

Mats Toven  
Vebjørn Slotten

# Prediksjon av strømpriser i Trondheim ved bruk av maskinlæring og statistisk modellering

Bacheloroppgave i Økonomi og administrasjon  
Veileder: Denis M. Becker  
April 2024



Mats Toven  
Vebjørn Slotten

# **Prediksjon av strømpriser i Trondheim ved bruk av maskinlæring og statistisk modellering**

Bacheloroppgave i Økonomi og administrasjon  
Veileder: Denis M. Becker  
April 2024

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Fakultet for økonomi  
NTNU Handelshøyskolen



Kunnskap for en bedre verden



# Forord

Dette er vår avsluttende oppgave i bachelorstudiet i økonomi og administrasjon med spesialisering innenfor *Business Analytics* ved NTNU Handelshøyskolen i Trondheim. Arbeidet med oppgaven har gitt god læring i hvordan business analyse kan benyttes for å besvare komplekse problemstillinger, samt gitt praktisk erfaring vi tar med oss videre.

Vi ønsker å rette en takk til vår veileder, Denis M. Becker. Han har gitt oss god hjelp og støtte gjennom hele arbeidsprosessen med denne oppgaven. Vi vil også takke Nord Pool for tilgang på deres database i forbindelse med vår avsluttende oppgave.

Innholdet i denne oppgaven står for forfatterens regning.

# Sammendrag

Formålet med denne oppgaven er å bruke modeller for sekvensiell data til å utføre prediksjoner av norske strømpriser. Ved å ta en grundig undersøkelse av det nordiske energimarkedet får vi et innblikk i relevante faktorer som er med på å påvirke de norske strømprisene. Datasettet som benyttes er bestående av forklaringsvariabler som anses som relevante for fluktuationene i kraftmarkedet. Det innebærer meteorologiske faktorer, energiutveksling og makroøkonomiske forhold. Den avhengige variabelen, som representerer fenomenet vi ønsker å prognostisere, er gjennomsnittlig daglig spotpris for prisområdet NO3 - Trøndelag de siste seks årene.

For å predikere strømprisen i Trøndelag har vi utviklet tre modeller som følger en statistikk tilnærming, samt to modeller ved hjelp av kunstige nevrale nettverk. Den statistiske tilnærmingen består av tre ulike ARIMA modeller, der vi gradvis har inkludert eksogene variabler og sesongmessige svingninger i modelleringen. De kunstige nevrale nettverkene er basert på LSTM nettverk, der antall dager inkludert i predikeringen skiller de to ulike versjonene.

Våre undersøkelser har vist at ingen av modellene presenterer nøyaktige og tilfredsstillende prediksjoner, da samtlige modeller viser begrenset evne til å fange opp de sentrale nyansene i datasettet. Dette påvirkes trolig av lav korrelasjon med forklaringsvariabler vi har identifisert, samt store svingninger i prisene de siste årene. Den fullverdige SARMAX er av høyest kvalitet blant de statistiske modellene. Blant maskinlæringsmodellene er det LSTM modellen som kun inkluderer data fra foregående dag som presterer best. Gjennom en visuell analyse av resultatene, observerer vi at dyplæringsmodellen i større fanger opp variasjonen i svingningene. På den andre siden presterer de statistiske modellene bedre basert på bruk av vurderingsverktøy.

# Abstract

The purpose of this thesis is to utilize models for sequential data to forecast Norwegian electricity prices. Through a comprehensive examination of the nordic power market, we got an insight of relevant factors which influence the Norwegian electricity prices. The dataset used consists of explanatory variables deemed relevant for the fluctuations in the power market. That implies meteorological factors, energy exchange and macroeconomic conditions. The dependent variable, which represents the phenomenon we aim to forecast, is the average daily spot price for the price area NO3 - Trøndelag for the last six years.

We have developed three models with a statistical approach, as well as two models by artificial neural network. The statistical approach consists of three ARIMA models, where we have gradually included exogenous variables and seasonality in the modeling. The artificial neural networks are built as LSTM networks, where the amount of days included in the predictions distinguish the different versions from each other.

Our examinations have shown that neither of the models presents accurate and satisfactory predictions, as all models demonstrate limited capability to capture central nuances in the dataset. This is probably due to low correlation with the influence factors we have identified, as well as large fluctuations in price the last couple years. The SARMAX is of the highest quality among the statistical models. The LSTM model which only includes data from the previous day performs the best amid the machine learning models. Through a visual analysis of the results, we observe that the deep learning model more efficiently captures the variation in the fluctuations. Nevertheless, the statistical models perform better based on use of assessment tools.

# Innholdsfortegnelse

<b>1. Innledning</b> .....	<b>1</b>
<b>1.1 Aktualisering</b> .....	<b>1</b>
<b>1.2 Problemstilling</b> .....	<b>2</b>
<b>2. Teori</b> .....	<b>3</b>
<b>2.1 Bakgrunn</b> .....	<b>3</b>
<b>2.2 Det norske kraftmarkedet</b> .....	<b>3</b>
<b>2.3 Hva påvirker strømprisene?</b> .....	<b>6</b>
2.3.1 Etablerte faktorer .....	6
2.3.2 Andre momenter .....	8
<b>3. Data og Metode</b> .....	<b>9</b>
<b>3.1 Fullstendig datasett</b> .....	<b>9</b>
<b>3.2 Databehandling</b> .....	<b>10</b>
3.2.1 Manglende verdier .....	10
3.2.2 Preprosessering.....	11
<b>3.3. Prediksjon av strømpriser - tidligere forskning</b> .....	<b>13</b>
<b>3.4 ARIMA-modellering</b> .....	<b>14</b>
3.4.1 Fastslå stasjonaritet.....	14
3.4.2 AR og MA.....	15
3.4.3 Sesongmessige svingninger.....	17
3.4.4 Eksogene faktorer.....	18
3.4.5 Begrensinger ved ARIMA .....	18
<b>3.5 LSTM</b> .....	<b>18</b>
3.5.1 Modellens oppbygging.....	20
3.5.2 Inndata .....	21
3.5.3 Lag og noder.....	22
3.5.4 Tilpasning.....	22
3.5.5 Begrensninger ved LSTM.....	23
<b>3.6 Vurdering av modellenes kvalitet</b> .....	<b>24</b>
<b>4. Analyse og resultat</b> .....	<b>24</b>
<b>4.1 Deskriptiv statistikk</b> .....	<b>24</b>
<b>4.2 ARIMA</b> .....	<b>28</b>
4.2.1 ARMA.....	29
4.2.2 SARMA.....	30
4.2.3 SARMAX.....	31
<b>4.3 LSTM 1</b> .....	<b>32</b>
<b>4.4 LSTM 2</b> .....	<b>34</b>
<b>5. Diskusjon</b> .....	<b>35</b>
<b>6. Konklusjon</b> .....	<b>37</b>



<b>7. Referanseliste.....</b>	<b>39</b>
<b>8. Vedlegg/Appendix .....</b>	<b>43</b>
<b>8.1 ZIP .....</b>	<b>43</b>

## Figurliste

Figur 1: Flaskehals budområder (NVE, 2024). .....	4
Figur 2: Import, eksport og nettoeksport 2000 - 2023 (Energidepartementet, 2024a).....	5
Figur 3: Oljepris før og etter lineær interpolasjon. ....	10
Figur 4: Inndeling av trenings - og testsett. ....	11
Figur 5: Inndeling av trenings -, validerings - og testsett. ....	12
Figur 6: LSTM-nettverk. ....	19
Figur 7: Arkitektur LSTM modell 1 (V).....	22
Figur 8: Arkitektur LSTM modell 2 (H).....	22
Figur 9: Spotpris elektrisitet NO3 des. 2017 - des. 2023.....	24
Figur 10: Korrelasjonsmatrise. ....	26
Figur 11: Dollarkurs og Eurokurs sammenlignet. ....	27
Figur 12: Månedsfordeling spotpris.....	27
Figur 13: Nedbryting av treningssett. ....	28
Figur 14: ARMA.....	29
Figur 15: SARMA. ....	31
Figur 16: SARMAX. ....	32
Figur 17: LSTM 1.....	33
Figur 18: Prediksjon på treningssett LSTM 1 (V).....	33
Figur 19: Valideringstap LSTM 1 (H).....	33
Figur 20: LSTM 2.....	34
Figur 21: Prediksjon på treningssett LSTM 2 (V).....	35
Figur 22: Valideringstap LSTM 2 (H).....	35

## Tabelloversikt:

Tabell 1: Oversikt over variabler og datakilder.....	9
Tabell 2: Deskriptiv statistikk spotpris elektrisitet NO3. ....	25
Tabell 3: Korrelasjon med spotpris for de uavhengige variablene. ....	25
Tabell 4: AIC-verdier for ulike ARIMA parametre.....	29
Tabell 5: Optimalisert verdi for K i fouriertransformasjon. ....	30

# 1. Innledning

## 1.1 Aktualisering

De norske strømprisene har i mange år ligget på et relativt stabilt nivå og har derfor vært et tema få har hatt sterke formeninger om. Likevel har oppmerksomheten og interessen blomstret de siste årene. I kontrast fra tidligere opplever mange forbrukere at strømutgiftene utgjør en betydelig andel av deres personlige økonomiske kostnader. Økende interne prisforskjeller på tvers av landet, samtidig som offentlig eide kraftprodusenter tidvis har økt sin fortjeneste, har ført til hyppig frekvens av medieoppslag rundt temaet. Året 2022 skilte seg spesielt ut ved uvanlig høy prisvariasjon innenlands. Nord Pool sine data viste at befolkningen i Sør-Norge hadde gjennomsnittlig kWh-pris på 264,97 øre per måned, mens de i nord kun trengte å betale 24,97 øre/kWh (NorgesEnergi, 2024). Dette tilsvarer en gjennomsnittlig differanse på hele 240 øre/kWh. Høy kraftproduksjon og manglende kapasitet på kraftlinjene sørover førte til redusert evne til å eksportere overskuddskraften, som resulterte i at prisene i nord ble presset ned. Slik høy forekomst av prisvariasjon skyldes i all hovedsak at elektrisk strøm anses som ferskvare grunnet dens begrensede evne til å bli lagret. Som en knapp ressurs må strøm derfor produseres samtidig som den blir brukt. (NVE, 2022).

Norge er i dag en integrert aktør i et felles nordisk kraftmarked som videre er en del av et større europeisk kraftmarked. Norsk strøm har altså blitt en internasjonal handelsvare. Dette gjør at import, eksport, krigssituasjoner, værfor skjeller og en rekke andre eksogene faktorer er med på å påvirke tilbud og etterspørsel av strøm på det norske kraftmarkedet. For å kunne kartlegge mengden strøm som skal produseres blir derfor analyseverktøy stadig viktigere for et bærekraftig samfunn. Gode prediksjonsverktøy er samtidig spesielt viktig for aktører på NordPool-markedet som kjøper inn strøm for å videre levere ut strømvavtaler til privatkunder. Verktøyene sikrer lavere strømpriser, men er også økonomisk gunstig for selskapene i et svært konkurransedrevet marked. Kompleksiteten knyttet til strømpriser er derfor spesielt spennende i et økonomisk perspektiv da nyere og bedre analyseverktøy kan gi gode økonomiske gevinster og besparelser.

## 1.2 Problemstilling

De store svingningene i strømprisene, økonomisk interesse knyttet til tema og de stadige avisoppslagene rettet mot forbrukerne gjør prediksjon av strømpriser svært relevant. Vi ønsker derfor å se nærmere på hva som skaper de store svingningene i energimarkedet, og forhåpentligvis utforme nøyaktige og troverdige metoder for å predikere morgendagens strømpriser. For å kunne gjøre oppgaven mer nøyaktig og presis har vi valgt å avgrense oss til prisområde NO3 – Trøndelag. Vi har videre valgt å fokusere på de senere årene der strømprisene har vært mindre stabile enn før. Oppgaven er derfor begrenset til å analysere data for en seksårsperiode fra desember 2017 til desember 2023. For å se på hva som påvirker strømprisen har vi hentet inn data for en rekke faktorer, men også lignende handelsvarer som substitutt på handel av strøm. For å få bredere forståelse innenfor temaet vil vi utvikle modeller med en statistisk tilnærming, men også modeller knyttet til mer moderne maskinlæring. Oppsummert er formålet med denne oppgaven å utvikle modeller som kan predikere morgendagens strømpris i Trondheim ved hjelp av eksogene forklaringsvariabler.

For å belyse problemstillingen i oppgaven vil vi presentere relevant teori innenfor det norske og europeiske kraftmarkedet, samt faktorer som anses for å påvirke strømprisen. Vi vil også presentere tidligere forskning innenfor prediksjon av strømpriser for å illustrere hvor utbredt tematikken er. Videre vil vi gi innblikk i datasettet vi har benyttet i oppgaven, hvordan det er bearbeidet og metodene vi har benyttet for å besvare problemstillingen. Resultatene fra metodene og analysen, samt deskriptiv statistikk av variablene presenteres i analysedelen av oppgaven. Til slutt vil vi presentere en konklusjon av resultatene i tråd med problemstillingen. Vi vil her også diskutere styrker og svakheter ved vår analyse og trekke frem forbedringsmuligheter til ny forskning.

## 2. Teori

### 2.1 Bakgrunn

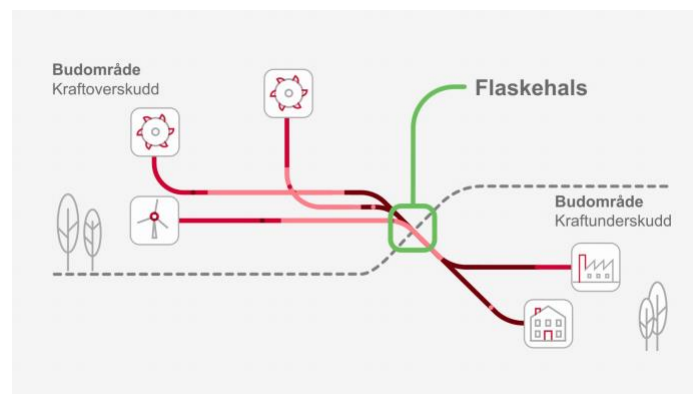
Prediksjon av strømpriser er et omfattende og bredt studert tema, og bruken av ulike analysemetoder har blitt et avgjørende verktøy for strømselskaper verden over. Bruken av både statistiske metoder og ulike typer maskinlæring har særlig vokst etter at monopolet på energi opphørte i store deler av verden på 1990-tallet. Norge var en sentral del av dereguleringen av kraftmarkedet. Viktige drivkrefter bak liberaliseringen i Norge var ineffektiviteter i distribusjonsnettet og produksjon, som årlig ledet store markedsøkonomiske tap. Ved å implementere en ny reform ønsket man å utvikle flere kraftmarkeder. Dette inkluderer et spotmarked for fysisk kraftomsetning, sammen med markeder for finansiell risikohåndtering og kapasitetstilpasning ved kortsiktige svingninger i tilbud og etterspørsel (Bye og Hope, 2005). I 1993 ble det introdusert et finansielt forward marked, som tillot prissikring av handelskontrakter. Selskapet går i dag under navnet Nord Pool, og er en av Europas fremste børser for omsetning av elektrisk energi.

