Lena Nystrøm

Elevers fleksibilitet i bruken av subtraksjonsstrategier

Forskjellen på elever og tall, er at tall ikke har valg - derimot kan tall gi elever valg.

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk
Veileder: Torkel Haugan Hansen
November 2023

Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Lena Nystrøm

Elevers fleksibilitet i bruken av subtraksjonsstrategier

Forskjellen på elever og tall, er at tall ikke har valg - derimot kan tall gi elever valg.

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk
Veileder: Torkel Haugan Hansen
November 2023

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Denne masteroppgaven er en kvalitativ studie som ser på 8. trinnselevers fleksibilitet i bruken av subtraksjonsstrategier. Studiens forskningsspørsmål er: Hvordan kommer elevers matematiske fleksibilitet til uttrykk i arbeid med subtraksjonsoppgaver på 8. trinn? Formålet med studien er å finne ut både hvilke strategier elevene bruker og selv oppfatter som best å bruke på de ulike oppgavene de blir gitt.

For å besvare forskningsspørsmålet har jeg valgt å bruke Lemaire og Sieglers (1995) modell for strategiendring som rammeverk for analysen. Dette rammeverket består av fire dimensjoner for utvikling av strategi kompetanse: Strategirepertoar, strategifordeling, strategieffektivitet og strategivalg.

Denne studien baserer seg på en kvantitativ forskningsmetode, hvor 6 elever på 8. trinn deltok på individuelle oppgavebaserte intervjuer. De løste 11 subtraksjonsoppgaver hver på så mange måter som de fikk til, forklarte strategiene sine og etter hver oppgave fikk de beskjed om å sirkle rundt den strategien de syntes var den beste til å løse oppgaven med. I tillegg ble det målt hvor lang tid de brukte til å finne løsningen på hver oppgave første gang de løste den.

Studien indikerer at 8. trinnselevene totalt sett har et bredt strategirepertoar, men at strategifordelingen viser en stor hovedvekt på bruken av direkte subtraksjon. Elevene har en snever variasjon av løsningsstrategier innenfor direkte subtraksjon og indirekte addisjon. Elevene byttet i litt over halvparten av oppgavene strategi ut fra problemet de skulle løse, og var dermed delvis fleksible i strategivalgene sine. Strategieffektiviteten ser ut til å ha stor betydning for valget av strategi.

Abstract

This master's thesis is a qualitative study that looks at 8th grade students' flexibility in the use of subtraction strategies. The study's research question is: How is students' mathematical flexibility expressed in the subtraction tasks in 8th grade? The purpose of the study is to find out both which strategies the pupils use and which they perceive to be the best to use for the various tasks they are given.

To answer the research question, I have chosen to use Lemaire and Siegler (1995) model for strategy change as a framework for the analysis. This framework consists of four dimensions for the development of strategy competence: Strategy repertoire, strategy distribution, strategy effectiveness and strategy choice.

This study is based om a quantitative research method, where 6 students in the 8th grade participate in individual task-based interviews. They solved 11 subtraction problems each in as many ways as they could, explained their strategies, and after each problem they were told to circle the strategy that they thought was the best for solving the problem. In addition, it was measured how long they spent finding the solution to each task the first time they solved it.

The study indicates that the 8th grade pupils overall have a broad strategy repertoire, but that the distributions of strategies show a large emphasis on the use of direct subtraction. The students have a narrow variety of solution strategies within direct subtraction and indirect addition. In just over half of the tasks, the students switched strategies based on the problem they had to solve and were thus partly flexible in their strategy choices. Strategy effectiveness appears to be of great importance for the choice of strategy.

Forord

Da lærerutdanning ble endret til en femårig masterutdanning, kjente jeg med en gang på ønsket om å få muligheten til å erverve meg det samme kompetansenivået som de nyutdannede lærerne da fikk. Denne muligheten har jeg fått avslag på fra arbeidsgiver siden den gang, og ettersom jeg aldersmessig antakelig er over halvveis i arbeidslivet, følte jeg at nå måtte jeg bare hoppe i det på egenhånd ettersom søknadene om få ta masteren via kompetanse for kvalitet ordningen har blitt avslått hvert år siden da. Det er ingen hemmelighet at det har vært veldig krevende med 100% studie, alenemor for to på fulltid samt fulltidsjobb, men takket være en fantastisk familie og gode venner er hodet fortsatt over vann.

Vil også få takke kontaktlærer og elevene på trinnet som ble valgt som deltakere, for positivitet og fleksibilitet fra første stund.

I tillegg ønsker jeg å rette en stor takk til NTNU, for den fleksibiliteten de har vist for å være behjelpelig med gjennomføringen av denne masteren.

Innhold

Figurer og tabeller

Forkortelser

DS	Direkte subtraksjon
IA	Indirekte addisjon
T	Telling
SP	Splitting
D	Dobling og nær dobling
H	Hoppe med 10
V	Nærmeste "vennlige" tall
K	Konstant differanse
F	Fjerne felles mengder
S	Sekvensiell strategi
O	Oppstilt subtraksjon
A	Andre strategier

1 Innledning

Denne masteroppgaven er en presentasjon av min studie av noen 8. trinn elevers subtraksjonsstrategier og deres fleksibilitet rundt valget av disse. I innledningskapittelet ønsker jeg å si litt om bakgrunnen for valget av tematikk i studien og hva målet med studien er. Videre blir forskningsspørsmålet presentert, før jeg forklarer oppbyggingen av selve masteroppgaven.

1.1 Valg av tematikk og formål

Etter å ha jobbet som lærer siden 2003, har jeg sett hvordan tanker rundt elever og læring har endret seg, og er glad for å se at læreplanene mer og mer legger vekt på prosessene enn på sluttproduktet. Blant kjerneelementene i matematikk i LK20 finner vi blant annet dette punktet: «Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene» (Kunnskapsdepartementet, 2019*)*. Det er mer fokus på hvordan elevene tenker, og det er det jeg også syns er mest spennende med matematikkfaget, altså hvordan noen tenker for å finne ut av ting. Ettersom addisjon og subtraksjon er så nært knytt sammen, valgte jeg å se nærmere på en av dem, og landet på elevenes subtraksjonsstrategier. Når jeg i denne masteroppgaven omtaler strategier, har jeg valgt å bruke Star & Rittle-Johnsons definisjon av en strategi. I sin studie *Flexibility in problem solving: The case of equation solving*, definerer Star og Rittle-Johnson en strategi som en steg-for-steg prosedyre for å løse et problem (Star & Rittle-Johnson, 2008).

Da jeg begynte å lese studier som er gjort innen temaet subtraksjonsstrategier, så jeg fort at det var gjort en del studier på området, og noen av disse kommer jeg til å presentere i teorikapittelet. Likevel var helhetsinntrykket at svært mange av studiene «pirket i overflaten» av elevenes subtraksjonsstrategier. Mange forskere har sett på om elevene velger å telle nedover fra minuend når de subtraherer, eller om de teller oppover fra subtrahend, og om denne vekslingen foregår fleksibelt. Dette kommer også denne studien til å se på, men i tillegg håper jeg at studien kan bidra til mer kunnskap om hvordan elevene så tenker når de enten teller oppover eller nedover. Ved å gjøre en kvalitativ studie, har jeg mulighet for å be elevene forklare hvordan de tenker og begrunne valgene sine. I tillegg til mer data innenfor dette feltet, håper jeg derfor at denne studien kan være et bidrag til å øke innsikten på et mer detaljnivå innenfor elevers valg av subtraksjonsstrategier.

1.2 Forskningsspørsmål

Målet med denne studien er å få et innblikk i hvordan elever på 8. trinn løser tosifrede subtraksjonsoppgaver. Dette fordi jeg ønsker mer kunnskap om hvike strategier de foretrekker og om de varierer strategi ut fra subtraksjonsoppgaven. Dermed har jeg endt opp med følgende forskningsspørsmål for denne studien: Hvordan kommer elevers matematiske fleksibilitet til uttrykk i arbeid med subtraksjonsoppgaver på 8. trinn?

1.3 Oppgavens oppbygging

For å kunne svare på forskningsspørsmålene, vil jeg først i studien presentere relevant teori i teorikapittelet. Teorikapittelet vil bestå av begreper og teori som er viktig for studien, rammeverket for studien og et utvalg tidligere forskning som er gjort innen samme tematikk. Deretter vil jeg presentere metoden som er brukt for datainnsamlingen i metodekapittelet, samt valg av oppgaver, deltagere, gjennomføringen, analysemetoden, studiens kvalitet samt det forskningsetiske ved studien. Etter metodekapittelet kommer resultatkapittelet med en analyse av datamaterialet mitt. Ettersom rammeverket jeg skal bruke for å analysere funnene mine, er Siegler og Lemaire (1995) sine fire dimensjoner for utvikling av strategisk kompetanse, er analysekapittelet delt inn i fire delkapitler – ett for hvert av de fire dimensjonene. Dette rammeverket vil bli redegjort for i teoridelen. I drøftingen vil funnene fra analysen, elevenes forklaringer fra transkriberingen og bilder fra elevenes oppgavehefter bli drøftet opp mot den aktuelle teorien. Deretter blir funnene drøftet videre opp mot forskingsspørsmålet, og til slutt i drøftingskapittelet vil jeg se på hvordan mine funn samsvarer med tidligere forskning. Helt sist i masteroppgaven ønsker jeg å belyse noen begrensninger jeg tror kan ha påvirket studien, og presenterer også noen tanker rundt videre forskning innenfor samme tematikk.

2 Teori

Det er behov for en definisjon og avklaring av de viktigste begrepene som blir brukt i denne studien. Først i teorikapittelet vil jeg derfor definere begrepene fleksibilitet, adaptivitet, strategisk kompetanse og mentale strategier. Deretter kommer jeg til å forklare rammeverket for analysen og presentere en oversikt over mentale strategier innenfor subtraksjon som bunner ut i de definerte strategiene for denne studien. Til slutt i teorikapittelet vil jeg presentere et utvalg tidligere forskning innenfor elevers matematiske fleksibilitet og subtraksjonsstrategier.

2.1 Definisjon av begreper

Begrepene fleksibilitet og adaptivitet har innen litteraturen både ulik betydning, men blir også brukt om hverandre i form av å ha lik eller tilnærmet lik betydning. Jeg ønsker derfor å definere min bruk av disse begrepene i denne studien. I tillegg vil jeg i dette delkapittelet presenterte studiens brukte definisjon av strategisk kompetanse.

2.1.1 Fleksibilitet

I denne studien kommer jeg til å bruke Verschaffel et al. (2009) sin definisjon av begrepet fleksibilitet fra artikkelen *Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education*, hvor de bruker begrepet fleksibilitet i betydningen av det å bruke flere strategier (Verschaffel et al., 2009, s. 338).

2.1.2 Adaptivitet

Adaptivitet blir av Verschaffel et al. (2009) definert som å ta passende strategivalg (Verschaffel et al., 2009, s. 338). De definerer i samme artikkel det å være adaptiv i sine strategivalg som en persons bevisste eller ubevisste valg av den strategien som passer seg selv best ut fra det problemet man skal løse i den gitte sosiokulturell konteksten (Verschaffel et al., 2009, s. 343). De inkluderer spesielt personen, det matematiske problemet og konteksten i sin definisjon (Heinze et al., 2009, s. 536). Verscaffel et al. (2009) sier videre at det å ha en bredde av strategier og å kunne bytte jevnlig mellom disse, er et steg på veien mot adaptivitet men det å kunne bruke ulike løsningsstrategier på et sett matematiske problemer ikke er et bevis på adaptivitet (Verschaffel et al., 2009, s. 339). De poengterer at man like gjerne fint kan bytte mellom ulike strategier uten å være adaptiv, og at man ved å bruke kun en strategi på et helt sett med matematiske problemer, kan være mer adaptiv enn ved å ha brukt mange strategier fra strategirepertoaret sitt (Verschaffel et al., 2009, s. 339). Det er denne definisjonen fra Verschaffel et al (2009), jeg kommer til å bruke om adaptivitet i denne studien.

2.1.3 Strategisk kompetanse

Definisjonen av strategisk kompetanse, som vil bli brukt i studien, er Lemaire og Siegler sin definisjon. De definerer strategisk kompetanse som det å kunne benytte flere ulike strategier fleksibelt, adaptivt, hurtig og nøyaktig (Lemaire & Siegler, 1995).

I følge Lemaire og Siegler (1995), utvikles den strategiske kompetansen ved at det skjer utvikling av denne kompetansen via de fire dimensjonene som vil bli forklart i neste delkapittel. Disse endringene kan for eksempel skje gjennom undervisningen, men kan også oppstå ved at det er eleven selv som oppdager nye strategier (Torbeyns et al., 2018).

Det er blant forskere ulike teorier for hvordan den strategiske kompetansen utvikles, og tidligere var Piagets syn på kognitiv utvikling det ledende synet innen forskning på området. Dette synet blir av Siegler (1996), beskrevet som en trappemodell. Tanken her, er at barn tenker på en viss måte over en tidsperiode, hvor så dette tankesettet etter hvert utvikles til å bli mer komplekse tanker (Siegler, 1996). For å kunne bevege seg oppover i trappemodellen, må forrige steg i trabba være etablert først (Siegler, 1996). Det vil si at elever for eksempel kan lære en subtraksjonsstrategi på steg én i «trappa», og at denne strategien må være implementert hos eleven før neste steg i «trappa» kan tas (Siegler, 1996). Dette viser en tanke om at barns kognitive utvikling skjer stegvis, og uten overlapping mellom stegene, og det er akkurat dette som er grunnlaget for Sieglers (1996) kritikk mot trappemodellen. Siegler (1996) presenter en annen teori om den kognitive utviklingen, som bølger som overlapper hverandre. Her er tanken at flere tankemåter eksisterer samtidig over lengre tid, og at for eksempel allerede etablerte strategier kan utvikles og nye kan oppstå eller læres samtidig som de gamle utvikles (Siegler, 1996, s. 89). I følge Siegler (1996), blir elever mer adaptive i strategivalgene sine når de blir eldre dersom de har fått etablert ulike matematiske strategier tidlig.

Star et al. (2008) mener elever som allerede har noen strategier implementert i sitt repertoar, lettere vil kunne vise både fleksibilitet og adaptivitet ved bruk av nye strategier. Dersom elever har erfaring med ulike subtraksjonsstrategier, vil det altså være lettere for de å utvikle nye strategier, fordi de vil kunne bruke sin erfarte kunnskap til å prøve og feile i utforskningen av nye.

2.1.4 Mentale strategier

Mentale strategier blir av Torbeyns og Verschaffel (2016) definert som beregningsmetoder uten bruk av den skriftlige standardalgoritmen. Dette er strategier som utføres inni hodet, men kan også utføres ved hjelp av blyant og papir til bruk for å skrive ned mellomresultater og andre notater på veien mot en løsning (Torbeyns & Verschaffel, 2016). Det er denne definisjonen jeg bruker i denne studien, og elevene får derfor lov til å kladde når de skal løse oppgavene under intervjuene.

2.2 Fire dimensjoner for utvikling av strategisk kompetanse

For å svare på forskningsspørsmålet, skal jeg bruke Lemaire og Sieglers kognitive modell for strategisk kompetanse (1995). Denne modellen beskriver utvikling av strategisk kompetanse via fire dimensjoner. Strategirepertoar, strategifordeling, strategieffektivitet og strategivalg.

2.2.1 Første dimensjon: Strategirepertoar

Strategirepertoaret vil si hvilke strategier som brukes. Lemaire og Siegler (1995) forklarer dette ved å bruke eksemplet med småskolebarn som summerer ved noen ganger å telle fra en, noen ganger teller fra det største tallet og noen ganger forenkler problemet til for eksempel 9+6=10+6-1 (Lemaire & Siegler, 1995, s. 83). En elev med et bredt strategirepertoar har flere måter å løse et problem på, mens en elev med et mindre repertoar vil inneha færre løsningsstrategier for det samme problemet.

Denne dimensjonen henger naturlig sammen med det å være fleksibel, fordi en elev må ha et strategirepertoar å velge blant for å kunne ha fleksibilitet i valgene sine.

2.2.2 Andre dimensjon: Strategifordeling

Strategifordeling handler om når de ulike strategiene brukes, og inneholder både hvor ofte strategien blir brukt, altså den relative frekvensen til hver av strategiene, og på hvilke type problemer strategien blir brukt (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84).

2.2.3 Tredje dimensjon: Strategieffektivitet

Strategieffektiviteten er hvordan hver strategi brukes, hvor nøyaktig og hurtig den utføres. «Effektivitet og nøyaktighet i beregning bygger på automatisering av enkle tallfakta, et spekter av referansetall og et bredt utvalg av strategier man kan velge mellom» (Valenta, 2015, s. 8).

Denne dimensjonen sier noe om elevens adaptivitet, fordi effektiviteten kan være det eller noe av det som avgjør elevens valg av strategi.

2.2.4 Fjerde dimensjon: Strategivalg

Strategivalg er hvordan strategiene velges, altså hvilken strategi man bruker på de enkelte problemene. Når en elev kan flere strategier for å løse et sett med problemer, må eleven avgjøre hvilken strategi han skal bruke for hvert problem (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84). Elevene må velge hvilken strategi som er mest effektiv og nøyaktig for seg selv.

Her kan man ved at eleven begrunner valget sitt av strategi si noe om eleven velger fleksibelt og/eller adaptivt.

2.3 Subtraksjonsstrategier

Subtraksjon er i korte drag en regneoperasjon hvor man har et tall og trekker fra et annet tall. I en subtraksjonsoppgave har vi to ledd, hvor tallet man starter med heter minuend og tallet etter minustegnet heter subtrahend. Resultatet av denne regneoperasjoner, er at man finner differansen mellom disse tallene og heter derfor differens.

«Utvikling av varierte strategier handler om å kunne utvikle strategier i arbeid med regneoperasjoner» (Valenta, 2015, s. 6). For å kunne utvikle disse strategiene, behøver elevene erfaring med en bred variasjon av problemstillinger og øve på å se relasjoner, tallfakta og mønster i oppgaver (Valenta, 2015). Gjennom disse erfaringene og felles diskusjoner om hvilke strategier som kan være mest hensiktsmessig i de ulike problemstillingene, kan dette etter hvert føre til at elevene får automatisert flere strategier og en effektivisering av valget av strategi (Valenta, 2015). «Ulike fremgangsmåter og sammenligning av dem gir mulighet til å se et problem fra ulike sider. Det gir også mulighet for å tenke kreativt, velge hensiktsmessige fremgangsmåter og å etablere relasjoner mellom ulike ideer» (Valenta, 2015, s. 13).

Det er ulike strategier for å finne differansen mellom minuend og subtrahend, og flere forskere har sine klassifiseringer av disse strategiene. Jeg vil nå presentere to klassifiseringer, før jeg så ved å bruke en kombinasjon presenterer den inndelingen jeg blir å bruke i min studie.

2.3.1 Torbeyns et al.

Torbeyns et al. (2018) har valgt å dele de mentale strategiene inn i to grupper, hvor den ene er med utgangspunkt i tallene i problemstillingen og kalles tallperspektivet og den andre på grunnlag av operasjonene som velges for å løse problemet og kalles operasjonsperspektivet (Torbeyns et al., 2018, s. 217).

Tallperspektivet skiller mellom tre typer strategier: Dekomponering, sekvensielle strategier og varierende strategier (Torbeyns et al., 2018, s. 217). Strategiene er gjeldende for både addisjon og subtraksjon, men med utgangspunkt i forskningsspørsmålet i denne studien vil jeg her fokusere kun på subtraksjon.

Dekomponering vil i praksis si at man subtraherer hundrere, tiere og enere hver for seg, som for eksempel 425-215= (400-200) + (20-10) + (5-5) =200+10+0=210. Sekvensielle strategier er å subtrahere hvert siffer i subtrahend hver for seg, som for eksempel ved oppgaven 425-215 tar man 425-200= 225, 225-10=215 og til sist enerne 215-5=210. Varierende strategier består av strategier som viser en fleksibel tilpasning av tallene i oppgaven ut fra elevens forståelse av egenskapene til regneartene (Torbeyns et al., 2018, s. 217). Kompensasjonsstrategien er en slik strategi og er ifølge Torbeyns et al. (2018) en strategi som er effektiv å bruke på subtraksjonsoppgaver hvor subtrahenden ender med enten sifferet 8 eller 9 (Torbeyns et al., 2018, s. 217). For eksempel ved oppgaven 548-299, hvor man kan benytte seg av kunnskapen om at 299 er 1 mindre enn 300 og kan derfor tenke 548-299=548-(300-1) =248+1=249.

Operasjonsperspektivet tar utgangspunkt i antall operasjoner som trengs i løsningsprosessen, og dette perspektivet skiller mellom to hovedtyper strategier: Direkte subtraksjon (DS) og indirekte addisjon (IA) (Torbeyns et al., 2018).

Direkte subtraksjon vil si å trekke subtrahenden direkte fra minuenden. Dersom avstanden mellom minuend og subtrahend er stor, er det ofte mest effektivt å trekke subtrahenden direkte fra minuenden (Torbeyns, Ghesquière, et al., 2009, s. 2). Ved for eksempel 93-5 vil det ved direkte subtraksjon kreve maks fem operasjoner for å komme fram til differens. Det blir totalt fem siffer å trekke fra dersom man trekker fra ett og ett, i motsetning til om man skulle telt oppover fra subtrahenden som ville ført til at man måtte lagt til 88 siffer.

Dersom avstanden mellom minuenden og subtrahenden er liten, kan den mest effektive strategien være å bruke indirekte addisjon (Torbeyns, Ghesquière, et al., 2009, s. 2). Bruker man indirekte addisjon, finner man ut hvor mye man må legge til på subtrahenden for at den skal bli lik minuenden (Torbeyns, Ghesquière, et al., 2009). Dette gjelder for eksempel for regnestykket 83-79, hvor man kan telle videre fra 79 opp til 83, og finne at differansen er 4. Det vil altså være mer effektivt å benytte indirekte addisjon når subtrahend er over halvparten av minuend, fordi det da er færre siffer oppover fra subtrahend. Peters et al. (2013) mener man kan forutse reaksjonstiden når elever bruker direkte subtraksjon ut fra størrelsen på subtrahenden, ettersom det er mer tidkrevende å subtrahere et stort tall fra minuenden enn et lite tall (s. 498). Ved bruk av indirekte addisjon bør reaksjonstiden kunne forutses ut fra størrelsen på differansen fordi det tar lengre tid å finne ut hvor mye man skal plusse på subtrahenden når differansen mellom minuenden og subtrahenden er stor enn liten (Peters et al., 2013, s. 498). Her illustrert i en tabell:

Type subtraksjonsoppgave:	**Mest effektivt av direkte subtraksjon (DS) og indirekte addisjon (IA):**
Oppgave med stor differanse (D) mellom minuend (M) og subtrahend (S)	DS

Oppgave med liten differanse (D) mellom minuend (M) og subtrahend (S)	IA
Oppgave med subtrahend (S) mindre enn differansen (D) S < D	DS
Oppgave med subtrahend (S) større enn differansen (D) S > D	IA

Tabell 1: Effektiv bruk av direkte subtraksjon og indirekte addisjon

Ifølge Torbeyns et al. (2018, s. 218), kan alle de tre strategiene innenfor tallperspektivet benyttes både ved direkte subtraksjon og indirekte addisjon.

Dolk et al. (2007, s. 8), anser oppdagelsen med å telle fra et tall og også å telle bakover som en stor oppdagelse innen matematisk forståelse, og at det er utviklingen av forståelse for forholdet mellom delene og hele problemet i en oppgave som fører til denne endringen av strategi. Når det gjelder subtraksjon, vil dette si at barn ved å nå denne forståelsen, vil greie å telle bakover til de kommer til subtrahenden i en subtraksjonsoppgave og vite at disse mengdene til sammen utgjør hele mengden (Dolk et al., 2007, s. 8). Etter hvert vil barn begynne å variere valget mellom å subtrahere og addere i subtraksjonsproblemer, ved at de oppdager at det er mer effektivt å tenke addisjon når differansen mellom minuend og subtrahend er liten og mer effektivt å telle nedover når differansen er stor (Fosnot, 2007a, s. 8). Forståelsen av at man kan veksle mellom direkte subtraksjon og indirekte addisjon på subtraksjonsproblemer, viser at man har forstått at man kan generalisere operasjoner på tvers av ulike problemer og ser forholdet mellom addisjon og subtraksjon (Fosnot, 2007a, s. 8). Valget av strategi blir dermed tatt ut fra egenskapen i og mellom tallene i problemet som skal løses (Fosnot, 2007a, s. 9).

2.3.2 Fosnot & Dolk

Fosnot og Dolk (2001) mener at elever som lærer seg å se på oppgaver fra et tallperspektiv, har et bredt spekter av strategier og god forståelse for ekvivalens, vil se fellestrekk mellom tallene i en oppgave. Fosnot & Dolk (2001) har denne inndelingen av subtraksjonsstrategier i sin bok *Young mathetaticians at work: Construction number sense, adittion and substraction*:

1. Adding on vs. removing: Når tallene er nær hverandre som i oppgaven 83-79, er det nyttig å tenke at man kan legge til fra 79 og telle oppover til 83, men når avstanden er stor slik som i 93-5, er det mer effektivt å telle 5 nedover fra 93 Fosnot & Dolk (2001). For å benytte denne strategien må elevene ha god forståelse for relasjonen mellom subtraksjon og addisjon Fosnot & Dolk.
2. Doubles and near doubles: Ved å bruke tallkunnskapen sin til å se egenskapene til tallene i oppgavene, kan man forenkle flere oppgaver (Fosnot & Dolk, 2001, s. 144). Oppgaven 51-25 kan for eksempel enkelt løses ved å bruke kunnskapen om at det dobbelte av 25 er 50, og ettersom det da er 1 igjen må svaret på oppgaven være 25+1 som blir 26.
3. Making jumps of ten: Ved å hoppe med ti eller hundre frem og tilbake på tallinja, kan man forenkle en oppgave ved å telle med ti av gangen oppover eller nedover (Fosnot & Dolk, 2001, s. 144). For eksempel kan oppgaven 73-29 løses ved å

enten tenke ti av gangen nedover med 73-10 blir 63, 63-10 blir 53, 53-10 blir 43, 43-10 blir 33 også telle videre nedover fra 33 til 29 og se at differansen blir 10+10+10+10+4 som er 44. Ved å telle oppover fra 29 med ti av gangen vil si å tenke 29+10 blir 39, 39+10 blir 49, 49+10 blir 59, 59+10 blir 69 også telle videre oppover til 73 som også gir 10+10+10+10+4=44. I følge Fosnot og Dolk (2001, 137) er det å hoppe langs tallinja på denne måten, både en viktig og kraftig mental strategi.

