

Nora Endresen Olsen

Utforskende matematikkundervisning på 2. trinn

En kvalitativ studie av hvordan aspekter ved IBL og didaktisk miljø tilrettelegger for utforskning i matematikk på småtrinnet.

Masteroppgave i matematikdidaktikk
Veileder: Solveig Voktor Svinvik

Mai 2024

Nora Endresen Olsen

Utforskende matematikkundervisning på 2. trinn

En kvalitativ studie av hvordan aspekter ved IBL og didaktisk miljø tilrettelegger for utforskning i matematikk på småtrinnet.

Masteroppgave i matematikdidaktikk
Veileder: Solveig Voktor Svinvik
Mai 2024

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning



Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Denne masteroppgaven undersøker hvordan læreres design av utforskende undervisningsopplegg basert på kjennetegnene ved *inquiry-based learning* (IBL), er med på å påvirke læringsutbyttet til elevene. Problemstillingen er *Hvordan kan et IBL-inspirert klasserom legge til rette for at elever på 2. trinn får utforske dobling og halvering av tall?* Masteroppgaven bygger på et datamateriale innsamlet som en del av en lesson-study studie gjort av forskere ved NTNU og to skoler i Norge.

Forskningen er basert på datamaterialet fra et undervisningsopplegg utprøvd på 2.trinn som omhandler dobling og halvering. Utgangspunktet for analysen var kjennetegnene på IBL (Maaß og Reitz-Koncebovski, 2013). Denne studien analyserer hvilke aspekter ved IBL-modellen som vurderes i planleggingen og hvordan det kommer til uttrykk i utprøvingene av undervisningsopplegget. I tillegg analyseres datamaterialet i lys av miljøets feedbackpotensiale, et begrep tilknyttet *teorien for didaktiske situasjoner i matematikk* (TDS). Denne forskningen viser at sammenkobling av IBL og didaktisk miljø kan ivareta både mulighet for utforskning og utvikling av matematisk kompetanse.

Studiens funn viser at det didaktiske miljøet læreren utarbeider i planleggingen, påvirker arbeidet til elevene i utforskingssyklusen. Lærerens rolle er å justere de didaktiske variablene i miljøet, slik at ønsket matematisk utbytte oppnås i den utforskende undervisningssituasjonen. Denne studien samsvarer med tidligere forskning når det kommer til at designing av utforskende undervisningsopplegg kan være krevende, fordi utforskende undervisning er komplekst. Planlegging av utforskende undervisningsopplegg i matematikk kan kanskje oppleves enklere dersom IBL-modellen suppleres med didaktisk miljø. Da vil læreren kunne bruke IBL-modellen som et rammeverk for vektlegging av utforskning, mens det didaktiske miljøet i større grad sikrer det matematiske aspektet. Det er også viktig å huske på at et undervisningsopplegg kan karakteriseres som utforskende, selv om ikke alle kjennetegnene på IBL er like framtrædende. Denne kvalitative studien kan dermed gi et konkret eksempel på utforskende undervisning med et matematisk mål. Kanskje kan den inspirere lærere ved å ufarliggjøre prøving og feiling og bidra med mer kunnskap omkring designing av utforskende undervisningsopplegg i matematikk.

Abstract

This master's thesis examines how teachers' design of inquiry-based teaching based on the characteristics of *inquiry-based learning* (IBL), can affect students learning outcome. The research question is *How can an IBL-inspired classroom facilitate 2nd grade students in exploring doubling and halving numbers?* The master's thesis is based on data collected as part of a lesson-study carried out by researchers at NTNU and two schools in Norway.

The research is based on the data material from a teaching lesson about doubling and halving tested in 2nd grade. The starting point for the analysis was the characteristics of IBL (Maaß and Reitz-Koncebovski, 2013). This study analyze the connection between aspects of the IBL model considered in the planning and how it is expressed in the teaching lesson. In addition, the data material is analyzed in light of the environmental feedback potential, a term linked to the theory of *didactic situations in mathematics* (TDS). This paper shows that linking IBL and the didactic environment can facilitate both the opportunity for exploration and the development of mathematical competence.

The result of the study shows that the didactic environment the teacher prepares in advance affects the students work and possibilities to explore. The teacher's role is to adjust the didactic variables in the environment, so that the desired mathematical outcome is achieved in the inquiry-based teaching. This study is consistent with previous research when it comes to designing inquiry-based teaching sessions, it can be demanding, because inquiry-based learning is complex. Planning inquiry-based teaching in mathematics can perhaps be easier if the IBL model is supplemented with didactic environment. The teacher will then be able to use the IBL model as a framework for emphasizing exploration, while the didactic environment to a greater extent ensures the mathematical aspect. It is also important to remember that a teaching lesson can be characterized as inquiry-based, even though not all of the IBL characteristics are equally prominent. This qualitative study provide a concrete example of inquiry-based teaching with a mathematical aim. Perhaps it can inspire teachers by making trial and error harmless and contribute to more knowledge about inquiry-based learning in mathematics.

Forord

Denne masteroppgaven skrevet vårsemestret 2024 markerer slutten på femårig grunnskolelærerutdanning ved NTNU i Trondheim. Jeg skal nå gå fra å være student til å praktisere utdanningen jeg har tatt.

Jeg vil gjerne takke for at jeg har fått benytte datamateriale tilhørende et forskningsprosjekt ved NTNU som omhandler samspillet mellom IBL og matematisk literacy. Det ga meg mulighet til å fordype meg i utforskende undervisning, et tema jeg synes er spennende og relevant som kommende lærer.

Jeg ønsker å takke veilederen min Solveig Voktor Svinvik, for gode, konstruktive tilbakemeldinger og innspill. Det har vært til stor hjelp i prosessen.

Helt til slutt ønsker jeg å takke mine nærmeste for god støtte i løpet av hele det femårige studieløpet.

Trondheim, mai 2024

Nora Endresen Olsen

Innhold

Figurer	xi
1 Innledning	12
1.1 Utforskende undervisning	12
1.2 Tidligere forskning	13
1.3 Min forskning	14
1.4 Forskningens signifikans	15
1.5 Masteroppgavens struktur.....	16
2 Teori.....	17
2.1 Matematisk literacy.....	17
2.2 Utforskende matematikkundervisning	18
2.2.1 Elevenes rolle i utforskende undervisning	18
2.2.2 Kjennetegnene på IBL.....	18
Utforskningssyklusen	19
2.2.3 Samspillet mellom lærer og elev	21
2.2.4 Miljøets innvirkning på utforskende undervisning	21
2.3 Utfordringer omkring dobling og halvering av tall	22
3 Metode.....	23
3.1 Kvalitativ forskningsmetode	23
3.2 Datainnsamling	24
3.2.1 Konteksten til datainnsamlingen	24
3.2.2 Kontekst.....	25
Forskningsdeltakere.....	25
Forskningssted	25
Matematisk tema	26
Oppgave.....	26
3.3 Datamaterialet.....	27
3.3.1 Audiovisuelle medier.....	28
3.3.2 Observatør.....	29
3.3.3 Dokumenter	30
3.4 Analysemetode	30
3.4.1 Abduktiv analyse.....	30
Transkripsjon av datamaterialet.....	31
Analyseprosessen.....	31
3.5 Troverdighet.....	32
3.6 Etikk	34

3.7	Min rolle	34
4	Analyse.....	35
4.1	Identifiserbare kjennetegn på IBL.....	35
4.1.1	Klasseromskultur	36
	Eierskap og formål	36
4.1.2	Elevene	36
	Samarbeid	36
4.1.3	Læringsmiljø	37
	Åpne oppgaver	37
	Utendørs.....	38
	Konkretiseringsmateriell	39
4.2	Miljøets feedbackpotensial.....	40
4.2.1	Bruk av kontekst.....	41
	Engasjerende kontekst	41
	Innlevelse i kontekst.....	42
4.2.2	Bruk av konkrete	43
	Dobling av konkrete	43
	Konkreter for enere og tiere	43
	Utfordringer ved halvering av oddetall	44
4.2.3	Samarbeids påvirkning.....	46
	Gruppesamarbeidet gir feedback.....	46
	Behov for lærerintervensjon for progresjon	47
5	Diskusjon	49
5.1	Miljøet i de ulike fasene av utforskingssyklusen.....	49
5.1.1	Fase 1- Engasjere	50
5.1.2	Fase 2- Undersøke.....	52
5.1.3	Fase 3 – Forklare	55
5.1.4	Fase 4 – Utvide.....	56
5.1.5	Fase 5 – Evaluere.....	58
5.2	Undervisningsopplegget.....	58
5.2.1	Kompleksiteten knyttet til utforskende undervisningsopplegg	58
5.2.2	Er undervisningsopplegget en IBL-aktivitet?.....	59
5.3	Metodekritikk.....	60
6	Avsluttende refleksjoner.....	61
	Referanseliste	63
	Vedlegg	66

Figurer

Figur 1: Kjennetegn på IBL, oversatt til norsk (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 8).	19
Figur 2: Illustrerer de fem fasene i utforskingssyklusen.	20
Figur 3: Forenklet oversikt over forskningsstedet - hvor de ulike sankestedene med laminerte ressurser er plassert.	25
Figur 4: Oppgaveark.	26
Figur 5: To ulike typer laminerte ark på sankestedene, ener og tier.	27
Figur 6: Transkripsjonsnøkkel.	31
Figur 7: Utgangspunkt for analyse av kjennetegnene på IBL.	32
Figur 8: Identifiserbare kjennetegn på IBL i det planlagte undervisningsopplegget.	35
Figur 9: Miljøets feedbackpotensial i undervisningsopplegget.	41
Figur 10: Eksempel på hvordan grupperingen av tall kan se ut.	51

1 Innledning

1.1 Utforskende undervisning

Det er bred enighet om at matematikkundervisning er viktig allerede fra tidlig i grunnskoleløpet, men det finnes ingen enighet om hvordan undervisningen bør gjennomføres (Bjørklund et al., 2018, s. 469). De siste årene har utforskende undervisningsformer fått økt oppmerksomhet i forskningsfeltet (PRIMAS, 2010). Likevel er det gjort lite forskning på utforskende undervisningssituasjoner på småtrinnet (Sikko & Grimeland, 2020, s. 104). Økt innsikt og kunnskap om hvordan utforskende matematikkoppgaver og undervisningssituasjoner på småtrinnet kan designes med mål om å muliggjøre kunnskapsutvikling hos elever, er relevant av flere årsaker.

I *Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020* (LK20) står det følgende i ett av kjerneelementene «Læreren skal legge til rette for elevmedvirkning og stimulere til lærelyst ved at elevene får utforske matematikk gjennom å bevege seg, leke, undre seg og bruke sansene.» (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Læreplanen vektlegger både implisitt og eksplisitt utforskende undervisning, det kommer til syne i hvordan undervisningen skal gjennomføres og i formuleringen av kompetansemålene. Det tydeliggjøres i læreplanen at elevene skal utvikle matematisk kompetanse gjennom utforskning og forståelse. Forskning viser at det finnes mange fordeler med utforskende undervisningsmetoder, deriblant motivasjon og matematisk forståelse (Bruder & Prescott, 2013, s. 817, 819).

Læreplanens vektlegging av utforskende arbeidsmetoder kan blant annet føre til ulike framgangsmåter og strategier, noe som samsvarer med synet til Artigue og Blomhøj (2013). De forklarer at elevene bør erfare at det finnes ulike framgangsmåter og strategier, og ikke bare en riktig vei til målet (s. 799). Det viktigste er ikke at elevene utfører en bestemt prosedyre, men at de forstår prosessen og hva som skjer med tallene underveis. Framdriften til hver enkelt elev kan være ulik. Likevel er tanken at dersom utforskende undervisning tilknyttes en kjent kontekst, vil elevene utvikle matematisk forståelse og glede (Wæge, 2007, s. 211-212). Det kan føre til positive assosiasjoner til matematikkfaget og bidra til indre motivasjon.

Rocard et al. (2007) hevder utforskende undervisning ikke bare øker elevenes kompetanse, men også deres interesse for realfag. Tidligere forskning på temaet utforskende undervisning gjort av Wæge (2007), viser at det er nær sammenheng mellom motivasjon og egen opplevelse av matematisk kompetanse (s. 211-212). Opplevelsen av kompetanse viser seg å være større dersom det kan knyttes til relasjonell forståelse i matematikk. Studien viser også sammenheng mellom elevenes glede i matematikk og undervisningens vektlegging av matematisk forståelse. Det vil blant annet si at samtidig som elevene opplever å ha det gøy, bør de veiledes til å se sammenheng mellom innholdet i matematikkundervisningen og situasjoner i dagliglivet. Gasteiger (2015) hevder at læring i komplekse situasjoner, som hverdagssituasjoner og lek, gir elevene en mulighet til å forstå på bakgrunn av barns naturlige innebygde nysgjerrighet (s. 256-266).

En rekke forskning viser at å arbeide grundig med et lite utvalg av velvalgte matematiske aktiviteter er effektivt for å forstå et matematisk begrep (Brekke, 1995, s. 6). Utforskende undervisningsmetoder anses å være meningsfulle, og dermed bidra til elevers utvikling av matematisk forståelse. Lærere kan tilrettelegge for utvikling av matematisk forståelse ved å gi elever oppgaver eller problemstillinger som oppleves givende. Undervisningsaktivitetene må tilrettelegges for at elevene skal diskutere og få tid og mulighet til å utvikle dybdeforståelse. Det innebærer at elevene ikke instrueres i regneprosedyrer, men sammen diskuterer og kommer fram til ulike løsningsstrategier. Gjennom elevsamarbeid kan mulige misoppfatninger elevene har kommet til syne og lede til diskusjon og refleksjon (s. 7). Sikko et al. (2012) anser misoppfatninger som læringspotensial (s. 4). De hevder det er essensielt å avdekke misoppfatningene og arbeide med dem. Kommunikasjon om ulike løsningsstrategier kan bidra til at elevenes misoppfatninger revideres og fjernes. Uenighet og diskusjon om matematiske begreper vil kunne bidra til utvikling av matematisk dybdeforståelse, revidering, utvidelse og forankring av den matematiske kunnskapen.

Artigue og Blomhøj (2013) definerer utforskende undervisning som en undervisningsmetode hvor det tilrettelegges for at elevene skal lære gjennom å være forskere (s. 797). Det vil si at elevene går inn i et gitt problem og forsøker på det gjennom å studere, undersøke og teste. Artigue og Blomhøj (2013) argumenterer for at det er viktig at elevene ser sammenheng mellom det de gjør i undervisningen og den virkelige verden. Elevene må kunne nyttiggjøre seg av kunnskapen de tilegner seg i undervisningen andre steder enn i matematikkboka.

1.2 Tidligere forskning

En annen indikasjon på at temaet utforskende undervisning er viktig, er PRIMAS-prosjektet, *Promoting Inquiry in Mathematics and Science Education Across Europe*, som pågikk 2010-2013. Hensikten med prosjektet var å fremme utforskende undervisning i grunnskolen og på videregående skoler, på tvers av hele Europa (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013). Bakgrunnen for prosjektet er studier som viser at lærere synes praktisering av utforskende undervisning er krevende. Dermed har PRIMAS-prosjektet utarbeidet materiale som skal fungere veiledende. Hensikten er å forsøke å støtte lærere i prosessen med å implementere utforskende undervisning i egne klasserom. Prosjektet har utarbeidet kjennetegn på *inquiry-based learning* (IBL), som kan oversettes til utforskende undervisning. PRIMAS-prosjekter er forløperen til en rekke andre forskningsprosjekter, deriblant en lesson-study studie ved NTNU, som jeg går nærmere inn på i kapittel 1.3. Når jeg snakker om utforskende undervisning i tilknytning til PRIMAS-prosjektet, henviser jeg til det som IBL. IBL omhandler faktorer innenfor kategoriene: ønsket utbytte, lærerne, elevene, klasseromskultur og læringsmiljø.

Forskning viser at en av utfordringene med praktisering av utforskende undervisning er for lite kunnskap om temaet (Sikko et al., 2012, s. 15). Det gjenspeiler seg blant annet i at det ikke er en entydig definisjon på utforskende undervisning. Det kan dermed være utfordrende å både forske på, og å implementere i undervisning.

Samtidig som at lærere oppfordres til å praktisere utforskende undervisning, viser forskning at mange lærere synes det er krevende. Lærere opplever at det er tidkrevende å implementere utforskende undervisning i eget klasserom (Gholam, 2019, s. 120-122). Utfordringen ligger ikke nødvendigvis i gjennomføringen, men i mangel på tid til planlegging og evaluering av utforskende undervisningsaktiviteter. Det krever tid å lage undervisningsoppleggene, finne eller innhente egnet læringsmateriale og ressurser.

Forskning gjort av Sikko et al. (2012) viser at lærere føler seg forpliktet til å legge opp undervisningen på en måte som sikrer at gitte kunnskapselementer dekkes (s. 6). Funnene deres viser at det er særlig tre faktorer lærere opplever som problematiske: tidspress, vurdering og at elevene ikke liker eller er i stand til å løse modelleringsoppgaver. Lærere opplever at det er problematisk å vurdere og dokumentere læringsutbyttet av utforskende undervisning. De ytrer at det ikke bestandig er samsvar mellom prøver, som nasjonale prøver og utforskende undervisningsmetoder. Det kan resultere i et inntrykk av mangelfull måloppnåelse blant elevene på bakgrunn av at prøvene og undervisningen ikke samsvarer. Prøvene får dermed ikke fram kunnskapen elevene potensielt innehar. Likevel er lærere positive til implementering av utforskende undervisningsmetoder i matematikk, men anser tidsfaktoren som et av de største hindrende (s. 9-10). Lærere uttrykker at de har behov for mer kunnskap om temaet og savner tid til kunnskapsutvikling med kollegaer (s. 15).

Utfordringen for lærere kan også være aspektet med å gi fra seg styringen av læringsprosessen, nettopp fordi de føler et ansvar for at det forekommer læring i undervisningen (Sikko et al., 2012, s. 6). Læreren har i lang tid vært den som styrer og har kontroll over læringsprosessen til elevene (s. 3). Når elevene skal utforske selv, har ikke læreren like stor kontroll over prosessen, og blir nødt til å være litt mer spontan i avgjørelser og matematiske samtaler, basert på hva elevene oppdager. Det kan være krevende å slippe opp på kontrollen, som læreren kanskje fra tidligere er vant til å ha i en undervisningssituasjon. Læreren bør også få fram sammenhengen mellom den utforskende undervisningen og det matematiske begrepet, slik at elevene ser hvordan de kan nyttiggjøre seg av kunnskapen i andre situasjoner (Sikko, 2023, s. 4-5).

1.3 Min forskning

Slik det kommer fram i innledningskapitlet kan utforskende undervisning bidra til: at elevene utvikler dybdeforståelse i matematikk, ser sammenhenger mellom undervisningen og den virkelige verden, utvikler interesse, glede og motivasjon for faget. På bakgrunn av de nevnte fordelene er målet med dette forskningsprosjektet å bidra til økt kunnskap om utforskende undervisning. Studien min rettes mot de yngste elevene, siden Sikko og Grimeland (2020) påpeker at det er lite forskning på utforskende undervisning i småskoletrinnet. På den måten kan kanskje forskningsprosjektet mitt være med på å minske et kunnskapshull. Jeg mener mer forskning på utforskende undervisning kan gi en dypere forståelse for tematikken, større forutsetninger for å kunne følge styringsdokumenter og tilrettelegge for god undervisningspraksis. I tillegg kan forskningen være med på å forankre hensikten med endring av undervisningspraksis, bidra med kunnskap og motivere til å skape endring. Hensikten med forskningsprosjektet er å bli mer bevisst på hvilke læringsmuligheter som ligger i utforskende matematikkundervisning, og eventuelt hvilke fallgruver en som lærer bør ta høyde for. For å styrke egen kunnskap i rollen som kommende lærer, har jeg valgt å ha et lærersyn på oppgaven. Det gir meg mulighet for til å forstå hvordan læreren kan påvirke elevenes utbytte av utforskende undervisning i matematikk.

Forskningen tilknyttet denne masteroppgaven håper jeg kan bidra til å svare på problemstillingen: *Hvordan kan et IBL-inspirert klasserom legge til rette for at elever på 2. trinn får utforske dobling og halvering av tall?* For å besvare problemstillingen har jeg studert hvordan undervisningsopplegget ble planlagt og de to utprøvingene som ble gjort. Jeg har utarbeidet to forskningsspørsmål. Hensikten er at de skal hjelpe meg i arbeidet med å svare på problemstillingen. Forskningsspørsmålene er som følger:

- Hvilke kjennetegn på IBL kan identifiseres i undervisningsopplegget?
- Hvordan hjelper det didaktiske miljøet elevene i de ulike fasene av arbeidet?

For å finne svar på problemstillingen har jeg benyttet et allerede innsamlet datamateriale. Datamaterialet ble innsamlet i sammenheng med et forskningsprosjekt ved NTNU, som har som hensikt å forbedre realfagsundervisningen i grunnskolen gjennom IBL og utvikling av matematisk literacy. Matematisk literacy beskrives som evne til å løse et problem ved å fleksibelt ta i bruk matematisk kunnskap, forståelse og resonnering. Det underbygges av OECD (2017), som påpeker viktigheten av å være i stand til å møte utfordringer i dagliglivet (s. 66-67).

Årsaken til at jeg valgte et allerede innsamlet datamateriale, var at jeg ønsket å studere et undervisningsopplegg som er nøye gjennomtenkt med utgangspunkt i kjennetegnene på IBL, for å gjøre studien mest mulig valid. Undervisningsøkten ble planlagt og gjennomført av forskere på NTNU og lærere på 2. trinn. De planla med utgangspunkt i rammeverket til Maaß og Reitz-Koncebovski (2013) som omhandler kjennetegnene på IBL. Datamaterialet jeg i hovedsak har benyttet meg av består av lydopptak fra planleggingen og lyd- og videoopptak av de to utprøvingene av undervisningsopplegget.

Målet med undervisningsopplegget var at 2.trinns elevene skulle forstå de matematiske begrepene dobling og halvering. Dette undervisningsopplegget er utgangspunktet for min kvalitative studie om utforskende undervisning. Fokuset i masteroppgaven er på hvordan et IBL-inspirert undervisningsopplegg kan tilrettelegge for elevenes utforskning av matematiske begreper.

Modellen til Maaß og Reitz-Koncebovski (2013), bygd på kjennetegnene ved IBL, ble benyttet som teoretisk rammeverk i analysen. Samtidig opplevde jeg ikke at IBL-modellen alene var dekkende nok for datamaterialet mitt, noe som resulterte i at jeg supplerte IBL-modellen med miljøbegrepet i *teorien for didaktiske situasjoner i matematikk* (TDS). Hensikten med å ta i bruk miljøbegrepet fra TDS er å få fram mer av det matematiske aspektet i elevenes utforskning av undervisningsopplegget. Miljøet omhandler betingelser læreren setter i undervisningssituasjonen (Strømshag, 2020, s. 23). Det kan innebære: et problem, informativ tekst, materiell, elevens tidligere erfaringer og kunnskap og medelever. Utforskende undervisning omhandler at elevene skal stille spørsmål, utforske og finne sine egne løsningsmetoder (Maaß & Artigue, 2013, s. 708). Hvordan læreren kan tilrettelegge for det mener jeg miljøbegrepet hentet fra TDS kan være med på å forklare.

1.4 Forskningens signifikans

Betydningen av å finne svar på problemstillingen er at forskningen kan være med på å gi et innblikk i hvordan kjennetegnene på IBL kan benyttes i utforming av utforskende matematikkundervisning. Hensikten med det første forskningsspørsmålet, *å identifisere kjennetegnene på IBL*, er å få et innblikk i hvordan elementer som hensyntas i planleggingen kommer til syne i utprøvingene av undervisningsopplegget. Kommende lærere, praktiserende lærere og meg selv, kan kanskje bli i bedre stand til å vurdere styrker og svakheter ved de ulike elementene som legges til grunn i undervisningen. Jeg håper det andre forskningsspørsmålet skal gi et innblikk i hvordan lærerens planlegging av det didaktiske miljøet påvirker elevenes utforskning og mulighet til å nå det matematiske målet. Kunnskap om temaet vil kunne gjøre lærere i bedre stand til å vite hvordan miljøet kan utformes og justeres underveis. Fordelen med det kan være lærerens mulighet til å sikre elevenes matematiske progresjon.