### 2.2 Det norske kraftmarkedet

For at det norske strømmettet skal være bærekraftig og fungerende er det helt avgjørende at det er tilpasset de lange avstandene, høye fjellene og ulike geografiske forutsetningene i Norge. Den norske geografien gjør på den ene siden at det er ubalanse i etterspørsel på tvers av landet, men den gjør samtidig at kraftproduksjon varierer stort fordi majoriteten av norsk kraftforsyning baserer seg på fornybar energi. Den norske kraftforsyningen består i hovedsak av vannkraft, vindkraft og varmekraft, der vannkraft utgjør om lag 88 prosent av den totale elektrisitetsproduksjonen (SSB, 2024). Med andre ord vil kraftforsyningen i Norge være svært avhengig av gode værprognoser for å fungere optimalt. Ved en slik variasjon i produksjon av elektrisitet er det viktig at kraftsystemet er slik at strømmen effektivt kan flyttes langs landet. Dette er spesielt viktig fordi at strøm er en ferskvare som ikke kan lagres over tid til en rimelig kostnad.

Det norske kraftmarkedet er derfor fordelt inn i fem geografiske soner (NO1-NO5); Sørøst-Norge, Sørvest-Norge, Midt-Norge, Nord-Norge og Vest-Norge. Fordi det er fysiske begrensinger på overføringskapasitet mellom de ulike sonene kan det oppstå en

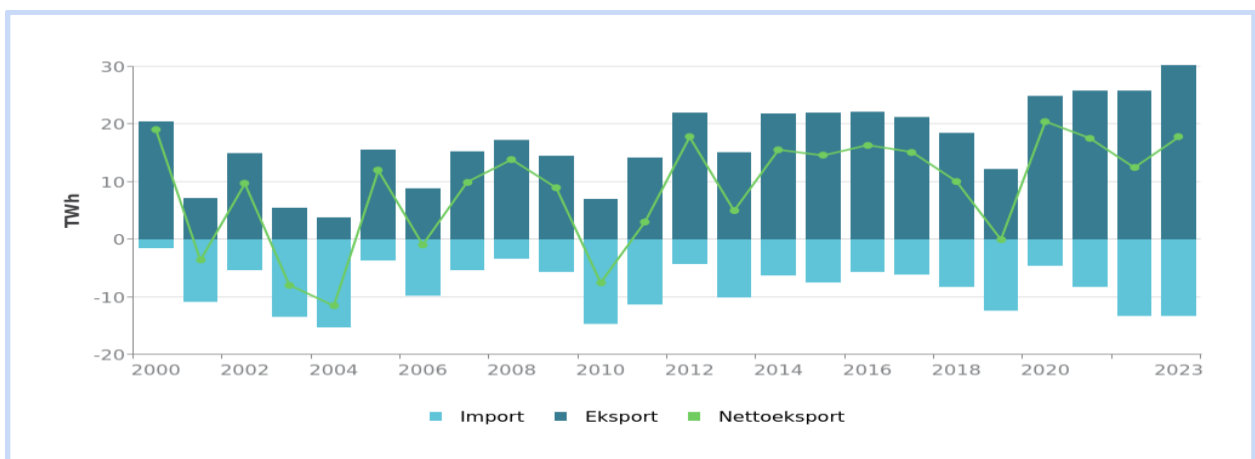
flaskehalseffekt på det norske kraftmarkedet. Flaskehalsen illustreres i figur 1 ved at en sone med kraftunderskudd ikke klarer fylle etterspørselen ved kjøp fra en billigere sone på grunn av de fysiske begrensningene, noe som resulterer i dyrere egen-produksjon av strøm. Flaskehalsinntekten går til Statnett som eier av kraftkabelen, som videre skal gå til utbedring og vedlikehold av strømmettet. Hovedregelen er å derfor forflytte strøm fra områder med lavere pris til områder med høyere pris, for å signalisere at det lønner seg å øke produksjon eller å redusere forbruk (NVE, 2024). Videre er det norske kraftmarkedet en integrert del av felles nordisk kraftmarked som samarbeider med et større europeisk åpent marked. Dette er med på å komplisere kraftforsyningen ytterligere fordi etterspørselen naturligvis blir større og det kreves nye tilskudd til strømmettet.



Figur 1: Flaskehals budområder (NVE, 2024).

Det er kraftbørsen Nord Pool som organiserer den felles, nordiske engroshandelen for kraft, og strømprisene reguleres her gjennom tre ulike engrosmarkeder: day-ahead-, kontinuerlig intradag- og balansemarked. Day-ahead markedet utgjør det primære markedet av krafthandel i Norden, hvor mesteparten av handelsvolumet transaksjoneres. Denne formen for engroshandel kjennetegnes ved at aktører legger inn salgs- og kjøpsbud av fysisk kraft i en lukket auksjon. Basert på de innsendte budene og den tilgjengelige transmisjonskapasiteten, beregnes spotprisen time for time for påfølgende døgn. (Energidepartementet, 2024a). Gjennom en såkalt implisitt auksjon, der anskaffelsen av nødvendig kapasitet for overføring i kraftnettet og handelen med energi foregår i en integrert prosess, er det nordiske day-ahead markedet knyttet til tilsvarende markeder i omfattende deler av Europa. Det åpne markedet gjør at de norske strømprisene også påvirkes av det større europeiske markedet gjennom blant annet import og eksport, men også andre faktorer.

Norges særegne mulighet til å lagre energi og regulere produksjonskapasiteten ved vannmagasin muliggjør produksjon av overskuddsenergi, og gjør oss dermed til en av Europas sentrale aktører innenfor eksport av vannkraft. I 2024 utgjør Norges kapasitet for kraftutveksling med utlandet om lag 9000 MW. Denne kapasiteten inkluderer blant annet 4000 MW til Sverige, 1600 MW til Danmark, 1400 MW hver til Storbritannia og Tyskland, samt 700 MW til Nederland (Energidepartementet, 2024b). Utvekslingen har spesielt økt de siste årene etter at kraftkablene, NordLink og North Sea Link ble satt i drift i 2021 (Energidepartementet, 2024a). Sistnevnte knytter Storbritannias strømmnett til Norges, og var verdens lengste undersjøiske elektrisitetsforbindelse da den ble lagt (INTL Hydropower Association, 2022). Stadig større og flere overføringsforbindelser med andre europeiske nasjoner leder dermed til hyppigere grad av krafthandel gjennom eksport og import.



Figur 2: Import, eksport og nettoeksport 2000 - 2023 (Energidepartementet, 2024a).

Figur 2 ovenfor viser norsk krafthandel med utlandsforbindelser siden år 2000. Spesielt året 2020 skiller seg ut ved en markant oppgang i krafteksport, relatert til økt kraftproduksjon, relativt høye priser i Europa og aktivering av flere overføringskabler til utlandet. Figuren viser samtidig at Norge i stor grad benytter egenprodusert strøm, men at det økte behovet for fornybar energi utenlands også kan påvirke prisen i de norske prissonene. Den store mengden eksport av norsk kraft gjennomføres på kraftkabler til Europa, noe som gjør at spesielt de sørøstlige prissonene også er utsatt for flaskehalseffekt fra utenlandske prissoner.

## 2.3 Hva påvirker strømprisene?

### 2.3.1 Etablerte faktorer

På generelt grunnlag bestemmes strømprisen av tilbud og etterspørsel, men det er en rekke forklaringsfaktorer som påvirker både tilgjengeligheten for strømselskapene og behovet hos forbrukere. Vi vil nå diskutere noen av de mer etablerte relevante faktorene som virker inn på tilbud og etterspørsel, som strømselskapene selv ofte refererer til ved spørsmålet (NTE, 2022). Disse består av momenter og substitutter som påvirker tilbud og etterspørsel.

#### *Temperatur*

Ved kalde anledninger vil det være naturlig med et høyere strømforbruk til oppvarming av bolig eller andre fasiliteter. Mange moderne leiligheter er utstyrt med elektriske ovner og integrerte varmekabler i gulvet, og peisovn blir et stadig sjeldnere fenomen i boligmarkedet. En kald og lang vinter kan derfor føre til et stort behov for tilgjengelig elektrisk energi. På lik linje vil perioder med høy temperatur føre til et redusert behov for oppvarming og strømforbruk. Blant vanlige forbrukere vil temperaturen utendørs være med på å regulere konsumet, og derfor etterspørselen etter elektrisk energi.

#### *Vann- og nedbørsmengde*

Høy forekomst av nedbør vil særlig påvirke muligheten til vannkraftproduksjon. Perioder med mye nedbør vil bidra til økt volum i reservoarene og vassdragene. Et fullt vannmagasin vil potensielt gi en betydelig økning i tilgjengelighet av elektrisk energi ved å muliggjøre for generering av større mengder vann. Når tilgjengeligheten for energiproduksjonen i vassdragene øker vil det produseres større kvanta av kraft, og prisene trekkes ned. Nedbørsmengden vil slik være en faktor med innflytelse på kraftproduksjon, og dermed påvirke strømprisene.

### *Import og eksport*

Det globale kraftmarkedet bygger på samspill mellom nasjonene gjennom energiutveksling. Dette innebærer at kraft distribueres på tvers av landegrensene ut ifra behov, kapasitet og tilgjengelighet. Når et land produserer mer energi enn det klarer å anvende, kan overskuddskraften eksporteres videre til steder med større behov. Som vist i figur 2 har eksport av norsk strøm økt betraktelig de siste årene, dette har vært med på å påvirke norske strømpriser.

### *Kull- og gasspris*

Vann- og vindkraftverkene drar fordeler av å utnytte meteorologiske krefter, og råvarene anses dermed som gratis. Likevel, selv om Norge for det meste anvender grønn, fornybar energi, er kullkraft fremdeles ansett som verdens største strømkilde på global basis. De økonomiske ulempene ved utvinning av elektrisk energi gjennom kull- og gasskraftverk er at brennstoffet må kjøpes inn før strømmen kan produseres. Det betyr at energiproduksjonen til kraftverkene reguleres av eksterne kull- og gasspriser. Dersom prisene på råstoffet er høye, vil produksjonen reduseres. Siden energien fra kull- og gasskraftverkene utgjør så stor andel på kraftmarkedet vil kull- og gasspriser ha innvirkning på tilgjengelig kraft på børsen.

### *Valutakurs*

Olje og gass handles i dollar, mens strøm handles i euro på Nord Pool markedet. Det betyr at valutakursen er med på å bestemme hvor mye aktører betaler for energi. En svekket norsk krone slik som vi har sett mer av de siste årene vil derfor svekke handleevnen til norske aktører og gjøre strømprisen dyrere for norske husstander. En økning i dollarkursen gjør prisen på olje, kull og gass dyrere, og bidrar til å redusere tilgjengeligheten på energiresurser for land som importerer disse varene.



### 2.3.2 Andre momenter

Strømprisene påvirkes også av andre momenter vi i mindre grad kan forutse eller det ikke finnes nøyaktig målinger på. Disse kan være viktig å kartlegge for å få bedre forståelse på de store svingningene i strømprisene de siste årene.

#### *Eksogene sjokk*

De siste årene har det vært flere enkeltstående hendelser som har påvirket strømprisen i meget stor grad. Da Russland gikk til krig mot Ukraina på nyåret i 2022 gikk prisen på olje, gass og strøm opp til nye høyder. Senere har vi sett tilfeller med sabotasje mot gassledninger i Østersjøen, samtidig som sanksjoner mot Russland har gjort tilgangen på energi og naturgass lavere i Europa. (Terte, Martinez og Rábago, 2023). Slike eksogene sjokk gjør at vi kan se ekstreme priser på kort varsel som er vanskelig å forutse.

#### *Sesongmessige svingninger*

Ettersom at strømprisen styres av tilbud og etterspørsel vil vi kunne se at det finnes faste sykluser i prisen basert på sesong. For eksempel vil etterspørselen være høyere på vinterstid fordi det er større behov for oppvarming, samtidig vil tilbudet være lavere fordi at produksjon av vannkraft er vanskeligere ved minusgrader. Det vil også være høyere etterspørsel ved ulike tider av døgnet fordi folk flest lager middag, vasker klær osv. i samme tidsrom.

## 3. Data og Metode

### 3.1 Fullstendig datasett

Datasettet består av daglig registrert data av gjennomsnittlig spotpris på strøm i Trondheim over en 6-års tidsperiode fra 29.12.2017 - 31.12.2023 hentet fra NordPool sin database. Videre er det supplert med 9 uavhengige variabler som er antatt å påvirke strømprisen i samme tidsperiode, der momentene er diskutert i delkapittel 2.3. Tabell 1 viser variablene med tilhørende datakilder og beskrivelse:

Variabel	Beskrivelse	Enhet	Kilde
Døgnpris	Spotpris NO3	£/MWh	NordPool
Temperatur	Middelverdi	°C	Norsk klimaservicesenter
Nedbør	Samlet nedbørmengde	mm	Norsk klimaservicesenter
Eurokurs	Valutakurs gitt i kroner per euro	£/NOK	Norges Bank
Dollarkurs	Valutakurs gitt i kroner per dollar	\$/NOK	Norges Bank
Import	Beregnet daglig volum, gitt månedlig verdi	MWh	SSB
Eksport	Beregnet daglig volum, gitt månedlig verdi	MWh	SSB
Brent Crude	Oljepris per tusen fat (159 000 liter)	10 \$/ 1000 fat	EIKON
Gasspris UK	Daglig naturlig gasspris UK per tusen Therm (29,3 MWh)	\$/tusent Therm	EIKON
Måned	Ordinal variabel	Tallnummer	Egne beregninger

Tabell 1: Oversikt over variabler og datakilder.

