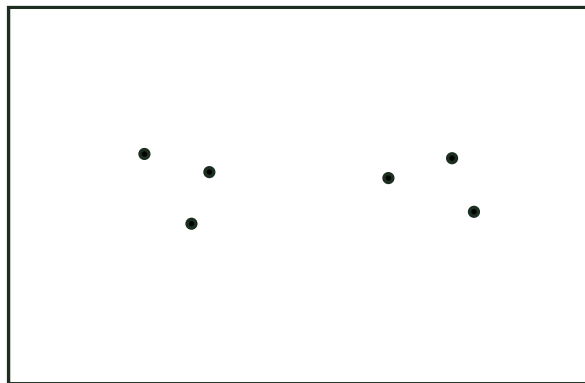
Figur 4.1: Histogram over personmål.

Denne figuren viser fordeling av de forskjellige personmålene fra rasch analysen. På x-aksen ligger verdiene til målene, og y-aksen viser hvor mange av deltagerne som har dette målet.

Figur 4.1 viser et histogram over alle 68 deltagerne i studien min. X-aksen viser målet en deltager fikk gjennom analysen, og y-aksen viser hvor mange personer som har dette målet. På denne skalaen er 0 gjennomsnittlig mål og jo lenger mot venstre man kommer jo lavere mål, og jo lenger til høyre jo høyere mål har deltagerne. Dette histogrammet viser hvordan det er relativt stort sprang mellom deltagerne. De aller fleste ligger rundt null, men det er utstikkere både på høyre og venstre side. Mine deltagerne har mål fra under  $-3$  og opp til  $2$ , noe

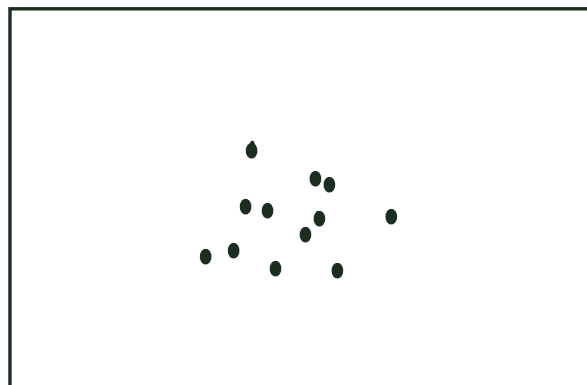
som vil si at det er individuelle forskjeller i evnen deltagerne har til å løse oppgavene. Dette tyder på at gruppetisering kan være en indre egenskap. Hvis det hadde vært en ytre egenskap ville histogrammet hatt deltagerne mer samlet på midten fordi da hadde stimuli i større grad bestemt om folk klarte oppgaven eller ikke.

For å illustrere hva målene betyr vil jeg vise to eksempler. At en person har et mål på  $-2$  betyr at han eller hun har en 50% sjanse for å klare en oppgave med mål  $-2$ . For eksempel vil en person med mål  $-2$  ha 50% sjanse for å klare oppgave 29 fra instrumentet:



Figur 4.2: Oppgave 29. Eksempel på oppgave med  $-2$  i mål

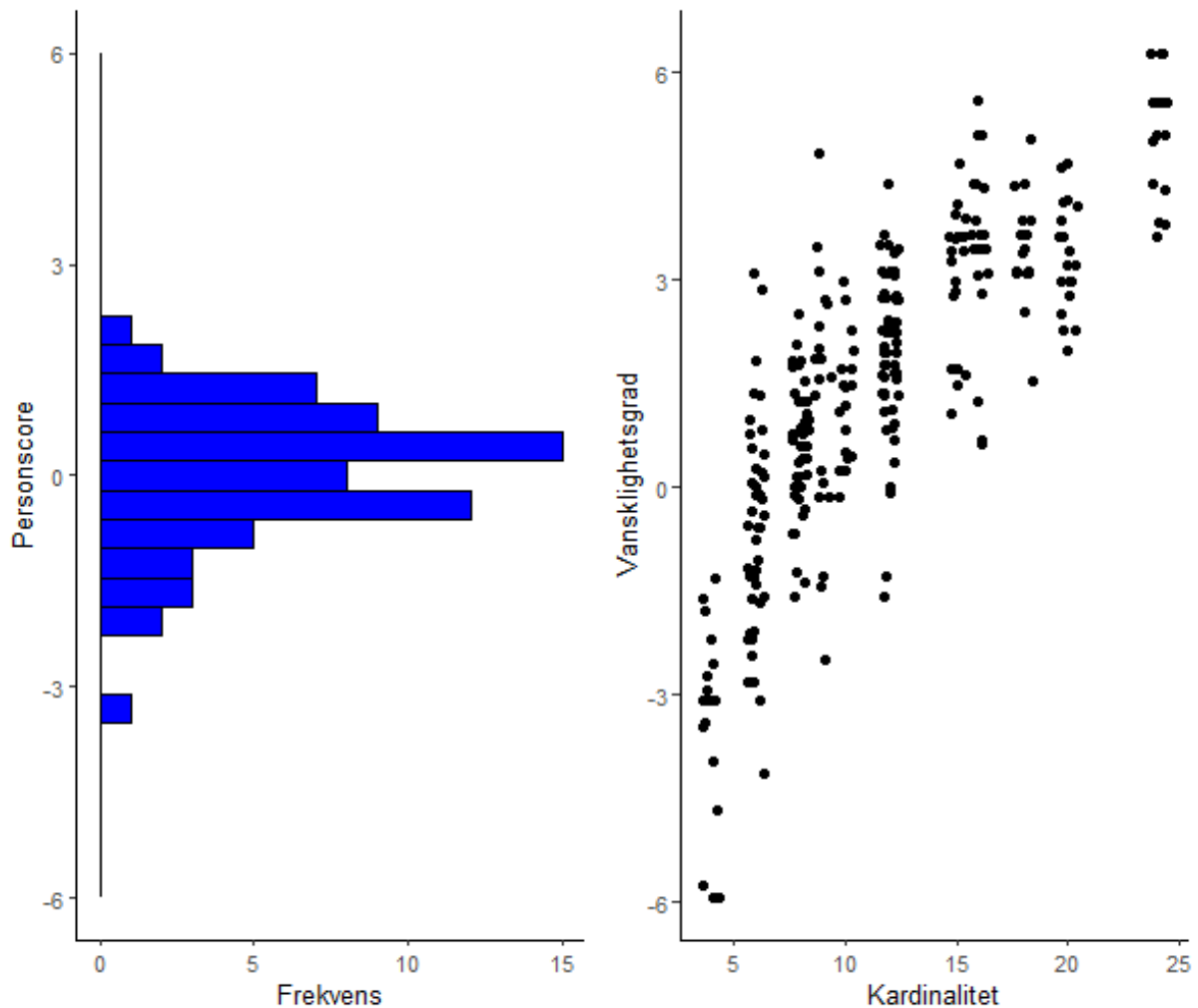
At en person har mål  $+2$  betyr at han eller hun har en 50% sjanse for å få til en oppgave med mål  $+2$ . For eksempel vil en deltager med  $+2$  ha en 50% sjanse for å klare oppgave 79 fra instrumentet:



Figur 4.3: Oppgave 79. Eksempel på oppgave med  $+2$  i mål

Disse eksemplene viser den kvalitative forskjellen på målene  $-2$  og  $+2$ .



