

Linda Brandsås Berg

Matematisk modellering og bruk av ressurser

En kasusstudie av en matematikklærers bruk av ressurser i arbeidet med matematisk modellering

Masteroppgave i lærerspesialist - matematikdidaktikk 8.-10.trinn
Veileder: Øistein Gjøvik

September 2023

Linda Brandsås Berg

Matematisk modellering og bruk av ressurser

En kasusstudie av en matematikklærers bruk av ressurser i arbeidet med matematisk modellering

Masteroppgave i lærerspesialist - matematikdidaktikk 8.-10.trinn
Veileder: Øistein Gjøvik
September 2023

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning



Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Modellering handler om å knytte matematikken til den virkelige verden, og matematisk modellering har fått en sentral plass i den nye læreplanen LK20. Modellering og anvendelser er et av kjerneelementene i matematikk, og kjerneelementene er det viktigste faglige innholdet elevene skal arbeide med i opplæringen. Flere forskere mener at læreren er den viktigste faktoren når elever skal utvikle sin modelleringskompetanse, men samtidig viser forskning at det er mindre modellering i klasserommene enn ønskelig.

I arbeidet med modelleringsaktiviteter spiller modelleringsoppgaven en viktig rolle. Det er læreren som velger ut hvilke oppgaver elevene skal arbeide med, og kvaliteten på oppgavene er viktig for elevenes læringsutbytte. Tidligere har læreboka vært matematikklærers viktigste ressurs for å finne oppgaver til elevene, men endringer iblant annet faglige emner og digitale hjelpemidler har skapt behov for andre ressurser å støtte seg på. I en mengde med ulike tilgjengelige ressurser, kan lærerne oppleve usikkerhet rundt utvelgelsen av de mest passende ressursene for undervisningen, både didaktisk og kvalitetsmessig.

I denne masteroppgaven undersøker jeg lærerens samhandling med ulike ressurser for å lage modelleringsoppgaver som aktiverer elevene både kognitivt og metakognitivt og som utvikler elevenes modelleringskompetanse. For å besvare forskningsspørsmålet «*Hvordan bruker læreren ressurser for å lage modelleringsoppgaver som fører til undervisning av høy kvalitet?*» har jeg gjennomført en kasusstudie med en lærer på 10.trinn. Formålet med denne oppgaven er å få innsikt i hvilke ressurser en praktiserende lærer bruker i planlegging og gjennomføring av undervisning i modellering, og hvordan disse ressursene brukes for å skape undervisning av høy kvalitet.

Datamaterialet ble innhentet gjennom to semi-strukturerte intervju og en observasjon og ble deretter analysert etter metoden tematisk analyse av Braun og Clarke (2012). Rammeverkene for analysen var modelleringssyklusen til Blum og Ferri (2009), Ferri (2013) sitt rammeverk for undervisningskompetanse i matematisk modellering og Dokumenteringstilnærmingen til didaktikk (Trouche et al., 2020). Analysen og tolkningen av datamaterialet ga meg tre hovedfunn.

Resultatene viser at (1) læreren støtter seg til ressurser som er kjente for henne i sin planlegging av undervisning i modellering, og hun velger oppgaver som hun selv har erfaring med, (2) læreren gjør flere tilpasninger i oppgaven slik at den skal passe læringsmålet og elevgruppen, og (3) læreren kjenner et behov for mer teoretisk kunnskap om modellering. I oppgaven diskuterer jeg at lærere trenger egen erfaring med å løse modelleringsoppgaver, og det er behov for kompetanseheving hos lærerne for å kunne nå intensjonene rundt kjerneelementet modellering i LK20. Avslutningsvis kommer jeg med noen betraktninger rundt studiens plass i forskningsfeltet og veien videre.

Abstract

Modeling is about linking mathematics to the real world, and mathematical modeling has been given a major place in the new curriculum of LK20. Modeling and application are one of the main elements in mathematics, and the main elements are the most important subject the students shall work with in their education. Several scientists claim that the teacher is the most important factor when it comes to the student's ability to develop his competence in modeling, but at the same time research shows that it is less modeling in the classroom than desirable.

In working with modeling activities, the modeling task plays an important role. It is the teacher who picks out which tasks the students should work with, and the quality of the tasks are important for the student's ability to learn. Earlier the textbook has been the math teacher's most important resource for choosing topics to work with, but changes among professional subjects and digital aids have created a need to rely on other resources. In a multitude of different resources available, the teacher can experience uncertainty about the selection of the most suitable resources for the teaching, both didactic and quality-wise.

In this master's thesis examines the teacher's interaction with various resources to make modeling tasks that activates the students both cognitive and metacognitive and that develops students' modelling competencies. To be able to answer the question of science "How does a teacher use resources to make tasks that lead to teaching of high quality?", I have carried out a case study with a teacher from the 10th grade. The purpose of this task is to get an insight into which resources in service teachers use in planning and accomplishment of teaching modeling, and how these resources are being used to create teaching of high quality.

The data was collected through semi-structured interviews and an observation and were then analyzed after Braun and Clarke's (2012) thematic analysis. The frameworks for the analysis were the modeling cycle of Blum and Ferri, (2009), Ferri's (2013) framework for teaching competence in mathematic modeling and The Documentation approach to didactics (Trousche et al., 2020). The analysis and the interpretation of the data material resulted in three main findings.

The results show that (1) the teacher rely on resources which is familiar to her in her way of planning teaching modeling, and she chooses tasks from her is familiar with, (2) the teacher makes several adjustments in the task for it to fit the goal for the teaching and the group of students, and (3) the teacher feels the need for more theoretical knowledge about modeling. The task argues for the teachers need for their own experiences working with modeling tasks, and the need for education for the teachers to be able to reach the intention around the basic element modeling in LK20.

In my conclusion I will come up with some views around the study's place in the field of science, and the way forward.

Forord

Denne masteroppgaven avslutter tre års lærerspesialistutdanning i matematikdidaktikk. Det har vært tre lærerike år som har gitt meg stort faglig påfyll og en større trygghet i min rolle som matematikklærer. Gjennom disse tre årene har jeg blant annet fått en dypere forståelse for kjerneelementene og hvilken plass disse har i matematikkundervisningen. Jeg har særlig interessert meg for modellering, noe som også er et sentralt tema i denne masteroppgaven.

Jeg har kost meg som student, men det har likevel vært krevende å kombinere jobb, familie og studier, og jeg vil derfor rette en takk til mine nærmeste støttespillere.

Takk til læreren som stilte opp som forskningsobjekt. Hun åpnet klasserommet og ga meg et innblikk i hennes undervisning som gjorde denne oppgaven mulig.

Takk til veileder Øistein Gjøvik for gode råd og raske og konkrete tilbakemeldinger.

Takk til Kristin for korrekturlesing og verdifull støtte gjennom flere år.

Takk til Yngvil som hjalp meg med det engelske sammendraget.

Til slutt vil jeg takke familien, og spesielt mannen min, som tålmodig har latt meg få bruke mye av fritiden på studier. Med denne masteroppgaven tror jeg at jeg setter punktum for min studenttilværelse.

Sparbu, september 2023

Linda Brandsås Berg

Innhold

Figurer	x
Tabeller	x
Forkortelser/symboler	x
1 Innledning	11
1.1 Bakgrunn	11
1.2 Modellering og lærerens bruk av ressurser	11
1.3 Utfordringer med modellering og lærerens bruk av ressurser	12
1.4 Forskningsspørsmål	13
1.5 Oppgavestruktur	14
2 Teori	15
2.1 Matematisk modellering	15
2.1.1 Modelleringskompetanse	16
2.1.2 To ulike didaktiske retninger i skolesammenheng	17
2.2 Undervisningskompetanse i matematikk.....	18
2.2.1 Modell for undervisningskunnskap i matematikk.....	18
2.2.2 Undervisningskompetanse i modellering	20
2.2.3 Kunnskap om modelleringsoppgaver	22
2.3 Dokumenteringstilnærmingen til didaktikk.....	24
2.3.1 Bakgrunn	24
2.3.2 Dokumentell skapelse	25
2.3.3 Skjematisk representasjon av lærernes ressurssystem (SRRS)	26
3 Metode	28
3.1 Forskningsdesign	28
3.1.1 Kvalitativ forskning.....	28
3.1.2 Kasusstudie.....	28
3.2 Empiri.....	29
3.2.1 Utvalg.....	29
3.2.2 Intervju	29
3.2.3 Observasjon	31
3.2.4 Modelleringsoppgaven	31
3.3 Analysemetode	32
3.3.1 Tematisk analyse	32
3.3.2 Koder og tema	33
3.4 Validitet, reliabilitet, mulighet for generalisering og etiske hensyn	33
3.4.1 Validitet og reliabilitet	33

3.4.2	Mulighet for generalisering	34
3.4.3	Etiske hensyn	35
3.5	Metodekritikk.....	35
4	Analyse og resultat	36
4.1	Tema knyttet til ressurser	36
4.2	Tema knyttet til undervisningskompetanse for modellering.....	39
4.2.1	Teoridimensjon	39
4.2.2	Oppgavedimensjon.....	41
4.2.3	Instruksdimensjon.....	44
4.3	Oppsummering av resultatene	46
5	Diskusjon	47
5.1	Funn 1: Knyttet til ressurser og instruksdimensjonen.....	47
5.2	Funn 2: Knyttet til oppgavedimensjonen	48
5.3	Funn 3: Knyttet til teoridimensjonen.....	50
5.4	Oppsummering av diskusjonen	51
6	Avslutning	52
6.1	Svar på forskningsspørsmålet	52
6.2	Studiens plass i forskningsfeltet og veien videre.....	52
	Referanser.....	54
	Vedlegg	58

Figurer

Figur 2.1: Modelleringscyklusen	17
Figur 2.2: Modell for undervisningskunnskap	19
Figur 2.3: Dokumentell skapelse	25
Figur 2.4: En lærers SRRS	27
Figur 4.1: Whiteboardtavler med ruteside.....	37
Figur 4.2: Sarahs A3-ark til elevene.....	38
Figur 4.3: Sarahs oversikt over ressurser ved undervisning i modellering	39
Figur 4.4: Kontekstoppgave «Klassetur»	42
Figur 4.5: Sarahs PowerPoint-presentasjon til elevene	43

Tabeller

Tabell 2.1: Fire undervisningskompetanser ved undervisning i modellering	20
Tabell 3.1: Temaer og koder til analyse av datamaterialet	33
Tabell 4.1: Oversikt over kodene i ressursdimensjonen	36
Tabell 4.2: Oversikt over kodene i teoridimensjonen	40
Tabell 4.3: Oversikt over kodene i oppgavedimensjonen	41
Tabell 4.4: Oversikt over kodene i instruksdimensjonen	44

Forkortelser/symboler

DTD	Dokumenteringstilnærmingen til didaktikk
FK	Fagkunnskap
FDK	Fagdidaktisk kunnskap
LK20	Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020
MEAs	Model-Eliciting Activities
NDS	Norsk senter for forskningsdata (Nå: Sikt)
NESH	Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora
NTNU	Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
RME	Realistic Mathematics Education
SRRS	Skjematisk representasjon av lærers ressurssystem
UMK	Undervisningskunnskap for matematikklærere

1 Innledning

I denne oppgaven skal jeg gjøre rede for forskningsprosjektet jeg har gjennomført for å undersøke hvordan læreren bruker ressurser til å lage gode undervisningsopplegg i matematisk modellering på ungdomstrinnet.

1.1 Bakgrunn

Temaet for denne masteroppgaven er matematisk modellering og læreres bruk av ressurser for å lage undervisningsopplegg i modellering. Matematisk modellering handler om prosessen med å oversette mellom den virkelige verden og matematikk, og modellering og anvendelse er to matematikdidaktiske felt som har blitt diskutert mye de siste årene. Kunnskap om modeller og modellering er viktig for at elevene blant annet skal kunne forstå verden og delta aktivt i samfunnet de lever i, og man ser tendenser til at flere land inkluderer mer modellering i læreplanene (Blum & Ferri, 2009). I Norge ble det innført ny læreplan i 2020, og modellering har nå fått en sentral plass i matematikkfaget.

Matematikk er et sentralt fag for å kunne forstå mønstre og sammenhenger i samfunnet og naturen gjennom modellering og anvendelser.(...) Matematikk skal forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi dem kompetanse i utforsking og problemløsning (Utdanningsdirektoratet, 2019)

Denne beskrivelsen av matematikkfagets relevans og sentrale verdier innleder den nye læreplanen i matematikk. Her kommer det frem at matematikkfaget ikke bare skal være noe elevene lærer på skolen, men skal være et nyttig redskap som skal brukes i kommende arbeids- og hverdagsliv.

Med innføring av LK20 ble det også introdusert kjerneelementer i matematikkfaget. I følge Utdanningsdirektoratet er kjerneelementene det viktigste faglige innholdet elevene skal arbeide med i opplæringen (Utdanningsdirektoratet, 2019) og modellering og anvendelser er ett av disse kjerneelementene. I beskrivelsen av kjerneelementet modellering står det blant annet: «En modell i matematikk er en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk. Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å lage slike modeller» (Utdanningsdirektoratet, 2019).

1.2 Modellering og lærerens bruk av ressurser

Matematisk modellering defineres som å knytte matematikk til virkelige situasjoner og problemer, og dette er i dag et anerkjent forskningsfelt innen matematikdidaktikk. Å trekke virkeligheten inn i matematikken er sentralt i modellering, og modellering blir sett på som en nødvendig praksis for å lære matematikk og det bidrar til å forberede elevene på deres daglige og profesjonelle liv (Ferri, 2021). Gravemeijer (1999, s. 155) mener at det tidligere har vært et gap mellom elevenes hverdagsliv og den formelle

matematikken, noe som har bidratt til vansker med å lære matematikk, og ifølge Blum & Ferri (2009, s. 47) vil matematikken føles mer meningsfull for eleven ved å modellere.

Mange nyere forskningsstudier om modellering i skolen fokuserer på elevenes arbeid med modelleringsoppgaver, mens det har vært mindre forskning på lærernes rolle for å fremme elevenes modelleringskompetanse (Greefrath & Vorhölter, 2016). Ball et al. (2008) beskriver hvilken kunnskap som trengs for å undervise i matematikk, og ifølge Ferri (2017) krever undervisning i modellering en helt spesiell kompetanse hos læreren. Læreren må ha teoretisk kunnskap om modelleringsprosessen, kunnskap om modelleringsoppgaver og læreren må kunne planlegge og gjennomføre undervisning med modelleringsoppgaver. Geiger et al. (2021) slår fast at lærerne trenger en grundig forståelse av både modelleringsprosessen elevene går gjennom i arbeidet med modelleringsoppgaver og selve modelleringsproblemene for at elevene skal lykkes i modelleringsarbeidet.

Modelleringsoppgaver er kognitivt krevende for elevene (Blum & Ferri, 2009). Torkildsen et al. (2022) mener derfor det er viktig at elevene får oppgaver som engasjerer og motiverer dem, og dersom en lærer ønsker å skape blest rundt modelleringsaktivitet, er det viktig at det som er gjenstand for modelleringsarbeidet, er noe elevene virkelig ønsker å finne ut av. Ferri (2017) mener at modelleringsoppgavene er selve kjernen i matematikktimene, og utvelgelsen og kvaliteten på oppgavene som brukes i timene er helt sentral for å fremme elevenes forståelse og kompetanse.

For å planlegge og gjennomføre modelleringsaktiviteter, jobber matematikklærerne med læreplanen og andre ressurser. Dokumenteringstilnærmingen til didaktikk er studiet av ressurser og matematikklæreres interaksjon og arbeid med disse ressursene, og dette er blitt et fremtredende forskningsfelt (Trouche et al., 2020). I matematikkundervisningen har læreboka historisk sett vært den naturlige ressursen for læreren i hans undervisning (J. Maaß et al., 2018), men nye læreplanreformer tvinger frem et behov for at læreren søker etter ressurser som fyller de nye fagkravene (Trouche et al., 2020). Digitaliseringen av informasjon og kommunikasjon har ført til enkel tilgang til ressurser og kommunikasjon med mennesker, og dette påvirker også skole og utdanning (Trouche et al., 2020).

1.3 utfordringer med modellering og lærerens bruk av ressurser

Selv om modellering har vært et sentralt fagfelt innenfor matematikdidaktikken over flere år, viser forskning at det fremdeles er lite modellering i undervisningen. Hovedårsaken til dette er at modellering er krevende, både for lærer og elever (Blum & Ferri, 2009). Læreren er svært viktig for at elevene skal utvikle sin modelleringskompetanse, og undervisning i modellering krever at læreren besitter andre kompetanser enn tidligere (Blum, 2015). Lærere bør ha teoretisk kunnskap om modellering og i tillegg kunne lage egne modelleringsproblemer (J. Maaß et al., 2018). Også Ferri (2021) støtter dette, og sier at lærerne trenger kompetanse om modelleringsoppgaver og planlegging og gjennomføring av modelleringsoppgaver.

I planleggingsfasen er det naturlig for lærere å støtte seg til ulike ressurser, og Trouche et al. (2020) har undersøkt hvilke ressurser lærere bruker i undervisningen sin. Det

finnes mange ulike ressurser, blant annet læreverker, lærerveiledning, digitale læreverker og samtaler med andre lærere. Ofte er lærere usikre på hvordan de skal velge de mest passende ressursene for undervisningen, både didaktisk og kvalitetsmessig, og å analysere lærernes dokumenteringsarbeid er en kompleks prosess (Trouche et al., 2020).

Når man undersøker suksess i matematikkundervisningen, bør det tas i betraktning at det er viktig å undersøke lærernes arbeid med ressursene sine (Şahin et al., 2021). Historisk sett har lærebøker i matematikk vært en nøkkelressurs for matematikklærere, men problemene som presenteres i bøkene møter ikke nødvendigvis kravene for modelleringsoppgaver. Imidlertid kan læreren gjøre tilpasninger på oppgavene slik at de går fra tradisjonelle problemer til modelleringsoppgaver, men dette kan være krevende for læreren (J. Maaß et al., 2018). Modelleringsaktiviteter i undervisningen kan også være krevende for lærere da slike oppgaver har endret seg de siste årene på grunn av tilgangen til digitale verktøy (Greefrath & Vorhölter, 2016, s. 2).

1.4 Forskningsspørsmål

Modellering er altså et kjerneelement og et sentralt emne i den nye læreplanen, og undervisning i dette emnet krever andre kompetanser dersom læreren skal kunne legge til rette for undervisning av høy kvalitet. Niss & Blum (2020) viser til fire aspekter som er viktige ved undervisning i modellering. Læreren må ha en tydelig og effektiv *klasseledelse* med en klar struktur og et tydelig mål for undervisningsøkta. Det er hensiktsmessig å la elevene arbeide med modelleringsaktiviteter i samarbeidsgrupper og problemet må kunne løses på flere måter. Læreren må også bruke elevenes forkunnskaper og gi tilbakemeldinger og støtte til elevene underveis i deres arbeid. Elevene må *aktiveres kognitivt*. For å lære modellering må elevene engasjere seg aktivt i modelleringsaktiviteter og veksle mellom selvstendig arbeid og støtte av lærer. Elevene må også *aktiveres metakognitivt* ved å reflektere over eget arbeid for å utvikle problemløsningsstrategier. Til slutt må elevene få *varierte modelleringsaktiviteter*, både når det gjelder ekstra-matematisk (emner som ligger utenfor matematikken) og matematisk innhold i aktivitetene.

Selve modelleringsaktivitetene elevene jobber med er sentrale for å utvikle modelleringskompetanse, men det er gjort lite forskning på lærere som designer modelleringsoppgaver (Turner et al., 2022). I denne masteroppgaven ønsker jeg derfor å undersøke en lærers bruk av ressurser i arbeidet med å lage undervisningsaktivitet i matematisk modellering av høy kvalitet på ungdomstrinnet, og mitt forskningsspørsmål er som følger:

Hvordan bruker læreren ressurser for å lage modelleringsoppgaver som fører til undervisning av høy kvalitet?

