

Anders Nystad og Stian Nystad

# Norske ungdomsskoleelevers strategibruk i møte med tilfeldig strukturerte kvikkbildeoppgaver

En mixed methods studie av et utvalg 9. og 10. trinnselevers estimeringsstrategier

Masteroppgave i matematikdidaktikk (MGLU5204)

Veileder: Trygve Solstad

Mai 2024



**NTNU**

Kunnskap for en bedre verden



Anders Nystad og Stian Nystad

# **Norske ungdomsskoleelevers strategibruk i møte med tilfeldig strukturerte kvikkbildeoppgaver**

En mixed methods studie av et utvalg 9. og 10.  
trinnslevers estimeringsstrategier

Masteroppgave i matematikdidaktikk (MGLU5204)

Veileder: Trygve Solstad

Mai 2024

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap

Institutt for lærerutdanning



Kunnskap for en bedre verden



# Sammendrag

Denne studien har undersøkt ungdomsskoleelevers estimeringsstrategier i møte med kvikkbildeoppgaver. Gjennom fem forskningsspørsmål søker studien å besvare følgende problemstilling: Hvordan er bruken av estimeringsstrategier til 9. og 10. trinnselever i møte med tilfeldig strukturerte kvikkbildeoppgaver?

Dette er gjort gjennom mixed methods av typen parallell design, der det ble designet en test og en spørreundersøkelse. Testen inneholdt 30 kvikkbilder av numerositeter fra 1 til og med 30 med stimulustid på 600 ms. Spørreundersøkelsen inneholdt 15 oppfølgingsspørsmål tilknyttet 15 kvikkbilder fra testen. I undersøkelsen deltok 33 elever fra 9. trinn og 24 elever fra 10. trinn. Den kvalitative empirien ble analysert ved hjelp av abduktiv innholdsanalyse, med bakgrunn i, blant annet, Romijn et al. (2023) sitt rammeverk og kodingsystem. Den kvantitative dataen besto av variablene elevgruppe og brukte estimeringsstrategier som numeriske verdier. Den kvantitative dataen ble analysert ved hjelp av SPSS og statistiske tester.

Resultatene fra studien kan vise at 1) elevgruppen har et bredt strategirepertoar, 2) elevgruppen har en skjevfordeling av brukte strategier hvor strategiene kombinasjon og gjetning/følelse/intuisjon er mest utbredt, 3) elevgruppen har en høy strategifleksibilitet, 4) elevgruppens mest anvendte strategi opptil numerositet 13 er kombinasjonsstrategien, mens den mest anvendte strategien i møte med numerositeter fra 15 til 29 er strategien gjetning/følelse/intuisjon og 5) det er en (svak) statistisk signifikant sammenheng mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn.

# Abstract

This study has examined lower secondary school students' estimation strategies in the face of quick-image tasks. Through five research questions, the study seeks to answer the following topic question: How is the use of estimation strategies for 9th and 10th grade students in the encounter with randomly structured quick-image tasks?

This has been done through mixed methods of the parallel design type, where a test and a questionnaire were designed. The test contained 30 quick images of numerosities from 1 to 30 with a stimulus time of 600 ms. The questionnaire contained 15 follow-up questions related to 15 quick images from the test. In the survey, 33 students from 9th grade and 24 students from 10th grade participated. The qualitative empirical data was analyzed using abductive content analysis, based on, among other things, Romijn et al.'s (2023) framework and coding system. The quantitative data consisted of the variables student group and used estimation strategies as numerical values. The quantitative data was analyzed using SPSS and statistical tests.

The results of the study show that 1) the student group has a broad strategy repertoire, 2) the student group has a skewed distribution of used strategies where the strategies combination and guess/feeling/intuition are most prevalent, 3) the student group has a high strategy flexibility, 4) the student group's most used strategy up to and including numerosity 13 is the combination strategy, while the most used strategy for numerosities from 15 to 29 is the guess/feeling/intuition strategy and 5) there is a (weak) statistical significant correlation between the estimation strategies used and the student groups from 9th grade and 10th grade.

# Forord

Masteroppgaven markerer slutten på fem års grunnskolelærerutdanning. De fem årene på studiet har gått kvikt, nesten like kvikt som kvikkbildene i masteroppgaven vår. Da vi startet denne reisen, kunne vi ikke forestille oss hvor mange øyeblikk vi skulle fange. Å skrive en masteroppgave sammen har bydd på kvikke frustrasjoner og kvikke konsumeringer av utallige flasker Pepsi Max. Men mest av alt har masteroppgaven vært fylt med latter og glede.

Først og fremst ønsker vi å takke elevene som var med i undersøkelsen. Uten deres engasjement og deltakelse, ville ikke dette prosjektet vært mulig. En stor takk går også til lærerne på skolene som gjennomførte undersøkelsen. Deres vilje til å sette av tid og ressurser for å hjelpe oss har vært uvurderlig. Vår veileder, Trygve Solstad, fortjener en spesiell takk. Gjennom veiledningsmøter og e-post har du alltid vært tilgjengelig og gitt oss mange kloke råd og adekvat veiledning under hele prosessen med masteroppgaven. Det setter vi ufattelig stor pris på. Vi ønsker også å takke vår svigersøster og norsklærer Sandra. Dine språklige ferdigheter og korrekturlesing av masteroppgaven har gjort innholdet lettere å forstå og kvikkere lese. Til våre medstudenter, takk for alle faglige diskusjoner, råd, og ikke minst, pauser med humor og støtte. Sammen har vi alle kommet oss i havn. Familien vår har vært en solid støttespiller gjennom hele studietiden. Takk for at dere alltid har trodd på oss og gitt oss motivasjonen til å fortsette, selv når det har vært krevende. Uten dere ville denne reisen vært langt vanskeligere. En hjertelig takk går også til Anders sin kjæreste, Ina Linn. Du har gitt de nødvendige avbrekkene Anders trengte for å koble av og hente seg inn. Det har bidratt til å holde motivasjonen oppe gjennom hele prosessen. Sist, men ikke minst ønsker vi å takke hverandre. Å skrive en masteroppgave med sin tvillingbror har vært en unik opplevelse til å lære å kjenne hverandre enda bedre, både på godt og vondt. Vi har utfylt hverandre med våre sterke og svake sider, og pushet hverandre til å yte vårt beste. Takk for samarbeidet og de faglige og ikke-faglige samtalene vi har hatt sammen. Øyeblikkene har vært uerstattelig!

Før selve masteroppgavens innhold ønsker vi å gi en kvikk presentasjon av vår bakgrunn som forskere. Ettersom deler av studien er av kvalitativ forskning, vil en presentasjon av vår bakgrunn som forskere kunne styrke studiens validitet (Creswell & Creswell, 2023). Vi er i skrivende stund på femte og siste studieår av grunnskolelærerutdanningen 5.-10. Vi har fra tidligere skrevet en FoU-oppgave innenfor naturfagdidaktikk. I FoU-oppgaven gjennomførte vi en type lærebokanalyse. I masterprosjektet hadde vi et ønske om å utvide vårt forskningsrepertoar ved å gjøre en annen type forskning enn tidligere. Vi har også gjennomført flere praksisperioder gjennom lærerutdanningen og blant annet erfart å være lærer i matematikkundervisning, noe som har påvirket vårt valg av masterfag. Vårt ønske om å forske på temaet estimering og kvikkbilder i skolen kommer blant annet av at det har vært lite om kvikkbilder og estimering i utdanningen og praksisperiodene. Vi ser det derfor som en gylden mulighet for å utvide vår kompetanse innenfor matematikkfaget.

Trondheim, mai 2024

Anders Nystad og Stian Nystad





# Innhold

Figurer .....	xii
Tabeller .....	xii
Forkortelser/symboler .....	xiii
1 Innledning .....	14
1.1 Internasjonalt og nasjonalt fokus på prosess fremfor produkt .....	14
1.2 Rollen til kvikkbilder i prosessorientert matematikdidaktikk .....	14
1.3 Rollen til kvikkbilder i undervisning om estimering .....	15
1.4 Barn og voksnes estimering av kvikkbilder .....	15
1.5 Problemstilling og forskningsspørsmål .....	16
1.6 Studiens struktur .....	16
2 Teori .....	18
2.1 Begrepsavklaring .....	18
2.1.1 Mengde og tall .....	18
2.1.2 Strategi i matematikk .....	19
2.1.3 Telling og subitisering .....	19
2.1.4 Estimering .....	20
2.1.5 Kvikkbilder .....	21
2.2 Teoretisk rammeverk .....	21
2.2.1 Kognitiv læringsteori .....	21
2.2.2 Bølgeteori .....	22
2.3 Estimeringsstrategier .....	24
2.3.1 Skjematisk oversikt over rammeverkene .....	24
2.3.2 Likheter og ulikheter mellom strategiene i rammeverkene .....	30
2.4 Andre estimeringsstrategier .....	30
2.4.1 Memorisering .....	30
2.4.2 Kombinasjon .....	31
2.4.3 Tetthetssammenligning .....	31
2.4.4 Gjenkjenne og justere .....	31
2.5 Fleksibilitet og adaptivitet .....	31
2.6 ANS – et intuitivt system for estimering .....	32
2.7 Tidligere forskning .....	33
3 Forskningsdesign .....	35
3.1 Vitenskapelig paradigme .....	35
3.2 Forskningsmetodikk .....	36

3.3 Instrumentene .....	37
3.3.1 Test.....	37
3.3.2 Spørreundersøkelse.....	39
3.4 Undersøkelsens struktur.....	40
3.4.1 Informasjonsside.....	40
3.4.2 Oppvarmingsoppgaver .....	41
3.4.3 Selve undersøkelsen .....	42
3.5 Utvalget .....	43
3.6 Datainnsamlingen.....	43
3.6.1 Pilotundersøkelsen .....	43
3.6.2 Undersøkelsen .....	44
3.7 Begrunnelse for valg av rammeverk .....	45
3.8 Dataanalyse .....	46
3.8.1 Kvalitativ analyse .....	46
3.8.2 Kvantitativ analyse.....	49
3.9 Validitet og reliabilitet .....	51
3.9.1 Reliabilitet og validitet i kvalitativ forskning .....	51
3.9.2 Reliabilitet og validitet i kvantitativ forskning .....	52
3.10 Forskningsetikk og behandling av data .....	52
3.11 Metodedrøfting.....	53
4 Resultat av analyse .....	55
4.1 Fordeling av tilstrekkelige og utilstrekkelig besvarelser .....	55
4.2 Resultater av hele elevgruppens strategirepertoar .....	56
4.3 Resultater av hele elevgruppens strategifordeling.....	58
4.4 Resultater av hele elevgruppens strategifleksibilitet.....	62
4.5 Resultater av hele elevgruppens strategianvendelse .....	63
4.6 Resultater av sammenhengen mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn .....	64
5 Diskusjon .....	68
5.1 Oppsummering av våre funn.....	68
5.2 Hvilke estimeringsstrategier bruker elevgruppen på 9. og 10. trinn i møte med TSK-oppgaver?.....	68
5.3 Hvordan er fordelingen av brukte estimeringsstrategier hos elevgruppen på 9. og 10. trinn i møte med TSK-oppgaver? .....	70
5.4 Hvor fleksible er elevgruppen på 9. og 10. trinn når de bruker estimeringsstrategier i møte med TSK-oppgaver? .....	71

5.5 For hvilke numerositeter anvendes estimeringsstrategiene hos elevgruppen på 9. og 10. trinn i møte med TSK-oppgaver? .....	73
5.6 Er det en sammenheng mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn? .....	75
5.7 Studiens bidrag til forskningsfeltet og didaktiske implikasjoner .....	76
5.8 Begrensninger ved studien og videre forskning .....	77
6 Oppsummering .....	79
Referanser .....	80
Vedlegg .....	84

## Figurer

Figur 2.1: Eksempel på en mengde som kan fremvises som et kvikkbilde.....	21
Figur 2.2: Modell av Sieglers bølgeteori..	23
Figur 2.3: Modell av strategiutvikling.....	23
Figur 2.4: Skjematisk oversikt over estimeringsstrategiene til Siegel et al. (1982)..	25
Figur 2.5: Skjematisk oversikt over estimeringsstrategiene til Gandini et al. (2008). ...	27
Figur 2.6: Skjematisk oversikt over estimeringsstrategiene til Romijn et al. (2023)..	28
Figur 3.1: Et tilfeldig strukturert kvikkbilde fra testen..	38
Figur 3.2: Et forhåndsspørsmål fra testen.....	39
Figur 3.3: Et innskrivningsfelt med maske fra testen. ....	39
Figur 3.4: Et oppfølgingsspørsmål fra spørreundersøkelsen. ....	40
Figur 3.5: Informasjonssiden fra undersøkelsen. ....	40
Figur 3.6: En oppvarmingsoppgave fra testen.....	41
Figur 3.7: Overgangen mellom oppvarmingsoppgavene og selve undersøkelsen.....	42
Figur 3.8: Innholdet i undersøkelsen..	42
Figur 3.9: Eksempel på data fra undersøkelsen. ....	48
Figur 3.10: Eksempel på de ulike kodingene i studien..	48
Figur 3.11: Oversikt av strategivariabelens numeriske verdier. ....	50
Figur 3.12: Oversikt av elevgruppevariabelens numeriske verdier..	50
Figur 4.1: Sektordiagram av tilstrekkelige og utilstrekkelige besvarelser. ....	56
Figur 4.2: Sektordiagram av brukte hovedstrategier. ....	59
Figur 4.3: Sektordiagram av brukte understrategier innenfor gjenkjenning.....	60
Figur 4.4: Sektordiagram av brukte understrategier innenfor sammenligning.....	60
Figur 4.5: Sektordiagram av brukte understrategier innenfor gruppering.....	61
Figur 4.6: Sektordiagram av brukte strategier innenfor kombinasjon. ....	61
Figur 4.7: Sektordiagram av antall ulike brukte hovedstrategier.....	62
Figur 4.8: Linjediagram av strategianvendelsen. ....	63
Figur 4.9: Gruppert stolpediagram av brukte hovedstrategier. ....	65
Figur 4.10: Retningslinje for styrkenivået på statistiske sammenhenger.....	67

## Tabeller

Tabell 4.1: Frekvenstabell av brukte hovedstrategier og understrategier. ....	57
Tabell 4.2: Frekvenstabell av brukte kombinerte strategier.....	58
Tabell 4.3: Krysningsstabell av strategibruken og elevgruppene. ....	64
Tabell 4.4: Tabell av resultatene fra Chi-Square testen. ....	66
Tabell 4.5: Tabell av resultatene fra Cramér's V-testen. ....	67

# Forkortelser/symboler

ANS	Approximate Number System
FoU	Forskning og utvikling
LK20	Kunnskapsløftet 2020
ms	Millisekund
NESH	Nasjonale forskningsetiske komité samfunnsvitenskap og humaniora
NOU	Norges offentlige utredninger
NSD	Norsk senter for forskningsdata
NTNU	Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
SPSS	Statistical Package for the Social Sciences
TSK	Tilfeldig strukturert(e) kvikkbilde(r)

# 1 Innledning

I dette kapitlet vil vi først presentere studiens tema og hvorfor temaet er viktig å forske på. Deretter vil vi redegjøre for hva vi vet, og hva vi ikke vet om studiens tema fra tidligere forskning. Videre vil vi presentere studiens problemstilling og forskningsspørsmål, og beskrive studiens signifikans. Til slutt vil vi beskrive studiens struktur.

## 1.1 Internasjonalt og nasjonalt fokus på prosess fremfor produkt

Fokuset i den internasjonale og nasjonale skolematematikken har utviklet seg fra å være resultatorientert til å bli mer prosessorientert. I stedet for å finne og memorere konkrete og spesifikke svar i matematikken, legges det større vekt på å finne fremgangsmåter og strategier for å løse matematiske problemer (Luwel & Verschaffel, 2008; Starkey & McCandliss, 2014; Verschaffel et al., 2009; Kilpatrick et al., 2001).

Også i nasjonal læreplan i matematikk er det et økende fokus på veien frem til svaret fremfor svaret i seg selv. For eksempel har Kunnskapsdepartementet (2019) viet plass til strategier i Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 (LK20). I den nye læreplanen i matematikk kan man blant annet se følgende formuleringer i kjerneelementene "Utforskning og problemløsning", "Resonnering og argumentasjon" og "Matematiske kunnskapsområder" til matematikkfaget: "Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene.", "Resonnering i matematikk handler om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker...Elevene skal utforme egne resonnementer både for å forstå og for å løse problemer.", "Argumentasjon i matematikk handler om at elevene begrunner framgangsmåter, resonnementer og løsninger og beviser at disse er gyldige." og "Elevene må tidlig få et godt tallbegrep og få utvikle varierte regnestrategier." (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2-3). I noen av sitatene ovenfor bruker Kunnskapsdepartementet (2019) begrepet "strategi" eksplisitt, mens i andre sitater brukes begreper som "resonnement", "tankerekker" og "framgangsmåter". Læreplanen i matematikk gir også oppmerksomhet til strategier i forbindelse med blant annet de grunnleggende ferdighetene "Muntlige ferdigheter" og "Å kunne regne", slik som: "Muntlige ferdigheter i matematikk innebærer å skape mening gjennom å samtale i og om matematikk. Det vil si å kommunisere ideer og drøfte matematiske problemer, strategier og løsninger med andre." og "Utviklingen av regneferdigheter i matematikk handler om å analysere og løse et spekter av stadig mer komplekse problemer med effektive og hensiktsmessige begreper, symboler, metoder og strategier" (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 4-5). Slik kan vi forstå at fokuset på prosess og utvikling av elevers strategier er sentralt i matematikkfaget.

## 1.2 Rollen til kvikkbilder i prosessorientert matematikdidaktikk

I prosessorientert skolematematikk kan kvikkbilder brukes som en engasjerende matematikkaktivitet for å fremme blant annet bruk og utvikling av strategier for å estimere mengder. Kvikkbilde kan forklares som en mengde med elementer, av for eksempel prikker eller sjokolader, som vises i begrenset tid (Bondø, 2016). Videre vil

begrepet numerositet (fra engelsk: numerousness) brukes om det totale antallet elementer i en mengde (Kaufmann, 1949). Dette betyr for eksempel at en mengde som totalt inneholder 17 prikker, har en numerositet på 17. Ved at kvikkbildet er synlig for elevene i en begrenset tidsperiode kan kvikkbildet legge til rette for at elevene tar i bruk ulike fremgangsmåter og strategier for å bestemme numerositeten til kvikkbildene (Bondø, 2016). Læreren kan fungere som en samtaleleder som legger til rette for at elevene kan samtale om og forklare deres ulike resonnementer og tankemåter for å bestemme numerositeten til kvikkbildene (Bondø, 2016).

### 1.3 Rollen til kvikkbilder i undervisning om estimering

Kvikkbilder kan også fasilitere elevers estimering og tallforståelse (Bondø, 2016). Ved at kvikkbildet er synlig for elevene i en begrenset tidsperiode kan kvikkbildet legge til rette for at elevene må estimere numerositeten til kvikkbildene (Bondø, 2016). En grov definisjon av begrepet estimering kan sies å være en, ofte unøyaktig, prosess hvor man ønsker å anslå en mengde (Luwel & Verschaffel, 2008; Lysø, 2017). I forbindelse med vår forskning er fokuset på diskrete mengder i form av antall elementer i et kvikkbilde. Estimeringen kan baseres på informasjon i kvikkbildet, tidligere forkunnskaper og dømmekraft (Adams & Harrell, 2010). Informasjonen i kvikkbildet kan eksempelvis være antallet grupper med prikker man ser.

Det å estimere numerositet i kvikkbilder kan knyttes til tallforståelse (Bondø, 2016; Ciccione & Dehaene, 2020; Clements et al., 2019). For eksempel så kan estimering av numerositeter bidra til at elevene oppdager sentrale egenskaper ved tall (Clements & Sarama, 2014). I tillegg kan estimering av numerositeter bidra til å utvikle symbolsk matematikk (Starkey & McCandliss, 2014). For eksempel så kan kvikkbilder legge til rette for at elevene oppdager at en verdi kan uttrykkes på ulike måter (Bondø, 2016). Ifølge Halberda et al. (2008) ser man at det er en sammenheng mellom estimering av numerositeter og matematisk kompetanse for blant annet barneskoleelever. Utenfor skolen er det også viktig å ha utviklede estimeringsferdigheter fordi mennesker omgis av mange numeriske verdier og mengder i hverdagen, som vi i noen tilfeller må behandle omtrentlig på grunn av tidspress (Gandini et al., 2010). I læreplanen i matematikk kan man også se at tallforståelse står sentralt i kjerneelementene, slik som: "De matematiske kunnskapsområdene omfatter tall og tallforståelse... Elevene må tidlig få et godt tallbegrep..." og "Det vil si at elevene kan utforske tall" (Kunnskapsdepartementet, 2019). Med bakgrunn i disse sitatene kan vi forstå at estimering og tallforståelse også er relevant i matematikkfaget, noe som elevene får utviklet gjennom kvikkbilder i undervisning.

### 1.4 Barn og voksnes estimering av kvikkbilder

Det finnes allerede noe forskning om kvikkbilder og hvilke strategier barn og voksne bruker for å estimere numerositet i kvikkbildeoppgaver. Mye av forskningen på subitiserings som fenomen er gjort i et psykologisk perspektiv (Clements et al., 2019), noe forskningen til Gandini et al. (2008), Ciccione og Dehaene (2020) og Anobile et al. (2020) er eksempler på. Likevel finnes det noe forskning på kvikkbilder og individers strategier for å bestemme numerositet i barnehage- eller skolesammenheng, men det meste av forskningen som er kjent er gjort i utlandet, for eksempel forskningen til Starkey & McCandliss (2014), Wilkins et al. (2022) og Gandini et al. (2010). Det har også i Norge blitt forsket på individers estimeringsstrategier, men forskningen er gjort

på en bred aldersgruppe og utenfor skolesammenheng, slik som forskningen til Romijn et al. (2023). I tillegg er det blitt gjort en del forskning på kvikkbilder hvor deltakerne enten a) får lang tid på å gjøre estimerer (opptil 6 sekunder) eller b) skal oppsummere strategiene sine ved slutten av eksperimentet (Romijn et al., 2023).

## 1.5 Problemstilling og forskningsspørsmål

Clements et al. (2019) viser til at det er gjort lite forskning på kvikkbilder i skolesammenheng, mens Gandini et al. (2010) har forsket på franske elevers estimeringsstrategier. Vi vet derimot lite om norske ungdomsskoleelevers estimeringsstrategier i møte med kvikkbilder. Med utgangspunkt i kunnskapshullene i tidligere forskning, som ble vist til i forrige delkapittel, søker denne studien derfor å undersøke et utvalg norske ungdomsskoleelevers strategier for å estimere numerositeten i kvikkbilder.

Masteroppgavens overordnede problemstilling er:

- Hvordan er bruken av estimeringsstrategier til 9. og 10. trinnselever i møte med tilfeldig strukturerte kvikkbildeoppgaver?

I videre lesing vil tilfeldig strukturert kvikkbildeoppgave forkortes til TSK-oppgave.

Problemstillingen skal besvares ved hjelp av fem følgende forskningsspørsmål:

- 1) Hvilke estimeringsstrategier bruker elevgruppen på 9. og 10. trinn i møte med TSK-oppgaver?
- 2) Hvordan er fordelingen av brukte estimeringsstrategier hos elevgruppen på 9. og 10. trinn i møte med TSK-oppgaver?
- 3) Hvor fleksible er elevgruppen på 9. og 10. trinn når de bruker estimeringsstrategier i møte med TSK-oppgaver?
- 4) For hvilke numerositeter anvendes estimeringsstrategiene hos elevgruppen på 9. og 10. trinn i møte med TSK-oppgaver?
- 5) Er det en sammenheng mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn?

Et svar på problemstillingen kan være med å utvikle undervisningsmetoder innenfor kvikkbilder. Det kan gjøre lærere i skolen i bedre stand til å tilrettelegge for elevers bruk og utvikling av estimeringsstrategier i matematikkundervisningen. I tillegg kan en økt forståelse for elevers strategibruk forbedre matematikkundervisningen ved at lærere kan bli bedre til å sette ord på og forstå elevenes resonnementer, tankemønstre og strategier. På den måten kan lærere tilrettelegge for at alle elever i læringsfellesskapet kan lære av hverandres strategier. I forskningssammenheng kan et svar på vår problemstilling gi økt forståelse for strategibruken til et utvalg norske ungdomsskoleelever, og gjøre at forskere oppdager nye strategier. På den måten kan forskere videreutvikle og bygge videre på kunnskapen fra denne studien.

## 1.6 Studiens struktur

Studien vår er inndelt i seks kapitler. I studiens første kapittel har vi blant annet presentert studiens tema, problemstilling og forskningsspørsmål. I kapittel 2 beskriver vi rammeverk, teorier og tidligere forskning som legger grunnlaget for analysen og diskusjonen. Kapittel 3 redegjør blant annet for vårt vitenskapelige paradigme og forskningsmetodikk, før våre videre metoder beskrives. Våre funn og resultater av forskningsspørsmålene fremvises i kapittel 4. I kapittel 5 diskuterer vi våre funn i lys av



teori og tidligere forskning for å besvare våre forskningsspørsmål, som videre svarer til vår problemstilling. Kapitlet diskuterer også studiens bidrag, studiens begrensninger og videre forskning. I studiens siste kapittel oppsummeres det viktigste fra studien.

## 2 Teori

I teorikapittelet vil vi presentere relevant teori knyttet til studien for å kunne besvare problemstillingen. Først vil vi gi en begrepsavklaring der vi forklarer oppgavens sentrale begreper, som blant annet estimering og kvikkbilder. Videre vil vi redegjøre for studiens teoretiske rammeverk. Etter det vil vi presentere estimeringsstrategier fra ulike rammeverk, og sammenligne disse. I teorikapittelet vil også andre estimeringsstrategier som ikke har kommet frem gjennom rammeverkene, bli presentert. Deretter vil vi redegjøre for forskjellen mellom fleksibilitet og adaptivitet, samt også greie ut om ANS-teorien. Til slutt vil vi utdype den tidligere forskningen som ble introdusert innledningsvis i oppgaven.

### 2.1 Begrepsavklaring

For å kunne beskrive, analysere og diskutere funnene på en presis og faglig måte vil vi redegjøre for sentrale begreper i de neste underkapitlene.

#### 2.1.1 Mengde og tall

Forskningen i denne studien bygger på flere teoretiske begreper. To begreper som er viktig å skille mellom er mengde og tall.

En mengde kan beskrives som en samling objekter, der det er tydelig definert hva som er inkludert, og ikke, i samlingen. Objektene som er en del av mengden kalles gjerne for elementer i mengden (Lysø, 2017, s. 17). Det vil si at mengder kan eksistere i ulike former og størrelser, og derfor kan mengder eksistere overalt rundt oss. Eksempler på mengder i hverdagen kan være antallet personer på en konsert eller antallet pulter i et rom. I denne forskningen kan et relevant eksempel på en mengde være antall prikker i et kvikkbilde.

Botten (2016) beskriver seks ulike aspekter ved tall (s. 33). I denne studien konsentrerer vi oss om å betrakte et tall ved kardinalaspektet (Botten, 2016, s. 34). Dette aspektet vektlegger og fokuserer på "tall som uttrykk for antall elementer i en mengde." (Botten, 2016, s. 34). Det betyr at tall kan ses som et matematisk symbol som representerer en mengdestørrelse. I titalssystemet, det mest anerkjente tallsystemet i dag, vil tallet 12 gi en representasjon av at det er tolv elementer (for eksempel prikker) i mengden (Burton, 2005, s. 280). Dette aspektet er av stor relevans siden elevene i denne forskningen blant annet skal beskrive antallet elementer i mengden ved hjelp av tall.

Selv om tall kan beskrive en mengde med en symbolsk tilnærming, er det også mulig å beskrive en mengde uten å bruke tall ved en ikke-symbolsk tilnærming. Fra tidlig alder har små barn opplevelser og erfaringer med mengder, noe som videre er med å utvikle forståelsen for konseptene tall og telling (Van de Walle, 2015, s. 168). Det kommer videre frem at barn utforsker mengder før de kan telle. Barn kan for eksempel identifisere hvilken skål som inneholder flest godbiter (Van de Walle, 2015, s. 168). Van de Walle (2015) uttrykker at nesten alle barn som starter i barnehagen kan velge mengden som er størst, så lenge det vises to mengder som er åpenbart forskjellige i størrelse (Van de Walle, 2015, s. 174). Det viser at barn fra tidlig alder kan bygge og ha en forståelse for konseptene "mer", "mindre" og "samme", noe som legger grunnlaget

for barns forståelse av tall (Van de Walle, 2015, s. 174). Dermed kan barn i tidlig alder ha forståelse og behandle mengder uten å ha noen symbolsk forståelse.

Vygotsky (1978) beskriver at tegnsystemer, slik som skrift og tallsystemer, fungerer som et bindeledd mellom tidlige og senere stadier av individuell utvikling (s. 7). Vi kan dermed forstå at symbolsk tallkunnskap er et grunnleggende konsept for å utvikle matematiske ferdigheter. Dette støttes også av Van de Walle (2015, s. 166). Van de Walle (2015) hevder også at den symbolske tilnærmingen til mengder må læres og videre utvikles (s. 167 og 169). Det betyr at tallkunnskap og telling ikke er medfødte egenskaper. Broen fra en ikke-symbolsk til en symbolsk tilnærming for å beskrive mengder er fordelaktig av flere grunner (Van de Walle, 2015, s. 166). For det første vil man ved en symbolsk tilnærming til mengder gradvis kunne inkludere mer avanserte matematiske ideer og konsepter, slik som addisjon og subtraksjon (Van de Walle, 2015, s. 166).

For det andre vil man kunne uttrykke en mengde på en mer nøyaktig og presis måte ved en symbolsk tilnærming, sammenlignet med en ikke-symbolsk tilnærming. Der små barn tidlig kan uttrykke hvilken mengde som har flest elementer i mengden, kan man ved symbolsk tallkunnskap uttrykke og beskrive mengden nærmere. For eksempel vil to mengder som inneholder numerositetene 5 og 7 være vanskelig å beskrive presist og nøyaktig for et barn som ikke har utviklet symbolsk tallkunnskap. Det eneste som er naturlig for et slikt barn kan være å uttrykke hvilken mengde som er størst og minst. I motsetning vil et barn som har utviklet symbolsk tallkunnskap kunne beskrive numerositetene i mengdene på en presis og nøyaktig måte. Slik vil man kunne ha mer informasjon om mengdene, som hvor mye større den største mengden er sammenlignet med den minste mengden.

### 2.1.2 Strategi i matematikk

Strategi er også ett av flere sentrale begrep i denne studien. Ut fra innledningskapitlet kan man forstå begrepet, i korte trekk, som en handling for å oppnå et bestemt mål eller løse et spesifikt problem innenfor en kontekst eller aktivitet. Ettersom det finnes mange problemer innenfor mange kontekster og aktiviteter er strategibegrepet et omfattende begrep som innbefatter mange ulike handlinger. I et skolematematisk perspektiv er strategibegrepet noe smalere. Ifølge Kunnskapsdepartementet (2019) kan strategibegrepet beskrives som en metode eller fremgangsmåte for løse et matematisk problem som elevene ikke er kjent med fra tidligere (s. 2). I denne studien vil metode og fremgangsmåter være de handlingene elevene gjør for å finne numerositetene i kvikkbildene, mens det matematiske problemet i kvikkbildeoppgavene er å avgjøre numerositetene. Mer om strategier vil vi komme tilbake til i underkapitlet "Fleksibilitet og adaptivitet".

### 2.1.3 Telling og subitisering

En sikker strategi for å finne numerositeten i mengden er telling. Baksiden med strategien telling er at den ofte kan være tidkrevende å ta i bruk, spesielt når numerositeten øker (Luwel & Verschaffel, 2008). Trick & Pylyshyn (1994) beskriver at man kan ha en hastighet på 250-350 millisekunder (ms) per element når man skal gjøre en opptelling på en mengde mer enn 4 elementer. Det betyr at telling kan fungere godt når antallet elementer i mengden er lite (for eksempel 5 elementer), men bli utfordrende å bruke når det er mange elementer i mengden (for eksempel 50 elementer).

Som eksempel vil telling fungere godt når det er 6 elementer i mengden, men være utfordrende å ta i bruk når det er 50 elementer i mengden. Å telle krever tid, men også at man har kontroll over hva man har telt og ikke (Luwel & Verschaffel, 2008). Heldigvis finnes det andre strategier man kan bruke når strategien telling blir upraktisk. Mer effektive strategier for å finne antallet i mengden kan for eksempel være subitisering. I numerositeter av små mengder kan subitisering være fordelaktig, mens det i store mengder kan være hensiktsmessig å bruke andre estimeringsstrategier (Kaufmann et al., 1949; Luwel & Verschaffel, 2008).

Subitisering kan videre beskrives som en mekanisme som tas i bruk for presis vurdering av svært små mengders numerositeter (Ciccione & Dehaene, 2020). Hvis man raskt og enkelt ser numerositeten i mengden, kalles det gjerne for at man har tatt i bruk subitiseringsevnen. For eksempel kan det være hvis man med en gang klarer å se at det er to prikker i bildet, uten å måtte telle prikkene en og en. Forskningsfeltet er noe uenig om hvor den øvre grensen for subitisering ligger, men forskning viser likevel at den ligger et sted mellom to til seks (Kaufmann et al., 1949; Railo et al., 2008; Repp, 2007; Mazza, 2017). Det er likevel fire som oftest går igjen som subiteringens øvre grense (Katzin et al., 2019).

For å fastslå numerositeten i små mengder kan derfor både subitisering og telling betraktes som sikre strategier, men bli utfordrende å bruke når mengdestørrelsen øker.

#### 2.1.4 Estimering

Som nevnt innledningsvis kan en estimering beskrives som en prosess der man, med bakgrunn i informasjonen man har, forkunnskaper og dømmekraft, forsøker å anslå numerositeten i mengden. En estimering foregår når en møter en mengde som man ønsker å finne størrelsen på (Adams & Harrell, 2010). Fordi det er så mange mengder en kan vurdere, finnes det flere eksempler på estimering. Det kan for eksempel være når en person ser en mengde blyanter i en beholder (for en kort periode), hvor man i etterkant ønsker å anslå antallet blyanter i beholderen. Estimeringen kan beskrives som hele prosessen, fra personen ved første øyekast så blyantene i beholderen til personen til slutt har anslått antallet blyanter i beholderen.

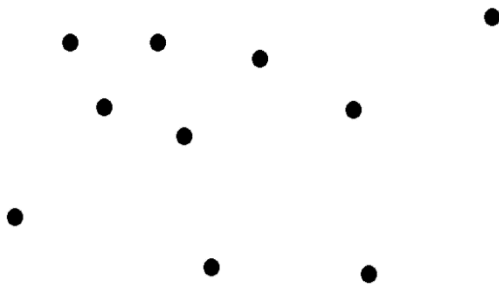
Luwel & Verschaffel (2008) beskriver estimering i en snever og bred forstand. Den snevre forståelsen av begrepet ser estimering som en øyeskanningsprosess hvor man raskt vurderer mengden (Luwel & Verschaffel, 2008). Ved bruk av denne definisjonen ser man gjerne estimering som en perseptuell prosess, der egen følelse/intuisjon ses som avgjørende for å bestemme numerositeten i mengden (Luwel & Verschaffel, 2008). Med bakgrunn i den snevre forståelsen av estimering beskrives estimeringsevnen som sentral når det raskt gjelder å finne større mengders numerositet enn det subitiseringsevnen klarer. Det vil med andre ord gjelde når man raskt ønsker å finne større mengders numerositet, gjerne over subitiseringsens øvre grense. For å anslå numerositeten i mengden er estimering ofte en mer unøyaktig prosess sammenlignet med telling og subitisering (Luwel & Verschaffel, 2008). For eksempel hevder Gilmore et al. (2018) at når mengden inneholder 20 eller flere elementer har man en tendens til å underestimere numerositeten. Med informasjonen ovenfor kan estimering forstås som en effektiv, men en noe unøyaktig prosess for å anslå mengdens numerositet.

En bredere definisjon av begrepet estimering inkluderer alt fra sofistikerte strategier til primitive strategier for å komme frem til en estimering, slik som øyeskanningsstrategien som nevnt ovenfor. Ved en bredere forståelse av begrepet ser man estimering

som en omfattende og kompleks problemløsningsaktivitet, bestående av flere beregningsferdigheter og matematiske prosedyrer, for å komme frem til en omtrentlig mengdevurdering (Luwel & Verschaffel, 2008). I denne studien vil begrepet estimering benyttes i sin bredere forstand. Det betyr med andre ord at en estimeringsprosess kan inkludere flere forskjellige estimeringsstrategier. Et eksempel kan være telling av grupper, hvor antallet i en gruppe er blitt bestemt gjennom subitisering. Kombinasjon av ulike strategier i en estimeringsprosess kommer vi tilbake til i delkapittel 2.4.

