

Liva Thiis

"Eg trur det eigentleg berre krev at du er engasjert"

Ein kvalitativ studie av eit utval tiandeklassingar si deltaking i LIST-oppgåver

Masteroppgåve i matematikdidaktikk 5.-10.

Rettleiar: Magdalini Lada

Mai 2024

Liva Thiis

"Eg trur det egentleg berre krev at du er engasjert"

Ein kvalitativ studie av eit utval tiandeklassingar si deltaking i LIST-oppgåver

Masteroppgåve i matematikdidaktikk 5.-10.
Rettleiar: Magdalini Lada
Mai 2024

Noregs teknisk-naturvitskaplege universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitskap
Institutt for lærarutdanning



NTNU

Kunnskap for ei betre verd

Samandrag

Denne studien har undersøkt korleis elevar i 10. klasse deltek i arbeid med LIST-oppgåver, som er oppgåver med låg inngangsterskel og stor takhøgde. Bakgrunnen for temaet er framheving av behov for variasjon og utfordring for alle elevar i utreiingar og læreplan det siste tiåret (t.d. NOU 2014:8; Kunnskapsdepartementet, 2017). I 2018 lanserte Matematikksenteret nettsida MatteLIST, som samla LIST-oppgåver og gjorde dei lettare tilgjengeleg i norsk matematikkundervising.

For å undersøke deltaking er kommgognisjon (t.d. Sfard, 2008; 2020) nytta som rammeverk. Funksjonar er valt som matematisk tema av praktiske omsyn. Den metodologiske tilnærminga til studien er kvalitativ, og nyttar observasjon og intervju som metodar for datainnsamling. Totalt 15 tiandeklassingar frå to ulike ungdomsskular utgjorde utvalet. Alle 15 deltok i observert gruppearbeid, før seks av dei blei intervjuet for djuparegåande innsikt i og refleksjonar rundt diskursen. Datamaterialet bestod av observasjonsnotat og transkripsjonar av oppgåvearbeid og intervju. Desse blei tematisk analyserte. Analysearbeidet gav endelege tema som i stor grad kunne skildrast av rammeverket.

Resultata av studien viser at elevane i stor grad meistrar oppgåvene, som tydar på at den låge inngangsterskelen gjer LIST-oppgåver tilgjengelege uavhengig av nivå. Elevane har også tydelege rutinar for arbeid med funksjonar, moglegvis fordi dei nyleg har lært om temaet. Samtidig løftar elevane i lita grad takhøgda i oppgåvene uoppfordra. Dei utviser ei prosessorientering og få teikn til deritualisering, der berre to elevar tenderer mot utforskande deltaking. Subjektiveringsdiskursen er også framtrudande. Elevane framsetjer identitetsskapande narrativ om seg sjølv og kvarandre, og inntek roller medvite ut frå desse. Rollene, saman med elevane sin personlegdom, er grunnlag for kommunikasjonen mellom elevane i oppgåveløysinga. Elevane er framleis svært positive til å samarbeide om oppgåvene, og dei verdset LIST-oppgåver først og fremst som eit tiltak for variasjon i både oppgåvetype og arbeidsform.

Studien konkluderer med at LIST-oppgåver kan mogleggjere utforsking, men fordrar ein deltakar som initierer dette og aktivt løftar takhøgda. Lærar bør innta denne leirolla av faglege og sosiale omsyn.

Nøkkelord: LIST-oppgåver, LIST-oppgaver, kommgognisjon, funksjonar, funksjoner

Abstract

This thesis seeks to investigate how 10th grade students participate in low threshold high ceiling tasks. The background for the topic is the emphasis on the need for variety and challenge for all pupils in official reports and curriculum over the last decade (e.g. NOU 2014:8; Ministry of Education and Research, 2017). In 2018, Matematikksenteret launched the website MatteLIST, which gathered LTHC-tasks and made them more easily available in Norwegian mathematics teaching.

To examine participation, commognition (e.g. Sfard, 2008; 2020) is utilised as a framework. Functions have been chosen as the mathematical topic for practical reasons. The methodological approach to the study is qualitative, using observation and interviews as methods for data collection. A total of 15 10th graders from two different secondary schools were sampled. All 15 participated in observed group work, before six of them were interviewed for in-depth insights and reflections on the discourse. The data consisted of observation notes and transcriptions of the group work and interviews. These were analyzed thematically, resulting in final themes that could largely be covered by terms from the framework.

The study shows that the students master the tasks, indicating that the low threshold makes LTHC-tasks accessible for a range of levels. The students also have clear routines for working with functions, possibly as a result of recently learning about the topic. While the low threshold in the tasks works, the students make few efforts to raise the ceiling. They are process-oriented and show few signs of deritualisation, with only two students tending towards explorative participation. Subjectifying is also prominent. The students present narratives about identities regarding themselves and each other, and consciously take on roles based on these. The roles, in addition to the students' personalities, are the basis for communication between the students during task work. Nevertheless, the students remain positive towards collaborating on the tasks, and value LTHC-tasks primarily as a measure for variety in both type of tasks and form of work.

The study concludes that LTHC-tasks enable exploration, but requires a participant who initiates this and actively raises the ceiling. Teachers should take on this leader role for both subject-related and social reasons.

Key words: LTHC-tasks, commognition, functions

Forord

Fem år som lærarstudent går mot slutten, og eg sit att med takksemd i fleire retningar.

Takk til rettleiaren min, Magdalini Lada, for gjennomlesing og tilbakemeldingar undervegs, og handtering av uføresette hendingar og vendingar på beste vis.

Eg vil også takke Farzad Radmehr for gode innspel til metodologiske val og utforming.

Ein spesiell takk til elevane som deltok - utan dykk hadde det ikkje vore noko masteroppgåve! De var kloke, reflekterte og heilt unike - kanskje ikkje det beste for generaliserbarheita til studien min, men det beste for å få fram mangfaldet av elevar som finst der ute.

Eg vil også rette ein generell takk til alle som har vore elevane "mine" i løpet av åra mine som lærarstudent. De har gitt heile læraryrket ei heilt ny meining for meg. Eg starta på lærarstudiet fordi eg var glad i faga, men blei fordi eg blei så glad i elevane.

Takk til mine eigne lærarar opp gjennom, som fekk både eleven, matematikaren og lærarspira i meg til å vekse enormt.

Takk til mamma for pedagogiske innspel, og pappa for matematikkglede og -interesse. Med ei mor som er ekspertdeltakar i pedagogikkdiskursen og ein far som er det i matematikkdiskursen gjekk det som det måtte gå med meg: det var ingen veg utanom å bli matematikkdidaktikar.

Takk til medmatematikkdidaktikarar og vener for det beste selskap gjennom fem år i Trondheim.

Takk til NTNU for fem gode år, men kanskje aller mest for å ofte ha gruppeinndeling etter etternamn. Det introduserte meg nemleg for min Fredrik, som sjølv sagt òg fortener ein takk for støtte både emosjonelt og fagleg gjennom heile studietida, og for å aldri ha slept rolla si som Korrekturkongen. Og takk til hunden vår, Pi, som har bidrege med daglege luftingar av dette masterhovudet.

Takk.

Trondheim, mai 2024

Liva Thiis

Innhald

| | |
|--|----|
| Figurar | xi |
| Tabellar | xi |
| Forkortingar | xi |
| 1 Innleiing | 12 |
| 1.1 Bakgrunn | 12 |
| 1.1.1 Forskar sin bakgrunn..... | 13 |
| 1.2 Forskingsspørsmål..... | 14 |
| 1.3 Oversikt..... | 14 |
| 2 Teori | 16 |
| 2.1 LIST-oppgåver..... | 16 |
| 2.1.1 Kvifor jobbe med LIST-oppgåver? | 16 |
| 2.1.2 Omgrepsavklaring: LIST, rike, opne og problem-oppgåver | 17 |
| 2.2 Kommognisjon..... | 18 |
| 2.2.1 Bakgrunn for val av kommognisjon som rammeverk | 18 |
| 2.2.2 Kommognisjonsomgrepet | 18 |
| 2.2.3 Matematikk som diskurs | 18 |
| 2.2.4 Matematikklæring i kommognisjon | 19 |
| 2.2.5 Identitet | 21 |
| 2.2.6 Oppgåvesituasjonar i kommognisjon | 21 |
| 2.3 Funksjonar | 22 |
| 2.3.1 Bakgrunn for val av funksjonar | 22 |
| 2.3.2 Læreplanen LK20 om funksjonar..... | 22 |
| 2.3.3 Funksjonsdefinisjonen | 22 |
| 2.3.4 Representasjonar/realiseringar | 22 |
| 2.4 Tidlegare forsking | 24 |
| 2.4.1 LIST-oppgåver..... | 24 |
| 2.4.2 Kommognisjon | 25 |
| 2.4.3 Funksjonsundervising | 26 |
| 2.5 Oppsummering | 26 |
| 3 Metodologi | 27 |
| 3.1 Kommognitive innverknadar | 27 |
| 3.2 Vitskapeleg paradigme..... | 28 |
| 3.3 Forskingsdesign og metodeval | 28 |
| 3.4 Kontekst og utval | 29 |
| 3.5 Gjennomføring av datainnsamling | 29 |

| | | |
|---------|---|----|
| 3.5.1 | Observasjon..... | 30 |
| 3.5.1.1 | Observasjonsskjema..... | 30 |
| 3.5.2 | Intervju..... | 31 |
| 3.5.2.1 | Intervjuguide..... | 31 |
| 3.6 | LIST-oppgåveutval | 33 |
| 3.6.1 | Oppgåve 1: Andregradsfunksjonar I (512) | 33 |
| 3.6.2 | Oppgåve 2: Bjarnes Bensindilemma (434) | 35 |
| 3.6.3 | Oppgåve 3: Fyll opp! (652) | 35 |
| 3.6.4 | Oppgåve 4: Rik eller raka fant (634) | 36 |
| 3.7 | Dataanalyse | 37 |
| 3.8 | Reliabilitet og validitet | 39 |
| 3.9 | Forskingsetikk | 40 |
| 4 | Resultat..... | 42 |
| 4.1 | Kjenneteikn ved diskursen..... | 42 |
| 4.1.1 | Ord | 42 |
| 4.1.2 | Visuelle mediatorar | 43 |
| 4.1.3 | Narrativ | 44 |
| 4.1.4 | Rutinar | 46 |
| 4.2 | Identitet | 50 |
| 4.3 | Roller: leiarar og følgjarar | 52 |
| 4.4 | Kommunikasjon | 53 |
| 4.5 | Refleksjon rundt oppgåvetypar | 55 |
| 5 | Diskusjon..... | 58 |
| 5.1 | Oversikt over studien..... | 58 |
| 5.2 | Matematisk deltaking..... | 58 |
| 5.3 | Sosial deltaking | 61 |
| 5.4 | Didaktiske implikasjonar | 63 |
| 5.5 | Manglar ved studien | 64 |
| 6 | Konklusjon | 65 |
| 6.1 | Vidare forking | 65 |
| | Referansar..... | 67 |
| | Vedlegg..... | 72 |

Figurar

| | |
|--|----|
| Figur 1: Realiseringstre for «lineær funksjon», fritt omsett etter Tabach & Nachlieli (2015) | 23 |
| Figur 2: Oppgave 1 (Skjermbilete frå MatteLIST)..... | 34 |
| Figur 3: Oppgave 2 (Skjermbilete frå MatteLIST)..... | 35 |
| Figur 4: Oppgave 3 (Skjermbilete frå MatteLIST)..... | 36 |
| Figur 5: Oppgave 4 (Skjermbilete frå MatteLIST)..... | 37 |
| Figur 6: Nora sine grafar for oppfyling av vannbeholdarar i oppgave 4 | 44 |
| Figur 7: Gruppe 4 si løysing på oppgave 4 | 46 |
| Figur 8: Carl sin grafteikning i oppgave 1b..... | 48 |
| Figur 9: Harald og Ivar si løysing på oppgave 2..... | 49 |
| Figur 10: Gry si løysing på oppgave 2 | 50 |

Tabellar

| | |
|---|----|
| Tabell 1: Janvier (1987) sine representasjonsoverganger | 23 |
| Tabell 2: Observasjonsskjema..... | 30 |
| Tabell 3: Intervjuguide..... | 32 |
| Tabell 4: Døme på koding..... | 39 |

Forkortingar

| | |
|------|--|
| NTNU | Noregs teknisk-naturvitskapelege universitet |
| NOU | Noregs offentlege utreiingar |
| LK20 | Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 |
| LIST | Låg inngangsterskel, stor takhøgde |
| m.a. | mellom anna |
| t.d. | til dømes |
| o.l. | og liknande |
| e.l. | eller liknande |
| MTL | moglegheiter til læring |
| NESH | Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitskap og humaniora |

1 Innleiing

Tema for min studie er 10. klassingar sitt arbeid med LIST-oppgåver. I dette kapittelet skal eg presentere studien min, aktualisere den og presentere forskingsspørsmål og struktur.

1.1 Bakgrunn

PISA-undersøkinga i 2022 viste historisk dårlege matematikkdugleikar hos norske 15-åringar, samt ein større andel lågtpresterande elevar enn før (Jensen et al., 2023). Elevar i grunnskulen sin motivasjon er dessutan lågast på 10. trinn (Meld. St. 22 (2010-2011)). Historisk har matematikkfaget ofte blitt kritisert for å vere mekanisk utføring av algoritmar, utan fokus på å skape samanheng med røynda (Botten, 2016). Det siste tiåret har fornying av skulefaga vore på dagsordenen, med mål om meir variasjon og djupnelæring. I NOU 2014:7 understreka Ludvigsenutvalet viktigheita av varierte læringsaktivitetar der elevar kunne arbeide undersøkande og aktivt deltakande. Prinsippet om tilpassa opplæring står sentralt, og innhaldet skal vere tilpassa elevar sine forkunnskapar og erfaringar, samtidig som elevane får tilstrekkeleg utfordring (NOU 2015:8). Ludvigsenutvalet framheva også at prinsippet byggjer på ei forståing av læring som ein sosial prosess.

Dei siste åra har den nye læreplanen LK20 blitt introdusert i den norske skulen. I overordna del av LK20 kjem fleire tankar frå NOU-ar fram: m.a. er djupnelæring eit ideal, og opplæringa skal gi «rike moglegheiter til å utvikle engasjement og utforskartrøng» (Kunnskapsdepartementet, 2017). I tillegg blir variasjon nemnt som tiltak både for å auke elevmotivasjon og for tilpassa opplæring. Matematikkfaget skal m.a. gi elevar kompetanse i utforsking og problemløysing (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Jøsendalsutvalet trakk fram elevar med stort læringspotensial, som omfattar elevar som presterer på høgt nivå, og elevar med potensial til å gjere det (NOU 2016:14). Denne elevgruppa har, jamfør Opplæringslova § 1-3, rett til tilpassa opplæring, men forskingsgjennomgangar tydar likevel på at elevar med stort læringspotensial ofte må klare seg sjølv (Børte et al., 2016). Sjølv om opplæringa skal tilpassast individet, treng den ikkje skje individuelt, og Jøsendalsutvalet (NOU 2016:14) framheva spesifikt behov for undervisingsformer som både tek omsyn til individuelle føresetnader og bidreg til samarbeid. Eit føreslått tiltak er beriking, der elevane får varierte oppgåver som tilbyr intellektuell utfordring og opnar for kreativitet (Meld. St. 22 (2010-2011)).

LIST-oppgåver er oppgåver med låg inngangsterskel og stor takhøgd, som inneber at oppgåvene er designa for at elevar uansett nivå skal kunne starte, samstundes som dei opnar for ulike strategiar på ulike nivå (Matematikksenteret, u.å.a). Opphavleg blei LIST-oppgåver utvikla for å gi utfordring til høgtpresterande elevar, men grunna den låge inngangsterskelen eignar oppgåvene seg for alle elevar (NRICH, 2019). Dermed kan LIST-oppgåver verke samlande for ein matematikkklasse, fordi alle elevane jobbar med éin felles aktivitet, samstundes som oppgåvene kan tilpassast individuelle behov. LIST-oppgåver som del av tilpassa opplæring kan vere eit godt alternativ til nivådeling, som kan ha negativ effekt på læringsmiljø og -utbyte (Meld. St. 22 (2010-2011)). Arbeid med

LIST-oppgåver er utforskande og problemløysande, og kan fremje motivasjon og kreativitet (Nosrati, 2019). Dermed svarar LIST-oppgåver på behova i norsk matematikkundervising (t.d. NOU 2014:7; NOU 2015:8; NOU 2016:14; Kunnskapsdepartementet, 2017).

I følgje Nosrati (2014, i Wæge & Nosrati, 2018) er oppgåvene sjeldan i bruk. I nyare tid er det grunn til å tru at bruken har auka, med Matematikksenteret si lansering av nettsida MatteLIST i 2018 og Utdanningsdirektoratet si tilråding av LIST-oppgåver som berikingstiltak. Likevel er mitt inntrykk, etter praksis og arbeid ved ulike skular i landet, at mange matematikklærarar framleis ikkje kjenner til oppgåvene. Det finst også lite forskning på LIST-oppgåver spesifikt, og mine litteratursøk gav få treff, slik at søket måtte utvidast til å omfatte andre oppgåvetypar (rike og opne oppgåver, samt problem). Desse liknar LIST-oppgåver, men har ikkje same vektlegging av låg inngangsterskel (McClure, u.å.a). Rike oppgåver er forska på både i heterogene grupper (Hussain & Mirza, 2014; Foster, 2018; Boaler, 1998) og som berikingstiltak (Mahagna et al., 2023; Boaler et al., 2000). I begge samanhengar viste funna auka motivasjon og oppleving av utfordring, i tillegg til meir kreativitet, fleksibilitet og sjølvstende. Samstundes kan rike oppgåver vere krevjande, og Fitriati et al. (2021) påpeiker at oppgåvetypen krevjer erfaring. Foster (2018) innvender også at elevar ofte veljer kjende strategiar framfor å utvikle nye, sjølv om oppgåvene opnar for det. Med utgangspunkt i desse funna er det interessant for meg å undersøke korleis elevar jobbar med LIST-oppgåver, som både kan løysast enkelt, men også meir kreativt og sofistikert.

Ettersom LIST-oppgåver både omfattar eit fagleg aspekt, med tilgjengeleg og fleksibelt matematikkinnhald, men også ein sosial dimensjon, med samlande oppgåver på tvers av nivå, er det interessant å sjå på elevane sitt arbeid både fagleg og sosialt. Sfard (2007; 2008; 2020) sin kognisjonssteori anser matematikkundervising som ein sosial prosess, og er difor velegna til dette formålet. Fleire studiar av oppgåvesituasjonar har nytta kognisjonsrammeverk (t.d. Cooper & Lavie, 2021; Nachlieli & Tabach, 2022; Lu et al., 2023), men ingen har undersøkt LIST-oppgåver. Presmeg (2015) argumenterer også for kognisjonsrammeverk sin nytteverdi som rammeverk, særleg fordi det tilbyr verktøy for å kategorisere både sosiale og kognitive delar av matematikkarbeid.

Av praktiske omsyn er funksjonar tema for LIST-oppgåvene i denne studien. Valet er gjort fordi elevane arbeidde med funksjonar på tidspunktet for datainnsamling, og deltaking i min studie skulle ikkje vere til ulempe for deltakarane. I tillegg blir langtidsminne som suksessfaktor mindre avgjerande. Samstundes medfører det at eg må vere kjend med sentrale funksjonsdidaktiske prinsipp, som eg gjer kort reie for i teorikapitlet 2.3. Funksjonar er altså tema for oppgåvene, men grunna studien sitt omfang er funksjonar ikkje hovudfokus i min studie.

1.1.1 Forskar sin bakgrunn

Eg ønskjer gjere reie for min bakgrunn, både for å avklare forskarbias for styrking av studien sin validitet (Creswell & Creswell, 2018), men også som eit ledd i bracketingprosessen i fenomenologiske studiar (Moustaka, 1994, i Creswell & Poth, 2018).

Mi interesse for studien sitt tema kjem av ei livslang, glødande interesse for realfag, og særleg matematikk. Frå min eigen matematikkundervising som elev hugsar eg faget som algoritmeprega, men likevel givande. I 10. klasse fekk eg forsere 1T-matematikk, og utvikla ei endå sterkare tilknytning til faget, men opplevde også einsemd med å alltid

arbeide åleine med matematikk. I løpet av lærarstudiet har eg blitt presentert for utforskande arbeid, og opplevd kor mykje engasjement dette kan utløyse hos elevar. Eg ønskjer å leggje min framtidige praksis opp mot dette idealet. Såleis er temavalet motivert av mine interesser. I tillegg er eg oppteken av elevar med stort læringspotensial. Før eg starta på masteroppgåva spurde eg Ella Idsøe, som har forska mykje på desse elevane i Noreg, om kva som var aktuelt på denne fronten, og ho tipsa om LIST-oppgåver. Trass i at eg sjølv har delteke i forseringstilbod, vurderer eg berikingstiltak som meir tilgjengeleg og gunstig for både lærar og elevar i mange tilfelle, dersom dei blir ordentleg lagt opp.

Forskingsmessig er min bakgrunn beskjeden, men 3. året på lærarutdanninga skreiv eg FoU-oppgåve om elevhaldningar i naturfag. Eg er difor kjend med elevintervju som forskingsmetode, som eg vil seie både gjer metoden meir tilgjengeleg for meg, men også gjer meg til ein betre utførar av metoden. Dessutan er eg oppteken av å fremje elevperspektiv og å ta elevar på alvor når det kjem til utforming av deira læringsprosessar. Både temaval og metodeval er altså gjort på bakgrunn av mine egne interesser og erfaringar, men eg strebar mot å frigjere meg frå egne erfaringar og antakingar i utføringa av studien.

1.2 Forskingsspørsmål

Nedadgåande resultat og motivasjon på ungdomstrinnet gir behov for endring av matematikkundervising, og tiltak som varierte arbeidsformer, beriking og utfordrande oppgåver er tilrådd (t.d. Meld. St. 22 (2010-2011), Kunnskapsdepartementet; 2017). Rike oppgåver er vist å ha positive effektar, men kan også vere vanskelege (t.d. Fitriati et al., 2021). Her skil LIST-oppgåver seg ut ved å både opne for eit mangfald av løysingsstrategiar, samtidig som låg terskel for å starte på oppgåva er vektlagd. Mine litteratursøk viser lite forskning på LIST-oppgåver, og studiar av oppgåvetypar er i stor grad frå andre land. LIST-oppgåver er heller ikkje undersøkt kognitivt. Med den truleg aukande bruken av LIST-oppgåver i nyare tid er det interessant å studere fenomenet i norsk skulekontekst. Korleis jobbar ungdomsskuleelevar med LIST-oppgåver? Utnyttar dei handlingsrommet som LIST-oppgåvene tilbyr? Korleis kommuniserer dei sine idéar? Kva behov har dei i arbeidet?

Meir kunnskap om korleis ungdomsskuleelevar jobbar med LIST-oppgåver vil gjere lærarar betre i stand til å organisere arbeidet i heterogene grupper, der elevar på ulike nivå har ulike behov, og lærar må tilpasse matematikkundervisinga til samtlege.

For å bidra med innsikt i problema presentert ovanfor, har eg formulert følgjande forskningsspørsmål:

Korleis deltek elevar i 10. klasse i arbeid med LIST-oppgåver om funksjonar?

I deltakingsomgrepet legg eg den kognitive tydinga, som omfattar både matematisk og sosial deltaking.

1.3 Oversikt

For å finne svar på forskningsspørsmålet har eg nytta eit kognitivt rammeverk og kvalitativ metode i form av observasjon og intervju. Resultata blei tematisk analysert. I dette kapitlet har eg presentert fokus og kontekst for studien min, og

forskingsspørsmålet som resten av studien tek utgangspunkt i. I neste kapittel legg eg fram teori om LIST-oppgåver, presenterer kognisjon som rammeverk for studien og gjer kort reie for funksjonsdidaktiske omsyn, samt tidlegare forskning, både LIST-oppgåverelatert og kognitiv. I kapittel 3 utdjupar eg mine metodiske val og utføringar. Vidare, i kapittel 4, blir resultat frå observasjon av fem elevgrupper og intervju av seks elevar presenterte. Funna blir diskutert opp mot den presenterte teorien i kapittel 5, og det blir gitt implikasjonar for undervising og innvendingar mot mi eiga studie. Studien blir runda av i kapittel seks, med konklusjonar og forslag til vidare forskning.

2 Teori

I dette kapitlet skal eg presentere og grunngi mitt teoretiske rammeverk, i tillegg til å forklare sentrale teoretiske omgrep. I delkapittel 2.1, vil eg sjå nærare på kva LIST-oppgåver er, og korleis og kvifor dei bør nyttast i matematikklasserom. Studien min tek ein kommgognitiv ståstad, og kommgognisjon vil bli gjort reie for i delkapittel 2.2 og eksemplifisert innan funksjonsdiskursen. I tillegg vil eg gi ei kort innføring i funksjonar sin plass i skulematematikken i delkapittel 2.3. Til slutt, i delkapittel 2.4, vil eg presentere tidlegare forskning som er relevant for min studie.

2.1 LIST-oppgåver

Opggåver med låg inngangsterskel og stor takhøgd (LIST-oppggåver), er oppgåver som gir alle elevar høve til å starte og jobbe med på eige nivå, men som óg opnar for fleire moglege strategiar og tenkjemåtar (Wæge & Nosrati, 2018). LIST-oppggåver blei opphavleg utvikla av NRICH ved University of Cambridge for å dekkje høgtpresterande elevar sine behov for utfordring, men oppgåvene har sidan vist seg å passe elevar på alle nivå (NRICH, 2019). NRICH nyttar ein analogi for å skildre LIST-oppggåver:

”Sjå føre deg eit rom. Det er uproblematisk å kome seg inn i rommet - eit par, små skritt, så er du inne. Når du først er inne er det mange moglege aktivitetar: fleire av dei er like enkle som det var å kome seg inn, medan andre er meir utfordrande. Den einaste avgrensinga for aktivitetsutvalet er plassen i rommet og høgda.” (McClure, u.å.b, mi omsetjing).

I Noreg har Matematikksenteret lansert nettsida MatteLIST.no. På MatteLIST.no finst LIST-oppggåver for barnehage, barnetrinn, ungdomstrinn og vidaregåande, i tillegg til lærarrettleiing og læreplankart som viser relevans ut frå læreplanmål. For nokre oppgåver er det utarbeidd løysingsforslag, og nokre oppgåver har også innsendte løysingar frå elevar.

Trass i engasjement for LIST-oppggåver frå fleire hald viser mine litteratursøk at det er lite forskning på denne spesifikke oppgåvetypen, og meir på rike oppgåver, som ikkje nødvendigvis vektlegg tilgjengelegheit (Nosrati, 2019). Særleg lite finst om ungdomsskuleelevar. Forskingsmangelen, saman med faktumet at MatteLIST er ein forholdsvis ny ressurs i Noreg, gjer det interessant for meg å undersøke LIST-oppggåver.

2.1.1 Kvifor jobbe med LIST-oppggåver?

Det er fleire argument for å implementere LIST-oppggåver i matematikklasserom. Når det gjeld matematikkføring, trekk Wæge og Nosrati (2019) fram at LIST-oppggåver kan fremje motivasjon og metakognisjon. Motivasjonsaspektet av LIST-oppggåver handlar om at elevar får vise det dei kan, framfor det dei ikkje kan, og dei får høve til å overraske læraren med kreative innfallsvinklar. Sjølv om innhaldet i LIST-oppggåver i utgangspunktet er enkelt, er det likevel moglegheit for å drive sofistisert matematisk tenking på høgare nivå (Wæge & Nosrati, 2018). Arbeid med LIST-oppggåver er utforskande og problemløysande, og opnar for ulike løysingar og representasjonar (Nosrati, 2019). NRICH-teamet (2019) framhevar ei tru på at LIST-oppggåver hjelp elevar med å utvikle seg til kompetente og sjølvsikre matematikarar.

