

Ulrikke Berdahl

# Strategikompetanse knyttet til mengdeoppfattelse i kvikkbilder

En intervensjonsstudie

Masteroppgave i Grunnskolelærerutdanning 1.-7. trinn

Veileder: Eivind Kaspersen

Mai 2024



Ulrikke Berdahl

# **Strategikompetanse knyttet til mengdeoppfattelse i kvikkbilder**

En intervensjonsstudie

Masteroppgave i Grunnskolelærerutdanning 1.-7. trinn  
Veileder: Eivind Kaspersen  
Mai 2024

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap  
Institutt for lærerutdanning



Kunnskap for en bedre verden





# Sammendrag

I denne mixed-methods studien har jeg undersøkt strategikompetanse knyttet til mengdeoppfattelse i kvikkbilder. Studien undersøker om en undervisningsaktivitet med terninger utvikler elevers strategikompetanse og ferdigheter i mengdeoppfattelse. Tidligere studier (Libertus et al., 2013; Scheibling-Sève et al., 2020; Siegler, 2005, 2007) har vist positiv sammenheng mellom god strategikompetanse, mengdeoppfattelse og generell matematikkforståelse. Å vite hvilke aktiviteter som utvikler elevers strategikompetanse og ferdigheter i mengdeoppfattelse, gjør at lærere kan planlegge undervisningen av matematikk bedre. Jeg har samlet både kvalitativ og kvantitativ data gjennom en for-og etterundersøkelse. Mellom undersøkelsene gjennomførte deltakerne en undervisningsaktivitet med terninger. Ved å analysere og sammenligne resultatene før og etter undervisningsaktiviteten, så jeg etter utvikling i deltakernes strategirepertoar, strategifordeling, responstid og nøyaktighet. Funnene fra studien viser at undervisningsaktiviteten med terninger påvirket deltakernes strategikompetanse og nøyaktighet i mengdeoppfattelse lite, men responstiden ble betydelig kortere.

Nøkkelord: matematikk, strategikompetanse, mengdeoppfattelse

# Abstract

In this mixed-methods study, I have examined strategy competence related to perception of quantities presented for a short period of time. The study examines if a teaching activity including dices develops students' strategy competence and abilities in perceiving quantities. Earlier studies (Libertus et al., 2013; Scheibling-Sève et al., 2020; Siegler, 2005, 2007) have shown positive relations between good strategy competence, perceiving quantities and general math comprehension. Knowing which activities develops students' strategy competence and abilities in perceiving quantities, allows teachers to better plan teaching of mathematics. I have collected both qualitative and quantitative data through a pre- and post- survey. Between the surveys the participants executed a teaching activity including dices. Analyzing and comparing the results before and after the teaching activity, I looked after development in the participants strategy repertoire, strategy distribution, response time and accuracy. The study's findings shows that the teaching activity including dices had little effect on the participants strategy competence and accuracy in perceiving quantities, but their response time was significantly shorter.

Key words: mathematics, strategy competence, perception of quantities

# Forord

Denne masteroppgaven er det siste arbeidet mitt på den femårige lærerutdanningen ved NTNU. Både arbeid med oppgaven og de fem årene på studiet har vært lærerike og spennende.

I arbeidet med masteroppgaven har jeg fått undersøke undervisningspraksis knyttet til strategikompetanse og mengdeoppfattelse. Dette er kunnskap jeg tar med meg videre inn i læreryrket og matematikklasserom.

Jeg vil takke alle som har bidratt i prosessen med å skrive denne masteroppgaven. Takk til veilederen min; Eivind Kaspersen som har bidratt med gode tilbakemeldinger, gode råd og oppmuntrende ord. Takk til gode venner og medstudenter som har bidratt med godt humør og spredt glede i den til tider langsomme prosessen. Jeg vil også takke familien som har bidratt med motiverende ord, støtte og forståelse. Jeg vil spesielt takke farfar og pappa, som har engasjert seg ekstra i skriveprosessen.

Trondheim, mai 24

Ulrikke Berdahl



# Innholdsfortegnelse

<b>Figurer</b> .....	<b>v</b>
<b>Tabeller</b> .....	<b>v</b>
<b>1. Innledning</b> .....	<b>6</b>
1.1. Relevans .....	6
1.2. Tidligere forskning .....	6
1.3. Forskningsspørsmål.....	7
<b>2. Teori</b> .....	<b>11</b>
2.1. Teoretiske perspektiver .....	11
2.2. Relevante begreper og definisjoner .....	13
2.2.1. Strategikompetanse .....	13
2.2.2. Strategifleksibilitet .....	13
2.2.3. Mengdeoppfattelse .....	14
2.3. Rammeverk .....	16
2.3.1. Rammeverk for kvalitativ data .....	17
2.3.2. Rammeverk for kvantitativ data .....	18
2.4. Litteratursøk .....	18
2.5. Tidligere forskning .....	19
2.5.1. Strategikompetanse og strategifleksibilitet.....	19
2.5.2. Mengdeoppfattelse .....	20
2.5.3. Strategier for mengdeoppfattelse .....	21
<b>3. Metode</b> .....	<b>22</b>
3.1. Vitenskapelig paradigme.....	22
3.2. Forskningsstrategi .....	23
3.3. Forskningsdesign .....	23
3.4. Metodevalg .....	23
3.5. Datainnsamling .....	26
3.6. Dataanalyse.....	27
3.6.1. Analyse av kvalitativ data.....	27
3.6.2. Analyse av kvantitativ data.....	31
3.7. Kvalitetskriterier.....	33
3.7.1. Kvalitative kvalitetskriterier .....	33
3.7.2. Kvantitative kvalitetskriterier .....	34
3.8. Etikk .....	35
<b>4. Resultat</b> .....	<b>36</b>
4.1. Strategier for mengdeoppfattelse.....	36
4.1.1. Telling .....	37
4.1.2. Rask oppfatning .....	38

4.1.3.	Aritmetikk .....	40
4.1.4.	Forankring .....	42
4.1.5.	Annet .....	43
4.2.	<i>Strategikompetanse</i> .....	44
4.2.1.	Strategirepertoar .....	44
4.2.2.	Strategifordeling .....	45
4.3.	<i>Mengdeoppfattelse</i> .....	47
4.3.1.	Responstid .....	47
4.3.2.	Nøyaktighet.....	48
<b>5.</b>	<b>Diskusjon</b> .....	<b>51</b>
5.1.	<i>Strategier for mengdeoppfattelse</i> .....	51
5.2.	<i>Strategikompetanse</i> .....	51
5.2.1.	Strategirepertoar .....	51
5.2.2.	Strategifordeling .....	52
5.3.	<i>Mengdeoppfattelse</i> .....	53
5.3.1.	Responstid .....	53
5.3.2.	Nøyaktighet.....	53
5.4.	<i>Implikasjoner og videre forskning</i> .....	54
<b>6.</b>	<b>Konklusjon</b> .....	<b>57</b>
	<b>Referanser</b> .....	<b>59</b>

# Figurer

Figur 3.1: Illustrasjon av For- og Etterundersøkelse .....	24
Figur 3.2: Organiseringskategorier for Mengder .....	25
Figur 3.3: Spillbrett .....	26
Figur 4.1: Strategimodell .....	36
Figur 4.2: Eksakt Telling .....	37
Figur 4.3: Memorering .....	38
Figur 4.4: Vet .....	38
Figur 4.5: Gjetting .....	39
Figur 4.6: Omtrentlig Telling .....	40
Figur 4.7: De-/rekomponering .....	41
Figur 4.8: Regning .....	41
Figur 4.9: Kombinasjoner .....	42
Figur 4.10: Forankring .....	43
Figur 4.11: Ikke Tolkbare .....	44
Figur 4.12: Antall Strategier før og etter Intervensjonen .....	45
Figur 4.13: Strategifordeling før og etter Intervensjonen .....	46
Figur 4.14: Box-Plot for Responstid .....	48
Figur 4.15: Box-Plot for Nøyaktighet .....	49

# Tabeller

Tabell 3.1: Første Utkast av Transkripsjonstabell .....	28
Tabell 3.2: Andre Utkast av Transkripsjonstabell .....	29
Tabell 4.1: Gruppernes Gjennomsnittlige Responstid .....	47
Tabell 4.2: Mann-Whitney U test .....	49

# 1. Innledning

Temaet for denne oppgaven er strategikompetanse og strategier i arbeid med å oppfatte mengder. Studien undersøker om en intervensjon som inviterer til variert bruk av strategier og kjente mønster, kan bidra til å utvikle deltakernes strategikompetanse og evne til å oppfatte mengder. Lemaire og Siegler (1995) viser til fire faktorer som påvirker et individs strategikompetanse: strategirepertoar, strategifordeling, strategieffektivitet og strategifleksibilitet. I denne studien ser jeg på strategirepertoar og strategifordeling knyttet til oppfatning av mengder. Oppfatning av mengder er en kompleks prosess. Vi oppfatter mengder på ulike måter, ved systematisk opptelling, estimering og subitisering (Luwel & Verschaffel, 2008; Krajcsi et al., 2013; Wege et al., 2022). Hvilken metode vi benytter for å oppfatte en mengde er avhengig av mengdens størrelse og organisering (Krajcsi et al., 2013; Luwel & Verschaffel, 2008; Wege et al., 2022). I dette kapitlet vil jeg basert på tidligere forskning og politikk vurdere hvorfor denne studien er relevant. Jeg vil gi en kort presentasjon av tidligere forskning, før jeg presenterer studiens forskningsspørsmål og hvordan et svar på disse kan bidra til bedre undervisningspraksis.

## 1.1. Relevans

Strategikompetanse og fleksibilitet er vektlagt som matematisk kompetanse i flere politiske papirer (Star et al., 2015). Variert strategibruk har fått mer plass i norsk matematikkundervisning de siste årene (Kunnskapsdepartementet, 2019). Kjerneelementene i matematikkfaget understreker at strategier skal vektlegges mer enn matematiske løsninger (Kunnskapsdepartementet, 2019). Utvikling av strategikompetanse og evne til å oppfatte mengder kan bidra til å øke elevers generelle matematiske kompetanse (Siegler, 2005; Libertus et al., 2013).

Forskning viser positive koblinger mellom god strategikompetanse, gode ferdigheter i å oppfatte mengder og utvikling og læring av matematikk (Siegler, 2005; Libertus et al., 2013). For å støtte læring av matematikk, er det derfor viktig med studier som ser på strategier og strategikompetanse i arbeid med oppfatning av mengder. Ved å forske på elevers strategikompetanse i arbeid med oppfatning av mengder, kan lærere støtte seg på forskningens funn i planlegging av undervisning. Hvordan kan lærere legge opp undervisning som kan bidra til å utvikle elevenes strategikompetanse? Kan undervisning legge til rette for at elever kan oppfatte mengder raskere og mer nøyaktig?

Forskning viser at arbeid med varierte strategier og oppfatning av tallmengder kan være gunstig for å utvikle generelle matematikkferdigheter (Libertus et al., 2013; Siegler, 2005, 2007). Både strategikompetanse og arbeid med mengder bør introduseres tidlig i skoleløpet (Libertus et al., 2013; Siegler, 2005, 2007). Resultatene fra PISA-undersøkelsen i 2022 viser at flere norske elever presterer på det laveste nivået i matematikk, og gjennomsnittet har aldri vært lavere (Kunnskapsdepartementet, 2023). Hvis tidlig arbeid med varierte strategier og oppfatning av tallmengder kan utvikle generelle matematikkferdigheter er dette noe det bør forskes mer på.

## 1.2. Tidligere forskning

Strategikompetanse og matematisk fleksibilitet kan øke elevenes begreps- og prosedyrekunnskap. I tillegg kan strategikompetanse bidra til å øke elevenes helhetlige matematikkompetanse (Scheibling-Sève et al., 2020; Siegler, 2005, 2007). Tidligere



forskning viser at elevens strategirepertoar påvirker læring (Siegler, 2005, 2007). Det ser ut til at elever med et større strategirepertoar har bedre utgangspunkt for å utvikle seg i matematikkfaget (Siegler, 2005, 2007). Strategirepertoar er en faktor i strategikompetanse (Lemaire & Siegler, 1995), derfor vil også strategikompetanse ha positiv påvirkning på generell matematikkompetanse.

Gode ferdigheter i, og gode strategier for oppfatning av mengder ser også ut til å gi elever bedre utgangspunkt for utvikling og læring av matematikk (Siegler, 2005, 2007; Libertus et al., 2013). Studier viser at elevers evne til å oppfatte en mengde objekter kan forutsi deres matematiske evner på senere tidspunkt (Libertus et al., 2013). Studien gjennomført av Libertus et al. (2013) fant et prediktivt forhold mellom elevers tidlige forståelse av mengder og senere matematiske evner (Libertus et al., 2013). En annen studie så på elevers strategier for oppfatning av mengder (Gandini et al., 2008). Resultatene viste at deltakerne brukte strategier med formelle matematikkferdigheter (Gandini et al., 2008). Strategiene baserte seg på addisjon og multiplikasjon (Gandini et al., 2008). Studien til Libertus et al. (2013) og Gandini et al. (2008) støtter opp om antakelsen av at ferdigheter og strategier knyttet til å oppfatte mengder er viktig i matematikkundervisning.

Vi bruker ulike strategier for å oppfatte mengder. Systematisk opptelling, estimering og subitisering er noen strategier for oppfatning av mengder som det er forsket på (Luwel & Verschaffel, 2008; Krajcsi et al., 2013; Wege et al., 2022). I tillegg har studier funnet groupitizing (Wege et al., 2022) og en mønstergjenkjenningmodell (Logan & Zbrodoff, 2003; Krajcsi et al., 2013; Mandler & Shebo, 1982) som strategier utviklet av subitisering. Hvilken strategi vi velger avhenger av flere faktorer: mengdens størrelse, organisering og hvor lenge mengden blir presentert (Krajcsi et al., 2013; Mandler & Shebo, 1982). Systematisk opptelling innebærer å knytte mengdens størrelse og kardinaltall sammen. Dette betyr at hvert objekt tildeles ett tall fra den stabile tallrekka. Det er en-til-en korrespondanse mellom hvert tallord og hvert objekt (Luwel & Verschaffel, 2008). Strategier med systematisk opptelling benyttes når mengdene er større, og man har god tid på å anslå mengden. Strategier som innebærer systematisk opptelling gir nøyaktige resultat (Luwel & Verschaffel, 2008). I forbindelse med oppfatning av mengder er estimering en perseptuell prosess som brukes for å anslå større mengder. Estimeringsstrategier krever lite tid, men er mindre nøyaktig enn systematisk opptelling (Luwel & Verschaffel, 2008). Subitisering er en rask og nøyaktig opptellingsprosess av små mengder med opp til fire objekter (Krajcsi et al., 2013; Luwel & Verschaffel, 2008). Groupitizing bygger videre på subitisering, og handler om at visuelt grupperte mengder kan telles opp mer nøyaktig og raskere enn tilfeldig arrangerte mengder (Wege et al., 2022). Visuelt grupperte mengder tillater subjektet å bruke mentale kalkuleringer (Wege et al., 2022). Flere studier som har undersøkt metoder for oppfatning av mengder, har funnet en mønstergjenkjenningmodell (Krajcsi et al., 2013; Logan & Zbrodoff, 2003; Mandler & Shebo, 1982), som ligner groupitizing (Wege et al., 2022). Mønstergjenkjenningmodellen sier at kanoniske, symmetriske og velkjente mønstre øker subitiseringsområdet. Når vi får presentert kjente mønstre kan vi oppfatte større mengder raskere og mer nøyaktig (Logan & Zbrodoff, 2003; Krajcsi et al., 2013; Mandler & Shebo, 1982).

### 1.3. Forskningsspørsmål

Matematikkundervisning fokuserer for lite på strategikompetanse. Funn fra forskning tyder på at undervisning med fokus på strategivariasjon og elevutforskning er mest

effektivt for å utvikle strategifleksibilitet. Likevel ser det ut til å være vanskelig å ta med seg en slik tilnærming inn i klasserommet (Verschaffel, 2023). Norske klasserom oppfordres til å fokusere på utforskende undervisning, strategivariasjon og fleksibilitet (Kunnskapsdepartementet, 2019). Samtidig viser studier at matematikkundervisningen fremdeles bruker metoder som hører til oppgaveparadigmet (Høybakken & Åsheim, 2022). Som en konsekvens av for lite fokus på varierte strategier blir elever sjeldent i stand til å løse matematiske problemer fleksibelt (Rittle-Johnson et al., 2012). Med så mye forskning som viser positive sammenhenger mellom strategikompetanse, oppfatning av mengder og generell matematikkforståelse burde undervisning av matematikk i større grad ta utgangspunkt i undervisningsopplegg som kan stimulere utvikling av strategikompetanse og ferdigheter i å oppfatte mengder. For å kunne hjelpe lærere å planlegge slik undervisning er det nødvendig med studier som ser på ulike undervisningsopplegg knyttet til arbeid med varierte strategier og oppfatning av mengder.

Å legge opp undervisning som stimulerer til utvikling i strategikompetanse og strategifleksibilitet kan være utfordrende (Verschaffel, 2023). Flere studier har sett på hvilke undervisningsopplegg som er best egnet til å utvikle strategifleksibilitet (Berk et al., 2009; Blöte et al., 2001; De Smedt et al., 2010), men få studier har sett på undervisning som støtter bruk av varierte strategier knyttet til oppfatning av mengder. Å velge hensiktsmessige undervisningsmetoder er en metodisk og didaktisk utfordring. Det er en utfordring som har blitt mer aktuelt i senere år når varierte arbeidsmetoder og strategier har fått mer fokus og læreplaner har blitt mindre konkrete (Kunnskapsdepartementet, 2019). Ved å studere effekten av ulike undervisningsopplegg kan man hjelpe lærere til å planlegge undervisning som er effektiv for å utvikle strategikompetanse og ferdigheter i å oppfatte mengder.

Jeg har gjennomført en mixed methods-studie. Data har jeg samlet inn ved å kombinere kvalitative og kvantitative metoder. Deltakerne har gjennomført samme undersøkelse to ganger, én for-og én etterundersøkelse. I undersøkelsene ble de presentert for flere kvikkbilder der oppgaven var å angi størrelsen til de ulike mengdene. Mellom undersøkelsene gjennomførte deltakerne en intervensjon der de spilte et terningspill i grupper. For- og etterundersøkelsene ga meg kvalitativ og kvantitativ data.

I denne studien har jeg sett på strategier knyttet til effektiv og nøyaktig oppfatning av mengder. Fokuset for studien har vært på elevenes utvikling av strategikompetanse knyttet til å oppfatte mengder. Jeg har også sett om elevene har blitt mer effektive til å oppfatte mengder i kvikkbilder. Hvis vi antar at eksponering for og utforskning av ulike strategier bidrar til fleksibel strategibruk (Verschaffel, 2023), vil en intervensjon som inviterer til varierende bruk av strategier for å oppfatte mengder kunne være effektivt for å utvikle deltakernes strategikompetanse. Derfor har jeg gjennomført en intervensjon som ga elevene mulighet til å samarbeide, utforske og bruke ulike strategier for å oppfatte mengder. Intervensjonen baserte seg på mengder bestående av kanoniske mønster, siden dette ser ut til å påvirke hvor raskt og nøyaktig vi er i stand til å oppfatte mengder (Logan & Zbrodoff, 2003; Krajcsi et al., 2013; Mandler & Shebo, 1982).

Skal vi tro forskning, vil man ved å kombinere strategikompetanse og oppfatning av mengder kunne utvikle elevenes generelle matematikkunnskap og ferdigheter (Siegler, 2005, 2007; Libertus et al., 2013). Som nevnt tidligere vil arbeid med varierte strategier kunne bidra til økt matematisk forståelse (Siegler, 2005, 2007; Libertus et al., 2013). Vi

har også sett at elevers ferdigheter og prestasjoner i oppfatning av mengder kan gi et bilde av elevers tallkunnskap og tallforståelse (Libertus et al., 2013). For å utvikle generell matematisk kompetanse vil det derfor være gunstig å studere strategikompetanse knyttet til oppfatning av mengder.

### **Hvilke strategier bruker elever for å oppfatte mengder i kvikkbilder?**

**Vil en intervensjon som inviterer til varierende bruk av strategier utvikle elevers strategikompetanse?** Utvikles elevenes strategirepertoar? Endres elevenes strategifordeling?

**Vil en intervensjon som eksponerer elever for gjenkjennbare mønster gjøre at de oppfatter mengder i kvikkbilder mer effektivt?** Endres deltakernes responstid? Svarer de mer nøyaktig på oppfatning av mengder?

For å undersøke elevenes strategikompetanse er det nyttig å vite hvilke strategier de bruker for å oppfatte mengder. Derfor har jeg valgt å inkludere det første forskningsspørsmålet.

Jeg har brukt ulike rammeverk og analysemetoder for å finne svar på forskningsspørsmålene. Rammeverket knyttet til kvalitativ data og deltakernes strategikompetanse tar utgangspunkt i Lemaire og Siegler (1995) beskrivelse av strategikompetanse, samt Gandini et al. (2008) strategier for oppfatning av mengder. I arbeidet med kvantitativ data knyttet til å deltakernes effektivitet i å oppfatte mengder har jeg induktivt laget et rammeverk. Jeg gir en detaljert beskrivelse av rammeverkene i teorikapittelet. Kvalitative data har jeg analysert ved hjelp av tematisk analyse. Den tematiske analysen hjalp meg å identifisere, analysere og tolke mønster og kategorier (Clarke & Braun, 2016). Jeg har brukt en kombinasjon av induktiv og deduktiv tilnærming til tematisk analyse. Jeg brukte tidligere studier og funn av strategier for oppfatning av mengder (Gandini et al., 2008). I tillegg har jeg tatt utgangspunkt i data jeg har samlet, og jobbet induktivt for å finne kategorier og temaer som var relevant for det datasettet jeg hadde. Ved hjelp av den tematiske analysen fant jeg strategiene som deltakerne brukte for å løse kvikkbildeoppgavene. Resultatene fra den tematiske analysen brukte jeg deretter for å se etter utvikling i deltakernes strategirepertoar og strategifordeling. For å vurdere deltakernes prestasjon i mengdeoppfattelse av kvikkbilder, har jeg sett på deltakernes responstid og nøyaktighet. For å se etter utvikling i deltakernes responstid, har jeg gjennomført en statistisk analyse. Deltakernes nøyaktighet ble analysert ved hjelp av en Mann-Whitney  $U$  test. Analysemetodene for kvalitativ og kvantitativ data beskrives nærmere i metodekapittelet.

Et svar på forskningsspørsmålene vil kunne hjelpe lærere med å planlegge matematikkundervisning. Om undervisningsaktiviteten viser seg å bidra til å utvikle elevers strategikompetanse og prestasjoner, kan det være gunstig å bruke liknende metoder i undervisning. Studiens resultater kan være veiledende for didaktiske og pedagogiske valg lærere gjør i forbindelse med undervisning av strategikompetanse og oppfatning av mengder. Lærere vil kunne bruke resultatene fra studien til å bedre støtte elevers utvikling av strategikompetanse og ferdigheter i å oppfatte mengder. Hvis resultatene av denne studien viser at den gjennomførte intervensjonen ikke påvirker deltakernes strategikompetanse og ferdigheter i å oppfatte mengder vil det fremdeles være funn som er nyttige i undervisningssammenheng. Om terningaktiviteten ikke bidrar

til å utvikle elevers matematiske kompetanse kan lærere unngå å bruke liknende undervisningsopplegg.

Hvis vi kan svare på forskningsspørsmålene kan resultatet senere brukes i andre deler av matematikken. Lærere kan i større grad legge opp undervisning som stimulerer og utvikler elevers strategikompetanse. Dette kan være nyttig for elevers generelle matematiske forståelse og kunnskap. Andre aspekter av matematikk, som aritmetikk, algebra og problemløsningsoppgaver kan også påvirkes positivt av at elevene utvikler god strategikompetanse (Verschaffel, 2023).