### 2.1.5 Kvikkbilder

Det er flere aktiviteter man kan implementere i undervisningen for å fremme og trene på estimering. En av dem er kvikkbilder. Kvikkbilder er oppgaver der elevene får en begrenset tid til å estimere numerositeten i mengden (Bajwa et al., 2023). Med begrenset tid vil elevene oppfordres til å ta i bruk effektive strategier istedenfor å telle numerositeten en etter en (Bondø, 2016). Som nevnt i innledningen kan kvikkbilder blant annet støtte elevers tallforståelse og gi rom for bruk av flere strategier (Bajwa et al., 2023). Mengden i kvikkbildet er ikke bestemt og kan fremvises på ulike måter (Bondø, 2016). Et eksempel kan være antall sjokoladebiter man ser i en sjokoladeeske. Antall prikker man ser på en powerpoint kan være et annet eksempel. I vår studie vil vi fokusere på kvikkbilder som inneholder prikker og som fremvises på en datamaskin, slik som vist i figur 2.1 nedenfor.



**Figur 2.1: Eksempel på en mengde som kan fremvises som et kvikkbilde dersom mengden blir vist i begrenset tid. Numerositeten til mengden er 10. Figuren er selvlaget.**

## 2.2 Teoretisk rammeverk

Det teoretiske rammeverket baserer seg på Piagets kognitive læringsteori og Sieglers bølgeteori. Disse teoriene kan forklare hva som skjer når elevene skal løse kvikkbildeoppgavene og veien frem til elevens estimat av numerositeten til kvikkbildet. Ettersom Sieglers bølgeteori baserer seg på Piagets kognitive læringsteori, vil vi først presentere kognitiv læringsteori før vi så redegjør for Sieglers bølgeteori.

### 2.2.1 Kognitiv læringsteori

I kognitiv læringsteori forsøker man å forklare hvordan læring skjer (Lyngsnes & Rismark, 2014, s. 61). Jean Piaget er en sentral teoretiker innenfor den kognitive læringsteorien som har tilført teorien sentrale bidrag (Lyngsnes & Rismark, 2014, s. 61).

Fokuset i kognitiv læringsteori ligger på egenaktivitet og på elevenes kognitive prosesser og tankevirksomhet (Lyngsnes & Rismark, 2014, s. 61). Dermed kan vi forstå at begreper slik som kognitive strukturer eller skjema, kognitiv organisering, kognitiv

adaptsjon, assimilasjon, akkommodasjon og likevekt er sentrale begreper for å forklare hvordan kunnskap utvikles og læring skjer (Åsvoll, 2013, s. 231).

Skjemaer eller strukturer kan betraktes som byggesteiner for tenkning og er kognitive representasjoner av handlingsmønstre (Piaget, 1970). I sammenheng med kvikkbilder kan et eksempel på et skjema være hvordan estimeringsstrategier man kan bruke i møte med TSK-oppgaver.

Piaget (1970) betraktet kognitiv adaptsjon og organisering som to komplementære funksjoner som legger til rette for at kognitiv utvikling kan skje. Adaptsjon handler om å tilpasse seg miljøet man lever i, og har to sider; assimilasjon og akkommodasjon (Piaget, 1950).

Assimilasjon skjer dersom nye inntrykk og informasjon gir mening for oss. Det vil si at inntrykkene og informasjonen stemmer overens med tidligere etablerte skjemaer (Piaget, 1950). Mennesker foretrekker informasjon som føyer seg inn i de eksisterende strukturene våre fordi det bekrefter skjemaene våre, hvor vi noen ganger kan forsøke å justere på informasjonen til å få den til å passe inn i skjemaene våre (Piaget, 1950).

Akkommodasjon derimot, skjer når nye inntrykk og informasjon ikke gir mening for oss. Det vil si at inntrykkene og informasjonen ikke stemmer overens med tidligere etablerte skjemaer (Piaget, 1950). Da oppstår det en ulikvekt mellom eksisterende strukturer og den nye informasjonen (Piaget, 1950). Denne ulikvekten vil da kunne føre til at det foregår en endring av skjemaene slik at nye erfaringer kan passe inn i skjemaene.

Ifølge Piaget skjer læring når det skjer forandringer i skjemaene våre (Piaget, 1950). Forutsetningen for at læring skal kunne skje er at mennesket skaper likevekt mellom assimilasjon og akkommodasjon (Piaget, 1970). Denne likevektsprosessen er viktig fordi hvis vi det bare hadde skjedd en assimilasjon, ville vi ikke lært nye begreper eller utviklet skjemaer. Dersom det derimot bare hadde skjedd en akkommodasjon, måtte alle erfaringer i miljøet blitt forstått på en ny måte (Piaget, 1970). Uten likevekt hadde resultatet dermed vært ustabile oppfatninger og en kaotisk verden (Piaget, 1970).

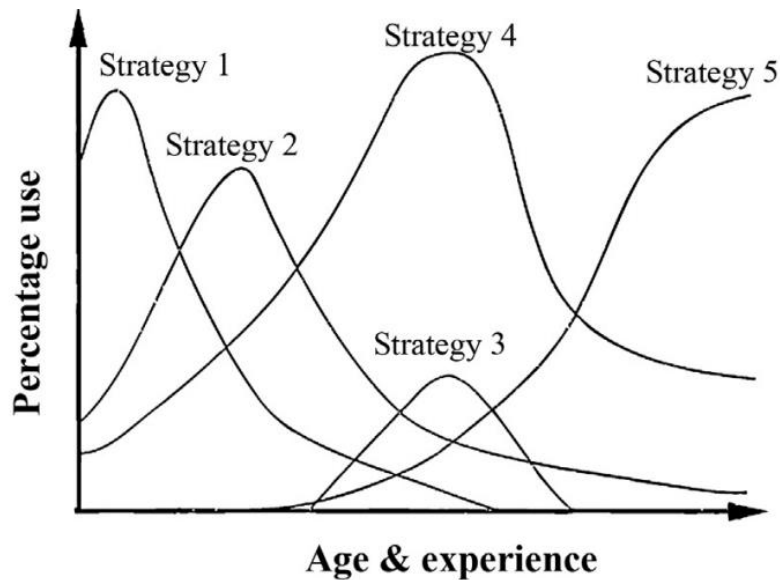
Ifølge Piaget (1950) er organisering den andre funksjonen som legger til rette for at kognitiv utvikling kan skje. Organisering handler om at mennesket gjør en kognitiv reorganisering og strukturering av tankene og inntrykkene sine. Piaget (1950) hevdet at kognisjon er ordnet på hierarkisk og kompleks måte, ved at enkle skjemaer blir kombinert og sammenvevd til å trinnvis blir mer og mer komplekse.

### 2.2.2 Bølgeteori

Sieglers bølgeteori tar utgangspunkt i kognitiv læringsteori og elevenes kognitive utvikling (Chen & Siegler, 2000). Bølgeteorien til Siegler legger tre antagelser til grunn: 1) i de fleste situasjoner tenker barn på forskjellige måter, 2) de forskjellige tenkemåtene konkurrerer mot hverandre både på kort og lang sikt og 3) frekvensen av de forskjellige tenkemåtene forandrer seg steg for steg, samtidig som mer komplekse tenkemåter utvikles (Chen & Siegler, 2000). Ut fra andre antagelse kan vi forstå at det kan være utfordrende å bestemme hvilken måte man bør tenke på.

Tidligere teorier har forsøkt å beskrive den kognitive utviklingen som en trappemodell, hvor trappetrinnene uttrykker plutselige endringer i tenkemåten (Siegler, 2020). Siegler, derimot, betraktet den kognitive utviklingen som en bølgemodell hvor bølgene representerer hver tenkemåte som en egen bølge som beveger seg mot kysten, derav

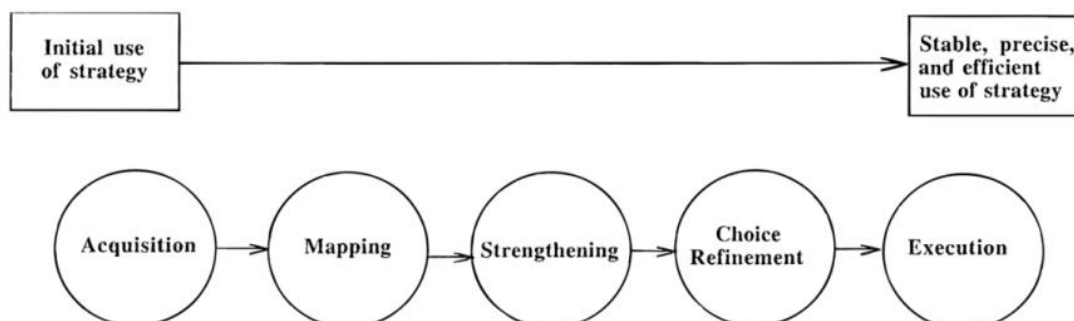
navnet bølgeteori (Chen & Siegler, 2000). I figur 2.2 kan man se en modell av Sieglers bølgeteori. Modellen viser blant annet at når man bytter strategier skjer disse skiftene som regel gradvis, og ikke som plutselige endringer slik som i trappemodellen. I figur 2.2 kan man også se hvordan de ulike måtene å tenke på, over tid, beveger seg som bølger og overlapper med hverandre. I tillegg viser modellen at ulike måter å tenke på kan brukes på samme tid. Fra figur 2.2 kan man også se at samtidig som alderen økes så vil de ulike strategiene benyttes oftere eller sjeldnere.



**Figur 2.2: Modell av Sieglers bølgeteori (Chen & Siegler, 2000). X-aksen representerer alder og erfaring, mens y-aksen representerer strategibruken oppgitt prosent. Modellen viser blant at strategiene har ulike toppunkt og stigninger.**

Med utgangspunkt i Sieglers bølgeteori kan bølgene i figur 2.2 representere elevenes estimeringsstrategier i møte med TSK-oppgavene i vår forskning. Figur 2.2 viser flere bølger som går inn i hverandre og flyter sammen. I vår forskning kan det bety at elevenes vei frem til frem til svaret på kvikkbildeoppgaven kan være kompleks og sammensatt. Ut fra figur 2.2 kan vi også se bølger som beveger seg på samme tid. På den måten kan man forstå at elevene i vår forskning kan ta i bruk ulike strategier samtidig og kombinere strategiene med hverandre for å løse kvikkbildeoppgavene.

Videre beskriver Chen & Siegler (2000) hvordan man utvikler nye stabile, presise og effektive strategier gjennom fem delprosesser (se figur 2.3).



**Figur 2.3: Modell av strategiutviklingen fra første bruk til en stabil, presis og effektiv bruk (Chen & Siegler, 2000).**

Fra figur 2.3 kan man se at man vil gå gjennom fem delprosesser fra første gang man bruker en strategi til at strategien er utviklet til å bli stabil, presis og effektiv. Første delprosess er "acquisition". Denne delprosessen refererer til startfasen i utviklingen av en ny stabil strategi, hvor brukeren eller elevene innhenter og lærer seg en ny strategi (Chen & Siegler, 2000). Den andre delprosessen er "mapping" som handler om å kartlegge den nye lærte strategien på nye problem (Chen & Siegler, 2000). I "mapping"-fasen forsøker elevene å avgjøre for hvilke problem eller kontekster at strategiene er egnet å anvende. Tredje delprosess kalles for "strengthening". Denne delprosessen dreier seg om å styrke den nye strategien med mål om å løsrive seg fra tidligere lærte strategier som er mindre avanserte å bruke. I tillegg kan det å styrke en ny strategi føre til kognitiv utvikling og læring (Chen & Siegler, 2000). Ofte kan man stole mer på tidligere lærte strategier, noe som vil kunne begrense bruken av den nye strategien selv om den nye strategien er mer effektiv enn den gamle (Chen & Siegler, 2000). Den fjerde delprosessen kalles "choice refinement" og handler om å avgrense valget mellom tilgjengelige strategier, spesielt dersom det er ulike varianter av samme strategi. I denne fasen bør eleven forsøke å utfordre seg selv med mål om kognitiv utvikling og læring. En måte å utfordre seg selv på kan være å bruke nye utviklede strategier fremfor tidligere lærte strategier som kan oppleves tryggere å bruke. Femte og siste delprosess i utviklingen til en stabil, presis og effektiv strategi er "execution" (Chen & Siegler, 2000). Denne delprosessen refererer til å anvende den nye strategien mer og mer stabilt, presist og effektivt. Ifølge Chen & Siegler (2000) kan de fem delprosessene flyte sammen og gå inn i hverandre.

## 2.3 Estimeringsstrategier

På forskningsfeltet finnes det ulike rammeverk vi kan bruke for å analysere estimeringsstrategier i møte med kvikkbildeoppgaver. Tidligere forskning (Siegel et al., 1982; Yeo & Price, 2021; Romijn et al., 2023; Gandini et al., 2008) viser at mennesker bruker ulike strategier for å estimere numerositeter. Av den grunn vil vi gi en skjematisk oversikt av ulike analytiske rammeverk og i korte trekk beskrive hva som inngår i de ulike strategiene. Videre vil vi trekke frem likheter og ulikheter mellom rammeverkene.

### 2.3.1 Skjematisk oversikt over rammeverkene

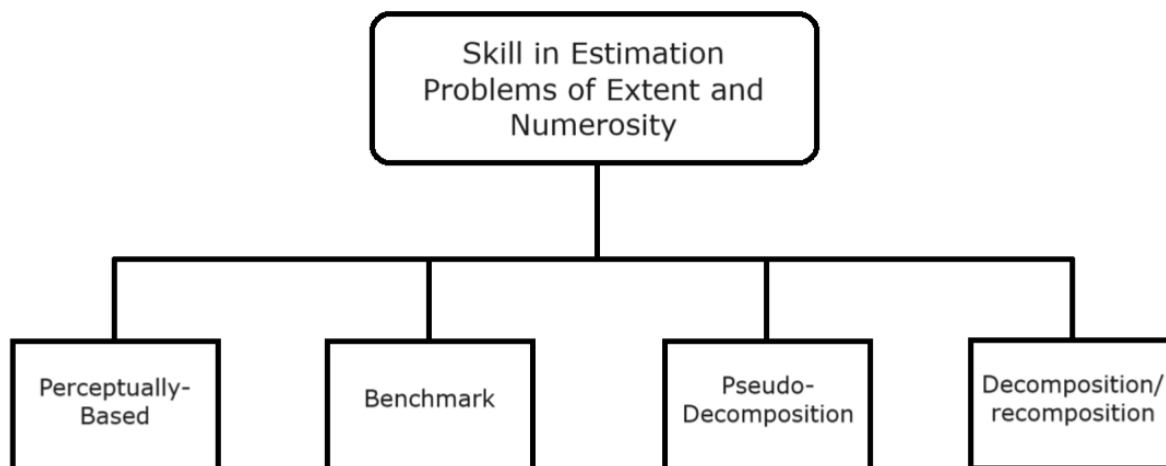
For å analysere elevenes estimeringsstrategier i kvikkbildeoppgaver kan vi bruke rammeverkene til Siegel et al. (1982), Gandini et al. (2008) og Romijn et al. (2023). Det er ulike årsaker til at vi velger å presentere flere analytiske rammeverk. En presentasjon av de tre rammeverkene vil vise muligheter vi har hatt, og gjøre det mulig å sammenligne rammeverkene for å oppdage muligheter og begrensninger ved dem. Med bakgrunn i sammenligningen av rammeverkene er vi mer kapable til å velge det rammeverket som egner seg best til vår forskning. Ved at vi har kjennskap til flere rammeverk vil vi også kunne være i bedre stand til å kategorisere elevenes estimeringsstrategier. For eksempel hvis en elev bruker en strategi som faller utenfor rammeverket til Romijn et al. (2023), kan vi være mer habile til å forstå hvilken strategi eleven har benyttet for å løse kvikkbildeoppgaven.

#### 2.3.1.1 Siegel et al. (1982) sitt rammeverk

En mye sitert artikkel på forskningsfeltet er forskningen til Siegel et al. (1982). De fant blant annet at elever fra 2. til 8. trinn brukte 10 estimeringsstrategier. Det høye antallet estimeringsstrategier viste seg å være problematisk i analytiske sammenhenger (Siegel



et al., 1982). For å gjøre rammeverket deres mer håndterlig for påfølgende analyser, valgte Siegel et al. (1982) å gruppere sammen strategier med felles egenskaper. For eksempel ble strategi 1-5 slått sammen til "perseptuellbaserte" strategier og strategi 6, 7a og 7b ble betraktet som eksempler på "benchmark"-strategier (Siegel et al., 1982, s. 221-222). Sammenslåingen av strategiene resulterte i fire strategier som kan brukes for å analysere data. I figur 2.4 har vi valgt å illustrere inndelingen med de 4 strategiene ettersom den inndelingen er mer egnet for analyser.



**Figur 2.4: Skjematisk oversikt over estimeringsstrategiene til Siegel et al. (1982). Figuren er selvlaget.**

Fra figur 2.4 kan man se at en av de fire estimeringsstrategiene til Siegel et al. (1982) er "Perceptually-Based" (strategies). "Perceptually-Based" (strategies) kan oversettes til perseptuellbaserte strategier, og inkluderer strategier som:

- 1) "Vet ikke". Denne strategien innbefatter at eleven ikke er i stand til å gi noen forklaring av estimatet.
- 2) "Gjetning". Ved bruk av "gjetning"-strategien indikerer eleven at estimatet var en antagelse, eller at eleven bare tenkte på et svar, slik som: "jeg gjettet bare" eller "jeg tenkte bare det".
- 3) "Eyeball". Elever som benytter "eyeball"-strategien forklarer estimatet sitt med en perseptuell beskrivelse, for eksempel: "det så ut som det".
- 4) "Range". Denne strategien innbefatter at eleven indikerer grensene for området til å finne estimatet, slik som: "det så ut som at det var mer enn 50 og mindre enn 100, så jeg landet på 75 som er midt mellom".
- 5) "Benchmark Comparison". Ved bruk av "benchmark comparison"-strategien forklarer eleven estimatet ved å sammenligne stimulien med et annet objekt eller en avstand, for eksempel: "vi gjorde noe lignende i fjor med kidneybønner, men det var et større glass og svaret var mer enn 6550".

(Siegel et al., 1982).

En annen strategi er "Benchmark"-strategien som kan oversettes til referanse.

"Benchmark"-strategien rommer strategier som:

- 1) "Benchmark". Elever som bruker "Benchmark"-strategien nevner enhet for måling eller måleinstrument som eleven tenker på eller bruker for å vise noe, slik som:

“en mygg er veldig liten, slik som en cm... myggen ser ut som en cm på en linjal”.

- 2) “Fractional Benchmark”. Denne strategien innbefatter at eleven nevner en brøkdelsenheter av måling, eller starter med en enhet og gjennom forklaringen bryter eleven enheten ned til en brøkdelsenheter, for eksempel: “jeg synes bokstaven “a” ser ut som  $\frac{1}{4}$  cm fordi fire “a”er ville gitt 1 cm”.
- 3) “Multiple Benchmark”. Ved bruk av “Multiple Benchmark”-strategien bruker eleven en måleenhet flere ganger, slik som: “jeg tror mobiltelefonen er 10 cm lang fordi jeg tok 1 cm og dupliserte centimeteren til enden av mobiltelefonen”.

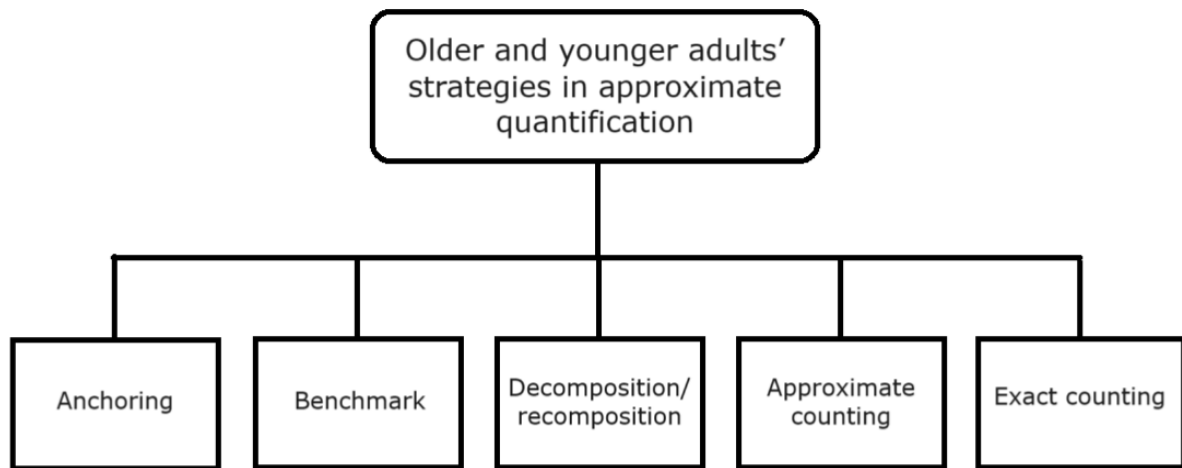
(Siegel et al., 1982).

En tredje estimeringsstrategi som er mulig å benytte er “Pseudo-Decomposition”, eller pseudo-dekomponering. Elever som bruker “Pseudo-Decomposition”-strategien indikerer bevissthet om at problemet kan deles opp i deler, men bruker likevel ikke denne informasjonen til å formulere sitt estimat, for eksempel: “jeg tror bowlinghallen er 45 meter bred fordi jeg tror hver bane er omtrent 1,5-3 meter bred, og hvem vet, antall baner kan være så mange” (Siegel et al., 1982).

“Decomposition/recomposition”, eller dekomponering/rekomponering, er også en estimeringsstrategi man kan bruke. Denne strategien innbefatter at eleven forklarer estimatet ved å bryte ned problemet i deler og deretter gjenforene delene, slik som: “jeg tror det er 500 navn på denne siden av telefonkatalogen fordi det er mange navn på en side og navnene er veldig små... så det er antageligvis 100 navn på en rad og det er 5 rader” (Siegel et al., 1982).

### **2.3.1.2 Gandini et al. (2008) sitt rammeverk**

En annen artikkel som det ofte henvises til på forskningsfeltet, er forskningen til Gandini et al. (2008). Forskningen til Gandini et al. (2008) bygger på forskningen til Siegel et al. (1982), som også har utviklet en kategorisering av strategier som blir benyttet for å kvantifisere mengder. I stedet for å forske på elever fra 2. til 8 trinn, forsket Gandini et al. (2008) på eldre og yngre voksne. Studien deres avslører at eldre og yngre voksne hovedsakelig bruker 5 strategier for å kvantifisere mengder. Gandini et al. (2008) opererer også med en sjette kategori som de kaller “andre” (strategier). “Andre” strategier inkluderer beskrivelser som ikke tilfredsstillende kriteriene til de andre 5 strategiene. I figur 2.5 kan du se en illustrasjon av strategiene til Gandini et al. (2008). Vi har valgt å ekskludere kategorien “andre” fra figur 2.5 ettersom “andre” er en samling med strategier, og ikke en spesifikk strategi slik som de andre 5 kategoriene.



**Figur 2.5: Skjematisk oversikt over estimeringsstrategiene til Gandini et al. (2008). Figuren er selvlaget.**

Fra figur 2.5 kan man se at "anchoring"-strategien er en av fem estimeringsstrategier utarbeidet av Gandini et al. (2008). "Anchoring"-strategien baserer seg innledningsvis på å telle en andel elementer i mengden, før man videre visualiserer seg de gjenværende elementene basert på den første optellingen. Til slutt sammenligner man de gjenværende elementene med de telte elementene i mengden. Med denne informasjonen estimerer man det totale antallet elementer i mengden (Gandini et al., 2008). Et eksempel på "anchoring"-strategien kan være: "jeg telte først 5 prikker, og så rakk jeg ikke å telle resten, men jeg tror det var dobbelt så mange prikker igjen, så jeg tror det var  $5+10=15$  prikker totalt".

"Benchmark"-strategien omhandler i korte trekk at man skanner hele mengden og deretter skaper en oppfatning av mengdens størrelse. Videre baserer denne strategien seg på at man kommer frem til et tall i hukommelsen, som er basert på tidligere erfaringer. Den endelige estimeringen vil kunne justeres alt etter hvor forskjellige disse to informasjonene blir (Gandini et al., 2008). En eksemplifisering av "Benchmark"-strategien kan være: "jeg så raskt på bildet og tenkte det kunne være 20 prikker eller mer... eller med tanke på en av de forrige oppgavene tenker jeg det må være 25, så jeg sier 23 prikker."

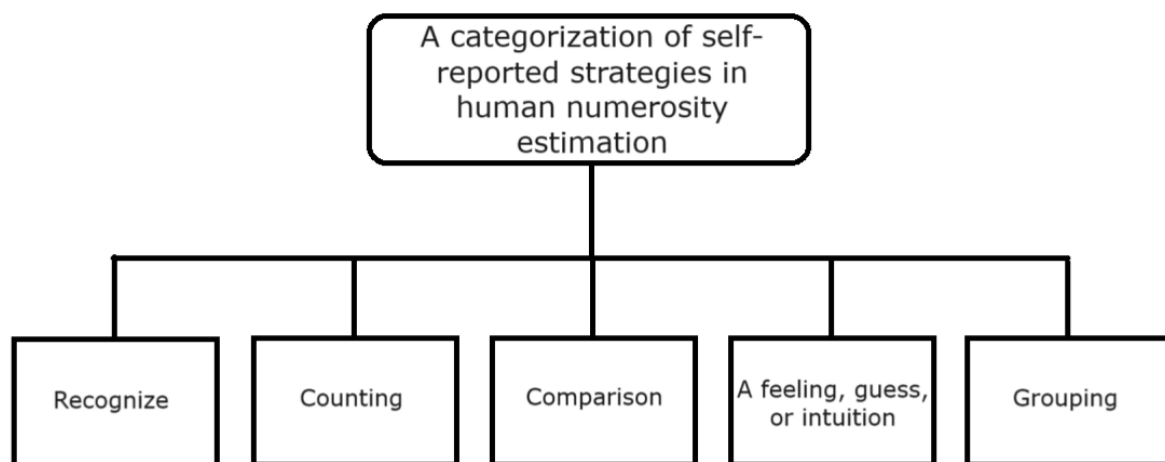
Med "decomposition/recomposition"-strategien viser Gandini et al. (2008) til at man først oppdager en delgruppe og deretter estimerer et antall slike typer delgrupper. Til slutt estimeres numerositeten ved å multiplisere antallet prikker i delgruppen med antall estimerte delgrupper (Gandini et al., 2008). Et eksempel på "decomposition/recomposition"-strategien kan være: "jeg delte prikkene i 5 grupper, så tenkte jeg det var 2 prikker i hver gruppe, så jeg tror det var 2 ganger 5 prikker, altså 10 prikker."

"Approximate counting"-strategien baserer seg på at man omtrentlig teller flere grupper av forskjellige størrelser, før man til slutt legger sammen antall prikker i de ulike gruppene til et endelig estimat (Gandini et al., 2008). Det kan eksempelvis være en elev som beskriver følgende: "Jeg så en gruppe jeg tror var 3 prikker, før jeg videre så en gruppe jeg tror var 6 prikker. Det var også to grupper jeg mener var like store med fem prikker i hver. Så jeg tror det totalt var 19 prikker."

Til slutt har vi "exact counting"-strategien som, ut fra sitt navn, innebærer at man på en systematisk måte teller alle elementene i mengden. Det kan for eksempel være å telle elementene en og en, eller to og to (Gandini et al., 2008).

### 2.3.1.3 Romijn et al. (2023) sitt rammeverk

Romijn et al. (2023) har også forsket på menneskers estimeringsstrategier. De forsket på mennesker fra Norge og England i alderen 14-63 år. Funn fra studien deres viser at deltakerne i all hovedsak benyttet 5 strategier for å estimere numerositeter. I kodingsystemet til Romijn et al. (2023) inkluderer de også en sjette og syvende kategori som de kaller "andre" og "utilstrekkelig bevis". Kategorien "andre" er prosesser som ikke er beskrevet av de andre 5 strategiene, mens kategorien "utilstrekkelig bevis" refererer til prosesser som ikke kan beskrives i tråd med en eller flere av de andre 6 kategoriene. I figur 2.6 kan man se en illustrasjon av strategiene til Romijn et al. (2023). Vi har valgt å ekskludere kategoriene "andre" og "utilstrekkelig bevis" fra figur 2.6 fordi kategoriene "andre" og "utilstrekkelig bevis" ikke er spesifikke strategier. Kategorien "andre" ble dessuten ikke brukt i analysen til Romijn et al. (2023).



**Figur 2.6: Skjematisk oversikt over estimeringsstrategiene til Romijn et al. (2023). Figuren er selvlaget.**

Fra figur 2.6 kan vi se at en av de 5 estimeringsstrategiene til Romijn et al. (2023) er "recognize", altså gjenkjenning. Strategien gjenkjenning beskrives som det å kunne gjenkjenne hele numerositeten i kvikkbildet (subitisering), eller å kunne gjenkjenne alle undergruppene som til sammen utgjør helheten (gruppetisering). Et eksempel på bruk av subitiseringstrategien kan være: "jeg så det var 3 prikker med en gang. Jeg trengte ikke å telle, jeg bare så det umiddelbart.". Et eksempel på gruppetiseringstrategien kan derimot være: "Jeg så en gruppe på 2 prikker og en gruppe på 3 prikker. Det gir 5 prikker til sammen.". Begge de nevnte eksemplene klassifiseres likevel som gjenkjenning, selv om eksemplene klassifiseres innenfor hver sin underkategori. Fra studien til Romijn et al. (2023) ble det funnet at de fleste deltakerne umiddelbart klarte å gjenkjenne 2 prikker, og noen opptil 5 prikker. I noen tilfeller ble undergruppene gjenkjent først, før de videre klarte å gjenkjenne hele bildet. Rapportene fra studien (Romijn et al., 2023) viste også høy sikkerhet ved deltakernes svar ved bruk av gjenkjenningstrategien.

“Counting” (altså telling) er annen estimeringsstrategi som kan brukes i møte med kvikkbildeoppgaver (Romijn et al., 2023). I deres studie inkluderer tellestrategien bare telling individuelt, og derfor ikke i kombinasjon med andre strategier. For at det skal klassifiseres innenfor strategien telling må det enten beskrives en generell telling eller en sekvensiell en-og-en telling. Et eksempel på sekvensiell en-og-en telling kan være: “Jeg rakk og telle alle prikkene en og en. Jeg telte 4 prikker totalt.”. Rapporter fra studien deres (Romijn et al., 2023) viser at det også er mulig å telle i trinn eller som en kombinasjon.

En annen strategi for å estimere numerositeter i kvikkbildeoppgaver er “comparison”, eller sammenligning (Romijn et al., 2023). Sammenligningsstrategien handler om å sammenligne gjeldende kvikkbilde med 1) tidligere kvikkbilde(r), eller 2) en spesifikk numerositet. Et eksempel på å sammenligne med tidligere kvikkbilde(r) kan være: “Det var i så fall flere prikker enn kvikkbildet med 12 prikker, men det så ikke ut som det var mange flere prikker. Det kan heller ikke være mer enn 18 prikker slik som på det første kvikkbildet. Derfor tror jeg det var 15 prikker.”. Å sammenligne med en spesifikk numerositet vil si å sammenligne gjeldene kvikkbilde med én eller flere numerositeter som tidligere ikke er anslått. Et eksempel på å sammenligne med en spesifikk numerositet kan være: “Jeg kunne ikke telle fordi det var så mange prikker. Det var definitivt flere enn 10 prikker, og i så fall mindre enn 50 prikker. Derfor tror jeg en plass midt mellom der, så jeg tror det var 30 prikker.”. Funn fra Romijn et al. (2023) viser at for større numerositeter brukes det blant annet sammenligning.

En fjerde strategi for å estimere numerositet i kvikkbildeoppgaver er “A feeling, guess, or intuition”, som kan oversettes til følelse, gjetning eller intuisjon (Romijn et al., 2023). Denne strategien kan ses i sammenheng med svar der eleven beskriver et gjett, en følelse eller intuisjon, og ikke kan beskrive prosessen frem til estimatet nærmere (Romijn et al., 2023). Et eksempel på et elevsvar ved bruk av denne strategien kan være: “Jeg tror jeg så 14. Jeg er ikke sikker, men jeg bare føler det var rundt 14. Jeg vet egentlig ikke hvorfor.”. Her beskrives estimeringen som en intuisjon eller følelse, og det uttrykkes ingen kognitive prosesser. Funn fra Romijn et al. (2023) viser at for større numerositeter brukes det blant annet gjetning/følelse/intuisjon.

“Grouping” (eller gruppering) er også en estimeringsstrategi som kan benyttes i kvikkbildeoppgaver (Romijn et al., 2023). Grupperingsstrategien handler om å dele opp eller dekomponere kvikkbildet i mindre deler, og består av understrategiene 1) like grupper, 2) ulike grupper og 3) telle og justere. Å dele inn i like grupper betyr å dele inn i to eller flere seksjoner som omtrentlig er like, eller estimert til å være like. Et eksempel på like grupper kan være: “Øverst så jeg en gruppe på 4 prikker. Videre så jeg at det var 5 slike grupper under den øverste gruppen. Det gir 4 ganger 6, som blir 24 prikker.”. Å dele inn i ulike grupper innebærer å dele inn i to eller flere seksjoner, hvor minst to av seksjonene er estimert til å ha ulik numerositet. Et eksempel på ulike grupper kan være: “Jeg så fire grupper. En gruppe inneholdt 6 prikker. En annen gruppe telte jeg hadde 3 prikker. En tredje gruppe hadde 2 prikker. Det gir meg 6 pluss 3 pluss 2 pluss, som blir 11 prikker.”. Å telle og justere vil si å telle en del av kvikkbildet før man estimerer resten basert på tellingen. Et eksempel på å telle og justere kan være: “Jeg telte først 4 prikker. Deretter så jeg at det var litt over halvparten igjen, så jeg tror det var 10 prikker.”. Funn fra Romijn et al. (2023) viser at for større numerositeter brukes det blant annet gruppering. I forbindelse med understrategiene like og ulike grupper fant studien at gjenkjenning, telling, sammenligning eller gjetning/følelse/intuisjon kunne brukes for

å bestemme antallet delgrupper og numerositetene til delgruppene (Romijn et al., 2023).

### 2.3.2 Likheter og ulikheter mellom strategiene i rammeverkene

Det er flere likheter og ulikheter mellom strategiene i rammeverkene. Når det gjelder likheter, er alle strategiene av type estimeringsstrategier. For det andre inkluderer alle rammeverkene sammenligningsstrategien, jf.: "benchmark comparison" og "range" (Siegel et al., 1982), "anchoring" og "benchmark" (Gandini et al., 2008) og "Comparison" (Romijn et al., 2023). Grupperingsstrategien blir også inkludert i alle rammeverkene, slik som: "pseudo-decomposition" og "decomposition/recomposition" (Siegel et al., 1982), "decomposition/recomposition" (Gandini et al., 2008) og "grouping" (Romijn et al., 2023). Selv om det er noen nyanseforskjeller i beskrivelsene av sammenlignings- og grupperingsstrategien mellom de ulike rammeverkene, er hovedessensen fremdeles den samme.

På den andre siden er det også ulikheter mellom strategiene i rammeverkene. For det første er det ulikt antall estimeringsstrategier i rammeverkene. Siegel et al. (1982) viser til 4 hovedstrategier, mens Gandini et al. (2008) og Romijn et al. (2023) viser til 5 strategier. Ved at Siegel et al. (1982) kategoriserer sine strategier i 4 hovedstrategier virker rammeverket deres derfor mer omfattende, sammenlignet med rammeverkene til Gandini et al. (2008) og Romijn et al. (2023). At rammeverket kan virke omfattende kan ha en sammenheng med at forskningen deres baserer seg på flere typer estimeringsoppgaver, slik som beskrevet tidligere. En annen ulikhet mellom strategiene i rammeverkene kan være at enkelte strategier bare finnes i et eller to av rammeverkene. Et eksempel på en strategi som bare finnes i et av rammeverkene er "vet ikke"-strategien som går inn under de perseptuellbaserte strategiene (Siegel et al. 1982). Videre kan et eksempel på en strategi som inkluderes i to av rammeverkene være gjetningsstrategien, jf.: "gjetning" (Siegel et al., 1982) under perspetuellbaserte strategier og "A feeling, guess, or intuition" (Romijn et al., 2023).

Basert på sammenligningen har vi valgt Romijn et al. (2023) sitt rammeverk av flere årsaker. Begrunnelse for valg av rammeverk vil bli presentert i metodekapittelet i delkapittelet 3.7.

## 2.4 Andre estimeringsstrategier

Som vi skal se kommer det frem av analysen at det ikke bare er de fem estimeringsstrategiene i rammeverket til Romijn et al. (2023) som blir benyttet for å løse kvikkbildeoppgavene. Fra den abduktive analysen viser det seg også at strategiene "memorisering", "tetthetssammenligning", "kombinasjon" og "gjenkjenne og justere" også blir brukt. I de neste avsnittene vil vi derfor presentere de fire strategiene.