4. Moving to the next Friendly ten: Denne strategien vil si å benytte seg av mer «vennlige» tiere i utregningen sin (Fosnot & Dolk, 2001, s. 147). 64-47 kan da løses ved å se for seg tallinja og først flytte fra 64 til 60 slik at man kan benytte seg av 10 og hoppe ned til 50, også de siste 3 ned til 47 (64-4= 60, 60-10=50, 50-3=47 som gir en differanse på 4+10+3=17). Straks et tall har blitt til et «vennlig» tall, kan man løse mange problemer mye enklere fordi man da ofte ikke behøver å tenke på verken veksling, splitting eller å hoppe med 10, og problemet lett kan løses mentalt (Fosnot & Dolk, 2001, s. 138).
5. Constant difference: Her justerer man tallene opp og ned langs tallinjen uten å endre differansen for å gjøre problemet eller oppgaven mere «vennlig» (Fosnot, 2007b, s. 8). Oppgaven 124-86 vil være enklere å løse dersom man legger til 14 til både minuend og subtrahend og får 138-100=38. For å forstå denne strategien, må elevene ha god forståelse for subtraksjon som det å finne differansen, og dermed forstå at differansen forblir den samme ved å flytte minuend og subtrahend like mange steg på tallinja (Fosnot & Dolk, 2001, s. 148). I følge Fosnot, er dette kanskje den vanskeligste strategien å oppmuntre elevene til å bruke, men likevel en av de mektigste mentale strategiene som matematikere bruker (Fosnot, 2007b, s. 8).
6. Canceling out common Amounts: I denne strategien fjerner man felles mengder i minuend og subtrahend (Fosnot & Dolk, 2001, s. 150), som for eksempel 132-101 hvor det er en hundrer i både minuend og subtrahend og man står da igjen med 32-1. Matematikere ser ofte etter hva som kan fjernes fra et problem for å gjøre problemet enklere, og ved å fjerne en ekvivalent mengde, kan man gjøre nettopp det (Fosnot & Dolk, 2001, s. 151). Dette kan illustreres algebraisk ved å tenke (a+b) – (a+c)= b – c, hvor a er en ekvivalent mengde og kan fjernes og man vil stå igjen med et enklere uttrykk i b -c (Fosnot & Dolk, 2001, s. 151). Fosnot og Dolk (2001) skriver at dette er en strategi som kan være nyttig i flere situasjon og bruker oppgaven 108 002 – 100 008 som eksempel, og at det her ved å fjerne 100 000 på både minuend og subtrahend vil forenkle problemet til å være 8002-8 (Fosnot & Dolk, 2001, s. 151). Videre skriver Fosnot og Dolk (2001) at elever som her bruker oppstilt subtraksjon med veksling, lett vil gjøre feil på grunn av alle nullene og de nødvendige vekslingene.

I tillegg er det naturlig å ta med denne strategien fra senere litteratur fra samme forfatter:

1) Splitting: Fosnot forklarer denne strategien ved at man splitter opp tallene ut fra plassverdiene og tenker på de som om de er skrevet på utvidet form (Fosnot, 2007b, s. 8). 86-62 kan da løses som 80-60 + 6-2, eller ved å tenke 8 tiere minus 6 tiere + 6-2. Fosnot og Dolk mener at dette er en strategi som barn utvikler nærmest på egen hånd, så fort de begynner å forstå plassverdisystemet (Fosnot, 2001, s. 134). Dette er en viktig strategi med tanke på forståelsen for plassverdiene, men Fosnot og Dolk (2001) anser ikke dette som en særlig effektiv mental strategi.

I følge Fosnot ser matematikere på tallene først før de bestemmer seg for strategi, og det er det som er det langsiktige målet å få elevene til å gjøre også (Fosnot, 2007b, s. 9). Det er derfor viktig å følge med og se etter når elever begynner å variere strategiene sine og ønsker å være mer effektive (Fosnot, 2007b, s. 9). Barn som lærer å se på egenskapene i tallene først, har et stort strategirepertoar og god matematisk forståelse, kan se relasjoner og dermed forenkle problemer ved å velge en strategi som passer til problemet (Fosnot & Dolk, 2001, s. 151).

2.3.3 Subtraksjonsstrategiene brukt i analysen i denne studien

Strategiene presentert over omfavner et bredt spekter, og ved å sammen kjøre de, håper jeg at det vil gi et godt innblikk i de strategiene som deltakerne i min studie bruker, slik at jeg best mulig kan besvare forskningsspørsmålet mitt.

Ettersom mye tidligere forskningen som er gjort innenfor temaet subtraksjonsstrategier og fleksibilitet ser på strategiene ut fra operasjonsperspektivet, altså antall operasjoner som trengs i løsningsprosessen (Torbeyns et al., 2018), med inndelingen direkte subtraksjon og indirekte subtraksjon. Vil jeg i denne studien bruke operasjonsperspektivet som en grovinndeling i analysen. Etter å ha gjort denne sorteringen, kommer jeg til å se mer i dybden på hvordan elevene bruker direkte subtraksjon (DS) og indirekte addisjon (IA) gjennom et tallperspektiv.

Tallperspektivet vil si at det er tallene som bestemmer valg av strategi (Torbeyns et al., 2018). Den første strategien i denne studien har fått navnet telling (T). En strategi kommer til å bli kategorisert som telling dersom eleven rett og slett teller alle tallene i differansen, enten nedover fra minuend til subtrahend eller oppover fra minuend til subtrahend. De neste seks strategiene er hentet direkte fra Fosnot og Dolk og har i denne studien fått norske navn som er direkte oversettelser. Disse strategiene er: Splitting (Sp), dobling og nær dobling (D), hoppe med 10 (H), nærmeste «vennlige» tall (V), konstant differanse (K) og fjerne felles mengder (F).

Den åttende kategorien er hentet fra Torbeyns et al. (2018), og er sekvensielle strategier (S). Dette for at jeg også skal ha en strategi som omfavner å subtrahere hvert siffer i subtrahend hver for seg. I tillegg blir det en niende kategori som er oppstilt subtraksjon (O) i tilfelle noen bruker det selv om deltagerne vil få beskjed om at de kun skal bruke mentale strategier.

Dette gir følgende inndelinger av subtraksjonsstrategier brukt i denne studien:

	Strategi	**Forkortelse**	**Eksempel**
Direkte subtraksjon (DS)	Telling	T	93-5= Teller 93 → 92 → 91 → 90 → 89 → 88.
	Splitting	Sp	86-62=(80-60)+(6-2)=24
	Dobling og nær dobling	D	51-25=(50-25)+1=25+1=26
	Hoppe med 10	H	73-29= 73-10=63, 63-10=53, 53-10=43, 43-10=33, 33-29=4 Differansen blir 10+10+10+10+4=44.
	Nærmeste «vennlige» tall	V	97-19=(97-20)+1=77+1=78 og 51-25=(50-25)+1=25+1=26

	Konstant differanse	K	97-19=98-20=78
	Fjerne felles mengder	F	132-101=~~1~~32-~~1~~01=32-1=31
	Sekvensiell strategi	S	425-215= 425-200=225, 225-10=215 og 215-5=210
	Oppstilt subtraksjon	O	
Indirekte addisjon (IA)	Telling	T	83-79= Teller 79→80→81→82→83.
	Splitting	Sp	86-62= (2+4)+(60+20) Differansen blir 4+20=24
	Dobling og nær dobling	D	32-17 → 15+15=30, 15+2=17 → svaret må være 15
	Hoppe med 10	H	73-29= 29+10=39, 39+10=49, 49+10=59, 59+10=69 Telle videre til 73. 10+10+10+10+4=44.
	Nærmeste «vennlige» tall	V	83-79= 80 → 83 blir 3, 3+1=4
	Konstant differanse	K	83-79=84-80=4
	Fjerne felles mengder	F	112-109=~~1~~12-~~1~~09=12-9 → 9+3=12 → 3
	Sekvensiell strategi	S	95-72= 72+3=75, 75+20=95 Differanse blir 3+20=23

Tabell 2: Subtraksjonsstrategier

2.4 Tidligere forskning

Innenfor tidligere forskning syns jeg det er naturlig å fokusere på studier innenfor subtraksjonsstrategier som har brukt den samme kognitive modellen for elevers strategivalg som utgangspunkt for deres analyse som jeg i min studie. Derfor vil jeg i denne siste delen av teorikapittelet, presentere 3 studier fra tidligere forskning innen samme felt som er de jeg anser som de mest relevante sett i sammenheng med min egen forskning, og som også bruker Lemaire og Sieglers modell for strategisk endring. En annen studie som undersøkte utviklingen i bruken av indirekte addisjon er også tatt med, fordi flere tidligere studier viser en lav bruk av denne strategien blant skoleelever. I tillegg har jeg til sist valgt å beskrive det viktigste fra studien som var utgangspunktet for valget av oppgaver i denne studien.

Den første, og eldste av studiene jeg ønsker å presentere er fra 2009 og er gjort av Torbeyns, De Smedt et al (2009). Dette er en studie av bruken av indirekte addisjon i subtraksjonsoppgaver med flersifrede tall, og består av en oppsummering av forskernes tre tidligere studier om samme emne (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). I den første studien forsket de på unge voksnes bruk av direkte subtraksjon og indirekte addisjon, og analyserte frekvensen og effektiviteten rundt bruken av disse to strategiene. Deltagerne måtte løse en serie med 12 tresifrede subtraksjonsoppgaver individuelt, og oppgavene besto av en blanding av oppgaver med liten, middels og stor differanse mellom minuend og subtrahend (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009, s. 82). Datainnsamlingen ble gjennomført med Lemaire og Sieglers (1997) valg/ikke-valg metode, hvor deltagerne blir instruert i hvilken strategi de skulle bruke ved ikke-valg, og velger selv mellom direkte subtraksjon og indirekte addisjon på oppgavene hvor de kan velge strategi selv (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Deltagerne rapporterte om hvilken strategi de hadde brukt muntlig (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Forskerne oppsummerte resultatene fra denne studien via sine fire hovedfunn:

1. 48% av deltagerne byttet mellom å bruke direkte subtraksjon og indirekte addisjon når de fikk velge, 20% brukte kun indirekte addisjon og 32% kun direkte subtraksjon (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009, s. 83).
2. Frekvensen i bruken av de to strategiene når deltagerne kunne velge fritt, var at 43% av deltagerne løste oppgavene med indirekte addisjon og 57% med direkte subtraksjon (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Det var altså ikke et markant skille mellom bruken (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009).
3. På ikke-valg oppgavene svarte deltagerne like nøyaktig ved bruk av begge strategiene, men resultatet viste at de svarte raskere når de brukte indirekte addisjon (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Dette gjaldt ikke kun for oppgaver med liten differanse mellom minuend og subtrahend, men også på oppgaver med middels og stor differanse mellom minuend og subtrahend (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Til tross for at man på de sistnevnte, kunne anta at indirekte addisjon ikke ville vært den mest effektive strategien (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009).
4. Deltagerne valgte strategier fleksibelt (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). De deltagerne som i ikke-valg oppgavene hadde vist at de behersket indirekte addisjon best, brukte for eksempel også denne strategien betydelig mere når de fikk velge strategi selv (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009).

Resultatet av den første studien til Torbeyns, De Smedt et al. (2009), viste at unge voksne brukte indirekte addisjon ved 3-sifrede subtraksjonsoppgaver både effektivt og fleksibelt, mens de på de to andre studiene forsket på grunnskolebarns bruk og fant ut av de sjelden brukte indirekte addisjon på 2-sifrede subtraksjonsoppgaver (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). I den første av studiene på grunnskolebarn var deltagerne 2.- 4. klasseelever som hadde hatt tradisjonell matematikkundervisning (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Gjennom en lærebokanalyse og intervjuer med lærerne til elevene, fant forskerne ut at elevene hadde fått undervisning rettet mot bruken av direkte subtraksjon og med bruk av strategien jeg har kalt hoppe med 10, på alle tosifrede subtraksjonsoppgaver samt bruken av standard algoritme (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Elevene skulle løse subtraksjonsoppgaver så effektivt og nøyaktig som mulig med den strategien de foretrakk, og fortalte etter hvert hvilken strategi de hadde brukt (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Oppgavene inneholdt også oppgaver med liten differanse mellom minuend og subtrahend, som løses mest effektivt med indirekte addisjon (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Elevene ble bed om å løse oppgavene med minst to forskjellige strategier, men ble så bed om å prøve en annen strategi fram til de enten brukte indirekte addisjon, sa at de ikke fikk til flere eller hadde fem løsningsforslag (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009, s. 84). I følge Torbeyns, De Smedt et al. (2009) fant de tre hovedfunn i denne studien:

1. Analysen av elevenes strategirepertoar, viste at kun 10% av 2. og 3. klassingene og bare 15% av 4. klassingene brukte indirekte addisjon som sin første løsning på subtraksjonsoppgavene med liten differanse mellom minuend og subtrahend, når de selv kunne velge strategi (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009).

2. Alle elevene hadde strategier for å løse subtraksjonsoppgaver med liten differanse mellom minuend og subtrahend, men svært få av de hadde indirekte addisjon som en strategi i strategirepertoar sitt (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Det var kun 5 % av 2. klassingene, 15% av tredjeklassingene og 20% av fjerdeklassingene som i det hele tatt nevnte indirekte addisjon som en mulig løsning på noen av oppgavene (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009, s. 84).
3. Til tross for lite bruk av indirekte addisjon som løsningsstrategi blant de tre klassetrinnene, så de likevel en tendens til at strategien ble brukt mer, jo høyere eleven var i trinnene (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009).

I denne studien konkluderte forskerne med at det store fokuset i undervisningen på bruken av standardalgoritme og direkte subtraksjon for å løse tosifrede subtraksjonsoppgaver, påvirker elevenes tanker om alternative løsningsmuligheter for alle tosifrede subtraksjonsoppgaver (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009).

I den andre av studiene på grunnskoleelever, ble det gjort en sammenligning mellom elever som hadde fått en tradisjonell undervisning på sin skole med elever som hadde hatt ekstra oppmerksomhet på indirekte addisjon i undervisningen på sin skole (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Denne studien var også på 2.- 4. klasseelever, og forskerne brukte også her lærebokanalyse og intervjuer av lærerne for å kartlegge undervisningen (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Oppgavene som ble gitt tok utgangspunkt i liten og stor differanse mellom minuend og subtrahend, og størrelsen på sifrene i minuenden. Alle elvene gjorde oppgavene i klassen sin i en vanlig matematikktime på skolen, og de ble bed om å løse oppgavene på den måten de selv ønsket og skrive ned løsningsstrategien sin slik de selv ville under hver av oppgavene (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009, s. 84). Resultatet av studien viser at selv om elevene som hadde hatt undervisning i bruken av indirekte addisjon ved sin skole brukte strategien litt mer enn de andre elevene, var frekvensen for bruken av indirekte addisjon overraskende lav for alle (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Blant de elevene som hadde hatt undervisning om indirekte addisjon som strategi, var det kun 7,53% som valgte å bruke strategien, og 0,19% av de andre elevene (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Materialet deres viste at 7,53% tilsvarer 62 av 823 elevene, og 0,19% vil si 3 elever av totalt 1547. Resultatene antydet at de gangene elevene fra skolen som hadde hatt indirekte addisjon i sin undervisning valgte indirekte addisjon, ble valget noe påvirket, fordi strategien oftest ble valgt når differansen mellom minuend og subtrahend var liten (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Ettersom elevene hadde rapportert strategivalget sitt selv på denne studien, ønsket forskerne å kontrollere om dette kunne være noe av grunnet til resultatet (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). De gjorde derfor en ny test bare noen uker senere, men da med individuelle intervju for å samle inn dataene (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Denne gangen kunne kun elevene som ikke hadde fått undervisning i bruken av indirekte addisjon delta (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009). Resultatet viste at bruken av indirekte addisjon kun økte fra 0,19% fra første gjennomføring, til 2,42%, og forskerne konkluderte derfor med at datainnsamlingsmetoden som ble brukt ikke hadde vært en viktig årsak til det lave resultatet i bruken av indirekte addisjon (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009).

Neste studie er fra 2016 og er gjennomført av noen av de samme forskerne som ved forrige studie. Denne studien er gjort av Torbeyns og Verschaffel (2016) og er en analyse av 58 4. klasseelevers bruk av mentale strategier og standardalgoritmen på flersifrede subtraksjonsoppgaver, og i tillegg studerte de om elevenes prestasjonsnivå påvirket strategivalget deres. Datamaterialet er innhentet via valg/ikke-valg metoden, og analysert gjennom Lemaire og Sieglers fire dimensjoner for strategiendring. Resultatene av studien viser at det er stor bruk av standard algoritmen hos elevene, selv ved oppgaver som er ment å legge til rette for bruk av mentale strategier (Torbeyns & Verschaffel, 2016). De fant også ut at elevene ikke valgte strategi ut fra tallperspektivet, men på hvor godt de behersket de ulike strategiene (Torbeyns & Verschaffel, 2016). Elevene med høyt kompetansenivå valgte strategi ut fra hastigheten og nøyaktigheten, mens lavt presterende elever valgte ut fra de strategiene de har løst oppgaver med tidligere (Torbeyns & Verschaffel, 2016).

Torbeyns et al. (2018) ga to år senere ut studien *Subtraction by addition strategy use in children of varying mathematical achievement level: A choice/no-choice study*. Her studerte de elevers bruk av indirekte addisjon ved løsning av subtraksjonsoppgaver (Torbeyns et al., 2018). Deltagerne var 63 6. klasseelever med et varierende matematiske prestasjonsnivå, og de løste flersifrede-subtraksjonsoppgaver opp til 1000. Studien er gjort som en kvalitativ studie via metoden valg/ikke-valg hvor elevene i valg delen kunne velge mellom å bruke direkte subtraksjon og indirekte addisjon, mens det i ikke-valg delen var obligatorisk å bruke enten den ene eller den andre (Torbeyns et al., 2018). Resultatene er analysert via samme rammeverk som brukt i min studie. Oppgavene deltagerne skulle løse skilte mellom subtraksjonsoppgaver med liten differanse mellom minuend og subtrahend og stor differanse mellom dem. Resultatene for elevenes strategirepertoar, og viste at nesten alle elevene brukte indirekte addisjon minst en gang når de fikk velge strategi selv (Torbeyns et al., 2018, s. 223). Det var bare 14% av elevene som aldri brukte indirekte addisjon på valg oppgavene, 27% brukte indirekte addisjon på alle disse oppgavene og 59% som brukte både direkte subtraksjon og indirekte addisjon (Torbeyns et al., 2018). Når det gjaldt strategifordelingen i studien, fant de ut at elevene oftere brukte indirekte addisjon til å løse oppgavene enn direkte subtraksjon på valg-oppgavene med en fordeling på 60% indirekte addisjon og 40% direkte subtraksjon (Torbeyns et al., 2018). Strategieffektiviteten sier noe om både nøyaktigheten og hurtigheten, og på oppgaver hvor elevene måtte bruke indirekte addisjon, oppdaget forskerne at oppgavene ble mer korrekt løst enn når de måtte bruke direkte subtraksjon (Torbeyns et al., 2018, s. 224). De fant ingen forskjell mellom de ulike kompetansenivåene blant elevene (Torbeyns et al., 2018). Elevene løste subtraksjonsoppgavene hurtigere når de måtte bruke indirekte addisjon, sammenlignet med når de måtte bruke direkte subtraksjon. De oppdaget også en forskjell i hastigheten oppgavene ble løst på ut fra selve oppgaven, fordi oppgaver med liten differanse mellom minuend og subtrahend ble løst hurtigere enn oppgavene med stor differanse både når elevene måtte bruke indirekte addisjon og når de måtte bruke direkte subtraksjon (Torbeyns et al., 2018). De fant ingen forskjell mellom oppgaver med stor differanse mellom minuend og subtrahend i ikke-valg oppgaver, mens ikke-valg oppgaver med liten differanse mellom minuend og subtrahend viste seg å bli løst fortere med indirekte addisjon enn direkte subtraksjon (Torbeyns et al., 2018). Denne studien fant dermed ut at elevene i noen tilfeller valgte strategi ut fra et tallperspektiv på oppgavene. Elevene brukte den strategien oppgaven var ment å fremme, det vil si at oppgavene kan påvirke både fleksibiliteten og adaptiviteten i elevenes strategivalg. Når det gjelder elevenes strategivalg, har denne studien først analysert dette ved å se på om elevene valgte strategi ut fra et tallperspektiv på oppgaven for så å se på om elevene valgte ut fra sin egen strategieffektivitet (Torbeyns et al., 2018). De fant ut at elevene oftere valgte strategien indirekte addisjon på subtraksjonsoppgaver med liten differanse mellom minuend og subtrahend enn på oppgaver med stor differanse, og at de som gjorde det byttet strategi effektivt ut fra et tallperspektiv (Torbeyns et al., 2018). Det var ingen forskjell mellom de ulike kompetansenivåene på elevene (Torbeyns et al., 2018, s. 225). De fant ut at elevene ikke valgte strategi basert på sin egen nøyaktighet ved bruk av strategien, men at de tilpasset valget sitt ut fra hvor fort de greide å løse oppgaven med strategien (Torbeyns et al., 2018). Dette kom frem ved at de oftere valgte indirekte addisjon i valg oppgavene, når det var stor forskjell mellom hastigheten de hadde løst ikke-valg oppgavene med indirekte addisjon enn med direkte subtraksjon (Torbeyns et al., 2018). I sin analyse av strategirepertoaret fant de dermed ut at det ikke var noe skille mellom de ulike kompetansenivåene, og at antall ganger indirekte addisjon ble brukt som strategi ikke hadde noen betydning for forskjellen på nøyaktigheten, men at bruken av indirekte addisjon hadde betydning for forskjellen på hurtigheten oppgavene ble løst med (Torbeyns et al., 2018).

I 2010 presenterte De Smedt et al. en studie hvor de hadde undersøkt utviklingen av elevers bruk av indirekte addisjon for å løse flersifrede subtraksjonsoppgaver (De Smedt et al., 2010). De skrev i sin studie at empirisk forskning på indirekte addisjon, har vist at denne strategien svært sjeldent brukes blant elever med tradisjonell undervisning med liten eller ingen undervisning om indirekte addisjon som en mulig subtraksjonsstrategi (De Smedt et al., 2010, s. 206). De hadde studert 35 tredjeklassinger som hadde hatt en tradisjonell undervisning på skolen, og som viste at de ikke mestret indirekte addisjon som en subtraksjonsstrategi (De Smedt et al., 2010). Elevene fikk i en periode ulik matematikkundervisning, hvor det var en gruppe med elever som hadde undervisning med mål om å oppmuntre til utvikling av strategien indirekte addisjon (De Smedt et al., 2010). Ved å sammenligne de to gruppene etter å ha gjennomført tester på begge gruppene, viste resultatet at det generelt var en lav bruk av indirekte addisjon (De Smedt et al., 2010). Studien viste også at når elevene først bruket indirekte addisjon, ble den utført svært effektivt (De Smedt et al., 2010, s. 205). De syntes det var spesielt oppsiktsvekkende at elevene på begge gruppene hadde store problemer med å tilegne seg indirekte addisjon som en mulige løsningsstrategi, og å greie og integrere strategien i strategirepertoar sitt (De Smedt et al., 2010). I studien påpekes det to mulige faktorer som kanskje kan ha hindret elevenes utvikling av denne strategien, som begge er knyttet til undervisningen (2010, s. 207). Den første årsaken mener de kan komme av matematikkbøkene brukt i undervisningen, som hadde svært liten forekomst av subtraksjonsoppgaver som fremmer bruken av indirekte addisjon, altså oppgaver med liten differanse mellom minuend og subtrahend (De Smedt et al., 2010, s. 207). Dette gjorde at elevene hadde få muligheter til å oppdage fordelene med å bruke indirekte addisjon (De Smedt et al., 2010). Den andre faktoren var at instruksjonene elevene fikk i undervisningen, fokuserte utelukkende på mestring av direkte subtraksjon for å løse subtraksjonsproblemer og elevene fikk dermed liten, eller tilnærmet ingen undervisning som oppfordret til bruk av annen strategi (De Smedt et al., 2010).

Den fjerde studien jeg vil gjøre rede for er fra 2013, og er gjort av Peters et al. Den omhandler bruken av indirekte addisjon på subtraksjonsoppgaver. Deltagerne var 72 fjerde – til sjetteklasseelever som skulle løse 32 tosifrede subtraksjonsoppgaver (Peters et al., 2013). Det var tre typer oppgaver: oppgaver ment for å fremme bruken av direkte subtraksjon, oppgaver ment for å fremme bruke av indirekte addisjon og oppgaver hvor det er naturlig å veksle mellom de to forrige løsningsstrategiene ut fra størrelsen på subtrahenden (Peters et al., 2013). Resultatet viste at elevene byttet mellom direkte subtraksjon og indirekte addisjon ut fra noen kriterier ved oppgaven som skulle løses (Peters et al., 2013). På oppgaver med stor forskjell mellom subtrahend og differansen, brukte elevene direkte subtraksjon på oppgaver hvor subtrahenden var mindre enn differansen mellom minuend og subtrahend (Peters et al., 2013). Mens de på oppgaver med stor forskjell mellom subtrahend og differens og subtrahend større enn differansen mellom minuend og subtrahend, var det indirekte subtraksjon som mest brukt (Peters et al., 2013). De mener disse funnene viser at subtrahenden i et subtraksjonsproblem er viktig for strategivalget elevene gjør (Peters et al., 2013).

3 Metode

Det er i hovedgrunn forskningsspørsmålet i en studie som avgjør hvilken metode man bør velge, og forskningsspørsmålet mitt åpnet for å både kunne tenke kvantitativt, kvalitativt og en blanding av begge. «Kvalitative metoder brukes i dybdeundersøkelser» (Kvarv, 2014, s. 137), og det var nettopp det som gjorde at valget mitt falt på en kvantitativ studie. Jeg ønsket både å se på hvilke strategier elevene har og hvorfor de velger som de gjør. Tidligere forskning har vist at selvrapportering kan være vanskelig for elevene, og at noe av grunnen kan være at strategien er så automatisert at de ikke er bevisste på hvordan de gikk fram for å løse problemet (Peters et al. 2013, s. 497). For å sikre best mulig validitet i elevenes valg av strategi, styrket dette ønsket mitt om å bruke en kvalitativ metode for datainnsamlingen. Dette fordi det åpnet for muligheten til å la elevene prøve å forklare metodene de brukte muntlig også.