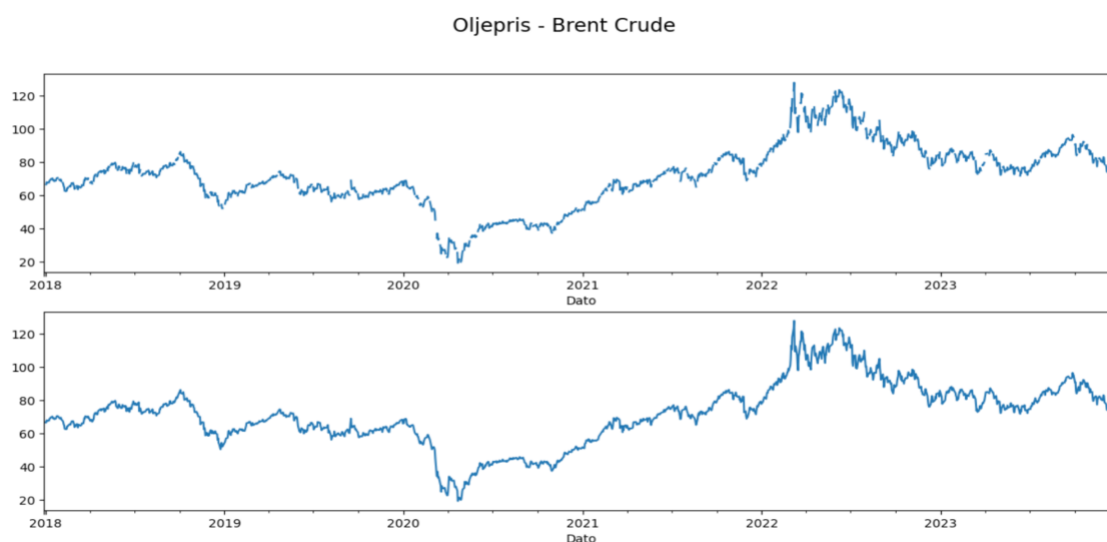
For at prediksjonene og analysene for strømprisene i Trondheim skal bli så nøyaktige som mulig, var vi bevisste på å hente data relatert til kraftmarkedet for tilsvarende prisområde. Vi ønsket derfor å benytte innsamlet data fra tilnærmet samme geografisk plassering, dersom det lot seg gjøre. Siden den avhengige variabelen omhandler spotpris i Trondheim, er de meteorologiske dataene som inkluderer nedbør og temperatur hentet fra værstasjonen på Voll i Trondheim.

## 3.2 Databehandling

Før vi kan gjennomføre analyser er det nødvendig å klargjøre datasettet slik at det er fullstendig utfyllt og forberedt for dataanalyse. Dette innebærer blant annet å sikre at alle variabler er registrert i et daglig tidsserieformat. Vi vil under dette delkapittelet derfor ta hensyn til en rekke utfordringer.

### 3.2.1 Manglende verdier

I flere av variablene i datasettet forekom det manglende verdier, kjent som “N/A” verdier. I temperaturvariabelen substituerte og utfylte vi disse cellene ved å supplere med data fra en nærliggende meteorologisk målestasjon. Vi sammenlignet tidligere data mellom værstasjonene og konkluderte med at målingene var tilnærmet like, uten betydelige avvik, noe som styrker reliabiliteten. I tillegg omfattet forekomsten av utilgjengelig data til temperaturvariabelen kun en ytterst liten andel verdier. Videre benyttet vi lineær interpolasjon for å fylle ut de manglende verdiene for resterende variablene. Dette omfattet særlig variabler som oljepris og gasspris. Lineær interpolasjon er nyttig fordi det er enkelt å produsere, samtidig som det fungerer relativt bra i praktiske sammenhenger (Pownuk og Kreinovich, 2017). Det vil også gi en mer naturlig voksende eller synkende graf, i motsetning til klassisk forward fill som kopierer siste observerte verdi. I figur 3 kan vi se et plott for oljeprisen i dollar før og etter bruk av lineær interpolasjon. Figuren viser at interpolasjonen gir en naturlig utvikling i grafen.

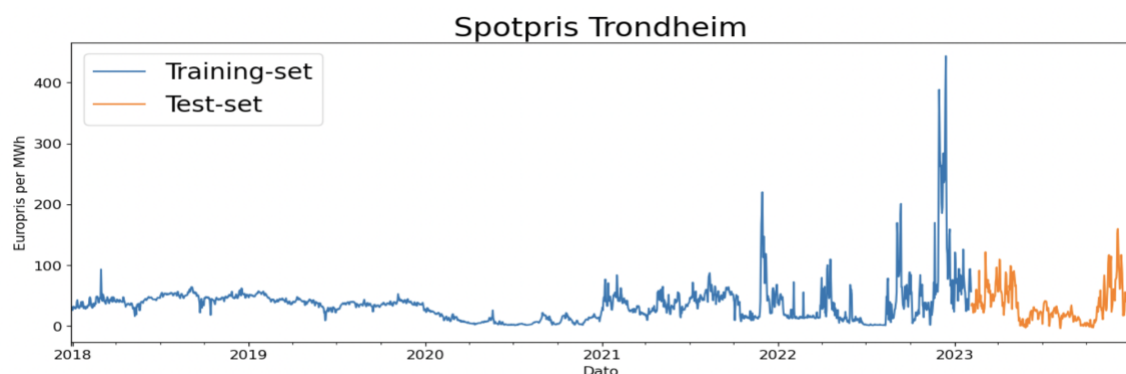


Figur 3: Oljepris før og etter lineær interpolasjon.

Siden dataene fra SSB angående elektrisitetsbalansen kun var tilgjengelig i månedlig format var vi nødt til å kode daglige verdier for import og eksport. Gaussisk fordeling er en kontinuerlig sannsynlighetsfordeling, mye anvendt for å estimere usikre verdier. Ved å importere *norm* fra *scipy.stats* i python tok vi i bruk normalfordeling for å utforme realistiske, daglige verdier som hadde lite avvik fra gjennomsnittet basert på de månedlige verdiene fra SSB. Dette er en bevisst handling med formål om å ikke oppnå ekstremverdier. Når vi senere leser av resultatene, må vi ta i betraktning at de daglige verdiene ikke nødvendigvis speiler virkeligheten. Det er kun den månedlige summen av de daglige verdiene utarbeidet som er pålitelig data. Noen av de daglige verdiene vi utformet for import og eksport ble satt som nullverdier. Ved å ta i bruk if-funksjonen i Excel omgjorde vi disse til “N/A” verdier som vi senere behandlet ved lineær interpolasjon.

### 3.2.2 Preprosessering

Et viktig element innenfor maskinlæring og business analyse er å splitte datasettet inn i et treningssett og et testsett. Rent empirisk har forskning vist at en 80/20 eller 70/30 fordeling vil være mest nøyaktig (Gholamy *et al.*, 2018). Vi har likevel valgt et relativt lite utvalg for testdata fordi vi ønsker å få med deler av urolighetene i strømprisene mellom 2021 og 2023 inn i treningen av modellene. Av de seks årene med rådata har vi derfor valgt å fordele dataen 85/15, der 85% benyttes til å trene opp modellene, mens 15% benyttes til å vurdere ytelsen. Det betyr at trenings-settet består av data for de første 5 årene frem til vinteren 2023, mens testsettet dekker det siste året frem til desember 2023. Vedlagt i figur 4 illustreres fordelingen av trening - og testdata for spotprisen i Trondheim:

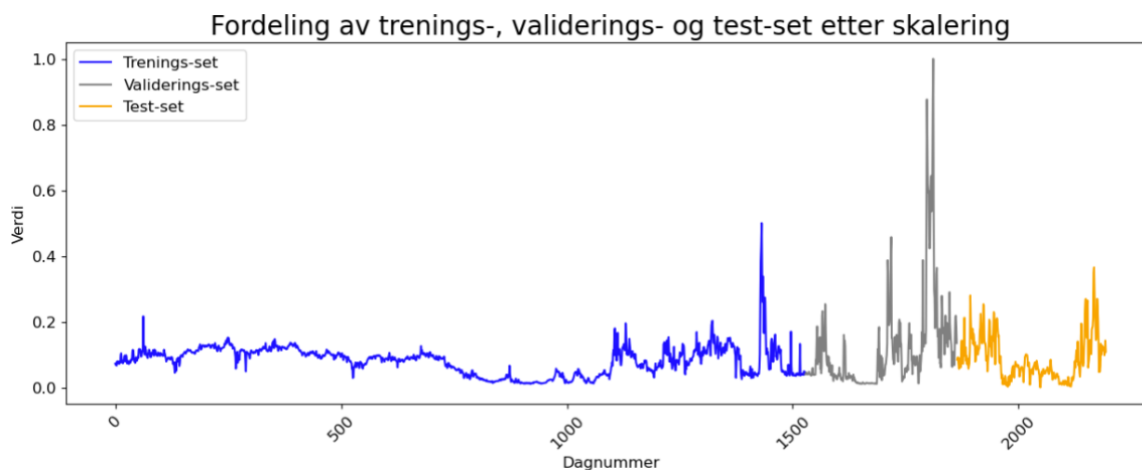


Figur 4: Inndeling av trenings - og testsett.

I tillegg blir et valideringssett inkludert i LSTM-modellen, med hensikt å levere en objektiv vurdering av modellens ytelse og gi tilbakemelding på modellens hyperparametre.

Valideringssettet kan også bidra til å forhindre overtilpasning av data. Overtilpasning kan forekomme når modellen presterer godt på treningsdataen, men sliter med å generalisere fordi modellen er for kompleks i forhold til mengden og støyen i treningsdataen (Geron, 2019). Et av de fundamentale problemene i maskinlæring er nemlig forholdet mellom optimering og generalisering (Chollet, 2017). Vi vil derfor prøve å utarbeide en modell som optimerer ytelsen på treningsdatasettet, samtidig som den trente modellen presterer godt på ukjent data. Valideringssettet settes til å utgjøre 18% av treningssettet, og inkluderer dermed store variasjoner i prissvingningene.

For å sikre at resultatene til maskinlæringsmodellen er optimalt nøyaktige, velger vi å skalere dataen i LSTM modellene istedenfor å beholde deres opprinnelige verdier. Dette innebærer å normalisere målte verdier til en felles skala fra 0 til 1. Her vil 0 representere den laveste verdien fra hver variabel, mens variabelens høyeste verdi i datasettet tilordnes verdien 1. Skalering av data er en normal praksis som gjennomføres med formål å balansere innflytelsen til enkelte variabler, og dermed unngå skjevhet når modellen trenes. I tillegg kan skalering av data bidra til bedret ytelse av modellen ved raskere konvergens og utførelse. Etter at modellen har utført prediksjonene, reverserer vi verdiene tilbake til opprinnelig form. Vedlagt i figur 5 illustreres fordelingen av trening-, validerings- og testdata for spotprisen i Trondheim etter skalering:



Figur 5: Inndeling av trenings -, validerings - og testsett.

### 3.3. Prediksjon av strømpriser - tidligere forskning

Innledningsvis i teorikapittelet kommenterte vi at prediksjon av strømpriser er et bredt studert og svært omfattende tema. På generell basis er det hovedsakelig fem tilnærminger for å predikere strømpriser; multi-agent, fundamental, reduced-form, statistical og computational intelligence (CI). (Weron, 2014). Videre finnes det en rekke metoder under hver enkelt type tilnærming, samt ulike hybrid-metoder. Det vil være lite hensiktsmessig for oss å gå inn på hver enkelt av de mange ulike tilnærmingene til problemet. Vi har her valgt å generalisere på en mer tradisjonell statistisk tilnærming som er relevant innenfor vår utdanning, samt nyere metoder for maskinlæring (CI) som skal takle større mengder data. Metodene har ulike styrker og svakheter som det er viktig å ta hensyn til før valg av metode.

Statistisk metode egner seg godt til å analysere hvilke faktorer som påvirker nettopp strømprisene. Matematiske beregninger av tidligere priser både med og uten eksogene faktorer lar oss se på blant annet korrelasjon, men også predikerte priser. Statistiske metoder som ofte blir brukt omfatter ulike regresjons - eller AR-modeller. De matematiske formlene er også fordelaktig fordi man får en fysisk komponent i analysen som lar forskere i større grad forstå hva modellen faktisk forteller (Weron, 2014). På den andre siden er ikke statistisk metode like godt egnet som maskinlære til å behandle ikke-lineære data, som data knyttet til strøm ofte er.

Maskinlæring vil i tilfeller med store datamengder være mer slagkraftig, også fordi man i mindre grad trenger å ta hensyn til forutsetninger ved ulike statistiske metoder. Maskinlære er derfor spesielt effektivt for analyse av mer komplekse og ikke-lineære data (Weron, 2014). Det finnes en rekke ulike metoder for maskinlæring, men innenfor prediksjon av strømpriser er kunstige nevralt nettverk mest utbredt. Kunstige nevralt nettverk er biologisk inspirerte dataprogrammer designet for å simulere kompleksiteten ved hvordan den menneskelige hjernen behandler informasjon (Beresford og Kustrin, 2000). Ethvert nevralt nettverk er sammensatt av ulike lag: et inngangs-, et utgangs- og ett eller flere skjulte lag. Innenfor prediksjon av strømpriser er det videre i hovedsak to retninger; feed-forward nettverk (FNN) og tilbakevendende nevralt nettverk (RNN). (Weron, 2014).

FNN fungerer slik at signalene reiser i klare nettverk fra inngang til utgang og egner seg dermed godt til simple spørsmål som produserer et enkelt svar for utdata. RNN er mer

dynamisk i form av at løkker med konstant læring og tilbakemeldinger flyter fritt i nettverket. Ved bruk av slike nevralt nettverk er det likevel mye usikkerhet knyttet til fagfeltet fordi forskere ikke alltid kan forstå hva maskinene prosesserer. Det er derfor viktig å være kritisk til hva slags data man mater til maskinen for å faktisk kunne tolke utdata og prosessen på en god måte. Med bakgrunn i dette vil vi utvikle en grunnleggende statistisk modell, samt en moderne maskinlæringsmodell for prediksjon videre i oppgaven.

### 3.4 ARIMA-modellering

Autoregressive Integrated Moving Average er en nyttig og flittig brukt metode for å predikere tidsseriedata. I motsetning til en ordinær lineær regresjon vil ARIMA modeller evne å behandle ikke-lineær data ved å benytte tidligere statistikk i et tidsserieformat for å predikere fremtidig verdi. Modelleringen er sammensatt av flere ulike modeller, der forutsetninger for sesongmessige svingninger, autokorrelasjon og stasjonaritet avgjør valg av metode og parametre.