Jeg ønsker å undersøke hvilke ressurser læreren samhandler med i planlegging og gjennomføring av modelleringsaktiviteten, og jeg ønsker også å finne ut av hvilke tilpasninger læreren gjør for at modelleringsoppgaven skal passe til elevgruppen og føre til undervisning av høy kvalitet.

1.5 Oppgavestruktur

Jeg har i innledningen presentert bakgrunnen for mitt valg av tema som skal undersøkes. For å undersøke undervisning i modellering og læreres bruk av ressurser, må vi først forstå hva dette er, og det vil jeg presentere i teorikapitlet. I metodekapitlet vil jeg presentere og argumentere for metodene intervju og observasjon som var metodene jeg valgte for innsamling og analyse av data. Videre vil jeg i analyse- og resultatkapitlet presentere tre interessante hovedfunn, og disse vil bli drøftet i lys av de teoretiske rammeverkene i drøftingskapitlet. Til slutt vil jeg oppsummere oppgaven min og svare på forskningsspørsmålet mitt og avslutte med å antyde mulige forskningsområder i fremtiden.

2 Teori

I dette kapitlet vil jeg presentere forskningslitteratur som er relevant for min studie. Jeg skal undersøke en matematikklærers bruk av ressurser for å lage modelleringsoppgaver som fører til undervisning av høy kvalitet. For å finne svar på forskningsspørsmålet mitt, vil jeg bruke rammeverk som jeg skal tolke innsamlede data gjennom. Rammeverkene jeg har valgt er den matematiske modelleringszyklusen fra Blum og Ferri (2009), undervisningskompetanse i matematisk modellering (Ferri, 2013) og dokumenteringstilnærmingen til didaktikk (Trouche et al., 2020). Først presenterer jeg matematisk modellering og modelleringskompetanse, med spesielt fokus på modelleringszyklusen. Jeg vil også presentere to didaktiske retninger for modellering i skolesammenheng. Deretter ser jeg på hvilken undervisningskompetanse matematikklærere trenger. Her vil jeg spesielt fokusere på hvilken undervisningskompetanse som trengs i arbeidet med matematisk modellering og hvilken kunnskap læreren trenger om modelleringsoppgaver. Til slutt presenterer jeg dokumenteringstilnærmingen til didaktikk, som er en teori for å forstå læreres profesjonsfaglige utvikling ved å studere interaksjonen med ressursene de bruker og utformer for og i sin undervisning.

2.1 Matematisk modellering

Matematisk modellering innebærer at elevene skal undersøke og utforske et virkelighetsproblem, og dette skaper et behov for å kunne ta i bruk ressurser (Mendonça & Borges Neto, 2020). En modell er en forenklet fremstilling av «virkeligheten», og modellering betyr å forstå et realistisk problem, sette opp en modell av problemet og finne en løsning ved å arbeide matematisk med modellen (K. Maaß, 2010). Med innføringen av LK20 har modellering fått en mer sentral plass i matematikkfaget enn tidligere, og dette kommer som en følge av resultater fra internasjonal forskning gjennom flere år.

Argumentene for å implementere modellering i matematikkundervisningen er mange og tungtveiende. Blum (2015) kommer med fire begrunnelser for å inkludere modellering i læreplaner og i den daglige undervisningen. Elevene skal, gjennom konkrete og autentiske oppgaver, forstå og mestre situasjoner i den virkelige verden. Å delta i modelleringsaktiviteter vil fremme elevenes modelleringskompetanse, og oppgaver som viser hvordan matematikken former verden kaster lys over matematikken som en vitenskap. I tillegg kan eksempler fra den virkelige verden bidra til å øke elevenes interesse for matematikk, og dette kan hjelpe elevene med å forstå matematikken bedre og få varig kunnskap. I følge Maaß (2010) er målet med å arbeide med modellering i matematikken at elevene skal utvikle problemløsningskompetanse, og at de skal kunne anvende matematikk i sin hverdag og i sitt profesjonelle liv. Matematikken skal hjelpe elevene til å forstå verden og kritisk vurdere informasjon, og modelleringsoppgaver er ment å gi elevene en mer positiv holdning til matematikk. De skal se nytten av

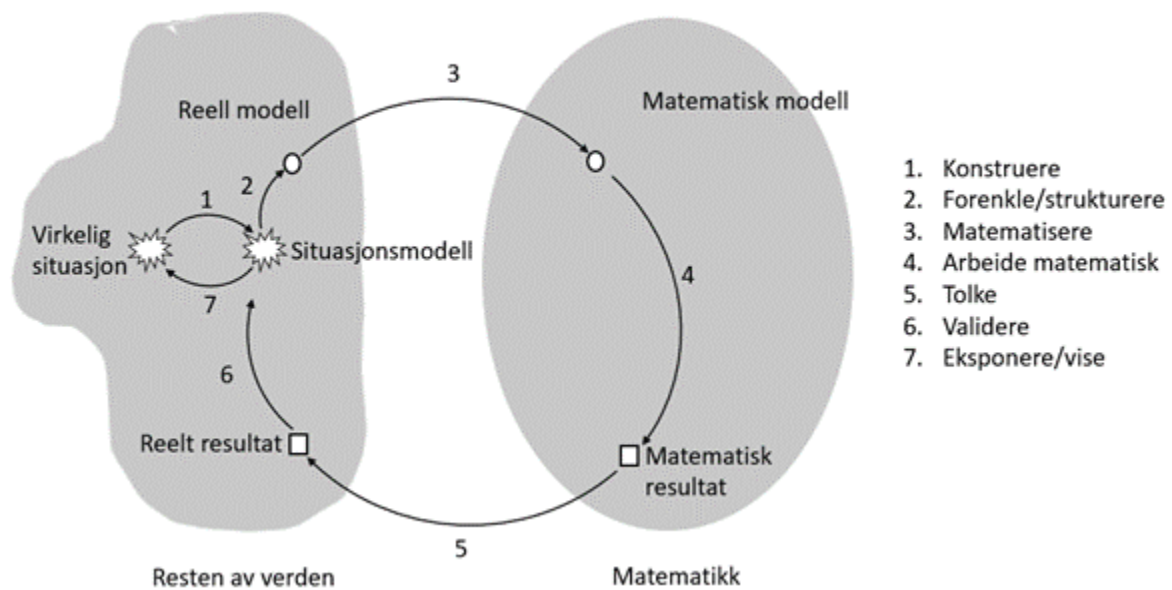
matematikk, og modellering kan hjelpe elevene til å forstå og huske matematisk innhold lettere (K. Maaß, 2010, s. 289).

Blomhøj (2006) lister opp tre argumenter for innføring av matematisk modellering i skolen, og det første argumentet har et samfunnsmessig perspektiv. Blomhøj (2006) mener at matematiske modeller har en sentral rolle i samfunnet vårt og det er derfor viktig å ha kompetanse om matematiske modeller. Det andre argumentet har et undervisningsmessig perspektiv, og det handler om at elevene knytter sammenhenger mellom den virkelige verden og matematikkfaget gjennom arbeid med matematisk modellering. For å utvikle elevenes modelleringskompetanse må man arbeide med hele modelleringsprosessen, og problemstillingene skal velges slik at elevene kan bruke erfaringer og kunnskaper fra hverdagen eller andre fag i modelleringsarbeidet. Det siste argumentet har et læringsmessig perspektiv, og det handler om å analysere hvilke muligheter og vanskeligheter som er forbundet med å utvikle elevenes modelleringskompetanse. Ettersom modelleringskompetanse er sentralt i matematisk modellering, er det nødvendig å se nærmere på hva det innebærer.

2.1.1 Modelleringskompetanse

I følge Ferri (2017) handler modelleringskompetanse om de ferdigheter og evner som trengs for å utføre modelleringsprosesser på en hensiktsmessig og målorientert måte og i tillegg ha vilje til å sette disse prosessene ut i livet. Blum (2015) definerer modelleringskompetanse som evnen til å konstruere og anvende matematiske modeller ved å utføre trinnene i modelleringsprosessen, og i tillegg ha evnen til å analysere modellene. Blum (2015) henviser til trinn i modelleringsprosessen, og Blum og Ferri (2009) presenterer en modell av en modelleringsssyklus bestående av syv trinn. Disse trinnene beskriver prosessen som man går igjennom for å løse problemoppgaver hentet fra virkeligheten. Det er laget mange ulike modeller som viser modelleringsprosessene elevene går gjennom i arbeidet med modelleringsaktiviteter, men jeg har valgt å bruke syvtrinnsmodellen til Blum og Ferri (2009) i denne oppgaven.

Det første trinnet i modelleringsssyklusen til Blum og Ferri (2009) er konstruksjon. Eleven må forstå problemet og konstruere en mental modell av det gitte problemet. Deretter forenkles den virkelige situasjonen i trinn to. Her gjør eleven antakelser og skaper en virkelig modell av problemet. I trinn tre foregår en matematisering, og det vil si at eleven går fra den virkelige modellen til en matematisk modell ved å bruke matematiske begreper og gjøre utregninger. Deretter går eleven videre med å jobbe matematisk, noe som fører til et matematisk resultat i trinn fire. I trinn fem tolkes de matematiske resultatene for å undersøke om de kan sees på som en modell for det virkelige problemet, og i trinn seks blir resultatene validert, noe som kan føre til at man må gå tilbake og gjøre endringer i noen av trinnene som er gått gjennom. Det syvende og siste trinnet i modelleringsssyklusen er å vise løsningen man har kommet frem til (Blum & Ferri, 2009).



Figur 2.1: Blum og Ferri (2009) sin modelleringssyklus

Ifølge Blum (2015) viser flere studier at hvert av disse trinnene i modelleringssyklusen er en potensiell kognitiv barriere for elevene, og modelleringssoppgaver kan derfor være krevende for elevene. De har ikke nødvendigvis strategier tilgjengelige for å løse problemer fra den virkelige verden og de har vanskelig for å overføre skolekunnskapen sin til virkelige problemsituasjoner. Niss & Blum (2020) sier at det er vanskelig for elevene når de må kombinere matematisk kunnskap med ekstra-matematisk kunnskap, det vil si kunnskap om emner som ligger utenfor matematikken. Dette kan være vanskelig for elevene dersom de har lært at matematikk består av regler, algoritmer og teoremer som ikke har noe med verden utenfor matematikken å gjøre. De kan derfor ha vansker med å se meningen med å arbeide med virkelighetsnære problemer. For å knytte matematikkfaget og virkeligheten sammen, er det ifølge Niss & Blum (2020) ikke lenger et spørsmål om eller hvorfor modellering skal implementeres i skolen, men hvordan denne implementeringen skal foregå. Vi har nå fått modellering inn i LK20, men det gjenstår ennå å se hvordan matematikklærere setter denne ut i praksis i den daglige undervisningen.

2.1.2 To ulike didaktiske retninger i skolesammenheng

Niss & Blum (2020) mener det er to hovedgrunner til at modellering skal være en viktig del av matematikkundervisningen, og de to grunnene er matematikk for modelleringens skyld og modellering for matematikkens skyld. Torkildsen og Gjøvik (2021) mener at man i undervisningssammenheng kan snakke om to ulike didaktiske retninger knyttet til modellering i matematikkfaget. Den ene retningen har som mål å utvikle modeller til å tenke og resonnerer matematisk med, mens den andre er å løse et problem fra virkeligheten ved å anvende matematikk.

Den første didaktiske retningen handler om framvoksende modeller (emergent modellering) innenfor RME (Realistic Mathematics Education). Her skal elevene arbeide med en kontekstoppagave hentet fra den virkelige verden der et problem skal løses.

Kontekstoppgaven skal være knyttet til elevenes hverdagsliv for å bringe sammen elevenes verden og den formelle matematikkens verden. Elevene har ikke på forhånd lært en spesifikk metode for å løse dette problemet, men skal oppdage matematikk som er ukjent for dem under veiledning av læreren, kalt guided reinvention (Gravemeijer, 1999). Hensikten innenfor RME er å utvikle modeller som man kan bruke å resonnerer matematisk med, og Gravemeijer (1999) presenterer fire nivåer i elevens arbeid med framvoksende modeller. Det første nivået, kontekstuelt nivå, handler om selve oppgavelyden som plasserer elevene i en realistisk kontekst. Det andre nivået er et referensielt nivå og handler om at elevene lager en modell av situasjonen. Deretter endrer denne modellen seg og i det tredje nivået, generelt nivå, begynner modellen å virke som en modell for matematisk resonnering. Det fjerde og siste nivået, formelt nivå, innebærer at elevene nå kan bedrive mer formell matematisk resonnering uten støtte fra en modell.

Den andre retningen handler om modellfremkallende aktiviteter (Model-Eliciting Activities, eller MEAs). Elevene skal settes i en realistisk situasjon og målet er at elevene skal lage modeller som svarer på problemstillingen. Lesh og Caylor (2007) stiller seks krav til de modellfremkallende aktivitetene elevene skal jobbe med, og disse er krav om personlig meningsfullhet, modellkonstruksjon, selvevaluering, modellgeneralisering, modelldokumentasjon og kravet om simpel prototype. Digitale verktøy kan være nyttige i arbeidet med disse aktivitetene, men det er vanskelig å finne en problemløsningsaktivitet som tilfredsstillende alle seks kravene.

Selv om modellering er et stadig mer sentralt emne i matematikkfaget, er det fremdeles relativt lite modellering i den daglige matematikkundervisningen. Noen av årsakene til dette, er at undervisning i modellering er krevende, både for elever og lærere. Å arbeide med modelleringsoppgaver fører til at undervisningen blir mer åpen og kompleks, og dermed mindre forutsigbar for læreren (Blum, 2015). Niss & Blum (2020) mener at en av grunnene til at lærere ikke tar i bruk modellering i klasserommet, er manglende modelleringskompetanse hos læreren. Hen må raskt kunne håndtere uforventede ideer eller utfordringer hos elevene og kunne respondere på disse. Mangel på en slik kompetanse hos læreren er kanskje den største barrieren for å implementere modellering i klasserommet. Men som Freudenthal (1973) poengterte; Hvor skulle læreren ha lært denne kompetansen?

2.2 Undervisningskompetanse i matematikk

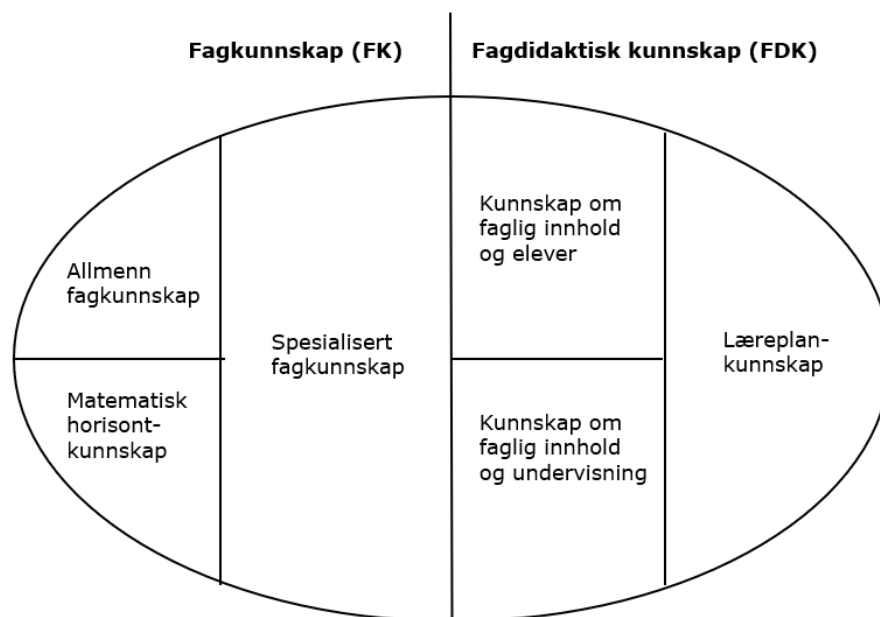
For å svare på forskningsspørsmålet «Hvordan bruker læreren ressurser for å lage modelleringsoppgaver som fører til undervisning av høy kvalitet?» må man også se på hvilken kunnskap en matematikklærer må ha. Shulman (1986) mente at god matematikkundervisning handler om mer enn at læreren har gode fagkunnskaper. Hen må også ha fagdidaktiske kunnskaper knyttet til undervisningen av faget, og dette handler om å legge opp undervisningen slik at matematikken blir forståelig for elevene. Med utgangspunkt i dette, har Ball et al. (2008) utviklet rammeverket Undervisningskunnskap i matematikk.

2.2.1 Modell for undervisningskunnskap i matematikk

Lærere blir ofte trukket frem som den faktoren som har størst betydning for kvaliteten i skolen og for elevenes faglige prestasjoner. Det er tydelige sammenhenger mellom

lærernes undervisningskunnskap og kvaliteten på matematikkundervisningen, men det har vært mindre fokus på hva innholdet i denne kunnskapen faktisk er (Fauskanger et al., 2010). Ball et al. (2008) har undersøkt hvilken kunnskap matematikklærere må ha for at undervisningen skal være effektiv og for at elevene skal oppnå forståelse og læring. De har slått fast at undervisningskunnskap for matematikklærere (UKM) ikke er begrenset til arbeidet i klassen, men inkluderer også blant annet planlegging, evaluering, vurderingsarbeid og samarbeid med foresatte. Og med undervisning mener Ball et al. (2008) alt en lærer må gjøre for å støtte elevenes læring.

Ball et al. (2008) har tatt utgangspunkt i Shulmans (1987, s. 8) sju hovedkategorier for kunnskap som lærere trenger, og har laget en modell for undervisningskunnskap basert på disse sju kategoriene.



Figur 2.2: Ball et al. (2008) sin modell for undervisningskunnskap. Oversatt av Fauskanger et al. (2010)

Vi ser at modellen er delt inn i to sider, der den venstre siden handler om fagkunnskap og den høyre siden tar for seg fagdidaktisk kunnskap. Under fagkunnskap finner vi allmenn kunnskap, og Ball et al. (2008) definerer dette som matematisk kunnskap som forventes kjent av alle som kan og bruker matematikk. For matematikklæreren vil dette bety at hen må kunne emnene hen underviser i og være i stand til å løse de matematiske oppgavene. Spesialisert fagkunnskap er matematiske kunnskaper og ferdigheter som er unik for undervisning. Dette er ferdigheter og kunnskaper læreren trenger i den daglige undervisningen for å skape forståelse for elevene, og det handler blant annet om å presentere fagstoffet, respondere på elevspørsmål og knytte sammenhenger mellom de ulike emnene. Den siste delen på siden om fagkunnskap, finner vi matematisk horisontkunnskap som handler om hvordan matematiske emner i læreplaner er knyttet sammen.

På den høyre siden i modellen, er det fokus på fagdidaktisk kunnskap. Kunnskap om faglig innhold og elever kombinerer kunnskap om elevene og kunnskap om matematikk. Det handler blant annet om å forutse hva elevene kan tenke og hva de vil finne utfordrende i tillegg til å oppfatte og tolke det elevene setter ord på i sitt matematiske arbeid. Dette henger tett sammen med kunnskap om faglig innhold og undervisning som kombinerer kunnskap om undervisning og kunnskap om matematikk. Det handler om

hvordan læreren legger opp undervisningen for at elevene skal lære det matematiske emnet. Til slutt finner vi kategorien om læreplankunnskap og den tar for seg lærerens kjennskap til læreplanene i matematikkfaget.

2.2.2 Undervisningskompetanse i modellering

I modellen for undervisningskunnskap for matematikklærere fra Ball et al. (2008) fokuserer høyre halvdel på fagdidaktisk kunnskap. I denne halvdel ligger kompetansen en matematikklærer trenger for å undervise i ulike matematiske emner som blant annet modellering. Niss og Blum (2020) forteller at flere studier viser at den viktigste variabelen i en undervisningssituasjon er læreren. Det som foregår i klasserommet og elevenes læringsprosess, er avhengig av lærerens profesjonelle kompetanse. Elevenes læring i matematikk avhenger av lærerens fagdidaktiske kunnskap, og en viktig del av fagdidaktikken er kunnskap om matematikkoppgaver. Læreren trenger en sterk matematikkfaglig bakgrunn for å undervise i modellering, men det er ikke noen tydelig definerte kriterier for kompetansen lærere bør ha for å undervise effektivt i modellering.

