



## MASTEROPPGAVE 2023

FAGOMRÅDE: Konstruksjonsteknikk	DATO: 11.06.2023	ANTALL SIDER: 63 + vedlegg
------------------------------------	---------------------	-------------------------------

TITTEL:

### **Numerisk og eksperimentell studie av momentkapasiteten til X-knutepunkt med sentrisk og eksentrisk plasserte rektangulære hulprofiler**

Numerical and experimental study on moment capacity of X-joints with centric and eccentrically placed rectangular hollow sections

UTFØRT AV:

Markus Myrvoll

Eivind Landsverk



SAMMENDRAG:

I denne studien blir det sett på sveiste X-knutepunkt av rektangulære hulprofiler (RHS). Knutepunktet belastes med et like stort og motsatt rettet ut-av-planet bøyemoment i hver sekundærbjelke. Å kunne beskrive oppførselen til slike knutepunkt er sentralt for blant annet konstruksjoner som tak, gulv og andre bjelkerist-systemer. Eksentrisk plassering av sekundærbjolkene på hovedbjelken kan gjøres for å spare plass eller materialer. Det finnes enda ikke beregningsgrunnlag for slike eksentriske knutepunkt i Eurokode, men med sentrisk plasserte sekundærbjolkene er formlene allerede etablert.

Det blir sett på flytelinjemekanismer både for sentriske og eksentriske RHS X-knutepunkt. Med utgangspunkt i disse blir det utledet uttrykk for momentkapasiteten til knutepunktene basert på størrelsesforholdet  $\beta = b_1/b_0$  og profilenes andre dimensjoner. Momentkapasiteten fra flytelinjebetragtningen for det sentriske knutepunktet ble funnet identisk med den som allerede er oppgitt i Eurokode. For det eksentriske knutepunktet ble det etablert en ny formel.

For å undersøke oppførselen til knutepunktet ble det gjennomført to eksperimenter. Det første er et sentrisk RHS X-knutepunkt og det andre et eksentrisk RHS X-knutepunkt, begge med størrelsesforhold  $\beta = 0.625$ . Både fra flytelinjebetragtningene og eksperimentene er det tydelig at eksentrisk plassering av sekundærbjolkene svekker knutepunktet.

Det ble også laget FE-modeller for å kunne kjøre elementmetodesimuleringer av knutepunktene. FE-modellen ble kalibrert med materialparametre funnet fra strekktester. Videre ble modellen validert gjennom resultatene fra eksperimentene og det ble vist at FE-modellen klarer å gjenskape deformasjoner og momentkapasitet. Til slutt ble elementmetodesimuleringene brukt til en parameterstudie hvor det ble sett på effekten av ulike belastninger i hovedbjelken. En hovedbjelke belastet med trykk viste seg å minske kapasiteten i knutepunktet betraktelig.

FAGLÆRER: Arild Holm Clausen

VEILEDER(E): Arild Holm Clausen, Arne Aalberg

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU



---

## Forord

Denne masteroppgaven er vårt konkluderende arbeid som studenter ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU). Den markerer slutten på vår mastergrad i Bygg- og miljøteknikk med hovedprofil konstruksjon. Denne oppgaven har gitt oss økt kunnskap om knutepunkter i stål, i tillegg til verdifull kunnskap om bruken av elementprogrammet Abaqus.

Vi vil gjerne rette en takk til våre veiledere Arild Holm Clausen og Arne Aalberg. Dere har gitt jevn og god veiledning, samt stilt opp med viktig kunnskap og innsikt som har hjulpet masteroppgaven på riktig vei.

Vi vil også gjerne rette en takk til Sigurd Aune for hjelp med Abaqus-modellering og gode råd for å få FE-analysene våre til å kjøre.

Til slutt vil vi takke venner og familie for støtte og kjærlighet i hverdagen. Studietiden hadde ikke vært den samme uten dere.

---

## Sammendrag

I denne studien blir det sett på sveiste X-knutepunkt av rektangulære hulprofiler (RHS). Knutepunktet belastes med et like stort og motsatt rettet ut-av-planet bøyemoment i hver sekundærbjelke. Å kunne beskrive oppførselen til slike knutepunkt er sentralt for blant annet konstruksjoner som tak, gulv og andre bjelkerist-systemer. Eksentrisk plassering av sekundærbjolkene på hovedbjelken kan gjøres for å spare plass eller materialer. Det finnes enda ikke beregningsgrunnlag for slike eksentriske knutepunkt i Eurokode, men med sentrisk plasserte sekundærbjolk er formlene allerede etablert.

Det blir sett på flytelinjemekanismer både for sentriske og eksentriske RHS X-knutepunkt. Med utgangspunkt i disse blir det utledet uttrykk for momentkapasiteten til knutepunktene basert på størrelsesforholdet  $\beta = b_1/b_0$  og profilenes andre dimensjoner. Momentkapasiteten fra flytelinje betraktningen for det sentriske knutepunktet ble funnet identisk med den som allerede er oppgitt i Eurokode. For det eksentriske knutepunktet ble det etablert en ny formel.

For å undersøke oppførselen til knutepunktet ble det gjennomført to eksperiment. Det første er et sentrisk RHS X-knutepunkt og det andre et eksentrisk RHS X-knutepunkt, begge med størrelsesforhold  $\beta = 0.625$ . Både fra flytelinje betraktningene og eksperimentene er det tydelig at eksentrisk plassering av sekundærbjolkene svekker knutepunktet.

Det ble også laget FE-modeller for å kunne kjøre elementmetodesimuleringer av knutepunktene. FE-modellen ble kalibrert med materialparametre funnet fra strekktester. Videre ble modellen validert gjennom resultatene fra eksperimentene og det ble vist at FE-modellen klarer å gjenspeile deformasjoner og momentkapasitet. Til slutt ble elementmetodesimuleringene brukt til en parameterstudie hvor det ble sett på effekten av ulike belastninger i hovedbjelken. En hovedbjelke belastet med trykk viste seg å minske kapasiteten i knutepunktet betraktelig.