#### 3.4.1 Fastslå stasjonaritet

##### *Integrated (I)*

Det første vi må ta hensyn til er hvorvidt tidsserien er stasjonær, altså at de statistiske momentene er stabile over tid. I realiteten vil tidsseriedata ofte ikke være stasjonære, noe det integrerte leddet i ARIMA tar hensyn til. ARIMA kan benyttes fremfor ARMA når betingelsen om ingen autokorrelasjon og homoskedastisitet blir brutt. (Nikolopoulos og Thomakos, 2019). Gjennom å transformere dataene til å stabilisere varians og gjennomsnitt, kan vi behandle tidsserien som om den skulle vært stasjonær. Det integrerte leddet  $\hat{y}_t$  viser grad av differensiering og representeres av bokstaven  $d$ . En fullverdig ARIMA-modell(p,d,q) vil være formet slik:

$$\hat{y}_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

Augmented Dickey-Fuller test (ADF) er en utbredt metode for å fastslå hvorvidt tidsseriedata er stasjonær. ADF tester om det er en enhetsrot i tidsserien, med andre ord i hvilken grad variablene henger sammen. Nullhypotesen i testen er at tidsserien inneholder en enhetsrot, altså at den *ikke* er stasjonær. Det kan likevel være hensiktsmessig å foreta flere tester for stasjonærhet, en annen utbredt metode er Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin tester (KPSS). I motsetning til ADF vil nullhypotesen for en KPSS-test være at tidsserien *er* stasjonær. KPSS er basert på lineær regresjon og ser på trenden i tidsserien for å lete etter en random walk komponent. (Kwiatkowski *et al.*, 1992). Det kan også være nødvendig å inspisere datasettet ytterligere ved å se på trenden, variasjonen og residualene visualisert over tid.

### 3.4.2 AR og MA

Det neste steget i modellbyggingen er å finne optimale AR og MA vilkår. Dette innebærer å se på hvordan AR og MA faktisk fungerer.

#### ***Auto Regressive (AR)***

Autoregressive modeller er basert på at vi kan predikere fremtidige verdier av ( $y_t$ ) utelukkende ved å se på tidligere data av samme variabel ( $y_{t-p}$ ), der  $p$  er antall steg tilbake i tid. (Shumway og Stoffer, 2017). Den matematiske formelen for en AR( $p$ )-modell kan skrives som:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Formelen baserer seg på at  $y_t$  er stasjonær, som lar oss betrakte  $c$  som en konstant, der  $p$  er antall steg tilbake i tid (lags),  $\phi$  er koeffisienter,  $\varepsilon_t$  er feilleddet og  $y_t$  er variabelen modellen predikeres basert på.



## *Moving Average (MA)*

Moving Average modeller predikerer fremtidige verdier ved å se på tidligere verdier av feilleddet  $\varepsilon_t$ , i et lineært format. (Shumway og Stoffer, 2017). MA(q) modeller betrakter her  $\varepsilon_t$  som en konstant, der  $\theta$  beskriver koeffisienten for antall observerte feilledd  $q$  steg tilbake i tid.

$$y_t = c + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Kombinert gir disse to metodene oss en ARMA-modell, eller Autoregressive Moving Average. ARMA-modellen har som forutsetning at tidsseriens varians og gjennomsnitt er konstant over tid, altså stasjonær.

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

For å få en modell som er korrekt tilpasset treningsdataen må det settes optimale AR og MA vilkår (p og q). Ved feil verdier for p og q risikerer man overtilpasning av modellen, noe som kan gi dårlige eller feile prediksjoner. Ved overtilpasning kan det også være at resultatet ser lovende ut, men at vi har analysert støy i stedet for den dataen vi faktisk ønsker å se på. For å sette verdier på p og q kan vi se på ACF og PACF, som gir oss en indikasjon på om og i hvor stor grad vi trenger å legge til AR og MA vilkår i modellen.

Dette er likevel en usikker prosess som krever god forståelse. En sammenligning av AIC-verdier for ulike verdier på p og q er derfor også en god metode for å finne optimale verdier. Minimering av AIC er effektivt for å optimalisere p og q, men fungerer for eksempel dårlig til å sette verdier på differensiering (Hyndman og Athanasopoulos, 2021). Dette er fordi dataene som sannsynligheten beregnes på endres, noe som gjør AIC-verdier lite hensiktsmessig til sammenligning av modeller. Metoden vil derfor kun benyttes til å optimalisere parametre, og andre verktøy vil bli benyttet for å vurdere kvaliteten på modellen ytterligere.

### 3.4.3 Sesongmessige svingninger

#### *Seasonality (S)*

Ved analyse av større mengder tidsseriedata over lengre perioder forekommer det at dataene er utsatt for sesongmessige svingninger. Det kan for eksempel være at salget av vedkubber er betraktelig høyere på høst - og vinterstid fordi at behovet for oppvarming øker når gradestokken synker. ARIMA-modeller er også kapable til å takle dette problemet gjennom å legge til en komponent  $s$  for sesongmessige svingninger. (Hyndman og Athanasopoulos, 2021). En sesongjustert ARIMA modell kan dermed betraktes som:  $SARIMA(P, D, Q)_s$ , der  $P$ ,  $D$  og  $Q$  representerer sesongjusterte ( $s$ ) versjoner av  $p$ ,  $d$  og  $q$ . Den sesongmessige variabelen  $s$  er antall perioder i en sesong. For eksempel vil månedlig data som endrer seg i en årlig syklus gi en verdi for  $s$  på 12.

For å bedre kunne forstå trenden i strømprisen i Trondheim ønsker vi å legge til en slik sesongmessig komponent som kan forklare hvordan strømprisen varierer med årstidene. For å kunne sette riktig verdi på parameterene  $P, D$  og  $Q$  i en  $SARIMA$ -modell er det nødvendig å ha det klart hva verdien på  $s$  er. Datasettet består av daglige data, og strømprisen følger trolig et årlig mønster basert på årstid der prisen er dyrere på vinterstid, altså en verdi for  $s$  på 365.25.

Høye verdier for  $s$  som dette er vanskelig å jobbe med fordi det tar lang tid å beregne parametrene i modellen, selv for en datamaskin av høy kvalitet. Ved verdier for  $s$  på over 200, vil maskinen gå tom for minne, mens svakere maskiner også kan gå i svart. For daglig tidsseriedata er det derfor anbefalt å benytte andre tilnærminger til de sesongmessige svingningene, for eksempel Fourier-serie tilnærming (Hyndman, 2010).

Fouriertransformasjon er spesielt effektivt fordi det også lar oss se på data der det er flere sesongmessige komponenter. Det kan for eksempel være at dataen følger en ukentlig syklus der det er dyrere i helgene, men også en årlig syklus der det er dyrere på vinteren.

Fouriertransformasjon krever at vi setter en verdi for  $s$  på 365.25 for å optimalisere en verdi for  $K$  (antallet sinus og cosinus vilkår).

### 3.4.4 Eksogene faktorer

#### *Eksogene variabler (X)*

ARIMA-modeller er også kapable til å analysere tidsseriedata der vi inkluderer en eksogen variabel i forklaringsmodellen, og dermed gjør modellen om til multivariat. Det vil være mest hensiktsmessig å benytte en utvidet ARIMAX eller SARIMAX modell der vi har data med sterk korrelasjon mellom den avhengige og de uavhengige variablene. For å videre kunne styrke forklaringsevnen til modellen vil vi derfor gjøre den mer nøyaktig ved å legge til flere eksogene variabler. For å velge ut de beste eksogene variablene vil vi se på korrelasjon med strømprisen, og foreta tester for standardavviket mellom verdiene (RMSE). Vi vil også teste om enkelte av variablene kan være med på å vise den årlige syklusen i strømprisen, der for eksempel temperatur kan være en god indikasjon på årstid.

### 3.4.5 Begrensinger ved ARIMA

På tross av at ARIMA modeller er spesielt utviklet for prediksjon av tidsseriedata, er det flere momenter vi må ta hensyn til. For det første tar ikke modellene hensyn til ekstremverdier (outliers) i datasettet, noe som gjør at tidsserien ikke nødvendigvis er lineær. Slik data kan derfor bli vanskelig å jobbe med. For det andre er modellene svært sensitive for utvalg av parametere. Hvis det settes feil verdier for  $p, d$  eller  $q$  vil modellen prestere dårlig, solide analyser for parametrene er derfor en særs viktig del av modelleringen. Til slutt kan det være vanskelig å vite hvilke eksogene variabler som skal inkluderes da det ikke er utviklet spesifikke tester for dette.

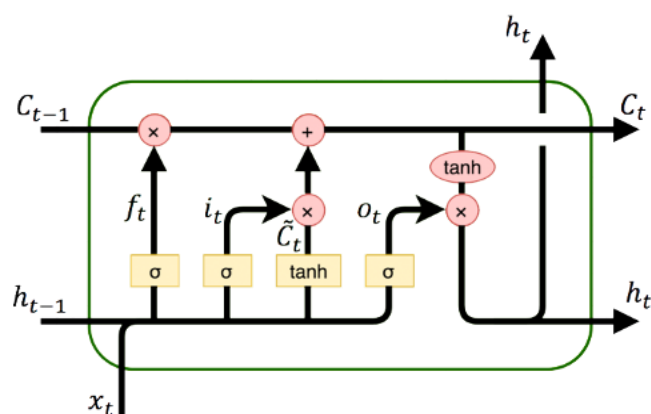
## 3.5 LSTM

Tilbakevendende nevralt nettverk (RNN) er en dyplæringsmodell spesielt egnet for tidsseriedata (Li og Becker, 2021). For å løse komplekse problemer tar RNN i bruk sitt interne minne for å identifisere mønstre og relasjoner i tidligere sekvenser. Metoden har samtidig en kjent problematikk knyttet til at gradienten gradvis går mot null og forsvinner, kjent som *the vanishing gradient problem*. Gradienten beskriver farten og retningen funksjonen beveger seg, men ved langsiktige avhengigheter eller sekvenser over tid blir det for stor forskjell i variansen i inndata og utdata, som resulterer i verdiløs informasjon. Long

short-term memory (LSTM), er et tilbakevendende nevralt nettverk eksplisitt utformet for å overkomme denne problematikken. LSTM-designet introduserer ikke-lineære, dataavhengige kontrollmekanismer (porter) med formål å regulere informasjonsflyten i nettverket, og dermed sikre at gradienten ikke forsvinner under trening. (Hochreiter og Schmidhuber, 1997).

LSTM-nettverket består av tre porter: inngangs-, utgangs- og glempor. Portene bidrar til at nettverket selektivt beholder eller forkaster informasjon til cellen basert på informasjonens nytteverdi. Cellen vil i denne forstand representere LSTM-nettverkets langtidsminne. Det er aktiveringsfunksjonene i portene som bestemmer hvordan informasjonen skal distribueres og oppdateres i nettverket. Portene reguleres av Sigmoid-funksjonen, mens Tahn-funksjonen fungerer som en vektor for det forsvinnende gradient-problemet (Olah, 2015).

Den første porten i et LSTM-nettverk er *glemporten*  $f_t$ , som avgjør i hvilken grad vi skal beholde informasjonen fra forrige steg i sekvensen, eller forkaste den. I *inngangsporten*  $i_t$  identifiserer og filtrerer Sigmoid hvilke komponenter i cellen som skal oppdateres ut ifra deres evne til å utføre oppgaven, altså hvor viktig informasjonen er for nettverket (Zhang, *et al.*, 2023). Den kontrollerer med andre ord hvor mye av den nye innmatede informasjonen skal tas opp i cellen. I *utgangsporten*  $o_t$  filtreres informasjonen i cellen sammen med inndata og skjulte lag for å produsere relevant informasjon (Zhang, *et al.*, 2023). Utgangsporten fungerer altså slik at cellen ikke spyr ut all informasjon den besitter, men heller det som anses som mest relevant. Strukturen til nettverket gir følgende modell:



Figur 6: LSTM-nettverk.

Portene i modellen representeres av følgende formler og variabler:

$$\begin{aligned}i_t &= \sigma(w_i[h_{t-1}, x_t] + b_i) \\f_t &= \sigma(w_f[h_{t-1}, x_t] + b_f) \\o_t &= \sigma(w_o[h_{t-1}, x_t] + b_o)\end{aligned}$$

$i_t$  – inngangsporten  
 $f_t$  – glempporten  
 $o_t$  – utgangsporten  
 $\sigma$  – sigmoid-funksjonen  
 $w_x$  – vekt for port x sitt nevron  
 $h_{t-1}$  – utdata fra forrige blokk for tidspunkt:  $t - 1$   
 $x_t$  – inndata på nåværende tidspunkt  
 $b_x$  – bias for port x

Videre er formelen for cellens status (minne), kandidat for cellens status og utgangsdata gitt ved:

$$\begin{aligned}\hat{c}_t &= \tanh(w_c[h_{t-1}, x_t] + b_c) \\c_t &= f_t * c_{t-1} + i_t * \hat{c}_t \\o_t &= o_t * \tanh(c^t)\end{aligned}$$

$c^t$  - Cellens status (minne) for tidspunkt  $t$   
 $\hat{c}_t$  - Kandidat for cellens status ved tidspunkt  $t$

### 3.5.1 Modellens oppbygging

Å finne den ideelle oppbyggingen av et LSTM-nettverk er en kompleks og tidkrevende prosess, som krever prøving og feiling. Modelleringen består i hovedsak av en struktur på tre lag; et inngangslag, et skjult lag og et utgangslag. Hvert enkelt lag har ulike parametre vi kan justere for å styrke treffsikkerheten til modellen. Vi begrenser oss til å utforme og deretter finjustere modellene ved kunstige nevralt nettverk gjennom bruken av følgende hyperparametre; lengden på sekvensene som genereres (length), antall eksempler som behandles samtidig (batch size), antall lag og noder, optimaliseringsalgoritme, tidlig stopp (early stopping) og antall gjennomkjøringer (epoch).

Vi bruker *Keras* for å utvikle LSTM-modellen. *Keras* er et dyplærings programmeringsgrensesnitt, på engelsk kjent som *application programming interface (API)*, og er eksplisitt designet for mennesker med formål å forenkle implementeringen av nevralt nettverk (Keras.io, 2024). Fra *Keras* henter vi flere nyttige verktøy for å utforme maskinlæringsmodellen. *TimeseriesGenerator* blir tatt i bruk da verktøyet særlig egner seg ved bearbeiding av tidsseriedata, og tillater brukerne å formatere og transformere datasettet med ulike parametre før det sendes inn i det nevralt nettverket.