Eit anna argument for å jobbe med LIST-oppggåver er den sosiale dimensjonen av arbeidet. Wæge og Nosrati (2018) hevdar at LIST-oppggåver kan fremje ein positiv klasseromskultur, fordi alle elevane jobbar med same oppgåve, som etterpå kan diskuteras i fellesskap. Dette står i kontrast at heile klassen gjer lukka aktivitetar der

nokre blir fort ferdig og kjedar seg, medan andre blir hengande bak og kjenner seg ekskluderte (McClure, u.å.b). Arbeid med LIST-oppgåver handlar om å lytte til andre sine idear, kome med eigne idear, stille spørsmål og forsøke å forstå andre sine strategiar (Olafsen & Maugesten, 2022). På denne måten både fordrar og bidreg LIST-oppgåver til aktiv deltaking og samarbeid (Wæge & Nosrati, 2018).

LIST-oppgåver blir også nemnt som eit mogleg berikingstiltak for elevar med stort læringspotensial (Utdanningsdirektoratet, 2021). Omgrepet "elevar med stort læringspotensial" dekkjer både elevar som presterer høgt, og elevar med potensial til å gjere det (NOU 2016:14, kap 2). Berikingstiltak har si styrke i at elevane får bli i klasserommet (Nosrati, 2019). I staden for å auke mengd og tempo på læringsinnhald, får elevane gå i djupn på matematiske tema, og får utfordring ved å auke takhøgda og nivået på eiga tenking. Utdanningsdirektoratet (2021) trekkjer også fram LIST-oppgåver som "et godt eksempel på pedagogisk differensiering". I heterogene klasserom er det viktig å påpeike at elevar har ulike behov for støtte, og lærar må stille riktige spørsmål for å tilby støtte utan å lukke oppgåva (Piggot, 2018). Dessutan kan elevar innta ulike roller i møte med LIST-oppgåver, både når det gjeld kor langt opp mot takhøgda dei er villige til å gå, og når det gjeld kva roller dei inntek overfor kvarandre (Piggot, 2018).

2.1.2 Omgrepsavklaring: LIST, rike, opne og problem-oppgåver

LIST-oppgåver har mykje til felles med rike oppgåver, men skil seg ut ved nettopp den låge inngangsterskelen og tilgjengelegheita (Nosrati, 2019). Også McClure (u.å.a) ved NRIC skiljer mellom rike oppgåver og LIST-oppgåver, ved å påpeike at LIST-oppgåver er utforma for å vere lett tilgjengelege, slik at alle elevar, uansett nivå, skal kunne arbeide engasjert med dei. Dei har lågt startpunkt, t.d. i form av enkle instruksjonar eller grunnleggande kunnskap innan det aktuelle matematiske temaet, samtidig som dei opnar for ei rekkje utforskande innfallsvinklar. Elevar kan arbeide meir eller mindre sofistikert (matematisk) med same oppgåva. På den andre sida startar rike oppgåver med ein tydelegare utfordring, men opnar for ulike ruter og endepunkt (McClure, u.å.a). Likevel set fleire likskapsteikn mellom LIST-oppgåver og rike oppgåver (t.d. Matematikksenteret, u.å.a; Wæge & Nosrati, 2018; Piggott, 2018), og ettersom desse skiljene i varierende grad blir praktiserte, er også delar av litteraturgrunlaget for denne oppgåva basert på litteratur om rike oppgåver.

I tillegg kjem omgrepet "problem". Sjølv om problemomgrepet kan nyttast som synonym for "oppgåve", er det i nokre tilfelle også ansett som ein spesiell type utfordrande oppgåve. Nolte & Pamperien (2017) definerer problem som "spørsmål som inneheld hinder som ikkje kan forserast med kjende prosedyrer", og framhever at definisjonen medfører at kva som er eit problem vil vere individuelt. Sheffield (2003) nyttar også problemomgrepet, og nemner kjenneteikn på eit godt problem, der det m.a. blir nemnt at dei bør vere rike og opne. Opne oppgåver kan også ha ulike tydingar - det kan vere oppgåver på skalaer mellom m.a. ope svar/lukka svar, open metode/lukka metode, og ei meir eller mindre utvidbar oppgåve (Yeo, 2017). Ut frå desse skalaene kan rike oppgåver gå innunder opne oppgåver, til dømes som oppgåver med open metode eller open løysing, men det er ikkje likskapsteikn mellom open og rik. Både problem og opne oppgåver kan altså ta form som rike oppgåver, og, dersom dei er lett tilgjengelege rike oppgåver, ta form som LIST-oppgåver.

2.2 Kommognisjon

2.2.1 Bakgrunn for val av kommognisjon som rammeverk

Kommognisjon er valt som rammeverk for denne studien av både personlege og matematikkforskningsrelaterte årsaker. Eg vart presentert for kommognisjon tidlegare i utdanningsløpet, og opplevde at teorien skildra læring på ein måte eg kunne kjenne igjen mine eigne og mine elevar sine læringsprosessar i. Kommognisjon er også eit nyttig perspektiv for å sjå på både fagleg og sosial deltaking. I tillegg blei eg rådd til å nytte kommognisjon av rettleiaren til Tøsse & Rege (2023), som også undersøkte oppgåvetypar med kommognitivt rammeverk, på bakgrunn av deira gode erfaringar.

Sfard (2020) hevdar at ei kommognitiv tilnærming er den einaste som sameinar tenking og kommunikasjon, framfor å sjå dei isolerte. Trass i at Sfard (2008) understrekar at kommognisjon ikkje er ein matematikkspesifikk teori, presenterer ho teorien i matematikkfagleg samanheng i sin litteratur. Med andre ord er kommognisjon velegna til bruk i matematikkfagleg forskning. Presmeg (2015) trekk fram kommognisjon som velegna rammeverk fordi ein som forskar får eit omfattande utval av konseptuelle verkøy for elementa ein utforskar. Kommognisjon omfattar både sosiale og kognitive delar av det matematiske arbeidet, og dette omfanget gjer det mogleg å i stor grad kategorisere prosessen. Mine litteratursøk viser at kommognisjon oftare er nytta som rammeverk for (både vitenskaplege artiklar og) masteroppgåver dei siste fem-ti åra. Samstundes understrekar Presmeg (2015) at det er mykje urealisert potensial i utnytting av teorien. Denne studien vil avgrense seg til å omhandle matematikkdiskursen og deltaking i den.

2.2.2 Kommognisjonsomgrepet

Kommognisjon, presentert av Sfard (2008), er ei tilnærming til læring som sameinar kommunikasjon og kognisjon. Tilnærminga byggjer på læringsteoretiske perspektiv frå Vygotsky, men går lenger i å dele inn menneskeleg aktivitet i ulike domene, i tillegg til å fokusere på både individ og fellesskap (Sfard, 2008; Sfard, 2020). Kommognisjonsteori tek utgangspunkt i at kommunikasjon kan vere både intra- og interpersonell, slik at tenking får status som individualisert kommunikasjon (Sfard, 2008). Kommunikasjon kan sjåast på som eit spel, og er ein kollektiv og regeldriven aktivitet, som legg grunnlaget for andre aktivitetar i ein fellesskap (Sfard, 2006).

Ulike typar kommunikasjon som får nokre individ saman og ekskluderer andre utgjer *diskursar* i kommognisjonsteori (Sfard, 2008). Dei inkluderte blir deltakarar i diskursen. Det er ingen krav til storleik eller tal på deltakarar for kva som utgjer ein diskurs. Vidare medlemskap i ein diskurs er vunnen gjennom deltaking i kommunikative aktivitetar i ein fellesskap som praktiserer diskursen (Sfard, 2006).

2.2.3 Matematikk som diskurs

Frå ein kommognitiv ståstad er matematikk ein diskurs som skil seg frå andre diskursar ved nokre karakteristiske eigenskapar: omgrep, visuelle mediatorar, narrativ og rutinar (Sfard, 2006).

Ord er spesifikke og meiningsberande omgrep for diskursen, slik at bruk av desse er eksklusivt for medlemar (Sfard, 2008). I funksjonssamanheng nyttar vi t.d. "funksjon", "stigningstal" og "konstantledd".

Visuelle mediatorar er synlege objekt som deltakarar i diskursen nyttar for å identifisere objektet dei snakkar om og for å forenkle kommunikasjonen (Sfard, 2007). I matematikk inneber dette t.d. formlar, grafar, teikningar og diagram.

Narrativ er all tekst, både munnleg og skriftleg, som skildrar matematiske objekt. Desse må konstruerast og underbyggast ut frå diskursspesifikke reglar, og kan anten godkjennast eller forkastast av deltakarane i diskursen (Sfard, 2008). I matematikk er definisjonar, bevis og teorem døme på godkjente narrativ (Sfard, 2020). Samstundes er godkjenninga avhengig av fellesskapen i diskursen skjer i: på lågare matematisk nivå vil det stillast andre krav til kva som blir godkjent, avhengig av kven som deltek og kva diskursen rommar på det tidspunktet. Narrativ kan delast inn etter objektnivå og metanivå, avhengig av om det omhandlar reglar for behandling av matematiske objekt eller reglar for diskursen i seg sjølv (Sfard, 2007). I denne studien vil narrativ på objektnivå omhandle t.d. definisjon av kva ein funksjon er, medan narrativ på metanivå vil vere bestemt av den matematiske fellesskapen i utvalet.

Rutinar er gjentakande mønster som er karakteristiske for diskursen, og delast også i objekt- og metanivå (Sfard, 2008). Rutinar på objektnivå blir regulerte av eigenskapane til det aktuelle objektet, til dømes å vite kva rutine ein kan nytte for å sjekke om eit oppgitt punkt stemmer med funksjonsdefinisjonen. Rutinar på metanivå omfattar reglar for omgrepsbruk eller kriterium for godkjenning av narrativ. Metareglar er implisitte, og lærast gjennom døme og arbeid (Sfard, 2007). Anvendning av rutinar omhandlar både korleis ein skal utføre ei handling eller anvende ei prosedyre, og når ein skal gjere det (Sfard, 2008).

Rutinar kan delast inn i ritual og utforskande rutinar (Sfard, 2008). Dersom rutina er prosessorientert, er det eit ritual, medan ei produktorientert rutine er utforskande. Kva orientering rutinen har, vil vere avhengig av eleven. Ein elev som handlar ut frå eit ønske om å oppnå sosial belønning eller å unngå ein straff, vil utføre eit ritual. Ritual inneber som regel å imitere andre sin rutine, utan å ta eigne avgjersler. På den andre sida vil ein elev som utfører ei utforskande rutine ha fokus på resultat, og gjerne ha eit mål om å konstruere godkjente narrativ. Sfard (2008) poengterer også at rutinar ikkje utelukkar kreativitet, ettersom det alltid vil vere individuelle variasjonar i utøvinga av rutinar, i tillegg til individ som bryt reglar og bidreg til innovative endringar.

Kva som er ritual og utforskande rutine er avhengig av person - å utføre ein algoritme kan vere ritual for ein elev, og utforskande for ein annan, avhengig av eleven sitt fokus (Christiansen et al., 2023). Sjølv om det er ønskeleg at elevane skal drive utforskande matematikk, er det viktig å understreke at ritual er naudsynt for at elevane skal kunne erfare nytteverdi ved rutinar (Lavie et al., 2019). Cooper & Lavie (2021) påpeikar også at rituell og utforskande deltaking er ekstremar, og at dei fleste måtar å delta i matematikkdiskursen vil ligge ein stad imellom.

2.2.4 Matematikklæring i kognisjon

Innan kognitiv teori inneber matematikklæring å bli deltakar i, og på sikt individualisere, den matematiske diskursen (Sfard, 2020). Denne læringa kan skje på objekt- og metanivå. På objektnivå skjer læring som utviding av diskursen, i form av utvida ordforråd, konstruksjon av nye rutinar eller produksjon av nye godkjente narrativ (Sfard, 2008). Læring på metanivå omfattar endring i metareglar i diskursen, slik at ei kjent oppgåve blir gjort på ein annleis, hittil ukjent måte (Sfard, 2008). Medan objektnivå læring kan skje åleine, krev læring på metanivå hjelp frå ein meir erfaren deltakar i diskursen (Sfard, 2020).

Når ein mindre erfaren deltakar blir introdusert for nye diskursive reglar, kan det oppstå ein *kognitiv konflikt* (Sfard, 2007). Mindre og meir erfarne deltakarar handlar etter ulike metareglar, og diskursane deira blir inkommensurable - dei har ulike kriterium for når eit narrativ skal godkjennast (Sfard, 2007). Steget vidare frå ein kognitiv konflikt går ut på å bli einige om kva diskurs som skal vere leiande, og kva rolle dei ulike deltakarane skal ha - og dei inngår ei *lærings-undervisingsavtale* (Sfard, 2008). Ein

erfaren deltakar kan ta rolla som leiar, medan dei andre deltakarane aksepterer rolla som "følgjarar" (Sfard, 2020). På denne måten overkjem dei mindre erfarne deltakarane den kognognitive konflikten og får innsikt i ny diskurs.

Sfard (2020) understrekar at nye diskursar ikkje nødvendigvis spring ut frå eit oppriktig behov for dei der og då. Ingen oppgåver som lærar kjem med vil kunne respondere til alle elevar sine behov og interesser. Den einaste måten å delta i ny diskurs i starten er å imitere det ekspertdeltakaren gjer. Imitasjonen er sosialt motivert, heller enn å vere motivert av den lærande sine interesser (Sfard, 2020). Læring på metanivå *må* dermed begynne med ritual. Sidan kan rituala utviklast til utforskande rutinar, dersom deltakaren held fram med å delta i - og ser nytteverdien av - den nye diskursen.

Prosesen der matematiske rutinar utviklast frå ritual til utforskande rutinar er kalla *deritualisering* (Lavie et al., 2019). I deritualiseringsprosessen blir deltakaren si merksemd flytta frå utøving til utfall. Prosessen skjer gradvis og er tidkrevjande, og ei fullstendig oversikt over ein elev sin deritualisering fordrar observasjon over lang tid (Lavie et al., 2019). I deritualiseringa skjer endringar i eigenskapar til rutinane, innan fleksibilitet, binding, anvendeleghet, agentivitet, objektivering og underbygging.

Fleksibilitet oppnåast når deltakaren anerkjenner at det er meir enn éin måte å utføre éi og same oppgåve på, slik at merksemda er flytta frå prosess til resultat (Lavie et al., 2019). Til dømes kan ein elev finne funksjonsverdien til $f(x)=x^2$ både grafisk og algebraisk, sidan resultatet er det same.

Binding handlar om at ein rutine ikkje skal vere ei uryddig blanding av steg, men samanhengande steg som byggjer på kvarandre til ei samansett og bunden rutine (Lavie et al., 2019). Til dømes må ein elev kunne avlese ein verditabell for å finne punkt, som så kan teiknast inn i eit koordinatsystem for å teikne ein graf, som eleven deretter kan lese av eit funksjonsuttrykk for. Prosessen mot å finne eit funksjonsuttrykk fordrar at eleven veit kva steg som kjem før resultatet, og samanhengen mellom desse.

Anvendelegheit for ein rutine er avhengig av kor mange oppgåvesituasjonar rutinen kan nyttast i (Lavie et al., 2019). For ritual er anvendelegheta svært avgrensa - ritualet kan, etter deltakaren si erfaring, berre reproduserast i den spesifikke situasjonen den er nytta i tidlegare, ettersom fokuset ligg på prosess og ikkje resultat (Lavie et al., 2019). Ei utforskande rutine vil derimot kunne ha nytteverdi for deltakaren på tvers av fleire oppgåvesituasjonar. Til dømes vil kjennskap til stigningstal som noko meir enn berre "det som står framfor x i funksjonsuttrykket" gi eleven høve til å bruke kunnskapen når eleven skal lese av funksjonsuttrykk frå ein graf, eller når eleven seinare skal lære derivasjon.

Agentivitet inneber at deltakaren kan ta avgjersler utan støtte frå andre, og framviser uavhengig aktivitet og engasjement (Lavie et al., 2019). I utøving av ritual vil ikkje deltakar fritt bestemme kva som skal gjerast og når - deltakaren følgjer ein annan, leiande person, som fortel når og korleis prosedyra skal utøvast. I løpet av deritualiseringa blir rutinar og avgjersler om når dei skal nyttast meir individualiserte (Lavie et al., 2019). Til dømes kan ein elev nytte eksisterande, utforskande rutinar for kjende funksjonar til å utforske ein ny type funksjon.

Objektivering skjer når kommunikasjonen rundt ein matematisk situasjon blir meir abstrakt (Lavie et al., 2019). Ein rutine blir frigjort frå ein spesifikk oppgåvesituasjon og generalisert til ein rutine for alle matematiske objekt av same type, og kan sidan nyttast i andre oppgåvesituasjonar. Lavie et al. (2019) påpeikar at objektivering også kan observerast i språket til deltakarane som auka bruk av substantiv. Objektivering i funksjonssamheng kan vere når ei funksjonsoppgåve ikkje lenger handlar om kor eleven skal merke av konstantledd på y -aksen eller finne punkt for å trekke ei linje mellom, men ser at graf og funksjonsuttrykk heng saman og begge er realiseringar av objektet funksjon.

Underbygging er deltakaren si evne til å grunngi sine val i møte med ein oppgåvesituasjon (Lavie et al., 2019). Dersom deltakaren er prosessfokusert, vil hen ikkje ha kriterium for å vurdere resultatet, men berre skildre prosessen hen har gjort. Underbygging kan kome fram ved at deltakaren kan vise kvifor resultatet blir slik det blir,

eller bruke ei alternativ prosedyre for å vise at resultatet blir det same (Lavie et al., 2019). Til dømes kan ein elev som har funne funksjonsverdien av 3 i funksjonsuttrykket $f(x)=x^2$ vise til at funksjonsuttrykket som likning med funksjonsverdien som svar; $x^2=9$, gir at x er lik 3.

Trass i at desse opplista eigenskapane ved deritualiseringsprosessen er teikn på at ein rutine går mot å vere utforskande, er det viktig å understreke at endringar i desse berre vil vere steg i deritualisering dersom deltakaren si merksemd faktisk skiftar frå prosess til resultat (Lavie et al., 2019).

2.2.5 Identitet

Sfard (2020) trekkjer fram at identitet kan vere ein påverknadsfaktor i matematikklæring. Deltakarane er ikkje berre involverte i diskursen om matematiske objekt, men også i ein diskurs om subjektivering. Subjektiveringsdiskursen er ein både openlys og skjult samtale om deltakarane, som fortel historiar om eigenskapane til deltakarane (Sfard, 2020). Matematikklæring blir såleis eit samspel mellom matematisering, der deltakarane snakkar om matematiske objekt, og identifisering, der deltakarane snakkar om seg sjølv og kvarandre (Heyd-Metzuyanım & Sfard, 2012). Slike identitetsskapande narrativ kan gi sjølvoppfyllande profetiar - deltakarar som blir fortalde at dei er "sterke", trur på det og handlar deretter, medan deltakarar som blir fortalde at dei er "svake", vil redusere sitt engasjement i diskursen, og dermed oppleve mindre effektiv matematikklæring (Sfard, 2020). På denne måten blir effekten av identitetsskapande narrativ ekstra sterk og følgjeleg langvarig. Heyd-Metzuyanım & Sfard (2012) viser også til at indentifiseringsstrev kan forhindre læring, fordi identifiseringsaktiviteten kan forstyrre matematiseringa.

2.2.6 Oppgåvesituasjonar i kommognisjon

Ettersom denne studien tek for seg ein oppgåvetype, er det også interessant å sjå på kommognitive perspektiv på oppgåver. Oppgåvesituasjonar er alle situasjonar der ein person anser seg som nøydd til å handle (Lavie et al., 2019). I møte med ein oppgåvesituasjon vil ein elev kunne handle eller ikkje avhengig av tidlegare, liknande erfaringar, kalla *presedensar* (Lavie et al., 2019). Eleven vil leite etter *presedensar* i sitt *presedens-søkerom* for å finne oppgåvesituasjonar frå tidlegare med liknande eigenskapar som den noverande, og tolke oppgåva til å kunne løysast ved liknande prosedyrar. Ein rutine i ein oppgåvesituasjon er oppgåva, slik den er tolka av eleven, saman med prosedyren eleven nyttar for å gjere oppgåva (Lavie et al., 2019).

Lærer sitt val av oppgåver verkar inn på elevane sine moglegheiter for læring. Nachlieli og Tabach (2019) skil mellom *ritual-mogleggjerande* og *utforskingkrevjande moglegheiter-til-læring (MTL-ar)*. Moglegheiter til læring er når omstenda opnar for at elevar kan engasjere seg i og bruke tid på oppgåver (Nachlieli & Tabach, 2019). Ritual-mogleggjerande MTL-ar oppstår når lærar tilbyr oppgåver som kan utførast ved å utføre ei prosedyre nøyaktig slik elevane har lært. Ordvalet "mogleggjerande" er grunngitt i at sjølv om elevane får høve til ei rituell løysing, kan det framleis hende at nokre elevar har ein meir utforskande innfallsvinkel (Nachlieli & Tabach, 2019). Utforskingkrevjande MTL-ar kjem av at lærar legg fram oppgåver som ikkje kan løysast med ritual. Ei oppgåve er berre utforskingkrevjande når den truleg ikkje vil løysast av nokon elev ved hjelp av ritual - ellers er den berre utforskingmogleggjerande (Nachlieli & Tabach, 2019). Val av oppgåve verkar dermed inn på kva moglegheiter elevar får til å inngå i ritual, utforskande rutinar og deritualisering.

2.3 Funksjonar

2.3.1 Bakgrunn for val av funksjonar

Val av funksjonar som matematisk tema er gjort av fleire omsyn. For det første var det eit naudsynt grep for å avgrense oppgåva. For det andre er funksjonar eit tema elevar jobbar med i både 8. klasse og 10. klasse på ungdomstrinnet (Kunnskapsdepartementet, 2019). Dessutan hadde elevane i utvalet mitt funksjonar i matematikkundervisinga i perioden eg samla inn data, og det var viktig for meg at deltaking i studien min ikkje var til ulempe for dei. Vidare vil eg også legge til at funksjonar er kognitivt interessant, ettersom det knyt saman fleire diskursar, som algebraiske uttrykk, linjer i planet og aritmetikk (Nachlieli & Tabach, 2012).

2.3.2 Læreplanen LK20 om funksjonar

I direkte tilknytning til funksjonar er det i læreplanen LK20 nedfelt at elevar etter 8. klasse skal kunne "utforske, forklare og samanlikne funksjonar knytte til praktiske situasjonar" og "representere funksjonar på ulike måtar og vise samanhengar mellom representasjonane" (Kunnskapsdepartementet, 2019). Etter 10. klasse skal elevane kunne "utforske og samanlikne eigenskapar ved ulike funksjonar ved å bruke digitale verktøy", "rekne ut stigingstalet til ein lineær funksjon og bruke det til å forklare omgrepa endring per eining og gjennomsnittsfart", "utforske samanhengen mellom konstant prosentvis endring, vekstfaktor og eksponentialfunksjonar" og "bruke funksjonar i modellering og argumentere for framgangsmåtar og resultat" (Kunnskapsdepartementet, 2019). I tillegg kjem arbeid med læreplanmål og kjerneelement med tilknytning til funksjonar.

Ettersom elevane i studien går i 10. klasse, kan eg anta at dei har gjennomgått læreplanmåla for 8. trinn, og at dei er i gang med dei for matematikk i 10. klasse.

2.3.3 Funksjonsdefinisjonen

Bourbaki (1934, i Sfard, 1991) definerte funksjonar med utgangspunkt i mengdelære, der funksjonar er "eit sett av ordna par". Definisjonen er i stor grad akseptert som funksjonsdefinisjon, men er også kritisert for å vere for abstrakt for skulematematikken (Tabach & Nachlieli, 2015). I norske matematikklærebøker for ungdomstrinnet blir omgrepet *funksjon* definert som:

Maximum 10: "Funksjoner kan være uttrykk for sammenhenger knyttet til noe vi kan måle eller observere" (Tofteberg et al., 2021, s. 88).

Matemagisk 8, henvist til i Matemagisk 10: "Når vi skal beskrive hva en funksjon er, kan vi beskrive funksjonen som en funksjonsmaskin. Vi kan putte et tall inn i maskinen, maskinen gjør noe med tallet etter en bestemt regel, og det kommer et svar ut av maskinen" (Kogsnes & Wallace, 2020, s. 202).

Matematikk 10: "En funksjon, og grafen til funksjonen, viser sammenhengen mellom to variable størrelser." (Hjardar & Pedersen, 2021, s. 95).

Funksjonsmaskina, som blir nemnt i Matemagisk si forklaring av funksjon, er framtrekande i mykje didaktisk litteratur om funksjonar. Sjølv om metaforen er svært forenkla, og difor kan kritiserast for å kunne leie til misoppfattingar, får han tydeleg fram noko sentralt ved funksjonar: ideen om eit input, som gjennom ein funksjonsmekanisme blir endra og kjem ut som eit output (Schou et al., 2013).

2.3.4 Representasjonar/realiseringar

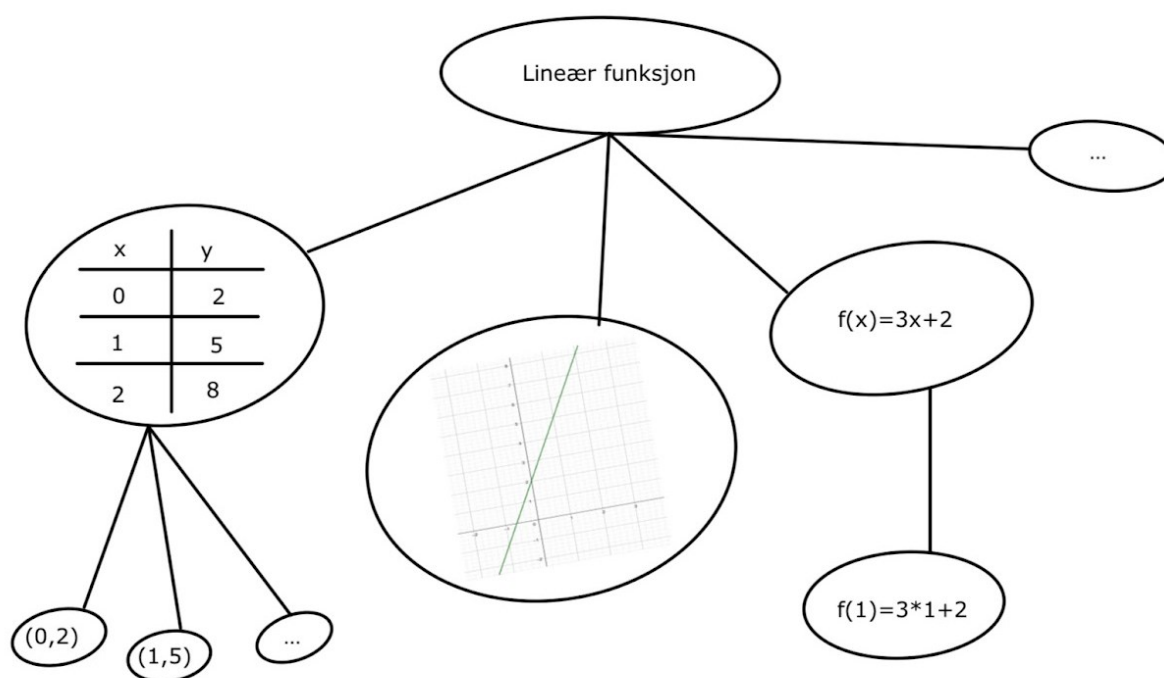
Janvier (1987) legg til grunn at funksjonar har ulike representasjonar; situasjonar og verbale skildringar, tabellar, grafar og uttrykk. For å forflytte seg mellom desse skjer representasjonsovergangar som er spesifikke for ulike par av representasjonane:

Tabell 1: Janvier (1987) sine representasjonsoverganger

| (Til bort, frå ned) | Situasjonar, verbal skildring | Tabellar | Grafar | Uttrykk/ formlar |
|--------------------------------------|-------------------------------|-----------|------------|---------------------|
| Situasjonar, verbal skildring | | Måling | Skissering | Modellering |
| Tabellar | Tolking av tabell | | Plotting | Tilpassing |
| Grafar | Tolking av graf | Avlesing | | Kurvetilpassing |
| Uttrykk/ formlar | Parameter- gjenkjenning | Utrekning | Skissering | |

Ein overgang involverer alltid to typar representasjonar, og må gjerast medvite, ut frå kva formålet med omsetjinga er. Janvier (1987) trekk fram evna til representasjonsoverganger som viktig for problemløysing.