Undersøkelsen ble gjennomført via oppgavebaserte intervjuer med 6 elever, og første del av metodekapittelet handler derfor om hva et oppgavebasert intervju er. Deretter vil jeg gi en beskrivelse av oppgavedesignet brukt i intervjuet, en redegjørelse for valget av oppgavene og deltagere og etterpå en beskrivelse av hvordan intervjuet ble gjennomført. Til sist i metodekapittelet kommer jeg til å si litt om studiens kvalitet og det forskningsetiske ved den.

3.1 Oppgavebasert intervju

«Et forskningsintervju kan være alt fra det relativt ustrukturerte intervjuet med få planlagte spørsmål, til det helt stramt strukturerte intervjuet med mange styrende spørsmål fra intervjuerens side»(Brinkmann & Tanggaard, 2019, s. 24). Jeg har valgt en strukturert intervjuform. En slik intervjuform krever et godt forarbeid, men for meg var det hensiktsmessig å strukturere intervjuene ved at alle deltakerne løste de samme oppgavene. På denne måten kunne jeg se hvordan de løste oppgavene, for så å ha mulighet til å sammenligne svarene deres i analysen.

Jeg ønsket både å kunne observere og analysere oppgaveløsningsprosessen til elevene, og valget av intervjuform falt derfor på oppgavebasert intervju. Goldin (2000) beskriver et strukturert oppgavebasert intervju ved bruk til å undersøke matematisk adferd, til å være et intervju som minimum behøver inneholde én deltager som skal løse problemet eller problemene og én intervjuer, og hvor disse samhandler om en eller flere problemer som blir presentert for deltageren på en forhåndsbestemt måte av intervjueren (Goldin, 2000, s. 519). I et oppgavebasert intervju samhandler deltageren med både intervjueren og oppgavesettet (Goldin, 2000).

Goldin (2000) har i artikkelen *A scientific perspective on structured, task-based interwievs in mathematics education*, listet ti prinsipper som veiledning ved utforming av oppgavebaserte intervjuer for å gjøre de best mulig (Goldin, 2000, s. 540-544). Dette er min oversettelse og tolkning av innholdet av de 10 prinsippene, og hvordan jeg har forholdt meg til de i denne studien:

1. Design: Utformingen av studien må være skreddersydd for å legge til rette for å kunne svare på forskningsspørsmålet eller forskningsspørsmålene som stilles i studien (Goldin, 2000, s. 540). Her under kommer både valg av oppgaver, sted og andre kontrollbare variabler i studien (Goldin, 2000, s. 540).

Både valg av oppgaver, sted og deltagere i denne studien blir gjort rede for senere i dette kapittelet. I tillegg er valget av rammeverk med på å sikre at jeg skal kunne svare på forskningsspørsmålet.

2. Velg meningsfulle oppgaver: Oppgavene må kunne oppfattes som meningsfulle for deltageren (Goldin, 2000, s. 540).
   Jeg fikk inntrykk av at deltagerne følte oppgavene de gjorde og forklaringene deres var meningsfulle, fordi de ønsket å hjelpe meg og bidra i min undersøkelse.
3. Velg oppgaver med rik representasjonsmuligheter: Det bør velges oppgaver som kan representeres på flere ulike måter både visuelt, symbolsk og skriftlig (Goldin, 2000, s. 540-541).
   Oppgavene i seg selv kunne vært representert via bruk av tallinje, konkreter eller andre representasjoner, men på grunn av tidtakingen hadde jeg ikke lagt til rette for dette.
4. Synlighet: Alle deler av intervjuet må være så gjennomsiktig for andre forskere at det lar seg både replikere og studeres videre på (Goldin, 2000, s. 541).
   Dette blir redegjort for i kapittel 3.7.
5. Oppmuntre til fri problemløsning: Intervjueren bør gi deltageren størst mulig frihet under jobbingen med problemene og egen utforskning for å kunne observere deltagerens spontane valg (Goldin, 2000, s. 542). For mye veiledning kan ifølge Goldin (2000) føre til tap av informasjon (s. 542).
   Deltagerne fikk kun veiledning på de 3 eksempeloppgavene. Tidtakingen ga lite rom for veiledning under selve problemløsningen. Når de forklarte strategiene sine var det ut fra fremgangsmåten i intervjuguiden, som ikke inneholder noe veiledning.
6. Samhandling med det eksterne læringsmiljøet: Goldin (2000, s. 542-543) oppfordrer til å legge til rette for samhandling med det eksterne læringsmiljøet, og at dette kan gjøres via å gjennomføre intervjuet i et mangfoldig læringsmiljø som igjen kan gjøre det enklere for intervjueren å gjøre observasjoner.
   Hovedfokuset mitt var å skjerme deltageren for å få til en mest mulig korrekt tidtaking, og det var derfor ikke lagt til rette for dette punktet under intervjuet.
7. Opptak: Hva og hvilken form for opptak som skal gjøres av intervjuet må være klarlagt på forhånd, og her anbefaler Goldin (2000) å ta opp så mye som mulig av intervjuet for å fange opp meste mulig. Dersom det skal filmes, må man for eksempel avgjøre om det er deltagerens ansikt eller hender som skal være fokuset i filmingen ettersom en persons ansiktuttrykk også kan fortelle mye (Goldin, 2000, s. 544).
   Det ble gjort lydopptak av alle intervjuene, som også er transkribert. Filming var aldri aktuelt.
8. Pilotering: Ved å prøve ut intervjuet på forhånd, kan man luke bort mulige misforståelser og feil, og justere intervjuet før datainnsamlingen starter (Goldin, 2000, s. 544).
   Piloteringen blir forklart i kapittel 3.4.1.
9. Åpenhet for muligheter: Det oppgavebaserte intervjuet må være designet slik at man har en åpenhet for nye eller uforutsette muligheter (Goldin, 2000, s. 544), slik at man gir rom for muligheter utenfor det planlagte intervjuet.
   Det var åpenhet for muligheter under intervjuene i studien.
10. Kompromiss: Under det oppgavebaserte intervjuet kan man oppleve å komme i konflikt mellom intervjuguiden sin og forskningsmålet, og det er da viktig å kunne inngå hensiktsmessige kompromiss for å best mulig oppnå målet med studien (Goldin, 2000, s. 544).
    Opplevde ingen konflikt som gjorde at jeg måtte inngå noe form for kompromiss gjennom noen av intervjuene.

Et strukturert oppgavesett i matematikk, kan gi forskeren innsikt i en elevs matematiske tenkning (Davis, 1984, sitert i Maher & Sigley, 2020, s. 822). Et slikt intervju vil derfor være et godt utgangspunkt for å både observere og analysere oppgaveløsningen til deltagerne og gjennom det gi meg svar på forskningsspørsmålet mitt.

3.2 Oppgavedesign

For å kunne måle elevenes fleksibilitet, valgte jeg i denne studien å bruke et oppgavedesign basert på Jon Star (Star, 2020) sin metode, hentet fra hans onlineforelesning *New directions in the study of (and assessment of) procedural flexibility*. Dette er et design som er utarbeidet for nettopp å kunne se bedre på elevers fleksibilitet. Hovedelementet i designet er å be eleven løse en oppgave, for så å be de løse samme oppgave på så mange forskjellige måter som de får til. Star (2020) mener man ved å be elevene løse oppgaven på så mange måter som mulig, vil vise deres strategier slik at man direkte kan få en indikasjon på elevens fleksibilitet. Resten av framgangen vil bli forklart i beskrivelsen av gjennomføringen.

Oppgaveheftet besto av 11 oppgaver samt 2 eksempeloppgaver uten tidtaking og 1 eksempeloppgave med tidtaking fremst i heftet. For hver oppgave skulle elevene prøve å løse den mens jeg tok tida. Hvert oppgaveark var et A4 ark med 6 store ruter fordelt på to kolonner under selve oppgaven. Elevene ble så bed om å vise og forklare hvordan de hadde tenkt i oppgaven inni den første ruten. Ifølge Star (2020, 40:50) kan den strategien eleven velger å løse oppgaven med i første rute, være en implikasjon på hvilken strategi eleven anser som best til å løse oppgaven. Elevene ble videre bed om å løse oppgaven på så mange måter som de greide i de andre rutene for å få et innblikk i deres kunnskap om flere strategier, og til slutt bedt om å tegne en grønn ring rundt den måten de syns var best. Dette gjorde de for alle de 11 subtraksjonsoppgavene i oppgavesettet.

Hele oppgavesettet er lagt ved masteroppgaven som eget vedlegg, se vedlegg 3.

3.3 Valg av oppgaver

For å kunne lage oppgaver som fremmer fleksibilitet, har jeg tatt utgangspunkt i oppgaver fra en studie gjort av Peters et al. (2013).

Peters et al. (2013) skilte i sin studie mellom to typer subtraksjonsoppgaver: Oppgaver med stor differanse mellom minuend og subtrahend og oppgaver med liten forskjell mellom minuend og subtrahend. Oppgaver med stor differanse mellom minuend og subtrahend er ment å fremme bruken av direkte subtraksjon, mens liten differanse mellom minuend og subtrahend er ment å fremme indirekte addisjon (Torbeyns, Ghesquière, et al., 2009). I tillegg har de kategorisert oppgavene ut ifra om subtrahenden er større eller mindre enn differansen, fordi dette forholdet lett kan føre til bytting mellom bruken av direkte subtraksjon og indirekte addisjon uavhengig av differansen mellom minuenden og subtrahenden (Peters et al., 2013, s. 498).

Peters et al. begrunner bruken av oppgaver med subtrahend større og mindre enn differansen, med den forventede reaksjonstiden (2013, s. 498). Dersom subtrahenden er større enn differansen, er indirekte addisjon ansett som den mest effektive strategien fordi subtraksjon ved bruk av indirekte addisjon da krever færre utregningssteg enn ved bruk av direkte subtraksjon (Peters et al., 2013, s. 496). Når da differansen er mindre enn subtrahenden, forventes reaksjonstiden å øke i takt med differansen fordi den kan løses enkelt ved bruk av indirekte addisjon (Peters et al., 2013, s. 499). Hvis subtrahenden er mindre enn differansen, er direkte subtraksjon sett på som å være den mest effektive strategien (Peters et al., 2013, s. 496). I slike oppgaver forventes reaksjonstiden å øke i samsvar med størrelsen på subtrahenden fordi disse subtraksjonsoppgavene lett kan løses ved bruk av direkte subtraksjon (Peters et al., 2013, s. 498). Se tabell 1 for en strukturert oversikt over dette.

Tanken bak valget av oppgavene var en tilnærmet jevn fordeling mellom oppgaver som fremmer bruk av direkte subtraksjon og indirekte addisjon, men som også la til rette for bruk av flere ulike strategier med utgangspunkt i tallperspektivet.

Under følger en oversikt over alle oppgavene i oppgavesettet, og en forklaring på hvilken strategi hver oppgave var ment å fremme bruken av:

Oppgave 1: *83 – 79*. I denne oppgaven er det liten differanse mellom minuend og subtrahend, og subtrahenden er større enn differansen mellom minuend og subtrahend. Ut fra et operasjonelt perspektiv vil det på denne oppgaven derfor være mest effektivt å bruke *indirekte addisjon* for å løse oppgaven.

Oppgave 2: *42 - 37*. Her er det liten differanse mellom minuend og subtrahend, og subtrahend er større enn differansen mellom minuend og subtrahend. Mest effektive strategi her vil derfor være *indirekte addisjon*.

Oppgave 3: *93 - 5*. Med stor differanse mellom minuend og subtrahend, og subtrahend mindre enn differansen mellom minuend og subtrahend, vil det på denne oppgaven være mest effektivt å bruke *direkte subtraksjon*.

Oppgave 4: *51 – 25*. Ut fra operasjonsperspektivet vil det være mest effektivt å bruke *direkte subtraksjon* på denne oppgaven, ettersom subtrahenden er mindre enn differansen. Denne oppgaven er spesielt utvalgt for å se om deltagerne velger strategien dobling og nær dobling ut fra et tallperspektiv.

Oppgave 5: *72 – 6*. På denne oppgaven er det stor differanse mellom minuend og subtrahend, og subtrahend mindre enn differansen mellom minuend og subtrahend, derfor vil det på denne oppgaven være mest effektivt å bruke *direkte subtraksjon*.

Oppgave 6: *32 – 17*. Dette er en oppgave som også er med for å se om elevene bruker strategien dobling og nær dobling, og for å se om de veksler mellom de ut fra et operasjonelt perspektiv. Her er subtrahenden større en differansen mellom minuend og subtrahend, og den mest effektive strategien vil derfor være *indirekte addisjon*.

Oppgave 7: *97 – 19.* Her er det stor differanse mellom minuend og subtrahend, og subtrahend mindre enn differansen mellom minuend og subtrahend. Det er derfor mest effektivt å bruke *direkte subtraksjon* på denne oppgaven.

Oppgave 8: *64 – 47*. I denne oppgaven er det liten differanse mellom minuend og subtrahend, og subtrahenden er større enn differansen mellom minuend og subtrahend. Her er det derfor mest effektivt å bruke *indirekte addisjon*.

Oppgave 9: 86 – 32. Dette er en oppgave med stor differanse mellom minuend og subtrahend, og med subtrahend mindre enn differansen mellom minuend og subtrahend. Dette tilsier at det her vil være mest effektivt å bruke *direkte subtraksjon*.

Oppgave 10: *93 – 75*. Med liten differanse mellom minuend og subtrahend, og subtrahend større enn differansen mellom minuend og subtrahend, er det på denne oppgaven mest effektivt å bruke *indirekte addisjon*.

Oppgave 11: *73 – 29*. Stor differanse mellom minuend og subtrahend, og subtrahend mindre enn differansen mellom minuend og subtrahend, gjør at den mest effektive strategien her vil være å bruke *direkte subtraksjon*.

Alle oppgavene i oppgavesettet i min studie er inspirert av artikkelen til Peters et al. (2013), og fem av oppgavene er plukket direkte fra subtraksjonsoppgavene brukt i den studien (Peters et al., 2013, s. 511).

3.4 Deltagere

Når man behøver deltagere til en studie for å samle inn datamateriale, må man gjøre et utvalg av deltagere fra en populasjon (Bryman et al., 2021, s. 174). Dette valget ble i denne studien gjort på grunnlag av piloteringen og kompetansemålene i Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (Kunnskapsdepartementet*, 2019)*.

3.4.1 Pilotering

Piloteringen ble gjennomført på 4 elever ved skolen jeg jobber, to 10. klassinger, en 6. klassing og en 5. klassing. Det startet med 6. klassingen og den ene 10. klassingen, fordi de er mine egne barn, og det falt derfor veldig naturlig å prøve ut på de først. Ettersom begge de løste oppgavene greit, ønsket jeg å prøve på et lavere trinn, og valget falt da på 5. trinn ettersom jeg var kontaktlærer på trinnet og kunne bruke egne elever. Den siste eleven ble valgt fordi jeg viste at det var en elev som hadde svært gode karakterer i matematikk og flink til å forklare hvordan han tenker for å løse matematiske oppgaver.

Piloteringen viste at det var vanskelig for alle elevene å løse en subtraksjonsoppgave på en annen måte enn den de valgte først, men at det det ble enklere hvis vi tok det muntlig og varierte mellom om jeg eller de skrev ned strategiene. Selve oppgavene viste et vidt spekter i bruken av strategier, men en del av oppgavene var for vanskelig for 5. trinns eleven, mens både 6. trinns eleven og begge 10. trinnselevene løste oppgavene greit. Tidtakingen fungerte fint, lydinnspillingen fungerte, det var lurt å bruke et grupperom som lå litt unna resten av undervisningsrommene for minst mulig forstyrrelser, eksempeloppgavene var forklarende og oppgaveheftet oversiktlig og lett forståelig oppgavehefte. Det var stor forskjell på hvor mye data jeg fikk ut av intervjuene ut fra om det var elever som var vant med og likte å prate og forklare og ikke. Dette tok jeg derfor med meg videre inn i utvelgelsen av deltagere.

3.4.2 Utvelgelse av deltagere

I læreplan for matematikk 8. trinn, er et av kompetansemålene i faget at «mål for opplæringen er at eleven skal kunne utvikle og kommunisere strategier for hoderegning i utregninger» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 11). Ettersom undersøkelsen ble gjennomført på våren, var det med utgangspunkt i dette kompetansemålet og erfaringene fra piloteringen, naturlig at valget for deltagere falt på 8. trinns elever.

Valg av skole for gjennomføring av undersøkelsen ble valgt ut fra et bekvemmelighetsutvalg av deltagere (Bryman et al., 2021). Det vil si at valget av skole, ble gjort ut fra hva som var mest praktisk for meg (Bryman et al., 2021). Deretter ble matematikklæreren på 8. trinn kontaktet på denne skolen. Læreren valgte ut 7 elever på trinnet ut fra kun to kriterier. Det skulle være mest mulig jevn fordeling mellom kjønn og at det var elever som mest sannsynlig kom til å prate under intervjuet. «Hovedregelen for utvalg i kvalitative intervjustudier er at man velger informanter som av ulike grunner vil kunne uttale seg på en reflektert måte om det aktuelle temaet» (Tjora, 2021, s. 145). Deltagerne ble derfor ikke valgt tilfeldig, men utfra det Bryman et al. (2021) karakteriserer som et ikke-sannsynlighetsutvalg. En av elevene takket ikke ja på samtykkeskjemaet og jeg valgte da å gjennomføre studien med de 6 som hadde svart ja.

3.5 Gjennomføring av undersøkelsen

Etter avtale med kontaktlærer på trinnet, hentet jeg elevene som skulle delta i undersøkelsen, en etter en fra undervisningen i klasserommet til et grupperom. Grupperommet lå litt unna klasserommet for minst mulig forstyrrelser i gjennomføringen. På bordet på grupperommet hadde jeg lagt klart oppgaveheftet, blyanter, viskelær, grønn fargeblyant, lydopptak utstyr og min egen telefon for bruk til tidtaking.

Jeg takket først så mye for at de ville delta, og gikk stegvis gjennom hvordan undersøkelsen skulle foregå. Minnet også om at undersøkelsen var anonym og frivillig.

Ettersom det var sju elever som ble spurt, valgte jeg å anonymisere dataene ved bruk av navnene til de sju dvergene i eventyret Snehvit og de sju dverger: Minsten, Sinnataggen, Trøtten, Prosit, Lystig og Brille. Disse navnene skrev jeg på lapper, og elevene trakk lapp før intervjuet startet. Alle deltagerne vil på grunn av dvergnavnene bli omtalt som han i studien.

Deltageren startet med å gjennomføre de to første eksempeloppgavene. De gjorde oppgavene en for en, og skulle på begge først skrive svaret på oppgaven, ble så bed om å vise hvordan de løste oppgaven i første rute på neste side, for så å bli spurt om de kunne løse oppgaven på andre måter helt til de ikke kom på flere måter å gjøre det på. Her varierte det litt på om elevene skrev og forklarte selv, eller om de forklarte deler muntlig og jeg skriftlig gjorde det med bekreftelse på at det var slik de mente. Til slutt ble de bed om å tegne en grønn ring rundt den løsningsmåten de syns var best på den oppgaven. Etterpå kom den tredje eksempeloppgaven, som ble gjennomført på samme måte, men hvor vi også prøvde ut det å ta tiden på det første løsningsforslaget.

Resten av oppgavene ble gjennomført på samme vis som eksempeloppgave tre, og noen av deltagerne ønsket litt hjelp til å skriftlig gjøre forklaringene sine, men det aller meste har de skrevet selv mens de forklarte. Tiden ble startet da deltageren bladde om arket og fikk se oppgaven og avsluttet når deltageren hadde skrevet svaret på oppgaven, uavhengig om svaret var riktig eller ikke.

3.6 Analysemetode

Datamaterialet mitt består av lydopptak og transkribering av intervjuene og selve oppgaveheftene med deltagernes løsninger, og ut fra dette materialet var målet å finne ut hvordan elevers matematiske fleksibilitet kom til i uttrykk i arbeidet med subtraksjonsoppgaver på 8. trinn. Dataene ble tolket og analysert ved bruk av Lemaire og Siegler (1995) sin utviklingsmodell for strategisk kompetanse.

For å analysere hvilken strategi som er brukt har jeg først sett på løsningen ut fra et operasjonelt perspektiv og avgjort om det er brukt direkte subtraksjon eller indirekte addisjon, jeg så har brukt tallperspektivet for å analysere løsningen enda grundigere.

Som vist i kapitel 2.3.3., har jeg laget meg et skjema med oversikt over ulike strategier jeg kommer til å bruke for å kategorisere strategiene, og finne ut hvordan strategirepertoaret til deltagerne er. Jeg kommer i analysen til å bruke forkortelsene for de ulike strategiene, fordi jeg ønsker å bruke både tabeller og figurer for å framstille resultatene mest mulig oversiktlig, og det da er enklere med forkortelser på grunn av plassbruken. I tillegg til strategiene fra skjemaet, vil det bli brukt forkortelsen A for andre strategier, dersom deltageren har brukt en strategi som ikke faller inn under noen av de jeg har med. Alle forkortelsene her, vil bli brukt gjennom hele analysen for alle de fire dimensjonene i utviklingsmodellen.

Tabell med oversikt over alle strategiene brukt i analysen av datamaterialet i denne undersøkelsen:

	Strategi	Forkortelse	Eksempel
Direkte subtraksjon (DS)	Telling	T	93-5= Teller 93 → 92 → 91 → 90 → 89 → 88.
	Splitting	Sp	86-62=(80-60)+(6-2)=24
	Dobling og nær dobling	D	51-25=(50-25)+1=25+1=26
	Hoppe med 10	H	73-29= 73-10=63, 63-10=53, 53-10=43, 43-10=33, 33-29=4 Differansen blir 10+10+10+10+4=44.
	Nærmeste «vennlige» tall	V	97-19=(97-20)+1=77+1=78 og 51-25=(50-25)+1=25+1=26
	Konstant differanse	K	97-19=98-20=78
	Fjerne felles mengder	F	132-101=~~1~~32-~~1~~01=32-1=31
	Sekvensiell strategi	S	425-215= 425-200=225, 225-10=215 og 215-5=210
	Oppstilt subtraksjon	O	
Indirekte addisjon (IA)	Telling	T	83-79= Teller 79 → 80 → 81 → 82 → 83.
	Splitting	Sp	86-62= (2+4)+(60+20) Differansen blir 4+20=24
	Dobling og nær dobling	D	32-17 → 15+15=30, 15+2=17 → svaret må være 15
	Hoppe med 10	H	73-29= 29+10=39, 39+10=49, 49+10=59, 59+10=69 Telle videre til 73. 10+10+10+10+4=44.
	Nærmeste «vennlige» tall	V	83-79= 80 → 83 blir 3, 3+1=4
	Konstant differanse	K	83-79=84-80=4
	Fjerne felles mengder	F	112-109=~~1~~12-~~1~~09=12-9 → 9+3=12 → 3
	Sekvensiell strategi	S	95-72= 72+3=75, 75+20=95 Differanse blir 3+20=23
Andre strategier		A	En annen strategi enn de som er med i tabellen

Tabell 3: Strategier brukt i analysen av denne studien

I analysen over deltagernes strategirepertoar, vil det både være en oversikt over det totale repertoaret for gruppen deltagere, men også repertoaret til hver enkelt deltager og på hvilke oppgaver deltagerne bruker direkte subtraksjon eller indirekte addisjon som sitt førstevalg. I analysen av strategifordelingen vil det også være behov for en todeling av analysen, fordi når man skal finne fordelingen må man finne ut både hvor ofte en strategi blir brukt og på hvilken type oppgaver den blir brukt (Lemaire & Siegler, 1995).

Analysen av strategifordelingen vil først vise en helhetlig oversikt over bruken av hver enkelt strategi. Deretter vil strategiene hver deltager bruker på hver oppgave bli presentert, en samt en egen tabell med oversikt over strategifordelingen mellom direkte subtraksjon og indirekte addisjon for de seks deltagerne. Til sist i analysen av strategifordelingen, kommer en oversikt over om deltagerne velger strategi ut fra type problem, med utgangspunkt i forklaringene for hvilken strategi som er best på de ulike oppgavene i delkapittel 3.3.

Strategieffektiviteten vil bli målt ut fra om deltagerens første løsningsforslag på oppgaven var riktig, og dersom den var det, hvor lang tid deltageren brukte både ut fra et tallperspektiv og et operasjonelt perspektiv. Her vil jeg presentere en oversikt både ut fra tallperspektivet på oppgavene og det operasjonelle perspektivet.

Analysen av strategivalget til deltagerne, består av en sammenligning av den strategien de valgte først med den de har markert som den de selv syns var best. Antar da her at det er stor sannsynlighet for at deltagerne vil anse den strategien som oppleves som den mest nøyaktige og effektive for dem, vil bli valgt som den beste. Har også sammenlignet den strategien deltageren har tegnet grønn ring rundt for å markere at det var den eleven selv syntes var beste løsningsstrategi på oppgaven, med den strategien jeg i kapittel 3.3. har definert som den mest effektive av direkte subtraksjon og indirekte addisjon.

Ved å analysere disse fire dimensjonene, håper jeg å kunne si noe om hvordan elevers matematiske fleksibilitet kommer til uttrykk i arbeid med subtraksjonsoppgaver på 8. trinn, altså hvordan de bruker flere strategier.

3.7 Studiens kvalitet

«Som en del av analysen og tolkningen av resultatene, vurderes *validiteten* og *reliabilitet*» (Kvarv, 2014, s. 134). Kort sagt sier validitet og relabilitet noe om kvaliteten på forskningen som er gjort. Forskeren må være både kritisk og reflektert til egen forskning, og ikke minst åpen om alle valgene som blir gjort, dette for at forskningen skal ha best mulig troverdig (Postholm & Jacobsen, 2018). Jeg vil nå redegjøre for validiteten og reliabiliteten i denne studien.

3.7.1 Validitet

Validiteten til en studie handler om studiens gyldighet. Den forteller oss om de konklusjonene forskeren kommer fram til er gjenkjennbare sammenlignet med den virkeligheten som er studert (Thagaard, 2018, s. 189). Thagaard sier at man kan styrke en studies validitet ved «å gå kritisk gjennom analyseprosessen» (2018, s. 189). Her skiller man mellom indre og ytre validitet.