Hensikten er ikke å vurdere om undervisningsopplegget er bra eller dårlig, men å få bedre innsikt og kunnskap om et tema som anses som viktig og krevende. Forskning understreker at lærere opplever utforskende undervisning som krevende (Sikko et al., 2012, s. 6). Målet er at denne masteroppgaven skal bidra til mer kunnskap om utforskende undervisning i småtrinnet. Kanskje kan mer kunnskap gjøre det mindre krevende å implementere utforskende undervisningsmetoder i egen undervisningspraksis. En analyse av et undervisningsopplegg designet av en gruppe lærere og forskere kan være med på å tydeliggjøre hva en gjennomtenkt IBL-inspirert aktivitet kan gi elevene, samtidig gi inspirasjon til matematikklæreres egen undervisning. Intensjonen er ikke å kritisere undervisningsopplegget, men å se etter styrker og svakheter. Ønsket er at forskningen kan bidra til å bygge et større kunnskapsgrunnlag for å reflektere over utforskende undervisningsopplegg i matematikk.

1.5 Masteroppgavens struktur

Denne masteroppgaven består av seks kapitler: innledning, teori, metode, analyse, diskusjon og avsluttende refleksjoner. Kapittel to redegjør for utforskende undervisning, rammeverket og relevante begreper som er benyttet i analysen. I kapittel tre beskrives forskningsmetode, datainnsamling, analysemetode, troverdighet og etiske aspekter. Deretter presenteres funn fra analysen av datamaterialet i kapittel fire. Det femte kapitlet inneholder diskusjon av funnene i analysen, sett i lys av teori og tidligere forskning, før kapitlet avsluttes med metodekritikk. I kapittel seks presenteres avsluttende refleksjoner og perspektivering omkring studiens bidrag til forskningsfeltet.

2 Teori

Teorikapitlet har som hensikt å redegjøre for relevant litteratur og forskning for å danne grunnlaget til analysen og diskusjon. Aller først i kapitlet forklares matematisk literacy, fordi det er med på å underbygge hensikten med utforskende undervisning. Deretter går jeg i dybden på utforskende undervisning som bygger på filosofien til Deweys «learning by doing» (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 799). For å bryte ned begrepet utforskende undervisning og gjøre det mer konkret, går jeg nærmere inn på PRIMAS-prosjektets utarbeidelse av IBL-modellen. IBL-modellen tar for seg kjennetegn ved utforskende undervisning og jeg benytter modellen som teoretisk rammeverk i analysen av datamaterialet. Basert på aspekter ved problemstillingen avklares begrepet miljø tilknyttet *teorien for didaktiske situasjoner i matematikk* (TDS). TDS er et rammeverk designet spesielt for matematikkundervisning, derfor mener jeg begrepet kan benyttes i analysen av det utvalgte undervisningsopplegget.

Datamaterialet baserer seg på et IBL-inspirert undervisningsopplegg, hvor den ønskede målkunnskapen er dobling og halvering. Dobling og halvering var et kompetansemål for 2. trinn i den forrige læreplanen, LK06 (Utdanningsdirektoratet, 2006). LK06 var gjeldende når dette undervisningsopplegget ble laget. Jeg finner likevel undervisningsopplegget relevant, selv om dobling og halvering ikke eksplisitt står som kompetansemål i LK20. Målkunnskapen i undervisningsopplegget kan kobles til kompetansemålene «ordne tall, mengder og former ut fra egenskaper, sammenligne dem og reflektere over om det kan gjøres på flere måter» og «utforske og beskrive generelle egenskaper ved partall og oddetall» (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Jeg mener mestring av dobling og halvering av partall og oddetall er viktig for elevenes utvikling av tallforståelse. Siden målet med undervisningsøkten er at elevene skal kunne doble og halvere tall, har jeg avslutningsvis i dette kapitlet valgt å se nærmere på litteratur omkring utfordringer knyttet til det matematiske temaet.

2.1 Matematisk literacy

Matematisk literacy, anses som viktig i møte med et samfunn i stadig utvikling (Sikko, 2023, s. 4-5). Samfunnsutvikling kan gi en usikker framtid, fordi man ikke nødvendigvis vet hvilke utfordringer en kommer til å stå overfor, eller hvilken matematisk kunnskap som kommer til å trenges. *Matematisk literacy* er et omfattende begrep som omhandler mer enn bare tall. Det omhandler matematikken som trenges i hverdagslivet og i framtiden. Matematisk literacy innebærer å effektivt kunne identifisere og dra nytte av matematisk kunnskap, og forstå når man står overfor nye matematiske utfordringer i samfunnet. Elevene skal bli rustet til å ta vellbegrunnede, reflekterte og konstruktive avgjørelser. Utvikling av matematisk literacy omhandler utvikling av evnen til å lage hypoteser, teste dem ved å se etter mønster og sammenhenger, resonnere og argumentere og å trekke konklusjoner (s. 12). Utforskende matematikkundervisning, som for eksempel bygger på kjennetegnene ved IBL, kan gi elevene erfaringer med å arbeide som forskere, noe som kan være en mulig inngangsport til utvikling av matematisk literacy.

2.2 Utforskende matematikkundervisning

Det finnes ulike definisjoner på utforskende undervisning, en av utfordringene er at definisjonene ikke er entydige (Sikko et al, 2012, s. 3). Det finnes ulike teoretiske rammeverk for matematikkundervisning, blant annet Broussesus (2002) *teori for didaktiske situasjoner i matematikk* (TDS), hvor fokuset er på det matematiske målet, Freudenthals (1972) teori om realistisk matematikkundervisning (RME), ofte guidet av en lærer og Skovsmoses (2001) teori om undersøkelseslandskap hvor utforskningsprosessen i seg selv er målet. Artigue og Blomhøj (2013) definerer utforskede undervisning som en pedagogikk hvor elevene skal arbeide som forskere, kalt *inquiry based learning* (IBL). I tilknytning til masteroppgaven min, legger jeg til grunn Artigue og Blomhøjs (2013) definisjon på utforskende undervisning, i tillegg til en kombinasjon av IBL-modellen utarbeidet av Maaß & Reitz-Koncebovski (2013) og miljøbegrepet knyttet til TDS (Strømskag, 2020). Disse elementene konkretiserer jeg nærmere i denne delen av teorikapitlet.

2.2.1 Elevenes rolle i utforskende undervisning

Elevene bør ha en aktiv rolle i egen undervisning (Harlen, 2013, s. 10). Utforskende undervisning bygger på prinsipper om at kunnskap utvikles gjennom tenkning, refleksjon, eksperimentering og vitenskap (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 798-803). Kunnskapen utvikles ved at elevene, i undervisningsaktiviteter samarbeider om å løse reelle og meningsfulle problemstillinger som kan knyttes til omverden. Problemene elevene blir stilt overfor bør være åpne nok, slik at det gir mulighet for flere inngangsvinkler, løsningsmetoder og riktige svar. På denne måten arbeider elevene som forskere. Det krever at elevene utvikler og bruker kritisk og logisk tenkning, vurderer ulike forklaringer og antakelser og gjennom eksperimentering bekrefter eller avkrefter hypoteser. Kanskje leder det til en generalisering av et matematisk prinsipp. For å gjøre begrepet utforskende undervisning enda mer håndgripelig har jeg valgt å ta utgangspunkt i IBL-modellen tilknyttet PRIMAS-prosjektet. Jeg anser IBL-modellen som én mulig inngangsport til praktisering av utforskende undervisning. På bakgrunn av at PRIMAS-prosjektet er forløperen til lesson study-studien, som dette masterprosjektet benytter datamateriale fra, er IBL-modellen relevant.

2.2.2 Kjennetegnene på IBL

Det finnes mange ulike måter å gjennomføre utforskende undervisning i skolen (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 9-10). PRIMAS-prosjektet har til hensikt å fremme utforskende undervisning i grunnskolen og på videregående skoler, på tvers av hele Europa. På bakgrunn av at forskning viser at lærere synes utforskende undervisning er krevende, har PRIMAS-prosjektet utarbeidet en modell som konkretiserer de ulike kjennetegnene ved IBL. Jeg har valgt denne modellen som teoretisk rammeverk, fordi modellen er ment å fange opp alle aspektene ved utforskende undervisning og fungere på tvers av de ulike teoretiske rammeverkene for matematikkundervisning. Hensikten med modellen er å tydeliggjøre hva IBL er, og etablere et rammeverk som kan fungere støttende for lærere i planleggingen av undervisningsopplegg (PRIMAS, 2010). Modellen (figur 1) skal fungere veiledende for lærere, ved å konkretisere aspekter ved IBL og eksemplifisere hvordan utforskende undervisning kan gjennomføres i egne klasserom (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 9-10). Kjennetegnene er basert på hva som anses som nødvendig kunnskap for elevene å utvikle for å forberedes på framtiden.

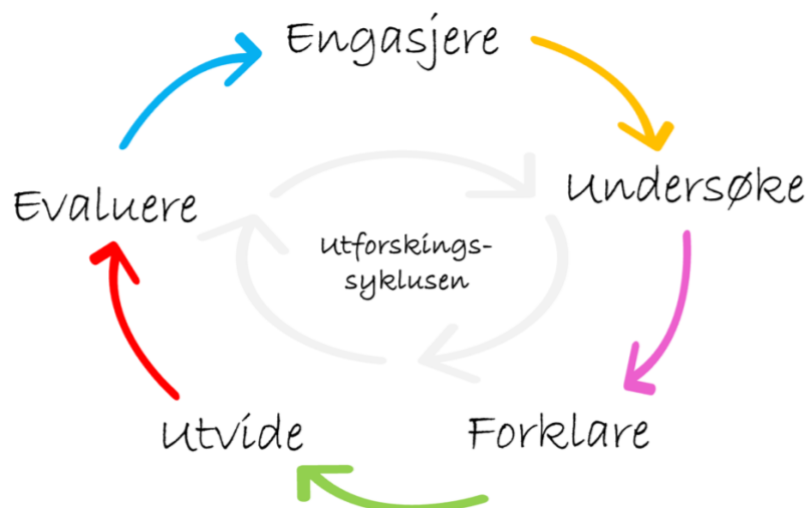
Ønsket utbytte <ul style="list-style-type: none"> • Utforskende sinn: kritiske og kreative • Forberedt på usikker framtid og livslang læring • Forstå matematikkens og naturvitenskapens natur 	Lærerne <ul style="list-style-type: none"> • Oppmuntrer og verdsetter elevresonnement • Fra å fortelle til å støtte og veilede • Benytter seg av elevenes erfaringer
Klasseromskultur <ul style="list-style-type: none"> • Alle deler eierskap og formål • Forslag og feil blir verdsatt (åpne sinn) • Dialogisk 	Elevene <ul style="list-style-type: none"> • Stiller spørsmål • Benytter utforskingssyklusen: Engasjere, undersøke, forklare, utvide og evaluere • Samarbeider
Læringsmiljøet <ul style="list-style-type: none"> • Oppgaver: åpne, mange løsningsstrategier, opplevd som virkelige og/eller vitenskapelig relevante • Tilgang på hjelpemidler og ressurser • Fra oppgave til forklaring, ikke fra eksempel til øving 	

Figur 1: Kjennetegn på IBL, oversatt til norsk (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 8).

Kjennetegnene på IBL som er lagt til grunn i IBL-modellen er: ønsket utbytte, klasseromskultur, lærerne, elevene og læringsmiljøet (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 8). Modellen i figur 1 konkretiserer hvert av kjennetegnene. Ønsket utbytte handler om at elevene skal være og bli både kreativ og kritisk i utforskningen, for å forberedes på en usikker framtid, samtidig skal elevene utvikle forståelse for de matematiske begrepene. Klasseromskulturen spiller en viktig rolle, elevene må ha åpne sinn, hvor det er rom for dialog, hvor også forslag og feil er verdifulle. Elevene skal erfare at de har en viktig rolle i problemløsningsprosessen, for å nå målkunnskapen. *Læreren* har en viktig rolle i å oppmuntre til elevresonnement, veilede og spille på elevenes erfaringer og oppdagelser. *Elevene* er grunnsteinen i utforskingssyklusen, som vi snart skal se nærmere på. Det siste aspektet er *læringsmiljøet*, det må være tilrettelagt med åpne oppgaver som er relevante, meningsfulle og med mange løsningsstrategier. Hensikten er å gå fra oppgave til forklaring og generalisering, ikke motsatt. Læringsmiljøet bør tilrettelegges for elevene gjennom tilgang på ulike hjelpemidler, som konkretiseringsmaterieell. I utforskende undervisning er det ikke nødvendig at alle kjennetegnene er like mye framtrædende. Det er heller ikke en tydelig retningslinje for hvordan utforskende undervisning må foregå. Det vil si at i noen utforskende undervisningssituasjoner, så kan for eksempel læringsmiljøet og elevene vektlegges mer enn klasseromskulturen og omvendt.

Utforskingssyklusen

Utforskingssyklusen står som et punkt i IBL-modellen, under kjennetegnet *elevene*. På engelsk blir utforskingssyklusen kalt for *5Es instructional model* (Bybee, 2014, s. 10). Syklusen består av fem faser elevene skal igjennom i en læringsprosess, på norsk kalles fasene: engasjere, undersøke, forklare, utvide og evaluere. I kapittel 5.1 benyttes utforskingssyklusen som utgangspunkt for diskusjon av funnene i kapittel 4, fordi de fem fasene gir en tydelig ramme for elevenes arbeid med den studerte undervisningsaktiviteten.



Figur 2: Illustrerer de fem fasene i utforskingssyklusen.

Det er lærerens oppgave å tilrettelegge for de ulike fasene i utforskingssyklusen, det er dermed viktig å vite hva de ulike fasene innebærer (Bybee, 2014, s. 10-11). Den første fasen *engasjere* handler om å fange oppmerksomheten til elevene og få dem interessert. Det kan gjøres ved å stille spørsmål, tildele et problem, kontekst eller gi en demonstrasjon. Fase to, *undersøke*, gir elevene mulighet til å spille videre på engasjementet for å undersøke det de er presentert for i den første fasen. I denne fasen bør elevene ha tilgang på konkrete, som kan hjelpe dem til å utforske mønster og sammenhenger og til å demonstrere resonnementene sine. Lærerens oppgave vil være å gi elevene tilgang på konkretiseringsmaterie og oppklare eventuelle misoppfatninger elevene har. Deretter er tanken at læreren skal la elevene være mest mulig selvstendig i arbeidet, lærerens oppgave blir da å lytte, observere og eventuelt veilede. Neste fase er *forklare*. Nå er begrepene utforsket og muligens oppdaget. Da er lærerens oppgave å få elevene til å forklare oppdagelsene sine, før læreren presenterer de for eventuelle vitenskapelige begreper. Hensikten er at elevene skal få erfaringer med begrepene først, og deretter få en merkelapp å sette på den konkrete erfaringen. Fasen *utvide*, innebærer å bruke kunnskapen til nye utfordringer, for å lære seg å overføre kunnskapen til andre situasjoner. Den siste fasen er *evaluere*, det omhandler at elevene må få en helhetlig respons på egen måloppnåelse. Responsen kan for eksempel skje gjennom en mer formell vurdering av læreren. Vurderingen bør da samsvare med aktivitetene og erfaringene elevene har gjort seg i de tidligere fasene av arbeidet.

Hensikten med utforskende undervisning er å gi elevene verktøy for kontinuerlig læring og utvikling (Maaß & Artigue, 2013, s. 779-780). Gjennom utforsking og samarbeid vil elevene få mulighet til å oppleve kompleksiteten i matematikk. Undervisningssituasjoner hvor elevene undres og er delaktige i modelleringssituasjonen, kan være med på å minske gapet mellom teori og praksis. Det kan gjøre det enklere for elevene å overføre matematiske begreper til hverdagslivet, ved at de får mulighet til å stille spørsmål, argumentere, utforske konteksten og bane sin egen vei. I tillegg kan sammenkobling av faglige mål med hverdagslivet bidra til å øke elevenes motivasjon i faget. Disse faktorene samsvarer med læreplanens overordnede del «Å lære å lære», hvor hensikten er at undervisning skal tilrettelegge for livslang læring (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

2.2.3 Samspillet mellom lærer og elev

Læring i en utforskende kontekst er et resultat av flere sykluser bestående av interaksjon mellom elevene og læreren, hvor elevenes kunnskap og hypoteser stadig revideres (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 802). Interaksjonen mellom læreren og elevene er med på å forhandle fram noe meningsfullt. Hvordan læreren tilrettelegger og formulerer spørsmål spiller en viktig rolle. Læreren bør utforme problemstillinger av interesse for elevene og bygge på elevenes forkunnskaper (Maaß & Artuige, 2013, s. 782). Det anses viktig at elevene opplever å få ansvar for problemet de blir stilt overfor og gis muligheten til å være autonome (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 809). Dersom elevene strever med å være autonome, skal læreren fungere støttende og veiledende gjennom å stille spørsmål eller oppmuntre til diskusjon (Maaß & Artuige, 2013, s. 782). Det kan hjelpe elevene til å se sammenheng mellom ideene deres og det matematiske begrepet. I tillegg til at lærerens konsise oppsummering skal lede elevene i retning mot den matematiske målkunnskapen. Det kan lede til nye spørsmål, som igjen blir viktig i den matematiske utviklingen til elevene.

En mulig hindring i læringsprosessen er elevenes eksisterende ideer (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 801). Dersom ny kunnskap ikke passer inn i elevenes etablerte kunnskap, oppstår det en kognitiv hindring. I tilknytning til denne masteroppgaven kan en kognitiv hindring for elevene være halvering av oddetall. Hva denne utfordringen kan innebære, går jeg nærmere inn på i kapittel 2.3.

2.2.4 Miljøets innvirkning på utforskende undervisning

Dewey hevder at det er forskjell på å vite og å gjøre, og understreker viktigheten av at den kontinuerlige kunnskapsutviklingen bygger på erfaringer (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 799-805). Han hevder at læring er et resultat av erfaringer og generalisering av dem. Det gjør det viktig at matematikken kommer i en gjenkjennbar kontekst for elevene, siden matematikken ofte oppleves abstrakt og lite håndgripelig. Matematiske begreper er som regel abstrakte. En måte å knytte abstrakte matematiske begreper til noe elevene gjenkjenner, er gjennom modellering og matematiske representasjoner. Matematiske representasjoner og bruk av konkrete kan betraktes som en forutsetning i formidlingsprosessen (Maaß & Artigue, 2013, s. 784). Modelleringsprosessen bør bygge videre på erfaringer elevene allerede har, hvis ikke er risikoen at matematikken fortsatt er, og forblir abstrakt (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 805). Det er lærerens oppgave å lage rom for lærerike erfaringer og veilede elevene slik at potensialet i undervisningsaktivitetene kommer fram. Dette rommet kan skapes av lærerens utvikling av et passende miljø for elevene å operere i.

Teorien for didaktiske situasjoner i matematikk (TDS) blomstret opp i Frankrike på 1960-tallet, den er et resultat av observasjoner av elever og lærere i deres naturlige setting (Strømskag, 2020, s. 25-26). Med bidrag fra en rekke forskere er teorien fortsatt relevant og under utvikling. TDS vektlegger viktigheten av relasjonen mellom deltakerne og de ulike faktorene som inngår i undervisningssituasjonen. Begge synene på undervisning, utforskende undervisning og TDS, anser det å kunne anvende den matematiske kunnskapen i møte med nye utfordringer, både i hverdagen og i framtiden, som et hovedpoeng med undervisning (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 799; Stømskag, 2020, s. 43-44; Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 10). For å etablere denne typen kunnskap i skolen, må det skapes en didaktisk situasjon hvor elevene opplever mening og mestring gjennom å knytte kunnskapen til en reell kontekst (Strømskag, 2020, s. 23).

Begrepet miljø er viktig i TDS, det velger jeg å benytte for å supplere IBL-modellen utarbeidet av PRIMAS-prosjektet, for å bedre kunne svare på problemstillingen min.

Miljøet anses som en modell av virkeligheten, som består av elementer elevene trenger får å nå den matematiske kunnskapen (Strømskag, 2020, s. 36-37). Elevene opererer i miljøet, som består av *didaktiske variabler*, det er betingelser satt av læreren med formål om at elevene skal oppnå ny matematisk kunnskap (s. 48-49). Miljøet består av et problem, materiell, medelever, informativ tekst og elevenes tidligere kunnskap og erfaringer (s. 36). Det designede miljøet skal kunne gi *objektiv feedback*, uten behov for lærerintervensjon. Objektiv feedback gjør det mulig for elevene å vite om deres handlinger og resonnementer er hensiktsmessige eller ikke for å løse problemet de står overfor (Strømskag, 2020, s. 36-37; Måsøval, 2011, s. 31-32). Det gir elevene mulighet til å revidere og vurdere egne handlinger, hypoteser og løsninger. Det kan være hensiktsmessig med et materielt miljø, slik at elevene har elementer de kan manipulere, som for eksempel figurer og eller annet fysisk materiell. Miljøets egenskaper og indre logikk er farget av ønsket matematisk læringsutbytte. Læreren har makt til å påvirke eller endre de didaktiske variablene i miljøet for å sikre progresjon.

2.3 utfordringer omkring dobling og halvering av tall

Referanser på matematiske utfordringer knyttet til dobling og halvering er relevant, da det kan fortelle noe om hva som anses å være utfordrende for elever. Slik nevnt tidligere kan en kognitiv hindring for elevene i denne undervisningsøkten være halvering av oddetall. Den aktuelle undervisningsøkta som er studert i masteroppgaven har dobling og halvering av naturlige tall som matematisk mål. Naturlige tall er positive heltall og kan telles (Matematikksenteret, u.å.). Alle naturlige tall har en etterfølger, ved at tallet én legges til. Heltall er en utvidelse av de naturlige tallene, som inkluderer tallet null og negative tall. Neste utvidelse av tallbegrepet er rasjonale tall, da inkluderes brøk og desimaltall. Teoretisk bakgrunn for dobling og halvering av naturlige tall kan være med på å konkretisere hva de matematiske utfordringene for elevene, i det studerte undervisningsopplegget, kan være.

Elever som har forstått dobling av tall tilnærmer seg som regel dobling enten ved å addere enheten med seg selv eller multiplisere enheten med to (Serrazina & Rodrigues, 2021, s. 24-25). En kjent feil er at elevene oppfatter et bestemt tall som det dobbelte. La oss ta et eksempel. Eleven har en oppfatning av at dobbelt betyr å legge til tallet 6. Så hvis tallet eleven skal doble er 10, legges det til 6 og resulterer da i svaret 16 og ikke 20, som ville vært det riktige. Det vil si at de alltid legger til et bestemt tall når de skal doble, uavhengig av hvilket tall det er, istedenfor å multiplisere tallet de skal doble med to eller addere det med seg selv.

Når det kommer til halvering, er en vanlig tilnærming å dele i to like store grupper (Ni & Zhou, 2005, s. 27). Utfordringer kommer vanligvis knyttet til oddetall, fordi det utfordrer allerede etablerte sannheter om naturlige tall. Når et oddetall skal halveres, vil elevene møte på desimaltall, rasjonale tall. Det betyr at tallbegrepet må utvides fra bare heltall til desimaltall. For elevene kan det oppstå en kognitiv hindring, fordi det strider mot enkelte sannheter de har etablert om heltall. Elevene har lært å telle med hele tall, og plutselig skal tallinja utvides, til å inneholde flere tall (s. 32, 35). Denne typen hindring kaller Strømskag (2020) i tilknytning til TDS, for en epistemologisk hindring (s. 26). Epistemologiske hindringer kommer man ikke utenom, men som lærer er det viktig å være klar over dem.