Det er verdt å påpeike at i kognognitive studiar skjer enkelte omgrepsendringar, slik at grafar, tabellar, algebraiske uttrykk og verbale skildringar vil vere *realiseringar* av *signifieren* "funksjon".



Figur 1: Realiseringstre for «lineær funksjon», fritt omsett etter Tabach & Nachlieli (2015)

2.4 Tidlegare forskning

2.4.1 LIST-oppgåver

Som nemnt i delkapittel 2.1 viste mine litteratursøk lite forskning på LIST-oppgåver, men eg vurderer det slik at forskning på rike og opne oppgåver, samt problem, til dels kan kompensere for litteraturmangelen.

Rike og opne oppgåver er forska på i heterogene grupper med positive resultat (Hussain & Mirza, 2014; Foster, 2018; Mahagna et al., 2023; Boaler, 1998). Hussain & Mirza (2014) undersøkte problemløysing i grupper på ungdomsskulenivå, fann at bruk av rike oppgåver gav auka motivasjon hos elevane, utfordring på fleire nivå og moglegheit for utviding hos dei elevane med behov for det. Mahagna et al. (2023) studerte 142 niandeklassingar på ulike matematiske nivå, som deltok i eit berikingsprogram over eitt år, der dei vekentleg arbeidde med rike oppgåver. Funna i deira studie viste, i likskap med Hussain & Mirza (2014) si, at elevane utviste auka kreativitet og fleksibilitet etter regelmessig arbeid med rike oppgåver. I tillegg hadde elevane meir positive haldningar vedrørende både matematikklæring og oppfatting av eigen suksess i matematikk etter deltaking i berikingsprogrammet (Mahagna et al., 2023).

Det er også gjort komparative studiar der prosedyreoppgåver og rike eller opne oppgåver blir samanlikna (Foster, 2018; Boaler, 1998). Foster (2018) samanlikna tradisjonelle "exercises", som kan forståast som lukka prosedyreoppgåver, og rikare oppgåver i ulike klassar med elevar i ungdomsskulealder. Funna i studien peikte mot at begge typar oppgåver hadde lik verknad i utvikling av flyt i utføring av prosedyrer. Samstundes argumenterer han for at berre dei rikare oppgåvene også gav høve til kreativitet og problemløysing, og vurderte dei difor til å vere det beste alternativet. Boaler (1998) gjorde ei liknande studie, også med elevar i ungdomsskulealder, men med breiare fokus. I studien blei klassar som fekk tradisjonell lærebokundervising og klassar som arbeidde med opne aktivitetar samanlikna. Resultata viste at elevar som hadde arbeidd med opne aktivitetar opplevde meir sjølvstende, viste større fleksibilitet og uttrykte større tru på at matematikken hadde nytteverdi utover skuletimane (Boaler, 1998).

Ettersom LIST-oppgåver er anbefalt som berikingstiltak for elevar med stort læringspotensial, som alternativ til nivådeling, er det også interessant å sjå på studiar som tematiserer dette. Boaler et al. (2000) fann at nivådeling var lite gunstig både for elevar på lågt nivå, som fekk mindre læringsmoglegheiter, men også for elevar på høgt nivå, som opplevde ein akselerasjon som gjekk utover forståinga. Nolte & Pamperien (2017) samanlikna arbeid med problemløysingsoppgåver i heterogene klasserom og i homogene grupper med fagleg sterke elevar. Funna tyda på at sjølv om den homogene gruppa med sterke elevar fekk best resultat og trong mindre tid, opplevde begge grupper høg motivasjon (Nolte & Pamperien, 2017). Samstundes understrekar dei at elevane også likte oppgåvene fordi dei var annleis (Nolte & Pamperien, 2017).

Gitt dei nemnte positive resultatata ovanfor kan ein stille spørsmål ved kvifor rike oppgåver ikkje blir nytta i endå større grad. I ei aksjonsforskningsstudie der niandeklassingar arbeidde med oppgåver frå NRICH, fann Fitriati et al. (2021) at elevane hadde vanskar med å løyse rike oppgåver, og at dei trong tid og erfaring for å bli vane med oppgåvetypen og tilhøyrande tenkjemåtar. Nokre elevar var også mindre interesserte i rike oppgåver. Dette er i samsvar med Boaler (1998) sine funn om at nokre elevar ikkje ønskte å gjere eigne undersøkingar, men heller ville ha eit umiddelbart svar. Foster (2018) innvender at når det er fleire måtar å løyse ei oppgåve på, kan elevar fort velje den strategien og dei ferdigheitene dei allereie er kjende med, slik at dei ikkje får utvikla nye strategiar. Dermed blir det vanskeleg å øve på prosedyrer, og lærar bør tilpasse

oppgåva etter dette (Foster, 2018). Kirschner et al. (2006) påpeiker at trass i at ordet "utforskande" kan signalisere høg grad av elevsjølvstende, er lærar si rolle framleis sentral. I sin studie undersøkte dei viktigheita av instruksar under utforskande arbeid, og argumenterer i sin studie for at minimal rettleiing i innlæring er mindre effektivt enn høg grad av rettleiing (Kirschner et al., 2006). Felles for desse studiene er at dei framhever utfordringar elevar kan ha i møte med rike oppgåver, og behovet for tid og rettleiing undervegs.

2.4.2 Kommognisjon

Det er gjort fleire studiar med kommognisjon som rammeverk innan matematikdidaktikk, og på bakgrunn av tematikken for denne masteroppgåva har eg fokusert på studiar som omhandlar oppgåvesituasjonar (Cooper & Lavie, 2021; Årlebäck & Frejd, 2013; Nachlieli & Tabach, 2022; Lu et al., 2023; Heyd-Metzuyanim & Cooper, 2023). Cooper og Lavie (2021) foreslår at overgangar til nye diskursar kan initierast ved å designe oppgåvesituasjonar som krevjer utforskning. Dei understrekar at dette fordrar at elevane må kunne bruke kjente ord, visuelle mediatorar, narrativ og rutinar frå opphavleg diskurs, samtidig som dei jobbar med dei nye frå ein ny diskurs. Samstundes blir interdiskursivitet, blanding av element frå ulike diskursar, nemnt som eit middel for å skape meining og støtte oppgåvetolkning (Cooper & Lavie, 2021). Også Årlebäck & Frejd (2013), som undersøkte modellering frå kommognitiv ståstad, poengterer at i møte med ny matematisk diskurs nytta elevane personlege erfaringar eller erfaringar frå andre diskursar.

I kommognitive studiar blir sosiale omsyn framheva (Lu et al., 2023; Heyd-Metzuyanim & Cooper, 2023). Lu et al. (2023) studerte korleis elevar på ungdomsskulenivå arbeidde med opne oppgåver, og fann at det ved gruppearbeid føregjekk mindre aktivitet på metanivå enn ved arbeid i par. Gruppearbeid kunne også påverkast av at dei matematiske nivåa innad i gruppa ikkje samsvarer, som kunne føre til at ein elev på høgt matematisk nivå tok rolla som leiar og dominerte oppgåveløysinga. Ut frå dette kjem Lu et al. (2023) med råd om å ta omsyn til personlegdom i inndeling av grupper. Heyd-Metzuyanim & Cooper (2023) undersøkte studentar sine affektive reaksjonar i kommognitive konflikter, og fann at kjenslene som oppstod kunne variere frå forvirring til flauheit til nysgjerrigheit. Funna deira viste også at negative subjektiveringar var vanleg i skifte frå objekt- til metanivå. Som følgje av dette viser Heyd-Metzuyanim & Cooper (2023) til implikasjonar for lærar, som bør vere medviten på identitetar i matematikklasserommet, understreke at det er greit å ikkje vite svaret med ein gong og rettleie elevane mot aktuelle narrativ og rutinar.

Fleire kommognitive studiar påpeiker viktigheita av ein ekspertdeltakar i diskursen, ofte i form av lærar (Nachlieli & Elbaum-Cohen, 2021; Christiansen et al., 2023). Nachlieli & Elbaum-Cohen (2021) viser til at dagens matematikkundervising ofte dreier seg om at elevane skal vere aktive deltakarar og oppdage og utvikle matematiske narrativ på eigahand. Som lærar blir det difor viktig å vite når det er mogleg for elevane å delta utforskande og når det ikkje er det. Lærar bør, som ekspertdeltakar, rettleie elevar inn i ny diskurs. Dette er i samsvar med det Heyd-Metzuyanim & Cooper (2023) tilrår, sjølv om Nachlieli & Elbaum-Cohen (2021) har eit meir fagleg enn affektivt fokus. Samstundes viser resultatata frå Christiansen et al. (2023) sin studie av klasseromspraksisar i tre ulike matematikktimar at lærarar går frå å oppfordre til utforskande rutinar i starten av timen, men går sidan i meir rituell retning, slik at det blir ein hybrid av ritual og utforskande rutinar. Christiansen et al. (2023) trekkjer fram at ei mogleg forklaring er at lærar er plikta til å nå ei matematisk avslutning i løpet av ein time. På denne måten er det ikkje berre val av oppgåver, men også lærar sine grep og interaksjonar med elevane, som avgjer kva moglegheiter elevar får til å inngå i ritual, utforskande rutinar og deritualisering.

2.4.3 Funksjonsundervising

Fleire studiar har sett på kritiske punkt i funksjonsundervising (Vinner, 1983; Chimhande et al., 2017; Dreyfus & Eisenberg, 1982). Vinner (1983) undersøkte kva førestillingar elevar rundt ungdomsskule- og vidaregåandenivå (10. & 11. trinn) hadde av funksjonar, og konkluderte med at det er vanskeleg å kontrollere mentale bilete hos elevar. Elevane kunne gjengi formell funksjonsdefinisjon og gi døme ut frå den, men ikkje nødvendigvis nyttiggjere seg vidare av den (Vinner, 1983). Det same viste studien til Chimhande et al. (2017), som undersøkte same elevgruppe. Dei fann òg at elevane hadde ein tendens til å memorisere og utføre prosedyrer utan å kunne forklare djuparegåande kva dei gjorde.

Tabach & Nachlieli (2015) undersøkte studentar sin bruk av funksjonsdefinisjon frå kognisjonsperspektiv, og fann at sjølv om studentane har kjennskap til definisjonar, er det ikkje nødvendigvis det dei nyttar i arbeid med funksjonar. Nachlieli & Tabach (2012) studerte også sjuandeklassingar si utvikling av funksjonar som objekt, og fann at elevane var rutineorienterte, og snakka meir om kva dei skulle gjere enn kva objekt dei arbeidde med. Som eit resultat av sin studie tilrår dei at elevar bør vere kompetent i realiseringar, t.d. algebraiske uttrykk, grafar og tabellar, før dei kan skifte fokus frå handling til eigenskapar og objektivere funksjonar (Nachlieli & Tabach, 2012). Det blir understreka at definisjonar ikkje er nyttelause, men at dei ikkje bør kome først i læringsprosessen, men heller når elevane er kompetente nok til å reflektere i diskursen (Nachlieli & Tabach, 2012). Dreyfus & Eisenberg (1982) trekk fram at funksjonar er komplekst, m.a. fordi same funksjon kan representerast på mange måtar, eksempelvis som tabell, formel, graf eller verbalt. Trass i at Nachlieli & Tabach (2012) skil seg frå ikkje-kommognitive studiar ved å anse funksjonar som diskursive objekt og ikkje konsept, trekk dei også fram at elevar sine realiseringstre ofte er annleis enn det som er tiltenkt av lærar og læreplan.

2.5 Oppsummering

På bakgrunn av det som er presentert i teoridelen, samt tidlegare forskning, er det framtrede at det er gjennomgåande lite forskning på LIST-oppgåver. Kommognisjon tilbyr ei rekkje verktøy for å skildre matematikkføring, i tillegg til elevar si deltaking i samband med læringa. Med eit kommognitivt perspektiv blir difor eg som forskar rusta til å identifisere og skildre det eg finn. I studiar både innanfor og utanfor kommognisjon, kjem det fram at funksjonsundervising og -læring kan vere utfordrande, særleg i samband med funksjonsdefinisjonen og ulike representasjonar/realiseringar. Min studie sitt bidrag er dermed framfor alt å undersøke elevar i møte med LIST-oppgåver, men også spesifikt å undersøke det kommognitivt og i funksjonssamanheng.

3 Metodologi

I dette kapitlet gjer eg reie for forskingsdesignet og metoden nytta i denne studien. Av litteratur har eg valt å nyttiggjer meg både av generell forskingsmetodelitteratur (t.d. Clark et al., 2021; Creswell, 2014; Creswell & Creswell, 2018), men også av forskingsmetodelitteratur spesifikk for lærarutdanning og skuleforskning (t.d. Christoffersen & Johannesen, 2012; Postholm & Jacobsen, 2016). Valet er teke fordi eg vurderer forskning i skulen til å innehalde spesielle moglegheiter og utfordringar som skuleforskningslitteratur best tek høgd for, medan den meir generelle litteraturen har eit breiare omfang.

I min studie har eg undersøkt 10. klasse si deltaking i arbeid med LIST-oppgåver gjennom observasjon og intervju. Ettersom kommognisjon er rammeverk for denne oppgåva, vil eg først avklare dei kommognitive innverknadane i 3.1. Deretter vil eg presentere min vitskapelege ståstad i 3.2, før ei gjennomgåing av metodeval i 3.3. I 3.4, 3.5 og 3.6 skildrar eg korleis metoden blei utført gjennom å gå gjennom henholdsvis utval, datainnsamling og elevoppgåvene, før eg legg fram analysemetode i 3.7. Til slutt vurderer eg validitet og reliabilitet, samt etiske omsyn og personverntiltak i 3.8 og 3.9, samt metodekritikk i 3.10.

3.1 Kommognitive innverknadar

Sfard (2007) framhever sjølv behovet for ei teoretisk "linse" som fangar mest mogleg av det komplekse av røynda i studiar, og påstår at kommognisjon som rammeverk har brei nytteverdi. Fordi kommognisjonsteori ikkje skil mellom tanke og kommunikasjon, opnar rammeverket for å forske på begge, sjølv om Sfard (2020) sjølv innvender at det er vanskelegare å forske på intrapersonell kommunikasjon. Lavie et al. (2019) påpeiker fallgruva ved å studere «forståing» - forståing kan ikkje observerast, ettersom det er ei indre oppleving. I staden vil ei kommognitiv studie sjå på ritual og utforskande rutinar, som kjem fram gjennom observerbare handlingar.

I sjølv utføringa av datainnsamlinga har eg som forskar visse avgrensingar. For at mine tolkingar skal vere mest mogleg nøyaktige, treng eg tilgang til elevane sine presedensar (Lavie et al., 2019). Eg kjenner ikkje elevane som har delteke i studien godt, og kan difor berre seie noko om deira presedensar basert på kva dei skal ha lært ut frå læreplanen, samt det dei sjølv fortel. Identifisering av rutinar er også ein fortolkande aktivitet for observatøren, og vil vere meir robust om forskar har tilgang til presedensar (Lavie et al., 2019). I analysen av rutinar kan forskar sjå på verbale og ikkje-verbale handlingar i kommunikasjonen (Lavie et al., 2019). Eg nytta også metoden til Nachlieli & Tabach (2019), som m.a. inneber å observere om deltakaren var utelukkande sosialt engasjert og fulgte ei prosedyre, eller om deltakaren var engasjert i å produsere eit nytt narrativ. Lavie et al. (2019) innvender at det aldri er nok å sjå på éin episode, og dette vil vere ei svakheit ved min studie frå eit kommognitivt perspektiv.

Når det gjeld analyse har Sfard (2020) framsett reglar for dataanalyse. For det første gjeld *heilskapsprinsippet*, om at analyseeininga er diskursen som heilskap. For det andre gjeld *operasjonalitetsprinsippet* om å definere nøkkelord ut frå observerbare eigenskapar ved diskursen. Til slutt gjeld *perspektivbyteprinsippet* om at analytikaren konstant må

byte mellom perspektiv i og utanfor diskursen. I tillegg nemner Sfard (2020) at direkte sitat står høgare enn rapportert snakk.

Studien min er gjennomgåande påverka av kognisjon, som kjem fram i t.d. forskingsspørsmål og intervjuguide. Gruppearbeid blei også valt på bakgrunn av rammeverket, ettersom interpersonell og verbal kommunikasjon er essensielt i kognisjonsstudiar. Eg er uunngåeleg påverka i både observasjon og analyse, i form av kva eg oppfattar som interessant.

3.2 Vitskapeleg paradigme

Denne studien tek utgangspunkt i eit fortolkande, også kalla konstruktivistisk, paradigme, som legg vidare føringar for utforming av studien. Ein fortolkande innfallsvinkel legg til grunn at individ er meningsskapande og har subjektive oppfatningar av sine opplevingar (Creswell, 2014). Fleire individ dannar eit komplekst perspektiv, og som forskar må ein ta omsyn til denne kompleksiteten. I min studie skal eg sjå på deltaking, som er eit sosialt fenomen som ikkje er fritt for kontekst. Som nemnt i 3.1 kjem det fram i kognitive studiar at tolking må skje for å identifisere og analysere rutinar (Lavie et al., 2019; Nachlieli & Tabach, 2019), i tillegg til at forskar må kunne byte perspektiv til deltakarane sitt (Sfard, 2020). Dermed er ei fortolkande tilnærming passande i min studie.

Målet med studien blir å ligge nærast mogleg opptil deltakarane sine syn på den aktuelle situasjonen (Creswell, 2014). Dermed vil kvalitativ metode med breie, opne spørsmål vere føremålsteneleg, slik at deltakarane får fortelje om si oppfatting. Intervju er difor ein velegna metode som eg har valt å nyttiggjere meg av, i tillegg til observasjon. Målet med å nytte begge desse metodane var å kunne sjå deltakinga til elevane både utanfrå og innanfrå. Forskinga blir også kontekstspesifikk – det skjer eigne interaksjonar både mellom individa som inngår i studien, inkludert forskaren sjølv, og mellom individa og situasjonen (Creswell, 2014). I tillegg må eg som forskar også anerkjenne at min eigen bakgrunn kan påverke mine fortolkingar.

3.3 Forskingsdesign og metodeval

Studien min har eit kvalitativt forskingsdesign, for å kunne gå djupare i tematikken og få fram ein heilskapeleg forteljing om perspektiva til deltakarane. Kvalitative studiar er kjenneteikna av at forskingsobjekta blir undersøkte i sin vanlege kontekst, forskaren er fortolkande og at det ofte er fleire kjelder til data (Creswell & Creswell, 2018).

Denne studien er fenomenologisk, som inneber at eg som forskar ønskjer å skildre fleire individ sine erfaringar og opplevingar rundt eitt fenomen, og få fram essensen ved opplevinga (Creswell, 2014). Når det gjeld fenomenologiske metodar for datainnsamling, vil det vere nærliggande å intervju individ som har opplevd det aktuelle fenomenet, men forskar kan også basere seg på andre kjelder, t.d. observasjon og dokument (Creswell & Poth, 2018). I min studie har eg fokus på eitt fenomen, LIST-oppgåver, og vil observere deltaking hos eit større antall deltakarar, for så å utdjupe observasjonar og skildringar ved å intervju eit utval av deltakarane om deira tankar og erfaringar i etterkant. Creswell & Poth (2018) viser til van Manen sitt omgrep hermeneutisk fenomenologi, der den fenomenologiske skildringa involverer tolking i form av at forskaren tolkar meninga av erfaringane som kjem fram. Dette passar med min studie, der det kognitive rammeverket gjer tolking essensielt. Ettersom fenomenologiske studiar tek for seg erfaringar, som kan vere både subjektive og objektive, kan resultatet

bli ein kombinasjon av ei objektiv røynd og individuelle erfaringar (Creswell & Poth, 2018). Som forskar er eg også påverka av mine erfaringar, og «bracketing» er essensielt. «Bracketing» inneber at forskar skildrar sine eigne erfaringar med fenomenet, for så å setje desse til sides for å klargjere seg for å innta eit nytt perspektiv (Moustaka, 1994, i Creswell & Poth, 2018). Dette har eg forsøkt å gjere i delkapittel 1.1.1 om min bakgrunn. Moustaka (1994, i Creswell & Poth, 2018) merkar at bracketing sjeldan blir perfekt gjennomført, og tolking av data vil alltid bygge på forskar sine antakingar i større eller mindre grad.

3.4 Kontekst og utval

Deltakarane i denne studien er elevar frå to ungdomsskular på ulike stader i landet, og av ulik storleik. Elevane er fordelte i totalt fire ulike tiandeklassar. På den eine skulen hadde eg liten relasjon til elevane, medan den andre skulen var min tidlegare praksisskule, slik at eg kjente elevane frå før. Eg fann fram til utvalet fordi eg kjente lærarane deira. Utvalet kan altså kallast eit bekvemmelegheitsutval¹, som er eit ikkje-sannsynsutval som er lett tilgjengeleg (Christoffersen & Johannesen, 2012). Denne måten å finne utval på er mykje brukt, men også lite ønskeleg, fordi generaliserbarheita blir svært låg. Deltakarane blei så rekrutterte gjennom personleg rekruttering, der eg fysisk møtte opp på skulane deira og gav dei informasjon om prosjektet og kva deltaking ville innebere. Elevane fekk deretter litt tenkjetid, før eg samla inn samtykkeskjema. Rekrutteringa var relativt låg – totalt 15 elevar takka ja til å delta i studien. I fenomenologiske studiar blir ei heterogen gruppe, med eit fenomen til felles, utforska (Creswell & Poth, 2018). På grunn av den låge rekrutteringa blei det ikkje gjort grep for å sikre heterogeniteten – dei som takka ja, blei deltakarar. Likevel blei utvalet noko heterogent i form av at elevane kom frå ulike skular og fire ulike klassar med fire ulike matematikklærarar, i tillegg til at kjønnsfordelinga var tilnærma lik.

Observasjonsutvalet bestod av alle dei 15 elevane som takka ja til å delta. Desse blei fordelte i fem grupper på tre elevar. I denne studien er dei presenterte med pseudonym på bokstavane A-O.

Intervjuutvalet blei gjort basert på deltaking i det observerte oppgåvearbeidet, og bestod av totalt 6 elevar; 1 lite deltakande (Ole) , 4 rituelt deltakande (Ada, Finn, Kaja og Nora) og 1 utforskande elev (Gry). Opphavleg ønskte eg lik fordeling for dei ulike typane deltaking, men berre Ole deltok lite og berre Gry deltok utforskande av elevar som hadde takka ja til intervju. Her er altså noko heterogenitet medvite ivareteke gjennom ulike nivå av deltaking.

Deltakarane blir vidare omtalte som «elevar» i studien for å unngå omgrepsforvirring, med tanke på at deltakingsomgrepet allereie blir nytta i kognisjonsomgrepsomheng.

3.5 Gjennomføring av datainnsamling

Datainnsamlinga gjekk føre seg over til saman fire dagar på dei to skulane. Både observasjon og intervju blei gjennomført i ordinær skuletid, men på førehandsavtalte tidspunkt med både lærarar og elevar for at det skulle passe å gå ut av undervising. Datainnsamlinga skjedde på eigne klasserom for å vere skjerma frå andre elevar, og for å ha stille omgivningar i lydopptak.

¹ I mangel på betre nynorsk omsetjing

3.5.1 Observasjon

Observasjon som metode er veileigna for direkte tilgang til samhandling mellom elevar (Christoffersen & Johannesen, 2012). Observasjon kan også kompensere for at intervju blir utført utanfor konteksten det dreier seg om. Eg valte observasjon som datakjelde i min studie fordi det gir høve til å oppfatte det som blir uttrykt ikkje-verbalt, i tillegg til at eg kan samanlikne og sjå om det er samsvar mellom det elevane seier og det dei gjer.

Elevane arbeidde med LIST-oppgåver i fem grupper på tre elevar. Tidsbruken var éin klokke per gruppe. Gruppeinndelinga var tilfeldig, fordi eg ikkje kjente elevane. Det var fullstendig openheit om observasjonen, og alle deltakarane visste at dei blei observerte. Mi rolle i observasjonsdelen av studien var primært å vere observatør, fordi eg opplevde å ha liten kapasitet utover dette, men eg svarta på eventuelle spørsmål frå elevane. Gold (i Christoffersen & Johannesen, 2012) sitt omgrep *observerande deltakar* er difor dekkande for mi feltrolle, ettersom eg i lita grad deltek i samhandlinga mellom deltakarane, men er heller engasjert i samtalar og intervju.

Under observasjonen blei det nytta både lydopptakar utlånt av NTNU og Nettskjema sin Diktafon-app, for å sikre at mest mogleg av samtalan blei fanga opp, ettersom elevane var tre av gongen og fleire innimellom snakka samtidig. Eg kunne òg ha nytta videoopptak, men ettersom eg også skulle hente data frå andre kjelder, vurderte eg observasjonsnotat og lydopptak som tilstrekkeleg. Eg tok observasjonsnotat for å få med ikkje-verbale handlingar, som kroppsspråk eller bruk av visuelle mediatorar. Eg samla også inn løysingsark, som kunne gi meg inntrykk av kva elevane sjølv opplevde som sentralt i diskursen om oppgåvene. Etter observasjonsøktene var gjennomførte, blei lydopptaka transkriberte og sett i samheng med observasjonsnotata. Sidan blei lydopptaka sletta, av personvernsomsyn.

3.5.1.1 Observasjonsskjema

I observasjonen nytta eg eit observasjonsskjema. Her blei det teoretiske rammeverket nytta meir deduktivt for å gi struktur til observasjonen, og halde oversikt over elevane. Dette gjorde det lettare for meg å notere observasjonar om deltaking og diskursen, som så skulle vere utgangspunkt for utveljing til intervju. Eg opplevde likevel at eg noterte mest under «Anna»-kategorien, og sorterte i etterkant. Som kvalitativ forskar ønskjer eg også å vere open for informasjon, for å få mest mogleg innsikt i fenomenet.

Tabell 2: Observasjonsskjema

| | Deltakar 1 | Deltakar 2 | Deltakar 3 |
|--|------------|------------|------------|
| Rituell/utforskande | | | |
| Rolle | | | |
| Ord | | | |
| Visuell mediator | | | |
| Narrativ | | | |
| Anna | | | |
| Spørsmål dersom arbeidet stoppar opp eller elevane spør om hjelp (Valbekmo, u.å.): | | | |
| - Kva kan vere fordel med å lage strategi i denne oppgåva? | | | |
| - Kan de som nytta denne strategien forklare han til klassen? | | | |
| - Korleis veit de at de har fått med dykk alle moglegheiter? | | | |
| - Kva er likt/ulikt her? | | | |

3.5.2 Intervju

Kvalitative intervju er kjenneteikna ved stor fleksibilitet, fokus på den som blir intervjuet sine perspektiv og ønske om fyldige svar (Clark et al., 2021). Dei har si styrke i å gi innblikk i eit fenomen utover det observerbare (Christoffersen & Johannesen, 2012). Samstundes skjer intervju utanfor naturleg kontekst, som kan vere ei svakheit ved metoden (Creswell & Creswell, 2018). Intervjuet i denne studien var semistrukturerte, med ein overordna intervjuguide. Dette valet blei gjort delvis fordi eg hadde tydelege spørsmål eg ønskte å stille elevane, men også basert på tidlegare erfaring med elevintervju om at elevsvar ofte kan vere korte, særleg når relasjonen mellom intervjuar og elev er avgrensa. Samstundes ville eg ikkje leggje for mykje føringar for intervjuet, og eg ville ha høve til å følgje opp interessante utsegn frå elevane med spontane oppfølgingsspørsmål. Christoffersen & Johannesen (2012) påpeiker at semistrukturerte intervju kan gi god balanse mellom standardisering og fleksibilitet. Clark et al. (2021) viser også til at det kan vere fordelaktig å stille spørsmåla med mest mogleg lik ordlyd, fordi det gjer analyse og samanlikning av svarea lettare i neste steg.