### 2.4.1 Memorisering

Liu et al. (2019) beskriver memorisering som det å kopiere og gjenskape et materiale (s. 362). I vår forskning kan for eksempel memorisering brukes for å kopiere eller gjenskape kvikkbildet. Videre beskrives memoriseringsstrategien som en hensiktsmessig strategi når man har behov for å bruke informasjon fra oppgaven slik den er presentert uten videre utdypning eller prosessering (Liu et al., 2019, s. 362). I denne forskningen kan informasjonen fra oppgaven være numerositeten til mengden i kvikkbildet.

Ut fra et nevrovitenskapelig perspektiv, hjelper memorisering med blant annet å hente frem matematiske fakta, i dette tilfellet numerositeten til mengden i kvikkbildet, og på den måten kan memorisering fasiliterer individets evne til å løse (komplekse) matematikkoppgaver mer effektivt (Liu et al., 2019, s. 362). Utdanningsforskere derimot, mener at memorisering er en aktivitet som fører til at elever lærer og husker enkeltstående fakta, men som gjør at elevene ikke forstår eller knytter informasjonen til en større sammenheng (Liu et al., 2019, s. 362). Noen studier viser at memoriseringsstrategien har en negativ effekt på matematikkprestasjoner, mens andre forskninger viser positive korrelasjoner mellom memoriseringsstrategien og elevers matematikkprestasjoner (Liu et al., 2019, s. 363).

Funn fra studien til Liu et al. (2019) viser at svært få brukte memoriseringsstrategien alene, men over halvparten av elevene i studien brukte memoriseringsstrategien i kombinasjon med minst en annen strategi (s. 371).

#### 2.4.2 Kombinasjon

Kombinasjonsstrategien kan defineres som en strategi der man tar i bruk to eller flere ulike strategier for å nå målet (Liu et al., 2019). I vår forskning kan elevene for eksempel kombinere de fem estimeringsstrategiene i rammeverket til Romijn et al. (2023), for eksempel ved å først bruke sammenligningsstrategien til å sammenligne en mengde i kvikkbildet med et tidligere kvikkbilde. Deretter kan eleven bruke memoriseringsstrategien til å memorisere kvikkbildet som var på skjermen, for så å bruke tellingsstrategien til å telle de resterende prikkene fra kvikkbildet.

#### 2.4.3 Tetthetssammenligning

Tetthetssammenligning handler å gjøre sitt estimat basert på avstanden mellom prikkene i mengden. Kramer et al. (2011) beskriver at når numerositeten øker vil det føre til at prikkksamlingen enten må øke i romslig utstrekning eller i tetthet. Ut fra dette kan man forstå at en høy samlingstetthet av prikker kan indikere at numerositeten i kvikkbildet er høyt. Ved å sammenligne avstanden mellom prikkene kan man forstå at tetthetssammenligning kan sees som en strategi innenfor hovedstrategien sammenligning.

#### 2.4.4 Gjenkjenne og justere

Strategien gjenkjenne og justere er en strategi hvor en del av kvikkbildet blir gjenkjent gjennom subitisering (delsubitisering), før estimatet videre justeres og baseres på subitiseringsen. Med andre ord blir kvikkbildet delt opp i mindre deler, derfor kan denne strategien sees som en understrategi innenfor strategien gruppering.

### 2.5 Fleksibilitet og adaptivitet

I møte med kvikkbildeoppgaver er det naturlig å ta i bruk strategier for å avgjøre numerositeten. Valg av strategi kan ofte forklares med utgangspunkt i det spesifikke matematiske problemet man står overfor (Verschaffel et al., 2009). For eksempel hvis man ser en mengde med høy numerositet, kan det være lite hensiktsmessig å benytte tellestrategien fordi numerositeten kan bli for stor sammenlignet med stimulustiden. I stedet kan det være mer hensiktsmessig å bruke andre strategier, slik som å sammenligne med noe eller dele kvikkbildet inn i flere grupper, når man skal bestemme høye numerositeter.

I oppgaver der flere strategier kan tas i bruk, må det bestemmes hvilke strategi(er) man ønsker å bruke. Noen ganger ønsker man å ta i bruk en strategi alene, mens andre ganger kan strategier kombineres i samme oppgave. Det er ikke alltid en strategi er like hensiktsmessig å bruke i en oppgave som en annen type oppgave, og det handler derfor om å ta gode valg når strategi skal velges for å løse problemet best mulig (Verschaffel et al., 2009). Verschaffel et al. (2009) diskuterer to sentrale begreper som omhandler strategivalg – fleksibilitet (flexibility) og adaptivitet (adaptivity). Dette er begreper som lett kan forveksles, og hos noen brukes begrepene som synonymer. Likevel finnes det ulike betydninger av begrepene i den internasjonale forskningslitteraturen. Verschaffel et al. (2009) beskriver fleksibilitet som å kunne bytte (jevnt) mellom ulike strategier, uten ytterligere kvalifikasjoner. Derimot blir adaptivitet uttrykket som å kunne velge den mest hensiktsmessige strategien for den aktuelle oppgaven (Verschaffel et al., 2009). Det fremheves videre at strategifleksibilitet og strategiadaptivitet er fordelaktig (Utdanningsdirektoratet, 2022, s. 18; Kilpatrick et al, 2001; Verschaffel et al., 2009). Fordeler ved å utvikle elevers fleksibilitet og adaptivitet i bruken av strategier er at konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap har et nært og gjensidig forhold til hverandre (Verschaffel et al., 2009). På den ene siden spiller konseptuell kunnskap en viktig rolle i utviklingen av prosedyrefleksibilitet, mens på den andre siden brukes matematikklærere utvikling av elevers prosedyrefleksibilitet til fordel for realiseringen av konseptuelle mål (Verschaffel et al., 2009). Det vil si at utvikling av elevers strategier ikke bare er et mål i seg selv, men også et middel for å nå mer generelle og vidtrekkende mål slik som det å utvikle konseptuell forståelse, tallforståelse, mønstergjenkjenning, problemløsning og affektive mål (Verschaffel et al., 2009). En annen fordel ved utvikling av elevers strategier er at undersøkelser viser at undervisning som forsøker å utvikle elevers strategier har bedre effekt på de matematiske prestasjonene til lavt-presterende elever, sammenlignet med tradisjonell undervisning eller direkte instruksjon i én spesifikk strategi (Verschaffel et al., 2009).

Slik som nevnt innledningsvis, ønsker vi blant annet å finne svar på hvor fleksible elever på 9. og 10. trinn er i møte med kvikkbilder. Begrepene fleksibilitet og adaptivitet vil derfor bli sentrale i studien vår når vi skal analysere og kommentere data, samt diskutere funn i lys av teori. For at vi skal kunne kommentere og diskutere elevenes fleksibilitet og adaptivitet av strategier, trenger vi å vite noe om hvilke strategier elevene kan bruke. Når man skal avgjøre numerositeter i kvikkbildeoppgaver forsøker man gjerne å estimere numerositeten man så. Av den grunn betrakter vi estimeringsstrategier som relevante strategier elevene kan benytte i studien vår. Vi vil derfor fortsette ved å gå nærmere inn på hvilke estimeringsstrategier som beskrives i litteraturen.

## 2.6 ANS – et intuitivt system for estimering

Approximate number system, også kalt ANS, er en intuitiv modell for estimering av mengders numerositeter (Gilmore et al., 2018; Clements et al., 2019). ANS kan sees som en medfødt tallsans hvor man raskt og omtrentlig klarer å vurdere antallet i en mengde ved hjelp av nevroner i hjernen som reagerer når man ser en mengde (Gilmore et al., 2018, Clements et al., 2019). Utover dette er det ingen videre kognitiv tankevirksomhet. Å beskrive en estimering som har tatt utgangspunkt i ANS vil derfor være krevende, og gjennom en ANS-linse vil man ha forståelse for mennesker som ikke klarer å beskrive sin tankeprosess frem til sitt estimat. Det kan sammenlignes med noe



som smaker salt eller en tone som høres lys ut. Ytterlige beskrivelser kan være krevende å gi i slike tilfeller.

Når ANS brukes for å estimere en mengde er det gjerne to kjennetegn som går igjen. For det første finner man at estimatene blir mer variable når antallet elementer i mengden øker (Gilmore et al., 2018). For eksempel vil estimering av en mengde med numerositet 100 være mer variabel enn estimering av en mengde med numerositet 50. For det andre viser det seg at det er betydelig vanskeligere å skille to mengder med lignende numerositeter (for eksempel numerositetene 50 og 60) sammenlignet med to mengder med svært forskjellige numerositeter, slik som for eksempel numerositetene 30 og 60 (Gilmore et al., 2018).

For å måle ytelsen av ANS og trene opp tallsansen kan man presentere prikkmengder som vises for raskt til å kunne telles, der oppgaven er å bestemme den største mengden (Gilmore et al., 2018; Clements et al., 2019; Van de Walle, 2015). Ved å bruke resultatene kan man kalkulere Weber-fraksjonen – en konstant som kan bestemmes til hvert individ. Weber-fraksjonen gir en beskrivelse av hvor presist man estimerer, der en god ANS gir en lav Weber-fraksjon (Gilmore et al., 2018). Det betyr at man for eksempel har en god evne til å skille liknende mengder.

Det eneste hensynet ANS tar i betraktning ved estimering er antallet elementer i mengden (Gilmore et al., 2018). Struktur og form vil altså ikke påvirke eller være av betydning for estimatet man gir.

## 2.7 Tidligere forskning

I innledningen presenterte vi tidligere forskning som var bakgrunnen for oppgavens problemstilling. Videre vil vi beskrive den tidligere forskningen fra innledningen i detalj.

Som nevnt i innledningen finnes det allerede en del forskning på subitisering som fenomen i et psykologisk perspektiv (Clements et al., 2019). For eksempel så har Gandini et al. (2008) undersøkt hvilke strategier unge voksne og eldre voksne benytter i møte med kvikkbilder. Ut fra forskningen deres fant de blant annet at man kan kategorisere strategier kvantifisering av mengder i 5 kategorier. I tillegg viser resultatene fra studien deres at unge voksne og eldre voksne bruker ulike strategier i ulik grad. Ciccione & Dehaene (2020) har også forsket på kvikkbilder i et psykologisk perspektiv, hvor de har undersøkt i hvilken grad voksnes reaksjonstid i kvikkbilder har en sammenheng med strukturen til elementene i kvikkbildene. De fant blant annet at det er lettere å finne totalmengden av elementer hvis elementene er strukturert i undergrupper med et likt antall elementer. I tillegg viser funn fra studien at kvikkbilder som er delt inn i undergrupper med ulike delmengder ikke ble estimert raskere eller mer presist sammenlignet med kvikkbilder uten gruppering. Ciccione & Dehaene (2020) hevder også at gruppering er spesielt fordelaktig dersom undergruppene i kvikkbildene legger til rette for at man kan benytte addisjon, multiplikasjon eller en blanding av multiplikasjon og addisjon. Et annet funn fra studien er at deltakerne som har utviklet effektive strategier knyttet til grupperinger, addisjon og multiplikasjon i matematikk er deltakerne som bruker minst tid på kvikkbildeoppgavene, noe Ciccione & Dehaene (2020) hevder kan indikere en sammenheng mellom responstid og strategi brukt i kvikkbildeoppgaver. Andre som har forsket på kvikkbilder og strategier for å bestemme numerositet i psykologisk sammenheng er Anobile et al. (2020). De har undersøkt hvorvidt gruppering av elementer med utgangspunkt i romlig nærhet eller farge kan øke

hastigheten og presisjonen når unge voksne fra 26-32 år skal estimere mengder. Funn fra studien viser blant annet at farge, eller romlig eller midlertidig nærhet for å gruppere elementer, øker nøyaktigheten når deltakerne skulle anslå numerositet med opptil 20 %.

Som nevnt i innledningen finnes det likevel noe forskning på kvikkbilder og individers strategier for å bestemme numerositet i barnehage- eller skolesammenheng. Det meste av denne forskningen er gjort i utlandet. For eksempel så har Starkey & McCandliss (2014) forsket på kvikkbilder og barn i barnehage- og skolealder. Funn fra studien deres viser blant annet at responstiden var kortere i arbeid med strukturerte oppgaver sammenlignet med ustrukturerte oppgaver. De fant blant annet at strukturerte oppgaver var raskere å løse enn ustrukturerte oppgaver, noe Starkey & McCandliss (2014) hevder kan tyde på at noen barn kan være i stand til å utnytte grupperinger i kvikkbilder for å finne numerositeten raskere. Et annet funn fra studien er at etter hvert som barna blir eldre bruker barna mer gruppering. Wilkins et al. (2022) har også undersøkt kvikkbilder og strategier for å bestemme numerositet i barnehage- eller skolesammenheng. De har gjennomført en studie hvor de har forsket på sammenhengen mellom subitizing-aktivitet og konstruksjon av aritmetiske enheter hos 3660 amerikanske barn. Funn fra studien deres viser blant annet at det er en positiv sammenheng mellom amerikanske barns subitiserter enheter og aritmetiske enheter. Wilkins et al. (2022) fant også at barn som konstruerer subitiserter enheter i barnehagen har større sannsynlighet for å konstruere aritmetiske enheter før begynnelsen av første klasse. Andre som har forsket på kvikkbilder og strategier for å bestemme numerositet i barnehage- eller skolesammenheng er Gandini et al. (2010). De har undersøkt franske elevers strategier i kvikkbildeoppgaver på 5.-7. trinn. Funn fra studien deres viser at 5. klassinger og 7. klassinger bruker ulike strategier, og at 7. klassingene har et større repertoar av strategier enn 5. klassingene. Gandini et al. (2010) fant i tillegg at 5. klassingene var like presise som 7. klassingene knyttet til omtrentlig kvantifisering, men responstiden til 7. klassingene var lengre sammenlignet med 5. klassingene på kvikkbilde-oppgavene.

Som nevnt i innledningen har det også i Norge blitt forsket på individers strategier for å bestemme numerositeter i TSK-oppgaver (Romijn et al., 2023). Denne forskningen er likevel gjort på en bred aldersgruppe og utenfor skolesammenheng. For eksempel har Romijn et al. (2023) forsket på 20 individers strategier for å bestemme numerositet. Deltakerne i studien er fra Norge og England, og var i alderen mellom 14 og 63 år. Funn fra studien viser at man kan innordne individers strategier for å bestemme numerositet i fem kategorier. Romijn et al. (2023) fant også at når deltakerne skulle estimere større mengder, brukte deltakerne mer enn én strategi. Et annet funn fra studien deres er at de fleste deltakerne så ut til å ha en preferanse knyttet til strategibruk.

## 3 Forskningsdesign

I dette kapittelet vil vi redegjøre for studiens vitenskapelige paradigme, før vi videre vil beskrive studiens forskningsmetodikk. Deretter vil vi presentere instrumentene til datainnsamlingen, undersøkelsens struktur, utvalget, datainnsamlingen og begrunnelse for valg av rammeverk. Videre vil vi beskrive studiens dataanalyse, validitet og reliabilitet, samt forskningsetikk. Til slutt vil vi drøfte våre metoder som kan ha vært med å påvirke studiens resultater.

### 3.1 Vitenskapelig paradigme

I enhver vitenskapelig studie er vitenskapelige paradigmer av betydning ved å danne grunnlaget for studiets retning og tilnærming (Creswell & Creswell, 2023, s. 7). Et paradigme kan beskrives som et sett med filosofiske tro og overbevisninger, der valg av paradigme er avgjørende for hvordan kunnskap blir skapt og tolket (Creswell & Creswell, 2023, s. 6-7). Begrepet paradigme innebærer videre blant annet elementene epistemologi og ontologi (Clark et al., 2021, s. 6-7). Epistemologi handler om å ha forståelse for hvordan vi vet det vi vet innenfor vitenskapen (Clark et al., 2021, s. 7). Ontologi omhandler hva som er virkelighet og hva som eksisterer i vår verden, og hvilket syn man har på den sosiale verden (Clark et al., 2021, s. 7). Med denne forståelsen til grunn er det naturlig å forstå at forskerens valg av paradigme legger føringer for forskningens retning. For eksempel vil valg av forskningsmetode komme i kjølvannet av valg av vitenskapelig paradigme. Derfor vil vi videre kartlegge og beskrive vårt valg av vitenskapelig paradigme før vi beskriver forskningens metode.

Vi har valgt en pragmatisk tilnærming til vitenskapelig paradigme (Creswell & Creswell, 2023, s. 11-12). En pragmatisk tilnærming i forskning er karakterisert ved at den ikke er bundet til en bestemt filosofi eller oppfatning av virkeligheten, og dermed ses ikke verden som en enhet (Creswell & Creswell, 2023, s. 12). Med andre ord betyr det større valgfrihet til pragmatiske forskere. Det pragmatiske verdenssynet åpner dørene for å hente ideer og tanker fra andre paradigmer (Creswell & Creswell, 2023, s. 12). For eksempel kan man hente ideer fra det fortolkende verdenssynet der menneskers sine egne subjektive meninger og opplevelser av virkeligheten vektlegges (Creswell & Creswell, 2023, s. 9). På den andre siden er det pragmatiske verdenssynet åpen for at andre verdenssyn også kan inkluderes. Det kan for eksempel være det postpositivistiske verdenssynet der blant annet årsakssammenhenger og forklaringer er sentrale, og hvor observasjoner beskrives ut fra numeriske mål (Creswell & Creswell, 2023, s. 8). Selv om det pragmatiske paradigmet åpner dørene inn til flere paradigmer, er ikke pragmatikerne bundet til noen av paradigmene (Creswell & Creswell, 2023).

Siden det kan innhentes ideer fra flere paradigmer er det også naturlig å beskrive at det pragmatiske verdenssynet vektlegger bruk av flere metoder, data og teknikker, men må samtidig velges ut fra studiens problemstilling og hensikt (Creswell & Creswell, 2023, s. 12). Det betyr at pragmatikere gir rom for at kunnskap kan oppnås gjennom både kvalitative og kvantitative metoder, samt at pragmatikere tillater ulike former for instrumenter i datainnsamlingen. Som nevnt tidligere er det viktig at dette velges med betraktning i problemstillingen og hensikten med studien.

Studiens problemstilling tar for seg norske 9. og 10. trinnselevers estimeringsstrategier i møte med TSK-opp-gaver. Vi har valgt å utarbeide en undersøkelse som innhentet både

kvalitative og kvantitative data for å danne og skape kunnskap knyttet til problemstillingen. Det stemmer overens med det pragmatiske verdenssynet der verden ikke kan ses som en enhet, og hvor det blant annet vektlegges bruk av både kvalitative og kvantitative data (Creswell & Creswell, 2023, s. 12). Dersom man hadde gjennomført for eksempel intervjuer i tillegg til undersøkelsen, hadde dette åpnet for flere muligheter. En mulighet kunne vært å gjennomføre intervju på et utvalg av elevene, enten som en erstatning for undersøkelsen eller som en utdypende sekvens i etterkant av undersøkelsen. På grunn av studiens problemstilling og forskningsspørsmål har vi vektlagt et større antall elever, noe som har krevd tid under kodingen og analyseringen av datamaterialet. Vi gjennomførte ikke intervjuer på grunn av tidsmangel, men intervjuer hadde vært av stor interesse hvis tiden ikke hadde vært en begrensende faktor.

## 3.2 Forskningsmetodikk

Med utgangspunkt i det pragmatiske paradigmet, er det naturlig å komme inn på forskningsmetodikken mixed methods (Creswell & Creswell, 2023, s. 12). Denne metodikken benyttes der det samles inn både kvalitative og kvantitative data (Clark et al., 2021). Å blande dataene vil kunne gi en mer helhetlig forståelse av problemstillingen og dermed gi et mer komplett bilde av det som undersøkes (Clark et al., 2021). De kvantitative dataene er velegnet for å se etter sammenhenger. Med kvantitativ forskning ønsker man å identifisere årsakssammenhenger for at noe skjer, og resultatene har ofte muligheten til å bli generalisert til en større populasjon (Clark et al., 2021). Videre egner kvantitativ data seg også godt for deduktiv forskning, der man tester eksisterende teori (Clark et al., 2021; Creswell & Creswell, 2023, s. 62). På den andre siden vil kvalitative data kunne gi mer innsikt innenfor et konkret tema, noe som tilrettelegger for å vise nyansene av en situasjon (Clark et al., 2021). Å triangulere ulike data er en av flere grunner til å velge en mixed methods (Clark et al., 2021). Triangulering omfatter det å kombinere flere metoder og/eller data i studien (Clark et al., 2021, s. 364). Ved å kombinere og sammenligne ulike data vil man kunne se etter motstridende data. På den andre siden kan bruk av ulike typer data kunne utfylle hverandre, men også kunne styrke hverandre hvis dataen er sammenfallende (Clark et al., 2021). Clark et al. (2021) beskriver at slike funn derfor kan være mer tillitsfulle og vil kunne gi et bedre bilde av datamaterialet (s. 364).

Ifølge Creswell & Creswell (2023) finnes det tre typer mixed methods og viser til ulike måter å vektlegge de ulike datatypene på (s. 236). En av typene er convergent design, der kvalitativ og kvantitativ data samles inn samtidig før datatypene videre analyseres separat (Creswell & Creswell, 2023, s. 237). I vår studie har vi valgt en mixed methods av type convergent design.

Årsaken til at convergent design ble valgt var for å utnytte styrken av de ulike datatypene som beskrevet tidligere. I tillegg har vi gjennomført en samlet test og spørreundersøkelse. I testen har elevene estimert mengder i kvikkbilder i form av numeriske mål, noe som har gitt oss kvantitative data. Andre kvantitative data som ble innhentet var data om klassetrinn. Derimot har spørreundersøkelsen gitt innsikt i hvordan elevene tenkte og på den måten gitt oss kvalitative data. De ulike datatypene ga muligheten til å sammenligne og triangulere data. Med en triangulering av ulike datatyper har vi hatt mulighet for å se større sammenhenger, samt mulighet til å beskrive disse dypere (Creswell & Creswell, 2023, s. 237).

### 3.3 Instrumentene

Som datainnsamlingsmetode ble test og spørreundersøkelse brukt som instrumenter. Testen inkluderer kvikkbildeoppgavene. Det vil si den delen hvor elevene skulle estimere mengders numerositet. Spørreundersøkelsen derimot, inkluderer de åpne oppfølgingsspørsmålene etter annenhver kvikkbildeoppgave. Det vil si den delen hvor elevene skulle rapportere hvordan de tenkte for å komme frem til svaret.

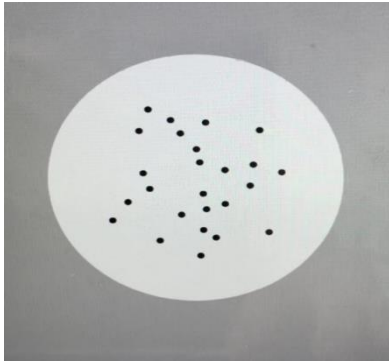
I de neste avsnittene vil vi redegjøre for hvorfor og hvordan testen og spørreundersøkelsen ble utviklet.

#### 3.3.1 Test

Testen ble utviklet med mål om å kunne innhente data om elevenes estimeringsstrategier. I tillegg la testen grunnlaget for at vi kunne innhente data om elevenes estimeringsstrategier fra spørreundersøkelsen.

For å innhente data om elevenes estimeringsstrategier designet vi kvikkbildeoppgaver. I vår forskning består en TSK-oppgave av 1) et forhåndsspørsmål, 2) et kvikkbilde og 3) innskrivningsfelt. Kvikkbildene ble først utformet. Det finnes ulike typer kvikkbilder. Det kan være kvikkbilder med ulik stimulustid og type element, men også hvordan mengden er formet (Ciccione & Dehaene, 2020). Det finnes for eksempel grupperte kvikkbilder hvor mengden er formet som forskjellige typer grupper (Ciccione & Dehaene, 2020). Andre typer kvikkbilder kan være figurerte kvikkbilder hvor mengden danner en form som en kjent figur, eller tilfeldige strukturerte kvikkbilder hvor en mengde elementer er tilfeldig plassert (Ciccione & Dehaene, 2020; Gandini et al., 2010). Vi har kun fokusert på tilfeldig strukturerte kvikkbilder med prikker som elementtype. Bakgrunnen for valg av kvikkbildetype er koblet til studiens problemstilling og forskningsspørsmål. Forskning viser at elementer som er plassert tilfeldig vil kunne gjøre det mer utfordrende å se umiddelbare "mønster" eller "inndelinger", sammenlignet med elementer som er gruppert eller figurert (Kaufmann et al., 1949; Mandler & Shebo, 1982), og at gjenkjenning av mønster kan hjelpe under estimeringsprosessen (Ciccione & Dehaene, 2020; Clements et al., 2019; Starkey & McCandliss, 2014; Mandler & Shebo, 1982; Von Glaserfeld, 1983). Ved at det dannes mer spredte mengder uten noen eksplisitte inndelinger vil tilfeldig strukturerte kvikkbilder være mindre påvirkende sammenlignet med for eksempel figurerte eller grupperte kvikkbilder. På den måten kan tilfeldige strukturerte kvikkbilder tilrettelegge for at elevene kan bruke et bredt spekter av strategier for å estimere numerositeten til kvikkbildene.

Ettersom vi valgte tilfeldige strukturerte kvikkbilder ble prikkene i bildet plassert helt tilfeldig. I figur 3.1 kan man se et eksempel på et tilfeldig strukturert kvikkbilde fra testen med 25 som numerositet.



**Figur 3.1: Et tilfeldig strukturert kvikkbilde fra testen. Numerositeten til mengden i kvikkbildet er 25 og vises i 600 ms.**

Videre valgte vi å inkludere numerositeter fra og med 1 til og med 30. Det er en spredning som ga oss muligheten til å undersøke om det fantes en utvikling i strategibruk når numerositeten øker. Ifølge Wolters et al. (1987) kan man med trening på bestemte oppgaver forvente en presis estimering av mengders numerositeter opptil 18. Med numerositeter til og med 30 kunne det derfor være naturlig å få en bredere anvendelse av strategier, noe som kunne gi oss et bedre svar på vårt fjerde forskningsspørsmål som omhandler strategianvendelse. På grunn av studiens omfang inkluderte vi ikke numerositeter høyere enn 30.

Etter det valgte vi at kvikkbildene skulle vises i 600 ms. Tidligere studier har undersøkt og funnet strategier hos mennesker når deltakerne har fått opptil 6 sekunder på å estimere (Romijn et al., 2023). Det er derimot mindre forskning med kort stimulustid (Romijn et al., 2023), noe som gjør at vi ønsket å undersøke hvilke estimeringsstrategier som ble tatt i bruk med kort stimulustid. 600 ms er en varighet som kan gjøre det mulig å oppfatte mengden, men som samtidig kan gjøre det utfordrende å utføre estimatet mens bildet av mengden fortsatt er på skjermen.

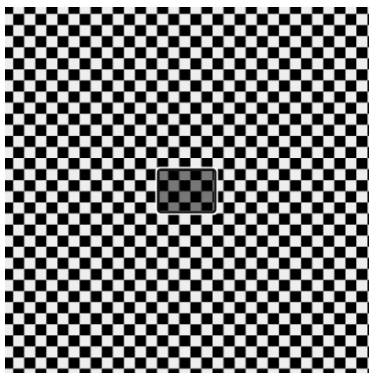
Deretter valgte vi at rekkefølgen på kvikkbildene skulle være lik for alle elever, slik at alle elevene fikk den samme rekkefølgen på oppgavene. Grunnen til at vi valgte fast rekkefølge var fordi vi ønsket å blant annet undersøke om det er en sammenheng mellom brukte strategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn, noe som kommer fra vårt femte forskningsspørsmål. Den faste rekkefølgen på kvikkbildene ble bestemt helt tilfeldig, ettersom vi ikke ønsket å undersøke effekten av rekkefølge i denne studien.

Det andre vi utformet i forbindelse med kvikkbildeoppgavene i testen var forhåndsspørsmålene til kvikkbildene. Vi designet forhåndsspørsmålene med utgangspunkt i problemstillingen og tidligere forskning (Romijn et al., 2023). Ettersom vi ønsket å undersøke estimeringsstrategier, ønsket vi forhåndsspørsmål som la til rette for at elevene skulle estimere mengders numerositet. I testen fikk forhåndsspørsmålene derfor formuleringen: "Hvor mange prikker?". I figur 3.2 kan man se hvordan et forhåndsspørsmål fra testen ser ut.



**Figur 3.2: Et forhåndsspørsmål fra testen.**

Det siste vi designet knyttet til kvikkbildeoppgavene i testen var innskrivningsfeltet. Det ble utviklet slik at elevene kunne skrive inn sine estimater. I bakgrunnen av innskrivningsfeltet hadde vi designet en maske med mål om å forebygge "etterbilder" elevene hadde fra eksponeringen av kvikkbildet. I figur 3.3 kan man se hvordan et innskrivningsfelt med maske ser ut.



**Figur 3.3: Et innskrivningsfelt med maske fra testen.**

At denne masken kommer etter kvikkbildet er likt som i studien til Romijn et al. (2023).

### 3.3.2 Spørreundersøkelse

Spørreundersøkelsen bygger på testen og ble utformet med mål om å samle inn data knyttet til elevenes estimeringsstrategier. På den måten kunne vi være i stand til å besvare studiens problemstilling.

Slik som Johannessen et al. (2021) råder, utviklet vi spørreundersøkelsen med utgangspunkt i studiens problemstilling (s. 292). Ettersom vi blant annet ønsket å undersøke hvilke estimeringsstrategier et utvalg elever på 9. og 10. trinn bruker, valgte vi åpne oppfølgingsspørsmål. Det gjorde vi for å innhente så mye informasjon om elevenes estimeringsstrategier som mulig, samtidig som vi ikke ønsket å påvirke eller tvinge elevene til å avgi et svar som ikke passet overens med deres måte å tenke på (Johannessen et al., 2021, s. 292). Det ga oss muligheten til å oppdage nye strategier. For å sikre så nøyaktige data som mulig utviklet vi spørsmålsformuleringer som skulle være entydige og enkle å forstå. For eksempel brukte vi ord som "antall" i stedet for "mengde", og "prikker" i stedet for "elementer". I tillegg har vi understreket "på forrige oppgave" fordi det bare er forrige oppgave vi ønsket svar på. I figur 3.4 kan man se hvordan oppfølgingsspørsmålene fra spørreundersøkelsen ser ut.

**Hvordan tenkte du for å anslå antall prikker på forrige oppgave?**

Skriv så presist og detaljert du kan.

Fortsett

**Figur 3.4: Et oppfølgingsspørsmål fra spørreundersøkelsen.**

For å utvikle testen og spørreundersøkelsen fikk vi adekvat veiledning fra vår veileder som tidligere har gjort forskning knyttet til kvikkbilder og estimeringsstrategier (Romijn et al., 2023).

## 3.4 Undersøkelsens struktur

Grovt sett har vi strukturert testen og spørreundersøkelsen gjennom 1) en informasjonsside, 2) noen oppvarmingsoppgaver og 3) selve undersøkelsen. Vi vil i de videre avsnittene beskrive hva som inngår i de ulike delene, og begrunne valg som er gjort knyttet til undersøkelsens struktur.

### 3.4.1 Informasjonsside

Før testen og spørreundersøkelsen møtte elevene en informasjonsside. På informasjonssiden kunne elevene finne informasjon om undersøkelsen, som for eksempel lengden på undersøkelsen, hva elevene skulle gjøre og hvordan undersøkelsen fungerte. Grunnen til at vi inkluderte en informasjonsside var for å stille krav og forberede elevene på undersøkelsen, slik at elevene kunne avgi så gode svar som mulig. Informasjonssiden kunne på den måten være med å bidra til at vi innhentet informasjonen vi trengte for å svare på problemstillingen. I figur 3.5 kan man se hvilken informasjon som ble gitt elevene før undersøkelsen startet.

Undersøkelsen tar ca 20-30 minutter å gjennomføre.

Når dere skal gjennomføre undersøkelsen skal dere estimere/anslå hvor mange prikker dere ser på bildene med prikker.

Bildene vises under 1 sekund (600ms), så vær konsentrert.

Svarene skriver dere inn etter bildet med prikker forsvinner fra skjermen. Bruk den tiden dere trenger. På noen oppgaver skal dere beskrive hvordan dere tenkte for å anslå antall prikker. Beskriv tydelig hvordan du har tenkt og hvilken strategi du har brukt for å anslå antall prikker.

Det er ikke mulig å gå tilbake i undersøkelsen eller å starte undersøkelsen på nytt, så tenk dere om før dere svarer og går videre i undersøkelsen.

Først kommer noen oppvarmingsoppgaver.

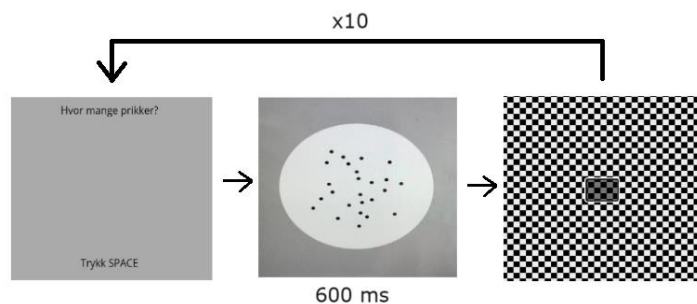
**Figur 3.5: Informasjonssiden fra undersøkelsen.**



### 3.4.2 Oppvarmingsoppgaver

Etter informasjonssiden var det 10 oppvarmingsoppgaver elevene skulle gjøre før selve undersøkelsen. Oppvarmingsoppgavene var designet for å gi elevene muligheten til å bli vant med stimulustiden, oppgavene og hvordan undersøkelsen fungerte. På den måten kunne oppvarmingsoppgavene være med å gjøre elevene i bedre stand til å svare på første oppgave i selve undersøkelsen. Det gjør at reliabiliteten i besvarelsene ikke svekkes.

En oppvarmingsoppgave består av et 1) forhåndsspørsmål, 2) tilfeldig strukturert kvikkbilde og 3) innskrivningsfelt (se figur 3.6).



**Figur 3.6: En oppvarmingsoppgave fra testen. Fra venstre til høyre: forhåndsspørsmål, et tilfeldig strukturert kvikkbilde og innskrivningsfelt.**

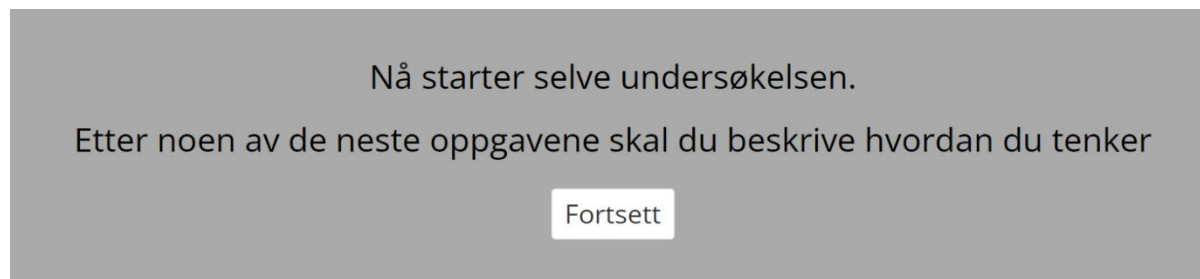
Det første elevene møtte på var forhåndsspørsmålet «Hvor mange prikker?». Grunnen til at vi valgte å strukturere forhåndsspørsmålet før de tilfeldige strukturerte kvikkbildene var for å forberede elevene på hva de skulle gjøre før kvikkbildet ble vist. Denne forberedelsen kunne bidra til at forutsetningen til estimeringen var så god som mulig. Dersom spørsmålet hadde kommet etter kvikkbildet kunne det vært noen elever som ikke hadde visst hva de skulle gjøre med kvikkbildet, noe som kunne gitt mindre gyldige svar.

Når elevene trykte på "space"-knappen forsvant forhåndsspørsmålet, og så ble det tilfeldige strukturerte kvikkbildet vist i 600 ms.

I etterkant av kvikkbildet møtte elevene et innskrivningsfelt der de skulle skrive inn hvor mange prikker de trodde det var på kvikkbildet. Etter elevene hadde skrevet inn et tall i innskrivningsfeltet og svart på kvikkbildeoppgaven dukket forhåndsspørsmålet opp på skjermen på nytt. Det var for å minne elevene på hva de skulle gjøre. Etter elevene hadde trykket på "space"-knappen, ble elevene eksponert for et nytt kvikkbilde med en annen numerositet og ny tilfeldig plassering av prikkene. Deretter skulle elevene skrive inn tallet på estimeringen av numerositeten fra kvikkbildet i innskrivningsfeltet. Slik gjentok prosessen seg til elevene hadde gjennomført 10 oppvarmingsoppgaver.