I denne studien vil jeg se om et undervisningsopplegg med terninger som fokuserer på strategivariasjon og elevaktivitet kan bidra til å utvikle elevers strategikompetanse og mengdeforståelse i kvikkbilder. I teorikapitlet vil jeg definere begrepene strategikompetanse og oppfattelse av mengder. Jeg gir en beskrivelse av de konseptuelle rammeverkene jeg har brukt for å analysere både kvalitativ og kvantitativ data. I tillegg presenterer jeg tidligere forskning knyttet til strategikompetanse og oppfatning av mengder i kvikkbilder. Videre beskriver jeg i metodekapitlet hvordan jeg har brukt mixed methods og et konvergerende design for å svare på forskningsspørsmålene. Jeg beskriver ulike metodevalg: valg av deltakere, innsamlingsverktøy og oppgaver. Jeg gir også en forklaring av analysemetodene jeg har brukt i studien: tematisk analyse og Mann-Whitney  $U$  test. Avslutningsvis i metodekapitlet tar jeg for meg kvalitetskriterier og etikk, og hvordan jeg har gått fram for å sikre at undersøkelsen oppfyller kriteriene for en sikker og troverdig studie. I resultatkapitlet ser jeg på resultatene av analysen. Den tematiske analysen av kvalitativ data resulterte i en strategimodell som jeg tar for meg i resultatkapitlet. Her ser jeg også på resultatene og svarer på forskningsspørsmålene knyttet til strategikompetanse og mengdeoppfattelse. Deretter vil jeg i diskusjonskapitlet se på resultatene i lys av tidligere forskning for å se om denne studien samsvarer med tidligere teori. Jeg reflekterer også rundt funnene og eventuell videre forskning, før jeg avslutningsvis gir en kort konklusjon.

## 2. Teori

I utdanningsforskning finner vi ulike syn og definisjoner av teori og kunnskap. Hvordan vi forstår teori og kunnskap påvirker forskningsprosessen og eventuelle resultater. Derfor vil jeg i dette kapitlet først beskrive ulike teoretiske perspektiver og hvilke som ligger til grunn for denne studien. Deretter gir jeg en presentasjon av konsepter, teorier og begreper som er sentrale for å svare på forskningsspørsmålene. Videre definerer jeg rammeverkene som er brukt for å analysere data. Til slutt følger en gjennomgang og oversikt over tidligere forskning knyttet til strategikompetanse, fleksibilitet og oppfatning av mengder.

### 2.1. Teoretiske perspektiver

Det er ulike perspektiver og beskrivelser av hva teorier er. Vi kan se på en teori som et perspektiv på virkeligheten, der kun en del av virkeligheten er i fokus. Teorier er en forenkling av virkeligheten, og et forsøk på å forklare, beskrive og forstå det som er rundt oss (Postholm & Jacobsen, 2018). Teorier finnes på ulike nivåer, og er mer eller mindre abstrakte, overordnet og konkrete. Ontologiske utgangspunkter innebærer de mest abstrakte og omfattende teoriene. I utdanningsforskning er dette teorier som ser på hva læring faktisk er (Postholm & Jacobsen, 2018). Behaviorister mener at læring kan defineres som endring i atferd (Hergenhahn & Olson, 2005). Piaget hadde et kognitivt perspektiv på læring, og mente individet lærer ved å tilegne seg kunnskap gjennom erfaringer, sosiale sammenhenger, tolking og utprøving av kunnskapen (Karlsdottir et al., 2022). Teorier som ser på hvordan mennesker kan tilegne seg kunnskap om virkeligheten er mer konkrete. Disse teoriene danner ulike epistemologiske utgangspunkt (Postholm & Jacobsen, 2018). Konstruktivistisk kunnskapsteori er en slik teori, som forsøker å forklare hvordan mennesker tilegner seg ny kunnskap basert på kunnskap vi allerede har (Bjørnestad, 2004). De mest konkrete teoriene, som konkrete forskningsspørsmål og problemstillinger tar utgangspunkt i, kalles substantivte teorier (Postholm & Jacobsen, 2018). En mønstertilpasningsteori for oppfatning av mengder (Logan & Zbrodoff, 2003) er eksempel på en substantiv teori.

I denne studien ser jeg etter utvikling i strategikompetanse og prestasjoner i å oppfatte mengder. Det kognitive perspektivet er det ontologiske utgangspunktet for læring i denne studien. Undersøkelsene og intervensjonen som deltakerne gjennomførte ga elevene erfaringer og mulighet til å teste kunnskapen i fellesskap. Studien baserer seg også på konstruktivistisk læringsteori fordi intervensjonen og undersøkelsene er utviklet med bakgrunn på kunnskap deltakerne allerede har. Intervensjonen og undersøkelsene er i stor grad basert på mønster som er kjente for deltakerne, da dette skal gjøre det lettere å utvikle ny kunnskap (Bjørnestad, 2004). En substantiv teori i denne studien er mønstertilpasningsteorien for oppfatning av mengder (Logan & Zbrodoff, 2003). Ontologi og epistemologi er i utdanningsforskning tett knyttet til læringsteorier.

Ulike læringsteorier presenterer ulike syn på læring og ulike tilnærminger til forskning. Grovt kan man skille mellom tre hovedsyn på læring: behavioristisk, sosiokulturelt og kognitivt (Wittekk & Brandmo, 2016). Behaviorismen ser på læring som endring i atferd, reaksjoner og responser. Læring i behaviorismen skjer gjennom at elever mottar kunnskap fra autoriteter. (Wittekk & Brandmo, 2016). Sosiokulturelle læringsteorier (Wittekk & Brandmo, 2016) tar utgangspunkt i at læring er mest effektivt i situasjoner der

man jobber med problemløsningsoppgaver i fellesskap (Postholm & Jacobsen, 2018). Læring anses derfor som et resultat av sosial interaksjon og samhandling (Wittek & Brandmo, 2016). Kognitiv læringsteori handler om hvordan elever oppfatter, tilegner seg og lagrer kunnskap (Postholm & Jacobsen, 2018). Et kognitivt syn på læring er knyttet til rasjonalisme, der fornuft og tenking er grunnleggende faktorer for læring. (Wittek & Brandmo, 2016). Hjernen er bygd opp av skjema der kunnskap lagres og sorteres. Når vi møter ny kunnskap, er det enklere å lagre denne i allerede eksisterende skjema, enn å lage nye bokser i skjemaet. Fra et kognitivt perspektiv bør undervisning derfor bygge videre på det elevene allerede har kunnskap om (Postholm & Jacobsen, 2018). Kognitiv læringsteori har fokus på at elever skal få utforske, oppleve og erfare for å kunne konstruere en egen versjon og tolkning av virkeligheten (Wittek & Brandmo, 2016). Læring er et komplekst fenomen som er vanskelig å observere. I praksis vil det ikke være hensiktsmessig å se på læring gjennom kun én læringsteori. Elever kommer til undervisning med ulike forutsetninger, og undervisning som passer til én elev trenger ikke være like effektiv for alle. I en forskningssammenheng er det likevel nyttig å ta utgangspunkt i ett synspunkt og en læringsteori. I forskning har man ikke mulighet til å ta stilling til alle aspekter ved læring. Derfor vil det være nyttig å se forskningen og studien i lys av en læringsteori, og fokusere på den. Dette gjør at studien og resultater blir tydeligere og lettere å forstå.

Denne studien ser på læring fra et kognitivt læringssyn. Med utgangspunkt i kognitiv læringsteori (Postholm & Jacobsen, 2018) er utforskende undervisning nyttig for å stimulere til læring. Undervisning der elevene får delta aktivt, bruke kunnskap og utforske virkeligheten selv. Intervensjonen som ble gjennomført ble basert på at elevene skulle bruke kunnskap de allerede hadde, for å utvikle ny kunnskap. Elevene fikk mulighet til å utforske og jobbe med kunnskap og ferdigheter som ville være nyttige når de etterpå skulle gjennomføre en undersøkelse. Intervensjonen baserte seg på kjente mønster og kunnskap de hadde fra før. I tillegg var intervensjonen åpen og elevene fikk selv utforske nye ferdigheter ved å bruke kunnskap de allerede hadde. Undersøkelsene før og etter intervensjonen var derimot satt sammen av elementer deltakerne ikke kjente fra før. For å kunne utvikle nye strategier var deltakerne avhengig av å bruke intervensjonen, tidligere erfaringer og kunnskap de allerede hadde. Deltakerne fikk mulighet til å utvikle nye ferdigheter og kunnskap på bakgrunn av det de allerede kjenner til. Gjennom utforsking og erfaringer kunne de mentale skjemaene utvikles. Elevene fikk mulighet til å konstruere en egen tolkning av virkeligheten (Postholm & Jacobsen, 2018; Wittek & Brandmo, 2016). Selv om denne studien tar utgangspunkt i et kognitivt læringssyn, avviser ikke det alle andre syn på læring. I tillegg til å bruke kjent kunnskap for å utvikle ny kunnskap, var også intervensjonen en sosial arena der deltakerne fikk diskutere og utforske i fellesskap. Dette sosiale aspektet kjenner vi igjen fra det sosiokulturelle læringssynet (Wittek & Brandmo, 2016).

I denne studien har jeg undersøkt strategikompetanse knyttet til effektiv og nøyaktig oppfatning av mengder. Studien ser på deltakernes utvikling av strategirepertoar og strategifordeling når de oppfatter mengder. Når vi oppfatter en mengdes størrelse, bruker vi ulike strategier. Hvilken strategi vi velger avhenger av flere faktorer. Faktorer som avgjør hvilken strategi vi velger kan være mengdens størrelse, hvordan mengden er organisert, og hvor lang tid vi får på oppgaven. Systematisk opptelling, estimering og subitisering er noen overordnede strategier som brukes når vi oppfatter mengder (Luwel & Verschaffel, 2008; Krajcsi et al., 2013; Wege et al., 2022). For å se etter utvikling i strategikompetanse og mengdeoppfatning, trenger vi kunnskap knyttet til dette.

Kunnskap om strategikompetanse og mengdeoppfattelse kan vi få gjennom teori og tidligere forskning. I dette kapittelet vil jeg presentere tidligere forskning og funn knyttet til strategikompetanse og oppfatning av mengder.

## 2.2. Relevante begreper og definisjoner

For å forstå strategikompetanse knyttet til oppfatning av mengder, er det noen begreper og konsepter man bør kjenne til. Under kommer en kort gjennomgang og definisjoner av begreper som er relevante for denne studien. Til å begynne med kommer en beskrivelse av hva strategikompetanse innebærer. Jeg definerer også strategifleksibilitet og adaptivitet (Verschaffel, 2023). Selv om jeg ikke ser på strategifleksibilitet i denne studien, henger det tett sammen med strategikompetanse. Derfor er det relevant å vite hvordan strategifleksibilitet defineres, for å få et helhetlig bilde av strategikompetanse. Etter å ha sett på strategikompetanse og strategifleksibilitet beskriver jeg hva som menes med å oppfatte mengder i denne studien. Her presenteres tre overordnede strategier for å oppfatte mengder: systematisk opptelling, estimering og subitisering.

### 2.2.1. Strategikompetanse

Lemaire og Siegler (1995, s. 84) beskriver et individs strategikompetanse ved hjelp av fire variabler: strategirepertoar, strategifordeling, strategieffektivitet og strategivalg (Torbeyns & Verschaffel, 2013). Strategirepertoar er alle ulike strategier et individ kan å bruke for å løse matematikkoppgaver (Hickendorff, 2020). Strategifordeling viser til hver strategis frekvens, hvor ofte bruker individet de ulike strategiene (Hickendorff, 2020). Den tredje parameteren ser på strategienes effektivitet (Hickendorff, 2020), hvor raskt og nøyaktig svarer individet på oppgavene ved hjelp av de ulike strategiene. Strategivalg sier noe om individets strategifleksibilitet og adaptivitet (Torbeyns & Verschaffel, 2013). Strategifleksibilitet handler om at man kan skifte mellom å bruke ulike strategier. Adaptivitet er evnen til å velge den mest effektive og passende strategien til den gitte oppgaven (Selter, 2009). Strategivalg handler om elevene velger effektive og passende strategier (Torbeyns & Verschaffel, 2013). I denne studien vil jeg ikke fokusere på strategifleksibilitet og adaptivitet isolert. Både fleksibilitet og adaptivitet er en del av strategikompetanse. For å få et helhetlig bilde av strategikompetanse er det derfor viktig å være kjent med strategifleksibilitet og adaptivitet. Derfor presenterer jeg kort hva som menes med strategifleksibilitet.

### 2.2.2. Strategifleksibilitet

Strategifleksibilitet beskrives og defineres på ulike måter. Jeg har tatt utgangspunkt i Newton et al. (2020, s. 504) beskrivelse, og Verschaffel's (2023) oppfatning av begrepet. Verschaffel (2023) bruker begrepene fleksibilitet og adaptivitet synonymt. Elever som tar fleksible og adaptive strategivalg er i stand til å bruke en variasjon av strategier, og velge passende strategi basert på noen variabler: problemets karakteristikk, elevens subjektive karakteristikk, personlige preferanser og erfaringer, og strategiens effektivitet (Newton et al., 2020). I tillegg vektlegger Verschaffel (2023) konseptuelle aspekter: å ha kunnskap om flere strategier, samt generell kunnskap om matematiske relasjoner og tall. Den sosiokulturelle konteksten oppgaven løses i kan også påvirke elevenes strategivalg (Verschaffel, 2023). En elev kan for eksempel velge å addere for å finne summen av to terninger når oppgaven gjøres i hel klasse, men teller hver prikk på terningene når den spiller et terningspill. Elever kan også ha ulike strategirepertoar uten at det sier noe om hvem som er mest fleksibel. En elev som velger effektive strategier, slik beskrevet over, og i tillegg har et bredt strategirepertoar vil

derimot være mer fleksible enn en elev som stadig velger samme strategi uavhengig av oppgave og kontekst. Strategivalg som tas uavhengig av erfaringer, oppgavetype og kontekst vitner ofte om elever som er lite fleksible. I mengdeoppfattelse kan strategifleksibilitet komme til uttrykk gjennom at mengdens organisering, størrelse og tid gjør at elever velger ulike strategier for å anslå mengden.

### 2.2.3. Mengdeoppfattelse

I denne studien bruker jeg begrepet mengdeoppfattelse om ferdigheten å oppfatte en mengdes størrelse. Oppfatning av mengder handler om å kunne anslå en mengdes størrelse. Vi oppfatter mengder på ulike måter, og ved bruk av ulike strategier. Hvilke strategier man bruker og som er meste effektive avhenger av flere faktorer: størrelse, organisering og tid. Med tid menes hvor lenge individet ser den gitte mengden. Man kan enkelt variere og måle mengders størrelse, organisering og tid.

I tillegg er det andre faktorer som er vanskeligere å måle, for eksempel individets foretrukne strategi, tidligere erfaringer og kontekst. Systematisk opptelling, estimering og subitisering er ulike måter vi oppfatter mengder på (Luwel & Verschaffel, 2008; Krajcsi et al., 2013; Wege et al., 2022). For å lettere forstå mer konkrete strategier for oppfatning av mengder som blir presentert senere i studien er det nyttig å ha en grunnleggende forståelse av hva systematisk opptelling, estimering og subitisering innebærer. Jeg vil se nærmere på strategiene i kommende avsnitt.

#### *Systematisk opptelling*

Systematisk opptelling er tradisjonell telling. Hvert objekt i mengden tildeles ett tall fra tallrekka. Ved systematisk opptelling er det en én-til-én-korrespondanse mellom objekt og tallord (Luwel & Verschaffel, 2008). Systematisk opptelling er en prosess som kan gjøres på ulike måter. Man kan systematisk telle ett og ett objekt, eller man kan stegtelle med like grupper. For eksempel kan man stegtelle med to, tre eller fire objekter. Systematisk opptelling benyttes når mengdene er større, og man har god tid på å anslå mengden (Luwel & Verschaffel, 2008). Hvis man stegteller blir resultatet av opptellingen mer nøyaktig når mengden er organisert. Om vi får mindre tid til å oppfatte lite organiserte mengder velger vi ofte andre strategier for å oppfatte mengder.

#### *Estimering*

Estimering er en strategi for rask oppfatning av en mengde. Dette er en upresis prosess, og prosesseringstiden, tiden det tar å gjennomføre estimeringen, er uavhengig av mengdens størrelse (Krajcsi et al., 2013). I forbindelse med oppfatning av mengder er estimering en perseptuell prosess som brukes for å anslå mengder raskt. Prosessen brukes gjerne på større mengder når man ikke har mulighet til å telle hvert objekt. Ved bruk av estimeringsstrategier er resultatet mindre nøyaktig enn ved systematisk opptelling (Luwel & Verschaffel, 2008). Estimeringsstrategier brukes gjerne for å oppfatte større og uorganiserte mengder raskt. Strategien er tidseffektiv og raskere å gjennomføre enn systematisk opptelling, men resultatet blir ofte mindre nøyaktig. Hvis mengden som skal oppfattes er mindre, vil andre strategier enn estimering kunne brukes.

#### *Subitisering*

Subitisering beskrives som en rask og nøyaktig opptellingsprosess av en liten mengde objekter. Forskning har vist at denne prosessen er mest effektiv og nøyaktig når mengdene er mindre enn fire objekter (Krajcsi et al., 2013). Området for subitisering beskriver hvor store mengder vi klarer å oppfatte raskt og nøyaktig. Hvor stort



subitiseringsområdet er varierer litt fra studie til studie. Noen mener subitisering blir mindre nøyaktig når mengden er større enn tre objekter (Krajcsi et al., 2013; Logan & Zbrodoff, 2003). Andre studier skriver om effektiv og nøyaktig subitisering for mengder med én til fire objekter (Wege et al., 2022; Wender & Rothkegel, 2000). Forskning og litteratur presenterer ulike modeller som forklarer subitisering (Krajcsi et al., 2013).

FINST-modellen baseres på visuell indekser (Krajcsi et al., 2013). Én visuell indeks, kalt FINST (Pylyshyn, 1989), kan oppfatte og følge kun ett objekt. FINST-modellen krever at individer evner å behandle visuell og romlig informasjon og relasjoner, samt kunne organisere, manipulere og tolke visuell stimuli (Krajcsi et al., 2013). FINST-modellen tar utgangspunkt i at mennesker har ett gitt antall visuelle indekser. Derfor kan vi bare oppfatte en gitt mengde objekter raskt og nøyaktig, tilsvarende antall visuelle indekser. Studier som har undersøkt FINST-modellen har funnet at mengder som kan observeres raskt og nøyaktig ikke kan være større enn fire objekter (Krajcsi et al., 2013). Større mengder krever mer tid (Krajcsi et al., 2013).

En annen modell for subitisering bygger på et analogt størrelsessystem. Et størrelsessystem med en spesifikk representasjon av numeriske verdier. Dette størrelsessystemet kan tydelig skille mellom små nobotall, når forholdet mellom tallene er store (Krajcsi et al., 2013). For eksempel er det enkelt å skille mellom mengder på tre og fire. Når forholdet mellom tallene blir mindre, for eksempel mellom 10 og 11, blir det vanskeligere å skille mellom tallene. Dette forklarer hvorfor subitisering er mest nøyaktig og effektiv på små mengder (Krajcsi et al., 2013). For å beskrive hvordan mennesker anslår og gjør rask opptelling av større mengder trengs en annen forklaring enn det analoge størrelsessystemet (Krajcsi et al., 2013).

Mønstergjenkjenningssystemet ser på subitisering som et resultat av en rask mønstergjenkjenningssystem. Det visuelle systemet tolker presenterte mengder, med tre eller fire objekter, som enkle former. Disse formene kan være tre- eller firkanter (Krajcsi et al., 2013). Logan og Zbrodoff (2003) refererer også til en mønstertilpasningsteori for subitisering, og hevder at mennesker anslår og teller opp små mengder av objekter ved å koble det til tidligere erfaringer med lignende mengder. Mønstertilpasningsteorien sier at mønstre som er velkjente for individet kan telles opp raskt. Selv når tallmengden er utenfor det som ansees å være området for subitisering kan man ved hjelp av velkjente mønstre telle opp større mengder raskt og nøyaktig. Slike velkjente mønstre kan være terninger (Mandler & Shebo, 1982). Presenteres vi for mengder som er organisert i grupper, tillater dette å bruke andre strategier for oppfatning av mengder.

### *Groupitizing*

Groupitizing er en strategi som bygger videre på subitisering. Groupitizing handler om at visuelt grupperte mengder kan telles opp mer nøyaktig og raskere enn tilfeldig arrangerte mengder. Når mengden er organisert i grupper tillater det subjektet å bruke mentale kalkuleringer (Wege et al., 2022). Subitiseringsområdet utvides hvis objektene er organisert i mindre grupper (Wege et al., 2022). Grupperte mengder og groupitizing tillater individer å anslå større mengder mer nøyaktig og effektivt (Anobile et al., 2020). Groupitizing er en effektiv strategi å bruke når mengdene blir større, og organisert i mer eller mindre strukturerte grupper. Velkjente mønstre vil gjøre strategien mer effektiv og bidra til økt nøyaktighet (Wege et al., 2022).

Undersøkelsene og intervensjonen som er gjennomført i denne studien baserer seg på flere av konseptene og begrepene beskrevet ovenfor. Strategiene som deltakerne brukte i undersøkelsene bygger videre på systematisk opptelling, estimering og subitisering. Undersøkelsene presenterer mengder som er mer eller mindre organisert i gjenkjennbare mønster. I undersøkelsene skulle deltakerne forsøke å oppfatte mengdene som ble presentert for dem så raskt og nøyaktig som mulig. Intervensjonen tok utgangspunkt i terninger, som også er mønster deltakerne var kjent med. Tanken var at intervensjonen med kjente mønster skulle kunne påvirke læring og utvikling hos deltakerne i arbeid med strategier for å oppfatte mengder.

### 2.3. Rammeverk

I forskning defineres et rammeverk som en grunnleggende struktur som skal støtte og veilede forskning (Eisenhart, 1991). Et rammeverk kan veilede forskningen på ulike måter. Vi skiller mellom teoretiske, praktiske og konseptuelle rammeverk (Eisenhart, 1991).

Teoretiske rammeverk tar utgangspunkt i en formell, substantiv teori. Slike teorier tilbyr ofte en etablert forklaring på et fenomen eller sammenheng (Eisenhart, 1991). Et teoretisk rammeverk kan for eksempel ta utgangspunkt i Vygotskys teori om den nærmeste utviklingssonen, og utvikle forskningsspørsmål med utgangspunkt i denne teorien. Teoretiske rammeverk brukes ofte i deduktive studier, der teori testes opp mot virkeligheten (Eisenhart, 1991).

I praktiske rammeverk er det praksis og praktisk kunnskap som veileder forskningen. Ofte tar slike rammeverket utgangspunkt i en praksis som ser ut til å gi positive resultater (Eisenhart, 1991). Dette kan være at et land får gode resultater på PISA-tester. Da kan man studere undervisningspraksisen i dette landet for å undersøke hva som gir de gode resultatene. Et praktisk rammeverk er knyttet til utviklingsforskning som ønsker å forbedre og utvikle praksis. Hvis man ønsker å undersøke hvordan elever lærer brøk, kunne man studert et utvalg deltakere som har gode resultater i arbeid med brøk. Et praktisk rammeverk tar ikke utgangspunkt i en formell teori, men leter etter faktorer ved den praksisen som gjennomføres i det gitte utvalget (Eisenhart, 1991).

Konseptuelle rammeverk tilbyr en struktur for rettferdiggjøring, heller enn en forklaring som er basert på formelle teorier eller praktisk kunnskap (Eisenhart, 1991). Et konseptuelt rammeverk er som et argument bygd opp av flere synspunkter. Resultatet blir et rammeverk som argumenterer for å bruke ulike ideer eller konsepter, som passer til den gitte studien og forskningsspørsmålene (Eisenhart, 1991). Konseptuelle rammeverk er i likhet med teoretiske rammeverk basert på tidligere litteratur i forskning (Eisenhart, 1991). Forskjellen mellom teoretiske og konseptuelle rammeverk er at sistnevnte i større grad velger ideer og konsepter med utgangspunkt i studien som skal gjennomføres, og er mer induktive. I tillegg tillater konseptuelle rammeverk å kombinere ulike aspekter fra flere kilder, både formelle teorier og praktisk kunnskap (Eisenhart, 1991).