Intervjuet blei gjennomførte med seks elevar, individuelt og andlet-til-andlet. Tidspunkta var same dag som det observerte gruppearbeidet, men seinare på skuledagen av praktiske omsyn. Ein fordel med individuelle intervju er at elevane ikkje treng å fokusere på medelevar sine meiningar, og kan vere meir ærlege (Postholm & Jacobsen, 2016). Samstundes er intervjusituasjonen tillitsavhengig. Ettersom eg hadde liten relasjon til elevane frå før, vil tilliten vere lågare enn om vi hadde hatt ein langvarig og god relasjon. Eg forsøkte å kompensere for dette ved å avklare min hensikt med intervjuet, og starte samtalen med å prate med elevane om heile andre ting før vi gjekk over til sjølve intervjuet. Elevane som deltok verka komfortable i settinga, og gav utfyllande svar når eg bad om det.

3.5.2.1 Intervjuguide

Ein intervjuguide i eit semistrukturert intervju bør innehalde alle tema ein vil innom, ut frå forskingsspørsmål og rammeverk. Spørsmåla bør vere ordna i ei rekkjefølgje som gir flyt, men også gi høve til å gjere endringar om det skulle vere aktuelt (Clark et al., 2021). Spørsmåla omhandla både korleis dei konkret hadde arbeidd med oppgåvene, men også korleis dei sjølv oppfatta arbeidet. Som forskar bør eg også vere medviten på ordbruken, og tilpasse språket til deltakarane sitt nivå (Kvale & Brinkmann, 2009). I mitt intervju kan eg ikkje anta at elevane er kjente med kognisjon, og spørsmåla blei difor formulert meir trivielt.

Tabell 3: Intervjuguide

| | |
|--|--|
| Informasjon om deltaking | Samtykke, teieplikt, anonymt og eleven kan trekkje seg når som helst utan grunn Informere om varigheit Oppfordre til utdjupande svar Har eleven spørsmål før vi startar? (Framstå nøytral til LIST-oppgåver gjennom intervjuet, ikkje signalisere forventning om det eine eller det andre!) |
| Intros spørsmål | Uformelle faktaspørsmål: familie, skule, fritidsinteresser Kva synest du om matematikkfaget? |
| Spørsmål relaterte til arbeid med oppgåvene | <ol style="list-style-type: none">1. Korleis viste du kva og korleis du tenkjer i arbeidet?2. Var det lett å kome i gang? Korleis? Kvifor?3. Kva for strategiar nytta du i arbeid med LIST-oppgåvene?4. Kvifor valde du denne/desse strategiane?5. Korleis visste dykk at de var ferdige/hadde riktig svar?6. Kva utfordringar møtte du i arbeid med LIST-oppgåver? Korleis kom de vidare?7. Korleis opplevde du arbeid med LIST-oppgåver om funksjonar? Kva likte/mislikte du? |
| Spørsmål relaterte til eleven sine oppfatningar | <ol style="list-style-type: none">8. Kva synest du passar best til LIST-oppgåver – jobbe åleine eller jobbe saman? Kvifor?9. Ville du helst jobbe med elevar på same nivå som deg, eller på andre nivå enn deg sjølv? Kvifor?10. Kva rolle inntek du i arbeid med LIST-oppgåver?11. Deltok du meir i arbeid med LIST-oppgåver enn i dei ordinære matematikktimane? Kvifor/kvifor ikkje?12. Korleis påverker arbeid med LIST-oppgåver di meistringskjensle? Blir du meir eller mindre engasjert av å jobbe med LIST-oppgåver?13. Er denne oppgåva annleis enn oppgåvene du jobbar med ellers? I så fall; korleis?14. Kor mykje har du jobba med LIST-oppgåver? Kva andre oppgåvetypar har du arbeidd med?15. Krevjer LIST-oppgåvene meir eller mindre innsats? Kvifor/kvifor ikkje?16. Opplever du å lære meir eller mindre av å jobbe med LIST-oppgåver samanlikna med andre oppgåvetypar? Kvifor/korleis? |
| Avslutning | Er det noko meir du vil legge til? Korleis har du opplevd å delta i studien? Tusen takk for tida di og lykke til vidare! |

3.6 LIST-oppgåveutval

Oppgåvene som elevane arbeidde med er alle henta frå Matematikksenteret sin ressurs MatteLIST. Eg bruker oppgåver frå MatteLIST i denne studien fordi denne nettsida er ein etablert, open og lett tilgjengeleg ressurs for lærarar når det gjeld å finne LIST-oppgåver. Fleire av oppgåvene er omsett frå NRICHS sine oppgåver. Både NRICHS og MatteLIST får tilbakemeldingar og elevsvar frå klassar som har prøvd oppgåvene. Dei har også lærarrettleiingar. Eg meiner posisjonen til MatteLIST i LIST-oppgåvesamanheng, i tillegg til interaksjonen mellom nettressurs og klasserom, gjer at oppgåvene frå denne nettsida er betre eigna enn om eg skulle laga eigne oppgåver.

I forkant av arbeidet fekk elevane presentert grunntanken med LIST-oppgåver, både i min presentasjon av prosjektet, i samtykkeskjemaet og før oppgåveutføringa. Det er difor grunn til å tru at dei var kjende med omgrepet. Elevane fekk arbeide med oppgåvene på ein PC, men dei fekk også papirkopiar. Eg kunne med fordel hatt fleire oppgåver og arbeidd med dei over lengre tid, men omfanget av studien samt praktiske årsaker utelukka dette. Fleire av gruppene opplevde oppgåvene som tidkrevjande, og kom berre gjennom dei to første oppgåvene.

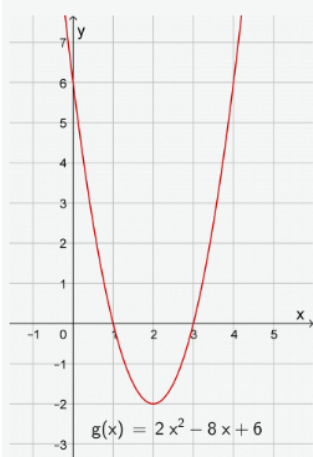
Dei utvalde oppgåvene har nummer 434, 512, 634 og 652. Av desse er to utarbeidde av MatteLIST, og to av NRICHS (omsett av MatteLIST). Samtlege omhandlar funksjonar. For å finne oppgåvene filtrerte eg på ressursar for ungdomstrinn og var medviten på at oppgåvene skulle passe ut frå kompetansemål for 10. klasse.

3.6.1 Oppgåve 1: Andregradsfunksjonar I (512)

Den første oppgåva omhandla andregradsfunksjonar, og var plassert som eigna for både ungdomsskule og vidaregåande på MatteLIST-nettsida (Matematikksenteret, u.å.b). Fleire av elevane uttalte også at andregradsfunksjonar var ukjent for dei. Eg tenkte difor at oppgåva kunne bli vanskeleg, men forventta også at den låge inngangsterskelen skulle gjere det matematiske innhaldet tilgjengeleg likevel. Oppgåva er i tråd med kjenneteiknet på LIST-oppgåver om at dei kan innehalde grunnleggande kunnskap om temaet for å gjere det enkelt å kome i gang (Wæge & Nosrati, 2018). I arbeid med oppgåva kan denne kunnskapen vidareutviklast, som gjer det mogleg å gå i djupn på temaet andregradsfunksjonar, som er eit anna kjenneteikn ved LIST-oppgåver (Nosrati, 2019). Samstundes er dette ei meir lukka LIST-oppgåve, der det er tydeleg kva elevane skal gjere, men med valfri metode.

Innanfor funksjonar tek oppgåva føre seg eigenskapar og realiseringar, herunder uttrykk, graf og tabell. Oppgåva krev overgangar mellom desse, i form av utrekningar, plotting og skissering (Janvier, 1987).

Du skal studere funksjonen $g(x) = 2x^2 - 8x + 6$. Figuren nedanfor viser grafen til denne funksjonen.



I tabellen nedanfor er det tre kolonner.

I den første kolonnen står bokstavane og tala som er knytte til funksjonsuttrykket og grafen.

I den andre kolonnen står namna på desse tala og bokstavane. Det er namn dei har ut frå den rolla dei har i funksjonen.

I den tredje kolonnen står det ei forklaring til kvart av namna i kolonne 2.

1. Kople saman ei opplysning frå kvar kolonne, slik at dei tre opplysningane høyrer saman.

| | | |
|--------------------|----------------------|--|
| g | førstegradsleddet | Vi kan velje fritt kva denne bokstaven skal stå for |
| x | nullpunkt | inneheld ingen fri variabel |
| $2x^2$ | den frie variabelen | der grafen skjer x-aksen |
| $-8x$ | botnpunkt | inneheld den frie variabelen i andre grad |
| 6 | namnet på funksjonen | der grafen skjer y-aksen |
| 2, -8 og 6 | konstantleddet | namnet på tala som står saman med dei frie variablane |
| (2, -2) | der $x = 0$ | vi bestemmer kva funksjonen skal heite |
| $y = 6$ | koeffisientar | inneheld den frie variabelen i første grad |
| $x = 1$ og $x = 3$ | andregradsleddet | punktet der grafen skifter retning frå fallande til stigande |

Tabellen kan også skrivast ut på eit ark som du finn [her](#). Du kan klippe ut alle rutene, og då blir oppgåva å samle tre og tre som høyrer saman.

Hint



2. Teikn funksjonen $g(x) = 2x^2 - 8x + 6$ på papir.

a. Fyll ut tabellen nedanfor, plott punkta inn i eit koordinatsystem, og teikn grafen så fint du kan. Fekk du han til å bli like fin som grafen i GeoGebra?

| | | | | | | | |
|-----|----|---|---|---|---|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y | | | | | | | |

b. Kva karakteriserer ein parabel?

Figur 2: Oppgåve 1 (Skjermbilete frå MatteLIST)

Elevane skal først finne ut kva omgrep som passar med spesifikke «bokstavar og tal» for den presenterte grafen for aktuell funksjon, og finne riktig forklaring til omgrepa. Deretter får dei presentert ein tabell til utfylling, før dei skal teikne grafen for hand. Dei kan også nytte punkta dei har arbeidd med i første del av oppgåva – dei veit nullpunkt, konstantledd og botnpunkt. Elevane fekk oppgåva som oppklippede lappar, i tillegg til på PC. Samtlege av gruppene føretrakk å jobbe med fysiske lappar. Ettersom andregradsfunksjonar var ukjent for fleire av elevane, såg eg føre meg at dei ville starte med omgrepa dei var kjende med, og deretter anten gi opp, tippe eller dedusere seg vidare derfrå.

3.6.2 Oppgåve 2: Bjarnes Bensindilemma (434)

Den andre oppgåva handlar om å avgjere kva som løner seg av dyrare, men lokal bensinfylling og billegare bensinfylling lenger unna (Matematikksenteret, u.å.c). Oppgåva kan kjenneteikast som ei LIST-oppgåve fordi det er enkelt å kome i gang, og elevane kan nytte fleire strategiar (Wæge & Nosrati, 2018). Oppgåva er utforskande og problemløysande, og det er mogleg kome fram til ulike løysingar (Nosrati, 2019). Denne oppgåva er meir open, med både open metode og ope svar, i tillegg til at den kan utvidast og gjerast tverrfagleg (Yeo, 2017). Elevane kan t.d. trekkje inn miljøspørsmål eller argument om å handle lokalt.

Når det gjeld funksjonar, skal elevane her lage ein modell og argumentere for løysinga si, som er i samsvar med læreplanmål for 10. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Bjarne Vik bur 20 km frå svenskegrensa, og når han skal fylle bensin på bilen sin, ein VW Golf, køyrer han til Sverige for å fylle tanken. Det ligg nemleg ein bensinstasjon like over grensa. I Sverige kostar bensinen 23,50 kroner per liter. I Noreg kostar bensinen 25,50 kroner per liter. Er det verdt køyreturane til Sverige for Bjarne? Grunngi svaret ditt.

Figur 3: Oppgåve 2 (Skjermbilete frå MatteLIST)

Elevane skal kome fram til eit svar, og argumentere for dette. Det er ope for å løyse oppgåva både med verbale skildringar, graf, tabell eller uttrykk (Janvier, 1987). Det er interessant å sjå om elevane nyttar den oppgitte informasjonen, eller utvidar ved å leggje til ytterlegare informasjon. Oppgåva kan løysast ved å setje eit tal som forbruk, undersøke bilmodellen sitt forbruk meir spesifikt eller nytte argument frå andre diskursar, t.d. miljøargument. I møte med sistnemnde type løysing oppfordra eg til å finne eit matematisk argument som underbygge løysinga ytterlegare.

3.6.3 Oppgåve 3: Fyll opp! (652)

Den tredje oppgåva handlar om grafteikning av vasshøgde i ulike behaldarar (Matematikksenteret, u.å.d). Igjen er det enkle instruksjonar og ingen føringar for kva strategiar som skal nyttast, som gjer oppgåva gjenkjennbar som LIST-oppgåve (Wæge & Nosrati, 2018). Oppgåva kan gjerast eksperimentelt og utforskande ved å finne liknande behaldarar og fylle dei med vatn som ein del av oppgåveløysinga, men elevane i studien gjorde oppgåva utan tilgang på dette. Når det gjeld grad av openheit er denne oppgåva meir lukka igjen, ettersom den i utgangspunktet har meir fastsette svar, men metodane kan variere (Yeo, 2017).

Funksjonsaspektet av oppgåva tek føre seg samanhengar mellom representasjonar, som er eit kompetansemål for 10. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019). Oppgåva omhandlar i stor grad grafrealiseringa.

Nedanfor ser du bilete av forskjellige behaldarar. Tenk deg at du held behaldarane under ein jamn straum med vatn.

Korleis vil grafane sjå ut dersom du skulle plote høgda på vatnet i behaldaren mot volumet av vatnet som er i behaldaren når han blir fylt opp?

Skisser ein graf for kvar behaldar. Du må vurdere kva delar av kvar graf som skal vere rette, og kva delar som skal vere kurva. Foreslå høvelege einingar og skalaer på aksane.



Figur 4: Oppgåve 3 (Skjermbilete frå MatteLIST)

Elevane skal skissere grafar. Dei kan starte med å skildre korleis dei tenkjer dei ulike behaldarane blir fylt opp, og såleis gjere ein overgang frå verbal skildring til graf, utan ein tabell eller uttrykk mellom. Kanskje vil elevane oppleve det som enklare, men dei kan også vere så vane med å alltid plote punkt for å teikne graf at den direkte overgangen blir vanskeleg. I tillegg må elevane ta omsyn til eining og skala.

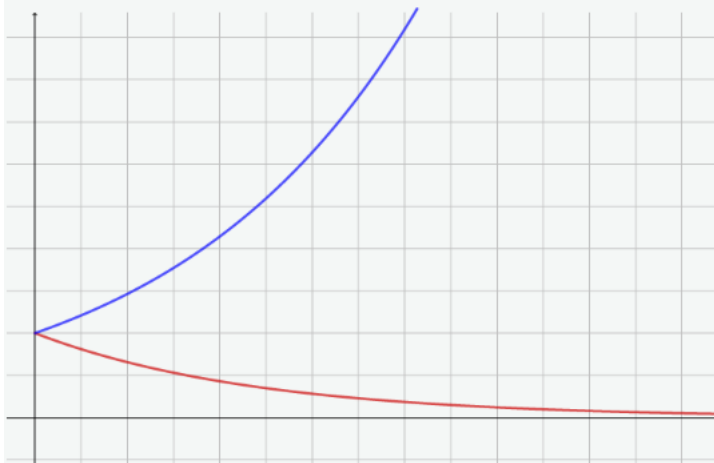
3.6.4 Oppgåve 4: Rik eller raka fant (634)

Den fjerde oppgåva handlar om prosentvis endring (Matematikksenteret, u.å.e). Her skal elevane argumentere og undersøke utan ein oppgitt metode. Oppgåva er difor utforskande, og opnar for ulike løysingsmetodar, som gjer den til ei delvis open LIST-oppgåve (Nosrati, 2019; Yeo, 2017). Elevane på begge skular hadde same veke arbeid med eksponentialfunksjonar, som gjer at det matematiske innhaldet skulle vere forholdsvis tilgjengeleg, sjølv om også denne oppgåva er plassert på både ungdomsskule- og vidaregåandenivå (Matematikksenteret, u.å.e).

Eksponentialfunksjonar er også nemnt eksplisitt i læreplanen for 10. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019). Her startar elevane med situasjonsskildring og grafskissering, men det er også nærliggande å gjere ein overgang til uttrykk (Janvier, 1987).

- Dersom ein sum som blir investert, aukar 10 % i verdi kvart år, kor lang tid tek det før verdien er dobla?
- Dersom ein sum som blir investert, minkar 10 % i verdi kvart år, kor lang tid tek det før verdien er halvert?

Kvifor er ikkje svaret det same på dei to spørsmåla?



Finst det ein faktor som kan brukast på både auke og reduksjon i verdi, slik at dei to svara blir det same? Korleis kan du vite det?

Figur 5: Oppgåve 4 (Skjermbilete frå MatteLIST)

Elevane skal utforske omgrepet «prosentvis endring», og argumentere for kvifor svaret ikkje blir det same i dei to tilfella. Etterpå skal dei sjå om det finst ein faktor som kan nyttast i begge tilfelle, og grunngi dette. Dersom elevane synest oppgåva er vanskeleg å løyse generelt, kan dei nytte ein startverdi som utgangspunkt, og setje opp uttrykk derfrå, og sjå kva resultatata blir. Dei kan også nytte prøving og feiling eller ein tabell for å kome fram til eit svar (Matematikksenteret, u.å.e).

3.7 Dataanalyse

Clark et al. (2021) skriv at ei styrke ved kvalitativ forskning er djupna og rikheita den gir, men at dette også gjer analysen vanskelegare. I analysen av fenomenologiske studiar er forskar oppteken av innhald, og les datamaterialet fortolkande (Christoffersen & Johannesen, 2012). Med utgangspunkt i ein fortolkande ståstad og fenomenologisk innfallsvinkel er ein induktiv analyse nærliggande. I ein induktiv analyse vil eg sjå etter mønster i dataa for å finne tema, og eg er medviten på at dataa er tolka og ikkje nødvendigvis gir ei eksakt gjengiving av verda (Kennedy & Thornberg, 2018). Samstundes er det vanskeleg å frigjere meg fullstendig frå teori, og analysen er uunngåeleg påverka av rammeverket, ettersom både forskingsspørsmål og instrument for datainnsamling blei utforma basert på kommognisjon. Observasjonsskjemaet mitt var også utforma etter kommognisjonsteori, og kategorisering undervegs i observasjonar blei såleis gjort deduktivt.

Analysen blei utført som ein tematisk analyse, og etter stega Braun & Clarke (2006) framsetjer: bli kjend med dataa, starte koding, leite etter tema, gå over tema, definere tema og skrive. Eg valte denne måten å analysere på ut frå fordelane den gir, m.a. fleksibiliteten og høvet til å oppsummere store datasett (Braun & Clarke, 2006). I tillegg blei den skildra som lett tilgjengeleg for lite erfarne kvalitative forskarar, som er ei

skildring eg kjenner meg att i. Dessutan hadde eg ikkje, ut frå forskingsfokuset i studien, behov for å kvantifisere kodane. Risikoen med å utføre ein tematisk analyse er m.a. manglande analyse, der data blir gjengitt framfor tolka, lite samanheng mellom tema og data eller teori og data, eller at temaa overlappar (Braun & Clarke, 2006).

Det første steget går ut på å bli kjend med dataa. Dette gjorde eg ved å sjå over løysingsark, transkribere lydopptaka og gjere meg opp nokre tankar. Eg hadde på førehand gitt elevane pseudonym og utarbeidd ein transkripsjonsguide (sjå vedlegg 3). Transkripsjon kan definerast som ein prosess der munnlege, uttalte data blir omdanna til skriftleg format (Clark et al., 2021). For meg som forskar er det viktig å merke seg at korleis vi snakkar ikkje er det same som korleis vi skriv, og informasjon som intonasjon eller trykk ikkje kjem ordentleg fram i eit transkript (Clark et al., 2021). Prosessen var tidkrevjande. Nettskjema sin diktafon tilbyr automatisk transkribering, som kan spare tid, men eg opplevde at verktøyet forstod korkje mi eller elevane sine dialektar, i tillegg til at transkripsjonen blir på bokmål. I transkripsjonen min blei det elevane sa omsett til nynorsk, som også var skriftspråket nærast elevane sine dialektar. Eg vurderte transkripsjon på dialektane deira til å vere i strid med personvern, ettersom det kunne avslørt kor elevane kom frå, men opna for at dialektord utan god omsetjing kunne forbli på dialekt. Det viktigaste var å gi ei nøyaktig gjengiving av det elevane sa. Eg transkriberte ikkje starten av intervjuet, der vi berre blei kjente og ikkje snakka om tema relaterte til forskinga mi.

Neste steg er å starte kodinga. Kodeprosessen kan starte med notattaking i gjennomlesinga, som så gradvis blir kondensert og omdanna til kodar (Clark et al., 2021). Eg las gjennom dataa på nytt og noterte meg utsegn som utmerka seg ved å vere gjentakande eller tydeleg avvikande, som eg så innpassa i ulike kodar. Kodinga skjedde kronologisk, der eg starta med gruppearbeidtranskripsjonane, og sidan intervjutranskripsjonane. I datamaterialet frå observasjon omhandla kodane oftare matematisk deltaking, samt identifisering og roller, medan intervjuet dekkja i større grad sosiale aspekt ved diskursen. Likevel var det mykje overlapp og samsvar mellom kodane. Etter å ha koda ferdig, gjekk eg gjennom kodane på nytt, for å sjå etter overlapp og samanheng, samt for å sjekke om nokre kunne relaterast til kategoriar i litteraturen. Tredje steg var å leite etter tema, der eg sorterte kodar inn i potensielle tema. Deretter gjekk eg over til fjerde steg, som var å kontrollere temaa, og sjå om dei hadde samanheng med både det koda utdraga dei sprang ut frå, og med datasettet som heilskap. Her laga eg også eit tematisk kart, som var tilrådd av Braun & Clarke (2006). Vidare måtte eg lage ein tydeleg definisjon for kvart tema, i tillegg til å namnsetje dei. Her blei steg to relevant igjen, og dei fleste temaa kunne kjennast att i litteraturen, trass i den induktive innfallsvinkelen. Fleire av temaa fekk difor namn etter teoretiske omgrep, som diskurskjenneteikn, identifisering, roller og kommunikasjon. Desse kan sjåast i Tabell 4, som syner kode- og temadøme. Når dette femte steget var gjennomført, følgde eg Clarke et al. (2021) sine anbefalingar om å gjenta prosessen og samanlikne temaa med dataa igjen. Det siste steget omhandlar skrivning, som utgjorde analysekapittelet (kapittel 4).

Tabell 4: Døme på koding

| Kode | Tema | Døme frå data |
|--|-------------------------------|---|
| Utfører prosedyre | Rutine | Kaja: <i>Då set vi opp 1,10 i x-te. Og så må vi ha noe det skal gangast med.</i> |
| Kan ikkje/veit ikkje Eigenskapar hos seg sjølv | Identitet | Harald: <i>Eg kan ikkje gjere noko.</i> |
| Medvit rundt rollefordeling | Identitet | Ole: (...) <i>Eg kan nesten ingenting av det. For eg kan ikkje matte så bra.</i> |
| | Roller | Finn: <i>Først var eg jo ganske stille, for eg er ikkje så god på å prate med tilfeldige folk. Men så følte eg sånn der, det her kan eg litt, så eg berre tar ein sånn leiarrolle, på ein måte(...)</i> |
| Snakkar saman for å løyse oppgåvene | Kommunikasjon | Ada: <i>Det hjelp jo når du har nokon å snakke med, altså, eg har nokon å snakke med og liksom seie kva eg meiner. Så kan eg høyre om dei synest det er rett og høyrst logisk ut. Eg får liksom ei stadfesting om at det kan vere riktig.</i> |
| Samanliknar LIST- og læreboksoppgåver | Refleksjon rundt oppgåvetypar | Nora: <i>Det var på ein måte litt meir, ikkje praktiske oppgåver, men sånn oppgåve som med dei glassa, det er ikkje så vanleg at vi får i boka. At vi bruker sånne objekt, då. I staden for bare a, b, c, d, e, f... Det blir litt artigare å tenkje når det er sånne der oppgåver enn berre i boka. Også er man på ein måte mye meir kreativ også.</i> |

3.8 Reliabilitet og validitet

For å bidra til denne studien sitt truverd er det naudsynt å gjere reie for reliabilitet og validitet. Reliabilitet i kvalitative studiar fortel om kor pålitelege og nøyaktige dataa er, både angående innsamlingsmetode og analyse (Christoffersen & Johannesen, 2012). Creswell & Creswell (2018) framsetjer grep for å auke kvalitativ reliabilitet, som inkluderer å dokumentere prosedyrer, sjekke transkripsjonar for feil, unngå drift i koding, og få andre til å kryssjekke kodinga. Eg forsøker å skildre min forskingsprosess gjennom heile oppgåva. Ettersom eg forska åleine, sjekka eg også eigne transkripsjonar for feil og kodar for drift. I eit forsøk på å unngå at same feil gjentek seg, var eg merksam på å la det gå litt tid mellom transkripsjon, koding og kontroll, slik at eg fekk eit nytt blick på dei. Eg fekk også ein medstudent til å kryssjekke kodinga. Likevel vil eg påpeike at forskinga mi uunngåeleg er påverka av mi fortolking og mi vektlegging, og andre forskarar kunne ha kome fram til andre kodar og tema.

Validitet i kvalitative studiar omhandlar kor godt dataa representerer fenomenet, og bestemmer om funna i studien er nøyaktige ut frå anten forskar, deltakar eller lesar sin ståstad (Christoffersen & Johannesen, 2012; Creswell & Creswell, 2018). Såleis kan kvalitativ validitet knyttast til truverd i studien. Creswell & Creswell (2018) presenterer også grep for å sikre kvalitativ validitet. Desse inkluderer triangulering av ulike datakjelder, medlemssjekking, detaljerte skildringar, avklare forskarbias, presentere avvikande informasjon, bruke lang tid i felt, kollegaavklaring og å nytte ekstern revisor (Creswell & Creswell, 2018). Triangulering av datakjelder skjedde ved å nytte både observasjon og intervju, med mål om at kjeldene kan utfylle kvarandre – observasjon blei nytta for å sjå korleis elevane arbeidde med oppgåvene, slik at eg danna meg eit

bilete av korleis dei deltok, medan intervju opna for elevane sine eigne refleksjonar rundt arbeidet, og gav høve til å utdjupe interessante episodar eg hadde merka meg.