### 3.4.3 Selve undersøkelsen

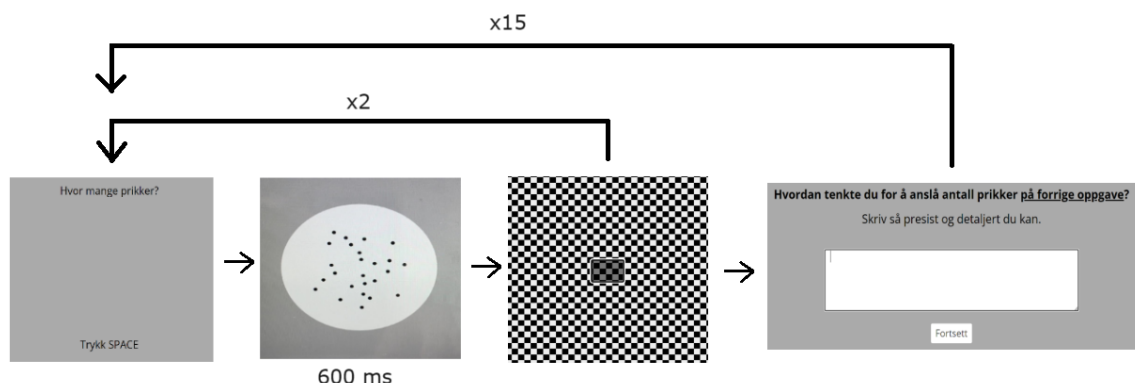
Etter oppvarmingsoppgavene fulgte selve undersøkelsen. Da ble elevene informert om at selve undersøkelsen startet (se figur 3.7).



**Figur 3.7: Overgangen mellom oppvarmingsoppgavene og selve undersøkelsen.**

Grunnen til at vi inkluderte en slik informasjonsside var for å forberede elevene på hva som skulle komme, slik at elevene fikk muligheten til å avgi så gode estimeringer og svar som mulig.

Selve undersøkelsen består av 1) 30 forhåndsspørsmål, 2) 30 kvikkbilder og 3) 15 oppfølgings spørsmål. Det vil si at selve undersøkelsen inneholder og har samme rekkefølge som oppvarmingsoppgavene, bare at selve undersøkelsen også inneholder oppfølgings spørsmål etter annen hvert innskrivningsfelt (se figur 3.8).



**Figur 3.8: Innholdet i undersøkelsen. Fra venstre til høyre: forhåndsspørsmål, et tilfeldig strukturert kvikkbilde, innskrivningsfelt og et åpent oppfølgings spørsmål.**

Når elevene møtte oppfølgings spørsmålene, ble de bedt om å beskrive hvordan de tenkte for å anslå numerositeten i forrige kvikkbildeoppgave. Grunnen til at vi knyttet oppfølgings spørsmålene til forrige oppgave var med mål om å samle så gode og gyldige svar som mulig. Ved å strukturere oppfølgings spørsmålene etter de oppgavene vi ønsket data på, la vi til rette for at elevene hadde deres strategi for å løse kvikkbildeoppgavene ferskere i minnet. I tidligere forskning har deltakerne fått muligheten til å oppsummere strategiene deres på slutten av eksperimentet i stedet for å rapportere strategiene etter oppgavene man ønsker data på (Romijn et al., 2023). For å bedre fange opp estimeringsstrategiene som elevene brukte ga vi de muligheten til å rapportere resonneringene etter oppgavene vi ønsket data på. Dersom elevene skulle oppsummere på slutten av eksperimentet kunne verdifull data gått tapt fordi elevene kunne glemte hvordan de tenkte på de ulike oppgavene.

Grunnen til at vi valgte åpne oppfølgingsspørsmål etter annenhver oppgave er fordi oppfølgingsspørsmålene ga data på hvilke estimeringsstrategier elevene brukte, som er et av forskningsspørsmålene. I tillegg kan hyppige oppfølgingsspørsmål gi bedre oversikt av hvilke ulike estimeringsstrategier elevene har benyttet gjennom testen. Grunnen til at vi ikke hadde åpne oppfølgingsspørsmål etter hver oppgave var fordi vi ønsket både kvantitative og kvalitative data. For å få tilstrekkelig med kvantitative data, kunne vi ikke ha med åpne oppfølgingsspørsmål etter hver oppgave fordi undersøkelsen hadde tatt for lang tid å gjennomføre. Det kunne resultere i lav svarprosent ved at elevene ikke hadde orket å gjennomføre undersøkelsen (Johannessen et al., 2021, s. 301).

På slutten av undersøkelsen skulle elevene avgi hvilket kjønn de identifiserte seg med. Vi ønsket å samle inn data om elevenes kjønn for at vi skulle ha flere muligheter å undersøke, for eksempel sammenhenger mellom strategibruk og kjønn. På grunn av masteroppgavens omfang har vi ikke hatt mulighet til å bruke denne informasjonen.

### 3.5 Utvalget

Det er flere grunner til at utvalget i denne studien er elever på 9. og 10. trinn. For det første ønsket vi ut fra vår problemstilling å undersøke et utvalg elever på 9. og 10. trinn. Valg av skole ble blant annet valgt med utgangspunkt i lett tilgjengelighet og derfor ble våre to forskjellige praksisskoler valgt ut. Det kaller Bryman (2012) for et bekvemmelighetsutvalg. Praksislærerne våre ble informert om prosjektet, noe som ble møtt med positivitet. Av den grunn ble informasjonen videreformidlet til elevene som beskrevet under delkapittel 3.6.2. Med bakgrunn i antall oppgaver i undersøkelsen og tidsaspektet ønsket vi 100 elever til vårt forskningsprosjekt. Vi tenkte i utgangspunktet en jevn fordeling mellom 9. og 10. trinn – med 50 elever per trinn. Basert på tilgjengelighet ble derfor 9. trinn valgt fra den ene praksisskolen og 10. trinn valgt fra den andre praksisskolen. Grunnet frivillig deltakelse og en hektisk periode for 10. trinn havnet vi på 33 elever fra 9. trinn og 24 elever fra 10. trinn, noe som i alt ga et utvalg på 57 elever. Basert på bekvemmelighetsutvalget og utvalgets størrelse er det derfor viktig å presisere at våre resultater og funn ikke kan generaliseres, men være et bidrag til senere forskning (Bryman, 2012).

### 3.6 Datainnsamlingen

I de neste avsnittene vil vi beskrive hvordan data ble samlet inn fra pilotundersøkelsen og undersøkelsen i studien.

#### 3.6.1 Pilotundersøkelsen

Før undersøkelsen ble gjennomført gjorde vi en pilotundersøkelse. Målet med pilotundersøkelsen var å identifisere eventuelle problemer eller utfordringer knyttet til testen og/eller spørreundersøkelsen. Johannessen et al. (2021) anbefaler å gjøre pilotundersøkelse på deltakere som har noe til felles med deltakerne i selve undersøkelsen, og la deltakerne få kommentere på hvordan de opplevde å gjennomføre undersøkelsen (s. 301). Ved å gjennomføre pilotundersøkelsen på lignende deltakere som i selve undersøkelsen var målet å samle inn pilotdata som er så lik som mulig den dataen vi ville fått i selve undersøkelsen. Vi valgte derfor å gjennomføre en pilotundersøkelse på to grupper 8. trinnselever som totalt besto av 22 elever. Elevene i pilotundersøkelsen gjennomførte testen og spørreundersøkelsen, og fikk også

muligheten til å meddele sine tanker angående hvordan det var å gjøre testen og spørreundersøkelsen.

Ut fra pilotdataen og kommentarene fra elevene gjorde vi noen endringer på testen og spørreundersøkelsen. For eksempel har vi justert oppgaveformuleringen fra "**hvordan tenkte du?**" til "**hvordan tenkte du for å anslå antall prikker på forrige oppgave?** Skriv så presist og detaljert du kan.". Målet med endringen var å sikre oss at vi fikk mest mulig data på det vi ønsket svar på, og enda mer grundigere svar som gjør det enda tydeligere hvordan elevene har løst kvikkbildeoppgavene. Endringen er et resultat av at noen elever fra pilotundersøkelsen hadde gitt forklaring på alle kvikkbildeoppgavene. En elev hadde også beskrevet vanskelighetsgraden på kvikkbildeoppgavene, og derfor svart på noe annet enn det vi ønsket. I tillegg var ikke tekstsvarene så presise og detaljerte.

Et annet eksempel på en endring vi har gjort etter gjennomført pilotundersøkelse er å legge til teksten "Det er ikke mulig å gå tilbake i undersøkelsen eller svare på nytt." før undersøkelsen begynner. Målet med endringen var at elevene skal vite at de må tenke seg nøye om før de avgir svarene sine. Endringen er en konsekvens av at flere av elevene i pilotundersøkelsen etterspurte om de kunne svar på nytt.

Etter gjennomføringen av pilotundersøkelsen valgte vi også å inkludere "undersøkelsen tar ca. 20-30 minutter å gjennomføre" i skriftlig og muntlig form før undersøkelsen begynner. På den måten kunne vi gi forventninger til elevene slik at de ikke forhastet seg gjennom undersøkelsen. Endringen er en konsekvens av at pilotundersøkelsen viste at eleven med kortest tid brukte 3,23 minutter, hvor gjennomsnittstiden var 10,39 minutter, mediantiden var 10,58 minutter og omtrentlig typetall var 12,5 minutter.

I tillegg har vi valgt å inkludere numerositetene fra 21 til 30 også, og ikke bare numerositetsspennet fra 1 til 20 slik vi hadde utformet testen og spørreundersøkelsen for pilotundersøkelsen. Målet med å øke numerositetsspennet var å gi elevene muligheten til å vise så mye av sitt strategirepertoar som mulig. Endringen er et resultat av at elevene i pilotundersøkelsen brukte mye av de samme strategiene i møte med numerositetene fra 1 til 20.

Et annet eksempel på en endring vi gjorde etter å ha gjennomført pilotundersøkelsen var å gjøre prikkene på kvikkbildene 50 % større for at alle elever skulle se prikkene klart og tydelig. Endringen er et resultat av at et par elever fra pilotundersøkelsen syntes prikkene var små.

### 3.6.2 Undersøkelsen

Etter å ha ferdigstilt testen og spørreundersøkelsen gjennomførte vi selve undersøkelsen på et utvalg elever fra 9. og 10. trinn. På grunn av distansen til praksisskolene, fikk vi hjelp fra praksislærerne våre til å gjennomføre undersøkelsen. Ettersom at vi ikke var til stede under gjennomføringen av undersøkelsen skrev vi en mail til praksislærerne slik at praksislærerne kunne dele ut infoskrivet om datainnsamlingen til elevene. I tillegg inkluderte vi en beskrivelse av hvordan undersøkelsen skulle gjennomføres. På den måten la vi til rette for at undersøkelsen ble gjennomført slik som vi ønsket.

I beskrivelsen av hvordan praksislærerne skulle gjennomføre undersøkelsen, inkluderte vi en rekkefølgeliste. I rekkefølgelisten fikk praksislærerne vite at praksislærerne skulle 1) lese av et manus til elevene, 2) be elevene om å lese teksten i starten av undersøkelsen og 3) be elevene om å trykke på lenken og gjennomføre undersøkelsen.

Vi hadde skrevet et manus med informasjon om 1) hva deltakelsen til elevene ville hjelpe oss med, 2) hva undersøkelsen inneholder og hvor lang tid den ville ta, 3) en forklaring på kvaliteten vi ønsket på svarene til oppfølgingsspørsmålene med et tilhørende eksempelsvar og 4) en avklaring på forskjellen mellom å telle og gjenkjenne antallet prikker. Noe av informasjonen i manuset var likt med noe av informasjonen på informasjonssiden til undersøkelsen. Grunnen til at vi hadde med informasjon både i manus og på informasjonssiden var for å tilrettelegge for at elevene skulle få meg seg informasjonen.

For at elevene skulle føle at deltakelsen deres var betydningsfull, valgte vi å informere elevene om hva deltakelsen deres hjalp oss med. Det kan ha gjort at elevene ga så gode svar som mulig. Videre valgte vi å informere om hva undersøkelsen inneholdt fordi det kunne bidra til at elevene følte seg forberedt på hva de skulle gjøre. Vi ønsket i tillegg å gi elevene forventinger om hvor lang tid undersøkelsen kunne ta å gjennomføre, slik at elevene ikke skulle forhaste seg gjennom undersøkelsen. For å tilrettelegge for så presise svar som mulig, valgte vi også å forklare hvilke svar vi ønsket på oppfølgingsspørsmålene. Et eksempelsvar på et oppfølgingsspørsmål kan ha gjort at noen elever ble påvirket og brukte eksempelsvaret i undersøkelsen. Til tross for det mener vi at eksempelsvaret kan ha gjort elevene i bedre stand til å forstå hvilke svar vi er ute etter, noe som kan ha gitt oss så presise og gyldige svar som mulig. I tillegg valgte vi å avklare forskjellen mellom å telle og gjenkjenne antallet prikker. Det kan ha gjort at elevene ble påvirket til å bruke telling og gjenkjenning i undersøkelsen. Likevel mener vi at det er hensiktsmessig å avklare forskjellen på telling og gjenkjenning fordi vi ønsket så presise svar som mulig, noe som kunne bidra til best mulig svar på forskningsspørsmålene. Vi valgte ikke å inkludere mer informasjon om ulike strategier fordi vi ikke ønsket å påvirke elevene mer enn høyst nødvendig.

Vi ønsket å gi elevene fra 9. og 10. trinn så like forutsetninger som mulig. Av den grunn fikk begge praksislærerne den samme mailen, slik at elevene på 9. og 10. trinn fikk den samme informasjonen. I tillegg ville samme mail til begge praksislærerne øke sannsynligheten for at undersøkelsen ble gjennomført likt.

### 3.7 Begrunnelse for valg av rammeverk

De tre presenterte analytiske rammeverkene fra teorikapittelet var utgangspunktet for valg av rammeverk. Ved å presentere rammeverkene til Siegel et al. (1982), Gandini et al. (2008) og Romijn et al. (2023) kunne vi diskutere og sammenligne rammeverkene for å videre velge ut et rammeverk som utgangspunkt for analysen.

Vi valgte å presentere rammeverkene til Siegel et al. (1982) og Gandini et al. (2008) og Romijn et al. (2023) basert på sitering, likhet med vår forskning og utgivelse. Grunnen til at vi valgte rammeverkene til Siegel et al. (1982) og Gandini et al. (2008) er fordi de er anerkjente forskere som ofte blir sitert og brukt blant andre forskere på feltet, selv den dag i dag (Gandini et al., 2008; Luwel & Verschaffel, 2008; Gandini et al., 2010; Yeo & Price, 2021; Romijn et al., 2023). Siegel et al. (1982) og Gandini et al. (2008) sin status i forskningsfeltet tyder på at de har gjort et fullgodt arbeid, noe som videre vil være med å styrke troverdigheten i denne studien. Vi har valgt å inkludere Romijn et al. (2023) blant annet fordi deres rammeverk baserer seg på Siegel et al. (1982) og Gandini et al. (2008). At Romijn et al. (2023) baserer seg på forskningen til Siegel et al. (1982) og Gandini et al. (2008) viser til at Romijn et al. (2023) sitt arbeid er basert på relevant og adekvat forskning. I tillegg har Romijn et al. (2023) gjort en forskning som ligner på

denne studien. Studien til Romijn et al. (2023) og denne studien forsker bare på TSK-oppgaver med kort stimulustid. I motsetning fokuserer Gandini et al. (2008) på flere typer kvikkbildeoppgaver, mens Siegel et al. (1982) inkluderer andre former for estimeringsoppgaver (slik som ulike temaoppgaver med fysiske objekter og fotografier). Når rammeverket til Romijn et al. (2023) er laget og utarbeidet knyttet til samme type kvikkbildeoppgaver som i denne studien, øker det sjansen for at kodene i rammeverket er hensiktsmessige og relevante for oss også. Historisk sett, er de tre rammeverkene utgitt i ulike tiår. Den spredte utgivelsen av rammeverkene gjør at vi inkluderer rammeverk som har blitt basert og eventuelt modifisert ut fra andre rammeverk, men også rammeverk i sin originale form.

For å analysere funn har vi bare tatt utgangspunkt i et rammeverk. Vi valgte rammeverket til Romijn et al. (2023). Det er det flere årsaker til. Som tidligere nevnt er Romijn et al. (2023) sitt rammeverk basert på Siegel et al. (1982) og Gandini et al. (2008) sine rammeverk, noe som gjør at vi også inkluderer Siegel et al. (1982) og Gandini et al. (2008). I tillegg er Romijn et al. (2023) av nyere publikasjon sammenlignet med Siegel et al. (1982) og Gandini et al. (2008), noe som kan øke sannsynligheten for at eventuelle modifikasjoner og nye strategier fra forskningsfeltet er inkludert i rammeverket til Romijn et al. (2023). Videre kan Romijn et al. (2023) sitt rammeverk være mer hensiktsmessig å bruke siden rammeverket deres er brukt i en lignende studie. Når rammeverket er laget og utarbeidet rundt samme type kvikkbilder som i denne studien, kan det øke sannsynligheten for at kodene i rammeverket er hensiktsmessige og relevante i denne studien også.

Til slutt er også Romijn et al. (2023) sitt rammeverk tydelig beskrevet, med eksplisitte strategier og koder for å analysere datamateriale. Det tydelige rammeverket har gjort det enklere for å analysere besvarelsene fra elevene. Når kodene er så eksplisitte og tydelig beskrevet blir det lite rom for egen tolkning, noe som reduserer sannsynligheten for at vi har mistolket datakoder og videre kodet feil. Slik har det videre bidratt til å styrke studiens reliabilitet. Dette kommer vi nærmere tilbake til i metodekapittelet under delkapittelet 3.9.1.

## 3.8 Dataanalyse

I kommende delkapittel vil vi redegjøre for våre dataanalyser. Siden vi har samlet inn både kvantitative og kvalitative data er det naturlig at vårt analysearbeid blir todelt. Gjennom en abduktiv innholdsanalyse er det ut fra de kvalitative dataene utført kvalitative analyser. De kvalitative analysene hadde til hensikt å finne og organisere estimeringsstrategier elevene brukte. Derimot ble verktøyet SPSS brukt for å gjøre kvantitative analyser på den kvantitative dataen, slik at vi kunne undersøke sammenhenger mellom brukte strategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn.

### 3.8.1 Kvalitativ analyse

Vi samlet inn den kvalitative dataen for å besvare fire av forskningsspørsmålene som angår strategirepertoar, strategifordeling, strategifleksibilitet og strategianvendelse. For å undersøke og analysere den kvalitative dataen brukte vi en abduktiv innholdsanalyse. Vår analyse kan i første omgang argumenteres for å være av en deduktiv tilnærming siden vi har tatt utgangspunkt i et analytisk rammeverk under kodingen av de kvalitative rådataene (Clark et al., 2021). Som tidligere beskrevet har vi tatt utgangspunkt i Romijn et al. (2023) sitt rammeverk med tilhørende kodingssystem. I vedlegg 1 kan man se en

tabell over de fem estimeringsstrategiene som koder i Romijn et al. (2023) sitt kodingssystem. De ulike kodene Romijn et al. (2023) har inkludert i deres kodingssystem er beskrevet med inkluderende kriterier og noen ekskluderende kriterier, hvor vi i tillegg noen steder har valgt å tilføre og tydeliggjøre ekstra krav. I tillegg har vi med eksempler innenfor hver av kategoriene og noen ikke-eksempler der vi har sett det som nødvendig og oppklarende å ha det med. Vi har også brukt andre eksempler enn det Romijn et al. (2023) har gjort. Vår utgave av deres kodingssystem har vi sett som nødvendig for å gjøre kodingen så transparent og objektiv som mulig. I tillegg har arbeidet med å fornorske deres rammeverk gitt oss bedre forståelse for deres rammeverk.

På en annen side har vi gjort en induktiv analyse siden vi ut fra datamaterialet har utarbeidet ekstra koder til det analytiske rammeverket (Clark et al., 2021). Den induktive tilnærmingen baserer seg nemlig på empirien og ut fra empirien lages teori, som for eksempel en ny kode (Clark et al., 2021). I vårt tilfelle har vi utarbeidet de nye hovedstrategiene memorisering og kombinasjon, samt understrategien tetthet innenfor hovedstrategien sammenligning. Det er fordi vi ønsket å besvare forskningsspørsmålet om hvilke estimeringsstrategier elever på 9. og 10. trinn benytter i møte med TSK-oppgaver. I tillegg var memorisering og kombinasjon to strategier som ofte gikk igjen blant besvarelsene til elevene.

Siden vi har tatt utgangspunkt i både den induktive og den deduktive tilnærmingen, kalles vår type kvalitative analyse for en abduktiv analyse (Clark et al., 2021). Fordelen med en abduktiv analyse er at analysen henter styrker fra både den deduktive og den induktive tilnærmingen (Clark et al., 2021). Fra den induktive tilnærmingen vil man blant annet gi rom for å finne nye ideer og perspektiver. I denne studien kan nye ideer og perspektiver være nye estimeringsstrategier. Fra den deduktive tilnærmingen vil man blant annet kunne skape resultater som er pålitelige siden vi har tatt utgangspunkt i et allerede utarbeidet og tydelig rammeverk (Clark et al., 2021). Det tydelige rammeverket kan gjøre det lettere å kode uten at det dannes drifter og endringer i kodenenes beskrivelser underveis i analyseringen.

Det første trinnet i en prosess med å analysere er å organisere og forberede dataen (Creswell & Creswell, 2023). Vi har innhentet data gjennom et verktøy, med navn JATOS, som er elektronisk og skriftlig. Datamaterialet fra JATOS ble presentert i en Excel-fil, noe som har gjort det enklere å sortere data etter ulike ønsker. For eksempel har vi hatt muligheten til å sortere etter elevenes deltakernummer, men også etter oppgavenummer. Det har gjort det mulig for oss å raskt kunne skanne og få en oversikt over datamaterialet.

Neste trinn i en analyseprosess er å lese gjennom datasettet (Creswell & Creswell, 2023). Etter gjennomlesingen av datasettet diskuterte vi interessante funn. Det resulterte i den reviderte utgaven av kodingssystemet til Romijn et al. (2023), som blant annet inneholdt den induktive koden, memorisering, men også ytterligere krav til hva som godkjennes innenfor hver kode. Et eksempel på et ytterligere krav er at elevene må estimere helt riktig for at besvarelsen skulle kodes som gjenkjenning.

Trinn tre i en analyseprosess er å kode datamaterialet (Creswell & Creswell, 2023). Koding omhandler å organisere og strukturere interessante funn fra datamaterialet i kategorier (Creswell & Creswell, 2023). I vårt tilfelle organiserte vi hva elevene skrev i fire forskjellige kodinger. To av kodingene var basert på hva elevene eksplisitt skrev. Det

betyr at vi kodet uten at besvarelsene nødvendigvis tilfredsstilte kravene fra kodingssystemet. Derimot baserte de to siste kodingene seg på hva som kunne være realistisk. Det betyr at vi kodet med hensyn til alle krav fra kodingssystemet. Med andre ord ble to av kodingene ikke-tolkende, mens de to gjenstående kodingene ble tolkende. For hver av de to type kodingene inkluderte vi den avgjørende strategien og eventuelle kombinerte strategier. Dette gjorde vi blant annet med bakgrunn i teorien som beskriver hvor komplekst en estimeringsprosess kan være, hvor det er naturlig å ta i bruk flere enkle og/eller avanserte delstrategier i prosessen frem til estimatet. Et eksempel de fire ulike kodingene kan man se gjennom de to neste figurene.

427 12128 85 1181436 experiment 11 11 6826 Fikk telt alle prikkene

**Figur 3.9: Eksempel på data fra undersøkelsen. Figuren viser blant annet hvordan elevdeltaker 12128 har estimert en mengde med numerositet 11. Videre kan man blant annet se elevens beskrivelse av hvordan den har tenkt under estimeringen.**

Fra figur 3.9 kan man se at eleven beskriver at den fikk telt alle prikkene. Besvarelsen fra figur 3.9 ga oss videre 4 kodinger, som man kan se i figuren nedenfor.

Telling Telling Memorisering Kombinasjon: Memorisering + telling

**Figur 3.10: Eksempel på de ulike kodingene i studien. Kodingene til venstre viser de eksplisitte kodingene, mens kodingene til høyre viser de tolkende kodingene. Innenfor hver av dem er den til venstre den avgjørende strategien som er tatt i bruk, men den høyre kodingen inkluderer alle strategier tatt i bruk på den aktuelle besvarelsen.**

Siden eleven beskriver at den teller 11 prikker må vi i første omgang kode det som telling på de eksplisitte kodingene. I forbindelse med de tolkende kodingene mener vi at den avgjørende strategien er memorisering. Det er fordi vi mener det er urealistisk å klare å telle 11 prikker i løpet av 600 ms. Dette støttes av Trick og Pylyshyn (1994) som hevder at man kan ha opptelling i en hastighet på 250-350 ms/element. For å forebygge en for lav hastighet på opptelling av prikker, tillater vi en hastighet på 200 ms/element i vårt kodingssystem. Med 600 ms stimulustid ga det rom for å maksimalt klare å telle 3 prikker fra kvikkbildene i testen vår. I besvarelsen fra figur 3.9 inkluderte vi derimot telling innenfor kodingen som tillot kombinerte strategier, og tolker det slik at eleven enten har telt en del av kvikkbildet eller har telt alle prikkene fra kvikkbilde fra sitt mentale lagrede bilde.

Som beskrevet tidligere har vi kodet datamaterialet på flere forskjellige måter. I resultatkapittelet er alle resultater og funn bare basert på tolkende kodinger. Det er av tre grunner. For det første ønsker vi å vise resultater som oppfyller kravene fra kodingssystemet, noe som skaper resultater vi mener er mest mulig realistiske og gyldige. Hvis vi hadde fremstilt eksplisitte koder, ville noen av kodingene ikke samsvare med kravene i kodingssystemet. For eksempel var det noen elever som skrev at de telte i møte med kvikkbilder som hadde numerositeter høyere enn 20. Det oppfyller ikke kravene til telling i kodingssystemet, og det er heller ikke realistisk at man kan telle over 20 prikker på 600 ms. For det andre fikk vi grovt sett samme resultater uansett hvordan vi kodet datamaterialet. Derfor ser vi ikke det som avgjørende å måtte inkludere begge kodingstypene i resultatkapittelet. For det tredje ønsker vi et resultatkapittel som skal være mest mulig oppklarende. Da kan mange ulike typer kodinger skape forvirring. Selv om de eksplisitte resultatene ikke er inkludert i resultatkapittelet er resultatene likevel en del av våre vedlegg og kan leses om ønskelig i vedlegg 5.

Vi har videre valgt en innholdsanalyse for å kunne besvare forskningsspørsmålene. Formålet med en innholdsanalyse er å utforske egenskapene til datainnholdet ved å



identifisere hvem som uttrykker hva og hvilken innvirkning det har (Vaismoradi et al., 2013). Ved en innholdsanalyse koder man datamaterialet på en systematisk og objektiv måte for å beskrive trender og mønstre gjennom å blant annet å kvantifisere vårt kvalitative datamateriale (Vaismoradi et al., 2013). Kvantifiseringen vi har gjort er i form av tabeller og diagrammer som blant annet inneholder frekvenser av funn. Noen av tabellene og diagrammene er presentert i resultatkapittelet, og andre som vedlegg.

### 3.8.2 Kvantitativ analyse

For å kunne besvare forskningsspørsmålet om det er en sammenheng mellom brukte strategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn, har vi gjort kvantitative analyser. Ved hjelp av verktøyet SPSS har vi gjennomført en chi-square test og en korrelasjonsanalyse av typen Cramér's V, samt laget kryssningstabell.

#### 3.8.2.1 Chi-square test

For å bestemme hvor sikre vi kunne være på at det er en sammenheng mellom brukte strategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn, ønsket vi å gjøre en chi-square test. En chi-square test ( $\chi^2$ ) blir vanligvis brukt for å oppdage sammenhenger mellom to ordinelle eller nominelle variabler (Clark et al., 2021, s. 342). Ettersom vi ønsket å undersøke om det var en sammenheng mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn, er nettopp estimeringsstrategier og elevgruppe de variablene vi opererte med i vår kvantitative forskning. Estimeringsstrategi og elevgruppe er nominelle variabler fordi de er kategoriske data som ikke kan bli rangert (Clark et al., 2021, s. 324). Vi kan for eksempel ikke si at sammenligningsstrategien i seg selv er bedre enn grupperingsstrategien eller gjenkjenningsstrategien. Chi-square testen forteller bare om det er en sammenheng mellom variablene eller ikke (Clark et al., 2021, s. 342). I vårt tilfelle vil det si at chi-square testen kunne gi oss svar på om det var en sammenheng mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn. Chi-square testen forteller derimot ingenting om styrken på sammenhengen mellom variablene, uansett hvor høy chi-square verdien er (Clark et al., 2021, s. 342). Av den grunn blir chi-square testen ofte rapportert sammen med andre tester som kan bestemme styrken på sammenhengen, slik som Cramér's V (Clark et al., 2021, s. 342).

#### 3.8.2.2 Korrelasjonsanalyse: Cramér's V

For å bestemme styrken på sammenhengen mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn ønsket vi å inkludere Cramér's V. Cramér's V er statistisk mål som vanligvis blir brukt for å analysere sammenhengen mellom to nominelle variabler (Clark et al., 2021, s. 337). Ettersom Cramér's V bare har positive verdier, vil verdien til Cramér's V bare kunne fortelle hvor sterk sammenheng det er mellom de to variablene, og ikke retningen (Clark et al., 2021, s. 337). Cramér's V blir vanligvis også rapportert sammen med en kryssningstabell (Clark et al., 2021, s. 337).

#### 3.8.2.3 Kryssningstabell

For å kunne undersøke sammenhenger mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn ønsket vi også å lage en kryssningstabell. En kryssningstabell kan avsløre sammenhenger mellom variabler, ved at tabellen gjør det mulig å analysere to variabler samtidig (Clark et al., 2021, s. 334). Kryssningstabellen har for eksempel gjort det mulig for oss å sammenligne forskjeller hos elevgruppene i bruken av estimeringsstrategier ved å se hvor mange prosent estimeringsstrategiene blir brukt i elevgruppen på 9. trinn, sammenlignet med elevgruppen på 10. trinn.

### 3.8.2.4 IBM SPSS Statistics Data Editor

For å lage kryssningstabellen, og gjennomføre chi-square testen og korrelasjonsanalysen av typen Cramér's V, har vi brukt SPSS.

Det første vi gjorde var å lage variabler for estimeringsstrategi og elevgruppe med numeriske verdier i SPSS. Fra den kvalitative analysen fikk vi kategorisk data på hvilke estimeringsstrategier elevene brukte. Denne kategoriske dataen omkodet vi til numeriske verdier. Vi har for eksempel gitt den kvalitative koden "gjenkjenning" den numeriske verdien 1, slik som vist i figur 3.11 nedenfor.



Value ▾	Label
1	Gjenkjenning
2	Telling
3	Sammenligning
4	Gruppering
5	Gjetning/følelse/intuisjon
6	Memorisering
7	Kombinasjon

**Figur 3.11: Oversikt av strategivariabelens numeriske verdier. Figuren viser hvilken numerisk verdi hver av de kvalitative kodene fikk under omkodningen til kvantitativ data.**

I tillegg har vi gitt variabelen elevgruppe numeriske verdier, noe man kan se i figur 3.12 nedenfor.



Value ▾	Label
1	Elevgruppe fra 9. trinn
2	Elevgruppe fra 10. trinn

**Figur 3.12: Oversikt av elevgruppevariabelens numeriske verdier. Figuren viser hvilken numerisk verdi besvarelsene fra elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn fikk.**

Det neste steget i dataanalysen var å lage to kolonner med tall basert på de numeriske verdiene fra figur 3.11 og 3.12. Vi laget en kolonne for variabelen estimeringsstrategi med verdier fra 1 til 6, og en annen kolonne for variabelen elevgruppe med verdiene 1 og 2.

Deretter trykte vi Analyze > Descriptive Statistics > Crosstabs. I Crosstabs la vi inn variabelen estimeringsstrategi under "Row(s)" og variabelen elevgruppe under "Column(s)". Det er fordi variabelen som mest sannsynlig påvirker den andre variabelen skal legges i "Column(s)" (Clark et al., 2021, s. 334). I vårt tilfelle var det mest logisk at

elevgruppe kunne påvirke brukte estimeringsstrategier i møte med TSK-oppgavene, og ikke at brukte estimeringsstrategier kunne påvirke elevgruppe.

Videre trykte vi på "Statistics", og krysset av for at vi ønsker statistikk av "Chi-square" og "Phi and Cramér's V". Etter det trykte vi på "Cells", og krysset av for at vi ønsket statistikk av "Observed [counts]" og "Expected [counts]", i tillegg til prosenter i rad, kolonne og total. Til slutt trykte vi på "OK", og fikk frem en fremstilling av kryssningstabell, chi-sqaure test og Cramér's V.

## 3.9 Validitet og reliabilitet

To av de mest grunnleggende kriteriene for kvalitetsevaluering av all akademisk forskning er reliabilitet og validitet (Clark et al., 2021, s. 40). Etersom vi har gjort en forskning med mixed methods måtte vi inkludere validitet og reliabilitet i både kvalitative og kvantitative forskninger. Som vi vil utdype i kommende delkapitler, er det noen forskjeller i betydningen av begrepene validitet og reliabilitet i kvantitativ og kvalitativ forskning. I videre delkapitler vil vi først undersøke og redegjøre for studiens validitet og reliabilitet i kvalitativ forskning, før vi videre vil beskrive studiens validitet og reliabilitet i kvantitativ forskning.

### 3.9.1 Reliabilitet og validitet i kvalitativ forskning

Kvalitativ reliabilitet, eller pålitelighet, går ut på at forskerens tilnærming er konsistent på tvers av ulike forskere og blant ulike prosjekter (Creswell & Creswell, 2023, s. 213). Det bidrar til å sikre at resultatene er pålitelige og gyldige, og at forskningen derfor er troverdig.

En måte å sikre reliabilitet i de kvalitative dataene, er ved å dokumentere prosedyrene i forskningen (Creswell & Creswell, 2023, s. 215). Det har vi gjort ved å grundig beskrive de ulike stegene i forskningen gjennom metodekapittelet. For å sikre reliabilitet har vi også forsikret oss om at kodene har hatt samme betydning gjennom hele forskningsprosessen (Creswell & Creswell, 2023, s. 215). Det har vi gjort gjennom revideringen av kodingssystemet før vi begynte kodingen. Dette for å skape et tydelig og transparent rammeverk som skulle sikre at vi hadde en felles og entydig forståelse av rammeverket. Et annet tiltak for å sikre reliabilitet i den kvalitative delen er å kryssjekke (Creswell & Creswell, 2023, s. 215). Det har vi gjort ved å kode datamaterialet hver for oss og i etterkant sammenligne kodene. For å sikre oss at vi hadde lik forståelse delte vi datamaterialet opp i flere deler, og gjorde sammenligninger av alle kodingene oppdelt etter bestemte sekvenser.

Kvalitativ validitet handler om å vurdere om funnene i studien er gyldige og av relevans fra perspektivet til forskeren, deltakerne i studien eller de som leser rapporten (Creswell & Creswell, 2023, s. 213). Det er med å sikre at funnene som blir rapportert er troverdig og pålitelige, og at slutningene som trekkes er riktige.

Når det gjelder å sikre validitet i våre kvalitative data er det ulike strategier som kan benyttes. Første strategi omhandler triangulering av ulike datakilder (Creswell & Creswell, 2023, s. 213). Triangulering av ulike datakilder vil kunne gi oss et mer helhetlig bilde av virkeligheten. Som beskrevet tidligere i metodekapittelet har vi utarbeidet instrumentene test og spørreundersøkelse, noe som har gitt oss verdifull informasjon for å kunne besvare forskningsspørsmålene best mulig. Vi har også rike beskrivelser av forskningsprosessen og funnene. Det er med å sikre at våre resultater og funn blir mer realistiske. Det kan være med å styrke validiteten. (Creswell & Creswell, 2023). Vi har også i forordet beskrevet vår bakgrunn som forskere for å skape ærlighet og åpenhet for leseren, og slik kunne avdekke eventuelle skjevheter (Creswell & Creswell, 2023). Det er likevel viktig å være klare over at vi som forskere kan ha

påvirket resultatene (Creswell & Creswell, 2023). Vi har videre presentert alle funn, også funnene som gir negativ informasjon. Dette for å sikre best mulig beskrivelse av virkeligheten (Creswell & Creswell, 2023). Gjennom arbeidet med masteroppgaven har vi også hatt en veileder som har lest gjennom arbeidet vårt med et kritisk blikk og stilt spørsmål til arbeidet underveis. Med andre ord kan vi si at veilederen vår kan betraktes som en kritisk venn som er med å styrke studiens validitet (Creswell & Creswell, 2023). I tillegg er instrumentene i studien utarbeidet i samarbeid med vår veileder som har stilt kritiske spørsmål underveis og gitt konstruktive tilbakemeldinger. Vi har også gjort en pilotundersøkelse i forkant av selve undersøkelsen, noe som også har vært med å styrke studiens validitet.