---

## Abstract

This study examines welded X-joints of rectangular hollow sections (RHS). The joint is subjected to equally large and oppositely directed out-of-plane bending moments in each brace. Understanding the behavior of such joints is crucial for the design of structures like roofs, floors, and other beam-grid systems. Eccentric placement of braces on the chord can be done to save space or materials. The difference between eccentrically placed braces and centrally placed braces is investigated here.

Previous studies have rarely addressed the capacity of eccentric joints, and there is currently no basis for calculating their capacity in Eurocode. This is not the case for centric joints, which already have well-established formulas in Eurocode.

The study examines the yield line mechanisms for both centric and eccentrically RHS X-joints. Based on these mechanisms, formulas for the moment capacity of the joints are derived, taking into account the ratio  $\beta = b_1/b_0$  and the other dimensions of the profiles. The moment capacity from yield lines for the centrally placed joint was found to be identical to the one already provided in Eurocode. For the eccentrically placed joint, a new equation was established.

To investigate the behavior of the joint, two experiments were conducted. The first experiment involved a centrally placed RHS X-joint, while the second experiment involved an eccentrically placed RHS X-joint, both with a ratio of  $\beta = 0.625$ . Both the yielding line method and the experiments clearly indicate that eccentric placement of the brace weakens the joint. It is the sidewalls of the chord that yield under this type of moment loading.

A finite element (FE) model was also created to perform numerical simulations of the joints. The FE model was calibrated using material parameters obtained from tensile tests. Furthermore, the model was validated against the experimental results, demonstrating its ability to replicate deformations and moment capacity. Finally, the finite element simulations were used for a parametric study investigating the effect of different loading on the chord. The study considered the effects of moment-loaded, tension-loaded, and compression-loaded chord. It was observed that a chord subjected to compression significantly reduced the capacity of the joint.

---

# Innhold

<b>Forord</b>	<b>iii</b>
<b>Sammendrag</b>	<b>iv</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>1 Innledning</b>	<b>1</b>
<b>2 Teori</b>	<b>3</b>
2.1 Tidligere studier med eksentrisk plassert sekundærbjelke . . . . .	3
2.2 Flytelinjemetoden . . . . .	5
2.3 Momentkapasitet ved sentrisk plassert sekundærbjelke . . . . .	6
2.4 Effekt av membrankrefter på flytelinjemetoden . . . . .	7
<b>3 Flytelinjemetoden for ut-av-planet bøyemoment</b>	<b>10</b>
3.1 Sentrisk plassert sekundærbjelke . . . . .	10
3.2 Eksentrisk plassert sekundærbjelke . . . . .	13
<b>4 Forsøk på knutepunkt</b>	<b>17</b>
4.1 Oppsett og gjennomføring i laboratoriet . . . . .	17
4.2 Sentrisk plassert sekundærbjelke med $\beta = 0.625$ . . . . .	20
4.3 Eksentrisk plassert sekundærbjelke med $\beta = 0.625$ . . . . .	22
4.4 Digital Image Correlation . . . . .	23
<b>5 Materialtest</b>	<b>25</b>
5.1 Oppsett . . . . .	25
5.2 Analyse og resultater . . . . .	27
<b>6 Numeriske analyser med elementmetoden</b>	<b>31</b>
6.1 Generelt om modellene . . . . .	31
6.1.1 Materialelegenskaper . . . . .	31
6.1.2 Assembly . . . . .	31
6.1.3 Randkrav . . . . .	32
6.2 Oppsett av modell med volumelementer . . . . .	32
6.3 Oppsett av modell med skallelementer . . . . .	34
6.4 Uthenting av resultater . . . . .	36
6.4.1 Sentrisk plassert sekundærbjelke . . . . .	36

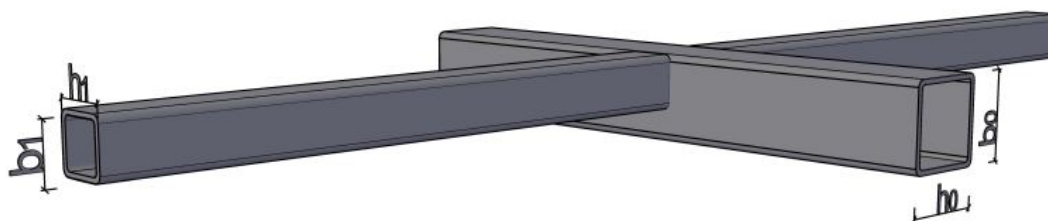
---

6.4.2	Eksentrisk plassert sekundærbjelke . . . . .	38
6.5	Validering av modell . . . . .	39
6.5.1	Validering av modell med sentrisk sekundærbjelke . . . . .	39
6.5.2	Validering av modell med eksentrisk sekundærbjelke . . . . .	42
6.6	Sammenligning av sentrisk og eksentrisk plassert sekundærbjelke . . . . .	44
6.7	Sammenligning mot flytelinjeberegning . . . . .	45
<b>7</b>	<b>Parameterstudie</b>	<b>48</b>
7.1	Effekt av sveisen i eksentrisk knutepunkt . . . . .	48
7.2	Effekt av ulike $\beta$ -verdier . . . . .	50
7.3	Momentbelastet hovedbjelke . . . . .	52
7.4	Aksialbelastet hovedbjelke . . . . .	56
<b>8</b>	<b>Sammendrag, konklusjon og videre arbeid</b>	<b>61</b>
8.1	Sammendrag . . . . .	61
8.2	Konklusjon . . . . .	61
8.3	Videre arbeid . . . . .	62
	<b>Vedlegg</b>	<b>64</b>
A	Sentrisk flytelinjemekanisme . . . . .	64
B	Eksentrisk flytelinjemekanisme . . . . .	71

# 1 Innledning

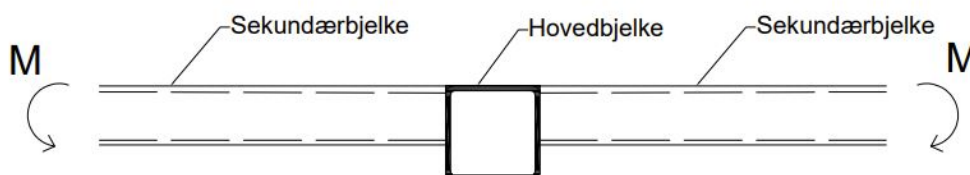
I dagens konstruksjoner finnes stål nesten overalt. På grunn av høy styrke i forhold til vekt og gunstig prislapp er stål ofte det foretrukne materialet i bygninger og andre installasjoner. Egenskapene til hulprofiler(HUP) gjør også dem til populære valg i store og små stålkonstruksjoner. De har god bæreevne, er estetisk fine og har gode torsjons- og vippeegenskaper. Hulprofilene er også gunstige med tanke på overflatebehandling og vedlikehold, da uheldige hjørner og vinkler unngås [1].