I min studie nytta eg ikkje medlemssjekking, som inneber å la deltakarane lese gjennom bearbeidde data for å uttale seg om nøyaktigheita. Dette var delvis grunna praktikalitetar, som at det var vanskeleg for meg å reise tilbake til skulane og gjere dette personleg, i tillegg til at fleire elevar uttrykte at dei ikkje var interesserte i det. Ein risiko ved dette kunne ha vore om elevane ikkje hugsa situasjonen og endra mening utan at det nødvendigvis hadde samsvar med den opphavlege settinga. Samstundes kunne det vore ein fordel å sjekke om mi koding var i samsvar med elevane sine intensjonar. Mangel på medlemssjekking kan altså vere ei svakheit i validitetssamanheng.

Vidare har eg forsøkt å gi eit detaljert innblikk i korleis eg har arbeidd og kva vurderingar eg har gjort undervegs, for å gi lesarar av denne oppgåva ei fylldig skildring. I innleiinga presenterte eg min bakgrunn, som både inngår som ein del av bracketingprosessen i fenomenologisk forskning, men som også kan gi lesaren eit inntrykk av kva innverknad mine erfaringar kan ha på studien og avklare mitt bias. Sjølv om eg har forsøkt å vere medviten på dette og frigi meg frå tidlegare erfaringar, vil eg alltid vere, til ei viss grad, påverka av desse. Neste grep frå Creswell & Creswell (2018) for kvalitativ validitet er å presentere avvikande informasjon. Her har eg vore medviten på at sjølv om nokre data ikkje skulle passe inn med andre funn, vil eg framleis presentere desse – i staden for å sjå på dei som svekkande for funna i studien, vil eg heller sjå på dei som styrkande for studien sin validitet. Neste steg er å bruke lang tid i felt. Dette blei gjort i ulik grad på dei to skulane. Den eine skulen hadde eg vore i praksis på tidlegare i studieløpet, som gjorde at eg var kjent med elevane, sjølv om eg kom inn utanfor praksis og berre som forskar. På den andre skulen var eg ukjent for elevane. Eg opplevde at elevane som kjente meg var meir tilbøyelege til å spørje om hjelp, som kan ha påverka arbeidet deira.

Dei siste stega i Creswell & Creswell (2018) sine grep for kvalitativ validitet dreier seg begge om at personar utanfor forskinga vurderer forskinga. Når det gjeld kollegaavklaring har ein medstudent som eg kjenner godt og som eg veit ikkje er redd for å kome med kritiske innvendingar, gått gjennom fleire delar av oppgåva og diskutert vala mine både i oppgåveutveljing, koding og vidare analyse. Det same gjorde ein ekstern revisor med bakgrunn frå spesialpedagogikk, slik at vedkommande var kjent med skuleforskning, men ikkje matematikdidaktikk. Dermed kunne den eksterne revisoren kome med vurderingar som ikkje gjekk på det faglege, men meir på utforminga av studien. Det skal nemnast at ingen gjekk gjennom rådata og transkripsjonsprosessen av personvernomsyn.

3.9 Forskingsetikk

Som samfunnsvitskapeleg forskar, og særleg i ei studie som involverer elevar, pliktar eg å ta etiske omsyn. Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitskap og humaniora (NESH) har framsett retningslinjer for forskningsetikk som eg har sett meg inn i og følgt gjennom prosessen. Christoffersen & Johannesen (2012) viser til Nerdrum sin tredeling for oppsummering av NESH sine retningslinjer: informantar sin rett til sjølvbestemming og autonomi, forskar si plikt til å respektere informanten sitt privatliv og forskar sitt ansvar for å unngå skade. Når det gjeld deltakarane sin autonomi skal deltakarane sjølv bestemme over eiga deltaking, i form av frivillig samtykke og å kunne trekkje seg når som helst utan konsekvensar (Christoffersen & Johannesen, 2012). Som forskar skal eg respektere deltakarane sine grenser for kva opplysingar dei ønskjer å dele, og dei skal vere trygge på at eg ivaretek deira anonymitet og personopplysingar.

Personopplysingar omfattar alle opplysingar som gjer at enkeltpersonar kan identifiserast (Christoffersen & Johannesen, 2012). I mitt tilfelle er dette elevane sine stemmer på lydopptak, skrift på løysingsark eller konfidensiell informasjon dei har fortalt i intervju. Stemmer og handskrift er verna ved å transkribere lydopptaka og løysingsarka. Konfidensiell informasjon som framkom i intervjuet var ikkje relevant for studien, og blei dermed ikkje transkribert. Som del av forskningsetiske retningslinjer som går på forskar sitt ansvar for å unngå skade skal forskar sørgje for at deltaking i studien gir minst mogleg belastning for deltakarane. Dette forsøkte eg å ivareta ved å m.a. sørgje for at oppgåvene omhandla temaet elevane hadde i matematikkundervisinga på det gitte tidspunktet, slik at dei ikkje gjekk glipp av undervising. Elevane som ikkje blei teke ut i matematikktimar fekk sjølv velje når det passa best for dei.

Det blei gjort tiltak for etikk og personvernsomsyn både før, under og etter datainnsamling. På førehand blei prosjektet meldt til – og godkjent av – Sikt, ettersom prosjektet innebar behandling og lagring av personopplysingar. Eg utarbeidde ein databehandlingsplan gjennom Sikt sine verktøy for å sikre trygg lagring av dataa. Samtykkeskjema blei også utforma ut frå Sikt sin mal. Samtykkeskjemaet inneheldt informasjon om kva prosjektet handla om, kva deltaking ville innebære og kva rettar og plikter deltaking medførte. Dermed kunne elevane gi eit informert, skriftleg samtykke. Ettersom studien min blei vurdert til å ikkje behandle sensitive opplysingar, kunne elevar over 15 år, som omfatta alle deltakarane, samtykke sjølv utan godkjenning frå føresette.

Under datainnsamlinga understreka eg igjen for elevane at eg hadde teieplikt, i tillegg til at dette ikkje var ein vurderingssituasjon. Creswell & Creswell (2018) trekk fram maktforhold mellom forskar og deltakar som etisk angåande. I skuleforskingssamanheng skriv Kvale & Brinkmann (2009) om at det kan vere fordelaktig at forskar ikkje blir oppfatta som lærar, fordi det kan gi prestasjonsbehov hos eleven eller vegring for å trekkje seg i frykt for å skade relasjonen til læraren sin. Ettersom nokre av deltakarane var tidlegare praksiselevar for meg, kunne dei ha sett meg som ein lærar og oppfatta situasjonen som at dei blei vurdert av meg. Eg fortalde difor tydeleg at eg berre var interessert i korleis dei jobba med LIST-oppgåvene og korleis dei opplevde det, ikkje om dei kom fram til riktig svar, og at det heller var dei som skulle vurdere LIST-oppgåvene. Dette fortalde eg elevane som ikkje kjende meg også.

Etter datainnsamlinga blei elevane sin anonymitet ivareteke i transkripsjonen, der dialektane deira blei omsett til nynorsk og namna deira omgjort til pseudonym. Dette blei gjort for at det ikkje skulle vere mogleg å tilbakeføre informasjon til enkeltpersonar (Christoffersen & Johannesen, 2012). Opptak og koplingsnøkkel blei oppbevart på eit eksternt lagringsområde som berre eg hadde tilgang til, og separat frå transkript. Dataa blei berre nytta til prosjektet, og sletta når dei ikkje lenger var naudsynte.

4 Resultat

I dette kapitlet presenterer eg funna frå analysen. Eg gjorde, som skildra i delkapittel 3.7, ein tematisk analyse. Ut frå denne kom eg fram til fem hovudtema: *kjenneteikn ved diskursen, identitet, roller, kommunikasjon og refleksjon rundt oppgåvetypar*. Sjølv om analysen blei gjort induktivt, var eg delvis farga av rammeverket, i tillegg til at eg ville ha svar på forskingsspørsmålet mitt. Eitt av stega i analysen gjekk dessutan ut på å samanlikne kodane med litteratur, for å sjå om nokre kunne dekkjast av omgrep frå teorien likevel. Dermed har fleire av dei endelege temaa namn som kjem frå kognisjonsteori (t.d. Sfard, 2007; 2008).

Strukturen i kapitlet er etter temaa. Ettersom det var stor grad av samsvar av kodar og tema i data frå observasjon og intervju, blir begge typar data presenterte og eksemplifiserte innan kvart tema og delkapittel.

4.1 Kjenneteikn ved diskursen

I dette delkapitlet presenterer eg funn som omhandlar elevane sin matematiske diskurs, i form av ord, visuelle mediatorar, narrativ og rutinar. Med utgangspunkt i forskingsspørsmålet ligg hovudvekta på rutinar, men eg vel å presentere dei andre komponentane kort for å gi innsikt i diskursen, i tråd med Sfard (2020) sitt heilskapsprinsipp.

4.1.1 Ord

Elevane nytta fleire diskursspesifikke ord, som «vekstfaktor» i oppgåve 4 eller «x-akse» og «y-akse» i oppgåve 3. Oppgåve 1 om andregradsfunksjonar skilte seg ut som mest ordfokusert, der elevane skulle finne samanhengar mellom ord og narrativ, samt relatere desse til den konkrete funksjonen i oppgåva. I møte med denne oppgåva kom det fram at elevane ikkje hadde hatt om andregradsfunksjonar før, og dei merka seg difor denne som spesielt vanskeleg. Orda var nye, og deira noverande diskurs om funksjonar strakk ikkje lenger til, som kjenneteiknar ein kognitiv konflikt (Sfard, 2006). Samtlege starta med konstantledd, som var eit kjent ord. Dette kom m.a. til uttrykk på gruppe 5, der Mia og Nora starta med utgangspunkt i forklaringa:

Mia *les opp*: «Der grafen skjærer y-aksen». Den er 6.

Nora: Berre vanleg 6?

Mia: Ja.

Nora: Og kva heiter det, då?

Mia: Det er jo konstantledd.

Mia og Nora identifiserte først konstantledd for den aktuelle funksjonen ved å sjå på grafen, før Mia også knytte desse til ordet konstantledd. Etter kvart som det berre var ukjende ord igjen, nytta elevane andre kunnskapar for å kome fram til kva ord og forklaring som høyrde saman. Til dømes var orda «førstegradsledd» og «andregradsledd» ukjente, men elevane kjente til «i første» og «i andre». Carl og Ada på gruppe 1 deduserte seg fram til kva andregradsledd var på denne måten:

Carl: Andregradsledd, er det ikkje det? *tek opp $2x^2$ *. Det er jo ikkje konstantleddet.

Ada: Nei, det er jo ikkje det.

Carl: Den er oppe i andre grad, då. Den er andregradsleddet, for den er oppe i andre.

Gruppe 1 braut nye, ukjende ord opp til andre, kjende ord frå matematikkdiskursen. Strategien blei nytta av fleire grupper. Ettersom elevane berre hadde arbeidd med lineære funksjonar og eksponentialfunksjonar tidlegare, var ledd av høgare grad nye ord for dei. Likevel klarte elevane å finne fram til rett mening, ved å kombinere ord dei kunne frå funksjonsdiskursen og algebradiskursen.

Alle elevane som blei intervjuet trakk fram oppgåve 1 då dei blei spurde om kva dei synest var utfordrande. Dei grunngav det med at dei ikkje hadde hatt om andregradsfunksjonar før og at orda var nye. Til dømes fortalde Gry at «*Då har vi sett på ting som vi allereie veit. Konstantledd, funksjonsnamn og... Eg har aldri høyrd om nullpunkt, men eg prøvde å setja saman. Medan dei andre forstod eigentleg ikkje. Men vi prøvde å berre sjå kven som passa best med grafen.*». Gry si forklaring stemde også overeins med observert framgangsmetode hos gruppene. Ho fekk også fram at dei såg samanheng mellom orda og grafen, som fungerte som visuell mediator.

4.1.2 Visuelle mediatorar

Elevane lente seg i stor grad på visuelle mediatorar, særleg dei som allereie fanst i oppgåvetekstane. Fleire gonger overtok visuelle mediatorar rolla til ord i diskursen, fordi dei tillèt at elevane i staden peiker på noko og seier «den der» e.l., utan at meininga gjekk tapt. Bruk av «den» kom til dømes fram når gruppe 4 skulle finne ut kva som var «nullpunkt»:

Kaja: Den og den? *peikar på 1 og 3 på x-aksen*. Nei, det må vere noko anna.

Lily: «Der grafen skjærer x-aksen». Den...

Kaja: Den her, tenkjer eg. *held fram lapp med $x=1$ og $x=3$ *

Jens: Den skjærer 1 og 3.

Både Kaja og Lily nytta «den» og gestikulerte mot ein visuell mediator, i form av anten graf eller ordlapp, i staden for presis ordbruk. Dette kan ha samanheng med at orda var ukjende for dei, slik at dei ikkje har dekkjande ord i sin noverande diskurs.

På gruppe 5 nytta Nora og Mia bokstavar for å gjere det lettare å skilje mellom dei ulike grafane dei teikna. Dei nytta også bileta av behaldarane, og samanlikna desse aktivt, for å finne ut korleis dei tilhøyrande grafane skulle sjå ut.

Nora: Også den...

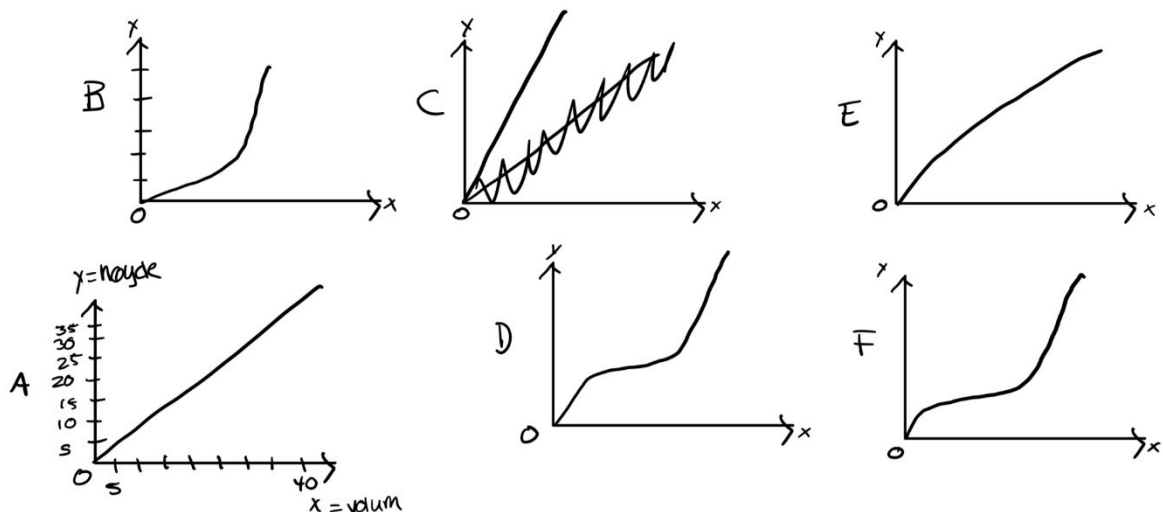
Mia: Kall den C, då.

Nora: Den er jo også likt heile tida.

begge teiknar, Nora teiknar likt som graf A

Mia: Men den er jo mykje tynnare enn A. Så det blir jo mykje brattare.

Nora: Åja, ja.



Figur 6: Nora sine grafar for oppfylling av vannbeholdarar i oppgåve 4

Grafane blei visuelle mediatorar for gruppe 5 sin matematisering. Her fungerte dessutan Nora sin første C-grafteikning som visuell mediator for korleis Nora tenkte, som Mia så kunne korrigere ut frå si tolking. Mia kommuniserte med sin graf C at den som er streka over ikkje er akseptert i diskursen.

I intervju fortalde fleire elevar at dei opplevde funksjonsrealiseringa graf som mest medierande i arbeid med funksjonar. Ada samanlikna grafen som visuell mediator med ord, og sa også at det er grafar ho har arbeidd mest med:

Ada: Grafen er mykje enklare å forstå, då. Viss eg får sjå grafen, så seier det meg veldig mykje meir enn, liksom, botnpunkt eller nullpunkt.

Forskar: Grafen? Ok. Kvifor det, då?

Ada: Nei, fordi det er det eg har lært mest med. Eller, det er det vi liksom har øvd mest på. Sånn korleis ein teiknar ein graf.

Fordi Ada både var vane med graf som visuell mediator og har rutinar for korleis grafar kan teiknast, var denne realiseringa mest tilgjengeleg for ho.

4.1.3 Narrativ

Eit gjennomgåande funn i analysen var at narrativ ofte blei framsett spørjande, i form av at ein elev kom med ein påstand, og ville at dei andre på gruppa skulle stadfeste at det var riktig. Spørjande narrativ førekom både i arbeid med kjente tema og i møte med nye. Også i narrativsamanheng skilde oppgåve 1 seg ut, fordi elevane aktivt jobba med narrativ. Aktiviteten der dei skal pare ord med riktig forklaring blei i praksis å godkjenne narrativ. Narrativa var også nye, og innebar ei utviding av funksjonsdiskursen til elevane. På gruppe 1 førte dette til uvisse om kva førstegradsledd kunne vere:

Bodil: Kva er første ledd? [førstegradsledd]

(...)

Ada *les opp frå lapp*: «Inneheld den frie variabelen i første grad»

Carl: Den er den mest riktige og generelle forklaringa.

Ada: Førstegradsleddet. Er det ikkje to x i andre?

Bodil: Jo, det trur eg.

Ada: Fordi den kjem først.

Bodil: Det var det eg tenkte... Det kan vere eg tenkte feil.

Carl: Førstegrad gir jo mening at skal stå der. *flyttar lappar til $-8x$ *

Carl sa at den «*mest riktige og generelle forklaringa*» blir godkjent, og uttrykte dermed eit narrativ på metanivå. Carl sine kriterium kom også fram då Ada sette fram eit narrativ om at førstegradsledd er det første leddet i eit uttrykk, trass i at ho sjølv las opp narrativet som blei godkjent av Carl. Det skal nemnast at Ada si forvirring kan ha vore resultat av at Bodil las opp førstegradsledd som «første ledd», slik at ordet ikkje stemte overeins med narrativet. Carl retta opp i det heile, slik at både ord og spesifikt ledd for funksjonen i oppgåva stemte med narrativet han hadde godkjent. Korkje Ada eller Bodil sa noko for å anten godkjenne eller forkaste Carl sitt narrativ.

Dina på gruppe 2 var spørjande om narrativet ho las opp kunne stemme med konstantledd:

Dina *les opp*: «Der grafen skjærer x-aksen...» Konstantledd, er ikkje det det?

Finn: Det er jo når den skjærer y-aksen, vel?

elevane leiter blant lappane

Finn: Ja, då er det denne. Niaren, for konstantleddet pleier jo bare å være et tall.

Dina kjente att «graf som skjer akse» som narrativ om konstantledd, men blandar x-akse og y-akse. Narrativet frå lappen Dina las opp var dermed ikkje i samsvar med narrativet elevane var kjende med om konstantledd, som var eit velkjent omgrep for dei. På bakgrunn av dette godkjente ikkje Finn påstanden til Dina, og korrigererte med korrekt narrativ – også dette spørjande.²

Elevane på gruppe 4 jobba med oppgåve 4 om eksponentialfunksjonar, som dei var kjende med. Likevel blei narrativ presentert spørjande:

Kaja: Skal det ikkje vere ein vekstfaktor, då? [i eksponentialfunksjonar]

Lily: Vekstfaktor? Det har eg gløymt for lengst.

Jens: Vekstfaktor er liksom det du gangar med, er det ikkje?

Kaja: Sånn som her går den opp 10%, då er vekstfaktoren 1,10.

Kaja spurde om ikkje eksponentialfunksjonar skal ha vekstfaktor, som er eit narrativ om forma til eksponentialfunksjonar. Lily fortalde at ho ikkje hugsar. Jens framsette då eit spørjande narrativ om vekstfaktorar, som Kaja godkjente ved å relatere det heile tilbake til oppgåva. Det verka ikkje å vere uvisse om at eksponentialfunksjonar skal innehalde vekstfaktor eller kva vekstfaktor er, men narrativa blei stilt som spørsmål for at dei andre på gruppa skal godkjenne dei.

I intervju trakk Finn fram at semje var viktig for at gruppa skulle gå vidare:

Finn: Nei, det var jo litt slik at... Med dei lappane, då, så fann vi jo nokre vi følte passa saman. Det stod noko sånn der, x er lik null, og så var det ein som var utan x , så dei passa saman, for der er det ikkje noko x , og så stod det x er lik null. Så då følte eg at dei passa saman, då. Og så forklarte vi kvarandre at dei trudde vi passa saman, og så var vi mykje einige. Og det var jo bra, spesielt når det var riktig.

² For ordens skuld: Finn heldt konstantleddlappen opp ned, og ser ni i staden for seks.

Finn skildra ein prosess der han gjorde seg opp ei meining om kva som hørde saman, før han forklarte det til gruppa, og dei sa seg einige og vurderte om det var riktig. Han fortalde ikkje om kva som skulle til for at eit narrativ blei godkjent, anna enn semje.

4.1.4 Rutinar

For å sjå på elevane sine rutinar, forsøkte eg å sjå på orienteringa deira – var dei sosialt motiverte, med prosessorienterte rutinar og imitasjon, eller var dei meir produktorienterte, og tok eigne avgjersler med mål om å produsere nye narrativ (Sfard, 2008)? Eg forsøkte også å identifisere kjenneteikn på deritualisering, presenterte av Lavie et al. (2019).

Funna i analysen tyder på at dei fleste elevane deltok rituellt – dei var mest opptekne av å bli ferdige med oppgåvene, som kan kjennast att som prosessorientering (Sfard, 2008). Elevane løfta sjeldan takhøgda på oppgåvene. Dei hadde tydelege rutinar for oppgåvene: dei kjende til prosedyrer, og visste korleis og når dei skulle utføre dei (Sfard, 2008). Likevel viste dei ikkje teikn til å tenkje over kvifor prosedyrene fungerer eller å ville finne nye løysingar, som ville ha innebore å løfte takhøgda og vore teikn på utforskande rutinar (Sfard, 2008; Lavie et al., 2019). Til dømes arbeidde gruppe 4 raskt gjennom oppgåve 4 om eksponentialfunksjonar:

Kaja: Då set vi opp 1,10 i x-te. Og så må vi ha noe det skal gangast med.

Jens: Berre ta 1000, det er lett å rekne med.

Kaja: Sånn, rekner du det?

Jens: Ja. Og så berre sett opp det same med 0,90. Då ser man jo at det ikkje er det same.

gruppa reknar

Jens: Sånn, vi er ferdig.

Både Kaja og Jens såg ut til å vere prosessorienterte. Dei hadde nyleg arbeidd med temaet og visste korleis dei skal løyse oppgåva. Elevane var likevel ikkje opptekne av å underbygge resultatet sitt eller seie noko generelt om løysinga, sjølv om oppgåva etterspør det. Dei valde 1000 fordi «*det er lett å rekne med*» [Jens], og går ikkje vidare i å generalisere utrekninga si. Dermed nytta dei seg av den låge inngangsterskelen, men løfta aldri takhøgda i oppgåva. Deltakinga til både Kaja og Jens var difor rituell.

Vekstfaktor:

- 10% ↑ blir 1,10
- 10% ↓ blir 0,90

$$1000 \cdot 1,10^x = 2000$$

$$1000 \cdot 0,90^x = 500$$

Figur 7: Gruppe 4 si løysing på oppgåve 4

Gruppe 5 uttrykte også iver etter å bli ferdige med oppgåva i deira arbeid med oppgåve 2:

Mia: Det er berre å... Kor mykje må han fylle?

Nora: Har ikkje peiling.

Mia: Ole, veit du?

Ole: Kanskje sånn... 60 liter.

Mia: Ja, då er det berre å gange begge med 60, då. Også sjå kor stor forskjell det blir.

Mia reknar

Nora: Var det noko meir vi skulle gjere?

Mia: Trur ikkje det.

Oppgåve 2 (Bjarnes bensindilemma) er ei open oppgåve, som gjer at elevane i større grad kan velje løysingsmetode og rutine. Gruppe 5 nytta den oppgitte informasjonen i oppgåva, og oppsøkte ikkje anna informasjon, utover den Ole bidrog med om tankvolum. Meir informasjon kunne ha utvida oppgåva og løfta takhøgda. Gruppe 5 løyste oppgåva på éin måte, ved å multiplisere bensinprisane med tankvolumet. Elevane utviste liten fleksibilitet, og vurderte ikkje resultatet (Lavie et al., 2019). Dei hadde også ei prosessorientering og var først og fremst sosialt motiverte, som kom fram i Nora sitt spørsmål om dei skulle gjere noko meir. Elevane på gruppe 5 var altså rituelt deltakande.

Nokre grupper blei oppdelte etter kva deltaking elevane hadde. I gruppe 1 sitt arbeid med utrekning av funksjonsverdiar og grafteikning deltok Ada og Bodil rituelt, og fylte ut tabellen fordi oppgåva bad dei om det. Det var tydeleg at elevane hadde ein rutine for teikning av graf – dei visste kva dei skulle gjere, og kjente igjen behov for å gjere det i oppgåvesituasjonen (Sfard, 2008). Carl starta også med å teikne koordinatsystem, men ville forsøke å teikne graf etter informasjonen han hadde tileigna seg i første del av oppgåva for å effektivisere prosessen:

Ada og Bodil fyller inn tabell, Carl teiknar eige koordinatsystem

(...)

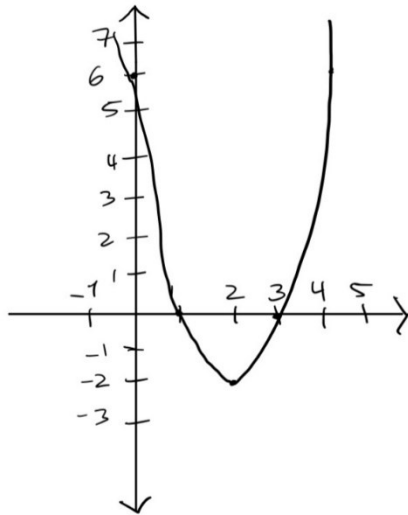
Carl: Botnpunkt, det var minus 2 og 2. Eg kan berre teikne ut frå det...

Carl teiknar punkt for botnpunkt og konstantledd

Ada: Då skal du ha denne bogen her.

Carl: Eg berre teiknar prikk der i. Kva anna har vi, då? Her skal det vere noko. Der x er null.

Carl teiknar inn nullpunkt



Figur 8: Carl sin grafteikning i oppgåve 1b

Carl oppnådde fleksibilitet og agentivitet ved å finne på ei eiga, ny løysing for grafteikning, og har såleis starta ein deritualiseringsprosess (Lavie et al., 2019). Sett opp mot rutinen elevane allereie hadde, som Ada og Bodil utfører, har Carl også «brote reglane» ved å unngå tabellutfylling (Sfard, 2008). Gruppe 1 som heilskap blei oppdelt både i løysing og i deltaking, der Ada og Bodil var meir prosessorienterte og deltok rituelt, medan Carl tenderte mot meir produktorientert og utforskande.

Oppdeling av gruppa etter deltaking førekom også på gruppe 3. Harald og Ivar teikna først grafen ved hjelp av GeoGebra, medan Gry insisterte på å også fylle ut tabellen:

Ivar: Ja, vi skal fylle ut den. Ok, no må vi fylle ut tabellen.

Harald: Kva skal vi gjere då?

Ivar: Kva gjer vi dette for, eigentleg?

Gry: Du må bytte ut x med -1.

Ivar: Ok.

Gry skriv opp reknestykket

Gry: Kan du rekne det ut?

Ivar *viser til GeoGebra*: Skal eg skrive det inn?

Gry (frustrert): Nei, du skal rekne den ut. Først rekner du dei. Kva blir 2 gangar -1 i andre?

Ivar: 2 gangar -1 i andre...