Den indre validiteten sier noe om samsvaret mellom teori og begreper som blir brukt av forskeren i studien, og i tillegg må man spørre seg selv om man måler det man har ment å måle i sin studie (Postholm & Jacobsen, 2018). Jeg må da reflektere over og ha et kritisk blikk på om jeg faktisk måler hvordan elevers matematiske fleksibilitet kommer til uttrykk i arbeid med subtraksjonsoppgaver på 8. trinn. Dette blir godt ivaretatt i denne studien, i og med at jeg bruker et rammeverkt som er anbefalt for å måle elevers strategikompetanse, og dette er dermed med og styrker validiteten på studien.

Det er viktig at begreper og teori om subtraksjonsstrategier blir godt nok gjort rede for, og om begrepene i det teoretiske rammeverket til Lemaire og Siegler (1995) brukt i analysen av datamaterialet, er godt nok beskrevet. Dersom disse delene er godt nok belyst i studien, vil leseren kunne vurdere om de begrepene jeg har valgt å bruke, er menigsfulle for empirien i studien (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 230). I denne studien blir alle begreper gjort rede for i teorikapittelet samt noen allerede i innledning, og videre knyttet opp mot empirien i drøftingen.

Den ytre validiteten handler om overførbarhet, og forteller om resultatet av studien kan generaliseres til å si noe generelt om en populasjon (Bryman et al., 2021). Av Postholm og Jacobsen forklares overførbarheten, som den graden funnene fra studien «kan overføres – eller *generaliseres* – til andre kontekster som ikke er studert» (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 238). I denne studien vil det da si om funnene fra den skolen jeg gjorde intervjuene mine på, ville ha gitt samme funn på en annen skole.

Valget av deltagere ble gjort med tanke på å få hentet ut mest mulig data fra undersøkelsen, og matematikklæreren fikk derfor forespørsel om 7 elever som kom til å prate og ingen ting om faglig styrke. Forhåpentligvis vil det å ikke ha hatt fokus på det faglige ved utvelgelsen bidratt til god spredning innen deltagernes matematiske kompetanse, men dette har jeg ikke kontrollert og kan heller ikke si noe annet om enn det datamaterialet mitt viser. Det er også viktig for meg å være åpen om at dette for meg var kjente elever, da jeg har vært faglærer for de i Krle et tidligere skoleår. Ettersom dette var eneste relasjon, vil jeg si at den var positiv for studiens validitet fordi jeg var en kjent person for deltagerne. Jeg har aldri undervist de i matematikk og ikke vært kontaktlærer.

Ettersom jeg brukte et mindre utvalg, kan det svekke validiteten til studien, og gjøre det vanskelig å generalisere funnene for en større populasjon enn mine 6 deltagere. Den ytre validiteten er derfor viktig for meg å styrke ved å gjøre forskningen så transbarent som mulig (Postholm & Jacobsen, 2018), slik at mine funn kan si noe om eventuelle tendenser om 8. trinns elevers matematiske fleksibilitet i subtraksjon. Jeg har derfor prøvd å beskrive hele undersøkelsen objektivt og detaljert, slik at den skal være enkel å reprodusere for andre. Dersom studien lar seg reproduseres, vil det styrke overførbarheten.

3.7.2 Reliabiliten

Reliabiliteten til en studie, kommer an på studiens troverdighet. «Vi knytter reliabilitet til spørsmål om en kritisk vurdering av prosjektet gir inntrykk av at forskningen er utført på en pålitelig og tillitsvekkende måte» (Thagaard, 2018, s. 187). Thagaard (2018) sier at reliabiliteten forteller om studien er gjennomført på en tillitsvekkende og troverdig måte. Dette avgjøres ut fra om resultatene i studien kan reproduseres i annen studie dersom det ble gjort en replikasjon av denne studien (Bryman et al., 2021). Dette synet på reliabiliteten til en studie støttes ikke av atferds- og samfunnsvitenskapen, fordi et slikt syn tilsier at det som undersøkes i studien er noe stabilt og objektivt, og ikke kan endre seg (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 223). Posthold og Jacobsen (2018) sier også at dersom en retest ikke viser tilsvarende funn, behøver det ikke være på grunn av troverdigheten til den opprinnelige studien, men at noe kan ha endret seg. Postholm og Jacobsen mener derfor reliabiliteten handler om «hvordan undersøkelsen og forskeren kan ha påvirket resultatet» (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 224). Det er derfor viktig å gjøre hele forskningsprosessen transparent, slik at andre kan gjøre seg opp egne meninger om den, og at man som forsker tenker over sin påvirkning gjennom prosessen (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 224). I denne studien, er dette etter beste evne ivaretatt i metodekapittelet av studien med både åpenhet og detalj forklaringer.

Ved å bruke et strukturert oppgavebasert intervju, vil det gjøre det enklere å gjøre en replikasjon av studien enn ved enn mindre strukturert intervjuform. Dette forsterkes ved at oppgaveheftet inkludert eksempeloppgavene, i sin helhet, ligger vedlagt studien. Selve gjennomføringen av intervjuene var veldig strukturerte, og jeg var svært bevist min rolle under den delen av intervjuet som var mer åpen hvor eleven skulle forklare strategiene sine. De gangene det var jeg som skrev ned forklaringen til eleven, måtte jeg passe på å kun notere det eleven sa og ikke lede i noen retning. Til tross for både muntlig og skriftlig forklaring av strategiene, vil det her være rom for misoppfatninger, da jeg ikke har noen garanti for at min tolkning av forklaringen ikke behøver være presist det eleven mente. Ved å gjøre opptak av intervjuene, vil likevel reliabiliteten på studien øke, fordi det er med på å gjøre datamaterialet i studien «mer uavhengig av forskerens oppfatninger enn notater» (Thagaard, 2018, s. 188). Dette fordi notater lettere kan bli preget av forskeren (Thagaard, 2018).

Innsamlingen og oppbevaringen av datamaterialer kan også påvirke troverdigheten til en studie. I et intervju, er ofte mye av dataene innhentet ved intervjuerens hukommelse og notater, og kan føre til både feil og unøyaktighet (Postholm & Jacobsen, 2018). Datainnsamlingen i denne studien består av transkriberte lydopptak og deltagernes oppgavehefter med besvarelser. Dette inkludert deltagernes forklaring av sine strategier, gir lite rom for feil i forbindelse med selve oppgavene. Likevel inneholder studien en mulig unøyaktighet, og det er i forbindelse med tidtakingen. Denne ble startet manuelt av intervjueren da deltageren bladde om arket til oppgaven og stoppet da deltageren hadde skrevet et svar. Dette ble gjort likt på alle oppgavene for alle deltagerne, men det er naturlig å anta at det her vil ligge en potensiell feilmargin ettersom tidtakingen ble gjort manuelt.

3.8 Forskningsetikk

Forskningsetikk skal være med å sikre det etiske ved gjennomføringen av forskningen, og for å forsikre meg om at deltagernes personvern ble i varetatt, ble det i studien fulgt de forskningsetiske retningslinjene for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH, 2021). «Det er en forskningsetisk hovedregel at det skal gis informasjon og innhentes samtykke fra alle som deltar i forskning» (NESH, 2021, s. 18). Jeg søkte derfor Norsk senter for forskningsdata, NSD, om godkjenning av studien (vedlegg 2).

Når det er forskning med barn som deltagere, er det ekstra krav om beskyttelse av disse deltagerne (NESH, 2021, s. 18). Ettersom deltagerne i denne studien er elever på grunnskolen, ble det innhentet samtykke med signatur av både deltageren og foresatte. I samtykkeskjemaet ble eleven og foresatte informert om målet for studien, hva en deltagelse ville innebære for eleven og at det var frivillig. Samtykkeskrivet ble sendt hjem som sekkepost av elevenes kontaktlærer. Samtykkeskjemaet er lagt ved som vedlegg 1 i masteroppgaven.

I tråd med NSD sine retningslinjer, ble alle personopplysninger anonymisert. I denne studien var eneste nødvendige personopplysning navnet til deltageren på samtykkeerklæringen. Hvordan dette ble gjort er beskrevet i kapittel 5.3. Deltagernes virkelige navn står ikke skrevet på noen av oppgaveheftene, er ikke med på opptakene av intervjuene, ikke på transkriberingsfilene og her i masteroppgaven er det kun brukt kodenavnet. Ettersom dataene ble innhentet via et intervju, og jeg både har oppgaveheftene og transkriberingen, har det ikke vært behov for eller vært brukt de virkelige navnene til deltagerne under analyseprosessen heller. Samtykkeerklæringene oppbevares i en låst skuff fram til masteroppgaven har fått vurdering av sensor, og de vil deretter bli makulert.

4 Analyse og resultater

I denne delen av studien vil jeg presentere resultatene av de 6 intervjuene. For mest mulig oversiktlighet blir de presentert inndelt i Lemaire og Siglers (1995) fire dimensjoner, som beskriver utvikling av strategisk kompetanse og er rammeverket brukt i analysen av datamaterialet. Den første delen av resultatkapittelet er derfor en oversikt over hvilke strategier elevene har brukt, altså deres strategirepertoar. Andre del er strategifordelingen, og viser hvor ofte hver av subtraksjonsstrategiene brukes, og på hvilke oppgaver de brukes. Tredje del av resultatene, er strategieffektiviteten som blir målt ved å se om deltageren har fått riktig svar på oppgaven, og hvor lang tid som ble brukt dersom han har rett svar. Fjerde og siste del av resultatkapitelet omhandler deltagernes strategivalg. Her presenteres hvilke strategier hver av elevene syns var best å bruke på de ulike oppgavene, og om dette er samme strategi som den de løste oppgaven med først.

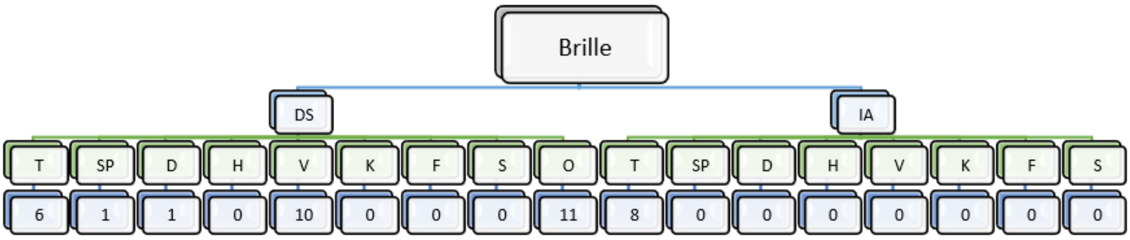
4.1 Første dimensjon: Strategirepertoar

I denne dimensjonen vil jeg først presentere en totaloversikt over strategirepertoaret til alle deltakerne samlet, før jeg så presentere det repertoaret som hver enkel deltaker viste i studien.

	Strategi	**Forkortelse**	**Strategi blir brukt av deltakere**
Direkte subtraksjon (DS)	Telling	T	Ja
	Splitting	Sp	Ja
	Dobling og nær dobling	D	Ja
	Hoppe med 10	H	Ja
	Nærmeste «vennlige» tall	V	Ja
	Konstant differanse	K	Ja
	Fjerne felles mengder	F	*Nei*
	Sekvensiell strategi	S	Ja
	Oppstilt subtraksjon	O	Ja
Indirekte addisjon (IA)	Telling	T	Ja
	Splitting	Sp	*Nei*
	Dobling og nær dobling	D	Ja
	Hoppe med 10	H	Ja
	Nærmeste «vennlige» tall	V	Ja
	Konstant differanse	K	*Nei*
	Fjerne felles mengder	F	*Nei*
	Sekvensiell strategi	S	Ja

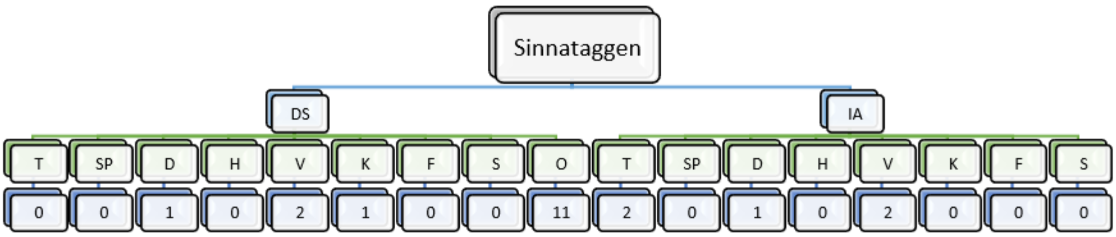
Tabell 4: Strategirepertoaret i studien

Tabellen over viser at 13 av totalt 17 subtraksjonsstrategier ble benyttet av deltakerne samlet sett. Den eneste strategien som ikke ble benyttet ved direkte subtraksjon var å fjerne felles mengder. Å fjerne felles mengde ble heller ikke brukt av noen av deltakerne via indirekte subtraksjon. Ingen av deltakerne brukte heller ikke splitting eller konstant differanse ved indirekte addisjon. Dette vil si at 76,5% av strategiene ble brukt av deltagere i studien.



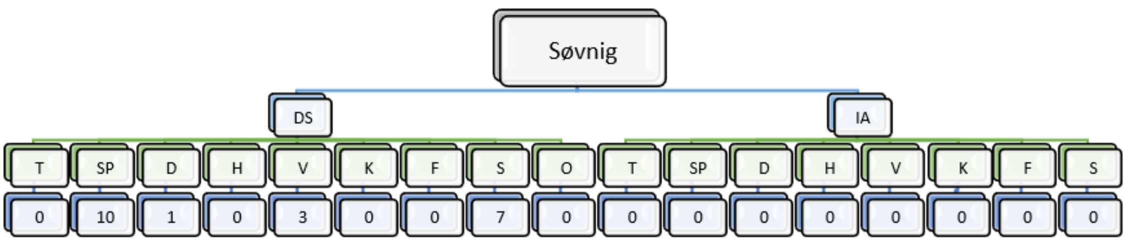
Figur 1: Strategirepertoar, Brille

Brille brukte totalt 6 ulike strategier. 5 ulike strategier når han regnet med direkte subtraksjon, og 1 type strategi ved bruk av indirekte addisjon. Når Brille regnet med indirekte addisjon telte han, og det gjorde han også når han regnet med direkte subtraksjon. I tillegg brukte Brille strategiene splitting, dobling og nær dobling, nærmeste vennlige tall og oppstilt subtraksjon ved direkte subtraksjon.



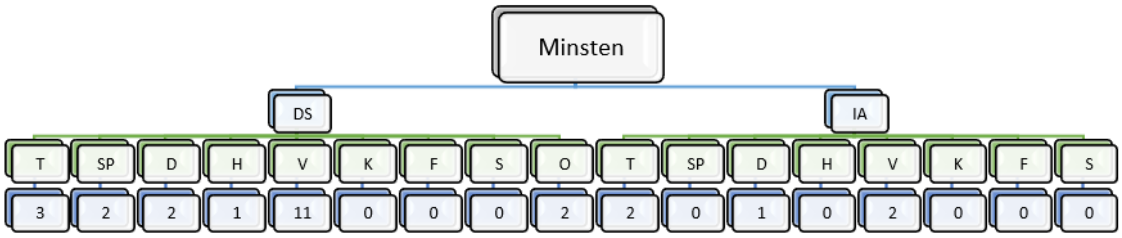
Figur 2: Strategirepertoar, Sinnataggen

Sinnataggen brukte totalt 7 ulike strategier. 4 forskjellige ved direkte addisjon, og 3 forskjellige ved indirekte addisjon. Både ved direkte subtraksjon og indirekte addisjon brukte han dobling og nær dobling og nærmeste «vennlige» tall. Ved direkte addisjon brukte Sinnataggen i tillegg konstant differanse og oppstilt subtraksjon, og ved indirekte addisjon telling i tillegg.



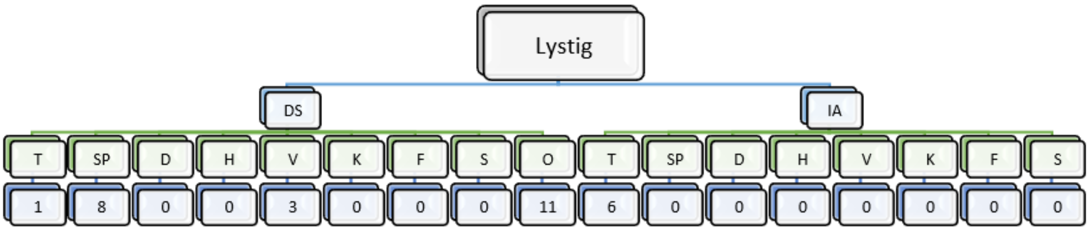
Figur 3: Strategirepertoar, Søvnig

Søvnig brukte kun direkte subtraksjon. Han brukte strategiene splitting, dobling og nær dobling, nærmeste «vennlige» tall og sekvensiell strategi for å løse oppgavene.



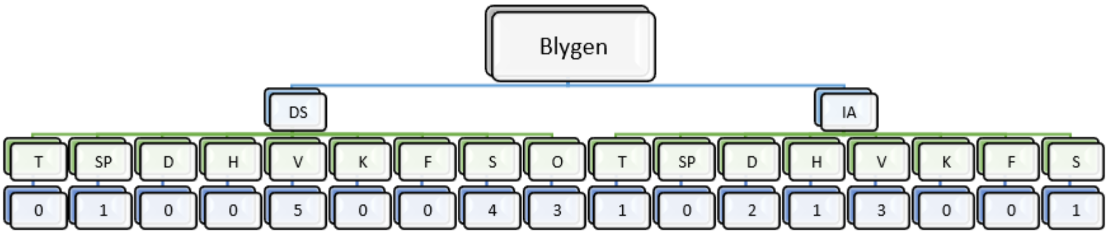
Figur 4: Strategirepertoar, Minsten

Minsten brukte totalt 9 ulike strategier. 6 forskjellige ved direkte subtraksjon og 3 forskjellige ved indirekte addisjon. Både ved direkte subtraksjon og indirekte addisjon brukte Minsten telling, dobling og nær dobling og nærmeste «vennlige» tall. I tillegg brukte Minsten strategiene splitting, hoppe med 10 og oppstilt subtraksjon ved direkte subtraksjon.



Figur 5: Strategirepertoar, Lystig

Lystig brukte totalt 5 strategier. 4 ulike strategier ved direkte subtraksjon, mens han kun brukte telling ved indirekte addisjon. Minsten brukte også telling ved direkte subtraksjon, i tillegg til splitting, nærmeste «vennlige» tall og oppstilt subtraksjon.



Figur 6: Strategirepertoar, Blygen

Blygen brukte totalt 9 ulike strategier. Han brukte 4 forskjellige ved direkte subtraksjon og 5 ved indirekte subtraksjon. Nærmeste «vennlige» tall og sekvensiell strategi ble brukt både ved direkte subtraksjon og indirekte addisjon. I tillegg brukte Blygen splitting og oppstilt subtraksjon ved direkte subtraksjon, mens de indirekte addisjons strategiene som Blygen brukte i tillegg er telling, dobling og nær dobling og hoppe med 10.

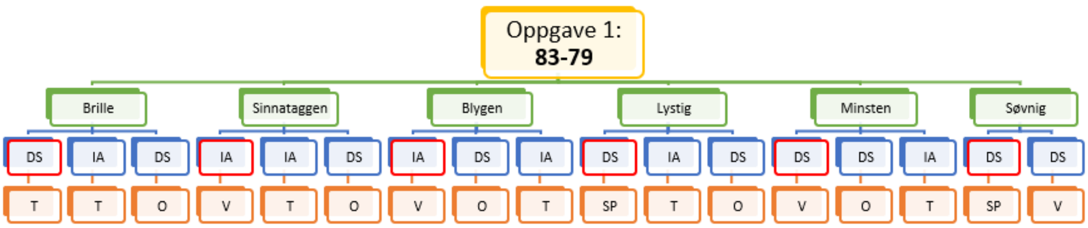
4.2 Andre dimensjon: Strategifordeling

For å se på hvor ofte hver strategi ble benyttet, og på hvilke oppgaver, presenteres her først en helhetlig oversikt over bruken av hver enkelt strategi, inkludert den relative frekvensen for hver strategi. Deretter følger en oversikt over strategibruken på hver av de 11 oppgavene, for å kunne se på hvilken type problemer strategien ble brukt på.

	Strategi	Antall ganger benyttet	Prosentvis bruk	DS eller IA	Prosentvis DS eller IA
Direkte subtraksjon	Telling	10	6,4%	122	79,2%
	Splitting	22	14,1%		
	Dobling og nær dobling	5	3,2%		
	Hoppe med 10	1	0,6%		
	Nærmeste «vennlige» tall	34	21,8%		
	Konstant differanse	1	0,6%		
	Fjerne felles mengder	0	0		
	Sekvensiell strategi	11	7,1%		
	Oppstilt subtraksjon	38	24,4%		
Indirekte addisjon	Telling	19	12,2%	32	20,8%
	Splitting	0	0		
	Dobling og nær dobling	4	2,6%		
	Hoppe med 10	1	0,6%		
	Nærmeste «vennlige» tall	7	4,5%		
	Konstant differanse	0	0		
	Fjerne felles mengder	0	0		
	Sekvensiell strategi	1	0,6%		
Andre strategier (A)		2	1,3%		
Totalt		*156*	*100%*	*154*	*100%*

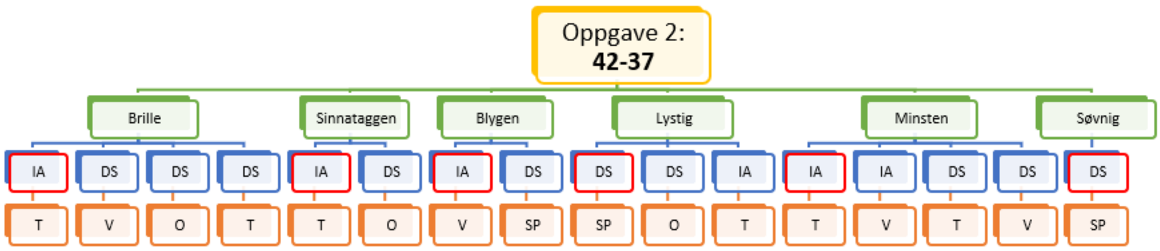
Tabell 5: Oversikt over bruken av hver enkelt strategi

Tabellen viser hvor mange ganger hver av de ulike strategiene ble benyttet av deltakerne, og hvordan valgene fordeler seg mellom direkte subtraksjon og indirekte addisjon. I tillegg viser den at det ved to tilfeller ble brukt strategi som ikke kunne plasseres inn i noen av strategikategoriene. Dette kommer til å bli sett nærmere på i drøftingskapittelet.



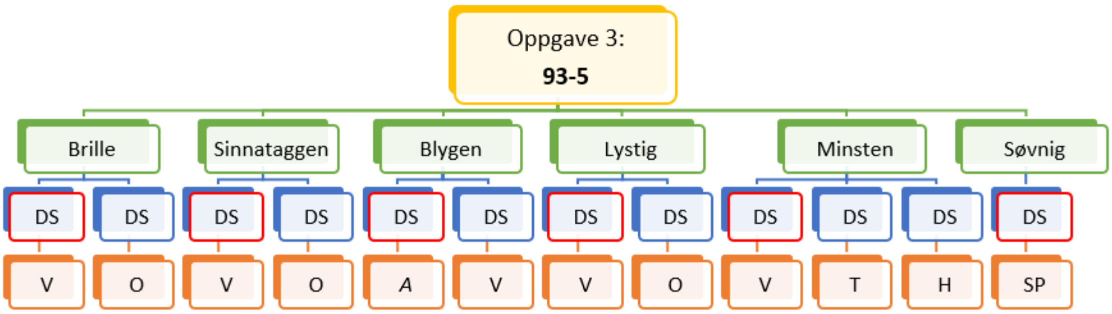
Figur 7: Strategifordeling oppgave 1

I første rute i denne oppgaven, den røde, valgte 4 av deltagerne å løse oppgaven med direkte subtraksjon og 2 med indirekte addisjon. Av de som brukte direkte subtraksjon var det to deltagere som valgte samme strategi: Splitting. Begge deltakerne som brukte indirekte addisjon, løste oppgaven ved bruk av nærmeste «vennlige» tall. De to andre strategiene som ble brukt ved direkte subtraksjon, var telling og nærmeste «vennlige» tall.



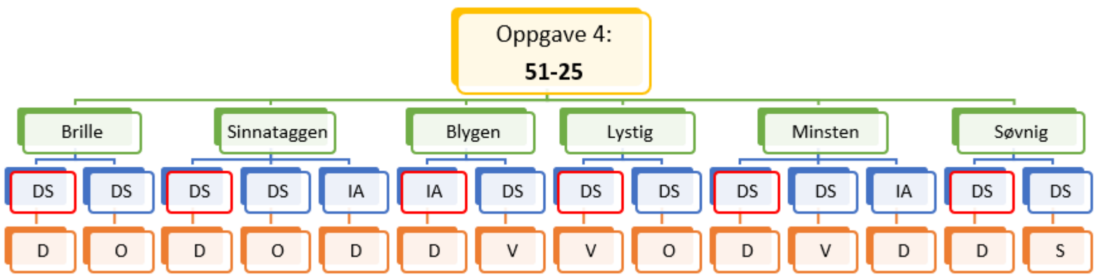
Figur 8: Strategifordeling oppgave 2

I første rute i denne oppgaven valgte 2 av deltagerne å løse oppgaven med direkte subtraksjon og 4 med indirekte addisjon. Alle 3 deltakerne som brukte indirekte addisjon, brukte strategien telling. To av de tre som brukte direkte subtraksjon løste oppgaven med telling, mens den siste deltakeren brukte splitting.



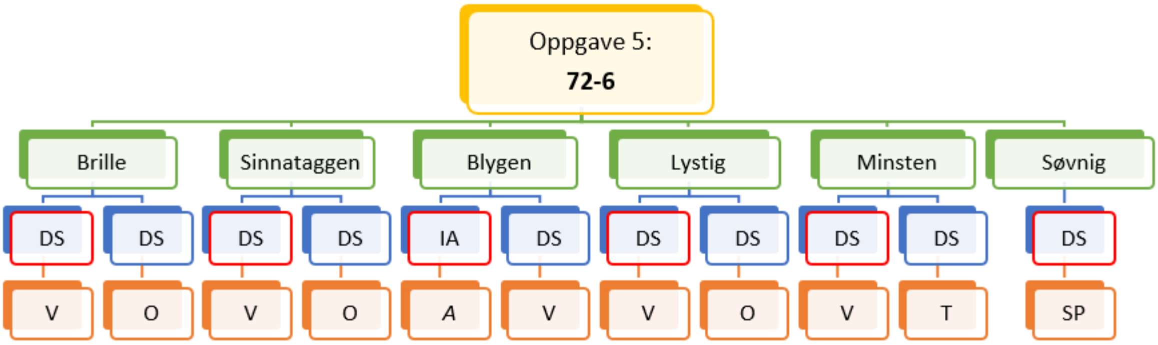
Figur 9: Strategifordeling oppgave 3

I første rute i denne oppgaven valgte alle 6 deltagerne å løse oppgaven med direkte subtraksjon. 4 av deltakerne løste oppgaven med strategien nærmeste «vennlige» tall, 1 med splitting og 1 med annen strategi.