Likevel mener Ferri (2013) at det er fire undervisningskompetanser som er spesielt viktige ved undervisning i modellering. Hun skiller mellom fire dimensjoner ved lærernes fagdidaktiske kunnskap om modellering, og det er dette rammeverket jeg har valgt å bruke for å svare på mitt forskningsspørsmål.

Tabell 2.1: Ferris (2013, s. 29) fire undervisningskompetanser ved undervisning i modellering

Teoretisk dimensjon	a) Modelleringssyklus b) Mål for modellering c) Typer modelleringsoppgaver
Oppgavedimensjo	a) Flere løsninger av modelleringsoppgaver b) Kognitive analyser av modelleringsoppgaver c) Lage modelleringsoppgaver
Instruksdimensjon	a) Planlegge undervisning med modelleringsoppgaver b) Gjennomføre undervisning med modelleringsoppgaver c) Intervensjoner, støtte og tilbakemeldinger
Diagnostisk dimensjon	a) Gjenkjenne faser i modelleringsprosessen b) Gjenkjenne feil og vansker c) Vurdere oppgaver

Jeg har valgt de tre første dimensjonene, teoretisk dimensjon, oppgavedimensjon og instruksdimensjon, som grunnlag for min analyse av datamaterialet. I følge Ferri (2017) handler den teoretiske dimensjonen om lærerens kunnskap om modellering, modelleringssyklusen og modelleringsoppgaver. Dersom læreren er i stand til å navngi og skille trinnene i modelleringssyklusen, kan hen avdekke mulige kognitive barrierer elevene kan støte på mens de modellerer og i tillegg kunne veilede de videre i prosessen. Modelleringssyklusen bør derfor være en sentral del av lærerutdanningen.

Opgavedimensjonen handler om lærerens kunnskap om modelleringsoppgaver og hens evne til å vurdere oppgaven. Læreren skal kunne utvikle et nytt modelleringsproblem, velge ut et passende problem fra eksisterende modelleringsoppgaver eller transformere en matematisk oppgave til en modelleringsoppgave (Ferri, 2017). Lærerens kunnskap om modelleringsoppgaver vil bli nærmere beskrevet i kapittel 2.2.3.

Instruksdimensjonen handler om hvordan læreren kan organisere og strukturere modelleringsaktiviteter, og Ferri (2017) fremhever at læreren må velge et modelleringsproblem som passer elevene og hen må løse dette problemet selv for å kunne avdekke eventuelle kognitive barrierer hos elevene. Læreren må også ha et tydelig mål for leksjonen, velge ut hvilke verktøy elevene skal bruke for å løse problemet og tenke gjennom hvor lang tid de ulike fasene vil ta. Når oppgaven skal introduseres, må læreren sørge for å ha elevenes oppmerksomhet og gi elevene nødvendig informasjon. Under gruppearbeidet bør læreren skaffe seg oversikt over elevenes modelleringsprosesser og legge en plan for den kommende presentasjonen og diskusjonen. Etter gjennomføringen bør læreren reflektere over om det sentrale målet for undervisningen ble nådd og tenke gjennom hvilke endringer som kan gjøres for å forbedre lignende modelleringsaktiviteter.

Ferri (2017) mener at alle dimensjonene i modellen av lærerens fagdidaktiske kunnskap om modellering må være en del av den obligatoriske lærerutdanningen og faglige utviklingen. For praktiserende lærere som ikke har modellering som en del av matematikkutdanningen, er det er ikke slik at læreren får den nødvendige fagkunnskapen bare ved å undervise i praksis.

Blum (2015) sier at lærerne må ha variert kunnskap, både matematisk og ekstra-matematisk, for å undervise effektivt i modellering. Han lister opp viktige aspekter for undervisning i modellering, basert på empiriske funn. Det første som nevnes, er effektiv og elevorientert klasseledelse. Læreren må bruke tiden i klasserommet effektivt og bruke elevenes feilsvar konstruktivt. I arbeidet med modelleringsoppgaver er gruppearbeid spesielt godt egnet. Et annet aspekt er at læreren må aktivere elevene kognitivt for «modellering er ikke en tilskuersport». Læreren må balansere mellom elevenes selvstendige arbeid og lærerens veiledning i deres arbeid, og det har god læringseffekt dersom elevene engasjerer seg aktivt i modellering. I tillegg må elevene også aktiveres metakognitivt. De bør reflektere over eget arbeid med sikte på å fremme hensiktsmessige læringsstrategier. I arbeidet med modellering må elevene få jobbe med et bredt utvalg av rike oppgaver knyttet til en virkelig kontekst, og læreren må oppmuntre til individuelle løsninger av modelleringsoppgaver. Her er det viktig å unngå å favorisere «lærerens favorittløsning», for flere ulike løsninger gir bedre læring hos elevene. Det viser seg også at digitale teknologier er kraftige verktøy i

modelleringsaktiviteter, og det aller viktigste aspektet er kanskje viten om at modellering kan læres av ungdomsskoleelever forutsatt at det er kvalitetsundervisning (Blum, 2015).

2.2.3 Kunnskap om modelleringsoppgaver

Med innføring av matematisk modellering i LK20, fører dette til en etterspørsel etter gode modelleringsproblemer, og oppgavene er selve kjernen i matematikktimene. For at elevene skal kunne oppnå matematisk forståelse, i tillegg til å fremme elevenes matematiske kompetanse, er utvelgelsen og kvaliteten på disse oppgavene helt vesentlig. Modelleringsoppgaver er kognitivt krevende på grunn av konteksten og overgangene mellom virkelighet og matematikk, men de er også selvdifferensierende. Dette betyr at samme modelleringsproblem kan brukes til alle elever og de kan løses på ulike nivå. Læreren bør arbeide gjennom hver modelleringsoppgave før den presenteres for klassen slik at læreren er klar over modelleringsprosessen, ser ulike modeller for å løse problemet og er bevisst hvilke vanskeligheter elevene kan støte på underveis. Oppgavekompetanse er derfor nødvendig for undervisning i modellering (Ferri, 2017).

Det er et stort behov for gode modelleringsoppgaver som bidrar til undervisning av høy kvalitet, men det er tidkrevende og utfordrende for lærere å utvikle modelleringsproblemer for elevene. Som et alternativ til å utvikle en helt ny modelleringsoppgave som er tilpasset aldersgruppen og tiden man har til rådighet, kan lærere transformere oppgaver i lærebøkene til modelleringsoppgaver (Ferri, 2017).

Det er raskere å transformere en «normal matematisk oppgave» til et modelleringsproblem enn å lage et helt nytt problem. For å lykkes med å gjøre om et problem til et modelleringsproblem og bruke dette effektivt i klasserommet, er det viktig å redusere de gitte dataene eller utelukke alle data. I tillegg må den virkelige situasjonen endres for å gjøre den mer autentisk slik at den kan oppleves som mer interessant og motiverende for elevene. Oppgaven bør også formuleres som et åpent spørsmål, og verktøyene som elevene kan bruke for å løse oppgaven må defineres (Ferri, 2017).

Et eksempel på å transformere en matematisk oppgave til et modelleringsproblem kan være å ta utgangspunkt i en tradisjonell matematikkoppgave:

Isak har 326 kroner på bankkortet sitt. Han ønsker å kjøpe en bok som opprinnelig koster 318 kroner, men som nå selges til 15% rabatt. Hvor mye penger vil Isak ha igjen etter han har kjøpt boka?

Denne oppgaven er lukket og har én riktig løsning. Vi kan omformulere oppgaven til en åpen oppgave:

Isak er glad i å lese bøker og ønsker seg boka «Hør her'a!» av Gulraiz Sharif. Gjennom et nettsøk finner han at boka opprinnelig koster 318 kroner på norli.no, men den selges nå til 15% rabatt. På bankkortet sitt har han fremdeles 326 kroner igjen etter lønna han fikk for å lufte hunden til naboen i sommer. Hva vil dere anbefale Isak til å gjøre?

Diskuter i gruppa og bruk PC, matematikkbok og skrivesaker som hjelpemiddel.

Åpne oppgaver har flere riktige svar og kan løses på ulike måter gjennom forskjellige ferdigheter (J. Maaß et al., 2018). Ved å omformulere den tradisjonelle oppgavelyden, har vi transformert oppgaven til en åpen modelleringsoppgave. Elevene kan løse den åpne oppgaven på samme måte som den lukkede oppgaven, men dette er nå bare én av løsningene. Elevene kan sette seg inn i den realistiske situasjonen, og andre løsninger kan være at Isak kan låne boka på biblioteket og bruke pengene sine på noe annet, eller han bør jobbe litt mer før han kjøper boka slik at han ikke bruker opp alle pengene sine. En annen løsning kan være å sjekke andre bokhandlere om han kan få den billigere, eller vurdere om det lønner seg å handle på nett eller i butikk.

En slik oppgavelyd passer overens med Maaß (2007) sin beskrivelse av de spesielle egenskapene til et modelleringsproblem. Maaß (2007) mener at en typisk modelleringsoppgave skal være realistisk og autentisk. Det vil si at konteksten er hentet fra den virkelige verden og den imiterer virkelige aktiviteter. I tillegg skal en typisk modelleringsoppgave være åpen og kompleks slik at elevene må tolke informasjonen for å forstå konteksten, de må søke etter relevante data og det vil være flere mulige fremgangsmåter for å finne en løsning på problemet. Til sist mener Maaß (2007) at problemet bør løses ved at elevene går gjennom alle fasene av modelleringszyklusen.

Det kan være vanskelig for læreren å velge riktig modelleringsoppgave når det gjelder spesifikke mål og målgrupper, og Maaß (2010) mener derfor at det er nødvendig med en omfattende og systematisk klassifisering av modelleringsoppgaver. Denne klassifiseringen skal både støtte utviklingen av oppgaver, skaffe lærere oversikt over modelleringsoppgaver og støtte valg av oppgaver for å nå et definert mål for en bestemt målgruppe. Klassifiseringskjemaet for modelleringsoppgaver fra Maaß (2010) inneholder disse punktene:

I Fokus på modelleringsaktiviteten: Elevene bør gå gjennom hele eller deler av modelleringsprosessen når de løser problemet.

II Data: Modelleringsoppgaven må inneholde noe data som elevene må bruke for å løse oppgaven. Noe data kan være overflødige eller manglende, mens noen oppgaver kan ha nøyaktig de variablene som trengs for å finne løsningen.

III Knyttet til virkeligheten: Virkeligheten kan forstås på flere måter når vi snakker om virkeligheten i modelleringsoppgaver. Konteksten i oppgaven kan være autentisk og realistisk, den kan gjøres kunstig med vilje for å reflektere over en spesiell situasjon, eller den kan være tatt ut av en fantasiverden.

IV Situasjonen: Konteksten i oppgaven kan være knyttet til elevenes personlige liv, livet på skolen eller deres lokalsamfunn.

V Type modell: Modellen kan være beskrivende eller normativ.

VI Representasjon: Modelleringsoppgaven kan presenteres på ulike måter, blant annet med tekst, bilder eller både tekst og bilder. Man kan også ta i bruk ulike materiell som blant annet avisartikler, og man kan også utforske et problem på ulike steder, som i butikken eller på friidrettsbanen.

VII Oppgavens åpenhet: Dersom en oppgave allerede er løst, kan elevene bli bedt om å lete etter feil. Mer typisk for modelleringsoppgaver er at situasjonen er gitt og løsningen er ukjent, og elevene må derfor forenkle og matematisere for å komme frem til en

løsning. En åpen problemstilling er mer avansert for elevene, og ved en slik oppgave er verken startsituasjonen, transformasjonen eller sluttsituasjonen oppgitt.

VIII Kognitive krav: En modelleringsoppgave kan kreve at elevene beveger seg mellom matematikken og virkeligheten (ekstra-matematisk modellering). Elevene må bruke en eller flere algoritmer, kanskje også fra ulike matematiske områder, for å løse problemet (indre-matematisk modellering). I modelleringsoppgaver må elevene også håndtere tekster som inneholder matematikk, og blant annet valg av ord, lengde på teksten og innhold av matematisk informasjon avgjør hvor krevende oppgaven er for elevene. Det vil også være nødvendig med noe matematisk resonnering, og elevene må også håndtere ulike matematiske representasjoner som tabeller, grafer, skisser og formler.

IX Matematisk innhold: For ungdomstrinnet vil aktuelle matematiske emner være tall og tallforståelse, algebra, funksjoner, geometri, statistikk og sannsynlighet.

Det er viktig at lærere kan transformere «vanlige» matematikkoppgaver fra for eksempel læreboka til modelleringsoppgaver eller lage egne modelleringsoppgaver. Gjennom å lage modelleringsoppgaver kan læreren utvikle større forståelse for modellering og hvordan hen skal implementere slike oppgaver i sin undervisning. Å utvikle et modelleringsproblem er en utfordring, det samme er å undervise i det etterpå. Erfaring med å gjøre begge deler hjelper læreren til å forstå hva som kjennetegner modelleringsproblemer, hvilke vanskeligheter elevene kan ha under modellering og hvordan undervisningen kan bli gjennomført. Dersom læreren arbeider gjennom oppgavene før de presenteres i klassen, vil hen være klar over modelleringsprosessen, se flere mulige løsninger og være forberedt på vansker elevene kan støte på. Dette er årsaken til at kunnskap om modelleringsoppgaver er nødvendig for undervisning i modellering (Ferri, 2017).

2.3 Dokumenteringstilnærmingen til didaktikk

Tidligere var læreboken den vanligste ressursen for matematikklæreren (J. Maaß et al., 2018), men endringer i faglige emner, didaktikk og digitale hjelpemidler har skapt et behov for andre ressurser å støtte seg på. Det er derfor viktig å analysere ressursene lærere benytter i sitt arbeid da dette gir informasjon om elevenes læring og faglige utvikling (Şahin et al., 2021), og dokumenteringstilnærmingen til didaktikk (DTD) tilbyr oss en mulighet til å få innsikt i lærernes samhandling med ressursene (Trouche et al., 2020). Denne dokumentasjonsprosessen er også effektiv med tanke på lærerens faglige utvikling (Şahin et al., 2021).

2.3.1 Bakgrunn

Dokumenteringstilnærmingen til didaktikk er et relativt nytt teoretisk rammeverk i matematikkdiridaktikk. Matematikklærere jobber med mange undervisningsressurser, og dette arbeidet inkluderer valg, revidering og tilvirkning av nye ressurser og kalles lærerdokumenteringsarbeid. Resultatet læreren oppnår gjennom arbeidet kalles lærerdokumentering. DTD er en teori der det primære formålet er å forstå læreres

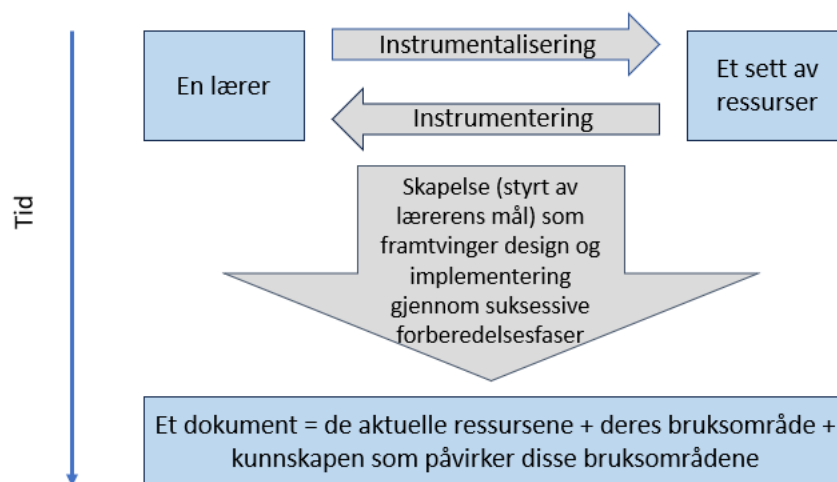
profesjonsfaglige utvikling ved å studere interaksjonen med ressursene de bruker og utformer for og i undervisningen sin (Trouche et al., 2020).

Digitaliseringen av informasjon og kommunikasjon har gitt oss enkel tilgang til mengder av ressurser og i tillegg kommunikasjon med mange mennesker, noe som også fører til endringer i utforming og bruk av undervisningsressurser. I DTD ønsker man å se på lærernes arbeid gjennom deres samhandling med ressurser, og betegnelsen «dokument» brukes på det en lærer utvikler for et spesifikt mål gjennom sitt arbeid med disse ressursene (Trouche et al., 2020).

2.3.2 Dokumentell skapelse

I DTD defineres undervisningsressurser som alle ressurser som er utviklet og brukt av lærere og elever i deres interaksjon med matematikk i og for undervisning og læring, i og utenfor klasserommet. Ressursene blir delt inn i materielle ressurser, sosiale ressurser og kognitive ressurser. Materielle ressurser kan være lærebøker, digitale læremidler, konkrete og kalkulatorer. Med sosiale ressurser menes for eksempel en samtale på nett eller i et forum, og rammeverk og teoretiske verktøy brukt til å samarbeide med lærere er eksempler på kognitive ressurser (Trouche et al., 2020, s. 3).

Gjennom bruk av ressurser utvikler lærere egne bruksskjemaer, og vi ender opp med et dokument. Denne prosessen med å utvikle et dokument, kalles dokumentell skapelse¹ og er en interaktiv og mulig transformerende prosess.



Figur 2.3: Dokumentell skapelse (Trouche et al., 2020, s. 4)

Dette er en prosess som virker begge veier. Hvilke ressurser en lærer velger og hvordan disse brukes, påvirkes av hens læringsfilosofi og kunnskap (instrumentaliseringprosessen), mens instrumentering refererer til lærerens prosess med å tilpasse seg egenskapene til de spesielle ressursene mens de bruker dem. I en kombinasjon av instrumentalisering og instrumentering skaper læreren egne bruksskjema, og resultatet av dette kalles et dokument (Trouche et al., 2020). Det er en innbyrdes relasjon mellom læreren og ressursene for læring, og læreren som designer

¹ Dette er termer fra den norske oversettelsen av artikkelen

undervisningen trenger et bevisst forhold til dette for å kunne nå et spesifikt didaktisk mål. Alle ressursene en lærer bruker i sin undervisning kan illustreres i et bruksskjema.