Her deltok alle rituelt – Ivar og Harald var opptekne av å bli ferdig med oppgåva, medan Gry var oppteken av å gjere det oppgåva bad dei om. Elevane nytta kjende rutinar for utrekning av funksjonsverdi og grafteikning i GeoGebra. Ivar var ikkje kjend med rutinar for grafteikning for hand, og imiterte difor Gry sine instruksar. Gry uttrykte frustrasjon over å måtte forklare rutinar for dei andre. Seinare, i oppgåve 2, jobba Harald og Ivar i lag, medan Gry jobba for seg sjølv.

Ivar: Er det verdt det?

Harald: Eigentleg ikkje.

Ivar: Fordi?

Harald: Det er berre 2 kroner. Det er berre 20 kilometer. Det er jo ikkje mykje. Det er lite.

Ivar: Køyrelengda er 40 kilometer. Du gangar med to. Då blir det litt meir.

Ivar reknar

Ivar: Han sparer 9 kroner.

Harald: 9 kroner?

Ivar: Han sparer 80, men bruker 71.

Harald: Åja.

Ivar: Og derfor er det verdt det for han der Bjarne...

Harald: Skriv det, då.

Kostnad per liter i Norge: 25,50 per liter
Total kostnad for drivstoff: 2,8 liter · 25,50 kr/liter = 71 kr
Så totalt sparer Bjarne 80 kr på å fylle tanken i Sverige, men han bruker 71 kr på drivstoff for å komme seg ned dit.
Dermed verdt for Bjarne å kjøre til Sverige for å fylle tanken i 2020, da han sparer penger selv etter å ha tatt hensyn til kostnaden til kjøreturen.

Figur 9: Harald og Ivar si løysing på oppgåve 2

Harald og Ivar heldt seg i oppgåvekonteksten om Bjarne, og kopla ikkje konteksten til funksjonar medvite. Dermed føregjekk lite abstraksjon og objektivisering (Lavie et al., 2019). Likevel var Harald og Ivar nærare utforskande deltaking i arbeid med oppgåve 2 – dei vurderte resultatet og underbygd meir. Dei hadde tilsynelatande høgare grad av agentivitet. Ivar henvendte seg også til meg undervegs og sa at «Vi likar litt meir sånne oppgåver enn den andre», som også kan tyde på at dette var ein oppgåvetype dei i større grad hadde rutinar for, samanlikna med oppgåve 1.

Gry løyste oppgåve 2 ved å leite opp manglande informasjon, og nytte denne til å lage funksjonar for begge tilfelle. Løysinga hennar var dermed meir objektivert og abstrakt, i tillegg til at ho utviste agentivitet og fleksibilitet (Lavie et al., 2019). Gry kan difor seiast å ha ei utforskande deltaking i oppgåve 2. Ho jobba åleine, og i motsetnad til Carl, som snakka seg gjennom sin eigen prosess, jobba Gry heilt stille. Ho skil seg difor ut med intrapersonell kommunikasjon (Sfard, 2008). I intervjuet fortalde Gry om løysingsvalet:

Gry: Sidan vi allereie har gått gjennom funksjonar, så såg eg at denne oppgåva er veldig liknande. Så eg begynte å lage eit funksjonuttrykk for å vise korleis, kva er strekkinga, kva bruker han. Så det blir ein lineær funksjon, då. Og så teikna eg dei i GeoGebra, og då kan man sjå at, okei, det løner seg å fylle i Sverige så lenge han ikkje har over 20 liter på tanken frå før.

20 km - 2
 45 liter
 0,45 liter/mil

$$23,50x - 0,45 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 23,50$$

$$25,50x$$

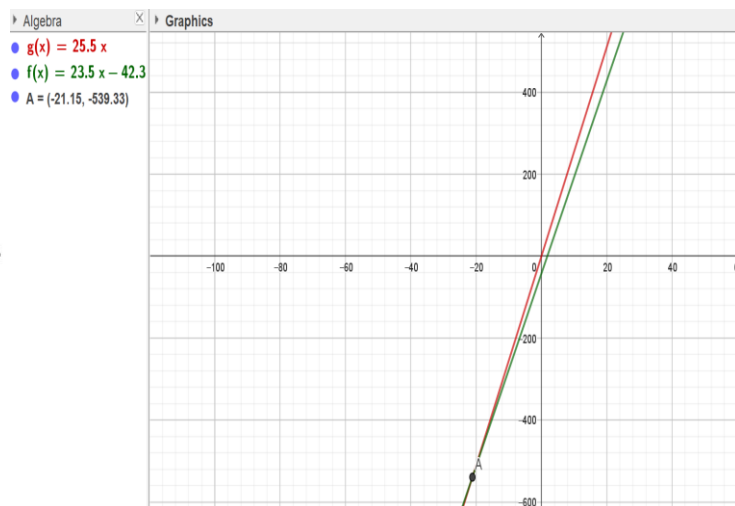
$$\underbrace{23,50 \cdot 45}_{\text{hva det koster}} \quad \underbrace{0,45 \cdot 4 \cdot 23,50}_{\text{det han bruker}}$$

$$0,45 \cdot 4 = 1,8$$

$$1,8 \cdot 23,50 = 42,3$$

$$23,50x - 42,3$$

$$25,50x$$



Figur 10: Gry si løysing på oppgåve 2

Elevane utviste altså hovudsakleg rituell deltaking, som kom fram gjennom prosessorientering og sosial motivasjon for oppgåveløysing. Carl tenderte mot utforskande deltaking i sitt forsøk på å produsere ein ny løysingsmetode for grafteikning, og Gry utviste fleire teikn til deritualisering i si løysing på oppgåve 2.

4.2 Identitet

Ein betydeleg andel av elevane sine utsegn kan tilordnast ein subjektiveringsdiskurs (Sfard, 2020). I analysen kom det fram at elevane, både i arbeid med oppgåver og i intervju, snakkar mykje om sine egne og andre sine eigenskapar, og driv med det identifisering (Heyd-Metzuyanin & Sfard, 2012). Utsegna omhandla identitet både indirekte og direkte.

Eit indirekte uttrykk for egne eigenskapar var når elevane uttrykte *uvisse*. Uvisse kunne vere i form av utsegn i arbeidet der eleven seier at hen ikkje veit eller ikkje kan; «*Eg kan ikkje noko på det her*» [Ada] eller «*Eg skjønar ingenting, eg*» [Dina]. Elevane kan med slike utsegn både gi uttrykk for sin eigen kunnskap der og då, men dei kan også fortelje ei historie om seg sjølv, som blir identitetsskapande narrativ (Sfard, 2020). I nokre tilfelle blir utsegna ytterlegare affektive; «*Eg blir flau*» [Ivar], «*Eg må vere sjuk i dag på prøven*» [Harald]. Ole fortalde i intervju at uvisse påverker motivasjonen hans:

Ole: Eg synest det er vanskeleg med sånn... Å kunne namn på sånne ting. Sånn som dei lappane vi skulle setje saman. Og man kan namna på forskjellige... Eg kan nesten ingenting av det. For eg kan ikkje matte så bra. Så då mister eg motivasjon til å gjere det.

Ole si skildring samsvarar med Sfard (2020) si åtvaring om at identitetsskapande narrativ kan ha innverknad på matematikklæring – ein deltakar som oppfattar seg sjølv som svak vil bli mindre engasjert i diskursen. Ole var stille store delar av oppgåvejobbinga, og fortalde først i intervju at han «*ikkje likar matte*». Hans låge engasjement kan vere resultat av hans identitetsskapande narrativ.

Ei anna indirekte form for diskurs rundt egne eigenskapar var når elevane uttrykte *sjølvsikkerheit* og tru på at dei kunne noko. Sjølvsikkerheit framkom i utsegn som «*Den kan eg! Det er denne*» [Kaja] eller «*Den her bør vi klare. Konstantledd, det kan vi*» [Ivar]. Med slike utsegn kommuniserte elevane at dei hadde rutinar for oppgåva, men dei fortel også ei historie om seg sjølv til seg sjølv og andre. I intervju fortalde Finn at å kunne noko gav auka meistringskjensle:

Finn: Det var jo den meistringskjensla når eg følte at eg fekk det riktig til, då. Sånn som den tabellen, når eg følte at eg var veldig flink, då eg berre fekk det til. Og så når eg kom med sånne forslag, og dei andre var, ja, einig, einig, og så er eg sånn, no får eg jobba, og det var bra av meg, på ein måte.

Finn fortalde at han var oppteken av å få til oppgåvene for å føle seg flink, men også at andre si anerkjenning av det han gjer er viktig. Sfard (2020) understrekar også at å bli fortald at ein er «sterk» kan ha innverknad på trua ein deltakar har på seg sjølv.

Ei meir direkte identifiseringsform kom også fram i både oppgåvearbeid og intervju, i form av at elevane karakteriserte eigne og andre sine eigenskapar. Dette blir ein meir openlys subjektiveringsdiskurs (Sfard, 2020). Spesielt tydeleg var identifiseringa på gruppe 3, der Ivar allereie i starten av arbeidet presenterte fleire identitetsskapande narrativ:

Ivar: Skjønte du denne?

Gry: Nei.

Ivar: Nei, viss ikkje *du* skjønnte den, då...

Harald: Vi må jo berre begynne ein stad. g. Kva er g?

Ivar *til Harald*: Har ikkje peiling. Den smartaste eleven på skulen og vi to.

Harald: Eg kan ikkje gjere noko.

Gry løyser for seg sjølv

Harald: $x=0$, det kan vere nullpunktet...

Ivar: Hysj, la Gry tenkje.

Ivar framstilte seg sjølv og Harald som deltakarar som ikkje hadde noko å bidra med, både ved å seie det direkte, men også ved å stoppe Harald og be han om å «*la Gry tenkje*» i staden. Med dette løftar Ivar også fram Gry som ein «sterk» deltakar, som er «*den smartaste eleven på skulen*» og den einaste som kan løyse oppgåva. Liknande identifisering kom fram fleire gongar i arbeidet til gruppe 3, til dømes då Gry hadde jobba ei stund åleine med oppgåve 3:

Ivar: Det er bra du skjønner det, Gry, det er bra du skjønner det. Det er ein grunn til at eg har tre i matte, liksom.

Gry: Eg har ikkje tre i matte.

Ivar: Nei, eg har. Du har sikkert fem.

Ivar framstilte framleis seg sjølv som ein svakare deltakar, særleg samanlikna med Gry, og rettferdiggjorde med det at han hadde lågt engasjement i oppgåva. Han kopla det også til karakterar, som dermed også fungerte som eit identitetsskapande narrativ. Finn kopla også sin matematiske identitet til karakterar i intervju, på spørsmål om han opplevde utfordringar med oppgåvene:

Finn: (...)Eg har jo fem og fem pluss på tentamen, heile tida. Så det går jo alltid bra.

Finn sitt narrativ var at han alltid får gode karakterar på tentamen, og at oppgåvene difor ikkje kan vere veldig utfordrande for han. Finn sitt utsegn kan også sjåast i samanheng med Sfard (2020) si kopling av identitet og sjølvoppfyllande profeti: Finn sine karakterar fortel han at han er ein «sterk» deltakar i matematikkdiskursen, som gir han tru på eigne føresetnadar og moglegheiter.

Gry fortel i sitt intervju om andre si oppfatning av ho:

Gry: Eg er jo ein veldig stille person, medan klassen min synest at eg er veldig smart, men eg er jo ikkje heilt einig med det, då. Men når dei treng hjelp, så spør dei meg. Eg likar eigentleg ikkje å snakke med andre, det får dei klare åleine, såne oppgåver.

Klassen til Gry sitt narrativ om Gry som smart gjer at ho også blir ein ekspertdeltakar som klassen spør om hjelp. Gry fortel at ho ikkje er «*heilt einig*», men også at ho ikkje likar å bli spurd om å hjelpe. Her stod klassen sitt narrativ i kontrast til Gry sin identitet og kva rolle ho ønskte å innta i klassen.

4.3 Roller: leiarar og følgjarar

I delkapittel 4.2 framkom det at korleis ein elev oppfatta eigen og andre sin identitet hadde innverknad på gruppedynamikken. Under arbeid med oppgåvene var det ein meir eller mindre tydeleg leiar på alle gruppene, der leiaren førte ordet og ofte godkjente narrativ, som sett i 4.1.3. I intervjuet etterpå framstod elevane som medvitne på eiga rolle. Til dømes fortalde Finn at han fungerte som leiar på gruppe 2:

Finn: Først var eg jo ganske stille, for eg er ikkje så god på å prate med tilfeldige folk. Men så følte eg sånn der, det her kan eg litt, så eg berre tar ein sånn leiarrolle, på ein måte. Og eg satt jo i midten, også. Så sa eg mine forslag og spurde dei andre.

Finn forklarte at leiarrolla ikkje eigentleg var i samsvar med hans personlegdom, men at kjensla av at han kunne matematikken gjorde at han likevel inntok ei leiarrolle. Finn uttalte også at han var oppteken av å kjenne seg flink, og at han pleidde å gjere det bra i matematikk (sjå delkapittel 4.2). Desse eigenskapane, som gjorde at han oppfatta seg sjølv som ein sterkare deltakar enn dei andre, kan ha bidrege til kva rolle Finn inntok. Samstundes nemnte også Finn at det kan vere vanskeleg å ta ei leiarrolle:

Finn: Men det er jo alltid, å ta leiarrolla, og så er *det* feil. Også er eg veldig stille i timane, i motsetnad til barneskulen. På barneskulen var eg alltid smart og kunne alt. Men no orkar eg ikkje snakke, for klassen er så pratsam.

Finn fortalde at han kunne oppleve leiarrolla som sosialt belastande, og at han var stillare no enn før. Han koplår også stilla si til at han kjente seg meir kompetent på barneskulen, men også til at det er andre som pratar mykje i klassen hans no. Utsegna til Finn kan illustrere at å innta ei leiarrolle kan vere ei kompleks avgjersle, og at både faglege og sosiale omsyn blir tekne av ein deltakar før deltakaren inntek rolla.

Kaja inntok ei slags mellomrolle på gruppe 4, der ho følgde Jens, men også leidde Lily. I intervjuet skildra ho gruppedynamikken:

Kaja: Eg var jo på gruppe med nokon som var veldig gode, og nokon som slit med det [matematikk]. Men eg trur begge av dei fekk det til ganske bra. I alle fall han som likar matte, då. Vi visste jo ikkje heilt kva dei skulle gjere på starten og sånn. Og så prøvde vi å finne likskap med grafane og funksjonane på dei korta. Og så når eg forklarte til den som ikkje likar matte så godt, så forklarte eg det på ein litt enklare måte. Så forstod ho kva vi skulle gjere. Men det var samtidig ikkje sånn at det berre var éin som sat og jobba og dei andre gjorde ingenting, alle var jo med.

Kaja var tydeleg medviten på kor «sterke» dei andre deltakarane på gruppa hennar var, og plasserte seg sjølv mellom. Med mellomrolla hennar følgde eit ansvar for å forenkle og forklare til Lily, som ho visste «slit med» matematikk. Samstundes var Kaja oppteken av å understreke at alle «fekk det til», og at alle deltok og var med. Mellomrolla hennar reflekterte denne innstillinga.

Gry fekk, som sett i delkapittel 4.2, ei noko ufrivillig leiarrolle på gruppe 3, på grunn av Harald og Ivar sine identitetsskapande narrativ om ho. Ho fortalde at klassen oppfatta ho som «*veldig smart*», og at ho ofte blei spurd om å hjelpe, men at ho føretrakk å jobbe for seg sjølv. Dette kom til syne i oppgåvearbeidet, der gruppe 3 blei oppdelt og Harald og Ivar jobba i lag, medan Gry jobba åleine. Ho forklarte si løysing til dei andre på gruppa, men fortalde i intervju at «*dei andre forstod eigentleg ikkje*». Det kan tyde på at Gry sin diskurs var inkommensurabel med Harald og Ivar sin, og at når Gry ikkje aksepterte leiarrolla, fekk heller ikkje Harald og Ivar innsikt i ny diskurs.

Nora var i stor grad involvert i arbeidet på gruppe 5, men skildra ei medviten følgjarrolle:

Nora: Eg tar ikkje så mykje initiativ eller tar over leiarrolla. Man berre stolar på at nokon andre kan det og kan følgje litt med på kva dei gjer for å lære det. Ja, og eigentleg, i andre fag, i samfunnsfag og sånn, då bruker eg å ta leiarrolla eigentleg, og veldig mykje initiativ. Men ikkje matte, matte er einaste faget der eg ikkje... Ja.

Nora fortalde at ho eigentleg har lett for å innta leiarroller, men at matematikkfaget er eit unntak, der ho går aktivt inn som følgjar fordi ho oppfattar andre deltakarar som sterkare. Sfard (2020) understrekar at rituell deltaking og imitasjon er naudsynt for all matematikklæring. Nora uttalte at ho involverer seg i ulik grad, avhengig av korleis ho vurderer dei andre deltakarane:

Nora: Ja, eg trur nok at det er lettare for meg å delta viss det er på nivå med nokon som er på nivå med meg. Men viss det er nokon som er på eit høgare nivå enn meg, så tar eg eit steg tilbake og følgjer med på kva dei gjer og lærer meir.

Imitasjonsstrategien var aktuell for Nora dersom det var ein sterk deltakar til stades. Ho nemnte ikkje noko om kva nivå matematikken var på, men meinte at så lenge det var ein meir erfaren deltakar til stades, ville ho følgje denne. Ho gav ikkje uttrykk for at matematikken var utilgjengeleg for ho, korkje i arbeidet eller i intervjuet. Følgjarrolla til Nora kan difor kallast ein medviten strategi i tilfelle der ho er i ein kjend diskurs, men med ein meir erfaren deltakar til stades.

Rolla deltakarane tek i diskursen kan altså seiast å vere resultat av eigen og andre sin oppfatting av identitet, men også av andre faktorar, som personlegdom.

4.4 Kommunikasjon

Dei fleste elevane som blei intervjuet var positive til samarbeid om oppgåveløysinga. Fleire meinte dei kunne fått til oppgåvene individuelt, men føretrakk samarbeid. Ada fortalde at ho fungerte betre med samarbeid, men at det var ei sjeldan arbeidsform i matematikkfaget. Ole påpeikte at samarbeid var «*lettare enn når du er åleine, liksom at alle jobbar på same greie. Det er litt kjedeleg viss du sit åleine og jobbar med éin ting*». Ole utdjupa seinare at samarbeid auka engasjementet hans uavhengig av oppgåvetype:

Ole: Eg engasjerer meg meir når det er sånn gruppe eller sånn, ja.

Forskar: Det har ikkje noko å seie med oppgåvetypen?

Ole: Nei, ikkje eigentleg. Gjer no berre det oppgåvene spør om, sjølv om det ikkje er så kjekt.

Elevane trakk fram samarbeid som ein måte å berike arbeidet på, og at dei opplevde matematikkfaget som einsidig når det gjald arbeidsformer. Ole vurderte samarbeid som viktigare enn oppgåvetype for hans engasjement. Fleire gonger argumenterte også elevane for at samarbeid gav betre læring, fordi dei fekk høve til å kommunisere med andre. Finn fortalde at «*Vi fekk det til. Alle skjønnte den, òg. Vi berre prata oss gjennom*

det», og Kaja skildra arbeidet som «*Vi kommuniserer. Og snakkar om det vi tenkjer om oppgåvene og sånt. Vi skreiv ingenting, vi berre prata om det viss det var noko*». Å snakke med andre framstod som essensielt for kvifor samarbeid blei vurdert som attraktivt. Ada grunn gav dette med at ho fekk vurdering på sine forslag, og unngjekk uvisse:

Ada: Det hjelp jo når du har nokon å snakke med, altså, eg har nokon å snakke med og liksom seie kva eg meiner. Så kan eg høyre om dei synest det er rett og høyrest logisk ut. Eg får liksom ei stadfesting om at det kan vere riktig.

Forskar: Åja?

Ada: Ja, sånn når det er meg sjølv så er det sånn «Hmm, det kan vere riktig, det kan vere feil, kvifor ikkje?»

Ada skildra ein interpersonell kommunikasjon der ho kan framsetje narrativ og få godkjenning frå andre deltakarar (Sfard, 2008). Samstundes gav ho eit innblikk i sin intrapersonelle kommunikasjon, der ho fortalde at ho fort kan bli usikker på om ho gjer rett. Ole trakk også fram at han samarbeid gjorde det lettare å lære, fordi «*Man treng aldri å stå fast, for då er det nokon andre som kan hjelpe deg ut av det*». Nora fortalde at ho eigentleg føretrakk individuelt arbeid, men at matematikk skilde seg ut fordi ho ønskte å følgje andre. Nora trakk dermed fram at samarbeid med deltakarar med meir erfaring kan gi ho innsikt i nye diskursar. Seinare presiserte ho at ho føretrakk samarbeid med elevar på litt høgare nivå:

Nora: Eg personleg ville ha likt å jobbe med nokon som kanskje er litt høgare nivå i matte enn meg, fordi då føler eg at eg lærer mykje meir av dei. For då kan eg sjå kva dei gjer, og så på ein måte følgje etter. Så eg synest det er mykje enklare når det er *elevar* som gjer ulike ting i matten, og følgjer med litt på kva dei gjer når dei forklarar undervegs.

Forskar: Synest du det er enklare enn å sjå på lærarar?

Nora: Ja, då klarer eg å følgje, liksom å følgje med. Kanskje sånn fordi dei bruker lettare ord.

Nora var oppteken av å kunne følgje medelevar og lære av dei, og opplevde det som lettare enn å følgje med lærarar, og grunn gav det med ordbruk. Ord kan opplevast som vanskeleg fordi lærar sin diskurs er inkommensurabel med Nora sin diskurs (Sfard, 2007).

Ikkje alle elevane ville samarbeide med elevar på høgare nivå. Ole meinte at «*Det er litt artig når alle er på same nivå. Då er det ikkje nokon som sit og er kjempesmarte og gjer alt*». Ole påpeikte med det at ein leiar på ei gruppe må ha ein tilgjengeleg diskurs for følgjarane for at samarbeidet skal fungere. Kaja nyanserte leiar/følgjar-dynamikken:

Kaja: Akkurat på sånne oppgåver kan det vere ulike. For då kan jo dei som er på eit høgare nivå lære dei som er på eit litt lågare nivå. Og så kan dei lære dei på eit endå lågare nivå. Og så kan jo dei på eit lågare nivå lære dei på høgare nivå, sidan dei ser det ofte på ein annan måte.

Kaja trakk fram eit mellomnivå, som også samsvarer med hennar mellomrolle. Ho skildra eit samarbeid der det er fleire leiar/følgjar-dynamiskar internt på gruppa. Dette kan vege opp for problematikken Ole skildra om tilgjengelege diskursar. Kaja nemnte i tillegg at det ikkje nødvendigvis berre var dei på høgast nivå som lærte vekk, men at ulike deltakarar kan ha ulike syn på ei oppgåve, som kan vere ein ressurs i samarbeid.

Gry representerte ein anna ståstad angående samarbeid. Ho uttalte at ho «*likar eigentleg ikkje å snakke med andre, det får dei klare åleine*». Ho forklarte også nærare kvifor ho føretrakk individuelt arbeid:

Forskar: Synest du det passar best å jobbe åleine eller å samarbeide?

Gry: For meg, då, likar eg åleine. Men det er mange i klassen min som likar å jobbe som samarbeid med ei venninne eller ein ven.

Forskar: Ja?

Gry: Men eg synest det er mykje lettare. Åleine, då. Sånn at eg kan berre snakke til meg sjølv. Berre sånn, ja, eg veit korleis eg skal gjere dette, det er sånn og sånn, og så held eg på.

Gry opplevde arbeid åleine som «lettare», fordi ho heller ville snakke til seg sjølv. Ho fortalde at ho kommuniserer både identitetsskapande narrativ («*Eg veit korleis eg skal gjere dette*») og utføring av rutinar («*Det er sånn og sånn*») med seg sjølv. Gry skildra dermed aktiv intrapersonell kommunikasjon (Sfard, 2008).

4.5 Refleksjon rundt oppgåvetypar

Alle elevane som blei intervjuet svarte at dei ikkje hadde arbeidd med LIST-oppgåver før, som kunne stadfestast av lærarane deira. På spørsmål om dei opplevde LIST-oppgåver som annleis enn andre oppgåver, meinte samtlege at det var skilnad, men utdjupa skilnaden på ulike måtar. Fleire elevar samanlikna LIST-oppgåver med det dei kalla «vanlege» oppgåver, som dei karakteriserte som oppgåver frå lærebøker. Ole skildra dess som «*I bøkene er det jo sånn at du skal berre rekne ut det svaret er, og så er du ferdig med den oppgåva. Eller sånn, du veit ein oppskrift på korleis du skal løyse den. Så berre gjer du den.*». Ole skildra dermed lukka oppgåver. Fleire av elevane hadde liknande resonnement. Nora meinte LIST-oppgåver var meir praktiske og kreative: «*Det var på ein måte litt meir, ikkje praktiske oppgåver, men sånn oppgåve som med dei glassa, det er ikkje så vanleg at vi får i boka. At vi bruker sånne objekt, då. I staden for bare a, b, c, d, e, f... Det blir litt artigare å tenkje når det er sånne der oppgåver enn berre i boka. Også er man på ein måte mye meir kreativ også*».

Fleire elevar påpeikte at oppgåvene var lette å løyse. Ada meinte oppgåvene var «lettare å skjønne», samanlikna med lærebokoppgåver, men nyanserte oppfattinga si ved å påpeike at vanskelegheitsgrada auka undervegs:

Ada: Det er litt sånn... Dei var litt lettare... Eller, altså, ikkje lettare, men dei var litt greiare å få til då. Sånn som dei var lagt opp, at dei var litt lettare å skjønne. Men på ein annan måte, då. Men kanskje når man først hadde begynt, at vanskelegheita auka. Det blei litt vanskeleg. Men litt sånn i takt med kor mykje du forstod, då. Også var det litt... Det var meir variasjon enn kva vi vanlegvis pleier å ha. Vi pleier jo eigentleg berre å sitje i boka, veit du. Også fekk du bruke hovudet på ein annan måte. Også fekk vi samarbeide.

Ada si skildring kan tolkast som at ho har opplevd både låg inngangsterskel, og stigande takhøgde. Gruppa til Ada (gruppe 1) deltok i stor grad rituell og var opptekne av å bli ferdige med oppgåvene, men Ada har likevel opplevd at nivået steig og at tenkjemåten endra seg. Ada trakk dessutan fram variasjon som essensielt for hennar oppleving av oppgåvene.

Gry opplevde oppgåvene som «stort sett greie», og trakk særleg fram oppgåve 2, og kalla den ei «open oppgåve». Ho fortalde at ho føretrakk slike:

Gry: Opne oppgaver synest eg er mykje lettare enn eit direkte svar, då. Det synest eg er mykje lettare.

Forskar: Åja? Kvifor det, då?

Gry: For då finst det fleire svar, og det er ikkje heilt sånn at den er feil, den er riktig. Så du forstår korleis, og lærar forstår korleis du har det, og kva meiner du med det. Sånn at, ja, eg synest det er mykje lettare på opne. Det blir litt sånn, så lenge du er litt sta eller sånn, så kan man argumentere for akkurat kva som er riktig.

Gry likte opne oppgaver fordi ho kunne løyse oppgåva slik ho ønskte, framfor å måtte nytte éin bestemt metode, og at ho sjølv kunne argumentere for kva som var rett. Hennar tolking av oppgavesituasjonen blir då opp til ho, og ho kan sjølv velje prosedyre.

Finn trakk også fram omgrepet «open oppgave», men hadde ei anna oppfatting:

Finn: [Samarbeid] er i alle fall bra på opne oppgaver. For då får du inn fleire idéar, fleire måtar å tenkje på. For det er jo av og til at eg ikkje kjem på noko. Og så snakkar eg med kompisane mine, og dei har jo sjuke oppgaver. Og så tenkjer eg at dei der kunne eg jo ha løyst, men eg kjem ikkje på å lage slike oppgaver. Det er litt sånn kor kreativ man er der, då. Man skal ha litt overskot.