Typiske bjelkerist-systemer i tak- og gulvkonstruksjoner bruker rektangulære hulprofiler(RHS) som både hovedbjelker og sekundærbjelker. I slike systemer kan det være behov for å plassere sekundærbjelkene eksentrisk på hovedbjelkene for å lage plass til andre komponenter, som for eksempel plater. En vanlig måte å sammenføre hulprofiler er å sveise dem direkte sammen, uten noen form for ekstra plater eller andre komponenter. Geometrien til de rektangulære hulprofilene gjør sveiseprosessen til en relativ enkel affære. De fleste slike knutepunkt som benyttes i stålkonstruksjoner er dekket i Eurokode, men ikke alle. Dagens standarder tar ikke for seg tilfellet med eksentrisk plasserte sekundærbjelker i slike T- og X-knutepunkt. Figur 1.1 viser en skisse av et slikt RHS X-knutepunkt.



Figur 1.1: Skisse av RHS X-knutepunkt med eksentrisk plasserte sekundærbjelker

Slike knutepunkt utsettes for ulike lastsituasjoner og krefter, blant annet bøyemomenter. I denne oppgaven vil det bli sett på kapasiteten ved bøyemoment påført i sekundærbjelkene. Momentkapasiteten til sentrisk plasserte sekundærbjelker er dekket med formler i Eurokode som baserer seg på sekundærbjelkens bredde i forhold til hovedbjelkens bredde,  $\beta = b_1/b_0$ . Det skilles mellom  $\beta \leq 0.85$ , som gir brudd i hovedbjelkens sidevegg, og  $\beta \geq 0.85$ , hvor andre deler av knutepunktet gir etter. Fra tidligere studier viser det seg at momentkapasiteten ved ut-av-planet bøyemoment på eksentrisk plassert sekundærbjelke også baserer seg på  $\beta$ -verdien. Lasttilfellet med ut-av-planet bøyemoment på eksentriske sekundærbjelker er vist i figur 1.2.



Figur 1.2: Bøyemoment på eksentrisk plasserte sekundærbjelker

Målet med dette studiet er altså å undersøke oppførselen til sveiste RHS X-knutepunkt utsatt for ut-av-planet bøyemoment fra sekundærbjelkene. Effekten av å plassere sekundærbjelkene eksentrisk på

---

hovedbjelken vil undersøkes gjennom numeriske og eksperimentelle forsøk. Det gjennomføres 2 eksperimentelle forsøk, i tillegg til numeriske analyser i elementprogrammet Abaqus for å kunne beskrive oppførselen og momentkapasiteten til knutepunktet. Det ene forsøket er ut-av-planet bøyning med eksentrisk plasserte sekundærbjelker og det andre forsøket er ut-av-planet bøyning med sentrisk plasserte sekundærbjelker. Det vil også bli sett på effekten av aksial- og momentbelastning i hovedbjelken, virkende samtidig som bøyemomentet fra sekundærbjelkene.

---

## 2 Teori

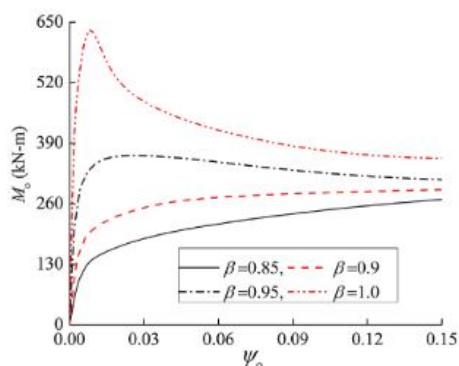
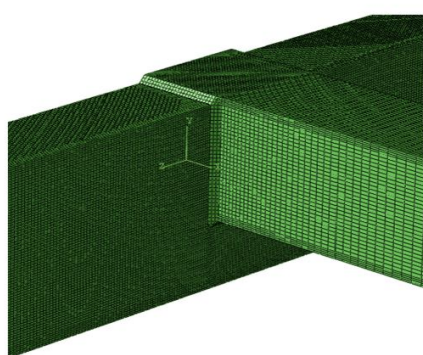
### 2.1 Tidligere studier med eksentrisk plassert sekundærbjelke

Det har de siste årene blitt utført en del studier på oppførselen til rektangulære hulprofil i T- og X-knutepunkt med ulike  $\beta$ -verdier og ulike lasttilfeller. De fleste studiene hvor det er sett på ut-av-planet bøyning er gjort med sentrisk plasserte sekundærbjelker. Tilfellene med sentriske sekundærbjelker er også etablerte med formler for kapasitet i dagens standarder. For tilfellet med ut-av-planet bøyning på eksentrisk plasserte sekundærbjelker finnes det lite studier og det er heller ikke tatt med i dagens standarder.

Ola Berges masteroppgave «An experimental and numerical study of eccentrically placed rectangular hollow section braces on chords under out-of-plane bending moment» fra 2022 tar for seg effekten av ut-av-planet bøyemoment på eksentrisk plasserte sekundærbjelker. Det er gjort flere numeriske analyser i oppgaven som viser at momentkapasiteten er lavere for eksentriske knutepunkt, sammenlignet med sentriske. I tillegg kommer det fram at ved et størrelsesforhold,  $\beta \geq 0.80$  har knutepunktet økt kapasitet på grunn av bidrag fra hjørnene [2].