2.3.3 Skjematisk representasjon av lærernes ressurssystem (SRRS)

Læreren utvikler et skjema som viser organiseringen av hens aktivitet i arbeidet mot et spesifikt mål, og et slikt skjema har fire komponenter:

1. Mål for aktiviteten
2. Handlungsregler, hvordan innhente informasjon og holde kontroll
3. Operasjonelle invarianter, som er kunnskapskomponenter bestående av to typer: teorem-i-bruk, et utsagn som er ansett for sant, og begrep-i-bruk, et begrep ansett som relevant
4. Mulige avgjørelser som tilpasses de ulike situasjonene

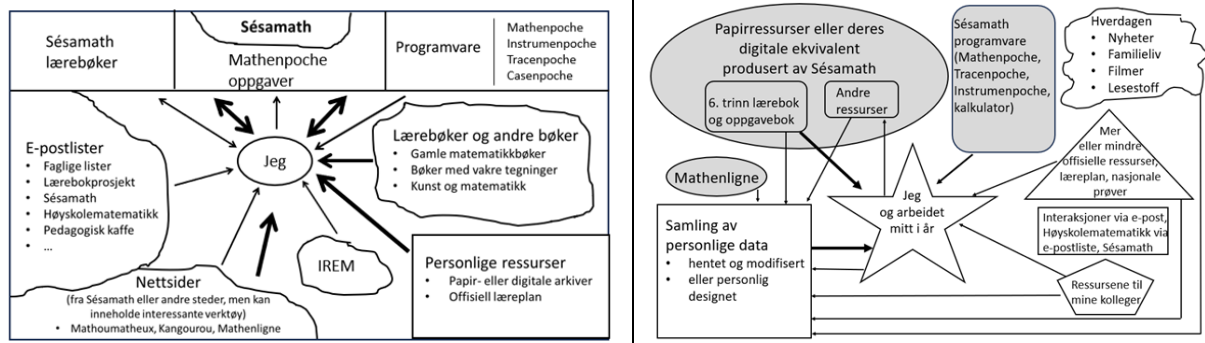
(Trouche et al., 2020, s. 5)

Alle ressursene en lærer bruker, kalles et ressurssystem, og disse ressursene er assosiert med bruksskjemaer og danner dokumenter. Dokumentene som en lærer utvikler, kalles et dokumentsystem. Å analysere lærernes dokumenteringsarbeid er en kompleks metodisk prosess som består av fem hovedprinsipper:

1. Prinsippet om *bred samling av materialressursene* brukt og produsert i løpet av dokumenteringsarbeidet
2. Prinsippet om *langsiktig oppfølging*. Skapelser er pågående prosesser og skjemaer utvikler seg over lange tidsperioder
3. Prinsippet om *oppfølging i og utenfor klasserommet*. Klasserommet er et viktig sted der undervisningen blir implementert, og der en må gjøre tilpasninger, revisjoner og improvisere. En viktig del av lærernes arbeid foregår imidlertid utenfor klasserommet, f.eks. andre steder på skolen (f.eks. i personalrom), hjemme eller i lærerutviklingssentre/programmer.
4. Prinsippet om *reflekterende oppfølging* av dokumenteringsarbeidet
5. Prinsippet om *å konfrontere lærere med deres syn på dokumenteringsarbeidet sitt og konkretiseringer av dette arbeidet* (konkretisering kommer for eksempel fra samlingen av materielle ressurser; fra lærerens praksis i klasserommene).

(Trouche et al., 2020, s. 7)

Basert på disse fem prinsippene ble verktøyet den skjematiske representasjonen av læreres ressurssystem (SRRS) designet. Gjennom å tegne et kart over sine ressurser, viser læreren hvilke ressurser hen har identifisert og behersket, fra hvilke kilder disse kom og til hvilket formål de ble brukt. I tillegg er det også ønskelig å observere læreres interaksjon med ressursene både i forberedelse, gjennomføring og revidering av en undervisningsøkt, både alene og i samarbeid med kolleger (Trouche et al., 2020).



Figur 2.4: En lærers SRRS (Gueudet et al., 2012, s. 314 og 318; Trouche et al., 2020, s. 8)

I min kasusstudie følger jeg ikke alle fem hovedprinsippene for å analysere lærerens dokumenteringsarbeid. For å kunne svare på mitt forskningsspørsmål, vil det likevel være interessant å se lærerens skjema over de ressursene hun samhandler med i sin planlegging av og undervisning i matematisk modellering.

I dette kapitlet har jeg presentert teori innenfor matematisk modellering og læreres interaksjon med ressurser i undervisning og læring. Modelleringssyklusen til Blum og Ferri (2009), Ferri (2013) sitt rammeverk for undervisningskompetanse i matematisk modellering og rammeverket Dokumenteringstilnærmingen til didaktikk (Trouche et al., 2020) vil bli brukt til å analysere datamaterialet.

3 Metode

Forskning innen utdanningsfeltet skal være kvalitetsarbeid, både når det gjelder fag og metode, og det sentrale formålet er å utvikle ny innsikt og forbedre praksis (Befring, 2015). I denne oppgaven søker jeg innsikt i hvordan en matematikklærer bruker ressurser for å lage modelleringsoppgaver som fører til undervisning av høy kvalitet. For å skaffe meg denne innsikten, har jeg valgt å gjennomføre en kasusstudie, og jeg har brukt de kvalitative forskningsmetodene intervju og observasjon. Dette kapitlet handler om de metodiske valgene jeg har tatt i dette forskningsprosjektet, og jeg vil her også begrunne mine valg av metoder og mitt valg av deltaker.

3.1 Forskningsdesign

Et forskningsdesign beskrives av Yin (2018, s. 26) som en logisk plan for å gå fra spørsmålene forskeren ønsker å finne svaret på, til konklusjoner rundt disse spørsmålene. Denne planen innebærer flere trinn, inkludert å samle inn og analysere relevante data.

3.1.1 Kvalitativ forskning

«Å forske kvalitativt innebærer å forstå deltakernes perspektiv» (Postholm, 2010, s. 17). Forskeren er ute i forskningsfeltet for å danne seg et helhetlig bilde av deltakernes perspektiv når det gjelder et bestemt forskningsfokus, og forskeren skal gjøre denne virkeligheten synlig (Postholm, 2010). Cohen et al. (2018) beskriver at kvalitativ forskning handler om å forske på mennesker i deres naturlige kontekst for å få en grundig forståelse for forskningsfokuset. Forskerens rolle er å forstå, beskrive og forklare data som samles inn, og hen skal prøve å se forskningsfokuset gjennom deltakernes øyne.

Postholm (2010) sammenligner forskerens rolle med en kriminalforfatters rolle ettersom både forskeren og etterforskeren må like å lete etter bit for bit, og de må også godta uvisshet i arbeidet med å sette sammen alle bitene til et stort puslespill. Underveis i arbeidet vil en kvalitativ forsker møte på flere utfordringer, og Postholm (2010) sier hen må være åpen for at temaer eller forhold man ikke hadde tenkt på forhånd, kan dukke opp under forskningsprosessen. Forskeren er det viktigste instrumentet i hele forskningsprosessen, hen må ha som mål å samle inn data som kan gi svar på problemstillingen og samtidig være sensitiv ovenfor det materialet som er samlet inn.

3.1.2 Kasusstudie

Yin (2018) beskriver en kasusstudie som en empirisk metode som undersøker et samtidfenomen i dybden og innenfor den virkelige konteksten, og en kasusstudie kan bidra til å forklare, beskrive, illustrere eller opplyse om kasusen som er målet for studiet. En kasus kan være en person, gruppe, familie, skole og lignende, og en kasusstudie kan defineres som en utforskning av handlinger i hverdagslivet. Postholm (2010) skriver at en kasusstudie gir muligheter for å studere et fenomen i dets naturlige omgivelser, og

studiet vil gi en innsikt i det studerte feltet. Kasusstudier kan være både beskrivende, tolkende og vurderende på samme tid.

Cohen et al. (2018) identifiserer tre hovedtyper av kasusstudier. En *iboende* kasusstudie har til hensikt å forstå en spesifikk sak, mens en *instrumentell* kasusstudie ønsker å undersøke en sak for å oppnå innsikt om et problem eller en teori. En *kollektiv* kasusstudie har man når mer enn en kasus er studert, og hensikten er å oppnå et bredere og mer generelt bilde av saken. Jeg har valgt å gjennomføre en instrumentell kasusstudie der jeg forsker på én lærer, og saken forskningsstudiet er rettet mot, er hvilke ressurser denne læreren bruker i arbeidet med matematisk modellering, og hvordan læreren bruker disse ressursene for å lage modelleringsoppgaver som fører til undervisning av høy kvalitet.

3.2 Empiri

Det finnes ikke en spesifikk måte å samle inn data på ved kasusstudier. Det vil si at det blir brukt datainnsamlingsstrategier som passer til formålet, og dette kan blant annet være observasjon og intervju (Postholm, 2010), og det er nettopp disse metodene jeg har valgt å benytte i min forskning for å samle inn data som skal gi svar på mitt forskningsspørsmål.

3.2.1 Utvalg

Å planlegge et intervju handler blant annet om å bestemme et utvalg, og forskeren må forsikre seg om at personene som blir valgt ut vil kunne bidra med informasjon om emnet (Cohen et al., 2018, s. 512). Jeg har derfor valgt en matematikklærer som er en kollega av meg og som dette skoleåret underviser i to klasser på 10.trinn. I læreplanen er det på 10.trinn vi finner kompetansemål knyttet til modellering i matematikk, og jeg ønsket derfor primært å finne en informant som jobbet på dette årstrinnet. Læreren, som jeg anonymiserer gjennom bruk av pseudonymet Sarah, er fagansvarlig i den ene tiendeklassen og har spesialpedagogisk ansvar i den andre klassen. Hun er derfor vant til å tenke undervisning i hel klasse, samtidig som hun skal tilrettelegge aktivitetene for den enkelte elev. Sarah er forholdsvis nyutdannet og har undervist i matematikk på både 9. og 10.trinn etter LK20, og hun skal derfor i utgangspunktet ha noe erfaring med undervisning i matematisk modellering.

3.2.2 Intervju

Intervju er ofte brukt for å samle inn data ved kasusstudier, og et intervju er et sosialt og mellommenneskelig møte mellom to eller flere personer. I intervjuet kan man få informasjon gjennom ulike uttrykk, både verbale, non-verbale og visuelle (Cohen et al., 2018). Intervju er en av de viktigste kildene i en kasusstudie, og et intervju i en kasusstudie vil ligne mer på en guidet samtale, et ustrukturert intervju, enn at man følger et rigid spørreskjema. Som intervjuer har man to arbeidsområder i intervjusettingen. Man bruker de planlagte spørsmålene slik at man kan få informasjon om kasusen som undersøkes, samtidig som man presenterer spørsmålene på en måte som hindrer bias og som setter en trygg ramme for intervjuobjektet (Yin, 2018).

Et intervju er en samtale som har en viss struktur og hensikt, og det kvalitative forskningsintervjuet søker å forstå verden sett fra intervjupersonenes side og har som mål å produsere kunnskap. I et kvalitativt forskningsintervju produseres kunnskap gjennom interaksjon mellom intervjuer og intervjuperson, og intervjuet bør inneholde både faktaspørsmål og meningsspørsmål (Kvale & Brinkmann, 2015). Postholm (2010) poengterer at «forskningen har som mål å avdekke kunnskap som er fri for forskerens tolkning» (s. 74).

Cohen et al. (2018) presenterer fem ulike typer forskningsintervju. I det strukturerte intervjuet (I) er innhold og prosedyrer bestemt på forhånd. Intervjueren må følge spørsmålene som er laget og har lite frihet underveis. Også i det semi-strukturerte intervjuet (II) er emne og spørsmål bestemt på forhånd, men spørsmålene er mer åpne og kan tilpasses intervjuobjektet underveis i intervjuet for å få frem mer informasjon om emnet. Det ustrukturerte/åpne intervjuet (III) er planlagt, men det tillater stor fleksibilitet og frihet. Hensikten med intervjuet styrer spørsmålene som stilles, men intervjueren har frihet til å velge innhold, rekkefølge og formulering underveis. Den neste typen intervju er det ikke-førende (IV), der intervjueren tar liten kontroll og intervjuobjektet har friheten til å uttrykke seg på den måten den ønsker om et emne. I fokusintervjuet (V) har intervjueren noe mer kontroll enn i det ikke-førende, da det settes søkelys på intervjuobjektets respons på en kjent situasjon som også er kjent for intervjueren. Dette tillater en noe mer aktiv rolle for intervjueren.

Det er en sammenheng mellom forskerens hensikt med forskningen og hvilken type intervju som blir brukt (Postholm, 2010), og jeg har benyttet semi-strukturert intervju i mine to intervjuer. Det første intervjuet ble gjennomført underveis i planleggingsfasen, etter at læreren hadde fått i oppdrag fra meg å finne en kontekstopp-gave som hun ønsket at klassen skulle jobbe med. Hun fikk også i oppdrag å gjøre tilpasninger på denne oppgaven slik at den ble modelleringsoppgaver som passet til klassen hun er faglærer i. Det andre intervjuet ble gjennomført etter at undervisningsopplegget var utført i klassen med meg til stede som observatør. Jeg valgte semi-strukturert intervju for å ha friheten til å tilpasse spørsmålene for å kunne respondere og følge opp informasjon læreren bidro med i intervjuet, samtidig som jeg hadde forberedt en intervjuguide (vedlegg 3). I tillegg var jeg åpen for at noen av spørsmålene i det andre intervjuet kunne bli endret etter at jeg hadde observert undervisningen der læreren gjennomførte den planlagte modelleringsaktiviteten.

Begge intervjuene ble gjennomført på lærerens arbeidsplass, og vi benyttet et grupperom i nærheten av lærernes arbeidsplasser som sørget for at vi fikk sitte uforstyrret. På forhånd hadde læreren signert samtykkeskjema og gitt tillatelse til at jeg kunne ta lydopptak av intervjuene. Jeg brukte appen Diktafon for å ta lydopptak, og jeg brukte to opptaksenheter for å forebygge tap av data dersom et opptak skulle feile. Lydopptak av læreren var på forhånd godkjent av NSD (vedlegg 1).

Det første intervjuet hadde som hensikt å avdekke lærerens faglige bakgrunn og få en forståelse for hennes definisjon av «ressurser» og «modellering». Jeg ønsket også å undersøke hvilke ressurser Sarah bruker og hvordan hun bearbeider disse ressursene i planleggingen av en modelleringsaktivitet. Dette intervjuet varte i 40 minutter. Det andre intervjuet varte i 25 minutter og hadde som mål å få frem lærerens vurdering og evaluering av selve modelleringsaktiviteten og modellering generelt. Jeg stolte på at lydopptakene fungerte og noterte aktuelle oppfølgingsspørsmål underveis i intervjuene. Etter at begge intervjuene var gjennomført, ble de transkribert.

3.2.3 Observasjon

Observasjon er en mye brukt metode i kvalitativ forskning, og Cohen et al. (2018) sier at observasjon er mer enn å bare se. Observatøren går frem systematisk for å merke seg personer, situasjoner og hendelser, og forskeren får førstehåndsdata ved å være til stede i situasjonen. Forskeren kan benytte seg av ulike typer observasjoner: en strukturert observasjon, en semi-strukturert observasjon og en ustrukturert observasjon. Ved en strukturert observasjon vet forskeren hva han skal se etter i observasjonen. Forskeren kan også ta ulike roller som observatør, og Cohen et al. (2018) skiller mellom fullstendig deltaker, deltaker som observerer, observatør som deltar og fullstendig observatør.

En kvalitativ forsker er opptatt av å observere aktiviteter i sin naturlige setting (Postholm, 2010) og ifølge Yin (2018) vil observasjon i en kasusstudie være en nyttig kilde i tillegg til annen datainnsamlingsmetode. Postholm (2010) mener at observasjonen kan danne utgangspunkt for spørsmål som forskeren ønsker å stille deltakeren på forskningsstedet og det kan da skapes en interaksjon mellom observasjon og intervju.

I følge Tjora (2021) bør forskeren være bevisst på at hens notater i en observasjonssituasjon blir farget av hens bevissthet, forståelse og tolkning, og hen blir dermed både aktør, referent og forfatter. Det er derfor viktig å notere både hva forskeren oppfatter som skjer og hvordan forskeren tolker det som skjer, og sørge for å holde disse adskilt.

Jeg observerte en undervisningsøkt på 45 minutter, og jeg valgte å ta rollen som fullstendig observatør i en strukturert observasjon. Mine fokusområder under observasjonen var bruk av ressurser og lærerens rolle i undervisningsøkta, dette for å kunne få bedre bakgrunnsforståelse og innsikt i lærerens planlegging, gjennomføring og evaluering av modelleringsaktiviteten. Jeg får sett hvordan elevene i klassen jobber med modelleringsoppgaven slik at jeg og min informant har et felles utgangspunkt før den andre intervjurunden. Ved å ta rollen som fullstendig observatør, er jeg minst mulig forstyrrende for elevene slik at de kan arbeide som vanlig. Det er ikke elevene som er objekter for min observasjon, men læreren, og dette var årsaken til at jeg ikke tok lydopptak eller videoopptak av undervisningen. Jeg noterte bruk av ressurser og tolkning av lærers handlinger på et observasjonskart jeg på forhånd hadde utarbeidet (vedlegg 4). Lærerens bruk av ressurser og lærerens handlinger var i observasjonskartet knyttet sammen med trinnene i modelleringsprosessen, og i etterkant skrev jeg ned mine tolkninger, noe jeg tok med meg inn i den andre intervjurunden.

3.2.4 Modelleringsoppgaven

I mitt prosjekt ønsker jeg å undersøke hvordan en matematikklærer bruker ressurser for å lage gode modelleringsoppgaver som fører til undervisning av høy kvalitet. Modelleringsoppgaven min informant gjennomførte i sin klasse, er derfor sentral i dette prosjektet. Min informant Sarah fikk i oppdrag av meg å finne en kontekstoppgave med et tema hun ønsket at klassen skulle jobbe med, og hun skulle transformere denne kontekstoppgaven til en modelleringsoppgave. Sarah hadde startet med emnet funksjoner i klassen og ville ha en oppgave som passet til dette emnet. Hun valgte derfor en kontekstoppgave hun selv hadde løst som student, og oppgaven hadde tittelen «Klassetur». Oppgaven var hentet fra et hefte på pensumlista i hennes

matematikkstudium og heter «Arbeid med funksjonssammenhenger i skolen» (Johannesen, 2018). Den originale oppgaven inneholdt kun tekst, og oppgaven gikk ut på å finne de samlede utgiftene til klasseturen og utgiftene per person som reiser. I teksten var det opplysninger om ulike utgifter til turen, og variabelen lå i at det var usikkerhet rundt hvor mange elever som faktisk ble med på turen. Sarah gjorde noen endringer i oppgaven både før og etter vårt første intervju, og de største endringene hun gjorde handlet om oppgavens representasjon. Hvordan modelleringsoppgaven til Sarah så ut da den ble presentert til elevene vil jeg beskrive nærmere i analyse- og resultatkapitlet, og i diskusjonskapitlet vil jeg drøfte endringene hun gjorde med den originale oppgaven.

3.3 Analysemetode

I kvalitativ forskning prøver forskeren å utforske et fokusområde på en åpen måte. Utgangspunktet er et forskningsspørsmål som forskeren prøver å finne svar på gjennom datainnsamling. Datamaterialet analyseres og tolkes på ulike måter under arbeidet for å komme frem til essensen (Postholm, 2010).

3.3.1 Tematisk analyse

I min analyse har jeg valgt å bruke tematisk analyse fra Braun og Clarke (2012) som metode, en fleksibel metode som er stadig mer benyttet innenfor kvalitativ dataanalyse. Denne analysemetoden brukes for å gå systematisk frem slik at forskeren kan identifisere, organisere og gi innsikt i temaer på tvers av datasett. Gjennom denne metoden kan man finne fellestrekkene i datamaterialet som er viktige for temaet og forskningsspørsmålet som blir undersøkt. Tematisk analyse består av seks faser, som vil bli kort sammenfattet her.

De seks fasene i tematisk analyse bør ikke ses på som en lineær modell, men heller som en rekursiv prosess (Clarke & Braun, 2013, s. 121). Den første fasen beskriver Braun og Clarke (2012) som å bli kjent med datamaterialet og fordype seg i disse gjennom å lese tekstdataene, lytte til lydopptak og se på videoopptak minst en gang samtidig som forskeren noterer eventuelle innledende analytiske observasjoner. Deretter kodes dataene ut ifra relevans til forskningsspørsmålet. Kodene er byggesteinene i analysen og må gjerne være kortfattede. I den tredje fasen skifter forskeren fra koder til temaer, og et tema skal fange opp noe viktig om dataene sett i sammenheng med forskningsspørsmålet. Å søke etter tema er en aktiv prosess der forsker konstruerer temaer i stedet for å oppdage dem. Den fjerde fasen handler om kvalitetskontroll og å revurdere temaene sett i sammenheng med datamaterialet. Målet er å sørge for at temaene fanger opp de viktigste og mest relevante elementene i dataene, og at det er samsvar mellom temaene og forskningsspørsmålet. Når dette er gjort, skal temaene defineres og navngis. Til slutt produseres rapporten, og den skal inneholde gode eksempler og knytte temaene til forskningsspørsmålet og de teoretiske rammeverkene i oppgaven.