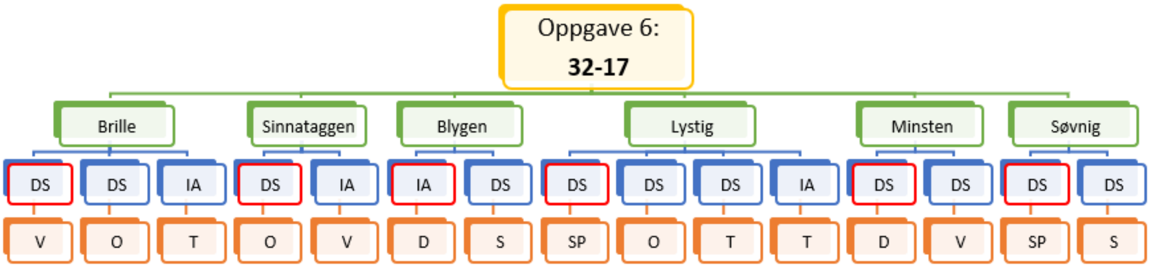
Figur 10: Strategifordeling oppgave 4

I første rute i denne oppgaven valgte 5 av deltagerne å løse oppgaven med direkte subtraksjon og 1 med indirekte addisjon. 4 av de som brukte direkte subtraksjon løste oppgaven med strategien dobling og nær dobling, og den ene som brukte indirekte addisjon brukte også strategien dobling og nær dobling. Den siste eleven som brukte direkte subtraksjon benyttet strategien nærmeste «vennlige» tall.



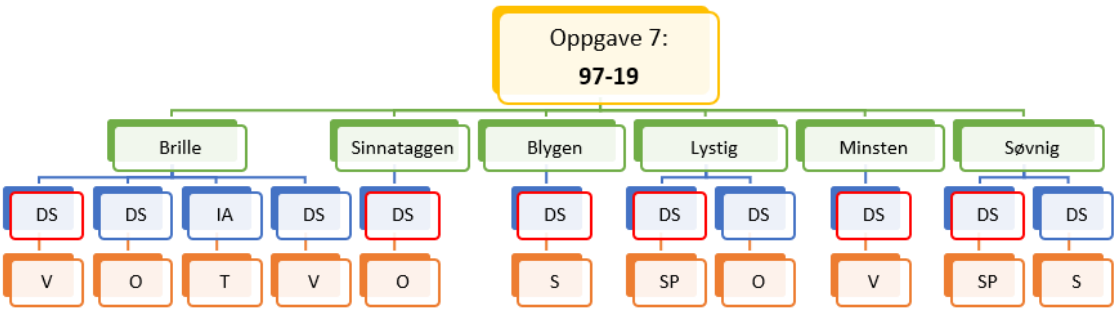
Figur 11: Strategifordeling oppgave 5

I første rute i denne oppgaven valgte 5 av deltagerne å løse oppgaven med direkte subtraksjon og 1 med indirekte addisjon. 4 av de som brukte direkte subtraksjon benyttet strategien nærmeste «vennlige» tall, mens den femte av de brukte splitting. Den indirekte addisjonen ble løst med annen strategi.



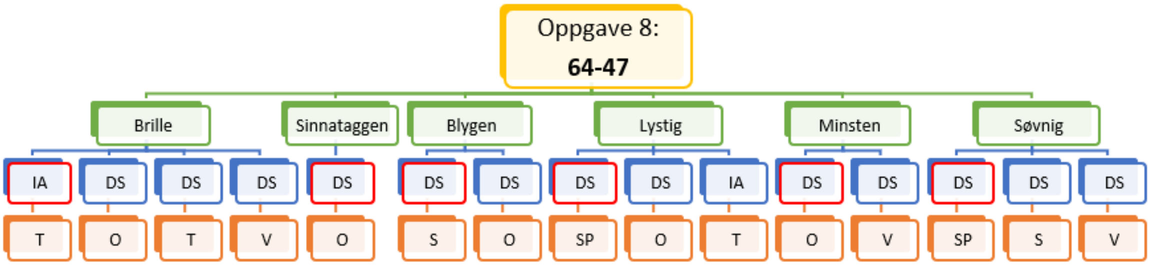
Figur 12: Strategifordeling oppgave 6

I første rute i denne oppgaven valgte 5 av deltagerne å løse oppgaven med direkte subtraksjon og 1 med indirekte addisjon. 2 av deltakerne som brukte direkte subtraksjon brukte strategien splitting, 1 brukte nærmeste «vennlige» tall og 1 oppstilt subtraksjon. Den siste av de 5 som brukte direkte subtraksjon løste oppgaven ved bruk av strategien dobling og nær dobling, og dette er samme strategi som deltakeren som brukte indirekte addisjon benyttet.



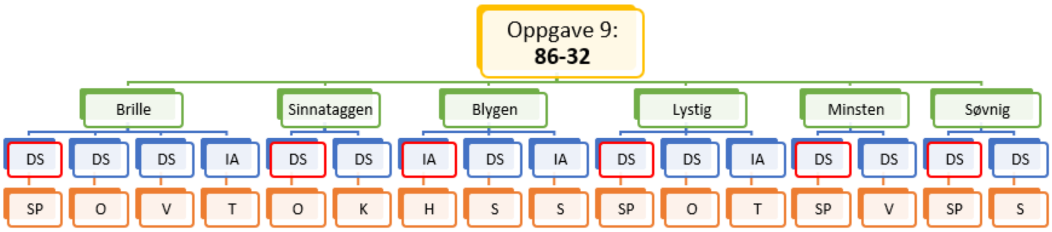
Figur 13: Strategifordeling oppgave 7

I første rute i denne oppgaven valgte alle 6 deltagerne å løse oppgaven med direkte subtraksjon. 2 av deltakerne brukte strategien nærmeste «vennlige» tall, 2 brukte splitting, 1 sekvensiell strategi og den siste oppstilt subtraksjon.



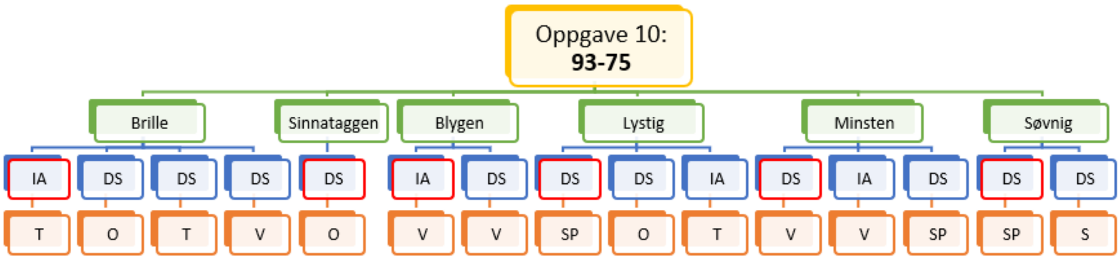
Figur 14: Strategifordeling oppgave 8

I første rute i denne oppgaven valgte 5 av deltagerne å løse oppgaven med direkte subtraksjon og 1 med indirekte addisjon. 2 av elevene som brukte direkte subtraksjon benyttet strategien splitting, 2 oppstilt subtraksjon og 1 sekvensiell strategi. Deltakeren som brukte indirekte addisjon, kom fram til løsningen ved å bruke telling.



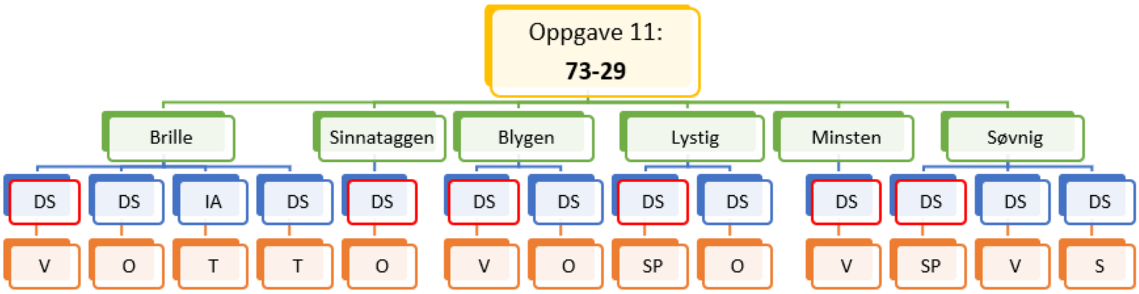
Figur 15: Strategifordeling oppgave 9

I første rute i denne oppgaven valgte 5 av deltagerne å løse oppgaven med direkte subtraksjon og 1 med indirekte addisjon. 4 av deltakerne som brukte direkte subtraksjon løste oppgaven ved bruk av strategien splitting, mens den siste brukte oppstilt subtraksjon. Deltakeren som brukte indirekte addisjon, brukte strategien hoppe med 10.



Figur 16: Strategifordeling oppgave 10

I første rute i denne oppgaven valgte 4 av deltagerne å løse oppgaven med direkte subtraksjon og 2 med indirekte addisjon. 2 av deltakerne som valgte direkte subtraksjon, løste den ved bruk av strategien splitting. De 2 andre brukte oppstilt subtraksjon og nærmeste «vennlige» tall. Nærmeste «vennlige» tall ble også brukt av den av deltakerne som brukte indirekte addisjon, mens den andre som brukte indirekte subtraksjon benyttet telling.



Figur 17: Strategifordeling oppgave 11

I første rute i denne oppgaven valgte alle 6 deltagerne å løse oppgaven med direkte subtraksjon. 3 av deltakerne brukte strategien nærmeste «vennlige» tall, 2 splitting og 1 oppstilt subtraksjon.

	Oversikt over bruk av både DS og IA				
	Brukte DS	Antall ulike strategier med DS	Brukte IA	Antall ulike strategier med IA	Prosentvis fordeling mellom valg av DS vs. IA
Brille	29	5	8	1	78,4% vs. 21,6%
Sinnataggen	15	4	5	3	75% vs. 25%
Blygen	13	4	8	5	61,9% vs. 38,1%
Lystig	23	4	6	1	79,3% vs. 20,7%
Minsten	21	6	5	3	80,8% vs. 19,2%
Søvnig	21	4	0	-	100% bruk av DS

Tabell 6: Oversikt over bruk av både DS og IA

Alle deltagerne unntatt Søvnig brukte både direkte subtraksjon og indirekte addisjon blant strategiene sine. Den prosentvise fordelingen mellom direkte subtraksjon og indirekte addisjon, viser en større bruk av direkte addisjon enn indirekte addisjon for alle deltagerne blant det totale antall strategier de viste frem.

Oversikt over den operasjonelt mest effektive/beste strategien – hvem som valgte den og hvor ofte den ble valgt som første løsningsstrategi								
Oppg.	Antatt mest eff. av DS og IA	Brille	Sinna-taggen	Blygen	Lystig	Minsten	Søvnig	Valg av mest eff. strategi
1	**IA**	DS	IA	IA	DS	DS	DS	**33,3%**
2	**IA**	IA	IA	IA	DS	IA	DS	**66,6%**
3	**DS**	DS	DS	DS	DS	DS	DS	**100%**
4	**DS**	DS	DS	IA	DS	DS	DS	**83,3%**
5	**DS**	DS	DS	IA	DS	DS	DS	**83,3%**
6	**IA**	DS	DS	IA	DS	DS	DS	**16,7%**
7	**DS**	DS	DS	DS	DS	DS	DS	**100%**
8	**IA**	IA	DS	DS	DS	DS	DS	**16,7%**
9	**DS**	DS	DS	IA	DS	DS	DS	**83,3%**
10	**IA**	IA	DS	IA	DS	DS	DS	33,3%
11	**DS**	DS	DS	DS	DS	DS	DS	100%

Tabell 7: Bruk av DS og IA som førstevalg

Totalt for oppgaver som var ment å fremme bruken av direkte subtraksjon, ble denne strategien brukt som første strategi 33 av mulige 36 ganger. Dette tilsvarer 91,7% av gangene. Indirekte addisjon er antatt beste strategi på 5 av oppgavene, og kunne derfor vært valgt 30 ganger, men ble valgt som første strategi for å løse oppgaven 9 ganger. Indirekte addisjon ble dermed valgt 30% av gangene dette var den meste effektive strategien. Indirekte addisjon ble valgt som første strategi av minst halvparten av deltagerne på 1 av oppgavene dette er den antatte beste strategien. Direkte subtraksjon ble valgt av alle deltagerne på 3 av 6 oppgaver, og på de 3 andre oppgavene valgt for 5 av 6 deltagere.

Som forklart i metodekapittelets del 3.3, er oppgave 4 og 6 spesielt laget for å se om deltagerne veksler mellom bruken av dobling og nær. På oppgave 4 har 83,3% valgt å løse oppgaven første gang med direkte subtraksjon. Dette er den strategien som fra et operasjonelt perspektiv er beste strategi, og ser man lengre opp på oversikten over alle løsningsstrategier på hver oppgave, ser vi at 4 av 5 deltagere som valgte direkte addisjon også brukte dobling og nær dobling. Også deltageren som løste oppgave 4 via indirekte addisjon, brukte dobling og nær dobling.

På oppgave 6 var det 1 deltager som valgte indirekte addisjon, og denne deltageren valgte også å løse oppgaven ved bruk av dobling og nær dobling. Dobling og nær dobling ble også brukt av en av deltagerne som bruke direkte subtraksjon.

4.3 Tredje dimensjon: Strategieffektivitet

Først i strategieffektiviteten er en oversikt over hastigheten og nøyaktigheten som direkte subtraksjon og indirekte addisjon ble utført med som første strategi. I tillegg har jeg laget en oversikt over alle strategiene som er brukt som første løsning ut fra både et operasjonelt- og tallperspektiv, for så å presentere en oversikt over strategieffektiviteten for strategiene jeg har definert ut fra et tallperspektiv på strategibruken. Ut fra effektiviteten og nøyaktigheten, kan man si noe om elevene valgte adaptivt ved å se om de valgte strategi ut fra hvilken strategi de var raskest eller mest nøyaktig med.

	Brille		Sinnataggen		Blygen		Lystig		Minsten		Søvnig				
Oppg.	Strategi	Tid	Strategi	Tid	Strategi	Tid	Strategi	Tid	Strategi	Tid	Strategi	Tid	Gj. tid oppg.	Gj. tid DS	Gj. tid IA
1	DS	4,57	IA	3,13	IA	3,53	DS	4,84	DS	2,17	DS	3,42	3,61	3,75	3,33
2	IA	9,53	IA	7,18	IA	9,08	DS	5,39	IA	5,18	DS	13,73	8,35	9,56	7,74
3	DS	20,00	DS	14,18	DS	26,45	DS	5,18	DS	5,61	DS	4,75	12,70	12,70	-
4	DS	13,30	DS	6,55	IA	4,85	DS	9,38	DS	3,38	DS	4,45	6,99	7,41	4,85
5	DS	6,40	DS	Feil	IA	Feil	DS	3,80	DS	5,32	DS	6,36	5,47	5,47	-
6	DS	47,80	DS	44,46	IA	5,34	DS	6,52	DS	3,42	DS	11,25	19,80	22,69	5,34
7	DS	18,00	DS	Feil	DS	16,50	DS	11,00	DS	Feil	DS	Feil	15,17	15,17	-
8	IA	19,17	DS	11,13	DS	18,60	DS	Feil	DS	Feil	DS	10,84	14,94	13,52	19,17
9	DS	9,82	DS	12,71	IA	21,00	DS	4,84	DS	Feil	DS	10,23	11,72	9,40	21,00
10	IA	23,09	DS	63,79	IA	Feil	DS	5,30	DS	4,25	DS	11,36	21,56	21,18	23,09
11	DS	10,81	DS	34,95	DS	18,49	DS	4,80	DS	Feil	DS	Feil	17,26	17,26	-
Gj. tid elev:		16,59		22,01		13,76		6,11		4,19		8,49	12,50	12,55	12,07

Tabell 8: Strategieffektiviteten

Direkte subtraksjon ble valgt som første strategi i 53 av de 66 oppgavene. Ved 9 tilfeller ble ikke oppgaven løst riktig ved første forsøk med denne strategien, løsningen ble altså feil på første forsøk i 17% av oppgavene og dermed riktig ved resterende 83% prosent. Gjennomsnittstiden ved bruk av direkte subtraksjon er 12,55 sekunder, med laveste hastighet på 2,17 sekunder som Minsten brukte på oppgave 1 og høyeste 63,79 sekunder som Sinnataggen brukte på oppgave 10.

Indirekte addisjon var første strategi 13 ganger. 2 ganger ble oppgaven løst feil på første forsøk ved bruken av indirekte addisjon. Denne strategien førte til feil løsning ved 15,4% av gangen den ble brukt og riktig ved 84,6%. Det er liten differansen mellom gjennomsnittstiden for bruken av indirekte addisjon og direkte subtraksjon, da gjennomsnittet for indirekte addisjon er 12,07 sekunder.

	Brille		Sinnataggen		Blygen		Lystig		Minsten		Søvnig	
Oppg.	Strategi	Tid	Strategi	Tid	Strategi	Tid	Strategi	Tid	Strategi	Tid	Strategi	Tid
1	DS-T	4,57	IA-V	3,13	IA-V	3,53	DS-SP	4,84	DS-V	2,17	DS-SP	3,42
2	IA-T	9,53	IA-T	7,18	IA-V	9,08	DS-SP	5,39	IA-T	5,18	DS-SP	13,73
3	DS-V	20,00	DS-V	14,18	DS-A	26,45	DS-V	5,18	DS-V	5,61	DS-SP	4,75
4	DS-D	13,30	DS-D	6,55	IA-D	4,85	DS-V	9,38	DS-D	3,38	DS-D	4,45
5	DS-V	6,40	DS-V	Feil	IA-A	Feil	DS-V	3,80	DS-V	5,32	DS-SP	6,36
6	DS-V	47,80	DS-O	44,46	IA-D	5,34	DS-SP	6,52	DS-D	3,42	DS-SP	11,25
7	DS-V	18,00	DS-O	Feil	DS-S	16,50	DS-SP	11,00	DS-V	Feil	DS-SP	Feil
8	IA-T	19,17	DS-O	11,13	DS-S	18,60	DS-SP	Feil	DS-O	Feil	DS-SP	10,84
9	DS-SP	9,82	DS-O	12,71	IA-H	21,00	DS-SP	4,84	DS-SP	Feil	DS-SP	10,23
10	IA-T	23,09	DS-O	63,79	IA-V	Feil	DS-SP	5,30	DS-V	4,25	DS-SP	11,36
11	DS-V	10,81	DS-O	34,95	DS-V	18,49	DS-SP	4,80	DS-V	Feil	DS-SP	Feil

Tabell 9: Oversikt hastighet, kodet ut fra tallperspektivet

Tabellen over viser en oversikt over alle strategiene både ut fra et operasjonelt- og tallperspektiv, som deltagerne brukte som første løsningsforslag. Den viser også om svaret er feil og hvor fort deltageren svarte. I tabellen under har jeg hentet ut denne informasjonen, og sortert den.

	Strategi	**Antall ganger benyttet med riktig svar**	**Gjennomsnitts -tid ved bruk av strategi (sekunder)**	**Antall ganger benyttet med feil svar**	**Prosentvis riktig svar med strategi**	**Prosentvis riktig bruk av DS/IA**
Direkte subtraksjon	Telling	1	4,57	0	100%	$\frac{38}{47} \approx 80{,}9\%$
	Splitting	16	27,36	4	$\frac{16}{20} = 80\%$	
	Dobling og nær dobling	5	6,22	0	100%	
	Hoppe med 10	0	-	0	-	
	Nærmeste «vennlige» tall	14	12,29	3	$\frac{14}{17} \approx 82\%$	

	Konstant differanse	0	-	0	-	
	Fjerne felles mengder	0	-	0	-	
	Sekvensiell strategi	2	17,55	0	100%	
	Oppstilt subtraksjon	5	33,41	2	$\frac{5}{7} \approx 71\%$	
Indirekte addisjon	Telling	5	12,83	0	100%	$\frac{11}{12} \approx 91{,}7\%$
	Splitting	0	-	0		
	Dobling og nær dobling	2	5,10	0	100%	
	Hoppe med 10	1	21,00	0	100%	
	Nærmeste «vennlige» tall	3	5,25	1	$\frac{3}{4} = 75\%$	
	Konstant differanse	0	-	0	-	
	Fjerne felles mengder	0	-	0	-	
	Sekvensiell strategi	0	-	0	-	
Andre strategier (A)		1	26,45	1	$\frac{1}{2} = 50\%$	

Tabell 10: Oversikt nøyaktighet

Løsninger med direkte subtraksjon ga gitt riktig svar ved 80,9% av gangene de ble brukt som første strategi, og indirekte addisjon riktig ved 91,7%.

Denne tabellen viser at telling fra minuend til subtrahend ble løst riktig 1 gang og at deltageren brukte 4,57 sekunder. Splitting via direkte subtraksjon er løst riktig 80% av gangene den er brukt og har en gjennomsnittshastighet på 27,36 sekunder. Direkte subtraksjon med dobling og nær dobling, er brukt 5 ganger og blitt riktig alle gangene. Gjennomsnittshastigheten for denne strategien er 6,22 sekunder. Totalt 17 ganger har deltagerne brukt direkte subtraksjon med nærmeste «vennlige» tall som løsningsstrategi. Svaret har blitt riktig 82% av gangene og gjennomsnittshastigheten er som tabellen viser 12,29 sekunder for denne strategien. Direkte subtraksjon med sekvensiell strategi er valgt 2 ganger, og begge ganger utført slik at deltageren har fått riktig svar og med en gjennomsnittshastighet på 17,55 sekunder. Den strategien som deltagerne totalt brukte lengst tid med var oppstilt subtraksjon. Den ble riktig ved 71% av gangene og med en gjennomsnittstid på 33,41 sekunder for å finne riktig svar.

Totalt er 6 direkte subtraksjonsstrategier valg som første løsning, mens 4 indirekte addisjon. Telling via indirekte addisjon er valgt og kommet fram til riktig svar med 5 ganger, og med en gjennomsnittshastighet på 12,83 sekunder. 2 elever valgte indirekte addisjon med dobling og nær dobling, og løste oppgaven riktig og med den nest laveste gjennomsnitts hastigheten for indirekte addisjon i undersøkelsen, 5,10 sekunder. 1 deltager valgt å bruke hoppe med 10, og brukte 21 sekunder. Nærmest «vennlige» tall med indirekte addisjon ble brukt som første løsning 4 ganger og løst riktig 75% av gangene med en gjennomsnittshastighet på 5,25 sekunder.

4.4 Fjerde dimensjon: Strategivalg

Strategivalg handler slik som beskrevet i teoridelen om man velger strategier som er mest effektive for seg selv. Den strategien som deltakerne syntes var best på hver enkelt oppgave, markerte de med en grønn ring. I denne dimensjonen vil jeg derfor presentere hvilke strategier elevene selv mente var best på de ulike oppgavene, sammenligne hvordan dette sammenfaller med elevenes førstevalg av strategi, og tar også med de strategiene som er ansett mest effektive ut fra tabellen i kapittel 3.6, som viser hvordan Peters et al. vurderer effektivitet mellom bruken av direkte subtraksjon og indirekte addisjon.

	Brille										
Oppgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Antatt mest effektive strategi	IA	IA	DS	DS	DS	IA	DS	IA	DS	IA	DS
Eleven har valgt i 1. rute	DS-T	IA-T	DS-V	DS-D	DS-V	DS-V	DS-V	IA--T	DS-SP	IA-T	DS-V
Sirklet strategi	DS-O	IA-T	DS-V	DS-D	DS-V	DS-V	DS-V	IA-T	DS-SP	IA-T	DS-V

Figur 18: Strategivalg, Brille

Brille sirklet rundt direkte subtraksjon som den strategien han likte best på åtte av oppgavene, og indirekte addisjon på to. På 9 av oppgavene Sirklet Brille rundt den mest effektive strategien. På oppgave 1 valgte Brille i stedet for den mest effektive strategien, å sirkle rundt direkte subtraksjon ved bruk av oppstilt subtraksjon og på oppgave 6 direkte subtraksjon via bruk av strategien nærmeste «vennlige» tall. Ut fra et operasjonelt perspektiv, valgte Brille samme strategi både som første og beste strategi på alle oppgavene.

	Sinnataggen										
Oppgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Antatt mest effektive strategi	IA	IA	DS	DS	DS	IA	DS	IA	DS	IA	DS
Eleven har valgt i 1. rute	IA-V	IA-T	DS-V	DS-D	DS-V	DS-O	DS-O	DS-O	DS-O	DS-O	DS-O
Sirklet strategi	DS-O	DS-O	DS-V	DS-O	DS-O	DS-O	DS-O	DS-O	DS-O	DS-O	DS-O

Figur 19: Strategivalg, Sinnataggen

Sinnataggen sirklet rundt direkte subtraksjon som den strategien han likte best på alle oppgavene. På 6 av oppgavene sirklet han rundt den mest effektive strategien, men ved 5 av disse var den sirklede strategien direkte subtraksjon ved oppstilt subtraksjon. Sinnataggen sirklet direkte subtraksjon ved oppstilt subtraksjon som den han syntes var best på alle oppgavene, unntatt på oppgave 3 hvor han sirklet rundt direkte subtraksjon ved bruk av nærmeste «vennlige» tall. På 2 oppgaver gikk Sinnataggen fra indirekte addisjon som valg i første rute til direkte subtraksjon som beste strategi, mens han på resterende 9 oppgaver, fra et operasjonelt perspektiv, hadde samme strategi for første og beste.