Forskar: Ja, skjønar.

Finn: Det einaste er at opne oppgaver er heilt på slutten av del 2 [på tentamen]. Så når du er heilt utslitt og har sete med matte i 4-5 timar, då skal du begynne å vere kreativ.

Forskar: Likte du kanskje ikkje Bjarne så godt, då?

Finn *ler*: Nei, ikkje direkte ikkje likte. Eg har jo ikkje heldt på med opne oppgaver, men det gjekk jo. Det er jo når ein må lage oppgaver til seg sjølv, sånn, så veit man jo ikkje om det er bra nok, det er vanskeleg. Eg likar å berre følgje ei oppskrift. Det er litt det eg likar med mattedtentamen, då, at det er ett svar. Det er akkurat det det ikkje er på opne oppgaver. Der må du liksom finne ei skikkeleg oppgave sjølv, og så må læraren meine at du har fulgt dei rette kriteriene og sånn.

Finn grunngav si oppfatting av opne oppgaver med at han blei usikker på eiga oppgåvetolking, særleg i vurderingssamanheng – han var oppteken av om si tolking var i samsvar med læraren si, og samanlikna også sine løysingar med medelevar sine. Han meinte opne oppgaver var meir krevjande, og nemnte spesifikt kreativitet. Finn fortalde òg at han likte å «følgje ei oppskrift», og at det var «*eitt svar*», som kan skildre ein ritual-mogleggjerande oppgavesituasjon (Nachlieli & Tabach, 2019). I samanheng med LIST-oppgåvearbeidet trakk Finn fram at samarbeid bidrog til ei betre oppleving, fordi det gav høve til fleire tenkjemåtar.

Kaja, som gjekk på den andre skulen, hadde same oppleving med opne oppgaver på tentamen. Kaja meinte, i likskap med både Finn, Ole og Ada, at arbeidsform utgjorde ein skilnad:

Kaja: Vi har ei sånn open oppgave på slutten av tentamen.

Forskar: Liknar den på desse, eller er det forskjell der også?

Kaja: Den kan jo likne litt, då, men det er ganske forskjell på å gjere det individuelt og samarbeide om det.

Forskar: Synest du det krevjer meir eller mindre innsats på desse oppgåvene?

Kaja: Eg trur det eigentleg berre krev at du er engasjert. Det er gøy å ha noko praktisk i matte, eller... Ja, berre fordi det er noko annleis, så blir det kjekkare.

Kaja trakk også fram at variasjonen LIST-oppgåvene gav, i form av både samarbeid og at dei var «praktiske», bidrog til at arbeidet blei «kjempe». Kaja framheva engasjement i oppgåveløysinga, framfor innsats.

5 Diskusjon

I dette kapitlet skal eg først gi ei oversikt over studien i 5.1, før eg diskuterer resultatane opp mot den presenterte teorien. Diskusjonen er strukturert etter dei to aspekta av forskingsspørsmålet, slik at eg i 5.2 ser på matematisk deltaking, medan 5.3 har hovudvekt på sosial deltaking. Deretter følgjer drøfting av didaktiske implikasjonar i 5.4, og avslutningsvis ei utreiing av manglar ved studien.

5.1 Oversikt over studien

Målet med denne oppgåva var å undersøke ungdomsskuleelevar sitt arbeid med LIST-oppgåver. Dette blei gjort gjennom forskingsspørsmålet

Korleis deltek elevar i 10. klasse i arbeid med LIST-oppgåver om funksjonar?

Deltakingsomgrepet omfatta både matematiske og sosiale aspekt, som er relevant for LIST-oppgåver og blir sameinte i kognisjonsteori. I kapittel 4.1 og 4.2 presenterte eg bakgrunn og rammeverk for oppgåva. Eg har nytta Sfard (2007; 2008; 2020) sin kognisjonsteori som rammeverk, fordi det fanna om fleire dimensjonar av matematikkføring. LIST-oppgåvene i studien omhandla funksjonar, i utgangspunktet av praktiske omsyn, men også fordi funksjonar er kognitivt interessant (t.d. Nachlieli & Tabach, 2012). Studien var fenomenologisk, og datainnsamlinga skjedde ved at 15 tiandeklassingar deltok i observert oppgåvearbeid, før seks av dei deltok i semistrukturerte intervju. Dataa blei sidan tematisk analyserte, og i dei neste delkapitla følgjer diskusjon av hovudfunna.

Analysen viste at elevane i stor grad deltok rituel, og berre eit par elevar utviste teikn på utforskande deltaking. Oppgåvearbeidet var tidkrevjande, men alle elevane kom fram til ei løysing på alle oppgåvene dei arbeidde med. Dei løfta ikkje takhøgda på oppgåvene nemneverdig. Subjektivering var framtrudande, og elevane framsette identitetsskapande narrativ både direkte og indirekte, og om både seg sjølv og andre. Elevane inntok tydelege roller overfor kvarandre, og grunn gav desse med eigne og andre sine identitetar, der den «sterkaste» eleven inntok leirolla og dei andre på gruppa følgde denne. Samstundes utviste dei fleste elevane ein preferanse for samarbeid i arbeid med LIST-oppgåver. Dei viste til at samarbeid gav høve til interpersonell kommunikasjon, men også at dei sjeldan samarbeidde elles i matematikkfaget. Variasjon, både i arbeidsformer og oppgåvetypar, var eit gjennomgåande argument for implementering av LIST-oppgåver frå elevane si side.

5.2 Matematisk deltaking

Matematikkføring er, frå eit kognitivt perspektiv, eit samspel mellom matematisering og identifisering (Heyd-Metzuyanim & Sfard, 2012). I dette delkapitlet vil eg drøfte det matematiske aspektet av deltakingsomgrepet i forskingsspørsmålet om korleis elevar på 10. trinn deltek i arbeid med LIST-oppgåver. I matematiseringsdelen av diskursen snakkar deltakarane om matematiske objekt (Heyd-Metzuyanim & Sfard, 2012).

At samtlege grupper fekk til samtlege oppgåver dei arbeidde med, kan vere resultat av låg inngangsterskel. Fleire av elevane merka seg at det var lett å starte på oppgåvene. Både Ada og Nora meinte LIST-oppgåvene var «lette å skjøne» (delkapittel 4.5). Oppgåvesituasjonar er, i kognisjonsteori, utgjort av oppgåvetolking og prosedyrer (Lavie et al., 2019). Når eleven opplever ei oppgåve som enkel å tolke, kan det bli lettare å finne presedensar for den aktuelle oppgåva. Det er grunn til å tru at dette kan ha bidrege til den generelt høge grada av deltaking. Samstundes løfta ikkje elevane takhøgda på oppgåvene nemneverdig, men var opptekne av å bli ferdige. Likevel var oppgåvene tidkrevjande. Resultat frå studien til Fitriati et al. (2021) viste at elevar treng tid og erfaring i møte med nye oppgåvetypar. Liknande funn finst altså også i min studie – LIST-oppgåver var nytt for elevane, og sjølv om elevane syntest oppgåvene var lettfattelege og ofte løyste dei enklast mogleg, trong dei tid på å leite etter presedensar og å utføre prosedyrer. Christiansen et al. (2023) fann at dårleg tid førte til at lærar oppfordrar mindre til utforskande rutinar. Det er mogleg at også elevar går i ei meir rituell retning når dei har lite tid.

Av analysen framkom det at elevane ofte var prosessorienterte. Fokuset på å bli ferdige med oppgåva, framfor å produsere nye narrativ, vitnar om rituell deltaking (Sfard, 2008). Totalt var det også få teikn til deritualisering. T.d. blei det ikkje observert auke i bruk av substantiv, som tyder på lite objektivering (Lavie et al., 2019). Elevane nytta heller «den» eller peikte på visuell mediator i samtale om matematiske objekt. Når elevane blei spurde om korleis dei hadde kome fram til resultatet, skildra dei ofte berre kva dei hadde gjort. Det tydar på at dei manglar kriterium for å vurdere resultatet, som vitnar om lite underbygging (Lavie et al., 2019). Samstundes er det desto meir interessant med dei tilfella av utforskande deltaking som var. Carl utviste nokre teikn på deritualisering i oppgåve 1 (delkapittel 4.1.4) – han kombinerte dei nye orda han hadde lært med kjende rutinar for plotting, og fekk såleis ei meir effektiv rutine for å teikne graf i oppgåvesituasjonen. Dermed utviste Carl agentivitet og fleksibilitet. Det same gjeld Gry i oppgåve 2, der ho laga uttrykk for situasjonane og nytta desse til å finne ei grafisk løysing (delkapittel 4.1.4).

Elevane si hovudsakleg rituelle deltaking (delkapittel 4.1.4) med få initiativ til å løfte takhøgda i LIST-oppgåvene kan springe ut frå mangel på sosial motivasjon. I oppgåvearbeidet var det ingen lærar som kravde eller gav støtte til ei meir utforskande deltaking. Eg hadde skrive ned aktuelle spørsmål som var tilrådd frå MatteLIST, men hadde som forskar ikkje kapasitet til å inngå som lærar. Kirschner et al. (2006) fann at minimal rettleiing var mindre effektivt enn mykje. Det kan sjå ut til at mine funn peiker i same retning. Frå eit kognitivt perspektiv kan det seiast at lærar si rolle som leiar av diskursen er kritisk for at elevane skal motiverast til å inngå i deritualiseringsprosessar. Dette er i samsvar med Nachlieli & Elbaum-Cohen (2021) sine tilrådingar om å ha kjennskap til elevane sine moglegheiter til utforskande deltaking, og fasilitere lærargrep deretter.

Oppgåvesituasjonen kravde heller ikkje utforskande deltaking. LIST-oppgåver kan seiast å leggje opp til eit val mellom ritual og utforsking, der utforsking ville innebore å løfta takhøgda. Såleis kan LIST-oppgåver kallast som ritualmogleggjerande, ettersom oppgåvene skal kunne løysast med kjende prosedyrer (Nachlieli & Tabach, 2019). Nokre elevar kan framleis ha ein utforskande innfallsvinkel, men LIST-oppgåvene kan ikkje kallast utforskingskrevjande. Det ville innebore at oppgåvene ikkje kunne løysast med ritual, og analysen viser at låg inngangsterskel mogleggjer ritual. Derimot kan oppgåvene karakteriserast som utforskingsmogleggjerande (Nachlieli & Tabach, 2019).

Elevar får moglegheit til å inngå i utforskande rutinar, dersom dei løftar takhøgda i oppgåva. Samstundes kan utforskande deltaking, som tidlegare nemnt, vere funksjon av både oppgåvesituasjon og lærargrep, som også Christiansen et al. (2023) fann.

Alle elevane i intervju nemnte oppgåve 1 som utfordrande. Temaet andregradsfunksjonar var nytt for dei, og omfatta nye ord og narrativ til godkjenning. Dermed måtte elevane utvide funksjonsdiskursen sin på objektnivå. Cooper & Lavie (2021) tilrådde å initiere overgangar til nye diskursar ved utforsningskrevjande oppgåvesituasjonar, der elevar får høve til å bruke kjende ord, visuelle mediatorar o.l. I løysing av oppgåve 1 starta elevane med kjende ord, som «konstantledd» og «funksjonsnamn». Dei nytta også grafen som visuell mediator – dei var kjende med grafavlesing, og kunne bruke informasjonen dei fekk frå grafen til å finne riktig ord. Til dømes deduserte gruppe 4 kva som måtte vere nullpunkt ut frå grafen (delkapittel 4.1.2). Elevane nytta også mindre matematiske løysingsmetodar, som eliminering. Dei kjende også att «i andre» frå diskurs om algebra, og kan såleis seiast å ha til dels nyttiggjort seg av interdiskursivitet, som kan verke støttande i møte med nye diskursar (Cooper & Lavie, 2021; Ärlebäck & Frejd, 2013). Den aktuelle oppgåva er nokså lukka, og ikkje utforsningskrevjande utan å aktivt utvide den. Likevel kan oppgåvesituasjonen ha bidrege til endring i rutinar på metanivå, fordi elevane blei kjende med nye reglar for omgrepsbruk og auka sitt medvit rundt narrativ.

Eit interessant funn var skilnadar i oppgåvepreferansar, og kva innverknad dei hadde på deltaking. Finn hadde gode matematikkarakterar og identifiserte seg som «flink», men ikkje kreativ. Han føretrakk lukka prosedyreoppgåver (delkapittel 4.5). Tidlegare forskning har vist at somme elevar er mindre interesserte i rike oppgåver, og føretrekkjer umiddelbare svar (Fitriati et al., 2021; Boaler, 1998). Finn viste ingen tendensar til utforskande deltaking. På den andre sida var Gry, som også hadde gode matematikkarakterar og identifiserte seg som sterk i faget, men uttrykte ein tydeleg preferanse for opne oppgåver (delkapittel 4.5). Gry si deltaking gjekk mot utforskande når ho fekk jobbe åleine.

Når det gjeld funksjonar i diskursen, var det tydeleg at elevane var vane med modelleringsoppgåver. Ivar uttalte at dei likte slike betre (delkapittel 4.1.4). Elevane løyste oppgåve 2 og oppgåve 4, som begge inneheldt ein overgang frå situasjonsskildding til uttrykk, utan vanskar, og hadde tydelege rutinar for desse. Det same gjaldt overgangane plotting og utrekning (Janvier, 1987). Elevane hadde størst vanskar med ord og definisjonar i oppgåve 1 (delkapittel 4.1.1 og 4.1.3), som er i samsvar med Nachlieli & Tabach (2012) sine funn om at sjuandeklassingar fokuserte meir på handlingar enn på objektet funksjon. Samstundes skil tiandeklassingane i denne studien seg ut med å framstå nokså kompetente i realiseringar og overgangar, som Nachlieli & Tabach (2012) meiner er ein føresetnad for å arbeide med definisjonar. Dermed kan det tenkjast at tiandeklassingane først og fremst manglar erfaring med definisjonar. Læreplanmåla i LK20 framhever også handlingar og enkelte omgrep, som «gjennomsnittsfart» og «vekstfaktor», og funksjonar i relasjon til modellering er eit eige læreplanmål (Kunnskapsdepartementet, 2019). Elevane sine funksjonsrutinar og -utfordringar speglar såleis innhaldet i læreplanen. At den inneverande undervisningsperioden omhandla funksjonar kan også ha påverka arbeidet. Rutinar spring ut frå erfaringar, gjerne nylege (Lavie et al., 2019). Dermed hadde elevane truleg funksjonsrelaterte rutinar lett tilgjengelege.

5.3 Sosial deltaking

I dette delkapittelet drøftar eg det sosiale aspektet av deltakingsomgrepet i forskingsspørsmålet, og tematiserer dermed subjektiveringsdiskursen i tiandeklassingane sitt arbeid med LIST-oppgåver.

Subjektiveringsdiskursen var av eit større omfang enn venta. Sfard (2020) understrekar at identitetsskapande narrativ kan fungere som sjølvoppfyllande profetiar og ha langvarig effekt. Analysen viste liknande resultat. Finn hadde identifisert seg som «smart» sidan barneskulen, som endå påverka hans oppfatning av seg sjølv som deltakar i matematikkdiskursen, sjølv om han meinte han stilte svakare no. I Finn sitt tilfelle var effekten positiv, medan Ole, som deltok lite, identifiserte seg med å ikkje kunne matematikk (delkapittel 4.2). Karakterar fungerte også som identitetsskapande narrativ. Også her fekk Finn ein positiv effekt, der fem på tentamen fortalde han at han kunne matematikk. På den andre sida meinte Ivar at han ikkje kunne bidra fordi han hadde tre i matematikk (delkapittel 4.2). Dermed fungerte identitetane som eit signal om kva deltakaren kunne bidra med i oppgåvesituasjonar. Tilsynelatande hadde dei elevane som tenderte mot utforskande undervising, hovudsakleg Gry og Carl, færrest identitetsskapande narrativ om seg sjølv. Heyd-Metzuyanin & Sfard (2012) påpeiker at mindre subjektiveringsstrev gir ein meir uforstyrra matematiseringsdiskurs.

Resultat frå Heyd-Metzuyanin & Cooper (2023) sin studie viste at studentar reagerte affektivt i møte med nye diskursar. I min studie var uvisse mest framtrudande. I oppstart av ny oppgåve uttrykte elevane ofte at dei ikkje «*skjønte nokonting*» e.l. (delkapittel 4.2). Likevel starta dei ofte på oppgåva og utførte passande prosedyrer kort tid etter, og vidare affektive reaksjonar blir kanskje reduserte av den låge inngangsterskelen. Narrativ blei også framsett spørjande, som eit uttrykk for uvisse og behov for bekrefting.

Dei identitetsskapande narrativa blei funksjonelle i rollefordeling. Elevane sine narrativ om seg sjølv og kvarandre, truleg utvikla over fleire år, fungerte som eit utgangspunkt for roller i gruppa. Til dømes fortalde Kaja om at ho var på gruppe med ein ho visste var sterk i matematikkfaget, og ei ho visste hadde vanskar, og at ho tilpassa si rolle etter dette (delkapittel 4.3). Det same gjaldt Nora, som dreiv ein medviten imitasjonsstrategi, og involverte seg i ulik grad avhengig av andre på gruppa sine nivå (delkapittel 4.3). Elevane med negative narrativ om seg sjølv, som Ole og til dels Nora og Ada, deltok, men som følgjarar. Alle gruppene hadde ein tydeleg leiar, ein elev som var identifisert som «sterk», som dominerte oppgåveløysinga. Dette fann også Lu et al. (2023) i grupper med ulike matematiske nivå. I min studie kunne dei ulike nivåa føre til ulik deltaking og oppdeling av gruppa. Dette kom til syne på gruppe 1 og gruppe 3. På begge gruppene utførte éin elev ei løysing som ikkje var openberr for dei andre på gruppa, samtidig som dei andre tydeleg uttrykte at dei er «svakare» deltakarar. Dette syner samanvevinga av matematisering og subjektivering, som Sfard (2020) presenterer.

Elevane sine identifiseringar og rolletildeling var ikkje alltid i samsvar, og det kunne ha konsekvensar for samarbeidet. Gry fekk ei ekspertrolle av Ivar og Harald, og fortalde at ho var vane med å måtte hjelpe medelevar, sjølv om ho ikkje likte det (delkapittel 4.2). Gry aksepterte ikkje leiarrolla, og dermed mangla ei lærings-undervisingsavtale (Sfard, 2008). Resultatet blei oppdeling av gruppearbeidet. På denne måten blei heller ikkje dei andre deltakarane eksponerte for eksperten sin diskurs. Sfard (2020) påpeikar nødvendigheita av ein erfaren leiar. I dette tilfellet var elevane i ein kunstig forskingssituasjon utan tilgang på lærar, men i vanlege undervisningssituasjonar kan lærar gjerne gå aktivt inn i leiarrolla. Elevane såg ut til å nærast på refleks gå inn i roller basert

på nivå, uavhengig av lærings-undervisningsavtalar. Det kan difor vere behov for lærargrep for å redusere førekomst av dette mønsteret, men også for å følgje Lu et al. (2023) sine tilrådingar om å ta omsyn til personlegdom i gruppeinndeling. Eg hadde ikkje kjennskap til elevane og kunne ikkje ta slike omsyn. Ein lærar som kjenner klassen er sannsynlegvis betre i stand til det. Lærarmedvit og -rolle står slik sentralt i diskursen, både i tilrettelegging i matematiseringa (Nachlieli & Elbaum-Cohen, 2021; Christiansen et al., 2023) og for sosiale og affektive sider av deltakinga (Lu et al., 2023; Heyd-Metzuyanım & Cooper, 2023).

Dei fleste elevane var positive til å samarbeide om LIST-oppgåver, og grunn gav dette med at dei fekk høve til å utveksle idéar. Både Finn og Kaja uttalte at gruppene deira «*prata seg gjennom*» oppgåvene (delkapittel 4.4). Det illustrerer posisjonen til interpersonell kommunikasjon i matematikkdiskursen og -læring, som Sfard (2008) understrekar. Likevel bidreg ikkje interpersonell kommunikasjon åleine til metalæring. Elevane nemnte samarbeid som avgjerande for å unngå uvisse og å stå fast (delkapittel 4.4), som inngår i ein kommognitiv konflikt. Den låge inngangsterskelen kan slik ha bidrege til at elevane unngjekk fleire kommognitive konfliktrar. Eg observerte også få affektive reaksjona, som Heyd-Metzuyanım & Cooper (2023) fann i kommognitive konfliktrar, utover uvisse. Kanskje er det eit resultat av at samarbeidet reduserte omfanget av dei, som elevane er inne på, men det kan også tyde på at elevane ikkje blei eksponerte for mange nye diskursar. Resultat frå Lu et al. (2023) sin studie viste mindre aktivitet på metanivå i gruppearbeid samanlikna med pararbeid. I min studie var elevgruppene berre éin meir enn par, men funna var likevel liknande.

Eit interessant funn var elevar sine preferansar for inter- eller intrapersonell kommunikasjon. Til dømes meinte Ada at interpersonell kommunikasjon hjalp ho å strukturere sine tankar i oppgåveløysing, medan Gry føretrakk å snakke seg gjennom oppgåveløysinga, som utgjør intrapersonell kommunikasjon (delkapittel 4.4). Gry uttrykte også trøytteleik rundt å hjelpe medelevar (delkapittel 4.2). Dette kan også ha vore medverkande i oppdelinga som førekom i hennar gruppe. Såleis kan sosial deltaking vere forma også av personlege kommunikasjonspreferansar, som blir eit anna relevant omsyn.

For å unngå at ein elev på høgt nivå dominerer oppgåveløysinga, som både Lu et al. (2023) og min studie fann, kan elevar delast inn etter nivå. Det kunne også bidrege til at elevar som Gry ikkje blei påført ei uønskt leiarrolle. Det er likevel ikkje uproblematisk. Nivådeling kan ha negativ effekt på læringsutbyte (Meld. St. 22 (2010-2011); Boaler et al., 2000). Også elevane i denne studien har delte meiningar. Ole meinte homogene grupper ville gjere det lettare å delta for han, medan Nora sin imitasjonsstrategi fordra at ein meir erfaren deltakar var til stades. Kaja meinte ulike nivå var fruktbart, og kunne organiserast med fleire leiar/følgjar-dynamikkar (delkapittel 4.4). Det kan spekulerast i om elevane sine omsyn til medelevar på lågare nivå hadde innverknad på kor høgt opp mot takhøgda elevane gjekk i oppgåvene. Her vil eg innvende at elevane var gjennomgåande prega av ei prosessorientering, som kan tyde på at dei uansett hadde arbeid for å bli ferdige, med mindre lærar stilte krav utover dette.

Elevane understreka gjentekne gonger verdien av LIST-oppgåver for variasjonens skuld, både når det gjaldt oppgåveutforming og struktur. Ada meinte oppgåvene var annleis og lét ho «*bruke hovudet på ein annan måte*» (delkapittel 4.5). Rike og opne oppgåver er vist å gi auka utfordring og kreativitet (Hussain & Mirza, 2014; Mahagna et al., 2023). At oppgåvene blir opplevde som annleis kan forståast ut frå fleire av elevane sine

skildringar av lukka prosedyreoppgåver som standarden i matematikkundervising. Nolte & Pamperien (2017) innvendte at deira resultat om elevmotivasjon kunne vere påverka av at elevane opplevde oppgåver som annleis. Det same gjeld min studie. Ada trakk også fram samarbeid som årsak til hennar oppleving av LIST-oppgåver, særleg fordi ho sjeldan opplevde samarbeid i matematikkfaget (delkapittel 4.4). Det same gjorde Ole, som meinte samarbeid trumfa oppgåveutforming for at hans engasjement (delkapittel 4.4). Det kan ha innverknad på min studie – eg undersøker deltaking, og kanskje hadde fleire elevar delteke i lita grad dersom dei ikkje fekk arbeide i lag. Uansett er også variasjonsargumentet av verdi i undervisningssamanheng: viktigheita av variasjon er nemnt i overordna del av LK20, og Ludvigsenutvalet tilrådde også varierte læringsaktivitetar (Kunnskapsdepartementet, 2019; NOU 2014:7). LIST-oppgåver kan, som eit tiltak for variasjon, fremje aktiv deltaking, som også Wæge & Nosrati (2018) skriv. I kognitiv tyding av deltakingsomgrepet kan variasjonen vere utforskingmogleggjerande, og fleire høve til interpersonell kommunikasjon.

5.4 Didaktiske implikasjonar

LIST-oppgåver ser ut til å vere velegna for matematikkundervising på tiande trinn. Dei kan bidra til å oppfylle ideal om variasjon og utfordring i matematikkundervising. Både matematiserings- og subjektiveringsdiskursen synte imidlertid eit lærarbehov. Lærargrep for å løfte takhøgda ser ut til å vere naudsynte for å fasilitere for utforskande deltaking og for å oppnå gevinstar ved rike oppgåver (t.d. Mahagna et al., 2023; Boaler, 1998). Lærar kan stille spørsmål som gir nye oppgåvetolkingar og utvidingar, og dermed utnyttar potencialet til LIST-oppgåvene. Når lærar inngår som diskursleiar, kan elevar som ikkje ønskjer ei slik rolle avlastast, samtidig som elevar som treng rettleiing i ny diskurs får støtta dei treng.

Elevane i min studie vurderte LIST-oppgåver som velegna for gruppearbeid, fordi det opnar for interpersonell kommunikasjon. Det er likevel verdt å merke seg at ulike elevar stiller seg ulikt til dette. Å variere mellom fleire arbeidsformer, både individuelt, gruppearbeid og felles klasseromsdiskusjon kan difor vere gunstig. Kjennskap til elevane blir også ein viktig føresetnad for lærarrolla. Gruppeinndelingar bør, i følgje min og Lu et al. (2023) sine studiar, ta omsyn til personlegdom. Studien min synte også ulike oppgåvepreferansar og behov for støtte i møte med LIST-oppgåver, som kan vere nyttig bakgrunnskunnskap for lærar. Inndeling etter eller på tvers av nivå blir også eit aktuelt spørsmål. Her er både forskning og elevane i min studie delt, og lærar kan variere mellom homogene og heterogene grupper etter kva som fungerer for personlegdommane og preferansane i klassen.

Studien min viser, i likskap med Heyd-Metzuyanin & Cooper (2023) si, at lærarmedvit rundt subjektiveringsdiskursen er viktig. Då kan lærar sjå dei ulike behova for matematikkfagleg og emosjonell støtte, som kan bidra til at fleire elevar deltek utforskande. Lærar kan også bidra til å redusere negative subjektiveringar ved å setje pris på bidrag frå alle elevar i klasseromsdiskusjon, og med det kome med positive identitetsskapande narrativ om elevane. Målet er å oppnå den positive klasseromskulturen som LIST-oppgåver kan skape, i følgje Wæge & Nosrati (2018).

5.5 Manglar ved studien

Ei metodisk svakheit ved studien er at den berre er gjort kvalitativt, og dermed har låg generaliserbarheit. Kvalitativ forskning blir kritisert for å vere lite replikerbare, som ein konsekvens av det fleksible designet og innverknaden av forskaren sin subjektivitet (Clark et al., 2021). Andre forskarar kunne hatt andre funn. Studien min hadde eit utval på totalt 15 elevar, rett nok på ulike skular i ulike landsdelar, men utvalet er framleis lite representativt for alle norske tiandeklassar og kan ikkje generaliserast. Ein kvantitativ innfallsvinkel ville gitt større generaliserbarheit, men eg vurderte dette til mindre hensiktsmessig, ettersom eg ville undersøke *korleis* elevar deltok i arbeid med LIST-oppgåver, i tillegg til at rekruttering av deltakarar var vanskeleg. Då kunne eg vektleggje korleis arbeidsprosessen såg ut, samt elevane sine refleksjonar.