For å best mulig kunne analysere data, og svare på forskningsspørsmålene, passet konseptuelle rammeverk best i denne studien. Rammeverkene er bygd opp av tidligere forskning og konsepter. Ved å bruke konseptuelle rammeverk kunne jeg tilpasse slik at de best mulig passet min studie og forskningsspørsmål. Konseptuelle rammeverk vil i

større grad kunne støtte å veilede min studie, enn teoretiske eller praktiske rammeverk ville gjort. Studien tester ikke en substantiv teori (Postholm & Jacobsen, 2018) opp mot virkeligheten, slik et teoretisk rammeverk gjør. Studien er i større grad praktisk, men den tar ikke utgangspunkt i en praksis som har gitt særlig gode resultater, slik et praktisk rammeverk gjør. Derfor ville verken teoretiske eller praktiske rammeverk støttet denne studien i like stor grad som de konseptuelle rammeverkene gjør. I og med at studien tar utgangspunkt i det aktuelle problemet, er det mest hensiktsmessig å velge et konseptuelt rammeverk som gir frihet til å bruke teori og konsepter som støtter det jeg vil undersøke.

Jeg har brukt to rammeverk for å svare på forskningsspørsmålene. Rammeverket jeg har brukt for å analysere kvalitativ data og se etter utvikling i strategikompetanse kombinerer flere definisjoner og beskrivelser. Rammeverket for kvalitativ er derfor et konseptuelt rammeverk. Det samme gjelder rammeverket knyttet til oppfatning av mengder.

### 2.3.1. Rammeverk for kvalitativ data

For å analysere kvalitativ data og se om deltakernes strategikompetanse endres etter intervensjonen har jeg brukt deler av Lemaire og Siegler (1995) definisjon av strategikompetanse. Lemaire og Siegler (1995, s. 84) trekker frem fire variabler for å beskrive et individs strategikompetanse: strategirepertoar, strategifordeling, strategieffektivitet og strategivalg. Både strategieffektivitet og strategivalg er faktorer som er vanskelig å analysere med data jeg har samlet inn. Med innsamlet data i denne studien kan jeg derimot si noe om deltakernes strategirepertoar og strategifordeling. I mitt rammeverk bruker jeg derfor to av Lemaire og Siegler (1998) komponenter i strategikompetanse: strategirepertoar og strategifordeling.

For å kunne se om deltakernes strategirepertoar og strategifordeling hadde utviklet seg etter intervensjonen brukte jeg tematisk analyse. Analysemetoden beskriver jeg nærmere i neste kapittel. For å analysere og tolke kvalitativ data har jeg brukt en kombinasjon av deduktiv, deskriptiv analyse (Postholm & Jacobsen, 2018), og induktiv koding. Kvalitative data er kodet etter allerede kjent teori, hentet fra Gandini et al. (2008) forskning, i tillegg til at jeg har laget egne kategorier. Gandini et al. (2008) kom i sin studie fram til seks ulike strategier i oppfatning av mengder: eksakt telling, omtrentlig telling, forankring, referansemåling, de-/rekomponering og andre strategier.

Eksakt telling innebar at deltakerne telte alle prikkene ved å bruke systematisk opptelling med én, to eller tre objekter av gangen (Gandini et al., 2008). Omtrentlig telling var en strategi som kombinerte telling og addisjon. Prosessen begynte ved at deltakerne oppfattet den totale mengden som flere grupper av ulike størrelser. Deretter adderte deltakerne disse gruppene omtrentlig, for å få et estimat på den totale mengden (Gandini et al., 2008). Forankring og referansemåling var to strategier som begge baserte seg på sammenlikning. Ved forankring fant deltakerne først en del av prikkene ved å telle. Deretter estimerte deltakerne de gjenværende prikkene, basert på den første opptellingen de gjorde. Avslutningsvis adderte deltakerne de telte prikkene og den estimerte mengden (Gandini et al., 2008). Referansemåling var en strategi der deltakerne oppfattet mengden visuelt og hentet numeriske representasjoner de hadde lagret i langtidshukommelsen. Den observerte mengden ble sammenlignet med den lagrede representasjonen, og deltakerne brukte dette for å justere svaret på den gitte mengden (Gandini et al., 2008). En annen strategi deltakerne brukte var de- og rekonponering. Her plukket deltakerne ut en gruppe med opp til fem objekter fra den

totale mengden. Deretter anslo de hvor mange slike grupper det var i den totale mengden, før de multipliserte antall grupper med mengden i hver gruppe (Gandini et al., 2008). Den siste kategorien med strategier som kom fram fra studien, var strategier som ikke samsvarte med de ovenfornevnte kategoriene (Gandini et al., 2008). Denne kategorien inkluderer også data der det ikke er mulig å avgjøre hvilken strategi eller hvordan deltakerne tenkte.

I den kvalitative analysen brukte jeg de seks strategiene beskrevet ovenfor (Gandini et al., 2008). I tillegg brukte jeg induktiv koding for å plassere de strategiene som ikke passet i de kategoriene Gandini et al. (2008) fant i sin studie. I tillegg til de fem strategiene Gandini et al. (2008) så i sin studie, viste mine data at elever brukte korttidshukommelsen for å memorere bilde og deretter telle ut ifra hukommelsen. Jeg skilte også mellom de deltakerne som ikke husket hvordan de tenkte og de som gjettet. Enkelte av deltakerne svarte at de så mengden, eller visste det. Dette tyder på at de brukte en form for subitisering for å angi mengden. Noen forklarte at de regnet for å finne størrelsen av mengden. Denne kategorien kan innebære flere av de tidligere nevnte kategoriene; omtrentlig telling, eksakt telling, forankring og referansemåling. I og med at deltakerne ikke har gitt nærmere beskrivelse av strategien de brukte, valgte jeg å plassere disse besvarelsene i en egen kategori, regning. Dette gjorde jeg for å få mest nøyaktig analyse av datamaterialet. Enkelte svar viste også til at deltakere brukte kombinasjoner av de andre strategiene. For eksempel brukte noen av deltakerne en kombinasjon av omtrentlig telling og de- og rekonponering. I metodekapittelet vil jeg gi en grundig gjennomgang av de ulike strategiene jeg fant i denne studien.

### 2.3.2. Rammeverk for kvantitativ data

For å analysere kvantitativ data har jeg induktivt utviklet et konseptuelt rammeverk. I litteraturen var det lite rammeverk som så på utvikling i prestasjoner knyttet til å oppfatte mengder. Derfor satte jeg sammen ett konseptuelt rammeverk av begreper som passet de forskningsspørsmålene og data jeg hadde. Etter intervensjonen så jeg på deltakernes responstid og nøyaktighet. Jeg valgte å se på deltakernes responstid og nøyaktighet fordi dette er variabler som kan fortelle noe om deltakernes prestasjoner i løsning av kvikkbildeoppgaver. Hvis deltakerne svarer raskere på kvikkbildeoppgavene etter intervensjonen er dette et tegn på at intervensjonen kan ha påvirket deltakernes prestasjon positivt. Det samme gjelder hvis deltakerne svarer mer nøyaktig etter intervensjonen. Responstid og nøyaktighet er også to variabler som er lette å samle inn data om.

## 2.4. Litteratursøk

For å finne litteratur og tidligere forskning, har jeg brukt ulike søkemotorer. For å få et overblikk av tidligere forskning og litteratur om strategifleksibilitet i matematikk, leste jeg en systematisk litteraturstudie på temaet (Haugom, 2022). Jeg fikk et godt overblikk over eksisterende forskning og litteratur, og så nærmere på studier og artikler som var relevante for mine studier. Dette innebar forskning og litteratur omkring utvikling av strategikompetanse og fleksibilitet hos elever. Videre brukte jeg ResearchRabbit, et digitalt verktøy som ved hjelp av sitering og henvisninger finner artikler, forskning og studier som er knyttet til hverandre. Ved å bruke dette verktøyet fikk jeg god oversikt over annen litteratur som kunne være relevant. Gjennom ResearchRabbit fikk jeg også sortert og lagret litteratur jeg fant.

Jeg brukte også ResearchRabbit for å få oversikt og finne litteratur og tidligere forskning om nøyaktig opptelling, estimering og subitisering. Før jeg begynte litteratursøket i ResearchRabbit, brukte jeg søketjenesten Oria, i tillegg til Google Scholar. Ved å bruke disse søketjenestene kunne jeg enkelt finne fagfelleverderte og gode kilder. I både Oria og Google Scholar brukte jeg søkeordene "enumeration mathematics", "estimating in mathematics", "subitizing mathematics" og "groupitizing mathematics". Ved å bruke engelske søkeord, fikk jeg bredere treff som inkluderte mer av litteraturen om emnet. Etter å ha funnet noen relevante artikler, brukte jeg ResearchRabbit for å finne mer litteratur og forskning relatert til temaet.

Etter å ha funnet og satt meg inn i relevant litteratur knyttet til fleksibilitet og mengdeoppfatning, prøvde jeg å sortere funnene som allerede er gjort. Ved å sammenligne og se tidligere forskning i relasjon og lys av hverandre, ville jeg skape et helhetlig bilde av kunnskapen og litteraturen som er kjent (Persson, 2021).

## 2.5. Tidligere forskning

Det er gjort mye forskning knyttet til elevers strategikompetanse i matematikk (Verschaffel, 2023). Vi finner også mange studier knyttet til oppfatning av mengder (Mandler & Shebo, 1982). Enkelte studier har sett på strategier brukt for å oppfatte mengder (Gandini et al., 2008; Verschaffel et al., 1998). Forskning viser også tegn på at elevers strategibruk og estimeringsferdigheter kan gi bedre utgangspunkt for å utvikle generell matematisk kompetanse (Siegler, 2005, s. 772; 2007, s. 105; Libertus et al., 2013). Disse funnene understreker viktigheten av å undersøke og legge mer vekt på strategier og mengdeforståelse i undervisningen. I kommende avsnitt vil jeg gi en oversikt over tidligere forskning som er relevant for denne studien.

### 2.5.1. Strategikompetanse og strategifleksibilitet

Fleksibilitet blir vektlagt som en viktig komponent i strategi- og matematisk kompetanse (Lemaire & Siegler, 1995; Star et al., 2015). Fokus på matematisk fleksibilitet kan øke elevenes begreps- og prosedyrekunnskap, noe som igjen kan bidra til elevenes helhetlige matematikkompetanse (Scheibling-Sève et al., 2020). Matematisk fleksibilitet kan økes ved å øke elevenes strategirepertoar. Elever med flere strategier i sitt repertoar har bedre utgangspunkt for utvikling i matematikkfaget (Siegler, 2005, s. 772; 2007, s. 105). Verschaffel (2023) støtter også annen forskning og skriver at fleksible strategivalg og konseptuell kunnskap, både numerisk og om matematiske relasjoner, påvirker hverandre.

Når elever arbeider med oppgaver som ligner på hverandre, er de ofte avhengige av å bruke ulike strategier (Siegler, 2007). Ved å kjenne til og kunne identifisere denne variasjonen av strategibruk, kan vi lettere beskrive elevers utvikling og forklare hvordan kognitive endringer oppstår (Siegler, 2007). Dette gjør at undervisning kan tilrettelegges slik at elevene har bedre forutsetning for læring og utvikling i matematikk. Forskning viser at elever med større variasjon i strategibruk, ofte opplever bedre læring på senere tidspunkt (Siegler, 2007). Gjennom studier har det kommet fram flere mulige forklaringer på hvorfor individuell strategivariasjon har positiv effekt på læring (Siegler, 2007). En av disse forklaringene er at nye strategier ofte bygger på, og utvikles fra allerede eksisterende og kjente strategier. Ved å kombinere deler av ulike strategier, utvikler man nye og mer adekvate strategier. Dette er nye strategier som passer oppgaven, individet og konteksten. Å konstruere nye strategier kan virke å være lettere

hvis individet nylig har brukt de allerede kjente strategiene (Siegler, 2007). Det samme viste en undersøkelse gjennomført av Star et al. (2015).

Forskere har på ulike måter prøvd å stimulere elevers strategifleksibilitet, for å finne den mest effektive tilnærmingen. Resultater tyder på at tidlig introduksjon av flere strategier øker variasjonen i elevenes strategibruk og elevenes fleksibilitet (Verschaffel, 2023). Den mer tradisjonelle tilnærmingen, der man i undervisning fokuserer på én standard strategi, ser ut til å være mindre effektiv for å stimulere til fleksibilitet (Verschaffel, 2023).

### 2.5.2. Mengdeoppfattelse

Forskning og studier viser at elevers evne til å anslå størrelsen til en mengde objekter kan si noe om deres matematiske evner på senere tidspunkt (Libertus et al., 2013). Libertus et al (2013) har funnet et prediktivt forhold mellom elevers tidlige forståelse av mengdeoppfatning og senere matematiske evner. Disse funnene støtter opp om antakelsen av at tidlig numerisk estimeringsferdigheter er viktig i matematikkundervisning. Forskning viser at det er grunn til å tro at det er en tett sammenheng mellom en grunnleggende sans for tall og utvikling av formelle matematikkferdigheter (Libertus et al., 2013). Elevers strategier for å anslå mengder (Gandini et al., 2008) støtter Libertus et als. (2013) antakelser. Flere av strategiene som elever bruker for å oppfatte mengder innebærer formelle matematikkferdigheter, særlig addisjon eller multiplikasjon (Gandini et al., 2008). I tillegg er det gjort undersøkelser av elevers effektivitet i oppfattelse av mengder, og resultater viser at responstiden blir kortere når alderen øker (Reeve et al., 2012).

Studier som undersøker ulike modeller for rask oppfatning av mengder, foreslår en mønstergjenkjenningsmodell. Mønstergjenkjenningsmodellen sier at velkjente mønstre øker subitiseringsområdet og elevers prestasjoner på oppfatning av mengder. Mengder som er organisert i mønstre som er velkjente for individet, telles opp raskere og mer nøyaktig, enn tilfeldig organiserte mengder (Krajcsi et al., 2013; Logan & Zbrodoff, 2003; Mandler & Shebo, 1982).

Krajcsi, Szabó og Mórocz (2013) gjennomførte en studie der de så på opptelling av prikker tilfeldig plassert og prikker organisert i mønster (Krajcsi et al., 2013). Deltakerne fikk presentert et arabisk tall, etterfulgt av en mengde. Oppgaven var å avgjøre om representasjonene viste samme mengde. De viktigste funnene fra studien viste at subitiseringsområdet var større når prikkene var organisert i mønster. Samtidig så man at reaksjonstiden hadde mindre økning når prikkene var arrangert i mønster, sammenlignet med tilfeldig plasserte prikker. De så også tendenser til at prikkenes organisering hadde større effekt hvis mengden inneholdt mer enn fire objekter. Samtidig så man at ved å tilføye støy til mønstrene, ble subitisering vanskeligere og responstiden økte. Det ble også vist at små mengder var mindre sensitiv til organisering og støy (Krajcsi et al., 2013). Funnene fra studien stemmer overens med mønstergjenkjenningsteorien. Mengder organisert i velkjente mønstre, oppfattes raskere og mer nøyaktig enn tilfeldig organiserte mengder (Krajcsi et al., 2013). Det ble også diskutert hvordan støy på velkjente mønstre kan skape utfordring for subitisering av mengder, og gjøre opptellingen mindre nøyaktig (Krajcsi et al., 2013).

Mer forskning støtter funnene til Krajcsi, Szabó og Mórocz (2013). Tidligere forskning foreslår at visuell gruppering av mengder, tillater deltakere å bruke aritmetiske evner og

mentale kalkulasjoner for å raskt og nøyaktig telle opp den totale mengden (Wege et al., 2022). I forbindelse med dette, er det forsket på hvordan subitisering kan være involvert som prosess når deltakerne skal avgjøre hvilke operander de trenger for å foreta mentale kalkulasjoner og aritmetiske operasjoner. Kan deltakerne gjennomføre to subitiseringsprosesser parallelt? Brukes subitisering som strategi både for å anslå hvor mange grupper mengden er organisert i, og antall objekter i gruppene (Wege et al., 2022)? En studie som så på dette (Wege et al., 2022) fikk resultater som tyder på at flere subitiseringsprosesser kan oppstå parallelt; objekter og grupper blir subitisert samtidig, og med lik prioritet (Wege et al., 2022). I arbeid med objekter som er gruppert visuelt, foreslår forskere at groupitizing ikke bare er en oppregningsprosess med liknende trekk som subitiseringsprosesser. Under riktige forhold, når mengden som skal telles opp er visuelt gruppert, kan groupitizing forklares som en egen form for subitisering og estimering, som er unik for visuelt grupperte matriser (Wege et al., 2022).

I tillegg til en mønstergjenkjenningsmodell for estimering av mengder (Krajcsi et al., 2013), foreslår forskning en modell som baserer seg på kanoniske og symmetriske mønstre (Wender & Rothkegel, 2000). Gjennom et eksperiment som tok for seg kanoniske mønstre, observerte forskerne at objekter organisert i slike mønstre, ble prosessert som én enhet (Wender & Rothkegel, 2000). Dette resultatet ble støttet av at responstiden var kortere ved kanoniske mønstre, sammenlignet med tilfeldige mønstre (Wender & Rothkegel, 2000). Et annet eksperiment gjennomført i samme studie, undersøkte hvordan addisjon brukes for å anslå større mengder med objekter (Wender & Rothkegel, 2000). Strategien ser ut til å gjøre grupperte mengder enklere å telle opp, ved å først dele mengden i mindre grupper, for så å addere alle gruppene. Samtidig så man at flere addisjonsprosesser krevde lenger prosesseringstid (Wender & Rothkegel, 2000). Jo flere grupper den totale mengden er delt opp i, jo lengre tid vil det ta å finne den totale mengdens størrelse.

Studier viser at bruk av stereotypiske addisjonsstrategier for å avgjøre størrelsen på en mengde objekter, avtar med alderen. I stedet utvikler elever ofte strategirepertoaret, og bruker mer kombinerte og adaptive addisjonsstrategier (Verschaffel et al., 1998).

### 2.5.3. Strategier for mengdeoppfattelse

En studie som har sett på hvilke strategier som brukes for å anslå størrelsen på mengder, gjennomført av Gandini, Lemaire og Dufau i 2008, har funnet seks ulike strategier (Gandini et al., 2008). Deltakerne i studien skulle anslå størrelsen på en mengde prikker som ble presentert for dem (Gandini et al., 2008). Studien viste fem strategier som gikk igjen når deltakerne skulle oppfatte en mengdes størrelse. Strategiene som kom frem i Gandini et als (2008) studie var eksakt telling, omtrentlig telling, forankring, referansemåling, de-/rekomponering. I tillegg var det strategier som ikke kunne forklares eller kategoriseres. Disse strategiene ble plassert i en egen kategori (Gandini et al., 2008).

## 3. Metode

### 3.1. Vitenskapelig paradigme

Hva er kunnskap og hvordan kan man tilegne seg kunnskap? Ulike vitenskapelige paradigmer svarer ulikt på disse spørsmålene. Et vitenskapelig paradigme er som et verdenssyn, et perspektiv på hvordan man kan lære om og forstå verden (Kivunja & Kuyini, 2017). Hvilket paradigme man har i forskningen påvirker hvilke metodologiske valg man gjør (Mackenzie & Knipe, 2006). Det pragmatiske paradigme bruker forskningsmetoder der problemet er i sentrum (Kivunja & Kuyini, 2017). Paradigmet tar utgangspunkt i at det finnes flere virkeligheter, og forskere bruker kombinerte forskningsmetoder for å forstå disse virkelighetene (Kivunja & Kuyini, 2017).

Epistemologi og ontologi er sentrale begrep i forbindelse med paradigmer. Epistemologi handler om hvordan vi kan tilegne oss kunnskap (Kivunja & Kuyini, 2017). Er kunnskap noe man kan skaffe seg, som allerede finnes et sted? Er kunnskap noe man må erfare, og dermed er personlig? Kommer kunnskapen fra intuisjonen, autoriteter, logikk eller empiri? Hvilket epistemologisk ståsted man har i forskningen, hjelper forskeren å ta stilling til innsamlet data (Kivunja & Kuyini, 2017). Ontologisk ståsted gir ulike innfallsvinkler om hva som egentlig er virkeligheten (Kivunja & Kuyini, 2017). Er virkeligheten noe vi kan observere, noe objektivt, eller noe vi konstruerer for oss selv? Ontologi hjelper forskeren å tolke hva innsamlet data betyr, og hva den kan si om verden (Kivunja & Kuyini, 2017).

Empirisme og rasjonalisme er to filosofiske tilnærminger. Empirismen hevder at kunnskap kommer gjennom erfaringer og sansene (Clark et al., 2021). Aristoteles støttet denne filosofien (Huenemann, 2014). Descartes tanker støttet derimot rasjonalismen, og sier at deduksjon og logikk er eneste vei til sikker kunnskap. Descartes filosofi gikk ut på at det vi vet gjennom intellektet er nærmere sannheten enn det vi kan erfare (Huenemann, 2014).

Naturalistisk forskning og undersøkelser står i kontrast til rasjonalistisk forskning. Mens rasjonalister mener det finnes kun én virkelighet, forsøker naturalister å se flere virkeligheter som alle henger sammen og påvirker hverandre. I naturalistisk forskning kan man ikke unngå at forskeren og deltakere påvirker hverandre, men ideelt ønsker man å holde en distanse mellom partene (Guba, 1981). I rasjonalistiske studier er målet å komme fram til en sannhet uavhengig av kontekst, man ønsker å generalisere funnene. Naturalistisk forskning stiller seg kritisk til generalisering, og mener kontekst er avgjørende for resultatene (Guba, 1981). Ulikheter blant deltakere og objekter blir vektlagt i like stor grad som likheter. Kvalitative metoder og induktive tilnærminger er mer vanlig i naturalistisk forskning, mens man i rasjonalistisk forskning gjerne benytter kvantitative metoder og deduktive tilnærminger (Guba, 1981).

Studien jeg har gjennomført tar først og fremst utgangspunkt i den aktuelle situasjonen og problemet, og metodevalg baseres i hovedsak på dette. Valg av metoder, forskningsdesign og forskningsstrategi er ikke tatt på bakgrunn av epistemologiske hensyn. Studiens forskningsspørsmål har veiledet valg av metode, forskningsdesign og forskningsstrategi. Målet med studien er ikke å generalisere funnene. Jeg ser på virkeligheten som kompleks, og ikke nødvendigvis lik for alle. Min studie tar utgangspunkt i Aristoteles filosofi (Huenemann, 2014) og empirismen (Clark et al.,



2021). Individuer kan tilegne seg kunnskap gjennom erfaringer og sanser (Clark et al., 2021). Studien er naturalistisk (Guba, 1981) og passer inn i et pragmatisk paradigme (Kivunja & Kuyini, 2017).

### 3.2. Forskningsstrategi

I sosial forskning skiller man mellom kvalitative og kvantitative forskningsstrategier (Clark et al., 2021). I noen tilfeller passer det ikke å velge én av disse forskningsstrategiene. Noen studier og forskningsspørsmål kan best besvares om man kombinerer metoder fra kvalitative og kvantitative forskningsstrategier (Clark et al., 2021). Ved å kombinere kvalitative og kvantitative forskningsstrategier får man en studie som bruker mixed methods. Kombinasjoner av metoder fra kvalitative og kvantitative forskningsstrategier som komplementerer hverandre, kan gi et mer fullverdig svar på forskningsspørsmålet (Clark et al., 2021).

### 3.3. Forskningsdesign

Grovt kan man skille mellom tre ulike forskningsdesign når man bruker mixed methods: konvergerende, forklarende sekvensiell og utforskende sekvensiell design (Clark et al., 2021). Ved førstnevnte samles kvalitativ og kvantitativ data inn samtidig, og påvirker ikke hverandre. Data har lik prioritet, og analysene sammenlignes før de danner en integrert analyse (Clark et al., 2021). Et forklarende sekvensielt design samler og analyserer i første omgang inn kvantitativ data. Deretter samles og analyseres kvalitativ data for å underbygge de kvantitative funnene (Clark et al., 2021). Prioriterer man derimot kvalitativ data, og kvantitativ data kommer i andre rekke, passer et utforskende sekvensielt design bedre (Clark et al., 2021).

Selv om det er definerte skiller mellom designene, er det i realiteten ikke så rigid og de ulike designene kan kombineres. I denne studien har jeg samlet kvalitativ og kvantitativ data parallelt, i henhold til et konvergerende design (Clark et al., 2021). Kvalitativ og kvantitativ data har lik prioritet. I denne studien svarer kvalitativ og kvantitativ data på ulike forskningsspørsmål. Jeg har derfor ikke satt analysen av kvalitativ data opp mot kvantitativ data for en integrert analyse slik et konvergerende design beskriver. Dette er en intervensjonsstudie som sammenligner resultatene til den samme gruppen før og etter intervensjonen (Aggarwal & Ranganathan, 2019). Målet med studien er å se om en undervisningsaktivitet med varierte strategier og kjente mønster utvikler deltakernes strategikompetanse og mengdeoppfattelse. Intervensjonen i denne studien er undervisningsaktiviteten med terninger, der elevutforskning og strategivariasjon er i fokus. Undervisningsaktiviteten blir beskrevet nærmere under metodevalg.