### 3.5.2 Inndata

For å effektivisere modellytelsen har vi som diskutert under delkapittel 3.2.2 skalert dataen til normaliserte verdier mellom 0 og 1. Mengden noder i inngangslaget vil korrespondere med dimensjonen av dataen vi behandler, og basere seg på antall variabler vi tar i bruk. Vi kan videre kontrollere hva som tas opp i nettverkets inngangslag gjennom å justere hvor mange dager med data som benyttes for å predikere morgendagens strømpris. Vi har bestemt oss for å utarbeide to maskinlæringsmodeller som tar inn ulikt antall dager for å utføre prediksjoner av strømprisene. Dette gjøres for å undersøke om kvaliteten på modellen begrenses av antall dager inkludert i beregningene, og kan dermed styrke resultatenes reliabilitet.

Fra *Timeseriesgenerator* er hyperparametrene *length* og *batch size* relevante og nyttige. Lengden angir hvor mange tidsseriedata som skal inkluderes i hver sekvens, altså hvor mange tidligere dager med data vi skal ta hensyn til for å predikere neste dag. Batch-størrelsen definerer antall eksempler som skal behandles før de interne modellparametrene oppdateres (Brownlee, 2018). Ved en høy batch-størrelse vil treningen forekomme raskere, men samtidig risikere at modellen ikke fanger opp nyansene i dataen. Det vil derfor være essensielt å finne en balanse mellom dette. Som nevnt i forrige avsnitt gjennomfører vi to eksemplarer av modellen til det kunstige nevralt nettverket. Den første tar utgangspunkt i en lengde på en, mens den andre inkluderer data fra tre tidligere dager for å gjennomføre prediksjonene.

### 3.5.3 Lag og noder

En viktig del av maskinlæringsmodellens oppbygging er frekvensen på lag og noder. Omfanget av disse to hyperparametrene kan være vanskelig å fastslå, og varierer avhengig av modellens spesifikke oppgave og datasettets kompleksitet. En modell som er for enkel sammenlignet med datastrukturens kompleksitet kan føre til undertilpasning. På den andre siden kan en for avansert sammensetning lede til overtilpasning og tilnærmet horisontal graf for prediksjonene. Det finnes flere måter å forhindre dette på, og dropout kan være et fint tilskudd dersom overtilpasning er et fundamentalt problem. Likevel velger vi å legge fokus på antall lag og noder som skal inkluderes, da vi ikke ser det nødvendig å benytte dropout i dette problemet. Arkitekturen til modellene vi utformer er vist i figur 7 og 8 nedenfor.

Model: "sequential"			Model: "sequential"		
Layer (type)	Output Shape	Param #	Layer (type)	Output Shape	Param #
lstm (LSTM)	(None, 3, 50)	12000	lstm (LSTM)	(None, 3, 70)	22400
lstm_1 (LSTM)	(None, 32)	10624	lstm_1 (LSTM)	(None, 50)	24200
dense (Dense)	(None, 1)	33	dense (Dense)	(None, 1)	51
Total params: 22657 (88.50 KB)			Total params: 46651 (182.23 KB)		
Trainable params: 22657 (88.50 KB)			Trainable params: 46651 (182.23 KB)		
Non-trainable params: 0 (0.00 Byte)			Non-trainable params: 0 (0.00 Byte)		

Figur 7: Arkitektur LSTM modell 1 (V).

Figur 8: Arkitektur LSTM modell 2 (H).

### 3.5.4 Tilpasning

For at læringsmodellen skal evne å fange opp komplekse mønstre og sammenhenger i datasettet vil det være fordelaktig å tillate modellen å gjennomgå flere iterasjoner av treningsdataene. *Epochs* er en hyperparameter som muliggjør en slik tilnærming. Antall epoker definerer hvor mange fullstendige iterasjoner av læringsalgoritmen som skal gjennomføres på hele treningssettet (Brownlee, 2018). Under hver iterasjon vil de interne modellparametrene oppdateres ut ifra feilene mellom den predikerte og faktiske verdien. En slik minimering av tapsfunksjonen leder til gradvis bedret modellpresisjon og nøyaktighet. Men etter et visst antall gjennomkjøringer kan man nå et punkt der modellen ikke lenger forbedres.

Dersom ytelsen til modellen stagnerer, vil det ikke være hensiktsmessig å gjennomføre flere iterasjoner på datasettet. Vi innfører derfor *early stopping* som en del av prosessen. Early stopping anses som en effektiv hyperparameter og er en av de mest brukte regulariseringsteknikkene i dyplæring, grunnet dens effektivitet og enkelhet (Goodfellow, Bengio og Courville, 2016). Teknikken går ut på å avslutte treningen av modellen når ytelsen på valideringssettet avtar. Dette kan bidra til å optimalisere treningstiden, samt redusere risikoen for overtilpasning i treningsdata, og dermed utvikle modeller som generaliserer bedre til ukjent data.

Å legge til en optimeringsalgoritme kan bidra til å bedre modellens kvalitet. En optimaliseringsalgoritme blir ofte brukt til å finne den beste løsningen til et optimeringsproblem. I begge de nevrale nettverkene benytter vi oss derfor av Adam, som er en metode for effektiv stokastisk optimalisering. Algoritmen brukes til å minimere tapsfunksjonen, og blir ofte anvendt da den er enkel å implementere, beregningsmessig effektiv, har små minnekrav og viser høy ytelse (Kingma og Ba, 2015).

### 3.5.5 Begrensninger ved LSTM

Selv om det tilbakevendende nevrale nettverket egner seg godt til tidsseriedata, har dyplæringsmodellen visse svakheter. For at modellen skal identifisere mønstre og tendenser i datasettet, vil det være en fordel med store mengder data tilgjengelig. Dersom datasettet er lite, har modellen begrenset tidligere kunnskap som kan anvendes for å utføre sine prediksjoner. Grunnet modellens omfang av interne komponenter, anses den også som beregningsmessig kompleks sammenlignet med andre nevrale nettverk, og krever derfor høyere behov for maskinkraft og treningstid. I tillegg kan det være krevende å utarbeide en ideell sammensetning av hyperparametre for ditt eksakte datasett. Dersom modellens oppbygning ikke er samstemt med datasettet, kan det føre til overtilpasning og begrenset generaliseringsevne.



## 3.6 Vurdering av modellenes kvalitet

For å vurdere kvaliteten på modellen benytter vi oss av vurderingsverktøyet *root mean squared error (RMSE)*. RMSE beregner kvadratroten av gjennomsnittlig kvadratisk forskjell mellom predikerte og faktiske verdier, og brukes ofte til å evaluere hvor godt modeller presterer (Hodson, 2022). Grunnet kvadreringen vektlegges ekstreme verdier som ligger utenfor normalen, sammenlignet med *mean absolute error* som legger like stor vekt på alle feil i prediksjonene. På lik linje vil effekten av relativt små feil i RMSE være mindre. Det vil være ønskelig med en relativt lav RMSE da dette indikerer at modellen generelt leverer prediksjoner tilnærmet de faktiske verdiene. Vi vil sammen med RMSE også benytte oss av visualisering for å se hva tallene faktisk forteller oss.

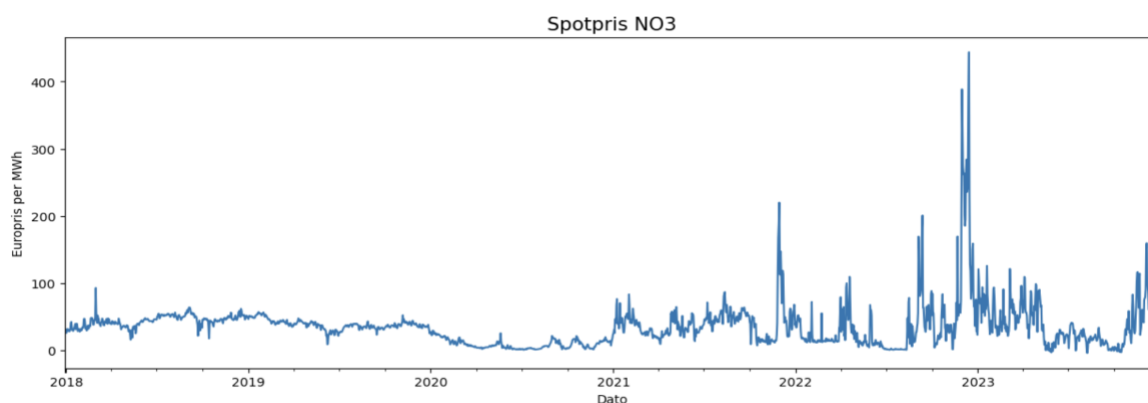
## 4. Analyse og resultat

I dette kapittelet vil vi gjennomgå hver enkelt av modellene systematisk for å kunne sammenligne og diskutere resultatene. Vi vil også presentere deskriptiv statistikk for datasettet for å bedre belyse valg tatt i metoden og analysen.

### 4.1 Deskriptiv statistikk

Deskriptiv statistikk og visualisering er et godt verktøy for å se på ulike trender i strømprisen. Det gir også en god mulighet til å se på de uavhengige variablene, hvordan de korrelerer med strømprisen og dermed hvilke faktorer vi kan forvente at presterer best i modellene som bygges. De uavhengige variablene som ikke illustreres her vil bli vedlagt i appendix.

#### *Spotpris Trondheim*



Figur 9: Spotpris elektrisitet NO3 des. 2017 - des. 2023.

Av grafen i figur 9 kan vi se at strømprisen over mange år har vært relativt stabil, men at det har kommet en stor endring fra 2021 og utover. Spesielt de to siste årene skiller seg ut med store svingninger i prisen, med en makspris på hele 443 euro per MWh, men også sommermånedene er tydelig lave. Svingningene i strømprisen kan være en faktor som vanskeliggjør prediksjon, noe vi har prøvd å ta hensyn til i inndelingen av trenings - og testsett fra delkapittel 3.2.2. Videre viser deskriptiv statistikk i tabell 2 at gjennomsnittsprisen har vært relativt stabil rundt 40 euro per MWh utenom 2020, som skiller seg ut med en snittpris på under 10 euro. Av tabellen kan vi også se at standardavviket er betraktelig høyere i årene etter 2020, mens minsteprisen i 2023 er negativ, altså gratis strøm. Dette kompliserer prediksjonen ytterligere fordi variansen ikke er konstant over tid.

År	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Gjennomsnitt	44.08	38.54	9.46	41.07	41.94	38.56
Standardavvik	8.68	7.22	6.72	24.60	62.59	30.61
Minimum	16.27	9.29	1.13	7.61	1.09	- 3.70
Maksimum	93.14	57.40	29.65	220.10	443.74	59.71

Tabell 2: Deskriptiv statistikk spotpris elektrisitet NO3.

### *Korrelasjon og kovarians*

Variabel	Korrelasjon
Import	0.292
Gasspris	0.246
Brent Crude	0.148
Måned	0.130
Dollarkurs	- 0.044
Nedbør	- 0.109
Eksport	- 0.113
Eurokurs	- 0.114
Temperatur	- 0.307

Tabell 3: Korrelasjon med spotpris for de uavhengige variablene.

Tabell 3 viser korrelasjonen mellom døgnprisen på strøm og de uavhengige variablene.

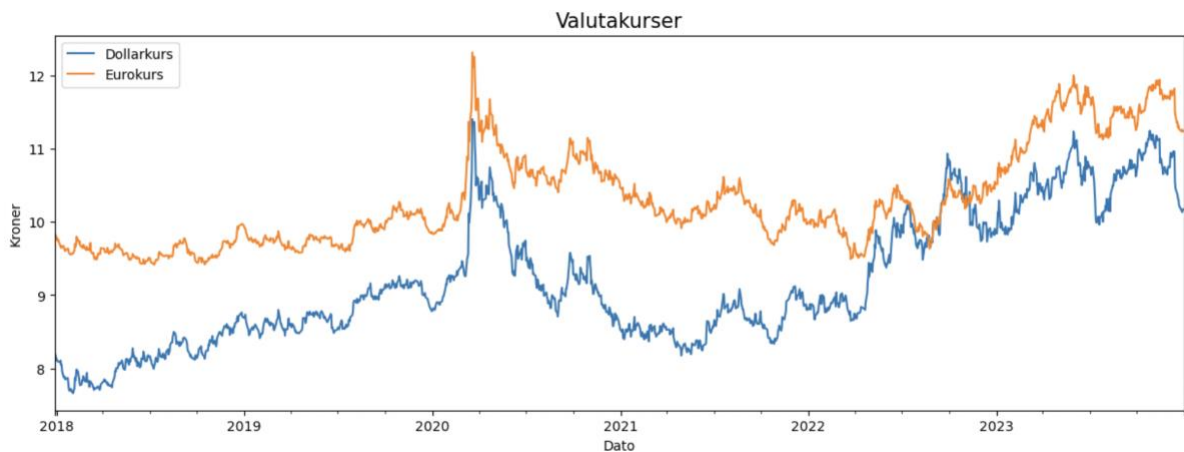
Tabellen kan gi oss en indikator på betydningen og relevansen av hver variabel med hensyn

til å påvirke svingningene og fastsettelsen av strømprisen. Temperatur, gasspris og import skiller seg ut ved relativt høye verdier, sammenlignet med resterende forklaringsvariabler. Disse variablene kan dermed betraktes som de mest innflytelsesrike faktorene i vårt datasett når strømprisen fastsettes. Høyere import og gasspris, samt lavere temperatur kan antas å gi en høyere strømpris. Likevel er korrelasjonen generelt lav blant samtlige variabler i datasettet. Det kan tolkes som at prisene for elektrisitet påvirkes av flere komplekse forhold og variabler vi ikke har tatt hensyn til. Samtidig kan det bety at Trøndelag er mer skjermet for eksogene forhold enn andre prissoner. Videre vil vi også se på de uavhengige variablenes korrelasjon med hverandre.



Figur 10: Korrelasjonsmatrise.