Postholm og Jacobsen (2011) beskriver ulike tilnærminger for å analysere forskningsdata. En induktiv tilnærming innebærer at forskeren går inn i forskningsfeltet med et helt åpent sinn og lar datamaterialet tale for seg. Det motsatte av en induktiv tilnærming er deduktiv tilnærming, og denne innebærer at forskeren har utarbeidet et sett av hypoteser og variabler som ikke endres i løpet av forskningsarbeidet. Her vet

forskeren på forhånd hva hen skal se etter og målet er å forsøke å bekrefte eller avkrefte hypotesene. En pragmatisk tilnærming vil være en interaksjon mellom det induktive og det deduktive. I en slik tilnærming vil forskeren ha noen antakelser som vil bli bekreftet eller avkreftet, men hen er også åpen for at det kan dukke opp uventede ting i datamaterialet, og det er denne tilnærmingen jeg har hatt til mine data.

Jeg har gått gjennom mine data ved å lytte til lydopptakene mine flere ganger. Først for å transkribere lydopptakene og sikre at disse var transkribert korrekt, og deretter for å kode dataene. Jeg tok utgangspunkt i kodene jeg hadde laget på forhånd, men var likevel åpen for at det kunne dukke opp interessante funn som kunne føre til endring i disse kodene. I tillegg leste jeg gjennom mine observasjonsnotater og skrev ned disse til en sammenhengende tekst for deretter å sortere informasjonen i koder.

3.3.2 Koder og tema

Tabellen under viser en oversikt over temaer og koder jeg brukte som utgangspunkt for min analyse av datamaterialet.

Tabell 3.1: Temaer og koder til analyse av datamaterialet

Tema	Koder
Ressurser	Materielle ressurser. Sosiale ressurser. Kognitive ressurser.
Teoridimensjon	Kunnskap om modellering og modelleringssykluser. Læreplankunnskap. Opplæring og erfaring.
Oppgavedimensjon	Forutse løsningsstrategier. Kunnskap om modelleringsoppgaver.
Instruksdimensjon	Planlegge undervisning.

3.4 Validitet, reliabilitet, mulighet for generalisering og etiske hensyn

I kvalitativ forskning er forskeren delaktig i forskningen og kan være med på å påvirke forskningens resultat. For å sikre et mest mulig troverdig og gyldig forskningsresultat vurderes kvaliteten til forskningen ofte ut i fra reliabilitet, validitet og generaliserbarhet (Tjora, 2021). Ifølge Cohen et al. (2018, s. 245) kan det være vanskelig å unngå påvirkning mot validitet og reliabilitet i et forskningsprosjekt, men påvirkningen kan svekkes dersom forskeren er oppmerksom på dette.

3.4.1 Validitet og reliabilitet

Validitet defineres som en uttalelser sannhet, riktighet og styrke, og validitet i samfunnsvitenskapene handler som om hvorvidt en metode passer til å undersøke det den har til hensikt å undersøke (Kvale & Brinkmann, 2015) og Tjora (2021, s. 260) knytter validitet til spørsmålet om de svarene vi finner i vår forskning, faktisk er svar på de spørsmålene vi forsøker å stille. Tjora (2021) sier at validitet handler om forhold

mellom forskningen og dens kontekst, og Kvale og Brinkmann (2015) mener at validitet bør prege alle fasene i en undersøkelse, både tematisering, planlegging, intervjuing, transkribering, analysing, validering og rapportering. Dette er særlig viktig ved bruk av kvalitative metoder, og Befring (2015, s. 54) sier at forskeren må være oppmerksom med hensyn til «researcher bias» da forskeren selv er «hovedinstrumentet» ved observasjoner og kvalitative intervjuer.

Reliabilitet handler om forskningsresultatenes troverdighet, og er viktig når det gjelder om et forskningsprosjekt kan reproduseres av andre forskere (Kvale & Brinkmann, 2015). Det er viktig at forskeren er åpen om blant annet hvorfor og hvordan en undersøkelse er gjort, hvordan deltakere er valgt ut, hvordan datamaterialet er analysert, hva slags teorier man har benyttet. Hensikten er at leseren skal få så mye informasjon om forskningsprosjektet at hen kan ta stilling til forskningens kvalitet, og dersom forskeren knytter relevante koblinger mellom empiri, analyse og teori, vil også dette styrke forskningens pålitelighet (Tjora, 2021).

For å sikre validitet og reliabilitet i min forskning, har jeg valgt en lærer på min arbeidsplass som var positiv til å delta i forskningen. Klassen som jeg observerte er vant til at det er flere voksne til stede i undervisningen, og lot ikke til å bli påvirket av min tilstedeværelse. Som hovedkilde til mitt datamateriale har jeg valgt intervju, og det ble tatt lydopptak av begge intervjuene. Jeg brukte Nettskjema-diktafon til å ta lydopptak og dette var godkjent av Norsk senter for forskningsdata (NSD). Informanten fikk tilbud om å lese gjennom og kvalitetssikre transkriberingen og mine tolkninger, noe hun benyttet seg av. Postholm (2010, s. 138) sier at member checking er en prosedyre som kan sikre kvaliteten i kvalitative studier, og jeg fikk min forskningsdeltaker til å undersøke om jeg hadde beskrevet og tolket hennes handlinger og uttalelser på en måte hun kunne kjenne seg igjen i.

Som et tillegg til datamateriell fra intervju, gjorde jeg notater under observasjonen. I intervjuguiden passet jeg på å ikke ha ledende spørsmål, og var bevisst på å ikke kommentere svarene som kom, dette for å unngå å påvirke svarene til informanten. Jeg har beskrevet det jeg har gjort i alle fasene av forskningsprosessen slik at andre i prinsippet kan replikere studien.

3.4.2 Mulighet for generalisering

Selv om kasusstudie er mye brukt i samfunnsvitenskapelig forskning, stilles det spørsmål om man faktisk kan generalisere på bakgrunn av en kasusstudie (Yin, 2018). Det er ulike meninger om dette blant forskere, og det stilles også spørsmål om generaliserbarhet faktisk skal være et krav innen kasusstudier (Cohen et al., 2018). Befring (2015) mener at «generalisering i kvalitativ forskning har som regel en annen rolle enn kvantitative studier, da kjernen i kvalitativ forskning er å beskrive det unike ved forskjellige fenomener og situasjoner» (s. 55). Men forskningen kan likevel ha en generell verdi, da andre kan kjenne seg igjen i situasjoner som beskrives. Tjora (2021) mener at en eller annen form for generalisering bør være et mål innenfor det meste av samfunnsforskning, og han beskriver to former for generalisering i kvalitativ forskning. Den første formen er en moderat generalisering der forskeren beskriver i hvilke kontekster resultatene vil kunne være gyldige. Den andre er en konseptuell generalisering. Dette innebærer at man kan utvikle konsepter eller teorier som vil ha betydning for andre tilfeller enn det som er studert (Tjora, 2021, s. 268).

Jeg har studert bare én lærer, og det er ikke et tilstrekkelig utvalg for å kunne representere en global generalisering. I diskusjonskapitlet vil jeg likevel komme inn på om det finnes muligheter til generalisering av mine resultater i dette forskningsprosjektet.

3.4.3 Etske hensyn

I et kvalitativt forskningsarbeid kan det bli et nært forhold mellom forsker og forskningsdeltaker, og etiske prinsipper bør gjennomsyre hele forskningsforløpet (Postholm, 2010). Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH, 2021) har ansvar for å utarbeide nasjonale forskningsetiske retningslinjer og formålet er å fremme forsvarlig forskning og sikre god vitenskapelig praksis.

Ettersom jeg skulle håndtere personopplysninger i mitt prosjekt, meldte jeg inn prosjektet til NSD (Norsk senter for forskningsdata, nå: Sikt). Prosjektet ble godkjent før jeg startet med datainnsamlingen (vedlegg 1) og jeg har håndtert lydopptak etter retningslinjene til NSD, og feltnotatene mine er helt frie for personlige data. Etter første godkjenning fra NSD gjorde jeg noen endringer i intervjuguiden, og jeg utvidet datoen for prosjektperioden. Disse endringene ble meldt inn og godkjent av NSD.

Jeg informerte forskningsobjektet både muntlig og skriftlig om forskningsprosjektet, og hun har samtykket til både intervju og observasjon (vedlegg 2). All forskning på mennesker er avhengig av tillit mellom forskeren og «den det forskes på», og informanten fikk tilbud om å lese gjennom forskningsprosjektet for å kontrollere både anonymitet og at hun kjenner seg igjen i sitatene som hun refereres til.

3.5 Metodekritikk

I løpet av min forskningsstudie har jeg tatt mange valg, og slik jeg ser det, er det noen av disse valgene som kan kritiseres. Det ene er valg av informant. Jeg hadde ønske om å bruke en lærer som underviser i matematikk på 10.trinn og endte med å bruke en lærer som var positiv til å delta. Det er vanskelig å si om denne læreren representerer matematikklærere på ungdomstrinnet, men lærerens bidrag vurderer jeg uansett som verdifullt. Min relasjon til informanten kan kritiseres, og selv om jeg var bevisst min rolle som forsker, kan jeg ubevisst ha påvirket læreren gjennom at vi er kolleger.

Tidsperspektivet i forbindelse med kartlegging av lærerens ressurser kan også kritiseres. Jeg har tatt utgangspunkt i lærerens beskrivelse av sine ressurser, men ifølge Trouche et al. (2020) bør man følge lærere over en lengre periode for å kartlegge ressursene, noe jeg ikke hadde muligheten til i dette prosjektet.

I dette kapitlet har jeg presentert valg av metode i mitt forskningsprosjekt. Med de valgene jeg har tatt, mener jeg at jeg får svar på hvordan en lærer kan bruke ressurser for å lage modelleringsoppgaver som fører til undervisning av høy kvalitet. Resultatene og analysen vil bli presentert i analyse- og resultatkapitlet og diskusjonskapitlet.

4 Analyse og resultat

I dette kapitlet presenterer jeg sentrale funn fra datamaterialet mitt for å belyse forskningsspørsmålet «Hvordan bruker en matematikklærer ressurser for å lage modelleringsoppgaver av høy kvalitet?». Datamaterialet er analysert ved hjelp av Trouche et al. (2020) sitt rammeverk for dokumentell skapelse, den matematiske modelleringscyklusen (Blum & Ferri, 2009) og Ferri (2013) sitt rammeverk for undervisningskompetanse for modellering, og rammeverkene ble presentert i teorikapitlet.

Den første oppgaven læreren fikk, var å finne en kontekstoppgave med et tema som hun ønsket at klassen skulle jobbe med og gjøre denne oppgaven om til en modelleringsoppgave. Deretter gjennomførte jeg et før-intervju. En uke etter observerte jeg undervisningen av modelleringsaktiviteten, og to dager etter observasjonen gjennomførte jeg et etter-intervju. Funnene i forskningsprosjektet er basert på lærerens uttrykte opplevelser i de to intervjuene og handlinger under observasjonen.

4.1 Tema knyttet til ressurser

I Dokumenteringstilnærmingen til didaktikk (DTD) defineres undervisningsressurser som alle ressurser som er utviklet og brukt av lærere og elever i deres interaksjon med matematikk i og for undervisning og læring, i og utenfor klasserommet. Ressursene blir delt inn i materielle ressurser, sosiale ressurser og kognitive ressurser (Trouche et al., 2020).

Tabell 4.1: Oversikt over kodene i ressursdimensjonen

Tema	Koder
Ressurser	Materielle ressurser Sosiale ressurser Kognitive ressurser

For å avdekke hvilke ressurser læreren bruker i arbeidet med modellering i matematikkundervisningen, ble Sarah spurt om hvilke ressurser hun bruker i planlegging og gjennomføring av undervisning. Sarah trekker først og fremst læreboka Matematikk 10 (Hjardar & Pedersen, 2021) som en ressurs i tillegg til den digitale læringsplattformen Skolen (Cappelen Damm, u.å.). Begge disse ressursene er fra forlaget Cappelen Damm. Når jeg etterspør hvilke konkrete nettressurser hun bruker, forteller Sarah at hun bruker Google (Google, u.å.) en del og nevner nettsider som Matematikk.org (Matematikk.org, u.å.), Utdanningsdirektoratet (Utdanningsdirektoratet, u.å.), NDLA (NDLA, u.å.), matematikk.net (Matematikk.net, u.å.), Kikora (Kikora, u.å.), NRK skole (NRK Skole, u.å.) og YouTube (YouTube, u.å.). Sarah bruker flere av disse nettressursene for å finne videoer som hun viser til elevene eller legger de i Microsoft OneNote slik at de er tilgjengelige for elevene. I Microsoft OneNote har skolen egne notatblokker for hver enkelt klasse, og det er også egne rom der lærere deler ressurser. Sarah bruker lærerrommene i OneNote til å finne inspirasjon, oppgaver og undervisningsopplegg som ble brukt på 10.trinn i fjor. Ressursene Sarah bruker aller mest er materielle ressurser, og læreboka er en av de viktigste ressursene for henne i matematikkundervisningen.

Nei, vi bruker jo boka en god del vi da når vi regner matematikk (transkripsjon, Sarah).

Men Sarah brukte ikke læreboka da hun skulle finne kontekstoppgaver som utgangspunkt for modelleringsoppgaver.

Men samtidig har man jo helt enkle oppgaver i boka også, men da er det jo... Da står det «finn funksjonsuttrykket», «tegn grafen», «lag verditabellen». Da er det veldig sånn... De må jo ikke tenke så mye selv da, egentlig, med de oppgavene som står i boka. De blir fortalt hva de skal gjøre (transkripsjon, Sarah).

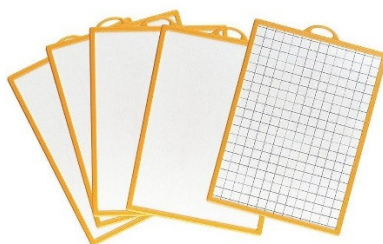
På spørsmål om hvor Sarah har hentet kontekstoppgavene som hun fikk i oppdrag av meg, forteller hun at hun brukte et hefte som var pensum da hun studerte matematikk, «Arbeid med funksjonssammenhenger i skolen» (Johannesen, 2018).

Mm ja, og du ønsket jo at vi skulle ha en kontekst, så tenkte jeg kontekst, det jobbet vi en del med på universitetet, så da fant jeg tak i litt hva vi holdt på med der, og da fant jeg da det heftet som jeg nevnte. Og der er det jo ganske mye forklaring om hva funksjonssammenhenger er sånn i den boka her. Mye tekst og mye sånn forklaringer, og så er det noen kontekster inni her som vi har jobbet gjennom tidligere. Så fant jeg en som jeg tenkte var litt grei å bruke, for det handler om en klasse som skal på klasseset, og det tenker jeg er litt relevant for 10.klasse som skal da, kanskje skal på klasseset til våren (transkripsjon, Sarah).

Sarah forteller videre at det i forkant av denne oppgaven står «Funksjonsmodeller – kontekstbasert arbeid, lin. funksjonssammenhenger», og da følte hun seg trygg på at hun hadde valgt en kontekstoppgave som jeg hadde etterspurt. I tillegg passet oppgaven til emnet lineære funksjoner, som var temaet klassen jobbet med. Det kan virke som at elevene til vanlig arbeider med oppgaver i læreboka, men at Sarah ikke fant en kontekstoppgave med passende ekstra-matematisk tema til det matematiske emnet funksjoner. For å finne en passende oppgave, søkte hun derfor i et analogt hefte som hun var godt kjent med fra før i stedet for å søke i digitale ressurser.

I den dokumentelle skapelsen velger og bruker læreren ressurser ut ifra sin læringsfilosofi og kunnskap (instrumentaliseringprosessen) (Trouche et al., 2020), og Sarah velger en oppgave som hun har kunnskap om fra før. Ettersom hun har fått i oppgave fra meg å velge en kontekstoppgave, er dette et trygt valg for henne da overskriften tydeliggjør at dette faktisk er en kontekstoppgave.

Oppdraget til Sarah var å omgjøre kontekstoppgaven til en modelleringsoppgave som hun skulle gjennomføre i klassen sin, og når det gjelder bruk av ressurser i undervisningstimen, brukte Sarah en interaktiv Smart Board-tavle da hun introduserte oppgaven. Hun hadde laget en PowerPoint-presentasjon som hun gjennomgikk for elevene. Da elevene jobbet, fikk de oppgaveteksten på et A4-ark, små whiteboardtavler (se figur 4.1) og to tusjer i ulik farge, og et A3-ark.



Figur 4.1: Whiteboardtavler med ruteside, 27 cm x 18,7 cm(<https://www.idrettsbutikken.no/wesco/w111796001/whiteboard-tavle-med-ruteside-5-stk--tosidig-blank-ruter>)

På A3-arket var det en tabell med oversikt over prisene, en tabell delt inn i faste og variable utgifter, to tomme felt og til slutt et koordinatsystem. Her var det tenkt fra lærerens side at elevene skulle fordele utgiftene som var oppgitt i oppgaveinformasjonen i faste og variable utgifter. Elevene skulle også skrive ned utregningene de ville beholde i de blanke feltene etter at de hadde prøvd seg frem på whiteboardtavlene. Det var også lagt til rette for å lage en graf i det tomme koordinatsystemet dersom noen av gruppene kom frem til dette.

Oppgave 1: Hva blir de samlede utgiftene til turen?

Faste utgifter		Buss	18 000 kr
		Hotell	400 kr pr pers pr dagn
		Mat	180 kr pr pers pr dagn
Variable utgifter		Frukt	3500 kr
		Div annet	3500 kr

Figur 4.2: Sarahs A3-ark til elevene

Det var et bevisst valg av Sarah at elevene ikke skulle bruke en digital graftegner (GeoGebra) som hjelpemiddel, men de kunne bruke kalkulator som hjelpemiddel.

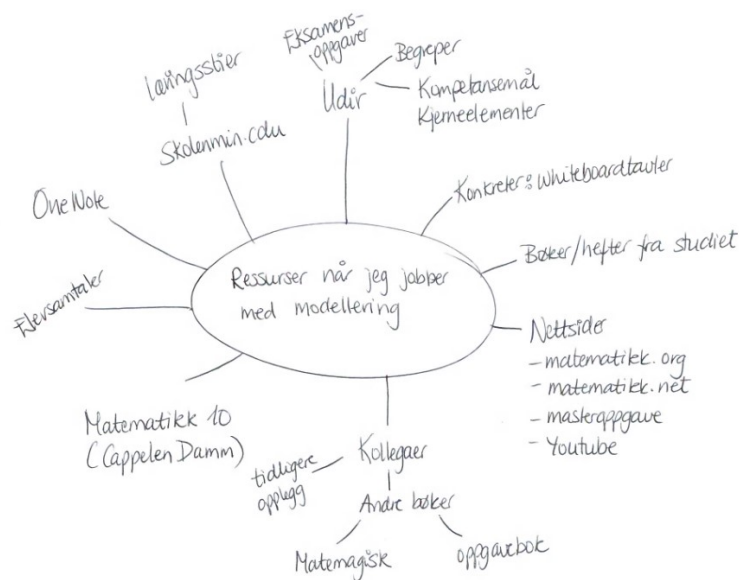
Men jeg tror ikke de skal få bruke GeoGebra, for de er ikke så kjent med det programmet. De har så vidt vært borti det (transkripsjon, Sarah).

I instrumenteringsprosessen, lærerens prosess med å tilpasse ressursene (Trouche et al., 2020), bruker Sarah sin fagdidaktiske kunnskap om elevene og det faglige innholdet i arbeidet med å utvikle sitt dokument. Sarah tror elevene vil motiveres av temaet «Klassetur» da dette er aktuelt for dem som en avslutning på skoleåret. Hun mener også at bildene hun har valgt kan være motiverende og inspirerende. Valg av verktøy som elevene kan benytte seg av, begrunnes med at det skal være noe som elevene behersker og vil oppleve som nyttig i arbeidet med å løse oppgaven. Whiteboardtavlene elevene brukte har Sarah god erfaring med fra tidligere, og hun mener det fører til en lav tekstel for utforsking for elevene.