3 Metode

Gjennom dette forskningsprosjektet har jeg undersøkt hvordan utforskende undervisning kan tilrettelegge for elevenes utvikling av matematisk kompetanse. Jeg har sett på hvordan utforming av et undervisningsopplegg, basert på kjennetegnene på IBL og det didaktiske miljøet, kan legge føringer for elevenes potensielle læringsutbytte. Hensikten har vært å svare på problemstillingen: *Hvordan kan et IBL-inspirert klasserom legge til rette for at elever på 2. trinn får utforske dobling og halvering av tall?* For å finne svar på problemstillingen har jeg gjort en kvalitativ studie. Jeg har studert lærere og forskere lage et utforskende undervisningsopplegg og to utprøvinger av det. Jeg har en subjektivistisk tilnærming i studien, fordi jeg studerer individer og forsøker å se effekten og eventuelle utfordringer som kan oppstå i deres arbeid med det utforskende undervisningsopplegget. Det mener jeg kan knyttes til den typen forskning jeg kommer til å gjøre i eget klasserom som kommende lærer. I tillegg kan en kvalitativ forskning gi et konkret eksempel på utforskende undervisning, og kanskje danne et grunnlag eller inspirasjon for videre forskning på temaet.

I dette kapitlet beskriver jeg forskningsmetoden min, før aspekter ved datainnsamlingen og oppgaven i undervisningsopplegget blir presentert. Deretter drøfter jeg hvordan triangulering av datamaterialet er med på å styrke forskningen. Så utdyper jeg hvordan jeg har benyttet IBL-modellen til å analysere datamaterialet og hvordan jeg har analysert datamaterialet for å undersøke miljøets feedbackpotensiale. Jeg avslutter kapitlet med å redegjøre for studiens troverdighet og etiske aspekter ved forskningen.

3.1 Kvalitativ forskningsmetode

Forskningen min tilhører det konstruktivistiske paradigmet. Det konstruktivistiske paradigme innebærer at forskeren forsøker å forstå verden gjennom et subjekt (Creswell & Creswell, 2023, s. 6). Virkeligheten anses som sosialt konstruert og det finnes dermed mange beskrivelser av den. Denne studien vil gi et innblikk i én virkelighet. For å forsøkte å forstå en sosialt konturert virkelighet, er det relevant å samle inn ulike former for data, slik at beskrivelsene av subjektets virkelighet blir så rike som mulig. Rike beskrivelser kan skaffes gjennom innsamling av variert materiale som video, lyd, observasjon, intervju og tekst eller dokumenter. I dette paradigmet er forskeren sentral som fortolker, og beskriver den observerte virkeligheten.

Kvalitativ forskningsmetode benyttes i det konstruktivistiske paradigmet (Creswell & Creswell, 2023, s. 9). Likevel skiller det i forskningsfeltet mellom to typer forskning, kvantitativ og kvalitativ. I kvantitativ forskning undersøkes ofte forholdet mellom variabler, som kan måles på instrumenter og analyseres ved hjelp av statiske prosedyrer (Creswell & Creswell, 2023, s. 5). Det har ofte til hensikt å generalisere, slik at funnene kan kontrolleres og gjenskapes. På den andre siden er kvalitative studier, slik som studien i denne masteroppgaven. Kvalitativ forskning har som hensikt å undersøke enkeltindividers eller en liten gruppe menneskers sosialt konturerte virkelighet. Datainnsamlingen skjer i deltakernes miljø, hvor forskeren har en sentral rolle i tolkningen og analyseringen av datamaterialet. I denne typen studie er det viktig å både bevare og formilde kompleksiteten i situasjonen. I kvalitativ forskning skapes kunnskap i møte mellom forsker og forskningsdeltakerne (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 114-115).

Innsamling av rik empiri, som bygger på ulike typer datainnsamlingsstrategier, vil fungere utfyllende og bidra med kontekstuell informasjon.

Denne masteroppgaven er en kvalitativ studie. Datamaterialet stammer fra en lesson study-studie, som har foregått på et tidligere tidspunkt. Jeg har dermed ikke tatt del i syklusene i lesson study-studien, fordi den er et større pågående samarbeidsprosjekt mellom matematikk- og naturfagsseksjonen på grunnskolelærerutdanningen ved NTNU, og lærere ved to skoler i Midt-Norge. Hensikten med lesson-study er utviklingsforskning, det betyr at forskningen på undervisningsaktiviteten er gjort med et bestemt mål (Clark et al., 2021, s. 60-61). Formålet med den nevnte lesson-study studien er å undersøke hvordan utforskende undervisning kan forbedre realfagsundervisningen på alle trinn i grunnskolen (vedlegg 2). Forløperen til det forskningsprosjektet er det tidligere nevnte PRIMAS-prosjektet. Målet med PRIMAS-prosjektet er hovedsakelig forskning på utforskende undervisning, og utvikling av naturfaglig- og matematisk literacy (PRIMAS, 2010). Forskere ved NTNU og lærerne på det respektive trinnet har gjennom kollektiv innsats planlagt, observert og testet undervisningsopplegget to ganger. Hvem av lærerne som ledet undervisningsaktiviteten under utprøvingene ble tilfeldig valgt ut gjennom trekking, mens resten av lærerne og forskerne var observatører. Masteroppgaven min tar utgangspunkt i det innsamlede datamaterialet og har som formål å undersøke hvordan aspekter ved den planlagte undervisningsøkten støtter elevene i utforskningen av det matematiske temaet. Forskningen kan klassifiseres som en kvalitativ kasusstudie, siden analysen bygger på ett spesifikt undervisningsopplegg og det tilhørende datamaterialet.

Kasusstudier er avgrenset i tid og sted, og begrenser seg ofte til et fåtall deltakere (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 63-64). Hensikten med en kasusstudie er å forstå hva som skjer i en spesiell kontekst, forklare eller avdekke prosesser som leder til en hendelse eller et resultat. Ifølge Creswell og Creswell (2023) er kjennetegnene ved en kasusstudie detaljerte beskrivelser av omgivelsene til deltakerne (s. 196-197). En klart definert kontekst er viktig, fordi konteksten er helt sentral i å forstå situasjonen og hendelsene. Denne masteroppgaven studerer to utprøvinger av ett spesifikt undervisningsopplegg, som er avgrenset i tid og sted. Konteksten er detaljert beskrevet i det neste kapitlet. Resultatene i en kasusstudie er knyttet spesifikt til den undersøkte konteksten, og kan derfor være vanskelig å overføre eller generalisere (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 64). Samtidig kan kunnskapen som kommer fram gjennom en kasusstudie vekke interesse hos andre, noe som gjør studiens validitet sentral. Validiteten er diskutert i kapittel 3.5.

3.2 Datainnsamling

3.2.1 Konteksten til datainnsamlingen

I sammenheng med en lesson-study studie ble datainnsamlingen gjort av forskere ved NTNU og lærere på 2.trinn ved en skole i Midt-Norge. Undervisningsopplegget ble planlagt i fellesskap, med utgangspunkt i kjennetegnene på IBL (figur 1). Kollektiv innsats i planlegging og utprøving av undervisningsaktiviteten kan sikre alles interesser (Fauskanger, 2019, s. 270). I datamaterialet masteroppgaven bygger på kan det se ut til at lærerne tar høyde for å passe på at elevene blir ivaretatt og at læringsmulighetene kan lede til at elevene oppnår læringsmålet, mens forskernes interesser var å få fram hvordan utforskende undervisning kan lede til læring. Samarbeidet resulterte i undervisningsopplegget jeg nå går nærmere inn på.

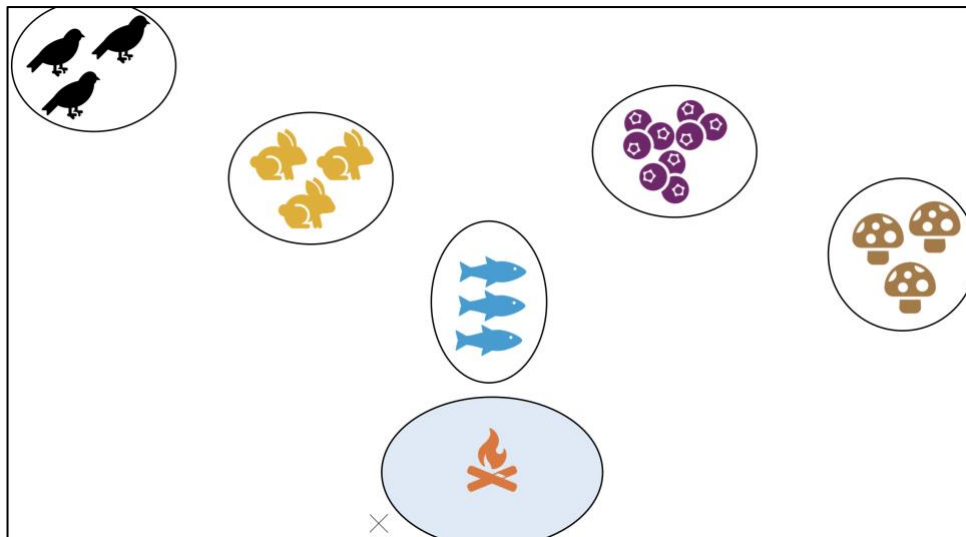
3.2.2 Kontekst

Forskningsdeltakere

NTNUs samarbeidsprosjekt med skolen pågikk årlig gjennom hele grunnskoleløpet til elevene, fra 1.-7. trinn. Det vil si at enkelte av 2.trinns elevene kan ha vært med i denne typen forskningssituasjon på 1.trinn, men angivelig ikke alle. Noen av elevene kan ha gjenkjent situasjonen, mens for andre var situasjonen ny. Hvilke to klasser på det respektive trinnet som skulle delta i utprøvingen ble tilfeldig utvalgt gjennom trekking. For de utvalgte deltakerne kan det hatt noe å si om situasjonen var kjent eller ukjent, når det kom til hvordan deltakerne håndterte situasjonen omkring datainnsamlingen. For eksempel kunne det se ut til at videokameraet på hodet var et forstyrrende element for noen av elevene i undervisningsaktiviteten. Det kan ha hatt påvirkning på elevenes oppgaveløsning og kommunikasjon, og dermed også på innsamlet datamateriale. I tillegg kan konteksten rundt undervisningsøkten ha påvirket datamaterialet, i form av mange og fremmede voksne til stede. Postholm og Jacobsen (2018) hevder at elevenes relasjon til voksenpersonene kan påvirke innsamlingen av datamateriale (s. 225-228). Noen av elevene forklarte hvordan de løste oppgaven til en av forskerne i prosjektet, mens andre forklarte det til en lærer. På grunn av relasjon kan det derfor ha vært forskjell på måten elevene forklarte til en lærer de kjenner og en forsker fra NTNU.

Forskningssted

Datamaterialet jeg har valgt baserer seg på en undervisningssituasjon som finner sted i skogen, i nærmiljøet til elevene. Før jeg forklarer gangen i undervisningssituasjonen og bruken av omgivelsene, har jeg laget en forenklet illustrasjon av forskningsstedet med plassering av bålplassen og de ulike sankestedene:



Figur 3: Forenklet oversikt over forskningsstedet - hvor de ulike sankestedene med laminerte ressurser er plassert.

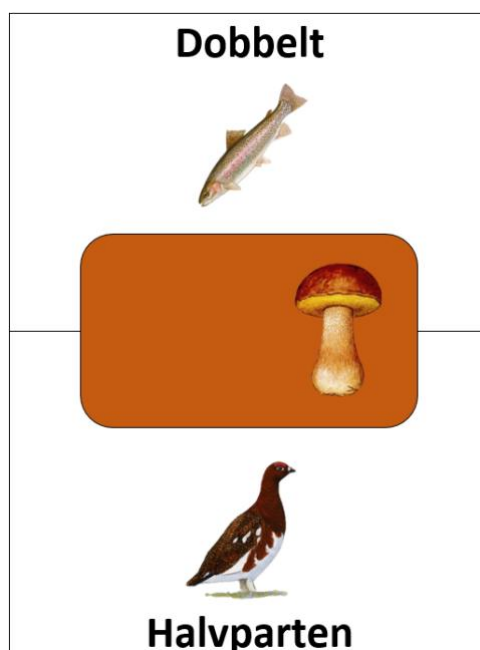
I oppstarten av undervisningsøkten sitter elevene på benker rundt bålet (figur 3). Elevene blir plassert i en kjent kontekst om steinalderen, som er et tema de har hatt om i undervisningen den siste tiden. Læreren og elevene har en samtale om hva elevene kan om steinalderen, før elevene får vite at det i skogen rundt dem finnes fem ulike sankesteder, hvor hvert sankested har én ressurs. Ressursene er: fisk, sopp, rype, blåbær og hare. Ressursene er plassert strategisk med tanke på å skape en reell kontekst, for eksempel vil det si at fiskene er i bunnen av en bakke, som blir beskrevet

som vannet, soppen er under et grantre og blåbærene i lyngen. Elevene blir presentert for de ulike sankestedene før de setter i gang, slik at de vet hvor de finner ressursene. Sankestedene blir presentert siden hensikten er at de skal nå den matematiske målkunnskapen og ikke bruke tid på å lete etter ressursene.

Matematisk tema

Videre i oppstarten rundt bålet får elevene et matematisk oppdrag som omhandler dobling og halvering. Oppdraget skal løses i steinalder-konteksten gjennom sanking. Hensikten er at undervisningsøkten skal dekke kompetansemålene «Eleven skal kunne doble og halvere» og «Eleven skal kunne dele opp og bygge mengder opp til 10, sette sammen og dele opp tier-grupper opp til 100» (Utdanningsdirektoratet, 2006). Slik nevnt i kapittel 2, ble undervisningsøkten planlagt og gjennomført før LK20 trådte i kraft, og bygger derfor på kompetansemålene fra den forrige læreplanen, LK06. Det matematiske temaet i undervisningsopplegget kan likevel kobles til kompetansemålet «Ordne tall, mengder og former ut fra egenskaper, sammenligne dem og reflektere over om det kan gjøres på flere måter» og «Utforske og beskrive generelle egenskaper ved partall og oddetall», i den gjeldende læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Ut fra planleggingsdokumentet til undervisningsøkten kommer det fram at kriteriene for måloppnåelse er at elevene skal kunne bruke begrepene dobling og halvering og forklare strategiene for dobling og halvering av tall. Det kommer frem i lydopptaket fra planleggingsfasen av undervisningsøkten at noen av elevene er kjent med dobling og halvering fra tidligere. Likevel konkluderer lærerne med at temaet er relevant, fordi elevene kan utvide forståelsen sin gjennom å høyne tallene og å utforske oddetall.

Oppgave



Figur 4: Oppgaveark.

Elevene får et oppgaveark som illustrerer hvilke tre ressurser de skal sanke og hvilke av dem som skal dobles og halveres (figur 4). Hvilke ressurser som er avbildet på oppgavearket varierer, men oppsettet er likt. Elevene velger selv et vilkårlig tall som

utgangspunkt når de skal sanke. Tallet blir skrevet i den oransje ruten (figur 4). Ut fra tallet elevene velger må de innad i gruppen bli enige om hvor mye de skal sanke av hver ressurs. For eksempel, hvis de bestemmer seg for tallet 10, da må de hente 10 sopp, det dobbelte antall fisk (20) og halvparten antall ryper (5) og legge i skinnposen sin. Når de har gjort det skal de returnere til læreren ved bålplassen, vise fram det de har sanket og forklare hvordan de har tenkt. Deretter får de et nytt oppgaveark med ressurser de skal sanke og velger et nytt tall som utgangspunkt.

Oppgavearket blir forklart for elevene rundt bålet i oppstarten og skal fungere som en huskelapp i sankingen av ressurser, slik at de vet hvilken ressurs som skal dobles og hvilken som skal halveres. På de ulike sankestedene ligger to forskjellige typer laminerte ark med ressursen på, enten én eller ti (figur 5). Det gir elevene mulighet til å kombinere enere og tiere, avhengig av hva de skal sanke.



Figur 5: To ulike typer laminerte ark på sankestedene, ener og tiere.

3.3 Datamaterialet

I kvalitative studier er innsamling av flere typer data med på å gi dypere innsikt i miljøet (Creswell & Creswell, 2023, s. 200-201). Jeg har tilgang på videomateriale, lydopptak og observasjonsnotater tilhørende utprøvingene. Datamaterialet består også av undervisningsøktens planleggingsdokument, lydopptak fra planleggingen av undervisningsopplegget og lydopptak av refleksjon i etterkant av utprøvingene. Mangfoldig datamateriale kan ifølge Postholm og Jacobsen (2018) bidra til å få fram forskningsdeltakernes meninger og forståelse (s. 107). Forskeren har ikke direkte tilgang på deltakernes forståelse og meninger, men må forsøke å skaffe det gjennom undersøkelser. Undersøkelser vil alltid forstyrre deltakerne på grunn av forskernes nærhet og eller distanse til forskningen. Nærhet til forskningsdeltakerne er viktig for å danne forståelse, samtidig som det kan være fare for at forskeren blir for subjektiv. Avstand til deltakerne kan være fordelaktig dersom fokuset er på fellestrekk, mønster og sammenhenger, men det er også risiko for at forskningen kan bli virkelighetsfjern. En god blanding mellom nærhet og distanse til forskningsprosessene vil kunne styrke studien. Mangfoldig datamateriale vil kunne bidra til å danne et mest mulig korrekt virkelighetsbilde.

For å besvare problemstillingen min var lydopptaket fra planleggingen og videomaterialet fra de to utprøvingene av undervisningsopplegget mest relevant. Lydopptaket fra planleggingen ga meg et innblikk i hva som var tatt høyde for i forkant og hvilke vurderinger som var gjort med tanke på å skape et utforskende undervisningsopplegg.

Videomaterialet fra utprøvingene av undervisningsopplegget, særlig elevenes gopro'er, videokamera som var festet på hodet til enkeltelever, ga meg et innblikk i hvordan det didaktiske miljøet påvirket dem i utforskingssyklusen. Triangulering av datakildene fungerte utfyllende overfor hverandre, siden de ulike kildene til data har forskjellige styrker og svakheter.

3.3.1 Audiovisuelle medier

Dataene til dette forskningsprosjektet besto av en god del audiovisuelle medier, i form av video og lyd. Fordelen med denne typen materiale er at den gir direkte tilgang på deltakernes virkelighet, særlig video gir forskeren flere elementer å støtte seg på (Creswell & Creswell, 2023, s. 201). Denne typen data kan ses på og lyttes til gjentatte ganger, likevel kan dataen være utfordrende å tolke og samtidig unngå å overtolke. Forskeren må i tillegg være påpasselig når det kommer til bevaring av etiske aspekter, noe jeg kommer tilbake til i kapittel 3.6.

Videoopptakene i denne studien ble gjort utendørs mens elevene var i aktivitet, noe som kan ha påvirket hvor mye av elevsamtalen som ble fanget opp av mikrofonene. Under oppstart og avslutning av undervisningsøkten var elevene samlet rundt et bål hvor en lærer ledet samtalen. Rundt bålet var det et fastmontert kamera i fugleperspektiv for å gi oversikt over samlingsstedet (se X på figur 3). Når elevene satte i gang med oppgaven fikk to enkeltelever på hver sin gruppe, bestående av 3-4 elever et videokamera på hodet. Det positive med elevperspektiv er at det gir forskeren mulighet til å se og høre hvordan elevene løste oppgaven og observere samhandlingen mellom elevene. Lyden i videoopptakene var i noen tilfeller utfordrende å fange opp. Det forekom i situasjoner hvor gruppen ikke forflyttet seg samlet til neste sankested, eller at noen gruppelemmer resonnerte på vei til neste sankested, uten at eleven med gopro var nær nok til at mikrofonen fanget opp lyden. Det samme gjaldt dersom eleven med gopro var ufokusert, for eksempel så andre steder, ikke var vendt i retning av de som snakket eller kommuniserte med en annen gruppe. En annen utfordring med videokameraene i en utendørskontekst var kaldt vær. Kulden resulterte i at noen av videoopptakene fra elevenes gopro ble mangelfulle, fordi kameraene tidvis hang seg opp ved å låse bilde og lyd. Lydopptakene kommer fra de ulike stedene elevgruppene kom til for å sanke og fanget dermed opp noe av diskusjonen som omhandlet antallet lapper de skulle sanke for å løse oppgaven riktig. Det var tidvis utfordrende å skille stemmene og elevgruppene fra hverandre dersom jeg bare støttet meg til lydopptakene. Samtidig kan lydopptakene fra sankestedene fungere komplimenterende på de videoopptakene hvor lyden er litt uklar.

Forskernes tilstedeværelse og videokamera kan ha vært et forstyrrende element for deltakerne (Creswell & Creswell, 2023, 201). I videomaterialet kommer det til syne at enkelte av elevene var mer påvirket av kameraets tilstedeværelse enn andre. Det sier jeg på bakgrunn av at enkelte elever tullet til kameraet, lagde grimaser til det eller snakket om det. Samtidig så det ut til at noen av elevene etter hvert glemte tilstedeværelsen av kameraet. En av årsakene til at det kanskje var utfordrende å få det til å være en naturlig setting, er at kameraene var plassert på elevenes hoder. Det gjorde kameraet synlig, både for elevene selv og for medelevene. Kameraet kan dermed ha vært en påvirkende faktor på elevenes arbeid. En annen mulighet for innsamling av videomateriale kunne vært å ha kameraet festet på sankestedene, slik som rundt bålet i oppstart og avslutning. Sett fra en annen side kunne det da blitt utfordrende å fange opp all elevkommunikasjon og resonnement, da mye av det forekom på vei fra det ene sankestedet til det andre. Dersom noen skulle sprunget rundt elevene med videokamera, ville trolig det også vært et forstyrrende element og tatt mye av oppmerksomheten bort

fra den faktiske oppgaven. Med det tror jeg ikke det er noen alternativ som ville vært bedre og mindre forstyrrende for elevene, som samtidig skulle klart å fange opp mest mulig av elevkommunikasjon og elevenes løsningsstrategier.

3.3.2 Observatør

Observasjonen av utprøvingene av undervisningsopplegget var semistrukturert. Et kjennetegn på semistrukturert observasjon er at det blir utarbeidet et observasjonsskjema bestående av forhåndsbestemte fokusområder for observasjonen (Creswell & Creswell, 2023, s. 203). Samtidig bør det lages rom for observatørene til å skrive frie notater under den utarbeidede tabellen, slik vi kan se er gjort i observasjonsskjemaet tilhørende denne undervisningsøkten (vedlegg 1).

Det sto én til to observatører med observasjonsskjema ved de ulike sankestedene i skogen (se figur 3). Det finnes ulike måter å være observatør på. Postholm og Jacobsen (2018) beskriver Golds inndeling i fire ulike observatørroller: deltaker-som-observatør, fullstendig deltaker, fullstendig observatør og observatør-som-deltaker (s. 115-116). Fullstendig deltaker innebærer at forskeren er deltakende i det som observeres, for eksempel en lærer som observerer egen undervisning. En fullstendig observatør har stor avstand til og er ikke deltakende i det som studeres. I observatør-som-deltaker er forskeren mest observatør og deltar ikke i situasjonen som observeres. I denne observatørrollen kan ikke observatøren svare på spørsmål som er relevant for det som studeres. Deltaker-som-observatør innebærer at observatøren deltar i situasjonen som observeres, men har en observerende rolle i deler av situasjonen. De ulike observatørrollene bestemmes av i hvor stor grad observatøren er deltakende i forskningen og observatørens nærhet til forskningen.

Det kommer ikke fram i datamaterialet at planleggerne har avklart hvilken observatørrolle observatørene skal ha. Det kommer til syne i datamaterialet, ved at noen av observatørene er observatør-som-deltaker og svarer ikke på oppgaverelaterte spørsmål, men er vennlig og imøtekommende når elevene oppsøker dem. Samtidig er det noen observatører som veksler mellom å være deltaker-som-observatør og fullstendig deltaker, det kan tilsynelatende se ut til at det er lærerne på trinnet som inntar disse observatørrollene. Vekslingen mellom de to rollene skjer når elevene oppsøker dem på sankestedet og ber om hjelp til problemløsningen. Grunnen til vekslingen mellom observatørrollene kan komme av at de ønsker å veilede elevene til å nå målkunnskapen, samtidig kan det komme av elevenes tidligere erfaringer at de oppsøker en trygg voksenperson når de står fast i resonnementet. Utfordringen med det kan være at elevenes intuitive tankeprosess stopper opp og utforskningen uteblir. Styrker ved observasjon er at informasjon eller deltakerens oppdagelser kan registreres med det samme (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 113-114). Samtidig kan en observatør oppmuntre deltakerne til å ta de diskusjonene som kan være utfordrende. For eksempel i denne studien hadde den ene observatøren i ett tilfelle en styrkende rolle i form av å veilede elevene til å både mestre og forstå halvering av oddetall. Samtidig kan observatører ha en utfordrende rolle. I datamaterialet knyttet til denne masteroppgaven kan det se ut til at elevenes grad av relasjon til observatøren påvirker hvilken observatørrolle de ulike observatørene har. Det krever kunnskap for å være en god observatør, ikke ta for stor plass og forstyrre deltakerne, men heller ikke være helt passiv (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 113-114). En passiv observatør i møte med barn kan for barn oppleves kunstig og utfordrende.