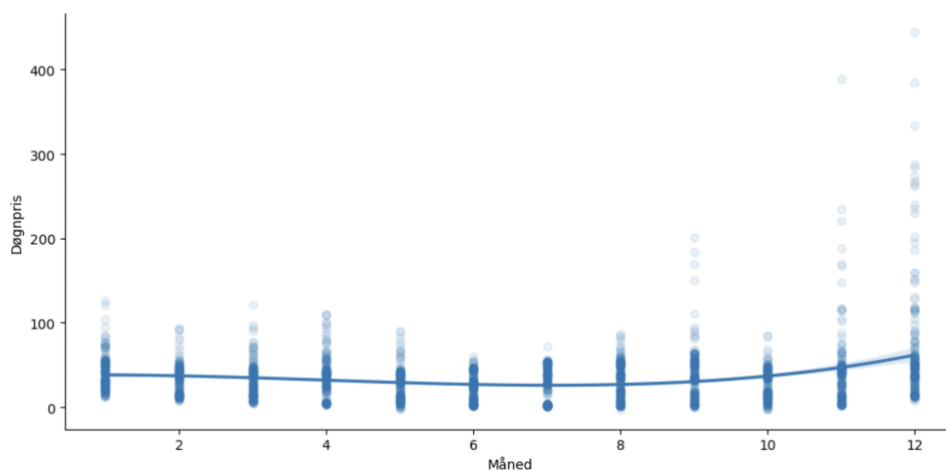
Det forekommer lineær sammenheng mellom flere av våre forklaringsvariabler. Særlig forholdet mellom valutakursene viser i figur 10 betydelig grad av korrelasjon på hele 93.3%. Den tydelige sammenhengen i valutakurser kan ses i figur 11, der kursene i stor grad følger samme mønster. Samtidig er korrelasjonen mellom import og eksport også relativt høy. Det kunne derfor vært en bedre løsning å hente inn data for nettoeksport og kun inkludere en av valutakursene. Eventuelt kunne man valutajustert de ulike handelsvarene slik at alle hadde samme valuta. Med bakgrunn i dette vil vi spesielt i ARIMA modelleringen være varsom med hvilke variabler vi inkluderer i analysen.



Figur 11: Dollarkurs og Eurokurs sammenlignet.

### Måned

Med vår antagelse om at strømprisen følger en årlig syklus der prisen er høyere på vinteren, vil det være hensiktsmessig å se på om dette faktisk stemmer i datasettet. Ettersom at månedsfordelingen er utformet som en ordinal variabel, vil vi kun få en indikasjon på hvordan fordelingen ser ut. For å illustrere dette har vi benyttet et lmplo. I figur 12 kan vi se at vintermånedene (1-3 og 10-12) registrerte flere høye priser enn sommermånedene. Spesielt slutten av året da det går fra varmt til kaldt registrerer flere høye verdier. Dette gir en god indikasjon på at prisen kan være sesongbasert.

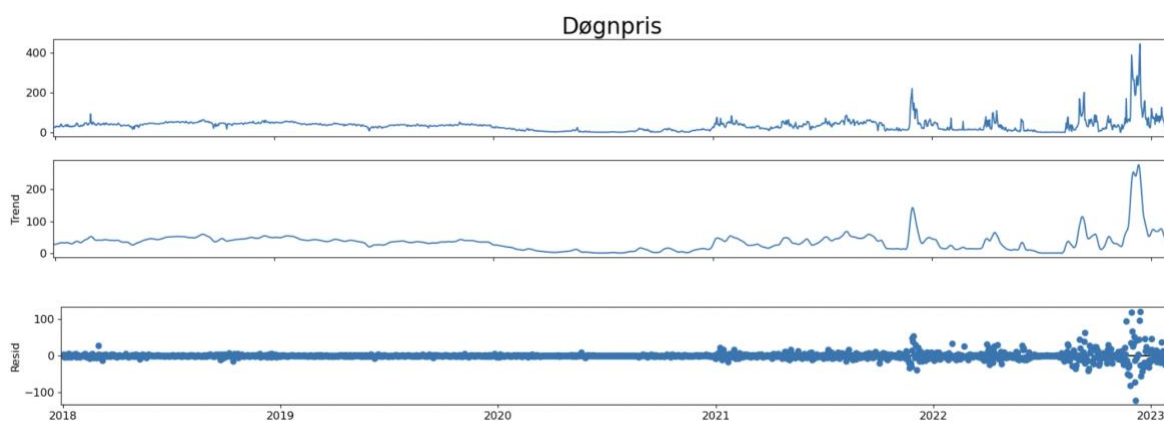


Figur 12: Månedsfordeling spotpris.

## 4.2 ARIMA

Det første steget i ARIMA modellering er som diskutert i delkapittel 3.4.1 å fastslå stasjonæritet. ADF-testen fra Statsmodell-biblioteket viser en p-verdi på 0.000046, vi kan altså forkaste nullhypotesen, noe som indikerer at strømprisen i Trondheim er stasjonær. KPSS-testen viser en p-verdi på 0.050635, vi kan altså med 95% sikkerhet ikke forkaste nullhypotesen om at strømprisen er stasjonær. Marginen på p-verdien er likevel så lav at vi også vil se nærmere på trenden og residualene over tid for å få en bedre forståelse av datasettet.

En nedbryting av datasettet i figur 13 viser at det ikke er noen tydelig trend i tidsserien, altså at det verken er en tydelig voksende eller synkende graf over tid. Residualene er også relativt godt distribuert over tid, men med noe større feilmargin og usikkerhet mot slutten av tidsperioden. Ved tidsseriedata er det en risiko knyttet til å overdifferensiere når vi gjør dataen stasjonær. Med andre ord forekommer det et informasjonstap ved differensiering som gjør at modellen kan bli feilaktig tilpasset dataen. Ettersom at testene indikerer at tidsserien er stasjonær vil verdien for  $d$  derfor bli satt til 0 for alle versjonene av ARIMA modellene, på tross av at residualene er noe mindre stabile mot slutten av tidsperioden. Dette betyr at vi i praksis benytter ARMA modeller i analysen.



Figur 13: Nedbryting av treningssett.

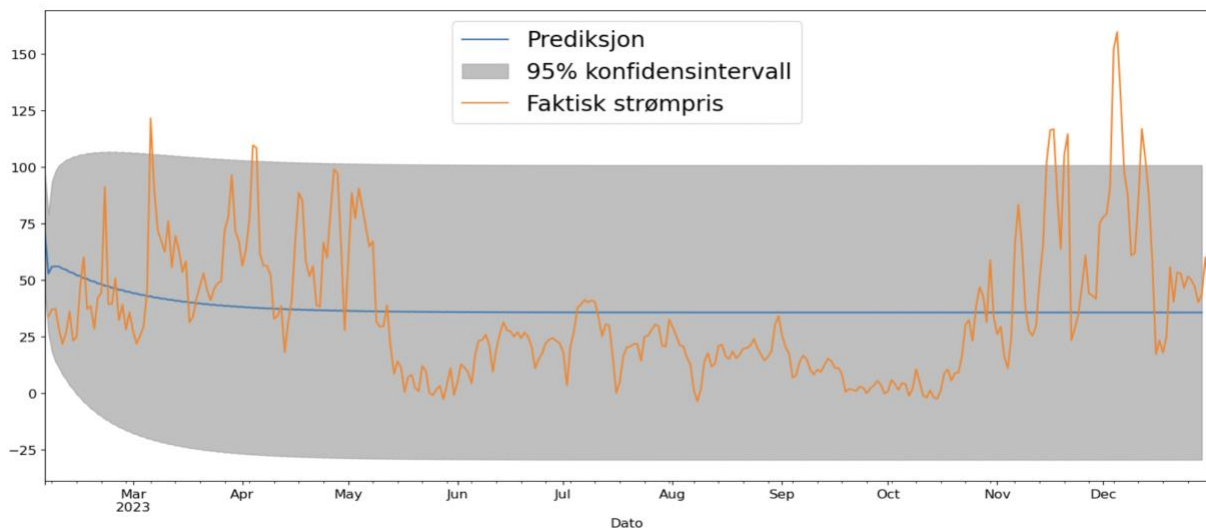
## 4.2.1 ARMA

For å sette optimale verdier for p og q, parametere for henholdsvis AR og MA vilkår, utvelger vi modellen med lavest AIC-verdi for gitte verdier av parametrene. For dette benyttet vi autoarima-funksjonen i det innebygde pmdarima biblioteket i Python. Et utvalg fra resultatet er gitt i følgende tabell:

Model	AIC
ARIMA(0,0,1)	17 790.963
ARIMA(1,0,0)	15 151.393
ARIMA(1,0,1)	15 132.450
ARIMA(2,0,1)	15 102.242
ARIMA(3,0,1)	15 026.975
ARIMA(2,0,3)	15 019.422
ARIMA(2,0,2)	14 998.627
ARIMA(3,0,3)	14 995.935

Tabell 4: AIC-verdier for ulike ARIMA parametre.

Tabell 4 viser at modellen som er best tilpasset datasettet er ARIMA(3,0,3). Forskjellen mellom verdiene er minimal, men disse parametrene er likevel benyttet i samtlige varianter av ARIMA modellene. Ved å tilpasse modellen til datasettet (fitted values), kan vi illustrere hvor god modellen er til å oppfatte trendene i strømprisene. Figur 14 viser modellens predikerte verdier opp mot faktiske strømpriser i Trondheim for 2023.



Figur 14: ARMA.

Figur 14 viser at en simpel ARIMA modell i stor grad treffer faktisk strømpris innenfor et konfidensintervall på 95%, men kompenserer ved at konfidensintervallet er relativt stort. Modellen klarer heller ikke å oppfatte trendene i strømprisen, noe som resulterer i en kurve som flater ut omtrent ved gjennomsnittsverdien. Simple ARIMA modeller er ikke effektive for prediksjoner over lengre tid, og feiler dermed på å oppfatte trenden i tidsserien. Vi vil derfor gå videre i modelleringen.

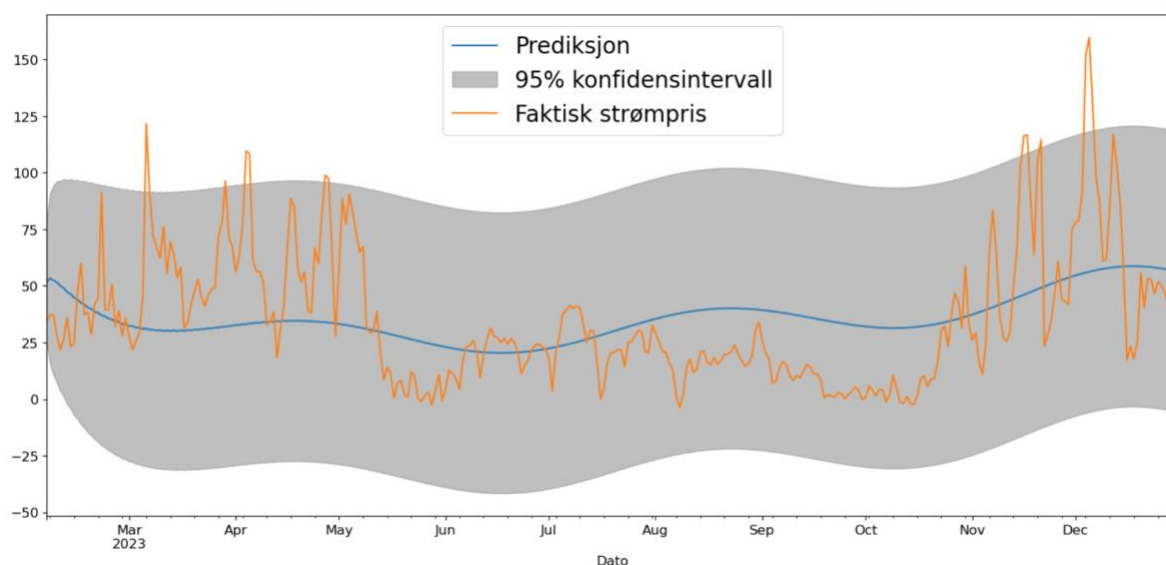
#### 4.2.2 SARMA

Som diskutert i delkapittel 3.4.3 vil vi ikke sette parametre for P, D eller Q, men heller benytte Fouriertransformasjon. For å finne en optimal verdi på K har vi manuelt økt verdien på K frem til RMSE ikke lenger fikk en lavere verdi. Resultatene fra testen er vedlagt i tabell 5:

<b>K</b>	<b>RMSE</b>
0	29.45
1	28.98
2	28.74
<b>3</b>	<b>27.24</b>
4	27.56

Tabell 5: Optimalisert verdi for K i fouriertransformasjon.

Tabellen viser at optimal verdi for K er 3, altså at vi benytter seks fourier egenskaper for å måle den årlige syklusen i strømprisene. Egenskapene består av tre vilkår hver for henholdsvis sinus og cosinus. En verdi for K på null representerer RMSE for ARMA modellen i figur 14. Vi kan altså se at fouriertransformasjon gir oss en noe lavere RMSE, som kan tyde på at SARMA modellen bedre plukker opp trendene i strømprisene. Vi vil igjen tilpasse dataen for å se modellens predikerte verdier opp mot faktiske strømpriser i Trondheim for 2023:



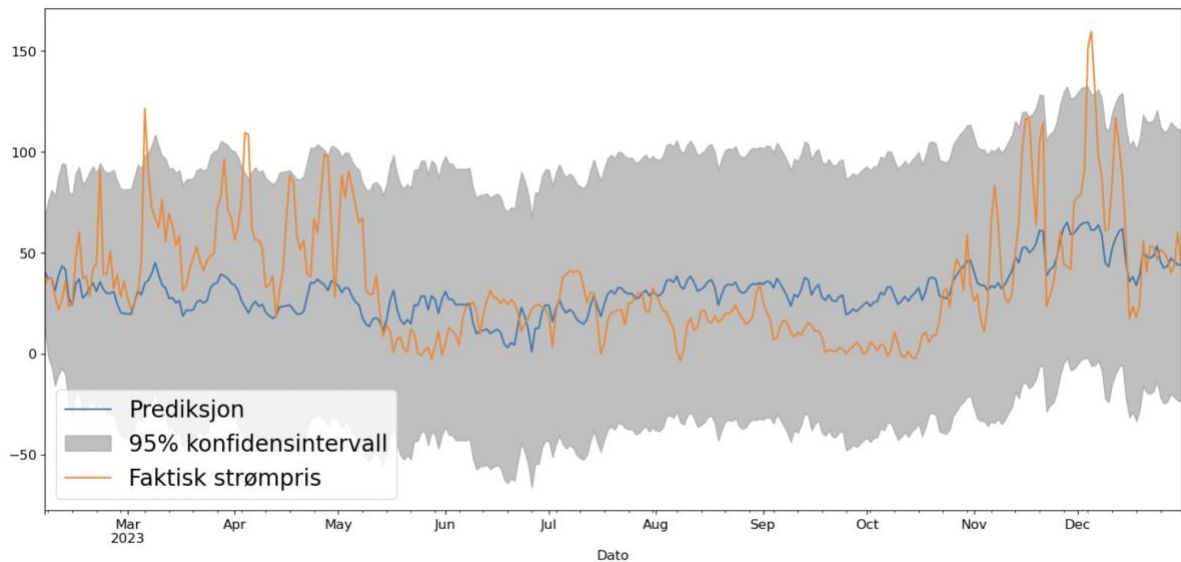
Figur 15: SARMA.