Av andre tidligere studier er det to artikler skrevet av Bida Zhao mfl.[3][4] som er spesielt relevante. «Computational Model for the Flexural Capacity and Stiffness of Eccentric RHS X-Connections under Brace Out-of-Plane Bending Moment» [3] tar for seg samme problemstilling med eksentrisk plasserte sekundærbjelker belastet med bøyemoment. Det samme gjør artikkelen «Study on the moment-rotation behavior of eccentric rectangular hollow section cross-type connections under out-of-plane bending moment and chord stress» [4]. Disse studiene tar utgangspunkt i flytelinjemekanismer og utvikler videre modeller som beskriver oppførselen til knutepunktet.

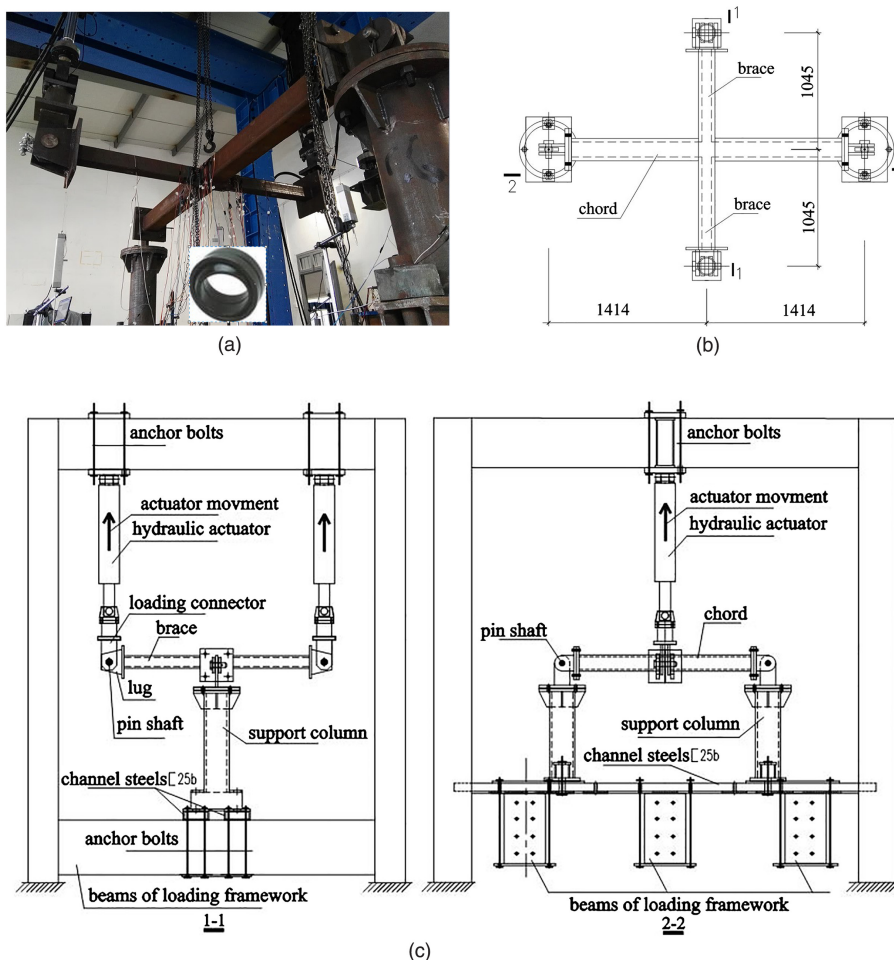
I studiene av Zhao mfl.[4] er sekundærbjelkene plassert på hver sin side av hovedbjelken slik at toppflensene ligger litt over toppflensen til hovedbjelken. Oppå hovedbjelken er det sveist på en plate mellom sekundærbjelkene, slik som i figur 2.1a. Platen på toppen er en forsterkning for å forsikre at brudd i hovedbjelkens sidevegg blir dimensjonerende. Knutepunktet belastes så med moment i sekundærbjelkene, slik at det oppstår en rotasjon. Resultatene fra studiene viser at det i hovedsak er flytning i hovedbjelkens sidevegg som er dimensjonerende. I likhet med Ola Berges studie[2] viser figur 2.1b at høyere  $\beta$ -verdi gir høyere kapasitet. Det framkommer også at FE modellene deres klarer å representere dette på en god måte.



(a) Knutepunkt i FE-modellen til Zhao mfl. (b) Moment-rotasjon ved ulike  $\beta$  fra Zhao mfl.

Figur 2.1: Figurer fra Zhao mfl. sine studier [4]

Begge artiklene av Zhao mfl. baserer seg på samme laboratorieforsøk med et eksentrisk RHS X-knutepunkt som har hovedbjelke med dimensjonene 150x150x8 mm og sekundærbjelker med dimensjonene 100x100x6 mm. Det gir  $\beta = 0.67$ . Dette er det eneste forsøket som ble gjennomført og brukt til å validere FE modellen. Figur 2.2 viser testtriggen til Zhao. Her er hovedbjelken fastholdt i begge ender, mens endene til sekundærbjelkene dras oppover likt på begge sider.



Figur 2.2: Testrigg i Zhaos eksperiment [4]

I begge studiene av Zhao mfl. er det etablert en FE modell i elementprogrammet Abaqus. Denne modellen blir sammenlignet med det eksperimentelle forsøket og videre kalibrert og validert for at modellen skal samsvare med det fysiske forsøket. Etter dette blir FE-modellen brukt til videre parameterstudie. Det blir sett på effekten av følgende parametre: flytespenning til hovedbjelken, tykkelse av hovedbjelken, forholdet til tykkelse i sekundær- og hovedbjelke, forholdet til hovedbjelkens bredde og tykkelse og forholdet mellom bredden til hovedbjelke og sekundærbjelke [3].