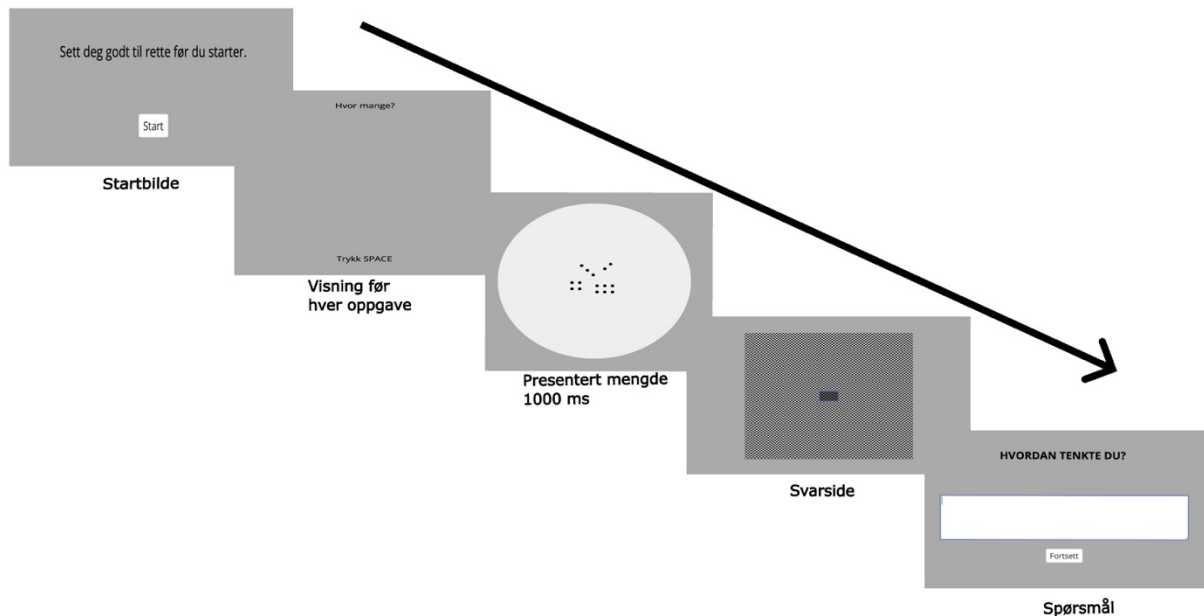
### 3.4. Metodevalg

For å finne svar på forskningsspørsmålet, gjennomførte jeg to digitale undersøkelser. Deltakerne gjennomførte den samme undersøkelsen før og etter en intervensjon. Dette var for å se om intervensjonen hadde noen effekt på resultatet av den siste undersøkelsen. Det var 56 deltakere i studien. Deltakerne var elever på 3. og 4. trinn, fra to ulike skoler. Jeg var kjent med begge elevgruppene fra tidligere. Jeg valgte å gjennomføre studien på 3. og 4. trinn fordi jeg ville undersøke elever som hadde med seg kunnskap om mønster og strategier fra tidligere. At deltakerne kjente til flere mønster og strategier fra før, gjorde at vi ikke trengte å bruke mye tid på gjennomgang av mønster og strategier. Deltakerne hadde med seg erfaringer og kunnskap inn i undersøkelsene og intervensjonen. Jeg ønsket et representativt utvalg, der alle individer fra alle typer elevgrupper skulle være representert. Derfor fikk alle elevene på de

aktuelle trinnene tilbud om å delta i studien. Deltakelse i studien var frivillig, og samtykke måtte gis fra foreldre og foresatte. Selv om samtlige elever på trinnene fikk tilbud om å delta var det elever som av ulike grunner ikke ønsket å delta.

### Figur 3.1

#### Illustrasjon av For- og Etterundersøkelse

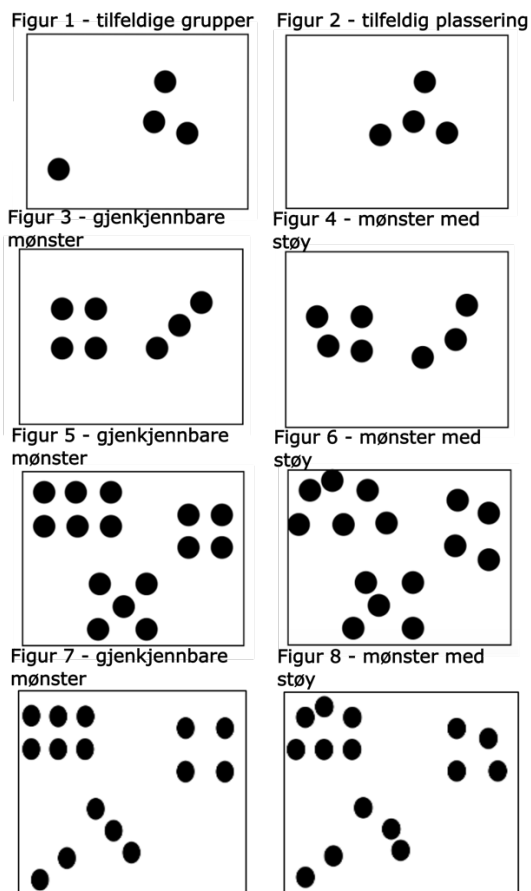


Illustrasjon av for- og etterundersøkelse. Deltakerne ble først presentert for et startbilde med instruksjoner. Før hvert kvikkbilde fikk de se en tom skjerm med instruksjoner. Kvikkbildene varte i 1000 ms, før svarsiden dukket opp. Etter noen av kvikkbildene fikk deltakerne spørsmål om hvordan de tenkte for å finne mengden.

Undersøkelsene gjennomført før og etter intervensjonen besto av 64 kvikkbilder. Alle kvikkbildene ble presentert for deltakerne i ett sekund. Bildene inneholdt mellom fire og 17 prikker, organisert ulikt. Til sammen var det åtte ulike organiseringskategorier, med åtte bilder i hver. Bildene ble presentert i tilfeldig rekkefølge. Åtte bilder var organisert i tilfeldige grupper. Ved tilfeldige grupper var mengden delt i mindre grupper, men gruppene var tilfeldige. Ut fra de tilfeldige gruppene ble åtte nye bilder laget ved å samle de tilfeldige gruppene til én mengde. Mengdene var da tilfeldig plassert. Bildene i tilfeldige grupper og tilfeldig plassering besto på denne måten av samme mengder og organisering, men med og uten grupper. Resterende kategorier besto av gjenkjennbare mønster med og uten støy. Mengdene var delt i grupper som var organisert som mønster på terninger. Kategoriene inneholdt to, tre eller fire mindre grupper. Først lagde jeg åtte bilder organisert som gjenkjennbare mønster delt i to grupper. Deretter brukte jeg samme mengder, men tilførte mønstrene noe støy for å lage åtte nye bilder. Det samme ble gjort med bildene der det var tre og fire mindre grupper. Etter hvert kvikkbilde skulle deltakerne skrive hvor mange objekter de observerte. Deltakerne fikk ubegrenset med tid til å avgi mengdens størrelse. Etter noen av kvikkbildene fikk deltakerne spørsmål om å beskrive hvordan de tenkte. Spørsmålene om hvordan deltakerne tenkte var kodet slik at de kom etter to kvikkbilder fra hver kategori.

## Figur 3.2

### Organiseringskategorier for Mengder

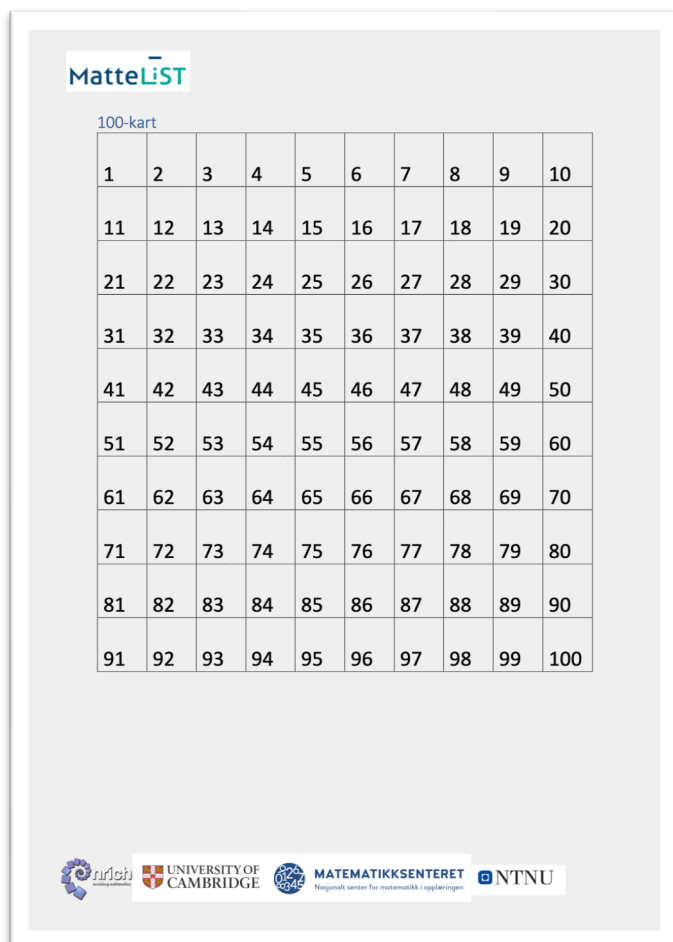


*Illustrasjon av de ulike kategoriene kvikkbildene var organisert etter.*

Intervensjonen deltakere gjennomførte mellom undersøkelsene, var slik at den skulle kunne utvikle deltakernes strategikompetanse i arbeid med å telle opp mengder. I intervensjonen ble deltakerne eksponert for de mønstrene som dukket opp i undersøkelsene. Før intervensjonen ble deltakerne delt i grupper på tre eller fire. Hver gruppe fikk utdelt et spillbrett og fire terninger. Spillbrettet hadde ruter med tall i stigende rekkefølge fra 1-100. Gruppene fikk tildelt fire terninger, fordi det i undersøkelsene var kvikkbilder med opp til fire grupper som minnet om mønster på terninger. Ved å bruke fire terninger i intervensjonen fikk deltakerne mulighet til å arbeide med liknende oppgaver som i undersøkelsen. Intervensjonen gikk ut på at deltakerne skulle spille og først nå 100 på spillbrettet. Etter tur kastet deltakerne terningene og adderte summen. Deretter skulle de flytte spillebrikken sin på brettet, tilsvarende ruter som summen på terningene viste.

**Figur 3.3**

*Spillbrett*



Spillbrettet deltakerne brukte i undervisningsopplegget med terningaktiviteten.

### 3.5. Datainnsamling

Gjennomføringen av for- og etterundersøkelsene, samt intervensjonen ble fordelt over to dager. Jeg hadde en gjennomgang av undersøkelsene før deltakerne begynte. Gjennomgangen gjorde vi i fellesskap. Vi gikk gjennom det praktiske, at man måtte trykke på space for at bildene skulle vises, og deretter bruke enter for å gå videre til neste oppgave. Jeg informerte om at undersøkelsen var individuell og anonym. Deltakerne hadde mulighet til å se hvor mye de hadde igjen av undersøkelsen. I fellesskap gjorde vi en test av undersøkelsen, for sikre at deltakerne skulle forstå hva de skulle gjøre når de fikk den faktiske undersøkelsen. Deltakerne fikk instruksjoner om å svare så raskt og nøyaktig som mulig. Jeg fortalte deltakerne at de bare skulle gjøre sitt beste, og at de når som helst kunne velge å avbryte undersøkelsen. Jeg ga også beskjed om at de skulle rekke opp hånda om de ble ferdig med undersøkelsen. Etter gjennomgangen og instruksjoner gjennomførte alle undersøkelsen individuelt og i eget tempo. Som forsker og lærer var jeg til stede, men ikke deltakende når deltakerne gjennomførte undersøkelsen. Jeg svarte på praktiske spørsmål, hvis deltakerne for eksempel glemte hvilken knapp de skulle trykke på for å komme videre i undersøkelsen eller trengte hjelp til å skrive. Spørsmål knyttet til oppgaven, for eksempel hjelp med matematiske utregninger, svarte

jeg ikke på. Vi satte av én økt for denne første gjennomføringen av undersøkelsen, slik at alle deltakerne skulle ha mulighet til å bli ferdig.

Intervensjonen og den siste undersøkelsen gjennomførte vi på dag 2. Før intervensjonen fikk deltakerne igjen en felles gjennomgang og instruks før de ble delt i grupper som var bestemt på forhånd. Gjennomgangen gikk gjennom spillereglene og hva som var målet med spillet. Elevene skulle etter tur kaste fire terninger og addere alle terningene. Summen av terningene viste hvor mange ruter de skulle flytte spillebrikken sin. Målet med spillet var å komme først til 100. I tillegg demonstrerte jeg med fire terninger hvordan man kunne addere for å finne summen av terningene. Under intervensjonen var jeg som forsker og lærer til stede for å hjelpe og besvare praktiske spørsmål. Underveis observerte jeg deltakerne. Jeg var til stede i situasjonen, men ikke deltakende i selve intervensjonen. På denne måten fikk jeg et overblikk over deltakerne, og kunne gripe inn om nødvendig. Ved å observere intervensjonen fikk jeg mulighet til å stille spørsmål om hvordan deltakerne tenkte når jeg observerte noe interessant. Dette kunne være om deltakerne bare sa summen på terningene, uten å forklare hvordan de hadde tenkt. Da ba jeg deltakerne fortelle meg hvordan de kom fram til svaret, og hvorfor de brukte den strategien de hadde gjort. Ved å stille spørsmål ved deltakernes fremgangsmåte fikk de øve på å forklare egne strategier, og de andre deltakerne kunne få forståelse av strategier som var nye for dem. Når deltakerne var ferdig med intervensjonen, gjennomførte de avslutningsvis den individuelle undersøkelsen. De fikk ingen nye instruks, annet enn at de skulle forsøke å svare så raskt og nøyaktig som mulig. Undersøkelsen ble gjennomført tett etter intervensjonen, slik at deltakerne skulle ha strategiene og mønstrene friskt i minne.

### 3.6. Dataanalyse

#### 3.6.1. Analyse av kvalitativ data

Kvalitative data i denne studien består av deltakernes beskrivelser av hvordan de tenkte på utvalgte kvikkbilder i undersøkelsene. For å analysere den kvalitative dataen brukte jeg tematisk analyse, en metode for å identifisere, analysere og tolke mønster og kategorier i kvalitativ data (Clarke & Braun, 2016). Med tematisk analyse kan man analysere kvalitativ data uten å støtte seg på en spesifikk teori og rammeverk (Clarke & Braun, 2016). Det betyr ikke at det er en teoriløs metode, men at den kan brukes på tvers av ulike rammeverk og forskningsparadigmer (Clarke & Braun, 2016). Tematisk analyse tilbyr systematiske prosedyrer for å lage koder og tema i kvalitativ data. Koder viser til de minste enhetene i analysen, og inneholder interessante egenskaper og detaljer ved dataen (Clarke & Braun, 2016). Tema er større enheter bestående av kodene som er identifisert i dataen (Clarke & Braun, 2016). Tematisk analyse er mer fleksibel enn andre analysemetoder, og kan være både induktiv og deduktiv (Clarke & Braun, 2016). Med en induktiv tilnærming er temaene som identifiseres tett knyttet til data, og lite påvirket av tidligere teori (Braun & Clarke, 2006). Ved en induktiv tilnærming til tematisk analyse drives prosessen av innsamlet data. Tar man en deduktiv tilnærming spiller derimot teori en større rolle, og koding og tema baseres i større grad på tidligere litteratur (Braun & Clarke, 2006).

I analysen av kvalitativ data har jeg brukt både induktiv og deduktiv tilnærming til tematisk analyse. Jeg har brukt tidligere teori, og kjente tema for oppfatning av mengder (Gandini et al., 2008). I tillegg har jeg tatt utgangspunkt i data, og jobbet induktivt for å finne tema som var relevante for denne studien og datasettet.

Gjennomføringen av en tematisk analyse er bare retningslinjer. Det er en prosess i stadig utvikling der man beveger seg frem og tilbake mellom de ulike fasene (Braun & Clarke, 2006). Metoden innebærer seks faser: gjøre seg kjent med datamaterialet, finne innledende koder, lete etter tema, gjennomgang av tema, definere og navngi tema og oppsummerende rapport (Braun & Clarke, 2006).

Første fase innebærer å bli kjent med datamaterialet. Innledningsvis bør man lese gjennom innsamlet data gjentatte ganger og lete etter mønster i dataen. Ved å observere og merke seg mønster i dataen vil man kunne danne seg innledende ideer til koding. Videre i den tematiske analysen vil man kunne få bruk for disse ideene (Braun & Clarke, 2006). I den innledende fasen startet jeg med å få et overblikk over kvalitativ data. Jeg startet med å transkribere elevbesvarelsene i et skjema. Slik fikk jeg et overblikk over hver deltakers ulike strategier for å raskt telle opp mengder. For å svare på forskningsspørsmålet var det interessant å se på hvilke strategier elevene brukte for å oppfatte mengdene. Under transkripsjon av data fokuserte jeg derfor i hovedsak på hvordan deltakerne hadde tenkt for å telle opp mengden. I første runde med transkripsjon noterte jeg ned alle besvareelser fra deltakerne, slik skjemaet under viser. Deretter gikk jeg gjennom besvarelsene, og beholdt kun det som var relevant for studiens forskningsspørsmål.

**Tabell 3.1**

*Første Utkast av Transkripsjonstabell*

ID	GR	Oppg 1	Oppg 2	Oppg 3	Oppg 4	Oppg 5	Oppg 6	Oppg 7	Oppg 8	Oppg 9	Oppg 10	Oppg 11	Oppg 12	Oppg 13	Oppg 14	Oppg 15	Oppg 16
10846	3A	3+4	Husker ikke	Husker ikke	Husker ikke	Husker ikke	Husker ikke				Husker ikke		5+4+2	Husker ikke	Husker ikke	Husker ikke	Husker ikke
10848	3A	4+3	2+2			4+4							Telte	6+6			5+5
10849	3A	4+3		4+4			4+5		4+5				Husker ikke	2+6+2+4			
10850	3A	5+6	5+3	4+4	2+	5+3	2+5	5+4	6+4	5+5+1	5+6+2	5+5+1	5+4+2	6+6+4	2+2+5+4	4+5+	5+6+4
10851	3A		Husker ikke	4+4	4+4		4+5	5+5	Husker ikke	Vet	1+4	5+5+1	5+5+2	Telte	15	Husker ikke	Vet
10852	3A			4+4	4+5	4+4	Husker ikke	4+4			Husker ikke	5+6	Husker ikke	Husker ikke	Husker ikke		
10853	3A			4+4		0	5+4	4+4		50+50	4+5+2	5+5+1					
10855	3A	10+2	10+4	4+6	10+5	10+4	4+5	4+5	2+2	10+2	5+6	9+5	10+3	2+2	2+5	10+6	9+2

*Tabell etter første runde med transkripsjon av kvalitativ data.*

Ikke all innsamlet data var relevant for forskningsspørsmålene. Data som ikke sa noe om deltakerens strategi ble derfor ikke vektlagt etter første transkripsjon. På spørsmål om hvordan deltakerne tenkte, ble svar som «C» og «2+» regnet som ikke relevant. I skjemaet noterte jeg dette som «annet». Kun data som kunne si noe om hvilken strategi deltakeren hadde benyttet ble stående i det transkriberte skjemaet. Slike besvareelser

kunne være «2+2+2+2» og «Jeg bare teller». Etter å ha gått gjennom skjemaet, og kun beholdt det som var relevant, satt jeg igjen med skjemaet som vist under.

**Tabell 3.2**

*Andre Utkast av Transkripsjonstabell*

ID	GR	Oppg 1	Oppg 2	Oppg 3	Oppg 4	Oppg 5	Oppg 6	Oppg 7	Oppg 8	Oppg 9	Oppg 10	Oppg 11	Oppg 12	Oppg 13	Oppg 14	Oppg 15	Oppg 16
10846	3A	3+4	Husker ikke	Husker ikke	Husker ikke	Husker ikke	Husker ikke				Husker ikke		5+4+2	Husker ikke	Husker ikke	Husker ikke	Husker ikke
10848	3A	4+3	2+2			4+4							Telte	6+6			5+5
10849	3A	4+3		4+4			4+5		4+5				Husker ikke	2+6+2+4			
10850	3A	5+6	5+3	4+4	Annet	5+3	2+5	5+4	6+4	5+5+1	5+6+2	5+5+1	5+4+2	6+6+4	2+2+5+4	4+5+	5+6+4
10851	3A		Husker ikke	4+4	4+4		4+5	5+5	Husker ikke	Vet	1+4	5+5+1	5+5+2	Telte	Annet	Husker ikke	Vet
10852	3A			4+4	4+5	4+4	Husker ikke	4+4			Husker ikke	5+6	Husker ikke	Husker ikke	Husker ikke		
10853	3A			4+4		Annet	5+4	4+4		Annet	4+5+2	5+5+1					
10855	3A	10+2	10+4	4+6	10+5	10+4	4+5	4+5	2+2	10+2	5+6	9+5	10+3	2+2	2+5	10+6	9+2

*Tabell etter andre runde med transkripsjon av kvalitativ data.*

I den andre fasen begynte jeg å se etter de innledende kodene ved å systematisk se etter interessante aspekter og egenskaper ved dataen (Braun & Clarke, 2006). Egenskaper jeg lette etter var om strategiene baserte seg på regning eller telling. Strategier som ikke tok utgangspunkt i regning eller telling kunne være gjetting eller at de visste det. Strategier som baserte seg på regning var for eksempel «2+2+2+2», mens besvarelser som «teltte» indikerte at deltakeren hadde telt hvert objekt i mengden. Slik kodet jeg hele datasettet (Braun & Clarke, 2006). Jeg fortsatte å bruke skjemaet fra den første fasen, og noterte ned om strategiene som innebar telling eller regning. I og med at jeg brukte en kombinasjon av induktiv og deduktiv tilnærming, hadde jeg hele tiden Gandini et als. (2008) kategorier for mengdeoppfatning i bakhodet. Strategiene omtrentlig og eksakt telling var lett å identifisere. Kodene jeg lagde induktivt i denne fasen var besvarelser der deltakerne gjettet mengden: «jeg gjettet», ikke husket hvordan de tenkte: «husker ikke», eller de bare visste den totale mengden: «vet». I neste fase brukte jeg Gandini et al. (2008) og de induktive kodene for å kategorisere dataen.

Fase tre innebar å lete etter tema. Fra Gandini et al (2008) hadde jeg allerede noen tema, i tillegg til at jeg også i fase to hadde begynt å se andre tema: gjetting, husket ikke og visste mengden. Kodene fra fase to ble sortert og samlet i de identifiserte temaene (Braun & Clarke, 2006). Temaene jeg induktivt kom fram til hadde til felles at de ikke var like tydelige i fremgangsmåte som de deduktive temaene. I denne fasen begynte jeg å se at det var mulig å identifisere noen overordnede tema, med mindre og mer detaljerte kategorier under. De overordnede temaene jeg hadde identifisert på dette tidspunktet var strategier som innebar telling, strategier med rask oppfatning og

estimering, strategier som brukte regning, og strategier som ikke passet under nevnte temaer.