Figur 15 viser at fouriertransformasjonen hjelper SARMA modellen med å bedre forstå trendene i tidsserien, men kun på årlig basis. Det er tydelig at modellen ikke evner å predikere endringene fra dag til dag, vi vil derfor også legge til eksogene variabler i forklaringsmodellen.

#### 4.2.3 SARMAX

Det siste steget i ARIMA modellering er å legge til eksogene variabler. Vi startet med å legge til alle de uavhengige variablene i datasettet, for så å gradvis fjerne variabler med lav korrelasjon til strømprisen. For å velge optimale verdier minimerte vi RMSE, samt inspiserte grafen for prediksjonene. Laveste RMSE oppnådd var funnet ved å inkludere variabler for temperatur, oljepris, gasspris og import, med en RMSE på 26.23. Samtidig er forskjellen i RMSE minimal ved inkludering av eksogene variabler, noe som tyder på at vi ikke har funnet de mest relevante faktorene for strømprisen. Vi vil igjen tilpasse dataen for å se modellens predikerte verdier opp mot faktiske strømpriser i Trondheim for 2023:



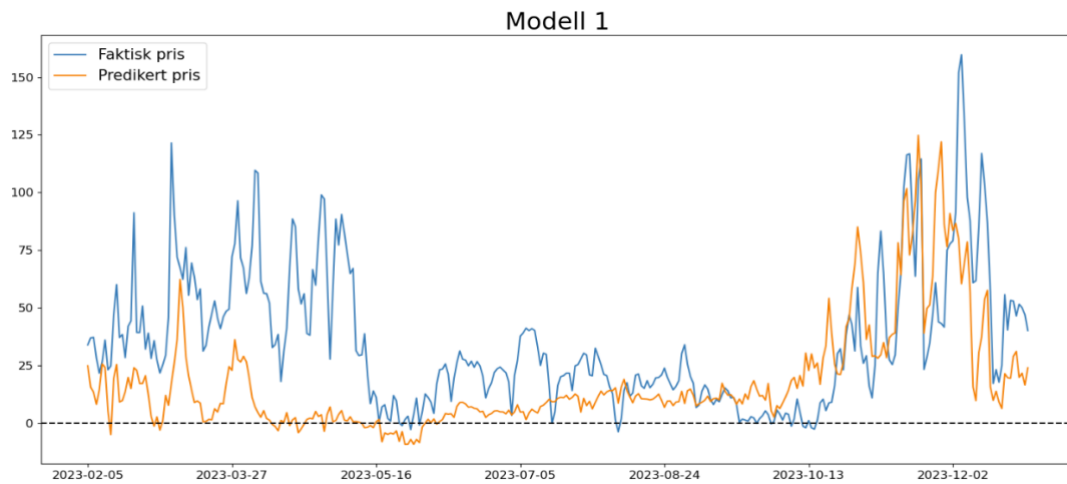


Figur 16: SARMAX.

Vi kan tydelig se av figur 16 at grafen nå at SARMAX modellen i større grad evner å predikere svingningene i strømprisen. Vi kan også se at modellen treffer relativt godt på de lavere verdiene i vår - og sommermånedene. Modellen evner fortsatt ikke å predikere faktisk verdi på de høyeste prisene, men treffer i større grad på tidspunktene pristoppene forekommer. Dermed er problemet med å predikere de absolutt høyeste verdiene en gjentakelse gjennom alle versjonene av ARIMA modellene.

### 4.3 LSTM 1

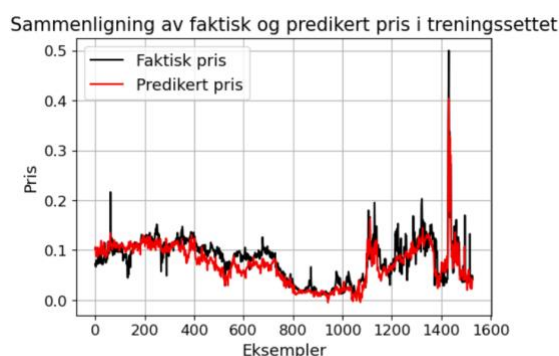
Den første maskinlæringsmodellen inkluderer data fra foregående dag for å utføre prediksjoner. Gjennom en visuell analyse av figur 17 ser vi at modellen i liten grad evner å gi nøyaktige estimater på strømprisen. De predikerte prisene gjenspeiler i grove trekk flere av mønstrene og variasjonen i strømprisene. Likevel viser modellen en tendens til å over- og underestimere svingningene, og treffer sjelden presist på de faktiske verdiene. Modellen fikk en RMSE på 33. Det betyr at gjennomsnittlige avvik mellom faktisk- og modellens predikerte pris er 33 euro per MWh. Likevel kan RMSE i dette tilfellet være misledende da det ble erfart at en modell med tilnærmet horisontal graf, uten særlig preg av svingninger, oppnådde lavere RMSE enn modeller som fulgte prisfluktuasjonene til en viss grad. Dette skyldes trolig egenskapene RMSE besitter ved å straffe store feil mellom faktisk og predikerte verdier.



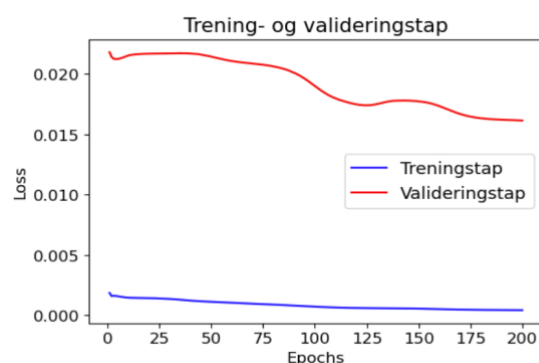
Figur 17: LSTM 1.

Beregningene er av høyere kvalitet på siste del av datasettet. Fra september 2023 virker det som at modellen predikerer en prisstigning i markedet før det faktisk inntreffer. Modellen forutsier de store prissvingningene mellom september og desember, men klarer ikke å treffe nøyaktig tidspunkt og verdier på estimatene. Selv om modellen generelt presterer godt i denne perioden blir ikke toppunktet i starten av desember forutsett.

Av figur 18 kan vi se at modellen predikerer med relativt god kvalitet på treningsdataen. Modellen viser en generell tendens til å estimere for lave verdier, men følger i stor grad fluktuasjonene, uten å nå helt opp til de høyeste toppene. Figur 19 sammenligner validerings- og treningstapet, og illustrerer at valideringstapet gradvis reduseres, da modellen lærer og forbedrer seg etter antall epoker, noe som er positivt. Imidlertid, dersom modellen vår hadde vært optimal, ville valideringstapet vært lavere, og begge grafene ville vist en nedgang og stabilisering ved et bestemt punkt.



Figur 18: Prediksjon på treningssett LSTM 1 (V).

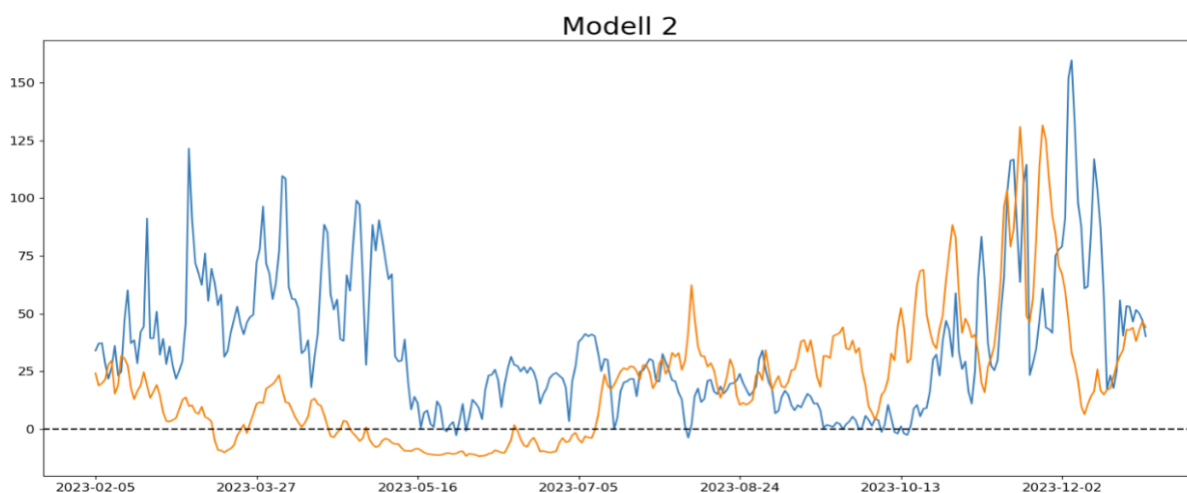


Figur 19: Valideringstap LSTM 1 (H).

## 4.4 LSTM 2

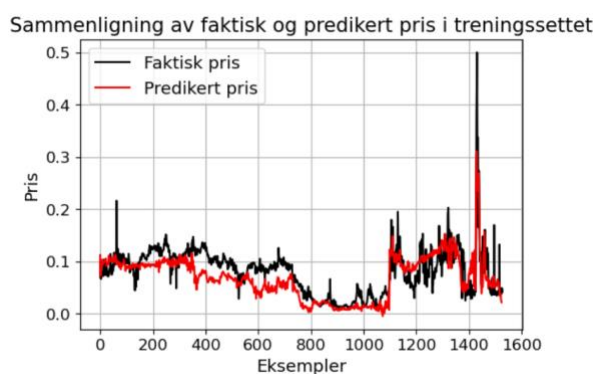
Modell 2 ble utformet for å undersøke om kvaliteten på modellen begrenses av antall data inkludert i beregningene. Inkluderingen av flere dager med data resulterte i et behov for en mer kompleks modellarkitektur for å fange opp mønstrene i datasettet. Etter prøving og feiling konkluderte vi med at beste resultat ble oppnådd ved å legge til flere noder i lagene, samt redusere antall epoker. Epokene ble redusert betraktelig da valideringstapet viste en økende tendens etter omtrent 50 epoker, som resulterte i overtilpasning og begrenset evne til å generalisere. Det ble i tillegg utført flere tester av modellen ved en endret batch størrelse, men vi landet ikke på noen optimale løsninger, og besluttet derfor å la den stå uendret.

Kvaliteten på prediksjonene til modellen er ikke særlig tilfredsstillende, da estimatene viser store avvik fra de faktiske prisene gjennom hele datasettet. RMSE ble beregnet til 40 og indikerer at modell 2 er av dårligere kvalitet enn modell 1. Dette bekreftes ved en visuell sammenligning av grafene mellom figur 17 og figur 20. Første halvdel av datasettet presenterer betraktelig lavere verdier sammenlignet med de faktiske. I tillegg viser modellen en dårligere evne til å følge mønsteret og variasjonene i svingningene her. I siste halvdel av datasettet er prediksjonene mer presise. Likevel viser de beregnede prisene en tendens til å ligge et par dager foran, og predikere høyere verdier i denne tidsperioden. På slutten av datasettet forutser modellen en betydelig nedgang i prisen flere dager før hendelsen inntreffer. Begge modellene mislykkes i å forutsi den markante prisstigningen i starten av desember.

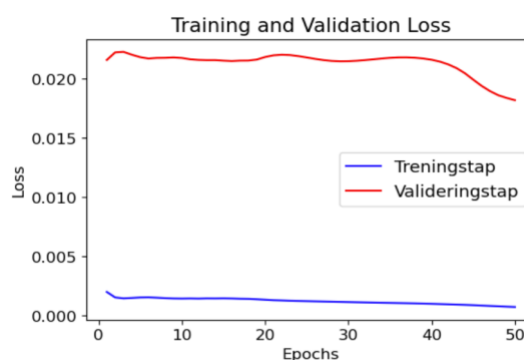


Figur 20: LSTM 2.

Prediksjonene av treningsdataen følger de faktiske fluktuasjonene til en viss grad, men ikke like nøyaktig som modell 1. Modellen tilpasser seg ikke dataen på lik linje med den første modellen, som resulterer i lavere forventede verdier på treningssettet. Valideringstapet er også større i modell 2, og viser kun betydelig læringsevne ved reduksjon i tapet i de siste 10 epokene.



Figur 21: Prediksjon på treningssett LSTM 2 (V).



Figur 22: Valideringstap LSTM 2 (H).

## 5. Diskusjon

Fra resultatene er det tydelig at den fullverdige SARMAX modellen presterer best blant de statistiske modellene. Det er også den modellen som oppnår lavest RSME blant alle modellene i hele analysen. Modellen evner i større grad å predikere trendene og svingningene i strømprisen ved inkludering av eksogene variabler og en sesongmessig komponent. Vi ser likevel at den ikke evner å predikere i det høyere prissjiktet. Den gode forklaringsverdien i modellen bærer preg av at de predikerte verdiene ligger relativt tett på gjennomsnittet av strømprisen. Forskjellen i residualene og svingningene i trenings - og testsettet er trolig med på å gjøre prediksjonen mer komplisert fordi strømprisen har vært relativt stabil over mange år. Visualisering av fouriertransformasjonen for sesongmessige svingninger i SARMA modellen viser også at en faktisk verdi for  $s$  med stor sannsynlighet kunne vært mer treffsikker i prediksjonen. En stor ulempe med utviklingen av ARIMA modellene har derfor vært at de ikke egner seg så godt til daglige registrerte verdier med høye verdier for sesongmessige svingninger.

Blant maskinlæringsmodellene er det den første LSTM modellen som presterer best. Vi kan se av visualiseringen at modellen i stor grad predikerer syklusen i strømprisen der det er dyrere på vinteren enn sommeren. Modellen er også god på å treffe de høyere verdiene i strømprisen mot slutten av testsettet, men sliter i større grad med å predikere svingningene i prisen på vår - og sommerstid. En høyere RMSE verdi bærer trolig preg av dette. Dette kan skyldes internasjonale markedsforhold i denne perioden og manglende forklaringsvariabler. En annen årsak kan være at modellen bedre fanger opp sesongmessige mønstre i vintermånedene. Det vil være viktig å ta i betraktning at modellenes prestasjon i stor grad avhenger av samspillet mellom modellarkitekturen og kompleksiteten til datasettet. Siden strukturen i modellene konstruert manuelt er det ikke gitt at vi har funnet den ideelle kombinasjonen av hyperparametre til å fange opp sentrale nyanser i dataene. Det kan derfor være mulig at en annen modellkomposisjon vil lede til mer nøyaktige prediksjoner.