3.3.3 Dokumenter

Dokumenter som observasjonsnotater og undervisningsøktens planleggingsdokument fungerer i dette forskningsprosjektet som kilder til data. Styrker med dokumenter som datamateriale er direkte tilgang på vektlagte elementer (Creswell & Creswell, 2023, s. 201). Det gir et klart bilde på hva hensikten og målet med økten er og hvordan det skal oppnås. Likevel har dokumenter noen begrensninger, de kan være ufullstendige eller unøyaktige og resultere i et mangelfullt bilde av virkeligheten, noe som var tilfellet i mitt datamateriale. Planleggingsdokumentet til undervisningsøkten var mangelfullt og lite utfyllende. Utfordringen er at intensjonen med undervisningsopplegget måtte tolkes mer enn hva som var ideelt. Samtidig fungerte det skriftlige planleggingsdokumentet og dokumentene med observasjonsnotater komplementerende på lydopptaket fra planleggingen av undervisningsopplegget. Trianguleringen var viktig for å gi meg et bredere bilde av hva som var intensjonen og hensikten med undervisningsøkten. Det samme gjelder observasjonsnotatene, de var korte og mangelfulle, men hadde en komplimenterende funksjon på hoved-datakildene, som var videoopptak og lydopptak.

3.4 Analysemetode

Å analysere kasusstudier handler om å finne mening i datamaterialet og danne en forståelse for kasuset som studeres (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 157-158). Forståelse for kasuset kan bidra til å gi mening til andre kasus. For å danne en forståelse kan det ikke bare ses på helheten, forskeren må også sette seg inn i deltakernes situasjon og handlinger. Ofte er analyseprosessen i kasusstudier preget av forskerens intuitive prosesser, nysgjerrighet og kreativitet, noe som kommer til syne i neste delkapittel.

Analyse av kasusstudier innebærer detaljerte beskrivelser av omgivelsene til elevene, som etterfølges av dataanalyse i henhold til problemstillingen (Creswell & Creswell, 2023, s. 196-197). Omgivelsene til elevene ble beskrevet i kapittel 3.2.2. For å besvare problemstillingen analyseres datamaterialet i lys av IBL-modellen og miljøbegrepet fra TDS. Valget av teoretisk rammeverk fungerer som et sett med briller og vil ha noe å si for utfallet av forskningen. Hadde annet analytisk rammeverk blitt benyttet, ville resultatene sett annerledes ut.

3.4.1 Abduktiv analyse

I denne studien er det gjort en abduktiv analyse for å besvare problemstillingen og forskningsspørsmålene. En abduktiv tilnærming innebærer en pendling mellom teori, empiri og forskerens perspektiv (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 102-103). Det er verken en ren deduktiv eller en ren induktiv tilnærming, men en kontinuerlig prosess hvor oppdagelser og undringer leder til nye undersøkelser. Til å begynne med i denne studien forsøkte jeg å finne spor etter kjennetegnene på IBL i datamaterialet fra utprøvingene. Funnene ledet til nye undringer omkring hvordan konteksten påvirket utforskningen til elevene og deres mulighet for å nå det matematiske målet. Det førte til at datamaterialet ble analysert i lys av begrepet didaktisk miljø knyttet til TDS. Tanken var å undersøke hvordan miljøet tilknyttet TDS støttet elevene i utforskingssyklusen, som er et av elementene i IBL-modellen.

Jeg startet med å sette meg inn i teorien for kjennetegnene på IBL. Deretter så jeg gjennom alt datamaterialet tilhørende undervisningsopplegget om dobling og halvering. Det ga meg ett innblikk i hva som kunne være interessant å undersøke nærmere. Så gjennomgikk jeg datamaterialet på nytt og noterte ned hvordan elevene uttrykte dobling og halvering, fordi det ga meg et innblikk i elevenes matematiske måloppnåelse. Jeg

skrev samtidig ned notater med refleksjoner omkring gjentakelser, overraskende observasjoner, sammenhenger og mønster. Deretter begynte jeg transkriberingen. Selv om datamaterialet allerede var samlet inn ble transkripsjonen gjort av meg.

Transkripsjon av datamaterialet

Transkripsjon av video, som er et tredimensjonalt datamateriale, til et todimensjonalt materiale kan være krevende (Clark et al., 2021, s. 478-480). Utfordringen kan være å få med gestikuleringer, ikke-verbal kommunikasjon, hvordan elevene tar i bruk miljøet og benytter det materielle miljøet. Det er derfor umulig å skape en komplett transkripsjon som helt og holdent gjenspeiler virkeligheten. En forutsetning for å sikre validitet er å legge ved en detaljert beskrivelse av hvordan den bestemte transkripsjonen er gjennomført. For å få med det tredimensjonale i datamaterialet, har jeg benyttet denne transkripsjonsnøkkelen:

Kode:	Betydning:	Eksempel:
[...]	Kommunikasjon omkring temaet opphører, eller omhandler verken matematikken eller er relevant i konteksten.	Elevene snakker med en annen gruppe om hvorfor de ikke har kamera på hode.
...	Beskriver non-verbal kommunikasjon, ting de gjør med kroppen.	*Elevene peker på lappene*.
[... -]	Kommunikasjon anses ikke som relevant, men får fram kort hva som skjer i perioden som ikke er transkribert.	[... -Løser oppgaven]

Figur 6: Transkripsjonsnøkkel.

For å besvare problemstillingen er relevante utdrag fra datamaterialet transkribert detaljert. Jeg skiller mellom elevene ved å gi hver elev et pseudonym og unngår å benytte samme pseudonym i flere grupper. Jeg blander heller ikke transkripsjonene fra de ulike elevgruppene sammen, selv om videopptakene har forekommet parallelt i undervisningsøkten. Transkripsjonene vektlegger i all hovedsak verbal kommunikasjon. Likevel er elementer ved den non-verbale kommunikasjonen inkludert, slik transkripsjonsnøkkelen viser. Intensjonen er å fange opp mest mulig av utforskningen og samhandling mellom elevene.

Analyseprosessen

Analyseprosessen startet med at jeg tok utgangspunkt i IBL-modellen. Jeg forsøkte å knytte datamaterialet fra planleggingen av undervisningsaktiviteten til kjennetegnene på IBL. Hensikten var å få dypere innsikt i vurderingene som ble tatt av planleggerne i utformingen av undervisningsopplegget. Deretter gjorde jeg noen omformuleringer på IBL-modellen for å tydeliggjøre hvordan jeg skulle koble sammen teori og empiri (figur 7). Intensjonen var å se sammenhengen mellom faktorer som var vurdert i planleggingen og hvordan faktorene kom til uttrykk i utprøvingene. Utgangspunktet for analyse av datamaterialet fra utprøvingene av undervisningsopplegget ble dermed slik:

Ønsket utbytte <ul style="list-style-type: none"> • Oppsummer fra planleggingen. 	Lærerne <ul style="list-style-type: none"> • Oppsummer hvilken rolle lærerne hadde i økta.
Klasseromskultur <ul style="list-style-type: none"> • Hva skjer i økta? Er det dialog? Blir forslag og feil verdsatt av medelever og eller lærer? • Fungerer hensikten med konteksten, at alle skal føle eierskap og hensikt? Lar de seg engasjere? 	Elevene <ul style="list-style-type: none"> • Stiller de spørsmål når det oppstår kognitive konflikter? • Kan utforskingssyklusen identifiseres? • Samarbeider de? Lytter de til hverandre? Er samarbeidet slik det ble planlagt før utprøvingen av økta?
Læringsmiljøet <ul style="list-style-type: none"> • Hvordan fungerer oppgavene? Hvor selvstendig står oppgavene? Hvor åpne er oppgavene? • Hvordan fungerer hjelpemidler og ressurser? 	

Figur 7: Utgangspunkt for analyse av kjennetegnene på IBL.

Når jeg arbeidet med å analysere datamaterialet fra de to utprøvingene av undervisningsaktiviteten med utgangspunkt i denne tabellen, opplevde jeg at den ikke var dekkende nok. Jeg oppdaget at det didaktiske miljøet elevene omga seg med så ut til å spille en sentral rolle i utforskningen deres. Det synes jeg ikke kom tydelig nok fram ved å bare ta utgangspunkt i IBL-modellen. Jeg begynte derfor med å kategorisere datamaterialet basert på hva som så ut til hjelpe eller begrense elevene i utforskingssyklusen. På bakgrunn av oppdagelsene mine ønsket jeg å se nærmere på hvordan didaktiske valg som kontekst, konkretiseringsmaterieell og samarbeid påvirket elevenes utbytte av undervisningsøkten. Dermed så jeg muligheten til å knytte sammen modellen for kjennetegnene ved IBL med begrepet didaktisk miljø fra TDS. Det resulterte i at jeg analyserte hvordan miljøet ga elevene feedback underveis i utforskningen.

På bakgrunn av funnene er analysekapitlet todelt, kapittel 4.1 og 4.2. I første del av analysen har jeg, i tilknytning til intensjonen med det studerte undervisningsopplegget, funnet tre overordnede kategorier på kjennetegn ved IBL: klasseromskultur, elevene og læringsmiljø (figur 8). De tre kategoriene deles inn i fem underordnede koder: eierskap og formål, samarbeid, åpne oppgaver, utendørs og konkrete. I andre delen av analysen vokste det fram tre overordnede kategorier: bruk av kontekst, bruk av konkrete og samarbeidets påvirkning (figur 9). De overordnede kategoriene er delt inn i sju underordnede koder: engasjerende kontekst, innlevelse i kontekst, dobling av konkrete, konkrete for enere og tiere, utfordringer ved halvering av oddetall, feedbackpotensial i gruppesamarbeid og behov for lærerintervensjon for progresjon. I presentasjon av funnene i analysekapitlet har jeg presentert episoder jeg anser som representative for helheten av datamaterialet og episoder som skiller seg ut fra helheten. Hensikten er å få fram et helhetlig og balansert bilde av datamaterialet, slik at jeg danner et dekkende grunnlag for å kunne svare på hvordan utformingen av miljøet støtter elevene i utforskningen av de matematiske begrepene dobling og halvering.

3.5 Troverdighet

Studiers troverdighet er avhengig av gyldighet og pålitelighet. Det er viktig å reflektere over hvilke begrensninger studien har og hvordan forskeren kan være med på å påvirke forskningsresultatene (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 222-223). Disse refleksjonene er med på å si noe om forskningens gyldighet og pålitelighet, dette er med på å fremme

studiens troverdighet. Gyldighet deles i intern- og ekstern gyldighet. Intern gyldighet vil si at funnene er gyldige for kasuset som er studert, mens ekstern gyldighet sier noe om hvor overførbare funnene er til en annen kontekst. Pålitelighet omhandler hvorvidt funnene kan reproduseres av andre på et senere tidspunkt. Dersom tilfellet er at funnene kan reproduseres, er studien pålitelig. Vurdering av påliteligheten i en kvalitativ studie anses å være krevende. Det kommer av at møte mellom forskerne, deltakerne og miljøet vil være forskjellig (s. 224). Mennesker er ulike og bærer med seg subjektiv, individuell kunnskap og teori. Et eksempel på kompleksiteten i denne studien kommer blant annet til syne i hvilken observatørrolle de ulike observatørene intuitivt trer inn i, siden observatørrollen ikke er avklart på forhånd.

For å styrke påliteligheten i en studie kan forskerens subjektivitet legges fram for å gi et større helhetlig bilde av forskerens kontekstuelle kunnskap (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 224). Det muliggjør at andre kan reflektere over forskerens påvirkning på forskningsprosessen. Det er relevant å reflektere over disse faktorene: relasjon mellom forsker og deltakere, om datamaterialet kan svare på problemstillingen, kontekst, utvalg og om alt det viktige er registrert (s. 225-228). Som forsker på datamaterialet tilhørende denne undervisningsøkten, kan det ses på både som en styrke og en svakhet at jeg ikke har deltatt i datainnsamlingsprosessen. Jeg har på ingen måte hatt muligheten til å påvirke datamaterialet og beholder derav avstanden til forskningsdeltakerne. På en annen side har jeg ikke den samme nærheten til datamaterialet, noe jeg kunne hatt, dersom jeg hadde vært en del av datainnsamlingsprosessen. Datamaterialet jeg benyttet var også innhentet i forkant av min studie, noe som vil si at designet på undervisningsøkten ikke var ment for å besvare akkurat min problemstilling.

Å kombinere ulike former for datainnsamling og datakilder er med på å styrke forskningens gyldighet og pålitelighet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 236). Gjennom triangulering av datamaterialet blir forskningsproblemet belyst på ulike måter (Creswell & Creswell, 2023, s. 193-194). De ulike formene for datainnsamling har sine styrker og svakheter. Ved å kombinere ulike datakilder kan enkelte av svakhetene unngås. Datainnsamlingen besto av åpne former, som vil si at deltakerne hadde mulighet til å dele fritt, uten forhåndssatte begrensinger. Basert på det mangfoldige datamaterialet hadde jeg mulighet til å kryssjekke mine oppfatninger gjennom å kontrollere dem med annet datamateriale. Et eksempel er at hvis jeg oppfattet noe på lydopptaket ved det ene sankestedet, hadde jeg mulighet til å se om jeg fant det samme utsnittet i videoopptakene. Det kan være med på å kvalitetssikre forskningen min og gjøre den mer troverdig. Selv om analysen blir påvirket av den som transkriberer, kan det være enklere å holde seg mest mulig objektiv dersom forskeren har mulighet til å basere seg på et rikt datamateriale. Det at jeg transkriberer datamaterialet selv kan altså være med på å påvirke analysen. I masteroppgaven har jeg forsøkt å ha rike beskrivelser av konteksten datamaterialet er samlet inn i, slik at det skal være mest mulig overførbart. Alt datamaterialet er lagret og tatt vare på, siden NTNUs forskningsprosjekt enda er pågående. Fordelen med det er at det kan etterprøves dersom det er ønskelig. Jeg har ingen relasjon eller tilknytning til forskningsdeltakerne. På bakgrunn av at jeg ikke har samlet inn datamaterialet selv, har jeg heller ikke påvirket datainnsamlingen. Derimot kan jeg som forsker ha farget dataanalysen, men jeg har i god tro forsøkt å være objektiv i min rolle.

3.6 Etikk

Etiske prinsipper skal ivaretas før forskningen finner sted, under forskningen og i sluttrapporten av forskningen (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 246; Creswell & Creswell, 2023, s. 93-95). Det er en rekke etiske betraktninger en forsker må være klar over og ta hensyn til. Ulike etiske dilemmaer kan oppstå i forskningsprosessen, det er da viktig å reflektere over konsekvenser og ta stilling til det etiske rammeverket. Utgangspunktet for norsk forskningsetikk er: informert samtykke, krav på privatliv og krav på å bli korrekt gjengitt (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 246-253). Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora, kalt *NESH*, har utarbeidet et rammeverk for forskningsetikk. Særlig kapittel B, *hensyn til personer*, er relevant for denne studien. Det kapitlet handler blant annet om informert samtykke, beskyttelse av barn, anonymitet, lagring og deling av forskningsmateriale og verdier og handlingsmotiveer (NESH, 2021).

Lesson study-prosjektet har fått NSD- godkjenning før oppstarten av studien (vedlegg 2). Forskningen min faller inn under denne godkjenningen. Alle deltakerne ble informert og det ble innhentet samtykke fra foresatte og elevene før datainnsamlingen fant sted. Disse faktorene er med på å opprettholde det etiske forskningsaspektet, informert samtykke. I datainnsamlingen har jeg ikke hatt nærhet til deltakerne, men gjennom studering av et rikt datamateriale har jeg dannet meg et bilde av konteksten. De etiske prinsippene jeg har tatt særlig hensyn til med tanke på at jeg ikke har samlet inn datamaterialet selv, har vært i analyseprosessen og lagring eller deling av data. Det innebærer å være bevisst på å ikke forfalske data, ta side med enkelte av deltakerne og heller ikke bare trekke fram positive resultater som støtter min forskning. Jeg viser respekt for deltakernes personvern og anonymitet. For å ivareta deltagerens anonymitet er jeg påpasselig med å håndtere dataen på en forsvarlig måte, blant annet når det kommer til oppbevaring av datamaterialet og hvordan jeg bruker informasjonen. Hvilken skole elevene går på er ikke nærmere presisert enn at det er en skole i Midt-Norge. Alle deltagerne er anonymisert gjennom bruk av pseudonymer, det inkluderer elevene, lærerne og forskerne. Det betyr at utenforstående aldri vil kunne vite hvem for eksempel elevene er, men kjente som lærerne kan kanskje i noen tilfeller gjenkjenne dem.

3.7 Min rolle

Et viktig etisk prinsipp er at forskeren må reflektere over egen rolle i forskningsprosjektet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 133). Utfordringen av å ta del i dette forskningsprosjektet er nærhet til forskningen, siden datainnsamlingen har skjedd på et tidligere tidspunkt, uten at jeg har vært delaktig. Det at jeg ikke har relasjon til forskningsdeltakerne kan innvirke positivt på studien, i form av min uavhengighet. Det kan gjøre det enklere å være objektiv i forskningsprosessen. På en annen side kan mangelen på nærhet til data påvirke min forståelse av deltakernes sosialt konstruerte verden, noe som kan ha innvirkning på min analyse av datamaterialet. Samtidig som mangel på nærhet i datainnsamlingen kan være en svakhet, kan det også være en fordel at undervisningsopplegget er nøye gjennomtenkt og dokumentert av forskere ved NTNU og lærerne på trinnet. Hensikten min er ikke å vurdere om undervisningsopplegget er bra eller dårlig, men slik synliggjort i kapittel 1 og 2, er utforskende undervisning kompleks. På grunn av kompleksiteten er utvikling, utprøving og evaluering av undervisningssituasjoner nyttige. Med dette forskningsprosjektet ønsker jeg derfor å se nærmere på hva som fungerer i undervisningsopplegget, med mål om å videreutvikle forståelsen for utforskende matematikkundervisning.

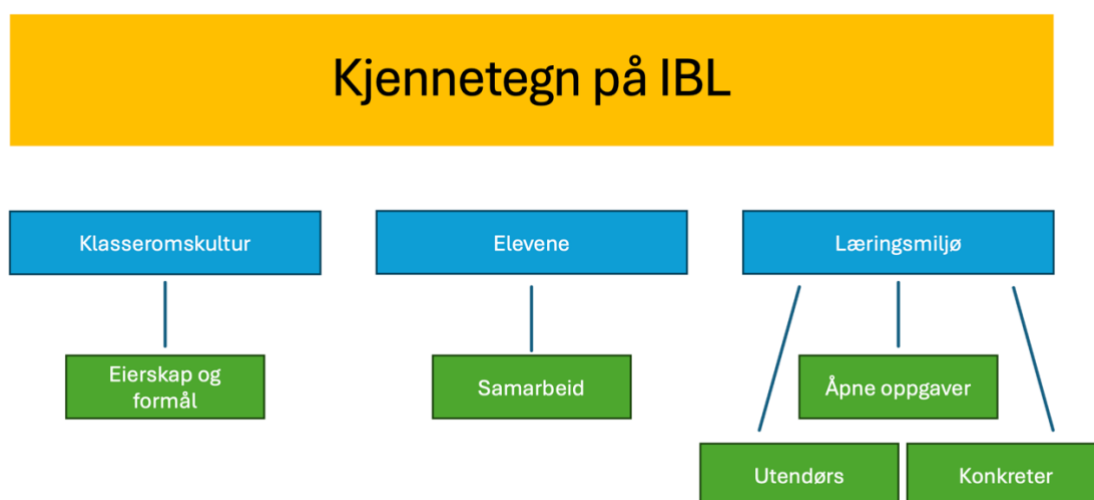
4 Analyse

I arbeidet med å svare på problemstillingen *Hvordan kan et IBL-inspirert klasserom legge til rette for at elever på 2. trinn får utforske dobling og halvering av tall?* sentrerer analysen seg omkring de to forskningsspørsmålene. For å svare på det første forskningsspørsmålet *Hvilke kjennetegn på IBL kan identifiseres i undervisningsopplegget?* har jeg analysert lydopptaket fra planleggingen av undervisningsøkten. I denne delen av analysen har jeg tatt utgangspunkt i IBL-modellen, siden den er hensyntatt av lærerne og forskerne i planleggingen. I den andre delen av analysen er fokuset på det andre forskningsspørsmålet, *Hvordan hjelper det didaktiske miljøet elevene i de ulike fasene av arbeidet?* De to utprøvingene av undervisningsopplegget er analysert i lys av miljøbegrepet og kjennetegnene på IBL. I denne delen av analysen er IBL-modellen fortsatt relevant, men jeg har sett modellen i sammenheng med hvordan det didaktiske miljøet, slik beskrevet i TDS, bidrar til elevenes utvikling av dobling og halvering som matematisk kunnskap.

4.1 Identifiserbare kjennetegn på IBL

I planleggingsfasen av undervisningsøkten hadde lærerne og forskerne en idemyldring med fokus på kjennetegnene ved IBL. De reflekterte rundt hvordan de skulle tilrettelegge undervisningsopplegget med fokus på kjennetegnene på IBL og å gi elevene maksimale forutsetninger for å nå læringsmålet dobling og halvering. Tatt utgangspunkt i kjennetegnene på IBL, fant jeg følgende tre kjennetegn som mest framtrødende i avgjørelser som ble tatt i planleggingen av undervisningsøkten: læringsmiljø, klasseromskultur og elevene.

Denne delen av analysen går i hovedsak nærmere inn på disse tre kjennetegnene. Selv om ikke alle kjennetegnene ved IBL kan identifiseres like tydelig, kan et undervisningsopplegg likevel være inspirert av IBL, siden det ikke er et krav at alle kjennetegnene er like framtrødende (Artigue & Blomhøj, 2013). Modellen under representerer funnene jeg har gjort i analysen av datamaterialet fra planleggingen.



Figur 8: Identifiserbare kjennetegn på IBL i det planlagte undervisningsopplegget.

De blå rektanglene er de overordnede kategoriene, knyttet direkte opp mot IBL-modellen. Underkategoriene, grønne rektanglene, konkretiserer hvilke elementer som blir diskutert av planleggerne og som jeg tolker er viktige for lærerne og forskerne, i utformingen av et IBL-inspirert undervisningsopplegg.

4.1.1 Klasseromskultur

Eierskap og formål

Tidlig i planleggingsfasen ble undervisningsøkten gjort tverrfaglig ved å knytte matematiske mål sammen med samfunnsfag. På tidspunktet undervisningsaktiviteten ble planlagt utprøvd, hadde elevene om temaet steinalderen i samfunnsfag. Dermed benytter de steinalder-temaet, til å planlegge en undervisningsaktivitet hvor elevene skulle nå den ønskede matematiske målkunnskapen, dobling og halvering. Det tverrfaglige temaet var gjennomgående i dialogen.

- Cato: Hvordan går det an å koble det til et steinalder-tema uten at det blir veldig kunstig?
- [...]
- Stine: Det går an å si at jeg er steinaldermor og dere er barna, dere får i oppdrag nå, at i dag skal dere skaffe mat.

Tidlig i oppstarten av planleggingen undrer Cato på hvordan steinalder-temaet kan benyttes, uten at det blir for kunstig. Hva Cato mener med kunstig er vanskelig å si. Basert på kjennetegnene ved IBL-modellen, kan det tenkes at han mener konteksten bør kunne kobles til virkeligheten for å være mest mulig reell, noe som kanskje kan bli vanskelig når steinalderen ikke kan kobles direkte til virkeligheten vi lever i nå. En time og ti minutter senere er planleggerne inne på at elevene skal settes inn i en kontekst hvor de lever som mennesker i steinalderen og skal sanke mat. Ut fra det Stine sier kan det tolkes som at de har kommet fram til at undervisningen skal legges opp som en form for rollespill, hvor elevene skal leve seg inn i en tildelt rolle. Elevenes oppdrag omhandler å sanke mat, noe jeg tolker som en måte å gi elevene eierskap, formål og ansvar overfor oppgaven. Det mener jeg gjøres ved at matematikken kobles til elevenes fantasi, siden de må forestille seg at de er i steinalderen, noe som kan skape engasjement og spenning.