### 3.9.2 Reliabilitet og validitet i kvantitativ forskning

Reliabilitet i kvantitativ forskning handler om hvor konsekvent en måling av et konsept er (Clark et al., 2021). For å sikre reliabilitet i kvantitativ forskning har vi sikret "inter-rater reliabilitet" (Clark et al., 2021). I vårt tilfelle er kvantitative resultater i studien analysert ved hjelp av standardiserte metoder. I tillegg er dataen kvantitativ og inneholder stort sett bare tall, noe som vil føre til begrenset subjektivitet. Vi som forskere har i tillegg sørget for å ha en kontinuerlig kommunikasjon i løpet av forskningen for å sikre en felles forståelse for hva vi har ønsket å finne ut av (Clark et al., 2021). En annen strategi for å sikre reliabilitet i kvantitativ forskning kunne ha vært og sjekket stabiliteten. Det handler om en måling er stabil over tid og kunne blitt gjort ved å gjøre en før- og ettertest på en gruppe (Clark et al., 2021). Hvis det er lite variasjon i de oppnådde resultatene vil det være med å styrke studiens reliabilitet. På grunn av tidsmangel fikk vi ikke muligheten til å gjøre dette, men det kunne ha vært interessant. Vi vil likevel anta at undersøkelsen vil være like gyldig over tid og resultatene ikke vil svinge stort. For eksempel viste pilotundersøkelsen og undersøkelsen i denne studien at resultatene var sammenlignbare.

I kvantitativ forskning handler validitet, eller målevaliditet, om hvorvidt en indikator måler det den har til hensikt å måle (Clark et al., 2021). Når det gjelder å adressere validitet i kvantitativ forskning har vi blant annet sikret "face validity" (Clark et al., 2021). Dette gjøres ved å få en ekspert eller en erfaren innen feltet til å gjennomgå instrumentet (Clark et al., 2021). I vårt tilfelle har vi sikret "face validity" ved å ha kommunikasjon med veileder under designet av innsamlingsinstrumentet. Veilederen vår har relevant erfaring og gjort lignende studier (for eksempel Romijn et al., 2023). "Face validity" vil være med å sikre at instrumentet gjenspeiler det vi ønsker å utforske (Clark et al., 2021). Vi har også sikret oss konvergent gyldighet ved at vi samler inn forskjellige typer data fra ulike metoder på det samme temaet (Clark et al., 2021). Det har gitt oss muligheten til å sammenligne dataene.

## 3.10 Forskningsetikk og behandling av data

Som forskere må vi gjennom hele forskningsprosessen foreta forskningsetiske beslutninger og følge forskningsetiske retningslinjer (Clark et al., 2021; Johannessen et al., 2021; NESH, 2021). Slik har vi sikret oss at forskningen ikke har kommet til skade for elevene i studien (Clark et al., 2021; NESH, 2021). Johannessen et al. (2021) beskriver at de etiske retningslinjene kan sammenfattes til tre typer hensyn (s. 45), noe som er en sammenfatning av retningslinjene til den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH).

Første hensyn er "informantens rett til selvbestemmelse og autonomi" (Johannessen et al., 2021, s. 45). Med det menes det at den som skal delta, deltar eller har deltatt skal kunne bestemme over sin deltakelse og skal når som helst kunne trekke sitt samtykke

eller deltakelse (Johannessen et al., 2021; NESH, 2021). Vårt elektroniske innsamlingsverktøy (JATOS) er helt anonymt, der ingen navn eller nok identifiserende informasjon ble samlet inn for at det kunne spores tilbake til den enkelte elev. Med en gang undersøkelsen var gjennomført ble eleven koblet til et tilfeldig deltakernummer. Siden vi ikke samlet inn og behandlet opplysninger i studien, kan ikke dataen identifisere enkeltpersoner verken direkte eller indirekte. For å være på den sikre siden hadde vi likevel valgt å sende inn prosjektet vårt til Norsk senter for forskningsdata (NSD) for å kontrollere samsvar. Meldeskjemaet med referansenummer 471146 ble avsluttet 11.01.2024. Vi fikk tilbakemelding om at prosjektet ikke behandlet personopplysninger (se vedlegg 2). Videre skal det ved personopplysninger samles inn skriftlige samtykker om deltakelse i undersøkelsen, hvor deltakelsen når som helst skal kunne avbrytes av eleven (NESH, 2021). Det betyr med andre ord at vi ikke trengte å samle inn skriftlige samtykker fra foreldre/elever. Selv om vi ikke trengte samtykker fra foreldre/elever var deltakelsen fremdeles frivillig (NESH, 2021). Det vil si at det ikke eksisterte ytre påvirkninger til å delta i forskningen. Selv om vi samlet inn anonyme data, trengte vi likevel å informere elever og foresatte om prosjektet, datainnsamlingen og hva det innebar å delta i forskningen (NESH, 2021). Vi hadde derfor utarbeidet et informasjonsskriv som ble utsendt til elever og foresatte i forkant av selve undersøkelsen (vedlegg 3).

Siden vi samlet inn anonyme data og ikke behandlet personopplysninger, trengte vi ikke å ta hensyn til de to siste etiske sammenfattende hensynene til Johannessen et al. (2021).

### 3.11 Metodedrøfting

Før vi legger frem våre resultater av analyser vil vi diskutere og kritisere noen sentrale aspekter ved våre egne metoder som kan ha vært med å påvirke våre resultater. Rienecker & Jørgensen (2013) kaller dette for metodedrøfting (eller –diskusjon) eller metodekritikk (s. 196). For det første vil trekke frem valg av innsamlingsinstrument. Styrkene med test og spørreundersøkelse er flere. For det første vil ingen informasjon gå tapt siden elevene skriver ned sine svar elektronisk og rådataene vil lett kunne holdes lagret på egne NTNU-servere, noe som kan minimere sannsynligheten for at data kommer på avveie. For det andre vil heller ingen informasjon bli påvirket av intervjuer siden svarene raskt kan tolkes (Clark et al., 2021, s. 212). For det tredje vil vi også ha muligheten til å gjennomføre vår undersøkelse på en større gruppe elever ved å sende ut undersøkelsen elektronisk (Clark et al., 2021, s. 212). Derimot vil vi for eksempel ved intervjuer kunne fått mer utdypende svar på hva elevene tenkte under estimeringsprosessen ved å blant annet stille oppfølgingsspørsmål til deres responser (Clark et al., 2021, s. 425). Det kan eksempelvis ha påvirket antall besvarelser som ble kodet som ubesvart og utilstrekkelig bevis i studien.

Videre kan man diskutere styrkene og svakhetene med å ha åpne svar, slik som i vår spørreundersøkelse, sammenlignet med forhåndsbestemte svaralternativer. En styrke med åpne svar er at elevene kan legge til ekstra informasjon, sammenlignet med spørreundersøkelser med prekodete svar (Johannessen et al., 2021, s. 292). Ved at man kan skrive selv kan elevene beskrive sin estimeringsstrategi i detalj, sammenlignet med oppgitte svaralternativer. Det gir også rom til å beskrive kombinerte strategier og en strategi som allerede ikke er oppgitt. I tillegg vil åpne svar forebygge at elevene må velge mellom flere upassende oppgitte estimeringsstrategier (Johannessen et al., 2021, s. 292). På den andre siden kan forhåndsbestemte svar påvirke elevenes responser, både i en positiv og en negativ retning (Johannessen et al., 2021, s. 292). Forhåndsbestemte svar kan påvirke negativt ved at eleven "bare krysser av noe"

sammenlignet med å faktisk må beskrive sine tanker med ord. Åpne svar kan "tvinge" elevene til å faktisk tenke over sin tankeprosess og estimering. På den andre siden kan forhåndsbestemte svar hjelpe eleven til å sette ord på sine tanker og gi presise svar. For eksempel kan en elev i første omgang tenke at den har telt prikkene uten å ha sett de forhåndsbestemte svarene. Etter å ha sett de forhåndsbestemte svarene kan eleven finne ut at den egentlig har gjenkjent prikkene. Ved å få svarmuligheter kan eleven gjøres bevisst på mulighetene som finnes og slik uttrykke et mer gjennomtenkt og presist svar. I tillegg kan forhåndsbestemte svar lette prosessen med å avgi svar ved at elevene bare trenger å krysse av det aktuelle svaret. Elever kan også finne det utfordrende å uttrykke seg skriftlig, spesielt hvis man ikke er vant til det (Johannessen et al., 2021, s. 292). Derfor kan åpne svar være en utfordring for elevene, noe som kan gi klisjépregete svar i tillegg til korte og udetaljerte svar.

I undersøkelsen har det vært fast rekkefølge på kvikkbildene. Det har gjort sammenligningsgrunnlaget bedre med tanke på forskningsspørsmålet angående sammenhengen mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn. På den andre siden kunne en tilfeldig rekkefølge på kvikkbildene åpnet for at vi kunne innhentet data om elevenes estimeringsstrategier for alle numerositetene. Rekkefølgen på kvikkbildene kunne vært med å påvirke våre resultater av elevgruppens strategirepertoar, strategifordeling, strategifleksibilitet og strategianvendelse. For eksempel vet vi fra resultatene at hovedstrategien telling ikke ble brukt alene. Med en tilfeldig rekkefølge på kvikkbildene kunne vi samlet beskrivelser til kvikkbilder med numerositet 2 og 3. Det kunne åpnet for at resultatene hadde vist at hovedstrategien telling også blir brukt alene. Konsekvensen av en tilfeldig rekkefølge ville da gjort at vi hadde fått færre besvarelser per kvikkilde, samt gjort sammenligningsgrunnlaget mellom elevgruppene ulikt.

Avslutningsvis ønsker vi å diskutere gjennomføringen av undersøkelsen. Vi valgte å la praksislærerne våre gjennomføre undersøkelsen for oss. Av den grunn fikk vi ikke med oss eventuelle feilkilder og informasjon som skulle være av relevans, for eksempel elever som gjennomfører datainnsamlingen sammen. Likevel stolte vi på at praksislærerne klarte å gjøre datainnsamlingen uten særlige problemer. Vi hadde også avklart gangen i undersøkelsen på et detaljert nivå, noe som også kan ha vært med å forebygge eventuelle problemer under datainnsamlingen.

## 4 Resultat av analyse

For å besvare studiens problemstilling om hvordan bruken av estimeringsstrategier til 9. og 10. trinns elever er i møte med tilfeldig strukturerte kvikkbildeoppgaver (TSK-oppgaver), har vi som nevnt i innledningen utformet følgende fem forskningsspørsmål:

- 1) Hvilke estimeringsstrategier bruker elevgruppen på 9. og 10. trinn i møte med TSK-oppgaver?
- 2) Hvordan er fordelingen av brukte estimeringsstrategier hos elevgruppen på 9. og 10. trinn i møte med TSK-oppgaver?
- 3) Hvor fleksible er elevgruppen på 9. og 10. trinn når de bruker estimeringsstrategier i møte med TSK-oppgaver?
- 4) For hvilke numerositeter anvendes estimeringsstrategiene hos elevgruppen på 9. og 10. trinn i møte med TSK-oppgaver?
- 5) Er det en sammenheng mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn?

Vi vil i de videre delkapitlene presentere relevante resultater tilknyttet til hver av de fem forskningsspørsmålene. Før vi presenterer resultatene tilknyttet forskningsspørsmålene vil vi i delkapittel 4.1 presentere fordelingen av besvarelser som kunne kodes til en strategi sammenlignet med besvarelser som ikke kunne kodes til en strategi. Etter det presenterer vi funn tilknyttet elevgruppens strategirepertoar i delkapittel 4.2, før vi deretter presenterer funn tilknyttet elevgruppens fordeling av brukte strategier i delkapittel 4.3. Videre presenterer vi funn tilknyttet elevgruppens strategifleksibilitet i delkapittel 4.4, før vi deretter presenterer funn tilknyttet elevgruppens strategianvendelse i delkapittel 4.5. Avslutningsvis presenterer vi funn tilknyttet sammenhengen mellom brukte strategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn i delkapittel 4.6.

### 4.1 Fordeling av tilstrekkelige og utilstrekkelig besvarelser

I vårt forskningsprosjekt vet vi fra delkapittel 3.5 at det var 33 elever fra 9. trinn og 24 elever fra 10. trinn, noe som totalt har gitt et utvalg på 57 elever. Med 15 oppfølgingsspørsmål i spørreundersøkelsen betyr det at vi har kodet 855 besvarelser. Av disse var det 145 besvarelser som ble kodet til utilstrekkelig besvarelser og derfor ikke kunne kodes til en bestemt hovedstrategi. Det betyr derfor at 710 besvarelser ble kodet som tilstrekkelige besvarelser. Bakgrunnen til at besvarelsene ble kodet til utilstrekkelige besvarelser var enten fordi besvarelsene var for utilstrekkelige for å kunne kodes til en hovedstrategi eller fordi oppfølgingsspørsmålet ikke ble besvart. Nedenfor, i figur 4.1, kan man se fordelingen over tilstrekkelige og utilstrekkelig besvarelser.



**Figur 4.1: Sektordiagram av fordelingen over tilstrekkelige og utilstrekkelige besvarelser fra elevgruppen på 9. og 10. trinn. Andelene "utilstrekkelig bevis" og "ubesvart" utgjør til sammen de utilstrekkelige besvarelsene.**

Slik som figur 4.1 viser, er det en stor andel tilstrekkelige besvarelser. Likevel utgjør de utilstrekkelige besvarelsene til sammen 16,96% av alle besvarelser, etter sammenslåingen av kodene "utilstrekkelig bevis" og "ubesvart". Her er alle prosentandeler avrundet til 2 desimaler, noe som også gjelder for alle prosentandeler i videre resultater.

Til videre resultater inkluderes kun tilstrekkelige besvarelser fordi forskningsspørsmålene gjør at vi ønsker å ha fokus på brukte strategier. Derfor er ikke utilstrekkelige besvarelser inkludert i videre resultater. I tillegg vil alle resultater være basert på kodingen som inkluderer kombinerte strategier. For det første er strategirepertoaret stort sett det samme uavhengig av om vi tar utgangspunkt i kodingen med fokus på avgjørende strategi eller kodingen som tillater kombinerte strategier. Den eneste forskjellen på strategirepertoaret er at strategirepertoaret får en ekstra strategi, kombinasjonsstrategi, dersom vi tar utgangspunkt i kodingen som tillater kombinerte strategier. For det andre ønsker vi å ta utgangspunkt i kombinerte strategier fordi det å kombinere strategier kan betraktes som en egen strategi for å løse TSK-oppgaver i undersøkelsen. Ved interesse kan resultater av kodingen med fokus på avgjørende strategi leses i vedlegg 5.

## 4.2 Resultater av hele elevgruppens strategirepertoar

Strategirepertoar kan defineres som hvilke ulike strategier som blir tatt i bruk (Gandini et al., 2010, s. 12-13). For å drøfte resultatene av hele elevgruppens strategirepertoar har vi valgt å måle brukte strategier, samt også ubrukte strategier fra rammeverket til Romijn et al. (2023). Vi har valgt frekvenstabeller for å presentere hvilke strategier, med tilhørende understrategi, hele elevgruppen på 9. og 10. trinn brukte og ikke brukte. Grunnen til at vi har valgt frekvenstabeller er fordi tabellene gir like stor plass til alle strategiene, også de minst brukte og ubrukte strategiene. Diagrammer slik som sektordiagram og stolpediagram er hensiktsmessige for å sammenligne brukte strategier (Birkeland et al., 2018). Baksiden er derimot at slike diagrammer ikke er like egnet for å vise eventuelle ubrukte strategier. Nedenfor, i tabell 4.1, kan man derfor se en



frekvenstabell som viser elevenes brukte strategier og ubrukte strategier fra kodingssystemet.

Tolkende koding (med kombinasjon)		
Hovedkategori	Underkategori	Frekvens
Gjenkjenning	Subitisering	57
Gjenkjenning	Gruppetisering	3
Telling		0
Sammenligning	Spesifikk numerositet	21
Sammenligning	Tidligere kvikkbilde	14
Sammenligning	Tetthet	2
Sammenligning	Utilstrekkelig bevis	3
Gruppering	Telle og justere	19
Gruppering	Gjenkjenne og justere	5
Gruppering	Like grupper	15
Gruppering	Ulike grupper	2
Gruppering	Utilstrekkelig bevis	6
Memorisering		47
Gjetning/følelse/intuisjon		276
Kombinasjon		240
Sum		710

**Tabell 4.1: Frekvenstabell av brukte hovedstrategier og understrategier hvor kombinasjonsstrategien er inkludert. Tabellen viser hvilke strategier fra kodingsystemet som ble uttrykket i elevenes besvarelser, og hvilke strategier som ikke ble uttrykket.**

Slik man kan lese av tabell 4.1 ble alle estimeringsstrategiene fra rammeverket til Romijn et al. (2023) tatt i bruk, bortsett fra telling som hovedstrategi. Utover rammeverket til Romijn et al. (2023) har elevgruppen på 9. og 10. trinn også brukt understrategiene sammenligningstetthet og gjenkjenne og justere. Når det gjelder hovedstrategier ble også memoriseringsstrategien og kombinasjonsstrategien brukt av elevgruppen på 9. og 10. trinn. Siden kombinasjonsstrategien ble en så avgjørende kode i kodingsprosessen som inkluderte kombinerte strategier har vi i figuren nedenfor utarbeidet frekvenstabeller som viser hvilke kombinerte strategier som ble brukt blant hele elevgruppen. Vi har bare valgt å inkludere hovedstrategiene for å redusere antallet kombinasjoner. Med reduserte antall kombinasjoner vil resultatene bli mer presentable.

Tolkende koding (kombinerte strategier)	
Hovedstrategier	Frekvens
Telling + Gjetning/følelse/intuisjon	5
Gjenkjenning + Gruppering	4
Gjenkjenning + Memorisering	1
Gruppering + Gjetning/følelse/intuisjon	11
Gruppering + Telling	4
Sammenligning + Gjetning/følelse/intuisjon	12
Sammenligning + Gruppering	1
Memorisering + Gruppering	41
Memorisering + Gjetning/følelse/intuisjon	8
Memorisering + Telling	124
Memorisering + Telling + Gruppering	13
Memorisering + Telling + Gjetning/følelse/intuisjon	6
Memorisering + Telling + Sammenligning	4
Gjenkjenning + Memorisering + Gjetning/følelse/intuisjon	1
Gjenkjenning + Memorisering + Telling	3
Gjenkjenning + Sammenligning + Gruppering	1
Memorisering + Telling + Gruppering + Sammenligning	1
Sum	240

**Tabell 4.2: Frekvenstabell av brukte kombinerte strategier innenfor kombinasjonsstrategien. Tabellen inkluderer bare hovedstrategier. Grønn kode definerer at det er to kombinerte strategier, gul kode tre kombinerte strategier mens oransje kode definerer fire kombinerte strategier.**

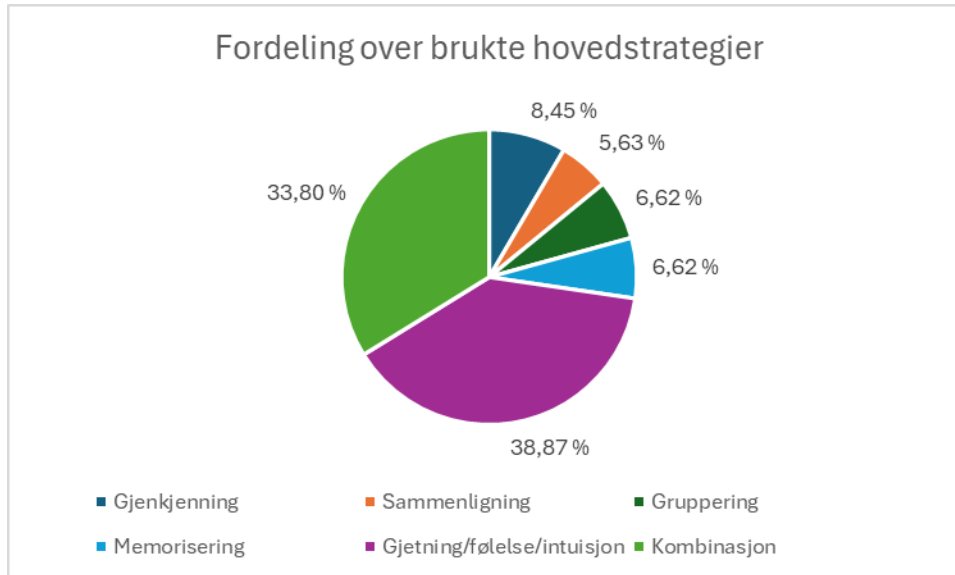
Slik man kan lese av tabell 4.2 er det mange ulike måter kombinasjonsstrategien er kommet til uttrykk i elevbearsvarelsene. Det er 17 forskjellige kombinasjonsstrategier som er presentert av elevgruppen. Av disse 17 forskjellige kombinasjonsstrategiene inneholder ti av kombinasjonsstrategiene to forskjellige hovedstrategier. For at en strategi skulle være forskjellig måtte den inneholde minst en ulik strategi. Det betyr at besvarelser med like kombinerte strategier, men med ulik rekkefølge, ble kodet til samme type kombinasjonsstrategi. Det samme gjelder hvis en besvarelse nevner en strategi flere ganger i samme besvarelse, slik som: "Telling + Memorisering + Telling". Denne besvarelsen ble kodet til "Memorisering + Telling" siden vi bare fokuserte på ulike typer strategier som ble kombinert. Vi kan videre lese av tabell 4.2 at det var seks forskjellige kombinasjonsstrategier som inneholdt tre forskjellige hovedstrategier. Derimot ble det funnet en kombinasjonsstrategi som inneholdt fire forskjellige hovedstrategier.

Fra tabell 4.2 kan man også se hvilke strategier som kombineres med hverandre, hvor hovedstrategien memorisering er blitt kombinert mest med andre strategier med sine ti forskjellige måter. Videre følger hovedstrategiene telling og gruppering med sine åtte forskjellige måter. Gjetning/følelse/intuisjon følger videre på med sine seks forskjellige måter. Hovedstrategiene som er minst kombinert med andre strategier er gjenkjenning og sammenligning med sine fem forskjellige måter.

### 4.3 Resultater av hele elevgruppens strategifordeling

Strategifordeling kan forstås som hvordan de ulike brukte strategiene er fordelt fra strategirepertoaret (Gandini et al., 2008, s. 187). For å vise strategifordelingen til hele elevgruppen på 9. og 10. trinn har vi valgt å bruke sektordiagram. Et sektordiagram er hensiktsmessig å bruke for å vise fordelingen av en helhet, ofte ved bruk av

prosentandeler (Birkeland et al., 2018). For å vise fordelingen over brukte strategier vil vi først komme til å presentere resultater som kun inkluderer brukte hovedstrategier, før vi videre bare vil fremstille resultater som illustrerer brukte understrategier innenfor hovedstrategiene. Nedenfor kan man se et sektordiagram med prosentandeler som viser fordelingen av brukte hovedstrategier.



**Figur 4.2: Sektordiagram av fordelingen over brukte hovedstrategier.**

Ved å lese av figur 4.2 kan man se at strategien gjetning/følelse/intuisjon er den mest utbredte hovedstrategien blant elevgruppen på 9. og 10. trinn. Kombinasjonsstrategien følger videre på og var nesten like utbredt som strategien gjetning/følelse/intuisjon. Videre følger henholdsvis hovedstrategiene gjenkjenning, memorisering og gruppering. Den minst utbredte hovedstrategien er sammenligning.

Figur 4.2 viser bare fordelingen over brukte hovedstrategier og vi har derfor videre utarbeidet sektordiagrammer som viser fordelingen av understrategier for hver av hovedstrategiene som har slike underdelinger. Det gjelder med andre ord hovedstrategiene gjenkjenning, sammenligning, gruppering og kombinasjonsstrategien.

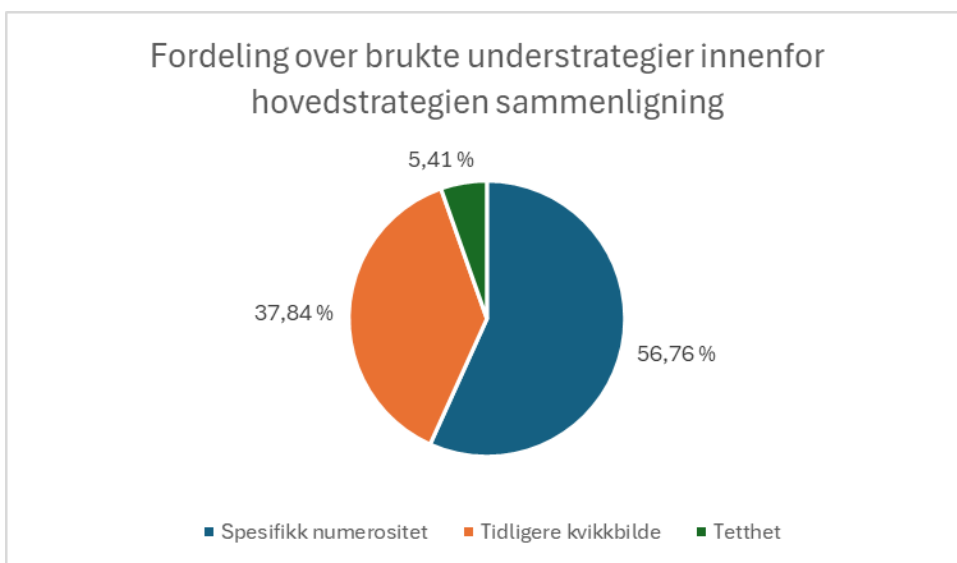
Hovedstrategien gjenkjenning har som tidligere nevnt to understrategier og er fordelt som figur 4.3 viser nedenfor.



**Figur 4.3: Sektordiagram av fordelingen over brukte understrategier innenfor gjenkjenning.**

Som man kan se fra sektordiagrammet ovenfor utgjør understrategien subitisering nesten alle besvarelser som er kodet til gjenkjenning med sine 95 % mot gruppetisering sine 5 %.

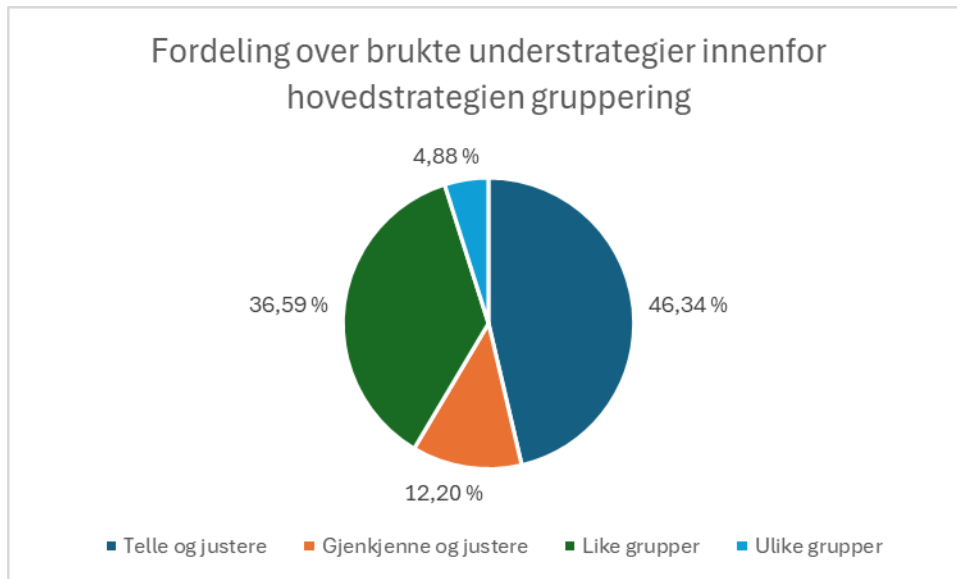
Videre følger hovedstrategien sammenligning med sine tre understrategier, slik som presentert i figur 4.4 nedenfor.



**Figur 4.4: Sektordiagram av fordelingen over brukte understrategier innenfor sammenligning.**

Sektordiagrammet ovenfor viser at understrategien "spesifikk numerositet" er mest utbredt innenfor hovedstrategien sammenligning, der over halvparten av alle sammenligningsstrategier er kodet til denne understrategien. Videre følger understrategien "tidligere kvikkbilde" med litt over en tredel av besvarelsene innenfor hovedstrategien. Den minst utbredte understrategien er "tetthet".

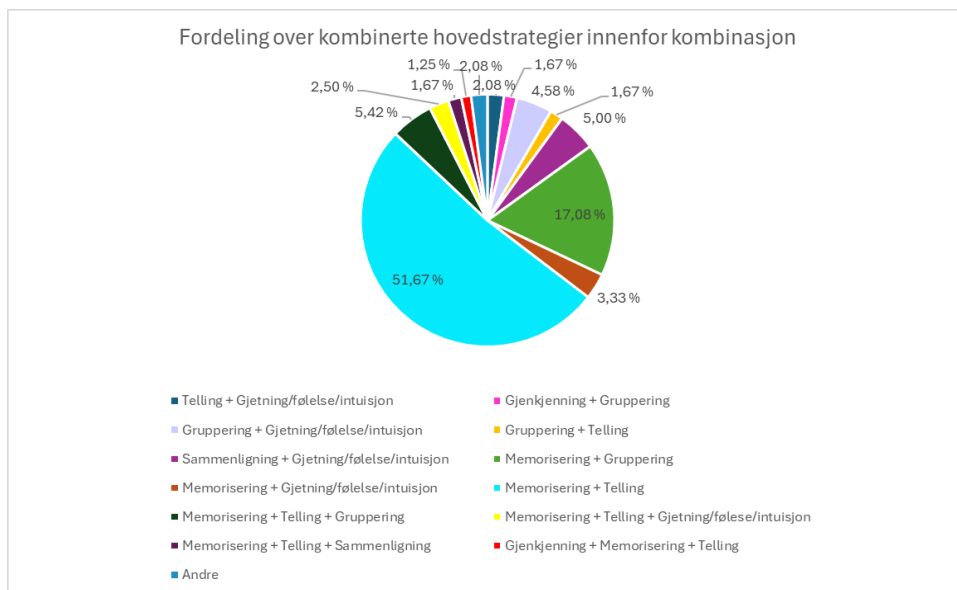
Hovedstrategien gruppering har fire understrategier. Nedenfor, i figur 4.5, kan man se fordelingen av understrategiene til grupperingsstrategien.



**Figur 4.5: Sektordiagram av fordelingen over brukte understrategier innenfor gruppering.**

Figuren ovenfor viser at understrategien "telle og justere" er mest utbredt innenfor hovedstrategien gruppering, hvor nesten halvparten av alle grupperingsstrategier er kodet til denne understrategien. Understrategien "like grupper" følger videre som nest utbredte understrategi med litt over en tredel av alle grupperingsstrategier. Nest minst utbredte understrategi er "gjenkjenne og justere" med sine 12,2 %. Den minst brukte understrategien innenfor gruppering er "ulike grupper" med en andel på 4,88 %.

Avslutningsvis viser figur 4.6 et sektordiagram av fordelingen over kombinerte strategier.

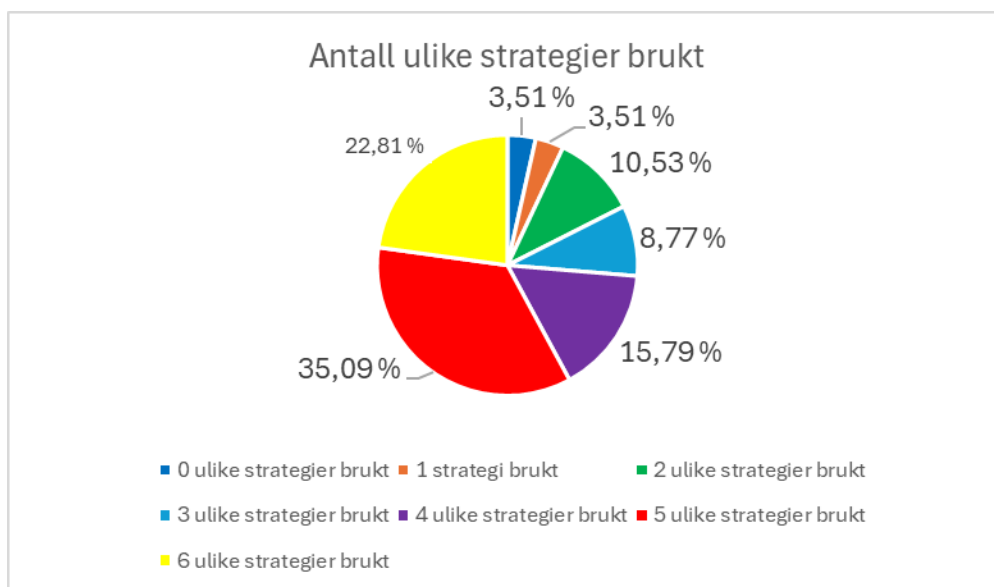


**Figur 4.6: Sektordiagram av fordelingen over brukte strategier innenfor kombinasjon.**

Siden hovedstrategien kombinasjon inneholdt så mange kombinerte hovedstrategier har vi valgt å sammenslå de minst brukte til kategorien "Andre" med sine 2,08 %. Kategorien "Andre" består av fem forskjellige kombinasjonsstrategier, der alle er blitt kodet en gang hver. Ved å sammenslå de minst brukte strategiene fikk vi minimert antallet kombinerte strategier, noe som har gjort sektordiagrammet mer presentabelt og oversiktlig. Den mest brukte kombinasjonsstrategien er en kombinasjon av hovedstrategiene memorisering og telling. Denne kombinasjonen utgjør litt over halvparten av alle kombinerte strategier. Videre følger en kombinasjon av memorisering og gruppering med nesten en femtedel av alle kombinerte strategier. Den tredje mest utbredte kombinasjonsstrategien er en kombinasjon av hovedstrategiene sammenligning og gjetning/følelse/intuisjon med en prosentandel på 5 %. Alle de andre kombinerte strategiene har en prosentandel på mindre enn 5 % og utgjør dermed ikke en stor del av de kombinerte strategiene som ble tatt i bruk av elevgruppen på 9. og 10. trinn.

#### 4.4 Resultater av hele elevgruppens strategifleksibilitet

Slik som beskrevet i delkapittel 2.5 kan strategifleksibilitet defineres som å kunne bytte (jevnt) mellom ulike strategier, uten ytterligere kvalifikasjoner (Verschaffel et al., 2009). For å vise resultater av hele elevgruppens strategifleksibilitet på 9. og 10. trinn har vi valgt å bruke sektordiagram. Under kan man se et sektordiagram som viser hvor mange ulike hovedstrategier hver av elevene fra utvalget på 9. og 10. trinn brukte for å estimere i kvikkbildeoppgavene, målt i prosent.



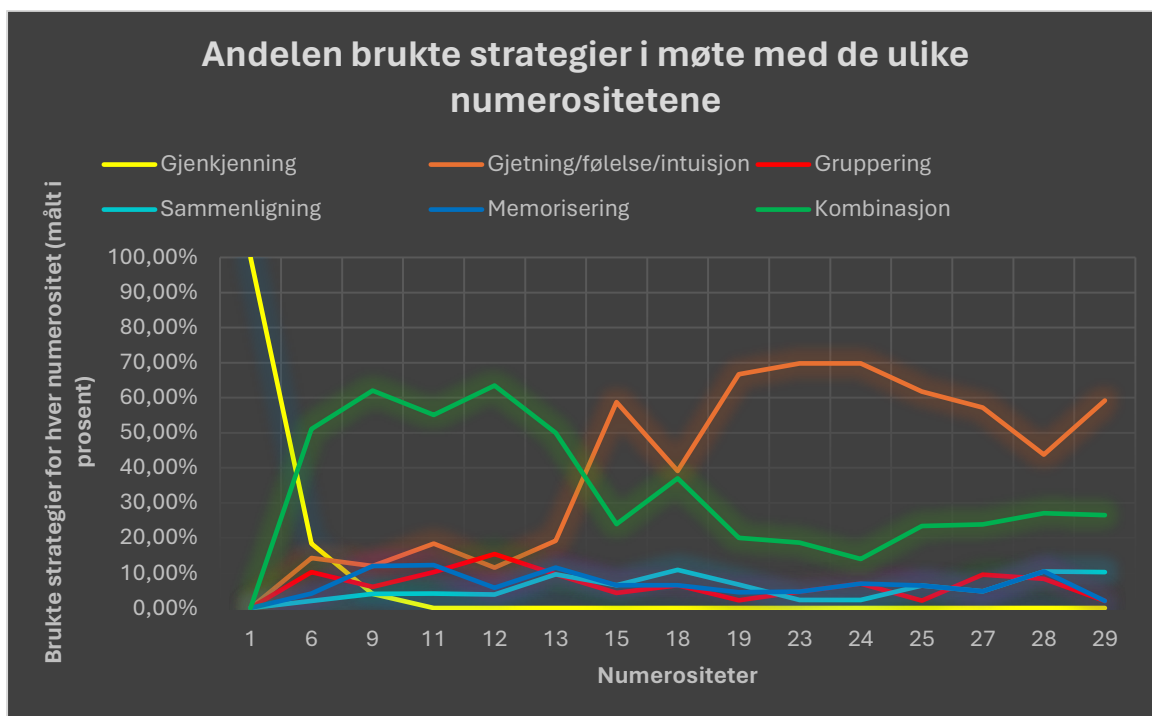
**Figur 4.7: Sektordiagram av fordelingen over antall ulike brukte hovedstrategier fra elevgruppen på 9. og 10. trinn.**

Figur 4.7 viser at litt over halvparten (57,9 %) av elevgruppen på 9. og 10. trinn har brukt fem eller seks strategier. Hvis vi inkluderer fire ulike strategier også, som er den tredje største sektoren i sektordiagrammet, ser vi at omtrent  $\frac{3}{4}$  (73,69 %) av elevgruppen på 9. og 10. trinn har brukt fire, fem eller seks strategier. Det vil si at cirka  $\frac{1}{4}$  (26,31 %) av elevgruppen på 9. og 10. trinn har brukt ingen, en, to eller tre strategier.