Både den statistiske tilnærmingen og maskinlæringsmodellene har styrker og svakheter som det kan være vanskelig å evaluere. På den ene siden presterer SARMAX modellen bedre på vurderingsverktøy som RMSE. På den andre siden kan vi ved hjelp av visualisering tydelig se at LSTM modellen er mer lovende for å treffe på svingningene i strømprisen. Vi må også ta hensyn til at det finnes en rekke andre vurderingsverktøy innenfor analyse vi ikke har benyttet oss av i denne studien. Det er derfor vanskelig å si hvilken av modellene som faktisk fungerer best. Ettersom at ingen av modellene presterer optimalt ser vi det derfor som svært relevant å se på forbedringspunkter som en del av evalueringen.

For å utføre nøyaktige og troverdige strømprisprediksjoner er vi avhengige av gode forklaringsvariabler. Et mulig forbedringspotensial i vår oppgave kan derfor innebære å inkludere et større omfang av relevante variabler. En interessant tilnærming kunne vært å undersøke hvilken innflytelse eksogene sjokk i Europa, som Covid-19 og krigen i Ukraina har på prisfluktuasjoner i kraftmarkedet ved hjelp av dummy-variabler. I tillegg ville det vært gunstig å finne forklaringsvariabler med høy korrelasjon til spotprisen i NO3 for å undersøke om disse ledet til prediksjoner av høyere kvalitet. En annen relevant faktor og mulighet for forbedring er de daglige verdiene til import og eksport. Grunnet begrenset tilgang på data var kun verdier av månedlig format tilgjengelig til disse variablene. Når resultatene tolkes og analyseres, vil det derfor være viktig å huske at de daglige verdiene ikke speiler virkeligheten og kan være misledende. Det er kun den månedlige summen av de daglige verdiene som er

pålitelig data. Dette kan være en årsak til at modellene våre sliter med å utføre nøyaktige prediksjoner, spesielt når det er store fluktuasjoner innenfor et kort tidsrom. Tilgang på verdier i daglig form ville derfor bidratt til å styrke reliabiliteten til analysen og slutningene vi trekker.

For å oppnå en tydelig forståelse om hvilke modeller som presterte best, kunne vi implementert flere vurderingsverktøy. Særlig *mean absolute error* (MAE) og *mean absolute percentage error* (MAPE) kunne vært relevant og nyttig å benytte seg av. Ved å sammenligne flere vurderingsverktøy opp mot hverandre, i lys av deres oppnådde resultater, kunne vi fått et bedre innblikk i modellenes ytelse og dermed trukket slutninger av høyere reliabilitet.

## 6. Konklusjon

Målet med denne studien var å utvikle modeller som kan predikere strømpriser ved hjelp av eksogene forklaringsfaktorer. Av praktiske årsaker har vi begrenset oss til prisområde NO<sub>3</sub> - Trøndelag, for de siste seks årene. For å utvikle best mulig modeller har vi tatt et dypdykk i kraftmarkedet, gjennomført deskriptiv statistikk og diskutert flere ulike metoder for prediksjon. Vi har utviklet fem forskjellige modeller, der ARMA, SARMA og SARMAX følger en statistisk metodikk, mens vi også har utviklet to versjoner av dyplæring for et LSTM-nettverk.

Konklusjonen av modellene er at de ikke presterer optimalt. Det virker som at modellene ikke evner å fange opp mønstrene og de sentrale nyansene i datasettet som kreves for å utføre presise og troverdige prediksjoner. Resultatene viser at det er relativt lav korrelasjon mellom forklaringsvariablene og strømprisen i Trondheim, noe som kan tyde på at NO<sub>3</sub> er mindre utsatt for eksogene påvirkninger. Kraftmarkedet er samtidig svært kompleks, og det er en rekke faktorer utover det vi har identifisert eller har tilgang på som kan påvirke tilbud og etterspørsel. Flere og bedre forklaringsvariabler kan derfor være med på å styrke modellene vi har utviklet, da de kan fremstå noe simple for et slikt problem. For å forutse de store svingningene i strømprisen virker LSTM modellene å være mest lovende, men de har noe større feilmargin enn ARIMA modellene.

Videre forskning rundt strømprisene er særs viktig fordi at markedet blir stadig mer ustabil, noe som skaper frustrasjon, spesielt hos forbrukere. Forståelse for kraftmarkedet og godt utviklede modeller kan derfor være med på å gi Norge markedsfordeler, samt effektivisere strømmettet i Europa. For videre forskning innenfor feltet mener vi derfor at det bør legges fokus på å identifisere flere og bedre forklaringsvariabler som kan påvirke strømprisene. Ettersom at svingningene og pristoppene stadig blir høyere kan det å se på eksogene sjokk som Ukraina-krigen, stadige konflikter i Midtøsten osv. være spennende innfallsvinkler. Samtidig mener vi derfor at videre forskning bør ta utgangspunkt i å utvikle gode modeller innenfor maskinlære og kunstig intelligens som bedre takler komplekse data enn tradisjonelle statistiske metoder.

## 7. Referanseliste

Beresford, R. og Kustrin, S. (2000) Basic concepts of artificial neural network (ANN) modeling and its application in pharmaceutical research, *Journal of Pharmaceutical and Biomedical Analysis*, 22(5), s. 717-727. doi: 10.1016/S0731-7085(99)00272-1.

Bye, T. og Hope E. (2005) Deregulation of electricity markets: The Norwegian experience, *Economic and Political Weekly*, 40(50), s. 5269–5278. Tilgjengelig fra: <http://www.jstor.org/stable/4417519> (Hentet: 21.02.2024).

Brownlee, J. (2018) *What is the difference between a batch and an epoch in neural network?*. Tilgjengelig fra: [https://deeplearning.lipinyang.org/wp-content/uploads/2018/07/What-is-the-Difference-Between-a-Batch-and-an-Epoch-in-a-Neural-Network\\_.pdf](https://deeplearning.lipinyang.org/wp-content/uploads/2018/07/What-is-the-Difference-Between-a-Batch-and-an-Epoch-in-a-Neural-Network_.pdf) (Hentet: 02.04.24).

Chollet, F. (2017) *Deep Learning with Python*. Manning Publications Co.

Energidepartementet. (2024a) *Kraftmarkedet*. Tilgjengelig fra: <https://energifaktanorge.no/norsk-energiforsyning/kraftmarkedet/> (Hentet: 21.02.24).

Energidepartementet. (2024b) *Strømnettet*. Tilgjengelig fra: <https://energifaktanorge.no/norsk-energiforsyning/kraftnett/> (Hentet: 21.02.24).

Geron, A. (2019) *Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras and TensorFlow*. 2. utg. USA: O'Reilly Media , Inc.

Gholamy, A. Kreinovich, V. og Kosheleva, O. (2018) Why 70/30 or 80/20 Relation Between Training and Testing Sets: A Pedagogical Explanation, *Departmental Technical Reports (CS)*. Tilgjengelig fra: [https://scholarworks.utep.edu/cs\\_techrep/1209/?utm\\_source=scholarworks.utep.edu%2Fcs\\_techrep%2F1209&utm\\_medium=PDF&utm\\_campaign=PDFCoverPages](https://scholarworks.utep.edu/cs_techrep/1209/?utm_source=scholarworks.utep.edu%2Fcs_techrep%2F1209&utm_medium=PDF&utm_campaign=PDFCoverPages).

Goodfellow, I. Bengio, Y. og Courville, A. (2016) *Deep learning*. USA: MIT Press.



Hochreiter, S. og Schmidhuber, J. (1997) Long Short-term Memory, *Neural Computation*, 9(8), s. 1735-1780. doi: 10.1162/neco.1997.9.8.1735.

Hodson, T. O. (2022) Root-mean-square error (RMSE) or mean absolute error (MAE): when to use them or not, *Geoscientific Model Development*, 15(14), s. 5481-5487. doi: 10.5194/gmd-15-5481-2022.

Hyndman, R.J. og Athanasopoulos, G. (2021) *Forecasting: Principles and Practice*. 3. utg. Melbourne: OTexts.

Hyndman, R.J. (2010) *Forecasting with long seasonal periods*. Tilgjengelig fra: <https://robjhyndman.com/hyndsight/longseasonality/> (Hentet: 04.04.2024).

International Hydropower Association (2022) *2022 Hydropower Status Report*. Tilgjengelig fra: [https://assets-global.website-files.com/64f9d0036cb97160cc26feba/64f9d0036cb97160cc2714ce\\_IHA202212-status-report-02.pdf](https://assets-global.website-files.com/64f9d0036cb97160cc26feba/64f9d0036cb97160cc2714ce_IHA202212-status-report-02.pdf) (Hentet: 15.02.2024).

Keras.io. (2024) *Deep learning for humans*. Tilgjengelig fra: <https://keras.io/> (Hentet: 02.04.24).

Kingma, D. P og Ba, J. L. (2015) Adam: a method for stochastic optimization, *International Conference on Learning Representation 2015*. San Diego, 7.-9. mai, 2015. doi: 10.48550/arXiv.1412.6980.

Kwiatkowski, D. Philips, P. C. B. Schmidt, P. og Shin, Y. (1992) Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root?, *Journal of Econometrics*, 54(1-3), s. 159-178. doi: 10.1016/0304-4076(92)90104-Y.

Li, W. og Becker, D. M. (2021) Day-ahead electricity price prediction applying hybrid models of LSTM-based deep learning methods and feature selection algorithms under consideration of market coupling, *Energy*, 237. doi: 10.1016/j.energy.2021.121543.

Nikolopoulos, K.I., Thomakos, D.D. (2019) Forecasting Analytics. In: Pochiraju, B., Seshadri, S. (eds) Essentials of Business Analytics. International Series in Operations Research & Management Science, 264. Springer, Cham. doi: 10.1007/978-3-319-68837-4\_12.

NorgesEnergi (2024) *Historiske strømpriser*. Tilgjengelig fra: <https://norgesenergi.no/hjelp/strompriser/historiske-strompriser/> (Hentet: 14.02.24).

NTE (2022) *Hva påvirker strømprisen?*. Tilgjengelig fra: <https://nte.no/blogg/hva-pavirker-stromprisen/> (Hentet: 20.02.24).

NVE (2022) *Hvordan fungerer kraftmarkedet?*. Tilgjengelig fra: <https://www.nve.no/reguleringsmyndigheten/slik-fungerer-kraftsystemet/hvordan-fungerer-kraftmarkedet/> (Hentet: 14.02.24).

NVE (2024) *Hva er budområder og flaskehals?*. Tilgjengelig fra: <https://www.nve.no/reguleringsmyndigheten/slik-fungerer-kraftsystemet/hva-er-budomraader-og-flaskehals/> (Hentet: 14.02.24).

Olah, C. (2015) Understanding LSTM Networks. *colah's blog*, 27. august. Tilgjengelig fra: <https://colah.github.io/posts/2015-08-Understanding-LSTMs/> (Hentet: 15.03.2024).

Pownuk, A. og Kreinovich, V. (2017) Why Linear Interpolation?, *Departmental Technical Reports (CS)*. Tilgjengelig fra: [https://scholarworks.utep.edu/cs\\_techrep/1098/](https://scholarworks.utep.edu/cs_techrep/1098/).

Hochreiter, S. og Schmidhuber, J. (1997) Long Short-term Memory, *Neural Computation*, 9(8), s. 1735-1780. doi: 10.1162/neco.1997.9.8.1735.

Shumway, R.H., Stoffer, D.S. (2017) *Time Series Analysis and Its Applications*. 4. utg. Springer Texts in Statistics. Springer, Cham.

Geron, A. (2019) *Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras and TensorFlow*. 2. utg. USA: O'Reilly Media, Inc.

NVE. (2024) Hva er budområder og flaskehalsen?. Tilgjengelig fra: <https://www.nve.no/reguleringsmyndigheten/slik-fungerer-kraftsystemet/hva-er-budomraader-og-flaskehalsen/> (Hentet: 14.02.24).

SSB. (2024) Elektrisitet. Tilgjengelig fra: <https://www.ssb.no/energi-og-industri/energi/statistikk/elektrisitet> (Hentet: 15.02.24).

Tertre, M.G. Martinez, I. Rábago, M.R. (2023) Tilgjengelig fra: <https://cepr.org/voxeu/columns/reasons-behind-2022-energy-price-increases-and-prospects-next-year> (Hentet: 25.02.2024).

Weron, R. (2014) Electricity price forecasting: A review of the state-of-the-art with a look into the future, *International Journal of Forecasting*, 30(4), s. 1030-1081. doi: 10.1016/j.ijforecast.2014.08.008.

Zhang, A., Lipton, Z. C., Li, M. og Simola, A. J. (2023) *Dive into deep learning*. Cambridge University Press.

## 8. Vedlegg/Appendix

Verdiene for spotpris NO3 - Trondheim i datasettet vedlagt er ikke de reelle tallene, da NordPool ikke ønsker deres data offentliggjort. På bakgrunn av dette har vi valgt å generere tilfeldige verdier slik at oppgaven vår kan etterprøves. Ipynb-filene kan ses slik de er laget, men gjennomkjøring vil gi andre resultater. Deskriptiv statistikk og relevante grafer/figurer inkludert i oppgaven baserer seg på Nord Pool sine faktiske verdier. Visualisering for resterende variabler er inkludert i ipynb for deskriptiv statistikk under felles zip-fil.

### 8.1 ZIP

Vedlagt ligger en zip-fil som inneholder tilhørende data og kode. Filen er kalt “Bachelor vedlegg”, og inneholder:

- “Dataset\_endret.ipynb”: Datafil for å laste ned ferdigkodet dataset med falske verdier for strømpris.
- “Deskriptiv.ipynb”: Datafil for deskriptiv statistikk og visualisering av variabler.
- “Arima\_spot.ipynb”: Datafil for ARIMA modeller og tilhørende modellering.
- “LSTM.ipynb”: Datafil for LSTM modeller og tilhørende modellering.
- “Import\_eksport.ipynb”: Datafil for daglig justert verdi for import og eksport.
- “BA\_data.csv”: Dataset benyttet i oppgaven med falsk verdi for strømpris.
- “data.xls”: Dataset for uavhengige variabler.
- “impeks.xls” Dataset for import og eksport.