Blygen

Oppgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Antatt mest effektive strategi	IA	IA	DS	DS	DS	IA	DS	IA	DS	IA	DS
Eleven har valgt i 1. rute	IA-V	IA-V	DS-A	IA-D	IA-A	IA-D	DS-S	DS-S	DS-S	IA-V	DS-V
Sirklet strategi	IA-V	IA-V	DS-V	IA-D	DS-V	IA-D	DS-S	DS-O	DS-S	IA-V	DS-V

Figur 20: Strategivalg, Blygen

Blygen sirklet rundt direkte subtraksjon som den strategien han likte best på seks av oppgavene, og indirekte addisjon på fire. Totalt sirklet Blygen rundt den mest effektive strategien ved 9 tilfeller. På fem av de seks oppgavene hvor Blygen syntes direkte subtraksjon var best, var også det den mest effektive strategien. På oppgave 4 brukte Blygen strategien dobling og nær dobling, men valgt indirekte addisjon. Bruken av indirekte addisjon i stedet for direkte subtraksjon på denne oppgaven, utgjorde en svært liten forskjell med tanke på antall operasjoner på denne oppgaven ettersom subtrahend er så nær halvparten av minuend. På oppgave 8 er indirekte addisjon mest effektiv, her sirklet Blygen rundt direkte subtraksjon ved oppstilt subtraksjon som den han syntes var best. Fra et operasjonelt perspektiv, holdt Blygen seg til samme strategi fra den som han valgte i første rute til den han sirklet som beste på 10 av 11 oppgaver.

Lystig

Oppgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Antatt mest effektive strategi	IA	IA	DS	DS	DS	IA	DS	IA	DS	IA	DS
Eleven har valgt i 1. rute	DS-SP	DS-SP	DS-V	DS-V	DS-V	DS-SP	DS-SP	DS-SP	DS-SP	DS-SP	DS-SP
Sirklet strategi	DS-SP	DS-SP	DS-V	DS-V	DS-V	DS-SP	DS-SP	DS-O	DS-SP	DS-SP	DS-SP

Figur 21: Strategivalg, Lystig

Lystig sirklet rundt direkte subtraksjon som den strategien han syntes var best på alle oppgaver. Ettersom det på 6 av oppgavene var direkte subtraksjon som er ansett som den mest effektive strategien, var disse de 6 oppgavene hvor Lystigs valg av den strategien han syns var best, sammenfallende med antatt mest effektive strategi på oppgaven. Lystig hadde operasjonelt sett samme strategi som første strategivalg også som beste strategi på 100% av oppgavene.

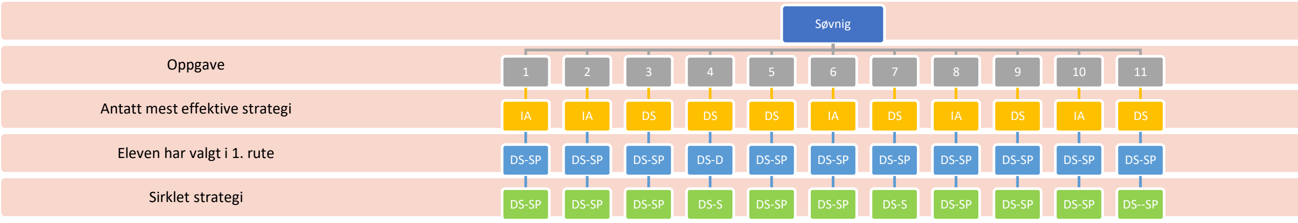
Minstan

Oppgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Antatt mest effektive strategi	IA	IA	DS	DS	DS	IA	DS	IA	DS	IA	DS
Eleven har valgt i 1. rute	DS-V	IA-T	DS-V	DS-D	DS-V	DS-D	DS-V	DS-O	DS-SP	DS-V	DS-V
Sirklet strategi	DS-V	IA-T	DS-V	DS-D	DS-V	DS-D	DS-V	DS-V	DS-SP	DS-V	DS-V

Figur 22: Strategivalg, Minsten

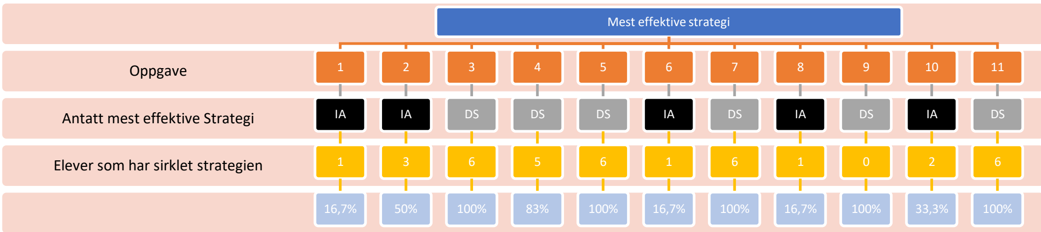
Minsten sirklet rundt direkte subtraksjon som den strategien han likte best på ti av oppgavene. Han valgte direkte subtraksjon som den strategien han syntes var best på alle de 6 oppgavene hvor den er ansett som den mest effektive strategien, i tillegg sirklet han indirekte addisjon som den beste strategien på oppgave 2. Oppgave 2 var den eneste oppgaven hvor Minsten valgte indirekte addisjon som beste strategi. Minsten sirklet rundt den mest effektive strategien ved 7 tilfeller. Minsten gjorde på lik linje med

Lystig også operasjonelt sett valg av samme strategi i første rute også som beste strategi på samtlige oppgaver.



Figur 23: Strategivalg, Søvnig

Søvnig sirklet rundt direkte subtraksjon som den beste strategien på alle 11 oppgavene, dermed sammenfaller dette med antatt mest effektive strategi på 6 oppgaver. For å løse disse oppgavene med direkte subtraksjon vekslet Søvnig mellom to strategier som han anså som best, og det var splitting og sekvensiell strategi. Fra et operasjonelt perspektiv valgte Søvnig samme førstestrategi som bestestrategi på alle oppgavene i oppgaveheftet.



Figur 24: Sammenfall sirklet strategi og antatt mest effektive strategi

Totalt 43 ganger, valgte deltagerne den antatt beste strategien som den de syntes var best. Av de 36 gangene direkte subtraksjon var den antatt det mest effektive strategien, ble den valgt 29 ganger, tilsvarer ca 80,6%. Indirekte addisjon var mest effektiv på 5 av oppgavene og ble løst av 6 deltagere som vil si at oppgaven ble gjort 30 ganger. Den ble valgt av elever som den beste 8 ganger, og utgjorde 26,7% av mulige tilfeller hvor den var antatt mest effektive strategi operasjonelt sett.

På 5 av de 6 oppgavene hvor direkte subtraksjon var ansett som mest effektiv, hadde alle deltakerne (100%) sirklet direkte subtraksjon som den strategien de syntes var best. På oppgave 4 var det en deltaker som hadde valgt indirekte addisjon i stedet, mens resten valgte direkte subtraksjon (83%). Dette er en oppgave som var ment å fremme bruken av dobling og nær dobling og Blygen valgte å gjøre det ved indirekte addisjon. Dette er kommentert under diagrammet hans.

På 3 av oppgavene hvor indirekte addisjon var den mest effektive strategien, var det 1 deltaker som valgte å løse oppgaven via indirekte addisjon (16,7%). På oppgave 1 og 6 brukte Blygen denne metoden, og Brille brukte den på oppgave 8. På oppgave 10 var det 2 deltakere som brukte indirekte addisjon (33,3%), og det var Blygen og Brille. På oppgave 2 brukte disse tre deltakerne (50%) indirekte addisjon: Blygen, Brille og Minsten.

Hvordan førstevalg av strategi sammenfaller med sirklet (beste) strategi fra et operasjonelt perspektiv

Deltager	Antall	Prosent	Andel sammenfall for DS	Andel sammenfall for IA
Brille	11 av 11	100%	8 av 8	3 av 3
Sinnataggen	9 av 11	81,8%	9 av 9	-
Blygen	10 av 11	90,1%	5 av 5	5 av 5
Lystig	11 av 11	100%	11 av 11	-
Minsten	11 av 11	100%	10 av 10	1 av 1
Søvnig	11 av 11	100%	11 av 11	-

Tabell 11: Sammenfall mellom førstevalg av strategi og sirklet strategi

Brille, Lystig, Minsten og Søvnig velger ut fra et operasjonelt perspektiv samme førstestrategi og beste strategi på alle oppgaver. For Brille er dette 8 oppgaver hvor han brukte direkte subtraksjon og 3 med indirekte addisjon. Minsten løste 10 oppgaver via direkte subtraksjon og 1 med indirekte addisjon hvor første- og beste strategi var samme. Lystig og Søvnig brukte direkte subtraksjon på samtlige 11 oppgaver både som førstestrategi og som beste strategi. Av de 10 oppgavene hvor dette tilfellet sammenfalt hos Blygen, var det 50% på hver av strategiene. Sinnataggen valgte samme førstestrategi og bestestrategi på 9 av oppgavene, og alle de 9 ble løst med direkte subtraksjon.

Sinnataggen og Blygen valgte til sammen annen bestestrategi enn første strategi 3 ganger. Alle 3 gangene gikk de fra indirekte addisjon som førstestrategi til en direkte subtraksjonsstrategi som sin beste strategi.

Antall ganger det er sammenfall mellom første strategi og beste strategi, er det for 81,8% av tilfellene ved bruk av direkte subtraksjon og 13,6% ved bruk av indirekte addisjon. På totalt 95,5% av oppgavene velger deltagerne samme første strategi også som den beste strategien operasjonelt sett.

Figur 25: Sammenfall mest effektive strategi, valg av første strategi og sirklet strategi

97,7% av gangene deltagerne valgte den mest effektive strategien som den de syntes var best, var det også den strategien de brukte som sin første strategi for å løse oppgaven. Dette ut fra et operasjonelt perspektiv.

Sammenfall av første strategi og beste strategi ut fra et tallperspektiv		
Strategi valgt i første rute	Antall ganger sammenfaller med beste strategi	Prosentvist sammenfall (Totalt 66 oppg. – 11 oppg. og 6 deltagere)
DS-SP	19	$\frac{19}{66} \approx 28{,}8\%$
DS-D	3	4,5%
DS-V	14	21,2%
DS-S	2	3,0%
DS-O	6	9,1%
IA-T	4	6,1%
IA-D	2	3,0%

IA-V	6	9,1%

Tabell 12: Sammenfall av første strategi og beste strategi, tallperspektiv

Av totalt antall ganger første strategi sammenfalt med deltagerens valg for beste strategi ut fra et tallperspektiv, skjedde dette 66,7% av gangene ved bruk av direkte subtraksjon og 18,2% av gangene ved bruk av indirekte addisjon. 19 ganger valgte deltagerne direktesubtraksjon ved splitting som både første strategi og beste strategi, det vil si 28,8% av de 66 gangene det var mulig sammenfall for disse to valgene. Ved bruk av nærmeste «vennlige» tall med direkte subtraksjon som første strategi, ble denne strategien også valgt som beste strategi i 21,2% av tilfellene. Disse var de to strategiene som hadde et sammenfall mellom disse to valgene på over 20% i studien. Totalt valgte deltagerne samme første strategi og beste strategi 84,9% av gangene ut fra tallperspektivet på oppgaven.

5 Drøfting

I denne delen skal jeg se på resultatene i analysen og knytte disse opp mot relevant teori og tidligere forsking. Jeg har valgt å tredele drøftingskapittelet, hvor første delkapittel er en drøfting av funnene opp mot den valgte teorien, i den andre delen tar jeg for meg funnene opp mot forskningsspørsmålet, og i siste del av dette kapittelet vil jeg sammenligne resultatene fra analysen med den tidligere forskning presentert i teorikapittelet.

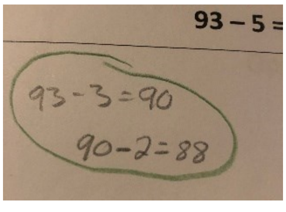
5.1 Elevenes strategier

Funnene fra analysen tvinner seg naturlig nok inn i hverandre, og alt henger sammen. Jeg har likevel valgt å gjøre et forsøk på å dele de litt inn etter hovedfunnene i de ulike delene av rammeverket for analysen. Derfor kommer først en drøftingsdel med hovedfokus på strategirepertoaret og strategifordelingen, etterfulgt av neste del med strategieffektiviteten og strategivalgene. Det er ikke noe klart skille, og det er flere funn som hører til begge plasser.

5.1.1 Strategirepertoaret og strategifordelingen

Resultatene viste at deltagerne i studien brukte 76,5% av de 17 strategiene definert i metodekapittelet. Med tanke på at studien bestod av kun 6 deltagere, vil det være grunnlag for å kunne si at disse 6 elevene dekket et stort spekter av subtraksjonsstrategier, og at det innad i deltagergruppen derfor var et bredt strategirepertoar.

Av de strategiene som ble mye brukt i studien, finner vi helt øverst oppstilt subtraksjon med 24,4% og nærmeste «vennlige» tall med 21,8% ved direkte subtraksjon. Oppstilt subtraksjon er ikke en mental strategi, og var kun med dersom noen valgte å tenke slik likevel, og ble foreslått som mulig løsningsstrategi 38 ganger, 24,4%. Bruken av nærmeste «vennlige» tall utpreget seg med en bruk på over 20%, og ble foreslått som en mulig strategi av elevene 34 av totalt 156 ganger. Den ble også noe brukt ved indirekte addisjon, men det gjaldt bare 7 tilfeller og utgjorde 4,5%. Dette er en strategi som kan gjøre subtraksjonsproblemer mye enklere ved å gjøre slik Brille gjorde på oppgaven 93-5, hvor han først subtraherte 3 og fikk det «vennlige» tallet 90 før han trakk i fra de siste 2. Fosnot og Dolk (2001) beskriver bruken av denne strategien som en veldig god mental strategi, fordi man ved å gjøre tallene mer «vennlige» ofte unngår bruken av både veksling, splitting og for eksempel å hoppe med 10. Noe som også kan forklare en såpass stor bruk av den. Når det gjelder det å hoppe med 10, var dette en strategi som kun ble brukt 2 ganger, én ved direkte subtraksjon og én ved indirekte addisjon. Her handler det om å bruke tallinja, og kunne hoppe fram og tilbake på den. I og med at konstant differanse også viste seg å være en lite brukt strategi, kan det tyde på at det å forenkle en oppgave ved å forflytte seg oppover og nedover på tallinja, ikke er strategier som elevene i denne studien er særlig fortrolige med. Fosnot og Dolk (2001) mener det å hoppe på tallinja, slik man gjør når man bruker strategien hoppe med 10,



Figur 26: DS-V, Brille

både er en viktig og kraftig mental strategi, og det er derfor synd at ikke flere elever viste denne blant strategirepertoaret sitt i studien.

Det var kun 1 av strategiene innenfor direkte subtraksjon som ikke ble prøvd av noen av elevene, og det var å trekke fra direkte fra minuenden ved å fjerne felles mengde. Dette er en strategi som er med på å forenkle problemet ved å fjerne felles mengder (Fosnot & Dolk, 2001, s. 151). For å kunne bruke denne strategien må elevene kunne se fellestrekk mellom tallene i oppgaven, ha et bredt spekter av strategier og ha god forståelse for ekvivalens (Fosnot & Dolk, 2001). Mangelen på disse eller noen av disse ferdighetene, kan da være deler av årsaken til at denne strategien ikke var å finne blant deltagernes strategirepertoar.

Å fjerne felles mengde var også en av strategiene som ikke ble brukt blant strategiene innenfor indirekte addisjon. I tillegg var det ingen som løste noen av oppgavene via indirekte addisjon med strategiene konstant differanse og splitting. I følge Fosnot og Dolk er splitting en strategi som barn utvikler nærmeste på egenhånd straks de begynner å forstå plassverdisystemet, men de anser den ikke som en særlig effektiv mental strategi (Fosnot & Dolk, 2001, s. 134). I denne studien ble den kun brukt når elevene telte nedover fra minuenden.

Sinnataggen var en av elevene som valgte å bruke konstant differanse, men da ved å tenke direkte subtraksjon. Dette gjorde han på oppgaven 86-32, som han gjorde om til 84-30. Han beholdt samme differanse mellom minuenden og subtrahenden, men flyttet hele oppgaven to hakk nedover på tallinja og fikk tall han syntes var enklere å jobbe med, ved å kunne løse oppgaven 84-30 i stedet. Sinnataggen viste her at han har god forståelse for subtraksjon som differansen mellom to tall, og at denne differansen forblir den samme ved at man flytter seg likt antall steg for subtrahend og minuend på tallinja. Fosnot og Dolk (2001) mener konstant differanse, er en virkningsfull strategi ved subtraksjon fordi «uvennlige» tall kan bli gjort «vennlige». De mener også at denne strategien kan være en av de vanskeligste strategiene å greie og oppmuntre elevene til å bruke, men er av de mektigste strategiene brukt av matematikere (Fosnot & Dolk, 2007b).

Som forklart i metodekapittelets del 3.3, var oppgave 4 og 6 spesielt laget for å se om deltagerne vekslet mellom bruken av dobling og nær dobling ut fra et tallperspektiv på oppgavene. Når elevene benytter dobling og nær dobling, viser de at de bruker tallkunnskapen sin til å se egenskapene til tallene i oppgaven (Fosnot & Dolk, 2001). På oppgave 4 valgte 83,3% å løse oppgaven første gang med direkte subtraksjon. Dette er den strategien som fra et operasjonelt perspektiv er beste strategi. 4 av 5 deltagere som valgte direkte addisjon, brukte dobling og nær dobling. Også deltageren som løste oppgave 4 via indirekte addisjon, brukte dobling og nær dobling. Det var altså hele 5 av 6 elever som brukte dobling og nær dobling som løsningsstrategi på oppgave 4. På oppgave 6 var det kun to av elevene som valgte denne strategien. Blygen gjorde det via indirekte addisjon og Minsten direkte addisjon. Hovedforskjellen på oppgavene er at oppgave 4, 51-25, har en mindre minuend enn differanse mellom subtrahend og minuend, mens på oppgave 6, 32-17, er subtrahenden større enn differansen. Det kan være enklere for elevene å knytte tallet 25 opp mot det å være halvparten av 50, enn at 16 er halvparten av 32. Hadde oppgave 6 vært 32-15, er det ut fra dette resultatet, rimelig å anta at flere elever hadde tenkt 15 som halvparten av 30.

Fordelingen mellom det totale antall strategier elevene løste oppgavene med, var fra et operasjonelt perspektiv 79,2% bruk av direkte subtraksjon og 20,8% indirekte addisjon.

Det var altså en stor forskjell mellom valgene mellom å trekke fra direkte fra minuend og telle oppover fra subtrahend, med stor hovedvekt på bruk av direkte subtraksjon. Blant de som valgte direkte subtraksjon var det hele 24,4% som løste oppgaven med oppstilt subtraksjon som en av sine foreslåtte strategier. Det var kun to andre strategier som hadde over 10%, og det var nærmeste «vennlige» tall og splitting, med henholdsvis 21,88% bruk av nærmeste «vennlige» tall og 14,1% splitting. Blant de som hadde indirekte addisjon blant strategiforslagene sine, var det kun en strategi som utpreget seg. 12,2 % av de 21,88% av gangene indirekte addisjon ble brukt, ble den gjennomført via splitting. Det var kun Søvnig som ikke brukte både direkte subtraksjon og indirekte addisjon blant strategiene sine. Han brukte kun direkte addisjon.

Elevene i studien skal representere et utvalg fra en populasjon (Bryman et al., 2021), og innad i en populasjon er det naturlig med variasjoner. Det var det også blant elevene som deltok i denne studien. Selv om en av elevene kun brukte direkte subtraksjon for alle sine løsningsforslag, viser det samlede utvalget av elever i studien at de brukte både direkte subtraksjon og indirekte addisjon, men at det var en hovedvekt på bruken av direkte subtraksjon.

Strategifordelingen skal fortelle om når de ulike strategiene brukes, og skal inneholde både hvor ofte strategien blir brukt, og på hvilke type problemer strategien blir brukt (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84). Tabell 6 viser en oversikt over valget til elevene mellom direkte subtraksjon og indirekte addisjon opp mot hvilke oppgaver de velger strategiene på. I denne studien ser vi at direkte subtraksjon ble vist som en strategi elevene hadde i repertoaret sitt 79,2% ganger og indirekte addisjon 20,8%. I hele 91,7% av tilfellene hvor direkte subtraksjon var den antatt beste strategien for å løse oppgaven, var det denne strategien som ble brukt, mens det kun var i 30% av tilfellene for indirekte addisjon. Dette kan tyde på at elevene ofte gjorde sine valg ut fra sin foretrukne strategi, noe som forklaringene deres også bekrefter.

5.1.2 Strategieffektiviten og strategivalget

Når vi kun ser på valget av første strategi, ble denne gjennomført riktig ved 80,9% av gangene når elevene brukte direkte subtraksjon og med en løsningshastighet på gjennomsnittlig 12,55 sekunder. For oppgaver løst med indirekte addisjon, ble disse løst riktig ved 91,7% av gangene, på gjennomsnittlig 12,07 sekunder. Dette vil si at det ved bruk av indirekte addisjon, ble svart feil kun 1 gang. Strategieffektiviteten for både direkte subtraksjon og indirekte addisjon var dermed høy med stor nøyaktighet i løsningene, aller mest ved bruk av indirekte addisjon, og ble også hurtig utført.

De strategiene som ut fra tallperspektivet ga riktig svar hver gang de ble brukt som første valgte strategi, var for direkte subtraksjon telling, dobling og nær dobling og sekvensiell strategi. For bruken av indirekte addisjon, var det telling, dobling og nær dobling og hoppe med 10 som førte til flest riktige svar. Det vil si at hver gang telling eller dobling og nær dobling ble valgt, uansett indirekte addisjon eller direkte subtraksjon, utførte deltageren strategien med stor nøyaktighet. Av de 6 strategiene som ble utført med 100% nøyaktighet, var telling via direkte subtraksjon mest effektiv, men også dobling og nær dobling med både direkte subtraksjon og indirekte addisjon utmerket seg som svært effektive når de ble valgt.

Telling er den strategien elevene antakelig har brukt lengst, og dermed vil gjøre nøyaktig på grunn av mye trening. Dersom elevene har utviklet strategien dobling og nær dobling godt for addisjon, vil de bruke den lett ved subtraksjon også (Fosnot & Dolk, 2001, s.

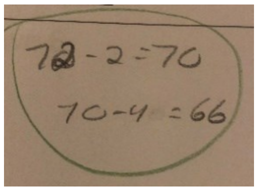
144). Mye av fordelen med denne strategien ved subtraksjon, er at den ikke innebærer veksling og dermed er enklere å gjøre nøyaktig enn om man må veksle for å finne svaret. Dette kan være bakgrunnen for at de gangene strategiene telling og dobling og nær dobling var valgt i studien, ble de blitt utført med 100% nøyaktighet.

Ettersom nøyaktigheten og effektiviteten var såpass høy, kan det vær en antydning om at elevene valgte strategi adaptivt. Det betyr at de ikke behøvde velge den strategien som var antatt mest effektiv verken ut fra et operasjonelt perspektiv eller tallperspektiv, men gjorde valget ut fra hvilken strategi som var mest effektiv for seg selv. Strategieffektiviteten kan altså være det eller noe av det som avgjorde elevenes strategivalg.

Den fjerde dimensjonen i rammeverket fra Lemaire og Siegler (1995), er strategivalg som skal fortelle hvordan elevene velger strategi. Som forklart i metodekapittelet, valgte jeg å analysere denne dimensjonen ved å sammenligne elevens valg av førstestrategi med den eleven hadde markert som beste strategi med en antakelse om at valget av beste strategi var den strategien eleven opplevde som mest nøyaktig og effektiv for seg.

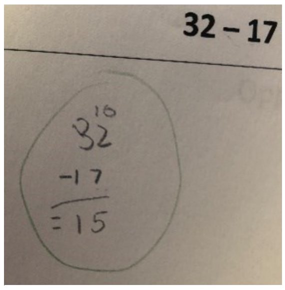
Dersom man ser på elevenes valg av første og beste strategi kun ut fra et operasjonelt perspektiv, valgte de fire elevene Brille, Lystig, Søvnig og Minsten samme første strategi, også som beste strategi på alle oppgaver. Sinnataggen gjorde det for 9 av 11 oppgaver (81,8%) og Blygen på 10 av 11 oppgaver (90,1%). På de tre oppgavene Sinnataggen og Blygen valgte annen beste strategi enn sin første, gikk de fra sitt første valg som var indirekte addisjon til direkte subtraksjon. Ut fra dette perspektivet valgte elevene samme første strategi og beste strategi 81,8% av gangene de brukte direkte subtraksjon og 13,6% når de brukte indirekte addisjon. Det vil si at de gjorde det totalt for hele 95,5% av gangene.

En lignende forskjell mellom direkte subtraksjon og indirekte addisjon kom også fram i analysen over hvor stor andel av oppgavene elevene valgte direkte subtraksjon som beste strategi og direkte subtraksjon var den mest effektive løsningsstrategien, med en andel på 80,6%. Andel ganger de valgte en indirekte addisjon strategi som den beste når den var den mest effektive, var 26,7%. Dermed ble det veldig interessant å se på hvor stor andel av oppgavene hvor direkte subtraksjon eller indirekte addisjon var både sirklet som den eleven syntes var best og samtidig var den antatt mest effektive, med de gangene dette også var elevenes første valg av strategi. Det viste seg da å gjelde for 97,7% av tilfellene. Noe som vil si at det kun var 1 gang at en elev ikke løste oppgaven med samme operasjonelle strategi som den som ble valgt som sin beste. Dette ble gjort på oppgave 5, hvor Blygen løste oppgaven via indirekte addisjon først. Hvor han prøvde å finne differansen fra 6 og opp til 72 først, og opplevde at det ble litt feilaktig gjetting, som han beskrev det selv, før han kom fram til svaret. Han valgte etterpå å løse oppgaven med direkte subtraksjon og brukte nærmeste vennlige tall, hvor 72-6 ble løst ved å at han trakk fra 2 først og fikk en enklere oppgave med 70 – 4. Dette er en oppgave med stor differanse mellom minuend og subtrahend og med en subtrahend som er mindre enn differansen, som alt talte for å bruke direkte subtraksjon (Peters et al., 2013) slik som Blygen endte opp med som sin sirklede bestestrategi.