Zhao har også etablert en matematisk modell som beskriver moment- rotasjonskurven ( $M_0, \psi_0$ ) for knutepunktet. Han har tatt utgangspunkt i en semi-rigid-modell med følgende uttrykk, gjeldene for  $\beta \leq 0.95$  [4]:

$$M_o = M_{op} \left\{ 1 - \exp \left[ \frac{-(k_{oi} - k_{op} + C\psi_o)\psi_o}{M_{op}} \right] \right\} + k_{op}\psi_o \quad (2.1)$$

Hvor  $C$  er en konstant som tar hensyn til stigningen og formen på moment-rotasjon kurven. De 3 resterende parametrene  $M_{op}$ ,  $k_{oi}$  og  $k_{op}$  er definert som følgende:

$$M_o|_{\psi_o=0} = 0, \quad M_o|_{\psi_o \rightarrow +\infty} = M_{op} + k_{op}\psi_o \quad (2.2)$$

$$\left. \frac{\partial M_o}{\partial \psi_o} \right|_{\psi_o=0} = k_{oi}, \quad \left. \frac{\partial M_o}{\partial \psi_o} \right|_{\psi_o \rightarrow +\infty} = k_{op} \quad (2.3)$$

## 2.2 Flytelinjemetoden

Flytelinjemetoden går ut på at all plastisk deformasjon blir begrenset til et visst antall flytelinjer. Disse flytelinjene skaper en kinematisk mekanisme, bestående av flere del-plater som roterer i forhold til hverandre. Ved en virtuell deformasjon av mekanismen, vil del-platene holde seg elastiske og udeformerte. Denne metoden ble først utviklet av K. V. Johansen, med hensikt å beregne bruddlasten til armerte betongplater. Det er en videreføring av flyteleddmetoden som brukes til bruddlastberegning i rammer og bjelker. For ikke å få for høy kapasitet, baserer flytelinjemetoden seg på at riktig mekanisme blir valgt [5].

Flytelinjene i en slik mekanisme kan skapes av relative eller faste dreieakser. En relativ dreieakse er en akse som gir del-plater mulighet til å rotere i forhold til hverandre. En fast dreieakse oppstår ved platens opplager [5].

Dersom en virtuell forskyvning påføres, kan geometriske betraktninger av flytelinjene og vinklene mellom dem uttrykke rotasjonene til del-platene. Ved å ta i bruk prinsippet om virtuelt arbeid, kan likevekt av indre arbeid  $W_i$  og ytre arbeid  $W_e$  gi et uttrykk for momentkapasiteten. For flytelinjene er det plastiske arbeidet  $W_{plastisk}$  lik produktet av flytemomentet til platen per lengde  $m_p$ , lengden til flytelinjen  $L$  og rotasjonen  $\phi$ .

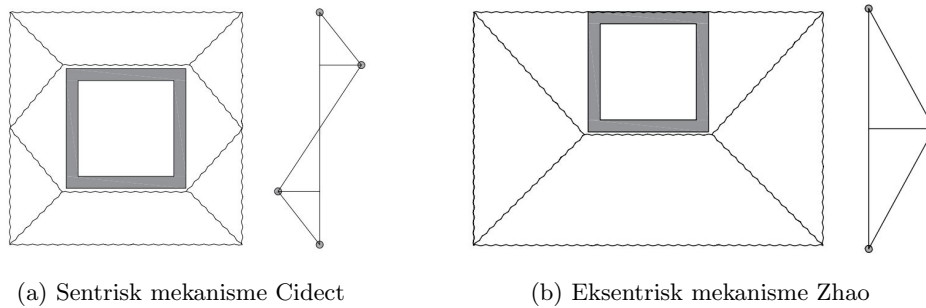
$$W_{plastisk} = m_p L \phi \quad (2.4)$$

der

$$m_p = \frac{1}{4} f_{y0} t^2 \quad (2.5)$$

For sentrisk plasserte sekundærbjelker har Cidect foreslått en flytelinjemekanisme for å finne momentkapasiteten til ut-av-planet bøyning. Det eksentriske tilfellet er ikke studert like mye, og er dermed ikke tatt med i Cidects guider og i Eurokode enda. Zhao mfl. tar for seg det eksentriske tilfellet, og har foreslått en flytelinjemekanisme for det. Figur 2.3 viser de to mekanismene det er hentet inspirasjon fra i denne studien.

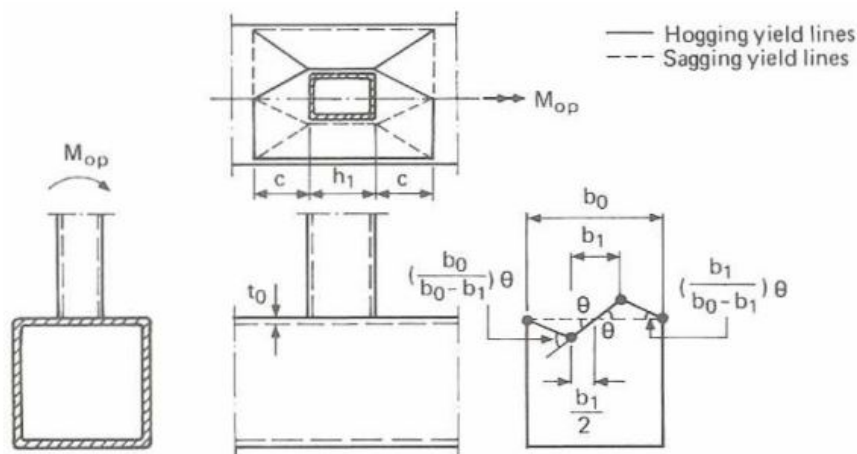




Figur 2.3: Sentrisk og eksentrisk flytelinjemekanisme

### 2.3 Momentkapasitet ved sentrisk plassert sekundærbjelke

Cidect er en internasjonal forening bygd opp av ledende hulprofil-leverandører. Målet til Cidect er å oppsummere og utbedre kunnskap. Dette gjør de ved å gi støtte til forskning og ved å publisere ulike design-manualer om hulprofil. Hensikten deres er å promotere bruken av hulprofil i stålkonstruksjoner[6]. Cidect sine design-manualer er godt akseptert av det faglige miljøet og brukes som en basis for deler av Eurokode. *Design Guide 3: For rectangular hollow section (RHS) joints under predominantly static loading* (DG3) er en designmanual utgitt av Cidect som blant annet omhandler kapasiteten til knutepunkter mellom rektangulære hulprofil. I denne designmanualen finnes det formler for å beregne momentkapasiteten til ut-av-planet bøyning for T- og X-knutepunkter bestående av hulprofiler [7]. De samme formlene finnes igjen i Eurokode 1993-1-8:2020 i tabell 9.17. Formlene for momentkapasitet baserer seg på forholdet  $\beta = b_1/b_0$  og tar utgangspunkt i en flytelinjemekanisme hentet fra Cidects DG3, slik som i figur 2.4.