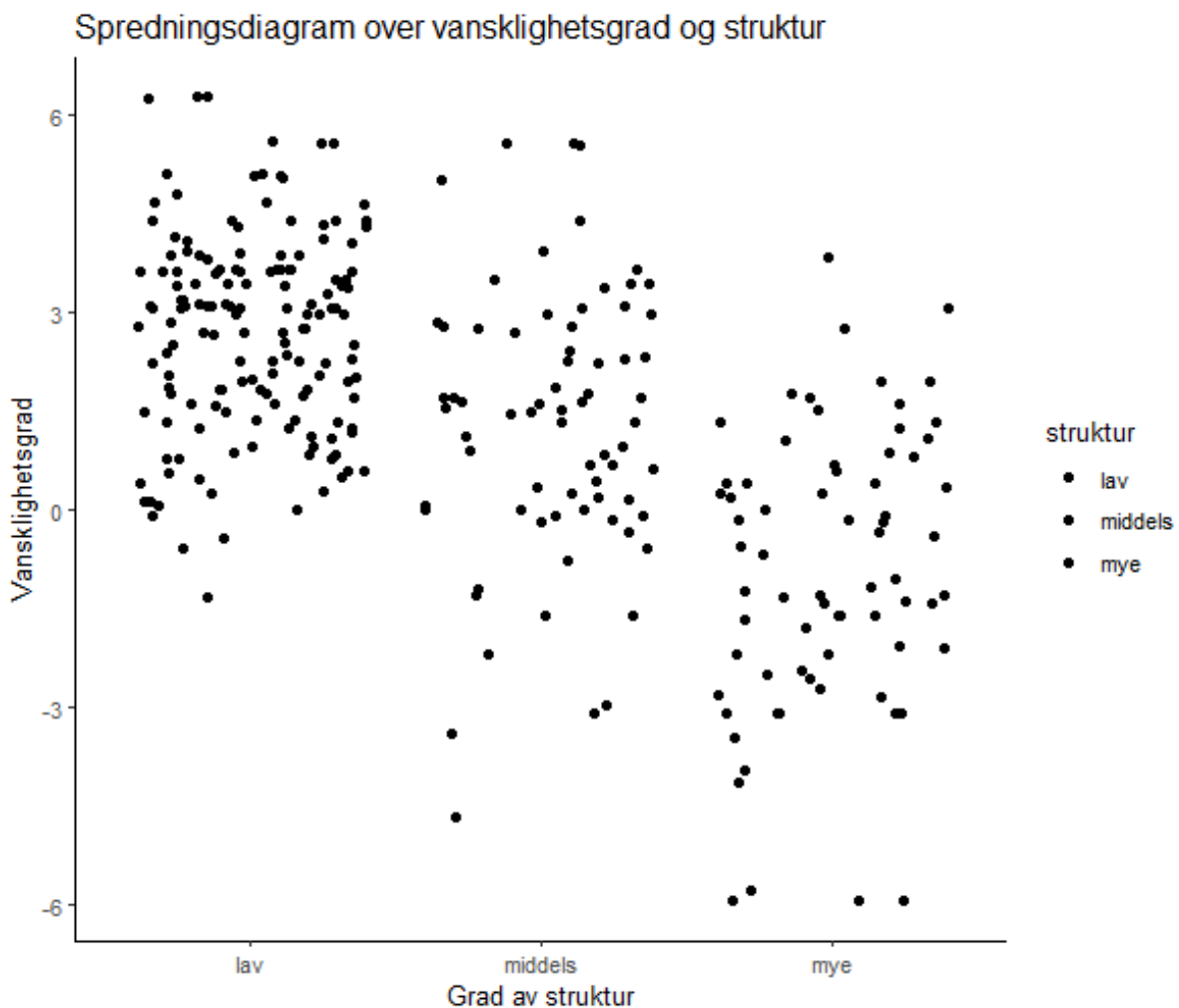


Figur 4.4: Mål på personer og oppgaver på samme skala.

Figur 4.4 viser oss målet på personer og oppgavene på samme skala. I denne figuren er det y-aksen som er av interesse, da denne viser fordelingen av deltageres egenskap i forhold til fordelingen av oppgaver over vanskelighetsgrad over samme skala. Denne figuren viser at instrumentet inneholder oppgaver med stor variasjon i vanskelighetsgrad. Instrumentet inneholder oppgaver som det er sannsynlig at alle får til og oppgaver som det er usannsynlig at noen får til. Ettersom det er en god spredning i vanskelighetsgraden til oppgavene i testen, har denne testen vært godt egnet til å måle individuelle forskjeller. Vi ser i figur 4.4 at det er stor forskjell i hvor mange oppgaver deltagerne er forventet å kunne klare. Deltagerne som ligger under  $-2$  vil klare mange færre oppgaver enn de som ligger rundt  $+1$  og  $+2$ . Dette viser oss at det er individuelle forskjeller hos deltagerne og at disse forskjellene er såpass store at man kan argumentere for at gruppetisering er en indre egenskap.

#### 4.1.2 Hvordan påvirker grad av struktur vanskelighetsgraden?

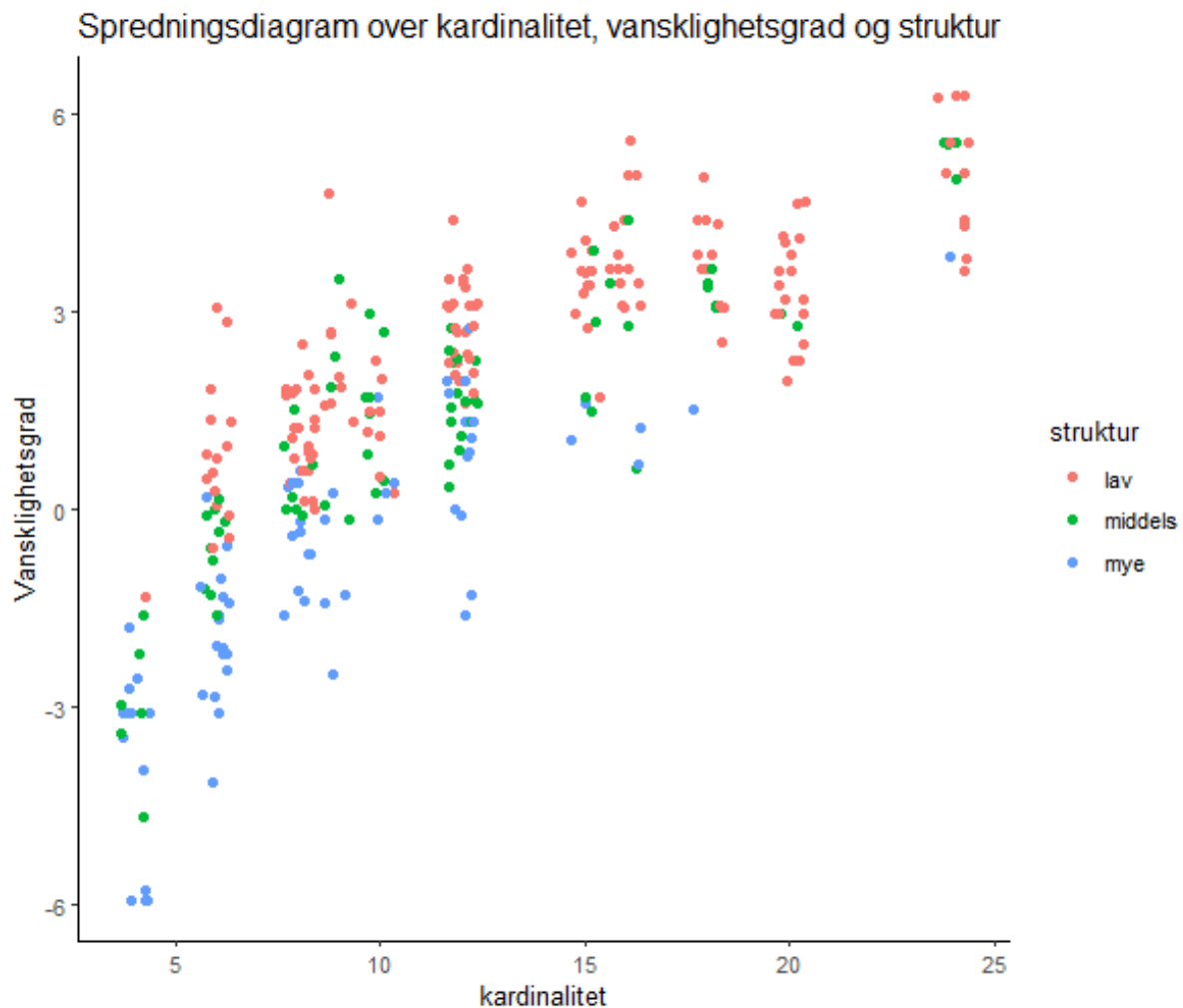
Gjennom analysen fant jeg to faktorer som påvirket vanskelighetsgraden til oppgavene: kardinalitet og struktur. Kardinalitet gjorde som forventet oppgaven vanskeligere, men jeg kommer ikke til å gå mer inn på det ettersom det er irrelevant for denne oppgavens fokusområde. Struktur var den andre faktoren som påvirket vanskelighetsgraden til oppgavene. Det jeg fant var at oppgaver med lav struktur ofte, men ikke alltid, var vanskeligere enn oppgaver med høy struktur.



Figur 4.5: Spredningsdiagram over grad av struktur og vanskelighetsgrad

I figur 4.5 ser vi et spredningsdiagram som viser hvordan graden av struktur henger sammen med vanskelighetsgrad. Det vi ser i denne figuren er at det er en gradvis økning i vanskelighetsgrad i tråd med strukturen i oppgaven. Generelt er oppgaver med lav struktur vanskeligere enn oppgaver med høy struktur, men det er en del overlapp mellom oppgaver av alle gradene av struktur. For eksempel ser vi at det er oppgaver med høy grad av struktur som er vanskeligere enn oppgaver med lav grad av struktur. Dette henger sannsynligvis sammen

med kardinalitet i oppgaven. Figuren viser at en oppgave som er strukturert kan være vanskeligere enn en oppgave som er ustrukturert, men at det kan virke som at det generelt er vanskeligere med en oppgave som har lav grad av struktur enn de andre gradene av struktur. Videre skal jeg se på hvordan vanskelighetsgraden ser ut hvis vi kontrollerer for kardinalitet.



Figur 4.6: Spredningsdiagram over struktur og vanskelighetsgrad, kontrollert for kardinalitet

Figur 4.6 viser også et spredningsdiagram. Dette diagrammet viser det samme som figur 4.5, men er her kontrollert for kardinalitet. Det vi ser her er at de oppgavene med høy struktur (blå prikker) gjerne ligger nederst i diagrammet, og dermed er de letteste oppgavene, i hver kardinalitet. På den annen side er de røde prikkene, som representerer oppgaver med lav grad av struktur, i hovedsak øverst i diagrammet. Altså de vanskeligste i hver kardinalitet. I figuren ser vi også at vanskelighetsgraden øker gradvis i henhold til struktur. Hvis vi for eksempel ser på oppgavene med kardinalitet 10 og 12 ser vi at det er blå prikker nederst og røde prikker øverst, men at på midten er det overlapp mellom både høy (blå prikker), middels (grønne prikker) og lav (røde prikker) struktur. Årsaken til at det er overlapp mellom gradene av

struktur er uklar, men det kan henge sammen med hvordan deltagerne løser oppgavene. Om det henger sammen med deltagerens løsninger skal jeg se videre på i resultatene av den kvalitative dataen.