I fase fire i en tematisk analyse vil man gjøre en gjennomgang av temaene man har identifisert (Braun & Clarke, 2006). Her vil man forsikre seg om at det er intern homogenitet, at data i samme tema har samme egenskaper og like trekk (Braun & Clarke, 2006). Det skal også være ekstern heterogenitet mellom temaene, data i ulike tema skal tydelig kunne skilles fra hverandre (Braun & Clarke, 2006). Videre vil man i fase fem definere og navngi temaene (Braun & Clarke, 2006). Her er det viktig å avgrense og tydeliggjøre essensen i hvert tema. Det skal komme tydelig frem hvilke aspekt og detaljer ved dataen hvert tema fanger (Braun & Clarke, 2006)? Om man har identifisert undertema, må disse defineres. Samtidig er det viktig å se analysen i helhet (Braun & Clarke, 2006). Mot slutten av denne fasen bør temaer og kategorier være definert og navngitt slik at leseren får en tydelig forståelse av de enkelte temaene og aspektene, men også den helhetlige historien. I min tematiske analyse overlappet fase fire og fem hverandre. Den tematiske analysen resulterte i fem overordnede tema: telling, rask oppfatning, aritmetikk, forankring og annet. Under flere av temaene har jeg definert ulike underkategorier. Under har jeg gitt en kort beskrivelse av de ulike temaene jeg identifiserte i analysen. I resultatkapittelet ser jeg nærmere på temaene og underkategoriene. Der vil jeg definere temaene og beskriver aspekter og detaljer ved tilhørende data.

Temaet telling innebar at deltakerne telte hele mengden. I underkategorien eksakt telling finner vi besvarelser som enten telte ett og ett objekt: «tellte fort», «jeg telte alle talene», men også deltakere som telte med flere om gangen: « $2+2+2+2$ », «tellte 2 og 2». Memorering gikk ut på at deltakerne memorerte bildet som ble presentert for dem og deretter telte ut fra det mentale bildet: «Jeg ser prikkene og etter det teller jeg dem inni hodet mitt», «lagre bilde inni hode og telle».

Rask oppfatning er temaet jeg tidligere i analysefasen kalte for estimering. Under temaet rask oppfatning er strategier som ikke baserer seg på telling, men heller ligner mer på estimering. Deltakere som svarte «så det» eller «Vet jeg», ble plassert i kategorien vet. Dette var en strategi der deltakerne så mengden uten å måtte telle objektene. Gjetting var en strategi som ble brukt flere ganger: «Jettet» og «Jeg bare gjettet». Omtrentlig telling kombinerer subitisering og addisjon for å anslå mengdens størrelse. Deltakerne som brukte denne metoden oppfattet først den totale mengden som flere grupper av ulik størrelse. Deretter brukte de omtrentlig addisjon for å finne den totale mengden. Med denne strategien fant deltakerne et estimat av den totale mengden objekter. Besvarelser som ble kategorisert som omtrentlig telling var: «Jeg såg noen tall og så plusset jeg de sammen», «5 og 4» og «5 4 3».

Tema aritmetikk ble utviklet videre fra temaet jeg tidligere refererte til som regning. Alle strategiene i dette temaet innebar addisjon eller multiplikasjon. Omtrentlig telling ble både plassert under temaene aritmetikk og rask oppfatning, da strategier i denne kategorien innebar både rask oppfatning og addisjon. De-/rekomponering gikk ut på at deltakerne plukket ut en liten gruppe objekter fra den totale mengden. Deretter avgjorde de hvor mange slike grupper den totale mengden besto av. Avslutningsvis multipliserte de antall grupper med mengden i hver gruppe. «Jeg tenkte gange» var uttalelser som ble plassert i kategorien de-/rekomponering. I kategorien regning plasserte jeg strategier som innebar regning, men som ikke kunne identifiseres som de-/rekomponering eller



omtrentlig telling. «pluss og minus», «jeg plusset» og «Jeg brukte mate» ble plassert i denne kategorien. Flere besvarelser brukte en kombinasjon av andre strategier. Kombinasjoner av omtrentlig telling og de-/rekomponering var «jeg plusset og ganget». «Pluss og gjett» viste en kombinasjon av regning og gjetting.

Forankring var en strategi der deltakerne først telte for å finne en del av objektene. Med utgangspunkt i denne opptellingen estimerte deltakerne de gjenværende objektene. Hele mengden ble avgjort ved å addere den opptelte mengden og den estimerte mengden. «Telte 4 og så» og «Tellet og gjettet» var besvarelser som var i kategorien forankring.

Under annet kom det frem tre kategorier. Forklaringer der deltakerne ikke husket: «husker ikke», «vet ikke». Forklaringer som ikke kunne tolkes og plasseres under noen av de andre kategoriene: «ser nøye», «jeg tenkte godt om», «Bra», «10 og 0». I tillegg var det mange tomme besvarelser.

Selve kategoriseringen av data gjennomførte jeg ved å gi hver kategori en egen farge, og markere hver strategi med tilhørende farge. Når alle strategier hadde blitt plassert i riktig tema og underkategori, gikk jeg videre til siste fase av den tematiske analysen.

Siste del av en tematisk analyse innebærer å fullføre analysen og skrive en oppsummerende rapport. Her vil man fortelle historien om dataen på en oversiktlig måte, som overbeviser leseren om analysens hensikt og validitet (Braun & Clarke, 2006). Denne delen av den tematiske analysen vil bli presentert i resultatkapittelet.

Den tematiske analysen ga meg et utgangspunkt for å vurdere deltakernes utvikling av strategikompetanse. Ved å identifisere og systematisere ulike strategier kunne jeg se på gruppenes strategirepertoar og strategifordeling. Deltakernes strategirepertoar og strategifordeling analyserte jeg statistisk ved å sammenligne data fra forundersøkelsen med data fra etterundersøkelsen. I resultatkapittelet ser jeg nærmere på resultatene av den kvalitative dataanalysen.

### 3.6.2. Analyse av kvantitativ data

For å kunne se om deltakerne teller opp mengdene i kvikkbildene mer effektivt har jeg sett på to variabler. Jeg har analysert kvantitative data ved å se på responstid og nøyaktighet. For å analysere responstiden brukte jeg en induktiv analyse. Deltakernes nøyaktighet analyserte jeg ved hjelp av Mann-Whitney  $U$  test.

#### *Responstid*

Data knyttet til responstiden analyserte jeg induktivt. Først transkriberte jeg alle deltakernes responstid på hver oppgave i Excel. Jeg sorterte deltakerne etter hvilken klasse og gruppe de tilhørte. Til sammen fikk jeg data om responstid hos fem ulike grupper. Deretter regnet jeg ut gjennomsnittet til alle deltakerne før og etter intervensjonen. Med alle deltakernes gjennomsnitts responstid kunne jeg regne ut hvor lang responstid hver gruppe brukte i gjennomsnitt. Jeg fant alle gruppenes gjennomsnittstid på undersøkelsen før intervensjonen og på undersøkelsen etter intervensjonen. Med disse tallene kunne jeg også finne gjennomsnittet på responstid hos alle deltakerne som én enhet. Responstiden var målt i millisekunder.

### *Mann-Whitney U Test*

Mann-Whitney  $U$  test er en ikke-parametrisk test som brukes for å sammenligne to grupper der dataen ikke har normal fordeling (Emerson, 2023). Testen passer best hvis hver gruppe ikke har mer enn 20 verdier. Ved ikke-parametriske tester bruker man ikke de innsamlede verdiene direkte, men heller verdiens rangeringsrekkefølge (Skovlund, 2017). Verdiens rangeringsrekkefølge vil gi mer presise resultat da sentralmål som gjennomsnitt og standardavvik ikke beskriver dataen på en god måte (Emerson, 2023). Beregningene av Mann-Whitney  $U$  testen tar derfor utgangspunkt i at man rangerer verdiene i begge gruppene sammen. Hvis det er en signifikant forskjell mellom gruppene kan man forvente at verdiene fra den ene gruppa ligger i bunn, og den andre gruppens verdier ligger i topp på rangering. Hvis det derimot ikke er noen signifikant forskjell mellom gruppene forventer man at gruppens verdier er jevnt fordelt over rangeringen (Hinton, 2010). Ved å rangere to gruppers verdier, og sistnevnte scenario inntreffer, vil fordelingen sjeldent være så jevn at vi uten videre kan si med sikkerhet at det ikke er en signifikant forskjell mellom gruppene. Derfor må man gjøre beregninger for å kunne fastslå eventuelle signifikante forskjeller mellom gruppene. En slik test av signifikans sier hvor stor sannsynlighet det er for at forskjellene mellom gruppene er tilfeldige (*Mann Whitney U Test of Significance*, 2024).

Det første steget i en Mann-Whitney  $U$  test er å lage en oversikt over begge gruppens verdier, før man deretter rangerer alle verdiene fra minst til størst. Her er det viktig at man har oversikt over hvilke verdier som tilhører hvilken gruppe (Hinton, 2010). Jeg gjennomførte testen i Excel. Deretter trenger man å vite hvor mange verdier det er i hver gruppe for å gjøre beregningene for testen (Hinton, 2010). I en av mine sammenligninger var det 14 verdier i gruppe 1, og 15 verdier i gruppe 2.

$$n_1 = 14$$

$$n_2 = 15$$

For å gjennomføre testen trenger vi å finne  $U$ -verdien. Denne får vi ved å finne differansen mellom en gruppes rangeringssum hvis alle verdiene var på de nederste rangeringsplassene, og gruppens faktiske rangeringssum (Hinton, 2010). Den faktiske rangeringssummen til gruppe 1 var 218, og rangeringssummen hvis alle verdiene til gruppe 1 var nederst, ville vært 105.

$$R_1 = 218$$

$$R_2 = 217$$

Den tenkte rangeringssummen hvis alle verdiene for én gruppe var nederst finner vi ved å bruke formelen  $\frac{n_1*(n_1+1)}{2}$ .  $U$ -verdien, som er det vi er interessert i å finne, vil derfor være  $U_1 = R_1 - \frac{n_1*(n_1+1)}{2}$ . Vi finner  $U$ -verdien til begge gruppene (Hinton, 2010).

$$U_1 = 113$$

$$U_2 = 97$$

Videre er vi interessert i å finne sannsynligheten for  $U$ , og da tar man alltid utgangspunkt i den minste  $U$ -verdien. Vi antar en null-hypotese; den uavhengige variabelen har ingen effekt på den avhengige variabelen (Hinton, 2010). I dette tilfellet er intervensjonen den uavhengige variabelen, og deltakernes nøyaktighet er den avhengige variabelen. Hva er da sannsynligheten for å få en  $U$ -verdi som er mindre enn den minste  $n$ -verdien? Det vil kun være to kombinasjonsmuligheter av rangeringer som gir en  $U$ -verdi lik 0: alle verdiene fra én gruppe i bunnrangeringene, eller omvendt. Vi må finne hvor mange kombinasjonsmuligheter det er for rangeringen totalt, og hvor mange av disse som gir en  $U$ -verdi lik eller mindre enn den minste  $n$ -verdien. Videre kan vi dividere antall kombinasjoner som gir  $U$ -verdi mindre enn den minste  $n$ -verdien, med totalt antall kombinasjonsmuligheter for å få  $p$ -verdien, sannsynligheten (Hinton, 2010). Det er utviklet en tabell for Mann-Whitney  $U$  testen, slik at man ikke trenger å regne ut sannsynligheten for de beregnede  $U$ -verdiene (Hinton, 2010).

Den minste  $U$ -verdien i mitt tilfelle var  $U_2 = 97$ , og dette blir den statistiske  $U$ -verdien. Den kritiske  $U$ -verdien, finner jeg i tabellen:  $U_{kritisk} = 66$ . Et resultat av analysen er signifikant hvis sannsynligheten er mindre enn eller lik signifikansnivået,  $p \leq 0.05$ . Vi tenker at den kritiske  $U$ -verdien tilsvarer 0.05, og den statistiske  $U$ -verdien er sannsynlighetsverdien. For at resultatet skal være signifikant, må den statistiske  $U$ -verdien være mindre enn eller lik den kritiske  $U$ -verdien. Her ser vi at det ikke er tilfelle, og vi kan dermed si at det ikke er noen signifikant forskjell mellom gruppene. Vi kan ikke avvise null-hypotesen (Tokoph, 2018).

### 3.7. Kvalitetskriterier

Målet med forskning er å få ny kunnskap og innsikt i verden rundt oss. Som forsker har man et sett grunnleggende normer man bør følge. Sannhetsnormer skal sikre at forskningen er pålitelig. Metodologiske normer sikrer at vitenskapelige metoder blir gjennomført forsvarlig. Institusjonelle normer gjør forskningen tilgjengelig for alle og uavhengig av forskerens egne interesser og meninger. For å sikre at forskningen som gjennomføres er av god kvalitet stilles det noen kriterier (NESH, 2021). De nevnte normene gjenspeiles i kvalitetskriteriene. Kvalitativ og kvantitativ forskning vurderes med ulike kriterier. I kvalitative studier brukes troverdighet og autentisitet, mens man i kvantitative studier ser etter validitet og reliabilitet (Clark et al., 2021). Selv om det brukes ulike kriterier i kvalitative og kvantitative studie, kan man trekke paralleller mellom flere av kriteriene.

#### 3.7.1. Kvalitative kvalitetskriterier

Det finnes flere rammeverk for kvalitetskriterier i kvalitativ forskning, blant annet Lincoln og Gubas (1994) og Tracys (2010) (Clark et al., 2021). Lincoln og Guba (1994) foreslår at man ved kvalitative studier bør vurdere studiens troverdighet og autentisitet (Clark et al., 2021).

Troverdighet i kvalitative studier er et kvalitetskriterium bestående av flere aspekter: kredibilitet, overførbarhet, pålitelighet og bekreftbarhet. Kredibilitet handler om i hvilken grad funnene er troverdige. For å sikre troverdige funn må man følge god praksis, sjekke tolkingen med deltakerne og se etter triangulering av data (Clark et al., 2021).

Overførbarhet tar for seg om funnene gjelder for andre kontekster. Forskeren kan sørge for dette ved å inkludere rike beskrivelser av konteksten og prosesser i studien (Clark et al., 2021). Pålitelighet handler om funnene vil være gyldige på andre tidspunkt, både før

og etter studien er gjennomført. For å sikre pålitelighet er det viktig å ta vare på alt materiell knyttet til studien: data, notater, analyser og eventuelt annet. Ved å ta vare på alt av materiell kan studien og funnene enkelt ettergås om nødvendig (Clark et al., 2021). For å sikre studiens bekreftbarhet må man kunne vise at man som forsker har handlet i god tro og ikke latt personlige verdier påvirke arbeidet eller resultatet (Clark et al., 2021).

For å sikre studiens troverdighet har jeg gjort flere tiltak. For å finne ut om deltakernes strategikompetanse utviklet seg etter intervensjonen samlet jeg data knyttet til to variabler: strategirepertoar og strategifordeling. Data og analyse av begge variablene triangulerte hverandre, og viste til relativt like resultat. Hvis dataen og analysen av de to variablene hadde vist svært ulike funn, ville dette vært et tegn på at studiens resultater ikke var troverdige. For å sikre overførbarhet har jeg gitt rike beskrivelser av både kontekst og prosess slik at resultatene kan vurderes for å gjelde i andre kontekster. Alt av data og analysemateriale er lagret på NTNU's OneDrive slik at funnene skal kunne ettergås. Jeg har gjennom hele forskningsprosessen vært opptatt av å ikke la personlige verdier og holdninger påvirke forskningen. I tillegg har jeg handlet i god tro og tatt godt vare på deltakerne i studien. Innsamlingen av data ble gjennomført slik at deltakerne skulle kunne få utbytte av undersøkelsene og intervensjonen utover at jeg samlet data. Autentisitet handler i større grad om forskningens politiske bidrag og påvirkning. Her bruker Lincoln og Guba (1994) fem begreper: rettferdighet, ontologisk autentisitet, opplysende autentisitet, katalytisk autentisitet og taktisk autentisitet (Clark et al., 2021). Forskningen bør representere deltakeres ulike synspunkt, bidra til at deltakere forstår egen situasjon og hverandre bedre (Clark et al., 2021). Samtidig bør den bidra til at deltakerne ønsker å endre egne omstendigheter, og viser hvordan de kan oppnå endring (Clark et al., 2021).

Målet med studien var å undersøke om et undervisningsopplegg med varierte strategier og kjente mønster utviklet deltakernes strategikompetanse samt prestasjoner knyttet til mengdeoppfattelse. Tanken bak en slik studie var at det skulle kunne hjelpe lærere å planlegge undervisning. Studien har autentisitet med tanke på at den kan bidra til at lærere forstår elevers utvikling og læring bedre. Studien kan også bidra til at lærere bedre kan legge til rette for å utvikle matematikkferdigheter hos elever.

### 3.7.2. Kvantitative kvalitetskriterier

Kvantitative studier vurderes ut ifra kvaliteten til målene som studeres. Reliabilitet og validitet er to sentrale begreper (Clark et al., 2021). Reliabilitet handler om i hvilken grad målene og måleverktøyene er konsise og pålitelige. Er de stabile og gir det samme resultatet under relativt like forhold og over tid? Bruker man flere indikatorer på samme mål bør de kunne relateres til hverandre og samsvare. Dette viser intern reliabilitet. Hvis det er flere forskere på samme studie, bør de observere og tolke omtrent det samme. Hvis alle forskerne finner samme resultat har forskningen høy inter-observatør reliabilitet. Validitet handler om måleverktøyet faktisk måler det som skal måles. Validitet kan deles i fem faktorer: face, concurrent, predictive, construct og convergent validitet. Face validitet vurderer i hvilken grad målet reflekterer innholdet i det konseptet som utforskes. Dette kan sikres ved å spørre erfarne på feltet. Concurrent validitet ser på flere variabler, hvordan de eksisterer samtidig og overlapper hverandre. Ved å bruke en variabel der man forventer et bestemt svar kan man sikre concurrent validitet. For å sikre predictive validitet måler man mot et fremtidig kriterium. Sammen utgjør concurrent og predictive validitet, criterion validitet. Criterion validitet ser på i hvilken

grad ett mål forutsier utfallet av et annet mål. Her er det altså årsak- og virkning sammenhenger som vurderes. Hvor godt et mål bekrefter eller samsvarer med det man kan forvente med utgangspunkt i tidligere teori, sier noe om forskningens construct validitet. Har man flere instrumenter for samme mål, vil det være avgjørende hvor godt det valgte instrumentet fungerer sammenlignet med andre metoder. Ved å velge det beste instrumentet sikrer man konvergent validitet (Clark et al., 2021).

I den kvantitative delen av studien samlet jeg mål på deltakernes responstid og nøyaktighet i oppfattelse av mengde. Som måleverktøy har jeg brukt Strapi via NTNU. For å sikre studiens reliabilitet ønsker man at måleverktøyet gir konsise og pålitelige mål. Jeg valgte å bruke Strapi som måleverktøy fordi det er et verktøy godkjent av NTNU og anbefalt av andre som har gjennomført lignende studier. Validitet vurderer i hvor stor grad måleverktøyet måler det det skal. Studiens face validitet styrkes gjennom at veilederen min gjennom denne studien selv har undersøkt kvikkbilder og oppfatning av mengder, og derfor har erfaring med måleverktøyet. Jeg har gjennom hele forskningsprosessen brukt tidligere forskning og teori. Resultater og funn fra denne studien blir diskutert og sett i lys av tidligere forskning. Dette øker studiens construct validitet.

### 3.8. Etikk

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) har utviklet forskningsetiske retningslinjer (NESH, 2021) som jeg har fulgt i denne studien. Overordnede normer, som sannhetsnormen, metodologiske normer og institusjonelle normer er overholdt for å sikre god kvalitet på forskningen. Siden dette er en sosial studie som forsker på mennesker er det svært viktig at menneskeverdet blir ivaretatt (NESH, 2021). For å sikre dette har jeg gitt informasjon om studien til deltakerne og foresatte. Jeg samlet også inn samtykke før gjennomføring av studien. I tillegg var alle informert om at deltakelse i studien var frivillig og anonym, samt at det på hvilket som helst tidspunkt var mulig å trekke sin deltakelse. Personopplysninger ble ikke samlet inn eller lagret. Innsamlet data og analyser ble lagret på OneDrive, der kun jeg som forsker har tilgang.

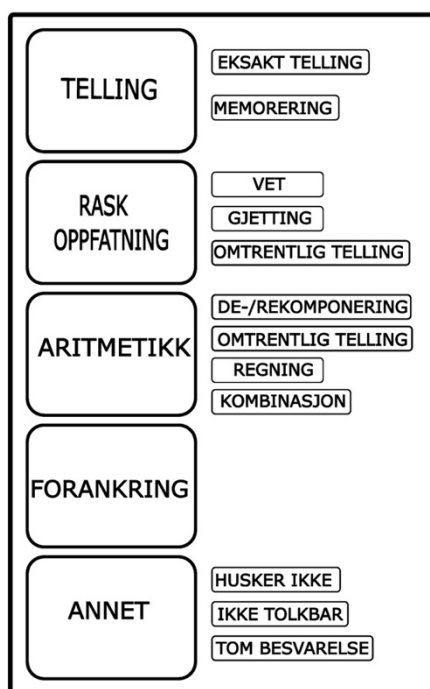
Denne studien kombinerer kvalitative og kvantitative forskningsmetoder. Det er en mixed-methods studie som kan plasseres i det pragmatiske paradigme. Forskingen er naturalistisk og tar utgangspunkt i en empiristisk filosofi. Studiens konvergerende forskningsdesign kombinerer kvalitativ og kvantitativ data samlet inn gjennom en digital undersøkelse. Metoder for datainnsamling og analyse er valgt på bakgrunn av forskningsspørsmålene. Alle valg er tatt med formål om å kunne få best mulig svar på forskningsspørsmålene, og forstå det aktuelle problemet. Gjennom hele forskningsprosessen har jeg tatt valg og tiltak for å sikre studiens kvalitet. Jeg har også fulgt NESH (NESH, 2021) sine retningslinjer for å ivareta deltakerne og innsamlet data. Resultatene fra datainnsamlingen og analysen vil bli presentert i neste kapittel.

## 4. Resultat

I dette kapitlet vil jeg presentere resultatene som er basert på analysen. Funnene viser at intervensjonen i liten grad påvirket elevenes strategikompetanse og nøyaktighet i mengdeoppfattelse, men hadde større effekt på deltakernes responstid på kvikkbildeoppgavene. Først vil jeg trekke frem resultatet av den kvalitative dataanalysen: en visuell modell av temaene som kom fram gjennom datamaterialet. Denne modellen legger grunnlaget for resten av analysen og funnene. Deretter har jeg tatt utgangspunkt i forskningsspørsmålene for å strukturere funnene fra studien. Har intervensjonen påvirket elevenes strategikompetanse og mengdeoppfattelse? I alt presenterer jeg fem funn fra studien, inkludert resultatet av den tematiske analysen. De resterende funnene ser på deltakernes strategirepertoar, strategifrekvens, responstid og nøyaktighet i arbeid med mengder.

**Figur 4.1**

*Strategimodell*



*Strategimodell som resultat av den tematiske analysen.*

### 4.1. Strategier for mengdeoppfattelse

Den tematiske analysen av kvalitativ data resulterte i en visuell modell. Modellen presenterer hvilke strategier deltakerne brukte for å oppfatte mengder i kvikkbilder. Gjennom den tematiske analysen ble data kategorisert i fem overordnede tema: telling, rask oppfatning, aritmetikk, forankring og annet. Under noen av temaene ble data videre kategorisert i ulike underkategorier. Strategier som er kategorisert under samme tema har alle noen fellestrekk som knytter dem sammen. Samtidig er det ulikheter som skiller de ulike temaene og underkategoriene fra hverandre. Likhetene og ulikhetene mellom

temaene og underkategoriene går jeg nærmere inn på når jeg beskriver temaene og underkategoriene i detalj under.

#### 4.1.1. Telling

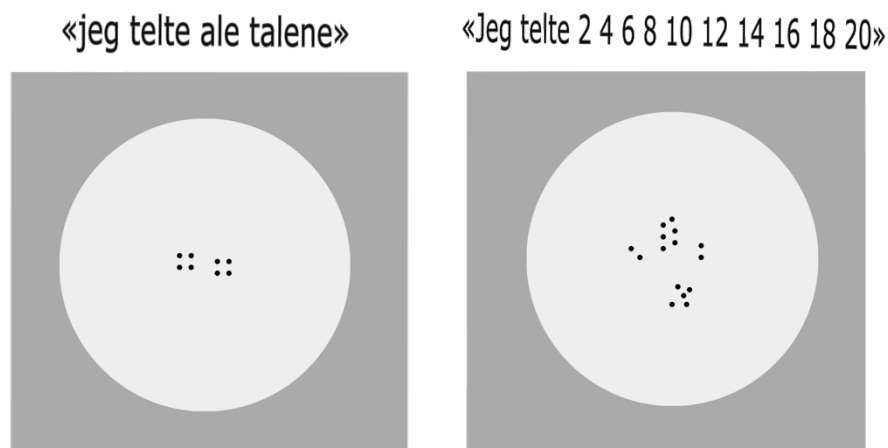
Felles for strategiene i temaet telling var at deltakerne på ulike måter telte hele mengden. Under temaet telling finner vi to underkategorier: eksakt telling og memorering. Begge underkategoriene innebar direkte telling. Strategiene kunne enten være telling av ett og ett objekt, eller at deltakerne stegtelte med for eksempel to objekter om gangen.