Figur 4.7 viser også at de minste sektorene i diagrammet er den blå (3,51 %) og den oransje (3,51 %). Det vil si at det bare var 7,02 % av elevgruppen på 9. og 10. trinn som hadde brukt en eller ikke brukt noen strategier i møte med kvikkbildeoppgavene.

## 4.5 Resultater av hele elevgruppens strategianvendelse

Strategianvendelse kan forstås som valg av strategi basert på numerositeten (Gandini et al., 2010, s. 9-11). For å vise våre resultater av hele elevgruppens strategianvendelse på 9. og 10. trinn har vi valgt å bruke et linjediagram. Et linjediagram er hensiktsmessig for å fremstille utvikling over tid og vise endringer på kort og lengre sikt (Birkeland et al., 2018, s. 259). Nedenfor kan man se et linjediagram som viser hvilke strategier elevgruppen på 9. og 10. trinn brukte i møte med de ulike numerositetene. På x-aksen er de utvalgte numerositetene vi har kvalitativ data fra, mens y-aksen viser brukte strategier for hver av de utvalgte numerositetene, målt i prosent.



**Figur 4.8: Linjediagram av strategianvendelsen fra elevgruppen på 9. og 10. trinn. Figuren viser strategianvendelse i møte med 15 ulike numerositeter.**

Slik som figur 4.8 viser er hovedstrategien gjenkjenning den eneste brukte strategien av elevgruppen på 9. og 10. trinn i møte med kvikkbilde med numerositet 1. Med økende antall elementer i mengden avtar hovedstrategien gjenkjenning raskt, og er en ubrukt strategi fra numerositeten 11 og utover. Derimot øker de andre hovedstrategiene når hovedstrategien gjenkjenning avtar. Den som øker raskest fra start og til numerositeten 13 er hovedstrategien kombinasjon. De andre gjenværende ukommenterte hovedstrategiene blir først brukt med en liten andel fra numerositeten 6. Disse strategiene holder seg relativt stabilt på et lavt nivå ved alle numerositetene, bortsett fra hovedstrategien gjetning/følelse/intuisjon. Hovedstrategien gjetning/følelse/intuisjon øker raskt fra numerositeten 13 og utover. Med økning i hovedstrategien gjetning/følelse/intuisjon avtar kombinasjonsstrategien raskt. Fra numerositeten 13 og utover holder likevel hovedstrategiene gjetning/følelse/intuisjon og kombinasjon seg som de mest brukte hovedstrategiene. Fra numerositeten 15 og utover er gjetning/følelse/intuisjon den mest utbredte hovedstrategien blant elevgruppen på 9. og 10. trinn.

## 4.6 Resultater av sammenhengen mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn

Videre vil vi presentere resultater knyttet til sammenhengen mellom brukte strategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn. Det er resultater vi har fått etter å ha gjort den kvantitative analysen med korrelasjonsanalyse av typen Cramér's V, chi-square test og krysningstabell.

I tabell 4.3 ser vi resultatene fra krysningstabellen (6x2) som sammenligner informasjon fra elevgruppen på 9. trinn med informasjon fra elevgruppen på 10. trinn. Tabellen inneholder informasjon om hvor mange ganger de ulike estimeringsstrategiene ble brukt, og hvor mange ganger de ulike estimeringsstrategiene var forventet å bli brukt. I tillegg gir krysningstabellen informasjon om hvor mye de ulike estimeringsstrategiene utgjør av 1) den enkelte estimeringsstrategi, 2) strategiene som ble brukt i elevgruppen og 3) strategiene som ble brukt for begge elevgruppene samlet.

**Estimeringsstrategier \* Elevgruppe Crosstabulation**

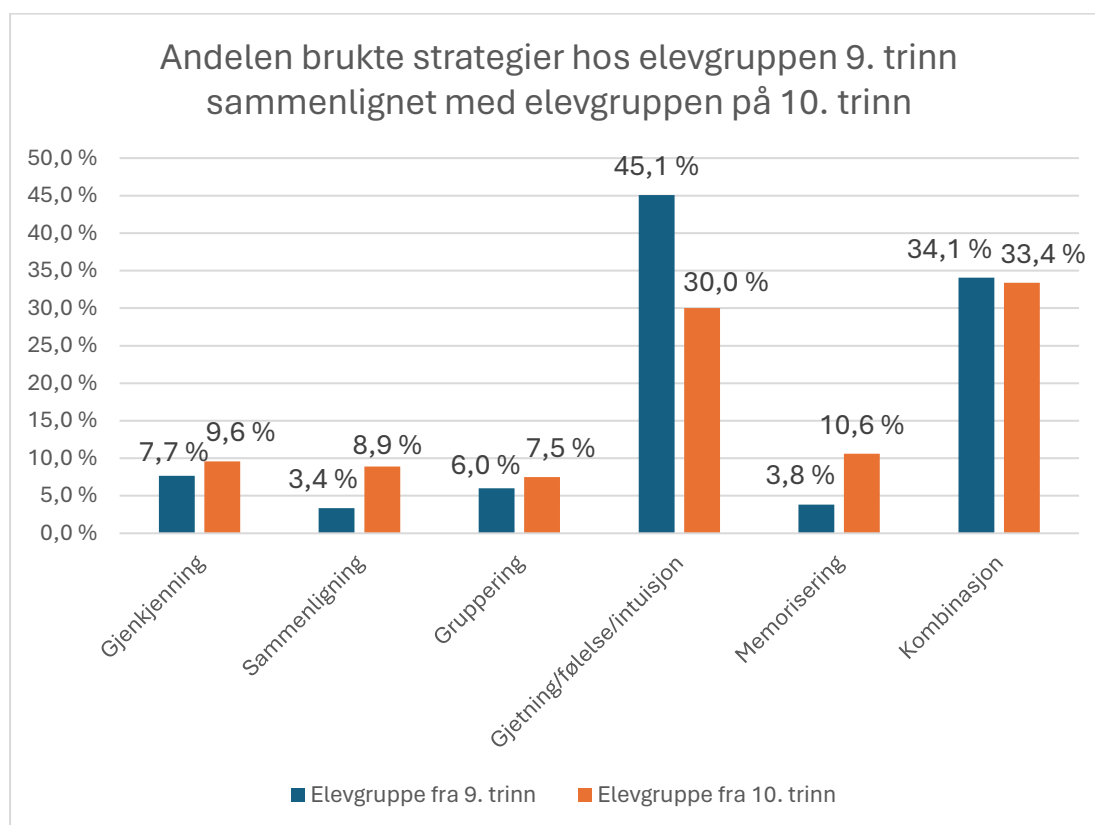
Estimeringsstrategier	Gjenkjenning		Elevgruppe		Total
			Elevgruppe fra 9. trinn	Elevgruppe fra 10. trinn	
	Gjenkjenning	Count	32	28	60
		Expected Count	35,2	24,8	60,0
		% within Estimeringsstrategier	53,3%	46,7%	100,0%
		% within Elevgruppe	7,7%	9,6%	8,5%
		% of Total	4,5%	3,9%	8,5%
	Sammenligning	Count	14	26	40
		Expected Count	23,5	16,5	40,0
		% within Estimeringsstrategier	35,0%	65,0%	100,0%
		% within Elevgruppe	3,4%	8,9%	5,6%
		% of Total	2,0%	3,7%	5,6%
	Gruppering	Count	25	22	47
		Expected Count	27,6	19,4	47,0
		% within Estimeringsstrategier	53,2%	46,8%	100,0%
		% within Elevgruppe	6,0%	7,5%	6,6%
		% of Total	3,5%	3,1%	6,6%
	Gjetning/følelse/intuisjon	Count	188	88	276
		Expected Count	162,1	113,9	276,0
		% within Estimeringsstrategier	68,1%	31,9%	100,0%
		% within Elevgruppe	45,1%	30,0%	38,9%
		% of Total	26,5%	12,4%	38,9%
Memorisering	Count	16	31	47	
	Expected Count	27,6	19,4	47,0	
	% within Estimeringsstrategier	34,0%	66,0%	100,0%	
	% within Elevgruppe	3,8%	10,6%	6,6%	
	% of Total	2,3%	4,4%	6,6%	
Kombinasjon	Count	142	98	240	
	Expected Count	141,0	99,0	240,0	
	% within Estimeringsstrategier	59,2%	40,8%	100,0%	
	% within Elevgruppe	34,1%	33,4%	33,8%	
	% of Total	20,0%	13,8%	33,8%	
Total	Count	417	293	710	
	Expected Count	417,0	293,0	710,0	
	% within Estimeringsstrategier	58,7%	41,3%	100,0%	
	% within Elevgruppe	100,0%	100,0%	100,0%	
	% of Total	58,7%	41,3%	100,0%	

**Tabell 4.3: Krysningstabell av strategibruken og elevgruppene på 9. og 10. trinn. Tabellen viser blant annet strategibruken til elevgruppen på 9. trinn sammenlignet med elevgruppen på 10. trinn.**



Tabell 4.3 viser at strategien gjetning/følelse/intuisjon blir brukt mest blant elevgruppen på 9. trinn (45,1 %), mens kombinasjonsstrategien er mest utbredt blant elevgruppen på 10. trinn (33,4 %). Hos elevgruppen på 9. trinn var det sammenligningsstrategien og memoriseringsstrategien som ble minst brukt (henholdsvis 3,4 % og 3,8 %), mens hos elevgruppen på 10. trinn var det grupperingsstrategien som ble brukt minst (7,5 %).

For å gjøre dataen fra tabell 4.3 (andelen brukte strategier av elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn) mer oversiktlig, har vi også laget et gruppert stolpediagram. I figur 4.12 ser vi resultatene fra det grupperte stolpediagrammet. Diagrammet viser forskjellene knyttet til bruken av de ulike strategiene i møte med kvikkbildeoppgavene, for elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn. I SPSS fikk vi bare et gruppert stolpediagram med en y-akse som representerer antallet ganger strategien ble brukt. Ettersom vi har et ulikt antall elever fra 9. trinn og 10. trinn, vil ikke antall være hensiktsmessig å oppgi for å sammenligne elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn. Av den grunn ønsket vi at y-aksen skulle representere brukte strategier hos elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn i prosent. Derfor brukte vi prosentverdiene fra tabell 4.3, og plottet det inn i en Excel-fil og lagde det grupperte stolpediagrammet nedenfor (figur 4.9).



**Figur 4.9: Gruppert stolpediagram av andelen brukte hovedstrategier for elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn.**

Figur 4.9 viser på overflaten at hovedstrategiene gjetning/følelse/intuisjon og kombinasjon blir mest brukt av elevgruppen på 9. trinn sammenlignet med elevgruppen på 10. trinn. Derimot blir hovedstrategiene gjenkjenning, sammenligning, gruppering og memorisering mest brukt av elevgruppen på 10. trinn sammenlignet med elevgruppen på 9. trinn.

Hvis man ser nærmere på tallene i figur 4.9 viser det grupperte stolpediagrammet nesten ingen forskjell knyttet til bruken av hovedstrategiene gjenkjenning, gruppering

og kombinasjon mellom elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn, med en prosentforskjell på under 2 %. Når det gjelder hovedstrategiene sammenligning og memorisering er forskjellene litt større, med en prosentdifferanse på henholdsvis 5,5 % og 6,8 %. Derimot viser figur 4.9 at det er en merkbar forskjell knyttet til hovedstrategien gjetning/følelse/intuisjon med en prosentforskjell på 15,1 %.

Vi har også gjort en chi-square test. I tabell 4.4 ser man resultatene fra chi-square testen som blant annet inneholder informasjon om det er en signifikant sammenheng mellom brukte strategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn.

**Chi-Square Tests**

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	32,478 <sup>a</sup>	5	<,001
Likelihood Ratio	32,401	5	<,001
Linear-by-Linear Association	1,207	1	,272
N of Valid Cases	710		

a. 0 cells (0,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 16,51.

**Tabell 4.4: Tabell av resultatene fra Chi-Square testen.**

Under tabellen kan man se at ingen av cellene har forventet antall mindre enn 5, og at minimum forventet antall er 16,51. Det forteller oss at ingen av antagelsene er brutt, og vi kan derfor bruke resultatene fra chi-square testen.

Når vi leser tabellen fra tabell 4.4 er vi ute etter resultatene fra "Pearson Chi-Square"-raden. Figur 4.13 viser at  $\chi(5) = 32.478$ ,  $p = <.001$ . Det betyr at signifikansverdien er mindre enn 0,001, noe som er mindre enn vår signifikansgrense på mindre enn 0,05. Vi kan derfor forkaste nullhypotesen vår (at det ikke er en sammenheng mellom brukte strategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn), og akseptere den alternative hypotesen som sier at det er en statistisk signifikant sammenheng mellom brukte strategier og elevgruppene. Det vil si at valg av strategi avhenger av elevgruppen, noe som betyr at om man er en elev i elevgruppen på 9. trinn eller en elev i elevgruppen på 10. trinn vil påvirke hvilken strategi eleven bruker. Ut fra figur 4.11 og figur 4.12 kan det tyde på at sammenhengen mellom brukte strategier og elevgruppene er at en elev i elevgruppen på 9. trinn kan foretrekke å bruke strategien gjetning/følelse/intuisjon sammenlignet med en elev i elevgruppen på 10. trinn. Derimot kan figurene indikere at en elev i elevgruppen på 10. trinn kan foretrekke å bruke sammenligningsstrategien og memoriseringsstrategien sammenlignet med en elev i elevgruppen på 9. trinn.

Ettersom det var en statistisk signifikant sammenheng mellom brukte strategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn, er resultatene fra Cramér's V-testen også av interesse. I tabell 4.5 ser vi resultatene fra Cramér's V-testen som inneholder informasjon om styrken på sammenhengen mellom brukte strategier og elevgruppene.

### Symmetric Measures

		Value	Approximate Significance
Nominal by Nominal	Phi	,214	<,001
	Cramer's V	,214	<,001
N of Valid Cases		710	

**Tabell 4.5: Tabell av resultatene fra Cramér's V-testen.**

Når vi leser av tabellen ovenfor er vi ute etter resultatene fra "Cramer's V"-raden, ettersom vi har en kryssningstabell av typen 6x2, og ikke 2x2 (da skulle vi lest av "Phi"-raden). Tabell 4.5 viser at Cramér's V = .214,  $p = <.001$ . Ulike forfattere foreslår ulike tolkninger av verdien til korrelasjonskoeffisienten (Pallant, 2016), som i vårt tilfelle er verdien til Cramér's V. For eksempel så foreslår Clark et al. (2021) at jo nærmere verdien er 0 desto svakere er sammenhengen, og jo nærmere verdien er 1 desto sterkere er sammenhengen (s. 335). Cohen (1988) derimot, har foreslått følgende retningslinje (s. 83):

small  $r = .10$  to  $.29$   
medium  $r = .30$  to  $.49$   
large  $r = .50$  to  $1.0$

**Figur 4.10: Retningslinje for styrkenivået på statistiske sammenhenger (Cohen, 1988, s. 83).**

Vi har en Cramér's V-verdi lik 0,214. Uavhengig av hvilken retningslinje vi bruker, vil vi få at det er en svak statistisk signifikant sammenheng mellom brukte strategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn.

## 5 Diskusjon

Vi skal i dette kapitlet diskutere, tolke og vurdere funnene fra resultatkapitlet i lys av relevant teori og tidligere forskning, samt sette funnene inn i en sammenheng. Det skal vi gjøre ved å først oppsummere funnene fra resultatkapitlet. Deretter vil vi diskutere hvordan funnene svarer på forskningsspørsmålene våre, før vi videre vurderer hva funnene betyr. Til slutt vil vi diskutere studiens bidrag og didaktiske implikasjoner, samt begrensinger ved studien og videre forskning.

### 5.1 Oppsummering av våre funn

For å oppsummere våre funn vil vi først se tilbake på hensikten med studien. Det vi ønsket å finne svar på var hvordan bruken av estimeringsstrategier er hos 9. og 10. trinnselever i møte med tilfeldig strukturerte kvikkbildeoppgaver (TSK-oppgaver).

Funnene fra analysen kan vise at elevgruppen på 9. og 10. trinn har et bredt strategirepertoar i møte med TSK-oppgaver. Vi har også funnet ut at det kan være en skjevfordeling av brukte hovedstrategier hvor strategien gjetning/følelse/intuisjon og kombinasjonsstrategien er hovedstrategiene som utgjør mesteparten av strategirepertoaret (nesten  $\frac{3}{4}$  deler), og de andre brukte hovedstrategiene er omtrent likt fordelt. Våre funn kan også vise at de fleste elevene fra elevgruppen på 9. og 10. trinn (litt over halvparten av elevene i studien) brukte fem eller seks ulike hovedstrategier (av seks mulige) i møte med TSK-oppgavene. Videre kan resultater indikere at i møte med lavere numerositeter (opptil numerositet 13) blir kombinasjonsstrategien mest brukt av elevgruppen på 9. og 10. trinn. I møte med høyere numerositeter (fra numerositet 15 til 29) derimot, blir strategien gjetning/følelse/intuisjon mest brukt av elevgruppen på 9. og 10. trinn. I tillegg kan resultater fra analysen tyde på at det er en statistisk (svak) sammenheng mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn.

I de neste avsnittene vil vi drøfte resultatene tilknyttet forskningsspørsmålene i lys av relevant teori og tidligere forskning.

### 5.2 Hvilke estimeringsstrategier bruker elevgruppen på 9. og 10. trinn i møte med TSK-oppgaver?

Våre funn kan vise at elevgruppen på 9. og 10. trinn har et bredt strategirepertoar i møte med TSK-oppgaver. Ved å se til figur 4.2 kan det se ut til at det bare er hovedstrategien telling som ikke blir brukt blant elevgruppen. Hvis man inkluderer understrategiene i figur 4.2 kan man se at strategien telling kommer til uttrykk gjennom "telle og justere". I tillegg viser figur 4.3 at telling kommer til uttrykk gjennom kombinasjonsstrategien. Ut fra resultatene i figur 4.2 og figur 4.3 kan vi forstå at strategien telling kan være en strategi som ofte kombineres med andre strategier. Resultatene i figur 4.2 kan forstås ut fra kravene i kodingssystemet. Kravet for at beskrivelsen skulle godkjennes som telling var blant annet at numerositeten ikke inneholdt mer enn 3 prikker ettersom stimulustiden var på 600 ms og telling kan forstås som en tidskrevende prosess (Trick & Pylyshyn, 1994; Luwel & Verschaffel, 2008). Med kort stimulustid på 600 ms var det begrenset hvor mange prikker det var realistisk å telle i løpet av tiden kvikkbildet ble vist på skjermen. I tillegg ble alle beskrivelser som beskrev telling knyttet til numerositet 1 kodet til subitisering siden det er vanskelig å skille gjenkjenning med telling når man bare ser en prikk. Det var også bare mulighet til å beskrive sin tankeprosess av estimeringen til halvparten av kvikkbildene, noe som

gjorde at ikke vi fikk beskrivelser av hvordan elevgruppen estimerte for alle kvikkbildene. Fra metodekapittelet vet vi for eksempel at numerositetene 2 og 3 ikke hadde oppfølgingsspørsmål, og derfor ble ingen beskrivelser kodet som telling alene. Med en annen utforming av instrumentet kunne vi inkludert flere oppfølgingsspørsmål på de laveste numerositetene og/eller hatt lengre stimulustid. Det kunne påvirket kodingen vår til at beskrivelser hadde blitt kodet som bare telling. Likevel var telling noe elevgruppen beskrev og noe som ble inkludert både gjennom understrategien "telle og justere", men også fra kombinasjonsstrategien. Derfor kan man argumentere for at telling også er en del av strategirepertoaret til elevgruppen på 9. og 10. trinn, men som ofte brukes som en delstrategi med andre strategier i veien frem til estimatet.

I tillegg til strategiene i rammeverket til Romijn et al. (2023) fant vi også andre hovedstrategier og understrategier som vi vil trekke frem. En hovedstrategi som ble avdekket var kombinasjonsstrategien. Flere elever beskrev en sammensatt strategi bestående av flere enten enkle og/eller avanserte strategier for å komme frem til estimeringen. Slike besvarelser kan vi forvente ut fra Luwel og Verschaffel (2008) sin beskrivelse av begrepet estimering i sin bredere forstand, hvor estimering kan betraktes som en kompleks problemløsningsaktivitet bestående av flere beregninger og matematiske prosedyrer. Slik man kan se gjennom modellen i figur 2.2 er det vanlig at ulike strategier kan brukes samtidig og at strategiene kan flyte inn i hverandre (Chen & Siegler, 2000). Med Luwel og Verschaffel (2008) sin brede definisjon av begrepet estimering og Siegler's bølgeteori (Chen & Siegler, 2000) kan man derfor forstå at estimeringen kan være kompleks og sammensatt, noe som gjør det naturlig at elevgruppen på 9. og 10. trinn tok i bruk kombinasjonsstrategier.

En annen hovedstrategi som ble beskrevet var strategien memorisering. Noen elever beskrev den uten videre beskrivelse, mens andre elever beskrev den detaljert i sammenheng med andre strategier. Det kan diskuteres hvorvidt memorisering er en enkeltstående eller sammensatt strategi. Ut fra Liu et al. (2019) sine beskrivelser av begrepet memorisering kan man forstå at kopiering og gjenkalling av det mentale bildet er sentrale prosedyrer som utføres. Etter å ha gjenkalt kvikkbildet kan det være at elevene har brukt andre strategier i forbindelse med det mentale bildet for å bestemme numerositeten til kvikkbildet, som for eksempel telling eller gruppering. Det støttes også gjennom å se til figur 4.3, hvor memorisering ofte blir kombinert med andre strategier. Derfor kan man med bakgrunn i Liu et al. (2019) sin definisjon av memoriseringsbegrepet og våre funn argumentere for at memoriseringsstrategien er en sammensatt strategi. Elevene som beskrev memoriseringsstrategien uten videre beskrivelse kunne også ha tatt i bruk andre strategier, men kunne eksempelvis hatt utfordringer med å sette ord på tankene sine og/eller uttrykke seg skriftlig (Flavell, 1979, s. 906-911; Johannessen et al., 2021).

Vi kunne også avdekke elever som beskrev og baserte sitt estimat på en avstand mellom prikkene. Å basere sitt estimat på en avstand mellom prikkene kan tyde på at eleven sammenligner plasseringen av prikker i romslig utstrekning eller i tetthet (Kramer et al., 2011). Siden slike besvarelser ikke beskrev noe angående ytterprikkene kan det indikere på en sammenligning av tetthet og ikke romslig utstrekning. Med mer utdypende besvarelser eller andre former for datainnsamling, slik som intervju, kunne vi diskutert slike besvarelser nærmere. Med informasjonen vi hadde, kodet vi slike beskrivelser likevel som tetthetssammenligning.

Vi kunne også finne besvarelser som beskrev at de gjenkjente en del av kvikkbildet (delsubitisering) før resterende del ble justert og basert på denne subitiseringen. Det kan diskuteres om denne understrategien innenfor gruppering egentlig kunne vært

sammenslått med understrategien "telle og justere" til Romijn et al. (2023). Begge understrategiene identifiserer en del av mengden før resterende del av kvikkbildet baseres på den første identifiseringen. Derimot blir den første delmengden identifisert på ulike måter, hvor den ene tar i bruk en form for subitisering mens den andre baserer seg på telling. Derfor valgte vi å designe understrategien "gjenkjenne og justere" i tillegg til understrategien "telle og justere".

Ved at de nevnte resultatene er basert på hele elevgruppen på 9. og 10. trinn har vi ikke resultater som viser strategirepertoaret til hver enkelt elev. Det gjør det vanskelig å si noe om strategirepertoaret til en "typisk" elev i denne elevgruppen. På den ene siden kan et bredt strategirepertoar på hele elevgruppen indikere at hver enkelt elev også har et bredt strategirepertoar. På den andre siden kan det også være at enkelte elever foretrekker én strategi, mens andre elever foretrekker å bruke en annen strategi hvor elevene til sammen viser et bredt strategirepertoar. Vi vil derfor poengtere at de foreløpige funnene sier lite om enkeltelevne, men heller avdekker hvilke strategier som er blitt brukt blant hele elevgruppen på 9. og 10. trinn i møte med TSK-oppgaver, med kort stimulustid og på numerositeter fra 1 til 30. Vi kan foreløpig se at det er mulig å bruke kognitive (slik som sammenligning og gruppering), intuitive og kombinerte strategier i møte med TSK-oppgaver.

### 5.3 Hvordan er fordelingen av brukte estimeringsstrategier hos elevgruppen på 9. og 10. trinn i møte med TSK-oppgaver?

Fra delkapittel 4.3 kan resultater vise at det er en ujevn fordeling av brukte hovedstrategier hos elevgruppen på 9. og 10. trinn. De mest brukte hovedstrategiene er gjetning/følelse/intuisjon og kombinasjon med en sammensatt andel som utgjør nesten tre fjerdedeler av alle kodete strategier. Derimot utgjør de andre fire brukte hovedstrategiene litt over en fjerdedel, hvor fordelingen mellom disse var omtrentlig likt fordelt.

Det kan diskuteres hvorfor strategiene gjetning/følelse/intuisjon (38,87 %) og kombinasjon (33,80 %) utgjør så mye mer sammenlignet med de andre brukte hovedstrategiene som hadde en andel på mellom 5,63 % - 8,45 % hver. En forklaring på at strategiene gjetning/følelse/intuisjon og kombinasjon utgjør en så stor andel kan være basert på utformingen av selve instrumentet. Med vår oppgavetype, kort stimulustid og numerositeter fra 1-30, kan oppgavene ha vært så utfordrende og komplekse at elevene enten måtte gjøre et gjett eller følge intuisjon (Gilmore et al., 2018), eller gjøre en kognitiv tankeprosess utarbeidet av flere strategityper for å gjøre sitt estimat (Chen & Siegler, 2000). I lys av ANS-teorien kan det være at elevene har en godt utviklet tallsans, og god evne til å skille mengder (Gilmore et al., 2018). Denne tallsansen er medfødt og kan utvikles ved å skille og sammenligne mengder (Gilmore et al., 2018; Clements et al., 2019; Van de Walle, 2015). Det kan derfor tyde på at elevgruppen på 9. og 10. trinn har god trening på å sammenligne mengder.

Med andre oppgavetyper, lengre stimulustid og lavere numerositeter, kunne det gitt andre resultater hvor for eksempel telling og gruppering hadde blitt mer brukt. For eksempel nevner Wolters et al. (1987) at med trening på bestemte oppgaver kan man estimere presist opptil numerositet 18. ANS-teorien beskriver også at man må forvente at estimatene blir mer variable med økende numerositeter (Gilmore et al., 2018). Det betyr med andre ord at man kan forvente seg at estimatene i denne studien blir mer og mer unøyaktige, spesielt når numerositetene er ca. 18 eller høyere. Med mer unøyaktige estimer kan det indikere på at det er brukt mer intuitive strategier, slik som gjetning, sammenlignet med kognitive strategier. Strategien gjetning/følelse/intuisjon kan også

være mest utbredt blant elevgruppen fordi elever kan finne det utfordrende å sette ord på tankene og/eller uttrykke seg skriftlig (Flavell, 1979, s. 906-911; Johannessen et al., 2021). Da kan det være enklere å beskrive et gjett eller en intuisjon.

For å forklare strategifordelingen kan det også diskuteres hvor omfattende strategiene er. For eksempel beskriver Chen og Siegler (2000) kombinasjonsstrategien som en kompleks og omfattende strategi, noe figur 4.4 også viser ved at det inkluderes mange kombinerte strategier. Da kan det være naturlig at kombinasjonsstrategien utgjør en større andel sammenlignet med for eksempel strategien sammenligning.

Resultater fra figur 4.5 kan vise at gjenkjenning, sammenligning og gruppering ikke blir brukt i like stor grad som de mest utbredte strategiene. Derimot kan figur 4.9 vise at disse strategiene også brukes i kombinasjon med andre strategier, spesielt strategien gruppering. Gruppering er inkludert i mer enn en femtedel av alle kombinerte strategier, og derfor kan vi forstå at grupperingsstrategien ofte brukes i sammenheng med andre strategier for å gjøre sine estimater. Det samsvarer med funn fra studien til Romijn et al. (2023) som viser at grupperingsstrategien ofte blir kombinert med andre strategier. At grupperingsstrategien ofte kan kombineres med andre strategier kan forklares ved at strategien i seg selv kan være en sammensatt strategi. For eksempel består to av understrategiene ("gjenkjenne og justere" og "telle og justere") av to strategier, noe som kan betraktes som en kombinasjon av ulike strategier. De to andre understrategiene er "like grupper" og "ulike grupper", som også kan være sammensatte strategier. For eksempel kan man trenge å bruke andre strategier (slik som gjenkjenning eller telling) for å identifisere gruppenes størrelser eller antallet i gruppene etter å ha inndelt figuren.

Det kan avslutningsvis diskuteres om også memoriseringsstrategien, i likhet med grupperingsstrategien, kunne vært sammenslått med kombinasjonsstrategien. Dette med bakgrunn i tidligere beskrivelser fra delkapittel 5.2 hvor vi blant annet diskuterte strategien memorisering. At memoriseringsstrategien er en sammensatt strategi kan også argumenteres for gjennom våre funn tilknyttet elevgruppens strategifordeling ved å se til figur 4.4. Figuren viser at memoriseringsstrategien ofte blir beskrevet i sammenheng med en annen strategi, ofte med strategien telling, og sjeldnere alene. Liu et al. (2019) har også beskrevet lignende resultater, og av den grunn styrker det påstanden fra delkapittel 5.2 om at memorisering er en sammensatt strategi. Hvis dette stemmer, kan vi i så fall inkludere memorisering innenfor strategien kombinasjon, i likhet med grupperingsstrategien. Ved å legge sammen andelene som brukte memorisering (6,62 %) og gruppering (6,62 %) ville det gjort strategien kombinasjon til den mest brukte strategien med en andel på omtrentlig halvparten av elevgruppen på 9. og 10. trinn ( $33,80 \% + 6,62 \% + 6,62 \% = 47,04 \%$ ).

## 5.4 Hvor fleksible er elevgruppen på 9. og 10. trinn når de bruker estimeringsstrategier i møte med TSK-oppgaver?

Når det gjelder elevgruppens fleksibilitet i møte med TSK-oppgaver, kan man se fra figur 4.10 at litt over halvparten av elevene i elevgruppen på 9. og 10. trinn brukte fem eller seks strategier og at omtrent  $\frac{3}{4}$  av elevene brukte fire, fem eller seks strategier. Fra figur 4.10 kan man også se at det bare var cirka  $\frac{1}{4}$  som brukte ingen, en, to eller tre strategier. Ut fra resultater av strategirepertoaret var det bare seks ulike hovedstrategier å velge mellom. Det viser at majoriteten av elevene i elevgruppen på 9. og 10. trinn har byttet mellom ulike strategier, noe Verschaffel et al. (2009) omtaler som strategifleksibilitet. Med utgangspunkt i Verschaffel et al. (2009) sin beskrivelse av strategifleksibilitet, kan man derfor argumentere for at elevene i elevgruppen har en høy

strategifleksibilitet ettersom cirka  $\frac{3}{4}$  av elevene brukte minst halvparten av antallet strategier som kom frem av strategirepertoaret. Det vi derimot ikke har analysert og har resultater på er om elevene i elevgruppen har byttet jevnt mellom ulike strategier, noe som også er en indikator på strategifleksibilitet (Verschaffel et al., 2009). På grunn masteroppgavens omfang hadde vi ikke mulighet å analysere hvor ofte elevene skiftet mellom ulike strategier. Dermed vet vi ikke om elevene har byttet jevnt mellom ulike strategier eller om de eksempelvis har brukt fem sammenligningsstrategier etter hverandre og så fem grupperingsstrategier etter hverandre og så videre. Imidlertid kan det tyde på at elevene i elevgruppen på 9. og 10. trinn har byttet jevnt mellom ulike strategier fordi vi hadde så mange oppfølgings spørsmål sammenlignet med antall ulike strategier og nesten  $\frac{3}{4}$  av elevene har brukt fire, fem eller seks strategier. Dette forholdet kan tyde på at elevene i elevgruppen har brukt ulike strategier etter hverandre.

Selv om det kan tyde på at elevgruppen på 9. og 10. trinn har en høy strategifleksibilitet kan vi ikke vise resultater knyttet til elevgruppens strategiadaptivitet på grunn av masteroppgavens omfang. Vi kunne diskutert elevgruppens strategiadaptivitet nærmere hvis vi hadde hatt analyser og resultater som forteller om elevene var i stand til å velge den mest hensiktsmessige strategien for den aktuelle oppgaven (Verschaffel et al., 2009). Likevel kan indikasjonen på en høy strategifleksibilitet hos elevgruppen på 9. og 10. trinn peke mot at elevene har valgt strategi med bakgrunn i den spesifikke kvikkbildeoppgaven elevene sto overfor i undersøkelsen (Verschaffel et al., 2009). Det er fordi kvikkbildenes utforming er forskjellig fra oppgave til oppgave. Det kommer av at kvikkbildene er av typen tilfeldig strukturerte, der prikkene er blitt plassert tilfeldig fra oppgave til oppgave. I tillegg endres også numerositeten. Det kan skape variasjon i kvikkbildets utforming. Rekkefølgen på kvikkbildene kan også gjøre at det i enkelte tilfeller kan være hensiktsmessig å eksempelvis sammenligne kvikkbildet med det forrige kvikkbildet for å gjøre sitt estimat, hvor det i andre tilfeller kan være mindre gunstig. Rekkefølgen på kvikkbildene og kvikkbildets utforming og numerositet kan dermed være med å påvirke elevgruppens valg av estimeringsstrategier, og i vår forskning kan høy strategifleksibilitet derfor indikere høy strategiadaptivitet.

Elevene som ikke brukte noen strategier representerer de elevene som ga besvarelser som ble kodet til "utilstrekkelig bevis" og/eller "ubesvart". Dette funnet kan bety at disse elevene ikke er så engasjerte når det kommer til estimering og/eller matematikk. Funnet kan også bety at elevene har en medfødt tallsans og derfor synes det er krevende eller ikke vet hvordan de tenkte for å løse kvikkbildeoppgaven, slik som ANS-teorien forklarer (Gilmore et al., 2018). En annen forklaring på at det var noen elever som ikke brukte noen strategier er at det kan være krevende å beskrive sine tanker, spesielt for barn (Flavell, 1979, s. 906-911). Johannessen et al. (2021) beskriver også at det kan være krevende å uttrykke seg skriftlig (s. 292). På den andre siden hadde majoriteten av elevene brukt ulike strategier for å løse kvikkbildeoppgavene. At elevene har tatt i bruk ulike hovedstrategier fra oppgave til oppgave kan forklares med utgangspunkt i antagelsene til Siegler's bølgeteori (Chen & Siegler, 2000). Ut fra antagelse 1 og 2 kan vi forstå at elevene har tatt i bruk ulike strategier fordi barn tenker på forskjellige måter i de fleste situasjoner og de forskjellige tenkemåtene konkurrerer mot hverandre på kort og lang sikt (Chen & Siegler, 2000).

Elevene som brukte et mindretall (en, to eller tre) ulike strategier kan i mindre grad ha utviklet sin prosedyrekunnskap og kognitive skjemaer tilknyttet hvordan de kan estimere i møte med TSK-oppgaver sammenlignet med elevene som brukte et flertall (fire, fem og seks) ulike strategier (Verschaffel et al., 2009; Piaget, 1970). Funnet kan også bety at de elevene som brukte et mindretall ulike strategier utvikler "strengthening" (tredje



delprosess) i utviklingen mot en stabil, presis og effektiv strategi (Chen & Siegler, 2000). Det vil si at årsaken til at elevene brukte et mindretall strategier og ikke et flertall kan også forklares ved at elevene stoler mer på tidligere lærte strategier, og finner det krevende å ta i bruk nye strategier (Chen & Siegler, 2000). De elevene som brukte et flertall ulike strategier derimot, kan ha utviklet sin prosedyrekunnskap og kognitive skjemaer knyttet til hvordan estimere i møte med TSK-oppgaver i større grad enn de elevene som brukte et mindretall ulike strategier (Verschaffel et al., 2009; Piaget, 1970). Elevene som brukte et flertall ulike strategier kan også se ut til å stole mer på nye strategier ved at de tar i bruk flere ulike strategier (Chen & Siegler, 2000). På den måten kan det tyde på at elevene som brukte et flertall ulike hovedstrategier har kommet lengre i strategiutviklingen knyttet til brukte strategier. Derfor kan man argumentere for at elevene som brukte et flertall ulike hovedstrategier utvikler strategier knyttet til "choice refinement" eller "execution" (fjerde og femte delprosess) i utviklingen mot en stabil, presis og effektiv strategi (Chen & Siegler, 2000).