### 4.1.3 Statistisk signifikans

For å finne ut om det var statistisk signifikans i vanskelighetsgraden mellom de tre gradene av struktur gjennomførte jeg en Kruskal-Wallis-test. Denne ble utført på vanskelighetsgraden til de tre gradene av struktur: lav, middels og høy. Forskjellene mellom gradene av struktur var statistisk signifikante:  $H(2)=113.58, p < 0.01$ . Denne testen viste meg at det var signifikante forskjeller mellom de tre gradene av struktur. For å finne ut om det var signifikant forskjell mellom alle gradene av struktur gjennomførte jeg en post-hoc-test. Resultatene viste at lav struktur var signifikant vanskeligere enn middels struktur ( $p < 0.001$ ) og høy struktur ( $p < 0.001$ ). Det var også signifikant forskjell mellom middels og høy struktur ( $p < 0.001$ ). Det var altså signifikant forskjell mellom alle gradene av struktur.

## 4.2 Kvalitative resultater.

For å finne ut om gruppetisering er én prosess og om denne prosessen kun skjer når det er gruppert stimuli eller om det finnes undergrupper av gruppetisering. Har jeg gjort en induktiv tematisk analyse av tekstbesvarelsene for å få en oversikt over strategiene deltagerne brukte. I hovedtrekk fant jeg at deltagerne mine bruker grupper på forskjellige vis, noe som tyder på at gruppetisering bruker flere mentale funksjoner. Jeg fant også en rekke andre kognitive strategier som ble brukt både sammen med gruppetisering og alene.

Gjennom analysen fikk jeg to hovedkategorier: Intuitive strategier og kognitive strategier. I den kognitive kategorien fant jeg seks forskjellige strategier som ble brukt. Disse strategiene var: *telling*, *gruppetisering*, *aritmetikk*, *memorering*, *sammenligning* og *mønster*. Disse strategiene ble brukt alene og sammen med andre strategier for å løse en oppgave. Jeg fant også at deltagerne brukte grupper på forskjellige måter. For eksempel var det mange som så gruppene og brukte multiplikasjon for å finne svaret, men det var også de som delte opp bildet på noe vis. For eksempel delte noen oppgaven i høyre og venstre, oppe og nede, og en del så noen figurer pluss noen ekstra prikker. Jeg kommer først til å presentere funnene fra den intuitive kategorien, for så å presentere hver av strategiene fra den kognitive kategorien.

### 4.2.1 Intuitive strategier

Gjennom analysen fant jeg som nevnt to hovedkategorier. I dette delkapittelet skal jeg beskrive og komme med eksempler fra de intuitive strategiene. I teorikapittelet belyste jeg to

teorier om hvordan estimering foregår. De strategiene jeg skal dra frem her har jeg plassert under kategorien intuitive strategier da de ikke nevner bruk av kognitive prosesser. Det ble funnet to typer intuitive strategier.

Den første strategien valgte jeg å kalle *intuisjon*, de strategiene som ble plassert under denne kategorien var de som beskrev at svaret bare kom til dem. For eksempel gjennom en følelse eller lignende. Tabell 4.1 viser eksempler på svar fra deltagerne som ble kategorisert under intuisjon. Deltager 12556 og deltager 12515 har typiske svar fra denne kategorien, det «å bare se det» eller «så at det var så mange» gikk igjen hos flere deltagere, men var mest typisk for oppgavene med lavere kardinalitet.

ID	Tekstrespons	Kardinalitet	Grad av struktur
12515	<i>Jeg tror jeg så at det var 6 prikker på skjermen</i>	6	Lav
12556	<i>så det bare</i>	6	Middels
11602	<i>Tror det var mer rundt 8 enn 6, men 6 var det første tallet som kom frem</i>	6	Lav
11615	<i>Følt ut som om det var 13.</i>	12	Høy
11585	<i>gikk etter magefølelsen</i>	24	Lav
11606	<i>Intuisjon</i>	20	Lav

Tabell 4.1: Eksempler fra strategien intuisjon

Den andre gruppen med intuitive strategier har jeg valgt å kalle *gjetting*. I denne gruppen ble ord som gjetting og tipping ofte brukt. De aller fleste i denne kategorien skrev bare at de gjettet/tippet, men det var også noen som forklarte at de ikke klarte å finne en annen måte å estimere på fordi det var for mange prikker. Deltager 12515 beskriver at «jeg gjettet når det ble for mange prikker å memorere» dette kan tyde på at hvis de hadde hatt bedre tid på å studere oppgaven eller hvis de hadde klart å memorere bildet så ville de ha brukt en kognitiv strategi. Deltager 11635 viser til vill gjetning, men sier også at siden det var mye «luft» mellom prikkene så måtte det være få. Dette viser at selv om deltageren oppgir gjetting så kan det være flere faktorer som spiller inn på svarene deres.

ID	Tekstrespons	Kardinalitet	Grad av Struktur
11635	<i>Vill gjetning igjen. Det var en klynge som ikke var altfor tett med prikker, derfor antok jeg at det var få prikker med mye luft i mellom seg.</i>	6	Lav
11589	<i>Vet ikke. Jeg så ingen grupperinger, bare en del prikker så jeg gjettet hvor mange det så ut som</i>	8	Lav
11617	<i>Gjetta</i>	6	Høy
11634	<i>Så bare noen prikker og gjettet</i>	8	Middels

12515	<i>jeg gjettet når det ble for mange prikker å memorere</i>	8	Høy
-------	---	---	-----

Tabell 4.2: Eksempler fra strategien gjetting

## 4.2.2 Kognitive strategier

Kognitive strategier betegner her strategier der man bevisst bruker mentale funksjoner for å løse en oppgave. Under denne kategorien ble alle svarene som inneholdt en form for kognitiv strategi som for eksempel aritmetikk eller memorering av bilde/mønster plassert. Jeg sorterte de kognitive strategiene inn de seks underkategoriene: *telling*, *gruppetisering*, *memorering*, *sammenligning* og *mønster*. Dette er alle strategier som deltagerne oppgir å ha brukt i tekstbesvarelsene sine. Flere av besvarelsene inneholdt også mer enn en strategi og fikk dermed, gjennom analysen, flere koder. Det er derfor flere besvarelser som har mer enn en kode. Spesielt ser jeg at strategiene telling og memorering ofte går sammen. Dette kan tyde på at vi bruker flere forskjellige prosesser når vi estimerer. Dette stemmer overens med Luwel og Verschaffel (2008) som beskriver estimering som en komplisert problemløsningsaktivitet som gjerne bruker mer enn en strategi (Luwel & Verschaffel, 2008).

### 4.2.2.1 Telling

Telling er en av de strategiene som går mest igjen i datasettet mitt. Som man ser fra eksemplene i tabell 4.3 forekommer telling i oppgaver med både lav, middels og høy struktur, og i alle kardinaliteter. Gjennom analysen viste det seg at telling ofte ble brukt sammen med andre strategier. For eksempel har deltager 12294, 11627, 11592 og deltager 11604 alle sammen beskrevet at de prøvde å se for seg bildet eller prikkene for å komme frem til svaret. Dette er en svært vanlig strategi i mine besvarelser og det var mange som prøvde å memorere oppgaven slik at de kunne telle prikkene mentalt. Deltagerne fikk bare se prikkene i 100ms, og dermed gir det mening at hvis man vil telle, så må man bruke andre strategier i tillegg for å klare det på så kort tid. Deltager 12505 rapporter at det blir vanskelig å telle fordi han ikke rekker det. Videre sier han at han prøvde å telle de han klarte for så å gjette ut ifra hvor mange han rakk. Denne besvarelsen er fortsatt sortert som en kognitiv strategi fordi han prøver å telle selv om det går for fort. Dette viser også at det å bruke flere strategier som for eksempel memorering, i tillegg til telling, sannsynligvis er «lettere» eller en mer effektiv måte å komme frem til det riktige svaret på.

ID	Tekstrespons	Kardinalitet	Grad av Struktur
12294	<i>prøvde å se for meg hvor mange det var og telte de jeg husket å ha sett</i>	9	Lav
11600	<i>Telte prikker</i>		

		9	Middels
11627	<i>Prøvde å telle 2 + 2 + 2..., til jeg fikk noe som samsvaret med bildet jeg fikk i hodet</i>	16	Lav
11592	<i>Jeg prøve rå se tilbake på bilde jeg fikk opp. Prøver å huske hvordan mønsteret ser ut og dermed prøve å telle.</i>	16	Middels
11629	<i>prøvde å telle prikkene, og tippe ca. hvor mange det kunne være</i>	24	Lav
12505	<i>Rekker jo åpenbart ikke telle prikker, teller de jeg rekker og resten går på om det føles ut som at jeg rakk over mange eller få på tellinga</i>	8	Lav
11604	<i>prøvde å huske hvor jeg så prikkene og telle antallet</i>	8	Høy
11603	<i>Telte tre prikker på hver side, altså 3 multiplisert med to som er seks</i>	6	Lav
12038	<i>Fikk tid til å telle</i>	4	Høy

Tabell 4.3: Eksempler fra strategien telling

#### 4.2.2.2 Gruppetisering

Den andre strategien som kom frem gjennom analysen av besvarelsene var gruppetisering. Det var to typer gruppetisering jeg kunne finne i besvarelsen: de som fant like grupper (for eksempel to grupper med 3), og oppdeling. Med oppdeling mener jeg de som delte opp oppgaven i høyre og venstre, oppe og nede eller to grupper med tre pluss en ekstra prikk og så videre. Jeg presenterer først funn fra de som fant like grupper, representert i tabell 4.4, for etterpå å presentere funn fra oppdeling i tabell 4.5.