##### *Eksakt telling*

Eksakt telling var en strategi der deltakerne svarte at de telte alle objektene i mengden. I noen tilfeller ble hvert objekt tildelt ett tallord fra tallrekka, slik vi forbinder med vanlig telling. I innsamlet datamateriale kom dette til uttrykk gjennom besvarelser som «Jeg bare teller», «telte fort» og «jeg telte alle talene». I andre tilfeller brukte deltakerne stegtelling og telte to og to objekter sammen. Besvarelse som viste dette, var «2+2+2+2», «telte 2 og 2» og «Jeg telte 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20».

#### **Figur 4.2**

##### *Eksakt Telling*



*Oppgaver der deltakerne brukte eksakt telling.*

##### *Memorering*

Underkategorien memorering ligner eksakt telling. Også disse strategiene innebar at deltakerne brukte tradisjonell telling for å finne mengdens størrelse. I motsetning til direkte telling, der deltakerne telte objektene mens de ble presentert visuelt, innebar memoreringsstrategien at deltakerne lagret bildet med objekter mentalt. Ved memorering oppga deltakerne at de husket bildet, og deretter telte antall prikker etter hukommelsen. «Jeg ser prikkene og etter det teller jeg dem inni hodet mitt» og «lagre bilde inni hode og telle» var beskrivelser av strategier som viste memoreringsstrategier.

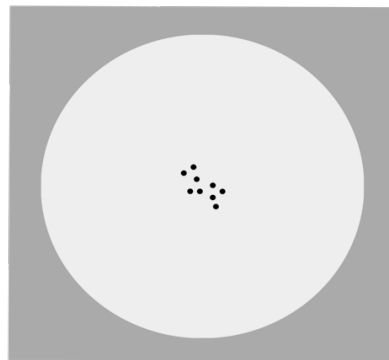
**Figur 4.3**

*Memorering*

«Jeg ser prikkene og etter det teller jeg dem inni hodet mitt»



«lagre bilde inni hode og telle»



*Oppgaver der deltakerne brukte memorering.*

#### 4.1.2. Rask oppfatning

Kjennetegn ved strategiene under temaet rask oppfatning var at deltakerne ikke tok utgangspunkt i telling. Temaet rask oppfatning omfatter strategier med egenskaper som kan knyttes til estimering og subitisering. Strategiene i rask oppfatning ga ikke like nøyaktige resultat som strategiene beskrevet under temaet telling. Til gjengjeld var strategiene under rask oppfatning mer tidseffektive. Under rask oppfatning finner vi tre underkategorier: vet, gjetting og omtrentlig telling.

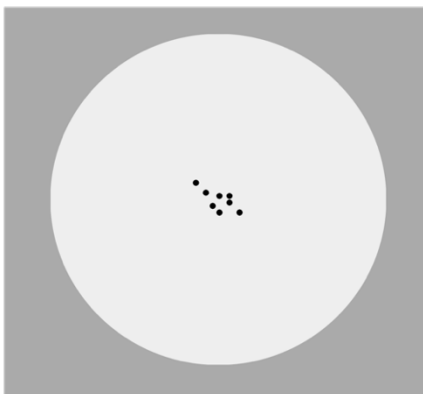
*Vet*

I underkategorien vet finner vi de strategiene som har størst likhetstrekk med subitisering og groupitizing. I datamaterialet er dette besvarelser som viser at deltakerne bare visste eller så mengden uten å måtte telle objektene. «Så det» var en av besvarelsene på en oppgave med åtte objekter som var organisert i gjenkjennbare mønster. I tillegg var det flere besvarelser som uttrykte at de bare visste hvor stor mengden var, for eksempel «Vet jeg».

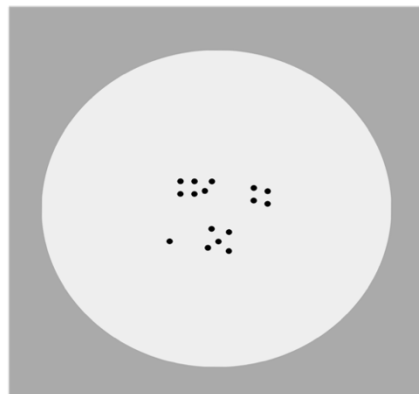
**Figur 4.4**

*Vet*

«Så det»



«Vet jeg»



*Oppgaver der deltakerne visste mengden.*

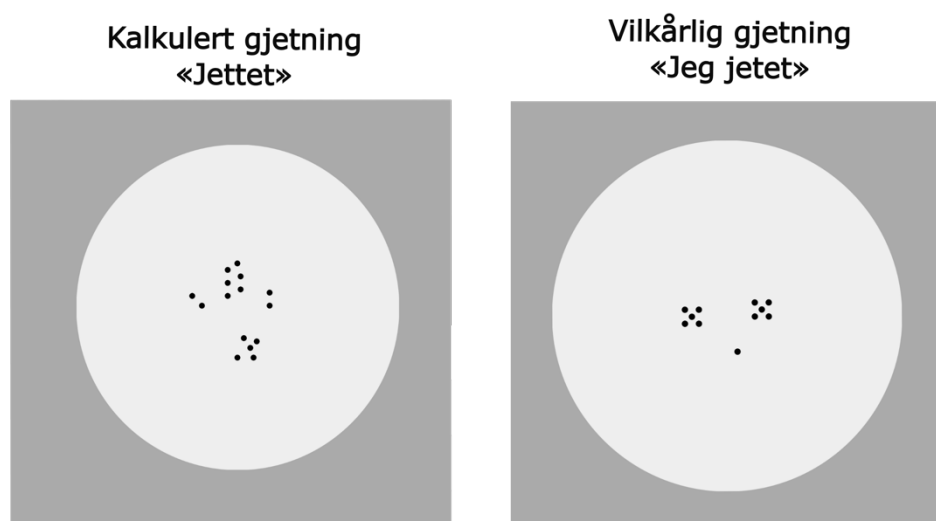


### Gjetting

Videre kunne man gjentatte ganger i datamaterialet finne besvarelser som «gjettet». Disse strategiene har likhetstrekk med estimering. Ved besvarelser som viste til gjetting kunne man enten se at det var en kalkulert eller vilkårlig gjetning. Ved kalkulerte gjetninger hadde deltakeren for eksempel svart 17 på en mengde med 15 objekter. Andre ganger var det tydelig at gjetningen var vilkårlig, når avgitt svar på en mengde med 11 objekter var 29. «Jettet» og «Jeg bare gjettet» var kvalitativ data som ble plassert i underkategorien gjetting.

**Figur 4.5**

### Gjetting



*Oppgaver der deltakerne gjettet mengden.*

### Omtrentlig telling

Underkategorien omtrentlig telling kombinerer subitisering og addisjon for å oppfatte mengden. Ved omtrentlig telling fant deltakerne den totale mengden ved å først dele objektene i mindre grupper av ulik størrelse. For å anslå mengden i de mindre gruppene brukte deltakerne subitisering. Deretter gjorde deltakerne beregninger med disse gruppene og adderte dem omtrentlig. Ved å bruke denne strategien fikk deltakerne et estimat på mengden. Resultatet ble ikke like nøyaktig som ved bruk av strategiene under

temaet telling. Eksempel på omtrentlig telling i datamaterialet var «4 og 5» på en tilfeldig organisert mengde, «Jeg såg noen tall og så plusset jeg dem sammen» og «3 og 5».

#### Figur 4.6

##### *Omtrentlig Telling*



*Oppgaver der deltakerne brukte omtrentlig telling.*

#### 4.1.3. Aritmetikk

Under temaet aritmetikk finner vi fire strategier som alle innebærer regning. Alle fire underkategoriene hadde til felles at deltakerne i hovedsak brukte aritmetikk for å komme fram til mengdens størrelse. Addisjon og multiplikasjon var regneartene som gikk igjen i datamaterialet. Ulike fremgangsmåter og regnearter skiller de ulike underkategoriene fra hverandre. Jeg har også plassert omtrentlig telling under temaet aritmetikk, fordi strategien innebærer både addisjon og rask oppfatning.

##### *De- /rekomponering*

Ved de- /rekomponering oppfattet deltakerne den totale mengden som mindre, men like store grupper. Strategiene gikk i grove trekk ut på å de- eller rekonponere den opprinnelige mengden, for så å multiplisere for å finne den totale mengden. Deltakerne multipliserte antall like grupper med mengden i hver av dem for å finne den totale mengden. I innsamlet data kom dette til uttrykk gjennom besvarelser som «jeg brukte gange» og «jeg ganget».

**Figur 4.7**

*De-/rekomponering*



*Oppgaver der deltakerne brukte de-/rekomponering.*

*Regning*

Underkategorien regning viser til strategier der elever har benyttet ulike aritmetiske operasjoner for å finne mengdens størrelse. Strategiene inneholdt ulike regneoperasjoner, både addisjon og subtraksjon. Det som skilte strategiene i regning fra andre strategier under temaet aritmetikk var at det ikke var noe systematisk fremgangsmåte i utregningene. «Jeg brukte mate», «jeg brukte minus og pluss», «jeg tenkte 4 pluss 4» og «jeg plusset» var data som ble kodet i underkategorien regning.

**Figur 4.8**

*Regning*



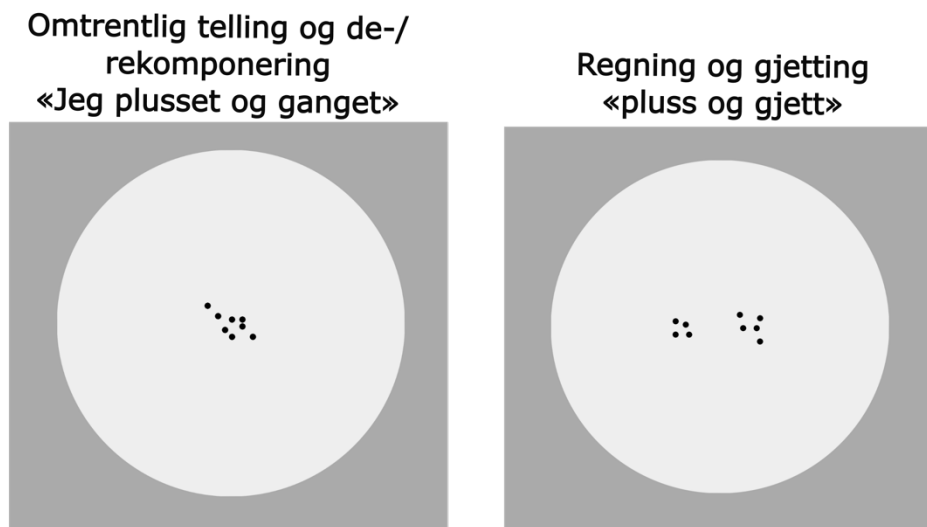
*Oppgaver der deltakerne brukte regning.*

### Kombinasjoner

Strategier som kombinerte deler av andre strategier ble plassert i underkategorien kombinasjoner. I denne underkategorien var det besvarelser som delvis passet under andre kategorier, men ikke gikk helt over ens med kriteriene for de gjeldende kategoriene. En besvarelse viste en kombinasjon av omtrentlig telling og de-/rekomponering: «jeg plusset og ganget». «pluss og gjett» viste en kombinasjon av regning og gjetting.

**Figur 4.9**

### Kombinasjoner



*Oppgaver der deltakerne kombinerte flere strategier.*

#### 4.1.4. Forankring

Forankring som strategi for oppfatning av mengder innebar en kombinasjon av eksakt telling, estimering og aritmetikk. Strategien besto av tre prosesser: deltakerne telte først en del av objektene, før de resterende prikkene ble estimert på bakgrunn av den opptelte mengden. Siste steg var å addere den opptelte mengden og den estimerte mengden for å finne mengdens totale størrelse. Det som skiller temaet forankring fra de andre temaene er at deltakerne bruker deler av den totale mengden for å gi et omtrentlig svar på hvor stor den totale mengden er. I tillegg innebærer strategiene både eksakt telling, mindre nøyaktig oppfatning og aritmetikk. I datamaterialet finner vi flere besvarelser som viser til en forankringsstrategi: «Telte 4 og så», «jeg tenkte pluss og minus og telte dunger» og «Gjettet og tellet».

**Figur 4.10**

*Forankring*



*Oppgaver der deltakerne brukte forankring.*

#### 4.1.5. Annet

Under temaet annet ble strategiene kategorisert i tre underkategorier. Kategorien annet omfatter de strategiene som deltakerne ikke husket eller visste hvordan de tenkte, data som ikke kunne tolkes og tomme besvarelser. Felles for strategier under dette temaet var at det ikke var mulig å fastslå hvordan deltakerne hadde tenkt eller hvilken strategi de hadde brukt for å oppfatte mengdene.

##### *Husker ikke*

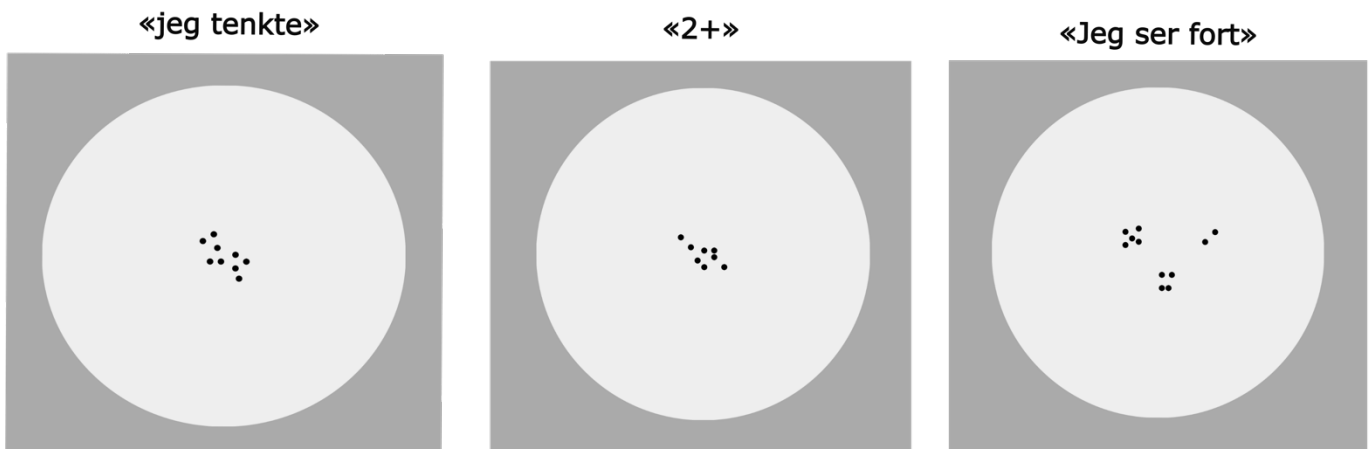
I flere tilfeller husket ikke deltakerne hvordan de hadde tenkt. Det hendte også at de ikke klarte å forklare fremgangsmåten. Besvarelsene i denne underkategorien beskrev ikke en strategi for oppfatning av mengdene. «Husker ikke» og «vet ikke» var slike besvarelser.

##### *Ikke tolkbare*

Data som ble kategorisert som ikke tolkbare kunne være beskrivelser av fremgangsmåter, men som ikke var mulig å tolke eller gjenkjenne som andre strategier. «Jeg tenkte», «2 + » , «jeg ser fort» og «13», var besvarelser som ikke kunne kategoriseres som noen av de andre temaene eller underkategoriene.

## Figur 4.11

*Ikke Tolkbare*



*Oppgaver der deltakernes svar ikke kunne tolkes.*

*Tomme besvarelser*

Tomme besvarelser var at deltakerne ikke hadde svart på spørsmålene om hvordan de hadde tenkt for å oppfatte mengdens størrelse.

## 4.2. Strategikompetanse

Strategikompetanse og strategifleksibilitet består av ulike variabler (Lemaire & Siegler, 1995; Newton et al., 2020; Torbeyns & Verschaffel, 2013; Verschaffel, 2023). I denne studien har jeg sett på deltakernes strategirepertoar og strategifordeling. Endring i strategirepertoar og strategifordeling kan være tegn på at økt strategikompetanse. Resultatet av studien viser at undervisningsaktiviteten med terninger ikke økte deltakernes strategirepertoar, men heller endret hvilke strategier de brukte. Analysen viste også at deltakernes strategifrekvens utviklet seg etter intervensjonen.

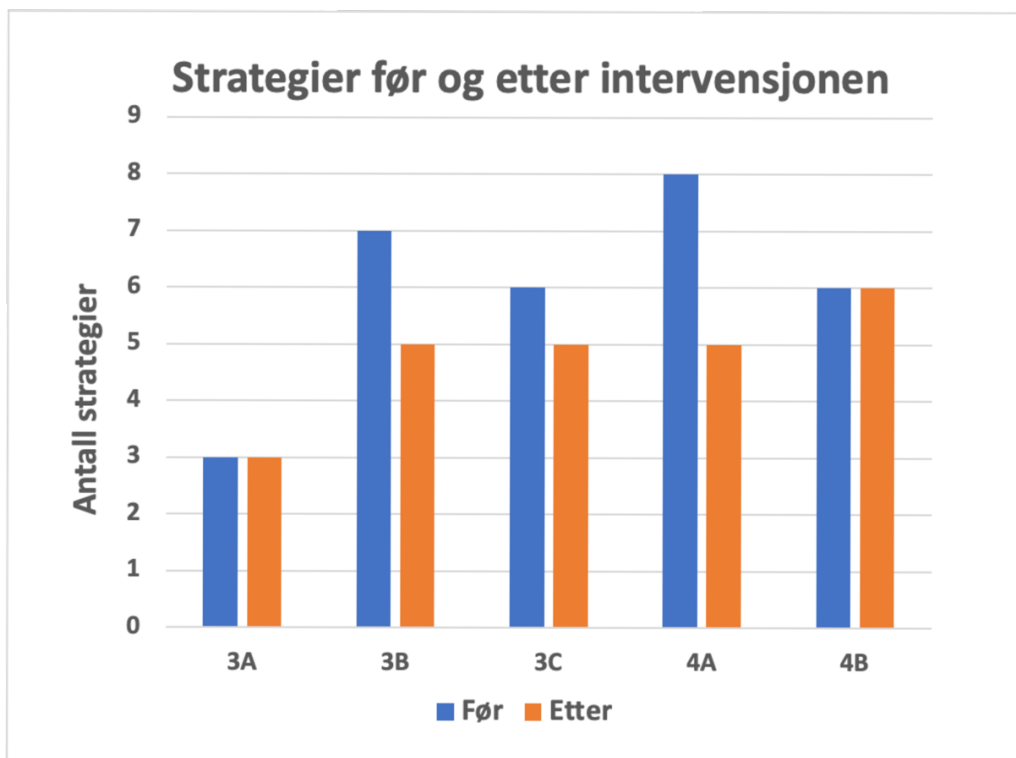
### 4.2.1. Strategirepertoar

Den tematiske analysen resulterte i en oversikt over hvilke strategier deltakerne brukte for å oppfatte mengdene i kvikkbildene. Analysen av deltakernes strategirepertoar ga en tabell med oversikt over antall strategier brukt før og etter intervensjonen for hver gruppe (Figur 4.12). Her vises hvor mange ganger hver strategi ble brukt i hver gruppe. Noen av gruppene har brukt strategier i undersøkelsen før intervensjonen, som de ikke har brukt etter intervensjonen. For å vurdere om deltakerne har utviklet en bedre strategikompetanse har jeg sett etter grupper der deltakerne har et større repertoar etter intervensjonen enn før intervensjonen. Jeg har valgt å ikke inkludere kategoriene husker ikke, ikke tolkbare og tomme besvarelser. Ingen av gruppene som deltok i undersøkelsene har et større strategirepertoar etter intervensjonen, men noen av gruppene har brukt nye strategier etter intervensjonen. Gruppe 3A har like stort repertoar etter undersøkelsen som før, men de har byttet ut strategien vet med gjettet. Gruppe 3B har brukt strategiene vet og regning før intervensjonen, men ikke brukt disse etter intervensjonen. Gruppe 3C brukte memorering før intervensjonen. Etter intervensjonen brukte 3C de samme strategiene, bortsett fra memorering. 4A brukte ikke de-/rekomponering, regning og kombinasjoner av strategier etter intervensjonen, selv

om de brukte disse strategiene før intervensjonen. Gruppe 4B har like stort strategirepertoar før og etter intervensjonen, men de bruker ikke de samme strategiene. Strategier de brukte før intervensjonen, men ikke etter, var memorering og gjetting. Etter intervensjonen var forankring og kombinasjoner nye strategikategorier de brukte. Kun to av gruppene, 3A og 4B, brukte nye strategier etter intervensjonen.

**Figur 4.12**

*Antall Strategier før og etter Intervensjonen*



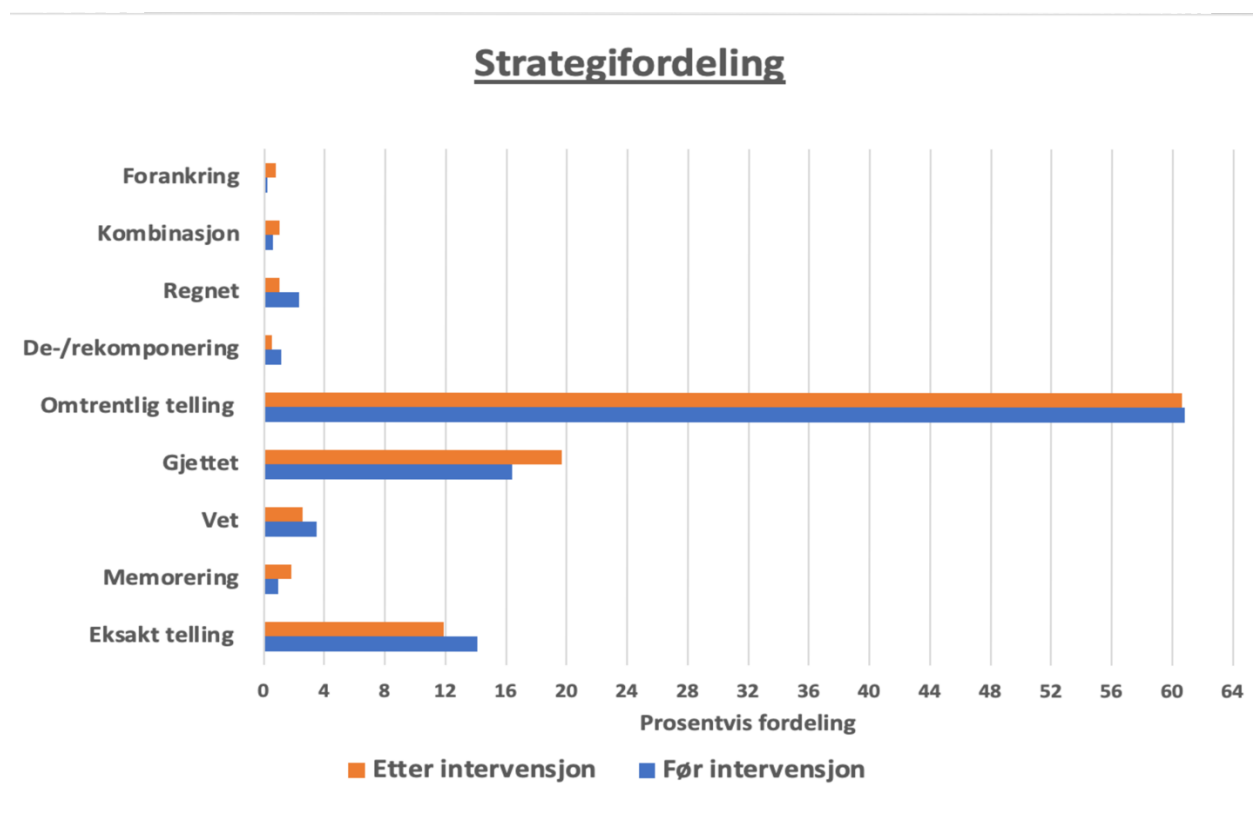
*Antall strategier gruppene brukte på for- og etterundersøkelsen.*

#### 4.2.2. Strategifordeling

Resultat fra analysen viser ikke store endringer i strategifordelingen før og etter intervensjonen. Jeg har valgt å se bort fra kategoriene husker ikke, ikke tolkbare og tomme besvarelser fordi dette var besvarelser som ikke beskrev en faktisk strategi for oppfatning av mengde. Den største forskjellen mellom undersøkelsene er frekvensene for strategiene eksakt telling og gjetting. Resultatene viser at 14% av besvarelsene refererte til strategien eksakt telling før intervensjonen. Etter intervensjonen var det kun 12% av besvarelsene som viste til strategien eksakt telling. Før intervensjonen var 16% av besvarelsene gjetting. Etter intervensjonen hadde strategien gjetting økt til å være nesten 20% av besvarelsene. I tillegg kan vi se en liten økning av kombinerte strategier, memorering og forankring etter intervensjonen. Strategiene regning, de-/rekomponering og vet ble mindre brukt etter intervensjonen.