Figur 27: DS-V, Blygen

Fordi Sinnataggen så ofte valgte oppstilt subtraksjon, ønsker jeg å se litt nærmere på strategivalgene hans. På oppgave 1, 83-79, løste Sinnataggen oppgaven ved å bruke indirekte addisjon og nærmeste «vennlige» tall som sin første løsningsstrategi. Han foreslo telling fra subtrahend til minuend og oppstilt som andre mulige strategier. Han valgte oppstilt som den strategien han syntes var best, og begrunnet valget med at han «kan den, den jeg er mest vant med». På oppgave 2, 42-37, telte Sinnataggen opp fra 37 til 42 som sin første strategi, men sirklet også her oppstilt som den beste. Oppgave 3, 93-5, forklarte Sinnataggen at han tenkte at 93-3 ble 90, og «vet det er igjen», for så trekke fra 2 fra 90 som ble 88 og sa han da viste han «har minusert de med 5». På denne oppgaven brukte han strategien nærmeste «vennlige» tall via direkte subtraksjon, og det var også den han sirkler som den beste. På oppgave 4, 51-25, brukte han den strategien som oppgaven var ment å oppfordre til, nemlig dobling og nær dobling, men likevel var det oppstilt som ble valgt som beste strategi. Oppgave 5, 72-6, valgte Sinnataggen direkte subtraksjon og fikk feil svar. Han valgte her også oppstilt som den beste, og begrunnet dette med at han likte den oppstilte best fordi «da går det an å fokusere bare på den ene sida først også den andre». Han forklarte videre at han syntes oppstilt var mest oversiktlig og at han følte seg tryggest på den. På oppgave 6, 32-27, forklarte Sinnataggen at han «tenkte oppstilt i hodet» og telte på fingrene. Han fortalte at han tok «10 pluss 2, minus 7 også 2 minus 1 som ble 1», slik som bildet fra forklaringen hans viser. På denne oppgaven foreslo Sinnataggen indirekte addisjon og nærmeste «vennlige» tall som strategi, men valgte også her oppstilt som både første strategi og beste.



Figur 28: DS-O, Sinnataggen

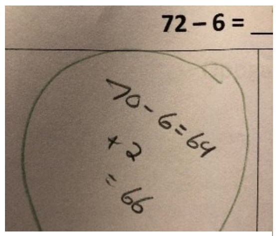
Også i oppgave 7, 97-19, brukte Sinnataggen oppstilt som sin første strategi, og han satt lenge og tenkte. Han fikk til slutt feil svar, og kom heller ikke på andre måter å løse oppgaven på. Han endte derfor med å sirkle den oppstilte som sin beste strategi, til tross for at han ikke fikk til oppgaven.

Jeg observerte at Sinnataggen brukte blyanten i lufta når han tenkte, og på oppgave 8, 64-47, fikk jeg svar på hvorfor. Sinnataggen hadde også her oppstilt som sin eneste og derfor også beste strategi, og forklarte at han brukte blyanten i lufta fordi han tenkte oppstilt og prøvde å se det for seg ved å skrive i lufta. Sinnataggen er nok så vant med å bruke oppstilt subtraksjon som sin løsningsstrategi på subtraksjonsoppgaver, at til og med på oppgave 9, 86-32, vekslet han når han skulle trekke fra eneren fra subtrahenden. Når han forklarte at han tenkte 16 minus 2, oppdaget han selv at det var unødvendig. Også på oppgave 10, 93-75, brukte Sinnataggen blyanten i lufta, og bekreftet i forklaringen at han tenkte oppstilt og «skrev» i lufta. Sinnataggen greide ikke å komme på alternative løsningsstrategier til oppstilt verken på oppgave 10 eller 11. På oppgave 11, 73-29, forklarte han at han så for seg oppgaven oppstilt og vekslet slik at han «tok 13 minus 9 som blir 4, og 6 minus 2 blir 4». Vil tro Sinnataggen i løpet av intervjuet følte på at han brukte tungvinte strategier på deler av oppgavene selv også. Han brukte på oppgave 10, 63,79 sekunder for å løse oppgaven, i motsetning til Minsten som brukte nærmeste «vennlige» tall via direkte subtraksjon og fant riktig svar på 4,80 sekunder.

Det var også to elever til som viste en noe ensformig bruk av strategier, og det var Lystig og Søvnig, som hadde en veldig stor bruk av splitting via direkte subtraksjon. Forskjellen var at disse to ofte løste oppgavene effektivt med denne strategien, noe Sinnataggen ikke gjorde med sin skrive-i-luften-variant av oppstilt subtraksjon. Sinnataggen forklarte selv at det var denne han følte seg mest trygg på og syntes den var ryddig, men hva kan det ha seg at det har blitt slik? For å kunne erfare hvilke strategier som kan være de meste hensiktsmessige i ulike oppgaver, er det nødvendig å gjøre seg erfaringer med en bred variasjon av problemstillinger og delta i felles diskusjoner for å øve seg på å se relasjoner, tallfakta og tallmønster i oppgavene (Valenta, 2015). Studien viste at elevene til sammen innehar mange ulike strategier, spesielt innenfor direkte subtraksjon, og man kan derfor undre seg over hvorfor disse strategiene ikke ser ut til å være delt med hverandre.

Søvnig brukte direkte subtraksjon med splitting som sitt første valg på 10 av 11 oppgaver og Lystig på 8 av 11 oppgaver. Lystig opplevde å få feil svar en av disse gangene, men på hele 7 av de 8 gangene valgte Lystig den også som den han syns var best. På oppgave 1, 83-79, brukte Lystig splitting som både sitt første og beste valg. I tillegg foreslo han telling via indirekte addisjon og oppstilt subtraksjon som to andre mulige løsningsstrategier. Han sa at «jeg kan telle hvor mange flere jeg trenger fra 79 for å få 83». Ved at dette var de to første strategiene hans, var det liten tvil om at han så på egenskapene til tallene i oppgaven når han valgte strategi.

Lystig løste også oppgave 2, 42-37, med splitting som både første og beste strategi. Han foreslo oppstilt som andre forslag og indirekte addisjon med telling som sin tredje løsningsstrategi. Dette er de tre samme strategiene som han foreslo på oppgave 1, hvor det også er liten differanse mellom minuend og subtrahend. Oppgave 3, 93-5, var en av de tre oppgavene hvor Lystig ikke brukte splitting, men på denne og de to neste benyttet han nærmeste «vennlige» tall som sitt første valg av strategi og valgte også det som den han syntes var best. Ved spørsmål om flere måter å løse oppgaven på, svarte Lystig at «det blir som tidligere oppstilt og å telle, men å telle blir effektivt». Han mente effektivt ironisk, og sa videre at å telle ville vært uaktuelt. Dermed viste han at han tenkte telling som kun det å telle fra subtrahenden til minuenden, selv om det å telle nedover fra minuenden på akkurat denne oppgaven ville vært en effektiv strategi. Lystig ønsket heller ikke at telling skulle være en av strategiene på oppgave 4, 51-25, og sa at «man kan telle, men når det er så stor forskjell mellom tallene er det ekkelt». Lystig brukte nærmeste «vennlige» tall som sin første løsningsstrategi også på oppgave 5, 72-6, hvor han forklarte at han tenkte «70 minus 6 blir 64, pluss 2 blir 66».



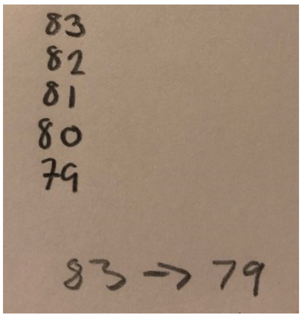
Figur 29: DS-V, Lystig

På de neste seks oppgavene brukte Lystig igjen direkte subtraksjon med splitting, og som sine to andre strategiforslag var det oppstilt subtraksjon og telling. På oppgave 6, 32-17, foreslo han oppstilt og telling som både direkte subtraksjon og indirekte addisjon. På oppgave 7, 97-19, kun oppstilt som alternativ strategi til splitting. På oppgave 8, 64-47, var oppstilt subtraksjon og telling via indirekte addisjon hans forslag i tillegg til splitting. Dette var den eneste oppgaven hvor Lystig valgte annen strategi enn sin første som den han syntes var best. «Her er det sikker lettest å sette opp». Han forklarte det videre med at hans syntes det hadde vært tryggest på akkurat denne oppgaven med oppstilt. Både på oppgave 9 og 10 var strategiforslagene direkte subtraksjon via splitting, oppstilt og indirekte addisjon ved telling. På oppgave 9, 86-32, kommenterte jeg at jeg syntes han var veldig kjapp til å finne svaret. Da svarte Lystig at det var «fordi han brukte den vanlige måten», som for han tydelig var splitting. Videre sa Lystig om oppgave 9, at han egentlig kunne brukt både splitting og oppstilt «fordi det er jo ganske lette tall». Han sa han kunne brukt oppstilt også fordi «her er begge tallene mindre, så du slipper å låne fra et annet tall». Selv om oppstilt ikke er en mental strategi, valgte jeg gjennom alle intervjuene å ikke legge noen vekt på dette fordi en av deltagerne også brukte den uten å skrive noen av utregningene, og det ble derfor vanskelig å skille mellom bruken.

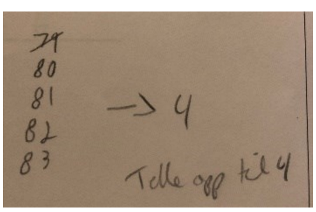
Det er tydelig at Lystig er klar over at differansen mellom minuend og subtrahend har betydning for hvilken strategi som er best, for selv om han selv ikke brukte telling, så foreslo han det også som en mulig strategi på oppgave 10, 93-75, og begrunnet forslaget med at «det er ikke så stor forskjell mellom tallene, så kunne kanskje talt oppover». Når han på denne oppgaven fikk spørsmål om han hadde noen andre forslag til strategier, enn de han allerede hadde foreslått, sa han at han ikke hadde noen andre. Også på oppgave 11, 73-29, valgte han splitting som både første og beste strategi. I tillegg foreslo han, som på alle de andre oppgavene, oppstilt som et strategiforslag. «Å telle blir uaktuelt på den oppgaven der», og når jeg spurte om hvorfor, sa han at det var fordi det var så stor forskjell mellom tallene. Lystig viste tydelig og sa også selv, at hans «vanlige» strategi er splitting. Denne er han trygg på og mestrer veldig godt. Han gjør som sagt kun feil ved bruken én gang.

Minsten brukte direkte subtraksjon med splitting på oppgaven 86 – 32, hvor han forklarte at han først tenkte 8 – 3 og fikk 2 tiere også 6 – 2 og fikk 4 enere og da visste at svaret ble 24. Dette er en oppgave med stor differanse mellom minuend og subtrahend, og subtrahenden mindre enn differansen mellom minuend og subtrahend som begge deler taler for å bruke direkte subtraksjon som løsningsstrategi for oppgaven, men ved å se på egenskapene til tallene kan problemet forenkles til å bestå av subtraksjonsoppgavene 8-3 og 6-2. Her benyttet Minsten sin kunnskap om plassverdisystemet til å løse oppgaven. Hvorfor splitting brukes kun til å trekke subtrahenden fra minuenden i denne studien og ikke motsatt, kan muligens forklares ut fra elevenes leseretning, og at det derfor føles mer naturlig å trekke 3 fra 8 og 2 fra 6 enn å tenke 2+4=6 og 3+5=8. I tillegg til at når man bruker splitting ved å tenke direkte subtraksjon, får løsningen på oppgaven direkte som her ved 5 og 4.

Blant bruken av direkte subtraksjon var det 6,4% av de foreslåtte strategiene som var telling og 12,2% ved indirekte addisjon. Ser vi på hvilke oppgaver i analysen telling ble valgt som første strategi, var dette kun på oppgave 1, 2, 8 og 10. Alle disse fire oppgavene er oppgaver med liten differanse mellom minuend og subtrahend, og det å telle er derfor en effektiv strategi. Fosnot (2007a) forklarer akkurat dette ved at barn etter hvert vil begynne å variere valget mellom å subtrahere og addere i subtraksjonsproblemer, ved at de oppdager at det er mer effektivt å tenke addisjon når differansen mellom minuend og subtrahend er liten og mer effektivt å telle nedover når differansen er stor. Brille valgte, som bildet viser, å løse oppgave 1 ved å telle nedover fra minuenden til subtrahenden selv om differansen var liten. Minsten løste derimot samme oppgave ved å telle fra subtrahenden ned til minuenden. Forståelsen av at man kan veksle mellom direkte subtraksjon og indirekte addisjon på subtraksjonsproblemer, viser at man har forstått at man kan generalisere operasjoner på tvers av ulike problemer og forstått forholdet mellom addisjon og subtraksjon (Fosnot, 2007a), og at valget av strategi dermed blir tatt ut fra egenskapen til tallene i problemet som skal løses (Fosnot, 2007a).

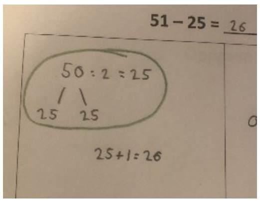


Figur 30: DS-T, Brille

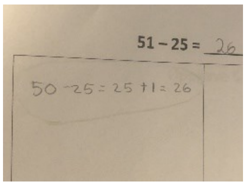


Figur 31: IA-T, Minsten

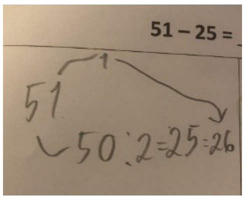
Brille, Sinnataggen, Søvnig og Minsten løste oppgave 4 ved å tenke dobling og nær dobling via direkte subtraksjon. Alle fire forklarte at de tenkte at 25 var halvparten av 50, og trakk derfor fra 25 og plusset på 1 etterpå. Bildene under viser hvordan de har illustrert forklaringene sine i oppgaveheftet:



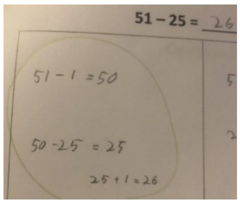
Figur 32: DS-D, Brille



Figur 33: DS-D, Sinnatagen

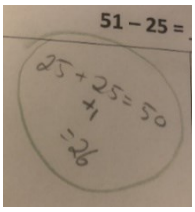


Figur 34: DS-D, Søvnig



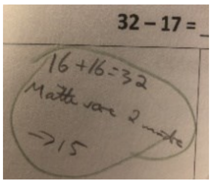
Figur 35: DS-D, Minsten

Sinnataggen forklarte at han tenkte først at det var 50 minus 25, fordi 25 er halvparten av 50, og at han så plusset på 1 fordi det var 51.



Figur 36: DS-D 1, Blygen

Blygen brukte også dobling og nær dobling på oppgave 4, men forklarte at han visste at 25 + 25 var 50 og plusset derfor 25 på subtrahenden og fikk 50 for så å legge til 1 og få 26. Blygen brukte dermed indirekte addisjon i sin løsning.



Figur 37: DS-D 2, Blygen

Blygen brukte også samme strategi på oppgave 6, hvor indirekte addisjon var antatte beste strategi med dobling og nær dobling. Dette kan tyde på at Blygen foretrekker å doble subtrahenden ettersom han gjorde det ved begge tilfeller av oppgaver ment å fremme denne strategien.

Blygen valgte indirekte addisjon som første strategi på 6 av de totalt 11 oppgavene, noe som kan tyde på at dette kan være en foretrukken strategi for han. På en av oppgavene han gjorde det, valgte han en strategi som i analysen har blitt kategorisert som annen strategi. Dette var oppgave 3, hvor han forklarte at han så på minuenden og gjettet differansen ned til subtrahenden for så å kontrollere svaret sitt ved å addere sammen differansen og subtrahenden etterpå. Blygen gjettet også på oppgave 5, men her forklarte han at han så på subtrahenden og gjettet differansen opp til minuenden, for så å addere sammen og kontrollere om det ble riktig. Derfor har Blygens første strategi på oppgave 5 derimot blitt kategorisert som indirekte addisjon. På begge oppgavene fant han én annen strategi å løse oppgavene med, og det var direktesubtraksjon ved bruk av nærmeste vennlige tall. På begge oppgavene forklarte han at han fikk feil differanse på første forsøk, og han sirklet derfor rundt nærmeste vennlige tall som den beste strategien på begge oppgavene.

Som analysen viser, valgte elevene direkte subtraksjon via nærmeste «vennlige» tall som både første strategi og beste strategi 21,2% av gangene. Ved bruk av splitting med direkte subtraksjon ble den valgt som både første og beste strategi 19 ganger, det vil si 28,8% av de 66 gangene det var mulig. Dette er de to strategiene som oftest ble valgt som både første strategi og beste strategi i studien. 66,7% av gangene elevene brukte direkte subtraksjon, valgte de ut fra et tallperspektiv, samme første strategi også som sin beste strategi for å løse oppgaven. De gangene dette gjaldt ved bruk av indirekte addisjon, var prosentdelen kun på 18,2%. Det var altså en stor prosentvis forskjell mellom de gangene elevene brukte en av strategiene innenfor direkte subtraksjon som sin første og valg av beste strategi, og når de brukte en via indirekte addisjon som sin første for så å velge beste.

Når en elev kan flere strategier for å løse et sett med problemer, må eleven avgjøre hvilken strategi han skal bruke for hvert problem (Lemaire & Siegler, 1995). Elevene må da velge hvilken strategi som er mest effektiv og nøyaktig for seg selv på hvert problem, og det er det som er strategivalget. Resultatene i analysedelen viser at elevene valgte samme første strategi og beste strategi totalt 84,9% av gangene ut fra et tallperspektiv, og 95,5% av gangene hvis man kun ser på den operasjonelle delen av løsningsstrategien.

De få gangene elevene ikke valgte sin første strategi som den de sirklet som best, var dette begrunnet i at de syntes den andre var enklere og kjappere å løse oppgaven med. Strategifordelingen viste at elevene gjorde valgene sine av strategi ut fra typen problem i over halvparten av tilfellene, fordi de på 65,2% av oppgavene valgte den strategien som var den antatt beste løsningsstrategi også som den de syntes var best. Dette kan tyde på at det ofte var egenskapene til tallene i oppgaven som avgjorde elevenes valg av strategi.

Med utgangspunkt i definisjonen av adaptivitet som en persons bevisste eller ubevisste valg av strategi som passer seg selv best ut fra det problemet man skal løse i den gitte sosiokulturelle konteksten (Verschaffel et al., 2009), kan man si at elevene i denne studien valgte strategier adaptivt på store deler av oppgavene. Dette fordi sammenligningene mellom elevenes valg av første strategi og beste strategi, viste at de ofte syntes den første løsningsstrategien sin også var den beste. Studien forteller også at elevene delvis valgte strategi fleksibelt, fordi de så ut til å velge strategi ut fra tallene i oppgaven i over halvparten av tilfellene. I tillegg viser den at elevene valgte adaptivt på en svært stor andel av oppgavene på grunnlag av at de valgte strategier som passet seg selv best. Elevenes begrunnelse for valg av strategi under intervjuene, tyder videre på at elevene valgte ut fra deres opplevelse av hvor effektiv og nøyaktig strategien var for dem selv.

5.2 Forskningsspørsmålet

Som forklart i innledningskapittelet, var målet med denne studien å få et innblikk i strategiene elever på 8. trinn bruker for å løse tosifrede subtraksjonsoppgaver og om de varierer strategi ut fra subtraksjonsoppgaven. I drøftingen kom jeg fram til at elevene som deltok i studien brukte mange forskjellige strategier samlet sett, og at de delvis varierte strategi ut fra oppgaven. De valgte ofte ut fra den strategien som de selv syntes var best uten stor grad av fleksibilitet mellom strategiene, men med en hovedvekt på bruken av strategier innenfor direkte subtraksjon. Mye tydet på at de basserte valget sitt av beste strategi ut fra den strategien de syntes de fikk fortest riktig svar med.

Hvordan elevers matematiske fleksibilitet kommer til uttrykk i arbeid med subtraksjonsoppgaver på 8. trinn, er da blant annet via deltagernes strategirepertoar. Strategirepertoaret viste at deltagerne hadde et bredt spekter av strategier, og brukte hele 13 av de 17 kategoriene av strategier definert i denne studien. Studien viste også at deltagerne kjente til flere strategier, og valgte strategi ut fra typen subtraksjonsproblem i over halvparten av oppgavene. Den viste også en klar tendens til at elevene valgte strategier som de selv syntes var best og at dette ofte var en direkte subtraksjonsstrategi som de opplevde som effektiv og nøyaktig. Dette kom tydelig fram under analysen av strategivalget hvor andelen oppgaver løst via direkte subtraksjon, hvor dette var den antatt beste strategien, var 80,6%. Mens det kun var en andel på 26,7% på oppgaver hvor elevene hadde valgt indirekte addisjon som beste strategi når den var det. I tillegg var det kun 3 strategier ut fra et tallperspektiv som elevene vekslet mellom i mer en 10% av gangene de brukte direkte subtraksjon. Elevene viste dermed til sammen om mange subtraksjonsstrategier, særlig innenfor direkte subtraksjon, men vekslingen mellom de var liten. I 65,2% av oppgavene valgte derimot elevene den av strategiene direkte subtraksjon og indirekte addisjon, som ut fra differansen mellom tallene og størrelsen på subtrahenden ville vært den mest effektive løsningsstrategien. Totalt kan man si at elevene samlet sett hadde et stort strategirepertoar, valgte delvis fleksibelt mellom direkte subtraksjon og indirekte addisjon, men hadde en snever bruk av løsningsstrategier innenfor de to strategiene.

5.3 I forhold til tidligere forskning

Torbeyns, De Smedt, et al., (2009), kom i sin studie blant unge voksne som skulle løse tresifrede subtraksjonsoppgaver, fram til at flertallet av deltagerne i studien valgte direkte subtraksjon i stedet for indirekte addisjon når de kunne velge subtraksjonsstrategi, slik som denne studien også viser. I tillegg fant de ut at deltagerne deres brukte begge strategiene like nøyaktige, men at deltagerne fant løsningen raskere når de brukte indirekte addisjon. Nøyaktigheten var stor for både direkte subtraksjon og indirekte addisjon i min studie også, men differansen på hastigheten mellom de to strategiene viste derimot ingen betydelig forskjell.

Torbeyns, De Smedt, et al., (2009), kunne ved å sammenligne deltagernes løsninger på ikke valg oppgavene med løsningene på oppgavene hvor de kunne velge mellom direkte subtraksjon og indirekte addisjon, se at deltagerne deres valgte fleksibelt ut fra at de som hadde vist at de behersket indirekte addisjon på ikke-valg oppgavene, også valgte denne oftere på valg oppgavene. Denne muligheten ga ikke metoden valgt for denne studien, og konklusjonen om at elevene kun delvis velger strategi fleksibelt, er tatt på grunnlag av andelen oppgaver hvor elevene ser ut til å ha valgt strategi ut fra tallene i oppgaven, men også den store hovedvekten på bruk av direkte subtraksjon totalt. Man kan da undre seg om grunnen til at indirekte addisjon er valgt så lite, kan være fordi elevene i studiene ikke behersker denne strategien i særlig grad.

De to andre studiene til Torbeyns, De Smedt, et al., (2009), hvor deltagerne har vært elever på 2.-4. trinn som skulle løse 2-sifrede subtraksjonsproblemer, viste at disse elevene sjeldent brukte indirekte subtraksjon. Dette er samme resultat som i denne studien, hvor det kun er brukt indirekte subtraksjon på 20,8% av de foreslåtte strategiene til elevene.

Den første av Torbeyns, De Smedt, et al., (2009) sine studier på 2.-4. trinns elever viste at det var få elever i studien som hadde indirekte subtraksjon i sitt strategirepertoar. Det var kun 10% av 2.-3. klassingene som hadde indirekte addisjon i sitt repertoar, og bare 15% av 4. klassingene brukte indirekte addisjon som sin første løsning på oppgaver med liten differanse mellom minuend og subtrahend når de kunne velge. I min studie er det kun 1 elev som ikke brukte indirekte addisjon som et av sine løsningsforslag en eneste gang, og den totale bruken av direkte subtraksjon som et av elevenes løsningsforslag er 79,2% av gangene. Ved å sammenligne svarene til 2.-3. trinn og 4. trinn med hverandre, ser Torbeyns, De Smedt, et al., (2009) en tendens til at elevene bruker mer indirekte addisjon jo høyere eleven var i trinnene. Dette kan være med å bygge opp under funnet i min studie på 8. trinns elever, hvor det også var lavt bruk av indirekte subtraksjon men likevel en større bruk enn i Torbeyns, De Smedt, et al., (2009) på 2.-4. trinn.

I den andre av Torbeyns, De Smedt, et al., (2009) sine studier på 2.-4. trinns elever, viste analysen at elevene til tross for at de hadde fått undervisning i bruken av indirekte addisjon for å løse subtraksjonsoppgaver var det også her liten bruk av indirekte addisjon. Dette kan tyde på at undervisningen i liten grad hadde påvirket bruken. Denne studien gir derfor ikke noe grunnlag for å kunne si at det i min studie ville vært større bruk av indirekte addisjon dersom elevene hadde fått mer undervisning i strategien.

Studien til Torbeyns & Verschaffel fra 2016, hvor de studerte 4. trinns elevers valg mellom mentale strategier og bruken av den skriftlige standardalgoritmen på tresifrede addisjons- og subtraksjonssoppgaver, viste en stor bruk av standardalgoritmen (Torbeyns & Verschaffel, 2016). I min studie skulle elevene kun bruke mentale strategier, men under elevenes forklaringer av strategivalgene sine viste det seg at elevene tenkte skriftlig standardalgoritme som sitt første valg ved 7 tilfeller, det vil si 10,6%. Dette kan tyde på at bruken av standard algoritme står så sterkt at elever velger å tenke på denne måten, selv når de ikke gjør utregningen skriftlig. Torbeyns og Verschaffel fant også ut at elevene valgte strategi utfra hvor godt de behersket de ulike strategiene (Torbeyns & Verschaffel, 2016), som støttes av mine funn, men i tillegg valgte elevene i min studie også delvis strategi ut fra egenskapene i og mellom tallene i problemet som skulle løses.

Analysen av strategirepertoaret til elevene i Torbeyns et al. sin studie fra 2018, viste at nesten alle elevene brukte indirekte addisjon minst 1 gang når de fikk velge strategi selv (Torbeyns et al., 2018). Det gjorde nesten alle deltagerne i min studie også, hvor det kun var 1 elev som ikke brukte indirekte addisjon i det hele tatt. Strategifordelingen i Torbeyns et al. (2018) sin studie viste et motsatt resultat enn min, ved at elevene oftere brukte indirekte addisjon til å løse oppgaver enn direkte subtraksjon når de fikk velge mellom strategiene (Torbeyns et al., 2018). I Torbeyns et al. (2018) sin studie var fordelingen 60% bruk av indirekte addisjon og 40% direkte subtraksjon, men analysen av mine data viste en stor overvekt på bruken av direkte subtraksjon. Deres studie viste videre at elevene løste oppgavene mer korrekt når de måtte bruke indirekte addisjon og også hurtigere med bruk av indirekte addisjon. I analyse av strategieffektiviteten i min studie, kom jeg fram til tilnærmet lik hurtighet ved bruken av begge disse strategiene. Nøyaktigheten var også veldig lik, men aller mest ved bruk av indirekte addisjon. Torbeyns et al. sin studie forteller at elevene ikke valgte strategi ut fra sin egen nøyaktighet ved bruk av strategien, men tilpasset valget ut fra hvor fort de greide å løse oppgaven (Torbeyns et al., 2018). Ettersom både nøyaktigheten og hurtigheten er høy i min studie, er det vanskelig å kunne skille mellom disse. Særlig fordi elevene i sine forklaringer har sagt at de har gjort valg på grunnlag av at det var den strategien de fikk hurtigst riktig svar med. Dette kan jo tyde på at det å få riktig svar var førsteprioritet.