4.1.2 Elevene

Samarbeid

Et kjennetegn ved IBL er elevenes rolle. Elevene skal blant annet samarbeide, stille spørsmål og forklare. Helt fra begynnelsen er planleggerne enige om at undervisningsopplegget må bestå av elevsamarbeid og at det er ønskelig å fange opp dialogen mellom elevene. Det forsøker de å tilrettelegge for i undervisningsøkten:

- Ole: Hvor mange grupper klarer vi å lage?
- Vidar: Det er 15 eller 16 hver klasse. Jobb sammen to eller tre da.

Stine: De bør kanskje være tre. Det blir veldig sårbart hvis du har noen som er veldig svak, og så er du den som blir sammen med dem.

Slik jeg tolker dialogen mellom Ole, Vidar og Stine, er alle enige om at elevene skal arbeide i grupper. Det kan kobles til aspektet samarbeid ved IBL-modellen. Hvordan gruppesammensetningen er, vil potensielt kunne gjøre utsalg på utprøvingen og utbyttet til elevene. Stine er inne på at det kan være krevende dersom de bare er to elever. Det tolker jeg som at hun mener et samarbeid mellom kun to elever, har mindre forutsetning for å lykkes i gruppesamarbeidet og kommunikasjon, enn om de er flere som kan spille på hverandres tanker. Slik de også diskuterer i planleggingen, er dialogen mellom elevene et viktig element:

Vidar: Det må jo skje en eller annen form for kommunikasjon mest sannsynlig, vært fall på noen av gruppene. Det går jo litt på å velge de gruppene man tror det kommer til å være litt prat også.

[...]

Stine: De kan være ganske like i type og nivå de som springer sammen.

Vi ser i dialogen at Vidar er opptatt av at elevene kommuniserer med hverandre. Vidar uttrykker at én måte å sikre kommunikasjon på er å velge strategiske grupper. Stine foreslår én måte å velge strategiske grupper på, som innebærer at elevene er på sammen matematiske nivå. Slik jeg tolker Stines innspill, kan det å sette sammen homogene grupper bidra til at ingen løser oppgaven på egenhånd, uten å inkludere medelever gjennom dialog. Jeg mener begge uttrykker at gruppesammensetningen bør være gjennomtenkt, men det kommer ikke fram i datamaterialet hva de konkluderer med.

4.1.3 Læringsmiljø

Åpne oppgaver

Åpne oppgaver er et kjennetegn ved IBL-modellen. Hvordan det skal utformes er det ikke et konkret svar på. Samtidig kan det se ut til at hva som anses som en åpen oppgave er uklart blant planleggerne av undervisningsaktiviteten. Noen utdrag fra planleggingen kan være med på å vise det:

Stine: De må jo få en modellering først, og en litt sånn oppskrift til hvordan de kan komme fram til det på egenhånd. Men ikke at de får bestemt, at slik skal de gjøre det.

Ved å modellere oppgaven slik Stine foreslår, vil elevene få en framgangsmåte på hvordan oppgaven kan bli løst. Samtidig understreker hun at de ikke trenger å gjøre det på samme måte som i modelleringen. Det tolker jeg som at hun mener elevene skal få illustrert én mulig framgangsmåte, men også muligheten til å velge en annen

framgangsmåte hvis elevene selv ønsker det. Jeg oppfatter det som viktig for flere av planleggerne at det skal benyttes ulike strategier blant elevene, deriblant Kornelia:

Kornelia: Når det kommer til matematikksiden, kommer det til å bli interessant å se hvilke strategier kommer til å bruke til å finne ut hvilke tall de får når de dobler og halverer.

Selv om utsagnet til Kornelia kommer mot slutten av planleggingen og det Stine sa i begynnelsen, gir de uttrykk for at de ønsker at elevene kommer med ulike løsningsstrategier. Slik Kornelia formulerer seg, tolker jeg det som at hun har en forventning om at ulike strategier vil oppstå i utforskingen. Videre snakkes det om hvordan oppgaven skal utformes:

Ole: Hvis de får posen med oppgaven og må velge et tall for den tingen.

Vidar: Det kunne vært en pose på hver plass. Hvis de hadde fått en pose og så skal de skaffe dobbelt så mye som det som er i posen, går det an?

Stine: Det blir ikke så åpent da, men det går an.

I dette utdraget blir det snakket om oppgavens åpenhet og hvordan selve oppgaven elevene får skal utformes. Her tolker jeg det som at Ole og Vidar har ulikt syn på hva en åpen oppgave er. Ole forklarer at elevene selv kan få velge tallet på oppgavearket, mens Vidar foreslår at de kan ha en pose tilhørende hvert sankested og at elevene skal finne det dobbelte og halvparten av tallet som tilhører den bestemte posen. Stine er åpen for forslaget til Vidar, men det kan se ut til at hun mener Ole sitt forslag bidrar til en mer åpen oppgave. Jeg tolker det som at de mener elevens mulighet til medbestemmelse på tallet, som skal plasseres i den oransje ruten (figur 4), er en av faktorene som bidrar til å skape en åpen oppgave.

Utendørs

Et viktig moment ved læringsmiljøet som ble diskutert var hvor undervisningsopplegget skulle gjennomføres. Det ble stilt spørsmål ved om det var hensiktsmessig å være ute eller om undervisningsopplegget like gjerne kunne gjennomføres inne.

Cato: Hva er fordel med at det er ute og ikke inne?

Ole: Er det ikke mer autentisk at vi er ute og jakter?

Vidar: Målet er jo at de skal kunne fantasere om at de er i steinalderen.

Kornelia: Samle inn mat ja.

Vidar: Målet er jo at man skal lage litt elevaktive økter da. Der det er litt fysisk bevegelse involvert i det dem gjør og. Slik at istedenfor at de alltid skal sitte ved pulten å gjøre noe. Legge litt mer til rette for de med mark i ræva.

Både Ole og Vidar har en tydelig formening om at undervisningen bør gjennomføres ute. De begrunner det i at det er mer autentisk knyttet til oppgavekonteksten om steinalderen, og at elevene i større grad får beveget kroppen sin. Vidar argumenterer for at det blir mer tilrettelagt for elevene med uro i kroppen, ved å gjennomføre undervisningsøkten ute. Spørsmålet Cato stiller tenker jeg er med på å synliggjøre effekten av valgene de tar. Det gir planleggerne mulighet til å reflektere over styrker og svakheter ved å gjennomføre økten ute. Jeg tolker det Ole sier som at det blir mer virkelighetsnært for elevene å faktisk være ute å sanke ressurser, istedenfor at de skal få samme oppgaven innendørs. Det kan tenkes at Ole mener matematikkoppgaven hadde blitt abstrakt igjen. Siden matematikken ofte oppleves abstrakt og konteksten hadde blitt noe de måtte tenkt seg til, istedenfor at de er til stede i konteksten og løser en oppgave.

Konkretiseringsmateriell

For at matematikken skal bli mindre abstrakt, er konkretiseringsmateriell et godt hjelpemiddel (Maaß & Artigue, 2013, s. 784). Selv om undervisningen skjer utendørs, anses konkretiseringsmateriell som viktig. Planleggerne kommer raskt til enighet om hvilket konkretiseringsmateriell som skal benyttes. Mye av planleggingstiden blir brukt til å finne ut av hvordan de kan forme undervisningsaktiviteten slik at de best mulig tilrettelegger for bruk av konkretiseringsmateriell.

Stine: Vi kan laminere noe å legge rundt omkring. Og så skinnposer.

[...]

Ole: Det er ikke sånn at vi trenger å klippe det ut eller noe, det kan jo bare være bilde av en fisk på en lapp. Det er veldig greit at de er laminerte ja, slik at de tåler å være ute.

For å holde seg til oppgaven om sinking, selv om det er vinter, velger de å laminere bilder av ressursene elevene skal sanke. Hensikten deres er å kunne gi elevene en følelse av at de faktisk henter noe, i tillegg til at de laminerte arkene kan benyttes for å utforske og å løse oppgaven. Det kan tolkes som at ressursene og skinnposene ikke bare er et hjelpemiddel i oppgaveløsningen, men også et element knyttet til steinalder-temaet. Likevel viser det seg å være et aspekt ved den utvalgte konkrete som kan være krevende:

Vidar: Går det an å starte der da. For å illustrere og vise, en type gjennomgang, hva er halvparten, slik at alle sammen skjønner halvparten og dobbelt av, som en intro med veldig greie tall som alle går opp i hverandre. Så kan de arbeide selv og velge tall som 3 og 5 og 7 og hva det nå skal være.

Ole: Nei det kan de ikke ha.

Vidar: Fordi?

Ole: Det er oddetall, du kan ikke ta halvparten av et oddetall.

Vidar: Du kan jo ta dobbelt så mye som et oddetall.

Ole: Men halvparten.

- Vidar: Nei, men hvis de velger da 7, så finner de jo ut av det.
- Ole: Jojo.
- Vidar: Sånn at ehh. Eller så må de lage en halv fisk da.

Vidar og Ole har en kort dialog omkring dobling og halvering av oddetall. Ole hevder at det ikke lar seg gjøre å halvere et oddetall. Jeg tenker Ole kan ha ment at elevene må holde seg til heltall for at tallene skal gi mening ut fra konteksten, ikke nødvendigvis at oddetall aldri kan deles i to. Vidar sier videre at elevene kan doble det, og at elevene selv vil finne ut av at de ikke kan halvere et oddetall, eventuelt kan løsningen være å ta en halv laminert lapp. Dialogen viser at planleggerne er oppmerksomme på utfordringer knyttet til halvering av oddetall, likevel virker det ikke som de kommer fram til en løsning på utfordringen dersom elevene møter på den. Slik jeg tolker oppgaven, anser jeg det som sannsynlig at elevene kommer til å arbeide med halvering av oddetall og derav møte på utfordringen knyttet til de laminerte lappene. Problematikken blir tatt opp igjen mot slutten av planleggingen:

- Kornelia: Jeg bare tenker tilbake, hvis noen velger oddetall da. Skal de få mulighet til å klippe eller dele i to, eller ikke?
- Ole: Ha en saks på lur hvis noen absolutt vil.
- Stine: Hadde ikke saks i steinalderen.

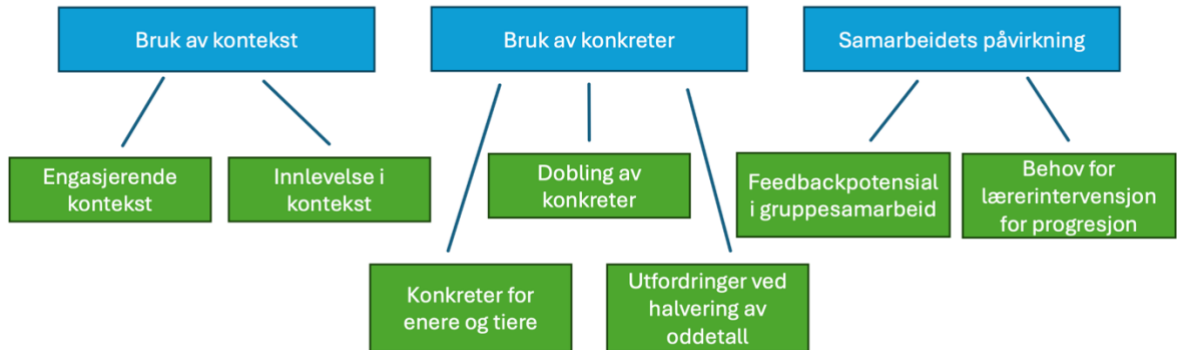
Her ser vi at Kornelia søker en løsning på utfordringen de har vært inne på tidligere, som også sannsynligvis vil oppstå blant elevene. Ole tenker det kan løses ved å klippe en lapp i to, mens Stine impliserer at det ikke samsvarer med konteksten. Jeg tenker at å benytte en saks for å løse utfordringen knyttet til halvering av oddetall er en enkel måte å løse utfordringen på, uten å måtte revidere konkretene og konteksten de har bestemt seg for. Samtidig tenker jeg at kommentaren til Stine også kan tolkes som en forkasting av forslaget til Ole. Det kommer ikke fram i datamaterialet at de konkluderer med en løsning på utfordringen knyttet til halvering av oddetall.

4.2 Miljøets feedbackpotensial

I denne delen av analysen ser jeg nærmere på hvordan miljøet er med på å hjelpe elevene til å løse matematikkoppgaven. Slik utdypet i kapittel 2.2.4, kan miljøet bestå av faktorer som: et problem eller oppgave, materiell, medelever, informativ tekst og elevenes tidligere kunnskap og erfaringer. Datamaterialet fra begge utprøvingene av undervisningsaktiviteten er analysert samlet. Samtlige elevgrupper mestret dobling og halvering av partall og oddetall, selv om de fleste også opplevde utfordringer knyttet til halvering av oddetall. Hvordan miljøet spilte inn på denne problematikken, skal vi nå se nærmere på.

I analysearbeidet for å besvare det andre forskningsspørsmålet vokste det fram noen koder, disse kunne systematiseres inn i tre overordnede kategorier: kontekst, konkrete og samarbeid. Underveis i kapitlet presenterer jeg hva disse kategoriene innebærer. Den følgende modellen er ment å gi en oversikt over hvordan analysen er bygd opp, i min undersøkelse av hvordan miljøet støtter elevenes utforskning av matematikk.

Miljøets feedbackpotensial



Figur 9: Miljøets feedbackpotensial i undervisningsopplegget.

De blå boksene viser de overordnede kategoriene som jeg mener har innflytelse på elevenes arbeid. De grønne boksene representerer de sju underordnede kodene og går enda mer konkret inn på hvilke elementer i miljøet som kan være til hjelp eller begrense elevenes arbeid.

4.2.1 Bruk av kontekst

Undervisningsopplegget knyttes til steinalderen og foregår i skogen. Konteksten legger opp til at elevene skal forestille seg at de lever i steinalderen og må sanke mat. Matematikken i undervisningsopplegget er knyttet til ressursene elevene skal sanke.

Engasjerende kontekst

Samtlige elever virker engasjert og ivrige etter å starte utforskningen av undervisningsaktiviteten. I oppstarten av undervisningsøkten er elevene samlet rundt bålet og læreren leder samtalen. Denne samtalen er tilnærmet lik i begge utprøvingene av undervisningsopplegget.

- Lærer: Er dere flinke til å forestille dere ting? For nå skal vi forestille oss at vi er tilbake i steinalderen. Hva vet dere om steinalderen?
- Eskil: De drepte dyr for å få mat.
- Mie: At de laget klær av skinnen til dyrene.
- Lærer: Hva tror dere de spiste annet enn dyr?
- Sofus: Grønnsaker.
- Lærer: Er det noen av dere som har vært ute på tur og hentet noe mat ute i naturen da?
- Karl: Blåbær.
- Lærer: Tror du de hentet blåbær i steinalderen?

Helt til å begynne med introduserer læreren at de skal forestille seg at de er i steinalderen. Slik nevnt tidligere har de arbeidet litt med steinalderen fra før av, dermed har de noe kunnskap om temaet. Læreren stiller spørsmål som kan tenkes er med på å hjelpe elevene til å sette seg inn i konteksten. Her snakkes det om hva elevene vet om steinalderen og deres egne erfaringer med sanking i naturen. Jeg tolker samtalen og spørsmålene som blir stilt, som en måte å fange oppmerksomheten til elevene og vekke interessen deres for det de snart skal gjøre. På denne måten får elevene anledning til å knytte egne erfaringer til hvordan de levde i steinalderen. Elevene skal forestille seg at de lever i steinalderen og får et oppdrag som innebærer å sanke mat.

- Lærer: I steinalderen så spiste de det de fant rundt omkring i naturen. Bodde de ved sjøen så spiste de det de fant i sjøen, bodde de i skogen så spiste de det de fant der. Å så flyttet de på seg når det ble lite mat en plass, da måtte de gå en plass de fant mer mat. Nå, er dere steinalderbarn. For barna de lekte seg i steinalderen, men de var og med å hente mat og hjelp til. Så nå skal dere ut å finne mat.
- Karl: Ekte mat?
- Lærer: Det var der vi skulle være flinke til å forestille oss da, fordi uti her, bakom uti der er det et flott fuglested, de fuglene heter rypere. De rypene, skal vi se om jeg har en. Rypene, en slik fugl. [... -Viser hvor alle sankestedene er]

At elevene blir plassert i en annen tid og får ansvaret for å sanke mat, tolker jeg som en måte å gi elevene eierskap og ansvar overfor oppgaven. Spørsmålet til Karl kan tolkes på to måter. Enten som et tegn på at han allerede lever seg inn i konteksten eller som et tegn på at det er krevende for han å forestille seg at han sanker mat, uten at det benyttes ekte mat som konkretiseringsmaterie.

Innlevelse i kontekst

Bruk av kontekst kan være med på å engasjere elevene. I dette undervisningsopplegget kom det blant annet til syne i måten de levde seg inn i det kontekstuelle miljøet:

- Ali: Vi tar fisk, det er nærmest.
- Elise: Halvparten av ti, det er fem. *går i «vannet» for å hente fisk*.
- Karine: Ikke gå ut i vannet da. Eliseee.
- Karine: Vi kan, vi kan *legger seg på kanten og strekker seg etter fisk*.
- Ali: Æææ, jeg har den.
- Karine til Elise: Du kan jo ikke gå ut i vannet da din tulling.
[... -Løser oppgaven]
- Karine: Husk på Ali og Elise, vi skal forestille oss at det er vann der, og vi skal jo ikke gå ut i vannet med de fine klærne våre.
- Ali: Jeg svømte.

Elise: Vi har jo ikke fine klær i gamledager.

I denne situasjonen er Karine tydelig opptatt av konteksten. Det kan virke som at Ali og Elise er bevisst på konteksten, men at det er viktigere for dem å løse oppdraget de har fått. Engasjementet deres kan være påvirket av konteksten, og kanskje særlig for Karine kan det tolkes som at hun oppfatter undervisningsaktiviteten som lek. Det at Karine legger seg på kanten og strekker seg etter de laminerte lappene, kan være et tegn på at det matematiske aspektet forsvinner litt i skyggen av konteksten. Elise derimot går i det imaginære vannet, uten å gi uttrykk for at det er et problem. Det tolker jeg som at konteksten ikke begrenser Elise fra å løse den matematiske oppgaven.

4.2.2 Bruk av konkreter

Den designede oppgaven legger opp til at elevene er nødt til å ta i bruk de laminerte lappene for å innfri kravene til oppgaven. Jeg har sett på situasjonene hvor elevene benytter konkretene og sett etter både episoder som er gjentakende og episoder som skiller seg ut.

Dobling av konkreter

Alle elevene mestret å doble det tallet de hadde som utgangspunkt og å ta med seg riktig antall lapper i posen sin. De fleste gruppene regnet ut hva det dobbelte var, før de plukket med seg riktig antall av ressursene. Et eksempel på det er en elevgruppe som skulle doble tallet ti:

Karoline: Hvor mye blåbær skal jeg plukke opp?
Gustav: Bare ta to tier-blåbær.
Gustav: Okei, hvor mange blåbær er det *peker på en tier-lapp*?
Karoline: Ti *Teller alle blåbærene som er avbildet på tierlappen*.
Gustav: Flott, da tar vi den.
Karoline: Og den, da har vi tjue.

Karoline plukker først opp en lapp og teller at det er avbildet ti blåbær på den, så sier Gustav at de kan ta den, og Karoline plukker med seg en til, lik lapp, og sier at de da har tjue. Det kan tolkes på to måter, at Karoline følger det Gustav sa om å ta «to tier-blåbær» eller at hun har resonnet seg fram til at ti pluss ti er tjue, og at det dermed må være riktig å ta med seg en lapp til. Jeg tenker også at det kan kobles til oppstarten av økten, hvor de avklarer at det dobbelte betyr å ta det samme en gang til. Eller så kan det være at Karoline følger resonnementet til Gustav om at det er «to tierblåbær», og selv underbygger det resonnementet med at det dobbelte av ti er tjue.

Konkreter for enere og tiere

Rundt bålet har læreren vist elevene et eksempel på konkretene som møter dem ved de ulike sankestedene. Likevel utarter følgende dialog seg for flere av gruppene i begynnelsen av utforskingen når de ser lappene på sankestedet:

Ali: En stor.

Elise: Her var det mye sopp.

Karine: Nei, vi må lete etter åtte.

Elise: Ja.

De alle begynner å telle antall sopp på tier-lappene

Elise: Alle er ti. Alle er ti, så da må vi ta en og en sopp.

Karine: Nei, vi må først lete etter åtte.

I denne situasjonen har gruppen på forhånd, før de ankom sankestedet, blitt enige om hvor mange sopp som skal sanke. Ali legger først merke til ener-lappene, i hans henvendelse til den store sopp. Karine sier de må lete etter en med åtte. Det tolker jeg som at hun ikke har fått med seg i oppstarten at lappene består av enten én ressurs eller ti (figur 5). Etter telling på noen ulike tier-lapper, konkluderer Elise med at det er ti sopper på hver av lappene, som har avbildet mer enn én. Jeg tolker det som at antallet på lappene ikke er tydelig nok for elevene, kanskje særlig til å begynne med. Ut fra målet med undervisningsopplegget, tenker jeg det er et bevisst valg fra planleggerne at lappene henger sammen med posisjonssystemet, enerplassen og tierplassen. Likevel ser det ikke ut til at støtten i konkretene er åpenbar for elevene. Etter at elevene har konkludert med at det er lapper med ti eller én, oppstår følgende kommunikasjon mellom dem når de skal doble tallet seks, før de kommer til sankestedet:

Elise: Det er 12.

Karine: Ali, $6+6$ er 12.

Ali: Så det blir 12 ryper.

Karine: Da trenger vi bare en tier-lapp og så to andre.

Karine resonnerer seg fram til at de kan ta en tier-lapp og to ener-lapper og at det vil være lik tolv. Denne løsningsmetoden er ikke unik for denne elevgruppen. Mange av de andre gruppene hadde også konkludert med hva de skulle sanke på vei til sankestedet. Det samme gjelder når det kommer til å plukke med seg tier- eller ener-lapper. Dersom tallet var ti eller høyere sanket de tier-lapper tilsvarende sifret på tierplassen og ener-lapper tilsvarende sifret på enerplassen. Det tolker jeg som at elevene på alle gruppene hadde kontroll på enerplassen og tierplassen.

Utfordringer ved halvering av oddetaill

Tre av de fire gruppene det ble gjort opptak av valgte etter hvert et oddetaill. Felles for alle gruppene var at de reagerte slik som Ole i planleggingen av økta, at det ikke går an å halvere oddetaillet. Likevel med ulik grad av veiledning, mestret elevgruppene halveringen etter hvert. I situasjonen under står en elevgruppe ved sankestedet for tallet fem, de er på vei bort til sopp hvor de skal halvere femtallet:

Gustav: Sopp, halvparten av fem, hva er halvparten av fem?
Karoline: Halvparten av 5 det er jo 10, da må vi ha ti sopper.
Othelia: Nei, halvparten av fem, da må vi dele opp den tredje.
Gustav: Det går ikke, to og tre.
Karoline: Det er så vanskelig.

Både Gustav og Karoline virker usikker på halvering. Karoline dobler først, før hun blir korrigert av Othelia. Likevel ser det ut til at det er en resonnering Gustav og Karoline ikke forstår. Gustav foreslår å dele fem i to grupper, men de vil ikke bli like store. Karoline uttrykker at problemet er vanskelig, det tenker jeg kan komme av at det i oppstarten ble sagt at halvering var å dele inn i to like store grupper og at hun ikke klarer å se for seg hvordan det kan gjøres i miljøet hun befinner seg i.

Karoline: Men det går jo ikke an.
Othelia: Hva da?
Karoline: Å dele fem.
Othelia: Jo det går an. Hvis vi tar to på hver side, og dele en i to, og da går det an til å dele den.
Karoline: Da trenger vi jo en halv lapp.
Othelia: Nei.