De besvarelsene som ble plassert under gruppetisering i like grupper oppga gjerne at de så grupper eller klynger med prikker som gjentok seg. Eksempler på dette finner vi hos deltagerne 11629, 11585 og 12559. «synes det så ut som 2 grupper med 2 i hver» eller «så grupper av 6, 3stk» er typiske eksempler fra de som rapportert gruppetisering. Disse personene oppgir ikke at de gjør noe mer enn at de ser gruppene, og hvor mange grupper det er. Det er også flere som oppgir at de bruker multiplikasjon for å komme frem til svaret. For eksempel sier deltager 11596 at han delte inn i grupper og multipliserte med antallet grupper. Andre eksempler med bruk av multiplikasjon er #12555 og #11604 som i tillegg bruker telling for å identifisere gruppene. Det er også eksempler der gruppetisering og memorering brukes for å løse oppgaven. Det at flere deltagere beskriver at de ser grupper og multipliserer og teller i tillegg kan tyde på at gruppetisering bruker aktive prosesser.

Deltager 12028 og 12573 oppgir at de leter etter grupper eller prøver å dele opp i grupper. Begge disse besvarelsene er fra oppgaver med lav struktur og høy kardinalitet, noe som kan tyde på at både struktur og kardinalitet gjør gruppetisering vanskeligere. 12573 skriver at «det er vanskelig å si hvor mange det er i hver gruppe» noe som peker på at høy kardinalitet og lav grad av struktur gjør denne prosessen vanskeligere. Til sammenligning har vi deltager 11596 som skriver «Delte inn i grupper og multipliserte med antall grupper», dette er også en besvarelse fra en oppgave med lav struktur forskjellen er at det er lav kardinalitet. Dette kan bety at kardinalitet spiller inn på om man ser grupper eller ikke.

ID	Tekstrespons	Kardinalitet	Grad av Struktur
11629	<i>syns det så ut som 2 grupper med 2 i hver</i>	4	Middels
11596	<i>Delte inn i grupper og multipliserte med antall grupper</i>	6	Lav
12050	<i>Jeg så for meg plasseringen av prikkene etter at de forsvant. Jeg delte de også opp visuelt i grupper</i>	8	Lav
11602	<i>Så tydelig en gruppe på 4, deretter en gruppe med noe som ligner på 4, og den siste gruppen nederst til høyre følte ut som samme mengde som andre gruppe</i>	12	Høy
12555	<i>Mønster, der tre områder inneholdt like mange prikker. fokuserte på en mengde, og multipliserte med tre</i>	18	Høy
12028	<i>leter etter grupper</i>	16	Lav
11604	<i>prøvde å telle antall prikker i 1 gruppe, og multiplisere det med antall grupper jeg så</i>	16	Høy
12559	<i>Så grupper av 6, 3 stk</i>	18	Middels
12573	<i>Prøver å lage grupperinger i de mer spredte, men vanskelig å si hvor mange det er i hver gruppe.</i>	24	Lav
11585	<i>det var en figur på ca. 5 prikker og denne figuren så det ut som var 5 stk. av på bildet</i>	24	Høy

Tabell 4.4: Eksempler fra strategien gruppetisering – like grupper

Videre skal jeg forklare og representere deltagerne som brukte oppdeling for å gruppetisere. I tillegg til de som rapporterte at de så like grupper har jeg plassert en del besvarelser der de ikke så like grupper, men delte opp bildet under gruppetisering. Disse så ikke nødvendigvis like grupper, men delte for eksempel oppgaven i høyre og venstre slik som deltager 11615 (se tabell 4.5. Andre deltagere gjenkjente grupper, men så at det var én gruppe og noe mer. Et eksempel på dette er deltager 12556 som skriver at de så 3 «firkanter» og at hver firkant hadde en ekstra prikk. Eller slik som deltager 12565 som så prikkene på to linjer og fant svaret på den måten.



Id	Tekstrespons	Kardinalitet	Grad av struktur
11615	<i>Tror jeg så at det var 5 til venstre og 4 til høyre.</i>	10	Middels
12556	<i>At det var tre grupper også var det en utenfor begge "firkantene"</i>	15	Middels
12569	<i>så ut som 1,2 over og 2 under *2 med +1 i mellom</i>	8	Høy
12565	<i>Det som ut som en diagonal linje med 4 prikker. Så så det ut som en linje med 2 prikker til venstre ut fra den nederste prikken</i>	6	Lav

Tabell 4.5: Eksempler fra strategien gruppertisering – Oppdeling

#### 4.2.2.3 Aritmetikk

Alle besvarelser som inneholdt tegn eller språk som indikerer en form for utregning ble plassert i underkategorien aritmetikk. Med språk og tegn mener jeg tegn som + og \* eller ord som «dobling», «multiplikasjon» og «pluss». For eksempel skriver deltager 12553 (se tabell 4.6) at han prøvde å tenke hvor mange prikker det var på en side for å så «doble» det. Dobling blir gjerne hørt i sammenheng med addisjon eller multiplikasjon, denne besvarelsen ble derfor plassert i denne kategorien. Et annet eksempel er deltager 12042 som skriver «4 gangen» dette er en besvarelse som viser at han brukte firergangen for å komme frem til svaret sitt, noe som impliserer multiplisering.

Typiske svar i denne kategorien kan vi se hos deltager 11618 som bare skrev «3x2» og hos deltager 12145 som skrev 3+3+1. Disse besvarelsene peker til en prosess som inneholder aritmetikk. Det er mulig at måten de har kommet frem til svaret på er gjennom å se på gruppene, men ettersom de ikke har rapportert dette er de kun kodet til aritmetikk.

Deltager 12569 sier at han så for seg  $\frac{1}{4}$  av prikkene for så å gange det med 4. dette er interessant fordi det handler om å ta utgangspunkt i en del av oppgaven for å komme frem til resten. Vi kan se det samme med deltager 12566 som skriver at de bare så 5 prikker, men så at det var mer enn det og tok utgangspunkt i at det var 5 prikker flere plasser. Ettersom de har så kort tid på å studere oppgaven kan dette være en god strategi for å komme frem til et svar hvis man ikke klarer å se alt. I teorikapittelet forklarte jeg at Luwel og Verschaffel (2008) skrev at når man ikke har tid til telling, kan man telle en del og gå ut i fra det (Luwel & Verschaffel, 2008). Dette kan trolig relateres til dette, da deltagerne har funnet en mengde og bruker denne mengden for å komme frem til et svar ved hjelp av multiplikasjon.

Gjennom analysen fant jeg også at det var en del overlapp på gruppertisering og aritmetikk. Spesielt ble det ofte brukt ord som «multiplisere» når de rapporterte grupper. Et eksempel på dette er deltager 11635 fra tabell 4.6 som skriver «Så tre grupper, og antok at det var 5 prikker

i hver gruppe. Derfor multipliserte jeg 3 og 5». Det er flere besvarelser som ligner på dette som beskriver både grupper og multiplisering, og disse er kodet under både aritmetikk og gruppetisering. Dette viser at det er en tett sammenheng mellom multiplisering og gruppetisering. Dette stemmer overens med det Ciccione og Dehaene (2020) fant i sin undersøkelse (Ciccione & Dehaene, 2020).

ID	Tekstrespons	Kardinalitet	Grad av Struktur
12145	$3+3+1$	6	Lav
11618	$3 \times 2$	6	Middels
12553	<i>Prøvde å tenke hvor mange prikker det var på den ene siden, og så dobltet jeg det. som om det var speilede figurer</i>	8	Lav
12569	<i>så for meg <math>1/4</math> og tok deretter <math>1/4 \times 4</math></i>	8	Middels
12042	<i>4 gangen</i>	10	Lav
12553	<i>Prøvde å legge sammen delene av mønstrene</i>	12	Lav
12566	<i>Så ikke mer enn 5, men vet det var flere så da tenker jeg at det var rundt 3 ganger svaret mitt</i>	15	Lav
11635	<i>Så tre grupper, og antok at det var 5 prikker i hver gruppe. Derfor multipliserte jeg 3 og 5</i>	18	høy
11627	$4 + 4 + 4 + 4 + 2$	24	Middels

Tabell 4.6: Eksempler fra strategien aritmetikk

#### 4.2.2.4 Memorering

Den fjerde strategien jeg fant har jeg valgt å kalle memorering. Jeg har valgt å kalle den dette, da det er en strategi som innebærer at deltagerne har memorert hele eller deler av mønsteret for så å bruke det «mentale bildet» for å komme frem til et estimat. Memorering ble som regel brukt sammen med andre strategier, spesielt telling, men også gruppetisering og aritmetikk.

Deltagerne 12034, 12518 og 11592 har alle typiske besvarelser under strategien memorering (se tabell 4.7). De beskriver alle sammen at de prøver å se for seg eller huske bildet for så å telle antallet prikker ut ifra dette. Denne blandingen av telling og memorering går igjen mange ganger i tekstbesvarelsene til deltagerne. Andre deltagere som 11604 - 1<sup>2</sup> beskriver at de prøvde å memorere deler av prikkene for så å bruke multiplikasjon for å komme frem til det totale antallet.

Til sist vil jeg tekke frem deltager 11604 - 2 som har en besvarelse som er kodet til fire forskjellige strategier. Denne deltageren beskriver at han eller hun leter etter grupper, teller prikkene i en gruppe for så å multiplisere for å komme med et svar. Han brukte også memorering for å plassere prikkene slik at det stemte overens med det han hadde sett på

<sup>2</sup> 11604-1 og 11604-2 er begge besvarelser fra samme deltager, bare to ulike og det er derfor de har -1 og -2 bak seg.

skjermen. Dette eksemplet viser hvor kompleks et estimat kan være, og hvordan det brukes forskjellige strategier for å finne et estimat. Denne besvarelsen var fra en oppgave med 18 i kardinalitet og lav grad av struktur, noe som kan bety at det er vanskelig å komme frem til et estimat og at det dermed krevde en blanding av strategier for å komme frem til et svar.