Figur 2.4: Flytelinjemekanisme fra Cidect DG3[7]

Avhengig av hva som gir etter i knutepunktet og  $\beta$ -verdien, er momentkapasiteten oppgitt i EC 1993-1-8:2020 med følgende formler [8]:

---

**Brudd i sideveggen på hovedbjelken,  $\beta \leq 0.85$** 

$$M_{op,1,Rd} = C_f f_{y0} t_0^2 b_1 \left[ \frac{h_1 (1 + \beta)}{2b_1 (1 - \beta)} + \sqrt{\frac{2(1 + \beta)}{\beta(1 - \beta)}} \right] \frac{Q_f}{\gamma_{M5}} \quad (2.6)$$

**Brudd i hovedbjelkens topp- eller bunnplate,  $\beta = 1$** 

$$M_{op,1} = C_f f_b t_0 (b_0 - t_0)(h_0 + 5t_0) \frac{Q_f}{\gamma_{M5}} \quad (2.7)$$

**Brudd i sekundærbjelken**

$$M_{op,1} = C_f f_{y1} [W_{op,pl,1} - 0.5t_1 (b_1 - b_{eff})^2] / \gamma_{M5} \quad (2.8)$$

Hvor  $f_b = \chi f_{y0}$  for T-knutepunkt og  $f_b = 0.8\chi f_{y0}$  for X-knutepunkt hvor sekundærbjelkene er utsatt for likt og motsatt virkende bøyemoment [8].  $C_f$  er en materialfaktor og  $Q_f$  er en faktor for å medberegne aksialkraft og bøyemoment i hovedbjelken. For stål med flytegrense 355 eller lavere er faktoren  $C_f = 1.0$ , men for sterkere stål er  $C_f < 1.0$ . Faktoren som tar med effekten av aksialkraft og moment i hovedbjelken,  $Q_f$  uttrykkes som følger:

$$Q_f = (1 - |n_0|)^{C_1} \quad (2.9)$$

Hvor  $n_0$  er forholdet i spenninger i hovedbjelken ved sveisen mot sekundærbjelken.  $n_0$  tar hensyn til spenningene forårsaket av aksialkraft og lokalt i-planet bøyemoment i hovedbjelken. For hovedbjelker i klasse 1 og 2 gis  $n_0$  av følgende formel:

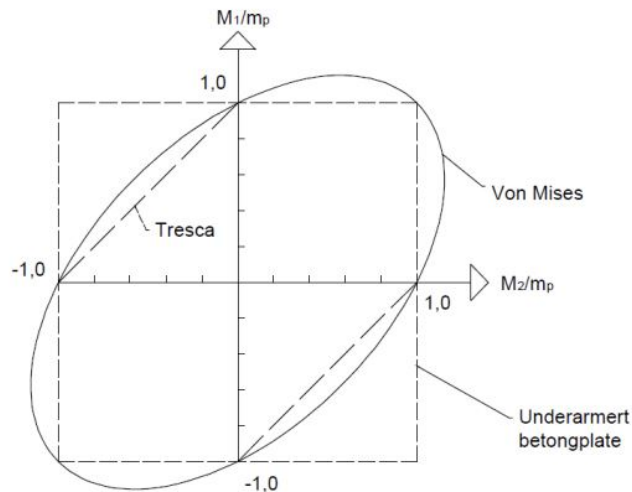
$$n_0 = \frac{N_{0,Ed}}{A_0 f_{y0}} \pm \frac{M_{ip,0,Ed}}{W_{ip,pl,0} f_{y0}} \quad (2.10)$$

Hvis hovedbjelken er i klasse 3 eller 4, må plastisk kapasitet byttes ut med elastisk kapasitet. Ved trykk ( $n_0 < 0$ ) er faktoren  $C_1 = 0.6 - 0.5\beta$ , mens ved strekk ( $n_0 \geq 0$ ) er  $C_1 = 0.10$ .

## 2.4 Effekt av membrankrefter på flytelinjemetoden

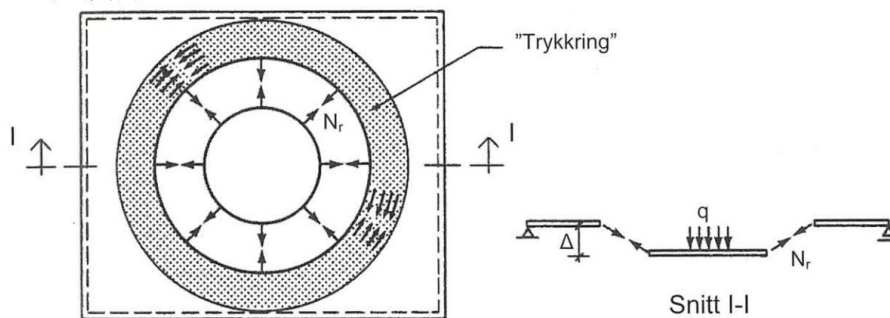
Som nevnt tidligere er flytelinjemetoden utviklet for armerte betongplater. Underarmerte betongplater sørger for at stålet flyter før betongen knuses i trykk. Armering i 2 retninger gjør at den plastiske momentkapasiteten i de 2 retningene er uavhengige. Videre blir det plastiske momentet i flytelinjene uavhengig av momentet som virker normalt på flytelinjene [5].

For stålplater gjelder det derimot ikke at det plastiske momentet i flytelinjene er uavhengig av momentet normalt på flytelinjen. Von mises ellipse i figur 2.5 viser dette. Ved momentverdier i kvadrant 2 og 4 gir det et ikke-konservativt resultat. Flytelinjemetoden brukes likevel til stålplater, fordi metoden ikke tar hensyn til fastning av stålet og virkningen av membrankrefter [5].