Det kan tenkes at Othelia forsøker å forstå hva Karoline opplever som problematisk ved at hun stiller et oppfølgende spørsmål. Når Othelia sier «hvis vi tar to på hver side, og deler en i to» er det vanskelig å vite om hun ser for seg lappene eller har et mentalt bilde på hvordan hun kan løse oppgaven. Det kan tenkes at Othelia løser oppgaven uavhengig av konteksten, siden hun ikke er enig i at de trenger en halv lapp, selv om hun nettopp har sagt at en kan deles i to. Slik jeg tolker det oppstår det en epistemologisk hindring når Othelia skal overføre kunnskapen hun har omkring halvering av oddetall til de laminerte lappene. Det kommer til uttrykk også når de ankommer sankestedet for sopp:

Observatør: Hva var det dere lurte på?
Karoline: Fem kan ikke deles, og så trenger vi halvparten av fem.
Observatør: Hvordan skal dere få laget halvparten av en sånn en da? *peker på en lapp*.
Karoline: Da må vi klippe den ene i to.
Observatør: Bare bøy den, brett den i to.
Karoline: Sånn hva skal jeg gjøre nå da? Sånn så må vi brette en til.
Othelia: Nei fordi, det er jo en der og en der *peker på hver side av lappen som er brettet*.

Karoline mener fortsatt at fem ikke kan deles. Tatt utgangspunkt i materiellet elevene har tilgang på, kan det tenkes at hun har rett. Karoline sitter med fem hele laminerte lapper, har lagt to i hver bunke og får ikke til å dele den siste lappen på de to bunkene. Når observatøren forklarer de at de kan løse det ved å bøye den ene lappen, ser det ut til at det skaper forvirring både hos Karoline og Othelia. Jeg tolker det slik at Othelia ikke får det til å gi mening å bøye en lapp og legge den i den ene bunken. Da ender de fortsatt med tre lapper i den ene bunken og to i den andre, noe som underbygger den intuitive tanken Gustav hadde helt til å begynne med. Likevel vet Othelia at det ikke er riktig. Det kan tenkes at Karoline har skjønt at det må være likt i begge bunkene. Hun foreslår at det må brettes en til, som kan legges i den andre bunken. Jeg tolker det slik at Othelia tenker at hvis de bretter en lapp til, vil de ha tre i hver bunke, og at 3 ikke er halvparten av 5, noe hun har rett i. Mens Karoline ikke aksepterer at det er likt i begge bunkene før hun har klart å uttrykke det med konkretene. Når Karoline har brettet lapp nummer fem, er det fortsatt bare en lapp, og ikke to. Karoline kan derfor ikke legge en mindre bit i hver av de to bunkene hun deler inn i.

I starten har Othelia rett i at fem kan deles, men konkretene ser ut til å forvirre henne. Hun sier at fem kan deles ved å ta to i hver bunke og dele den siste i to, slik at det blir en halv lapp til i hver bunke. Jeg tolker det som at det oppstår en epistemologisk hindring, fordi hun ikke får til å dele opp likt i de to bunkene med materialet hun har tilgjengelig.

4.2.3 Samarbeids påvirkning

Samarbeid er et viktig element både i IBL og miljøbegrepet. Hvordan elevene samarbeider varierer. Et sentralt funn i datamaterialet er at elevene søker til en voksenperson, i form av lærer eller observatør, når de står overfor en matematisk utfordring. I de aller fleste tilfellene er utfordringene knyttet til halvering av oddetall.

Gruppesamarbeidet gir feedback

Samhandling med andre gir rom for diskusjon, forklaring og argumentasjon (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 802). Dersom elevene aktivt lytter til hverandre kan samhandlingen ha potensiale til at elevene kan veilede hverandre i utforskningsfasen gjennom respons.

- Anniken: Halvparten av trettifem, okei. Vi tar det helt med ro, og så ja. Halvparten av tre det er en og en halv ikke sant. Og da, halvparten av fem det er to og en halv. Det blir to og en halv pluss en. Okei, to pluss en, fire.
- Josef: Nei. Vi skal ha halvparten av trettifem, da blir det femten, femten, så seksten og så sytten, så da blir det sytten og en halv.
- Anniken: Eehm, sytten pluss sytten da hva blir det?
- Josef: Det blir sytten og en halv, det kan jeg faktisk garantere. *springer til neste sankested*

Dialogen mellom Anniken og Josef er et eksempel på hvordan elevene har mulighet til å korrigere hverandre. Anniken har et tydelig resonnement, som viser at hun har forståelse for hva halvparten er. Det er riktig at halvparten av tre er en og en halv, og at

halvparten av fem er to og en halv. Problemet er at Anniken ikke skiller mellom verdien til sifrene på ener- og tierplassen og ender derfor opp med galt svar. Anniken får feedback fra Josef om at hun har gjort noe feil, men ikke hva som er feil. Josef sier nei og korrigerer resonnementet til Anniken, samtidig som han løser oppgaven ved å svare på hva halvparten av trettifem er. Det virker ikke som Anniken umiddelbart henger med på resonnementet til Josef. Anniken stiller oppfølgende spørsmål, noe jeg oppfatter som en måte å forsøke og forstå resonneringen hans på. Ut fra spørsmålet Anniken stiller kan det tenkes at hun vet at halvparten er det motsatte av det dobbelte. Likevel får hun ikke besvart spørsmålet hun stiller, siden Josef er bastant på at han har riktig svar og gruppen springer for å sanke det. Det tolker jeg som at Anniken ikke rekker å forstå hva Josef har tenkt før dialogen avsluttes av at han springer vekk.

Uten gruppearbeid kunne Anniken risikert å ikke fått feedback på eget resonnement og konkludert med at halvparten av trettifem er fire. Samtidig tolker jeg dialogen som at samarbeidet ikke fungerer optimalt, med tanke på feedback. Hadde Josef tatt seg litt bedre tid til å diskutere med Anniken, hadde hun kanskje oppdaget at hun nesten hadde resonnert helt riktig og forstått hvor i resonnementet hennes det gikk galt.

Behov for lærerintervensjon for progresjon

I ulike situasjoner oppsøker elevgruppene observatører, uten å først ha forsøkt å utforske utfordringen på egenhånd innad i gruppen. Gustav, Karoline og Othelia oppsøkte to ulike observatører for å løse utfordringen de sto overfor med halveringen av tallet fem. Den følgende dialogen oppstår på sankestedet de har hentet fem ressurser, før de beveger seg til sankestedet for å halvere tallet.

Gustav: Ja, fem er ikke en halvpart.
Gustav til observatør: Vi har et lite problem her.
Karoline: Fem kan ikke deles.
Gustav: Vi får ikke til å dele fem i to.
Othelia: Da må vi ha en halv en, som blir delt opp.

Gustav søker til observatøren og forteller at de har et problem, noe Karoline er enig i. Samtidig ser vi at Othelia har en oppfatning av hvordan de kan løse oppgaven. Gustav henvender seg til observatøren på sankestedet, før alle på gruppen har fått lagt fram sin tankegang. Det tolker jeg som en spontan respons på den matematiske utfordringen han møter på. Selv om Othelia har en tydelig formening trenger ikke voksenintervensjon å være bare negativ. Lærerintervensjon kan fungere veiledende, slik at elevene faktisk når den tiltenkte målkunnskapen. Veiledningen kan skje gjennom resonnerende spørsmål eller ved å hjelpe elevene i kommunikasjon når det kommer til å lytte til og forklare for hverandre. Når gruppen ankommer sankestedet for halvparten av fem søker de til en ny observatør:

Observatør: Hva var det dere lurte på?
Karoline: Fem kan ikke deles, og så trenger vi halvparten av fem.

- Observatør: Hvordan skal dere få laget halvparten av en sånn en da? *peker på en lapp*.
- Karoline: Da må vi klippe den ene i to.
- Observatør: Bare bøyy den, brett den i to.
- Karoline: Sånn hva skal jeg gjøre nå da? Sånn så må vi brette en til.
- Othelia: Nei fordi, det er jo en der og en der *peker på hver side av lappen som er brettet*.

I denne situasjonen kan observatøren ha en viktig rolle i form av regulering av det materielle miljøet. Observatøren fikk en respons hos Karoline på at de laminerte lappene ikke kunne deles. Slik jeg tolker det hindrer de laminerte lappene utforskningen til Karoline og Othelia, fordi de ikke skjønner hvordan materialet kan deles for å få halvparten av fem. Da starter observatøren med å stille et oppfølgingsspørsmål, det kan fungere bekræftende på resonnetet til Karoline om at materialet må deles eller få elevene til å resonner videre på hvordan de kan løse utfordringen de har identifisert. Karoline responderer med å si at de må klippe en lapp i to. Observatøren sier elevene kan bøye en lapp, noe jeg mener kan fungere bekræftende på resonnetet til Karoline og veiledende i form av at det ikke er en saks tilgjengelig. Jeg tolker veiledningen fra observatøren som en måte å forsøke og sikre det matematiske læringsutbytte til elevene. Samtidig basert på de to siste kommentarene til Othelia og Karoline virker de fortsatt ikke overbevist, selv etter at observatøren foreslo at de kunne brette en lapp.

5 Diskusjon

I diskusjonskapitlet vil jeg svare på problemstillingen og forskningsspørsmålene gjennom å diskutere funnene fra analysen i lys av teori og tidligere forskning. Funnene mine omhandler hvorvidt miljøet fungerer eller ikke, hva som fungerer og hvilke svakheter som oppdages. Jeg diskuterer om miljøet gir elevene nok støtte i de ulike fasene av utforskingssyklusen. Det blir diskutert ved å drøfte styrkene og svakhetene jeg har identifisert i analysen, samtidig vil jeg drøfte eventuelle endringer som kan gjøres for å styrke undervisningsopplegget og IBL-aspektet ved det. Jeg anser det som interessant å drøfte funnene mine, fordi det er utfordrende å skape et miljø som gir elevene passe med støtte og å lage en undervisningsaktivitet som omfavner flest mulig av kjennetegnene på IBL.

Funnene mine samsvarer med tidligere forskning gjort av Gholam (2019) og Sikko et al. (2012), det er krevende å lage utforskende undervisningsaktiviteter. I datamaterialet mitt fra planleggingen av undervisningsopplegget benytter forskerne og lærerne omkring to timer og ti minutter på planleggingen. Det at noen som har kunnskap om IBL benytter i overkant av to timer på å planlegge en IBL-inspirert undervisningsaktivitet, mener jeg sier noe om hvor krevende det kan være. Hensikten med drøftingen er ikke å kritisere undervisningsopplegget, men å få fram hvor komplekse utforskende undervisningsopplegg er å lage. Lærerne og forskerne som står bak undervisningsopplegget som er analysert og skal drøftes, er en del av en lesson-study studie ved NTNU. Jeg tenker åpner opp for at drøfting av undervisningsopplegget er akseptabelt. På grunn av kompleksiteten knyttet til utforskende undervisningsopplegg, anser jeg det naturlig at undervisningsopplegget må gjennomgå flere sykluser med planlegging, utprøving, evaluering og revidering, slik at det fulle potensialet i undervisningsaktiviteten skal oppnås. Dette samsvarer med utviklingsforskning, som designforskning og lesson-study (Cobb et al., 2016, s. 481; Fauskanger, 2019, s. 207).

For å svare på det andre forskningsspørsmålet mitt, *Hvordan hjelper det didaktiske miljøet elevene i de ulike fasene av arbeidet?* har jeg overordnet tatt utgangspunkt i de fem fasene i utforskingssyklusen. I lys av funnene mine, både når det kommer til kjennetegnene på IBL og miljøets feedbackpotensial, har jeg underveis drøftet hvordan miljøet påvirker elevene. Samtidig har jeg forsøkt å foreslå revideringer underveis som potensielt kan styrke undervisningsopplegget eller få fram andre aspekter ved det matematiske temaet dobling og halvering. Helt til slutt i diskusjonskapitlet vurderer jeg betydningen av egen studie og studiens kvalitet.

5.1 Miljøet i de ulike fasene av utforskingssyklusen

I denne delen av diskusjonen diskuterer jeg hvordan de ulike elementene av miljøet kan være til hjelp i elevenes utforskingssyklus for nå den matematiske målkunnskapen dobling og halvering. Utforskingssyklusen er et element i kjennetegnet *elevene* i IBL-modellen. Det er ifølge Bybee (2014), fem faser elevene skal gjennom i en læringsprosess. Jeg kobler dermed sammen et aspekt ved IBL og miljøbegrepet på en konkret måte, og drøfter hvilken innvirkning det didaktiske miljøet kan ha hatt på arbeidet til elevene i de ulike fasene.

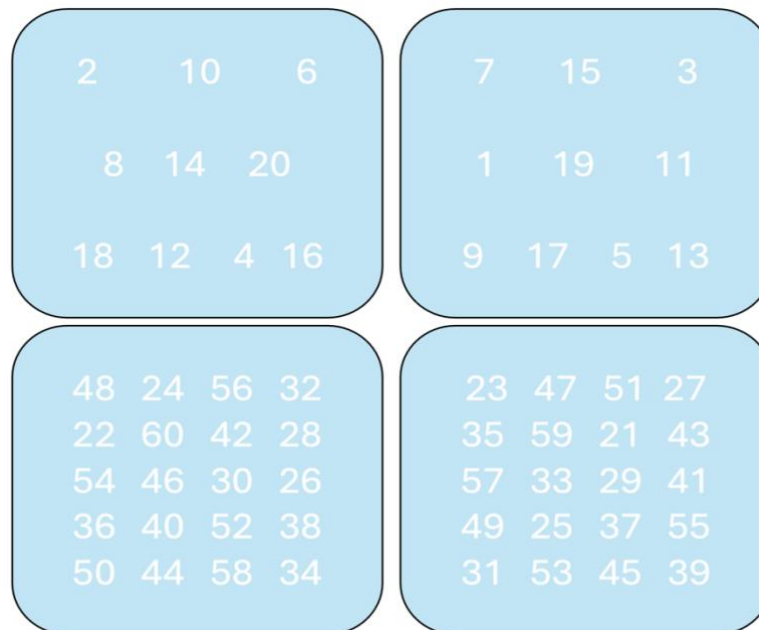
5.1.1 Fase 1- Engasjere

I IBL-aktiviteter anses det som viktig at elevene er engasjerte i arbeidet de skal gjøre (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 8). Slik funnene i kapittel 4.2.1 viser, lar elevene seg engasjere allerede fra starten rundt bålet. Elevene blir satt i en kontekst de har litt kunnskap om fra tidligere, noe som kan få oppgaven til å virke mer spennende. Dette samsvarer med funnene i tidligere forskning, som presiserer at hvis elevene kan knytte undervisningen til allerede etablert kunnskap, er det større sannsynlighet for at elevene er positive i møte med matematikken (Wæge, 2007, s. 211-212).

Konteksten blir av tverrfaglige hensyn satt til å omhandle steinalderen. Læreren både sier og gjentar at elevene skal forestille seg at de er i steinalderen, noe jeg mener får matematikkoppgaven til å være lekpreget. Lek er en arena elevene er kjent med. Gjennom å knytte sammen lek og matematikk får elevene mulighet til å utforske matematiske begreper aktivt i en kontekst de har erfaring med fra tidligere (Gasteiger, 2015, s. 257-258). Det kan gi elevene mulighet til å oppdage sammenhengen mellom matematikk og virkeligheten. Ved å trekke inn elementer av lek i undervisning av matematikk, kan elevene utvikle matematisk forståelse, samtidig som de opplever glede (Wæge, 2007, s. 211-212). Det tenker jeg kan smitte over til at elevene knytter positive assosiasjoner til matematikkfaget. For elevene kan steinalder-konteksten være med på å skape et formål eller en hensikt med matematikken. En kontekst som knyttes tilbake til noe barn anser som «gamledager» kan føre til at elevene går inn i en form for rollelek, ved at de er nødt til å sanke mat for å overleve. Det underbygges av dialogen jeg presenterte i kapittel 4.2.1, mellom Ali, Elise og Karine, hvor de diskuterer om hvorvidt de kan gå i det imaginære vannet eller ikke. Det kan være både styrker og svakheter ved situasjonen. Rollelek kan styrke undervisningen dersom elevene får utforske både kjente og nye elementer ved et miljø (Bjørklund et al., 2018, s. 471). Det kan også underbygges av forskningen gjort av Bruder og Prescott (2013), som viser til fordeler ved utforskende undervisning som: motivasjon, troen på egen mestring, bedre forståelse for matematikken og dens relevans i livet og framtiden (s. 819). Konteksten tenker jeg kan bidra med indre motivasjon og ønske om å mestre oppdraget de har fått tildelt, i tillegg til å øke engasjementet for undervisningsaktiviteten og matematikken. Samtidig mener jeg konteksten kan føre til at elevene glemmer at det er en matematikkoppgave de skal gjennomføre og et matematisk mål de skal nå. Da er risikoen at det matematiske aspektet i undervisningsøkten forsvinner i skyggen av leken. En utfordring som kunne ha oppstått er for eksempel dersom Elise ikke hadde valgt å gå i vannet, fordi Karine understrekte at hun ble bløt. Det kunne resultert i at elevene ikke fikk tak i de laminerte ressursene i vannet og hindret dem i å nå det matematiske målet. Resonnementet mitt underbygges av elementer i artikkelen til Bjørklund et al. (2018), som påpeker at det også finnes kritiske sider ved å blande undervisning og lek (s. 470). Matematisering av elementer i lek kan være hensiktsmessig, men læreren er nødt til å være bevisst på hvordan det gjøres (s. 478). Ett argument mot å blande matematikk og lek er barns rett til uforstyrret lek av voksne (s. 470).

Jeg mener et element som kan være med på å forsterke elevengasjementet er at elevene har noe medbestemmelse i oppgaven, ved at de selv får velge tallet de skal ha som utgangspunkt. Læreplanen vektlegger at elevene skal ha medbestemmelse (Utdanningsdirektoratet, 2020). Det er også et element jeg tenker kan kobles til IBL, gjennom at elevene får eierskap til oppgaven ved å i noen grad kunne påvirke oppgaveutformingen. I tillegg til at elevene får ansvar for å løse oppdraget om å sanke mat uten lærerintervensjon. Samtidig viser funnene mine at det kan se ut til at det er en

svakhet ved at eleven velger tall selv. Svakheten kommer av at det ikke er noe i miljøet som gjør at tallene blir mer utfordrende når de mestrer oppgaven og dermed er det ikke sikkert elevene oppnår den ønskede matematiske progresjonen. Oppgaven kunne blitt gjort mer utfordrende ved å gjøre tallet større, i tillegg til å sørge for at alle elevgruppene var innom både partall og oddetall. En måte å konstruere miljøet på for å sikre den faglige progresjonen og også opprettholde elevenes medbestemmelse, tenker jeg kunne vært at læreren lager ulike grupper med tall elevene kan velge mellom. Det kan kobles til didaktiske variabler i tilknytning til TDS. Slik nevnt i kapittel 2.2.4, er didaktiske variabler elementer læreren kontrollerer og justerer for å sikre læringsutbytte. Jeg foreslår at tallgruppene for eksempel lages slik:



Figur 10: Eksempel på hvordan grupperingen av tall kan se ut.

De ulike tallgruppene kan bestå av: partall fra 1-20, oddetall fra 1-20, store partall fra 20-60 og store oddetall fra 20-60. Tanken er at hver blå rute er et laminert ark, som elevene får velge ett tall fra. Da vil elevene fortsatt ha en form for medbestemmelse, noe som ser ut til å være en faktor for elevengasjementet, men læreren har i større grad mulighet til å sikre matematisk progresjon og mestring. Elevenes opplevelse av kunnskapsutvikling i en utforskende undervisningssituasjon, kan øke elevenes interesse for matematikk (Rocard et al., 2007). Jeg tenker at for å sikre kunnskapsutvikling er en mulighet i denne undervisningsaktiviteten å begynne med et partall mellom 1-20. Da er sjansen stor for at de fleste elevene opplever å mestre oppgaven, noe som kan øke elevenes motivasjon og utholdenhet i møte med mer krevende oppgaver (Wæge, 2007, s. 211-212). Når de mestrer en oppgave er det et tegn på at de har, eller er på vei til å skjønne det matematiske konseptet. Ved å ha forhåndsbestemte tallgrupper elevene kan velge fra, har læreren mulighet til å gjøre tilpasninger underveis. Evaluerer læreren at elevgruppen mestrer oppgaven de har gjennomført, kan elevene få velge mellom oddetall fra 1-20 som neste sankeoppgave, noe som trolig er mer utfordrende. På den andre siden, dersom læreren evaluerer og ser at elevene synes tallet de hadde var krevende, kan læreren la dem velge et nytt tall fra den samme tallgruppen i den neste sankingen. Da kan læreren tilrettelegge for at elevene opplever mestring, progresjon og i større grad sikre at flest mulig av elevene forstår det matematiske konseptet og selve løsningsprosessen. For at elevene skal utforske tallene og det matematiske konseptet

mest mulig selvstendig, tenker jeg det vil være fordelaktig at læreren ikke konkretiserer hva de ulike tallgruppene har til felles, men heller lar elevene oppdage det selv underveis.

Funnene i kapittel 4.2.2 og 4.2.3 viser at elevenes høye engasjement for oppgaven kan motivere dem, men også begrense læringsutbyttet deres. Kommunikasjon peker Artigue og Blomhøj (2013) på som et viktig aspekt i utforskende undervisning, for å forklare, vurdere og revidere ulike antakelser i læringsprosessen (s. 798-803). Slik synliggjort i kapittel 4.1.2, forventet lærerne og forskerne at elevene skulle samarbeide og kommunisere, noe som i utprøvingene viste seg å være varierende fra gruppe til gruppe. En årsak til lite kommunikasjon i utforskningen, i form av spørsmål og diskusjon mellom elevene, tror jeg kan være ønsket deres om å fullføre oppgaven og at elevene da aksepterer den første løsningen som blir foreslått. Løsningen er ikke nødvendigvis feil, men det er ingen garanti for at alle elevene har forstått veien til løsningen. I noen tilfeller er det kanskje ikke nødvendig med forklaring, for eksempel i innsamling av materiell på tallet de har som utgangspunkt i det oransje feltet (figur 4), eller dobling av tallet. Men funnene viser i kapittel 4.2.2 og 4.2.3, at mange elever gir uttrykk for at halvering av tall er utfordrende, særlig oddetall. I de tilfellene er det ikke alltid at spørsmålene elevene stiller blir besvart av medelevene. Jeg tenker som sagt, at én årsak kan være ønsket om å fullføre oppdraget og få et nytt tall. Når oppgaven er løst vil kanskje ikke elevene se det som nødvendig at alle på gruppen forstår løsningsmetoden, siden de trolig har funnet riktig svar. Det samsvarer ikke med læreplanenes fokus på matematisk forståelse og selve prosessen til målet, slik beskrevet innledningsvis i kapittel 1.1 (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Dersom tilfellet er at elevene bare aksepterer medelevers svar uten å forstå løsningsmetoden, strider det mot planleggenes ønskede utbytte av undervisningsopplegget. På denne måten kan det tenkes at engasjementet også er begrensende for elevene, selv om det ikke var intensjonen fra lærerne og forskerne som planla undervisningsopplegget. Jeg synes det er utfordrende å finne en annen måte å løse problematikken på, enn å prøve å sikre forklaring rundt bålet, slik planleggerne av undervisningsopplegget forsøkte på. Kanskje kunne det vært enda mer fokus på kommunikasjon i den selvstendige utforskningen innad i gruppene. For eksempel kunne oppgaven lagt opp til at elevene måtte skrive ned løsningsmetoden sin, før de forlot sankestedet. Da ville det være visuelt i form av tekst eller bilde for flere elever og de hadde vært nødt til å ta seg bedre tid for å argumentere for antallet de sanket. Det kunne gitt flere elever mulighet til å forstå løsningsforslaget, dersom den ene eleven på gruppen løste oppgaven på egenhånd.

5.1.2 Fase 2- Undersøke

Engasjementet blant elevene som er etablert i den første fasen har innvirkning på denne fasen, undersøkelse. Harlen (2013) understreker viktigheten av at elevene har en aktiv rolle i egen undervisning, noe jeg mener engasjementer kan bidra til.