ID	Tekstrespons	Kardinalitet	Grad av Struktur
12034	<i>Jeg forsøker å se for meg alle prikkene etter at de har forsvunnet og så telle de jeg husker</i>	6	Høy
11604 - 1	<i>prøvde å se etter mønstre, og memorere halvparten av de prikkene jeg så, og multipliserte med 2</i>	8	Lav
12518	<i>Så for meg formen av prikker etter bildet gikk vekk og telte</i>	9	Middels
12565	<i>Satt igjen med et bildet i hodet. Virket som det var omtrent 5 til venstre og 6 til høyre</i>	10	Lav
11592	<i>Tenker fortsatt tilbake på bilde jeg såg og mønstre det viser og deretter prøve å telle antall prikker</i>	15	Lav
12030	<i>skrev inn det jeg trodde jeg husket at jeg så i minnet</i>	16	Middels
11604 - 2	<i>prøvde å se etter grupper, og telle antallet i gruppene, for så å multiplisere sammen. Tok også å plasserte prikker mentalt, for å skape omtrent likt antall som jeg så på skjermen</i>	18	Lav

Tabell 4.7: Eksempler fra strategien memorering

#### 4.2.2.5 Sammenligning

Jeg fant to former for sammenligning gjennom analysen. Den ene var gjennom å bruke tidligere oppgaver de hadde gjennomført for å komme frem til svaret på en oppgave. For eksempel ser vi i tabell 4.8 at deltager 12042 skriver at det var «to mindre enn den før». Deltager 12564 «prøver å sammenligne med alle oppgavene jeg har sett tidligere» altså å huske på svarene fra tidligere og se om den oppgaven de jobber med nå er flere, færre eller samme antall. Den andre formen for sammenligning har jeg valgt å kalle anker. Denne strategien går ut på at man har et anker, hvilket vil si en eller flere mengder som man mentalt sammenligner med mengden som er i oppgaven. Eksempler på dette finner vi hos deltager 11632 og 11565 som beskriver at de ikke var sikre på mengden, men at mengden måtte være et sted mellom to mengder. Deltager 11632 skriver at mengden måtte være mellom 6 og 15, og deltager 12565 mente det måtte være mer enn 5-10 prikker, men ikke over 20. Felles for disse to måtene å bruke denne strategien på er at de, gjennom å sammenligne enten med tidligere oppgaver eller med et anker, bruker deltagerne sammenligningen til å komme frem til et estimat.

ID	Tekstrespons	Kardinalitet	Grad av Struktur
12042	<i>to mindre enn den før</i>	4	Middels
11632	<i>gjetter egentlig bare ca antall, var flere enn 6 og mindre enn 15</i>	6	lav
12562	<i>tenkte at det måtte være færre enn 20</i>	8	Lav
12556	<i>gjettet, men så at det var mindre en oppgavene før</i>	8	Lav
12565	<i>jeg klarte ikke å se tydelig. Men jeg gjorde et omtrentlig estimat, det så ut som det ikke var veldig mange, men heller ikke svært (altså 2-3)</i>	9	Høy
12564	<i>Prøver å sammenligne med alle oppgavene jeg har sett tidligere</i>	10	Lav
12048	<i>Jeg forsøkte å minnes ca hvor mange prikker det var. for eksempel om det var 10 på et bilde og 30 på et annet, ser jeg hvor mange ganger jeg tar mengden med 10 inn i 30. eller ja, hvor mange mengder av 10 får jeg i den nye mengden. har runda til nærmeste tier tall</i>	10	Lav
12565	<i>Dette var mer gjetting. Hadde bare en antakelse, virket som mer enn 5-10 og ikke over 20</i>	15	Lav
11593	<i>Tenkte litt i forhold til hvor mange jeg har sett på de tidligere oppgavene</i>	16	Middels
12562	<i>det var en oppgave som så ut som var mer enn denne, derfor tok jeg litt mindre</i>	20	Lav

Tabell 4.8: Eksempler fra strategien sammenligning

#### 4.2.2.6 Mønster

Den siste strategien som er plassert under de kognitive strategiene har jeg valgt å kalle mønster. I denne strategien prøvde ofte deltagerne å lage eller huske et mønster de hadde sett, for så å komme med et estimat ut ifra dette. Deltager 11596 prøvde å lage et mønster. Mens deltager 12569 så et mønster som han brukte for å estimere. Det var også en del som nevnte at de så figurer. Et eksempel på dette er deltager 12565 som sier at han så en femkant med en prikk foran. Det som er interessant med denne besvarelsen er at det kan tyde på at deltageren har kjent igjen et mønster og bruker dette for å estimere. Dette stemmer overens med Mandler og Shebo (1982) sin teori om at subitisering, og da muligens også gruppeterisering, kan være basert på mønstergjenkjenning. Dette kan forklare at man av og til «bare ser» mengder større enn 4 (Mandler & Shebo, 1982).

ID	Tekstrespons	Kardinalitet	Grad av Struktur
12565	<i>Tror jeg så en femkant med en prikk foran</i>	6	Lav
12569	<i>så ut som et mønster med 1, 2 over og 2 under, 1,2 over og 2 under</i>	10	Høy
11596	<i>Så ført bildet, og prøvde å lage et mønster</i>	20	Lav

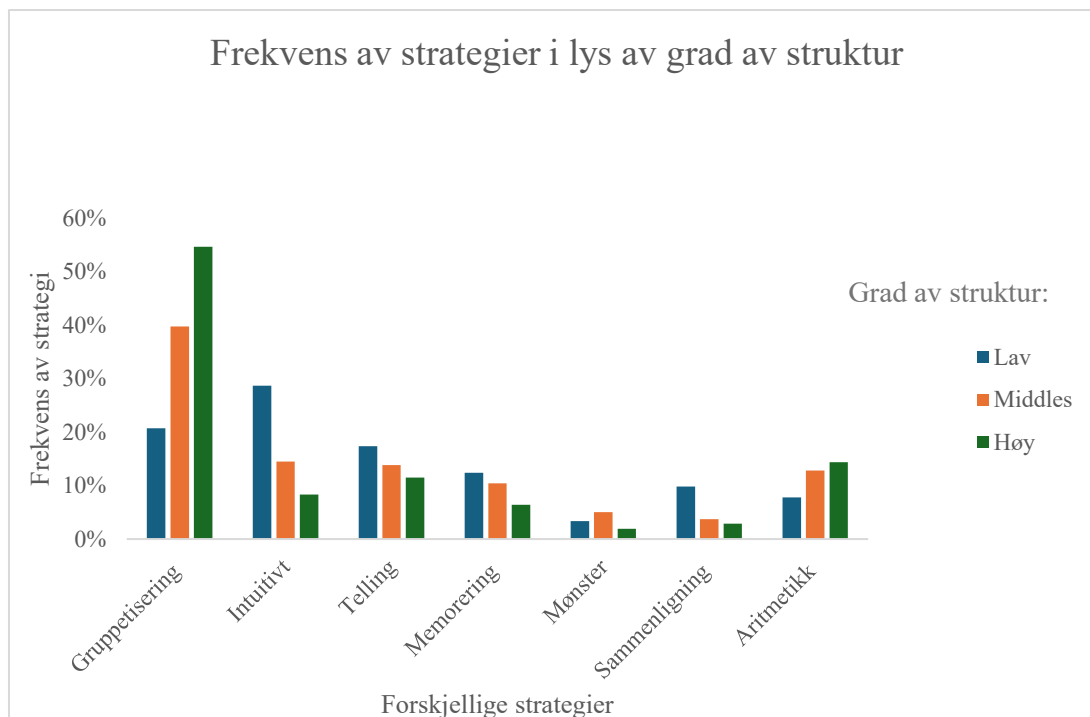
Tabell 4.9: Eksempler fra strategien mønster

### 4.2.3 Oppsummering kvalitative resultater.

De kvalitative besvarelsene gir innsikt i hvordan folk bruker grupper når de løser estimeringsoppgaver. Jeg fant to hovedmåter deltagerne anvendte grupper til å løse oppgavene. Det ene var de som brukte like grupper og fant svaret på den måten, som stemmer godt overens med hvordan gruppetisering blir forklart i litteraturen. Den andre måten var de som lette etter, delte opp eller så grupper som ikke nødvendigvis var like store. For eksempel kunne det være å se fire firkanter pluss en ekstra i hver firkant. Eller at de så tre til høyre og fem til venstre. Gruppetisering ble også brukt sammen med andre strategier som telling og aritmetikk. Dette tyder på at gruppetisering bruker aktive prosesser, og ikke er en medfødt egenskap. I tillegg til gruppetisering fant jeg fem andre kognitive strategier som ble brukt av deltagerne. Disse var aritmetikk, memorering, telling, sammenligning og mønster. Det ble også funnet intuitive strategier der deltagerne ikke brukte en kognitiv prosess for å komme frem til et estimat. Til sammen var det likevel flest besvarelser som ble plassert under gruppetisering. Mange av besvarelsene ble også kodet til flere strategier, spesielt i tilfellet med telling og memorering, som ofte ble brukt sammen. Memorering var den strategien som hyppigst ble brukt sammen med en annen strategi, bare 10 av 64 besvarelser ble kodet som kun memorering. Videre skal jeg se på bruken av disse strategiene i sammenheng med varierende grader av struktur.