Figur 2.5: Von Mises flytekriterium fra P. K. Larsen [5]

Flytelinjemetoden utviklet av Johansen tar altså hensyn til momentene som utvikles i flytelinjene, men ikke kreftene som kan oppstå i planet. Det gir et godt estimat på kapasiteten til fritt opplagte plater så lenge det ikke oppstår store deformasjoner. Med store deformasjoner vil andre ordens effekter tre inn. Krefter i planet, kalt membrankrefter vil ofte oppstå i slike mekanismer på grunn av randkravene og geometrien til platen [9]. En skiller gjerne mellom membraneffekt som oppstår som følge av trykk og membraneffekt som oppstår som følge av strekk. Trykkmembraneffekt oppstår hovedsaklig ved mindre deformasjoner, mens strekkmembraneffekt blir mer opptredende ved større deformasjoner. Figur 2.7 viser membrankreftene som oppstår i ei fritt opplagt plate med jevnt fordelt og sirkulær last i midten. Ved økende belastning består likevektssystemet av en trykkring ytterst og en sone med radielle strekkrefter på innsiden. Strekkreftene kan ved større deformasjoner gi betydelig økt kapasitet [5].



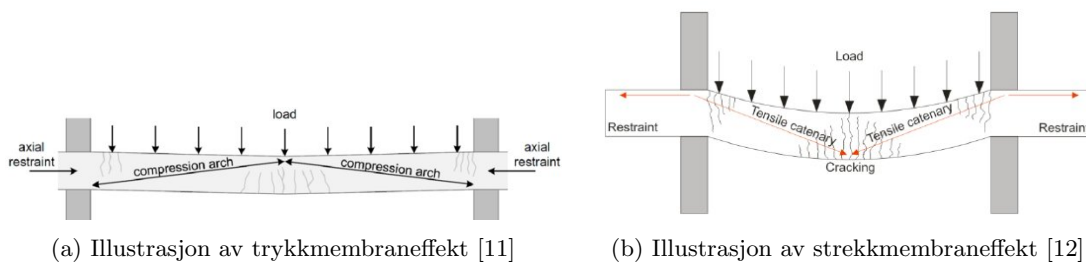
Figur 2.6: Likevektssystem med membrankrefter fra P. K. Larsen [5]

Trykkmembraneffekt kan forklares ved å se på en plate i bøyning. Når platen bøyes ned vil endeflatene forskyves utover. Området av platen som ligger under platens nøytralakse vil presses ut mot opplageret. Om platen er fastholdt i horisontal retning, vil dette skape trykkrefter i platen som vil være med å styrke platen mot videre nedbøyning [10]. En illustrasjon av trykkmembraneffekt for en betongplate vises i Figur 2.7a.

Strekkmembraneffekt kan være med på å styrke plater utsatt for stor nedbøyning. Ved større deformasjoner vil endeflatene på platen bevege seg innover. Om endeflatene av platen er fastholdt, så oppstår

---

det membrankrefter i form av strekk. Strekkfeltet som oppstår i platen kan føre til en betydelig større plastisk bæreevne i mekanismen [5]. En illustrasjon av strekkmembraneffekt for en betongplate vises i figur 2.7b.



Figur 2.7

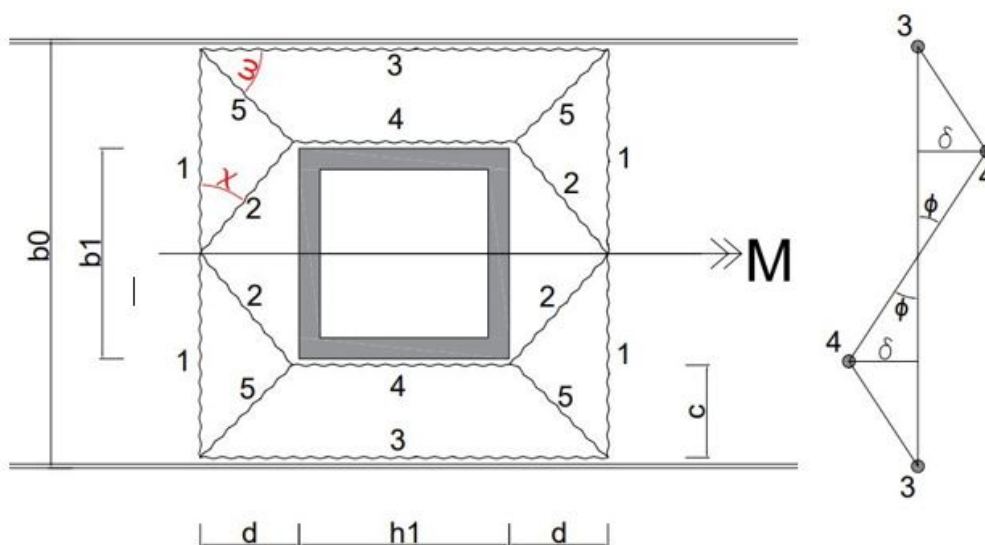
### 3 Flytelinjemetoden for ut-av-planet bøyemoment

Ved hjelp av flytelinjemetoden har det blitt utledet uttrykk for momentkapasiteten til knutepunktene. For det sentriske knutepunktet, finnes det allerede en lik formel i Eurokode som har utgangspunkt i samme flytelinjer. I kapittel 2.2 er den presentert som «brudd i sideveggen på hovedbjelken,  $\beta \leq 0.85$ ». Men, for eksentrisk plasserte sekundærbjelker har verken Eurokode eller Cidect noen formel for momentkapasitet. Formålet med dette kapitlet er å finne et uttrykk for momentkapasiteten til de to tilfellene, sentrisk og eksentrisk plassering av sekundærbjelken gjennom flytelinjetrukkninger.

Håndberegningene er ment for tilfellene hvor  $\beta \leq 0.85$ . Det er da det antas at veggen til hovedbjelken gir etter og disse mekanismene blir relevante. Ved å se på veggen som ei belastet plate og å innføre flytelinjer kan kapasiteten bergenes. I dette kapitlet presenteres først en mekanisme for det sentriske knutepunktet, deretter en mekanisme for det eksentriske knutepunktet.