Undersøkelsesfasen bidrar til at elevene får delta aktivt i egen læringsprosess, uten særlig grad av lærerintervensjon (Bybee, 2014, s. 10-11). Det er tydelig i datamaterialet at undersøkelsesfasen starter når elevene har valgt tall og de gruppevis skal ut å sanke. Her hjelper miljøet med støtte i form av elevsamarbeid, oppgave/problem, materiell og elevenes tidligere kunnskap og erfaringer.

Samarbeid kan lage rom for en positiv læringsopplevelse blant elevene. Lærerne og forskerne diskuterte slik nevnt i kapittel 4.1.2, ulike gruppesammensetninger i planleggingen. Stine ser fordeler med homogene grupper, mens Vidar ønsker å sette sammen heterogene grupper basert på hvem de tror kommer til å kommunisere godt.

Det er mulig å argumentere for både homogene- og heterogene grupper, da det finnes styrker og svakheter knyttet til begge delene (Kanika et al., 2023, s. 6366). I en homogen gruppe vil elevene være på omtrent samme matematiske nivå. Jeg tenker fordelen med Stine sitt forslag, er at de da blir nødt til å kommunisere for å klare å løse den matematiske utfordringen. Da kan det kanskje unngås at én elev tar styringen og løser oppgaven alene, uten at de andre på gruppen har forstått hva dobling og halvering innebærer. Studier peker også på at elever i en homogen gruppe ofte har en mer positiv læringsopplevelse (Kanika et al., 2023, s. 6376). Positive læringsopplevelser i matematikk tenker jeg kan øke elevenes interesse for faget, slik også Rocard et al. (2007) peker på er viktig. På den andre siden viser samme referanse om gruppesammensetning, at heterogene grupper presterer bedre (Kanika, et al., 2023, s. 6376). Jeg ser derfor også fordeler med Vidar sitt forslag om at det vil være en styrke med heterogene grupper, siden elevene da har ulike erfaringer og kunnskap. I planleggingen av undervisningsopplegget ble det sagt at noen av elevene allerede hadde kjennskap til det matematiske temaet. Ulikt kunnskapsgrunnlag kan bidra til at elevene klarer å løfte hverandre opp matematisk gjennom spørsmål og argumentasjon. Jeg mener derfor at hvordan gruppene ble satt sammen kan ha påvirket undersøkelsesfasen til elevene.

Et funn i kapittel 4.2.3 er at Anniken blander sifrene på ener- og tierplassen og at gruppesamarbeidet ikke fungerer optimalt. Oppgaveløsningen i elevgruppen skjer kognitivt og via dialog før de ankommer sankestedet. Anniken får til å halvere både tre og fem, men glemmer tallenes plassverdi. Det materielle miljøet består av ener- og tierlapper. Det tror jeg er et gjennomtenkt valg av planleggerne, ut fra det ene kompetansemålet undervisningsopplegget er ment å dekke. Kompetansemålet omhandler å kunne dele opp og sette sammen mengder opp til ti, tilsvarende med tiergrupper (Utdanningsdirektoratet, 2006). Selv om det er varierende hvorvidt elevene løser oppgaven kognitivt før de ankommer sankestedet eller benytter det materielle miljøet, mener jeg at i dette tilfellet mellom Anniken og Josef finnes det potensiale for støtte i det materielle miljøet. Hvis elevgruppen først hadde gått til sankestedet og Anniken hadde brukt de laminerte lappene for enere og tiere (figur 5), kunne det kanskje vært enklere for henne å skille verdien til sifrene. Da kunne Anniken lagt tre tierlapper og fem enerlapper foran seg. På den måten kunne det kanskje vært enklere for henne å se at én tier består av ti enere. Tatt utgangspunkt i at hun mestret å halvere oddetallene, tre og fem, tror jeg Anniken ved bruk av konkretene hadde klart å resonnerer seg fram til riktig løsning. Samtidig tenker jeg at det materielle miljøet kunne gjort det enklere for Josef å forklare eget resonnement når Anniken stilte spørsmål, for eksempel å vise henne med hjelp av lappene hvorfor sytten og en halv blir riktig svar.

I analysen, kapittel 4.4.2, kom det fram at en svakhet ved det didaktiske miljøet var aspekter ved materiellet elevene skulle benytte for å løse oppgavene. I kapittel 3.4.2, er det vedlagt et konkret eksempel på hvordan oppgavearket så ut (figur 4). Elevene får oppgavearket med seg, hvor det er avbildet hvilken ressurs de skal halvere og hvilken de skal doble. I tillegg blir tallet de velger skrevet på det oransje feltet i midten. For at de skal løse oppdraget er de nødt til å sanke riktig antall ressurser, ut fra tallet de har valgt. Materiellet elevene skal sanke viser seg å være utfordrende når de har valgt et oddetall. Som vist i kapittel 4.1.3 er lærerne og forskerne inne på utfordringer knyttet til halvering av oddetall flere ganger i planleggingen av undervisningsopplegget, men de kommer ikke fram til en konkret løsning. Det viste seg i utprøvingene av undervisningsopplegget at det også ble en utfordring for elevene. I kapittel 4.2.2 ser vi at elevene responderte på samme måte som Ole, læreren i planleggingen, og tenkte at det ikke var mulig å halvere

et oddetall. Det er viktig at misoppfatningene avdekkes for å kunne revidere dem (Brekke, 1995, s. 7; Sikko et al., 2012, s. 4). I dette tilfellet omhandler misoppfatningen overføring av tallkunnskap. Elevene går i 2. trinn, og har fra tidligere etablert tallkunnskap om heltall. Når et oddetall skal halveres blir denne kunnskapen satt på prøve, fordi det ikke samsvarer med allerede etablert tallkunnskap (Ni & Zhou, 2005, s. 27). Elevene er nødt til å utvide tallkunnskapen sin fra heltall til rasjonale tall. I miljøet elevene opererer i mener jeg en av de største utfordringene bunner i at det ikke er en intuitiv måte å halvere ressursene på. Elevene har bare tilgang på laminerte lapper med bilde av én eller ti ressurser på (figur 5). I miljøet gir det ikke umiddelbart mening at de laminerte lappene kan deles eller brettes. Risikoen mener jeg dermed kan være at elevenes misoppfatninger omkring halvering av oddetall underbygges ved at det ikke gir mening, eller at de ikke får til å halvere ved hjelp av materialet de har tilgang på og forventes at de benytter.

Et annet aspekt som kan hjelpe elevene i utforskingssyklusen, knyttet til IBL-modellen, er at oppgaven skal oppleves virkelig eller relevant. Materiellet elevene har tilgang på kan utfordre dette aspektet. Det kan være utfordrende å argumentere for at én blåbær eller én sopp skal deles i to, for så å ta med seg bare den ene delen. Da det ikke er sannsynlig at en ville gjort det i virkeligheten. Oppgavearkene ble lagd på forhånd av læreren, dermed tenker jeg en mulig revidering av oppgavearkene er å justere slik at fisk, hare og rype er ressursene som blir halvert, mens sopp og blåbær dobles. Jeg tror det vil kunne gi mer mening for elevene å kommunisere om en halv fisk, enn en halv sopp eller blåbær. Laminerte ark er heller ikke så enkle å dele. I de tilfellene hvor elevene oppsøkte lærerveiledning, ble de oppfordret til å brette arket. For elever som Othelia, i eksemplet i kapittel 4.2.2, gir det ikke mening, trolig siden den andre halve soppen da er på baksiden, tas med i skinnposen, og ikke blir igjen på sankestedet. Utfordringen med å akseptere et én lapp er halvert når den er brettet, tror jeg kan komme av at elevene putter totalt tre lapper i skinnposen sin, en brettet og to som ikke er det. Slik Artigue og Blomhøj (2013) beskriver er elevenes utfordringer med matematikk ofte at matematiske konsepter er abstrakte. Dermed er det viktig med gode matematiske representasjoner i formidlingsprosessen (Maaß & Artigue, 2013, s. 784). Basert på det, mener jeg at en utfordring kan bunne i at matematikken som i utgangpunktet er abstrakt for elevene, skal konkretiseres ved hjelp av et materielt miljø som ikke tilrettelegger for halvering av oddetall. Det innebærer at elevene må abstrahere at en halvdel av en lapp ikke er til stede, når den fysisk ligger i skinnposen deres. En liten justering som kunne gjort det enklere for elevene å akseptere halveringen er å gi elevene tilgang på saks ved sankestedene, slik det også ble nevnt i planleggingen, selv om det ikke samsvarer med steinalder-konteksten. Da hadde det vært synlig at én lapp, ble delt i to deler, og elevene kunne lagt en del i hver bunke.

Elevene undersøker et didaktisk miljø, en modell av virkeligheten, noe som kan være med på å tilrettelegge for at elevene utvikler matematisk literacy. Det didaktiske miljøet kan bestå av en ny kontekst som elevenes matematiske kunnskaper må benyttes i. Et element i matematisk literacy og i IBL, er ønsket om å forberede elevene på en usikker framtid og livslang læring (Sikko, 2023, s. 4-5; Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 8). Det kommer av at samfunnet er i så hurtig utvikling at det er behov for å kunne nyttiggjøre seg av kunnskapen en besitter og å tilpasse kunnskapen til nye og ukjente situasjoner. I dette undervisningsopplegget kan det tenkes at elevene får erfare hvordan de kan løse en oppgave når de opplever at kunnskapen og materiellet ikke direkte samsvarer. Selv om materialet har en svakhet for å representere halvering av oddetall, kan det også anses som en styrke. Ta for eksempel dialogen mellom Gustav, Karoline og

Othelia fra kapittel 4.2.2. Othelia hadde en tydelig formening om at det var mulig å halvere tallet fem, men når hun skulle overføre kunnskapen til konkretene ble det utfordrende. For å få de tidligere erfaringene og det matematiske begrepet til å samsvare, var elevene nødt til å tilpasse det materielle miljøet, slik at representasjonen de hadde tilgang på ble meningsfull. Denne typen utfordring kan trolig oppstå senere i livet. Jeg tenker derfor at en slik erfaring kan bidra til at det blir enklere å møte på en ny og ukjent oppgavetype, eller annet ukjent materiell ved en senere anledning.

Konteksten elevene befinner seg i er kanskje ikke den beste for å utforske det matematiske temaet dobling og halvering, men kan likevel bidra med noe positivt. Årsaken til steinalder-konteksten kommer av ønske om tverrfaglig undervisning knyttet til samfunnsfag. Utendørskonteksten fungerer godt når det kommer til å engasjere elevene. Engasjementet kan føre til at matematikken oppleves morsommere og at elevene dermed blir ivrigere etter å mestre det matematiske aspektet ved undervisningsøkten (Wæge, 2007). Når de støter på utfordringer kan en givende kontekst gjøre elevene mer utholdende i problemløsningen, ved at det oppleves morsomt å forestille seg å leve i steinalderen. Basert på funnene i kapittel 4, tenker jeg at det kanskje ikke er behov for steinalder-konteksten for å mestre dobling og halvering. En gjentakende tendens er at elevene blir enige om hvor mange de skal hente på det neste sankestedet, før de ankommer det. Altså at hvis de skal doble tallet seks, så har de regnet ut hva det dobbelte er, enten før de forlater det forrige sankestedet eller på vei til sankestedet. Det kan altså se ut til at mange løser oppgaven i hodet, og ikke ved hjelp av det materielle miljøet. På en annen side kan det didaktiske miljøet og steinalder-konteksten være en arena hvor kunnskapen utvides, gjennom at den overføres og brukes i en ny og ukjent situasjon (Bybee, 2014).

5.1.3 Fase 3 – Forklare

I den tredje fasen er det fokus på forklaring. I undervisningsopplegget er det to arenaer for elevforklaring, i selve utforskningsfasen når de sanker og ved bålplassen med lærerveiledning. Hvordan miljøet tilrettelegger for forklaring skal nå drøftes.

Slik funnet viser i kapittel 4.1.2 fra planleggingen, er det ønskelig at elevene kommuniserer med hverandre underveis i utforskningen av oppgaven. Gruppearbeid er med på å tilrettelegge for dialog. Hensikten er blant annet at de skal øve seg på å forklare og å sette ord på matematikken. Funnene i kapittel 4.2 viser at det er varierende hvor mye elevene forklarer til hverandre underveis i utforskningen. Slik diskutert tidligere kan det komme av gruppesammensetningen, deriblant hvilket matematisk kunnskapsnivå elevene innad gruppen har. Flere av elevene tenker høyt for å løse doblingen og halveringen, uten å nødvendigvis forklare det noe mer til elevene på gruppen. Mange av gruppe medlemmene ser også ut til å akseptere at én har funnet svaret, og stoler på at det er riktig, uten å stille kontrollspørsmål. Basert på Artigue og Blomhøjs (2013) litteratur, er det viktig at undervisningen bygger videre på elevenes tidligere erfaringer. Jeg tenker at en årsak til at elevkommunikasjonen er som den er, kan være at elevene ikke har mange erfaringer knyttet til å arbeide med IBL-inspirerte aktiviteter fra tidligere. Manglende erfaringer med å forklare, argumentere, overbevise, stille spørsmål eller lytte i samarbeid om matematikkoppgaver, vil kunne påvirke det totale læringsutbyttet (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 799). Jeg tenker at elevene kanskje tror de har forklart og innfridd lærerens forventninger til oppgaven, når de tenker høyt og konkluderer med et svar, selv om det ikke svarer til de faktiske forventningene til elevkommunikasjon. Samtidig kan fraværende argumentasjon også komme av at elevene ikke finner det nødvendig. Det kan skyldes at kunnskapen er innarbeidet og

etablert på et tidligere tidspunkt. I tilknytning til det studerte undervisningsopplegget kan det for eksempel være kunnskap om dobling av tall.

Funnet i kapittel 4.2.3 viser at de fleste elevgruppene har behov for lærerintervensjon når de møter på en matematisk utfordring. Maaß og Artigue (2013) forklarer at dersom elevene strever med å være autonome, skal læreren fungere støttende og veiledende. Noe som også er et element i IBL (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013). Intensjonen er at læreren ikke skal fortelle elevene svaret eller framgangsmåten. Måten læreren og observatørene veileder i denne undervisningsaktiviteten, er gjennom å stille oppfølgende- eller veiledende spørsmål, dersom elevenes progresjon tilsynelatende stagnerer. Basert på at de fleste gruppene søker lærerintervensjon når de møter på utfordringer knyttet til halvering av oddetall, kan det tenkes at det er et handlingsmønster de har erfaring med fra tidligere arbeid med matematiske undervisningsaktiviteter. Ut fra dialogen mellom Gustav, Karoline og Othelia, som vi finner i samme kapittel, kan det også virke som at de mangler erfaringer knyttet til kommunikasjon omkring matematikk. Det samme finner vi igjen i dialogen mellom Josef og Anniken. Anniken har ett resonnement, mens Josef har ett annet. Når Anniken stiller Josef et spørsmål, som jeg anser er et kontrollspørsmål, slik at hun også forstår resonnementet, så svarer Josef bare «[...] det kan jeg faktisk garantere», uten noe mer utdypning.

Sikko et al. (2012) mener det ligger mye læringspotensial i å oppdage egne misoppfatninger. Jeg tenker at elevsamarbeidet kan fungere som en måte å avdekke egne misoppfatninger og revidere dem, ved at elevene oppdager at andre har løst oppgaven på en annen måte eller tenkt ut et annet svar. Misoppfatninger kan blant annet oppdages fordi flere av elevene på gruppene tenker høyt. Samtidig kan det å tenke høyt være en måte for elevene å henge med på hverandres resonnement og oppdage både egne og andres misoppfatninger. Det kan underbygges av Harlen (2013), som sier at utvikling av kunnskap krever at ideer vurderes opp mot hverandre og sammenlignes (s. 14). Det forklarer han med at kommunikasjon gir grunnlag for å forstå hvorfor feil svar er feil og forankre hvorfor et svar er mer riktig enn et annet. Samtidig kan det i tilfeller som mellom Anniken og Josef, i kapittel 4.2.3, være utfordrende å korrigere egne misoppfatninger. Jeg tror Anniken skjønner at Josef har tenkt riktig, men ikke forstår hvorfor og dermed uteblir Annikens læringspotensial i akkurat denne situasjonen. Gjennom lærerveiledning etter oppgaveløsning kan manglende forklaringen i utforskningsfasen kompenseres for (Bybee, 2014). Når elevene blir stilt spørsmål angående hva de selv har sanket blir de nødt til å argumentere for å overbevise læreren, noe som kan styrke forklaringen deres. Ta for eksempel tilfellet med Anniken og Josef hvor den ene har løst oppgaven uten at den andre har forstått løsningsmetoden. Forklaringen rundt bålet kan da være med på å sikre eller utfylle den uteblitte kommunikasjonen i utforskingen. Læreren kan på den måten sikre at flere av elevene forstår prosessen og eventuelt veilede og støtte dem i kommunikasjonen. Det kan lede til at flere elever når ønsket matematisk utbytte.

5.1.4 Fase 4 – Utvide

Utvidelsesfasen innebærer å utvikle allerede etablert matematisk kunnskap og området kunnskapen kan brukes (Bybee, 2014, s. 10-11). Dette spesifikke undervisningsopplegget inneholder noen elementer som kan utvide kunnskapen i selve undervisningsaktiviteten, men undervisningsopplegget kan også ses i en større sammenheng som én aktivitet i en sekvens av flere undervisningsaktiviteter.

Hver elevgruppe løste 3-5 oppgavesekvenser om dobling og halvering, avhengig av hvor lang tid de brukte på hvert oppgaveark. Hver nye oppgave kan anses som et potensiale for å utvide kunnskapen, eventuelt få forankret kunnskapen ved å teste den på flere talleksempler, noe som potensielt kan lede til generalisering av et matematisk prinsipp (Artigue & Blomhøj, 2013). På en annen side tenker jeg at læringspotensialet kunne vært større dersom noe i miljøet hadde lagt føringer på hvilke tall de valgte. Jeg ser hensikten med å la elevene velge tall selv. Slik forklart i kapittel 5.1.1, er elevenes medbestemmelse med på å skape elevengasjement og eierskap til oppgaven. Samtidig tror jeg at tilpassing av oppgaven, slik nevnt tidligere ved at læreren lager tallgrupper (figur 10), kan være med på å sikre at elevenes kunnskap utvides ved at den matematiske utfordringen blir gradvis større. Det var ingen garanti for at elevene kom til å velge oddetall og fikk utforsket kompleksiteten omkring utvidelsen av tallbegrepet fra naturlige tall til rasjonale tall. Noe som også var tilfellet for den ene av de fire gruppene som ble studert. Selv om justeringen jeg nevnte i kapittel 5.1.1, med gradvise større utfordringer hadde blitt gjennomført, er det ikke sagt at alle elevene hadde vært innom alle tallgruppene. Dersom læreren ikke hadde fått inntrykk av at en elevgruppe mestret for eksempel dobling og halvering av store partall mellom 20-60, kunne det vært at elevene ikke hadde gått videre til neste tallgruppe, men fortsatt å utforske den samme tallgruppen. På en annen side kunne denne revideringen av undervisningsopplegget tilrettelagt for og sikret at elevgruppene nådde sitt matematiske læringspotensial. Læreren kunne også fått bedre oversikt over måloppnåelsen til elevene i løpet av undervisningsaktiviteten, basert på hvilken tallgruppe elevene avsluttet i. Likevel er det ikke sagt at elevene hadde oppnådd maksimalt matematisk læringspotensial uten elementene som skapte engasjement hos elevene. En risiko ved den eventuelle justeringen, kunne vært at interessen og gleden ved oppgaven ble mindre og dermed ført til lavere arbeidsinnsats blant elevene.

Basert på at noen av elevene var kjent med det matematiske temaet fra tidligere, tenker jeg at dette undervisningsopplegget kan bli sett på som en måte for elevene å utvide kunnskapen omkring dobling og halvering. Elevene er nødt til å dra nytte av kunnskapen de har etablert tidligere og bruke den i et annet kontekstueilt miljø, noe som kan kobles til Sikko (2023) sin definisjon av begrepet matematisk literacy. Elevene må identifisere den matematiske kunnskapen og overføre den til en ny kontekst. På denne måten får elevene trening i å bruke den matematiske kunnskapen i en mer virkelighetsnær og praktisk kontekst, enn repeterende oppgaver i matematikkboka. Matematisk oppgaveløsning i en modellert virkelighet kan gjøre det enklere for elevene å oppnå ønsket matematisk kompetanse (Strømskag, 2020). Steinalder-konteksten kan ses på som en modell av virkeligheten som elevene fysisk opererer i. Matematikken kan oppleves meningsfull for elevene ved at den blir presentert gjennom en praktisk kontekst hvor de får oppleve at matematikken kan kobles til noe reelt.

Jeg ser også potensiale for å utvide denne undervisningsaktiviteten enda mer. Hvis det viser seg at elevene behersker dobling og halvering, tenker jeg én mulighet er at læreren ber dem hente tre, fire, fem ganger så mye eller så lite som tallet de har i den oransje ruten (figur 4). På den måten tenker jeg oppgaven har potensiale til å stadig utvides. Utvidelse vil kunne bidra til videreutvikling av elevenes tallforståelse, blant annet fordi elevene implisitt får erfaring med multiplikasjon og divisjon, før de blir presentert for de matematiske begrepene på et senere tidspunkt. Samtidig kan videre utvidelse av oppgaven lede til det Strømskag (2020) omtaler som epistemologiske hindringer. Elevene må da, enda en gang, utvide egen tallforståelse. Et eksempel på en mulig epistemologisk hindring elevene kan møte på ved denne utvidelsen er det matematiske

begrepet kvart. For eksempel dersom elevene har valgt tallet 25 og skal finne ut hva som er fire ganger så lite som 25. Da kan utfordringen knyttet til manipulering av det materielle miljøet oppstå på nytt, ved at de da for eksempel må sanke 6,25 ryper. På en annen side har de allerede fått erfaring med å justere de laminerte lappene til å fungere i situasjonene med halvering av oddetall. Så kanskje vil det slik Bybee (2014) påpeker, være enklere å vite hvordan de kan gå fram for å løse den nye utfordringen, siden de har erfaring å bygge på. Elevene har allerede erfart hvordan de laminerte lappene kan manipuleres til å innfri kravene i oppgaveløsingen med halvering av oddetall.

5.1.5 Fase 5 – Evaluere

Underveis i arbeidet får elevene en fornemmelse av om de har forstått det matematiske konseptet, særlig når de oppsøker læreren ved bålplassen. Det kan anses som en måte for elevene å evaluere seg selv og egen mestring. Samtidig har læreren mulighet til å evaluere elevene og det designede miljøet for å eventuelt gjøre nødvendige justeringer, slik at ønsket progresjon og måloppnåelse sikres. Jeg mener denne fasen er viktig, både for at elevene skal få respons på arbeidet sitt, men også slik at læreren har mulighet til å veilede og støtte elevene som har behov for det i sitt videre arbeid. Det kan kobles til det referansene anser å være lærerens rolle i elevarbeidet (Strømskag, 2020; Bybee, 2014; Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013; Artigue & Blomhøj, 2013; Maaß & Artuige, 2013). Sett utenfra på denne undervisningsaktiviteten, kunne læreren justert miljøet i form av å for eksempel legge en saks på sankestedene når det ble oppdaget at elevene møtte på en kognitiv konflikt i arbeidet med halvering av oddetall. Samtidig ser jeg utfordringen med å gjøre den justeringen spontant, siden de var utendørs og trolig ikke hadde med seg saks. Her bidro læreren og observatørene med støtte og veiledning ut fra det miljøet elevene opererte i.

5.2 Undervisningsopplegget

5.2.1 Kompleksiteten knyttet til utforskende undervisningsopplegg

Læringsmiljøet preger IBL-aktiviteter på flere måter. Et aspekt er åpne oppgaver som skal tilrettelegge for ulike løsningsstrategier og oppleves som virkelig og relevant (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013). Undervisningsopplegget jeg har analysert har et bestemt matematisk mål og er formet slik at det bare finnes ett riktig svar på oppgaven elevene skal løse. Halvparten av fire vil alltid være to og det dobbelte av fire vil alltid være åtte. Likevel har elevene mulighet til å benytte ulike løsningsstrategier og oppgaven kan utvides underveis. Dermed kan det diskuteres om undervisningsopplegget masteroppgaven bygger på, er en åpen oppgave eller ikke.