## 4.3 mix

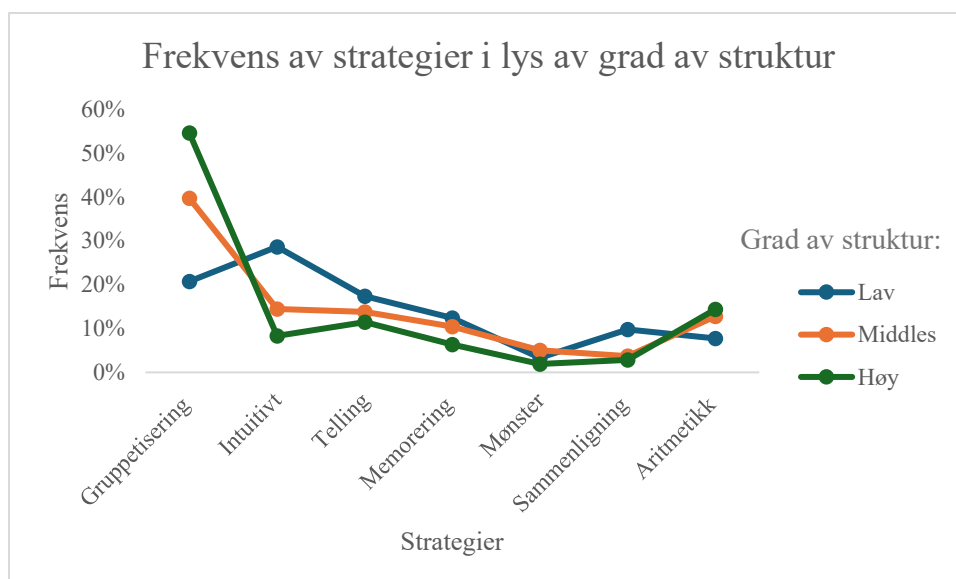
Til nå har resultatene vist hvordan vanskelighetsgraden øker gradvis med struktur. De har også vist at det er individuelle forskjeller hos deltagerne mine. I tillegg har resultatene vist at det er forskjeller på hvordan folk bruker grupper for å løse en oppgave, og at det kommer frem mange forskjellige strategier i møte med estimeringsoppgavene. Det jeg skal gjøre i dette delkapittelet er å undersøke hvordan struktur påvirker strategiene som blir brukt av deltagerne. Dette vil gjøres gjennom å se på de kvalitative og de kvantitative dataene i lys av hverandre. I dette delkapittelet skal jeg besvare forskningsspørsmålet *Hvordan påvirker strukturen i oppgavene strategivalg?* For å gjøre det har jeg funnet graden av struktur til oppgavene som tekstbesvarelsene hørte til. Videre har jeg sett på hvor stor prosentandelen av strategiene som ble brukt i de forskjellige gradene av struktur.



Figur 4.7: Søylediagram over strategier og struktur

Søylediagrammet viser hvor mye en strategi blir brukt i de forskjellige gradene av struktur.

Det vi ser i figur 4.7 er at gruppertisering til en viss grad er avhengig av struktur. Vi ser at det er flest som rapporterer gruppertisering i oppgaver med høy grad av struktur. Gruppertisering er den strategien som blir brukt mest både for høy og middels grad av struktur. Det er fortsatt en del deltagere som bruker gruppertiserer selv når det er lav struktur, men vi ser her at gruppertisering ikke lenger er den mest brukte strategien. Når strukturen i oppgaven er lav, blir de intuitive strategiene mest brukt. Det er også en økning i bruken av strategier som telling, memorering og sammenligning når strukturen i oppgaven er lav. Dette viser oss at graden av struktur i oppgaven påvirker strategivalget hos deltagerne, deriblant gruppertisering. Grad av struktur påvirker dermed gruppertiseringsevnen hos mange deltagere.



Figur 4.8: Linjediagram overstrategier og struktur

Figur 4.8 viser oss de samme dataene som søylediagrammet over, men her tydeliggjøres tendensene i strategivalgene. For eksempel ser vi her hvordan andre strategier enn gruppetisering og aritmetikk gjerne blir brukt mer når strukturen er lav (blå linje). Tendensen er at for oppgaver med lav grad av struktur øker bruken av strategier som for eksempel telling, memorering og intuitive strategier. For de oppgavene med høy grad av struktur (grønn linje) ser vi at tendensen viser at flere bruker grupper, og at strategiene som telling og memorering blir mindre brukt.

#### 4.4 Oppsummering av resultatene

I dette kapittelet har jeg presentert resultatene fra analysen. Disse resultatene skal hjelpe meg med å besvare problemstillingen min. Jeg viste først hvordan den kvantitative analysen min peker på at det er individuelle forskjeller blant deltagerne mine, og hvordan dette hang sammen med oppgavene. Jeg fant også at struktur påvirker hvor vanskelig oppgaven er, men det er en gradvis økning i vanskelighetsgrad. Det er ikke slik at alle oppgaver med lav grad av struktur er vanskeligere enn de med høy struktur, det finnes overlapp mellom alle gradene av struktur.

Videre viste jeg hvilke strategier deltagerne mine brukte i de kvalitative resultatene. Det ble funnet to hovedkategorier med strategier den ene var intuitive strategier og den andre var kognitive strategier. Totalt sett ble det funnet flere kognitive besvarelser. Jeg fant at det var mange besvarelser som brukte gruppetisering og jeg fant at deltagerne mine brukte grupper på forskjellige vis. Jeg viser også hvordan strukturen i oppgavene påvirker strategiene som blir brukt. For eksempel så jeg at strategier som gruppetisering og aritmetikk gjerne ble mer brukt

når det var høy grad av struktur, mens oppgaver med lav grad av struktur førte til større bruk av telling, memorering, mønster og intuitive strategier.

Gjennom disse resultatene har jeg klart å besvare problemstillingen min. Deltagerne mine viser tegn til at gruppetisering kan være en indre egenskap, da det er individuelle forskjeller og at deltagerne bruker grupper i alle grader av struktur. Samtidig har jeg også funnet at struktur på oppgaven påvirker gruppetisering og at det dermed til en viss grad er avhengig av stimuli. Hva dette kan bety skal jeg diskutere videre i neste kapittel.



## 5 Diskusjon

I dette kapitlet skal jeg oppsummere- og diskutere funnene fra resultatkapitlet. Jeg kommer først til å gi et sammendrag av funnene og hva de kan bety, før jeg videre skal diskutere den praktiske signifikansen til funnene og hvordan de henger sammen med tidligere forskning. Jeg kommer også til å se hva disse funnene kan bety for videre forskning.

Formålet til denne oppgaven er å besvare problemstillingen som er som følger: *Tyder hvordan unge voksne gruppeterer på at det er en indre eller ytre egenskap?* Problemstillingen kommer til å bli besvart og utdypet gjennom hele kapitlet, men det vil komme et tydelig svar i konklusjonen som kommer til slutt i dette kapitlet.

### 5.1 Sammendrag av funn

Funnene mine viser til at gruppetering i stor grad er en indre egenskap. Til nå har forskningen gjerne sett på gruppetering som kun en ytre egenskap som er skapt av struktur og som henger sammen med subitering. Det blir sett på som en passiv prosess der man bare tar innover seg informasjon. Jeg har bekreftet at gruppetering til en viss grad er avhengig av struktur, men jeg har også funnet at gruppetering bruker en rekke aktive prosesser. For eksempel multiplikasjon, telling og problemløsning. Mine deltagere har store individuelle forskjeller, og det er forskjeller på hvordan og hvorvidt grupper brukes for løse oppgavene. Dette tyder på at gruppetering ikke er en passiv prosess, men heller er en rekke aktive prosesser som alle henger sammen med ting man har lært. Dette betyr at gruppetering ikke er en egenskap vi innehar og som brukes «automatisk», men at det er en egenskap som utvikles sammen med kunnskaper om matematikk. Disse kunnskapene bruker vi aktivt for å gruppeterere.

I tillegg til gruppetering fant jeg også en rekke andre kognitive strategier som ble brukt og det viser seg at strukturen påvirker strategivalget til deltagerne. For eksempel økte bruken av telling, sammenligning og memorering når strukturen ble lav, mens bruken av aritmetikk og gruppetering gikk ned. Det at strategivalget påvirkes av struktur kan henge sammen med de individuelle forskjellene og viser hvordan kunnskapen vi har lært, altså forskjellige strategier og kanskje til og med algebraisk tenking, hjelper oss med å løse estimeringsoppgaver.

### 5.2 Praktisk signifikans

Ettersom denne studien ikke fokuserer på undervisning kan jeg ikke direkte si hva som burde gjøres i klasserommet, men jeg kan komme med forslag på hva funnene kan bety for praksis.

Funnene mine tilsier at gruppetisering i stor grad er en indre egenskap som bygger på kunnskap en kan tilegne seg. Dette betyr at å jobbe med gruppetisering og estimering i klasserommet ikke bare er en bra problemløsningsoppgave for elevene, men kan også gi læreren innsikt i hvordan elevene klarer å bruke kunnskapen de har lært for å løse problemer. Dette kan gi læreren et godt utgangspunkt for å hjelpe elevene videre med utregninger og å jobbe mot at elevene kan bruke regnestrategier fleksibelt. Å jobbe med gruppetisering og kvikkbilder i klasserommet kan også være en fin aktivitet for å jobbe med multiplikasjon og addisjon. Skolen i dag setter det å være matematisk fleksibel og problemløsning høyt (Kunnskapsdepartementet, 2019). Jeg tror at å arbeide med gruppetisering og andre estimeringsoppgaver kan være en måte å jobbe for matematisk fleksibilitet og problemløsning. Arbeid med kvikkbilder og estimeringsoppgaver gir grunnlag for diskusjon og utveksling av ideer og strategier noe som er et fint utgangspunkt for undervisning.