**Figur 4.13**

*Strategifordeling før og etter Intervensjonen*



*Strategifordeling på for- og etterundersøkelsen. Strategifordelingen er oppgitt i prosent, og for alle deltakerne som helhet.*

De kvalitative resultatene kan hjelpe meg å svare på om undervisningsopplegget med varierte strategier og gjenkjennbare mønster har utviklet deltakernes strategikompetanse. Den tematiske analysen resulterte i fem hovedtema og 12 underkategorier med ulike strategier som deltakerne brukte for å oppfatte mengder i kvikkbilder. Resultatet av den tematiske analysen var utgangspunkt for videre analyse av deltakernes strategirepertoar og strategifordeling. Større strategirepertoar kan være et tegn på utvikling av strategikompetanse (Newton et al., 2020). Av analysen kommer det fram at ingen av gruppene som deltok i studien har et større strategirepertoar etter intervensjonen enn de hadde før intervensjonen. Resultater fra analysen av strategifordeling viser små endringer i deltakernes strategifordeling. De største forskjellene mellom strategifordelingen før og etter intervensjonen var for strategiene eksakt telling og gjetting. Strategien eksakt telling hadde avtatt med omtrent 2% etter intervensjonen. Strategien gjetting hadde derimot økt med omtrent 4% etter intervensjonen. Med utgangspunkt i resultatene fra den kvalitative dataanalysen, er det vanskelig å si om terningaktiviteten med varierte strategier og gjenkjennbare mønster har utviklet deltakernes strategikompetanse. I og med at endringene er så små, er det vanskelig å si om det har skjedd en utvikling i deltakernes strategikompetanse. Vi kan heller ikke si med sikkerhet at en eventuell utvikling er et resultat av intervensjonen. I diskusjonskapittelet vil jeg diskutere dette nærmere.



### 4.3. Mengdeoppfattelse

For å vurdere om den korte terningaktiviteten med varierte strategier og kjente mønster har påvirket deltakernes prestasjon på å oppfatte mengder i kvikkbilder har jeg sett på to variabler: deltakernes responstid og nøyaktighet i oppfattelse av mengde. Resultatet av studien viser at intervensjonen ikke økte deltakernes nøyaktighet, men responstiden ble kortere. Deltakerne brukte strategiene for å oppfatte mengder mer effektivt etter intervensjonen.

#### 4.3.1. Responstid

Analyse av gruppenes responstid i undersøkelsene før og etter intervensjonen viser at gjennomsnittstiden ble lavere. Gjennomsnittstiden for å svare på hvert enkelt kvikkbilde har for alle gruppene blitt kortere etter intervensjonen.

**Tabell 4.1**

*Gruppenes Gjennomsnittlige Responstid*

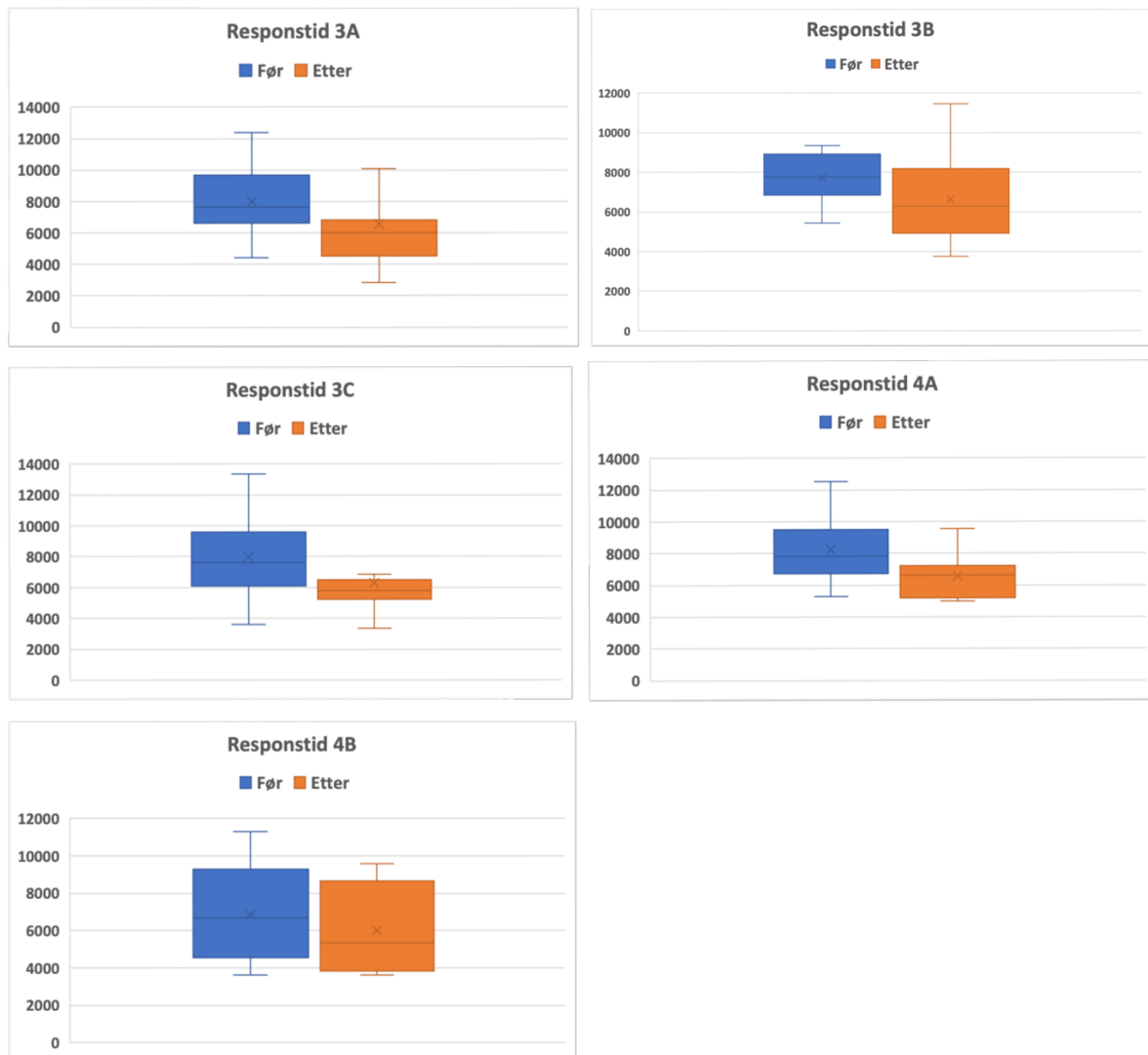
Gruppe	Gjennomsnitt før	Standardavvik før	Gjennomsnitt etter	Standardavvik etter
3A	7991	2373	6566	3369
3B	7719	1166	6638	2200
3C	7963	2820	6277	2822
4A	8283	2226	6577	1588
4B	7669	2708	6019	2477
Alle deltakere	7925	246	6415	262

*Tabell med gruppenes gjennomsnittlige responstid målt i millisekunder før og etter intervensjonen.*

Box-plotene i Figur 4.14 viser en sammenligning av gruppenes gjennomsnittlige responstid på kvikkbildeoppgavene før og etter intervensjonen. Y-aksen viser tid målt i millisekunder. Bunnmarkøren viser gruppenes minimumsverdi, den deltakeren i gruppa med laveste gjennomsnittlige responstid. Bunnen av boksen markerer det første kvartalet, de første 25% av deltakerne. Streken i boksen markerer gruppens median, den midterste av de rangerte verdiene. Toppen av boksen markerer det tredje kvartalet, de resterende 75% av deltakerne. Toppmarkøren viser maksimumsverdien, den deltakeren med høyest gjennomsnittlig responstid. X-en i boksene viser gruppenes gjennomsnitts responstid. Dette er de samme verdiene som i Tabell 4.1.

**Figur 4.14**

*Box-Plot for Responstid*



*Visuell fremstilling av gruppenes responstid før og etter intervensjonen.*

### 4.3.2. Nøyaktighet

Jeg gjennomførte en Mann-Whitney  $U$  test for å se om en undervisningsaktivitet med fokus på varierte strategier og gjenkjennbare mønster påvirket deltakernes nøyaktighet i å oppfatte mengder. Jeg gjennomførte en individuell Mann-Whitney  $U$  test for hver gruppe som deltok i studien.

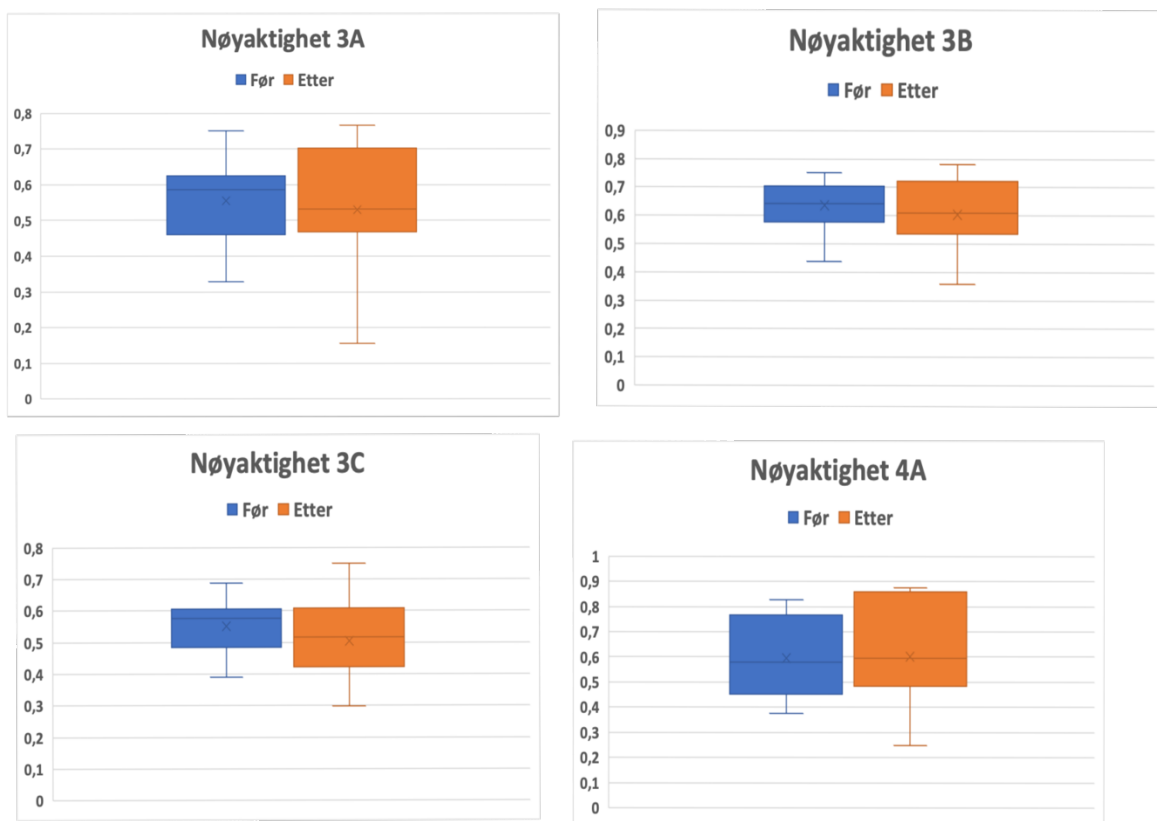
Resultatene viser at det ikke var noen signifikante forskjeller mellom deltakernes nøyaktighet før og etter intervensjonen. I tabellen under har jeg presentert de statistiske  $U$ -verdiene,  $p$ -verdiene og størrelsene for hver gruppe (EZ SPSS Tutorials, u.å.).

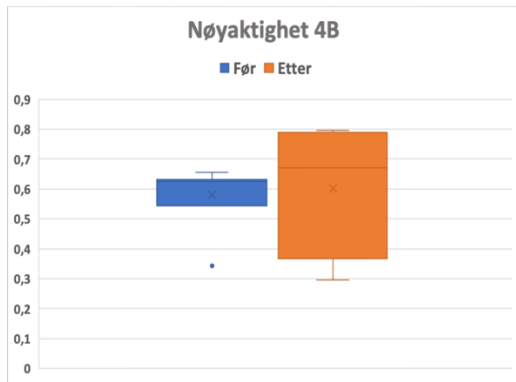
**Tabell 4.2***Mann-Whitney U test*

Gruppe	3A	3B	3C	4A	4B
$U_{statistisk}$	97	59	95	35	16
p-verdi	0.54	0.55	0.60	0.45	0.44
$n_1$	14	11	16	11	6
$n_2$	15	12	15	7	6

Verdier fra Mann-Whitney U testen.  $n_1$  =deltakere på forundersøkelsen,  $n_2$  =deltakere på etterundersøkelsen.

Box-plotene (Figur 4.15) under viser en sammenligning av gruppenes nøyaktighet i å oppfatte mengder før og etter terningaktiviteten. Y-aksen viser deltakernes sannsynlighet for riktig svar. Bunnmarkøren viser gruppenes minimumsverdi, den laveste scoren på nøyaktighet i oppfatning av mengde. Bunnen av boksen markerer det første kvartalet, de første 25% av deltakerne. Streken i boksen markerer medianen, den midterste av de rangerte verdiene. Dette er nøyaktigheten til den deltakeren i gruppa som er i midten av resultatlista. Toppen av boksen markerer det tredje kvartalet, 75% av deltakerne. Toppmarkøren viser maksimumsverdien, den høyeste scoren av nøyaktighet. X-en i boksene markerer gjennomsnittsverdien hos gruppene. Prikken som vises i tabellen for 4B viser verdier som avviker med resten av datasettet.

**Figur 4.15***Box-Plot for Nøyaktighet*



Visuell fremstilling av Mann-Whitney  $U$  testen for hver av gruppene i undersøkelsen.

Resultater av den kvantitative dataanalysen svarer på om deltakernes løser kvikkbildeoppgavene mer effektivt. Analyse av deltakernes responstid viser at alle gruppene i gjennomsnitt hadde kortere responstid etter intervensjonen med varierte strategier og kjente mønster. Gjennom Mann-Whitney  $U$  testen finner vi ingen signifikant forskjell i deltakernes nøyaktighet mellom for- og etterundersøkelsen. Nøyaktigheten i å oppfatte mengder i kvikkbilder virker ikke å være påvirket av terningaktiviteten som ble gjennomført mellom testene. I neste kapittel vil jeg se nærmere på resultatene fra analysen. Hva viser resultatene, hvordan kan de forklares og hvordan samsvarer de med tidligere forskning?

## 5. Diskusjon

I forrige kapittel presenterte jeg funnene fra den kvalitative og kvantitative analysen. I dette kapitlet vil jeg drøfte studiens funn sett i lys av tidligere forskning. Drøftingen vil ta utgangspunkt i forskningsspørsmålene for studien. Målet med denne studien har vært å se om en undervisningsaktivitet som legger til rette for variert strategibruk og arbeid med gjenkjennbare mønster utvikler deltakernes strategikompetanse. I tillegg har studien tatt for seg deltakernes prestasjoner knyttet til å oppfatte mengder i kvikkbilder. I denne studien har jeg sett på utvikling i deltakernes responstid og nøyaktighet i å oppfatte mengder for å vurdere prestasjonene. Ved å undersøke hvordan ulike undervisningsaktiviteter kan bidra til å utvikle matematiske ferdigheter, kan lærere senere ta utgangspunkt i dette når de planlegger undervisning.

Jeg vil presentere og drøfte hvert enkelt funn fra analysen. Hvert funn drøftes med utgangspunkt i studiens forskningsspørsmål og tidligere forskning. Avslutningsvis drøfter jeg implikasjoner, begrensinger og mangler ved studien.

### 5.1. Strategier for mengdeoppfattelse

Den tematiske analysen viste at deltakerne brukte ulike strategier for å oppfatte mengder i kvikkbilder. Strategiene kunne deles i fem temaer, med 12 underkategorier. Hensikten med å se hvilke strategier elevene brukte for å oppfatte mengdene i kvikkbildene var for å kunne se etter utvikling i strategikompetanse og mer effektiv mengdeoppfattelse. Elevene brukte strategier som baserte seg på telling, rask oppfatning, aritmetikk og forankring. Strategiene omtrentlig telling og gjetting var mest brukt. Begge disse strategiene var under temaet rask oppfatning, og var strategier som var relativt effektive, men mindre nøyaktig. Elevene fikk se de presenterte mengdene i kun ett sekund, derfor er det naturlig at de velger strategier som ikke krever lang tid å gjennomføre. De strategiene som kom fram gjennom den tematiske analysen stemmer over ens med strategiene fra Gandini et als. (2008) studie.

### 5.2. Strategikompetanse

For å vurdere utvikling i deltakernes strategikompetanse har jeg sett på to variabler: strategirepertoar og strategifordeling. Resultat av analysen viste at ingen av gruppene som deltok i undersøkelsene hadde større strategirepertoar etter intervensjonen. Funn fra analysen viser også små endringer i deltakernes strategifordeling før og etter intervensjonen. Jeg vil nå diskutere funnene fra analysen av strategirepertoar og strategifordeling nærmere.

#### 5.2.1. Strategirepertoar

Studien viste små endringer i deltakernes strategirepertoar, ingen av gruppene hadde større repertoar etter intervensjonen. Studiens funn viser at noen av gruppene i undersøkelsen likevel har brukt nye strategier etter intervensjonen. Enkelte av gruppene som deltok i undersøkelsen har også et mindre strategirepertoar etter intervensjonen enn før. Newton et al (2020) mener at økt strategirepertoar er en indikator på økt fleksibilitet, som er en faktor i strategikompetanse. Denne studiens resultat viser ikke et økt strategirepertoar hos deltakerne. Dette er et resultat som ikke støtter opp om

deltakernes utvikling av strategikompetanse. Samtidig viser analysen endringer i deltakernes strategirepertoar. Utvikling av strategikompetanse er ikke ensbetydende med økt strategirepertoar, men er også avhengig av hvilke strategier man velger å bruke (Lemaire & Siegler, 1995). I denne studien var det ikke data som kunne fortelle om deltakernes valg av strategi. Med mer og annen data kunne man undersøkt om deltakernes valg av strategi var mer effektiv og fleksibel etter intervensjonen enn før intervensjonen. På denne måten kunne man brukt andre variabler for å se etter utvikling av strategikompetanse. Vi kan ikke avslå eller bekrefte at endringene i deltakernes strategirepertoar er en følge av intervensjonen. Vi kan heller ikke si at endringene i strategirepertoar er en utvikling av deltakernes strategikompetanse eller ikke.

Verschaffel (2023) mener at å introdusere og bruke flere strategier samtidig øker variasjonen i elevenes strategibruk, og strategirepertoar. Studiens intervensjon inviterte til variert bruk av ulike strategier. Analyse av deltakernes strategirepertoar viser i noen grad samme resultat som Verschaffel (2023) skriver. Selv om gruppene ikke økte strategirepertoar, var det flere grupper som tok i bruk nye strategier. Denne studiens funn motbeviser derfor ikke Verschaffel (2023) påstand om at introduksjon og bruk av flere strategier samtidig er gunstig for å utvikle strategikompetanse. Det kan være ulike grunner til at deltakernes strategirepertoar ikke økte. Ved å ha mer fokus på ulike strategier over lengre tid kunne studien vist samme resultater som Verschaffel (2023) beskriver. Deltakerne fikk heller ingen introduksjon eller gjennomgang av ulike strategier. Ved å introdusere elevene for varierte strategier for oppfatning av mengder kunne man kanskje fått andre resultater.

En gruppe i undersøkelsen brukte kombinerte strategier etter intervensjonen. Dette støtter funn fra tidligere forskning som sier at nye strategier utvikles fra allerede kjente strategier (Siegler, 2007; Star et al., 2015). Ved å kombinere ulike strategier kan man skape strategier som er tilpasset den aktuelle oppgaven (Siegler, 2007; Star et al., 2015). Siegler (2007) fant gjennom forskning at det er lettere for et individ å utvikle nye strategier når relevante strategier er nylig brukt og er i lagret korttidsminnet. Denne studiens resultater støtter antakelsen om at kjente strategier brukes for å lage nye strategier. Når individer utvikler og tar i bruk nye strategier er det også naturlig at strategifordelingen endres.

### 5.2.2. Strategifordeling

Deltakernes strategifordeling endret seg lite etter intervensjonen. Studiens funn viser at noen strategier ble mindre brukt etter intervensjonen, mens andre ble mer brukt. Deltakerne brukte mindre eksakt telling og regning, og man kan se en liten økning av gjetting, memorering og kombinerte strategier. Endringene er så små, at det er vanskelig å si om det er et resultat av intervensjonen eller bare tilfeldigheter.

Tidligere studier har funnet at økt strategirepertoar gjør at individer gradvis bruker mindre stereotypiske addisjonsstrategier for å oppfatte størrelsen til mengder (Verschaffel et al, 1998). Stereotypiske addisjonsstrategier blir erstattet av mer kombinerte og adaptive addisjonsstrategier (Verschaffel et al., 1998). Funnene fra mine studier samsvarer med det Verschaffel et al (1998) har observert. Resultatene mine viser at deltakerne brukte strategiene eksakt telling og regning mindre etter intervensjonen enn de gjorde før. Strategien omtrentlig telling, som baserer seg på addisjon, har også en liten nedgang etter intervensjonen. Kombinerte strategier har i motsetning hatt en

liten økning etter intervensjonen. Kombinerte strategier er mer adaptive enn eksakt telling, regning og omtrentlig telling, slik Verschaffel et al (1998) beskriver.

Som nevnt i resultatkapittelet er funnene fra analysen vanskelig å tolke, og gir ikke et tydelig svar på forskningsspørsmålet. Resultatene viser endringer i både strategirepertoar og strategifordeling hos deltakerne. Endringene kan være et resultat av intervensjonen, der deltakerne arbeidet med varierte strategier og gjenkjennbare mønster. Funnene viser at det har skjedd en utvikling av deltakernes strategikompetanse. Om endringene er et resultat av intervensjonen eller andre faktorer kan vi ikke med sikkerhet si noe om.

### 5.3. Mengdeoppfattelse

Deltakernes prestasjoner på oppfattelse av mengder ble vurdert ut ifra deltakernes responstid og hvor nøyaktig de svarte på kvikkbildeoppgavene. Kortere responstid og mer nøyaktige svar på kvikkbildeoppgavene ville vært en indikasjon på at deltakerne løste oppgavene mer effektivt. Responstiden hos deltakerne var i gjennomsnitt lavere etter intervensjonen, men resultatene av Mann-Whitney *U* testen viste ingen signifikant forskjell mellom deltakernes nøyaktighet før og etter intervensjonen. Resultatene viser at deltakernes prestasjon i oppfattelse av mengder hadde utviklet seg etter intervensjonen. I kommende avsnitt vil jeg drøfte disse funnene.