Utfordringen med å referere til åpne oppgaver er at lærere ofte har ulike tanker og meninger om hva en åpen oppgave er (Yeo, 2015, s. 175 og 189). Det samsvarer med funnene i kapittel 4.1.3 fra planleggingen av undervisningsøkten. Det virker som lærerne og forskerne er enige i at de skal lage en åpen oppgave, men har ulike formeninger om hvilke elementer som inngår i en åpen oppgave. Yeo (2015) forklarer at en oppgave kan være åpen på ulike måter, blant annet kan oppgavens åpenhet defineres ut fra: åpent eller lukket svar, åpent eller lukket matematisk mål, åpen eller lukket fremgangsmetode og eventuell mulighet for utvidelse. Slik vi ser i kapittel 4.1.3, hevder Stine at oppgaven er mer åpen dersom elevene selv får velge tall, samtidig foreslår hun at elevene bør få en modellering i oppstarten, uten krav om at elevene må kopiere strategien som blir modellert. Jeg tenker at modelleringen i oppstarten av undervisningsøkten kan være med på å bremse elevenes muligheter for å komme med ulike strategier. Det er med på å

gjøre oppgaven mer lukket med tanke på mulighet for valgfri strategi. En modellering vil stride imot Kornelias formening om en åpen oppgave, da hun ønsker å se hvilke løsningsstrategier elevene benytter. Designing av en oppgave som er åpen for ulike løsningsstrategier er beskrevet som ett av kjennetegnene ved IBL-modellen (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013). I dette tilfellet får elevene en modellering i oppstarten, rundt bålet, og er nødt til å løse oppgaven ved hjelp av et spesifikt materiale. Selv om de ikke nødvendigvis har behov for materialet for å nå den matematiske kunnskapen, er de nødt til å benytte det for å innfri kravene til oppgaven. Modelleringen tror jeg kan være med på å føre elevene i ett bestemt spor, hvor de ikke benytter ulike løsningsstrategier, men heller har et mål om å klare og begrunne at de har fulgt framgangsmåten de ble presentert for i oppstarten. Det tenker jeg muligens kan være en av årsakene til den manglende kommunikasjonen innad i elevgruppene i utforskningsfasen. Elevene blir ikke nødt til å reflektere over framgangsmåtene på samme måte som de kanskje måtte ha gjort dersom de ikke hadde fått en modellering først. Uten modellering hadde kanskje behovet for kommunikasjon for å løse oppgaven vært større og flere løsningsstrategier blitt benyttet. På en annen side er det ikke sikkert elevene hadde skjønt hvordan de skulle tydet oppgavearket de fikk, dersom læreren ikke hadde modellert et eksempel. Uten forståelse for begrepene dobling og halvering før elevene satte i gang med utforskningen er det ikke sikkert elevene hadde klart å utforske seg fram til betydningen heller. Likevel tenker jeg en mulig revidering kan være å få elevene til å definere begrepene i oppstarten, uten at læreren modellerer et konkret eksempel på oppgaveløsning.

Tilgang på ulike ressurser og hjelpemidler i utforskningen er et element i IBL-modellen (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013). Kanskje kunne en revidering av undervisningsopplegget, i form av tilgang på flere ressurser eller hjelpemidler, åpnet opp oppgaven og lagt til rette for flere ulike løsningsstrategier blant elevene. En praktisk begrensning som kan forklare hvorfor det materielle miljøet besto av laminerte ark, var at undervisningsøkten ble gjennomført utendørs på vinterstid, når det var snø og kaldt vær. En forutsetning var derfor at elevene måtte være i stand til å kunne manipulere materialet med votter på hendene. Kanskje hadde det vært mer praktisk å gjennomføre denne undervisningsaktiviteten en annen årstid. Da kunne en alternativ revidering vært å gi elevene mulighet til å velge selv hvordan de ønsker å framstille løsningen sin. Styrken med det mener jeg kan være at elevene får være kreative i utforskningen, noe som også er et element under *ønsket utbytte* i IBL-modellen. Individuelt valg av konkretiseringsmaterieill, innad på gruppene, kunne kanskje gjort det enklere for elevene å forklare egen tankegang, ved at de opplever samsvar mellom tankegang og materieill. Elevene kunne for eksempel fått mulighet til å tegne eller skrive på ark, dersom de ikke fant det meningsfullt å halvere oddetall ved bruk av de laminerte arkene. Samtidig kunne en annen årstid gitt elevene mulighet til å sanke reelle ting de fant i naturen, for eksempel løv, bær, kongler, og pinner. Det mener jeg kunne gjort oppgaven enda mer virkelighetsnær og autentisk.

5.2.2 Er undervisningsopplegget en IBL-aktivitet?

Overordnet sett, basert på litteraturen om IBL som påpeker at ikke alle kjennetegnene på IBL må være til stede i én og samme undervisningsaktivitet, mener jeg at dette undervisningsopplegget kan karakteriseres som en IBL-aktivitet. Slik analysekapitlet 4.1 viser er kjennetegnene læringsmiljø, klasseromskultur og elevene, mer framtrødende enn kjennetegnene *ønsket utbytte* og lærerne. Jeg mener det didaktiske miljøet i undervisningsaktiviteten bidrar med mye positivt, men kunne med noen justeringer gitt

elevene enda mer støtte i utforskingen av de matematiske begrepene dobling og halvering, slik drøftet i dette kapitlet. Slik henvist til i kapittel 1.2 om tidligere forskning, opplever mange lærere det vanskelig og tidkrevende å lage utforskende undervisningsopplegg, noe jeg mener også kommer frem i denne studien. Utforskende undervisning er komplekst, da det ikke er en entydig definisjon på hva det innebærer eller hva som ligger i de ulike begrepene. I kapittel 4 så vi at selv om lærerne og forskerne lager undervisningsopplegget med utgangspunkt i IBL-modellen, virker det for eksempel ikke som begrepet, åpen oppgave, er entydig for dem. Det er vanskelig å konkludere med om oppgaven er åpen eller ikke. Slik drøftet ovenfor er noen elementer ved oppgaven åpne, mens andre er lukket. Justeringer også her, kunne åpnet oppgaven mer opp og kanskje økt elevenes muligheter for å nå maksimalt læringsutbytte. På en annen side konkluderer læreren med at alle elevene kan dobling og halvering, så kanskje oppnådde lærerne og forskerne ønsket utbytte med undervisningsopplegget.

5.3 Metodekritikk

Forskningen min har noen begrensninger, til tross for at jeg har forsøkt å være bevisst på forskningsmetode, forskningsetikk og å ta gode veloverveide valg. I planleggingen av undervisningsopplegget var det kun lydopptak og planleggingsdokument, som datakilder, noe som kan ha ledet til feiltolkning. Det var tidvis vanskelig å skille stemmene i lydopptakene og i noen tilfeller utydelig å høre hva de sa. Noen aspekter hadde jeg mulighet til å kryssjekke i planleggingsdokumentet. For å forsøke og sikre at jeg skilte stemmene etter beste evne, lyttet jeg til lydopptaket gjentatte ganger og dobbeltsjekket det opp mot transkripsjonen min.

Det ene funnet mitt handler om at elevene ikke kommuniserer så mye. En svakhet knyttet til det funnet, kan være at deler av elevforklaringene bortfaller som konsekvens av at mange av elevgruppene løste oppgavene på vei til neste sankested. Mellom sankestedene var det kun datamateriale fra elevenes goproer, noe som kan bety at jeg muligens har gått glipp av deler av elevkommunikasjon.

Selv om det kan være en styrke at flere lærere og forskere har planlagt undervisningsopplegget sammen, er det én faktor som sjelden lar seg overføre til planleggingen av undervisningsopplegg i lærerens arbeidshverdag. Det samme gjelder utprøvingene, som oftest er det ikke rik tilgang på voksenpersoner i et klasserom som kan observere eller hjelpe til med å se at undervisningsopplegget går som det skal og eventuelt bidra med å gjøre justeringer. En kasusstudie er også vanskelig å overføre til andre, da det er en studie av en subjektiv virkelighet. Likevel mener jeg denne forskningen gir et innblikk i potensiale i utforskende matematikkundervisning.

Undervisningsopplegget var ikke designet med formål om å besvare min problemstilling og mine forskningsspørsmål. Det kan ha begrenset funnene mine, i form av at det kanskje kunne oppstått andre funn, dersom undervisningsopplegget hadde til hensikt å se på hvordan faktorene ett miljø består av hjelper elevene i utforskingssyklusen. Da hadde kanskje andre betraktninger vært hensyntatt, noe som kunne fått fram aspektene i problemstillingen min enda bedre i datamaterialet. På samme tid var oppdagelsene mine et resultat av analysering av akkurat dette undervisningsopplegget. Det er dermed ikke sikkert jeg hadde oppdaget sammenhengen mellom IBL og miljøets feedbackpotensial, dersom datamaterialet jeg analyserte hadde vært annerledes.

6 Avsluttende refleksjoner

Gjennom denne studien har jeg forsøkt å svare på problemstillingen: *Hvordan kan et IBL-inspirert klasserom legge til rette for at elever på 2. trinn får utforske dobling og halvering av tall?* I analysen blir det tydeliggjort at planleggerne tar høyde for aspekter ved IBL-modellen når de skal tilrettelegge for elevenes utforsking. Undersøke av planleggingen- og analyse av utprøvinger av undervisningsaktiviteten, ga meg mulighet til å se hvilken innvirkning de utforskende aspektene det ble tatt høyde for påvirket elevene i utforskingssyklusen. Funnene viser at kjennetegnene planleggerne tok hensyn til i utformingen av undervisningsaktiviteten også er identifiserbare i de to utprøvingene. De fem fasene i utforskingssyklusen kan identifiseres i undervisningsaktiviteten og det kan, slik diskutert i kapittel 5, argumenteres for at denne typen undervisning kan være med på å forberede elevene på en usikker framtid og livslang læring.

Undervisningsaktiviteten tilrettelegger for utforsking ved å: bygge på elevenes tidligere erfaringer og kunnskap, refleksjon skjer med utgangspunkt i elevenes forklaringer, oppgaven kan gjennom innlevelse oppleves reell og den legger til rette for engasjement og samarbeid. De nevnte aspektene er noen av kjennetegnene på IBL, og kan fungere støttende i elevenes arbeid med utforsking av det matematiske temaet dobling og halvering.

I kapittel 1 refererte jeg til tidligere forskning som viste at lærere synes utforskende undervisning er krevende og at de ønsker mer kunnskap (Sikko et al., 2012). Denne studien kan bidra til mer kunnskap om utforskende undervisning. Studien synliggjør hvordan IBL-modellen kan benyttes som et støttende rammeverk i planlegging av utforskende undervisningsopplegg og hvordan utforskingen påvirker elevenes arbeid i matematikk. Utforskende undervisning er komplekst, men kanskje kan et konkret eksempel på bruk av IBL-modellen vise at ikke alle kjennetegnene må dekkes i en og samme undervisningsaktivitet. Elevene har likevel mulighet til å utvikle den matematiske målkunnskapen. Ved å ta i bruk miljøbegrepet, har jeg erfart at det er nyttig å se begrepet i sammenheng med IBL-modellen. Miljøbegrepet kan komplementere IBL-modellen ved å bidra med noe mer, som kan gjøre det lettere å planlegge en progresjon og støtte elevene underveis i utforskingen av matematikk. Jeg tenker miljøbegrepet hentet fra TDS kan fungere supplerende på IBL-modellen, siden TDS i hovedsak fokuserer på matematisk målkunnskap, mens IBL-modellen i større grad vektlegger utforskingen til elevene. Det kan være hensiktsmessig å benytte *utforskingssyklusen* fra IBL, slik synliggjort i det studerte undervisningsopplegget om dobling og halvering. Oppdeling av undervisningsaktiviteten kan gi læreren flere faser og derav større mulighet til å veilede, støtte og eller justere det matematiske miljøet for å sikre elevenes progresjon.

Det didaktiske miljøet viser seg å tilrettelegge for feedback i elevenes utforskingssyklus. Funnene på undersøkelsen av det utforskende undervisningsopplegget, utprøvd på 2.trinn, omhandler samspillet mellom faktorer i miljøet og elevenes utforskingssyklus. Hvordan disse faktorene henger sammen kan være nyttig kunnskap også lengre opp i grunnskolen. Studien viser at flere aspekter ved miljøet er til hjelp for elevene, deriblant konteksten, samtidig som noen også kan fungere begrensende, slik som konkretene ved halvering av oddetall. Likevel trengs det mer forskning på temaet. Underveis i

diskusjonskapitelet foreslår jeg potensielle endringer som kanskje kan styrke undervisningsopplegget. Endringen innebærer å inkludere flere av kjennetegnene på IBL eller justere det didaktiske miljøet. De foreslåtte endringene kan være mulighet for videre forskning.

Denne forskningen har nytteverdi for lærere, meg og andre nyutdannede lærere som skal inn i klasserommet. Funnene viser at utforskende matematikkundervisning kan være komplekst. Likevel innebærer designforskning, slik Cobb et al. (2016) beskriver, gjentatte sykluser med planlegging, testing og justering. Det kan kobles til lærerens arbeidsoppgaver, en syklus av planlegging-, utprøving- og evaluering av undervisning. Studien min på planlegging og utprøving av et undervisningsopplegg i matematikk, viser at mye av undervisningen foregår før læreren ankommer klasserommet. Utforskende undervisning krever planlegging, noe miljøet også gjør. Selv om undervisningsopplegg blir godt planlagt i forkant, slik som i denne studien, vil det alltid være noen svakheter og derav justeringer som kan gjøres. Derfor mener jeg det ikke skader å prøve, evaluere og prøve på nytt. Det er en naturlig del av undervisning.

Referanseliste

- Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM*, 45(6), 797–810. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6>
- Björklund, C., Magnusson, M., & Palmér, H. (2018). Teachers' involvement in children's mathematizing—beyond dichotomization between play and teaching. I *European Early Childhood Education Research Journal*, 26(4), 469-480. Routledge.
- Brekke, G. (1995). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Nasjonalt læremiddelsenter.
- Brousseau, G. (2002). Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques, 1970-1990. I N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland & V. Warfield (Red.), *Mathematics Education Library* (Vol. 19). Kluwer Academic Publishers.
- Bruder, R. & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. *ZDM*, 45(6), 811- 822. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0542-2>
- Bybee, R. W. (2014). The BSCS 5E instructional model: Personal reflections and contemporary implications. *Science and Children*, 51(8), 10-13.
- Clark, T., Foster, L., Bryman, A., & Sloan, L. (2021). *Bryman's social research methods*. Oxford University Press.
- Cobb, P., Jackson, K., & Dunlap, C. (2016). Design research: An analysis and critique. In D. Kirshner & L. D. English (Red.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (s. 481–503). Routledge.
- Creswell, J., W. & Creswell, J., D. (2023). *Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (Sixth edition.; International student edition.). Sage.
- Fauskanger, J. (2019). Lesson study på fire ungdomsskoler - Fra lærernes perspektiv. *Nordic studies in education*, 39(4), 264–280. <https://doi.org/10.18261/ISSN.1891-5949-2019-04-03>
- Freudenthal, H. (1972). *Mathematics As an Educational Task*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-010-2903-2>
- Gasteiger, H. (2015). Early Mathematics in Play Situations: Continuity of Learning. I B. Perry, A. MacDonald & A. Gervasoni (Red.), *Mathematics and Transition to School* (s. 255-271). Springer.
- Gholam, A. P. (2019). Inquiry-Based Learning: Student Teachers' Challenges and Perceptions. *Journal of Inquiry and Action in Education*, 10(2), 112-133.
- Kanika, Chakraverty, S., Chakraborty, P., & Madan, M. (2023). Effect of different grouping arrangements on students' achievement and experience in collaborative learning environment. *Interactive Learning Environments*, 31(10), 6366–6378. <https://doi.org/10.1080/10494820.2022.2036764>
- Maaß, K., & Artigue, M. (2013). Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: a synthesis. *ZDM*, 45, 779-795.

- Maaß, K., & Reitz-Koncebovski, K. (Red.) (2013). *Inquiry-based learning in maths and science classes*. Pädagogische Hochschule Freiburg.
- Matematikkenteret (u.å.). *De viktigste tallmengdene*. Matematikk.org.
<https://www.matematikk.org/artikkel.html?tid=154307>
- Måsøval, H., S. (2011). *Factors constraining students' establishment of algebraic generality in shape patterns: a case study of didactical situations in mathematics at a university college* (Vol. 38, p. 316). University of Agder, Faculty of Engineering and Science.
- NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora* (5.utg, redigert 2023). De nasjonale forskningsetiske komiteene.
<https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/>
- Ni, Y., & Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational psychologist*, 40(1), 27-52.
- OECD (2017). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving*. OECD Publishing. Doi: 10.1787/9789264281820-en
- Postholm, M., B. & Jacobsen, D., I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen Damm akademisk.
- PRIMAS (2010). *Primas promotes inquiry-based learning in mathematics and science at both primary and secondary levels across Europe*. <https://primas-project.eu/>
- Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H. & Hemmo, V. (2007). *Science education now: A renewed pedagogy for the future of Europe*. European Commission.
- Serrazina, L., & Rodrigues, M. (2021). Number sense and flexibility of calculation: A common focus on number relations. In *Mathematical reasoning of children and adults: teaching and learning from an interdisciplinary perspective* (pp. 19-40). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-69657-3_2
- Sikko, S. A. (2023). What Can We Learn from the Different Understandings of Mathematical Literacy? *Numeracy: Advancing Education in Quantitative Literacy*, 16(1). <https://doi.org/10.5038/1936-4660.16.1.1410>
- Sikko, S. A., & Grimeland, B. (2020). Kritisk matematisk literacy i ein inquiry-basert kontekst på småskulesteget. *Nordisk Tidsskrift for Utdanning og Praksis = Nordic journal of education and practice*, 14(1), 104–117.
<https://doi.org/10.23865/up.v14.2065>
- Sikko, S. A, Lyngved, R. & Pepin, B. (2012). Working with mathematics and science teachers on inquirybased learning (IBL) approaches: teacher beliefs. *Acta Didactica Norge*, 6(1), 1-18.
- Skovsmose, O. (2001). Landscapes of Investigation. *ZDM*, 33(4), 123-132.

- Strømskag, H. (2020). Teorien for didaktiske situasjoner i matematikk: et systematisk rammeverk for å utvikle og studere matematikkundervisning. I V. Nilssen & S. M. Høynes (Red.), *Samtaleorientert matematikk* (s. 25-80). Fagbokforlaget.
- Utdanningsdirektoratet (2006). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for kunnskapsløftet 2006. <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemaal-etter-2.-arssteget>
- Utdanningsdirektoratet (2020a). *Matematikk 1-10 (MAT01-05): Kompetansemål og vurdering*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv20>
- Utdanningsdirektoratet (2020b). *Overordnet del: Å lære å lære*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/2.4-a-lare-a-lare/>
- Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning*. Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk.
- Yeo, J. B. W. (2017). Development of a Framework to Characterise the Openness of Mathematical Tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education, 15*(1), 175–191. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9675-9>

Vedlegg

Vedlegg 1: Observasjonsskjema

Vedlegg 2: NSD-godkjenning

Vedlegg 1- Observasjonsskjema

Dato:	Klasse:	Lærer:
Klokkeslett:	Antall elever:	
Observatør:		
Tema: Matematikk, Dobling og halvering, kontekst: Steinalderen		
Mål for timen Kompetansemål (Tall): <ol style="list-style-type: none"> 1. Eleven skal kunne doble og halvere 2. (Eleven skal kunne dele opp og bygge mengder opp til 10, sette sammen og dele opp tier-grupper opp til 100) Kriterier for måloppnåelse: <ol style="list-style-type: none"> 1. Kunne bruke ordene dobling og halvering 2. Kunne forklare strategier for dobling og halvering av et tall 		

Fokusområde	Observasjon
Oppstart ute «ved bålet» (15 min) Faktisk tidsbruk (klokkeslett):	
Engasjement: - I hvilken grad følger elevene med? Lytter? Svarer? Tegn for forståelse: - Forstår elevene oppgaven når lærer modellerer?	
Gruppearbeid ute (30 min) Faktisk tidsbruk (klokkeslett):	
Strategier under arbeidet: - Hvilke tall velger de? - Hvilke strategier bruker de for å doble og halvere tallet? - Hvilke begrunnelser har de? - Finnes spor av utforskende samtaler? Hvordan? Strategier for samarbeid: - Hvordan er samarbeidet i gruppen? (noter f.eks. hvis en elev dominerer) - Hvordan er elevsamtalene? Stiller de hverandre spørsmål? Hvilke typer? Lytter de til hverandre? Tegn for forståelse: - Bruker elevene matematisk språk (fagspråk)? - Bruker de ordene dobling og halvering? - Annet?	

<p>Tegn på undring:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Gjør elevene utforskende aktivitet(er) på eget initiativ? - Stiller elevene spørsmål? Hva slags spørsmål? <p>Engasjement:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hvor lenge klarer elevene å holde fokus på aktiviteten? Annet? 	
<p>Oppsummering ute «ved bålet» (15 min) Faktisk tidsbruk (klokkeslett):</p>	
<p>Engasjement:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Deltar elever aktivt i oppsummeringen? Og i refleksjoner? <p>Tegn for forståelse:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Bruker elevene begrepene dobling og halvering? - Klarer de å beskrive sine strategier? Hvordan? <p>Annet?</p>	

Frie notater:

Vedlegg 2- NSD-godkjenning



██████████
Institutt for grunnskolelærerutd. 1-7 og bachelor i arkiv og samlingsforvaltning NTNU

7491 TRONDHEIM

Vår dato: 04.10.2016

Vår ref: 49645 / 3 / ASF

Deres dato:

Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 29.08.2016. Meldingen gjelder prosjektet:

49645 *Literacy og faglighet innen realfag i skole og arbeidsliv*
Behandlingsansvarlig *NTNU, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig ██████████

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstillende kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, <http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html>. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, <http://pvo.nsd.no/prosjekt>.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.12.2025, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Kjersti Haugstvedt

Amalie Statland Fantoft

Kontaktperson: Amalie Statland Fantoft tlf: 55 58 36 41

Vedlegg: Prosjektvurdering

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.



FORMÅL

Formålet er å forbedre realfagsundervisningen på alle trinn i grunnskolen. Realfagene skal gi kunnskap for framtidens samfunn, noe som innebærer å utvikle matematisk (og naturfaglig) «literacy». Forskergruppen vil undersøke hvordan dette kan gjøres gjennom å ha fokus på undersøkende og utforskende arbeidsmåter. Dette vil skje gjennom et tett samarbeid med to utvalgte skoler. Forskerne følger elever fra 1. til 7.klassetrinn med et forskningsdesign som bygger på design research og Clarke og Hollingsworths modell, for profesjonsutvikling for lærere. I dette arbeidet vil det også arbeides med lesson studies og arbeid i læringsforskningsgrupper

INFORMASJON OG SAMTYKKE

I følge meldeskjemaet skal deltakerne i studien informeres skriftlig og muntlig om prosjektet og samtykke til deltakelse. Informasjonsskrivet er godt utformet. For elevene som skal delta, skal foreldrene samtykke til deltagelse.

Forsker bekrefter på e-post mottatt 28.09.2016, at utvalget vil informeres om prosjektet ved hver runde med intervjuer og/eller spørreskjema.

BARN I FORSKNING

Barna i prosjektet vil først motta alderstilpasset informasjon muntlig. Når barna blir eldre vil det også kunne bli aktuelt med skriftlig informasjon. For å informere barna på mest hensiktsmessig måte, vil forskergruppen samarbeide med lærere og skolens ledelse.

INFORMASJONSSIKKERHET

Personvernombudet legger til grunn at dere behandler alle data og personopplysninger i tråd med NTNU sine retningslinjer for innsamling og videre behandling av forskningsdata og personopplysninger.

PROSJEKTSLUTT OG ANONYMISERING

I informasjonsskrivet har dere informert om at forventet prosjektslutt er 31.12.2025. Ifølge prosjektmeldingen skal dere da anonymisere innsamlede opplysninger. Anonymisering innebærer at dere bearbeider datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjør dere ved å slette direkte personopplysninger, slette eller omskrive indirekte personopplysninger og slette digitale lydopptak.