Under det første intervjuet ble Sarah minnet på modelleringssyklusen og de ulike trinnene elevene er gjennom i arbeidet med en modelleringssyklus. Hun fortalte i det andre intervjuet at spørsmålene rundt modelleringssyklusen førte til at hun laget et A3-ark som elevene kunne støtte seg til i arbeidet med modelleringssyklusen. På dette A3-arket kunne elevene gjøre de endelige utregningene sine, og størrelsen på arket er brukervennlig ved samarbeidsoppgaver. Hensikten med dette arket er å hjelpe elevene å strukturere data som står i oppgaveteksten, og det legger også til rette for at elevene kan gjøre utregninger og tegne grafer. Blum (2015) viser til at alle de syv trinnene i

modelleringssyklusen er en mulig kognitiv barriere for elevene, og Sarah gjør tilpasninger i oppgaven for hjelpe elevene gjennom disse trinnene.

Sarah forteller at hun etter undervisningstimen hadde spurt noen elever om tilbakemelding på arbeidsmetoden de hadde vært gjennom. En av elevene kommenterte at hun syntes det var en fin måte å jobbe på, mens en annen elev sa at hun likte best å jobbe med hefter. Sarah forteller at hun også bruker å samarbeide med kolleger om undervisning, men at hun ikke hadde gjort det til denne spesifikke oppgaven. På spørsmål om Sarah kan tegne opp et SRRS-skjema (Trouche et al., 2020) over ressursene hun bruker når hun jobber med modellering, tegner hun dette:



Figur 4.3: Sarahs oversikt over ressurser ved undervisning i modellering

Oversikten bekrefter det Sarah forteller i intervjuene. Hun opplever at hun har mange ressurser tilgjengelige i sin planlegging og gjennomføring av undervisning, både materielle, sosiale og kognitive ressurser (Trouche et al., 2020). Likevel velger hun hovedsakelig materielle ressurser som er kjente for henne, som en kontekstoppgave hun selv har jobbet med som student og whiteboardtavler som hun har god erfaring med at elevene bruker i utforskende arbeid.

4.2 Tema knyttet til undervisningskompetanse for modellering

Ferri (2013) mener at lærerne trenger spesielle fagdidaktiske kunnskaper for modellering, og hun skiller mellom fire dimensjoner; en teoretisk dimensjon, oppgavedimensjon, instruksdimensjon og en diagnostisk dimensjon. Som vist i metodekapitlet, har jeg valgt ut deler av den teoretiske dimensjonen, oppgavedimensjonen og instruksdimensjonen i analysen.

4.2.1 Teoridimensjon

Teoridimensjonen handler om lærerens kunnskap om matematisk modellering, både når det gjelder modellering i læreplanen og innenfor forskningsfeltet (Ferri, 2013). Som

beskrevet i metodekapitlet, delte jeg teoridimensjonen inn i tre koder som var bestemt på forhånd.

Tabell 4.2: Oversikt over kodene i teoridimensjonen

Tema	Koder
Teoridimensjon	Kunnskap om modellering og modelleringssykluser Læreplankunnskap Opplæring og erfaring

Sarah er utdannet adjunkt med tilleggsutdanning, har 60 studiepoeng i matematikk og hun er inne i sitt tredje år som matematikklærer på ungdomstrinnet. I intervjuet uttrykker hun noe usikkerhet rundt hva som ligger i begrepet modellering.

Ja, det ordet modellering, det synes jeg er litt sånn... Et ord som ikke er blitt definert noe sånn kjempegodt. Ofte så tenker man modellering at ja, hvis man har en oppgave og tegner en modell, så ordet modellering har vært litt sånn diffust for meg egentlig. Jeg har måttet lest meg opp, men det er ikke lett å finne svar på det (transkripsjon, Sarah).

Når Sarah får spørsmål om hun likevel kan prøve å definere modellering svarer hun:

Modellering, det handler om at man tar ei problemstilling. Det kan være en hverdagsoppgave, også prøve å formulere det på en matematisk måte. Det kan være, som sagt, en graf, et funksjonsuttrykk, at man på en måte representere, ja, finner en representasjon for ei problemstilling. (...) Vi vil jo på en måte knytte hverdagen til matematikk og matematikk til hverdagen. (...) Vi vil jo at de skal se en sammenheng mellom faget og den virkelige verden (transkripsjon, Sarah).

Selv om Sarah først uttrykker usikkerhet rundt begrepet modellering, viser hun at hun har en grunnleggende teoretisk forståelse for matematisk modellering når hun forteller at det handler om å se en sammenheng mellom matematikkfaget og den virkelige verden. Begrepene modell og matematisk modellering brukes i LK20, i nye matematikklæreverk og på ulike digitale læringsplattformer, men Sarah mener likevel at det ikke er definert godt nok. Det kan muligens oppleves som forvirrende at modellering både kan være et mål og en metode i matematikkfaget (Torkildsen & Gjøvik, 2021).

Sarah forklarer modellering som at man knytter matematikken og den virkelige verden sammen, og dette er noe hun sier at hun gjør i sin undervisning uten å være helt bevisst på at det er dette hun har gjort. Det virker likevel som at hun er opptatt av å gjøre matematikken realistisk for elevene og hun bruker de første trinnene i modelleringssyklusen (Blum & Ferri, 2009) ved å gi elevene mulighet til å forenkle og matematisere virkeligheten.

Tror nok jeg jobbet en del med modellering uten å liksom sagt at «nå jobber vi med modellering». At det litt sånn kommer bakt inn i det vi jobber med i hverdagen, tror jeg. At man tar en case, eller, ja, hva skal jeg si da, en matematikkoppgave og så... Eller en kontekst, og så gjør man det matematisk da. At du får liksom formet det til matematikkspråket (transkripsjon, Sarah).

De siste trinnene i modelleringssyklusen der elevene skal tolke, validere og presentere modellene sine, har kanskje ikke fått like stor oppmerksomhet fra Sarah selv om kompetansemål på 10.trinn vektlegger disse fasene når elevene bruker funksjoner i modellering. I intervjuene viser Sarah til disse kompetansemålene som inneholder modellering og funksjoner, og hun er også klar over at modellering er et kjerneelement i matematikkfaget (Utdanningsdirektoratet, 2019), men det kan virke som hun ikke helt har det helt klart hvordan hun kan utvikle elevenes modelleringskompetanse. Selv om

Sarah mener begrepet modellering er diffust for henne, så er modelleringssyklusen til Blum & Ferri (2009) kjent. Hun viser at modelleringssyklusen er avbildet i heftet av Johannesen (2018), like ved oppgaven hun hadde brukt som inspirasjon til undervisningsopplegget sitt.

Ja, jeg har ikke sett så hardt på den på flere år. Det er en del år siden jeg studerte matematikk, men jeg kjenner igjen den modellen. Den er jo på den forrige siden, på dette matematikkheftet som jeg har, og så har jeg jo vært noe.... Jeg har prøvd å lese meg opp på modellering, og da fant jeg ei som har skrevet en masteroppgave om modellering av matematikk, og da så jeg at hun også brukte jo denne modellen (transkripsjon, Sarah).

Illustrasjonen av modelleringssyklusen var kjent for Sarah. Da vi i før-intervjuet gikk inn på de ulike trinnene i syklusen, virket det som Sarah hadde kunnskap om disse, selv om hun ikke hadde hatt modelleringssyklusen i tankene etter endt studium. Sarah fikk spørsmål om hun kan beskrive hvilke prosesser elevene går gjennom når de løser modelleringsoppgaver, og hun forteller at de først må prøve å få en oversikt over det reelle problemet, hva oppgaven er og hva de skal finne ut av. Elevene må se på informasjonen i oppgaven de har fått presentert og sortere denne informasjonen. Så må de prøve å gjøre det matematisk, få skrevet det ned og da kan de bruke ulike representasjoner. Til slutt kan de sjekke om det de har kommet frem til er realistisk, og modellen de har laget kan stemme med virkeligheten. Sarah definerer å *matematisere* som at man har en kontekst, en tekstopp-gave, og at man bruker informasjonen i teksten til å lage et matematisk uttrykk. I før-intervjuet fikk Sarah frisket opp tidligere kunnskap om modelleringssyklusen, og dette påvirket hennes videre arbeid med å transformere kontekstopp-gaven hun hadde valgt, noe jeg kommer tilbake til i kapitlet om oppgavedimensjonen.

Sarah uttrykker at det er krevende for henne i undervisningen at hun oppfatter modellering som diffust. Hun kunne tenkt seg at det en eller annen plass sto at «Her er modellering» eller «Her er eksempler på hva modellering er». Det kan virke som hun, gjennom sin utdanning, har fått kjennskap til modelleringssyklusen og erfaring med å løse kontekstopp-gaver, men at hun ikke har fått erfaring med å undervise i modellering og å veilede elever i deres modelleringsarbeid.

4.2.2 Oppgavedimensjon

Denne dimensjonen handler om lærerens evne til å forutse elevenes løsningsstrategier i arbeidet med modelleringsoppgaver og lærerens kunnskap om modelleringsoppgaver. Læreren må kunne vurdere modelleringsaktiviteten for å forutse hvilke hindringer elevene kan møte på og hvilke løsningsstrategier de kan velge. I tillegg må læreren kunne designe eller tilpasse en modelleringsopp-gave med tanke på elevene som skal arbeide med den (Ferri, 2013).

Tabell 4.3: Oversikt over kodene i oppgavedimensjonen

Tema	Koder
Oppgavedimensjon	Forutse løsningsstrategier Kunnskap om modelleringsopp-gaver

Sarah beskriver en god modelleringsopp-gave som en elevene kjenner seg igjen i. Temaet må ikke være for diffust eller rart for elevene, og dersom elevene opplever at temaet er aktuelt for dem vil de kanskje være motiverte for å finne ut av det. Som utgangspunkt for undervisningsopplegget i matematisk modellering, hadde Sarah valgt temaet klasseset, noe hun mener er relevant for elevene på 10.trinn. Inspirasjon for oppgaven

har hun hentet i et hefte fra egen studietid, Arbeid med funksjonssammenhenger i skolen (Johannesen, 2018).

La oss illustrere hva en funksjonsmodell kan være, gjennom noen eksempler. La oss starte med et enkelt eksempel der vi illustrerer hvordan vi kan la elevene *arbeide undersøkende* i grunnskolen for å modellere en kontekst fra virkeligheten.

Eks. 3.1 *Klassetur* La oss starte med et eksempel der vi lager to funksjonsmodeller utfra sammenhenger vi finner i en bestemt situasjon (*kontekst*).

En klasse skal dra på klassetur og ønsker å finne ut de samlede utgiftene til turen og utgiftene pr person som reiser.

De må leie en buss som samlet koster 18 000 kr (inkl. drivstoff og sjåfør).

De skal overnatte på et hotell, der de må betale 300 kr pr person pr døgn.

Utgiftene til mat har de funnet ut vil være 120 kr pr person pr døgn.

Billettutgifter til museumsbesøk og liknende vil hver dag være 250 kr pr person.

Utgifter til forfriskninger og frukt beløper seg samlet til 3500 kr.

Andre utgifter til turen beløper seg totalt til 3500 kr. De skal overnatte i 5 døgn på turen.

2 foreldre og klasselærer skal også være med. Man vet ennå ikke hvor mange av de 27 elevene i klassen som blir med på turen, men foreldre-rådet har bestemt at det bare blir klassetur dersom minst 12 elever blir med på turen.

Figur 4.4: Kontekstoppgave «Klassetur» (Johannesen, 2018, s. 9)

For å tilpasse oppgaven til egen klasse, forteller Sarah at hun har tatt bort noen av opplysningene for at det ikke skulle bli for mye for elevene å forholde seg til. Hun har også redusert noe på tekstinformasjonen og hun har strukturert opplysningene i punkter. Sarah har valgt å fremheve informasjon om pris, antall døgn og antall personer med fet skrift. Når det gjelder prisene som var oppgitt i den originale oppgaven, mente Sarah at noen av disse var urealistiske og har derfor gjort endringer tilpasset dagens priser. I tillegg har hun valgt å ha hovedfokuset på å finne de samlede utgiftene til klasseturen. I oppgaven har hun valgt å poengtere at prisen avhenger av antallet elever som deltar på klasseturen, og hun skiller mellom samlet pris for klassen og pris per person.



Turinformasjon

- De må leie en buss som samlet koster **18 000 kr** (inkl. drivstoff og sjåfør).
- De skal overnatte på et hotell, og der må de betale **400 kr** per person per døgn.
- Utgiftene til mat har de funnet ut vil være **180 kr** per person per døgn.
- Utgifter til frukt og andre forfriskninger blir en samlet pris på **3500 kr**.
- Diverse andre utgifter til turen beløper seg totalt til **3500 kr**.
- De blir borte **4 døgn** (4 netter).
- **3 foreldre** skal også være med på turen. Man vet ennå ikke hvor mange av de **29 elevene** i klassen som blir med på turen, men turkomiteén har bestemt at det bare blir tur dersom **minst 14 elever** blir med på turen.



En klasse skal på klassetur.

Før de drar ønsker de å få oversikt over hvor mye det kommer til å koste.



Hva blir de samlede utgiftene til turen?



Figur 4.5: Sarahs PowerPoint-presentasjon til elevene

Når det gjelder layouten til oppgaven, har hun endret skriftfargen i oppgaveteksten fra rød til svart, og hun redigerte bort kursivformen. Sarah begrunner dette med at det er mest vanlig å lese svart tekst på hvitt papir og hun synes personlig at kursiv er vanskeligere å lese og at det er uvanlig at store deler av teksten er satt i kursiv. I Sarahs PowerPoint-presentasjon av oppgaven, introduserer hun oppgaven med et bilde av en amerikansk skolebuss for å få litt farge i oppgaven og for at det ikke skulle være så kjedelig. På det andre lysbildet, der informasjonen er listet opp i punkter, har Sarah lagt inn et bilde av en kalkulator og et ark med diagrammer og tall.

Før de drar skal de få oversikt over hvor mye den kommer til å koste. Og da har jeg lagt ved et bilde av en kalkulator og noen grafer og tall og sånn. For å på en måte... «Ja, nå skal vi prøve å regne på litt forskjellige tall og finne ut av... av det her». Jeg liker godt at det er bilder, da. Den siden hvor jeg har turinformasjon, så har ikke jeg noen bilder, så her er det mye tekst, så tenkte jeg at da blir jeg litt rotete hvis det blir forstyrret av noen bilder. På neste side, hvor den første oppgaven blir presentert, «Hva blir de samlede utgiftene til turen?», så har jeg hatt en kalkulator og så en penn og noen papirer og sånn, ja... Og til slutt, «Hva blir utgiftene per person som reiser?», og da fant jeg et bilde hvor det var noen glass som det er mynter i. Ja, forskjellig mengde mynter i hvert glass, men synes jeg var litt, ja det passet litt da, for at prisen per person vil jo variere etter hvor mange som blir med og da på en måte kan jo disse glassene representere at prisen endrer seg (transkripsjon, Sarah).

Sarah har gjort endringer fra originaloppgaven, særlig når det gjelder data og representasjon, for å tilpasse modelleringsoppgaven til sin elevgruppe. Likevel har hun beholdt mye av teksten, og Sarah reflekterer rundt at det kan bli utfordrende for elevene å bearbeide all informasjonen og starte med matematiseringen, og at noen elever kommer til å synes at det er kjempevanskelig i det hele tatt å komme i gang med å løse problemet. På spørsmål om det er noe hun kan gjøre for å minske denne utfordringen for elevene, forteller hun kommer til å lese opp oppgaven samtidig som hun viser den i en PowerPoint-presentasjon. Angående gruppesammensetning, vil hun sette sammen elevene i par som hun mener kan bidra til at de jobber godt sammen. Det er også tenkt at Sarah og tolærer, den andre matematikklæreren til klassen, skal gå rundt til gruppene og hjelpe dem i gang. Sarah beskriver oppgaven til elevene som åpen og at det ikke ligger mye føringer til elevene i oppgaven.

Når Sarah skal beskrive hvordan hun tror elevene kommer til å løse modelleringsoppgaven, sier hun at de kan komme til å lage en verditabell eller en graf. Etter før-intervjuet reflekterte Sarah rundt at elevene kunne få utfordringer med å strukturere og forenkle informasjonen, og dette førte til at hun laget et A3-ark med tanke på å støtte elevene i deres strukturering av problemet (se figur 4.2).

Sarah har tatt en kontekstoppave og transformert den til en modelleringsoppgave som hun mente ville passe hennes elever, og hun har gjort mange av de punktene Ferri (2017) anser som viktig for å lykkes med dette. Oppgaven er knyttet til et ekstra-

matematisk emne som kan oppleves som autentisk for elevene, og bildene er tenkt å være motiverende samtidig som de underbygger informasjonen i oppgaveteksten. Elevene har lite erfaring med denne type oppgaver, og Sarah har derfor redusert data i oppgaveteksten og fremhevet de sentrale tallene med fet skrift for at det skal være passe kognitive krav. I tillegg har modelleringsoppgaven de egenskapene som Maaß (2007) mener kjennetegner et modelleringsproblem. Problemet er hentet fra den virkelige verden, inneholder informasjon som elevene må tolke, problemet har flere fremgangsmåter og elevene må gjennom flere faser i modelleringsssyklusen.

Sarah har noe erfaring med modellering gjennom sin utdanning og yrkeserfaring, men har gjennom intervjuene uttrykt usikkerhet rundt emnet. Ved å bruke sin fagdidaktiske kunnskap om elevene og det matematiske emnet, oppfyller hun likevel mange av Ferri (2017) og Maaß (2007) sine kjennetegn for et modelleringsproblem.

4.2.3 Instruksdimensjon

Instruksdimensjonen handler om lærerens evne til å planlegge og gjennomføre undervisning i modellering (Ferri, 2013). I min studie er det læreren og hennes valg som er fokusområdet, og derfor er resultatene fra denne dimensjonen knyttet til lærerens planlegging av undervisning i modellering.

Tabell 4.4: Oversikt over kodene i instruksdimensjonen

Tema	Kode
Instruksdimensjon	Planlegge undervisning

I sin planlegging av undervisningen, hadde Sarah gjort flere endringer på selve oppgaven til elevene. Dette begrunnet hun med at oppgaven skulle bli mer oversiktlig og lettere for elevene å skjønne. Når det gjelder organiseringen av elevene, skulle Sarah i utgangspunktet ha 29 elever til stede, og elevene skulle arbeide sammen i pargrupper. Sarah mente at det ga gode forutsetninger for en fin balanse mellom elevenes selvstendige arbeid og veiledning fra lærer og tolærer. Ulike årsaker førte til at det bare var ni elever til stede i timen da undervisningsopplegget ble gjennomført, og elevene var delt inn i fire grupper.

De faglige målene med modelleringsaktiviteten knyttet Sarah til kompetansemålene som har med funksjoner å gjøre, selv om hun ikke kunne nevne disse på stående fot. Under det første intervjuet, søkte Sarah opp kjerneelementene på nettsiden til Utdanningsdirektoratet, og viste til at elevene kommer til å være innom flere av kjerneelementene, både utforskning, problemløsning, modellering, resonnering, argumentasjon, kommunikasjon, representasjon og muligens også generalisering. Ferri (2017) mener at læreren må ha et tydelig mål for modelleringsaktiviteten, noe som ikke virket å være helt klart for Sarah.

Ferri (2017) sier at instruksdimensjonen også handler om å velge ut verktøyene elevene skal bruke for å løse problemet, og Sarah tok bevisste valg med tanke på hjelpemidlene elevene skulle få tilgang til i arbeidet med modelleringsproblemet. Alle gruppene fikk en liten whiteboardtavle slik at elevene raskt kunne gjøre redigeringer i sitt utforskende arbeid. Dette kunne være nyttig da Sarah så for seg at elevene kom til å prøve ut ulike strategier for å løse oppgaven. Når de hadde utforsket ferdig og landet på et forslag til løsning, var tanken at de skulle flytte det endelige svaret over på A3-arket. Sarah tror at

elevene kommer til å prøve å finne en måte å vise de forskjellige prisene på, og kanskje kommer noen til å bruke en verditabell, og kanskje ordner de en graf etter hvert.