Framleis kan det innvendast at studien ikkje blei gjennomført over tid. Elevane fekk berre éin time til å arbeide med oppgåvene, eit utval på fire oppgåver, og nokre grupper kom berre gjennom to. Elevane fekk ein introduksjon til LIST-omgrepet i både informasjonsskriv og munnleg gjennomgang, men utover dette er deira inntrykk av LIST-oppgåver generelt abstrahert frå dei fire oppgåvene i utvalet. Andre oppgåver kunne gitt andre inntrykk.. Dessutan handla alle oppgåvene om funksjonar. I min studie om 10. klassingar si deltaking i arbeid med LIST-oppgåver om funksjonar kan eg altså berre konkludere med korleis dette spesifikke utvalet av 10. klassingar deltok i arbeid med akkurat desse fire oppgåvene om funksjonar.

Ettersom tidsrommet var avgrensa blei det heller ikkje gjort komparative studiar av undervisningsperiodar med og utan LIST-oppgåver eller heterogene og homogene grupper, det blei ikkje gjort samanlikningar med kontrollgrupper som arbeidde med andre oppgåvetypar, og det blei ikkje gjort pre- og posttestar. Eg samla inn data på ulike skular, men ingen av elevane hadde arbeidd med LIST-oppgåver før. Arbeid med LIST-oppgåver over lengre tid kunne korrigert for at LIST-oppgåvene var nye for elevane, som kan ha påverka deltakinga deira. Ei anna utfordring ved tida er at innsikt i deritualiseringsprosessar krevjer observasjon over lengre tid (Lavie et al., 2019). I løpet av éin time får eg altså ikkje tilstrekkeleg innsikt.

At eg forskar åleine kan vere ei anna svakheit. Til dømes opplevde eg det som ei svakheit under observasjonen, der eg kan ha gått glipp av detaljar eller ikkje strekt til i å stille riktige hjelpespørsmål undervegs. Dette gjer at det eg undersøkar er elevane i LIST-oppgåvesituasjonar utan lærar, som truleg er ein mindre vanleg setting enn situasjonar med lærar. Dermed blir lærar som faktor i LIST-oppgåvearbeid utelukka, i tillegg til at situasjonen kan verke kunstig for elevane.

Ei anna svakheit som kan påpeikast er utvalet. Det blei ikkje gjort noko for å sikre heterogenitet anna enn den som fantest blant dei som takka ja, i tillegg til ulikskap i deltakingsnivå i intervjuutvalet. At berre 6 av 15 deltakarar blei intervjuar gir ein risiko for å gå glipp av interessant informasjon frå deltakarane som ikkje blei valde. Det er også risiko for at dei elevane som takkar ja til å delta i ei matematikkstudie berre er elevar med eit visst nivå av meistringsforventing innan matematikkfaget, sjølv om det blei understreka at elevane ikkje blei vurderte og at dei var anonyme.

6 Konklusjon

I dette kapittelet rundar eg av studien og peikar ut moglege retningar for vidare forskning.

Målet med denne studien var å seie noko om korleis tiandeklassingar deltok i arbeid med LIST-oppgåver, ut frå 15 tiandeklassingar sine oppgåvearbeid og refleksjonar. I analysearbeidet framkom det at elevane i stor grad deltek rituell. Elevane meistra samtlege oppgåver. Dei hadde tydelege presedensar og rutinar for overgangar mellom ulike funksjonsrealiseringar, som gjorde dei fleste oppgåvene lett tilgjengelege. Sjølv når dei ikkje hadde arbeidd med andregradsfunksjonar før, kunne dei framleis nytte sin inneverande funksjonsdiskurs til å løyse oppgåver om andregradsfunksjonar. Den låge inngangsterskelen ser ut til å fungere som tiltenkt og mogleggjer rituell deltaking, slik at oppgåvesituasjonen blir ritualmogleggjerande. Samstundes er det få elevar som nyttar seg av den høge takhøgda. Det kan vere eit resultat av låg sosial motivasjon, ettersom ingen lærar kravde dette. Proessorienteringa hos fleire elevar støttar oppunder denne forklaringa. Mangel på erfaring med LIST-oppgåver kan også spele inn, i form av at elevane treng tid for å bli vane med oppgåveformatet og å sjå moglegheiter i oppgåvene. Eit par elevar viser tendensar til meir utforskande deltaking, i den grad at oppgåvesituasjonane kan kallast utforskingmogleggjerande, men ikkje -krevjande.

Subjektiveringsdiskursen var gjennomgåande i oppgåvearbeidet og i intervju, både direkte og indirekte. Elevane nytta identitetsskapande narrativ om seg sjølv og andre som grunnlag for kva rolle dei inntok. Gruppene hadde alltid ein leiar, basert på kva deltakar som blei vurdert som «sterkast» av gruppemedlemene. Dei andre inntok roller som følgjarar. Alle elevane var medvitne på kva rolle dei tok, men i kva grad dei var villige til å akseptere rollene var påverka av personlegdom og preferanse for inter- eller intrakommunikasjon.

Det er samtidig vanskeleg å isolere LIST-oppgåver som ein faktor, særleg fordi mange elevar trakk fram samarbeid som ein essensiell del av opplevinga, og fortalde at samarbeid i matematikkfaget var nytt for dei. Elevane opplevde uansett LIST-oppgåver som eit positivt tilskot til matematikkundervisinga, og meinte variasjon i oppgåvetypar gjorde dei meir engasjerte, som hadde innverknad på deltakinga deira.

Min studie, avgrensa av utval og kontekst, viste altså at LIST-oppgåver mogleggjer både rituell og utforskande deltaking. Sosiale aspekt av diskursen kan ikkje oversjåast - elevane deltok ut frå sosial motivasjon, og subjektiveringsdiskursen påverka korleis elevane involverte seg i arbeidet. Det kan verke som at ein lærar som leiar av diskurs hadde vore føremålsteneleg for at elevane skulle delta meir utforskande og løfte takhøgda på LIST-oppgåvene. Dette fordrar lærarmedvit rundt dei sosiale aspekta i tillegg til matematiseringa.

6.1 Vidare forskning

Ut frå litteratursøka gjort i samband med oppgåva og funna og manglane ved denne studien vil eg tilrå vidare forskning på feltet. Det er truleg aukande bruk av LIST-oppgåver i norske klasserom, utan at det ser ut til å vere reflektert i forskning. Studiar av LIST-oppgåver i reelle undervisningssituasjonar kunne vore meir føremålstenelege. Studiar kan med fordel også gå over lengre tid enn min, slik at dei kan innehalde fleire oppgåver,

fleire matematiske tema og pre- og posttestar. Longitudinelle studiar kunne såleis vore interessante. Komparative studiar som samanlikna LIST-oppgåver med lukka prosedyreoppgåver, som elevar ser ut til å vere vane med, kunne vore nyttig for å samanlikne deltaking, læringsutbyte eller andre aspekt ved matematikkføring.

I min studie arbeidde elevane i heterogene grupper. Vidare forskning på LIST-oppgåver kan gjerne ha lik organisering, for å skape eit samanlikningsgrunnlag, men arbeid i homogene grupper har tidlegare vist seg å gi andre resultat (Nolte & Pamperien, 2017). Homogene grupper kan difor også vere eit interessant design. Det same gjeld individuelt arbeid med LIST-oppgåver, sjølv om det inneber utfordringar med å få tilgang til intrapersonell kommunikasjon (Sfard, 2020).

Liknande studiar kan også gjerast med andre metodar, som kan kompensere for metodiske manglar ved min. Til dømes kan kasusstudiar gå djupare, og kvantitative studiar kunne gitt overblikk og auka generaliserbarheita. Studien min er også avgrensa til tiande trinn og elevfokus. Andre studiar kunne undersøkt andre skuletrinn, eller fokusert på lærar si rolle. Mi erfaring frå denne studien tilseier at kommognisjon er eit veileigna rammeverk for å undersøke elevdeltaking. Som Presmeg (2015) påpeiker har kommognisjonsteori mykje urealisert potensial, og andre kommognitive studiar kan vektlegge andre delar av diskursen. Det kunne også vore interessant å gjere liknande studiar med andre rammeverk og andre fokusområde.

Referansar

- Boaler, J. (1998). Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 41–62. <https://doi.org/10.2307/749717>
- Boaler, J., William, D. & Brown, M. (2000), Students' Experiences of Ability Grouping—disaffection, polarisation and the construction of failure. *British Educational Research Journal*, 26(5), 631–648. <https://doi.org/10.1080/713651583>
- Botten, G. (2016). *Matematikk med mening: mening for alle*. Caspar forlag.
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using Thematic Analysis in Psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3, 77–101.
- Børte, K., Lillejord, S. & Johansson, L. (2016). *Evnerike elever og elever med stort læringspotensial: En forskningsoppsummering*. Kunnskapscenter for Utdanning. <https://www.forskningsradet.no/siteassets/publikasjoner/1254019980213.pdf>
- Chimhande, T., Naidoo, A., & Stols, G. (2017). An analysis of Grade 11 learners' levels of understanding of functions in terms of APOS theory. *Africa Education Review*, 14(3–4), 1–19. <https://doi.org/10.1080/18146627.2016.1224562>
- Christiansen, I.M., Corriveau, C. & Pettersson, K. (2023). Hybrids between rituals and explorative routines: opportunities to learn through guided and recreated exploration. *Educ Stud Math*, 112, 49–72. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10167-z>
- Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forlag.
- Clark, T., Foster, L., Sloan, L., & Bryman, A. (2018). *Bryman's Social Research Methods* (6. utg.). Oxford.
- Cooper, J. & Lavie, I. (2021). Bridging incommensurable discourses - A commognitive look at instructional design in the zone of proximal development. *The Journal of Mathematical Behavior*, 61. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100822>
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. SAGE publications.
- Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2018). *Research Design: Qualitative, Quantitative & Mixed Methods Approaches*. SAGE publications.
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4. utg.). SAGE publications.
- Dreyfus, T., & Eisenberg, T. (1982). Intuitive functional concepts: A baseline study on intuitions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(5), 360–380. <https://doi.org/10.2307/749011>

- Fitriati, F., Marlaini, M., & Elizar, E. (2021). Integrating Rich Task into the Mathematics Classroom to Develop Students' Higher Order Thinking Skills: A Collaborative Action Research Study in a Secondary School. *Ilkogretim Online*, 20(1), 479-494. <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2021.01.042>
- Foster, C. (2018). Developing mathematical fluency: comparing exercises and rich tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 97, 121–141. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9788-x>
- Heyd-Metzuyanım, E. & Cooper, J. (2023). When the Problem Seems Answerable yet the Solution is Unavailable: Affective Reactions Around an Impasse in Mathematical Discourse. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 9, 605–631. <https://doi.org/10.1007/s40753-022-00172-1>
- Heyd-Metzuyanım, E. & Sfard, A. (2012). Identity struggles in the mathematics classroom: On learning mathematics as an interplay of mathematizing and identifying. *International Journal of Educational Research*, 51–52, 128-145, <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2011.12.015>
- Hjardar, E. & Pedersen, J-E. (2021). *Matematikk 10*. Cappelen Damm.
- Hussain, N., & Mirza, A. (2014). Motivating Learning in Mathematics Through Collaborative Problem Solving: A Focus on Using Rich Tasks. *Journal of Education and Educational Development*, 1(1), 26-39. <https://www.proquest.com/scholarly-journals/motivating-learning-mathematics-through/docview/2323103700/se-2>
- Janvier, C. (1987). Translation Processes in Mathematics Education. I C. Janvier (Red.), *Problems of representation in mathematics learning and problem solving* (s. 27-31). Lawrence Erlbaum Associates.
- Jensen, F., Pettersen, A., Frønes, T. S., Eriksen, A., Løvgren, M. & Narvhus, E. K. (2023). *PISA 2022. Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing*. Cappelen Damm Akademisk. <https://doi.org/10.23865/noasp.205>
- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordna del – verdier og prinsipper for grunnopplæringa*. Fastsett som forskrift ved kongeleg resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/?lang=nno>
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Fastsett som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>
- NOU 2014:7. (2014). *Elevenes læring i fremtidens skole – Et kunnskapsgrunnlag*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/NOU-2014-7/id766593/>
- NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanser*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/>
- NOU 2016:14. (2016). *Mer å hente: Bedre læring for elever med stort læringspotensial*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/contentassets/15542e6ffc5f4159ac5e47b91db91bc0/no/pdfs/nou201620160014000dddpdfs.pdf>

- Kennedy, B. L., & Thornberg, R. (2018). Deduction, induction, and abduction. I U. Flick (Red.), *The SAGE handbook of qualitative data collection* (s. 49–64). SAGE Publications.
- Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-Based, Experiential, and Inquiry-Based Teaching. *Educational Psychologist*, *41*(2), 75–86. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4102_1
- Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2020). *Matemagisk 8*. Aschehoug Undervisning.
- Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2020). *Matemagisk 10*. Aschehoug Undervisning.
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i Matematikk 1-10 (MAT01-05)*. Fastsett som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. utg.). Gyldendal akademisk.
- Lavie, I., Steiner, A. & Sfard, A. (2019). Routines we live by: from ritual to exploration. *Educ Stud Math*, *101*, 153–176. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9817-4>
- Lu, J., Wu, S., Wang, Y. & Zhang, Y. (2023). Visualizing the Commognitive Processes of Collaborative Problem Solving in Mathematics Classrooms. *The Asia-Pacific Education Researcher*, *32*, 615–628. <https://doi.org/10.1007/s40299-022-00681-2>
- Mahagna, A., Berman, A. & Leikin, R. (2023). The Impact of an Enrichment Course in Mathematics on Students' Problem-Solving Skills, Creativity, and Attitudes Towards Learning Mathematics. I D. Sarikaya, L. Baumanns, K. Heuer & B. Rott (Red.), *Problem Posing and Solving for Mathematically Gifted and Interested Students*. Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-658-41061-2_4
- Matematikksenteret. (u.å.a). *Om MatteLIST*. MatteLIST. <https://www.MatteLIST.no/om-MatteLIST>
- Matematikksenteret. (u.å.b). *Andregradsfunksjonar I*. MatteLIST. <https://www.MatteLIST.no/nn/512>
- Matematikksenteret. (u.å.c). *Bjarnes Bensindilemma*. MatteLIST. <https://www.MatteLIST.no/nn/434>
- Matematikksenteret. (u.å.d). *Fyll opp!*. MatteLIST. <https://MatteLIST.no/nn/652>
- Matematikksenteret. (u.å.e). *Rik eller raka fant*. MatteLIST. <https://www.MatteLIST.no/nn/634>
- McClure, L. (u. å.a). *What's the difference between rich tasks and Low Threshold High Ceiling Ones?* NRICH. <https://rich.maths.org/content/id/10345/RichTasksLTHC.pdf>
- McClure, L. (u. å.b). *Using Low Threshold High Ceiling Tasks in Ordinary Primary Classrooms*. NRICH. <https://rich.maths.org/content/id/7701/LTHCArticle.pdf>

- Meld. St. 22 (2010-2011). *Motivasjon – Mestring – Muligheter – Ungdomstrinnet*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld-st-22-2010--2011/id641251/>
- Nachlieli, T. & Elbaum-Cohen, A. (2021). Teaching practices aimed at promoting meta-level learning: The case of complex numbers. *The Journal of Mathematical Behavior*, 62. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100872>
- Nachlieli, T. & Tabach, M. (2012). Growing mathematical objects in the classroom – The case of function. *International Journal of Educational Research*, 51-52, 10–27. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2011.12.007>
- Nachlieli, T. & Tabach, M. (2019). Ritual-enabling opportunities-to-learn in mathematics classrooms. *Educ Stud Math*, 101, 253-271. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9848-x>
- Nosrati, M. (2019). Matematiske aktiviteter med lav inngangsterskel og stor takhøyde. I E. Klaveness, L. Karlsen & K. Kverndokken (Red.), *101 grep for å aktivisere elever i matematikk - matematikkdiraktikk i teori og praksis* (s. 77-90). Fagbokforlaget.
- NRICH team. (2019). *Low Threshold High Ceiling - an Introduction*. NRICH. <https://nrich.maths.org/10345>
- Olafsen, A. R. & Maugesten, M. (2022). *Matematikkdiraktikk i klasserommet* (3. utg.). Universitetsforlaget.
- Piggott, J. (2018). *Rich Tasks and Contexts*. NRICH. <https://nrich.maths.org/5662>
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2016). *Læreren med forskerblikk: Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Cappelen Damm Akademisk.
- Presmeg, N. (2015). Commognition as a lens for research. *Educ Stud Math*, 91, 423–430. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9676-1>
- Schou, J., Jess, K., Hansen, H. C. & Skott, J. (2013). *Matematik for lærerstudierende - Tal, algebra og funksjoner; 4.-10. klasse*. Samfundslitteratur.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educ Stud Math* (22) , 1–36. <https://doi.org/10.1007/BF00302715>
- Sfard, A. (2006). Participationist discourse on Mathematics learning. I J. Maasz & W. Schloeglmann (Red.), *New Mathematics Education Research and Practice* (s. 153-170). Sense Publishers.
- Sfard, A. (2007). When the Rules of Discourse Change, but Nobody Tells You: Making Sense of Mathematics Learning From a Commognitive Standpoint. *Journal of the Learning Sciences*, 16 (4), 565-613. <https://doi.org/10.1080/10508400701525253>
- Sfard, A. (2008). *Thinking As Communicating: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing*. Cambridge University Press.
- Sheffield, L. J. (2003). *Extending the Challenge in Mathematics: Developing Mathematical Promise in K-8 Students*. Corwin.

- Tabach, M. & Nachlieli, T. (2015). Classroom engagement towards using definitions for developing mathematical objects: the case of function. *Educational Studies in Mathematics*, 90, 163-187. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9624-0>
- Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151–169. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
- Tofteberg, G. N., Tangen, J., Bråthe, L. T. & Stedøy, I. (2021). *Maximum 10* (2. utg.). Gyldendal.
- Tøsse, A. V. & Rege, P. H. (2023). Integrere undervisning og læring av statistikk med puslebasert læring: en kognitiv studie [Masteroppgåve, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet]. NTNU Open. <https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/handle/11250/3080873>
- Utdanningsdirektoratet. (2021, 8. mars). Elever med stort læringspotensial. I *Utdanningsdirektoratet*. Henta frå <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/tilpasset-opplaring/elever-med-stort-laringspotensial/>
- Valbekmo, I. (u.å.). *Hvordan stille gode spørsmål i arbeid med LIST-oppgaver?* MatteLIST. <https://www.MatteLIST.no/artikkel/gode-sporsmal-i-arbeid-med-list-oppgaver>
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305. <https://doi.org/10.1080/0020739830140305>
- Wæge, K. & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforlaget.
- Yeo, J.B.W. (2017). Development of a Framework to Characterise the Openness of Mathematical Tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1), 175–191. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9675-9>
- Ärlebäck, J. B. & Frejd, P. (2013). Modelling from the Perspective of Commognition – An Emerging Framework. I G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum & J. Brown (Red.), *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5_3

Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vedlegg 2: Sikt si vurdering av behandling av personopplysingar

Vedlegg 3: Transkripsjonsguide

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vil du delta i forskingsprosjektet

“Elevar i 10. klasse sitt arbeid med LIST-oppgåver”?

Dette er eit spørsmål til deg om å delta i eit forskingsprosjekt der formålet er å undersøke korleis LIST-oppgåver fungerer for elevar på 10. trinn. I dette skrivet gir vi deg informasjon om måla for prosjektet og kva deltaking vil innebere for deg.

Formål

Formålet med dette prosjektet er å kartlegge korleis elevar i 10. klasse arbeider med, og deltek i arbeid med, LIST-oppgåver. LIST-oppgåver i matematikk er oppgåver med låg inngangsterskel og stor takhøgd, altså «rike» matematiske problem, der det ikkje nødvendigvis er nokre klare svar. Dette skal gjere oppgåvene tilgjengelege for alle, uansett nivå.

Målet med dette prosjektet er å undersøke korleis 10. klassingar jobbar med LIST-oppgåver, ettersom det er forska lite på oppgåvene. Dette vil eg som masterstudent finne svar på gjennom observasjon av elevarbeid med oppgåver, for så å intervjuje elevane om opplevinga av arbeidet.

Resultata vil bli brukt i ei masteroppgåve om tematikken, og ingenting anna utover dette.

Kven er ansvarleg for forskingsprosjektet?

Noregs teknisk-naturvitskapelege universitet (NTNU) er ansvarleg for prosjektet.

Kvifor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta fordi du går i 10. klasse, og dermed innehar ekspertkunnskap om korleis det er å jobbe med matematikk på tiandeklassenivå.

Kva inneber det for deg å delta?

Deltaking i prosjektet inneber å jobbe med eit utval oppgåver i gruppe saman med to medelevar, der eg ønskjer å observere korleis de jobbar. Dersom du også vel å takke ja også til intervjudelen av prosjektet, inneber det at du deltek i et intervju med meg. Eg kjem til å stille deg spørsmål om korleis du jobbar med LIST-oppgåver og korleis du opplever arbeidet. Eg vil registrere dine svar gjennom lydopptak og notat, som seinare vil bli anonymiserte (sjå også avsnittet om personvern). Du kan også få sjå intervjuguiden på førehand om du ønskjer det, ved å ta kontakt (sjå e-post på slutten av skrivet).

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Dersom du vel å delta, kan du når som helst trekkje samtykket tilbake utan å oppgi noko grunn. Alle dine personopplysingar vil då bli sletta. Det vil ikkje ha nokre negative konsekvensar for deg dersom du ikkje vil delta eller seinare vel å trekkje deg. Di deltaking i dette prosjektet er også uavhengig av både skulen din og tilbodet du deltek i utanom skulen, og deltakinga vil ikkje påverke ditt forhold til nokon av desse.

Ditt personvern – korleis vi oppbevarer og bruker opplysningane dine

Vi vil berre bruke opplysningane om deg til føremåla vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandlar opplysningane konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

I denne studia er det eg som student som intervjuar deg. I tillegg vil rettleiaren min ved NTNU kunne få innsikt i kva du har svara ved behov. Samstundes vil du bli anonymisert, og namnet og kontaktopplysingane dine vil eg erstatte med ein kode som lagrast på ei eiga namneliste åtskilt frå andre data. Det skal ikkje vere mogleg å gjenkjenne deg ut frå det som blir publisert i den endelege masteroppgåva.

Kva skjer med personopplysingane dine når forskningsprosjektet blir avslutta?

Prosjektet vil etter planen avsluttast 25. mai 2024. Etter prosjektslutt vil datamaterialet med dine personopplysingar bli anonymiserte. Lyddopptak og personopplysingar vil slettast, og anonymiserte opplysingar vil bli arkiverte ut året 2024.

Kva gir oss rett til å behandle personopplysingar om deg?

Vi behandlar opplysingar om deg basert på samtykket ditt. På oppdrag frå NTNU har Sikt – Kunnskapssektorens tenesteleverandør vurdert at behandlinga av personopplysingar i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettar

Så lenge du kan identifiserast i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i kva opplysingar vi behandlar om deg, og å få utlevert ein kopi av opplysingane,
- å få retta opplysingar om deg som er feil eller misvisande,
- å få sletta personopplysingar om deg,
- å sende klage til Datatilsynet om behandlinga av personopplysingane dine.

Dersom du har spørsmål til studia, eller om du ønskjer å vite meir eller utøve rettane dine, ta kontakt med:

- NTNU ved Liva Thiis (tlf. 403 19 088, e-post livat@ntnu.no) eller rettleiar Magdalini Lada (tlf. 476 75 184 , e-post magdalini.lada@gmail.com).
- Vårt personvernombod: Thomas Helgesen (tlf. 93079038, e-post thomas.helgesen@ntnu.no)

Dersom du har spørsmål knytt til vurderinga som er gjort av personverntenestene frå Sikt, kan du ta kontakt via:

- Epost: personverntjenester@sikt.no eller telefon: 73 98 40 40.

Med venleg helsing

Magdalini Lada

Liva Thiis

Prosjektansvarleg

Masterstudent v/grunnskulelærarstudiet 5-10

Samtykkeerklæring

Eg har motteke og forstått informasjon om prosjektet *Elevlar i 10. klasse sitt arbeid med LIST-oppgåver*, og har fått høve til å stille spørsmål. Eg samtykkar til:

- å delta i observert gruppearbeid med LIST-oppgåver
- å delta i intervju

Eg samtykkar til at mine opplysingar blir behandla fram til prosjektet er avslutta

(Signert av prosjektdeltakar, dato)

Vedlegg 2: Sikt si vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer

716812

Vurderingstype

Automatisk

Dato

14.03.2024

Tittel

Elevar i 10. klasse sitt arbeid med LIST-oppgåver

Behandlingsansvarlig institusjon

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) / Institutt for lærerutdanning

Prosjektansvarlig

Magdalini Lada

Student

Liva Thiis

Prosjektperiode

15.01.2024 - 25.05.2024

Kategorier personopplysninger

Alminnelige

Lovlig grunnlag

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 25.05.2024.

Grunnlag for automatisk vurdering

Meldeskjemaet har fått en automatisk vurdering. Det vil si at vurderingen er foretatt maskinelt, basert på informasjonen som er fylt inn i meldeskjemaet. Kun behandling av personopplysninger med lav personvernulempe og risiko får automatisk vurdering.

Sentrale kriterier er:

- De registrerte er over 15 år
- Behandlingen omfatter ikke særlige kategorier personopplysninger;
 - Rasemessig eller etnisk opprinnelse
 - Politisk, religiøs eller filosofisk overbevisning
 - Fagforeningsmedlemskap
 - Genetiske data
 - Biometriske data for å entydig identifisere et individ
 - Helseopplysninger
 - Seksuelle forhold eller seksuell orientering
- Behandlingen omfatter ikke opplysninger om straffedommer og lovovertridelser
- Personopplysningene skal ikke behandles utenfor EU/EØS-området, og ingen som befinner seg utenfor EU/EØS skal ha tilgang til personopplysningene

- De registrerte mottar informasjon på forhånd om behandlingen av personopplysningene.

Informasjon til de registrerte (utvalgene) om behandlingen må inneholde

- Den behandlingsansvarliges identitet og kontaktopplysninger
- Kontaktopplysninger til personvernombudet (hvis relevant)
- Formålet med behandlingen av personopplysningene
- Det vitenskapelige formålet (formålet med studien)
- Det lovlige grunnlaget for behandlingen av personopplysningene
- Hvilke personopplysninger som vil bli behandlet, og hvordan de samles inn, eller hvor de hentes fra
- Hvem som vil få tilgang til personopplysningene (kategorier mottakere)
- Hvor lenge personopplysningene vil bli behandlet
- Retten til å trekke samtykket tilbake og øvrige rettigheter

Vi anbefaler å bruke vår mal til informasjonsskriv.

Informasjonssikkerhet

Du må behandle personopplysningene i tråd med retningslinjene for informasjonssikkerhet og lagringsguider ved behandlingsansvarlig institusjon. Institusjonen er ansvarlig for at vilkårene for personvernforordningen artikkel 5.1. d) riktighet, 5. 1. f) integritet og konfidensialitet, og 32 sikkerhet er oppfylt.

Vedlegg 3: Transkripsjonsguide

- Teiknsetjing (delvis basert på retningslinjer frå Clark et al., 2021):
 - “”: direkte sitat
 - [forklarande ord]: klammeparentes dersom elev seier noko som ikkje gir umiddelbar meining for lesar, t.d. om det er grammatisk ukorrekt eller lesar har behov for meir kontekst
 - ...: mellom to separate utdrag (når to utdrag er separerte av andre setningar)
 - {???}: høyrer ikkje kva eleven seier i opptaket
 - *handling*: mellom to stjerner indikerer handling
- *Kursiv* indikerer at eleven legg ekstra trykk på ordet
- Dialektord: omsetje dersom det finst eit alternativ ord med same meining, ellers halde på dialektord i transkripsjonen (med mindre det er svært avslørande for geografisk tilhøyrse)
- Ellers: transkribere med nøyaktigheit det som blir sagt i lydopptakdata