### 5.3 Sammenhenger mellom mine funn og tidligere forskning

I denne oppgaven har jeg sett på hvordan struktur påvirker gruppetisering og strategivalg. Jeg har funnet at gruppetisering i en viss grad er avhengig av strukturen i settet med objekter. Deltagerne mine rapporterer gruppetisering i alle grader av struktur, men det blir mer hyppig brukt i de oppgavene som har tydelige gruppestrukturer. Det vil si at flere gruppetiserer når det er tydelige grupper i oppgaven. At gruppetisering er avhengig av struktur stemmer overens med funn fra tidligere forskning på feltet. Forskning på voksne og barn viser at sett som er sortert i grupper blir løst raskere enn de som har tilfeldig struktur (Starkey & McCandliss, 2014; Wender & Rothkegel, 2000). Jeg har ikke undersøkt responstiden til deltagerne mine, men det er et større antall deltagere som rapporterer gruppetisering i oppgaver med høy grad av struktur og dermed kan jeg si at disse funnene stemmer overens. Selv om flere rapporterer gruppetisering i høy og middels grad av struktur er det fortsatt en del deltagere som har rapportert at de bruker gruppetisering når strukturen er lav. Denne rapporteringen indikerer at det ikke kun er strukturen som avgjør om folk gruppetiserer, men også andre faktorer.

I tillegg til gruppetisering fant jeg en rekke strategier som ble brukt av deltagerne mine, spesielt i møte med ustrukturerte oppgavene. Det er ikke overraskende at bruken av andre strategier øker i oppgaver med lav struktur, ettersom det ikke er like naturlig å bruke grupper til å løse oppgaver når det ikke er tydelige gruppestrukturer å ta utgangspunkt i. Det som er interessant er at deltagerne ofte bruker mer enn en strategi samtidig. For eksempel ble memorering ofte brukt sammen med en annen strategi. Dette er noe vi finner igjen i forskningen, for eksempel fant Gandini et al. (2008) at de fleste brukte to strategier eller flere

når de skulle løse estimeringsoppgaver. Dette har blitt bekreftet i andre undersøkelser også (Gandini et al., 2008, 2010). Dette kan bety at estimering i stor grad handler om å dele et problem i mindre deler og velge strategier ut ifra dette.

Når man ser oppgavene i såpass kort tid som i denne undersøkelsen (100ms), vil det å bruke flere strategier for å få et bedre estimat være lurt. For eksempel i et bilde med høy kardinalitet vil man ikke rekke å telle alle prikkene før bildet er borte. Jeg tenker at blandingen av strategier kommer av at man prøver å gjøre oppgaven mer overkommelig. For eksempel ser det ut til at noen deltagere forsøkte å memorere en del av bildet og å telle prikkene i denne delen. Deretter brukte de dette som utgangspunkt til å estimere den totale mengden prikker. Det å bruke flere strategier for å dele opp problemet på denne måten vil være enklere enn å prøve og ta inn hele bildet på en gang. Det at det ofte blir brukt flere strategier samtidig, og at strategivalget endrer seg med struktur kan henge sammen med matematisk fleksibilitet. Fleksibilitet handler om bruken av flere strategier, at man fleksibelt kan bytte mellom strategier man har kjennskap til, og kan velge den som passer best (Verschaffel et al., 2009). Kanskje betyr dette at estimering er en kognitiv prosess som i større grad handler om å dele opp problemer og bruke forskjellige strategier der det passer seg. Dette viser at estimering også kanskje er en mer aktiv prosess enn tidligere antatt.

Det er tidligere blitt diskutert hvordan gruppertisering og matematiske ferdigheter henger sammen. Det er vist at gruppertisering blir bedre med alderen og etter hvert som man lærer mer om tall og matematikk. For eksempel fant Starkey og McCandliss (2014) at gruppertisering var mer til stede hos barn i 2. og 3. klasse enn barn i 1. klasse, og at det ikke var til stede hos barn i barnehagen (Starkey & McCandliss, 2014). Dette stemmer overens med funn i min undersøkelse. De individuelle forskjellene hos deltagerne mine peker på at matematiske ferdigheter spiller inn på gruppertisering, og at forskjellene sannsynligvis kommer fra ulik kompetanse hos deltagerne mine. Samtidig blir gruppertisering forklart som at det henger i stor grad sammen med subitisering og at man direkte kan få innsikt i mengder. Dette viser hvordan gruppertisering ofte blir sett på som en passiv prosess, selv om den er avhengig av en viss utvikling av tallforståelse (Starkey & McCandliss, 2014; Wege et al., 2022). I min undersøkelse har jeg vist at det er individuelle forskjeller hos deltagerne mine, og at gruppertisering dermed også innebærer aktive prosesser der deltagerne mine tenker og bruker regneferdigheter for å komme med et svar. Spesielt ble gruppertisering sett i oppgavene med høy grad av struktur, og de fleste av deltagerne som rapporterte gruppertisering gjorde dette når de så like grupper. Dette kan bety at regneferdigheter, spesielt da multiplikasjon er

en viktig faktor i gruppetisering. Ciccione og Dehaene (2020) fant i sin undersøkelse at aritmetikk kan være viktig i gruppetiseringsprosessen og da spesielt multiplikasjon. Hvis vi ser på dette i lys av hvordan gruppetisering ofte ble rapportert i høy struktur, og gjerne ble beskrevet som «to grupper med 3» kan man anta at det er multiplikasjon som gjør at deltagerne finner svarene sine.

## 5.4 Studiens begrensninger

Som med alle oppgaver har også denne oppgaven sine begrensninger og utfordringer. På grunn av tidsbegrensninger rakk jeg bare å samle inn 70 besvarelser. Dette er mer enn nok for å gjennomføre analysen og diskutere funnene, men jo flere besvarelser man får jo bedre kan man generalisere og argumentere for funnene. I retrospekt ville jeg nok ha endret litt på instrumentet hvis jeg skulle gjennomført dette prosjektet på nytt. For eksempel endte jeg opp med at hver deltager måtte svare på 150 oppgaver, noe som gjorde at deltagerne mine ble slitne. Det er nok ikke nødvendig at hver person må svare på 150 oppgaver for å oppnå de resultatene jeg ville ha. Skulle jeg gjort det på nytt ville jeg hatt litt færre oppgaver, og dette tror jeg kunne ført til at flere orket å gjennomføre testen.

I metoden nevnte jeg at klassifiseringen av struktur ikke ble bestemt på forhånd. Dette gjorde at jeg fikk en ujevn fordeling av oppgaver i de forskjellige gradene av struktur. Det ble mange flere oppgaver med lav grad av struktur enn i høy og middels. I fremtidig forskning eller hvis jeg skulle gjennomført studien på nytt kan det nok være lurt å starte i andre enden: først definere grader av struktur for så å utvikle oppgaver som passer til det.

Jeg valgte i denne oppgaven å gjennomføre en induktiv analyse. Det har fungert bra for meg, men det kan føre til at analysen blir mer farget av forskeren, i dette tilfellet meg. For eksempel vil ikke en annen person som analyserer samme datamateriale nødvendigvis komme frem til samme merkelapper, og man ville kanskje kategorisert besvarelsene på en annen måte. Hadde jeg hatt et rammeverk for analysen ville den trolig blitt mer objektiv, men ettersom det ikke finnes et rammeverk for akkurat det jeg skriver om, ble det en induktiv analyse. Selv om jeg har brukt en induktiv analyse har jeg forsøkt å holde meg så objektiv som mulig, og jeg har fått andre til å lese gjennom resultatene med eksempler for å sikre meg at jeg ikke har dratt konklusjoner som ikke er der.

## 5.5 Fremtidig forskning

Funnene mine tilsier at gruppetisering er en aktiv kognitiv prosess. Funnene viser en sammenheng mellom gruppetisering og lærte matematiske prosesser. Videre vil det være

relevant å finne ut hvordan vi kan legge til rette for undervisning som kan støtte disse prosessene. For eksempel kan man se på hvordan man kan bruke estimering og/eller gruppetisering til å lære problemløsning og utvikle aritmetikkunnskaper. Det kan også være interessant å se på om gruppetisering og estimering kan være med på å utvikle matematisk fleksibilitet, eller generelt om det er en sammenheng mellom fleksibilitet og estimering.

## 5.6 Konklusjon

I denne studien har jeg vist hvordan deltagerne mine gruppetiserte- og estimerte kvikkbildeoppgaver med forskjellig grader av struktur. Jeg har funnet at det er individuelle forskjeller hos deltagerne, noe som vil si at gruppetisering og estimering ikke kun blir styrt av ytre egenskaper og passive prosesser. Jeg har også funnet at deltagerne bruker grupper på forskjellige måter når de gruppetiserer, noe som viser at gruppetisering er en aktiv prosess. I tillegg til dette ser vi ut fra funnene at strukturen i oppgaven påvirker strategiene som blir brukt. Lav struktur fører til mer bruk av gjetting, memorering og telling, mens oppgaver med høy struktur gjerne fører til bruk av aritmetikk og gruppetisering. Samlet viser disse funnene at gruppetisering er en indre egenskap, og ikke *kun* styrt av struktur og stimuli. Dette betyr at lærte kunnskaper om matematikk og problemløsning er en viktig del av gruppetiseringsevnen.

Funnene i denne studien viser at gruppetisering i stor grad er en indre egenskap. Ettersom jeg har funnet at strukturen er med på å påvirke om deltagerne gruppetiserer er det også noen ytre faktorer som påvirker gruppetisering. Derfor, for å besvare om gruppetisering er en indre eller ytre egenskap, kan jeg si at gruppetisering er litt «begge deler». I stor grad er gruppetisering en indre egenskap som påvirkes av deltagerens matematiske kompetanse, men ytre stimuli som struktur er med på å påvirke hvordan og hvorvidt deltagerne gruppetiserer.