I en større sammenheng ser Verschaffel et al. (2009), Kilpatrick et al. (2001) og Utdanningsdirektoratet (2022, s. 18) blant annet på høy strategifleksibilitet som fordelaktig. Indikasjonen på en høy strategifleksibilitet hos elevgruppen på 9. og 10. trinn kan bety at elevene har utviklet en prosedyrekunnskap og kognitive skjemaer for å kunne løse estimeringsoppgaver (Verschaffel et al., 2009; Piaget, 1970). Ettersom prosedyrekunnskap kan bli brukt som et middel for å oppnå generelle mål slik som konseptuell kunnskap, kan funnet også bety at elevgruppen har utviklet konseptuell forståelse, tallforståelse, mønstergjenkjenning, problemløsning og affektive mål (Verschaffel et al., 2009). I tillegg har undersøkelser vist at undervisning som forsøker å utvikle elevers strategier har bedre effekt på de matematiske prestasjonene til lavt-presterende elever, sammenlignet med tradisjonell undervisning eller direkte instruksjon i én spesifikk strategi (Verschaffel et al., 2009). Ettersom elevene kan ha en høy strategifleksibilitet kan det bety at elevgruppen på 9. og 10. trinn ikke er lavt-presenterende elever i matematikk.

## 5.5 For hvilke numerositeter anvendes estimeringsstrategiene hos elevgruppen på 9. og 10. trinn i møte med TSK-oppgaver?

Når det gjelder for hvilke numerositeter de ulike strategiene ble brukt kan man se fra figur 4.11 at for de lave numerositetene (opptil numerositet 13) er det kombinasjonsstrategien som blir mest brukt av elevgruppen på 9. og 10. trinn. For de høye numerositetene (fra numerositet 15 til 29) derimot, er det strategien gjetning/følelse/intuisjon som blir mest brukt av elevgruppen på 9. og 10. trinn. Dette kan tyde på et skille mellom når det kan være gunstig å bruke kognitive strategier og ikke, og at dette skillet befinner seg på omtrent numerositet 14 for TSK-oppgaver med eksponeringstid på 600 ms. Dette skillet kan tyde på at når numerositeten er høyere enn 14 kan det være krevende å estimere presist fordi det kan være krevende å ta i bruk kognitive strategier. Denne grensen kan i så fall være i tråd med Wolters et al. (1987) sin teori om at man kan estimere presist opptil numerositeten 18, dersom man øver på bestemte oppgaver.

En årsak til hvorfor strategien gjetning/følelse/intuisjon ofte ble tatt i bruk for høyere numerositeter, kan være at stimulustiden ble for rask i forbindelse med kvikkbildenes numerositet og/eller utforming. Resultatet kan ha vært at elevene heller måtte bruke sitt intuitive system for å estimere numerositetene (Gilmore et al., 2018). En annen mulig forklaring på hvorfor strategien gjetning/følelse/intuisjon ofte ble tatt i bruk for høyere

numerositeter, kan være at estimeringen i utgangspunktet kan beskrives som en omfattende og kompleks problemløsningsaktivitet (Luwel & Verschaffel, 2008). Det at numerositeten øker kan gjøre denne problemløsningsaktiviteten enda mer kompleks. Når vi i tillegg vet at det kan være krevende å sette ord på hvordan man tenker (Flavell, 1979, s. 906-911) og/eller uttrykke seg skriftlig (Johannessen et al., 2021, s. 292), kan disse utfordringene også ha resultert i at elevene skrev at de gjettet eller brukte sin intuisjon. Det at kombinasjonsstrategien ofte ble tatt i bruk for lavere numerositeter kan forklares ved at lavere numerositeter kan være mindre komplekse, men fortsatt nok komplekse til å måtte bruke flere strategier samtidig (Luwel & Verschaffel, 2008; Chen & Siegler, 2000). Da kan det også være enklere å sette ord på tankene og/eller uttrykke seg skriftlig.

I likhet med våre resultater viser også funn fra Romijn et al. (2023) at strategien gjetning/følelse/intuisjon ofte blir brukt i møte med høyere numerositeter. I tillegg fant Romijn et al. (2023) at grupperingsstrategien og sammenligningsstrategien ofte ble brukt i møte med høyere numerositeter. En mulig årsak til hvorfor vi ikke får samme resultat kan være at deltakerne i deres studie er eldre, noe som kan gjort at deres strategier og kognitive skjemaer knyttet til hvordan man kan estimere i TSK-oppgaver er mer utviklet (Piaget, 1970). På den måten kan deres lærte strategier være mer stabile, presise og effektive, og være mer til å stole på (Chen & Siegler, 2000). Rekkefølgen på numerositetene kan også ha vært med å påvirke resultatene. For eksempel hvis numerositetene kom i en slik rekkefølge at det ble krevende å sammenligne med tidligere kvikkbilde, kan det ha ført til at sammenligningsstrategien ikke ble like mye brukt i denne studien. Andre eksempler på hvorfor vi ikke fikk helt samme resultater som Romijn et al. (2023) kan være fordi at de brukte intervju og på den måten hadde muligheten til å stille oppfølgingsspørsmål og undersøke tankemåtene til deltakerne nærmere. I tillegg hadde Romijn et al. (2023) stimulustider på både 300 ms og 600 ms, noe som kunne ført til at deltakerne i deres studie ble påvirket til å bruke andre strategier enn i denne studien, for eksempel sammenligningsstrategien.

Videre viser funn fra Romijn et al. (2023) at gjenkjenningsstrategien og tellingsstrategien ofte blir brukt i møte med lavere numerositeter. Det stemmer overens med resultater i denne studien ved at vi fant at gjenkjenningsstrategien for det meste ble brukt i møte med numerositeter opptil 6. Fra figur 4.6 kan vi se at de fleste gjenkjenningsstrategiene består av å subitisere (95 %). At bruken av gjenkjenningsstrategien avtar for numerositeter høyere enn 6 kan derfor gi en indikasjon på at subitiseringens øvre grense er omtrent ved numerositet 6 for elevene i denne elevgruppen. Indikasjonen på at subitiseringens øvre grense ligger på omtrent numerositet 6 kan også styrkes gjennom at estimatene måtte være helt riktige som et tilleggskrav til at elevene måtte ha beskrevet en form for gjenkjenning. Flere studier på forskningsfeltet har også funnet at subitiseringsgrensen ligger en plass mellom numerositet 2 til 6 (Kaufmann et al., 1949; Railo et al., 2008; Repp, 2007; Mazza, 2017; Romijn et al., 2023), hvor numerositet 4 oftest går igjen (Katzin et al., 2019). For de andre lavere numerositetene fant vi at kombinasjonsstrategien ofte ble brukt. Som vi tidligere har sett fra figur 4.9 er den mest utbredte kombinasjonsstrategien "memorisering og telling" (litt over halvparten av kombinassjonsstrategiene). I tillegg viser figur 4.9 at tellingsstrategien også blir kombinert med andre strategier enn bare memorisering. På den måten kan vi argumentere for at funnet til Romijn et al. (2023) om at gjenkjenning og telling ofte blir brukt i møte med lavere numerositeter, også gjelder for elevgruppen på 9. og 10. trinn. Dessuten inkluderte ikke Romijn et al. (2023) kombinassjonstrategien i deres studie, noe som denne studien gjorde. Det kan ha vært med å påvirke forskjellene i resultatene mellom studiene.

## 5.6 Er det en sammenheng mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn?

Resultatene fra delkapittel 4.6 kan indikere at det er en statistisk sammenheng mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn. Cramér's V-verdien fra tabell 4.5 kan fortelle at den statistiske sammenhengen mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene er svak (Cohen, 1988; Clark et al., 2021). Figurene 4.12 og 4.13 kan vise at en elev i elevgruppen på 9. trinn kan foretrekke å bruke strategien gjetning/følelse/intuisjon mer enn en elev i elevgruppen på 10. trinn. Derimot kan figurene vise at en elev i elevgruppen på 10. trinn kan foretrekke å bruke strategiene sammenligning og memorisering mer enn en elev i elevgruppen på 9. trinn. Gandini et al. (2008) har også funnet sammenhenger mellom brukte strategier og aldersgrupper, der unge voksne og eldre voksne bruker de samme strategiene, men i ulik grad. I tillegg har Gandini et al. (2010) funnet sammenhenger mellom brukte strategier og elevgrupper, hvor de blant annet fant at elevgruppen på 5. trinn og elevgruppen på 7. trinn brukte ulike strategier. Med bakgrunn i deres funn kan man argumentere for at det kan være naturlig at det finnes sammenhenger mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn.

Mulige årsaker til den svake statistiske sammenhengen mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene kan være flere. For det første sammenligner vi to elevgrupper fra hvert sitt klasstrinn. Det betyr at elevene i de ulike elevgruppene har ulik alder. Ut fra Piagets kognitive læringsteori vet vi at skjemaer kan bygges, videreutvikles og forkastes (Piaget, 1950; Piaget, 1970). Med økende alder kan det være naturlig at skjemaene til 10. trinn er mer videreutviklet enn skjemaene for 9. trinn i møte med TSK-oppgaver. Det kan påvirke strategibruken, hvor elevgruppen på 10. trinn har brukt mer kognitive strategier sammenlignet med elevgruppen på 9. trinn. Derimot har elevgruppen på 9. trinn tatt i bruk mer intuitive strategier sammenlignet med elevgruppen på 10. trinn. Ifølge Flavell (1979) kan metakognisjon være krevende (s. 906-911), og med økende alder kan det være naturlig at man er kommet lengre i sin metakognisjon. Det vil kunne gjøre elevgruppen på 10. trinn i bedre stand til å beskrive sine kognitive tanker. I tillegg betyr ulike klasstrinn ulikt undervisningsinnhold fordi det er forskjellig kompetansemål på 9. og 10. trinn. Det gjør at de ulike elevgruppene ikke har hatt det samme undervisningsinnholdet i forkant av undersøkelsen. Derfor kan elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn tenke og estimere forskjellig i møte med TSK-oppgaver.

Det er også viktig å ta i betraktning at vi sammenligner to elevgrupper fra hver sin skole. Det betyr at det er mange ytre faktorer som kan være ulike, noe som kan være med å gi innvirkninger på resultatene i studien. For eksempel vil ulik skole bety ulik lærer, og med ulik lærer kan man ha ulike tilnærminger til læring. Det betyr med andre ord at det er en reell sjanse for at de kognitive skjemaene som konstrueres og videreutvikles i tilknytning kvikkbilder kan være forskjellige grunnet ytre faktorer.

I tillegg kan det diskuteres hvordan elevsammensetningen i elevgruppene har vært med tanke på størrelse og kjønn. Elevgruppene besto av 33 elever fra 9. trinn og 24 elever fra 10. trinn. I en statistisk sammenheng kunne elevgruppene med fordel vært større. Det er fordi små endringer i data kan ha en større påvirkning på resultatene når gruppene er små, sammenlignet med når gruppene er store (Clark et al., 2021, s. 180; Creswell & Creswell, 2023, s. 163). I tillegg kan kjønnsfordelingene i de ulike elevgruppene ha vært forskjellige. Det er av relevans fordi undersøkelser viser at det er

kjønnsforskjeller på alle nivåer i utdanningssystemet (NOU 2019: 3, kap. 1). Ved avslutning av grunnskolen får jentene bedre karakterer enn gutter i alle fag bortsett fra kroppsøving (NOU 2019: 3, kap. 1). Det kan ha en sammenheng med hvordan gutter og jenter lærer (Gurian, 2010). Årsakene til kjønnsforskjeller i skolen kan være flere og komplekse. Likevel må det nevnes at det vises en modningsforskjell mellom jenter og gutter (Gurian, 2010, s. 26). Det kan være med å påvirke den kognitive utviklingen og metakognisjonen. Med bakgrunn i Gurian (2010) kan det derfor være naturlig med forskjeller knyttet til brukte estimeringsstrategier mellom gutter og jenter. Dersom det er en skjevfordeling mellom gutter og jenter i de ulike elevgruppene i studien kan det dermed være at sammenhengen mellom estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn ikke er like gyldig.

## 5.7 Studiens bidrag til forskningsfeltet og didaktiske implikasjoner

Fordi vi har forsket på norske ungdomsskoleelever, skiller denne studien seg fra andre lignende studier (Romijn et al., 2023; Siegel et al., 1982; Gandini et al., 2008; Gandini et al., 2010). På den måten kan funnene fra studien være bidrag til forskningsfeltet.

Til forskjell fra lignende studier (Romijn et al., 2023; Siegel et al., 1982; Gandini et al., 2008; Gandini et al., 2010) har vi funnet at deltakerne i denne studien også har strategiene "memoriserings", "kombinasjon", "tetthetssammenligning" og "gjenkjenne og justere" i strategirepertoaret.

Tidligere forskning (Kaufmann et al., 1949; Mandler & Shebo, 1982) har funnet at det kan være utfordrende å se umiddelbare "mønstre" eller "inndelinger", sammenlignet med elementer som er gruppert eller figurert. Likevel viser denne studien at grupperingsstrategien kan brukes i møte med TSK-oppgaver med bakgrunn i resultater fra strategirepertoaret og strategifordelingen.

I likhet med tidligere forskning (Gandini et al., 2008; Gandini et al., 2010) har vi også funnet sammenhenger mellom brukte strategier og aldersgrupper. Til forskjell fra Gandini et al. (2008) og Gandini et al. (2010) fant denne studien at det kan være sammenhenger mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn. Sammenhengen kan være at en elev i elevgruppen på 9. trinn kan foretrekke å bruke strategien gjetning/følelse/intuisjon mer enn en elev i elevgruppen på 10. trinn. På den andre siden kan det virke som at en elev i elevgruppen på 10. trinn kan foretrekke å bruke strategiene sammenligning og memorisering mer enn en elev i elevgruppen på 9. trinn.

Resultatene fra studien kan også ha didaktiske implikasjoner for lærere i skolen. Funnene knyttet til strategifordeling, strategirepertoar, strategifleksibilitet og strategianvendelse kan hjelpe lærere å drive matematikkundervisning med fokus på prosess og strategier. Funn fra studien viser at intuitive og kombinerte strategier var de strategiene som ble brukt mest blant elevgruppen på 9. og 10. trinn. Dermed kan lærere bruke TSK-oppgaver med korte stimulustider for å fremme elevers bruk av intuitive og kombinerte strategier. Videre viser resultater fra studien at selv om intuitive og kombinerte strategier var de strategiene som ble brukt mest, brukte elevgruppen også kognitive strategier og hadde et stort strategirepertoar i møte med TSK-oppgavene. I tillegg kan funn fra studien indikere at elevgruppen var fleksibel i strategibruken. Derfor kan lærere vurdere å bruke TSK-oppgaver for å fremme bruk av ulike strategier, også kognitive strategier. Bruk av ulike strategier i møte med TSK-oppgaver kan skape faglige diskusjoner og samtaler med elevene rundt elevenes strategibruk og prosessen frem til

estimatet. For eksempel kan læreren få frem ulike strategier i klasseromsfellesskapet ved å stille spørsmål til elevenes strategier og prosesser. I tillegg kan læreren legge til rette for diskusjon rundt hvilke strategier som kan være hensiktsmessige å bruke i møte med de ulike TSK-oppgavene.

Videre kan funnene knyttet til strategianvendelse hjelpe lærere å designe TSK-oppgaver som fremmer bruk av ulike strategier. Resultater fra studien kan vise at for lavere numerositeter (opptil numerositet 13) var det kombinasjonsstrategien som ble brukt mest av elevgruppen på 9. og 10. trinn, og for høyere numerositeter (fra numerositet 15 til 29) var det strategien gjetning/følelse/intuisjon som ble brukt mest. Det kan tyde på at strategibruken kan variere med numerositeten i kvikkbildet. Dermed kan lærere bruke TSK-oppgaver med ulike numerositeter for å fremme bruk av ulike strategier. For eksempel kan lærere fremme kombinasjonsstrategien ved å designe TSK-oppgaver med numerositeter opptil 13, og fremme strategien gjetning/følelse/intuisjon ved å lage TSK-oppgaver med numerositeter fra 15 til 29. I tillegg kan funnene fra studien angående strategianvendelse vise at elevgruppen fortsatt bruker kombinasjonsstrategien for numerositeter høyere enn 13, men i mindre grad. Det viser at det fortsatt er mulig å bruke kombinasjonsstrategien for numerositeter høyere enn 13. Derfor kan lærere også vurdere å designe TSK-oppgaver med høyere numerositeter enn 13 for å fremme bruk av andre strategier enn strategien gjetning/følelse/intuisjon, slik som kombinasjonsstrategien.

Ved at lærere kjenner til ulike strategier i mengdeestimeringsaktiviteter kan det gjøre lærere bedre rustet til å sette ord på elevenes resonnementer i den matematiske diskursen. Det kan gjøre det enklere for de andre elevene i fellesskapet å forstå og bruke andre estimeringsstrategier. På den måten kan lærere være med å støtte elevers utvikling av første delprosess ("aquisition") fra Chen & Siegler (2000) sin modell av strategiutvikling, hvor elevene innhenter og lærer nye strategier. I tillegg kan bidraget fra studien gjøre lærere i bedre stand til å utfordre elevene til å tenke på nye måter. Slik kan lærere støtte elevers strategiutvikling knyttet til fjerde delprosess ("choice refinement") fra Chen & Siegler (2000) sin modell av strategiutvikling, hvor elevene bør utfordres til å tenke på nye måter. Disse måtene å støtte elevers strategiutvikling kan fremme elevers utvikling og bruk av strategirepertoar, strategifleksibilitet og strategiadaptivitet, noe blant annet Verschaffel et al. (2009), Kilpatrick et al. (2001) og Utdanningsdirektoratet (2022, s. 18) omtaler som fordelaktig.

## 5.8 Begrensninger ved studien og videre forskning

Selv om forskningen har bidrag til forskningsfeltet, har studien også sine begrensninger. For det første er det et begrenset antall elever i studien med 57 elever fordelt på 9. og 10. trinn. Utvalget er også av type bekvemmelighetsutvalg, hvor bare to skoler ble valgt ut. Det gjør at vi ikke kan generalisere resultatene til å gjelde alle 9. og 10. trinnselever. Det kan derfor være mulig å gjøre replikasjonsstudier av denne studien for å styrke funnene eller finne andre resultater.

Denne forskningen fokuserer bare på tilfeldig strukturerte kvikkbilder med numerositeter fra 1-30 og stimulustid på 600 ms. Siden vi ikke har inkludert andre oppgavetyper, numerositeter og stimulustider er det begrenset hvor mye studien kan fortelle om strategibruken til elevene i elevgruppen på 9. og 10. trinn. Til videre forskning kan man derfor forske på strategibruken i møte med andre oppgavetyper eller stimulustider, samt numerositeter høyere enn 30. Det kan for eksempel være en studie lik denne studien, men som undersøker ungdomsskoleelevers strategibruk i møte med en annen type kvikkbilde, slik som grupperte eller figurerte kvikkbilder.

Denne studien har for det meste undersøkt elevene i studien som en felles elevgruppe, noe som betyr at det er begrenset hvor mye svar studien har angående sammenligning av elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn. I tillegg er elevgruppene i denne studien blant annet fra ulike skoler med ulike lærere. Det betyr at det er mange ytre faktorer som er forskjellige, noe som kan være en begrensning ved denne studien. Til videre forskning kan man derfor gjøre en studie som sammenligner strategibruken og elevgrupper fra 9. trinn og 10. trinn i møte med TSK-oppgaver nærmere. En slik studie kan innebære elever fra samme skole og som har samme lærer. I tillegg vil en lik fordeling mellom gutter og jenter innad i gruppene være fordelaktig for å minimere forskjellene mellom elevgruppene.

Studien fant også elever som beskrev en sammenligningstetthet under estimeringen. Det var et interessant funn som vi ikke fikk muligheten til å stille oppfølgingsspørsmål til, grunnet masteroppgavens omfang og studiens metoder. Til videre forskning kan strategien som vi kalte for sammenligningstetthet, derfor bli forsket nærmere gjennom utdypende intervjuer etter man har avdekket slike funn.

Forskningen har også undersøkt elevers strategifleksibilitet ved å undersøke hvor mange ulike strategier hver enkelt elev brukte i møte med TSK-oppgavene. Et annet tegn på strategifleksibilitet kan være om elevene bytter jevnt mellom ulike strategier (Verschaffel et al., 2009), noe ikke denne studien har resultater på. Til videre forskning kan man derfor undersøke elevers strategifleksibilitet i møte med TSK-oppgaver nærmere ved å gjøre flere analyser av enkelteleven. I den forbindelse kan man undersøke strategibruken til hver enkelt elev gjennom testen, og for eksempel finne ut om elevene bytter jevnt mellom ulike strategier. Når man forsker på elevers strategifleksibilitet kan det være naturlig å forske på elevers strategiadaptivitet fordi strategiadaptivitet kan bygge videre på strategifleksibiliteten. For å undersøke elevers strategiadaptivitet kan forskeren på forhånd avgjøre hvilke(n) estimeringsstrategier som kan betraktes som hensiktsmessige med bakgrunn i oppgavetype, stimulustid og numerositet. I tillegg kan man undersøke brukte strategier opp mot nøyaktighet, hvor en høy nøyaktighet kan indikere strategiadaptivitet.

Denne studien har undersøkt elevers bruk av estimeringsstrategier i møte med TSK-oppgaver. En begrensning ved studien kan være at studien ikke direkte undersøker elevers læring og utvikling av estimeringsstrategier i arbeid med TSK-oppgaver. Til videre forskning kan man derfor vurdere å undersøke denne begrensningen ved studien. En slik studie kan innebære å undersøke effekten av et undervisningsopplegg knyttet til læring og utvikling av estimeringsstrategier i arbeid med TSK-oppgaver. Effekten av undervisningsopplegget kan måles over en periode ved hjelp av før- og ettertester for å kunne måle utvikling. I tillegg kan man bruke kontroll- og eksperimentgrupper for å påvise om arbeid med TSK-oppgaver har bedre effekt på elevers læring og utvikling av estimeringsstrategier, sammenlignet med en annen kvikkbildetype.

## 6 Oppsummering

Hensikten med studien var å forske på bruken av estimeringsstrategier til 9. og 10. trinnselever i møte med tilfeldig strukturerte kvikkbildeoppgaver (TSK-oppgaver). Dette fordi strategiutvikling har fått økt oppmerksomhet i den norske læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2019; Utdanningsdirektoratet, 2022, s. 18) og i internasjonal matematikkforskning (Verschaffel et al., 2009; Chen & Siegler, 2000; Luwel & Verschaffel, 2008; Starkey & McCandliss, 2014). Grunnen til at vi valgte å bruke kvikkbilder er fordi kvikkbilder blant annet kan fremme bruk av ulike strategier gjennom klasseromsdiskusjoner av tallenes representasjon, mengde, struktur og egenskaper (Bondø, 2016).

Funn fra studien kan vise at elevgruppen på 9. og 10. trinn har et bredt strategirepertoar i møte med TSK-oppgaver. Det kommer videre frem at det er strategiene kombinasjon og gjetning/følelse/intuisjon som er mest utbredt blant elevgruppen på 9. og 10. trinn. I tillegg kan studiens funn indikere at elevene i elevgruppen på 9. og 10. trinn har en høy strategifleksibilitet. Ved å se til numerositetene kan resultater fra studien vise at kombinasjon er den mest brukte strategien opptil numerositeten 13, mens gjetning/følelse/intuisjon er den mest brukte strategien fra numerositeten 15 til 29. Studiens funn kan også tyde på at det kan være en svak statistisk signifikant sammenheng mellom brukte estimeringsstrategier og elevgruppene på 9. trinn og 10. trinn.

Funn knyttet til elevers strategirepertoar kan gjøre lærere i bedre stand til å tilrettelegge for elevers læring og utvikling av estimeringsstrategier. Det er fordi kunnskap om ulike estimeringsstrategier kan hjelpe lærere å sette ord på elevenes ulike resonnementer, noe som kan tilrettelegge for at elevene i fellesskapet kan lære av hverandre. I tillegg kan kunnskap om ulike estimeringsstrategier hjelpe lærere å utfordre elevene til å tenke på nye måter. Det kan gjøre at elevene utvikler flere estimeringsstrategier som kan være gunstige å bruke i ulike situasjoner.

I tillegg kan resultatene knyttet til strategifordeling, strategirepertoar, strategifleksibilitet og strategianvendelse hjelpe lærere å drive prosessorientert matematikkundervisning i skolen. Med bakgrunn i resultater av elevgruppens strategirepertoar og strategifleksibilitet, kan lærere bruke TSK-oppgaver (slik som designet i denne studien) til å tilrettelegge for at elever kan bruke ulike strategier og være fleksible i strategibruken. Basert på funn fra elevgruppens strategifordeling, kan TSK-oppgaver spesielt fremme elevers intuitive og kombinerte strategier. Resultater fra elevgruppens strategianvendelse kan videre vise at TSK-oppgaver med ulike numerositeter kan fremme bruk av ulike strategier. På den måten kan TSK-oppgaver skape et klasseromsfellesskap med faglige diskusjoner. Slike faglige diskusjoner kan innebære at elever, ved hjelp av lærer som veileder, diskuterer og stiller spørsmål til bruk av ulike estimeringsstrategier i møte med TSK-oppgaver. At det er mulig å bruke ulike estimeringsstrategier kan være med å skape engasjerte og nysgjerrige elever som ønsker å diskutere rundt prosessen frem til sine estimater. Dermed kan lærere i skolen vurdere å ta i bruk TSK-oppgaver for å drive matematikkundervisning med fokus på prosess og strategier.

# Referanser

- Adams, T. L., & Harrel, G. (2010). A study of estimation by professionals at work. *Journal of Mathematics & Culture*, 5(2), 291-310.
- Anobile, G., Castaldi, E., Moscoso, P. A. M., Burr, D. C. & Arrighi, R. (2020). "Groupitizing": a strategy for numerosity estimation. *Scientific Reports*, 10(1), 13436. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-68111-1>
- Bajwa, N. P., Tobias, J. M., & Lawton, C. (2023). Children's conceptions on the structure of an array: Using quick images as a gateway to multiplicative ideas. *The Journal of Mathematical Behavior*, 69, 101049. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101049>
- Birkeland, P. A., Breiteig, T. & Venheim, R. (2018). *Matematikk for lærere 2* (6. utg.). Universitetsforlaget.
- Bondø, A. (2016). Kvikkbilder i arbeid med tallforståelse. *Matematikkenteret*. <https://www.matematikkenteret.no/sites/default/files/attachments/MAM/Valenta%20Aspekter%20ved%20tallforsta%CC%8Aelse%20juni2020.pdf>
- Botten, G. (2016). *Matematikk med mening – mening for alle*. Caspar Forlag.
- Bryman, A. (2012). *Social Research Methods* (4. utg.). Oxford University Press.
- Burton, D. M. (2005). *The history of mathematics. An Introduction*. (6. utg.). McGraw-Hill.
- Chen, Z. & Siegler, R. S. (2000). II. Overlapping waves theory. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 65(2), 7-11. <https://doi.org/10.1111/1540-5834.00075>
- Ciccione, L. & Dehaene, S. (2020). Grouping Mechanisms in Numerosity Perception. *Open Mind: Discoveries in Cognitive Science*, 4, 102–118. [https://doi.org/10.1162/opmi\\_a\\_00037](https://doi.org/10.1162/opmi_a_00037)
- Clark, T., Foster, L., Sloan, L. & Bryman, A. (2021). *Bryman's Social Research Methods*. (6. utg.). Oxford University Press.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2014). *Learning and Teaching Early Math The Learning Trajectories Approach*. Routledge.
- Clements, D. H., Sarama, J., & MacDonald, B. L. (2019). Subitizing: The Neglected Quantifier. In: A. Norton & M. W. Alibali, *Constructing Number: Merging perspectives from psychology and mathematics education*, (pp. 13-45). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-00491-0\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-030-00491-0_2)
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2. utg.). Lawrence Erlbaum Associates.
- Creswell, J. W. & Creswell, J. D. (2023). *Research design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches* (6. utg.). SAGE.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906–911. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906>



- Gandini, D., Lemaire, P., & Dufau, S. (2008). Older and younger adults' strategies in approximate quantification. *Acta Psychologica*, 129(1), 175–189.  
<https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2008.05.009>
- Gandini, D., Ardiale, E., & Lemaire, P. (2010). Children's Strategies in Approximate Quantification. *Current Psychology Letters: Behaviour, Brain & Cognition*, 26(1), 1–15. <https://doi.org/10.4000/cpl.4990>
- Gilmore, C., Göbel, S. M., & Inglis, M. (2018). *An Introduction to Mathematical Cognition*. Routledge.
- Gurian, M. (2010). *Boys and girls learn differently! A guide for teachers and parents*. John Wiley & Sons.
- Helbarda, J., Mazzocco, M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in nonverbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, 455, 665–668. <https://doi.org/10.1038/nature07246>
- Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2021). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (6. utg.). Abstrakt forlag.
- Katzin, N., Cohen, Z. Z., & Henik, A. (2019). If it looks, sounds, or feels like subitizing, is it subitizing? A modulated definition of subitizing. *Psychonomic Bulletin & Review*, 26, 790–797. <https://doi.org/10.3758/s13423-018-1556-0>
- Kaufmann, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkman, J. (1949). The Discrimination of Visual Number. *The American Journal of Psychology*, 62(4) 498-525.  
<https://doi.org/10.2307/1418556>
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Red.). (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. National Academies Press.
- Kramer, P., Di Bono, M. G. & Zorzi, M. (2011). Numerosity Estimation in Visual Stimuli in the Absence of Luminance-Based Cues. *PLoS One*, 6(2), e17378.  
<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0017378>
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.  
<https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob>
- Liu, Q., Du, X., Zhao, S., Liu, J., & Cai, J. (2019). The role of memorization in students' self-reported mathematics learning: a large-scale study of Chinese eighth-grade students. *Asia Pacific Education Review*, 20, 361-374.  
<https://doi.org/10.1007/s12564-019-09576-2>
- Luwel, K. & Verschaffel, L. (2008). Estimation of 'real' numerosities in elementary school children. *European Journal of Psychology of Education*, 23(3), 319-338.  
<https://doi.org/10.1007/BF03173002>
- Lyngsnes, K. & Rismark, M. (2014). *Didaktisk arbeid* (3. utg.). Gyldendal Norsk Forlag.
- Lysø, K. O. (2017). *Sannsynlighetsregning og statistisk metodelære*. (3. utg.). Caspar Forlag.
- Mandler, G., & Shebo, B. J. (1982). Subitizing: An Analysis of Its Component Processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111(1), 1-22.

- Mazza, V. (2017). Simultanagnosia and object individuation. *Cognitive neuropsychology*, 34(7-8), 430-439. <https://doi.org/10.1080/02643294.2017.1331212>
- NESH. (2021). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora (5. utg.). Gitt av Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi.
- NOU 2019: 3. (2019). *Nye sjanser - bedre læring: kjønnsforskjeller i skoleprestasjoner og utdanningsløp*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2019-3/id2627718/?ch=2>
- Pallant, J. (2016). *SPSS Survival Manual: A Step by Step Guide to Data Analysis using IBM SPSS* (6. utg.). Open University Press.
- Piaget, J. (1950). *The psychology of intelligence*. Routledge & Kegan Paul.
- Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology*. Columbia University Press.
- Railo, H., Koivisto, M., Revonsuo, A., & Hannula, M. M. (2008). The role of attention in subitizing. *Cognition*, 107(1), 82–104. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2007.08.004>
- Repp, B. H. (2007). Perceiving the numerosity of rapidly occurring auditory events in metrical and nonmetrical contexts. *Perception & Psychophysics*, 69, 529–543. <https://doi.org/10.3758/BF03193910>
- Romijn, E. I., Hogden, J., Kaspersen, E. & Solstad, T. (2023). *A categorization of self-reported strategies in human numerosity estimation*.
- Rienecker, L., & Jørgensen, P. S. (2013). *Den gode oppgaven: håndbok i oppgaveskriving på universitet og høyskole* (2. utg.). Fagbokforlaget.
- Siegel, A. W., Goldsmith, L. T., & Madson, C. R. (1982). Skill in estimation problems of extent and numerosity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(3), 211-232. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.13.3.0211>
- Siegler, R. S. (2020). *Emerging minds: The process of change in children's thinking*. Oxford University Press.
- Starkey, G. S. & McCandliss, B. D. (2014). The emergence of "groupitizing" in children's numerical cognition. *Journal of Experimental Child Psychology*, 126, 120-137. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.03.006>
- Trick, L. M. & Pylyshyn, Z. W. (1994). Why are small and large numbers enumerated differently? A limited-capacity preattentive stage in vision. *Psychological Review*, 101, 80–102. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.101.1.80>
- Utdanningsdirektoratet. (2022). *Rapport om hjelpemidler til eksamen i matematikk 2022*. <https://www.udir.no/eksamen-og-prover/eksamen/hjelpemidler-til-eksamen-i-matematikk-2022/>
- Vaismoradi, M., Turunen, H. & Bondas, T. (2013). Content analysis and thematic analysis: Implications for conducting a qualitative descriptive study. *Nursing & Health Sciences*, 15(3), 398 – 405. <https://doi.org/10.1111/nhs.12048>
- Van de Walle, J. A., Karp, K., & Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (9. utg.). Pearson.