#### 5.3.1. Responstid

Responstiden hos deltakerne ble i gjennomsnitt kortere etter intervensjonen for alle gruppene som deltok i studien. Responstid er en variabel som kan brukes for å vurdere elevers prestasjoner og ferdigheter til å oppfatte mengder (Reeve et al., 2012). Kortere responstid kan være et tegn på utvikling av ferdigheter knyttet til å oppfatte mengder. Resultatene av analysen tyder på at den gjennomførte intervensjonen gjorde at deltakerne presterte bedre på å oppfatte mengder etter intervensjonen. Dette samsvarer med tidligere forskning (Reeve et al., 2012). Flere studier har funnet at velkjente mønster og tidligere erfaringer med mønstrene gjør at mengden telles opp raskere (Logan & Zbrodoff, 2003; Krajcsi et al., 2013; Mandler & Shebo, 1982). Kortere responstid på undersøkelsen etter intervensjonen kan forklares med at deltakerne ble bedre kjent med mønstrene under intervensjonen. Samtidig kan kortere responstid være et resultat av at deltakerne var bedre kjent med undersøkelsen den andre gangen de gjennomførte den. Det er vanskelig å avgjøre hva som påvirket resultatet, men begge forklaringene er sannsynlige. Data brukt for å vurdere deltakernes responstid er hentet fra alle oppgavene og er ikke avhengig av svarenes nøyaktighet. En annen faktor som kan ha påvirket funnene knyttet til deltakernes responstid er at deltakerne fikk ubegrenset tid til å avgi svar. At data er samlet inn uavhengig av nøyaktighet og ubegrenset med tid vil jeg diskutere nærmere under implikasjoner og videre forskning. Deltakernes responstid er en variabel som er nært knyttet til deltakernes nøyaktighet knyttet til å oppfatte mengder.

#### 5.3.2. Nøyaktighet

Deltakernes nøyaktighet i arbeid med å oppfatte mengder var ikke signifikant bedre etter intervensjonen sammenlignet med før intervensjonen. Resultatet av dataanalysen er derfor at deltakernes nøyaktighet i oppfatning av mengder ikke ble påvirket av intervensjonen. Dersom resultatet hadde vært økt nøyaktighet etter intervensjonen kunne vi med større sikkerhet sagt at intervensjonen økte deltakernes ferdigheter i å

oppfatte mengder. Intervensjonen var planlagt og gjennomført slik at den skulle utfylle og kunne utvikle ferdigheter deltakerne trengte for å gjennomføre undersøkelsen mer effektivt etter intervensjonen. Undersøkelsene besto av kvikkbilder der mengder var organisert i mer eller mindre gjenkjennbare mønster med utgangspunkt i terninger. Mønstrene var valgt på bakgrunn av terningaktiviteten da også den gikk ut på at deltakerne skulle oppfatte mengder som var strukturert i grupper av gjenkjennbare mønster på terninger. Etter intervensjonen forventet jeg at deltakerne skulle være mer kjent med de gjeldende mønstrene, og dermed kunne svare mer nøyaktig på kvikkbildeoppgavene i etterundersøkelsen. Resultater fra tidligere forskning støtter også denne antagelsen (Krajcsi et al., 2013; Logan & Zbrodoff, 2003; Mandler & Shebo, 1982). Forskningen som er gjort på mønster og oppfatning av mengder har funnet at mønster som er velkjente for individet oppfattes mer nøyaktig (Krajcsi et al., 2013; Logan & Zbrodoff, 2003; Mandler & Shebo, 1982).

Hvorfor denne studien ikke viser samme resultater som tidligere forskning kan komme av flere årsaker. Deltakerne i Krajcsi et al (2013) studie var mellom 18 og 38 år. I studien til Logan og Zbrodoff (2003) var deltakerne studenter på høyskole. Deltakerne i min studie var betydelig yngre, og skiller seg derfor fra Krajcsi et al (2013) og Logan og Zbrodoffs (2003) studie. Forskjellen i deltakernes aldersgruppe kan ha noe å si for resultatene. Yngre deltakere vil ikke ha like mye erfaring og kjennskap til organiserte mønstre som det eldre deltakere har.

Hvilke undersøkelser som ble gjennomført kan også ha påvirket resultatet fra de ulike studiene. Både Krajcsi et al (2013) og Logan og Zbrodoff (2003) samlet data fra undersøkelser som deltakerne gjennomførte, i likhet med min studie. Undersøkelsene var ulike i alle tre studiene. Krajcsi et al (2013) gjennomførte en undersøkelse der deltakerne skulle sammenligne et arabisk tall og en mengde med objekter. Logan og Zbrodoff (2003) hadde tre ulike undersøkelser: én med opptelling av mengder i kvikkbilder, én vurdering av mengder av lik størrelse samt én vurdering av mengder av ulik størrelse. Undersøkelsen i min studie har størst likhetstrekk med Logan og Zbrodoffs (2003) første undersøkelse. Ulike undersøkelser kan også være grunn til at min studie ikke viste samme resultater som studiene til Krajcsi et al (2013) og Logan og Zbrodoff (2003).

#### 5.4. Implikasjoner og videre forskning

Strategikompetanse er en kompleks ferdighet som består av flere variabler (Lemaire & Siegler, 1995). For å få en god forståelse av individers strategikompetanse og utvikling krever det at man kan si noe om flere av variablene og hvordan de utvikles over tid. Denne studien ble gjennomført på relativt kort tid. For- og etterundersøkelsene var gjennomført med kun ett par dager og en kort intervensjon mellom. Ideelt hadde man ønsket en studie som gikk over en lengre periode for å kunne vurdere deltakernes utvikling av strategikompetanse. En studie som går over en lengre periode krever mye ressurser og tid, noe som ikke var tilgjengelig da jeg skulle gjennomføre min studie. Ved å gjennomføre intervensjonen flere ganger over en lengre periode kunne man i større grad fokusert på ulike strategier, og deltakerne kunne blitt tryggere på å bruke dem. Deltakerne hadde også hatt mulighet til å bli bedre kjent med de aktuelle mønstrene. Samtidig kan det diskuteres hvor mye det ville ha påvirket resultatet av studien om den varte over lengre tid. Deltakerne i studien hadde allerede kjennskap til mange av strategiene, og erfaring med å oppfatte og angi størrelsen til ulike mengder. Kanskje hadde det påvirket resultatene mer om det var andre deltakere?



Kvalitative data som beskrev deltakernes strategier for mengdeoppfattelse, besto av elevenes egne forklaringer. Man kunne vurdert å heller la deltakerne krysse av forhåndsbestemte svaralternativer med ulike strategier. Dette ville gjort det lettere å kategorisere data. Samtidig hadde de gitt mindre nyansert og detaljert datamateriale.

Hadde jeg fått tydeligere resultater om jeg hadde gjennomført samme studie med elever som akkurat har startet på skolen eller førskoleelever? Deltakerne i denne studien gikk på 3. og 4. trinn. De hadde erfaringer med regning, mengder og mønster fra tidligere. Dersom deltakerne ikke hadde hatt så mye erfaring med regning, mengder og mønster ville kanskje intervensjonen gitt større resultater og vist mer utvikling mellom for- og etterundersøkelsen. Samtidig kan man argumentere for at resultatene fra studien kunne vært annerledes om deltakerne var eldre. Kanskje ville eldre deltakere vært i stand til å beskrive egne strategier mer nøyaktig, noe som ville vist tydeligere strategikompetanse.

I denne studien har jeg sett på deltakerne samlet, som én stor eller flere mindre grupper, og sett på gjennomsnittet av deltakernes resultater. Resultatene fra studien kunne samsvart mer med tidligere forskning om jeg hadde gått mer i dybden på enkelte individer. Ved å gå i detalj og samlet mer data fra hvert enkelt individ, kunne både utvikling i strategifleksibilitet og ferdigheter i mengdeoppfattelse kommet tydeligere frem. En implikasjon med innsamlet data, er at undersøkelsene før intervensjonen ikke kan kobles til samme deltaker og undersøkelse etter studien. Jeg har ikke data som kan si noe om hvert individs utvikling, kun data som viser til de enkelte gruppene som deltok i studien.

For å kunne si med mer sikkerhet om studiens funn er et resultat av den gjennomførte intervensjonen kunne man brukt en eller flere kontrollgrupper. Kontrollgruppene kunne gjennomført forundersøkelsen og deretter hatt vanlig undervisning, før de gjennomførte etterundersøkelsen. På denne måten hadde man kunne sett om endring i strategikompetanse og effektivitet i å løse oppgavene var like for kontrollgruppene og gruppene som gjennomførte intervensjonen. Dette kunne gitt tydeligere resultat, og større grunnlag for å vurdere undervisningsopplegget som avgjørende faktor for eventuell utvikling.

En annen implikasjon ved studien var at mange av besvarelsene i kvalitativ data var tomme. Av ulike grunner valgte mange av deltakerne å ikke svare på spørsmålet om hvordan de tenkte for å finne mengden av objekter. Om jeg hadde fått mer kvalitativ data kunne kanskje resultatene og funnene vist noe annet. Mer data kunne gitt et tydeligere bilde av utviklingen av deltakernes strategikompetanse.

Data brukt for å vurdere deltakernes responstid er hentet fra alle kvikkbildeoppgavene i undersøkelsene. Jeg har ikke tatt hensyn til deltakernes nøyaktighet når jeg analyserte responstid. Jeg tok heller ikke hensyn til hvordan mengdene i kvikkbildene var organisert. Det er naturlig å tro at deltakerne brukte lengre tid på mengdene de svarte feil på. Man kan også anta at deltakerne brukte lengre tid på å oppfatte større mengder med støy, enn mengdene som var mindre og organisert i velkjente mønster. For å styrke studien kunne jeg valgt å se på responstiden for mengder som ble oppfattet nøyaktig og mengder som ble oppfattet unøyaktig hver for seg. I tillegg hadde det styrket resultatene og kanskje støttet tidligere forskning om jeg hadde sett på responstiden på velkjente mønster sammenlignet med tilfeldig organiserte mengder.

Deltakerne fikk ubegrenset tid til å avgi den observerte mengden. Dette kan også ha påvirket funnene knyttet til deltakernes responstid. Under undersøkelsen var jeg til stede og observerte deltakerne. Jeg la merke til at noen av deltakerne ble distraherert, og dermed brukte lengre tid enn nødvendig på å anslå størrelsen på den observerte mengden. Et alternativ som kunne gjort resultatene tydeligere er å gi deltakerne begrenset tid til å svare på kvikkbildene. På denne måten kunne man fått data som viste tydeligere den faktiske responstiden hos deltakerne, og unngått store avvik i dataen.

Deltakernes fokus under gjennomføringen av undersøkelsene var vesentlig for å få best mulig data. Sett i etterkant kunne jeg gjort noen tiltak for at deltakerne skulle opprettholde bedre fokus under undersøkelsen. Ved å kutte ned på antall oppgaver kunne jeg forhindre at deltakerne gikk lei. Samtidig kunne jeg fått mer presise beskrivelser av de strategiene de faktisk brukte. Jeg kunne også gjennomført undersøkelsene i mindre grupper, for å unngå så mye forstyrrelser fra andre deltakere. Når man gjennomfører studier der deltakerne er så unge vil det føre med seg implikasjoner. Dette kunne jeg unngått ved å studere eldre deltakere, men jeg ville gjennomføre en studie som var direkte knyttet til undervisning på småtrinn, da det var lite om dette i tidligere forskning og litteratur.

Tanken bak studien var å utforske et undervisningsopplegg som potensielt kunne bidra til å utvikle elevers strategikompetanse og oppfatning av mengder. Strategikompetanse og oppfatning av mengder er to ferdigheter som kan bidra til å utvikle generell matematikkompetanse (Libertus et al., 2013; Siegler, 2005, 2007). Jeg ønsket å gjennomføre en studie som kunne bidra til bedre undervisningspraksis. Hvis den gjennomførte aktiviteten var effektiv for å utvikle de nevnte ferdighetene kunne lærere brukt liknende opplegg i undervisning. Om den gjennomførte intervensjonen viste seg å ikke ha særlig effekt på deltakernes utvikling kunne man som lærer unngått denne typen undervisningsopplegg. Studien skulle i utgangspunktet være et hjelpemiddel for lærere i arbeid med å planlegge undervisning av strategier og oppfatning av mengder. For å fortsette med dette arbeidet kunne videre forskning tatt for seg andre typer intervensjoner. Kan andre intervensjoner som fokuserer på andre aspekter og faktorer ved strategikompetanse, fleksibilitet og oppfatning av mengder gi bedre resultater?

## 6. Konklusjon

Denne studien så på elevers utvikling av strategikompetanse og mengdeforståelse. Studien viste at den gjennomførte intervensjonen påvirket elevenes strategikompetanse og nøyaktighet i mengdeoppfattelse i liten grad, men hadde større effekt på elevenes responstid på kvikkbilder. Et undervisningsopplegg med terninger som inviterte til variert strategibruk og gjenkjennbare mønster var utgangspunkt for datainnsamlingen. Data ble samlet inn gjennom en undersøkelse med kvikkbilder som ble gjennomført før og etter undervisningsopplegget. Funnene fra studien kom frem gjennom analyse og sammenligning av resultatene på for- og etterundersøkelsene. For å vurdere om deltakernes strategikompetanse utviklet seg etter intervensjonen så jeg etter utvikling i strategirepertoar og strategifordeling. Ingen av gruppene i studien hadde større strategirepertoar etter intervensjonen. Av analysen kom det derimot fram endringer i strategirepertoar hos noen av gruppene. Funn fra analysen viser også små endringer i deltakernes strategifordeling før og etter intervensjonen. Funnene er tegn på endring i deltakernes strategikompetanse, men det kreves mer forskning for å fastslå hvilke faktorer som har ført til utvikling. Når det kommer til deltakernes mengdeoppfattelse, har studien sett på responstid og nøyaktighet på kvikkbildeoppgaver. Etter intervensjonen var deltakernes responstid i gjennomsnitt lavere. Samtidig viste Mann-Whitney *U* testen ingen signifikant forskjell mellom deltakernes nøyaktighet på for- og etterundersøkelsen. Studiens funn viser at også deltakernes prestasjon i oppfattelse av mengder hadde en positiv utvikling etter intervensjonen. For å kunne si med sikkerhet om det var intervensjonen som bidro til å utvikle deltakernes ferdigheter i mengdeoppfattelse trengs det også mer forskning. Resultatet av denne studien peker mot at undervisning med varierte strategier og gjenkjennbare mønster kan bidra til å utvikle og øke elevers strategikompetanse og mengdeforståelse.



## Referanser

- Aggarwal, R., & Ranganathan, P. (2019). Study designs: Part 4—Interventional studies. *Perspectives in clinical research, 10*(3), 137–139.
- Anobile, G., Castaldi, E., Moscoso, P. A. M., Burr, D. C., & Arrighi, R. (2020). «Groupitizing»: A strategy for numerosity estimation. *Scientific Reports, 10*(1).  
<https://doi.org/10.1038/s41598-020-68111-1>
- Berk, D., Taber, S. B., Gorowara, C. C., & Poetzl, C. (2009). Developing Prospective Elementary Teachers' Flexibility in the Domain of Proportional Reasoning. *Mathematical Thinking and Learning, 11*(3), 113–135. <https://doi.org/10.1080/10986060903022714>
- Bjørnstad, Ø. (2004). *Om konstruktivismen*. Høgskolen i Sogn og Fjordane.  
<http://hdl.handle.net/11250/149469>
- Blöte, A. W., Van der Burg, E., & Klein, A. S. (2001). Students' flexibility in solving two-digit addition and subtraction problems: Instruction effects. *Journal of Educational Psychology, 93*(3), 627–638. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.3.627>
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), 77–101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Clark, T., Foster, L., Sloan, L., & Bryman, A. (2021). *Bryman's Social Research Methods* (6. utg.). Oxford University Press.
- Clarke, V., & Braun, V. (2016). Thematic analysis. *The Journal of Positive Psychology, 12*(3), 297–298. <https://doi.org/10.1080/17439760.2016.1262613>
- De Smedt, B., Torbeyns, J., Stassens, N., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2010). Frequency, efficiency and flexibility of indirect addition in two learning environments. *Learning and Instruction, 20*(3), 205–215. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2009.02.020>
- Eisenhart, M. A. (1991). Conceptual Frameworks for Research Circa 1991: Ideas from a Cultural Anthropologist; Implications for Mathematics Education. *Psychology of Mathematics Education, 1*, 202–219.
- Emerson, R. W. (2023). Mann-Whitney U test and t-test. *Journal of Visual Impairment & Blindness, 117*(1), 99–100. <https://doi.org/10.1177/0145482X221150592>
- EZ SPSS Tutorials. (u.å.). *How to Report a Mann-Whitney U Test from SPSS in APA Style*. EZ SPSS Tutorials.
- Gandini, D., Lemaire, P., & Dufau, S. (2008). Older and younger adults' strategies in approximate quantification. *Acta Psychologica, 129*(1), 175–189.  
<https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2008.05.009>
- Guba, Egon. G. (1981). Criteria for Assessing the Trustworthiness of Naturalistic Inquiries. *ERIC/ECTJ Annual Review Paper, 29*(2), 75–91. <https://doi.org/10.1007/BF02766777>
- Haugom, H. M. (2022). *Matematisk fleksibilitet i grunnskolen: En systematisk litteraturstudie*

- [Mastergradsoppgave, NTNU - Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet].  
<https://hdl.handle.net/11250/3004942>
- Hergenbahn, B. R., & Olson, M. H. (2005). *An introduction to theories of learning* (7. utg.). Pearson Education.
- Hickendorff, M. (2020). Fourth graders' adaptive strategy use in solving multidigit subtraction problems. *Learning and Instruction, 67*(1), 1–10.  
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2020.101311>
- Hinton, P. (2010). Mann–Whitney U Test. *Encyclopedia of Research Design, 748–750*.  
<https://doi.org/10.4135/9781412961288>
- Huenemann, C. (2014). Understanding Rationalism. I *Understanding Rationalism* (1. utg., s. 17–40). Taylor and Francis. <https://doi.org/10.4324/9781315711829>
- Høybakken, E. K. M., & Åsheim, J. S. (2022). *Utforskende matematikkundervisning i offentlig norsk skole sammenlignet med en internasjonal friskole* [Mastergradsoppgave, UiT Norges arktiske universitet].  
<https://munin.uit.no/bitstream/handle/10037/26101/thesis.pdf?sequence=2&isAllowed=y>
- Karlsdottir, R., Kvello, Ø., & Hybertsen, I. D. (2022). *Grunnbok i pedagogisk psykologi: Utvikling, sosialisering, læring og motivasjon* (1. utg., Bd. 1). Fagbokforlaget.
- Kivunja, C., & Kuyini, A. B. (2017). Understanding and Applying Research Paradigms in Educational Contexts. *International Journal of Higher Education, 6*(5), 26–41.  
<https://doi.org/10.5430/ijhe.v6n5p26>
- Krajcsi, A., Szabó, E., & Mórocz, I. Á. (2013). Subitizing is sensitive to the arrangement of objects. *Experimental Psychology, 60*(4), 227–234. <https://doi.org/10.1027/1618-3169/a000191>
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05)*. Fastsett som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.  
<https://www.udir.no/lk20/mat01-05>
- Kunnskapsdepartementet. (2023, desember 5). *Stor nedgang i 15-åringers ferdigheter i lesing, matematikk og naturfag*. Regjeringen. <https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/stor-nedgang-i-15-aringers-ferdigheter-i-lesing-matematikk-og-naturfag/id3016910/>
- Lemaire, P., & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General, 124*(1), 83–97. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.124.1.83>
- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Is Approximate Number Precision a Stable Predictor of Math Ability? *Learning and individual differences, 25*(1), 126–133.  
<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2013.02.001>
- Logan, G. D., & Zbrodoff, N. J. (2003). Subitizing and similarity: Toward a pattern-matching theory of enumeration. *Psychonomic bulletin & review, 10*(3), 676–682.

- <https://doi.org/10.3758/bf03196531>
- Luwel, K., & Verschaffel, L. (2008). Estimation of 'real' numerosities in elementary school children. *European Journal of Psychology of Education, 23*(3), 319–338.  
<https://doi.org/10.1007/BF03173002>
- Mackenzie, N., & Knipe, S. (2006). Research dilemmas: Paradigms, methods and methodology. *Issues In Educational Research, 16*(2), 193–205.
- Mandler, G., & Shebo, B. J. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General, 111*(1), 1–22. <https://doi.org/10.1037//0096-3445.111.1.1>
- Mann Whitney U Test of Significance*. (2024, januar 18). GeographyFieldwork.  
<https://geographyfieldwork.com/MannWhitney.htm>
- NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*.  
Forskningsetikk. <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/>
- Newton, K. J., Lange, K., & Booth, J. L. (2020). Mathematical Flexibility: Aspects of a Continuum and the Role of Prior Knowledge. *The Journal of Experimental Education, 88*(4), 503–515.  
<https://doi.org/10.1080/00220973.2019.1586629>
- Persson, M. (2021). *Hvordan skrive en litteraturgjennomgang?: En praktisk guide*.  
Universitetsforlaget.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). Teori og teoretiske perspektiver. I *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning* (1. utg., Bd. 1, s. 20–23). Cappelen Damm Akademisk.
- Pylyshyn, Z. (1989). The role of location indexes in spatial perception: A sketch of the FINST spatial-index model. *Cognition, 32*(1), 65–97. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(89\)90014-0p](https://doi.org/10.1016/0010-0277(89)90014-0p)
- Reeve, R., Reynolds, F., Humberstone, J., & Butterworth, B. (2012). Stability and Change in Markers of Core Numerical Competencies. *Journal of Experimental Psychology General, 141*(4). <https://doi.org/DOI:10.1037/a0027520>
- Rittle-Johnson, B., Star, J. R., & Durkin, K. (2012). Developing procedural flexibility: Are novices prepared to learn from comparing procedures? *British Journal of Educational Psychology, 82*, 436–455. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02037.x>
- Scheibling-Sève, C., Pasquinelli, E., & Sander, E. (2020). Assessing conceptual knowledge through solving arithmetic word problems. *Educational Studies in Mathematics, 103*(3), 293–311. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09938-3>
- Selter, C. (2009). Creativity, flexibility, adaptivity, and strategy use in mathematics. *ZDM - the International Journal on Mathematics Education, 41*, 619–625.  
<https://doi.org/10.1007/s11858-009-0203-7>
- Siegler, R. S. (2005). Children's Learning. *American Psychologist, 60*(8), 769–778.

<https://doi.org/10.1037/0003-066X.60.8.769>

Siegler, R. S. (2007). Cognitive variability. *Developmental Science*, *10*(1), 104–109.

<https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2007.00571.x>

Skovlund, E. (2017). Når bør man velge en ikke-parametrisk metode? *Tidsskrift for Den norske legeförening*, *137*(16), 1215. <https://doi.org/10.4045/tidsskr.17.0219>

Star, J. R., Newton, K., Pollack, C., Kokka, K., Rittle-Johnson, B., & Durkin, K. (2015). Student, teacher, and instructional characteristics related to students' gains in flexibility. *Contemporary Educational Psychology*, *41*(1), 198–208.

<https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2015.03.001>

Tokoph, K. (Regissør). (2018). *Mann-Whitney U Test: Theory and Tutorial in Excel*.

<https://www.youtube.com/watch?v=7om4YSuq5pw&list=PLtY1wJIId77gJpiOSItB5Q3u022HhDPTv4&index=12>

Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2013). Efficient and flexible strategy use on multi-digit sums: A choice/no-choice study. *Research in Mathematics Education*, *15*(2), 129–140.

<https://doi.org/10.1080/14794802.2013.797745>

Verschaffel, L. (2023). Strategy flexibility in mathematics. *ZDM – Mathematics Education*, *56*, 115–126. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01491-6>

Verschaffel, L., De Corte, E., Lamote, C., & Dherdt, N. (1998). The acquisition and use of an adaptive strategy for estimating numerosity. *European Journal of Psychology of Education*, *13*(1), 347–370. <https://doi.org/10.1007/BF03172950>

Wege, T. E., Trezise, K., & Inglis, M. (2022). Finding the subitizing in groupitizing: Evidence for parallel subitizing of dots and groups in grouped arrays. *Psychonomic bulletin & review*, *29*, 476–484. <https://doi.org/10.3758/s13423-021-02015-7>

Wender, K. F., & Rothkegel, R. (2000). Subitizing and its subprocesses. *Psychological Research*, *64*(2), 81–92. <https://doi.org/10.1007/s004260000021>

Wittek, L., & Brandmo, C. (2016). Om undervisning og læring. I *Når læring er det viktigste: Undervisning i høyere utdanning*. (2. utg., s. 19–38). Cappelen Damm akademisk.