## 6 Referanseliste

- Anobile, G., Castaldi, E., Moscoso, P. A. M., Burr, D. C., & Arrighi, R. (2020). “Groupitizing”: A strategy for numerosity estimation. *Scientific Reports*, *10*(1), Artikkel 13436. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-68111-1>
- Bond, T. G., & Fox, C. M. (2015). *Applying the Rasch Model: Fundamental measurement in the human sciences* (3. utg.). Routledge.
- Boone, W. J. (2016). Rasch Analysis for Instrument Development: Why, When, and How? *CBE—Life Sciences Education*, *15*(4). <https://doi.org/10.1187/cbe.16-04-0148>
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, *3*(2), 77–101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Ciccione, L., & Dehaene, S. (2020). Grouping mechanisms in numerosity perception. *Open Mind*, *4*, 102–118. [https://doi.org/10.1162/opmi\\_a\\_00037](https://doi.org/10.1162/opmi_a_00037)
- Clark, T., Forster, L., Sloan, L., & Bryman, A. (2021). *Bryman’s social research methods* (6. utg.). Oxford university press.
- Clements, D. (1999). Subitizing: What Is It? Why Teach It? *Teaching Children Mathematics*, *5*(7), 400–405. <https://doi.org/10.5951/TCM.5.7.0400>
- Crites, T. (1992). Skilled and Less Skilled Estimators’ Strategies for Estimating Discrete Quantities. *The Elementary School Journal*, *92*(5), 601–619.
- De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2021, desember 16). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Forskningsetikk. <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/>
- Feigenson, L., Carey, S., & Hauser, M. (2002). The representations underlying infants’ choice of more: Object files versus analog magnitudes. *Psychological Science*, *13*(2), 150–156. <https://doi.org/10.1111/1467-9280.00427>
- Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, *44*(1–2), 43–74. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90050-r](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90050-r)
- Gandini, D., Ardiale, E., & Lemaire, P. (2010). Children’s Strategies in Approximate Quantification. *Current Psychology Letters. Behaviour, Brain & Cognition*, *26*(1). <https://doi.org/10.4000/cpl.4990>
- Gandini, D., Lemaire, P., & Dufau, S. (2008). Older and younger adults’ strategies in approximate quantification. *Acta Psychologica*, *129*(1), 175–189. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2008.05.009>

- Gardner, H. (1985). *The mind's new science: A history of the cognitive revolution*. Basic Books.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1986). *The child's understanding of number*. Harvard university press.
- Gilmore, C., Attridge, N., & Inglis, M. (2011). Measuring the Approximate Number System. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 64(11), 2099–2109. <https://doi.org/10.1080/17470218.2011.574710>
- Gilmore, C., Inglis, M., & Göbel, S. M. (2018). *An introduction to mathematical cognition*. Routledge.
- Guba, E. G. (1981). ERIC/ECTJ Annual review paper: Criteria for assessing the trustworthiness of naturalistic inquiries. *Educational communication and technology*, 29(2), 75–91. <http://www.jstor.org/stable/30219811>
- Guillaume, M., Roy, E., Van Rinsveld, A., Starkey, G. S., Unchaper, Melina. R., & McCandliss, B. D. (2023). Groupitizing reflects conceptual developments in math cognition and inequities in math achievement from childhood through adolescence. *Child Development*, 94(2), 335–347. <https://doi.org/10.1111/cdev.13859>
- Izard, V., & Dehaene, S. (2008). Calibrating the mental number line. *Cognition*, 106(3), 1221–1247. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2007.06.004>
- Jevons, W. S. (1871). The power of numerical discrimination. *Nature*, 3(67), Artikel 67. <https://doi.org/10.1038/003281a0>
- Katzin, N., Cohen, Z. Z., & Henik, A. (2019). If it looks, sounds, or feels like subitizing, is it subitizing? A modulated definition of subitizing. *Psychonomic Bulletin & Review*, 26(3), 790–797. <https://doi.org/10.3758/s13423-018-1556-0>
- Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *The American Journal of Psychology*, 62(4), 498–525.
- Kolkman, M. E., Kroesbergen, E. H., & Leseman, P. P. M. (2013). Early numerical development and the role of non-symbolic and symbolic skills. *Learning and Instruction*, 25, 95–103. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2012.12.001>
- Krajcsi, A., Lengyel, G., & Kojouharova, P. (2018). Symbolic Number Comparison Is Not Processed by the Analog Number System: Different Symbolic and Non-symbolic Numerical Distance and Size Effects. *Frontiers in Psychology*, 9. <https://www.frontiersin.org/journals/psychology/articles/10.3389/fpsyg.2018.00124>
- Kroesbergen, E. H., Van Luit, J. E. H., Van Lieshout, E. C. D. M., Van Loosbroek, E., & Van de Rijt, B. A. M. (2009). Individual differences in early numeracy: The role of

- executive functions and subitizing. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 226–236. <https://doi.org/10.1177/0734282908330586>
- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Is approximate number precision a stable predictor of math ability? *Learning and Individual Differences*, 25, 126–133. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2013.02.001>
- Luwel, K., & Verschaffel, L. (2008). Estimation of ‘real’ numerosities in elementary school children. *European Journal of Psychology of Education*, 23(3), 319–338. <https://doi.org/10.1007/BF03173002>
- Mandler, G., & Shebo, B. J. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111(1), 1–22. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.111.1.1>
- Parrish, A. E., & Beran, M. J. (2022). Approximate Number System (ANS). I J. Vonk & T. K. Shackelford (Red.), *Encyclopedia of Animal Cognition and Behavior* (s. 381–386). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-55065-7\\_1068](https://doi.org/10.1007/978-3-319-55065-7_1068)
- R Core Team. (2024). *R: A Language and Environment for Statistical Computing* [R]. R Foundation for Statistical Computing. <https://www.R-project.org/>
- Rasch, G. (1960). *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. Danmarks Paedagogiske Institut.
- Rizopoulos, D. (2006). ltm: An R package for latent variable modelling and item response theory analyses. *Journal of Statistical software*, 17(5), 1–25. <https://doi.org/10.18637/jss.v017.i05>
- Starkey, G. S., & McCandliss, B. D. (2014). The emergence of «groupitizing» in children’s numerical cognition. *Journal of Experimental Child Psychology*, 126, 120–137. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.03.006>
- Taber, K. S. (2018). The use of Cronbach’s alpha when developing and reporting instruments in scians education. *Res sci educ*, 48, 1273–1296. <https://doi.org/10.1007/s11165-016-9602-2>
- Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J., & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24(3), 335–359. <https://doi.org/10.1007/BF03174765>
- Wege, T. E., Trezise, K., & Inglis, M. (2022). Finding the subitizing in groupitizing: Evidence for parallel subitizing of dots and groups in grouped arrays. *Psychonomic Bulletin & Review*, 29(2), 476–484. <https://doi.org/10.3758/s13423-021-02015-7>



- Wender, K. F., & Rothkegel, R. (2000). Subitizing and its subprocesses. *Psychological Research*, 64(2), 81–92. <https://doi.org/10.1007/s004260000021>
- Wickham, H. (2016). *ggplot2: Elegant graphics for data analysis*. Springer-Verlag New York. <https://ggplot2.tidyverse.org>
- Wright, B. D., & Stone, M. H. (1979). *Best test design*. MESA Press.

# Vedlegg

Vedlegg 1: samtykkeskjema

Vedlegg 2: Oppgavene i instrumentet

Vedlegg 1: Samtykkeskjema

## **NB!**

Dette eksperimentet inneholder bilder med høy kontrast og blinking i lys.

### **Forskningsprosjektets formål**

Å undersøke hvordan folk estimerer mengder

### **Deltagelse**

Det vil vises en mengde prikker på skjermen. Du skal estimere hvor mange prikker og avgi et svar. Det vil også forekomme noen tekstoppgaver om hvordan du estimerte.

Det er frivillig å delta, og du kan når som helst trekke deg fra eksperimentet

### **Data**

Det som blir lagret er: din responstid, hvilken nettleser du bruker (f.eks. Chrome), hva lags enhet og operativsystem du bruker (f.eks. PC/Windows), skjerminnstillingene dine (f.eks. skjermopløsning), alder og kjønn.

### **Ansvarlig databehandler**

NTNU – Norges teknisk og naturvitenskaplige universitet

### **Dine rettigheter**

Du har rett til:

- (1) Få tilgang til den personlige dataen som blir prosessert om deg ,
- (2) å kreve at din data blir slettet
- (3) å kreve at data om deg som er feil blir rettet opp i
- (4) å få en kopi av din data (dataportabilitet), og
- (5) sende en klage til datatilsynet vedrørende prosesseringen av din personlige data.

### **Kontaktinfo**

For mere informasjon om studien, eller ved eventuelle spørsmål kan du sende mail til [krihornn@ntnu.no](mailto:krihornn@ntnu.no)

### **Samtykke**

Jeg samtykker til å ta del i denne studien

## Vedlegg 2: Oppgaver fra instrumentet

n: 4   #1	n: 4   #2	n: 4   #3	n: 4   #4	n: 4   #5
n: 4   #6	n: 4   #7	n: 4   #8	n: 4   #9	n: 4   #10
n: 6   #11	n: 6   #12	n: 6   #13	n: 6   #14	n: 6   #15
n: 6   #16	n: 6   #17	n: 6   #18	n: 6   #19	n: 6   #20
n: 6   #21	n: 6   #22	n: 6   #23	n: 6   #24	n: 6   #25
n: 6   #26	n: 6   #27	n: 6   #28	n: 6   #29	n: 6   #30