Resultatene av analysen i Peters et al studie fra 2013, antydet at elevene i studien byttet mellom bruken av direkte subtraksjon og indirekte addisjon ut fra størrelsen på subtrahenden (2013), og at de dermed så på egenskapene til tallene før valget av strategi (Peters et al., 2013). I min studie valgte elevene den antatt beste strategien som den de syntes var best på 65,2% av oppgavene, og hovedandelen av disse er oppgaver som burde løses via direkte subtraksjon. Det vil si at elevene i min studie viste liten fleksibilitet i det å bytte mellom direkte subtraksjon og indirekte addisjon, og særlig å velge indirekte addisjon når det er mest effektivt. Min studie inneholdt 5 oppgaver som var ment å fremme indirekte addisjon og 6 oppgaver som var ment å fremme direkte subtraksjon. I tillegg var en av hver av disse med for å se om elevene vekslet mellom de to strategiene ut fra differansen mellom minuend og subtrahend når egenskapene til tallene la opp til bruken av dobling og nær dobling. Dette burde legge et grunnlag for en jevn fordeling mellom strategiene i denne studien også, men selv om det totale strategirepertoaret var bredt, var bruken av indirekte addisjon lav når vi ser på strategifordelingen.

De Smedt et al. sin studie fra 2010 konkluderte med at både elever som hadde hatt en intensiv undervisning med fokus på indirekte addisjon som subtraksjonsstrategi og de som ikke hadde hatt det, likevel sjelden brukte strategien (De Smedt et al., 2010). Min studie viste også en svært lavt bruk av indirekte addisjon og det samme gjorde også Torbeyns studier på elever. Min studie viste at det ofte var direkte subtraksjon som var den mest brukte strategien, og at elevene valgte strategi ut fra den de syntes var mest effektiv. Så også at det var noe valg av strategi ut fra egenskapene til tallene i oppgaven, men dette var også med stor hovedtyngde ved bruken av direkte subtraksjon. De gangene elevene i De Smedt et al. (2010) sin studie brukte indirekte addisjon, viste det seg at den ble utført svært effektivt, og det samme gjaldt i min studie, hvor de gangene den ble brukt ble gjennomført både hurtig og nøyaktig. Deres studie oppdaget i tillegg at begge gruppene av elever hadde store problemer med å ta i bruk indirekte addisjon for å løse subtraksjonsoppgaver (2010). Det og generelt den lave bruken av indirekte addisjon blant elever, kan få en til å undre seg over mulige årsaker til dette. Tanker rundt dette vil jeg komme tilbake til i avslutningskapittelet.

6 Avslutning

I denne masteroppgaven har jeg sett på 8. trinnselevers matematiske fleksibilitet og hvordan den kom til uttrykk i arbeidet med tosifrede subtraksjonsoppgaver. Gjennom å analysere det oppgavebaserte intervjuet med Lemaire og Sieglers rammeverk for analyse av strategisk kompetanse, har jeg kommet fram til flere funn som ble presentert i analysen og drøftet i drøftingskapittelet.

Gjennom drøftingen har jeg sett at det har dukket opp nye spørsmål, men også at det er flere faktorer og valg som er gjort i denne studien som både påvirker resultatet og begrenser studien. Det siste kapittelet vil derfor omhandle akkurat disse temaene. Jeg vil først i avslutningskapittelet belyse noen av studiens svakheter og begrensninger, for så å reflektere litt rundt veien videre.

6.1 Studiens begrensninger

Når man evaluerer funnene i denne studien, bør man huske på noen svakheter og begrensninger i den. Først, et av de potensielt største begrensningene som jeg vil si er den valgte definisjonen av hovedbegrepet fra forskningsspørsmålet. Denne masteroppgaven omhandler elevers matematiske fleksibilitet, og ved å velge og bruke Verschaffel et al. (2009) sin definisjon av fleksibilitet som i betydningen av det å bruke flere strategier, påvirket jeg svært sannsynlig resultatet av denne studien allerede da. Ettersom en annen definisjon, fort kunne ha ført til andre konklusjoner om elevenes fleksibilitet.

I tillegg til definisjon av begreper, er naturlig nok valg av rammeverk for analysen en viktig faktor. Rammeverket legger hele føringen for analysen av datamaterialet, og ved å ha valgt et annet rammeverk enn Lemaire og Sieglers kognitive modell for strategisk kompetanse, kunne det også ha ført til et annet resultat. I tillegg har andre forskere stilt seg kritisk til deler av dette rammeverket, slik som for eksempel Threfall som kritiserer modellens antagelse om at valget av strategi for å fullføre en beregning er valgt fra alternativer formulert i tankene før den brukes (Threlfall, 2009, s. 545), og ikke tar høyde for annen påvirkning. Threfall mener at modellen må ta høyde for andre omstendigheter for å kunne være en levedyktig modell (2009, s. 545).

En annen begrensning er den valgte metoden, og her ønsker jeg å se på både det oppgavebaserte intervjuet, de valgte oppgavene og utvalget av deltagere. Jeg valgte å bruke et oppgavebasert intervju for å samle inn datamaterialet, andre har for eksempel brukt valg/ikke valg. Som jeg har skrevet i drøftingen, kunne for eksempel Torbeyns, De Smedt, et al. (2009), ved å bruke valg/ikke valg sammenligne deltagernes løsninger på ikke-valg oppgavene med løsningene på oppgavene hvor de kunne velge mellom direkte subtraksjon og indirekte addisjon. Gjennom å gjøre det, kunne de se at deltagerne deres valgte fleksibelt ut fra at de som hadde vist at de behersket indirekte addisjon på ikke-valg oppgavene, også valgte denne oftere på valg oppgavene. Denne muligheten ga ikke metoden valgt for denne studien. Jeg gjorde også et valg mellom verbal og ikke verbal datainnsamling ved å velge intervju, men som jeg forklarte i metodekapittelet, gjorde jeg dette fordi jeg ønsket å kunne både observere og analysere oppgaveløsningsprosessen og forklaringene til elevene også.

Når det gjelder det utvalget som ble gjort av deltagere for studien, ble det gjort av elevenes kontaktlærer, men etter kriterier fra meg. Jeg har sett at flere tidligere studier har valgt å blant annet dele deltagerne inn etter deres matematiske ferdigheter for å kunne gjøre en sammenligning mellom de ulike gruppene. Fordi det viktigste for meg var å få informasjon om hva elevene tenkte når de både regnet og valgte strategi, var det naturlig å velge intervju som metode. Derfor handlet ingen av de to kriteriene gitt til kontaktlærer om elevenes matematiske evner, men at de skulle velges med mest mulig jevn fordeling mellom kjønn og at det var elever som mest sannsynlig kom til å prate under intervjuet. Dette er et valg støttet av Tjora (2021), som sier at «hovedregelen for utvalg i kvalitative intervjustudier er at man velger informanter som av ulike grunner vil kunne uttale seg på en reflektert måte om det aktuelle temaet» (s. 145). Dermed vet jeg ingen ting om deltagernes matematiske ferdigheter, og kan ha intervjuet de 6 elevene på trinnet med sterkest matematikkferdigheter eller det stikk motsatte. Noe som hadde vært veldig interessant og visst.

De Smedt et al. (2010), skrev i sin artikkel, om at det kan være vanskelig for små barn å ikke tenke subtraksjonsoperasjon som direkte subtraksjon når de står ovenfor et problem som inneholder minustegnet, fordi dette tegnet er kjent for å være sterkt assosiert med direkte subtraksjon (Verschaffel et al, 2007, sitert i De Smedt et al., 2010, s. 216). For å unngå dette, kunne jeg for eksempel brukt tekstoppgaver eller regnefortellinger i stedet, men da ville det igjen oppstått andre svakheter ved studien som spørsmålet om jeg ville fått målt den reelle strategieffektiviteten eller om det hadde vært deltagerens leseferdigheter som ble målt.

Ønsker også å belyse en svakhet ved analysen i studien. Når jeg har funnet gjennomsnittstallet for funnene i analysen, har jeg ikke tatt hensyn til spredningsmålene. Ser i etterkant at jeg burde sett mer på variasjonsbredden i datamaterialet, da for eksempel den målte tiden deltagerne brukte på første valgte strategi varierte fra 2,17 sekunder som Minsten løste oppgave 1 på, til Sinnataggen som brukte 63,79 sekunder på oppgave 10. Begge disse deltagerne løste oppgavene med direkte subtraksjon, men dataene her varierer over et relativt stort område og kanskje hadde det vært bedre å bruke et annet sentralmål som enten median eller typetall for å få en mer presis og kanskje også mer riktig framstilling av funnene.

I tillegg ligger det en feilkilde i fordelingen mellom bruken av direkte subtraksjon og indirekte addisjon som strategi, ettersom jeg valgte å inkludere oppstilt subtraksjon som en strategi innenfor direkte subtraksjon de gangene elevene nevnte den som en mulig strategi. Elevene var informert om at det kun var mentale strategier som skulle brukes, men at det var lov å notere mellomregninger underveis. Jeg hadde tenkt å ikke bruke noe tid og oppmerksomhet mot dette dersom noen likevel foreslo oppstilt som en mulig strategi, og heller bare se bort fra den under analysen. Problemet var bare at en av deltagerne brukte den som en delvis mental strategi, fordi han tenkte oppstilt og dette var også eneste løsningsstrategi på deler av hans oppgaver. Derfor har oppstilt blitt medregnet som en direkte subtraksjons strategi de gangene den har blitt nevnt, og det er derfor viktig å være oppmerksom på dette. Dersom jeg fjerner alle gangene oppstilt ble nevnt, uten tanke på hvordan deltagerne har forklart tanken bak, vil strategifordelingen mellom direkte subtraksjon og indirekte addisjon i stedet for 79,2% bruk av direkte subtraksjon og 20,8% bruk av indirekte addisjon, være 72,4% direkte subtraksjon og 27,6% indirekte addisjon. Det gir noe endring mellom dem, men likevel en tydelig hovedvekt på bruken av direkte subtraksjon. Når det gjelder strategi nøyaktigheten endrer den seg opp fra 80,9% for direkte subtraksjon til 82,5% og nøyaktigheten for indirekte addisjon vil naturlig nok ikke endre seg.

Under har jeg kopiert tabellen med oversikten over hastigheten elevene løste oppgavene med på sin første løsningsstrategi, og fjernet de gangene det ble brukt oppstilt, for å se endringene. Det er kun Sinnataggen som bruke oppstilt og fikk riktig svar som vil føre til endringer, og det gjorde han på oppgave 6, 8, 9, 10 og 11.

	Brille		Sinnataggen		Blygen		Lystig		Minsten		Søvnig				
Oppg.	Strategi	Tid	Strategi	Tid	Strategi	Tid	Strategi	Tid	Strategi	Tid	Strategi	Tid	Gj. tid oppg.	Gj. tid DS	Gj. tid IA
1	DS	4,57	IA	3,13	IA	3,53	DS	4,84	DS	2,17	DS	3,42	3,61	3,75	3,33
2	IA	9,53	IA	7,18	IA	9,08	DS	5,39	IA	5,18	DS	13,73	8,35	9,56	7,74
3	DS	20,00	DS	14,18	DS	26,45	DS	5,18	DS	5,61	DS	4,75	12,70	12,70	-
4	DS	13,30	DS	6,55	IA	4,85	DS	9,38	DS	3,38	DS	4,45	6,99	7,41	4,85
5	DS	6,40	DS	Feil	IA	Feil	DS	3,80	DS	5,32	DS	6,36	5,47	5,47	-
6	DS	47,80	DS		IA	5,34	DS	6,52	DS	3,42	DS	11,25	16,25	17,25	5,34
7	DS	18,00	DS		DS	16,50	DS	11,00	DS	Feil	DS	Feil	15,17	15,17	-
8	IA	19,17	DS		DS	18,60	DS	Feil	DS		DS	10,84	16,20	14,72	19,17
9	DS	9,82	DS		IA	21,00	DS	4,84	DS	Feil	DS	10,23	13,82	8,30	21,00
10	IA	23,09	DS		IA	Feil	DS	5,30	DS	4,25	DS	11,36	11,00	6,97	23,09
11	DS	10,81	DS		DS	18,49	DS	4,80	DS	Feil	DS	Feil	34,10	34,10	-
Gj. tid elev:		16,59		7,76		13,76		6,11		4,19		8,49	13,06	12,31	12,07

Tabell 13: Hurtighet uten oppstilt

Å fjerne oppstilt strategi, fører til en endring av gjennomsnittshastigheten for bruken av direkte subtraksjon som første strategi fra 12,55 sekunder til 12,31 sekunder. Jeg konkluderte i drøftingen med at det var liten forskjell i hastigheten mellom de to strategiene, og ved å fjerne oppstilt som en del av datamaterialet, er differansen enda mindre. Den totale endringen på strategieffektiviteten er derfor minimal, og vil ikke påvirke konklusjonen i denne studien. Det vil heller ikke endringen i strategifordelingen, fordi det fortsatt er en så stor hovedvekt på bruken av direkte subtraksjon. I etterpåklokskapens ånd, burde jeg vært mere tydelig på at oppstilt ikke var et alternativ ettersom jeg kun var ute etter de mentale strategiene. Det er det enkelt å være, men ikke like enkelt å være bevisst på i forkant når det er noe man gjør for aller første gang.

Under drøftingen merket jeg at jeg kunne tenkt meg mer bakgrunnsinformasjon om deltagerne, det ene var som nevnt tidligere dette med deres matematiske ferdigheter som jeg ikke visste noe om, men også at jeg ikke visste hvilke strategier de hadde blitt presentert for i undervisningen. Det hadde vært kjekt å vite om klassen hadde jobbet med ulike strategier for å løse subtraksjonsproblemer på noe tidspunkt i utdanningsløpet, så langt. Ettersom flere studier avdekker liten bruk av indirekte addisjon blant skoleelever, kan man undre seg over om det er fordi det er den strategien som er mest kjent for elevene, og derfor er den som blir mest foretrukket.

Dette betyr at jeg ser flere både begrensninger, svakheter, feilkilder og forbedringspotensialer ved min egen studie. I tillegg gjør dette at jeg blir nysgjerrig på ulike områder det hadde vært interessant med mer forskning på innenfor samme tema. Det vil jeg si mere om i neste delkapittel, Veien videre.

6.2 Veien videre

Gjennom denne masteroppgaven har det kommet fram flere funn og spørsmål underveis i prosessen, som det hadde vært interessant å forske videre på. Det som har skapt aller mest nysgjerrighet hos meg, er årsaken til at det er så lav forekomst i bruken av indirekte addisjon blant elevene. Er det undervisningen? Lærebøkene? Elevenes minimale møte med oppgaver som ville vært mest effektivt løst med indirekte addisjonsstrategi? Er det en oppfattelse av minustegnet, som et symbol for direkte subtraksjon eller helt andre årsaker? Som De Smedt et al. påpeker, kan det for små barn være vanskelig å ikke tenkte direkte subtraksjon når de står ovenfor problemer som inneholder minustegnet, fordi det er så sterkt assosiert med direkte subtraksjon (Verschaffel et al, 2007, sitert i De Smedt et al., 2010, s. 216). Videre påpeker Valenta (2015) at det å utvikle «varierte strategier handler om å kunne utvikle strategier i arbeid med regneoperasjoner» (s.6), og at elevene trenger erfaring med en bred variasjon av problemstillinger og øve på å se relasjoner, tallfakta og mønster i oppgaver for å kunne utvikle disse strategiene (Valenta, 2015). Så hvorfor har ikke elevene utviklet en mer allsidig fordeling av strategibruken sin? Det hadde vært veldig interessant og funnet ut mer om noe av dette er årsaken bak den ensidige bruken, slik at man kan prøve å endre på det.

Denne studien viste at de mest brukte mentale strategiene ut fra et tallperspektiv på oppgaven som skal løses, var nærmeste «vennlige» tall, splitting og telling. I følge Fosnot (2007b) ser matematikere på tallene først før de bestemmer seg for strategi, og at det er det som er det langsiktige målet å få elevene til å gjøre også. Videre sier Fosnot (2007b) at det derfor er viktig å følge med og se etter når elever begynner å variere strategiene sine og ønsker å være mer effektive. Så hvorfor er ikke elevenes strategirepertoar bredere? Registrerer lærere når elevene deres begynner å variere strategiene sine og hva gjør de så for å videreutvikle strategirepertoaret og strategifordelingen deres? Her tror jeg det hadde vært mye interessant informasjon å hente ut, som videre kan være med å forme hvordan vi underviser i matematikk.

Referanser

Brinkmann, S., & Tanggaard, L. (2019). *Kvalitative metoder; Empiri og teoriutvikling*. Gyldendal Akademiske.

Bryman, A., Clark, T., Foster, L., & Sloan, L. (2021). *Bryman's social research methods* (6. utg.). Oxford University Press.

De Smedt, B., Torbeyns, J., Stassens, N., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2010). *Frequency, efficiency and flexibility of indirect addition in two learning environments*. *Learning and Instruction*, *20*(3), 205–215. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2009.02.020

Dolk, M., Liu, N., & Fosnot, C. T. (2007). *The Double-Decker Bus. Early addition and subtraction*. Heinemann.

Fosnot, C. T. (2007a). *Ages and Timelines. Subtaction on the Number Line*. Heinemann.

Fosnot, C. T. (2007b). *The T-Shirt Factory. Place Value, Addition, and Subtraction*. Heinemann.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathetaticians at work: Construction number sense, adittion and substraction*. Heinemann.

Goldin, G. (2000). *A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*, 517–545. Routledge.

Heinze, A., Star, J. R., & Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM*, *41*(5), 535–540. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0214-4

Kvarv, S. (2014). *Vitenskapsteori—Tradisjoner, posisjoner og diskusjoner*. Novus.

Lemaire, P., & Siegler, R. S. (1995). *Four Aspects of Strategic Change: Contributions to Children's Learning of Multiplication.* Journal of Experimental Psychology. *General*, *124*(1), 83–97. https://doi.org/10.1037/0096-3445.124.1.83

Kunnskapsdepartementet (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

Maher, C. A., & Sigley, R. (2020). *Task-Based Interviews in Mathematics Education*. I S. Lerman (Red.), Encyclopedia of Mathematics Education (s. 821–824). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_147

NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Forskningsetikk. https://www.forskningsetikk.no/om-oss/komiteer-og-utvalg/nesh/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/

Peters, G., De Smedt, B., Torbeyns, J., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2013). *Children's use of addition to solve two-digit subtraction problems*. The British Journal of Psychology, *104*(4), 495–511. https://doi.org/10.1111/bjop.12003

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademiske.

Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: The process of change in children's thinking*. Oxford University Press.

Star, J. R. (ELOC). (2020, desember 16). *New directions in the study of (and assessment of) procedural flexibility*. https://www.youtube.com/watch?v=nHCr4lE0l1E&ab_channel=ELOC

Star, J. R., & Rittle-Johnson, B. (2008). *Flexibility in problem solving: The case of equation solving.* Learning and Instruction, 18(6), 565–579. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.09.018

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitative metoder* (5. utgave). Fagbokforlaget.

Threlfall, J. (2009). *Strategies and flexibility in mental calculation*. *ZDM*, *41*(5), 541–555. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0195-3

Tjora, A. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (4. utgave). Gyldendal Norske Forlag AS.

Torbeyns, J., De Smedt, B., Stassens, N., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2009). *Solving Subtraction Problems by Means of Indirect Addition.* Mathematical Thinking and Learning, 11(1–2), 79–91. https://doi.org/10.1080/10986060802583998

Torbeyns, J., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2009). *Efficiency and flexibility of indirect addition in the domain of multi-digit subtraction.* Learning and Instruction, 19(1), 1–12. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.12.002

Torbeyns, J., Peters, G., De Smedt, B., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2018). *Subtraction by addition strategy use in children of varying mathematical achievement level: A choice/no-choice study.* Journal of Numerical Cognition, 4(1), 215–234. https://doi.org/10.5964/jnc.v4i1.77

Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2013). *Efficient and flexible strategy use on multi-digit sums: A choice/no-choice study*. Research in Mathematics Education, 15(2), 129–140. https://doi.org/10.1080/14794802.2013.797745

Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2016). *Mental computation or standard algorithm? Children's strategy choices on multi-digit subtractions.* European Journal of Psychology of Education, 31(2), 99–116. https://doi.org/10.1007/s10212-015-0255-8

Valenta, A. (2015). *Aspekter ved tallforståelse*. Matematikksenteret.

Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J., & Van Dooren, W. (2009). *Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education*. European Journal of Psychology of Education, *24*(3), 335–359. https://doi.org/10.1007/BF03174765

Vedlegg

Vedlegg 1: Samtykkeskjema

Vedlegg 2: Godkjenning fra NSD

Vedlegg 3: Oppgaveheftet

Vedlegg 1: Samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet *Matematisk fleksibilitet*?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å samle informasjon om elevers matematiske fleksibilitet. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
Formålet med dette prosjektet, er å finne ut hvilke subtraksjonsstrategier elever bruker og hvor fleksibel bruken er. Elevene vil få flere subtraksjonsoppgaver som de skal løse og forklare strategiene sin. Dette vil bli gjort via et strukturert intervju en til en. Intervjuene vil så bli analysert, og bli brukt i mitt masterprosjekt i matematikkdidaktikk ved NTNU.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Norges teknisk- naturvitenskaplige universitet (NTNU) er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Du får spørsmål om å delta fordi du er i den aldersgruppen som jeg ønsker å innhente data fra i mitt masterprosjekt.

Hva innebærer det for deg å delta?
Å delta i prosjektet innebærer at du skal løse noen subtraksjonsoppgaver, for så å forklare meg hvordan du gjorde det. Jeg tar lydopptak og kommer også til å ta vare på løsningene dine. Ved ønske om å se intervjuguiden på forhånd er det bare å ta kontakt.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke påvirke ditt forhold til skolen eller ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Jeg vil bare bruke opplysningene om deg til formålene jeg har fortalt om i dette skrivet. Jeg behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.
De som vil ha tilgang til datamaterialet, er kun meg og min veileder. Veilederen vil ikke få oppgitt navn på deltakere. Lydopptakene vil bli transkribert og brukt i masteroppgaven, men alt vil bli anonymisert slik at verken elever eller skole kan gjenkjennes. Alt datamateriale vil bli slettet når masteroppgaven er ferdigstilt.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Prosjektet vil etter planen avsluttes når masteroppgaven er godkjent, som vil være i løpet av 2023. Etter prosjektslutt vil datamaterialet med dine personopplysninger anonymiseres. I det transkriberte materialet vil det ikke forekomme noen navn, kun Elev 1, Elev 2 osv. Lydopptak blir slettet og samtykkeskjemaene makulert.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene.
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende.
- å få slettet personopplysninger om deg.
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med meg eller min veileder ved NTNU, Torkel Haugan Hansen: torkel.hansen@ntnu.no

Spørsmål om behandling av dataene kan også rettes til personvernombudet ved NTNU, Thomas Helgesen: thomas.helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost personverntjenester@sikt.no eller på telefon: 53211500.

Med vennlig hilsen
Lena Nystrøm

Epost: lenanys@stud.ntnu.no
Tlf: 40 16 44 70

Samtykkeerklæring

Vi, både elev og foresatte, har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Matematisk fleksibilitet,* og har fått anledning til å stille spørsmål. Vi samtykker til at:

____ kan:
navn på elev

- å delta i intervju

(Signatur elev, dato)

(Signatur foresatte, dato)

Vedlegg 2: Godkjenning fra NSD

Sikt

Meldeskjema / Masteroppgave i matematikkdidaktikk / Vurdering

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer	Vurderingstype	Dato
858787	Standard	23.01.2023

Tittel
Masteroppgave i matematikkdidaktikk

Behandlingsansvarlig institusjon
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) / Institutt for lærerutdanning

Prosjektansvarlig
Torkel Haugan Hansen

Student
Lena Nystrøm

Prosjektperiode
01.12.2022 - 20.12.2023

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 20.12.2023.

Meldeskjema

Kommentar
OM VURDERINGEN
Sikt har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

FORELDRE SAMTYKKER FOR BARN
Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Vi har vurdert at du har lovlig grunnlag til å behandle personopplysningene, men husk at det er institusjonen du er ansatt/student ved som avgjør hvilke databehandlere du kan bruke og hvordan du må lagre og sikre data i ditt prosjekt. Husk å bruke leverandører som din institusjon har avtale med (f.eks. ved skylagring, nettspørreskjema, videosamtale el.)

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Se våre nettsider om hvilke endringer du må melde: https://sikt.no/melde-endringar-i-meldeskjema

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Vi vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 3: Oppgaveheftet

Deltaker

Eksempeloppgave 1

31 – 3 = ________

Eksempeloppgave 2

64 – 59 = ________

På neste side kommer en ny eksempeloppgave.

Her skal du svaret på oppgaven så for du vet det – det skal du også gjøre på resten av oppgavene i heftet.

31 – 28 = ______

Oppgave 1

83 – 79 = __________

83 – 79 = ___________

Oppgave 2

42 – 37 = __________

42 – 37 = ___________

Oppgave 3

93 – 5 = __________

$$93 - 5 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Oppgave 4

51 – 25 = __________

51 – 25 = ___________

Oppgave 5

72 – 6 = ___________

72 – 6 = __________

Oppgave 6

32 – 17 = __________

32 – 17 = __________

Oppgave 7

97 – 19 = __________

97 – 19 = __________

Oppgave 8

64 – 47 = ________

64 – 47 = __________

Oppgave 9

86 – 32 = ___________

$$86 - 32 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Oppgave 10

93 – 75 = __________

93 – 75 = __________

Oppgave 11

73 – 29 = __________

73 – 29 = __________

NTNU

Kunnskap for en bedre verden