- Verschaffel, L., Luwel, K. Torbeyns, J. & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24(3), 335-359. <https://doi.org/10.1007/BF03174765>
- Von Glasersfeld, E. (1982). Subitizing: The role of figural patterns in the development of numerical concepts. *Archives de Psychologie*, 50(194), 191–218.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Wilkins, J. L.M., MacDonald, B. L., & Norton, A. (2022). Construction of subitized units is related to the construction of arithmetic units. *Educational Studies in Mathematics*, 109(1), 137–154. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10076-7>
- Wolters, G., Kempen, H. v., & Wijlhuizen, G.-J. (1987). Quantification of Small Numbers of Dots: Subitizing or Pattern Recognition? *The American Journal of Psychology*, 100(2), 225–237. <https://doi.org/10.2307/1422405>
- Yeo, D.J., Price, G.R. (2021). Probing the mechanisms underlying numerosity-to-numeral mappings and their relation to math competence. *Psychological Research*, 85(3), 1248–1271. <https://doi.org/10.1007/s00426-020-01299-z>

# Vedlegg

**Vedlegg 1:** Det reviderte kodingssystemet til Romijn et al. (2023)

**Vedlegg 2:** Melding fra NSD om vurdering av vårt prosjekt

**Vedlegg 3:** Informasjonsskrivet til elevene og foresatte

**Vedlegg 4:** Kvikkbildene i undersøkelsen

**Vedlegg 5:** Andre resultater fra andre analyser

**Vedlegg 1: Det reviderte kodingssystemet til Romijn et al. (2023)**

<b>Kategori</b>	<b>Retningslinje for koding</b>	<b>Eksempel</b>
Gjenkjenning	<p>Inkluderende kriterier: Brukes for å gjenkjenne en del av kvikkbildet (delsubitisering), bildet som en helhet (subitisering) eller alle underdelene som utgjør helheten (gruppetisering).</p> <p>Det er krav om at eleven må estimere riktig numerositet.</p> <p>Gjenkjenning kodes bare for små mengder (&lt;10), men i praksis kun brukt for elementer &lt;ikke større enn 5. Ved gruppetisering kan numerositeten være høyere, så lenge alle delgruppene inneholder mindre enn 10 prikker.</p> <p>Ekskluderende kriterier: Ikke kode som gjenkjenning hvis det er en referanse til en-og-en-telling (kode som telling) eller trinntelling (kode som gruppering). Ikke kode som gjenkjenning hvis det er beskrevet en usikkerhet til gjettet mengde, for eksempel ved bruk av ord som "tror" og "mener", eller synonymer av disse. Hvis det er beskrevet en usikkerhet til gjettet mengde, kode som gjetning, følelse eller intuisjon.</p> <p>Kode som gjetning, følelse eller intuisjon hvis eleven gjenkjenner en mengde som inneholder 10 eller flere prikker.</p> <p>Kode som gruppering hvis det er beskrivelse av grupper. Kode som gruppering hvis eleven gjenkjenner flere mengder som inneholder 10 eller flere prikker.</p>	<p><u>Eksempel på subitisering:</u> "Jeg så 6 prikker med en gang."</p> <p><u>Eksempel på gruppetisering:</u> "Jeg så fem prikker i en klynge og en prikk litt lengre vekk."</p> <p><u>Eksempel på delsubitisering:</u> "Jeg så først 4 prikker, og deretter telte jeg...". Her subitiseres en del av mengden før en ny strategi blir tatt i bruk.</p> <p><u>Ikke-eksempel:</u> "Det var 4 prikker totalt. Jeg så en gruppe med 2, og videre telte jeg 2 prikker attpåtil. Så det ble 4 prikker."</p>
Telling	<p>Inkluderende kriterier: Brukes bare for sekvensiell en-og-en-telling for å estimere numerositeten. Kodes også som telling hvis det er en generell referanse til telling uten noen videre spesifikasjoner av prosessen. Godkjenner telling opptil 3 prikker.</p> <p>Ekskluderende kriterier:</p>	<p><u>Sekvensiell en-og-en telling:</u> "Jeg klarte å telle alle 4 prikkene etter hverandre. Så det ble 4 prikker."</p> <p><u>Ikke-eksempel:</u> "Jeg telte 8 prikker totalt. Jeg telte to og to prikker om gangen,</p>

<p>Gruppering</p>	<p>Brukes ikke for å telle i like grupper eller ulike grupper, eller trinntelling (kodes som gruppering). Hvis eleven refererer, indirekte eller direkte, til to eller flere, like eller ulike, grupper/mengder, kodes besvarelsen som gruppering.</p> <p>Hvis eleven refererer til to eller flere grupper/mengder fra start, kodes besvarelsen som gruppering og bare gruppering.</p> <p>Hvis det skjer en gruppering som en indirekte konsekvens av flere strategier er tatt i bruk, kodes besvarelsen som kombinasjon.</p> <p><u>Telle og justere:</u> eleven teller først en del av kvikkbildet, før eleven deretter estimerer resten av elementene i kvikkbildet. Eleven må beskrive at estimeringen skjer på bakgrunn av tellingen.</p> <p><u>Gjenkjenne og justere:</u> eleven gjenkjenner først en delgruppe, før eleven deretter estimerer resten av elementene i kvikkbildet. Eleven må beskrive at estimeringen skjer på bakgrunn av gjenkjenningen.</p> <p><u>Like grupper og/eller multiplikasjon:</u> eleven deler kvikkbildet inn i to eller flere mengder som betraktes å være like, eller omtrentlig like. Det stilles ingen krav om at eleven må henvise eksplisitt til multiplikasjon som metode for å kombinere gruppene. Det vil si at eleven ikke trenger å bruke symbolet for multiplikasjon eller skrive "multiplisert med" eller "ganget med". Eleven må derimot bruke gjentatt addisjon som en del av metoden for å kombinere de like gruppene.</p> <p><u>Ulike grupper og/eller addisjon:</u> eleven deler kvikkbildet inn i to eller flere mengder hvor to av mengdene betraktes å ha ulik numerositet. Det stilles ingen krav om at eleven må henvise eksplisitt til addisjon som metode for å kombinere gruppene.</p>	<p>så jeg telte 2,4,6,8 prikker." <u>Eksempel på telle og justere:</u> "Jeg telte så mange prikker jeg rakk og så la jeg til noen flere fordi jeg så det fortsatt var noen igjen."</p> <p><u>Eksempel på gjenkjenne og justere:</u> "Jeg så 4 stykker først og så jeg i sidesynet mitt at det var 4 + noen flere."</p> <p><u>Eksempel på like grupper og/eller multiplikasjon:</u> "Det så ut som det var seks grupper med fire prikker i hver gruppe. Derfor tror jeg at det er seks ganger fire prikker, altså 24 prikker."</p> <p><u>Eksempel på ulike grupper og/eller addisjon:</u> "Jeg delte prikkene i 3 grupper. Det så ut som at gruppen til høyre inneholdt 2 prikker, gruppen til venstre hadde 5 prikker og at den siste gruppen hadde 4 prikker. Det gir et totalantall på 11 prikker."</p> <p><u>Eksempel på utilstrekkelig bevis [for grupperingsstrategien]:</u> "For å bryte ned problemet delte jeg prikkene i 5 grupper. Så tenkte jeg hvor mange prikker det var i hver gruppe. Derfor tror jeg at det var 30 prikker."</p>
-------------------	---	--

	<p><u>Utilstrekkelig bevis [for grupperingsstrategien]</u>: eleven deler kvikkbildet inn i to eller flere mengder, men det kommer ikke frem om eleven har delt inn i like eller ulike grupper.</p>	
Sammenligning	<p><u>Tidligere kvikkbilde</u>: eleven sammenligner det gjeldende kvikkbildet med én eller flere tidligere kvikkbilder.</p> <p><u>Spesifikk numerositet</u>: eleven sammenligner det gjeldende kvikkbildet med én eller flere mengder som ikke har blitt gjettet tidligere.</p> <p>Hvis elevene sammenligner med tidligere kvikkbilde og spesifikk numerositet, skal besvarelsen kodes som tidligere kvikkbilde.</p> <p><u>Tetthet</u>: eleven beskriver en avstand mellom prikkene.</p> <p><u>Utilstrekkelig bevis [for sammenligningsstrategien]</u>: eleven sammenligner med en mengde, med det kommer ikke frem hvilken mengde eleven sammenligner med.</p>	<p><u>Eksempel på tidligere kvikkbilde</u>: "Jeg tror det er 15 prikker fordi det så ut som at det var mer prikker enn det kvikkbildet som hadde 10 prikker. Og så synes jeg kvikkbildet ikke hadde like mange prikker som på det første kvikkbildet."</p> <p><u>Eksempel på spesifikk numerositet</u>: "Det var så mange prikker at jeg ikke klarte å telle dem. Jeg forsøkte å se for meg 30 prikker, og fant ut at det så ut som mer enn 30 prikker. Deretter forsøkte jeg å se for meg 50 prikker, og fant ut at det så ut som mindre enn 50 prikker. Derfor tror jeg det er en plass mellom 30 og 50, så jeg sier 40 prikker."</p> <p><u>Eksempel på tetthet</u>: "fikk telt 5 prikker og det så ut som det var godt med mellomrom rundt prikkene."</p> <p><u>Utilstrekkelig bevis [for sammenligningsstrategien]</u>: "Det var helt passe mange, litt mer en passe."</p>
En følelse, gjetning eller intuisjon	<p><u>Inkluderende kriterier</u>: Brukes hvor prosessen ikke kan bli forklart, eller det er beskrevet en intuisjon, en følelse, et gjett eller et synonym av disse.</p> <p><u>Ekskluderende kriterier</u>: En referanse bare til estimering anses ikke som bevis for bruk av denne strategien og kodes som "utilstrekkelig bevis".</p>	<p>"Det var 17 prikker tror jeg. Jeg bare fikk en følelse av det, og gjettet at det måtte være 17 prikker i gruppen."</p>

Memorisering	Eleven memoriserer eller lagrer kvikkbildet i minnet for å senere gjenkalle informasjon. En generell memorisering uten videre utdyping godkjennes også som memorisering.	<u>Eksempel på memorisering:</u> "Jeg husket hvordan bildet så ut. ... så telte jeg opp prikkene i hodet mitt."
Kombinasjon	Beskriver en kombinasjon av flere strategier. De ulike strategiene må være mulig å kartlegge.	<u>Eksempel på kombinasjon av delsubitering, telling og memorisering:</u> "Jeg rakk å se 4 prikker, og etter bilde ble tatt bort prøvde jeg å se for meg hvordan bildet så ut. Deretter telte jeg over hvor mange prikker det var igjen."
Andre	Brukes for en prosess som ikke er beskrevet ved noen av de andre kategoriseringene ovenfor.	
Utilstrekkelig bevis	Utilstrekkelig bevis for å kunne klassifiseres innenfor en eller flere av kategoriene ovenfor. Det mangler tydelig beskrivelse av prosessen frem til sin estimering.	"Jeg klarte å telle 5 prikker" (med 13 prikker i kvikkbilde). I beskrivelsen av estimeringsprosessen er det tydelige mangler, og vi vet ikke hvordan eleven har tenkt etter den har telt 5 prikker og frem til sin estimering på 13 prikker.
Ubesvart	Kodes som ubesvart dersom ingen bokstaver/tegn/ord er beskrevet eller at eleven ikke fikk sett forrige kvikkbilde. Det er en forutsetning at eleven har estimert minst en av kvikkbildene i testen.	



## Vedlegg 2: Melding fra NSD om vurdering av vårt prosjekt

### Melding fra Gry Henriksen (Rådgiver)

11.01.2024 14:56

Det fremgår av meldeskjema den 11.01.2024 med vedlegg og dialog at det ikke skal behandles opplysninger i prosjektet som kan identifisere enkeltpersoner verken direkte eller indirekte.

Prosjektet trenger derfor ikke en vurdering fra Personverntjenester.

#### HVA MÅ DU GJØRE DERSOM DU LIKEVEL SKAL BEHANDLE PERSONOPPLYSNINGER?

Dersom prosjektopplegget endres og det likevel blir aktuelt å behandle personopplysninger må du melde dette til Personverntjenester ved å oppdatere meldeskjemaet. Vent på svar før du setter i gang med behandlingen av personopplysninger.

#### VI AVSLUTTER OPPFØLGING AV PROSJEKTET

Siden prosjektet ikke behandler personopplysninger avslutter vi all videre oppfølging.

Lykke til med prosjektet!

## **Vedlegg 3: Informasjonsskrivet til elevene og foresatte**

**Vil du delta i forskningsprosjektet**

### ***”En studie av elevers strategier i møte med kvikkbilder”?***

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvilke strategier elever på 9. og 10. trinn bruker når de skal bestemme antall prikker i kvikkbildeoppgaver. Deltakelse i prosjektet er frivillig. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

#### **Formål**

Formålet med prosjektet er å undersøke hvilke strategier elever på 9. og 10. trinn bruker når de skal bestemme antall prikker i kvikkbildeoppgaver. Det er tidligere blitt gjort lignende studier på voksne, men mindre forskning på elever i skolen. Derfor ønsker vi å finne ut av hvilke strategier elever bruker for å bestemme antall prikker i kvikkbildeoppgaver. Prosjektet vil for eksempel kunne gi oss svar på om det er sammenheng mellom brukte strategier og elevgruppe. Studiens omfang er omkring 100 elever fra 9. og 10. trinn fordelt på to skoler.

Studiens forskningsspørsmål er: hvilke strategier bruker elever på 9. og 10. trinn når de skal bestemme hvor mange prikker det er i kvikkbildeoppgaver?

Resultatene fra undersøkelsen vil bli brukt i en masteroppgave som utføres av to lærerstudenter ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU), og ingenting annet utover dette.

#### **Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?**

NTNU er ansvarlig for prosjektet.

#### **Hvorfor får du spørsmål om å delta?**

Du får spørsmål om å delta fordi du er innenfor målgruppen til forskningsprosjektet, og fordi du er elev på min praksisskole. Det vil være ca. 100 elever som får muligheten til å delta i prosjektet.

#### **Hva innebærer det for deg å delta?**

Ved å delta i prosjektet vil du gjennomføre en undersøkelse på internett. Hele undersøkelsen vil ta deg ca. 20-30 minutter. Undersøkelsen inneholder kvikkbilder med forhåndsspørsmål, samt noen oppfølgingsspørsmål. Kvikkbildene vil inneholde ulike antall prikker og være synlig i 600 ms. Du blir bedt om å bestemme antallet prikker etter at bildet på skjermen forsvinner. Så blir du bedt om å beskrive hvordan du tenkte for å bestemme antallet prikker etter noen av kvikkbildene. Vi ønsker at du skriver så nøye som mulig hvordan du har tenkt. For eksempel kan man skrive noe slikt som: «Jeg rakk å telle alle prikkene til 5, og så var det noen til overs, så jeg tror det var 8 prikker.».

Dine svar fra undersøkelsen er anonyme og blir registrert elektronisk.

Vi oppfordrer til å ikke oppgi navn i undersøkelsen. Det er fordi vi ønsker at vår forskning skal være helt anonym.

Hvis foreldre ønsker å se undersøkelsen på forhånd, ta kontakt via mail (se e-post på slutten av skrivet).

### **Det er frivillig å delta**

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, merk: vi vil ikke kunne slette dine svar fordi spørreundersøkelsen er anonym, noe som gjør at vi ikke kan finne dine svar og slette dem.

Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke ønsker å delta. Dette vil ikke påvirke ditt forhold til skolen, matematikkundervisningen eller læreren din på noen måte.

Hvis du ønsker å delta i prosjektet vil undersøkelsen foregå i stedet for en normal undervisningstime. Hvis du ikke ønsker å delta i prosjektet vil du få tilbud om et alternativt opplegg som tilrettelegges av lærer. Merk: hvis du ønsker å delta vil du ikke gå glipp av nytt fagstoff i det alternative opplegget.

### **Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene trygt og i samsvar med personvernregelverket.

De anonyme dataene som samles inn vil bli behandlet og analysert av meg og min medstudent, med hjelp av vår veileder ved NTNU.

### **Dine rettigheter**

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- NTNU ved Anders Nystad (tlf.: 91997641, e-post: [andernys@stud.ntnu.no](mailto:andernys@stud.ntnu.no)), Stian Nystad (tlf.: 91997957, e-post: [stiannys@stud.ntnu.no](mailto:stiannys@stud.ntnu.no)) eller veileder Trygve Solstad (tlf.: 73412594, e-post: [trygve.solstad@ntnu.no](mailto:trygve.solstad@ntnu.no))
- Vårt personvernombud: Thomas Ørnulf Helgesen (tlf.: 93079038, e-post: [thomas.helgesen@ntnu.no](mailto:thomas.helgesen@ntnu.no))

Hvis du har spørsmål knyttet til vurderingen som er gjort av personverntjenestene fra Sikt, kan du ta kontakt via:

- Epost: [personverntjenester@sikt.no](mailto:personverntjenester@sikt.no) eller telefon: 73 98 40 40.

Med vennlig hilsen

*Anders Nystad*  
(Masterstudent)

*Stian Nystad*  
(Masterstudent)

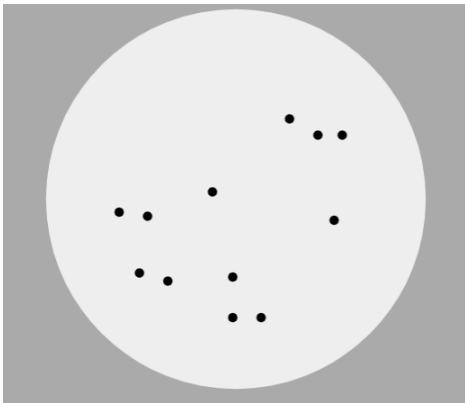
Anders Nystad

Stian Nystad

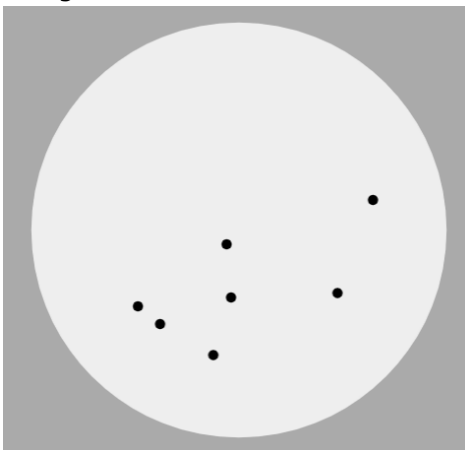
#### Vedlegg 4: Kvikkbildene i undersøkelsen

I vedlegget er alle kvikkbildene fra selve undersøkelsen presentert fordi disse kvikkbildene var utgangspunktet for kodingen og resultatene i studien. Det betyr at kvikkbildene fra oppvarmingen ikke er inkludert. Det er fordi kvikkbildene fra oppvarmingen bare skulle gjøre elevene forberedt til selve undersøkelsen, og ikke er blitt brukt til noe annet. Kvikkbildene i vedlegget er presentert i samme rekkefølge som i undersøkelsen og inkluderer en beskrivelse av kvikkbildets numerositet.

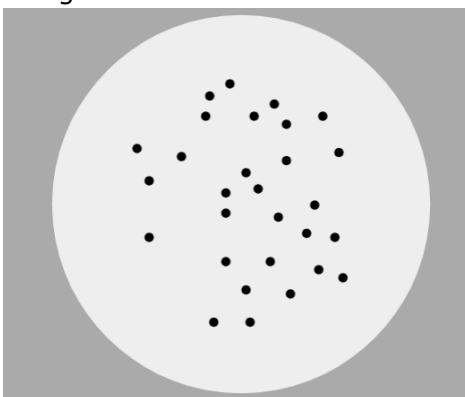
1. Mengden har numerositet 12



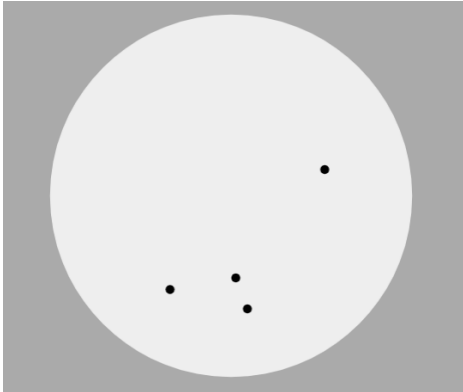
2. Mengden har numerositet 7



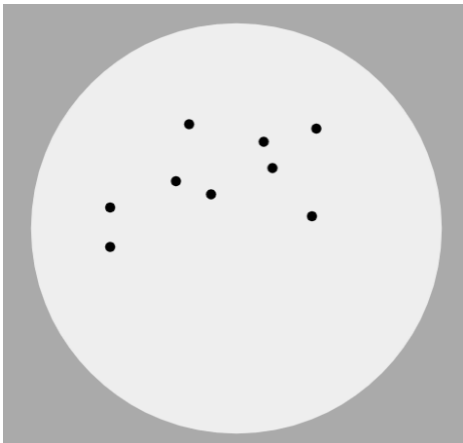
3. Mengden har numerositet 29



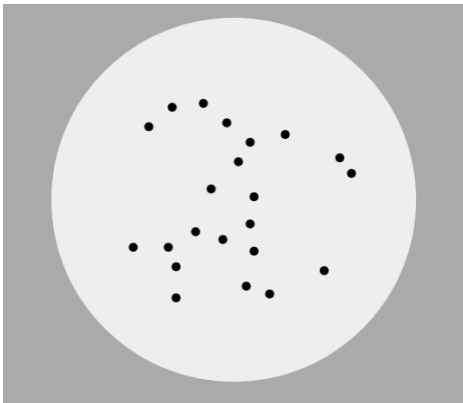
4. Mengden har numerositet 4



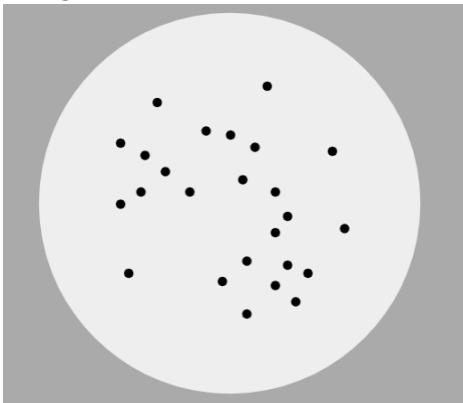
5. Mengden har numerositet 9



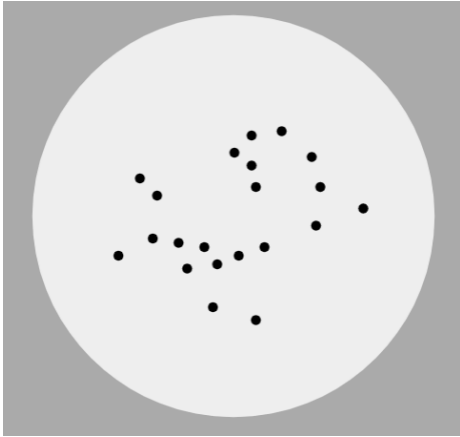
6. Mengden har numerositet 22



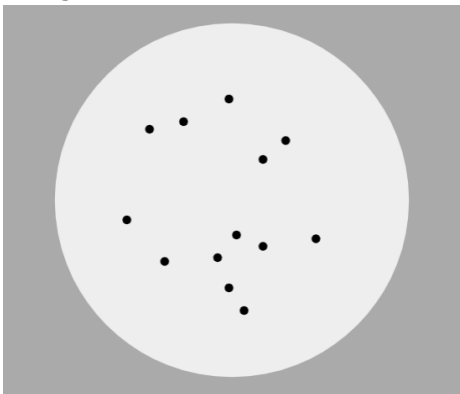
7. Mengden har numerositet 25



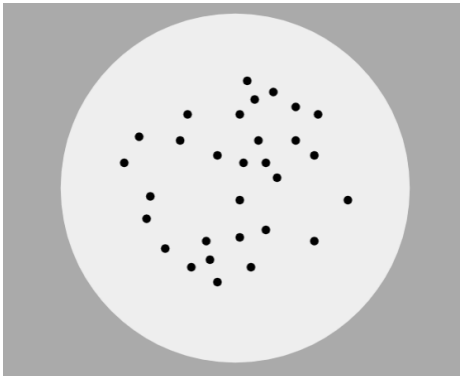
8. Mengden har numerositet 21



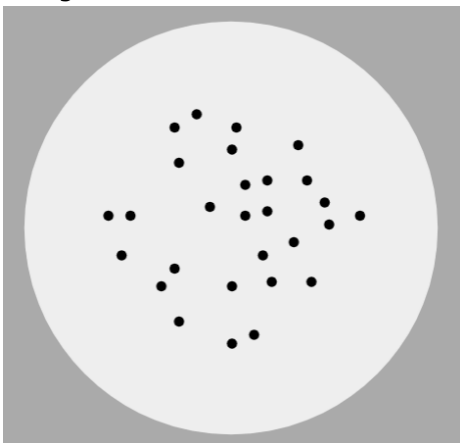
9. Mengden har numerositet 13



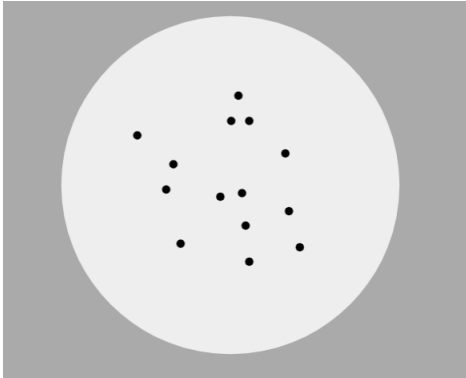
10. Mengden har numerositet 30



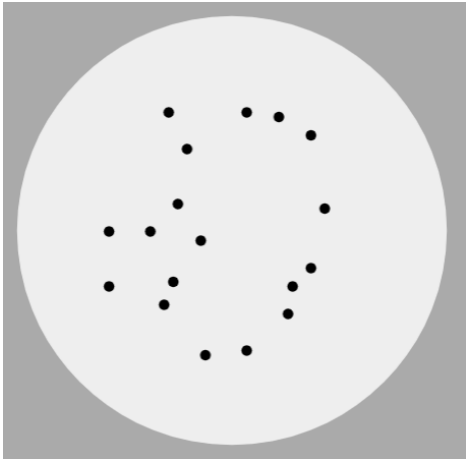
11. Mengden har numerositet 28



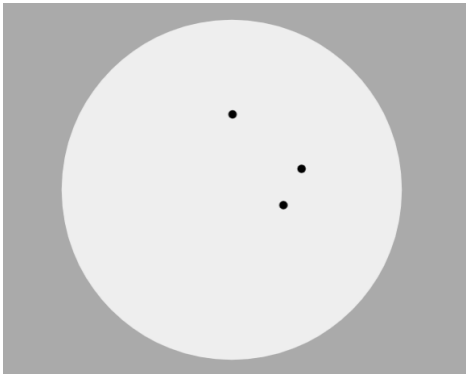
12. Mengden har numerositet 14



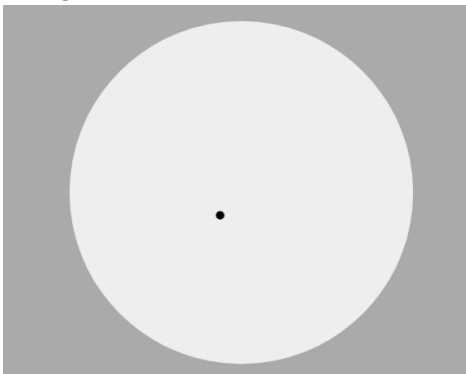
13. Mengden har numerositet 18



14. Mengden har numerositet 3



15. Mengden har numerositet 1

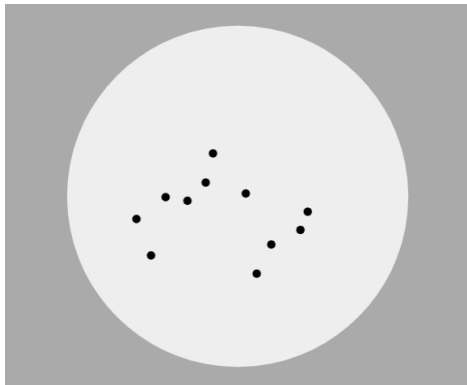




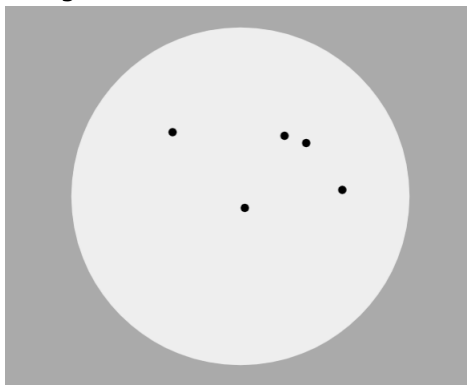
16. Mengden har numerositet 8



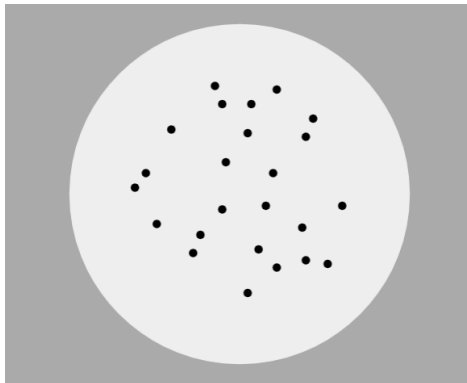
17. Mengden har numerositet 11



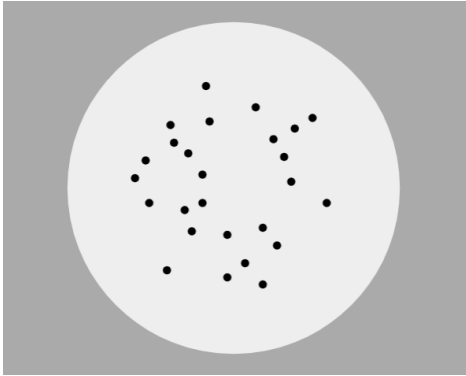
18. Mengden har numerositet 5



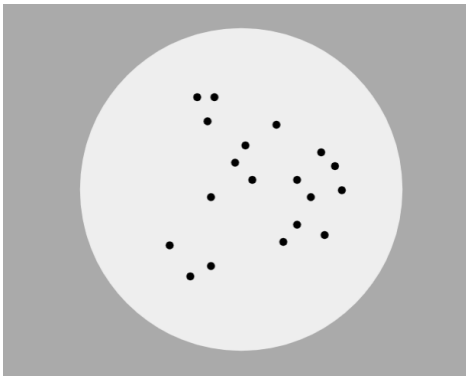
19. Mengden har numerositet 24



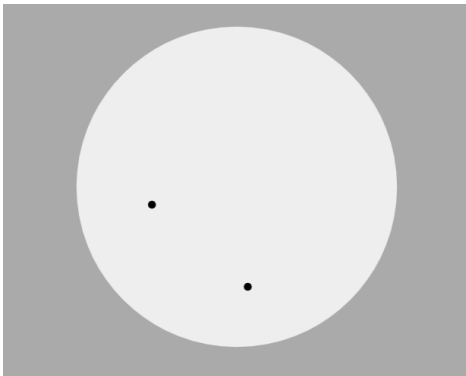
20. Mengden har numerositet 26



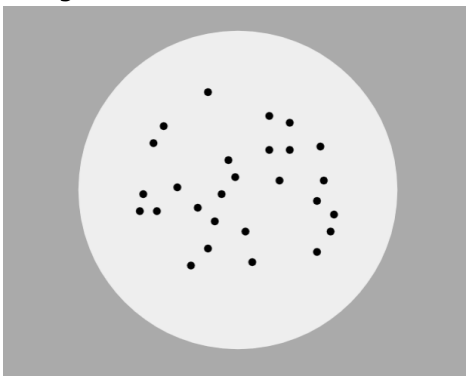
21. Mengden har numerositet 19



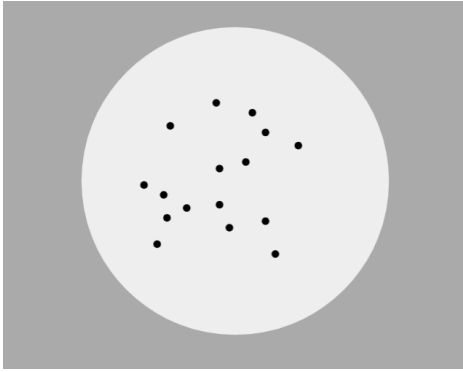
22. Mengden har numerositet 2



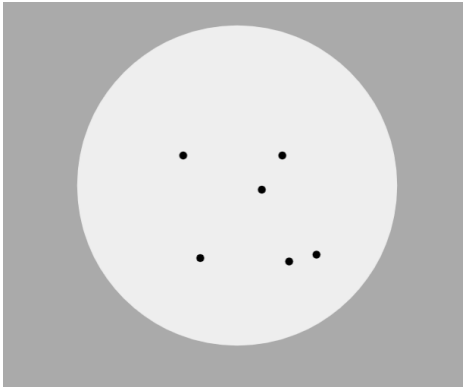
23. Mengden har numerositet 27



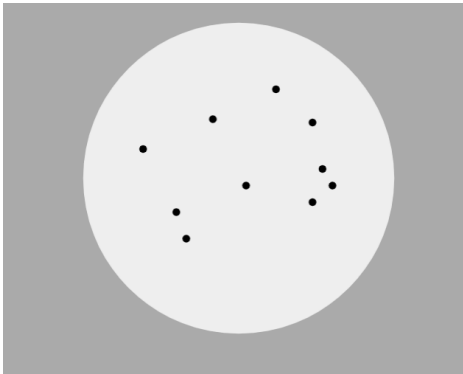
24. Mengden har numerositet 16



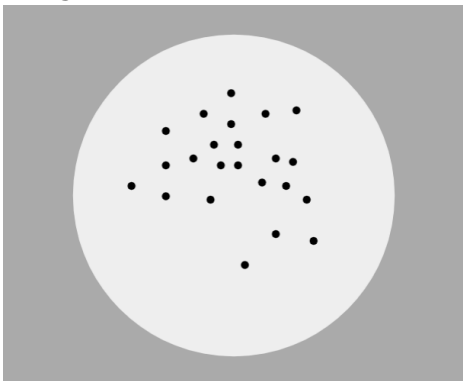
25. Mengden har numerositet 6



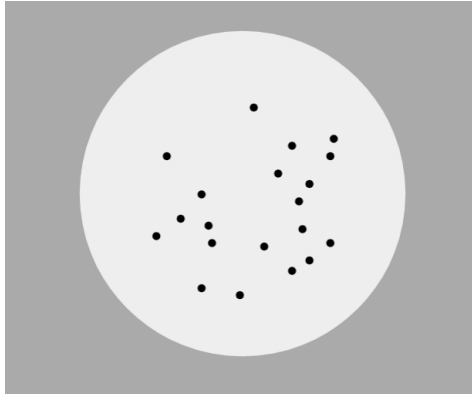
26. Mengden har numerositet 10



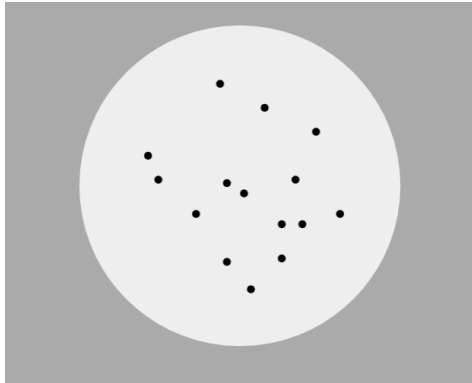
27. Mengden har numerositet 23



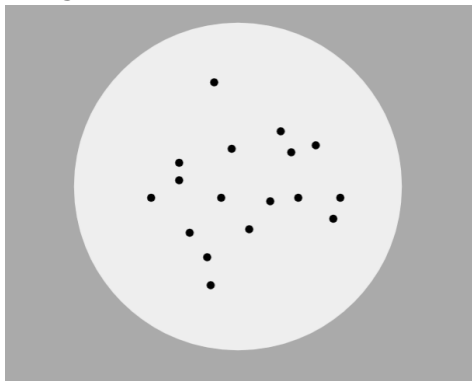
28. Mengden har numerositet 20



29. Mengden har numerositet 15



30. Mengden har numerositet 17



## Vedlegg 5: Andre resultater fra andre analyser

I studien har vi presentert resultater fra tolkende koding som inkluderer kombinerte strategier. I dette vedlegget har vi presentert andre resultater fra andre analyser som ikke ble fokusert på i denne studien, men som likevel kan være av interesse.

Tabell 1

Tolkende koding (avgjørende strategi)			
Hovedkategori	Underkategori	Frekvens	Prosent
Gjenkjenning	Subitisering	57	8,03 %
Gjenkjenning	Gruppetisering	3	0,42 %
Telling		0	0,00 %
Sammenligning	Spesifikk numerositet	30	4,23 %
Sammenligning	Tidligere kvikkilde	17	2,39 %
Sammenligning	Tetthet	4	0,56 %
Sammenligning	Utilstrekkelig bevis	3	0,42 %
Gruppering	Telle og justere	60	8,45 %
Gruppering	Gjenkjenne og justere	5	0,70 %
Gruppering	Like grupper	44	6,20 %
Gruppering	Ulike grupper	3	0,42 %
Gruppering	Utilstrekkelig bevis	6	0,85 %
Memorisering		196	27,61 %
Gjetning/følelse/intuisjon		282	39,72 %
Sum		710	100,00 %

**Tabell 1: Frekvenstabell av brukte hovedstrategier og understrategier hvor tolkende kodingen er basert på avgjørende strategi. Tabellen viser hvilke strategier fra kodingssystemet som ble uttrykket i elevenes besvarelser, og hvilke strategier som ikke ble uttrykket. Frekvenstabellen inkluderer også hvor utbredt strategiene er oppgitt i prosent.**

Tabell 2

Eksplisitt koding (avgjørende strategi)			
Hovedkategori	Underkategori	Frekvens	Prosent
Gjenkjenning	Subitisering	42	5,92 %
Gjenkjenning	Gruppetisering	5	0,70 %
Telling		81	11,41 %
Sammenligning	Spesifikk numerositet	30	4,23 %
Sammenligning	Tidligere kvikkilde	17	2,39 %
Sammenligning	Tetthet	4	0,56 %
Sammenligning	Utilstrekkelig bevis	3	0,42 %
Gruppering	Telle og justere	59	8,31 %
Gruppering	Gjenkjenne og justere	5	0,70 %
Gruppering	Like grupper	43	6,06 %
Gruppering	Ulike grupper	2	0,28 %
Gruppering	Utilstrekkelig bevis	8	1,13 %
Memorisering		135	19,01 %
Gjetning/følelse/intuisjon		276	38,87 %
Sum		710	100,00 %

**Tabell 2: Frekvenstabell av brukte hovedstrategier og understrategier hvor den eksplisitte kodingen er basert på avgjørende strategi. Tabellen viser hvilke strategier fra kodingssystemet som ble uttrykket i elevenes besvarelser, og hvilke strategier som ikke ble uttrykket.**

Tabell 3

Eksplisitt koding (med kombinasjon)			
Hovedkategori	Underkategori	Frekvens	Prosent
Gjenkjenning	Subitisering	42	5,92 %
Gjenkjenning	Gruppetisering	5	0,70 %
Telling		79	11,13 %
Sammenligning	Spesifikk numerositet	21	2,96 %
Sammenligning	Tidligere kvikkbilde	14	1,97 %
Sammenligning	Tetthet	2	0,28 %
Sammenligning	Utilstrekkelig bevis	3	0,42 %
Gruppering	Telle og justere	58	8,17 %
Gruppering	Gjenkjenne og justere	5	0,70 %
Gruppering	Like grupper	14	1,97 %
Gruppering	Ulike grupper	1	0,14 %
Gruppering	Utilstrekkelig bevis	6	0,85 %
Memorisering		47	6,62 %
Gjetning/følelse/intuisjon		270	38,03 %
Kombinasjon		143	20,14 %
Sum		710	100,00 %

**Tabell 3: Frekvenstabell av brukte hovedstrategier og understrategier hvor den eksplisitte kodingen som inkluderer kombinerte strategier. Tabellen viser hvilke strategier fra kodingssystemet som ble uttrykket i elevenes besvarelser, og hvilke strategier som ikke ble uttrykket.**