Det jeg ser for meg de kan komme fram til kanskje, det er jo at de kan komme frem til en verditabell eller en graf. For det, vi har jo jobbet med det en del nå, men ikke så mye med ulike situasjoner. Vi har jobbet ganske mye med hva er en lineær graf? Hva er stigningstall? Hva er konstantleddet? Og nå kjenner jeg at de er modne for... Det er noen som står fast enda og ikke skjønner helt, og da tenker jeg at ja, men da må jo prøve en annen innfallsvinkel, og det er ekte reelle situasjoner (transkripsjon, Sarah).

Sarah mener det vil være noen elever som vil trenge noe hjelp i arbeidet med å løse modelleringsoppgaven, og hun ser for seg at de kan få hjelp gjennom å diskutere oppgaven med samarbeidspartner. I tillegg tenker Sarah at hun og tolærer må være flinke til å gå rundt og stille spørsmål som kan lede elevene i rett retning.

Jeg tror nok oppstarten kan være vanskelig. For da kommer de til å være usikker på hva...Hva er det hun egentlig spør etter? Eller, vi har jo ikke jobbet slik som dette her noe særlig (transkripsjon, Sarah).

A3-arket ble laget av Sarah med tanke på elever som kan streve med å komme i gang med å løse oppgaven og elever som trenger hjelp til å strukturere informasjonen. Erfaringen Sarah gjorde seg var at gruppene fylte ut tabellene og valgte seg kun ett antall elever, større enn 14, som dro på klasseset, og de regnet ut samlede utgifter for denne gruppestørrelsen. Dette forklarte Sarah med at det er uvant for elevene å arbeide med en slik type oppgaver.

Det er jo litt sånn at de er vant med å... Når man regner en oppgave... Når man har et lite svar, så er man ferdig. De er ikke så vant med å jobbe med langvarige oppgaver, tror jeg ikke. Så ja, de sa seg fornøyd med det ene eksemplet (transkripsjon, Sarah).

Sarah mente at elevene var fornøyd med å finne ett svar på oppgaven og observert også at gruppene verken kom frem til et funksjonsuttrykk eller tegnet en graf. Årsaken til dette mente Sarah var at det ble travelt på slutten av timen. Noen av gruppene fikk presentert løsningene sine for Sarah da hun gikk rundt til gruppene, men det ble liten tid til refleksjon over eget arbeid. Dette var likevel ikke noe Sarah la vekt på da hun evaluerte undervisningsøkta. Hun var fornøyd med hvordan elevene løste oppgaven, selv om ingen elever laget en graf, men mente det ble dårlig tid på slutten av undervisningsøkta. Å kunne forutse hvor lang tid de ulike fasene i modelleringsprosessen vil ta, er også et sentralt punkt i instruksdimensjonen.

Jeg tolker det slik at Sarah følger flere av Ferris (2017) prinsipper for planlegging av undervisningsøkt i modellering. Hun finner en passende oppgave som hun selv løser på forhånd, og hun definerer verktøyene elevene kan benytte seg av i arbeidet med modelleringsoppgaven. Gjennom observasjonen av gjennomføringen, erfarte jeg også at Sarah introduserte oppgaven med bra fokus fra elevene, og hun og tolærer gikk rundt til gruppene for å få oversikt over arbeidet deres og eventuelt veilede dem videre i arbeidet. Slik jeg oppfatter det, er hun noe uklar rundt det sentrale målet for undervisningsøkta, og de siste to trinnene i modelleringscyklusen, validering og eksponering, ble det jobbet lite med.

Niss & Blum (2020) nevner også at trinn seks og trinn sju i modelleringscyklusen kan være utfordrende for elevene og dette kan sees i sammenheng med tidligere matematikkundervisning. Elevene tror de er ferdige når de har kommet frem til én løsning på modelleringsproblemet, og de ser derfor ikke behovet for å tolke løsningen eller se etter andre løsninger. Det har også vært en oppfatning blant elevene at det bare er læreren som skal sjekke om løsningen er korrekt, og Niss & Blum (2020) sier at ofte

blir ikke trinn sju gjennomført i det hele tatt dersom oppgaven ikke er utviklet av elevene selv. Dersom læreren heller ikke er bevisst nok rundt viktigheten av de to siste fasene i modelleringsprosessen, kan det være en fare for at disse neglisjeres, og de bortprioriteres kanskje med begrunnelse av dårlig tid, noe som går på bekostning av elevenes læringsutbytte.

4.3 Oppsummering av resultatene

I dette kapitlet har jeg lagt fram eksempler som beskriver de ulike temaene og kodene i analysearbeidet. Analysen av datamaterialet kan oppsummeres i tre hovedfunn. Det første funnet er knyttet til lærerens bruk av ressurser og viser at læreren støtter seg til ressurser som er kjente for henne i sin planlegging av undervisning i modellering, og hun velger oppgaver som hun selv har erfaring med. Det andre funnet handler om oppgavedimensjonen. Det kom frem at læreren velger ut en kontekstoppgave med et tema som hun vurderer er passende for elevgruppen, og hun gjør flere tilpasninger i oppgaven slik at den skal engasjere elevene og hjelpe dem i de ulike fasene i modelleringssyklusen. Det tredje funnet viser at læreren kjenner et behov for mer teoretisk kunnskap om modellering og hvordan hun skal lede elevene i deres modelleringsarbeid for at dette skal være i samsvar med kravene og føringene i LK20.

I diskusjonskapitlet skal jeg gå nærmere inn på disse funnene og drøfte de opp mot relevant teori.

5 Diskusjon

Jeg har gjennomført en kasusstudie for å belyse forskningsspørsmålet «Hvordan bruker læreren ressurser for å lage modelleringsoppgaver av høy kvalitet?», og analysen av datamaterialet identifiserte tre hovedfunn. Jeg vil i dette kapitlet drøfte disse funnene og se dem i sammenheng med relevant teori. Til slutt vil jeg komme med noen betraktninger rundt studiens plass i forskningsfeltet og veien videre.

5.1 Funn 1: Knyttet til ressurser og instruksdimensjonen

Analysen viste at matematikklæreren Sarah støtter seg til ressurser som er kjente for henne i sin planlegging og undervisning i modellering. Lærere har tilgang til mange ulike ressurser, og det kan være utfordrende for lærere å vite hvilke ressurser de skal velge for å oppnå det spesifikke undervisningsmålet (Trouche et al., 2020). I arbeidet med matematisk modellering brukte Sarah hovedsakelig materielle ressurser som hun var godt kjent med fra før.

Det kom frem gjennom intervjuet at den materielle ressursen Sarah brukte mest, var læreboka Matematikk 10 (Hjardar & Pedersen, 2021) fra Cappelen Damm. Klassen hadde startet på emnet funksjoner, og Sarah savnet det utforskende elementet i oppgavene i læreboka. Hun beskrev oppgavene som detaljstyrte, der elevene skulle tegne en graf basert på et funksjonsuttrykk og lese av på grafen for å finne svar på et konkret spørsmål. Mendonça & Borges Netos (2020) mener at læreboka lenge har vært den vanligste ressursen for matematikklæreren, og det var også denne ressursen Sarah først støttet seg til.

Det kan oppleves som utfordrende for matematikklærere at endringer i faglige emner, didaktikk og digitale hjelpemidler har skapt et behov for andre ressurser, og Sarah fant ikke en modelleringsoppgave som hun ønsket at klassen skulle jobbe med i læreboka. For Sarah førte dette til at hun brukte et hefte av Johannesen (2018) fra utdanningen sin, og i dette heftet fant hun en kontekstoppgave knyttet til det matematiske emnet funksjoner, satt i sammenheng med det ekstra-matematiske emnet «klassetur». Dette var en oppgave som Sarah hadde jobbet med som student, og hun visste hva som var forventet av elevene for å løse denne. Trouche et al. (2020) beskriver skapelsen av et dokument som en prosess mellom en lærer og ressursene, og hvilke ressurser læreren velger og hvordan disse brukes, påvirkes av hens læringsfilosofi og kunnskap (instrumentaliseringsprosessen). Sarah mente hun hadde forholdsvis lite erfaring med modellering i sin undervisning, og jeg tolker det slik at hun valgte denne oppgaven for hun anså det som et kjent, trygt og kvalitetssikkert valg. Dette kan bety at flere lærere velger kjente oppgaver, og da vil det være viktig å ha erfaring med mange ulike modelleringsoppgaver.

I elevenes arbeid med å løse modelleringsoppgaven, hadde Sarah bestemt at elevene ikke skulle benytte seg av digital graftegner (GeoGebra). Begrunnelsen for dette var at elevene hadde svært lite kjennskap til GeoGebra og det var ennå ikke et nyttig redskap for dem. Blum (2015) fremhever at digitale teknologier er kraftige verktøy i modelleringsaktiviteter, og da Sarah selv løste oppgaven, var det naturlig for henne å

bruke GeoGebra. Hun så nytten i dette digitale verktøyet, og det var et mål for henne at elevene etter hvert skulle beherske dette i arbeidet med blant annet funksjoner.

Modelleringsaktiviteter stiller andre krav til matematikklæreren. Hen må våge å slippe kontrollen og la elevene utforske både modelleringsproblemet og ulike verktøy. Tradisjonelt har læreren hatt løsningen på problemet, men i modelleringsaktiviteter kreves det at lærer kan sette seg inn i elevenes tankegang og veilede de videre i prosessen der de er. I Sarahs tilfelle ønsket hun at noen av elevene skulle tegne en graf som en løsning på problemet, men ingen elever valgte dette. Kanskje hadde de valgt en slik løsning dersom graftegner hadde vært et av verktøyene de kunne bruke.

En ressurs elevene fikk bruke i denne modelleringsaktiviteten, var små whiteboardtavler. Alle gruppene fikk hver sin tavle som skulle gjøre det enklere for elevene i deres prøving og feiling, da de enkelt kunne viske bort det de ikke ønsket å beholde i arbeidet videre. Terskelen for å starte å regne blir dermed lav, og gjennom diskusjon på gruppene kunne de notere tanker og forslag på tavlene. Dette kan sees i sammenheng med Liljedahls (2016) tenkende klasserom og bruk av vertikale tavler. Liljedahl viser at elever som jobber ved vertikale tavler viser evne til deltakelse, diskusjon og utholdenhet i arbeidet, og han nevner at det er lett å viske bort og dette gjør det lettere å delta. Når elevene jobber med små whiteboardtavler på pultene, ser ikke elevene hverandres svar slik som ved vertikale tavler, men læreren får lett oversikt over elevenes løsningsforslag og kan raskt gi respons og veiledning. Derfor kan man kanskje tenke at bruken av små whiteboardtavler kan være et nyttig verktøy i det tenkende arbeidet i modelleringsaktiviteter.

For å legge til rette for diskusjon rundt modelleringsoppgaven og at elevene skulle samarbeide om å løse problemet, hadde Sarah valgt å dele klassen inn i grupper på to, og dette er i tråd med Blum (2015) som sier at i arbeidet med modelleringsoppgaver er gruppearbeid spesielt godt egnet. I matematiseringsfasen fikk også elevene A3-ark med delvis utfylte tabeller. Sarah forteller at elevene ikke er vant til denne type oppgaver, og det er da kanskje spesielt viktig med støtte i ressursene. Sett i sammenheng med Trouche et al. (2020) har Sarah gjennom instrumenteringsprosessen brukt tilgjengelige ressurser for å skape et eget dokument basert på hennes læringsfilosofi og kunnskap.

5.2 Funn 2: Knyttet til oppgavedimensjonen

Det andre funnet jeg gjorde gjennom analysen av datamaterialet, var at Sarah gjorde mange endringer på den originale kontekstopp-gaven for at den skulle engasjere hennes elever. Dette er i tråd med Torkildsen et al. (2022) som mener at modelleringsoppgaver er krevende for elevene, og det er derfor viktig at de får oppgaver som engasjerer og motiverer dem. Som observatør så jeg at alle elevene jobbet aktivt med modelleringsoppgaven gjennom hele undervisningsøkta, og Sarah fikk i etterkant tilbakemelding fra noen av elevene at de likte oppgaven.

Den matematiske oppgaven er selve kjernen i matematikktimene og for at elevene skal kunne oppnå matematisk forståelse og utvikle sin matematiske kompetanse, mener Ferri (2017) at kvaliteten på disse oppgavene er helt vesentlig. Det er læreren som er ansvarlig for hvilke oppgaver elevene skal jobbe med, og valgene læreren tar er helt avgjørende for elevenes kompetanseutvikling. Tidligere undersøkelser viste at en av årsakene til at lærere ikke iverksetter matematisk modellering i timene, var mangel på modelleringsproblemer, spesielt for elever i 8.-13.klasse (Greefrath & Vorhölter, 2016). Med innføring av modellering som et kjerneelement i LK20, er det en mulighet for at

matematikk lærere i Norge også kan oppleve dette som en utfordring, og i intervjuet etterlyser Sarah en oppgavebank med gode modelleringsoppgaver knyttet til ulike matematiske emner og klassetrinn.

Ferri (2017) sier det er tidkrevende for læreren å lage nye oppgaver til modelleringsaktiviteter, og et alternativ er å transformere eksisterende oppgaver til modelleringsoppgaver, og det er dette Sarah har gjort. Hun har valgt en kontekstoppgave som hun var godt kjent med og gjort tilpasninger slik at den passer hennes elevgruppe. Uten at Sarah har kjennskap til Maaß (2010) sin klassifisering av modelleringsoppgaver, har hun gjort endringer som passer til flere av punktene i dette klassifiseringsskjemaet. Punktene i Maaß (2010) sitt klassifiseringsskjema er fokus på modelleringsaktiviteten, data, tilknytning til virkeligheten, situasjonen, type modell, representasjon, oppgavens åpenhet, kognitive krav og matematisk innhold.

Det første punktet i klassifiseringsskjemaet for modelleringsoppgaver, er naturlig nok at elevene bør gå gjennom hele eller deler av modelleringsprosessen når de løser problemet. Den opprinnelige oppgaven var allerede laget med tanke på at elevene må gjennom hele modelleringscyklusen for å løse problemet, og Sarah gjorde derfor ikke de store endringene når det gjelder selve oppgavelyden. Derimot gjorde hun flere tilpasninger i data og representasjonen av oppgaven.

Oppgaven var i utgangspunktet knyttet til virkeligheten og handlet om klasseset. Sarah la vekt på dette i klassen sin, da tradisjonen på skolen har vært at 10.trinn reiser på klasseset på slutten av skoleåret, og dette kunne være en situasjon som angikk elevene personlig. Modelleringsoppgaver er kognitivt krevende for elevene (Blum & Ferri, 2009), og ved å velge oppgaver som kan være motiverende og engasjerende, kan de få bedre forutsetninger for å lykkes (Torkildsen et al., 2022). Den opprinnelige oppgaven hadde mange data, og Sarah gjorde noen få endringer med disse. Hun fjernet noen opplysninger og hun endret priser slik at de passet bedre til dagens reelle priser. Slik oppgaven var presentert, inneholdt den alle variablene elevene trengte for å kunne finne en løsning.

Når det gjelder representasjonen, måten oppgaven ble presentert til elevene, valgte Sarah å gjøre en del tilpasninger for å støtte elevene i de ulike fasene i modelleringscyklusen (Blum & Ferri, 2009). Som tidligere vist, hadde Sarah laget en PowerPoint-presentasjon som startet med overskriften «Klasseset» og et bilde av en skolebuss. Bildet hadde sterke farger og viste en skolebuss i bevegelse som skaper følelsen av å være på tur. Teksten i PowerPoint-presentasjonen hadde stor skrifttype og informasjonen var listet opp punktvis. Det var kun nødvendig informasjon, og bildet av kalkulator signaliserte at her er det noe man regner ut, og kalkulator var en tilgjengelig ressurs for elevene. Disse bildene kan være ment til å forberede elevene på matematisering. Oppgaven ble presentert både muntlig og skriftlig, noe som kan bidra til at flere elever greier å forstå problemet og konstruere en mental modell av det gitte problemet.

En modelleringsoppgave kan ha ulik grad av åpenhet (K. Maaß, 2010), og i oppgaven til Sarah var alle nødvendige data for å løse oppgaven oppgitt, men elevene måtte ta noen selvstendige valg underveis. Sarah forteller at elevene er mer vant til å løse oppgaver i boka som gir tydelige instruksjoner om hva de skal gjøre, som for eksempel «Finn funksjonsuttrykket, tegn grafen og lag verditabellen» (transkripsjon, Sarah). Maaß (2010) sier at man gradvis kan gå fra lukkede oppgaver til mer åpne

modelleringsoppgaver for å unngå frykt for slike oppgaver blant elevene, og for at lærer gradvis skal kunne tilpasse seg denne undervisningsformen.

5.3 Funn 3: Knyttet til teoridimensjonen

Det tredje funnet viste at læreren kjenner et behov for mer teoretisk kunnskap om modellering og kunnskap om å lede elevene i deres modelleringsarbeid. Sarah er kjent med modellering i læreplanen, både som kjerneelement og som fremhevet i enkelte kompetansemål på 10.trinn, men hun opplever ikke at det som er beskrevet i LK20 er godt nok for å gi henne den nødvendige forståelsen for hvordan hun skal jobbe med modellering i undervisningen. Sarah definerte «modellering» som å knytte hverdagen til matematikken, og at man kunne ta en problemstilling og formulere den matematisk, for eksempel med et funksjonsuttrykk eller en graf. For henne passet derfor den valgte kontekstoppgaven bra da hun jobbet med lineære grafer med sin 10.klasse, og hun mente emnet klasseset ville være motiverende, engasjerende og relevant for hennes elever.

Å utvikle et modelleringsproblem er en utfordring, og det er også en utfordring å undervise i modellering (Ferri, 2017). Sarah ble ferdig utdannet og startet i læreryrket samtidig som LK20 ble innført i skolen. I utdanningen hadde hun lært om modellering og modelleringssyklusen fra Blum og Ferri (2009), og hun hadde erfaring med å løse kontekstoppgaver. Niss & Blum (2020) mener at det viktig å inkludere modellering i lærerutdanningen for å implementere modellering i matematikkundervisningen, og gjennom studiene hadde Sarah lært om modellering og hun hadde erfaring med å løse modelleringsoppgaver fra et elevperspektiv.

Sarah var kjent med LK20 og virket å ha en forståelse for modellering som kjerneelement. Hun viste også kjennskap til kompetansemålene knyttet til modellering på 10.trinn, men her uttrykte hun usikkerhet rundt hvordan hun skulle undervise i samsvar med intensjonen i LK20. For Sarah var ikke LK20 et godt nok redskap for henne i planleggingen og gjennomføringen av en modelleringsaktivitet. Hun etterlyste en eksemplifisering av LK20, for eksempel med en oppgavebase med modelleringsoppgaver og en tydelig forklaring på hva modellering er. Dette viser et behov for mer teoretisk kunnskap. Blum (2015) mener at lærere skal ikke tilegne seg modelleringskompetanse på egen hånd, og Niss & Blum (2020) sier at det er viktig å kurse praktiserende lærere i modellering.

Sarah følte seg trygg på modelleringsoppgaven hun hadde valgt da det var en kilde hun stolte på, og hun gjorde flere tilpasninger for å hjelpe elevene med å løse problemet og gå gjennom de ulike fasene i modelleringssyklusen. Elevene virket å forstå situasjonen og alle gruppene kom med et forslag til løsning på problemet. Elevene virket fornøyd med den ene løsningen, og Ferri (2017) bekrefter at elevene vanligvis stopper modelleringsprosessen når de har funnet en løsning. Dette begrunnes med at elevene tradisjonelt er vant til å skulle finne det ene riktige svaret på matematiske oppgaver. Fasen med validering er derfor viktig og må veiledes av lærer, spesielt ved oppstart av arbeid med modelleringsoppgaver. På spørsmål om hvordan elevene validerte løsningene sine, svarte Sarah at hun kunne tenkt seg å ha hatt mer tid til dette, men at det ble travelt på slutten. Ferri (2017) sier at å tolke og validere de matematiske resultatene er viktig og ofte neglisjert av elevene dersom læreren mangler modelleringskompetanse. Noen av gruppene presenterte sin løsning for lærer, men ikke for resten av klassen. De hadde derfor ikke mulighet til å sammenligne og diskutere de ulike løsningene. Niss og Blum (2020) sier at den eneste måten å utvikle elevenes modelleringskompetanse er å

involvere dem i modelleringsaktiviteter, og elever som utvikler flere løsninger, oppnår større modelleringskompetanse.

5.4 Oppsummering av diskusjonen

Jeg har i denne forskningsoppgaven undersøkt hvordan en lærer bruker ressurser til å lage modelleringsoppgaver av høy kvalitet. Gjennom intervjuer og observasjon fant jeg ut at gjennom kunnskap om modelleringssyklusen og erfaring med modelleringsaktiviteter, brukte læreren kjente ressurser som utgangspunkt for å lage modelleringsoppgaver som utviklet elevenes modelleringskompetanse.

Mine funn baserer seg på én matematikklærers erfaringer i arbeidet med matematisk modellering, og dette er ikke et tilstrekkelig utvalg for å kunne representere en global generalisering. Befring (2015) mener likevel at de erfaringer det fortelles om i kvalitativ forskning kan ha en generell verdi da andre kan kjenne seg igjen i lignende situasjoner, og jeg mener at andre matematikklærere kan ha interesse av disse resultatene. Det kan skape en større bevissthet rundt hvordan man bruker tilgjengelige ressurser og hvordan man jobber med modellering i klasserommet.

6 Avslutning

Denne masteroppgaven har handlet om en matematikklærers samhandling med ulike ressurser for å lage en modelleringsoppgave som fører til undervisning av høy kvalitet. Jeg har samlet inn datamateriale gjennom to intervju og en observasjon, og jeg har gjennom dette datamaterialet undersøkt forskningsspørsmålet «Hvordan bruker læreren ressurser for å lage modelleringsoppgaver som fører til undervisning av høy kvalitet?».

6.1 Svar på forskningsspørsmålet

Konklusjonen ut ifra analysen av datamaterialet og diskusjonen i denne masteroppgaven er at matematikklæreren bruker kjente ressurser til å lage modelleringsoppgaver som fører til undervisning av høy kvalitet. Dersom matematikklæreren har noe kunnskap om modellering og modelleringsprosessen, og i tillegg har egen erfaring i arbeid med modelleringsaktiviteter, vil læreren kunne transformere oppgaver til modelleringsoppgaver som passer elevgruppen. Det oppfattes likevel som krevende å lage slike modelleringsaktiviteter, og det er ønskelig med en base med gode modelleringsoppgaver som er knyttet til ulike matematiske og ekstra-matematiske emner. I tillegg kan det være behov for mer teoretisk kunnskap om modelleringsprosessen og erfaring med undervisning i modellering for å bidra til fokus på alle fasene i modelleringsprosessen og å sikre en undervisning i tråd med intensjonene i LK20.

6.2 Studiens plass i forskningsfeltet og veien videre

I den nye læreplanen er modellering et gjennomgående kjerneelement i matematikkfaget og er derfor et emne matematikklærere må forholde seg til. Mine funn kan bidra til noe data innenfor forskningsfeltet og kan ha nytteverdi for lærerstudenter og praktiserende matematikklærere.

Gjennom arbeid med matematisk modellering kan elevene knytte sammenhenger mellom den virkelige verden og matematikkfaget. Ved å se at matematikk kan være nyttig i deres hverdagsliv, kan elevene få en større interesse for faget. Likevel har modellering i dag en svakere posisjon i klasserommet enn det forskere ønsker, og ulike grep kan gjøres for å øke modelleringsaktivitetene.

Når det gjelder lærerutdanningen, kan man se på hvilken plass modellering har i denne. Ferri (2021) mener at opplæring i matematisk modellering betyr å utstyre studentene eller lærerne med kunnskap og kompetanse som de trenger for å kunne undervise både effektivt og med høy kvalitet, og da bør Ferris (2013) fire dimensjoner ved lærernes fagdidaktiske kunnskap for modellering være en del av den obligatoriske lærerutdanningen. I tillegg bør det også være et tett samarbeid mellom lærerutdanningen og praksisskoler slik at studenter, i tillegg til teoretisk kunnskap, kan få øvelse i å lede elevene i modelleringsaktiviteter.

Angående den praktiserende læreren, viser min forskningsoppgave at det kan være behov for kompetanseheving. Blum (2015) sier at matematikklæreren ikke kan lære modellering på egen hånd gjennom å undervise i dette, og kursing eller videreutdanning i matematisk modellering vil derfor være nødvendig. Videreutdanning gjennom Kompetanse for kvalitet har i flere år vært en god mulighet for praktiserende lærere å oppdatere seg faglig, men ved vår skole har vi opplevd at disse studieplassene er svært populære, og det er stor konkurranse blant lærerne for å få en studieplass. Det vil derfor være behov for alternative måter for lærere å skaffe seg nødvendig kompetanse i modellering.

Selv om regjeringen har avvirket lærerspesialistordningen, kan likevel lærere med lærerspesialistutdanning bidra på skolene og i kommunene for å øke kompetansen i modellering blant matematikklærerne. Modellering læres ved å gjennomføre modelleringsaktiviteter, og dette gjelder også for lærere. Min forskning viste at Sarah valgte en oppgave hun selv hadde jobbet med. Man kan derfor tenke at det er viktig at lærerne får jobbe med mange oppgaver og selv lage seg en oppgavebank med modelleringsoppgaver som passer til ulike klassetrinn og ulike matematiske emner. En bevisstgjøring rundt hvordan matematiske oppgaver kan transformeres til modelleringsoppgaver, kan nok også bidra til flere modelleringsaktiviteter i klasserommet.

Når det kommer til modelleringsoppgaver og ressurser, tror jeg det vil være interessant å forske videre på matematikklærernes samhandling med ressurser. Dokumenteringstilnærmingen til didaktikk er et forholdsvis nytt rammeverk, og med den mengden av ressurser som i dag er tilgjengelig, kan det være interessant å se nærmere på hvordan lærerne samhandler med disse ressursene i arbeidet med modellering.

Jeg tror det vil ta en tid før modellering har den sentrale plassen i den daglige matematikkundervisningen slik som er ønskelig ut ifra læreplanene, men jeg håper at denne masteroppgaven viser at det er mulig for en lærer å transformere eksisterende oppgaver til modelleringsoppgaver som aktiverer elevene og som utvikler deres modelleringskompetanse.

Referanser

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Befring, E. (2015). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap*. Cappelen Damm akademisk.
- Blomhøj, M. (2006). Mod en didaktisk teori for matematisk modellering. I *Kunne det tænkes?: -Om matematiklæring* (s. 80–109). Malling Beck.
- Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? I S. J. Cho (Red.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and attitudinal challenges* (s. 73–96). Springer International Publishing.
- Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 45–58.
- Braun, V., & Clarke, V. (2012). Thematic Analysis. I H. Cooper, P. M. Camic, D. L. Long, A. T. Panter, D. Rindskopf, & K. J. Sher (Red.), *APA handbook of research methods in psychology* (Vol. 2, s. 57–71). American Psychological Association.
- Cappelen Damm. (u.å.). *Skolen matematikk*. Skolen. https://skolenmin.cdu.no/_/10-trinn/matematikk-62bed57d69d47f199fe72046-610d42e407aa181e76cd4e20
- Clarke, V., & Braun, V. (2013). Teaching thematic analysis: Overcoming challenges and developing strategies for effective learning. *The Psychologist*, 26(2), 120–123. <https://doi.org/10.1037/13620-004>
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education* (8. utg.). Routledge.
- Fauskanger, J., Mosvold, R., & Bjuland, R. (2010). Hva må læreren kunne? *Tangenten*, 4, 35–39.

- Ferri, R. B. (2013). Mathematical Modeling-The Teacher's Responsibility. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 26–32.
<https://doi.org/10.7916/jmetc.v0i0.660>
- Ferri, R. B. (2017). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. Springer International Publishing.
- Ferri, R. B. (2021). Mandatory Mathematical Modelling in School: What Do We Want the Teachers to Know? I F. K. S. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, & K. L. Wong (Red.), *Mathematical Modelling Education in East and West* (s. 103–117). Springer International Publishing.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. D. Reidel Publishing Company.
- Geiger, V., Galbraith, P., & Niss, M. (2021). Generating a Design and Implementation Framework for Mathematical Modelling Tasks Through Researcher-Teacher Collaboration. I F. K. S. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, & K. L. Wong (Red.), *Mathematical Modelling Education in East and West* (s. 129–139). Springer International Publishing.
- Google. (u.å.). *Google*. <https://www.google.com/>
- Gravemeijer, K. (1999). How Emergent Models May Foster the Constitution of Formal Mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 155–177.
https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0102_4
- Greefrath, G., & Vorhölter, K. (2016). *Teaching and Learning Mathematical Modelling: Approaches and Developments From German Speaking Countries*. Springer Open.
- Gueudet, G., Pepin, B., & Trouche, L. (2012). *From Text to «Lived» Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development*. Springer.
- Hjardar, E., & Pedersen, J.-E. (2021). *Matematikk 10 Grunnbok*. Cappelen Damm.
- Johannesen, K. (2018). *Arbeid med funksjonssammenhenger i skolen*. Nord universitet.
- Kikora. (u.å.). *Kikora*. <https://kikora.no/>
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Gyldendal akademisk.

- Lesh, R., & Caylor, B. (2007). Introduction to the special issue: Modeling as application versus modeling as a way to create mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12(3), 173–194.
<https://doi.org/10.1007/s10758-007-9121-3>
- Liljedahl, P. (2016). Building Thinking Classrooms: Conditions for Problem-Solving. I P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick, *Posing and Solving Mathematical Problems* (s. 361–386). Springer International Publishing.
- Matematikk.net. (u.å.). *Matematikk.net*. <https://www.matematikk.net/side/Forside>
- Matematikk.org. (u.å.). *Matematikk.org*. <https://www.matematikk.org/>
- Mendonça, A. F., & Borges Neto, H. (2020). Uso de recursos didáticos em atividades de Modelagem Matemática: Uma análise de relatos de experiência. *Educação Matemática Debate*, 4(10), 1–24. <https://doi.org/10.46551/emd.e202026>
- Maaß, J., O’Meara, N., Johnson, P., & O’Donoghue, J. (2018). *Mathematical Modelling for Teachers: A Practical Guide to Applicable Mathematics Education*. Springer International Publishing.
- Maaß, K. (2007). Modelling in Class: What Do We Want the Students to Learn? I C. Haines, W. Blum, P. Galbraith, & S. Khan (Red.), *Mathematical Modelling* (s. 63–78).
- Maaß, K. (2010). Classification Scheme for Modelling Tasks. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285–311. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0010-2>
- NDLA. (u.å.). Nasjonal digital læringsarena. <https://ndla.no/>
- NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. <https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora>
- Niss, M., & Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. Routledge.
- NRK Skole. (u.å.). *NRK Skole*. <https://www.nrk.no/skole/>
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utgave). Universitetsforlaget.

- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk: Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Høyskoleforlaget.
- Şahin, B. N. B., Seden, M., & Trouche, L. (2021). A Glance to Teachers' Work with Resources: Case of Olcay. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 14(1), 105–118. <https://doi.org/10.26822/iejee.2021.232>
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Tjora, A. H. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (4. utgave.). Gyldendal.
- Torkildsen, H. A., & Gjøvik, Ø. (2021). Modellering som kjerneelement. *Tangenten*, 1, 35–41.
- Torkildsen, H. A., Østerlie, P. G., & Gjøvik, Ø. (2022). Digitale modelleringsprosesser i matematikk. I M.-A. Letnes & F. M. Røkenes, *Digital teknologi for læring og undervisning i skolen*. Universitetsforlaget.
- Trouche, L., Gueudet, G., Pepin, B., Kohanová, I., Gjøvik, Ø., & Sikko, S. A. (2020). *Dokumenteringstilnærmingen til didaktikk*. <https://hal.science/hal-02908383>
- Turner, E. E., Bennett, A. B., Granillo, M., Ponnuru, N., Roth McDuffie, A., Foote, M. Q., Aguirre, J. M., & McVicar, E. (2022). Authenticity of elementary teacher designed and implemented mathematical modeling tasks. *Mathematical Thinking and Learning*, 1–24. <https://doi.org/10.1080/10986065.2022.2028225>
- Utdanningsdirektoratet. (u.å.). *Utdanningsdirektoratet*. <https://www.udir.no/>
- Utdanningsdirektoratet. (2019). *Utdanningsdirektoratet*. Hva er kjerneelementer? <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/>
- Yin, R. K. (2018). *Case Study Research and Applications: Design and Methods* (Sixth Edition). SAGE Publications.
- YouTube. (u.å.). *YouTube*. <https://www.youtube.com/>

Vedlegg

Vedlegg 1: Vurdering fra NDS

Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring

Vedlegg 3: Intervjuguide

Vedlegg 4: Observasjonskart

Vedlegg 1: Vurdering fra NSD

Vurdering

Referansenummer

625809

Type

Standard

Dato

06.10.2022

Prosjektittel

Læreres bruk av ressurser i matematisk modellering

Behandlingsansvarlig institusjon

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) / Institutt for lærerutdanning

Prosjektansvarlig

Øistein Gjøvik

Student

Linda Brandsås Berg

Prosjektperiode

17.10.2022 - 02.10.2023

Kategorier personopplysninger

Alminnelige

Rettslig grunnlag

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene kan starte så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det rettslige grunnlaget gjelder til 02.10.2023.

Kommentar**OM VURDERINGEN**

Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG

Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 02.10.2023.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), og dataportabilitet (art. 20).

Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1 f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: <https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema>

Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring

Vil du delta i forskningsprosjektet

Læreres bruk av ressurser i matematisk modellering?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt i forbindelse med en masteroppgave, og i dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Jeg er student ved NTNU, Institutt for lærerutdanning, og skal skrive en masteroppgave hvor formålet er å undersøke hvordan lærere bruker ressurser for å lage undervisningsopplegg i matematisk modellering. Jeg ønsker å samle inn data ved å observere gjennomføring av undervisningsopplegg der temaet er modellering, og i etterkant ønsker jeg å intervjuere lærerne som planla og gjennomførte dette undervisningsopplegget.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Øistein Gjøvik ved NTNU Institutt for lærerutdanning er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Jeg ønsker å bruke matematikklærere for å samle inn data, og du får derfor spørsmål om å delta i dette prosjektet.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer dette at forsker observerer din gjennomføring av et undervisningsopplegg der modellering er tema og det vil bli tatt feltnotater under observasjonen. I tillegg deltar du på et intervju med forsker i etterkant, noe som vil ta ca. 45 minutter. Det vil bli tatt lydopptak av intervjuet, men personidentifiserende opplysninger vil anonymiseres og slettes etter transkripsjon.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Du vil bare kunne identifiseres ved stemme (lydopptak), og ved bruk av dine svar fra intervjuet i masteroppgaven, vil du bli anonymisert ved bruk av et pseudonym. Kun forsker har tilgang til lydopptakene, og de slettes med en gang de ikke lenger er nødvendige.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Personidentifiserende data slettes når oppgaven er godkjent, noe som etter planen er oktober 2023.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU Institutt for lærerutdanning har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

NTNU ved

- veileder Øistein Gjøvik, oistein.gjovik@ntnu.no eller
- student Linda Brandsås Berg, linda.brandsas.berg@inderoy.kommune.no / lindabb@stud.ntnu.no eller
- vårt personvernombud: Thomas Helgesen, thomas.helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Linda Brandsås Berg
Student/forsker

Øistein Gjøvik
Veileder

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Læreres bruk av ressurser i matematisk modellering*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i et intervju og at svarene mine brukes som datamateriale i masterprosjektet
- å la forsker observere gjennomføringen av et undervisningsopplegg med modellering som tema

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 3: Intervjuguide

INTERVJUGUIDE 1 – i planleggingsfasen

Informere om taushetsplikt, informere om opptak av lyd og samtykke for deltakelse.

1. FAGLIG BAKGRUNN

- a) Kan du fortelle litt om din profesjonelle bakgrunn og yrkeserfaring?
- b) Hvilken erfaring har du med modellering i utdanningen og yrkeserfaringen din?

2. RESSURSER

- a) Hva forstås du med begrepet «ressurs» i matematikk?
- b) Hvilke ressurser brukte du for å lage oppgavene?
- c) Hva er årsaken til at du valgte disse ressursene?

3. MODELLERINGSPROSESSEN

- a) Hva mener du er forskjellen på «modellering» og «problemløsning», jfr kjerneelementene «modellering og anvendelse» og «utforsking og problemløsning»? Forklar hva du legger i begrepet modellering.
- b) Hvorfor tror du modellering er tatt inn som et eget kjerneelement i læreplanen?
- c) Hvordan vil du beskrive en god modelleringsoppgave?
- d) Hvorfor har du valgt disse to modelleringsoppgavene?
- e) Hvilke tilpasninger har du gjort på oppgavene opp imot dine elever?
- f) Hvorfor gjorde du disse endringene?
- g) Hva er de faglige målene for undervisningsopplegget du planlegger?
- h) Kan du beskrive hvilke prosesser elevene går gjennom når de løser modelleringsoppgaver?

Jeg viser Blum & Ferris modelleringssyklus med vekt på en 3-delning av syklusen (forstå & forenkle, matematisere & komme med løsninger, validere & presentere).

- i) Kan du forklare hvordan elevene kan gå gjennom fasene i modelleringssyklusen når de skal jobbe med disse oppgavene?

INTERVJUGUIDE 2 – etter undervisning

Informere om taushetsplikt, informere om opptak av lyd og samtykke for deltakelse.

1. EVALUERING

- a) Gjorde du flere endringer i oppgaven, evt. hvilke og hvorfor?
- b) Hva mestret elevene, og hva var utfordrende for dem;
i fasen med å forstå og forenkle?
i fasen med å matematisere og komme med løsninger?
i fasen med å validere og presentere resultat?
Begrunn.
- c) Mener du elevene nådde målene du hadde satt for timen? Begrunn.
- d) Hva opplever du er utfordrende for deg som lærer i arbeidet med modellering?
- e) Hva opplever du er utfordrende for elevene i arbeidet med modellering?
- f) Dersom du skulle gjennomført et lignende undervisningsopplegg igjen, hvordan ville du jobbet i planleggingsfasen? Hvorfor?

2. AVSLUTNING

- a) Er det noe du ønsker å tilføye som vi ikke har vært inne på?
- b) Kan du tegne opp ressurssystemet ditt som du bruker i forbindelse med emnet modellering? Ta gjerne utgangspunkt i et tankekart.

Ved behov forklarer jeg hva jeg legger i «ressurssystem» og viser eventuelt eksempler på slike ressurssystem.

Vedlegg 4: Observasjonskart

3-DELING AV TRINNENE I MODELLERINGS-PROSESSEN	RESSURSER Hvilke ressurser brukes i de ulike trinnene? Beskrivelse. Planlagte eller fremvoksende?	OBSERVASJON AV LÆRERENS HANDLINGER Beskrivelse	TOLKNING Min tolkning av det som skjer
Å FORSTÅ problemsituasjonen FORENKLE den virkelige situasjonen til en virkelig modell av situasjonen			
MATEMATISERE Overføre den virkelige modellen til en matematisk modell ARBEIDE MATEMATISK for å oppnå et matematisk resultat TOLKE det matematiske resultatet i den virkelige verden og gir løsningsforslag på problemet			
VALIDERE sjekke gyldigheten PRESENTERE RESULTATENE			