#### 3.1 Sentrisk plassert sekundærbjelke

For sentrisk plasserte sekundærbjelker er det tatt utgangspunkt i en flytelinjemodell hentet fra Cidects design manual 3. Denne mekanismen baserer seg igjen på flytelinjemodellen for bøyning i planet, også fra Cidects design manual 3. Flytelinjemodellen og formelen for momentkapasitet fra Cidect er bakgrunnen til samme formel i Eurokode. Figur 3.1 viser mekanismen for ut-av-planet bøyemoment med sentrisk plassert sekundærbjelke. Med den gitte belastningen vil øvre del av mekanismen bevege seg ut av planet, mens nedre del vil bevege seg inn i planet.



Figur 3.1: Flytelinjemekanisme for ut-av-planet bøyning med sentrisk plassert sekundærbjelke

Fra figur 3.1 gjøres følgende geometriske betraktninger for videre utledning av momentkapasitet:  
 $c = (b_0 - b_1)/2$  og  $d = c/\tan(\omega)$

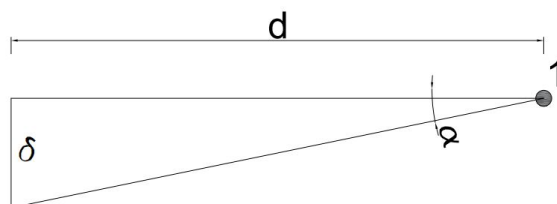
På grunn av symmetri kan det skilles mellom 5 ulike flytelinjer, nummerert 1 til 5. All plastisk deformasjon skjer i flytelinjene, mens del-platene forblir elastiske og plane. Del-platene roterer i forhold til de faste dreieksene og i forhold til hverandre. Ved å sette det indre virtuelle arbeidet  $W_i$  lik det ytre virtuelle arbeidet  $W_e$ , brukes prinsippet om virtuelt arbeid til å bestemme momentkapasiteten til meka-

nismen. For de 5 ulike flytelinjene beregnes det virtuelle indre arbeidet ut fra den virtuelle forskyvningen  $\delta$ , som er gitt av den virtuelle rotasjonen  $\phi$ . Nedenfor blir arbeidet til hver av flytelinjene presentert.

$$\phi = \frac{\delta}{b_1/2} \quad (3.1)$$

$$\delta = \frac{2\phi}{b_1} \quad (3.2)$$

Mekanismen til flytelinjene nummerert med 1 er vist i figur 3.2.

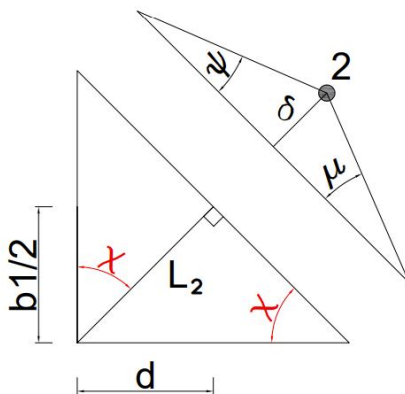


Figur 3.2: Sentrisk mekanisme for flytelinjene 1

De fire flytelinjene har lengde  $b_0/2$  og dreieaksen gir en rotasjon  $\alpha$  på nærliggende del-plate. Det indre virtuelle arbeidet kan dermed skrives som:

$$W_{i,1} = 4m_p \frac{b_0}{2} \alpha = 4m_p \frac{b_0}{2} \frac{\delta}{d} \quad (3.3)$$

Mekanismen til flytelinjene nummerert med 2 er vist i figur 3.3.

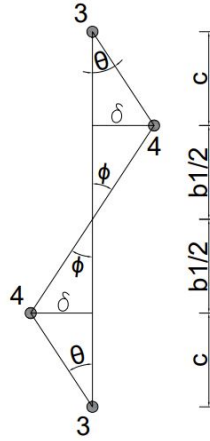


Figur 3.3: Sentrisk mekanisme for flytelinjene 2

Lengden til disse flytelinjene er  $L_2$  og gjennom geometriske betraktninger finnes vinklene  $\psi$  og  $\mu$ , uttrykt med vinkelen  $\chi$ . Det indre virtuelle arbeidet skrives dermed som:

$$W_{i,2} = 4m_p L_2 (\psi + \mu) = 4m_p L_2 \left( \frac{\delta}{L_2 \tan(\chi)} + \frac{\delta}{L_2 \cot(\chi)} \right) \quad (3.4)$$

Mekanismen til flytelinjene nummerert med 3 og 4 er vist i figur 3.4:



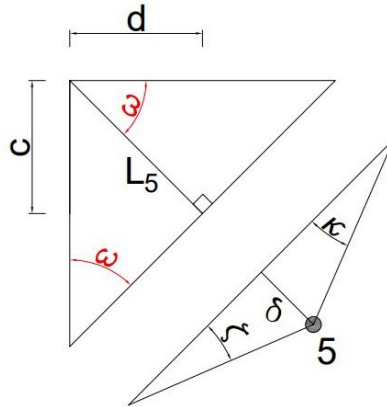
Figur 3.4: Sentrisk mekanisme for flytelinjene 3 og 4

Flytelinjene nummerert med 3 har lengde  $h_1 + 2d$  og medfører en rotasjon,  $\theta$  til nærliggende del-plate. Lengden til flytelinjene nummerert med 4 har lengde  $h_1$  og medfører rotasjonene  $\phi$  og  $\theta$  til nærliggende del-plater. Virtielt indre arbeid fra disse flytelinjene skrives som følgende:

$$W_{i,3} = 2m_p(h_1 + 2d)\theta = 2m_p(h_1 + 2d)\frac{\delta}{c} \quad (3.5)$$

$$W_{i,4} = 2m_ph_1(\phi + \theta) = 2m_ph_1\left(\frac{\delta}{b_1/2} + \frac{\delta}{c}\right) \quad (3.6)$$

Mekanismen for flytelinjene nummerert med 5 er vist nedenfor i figur 3.5:



Figur 3.5: Sentrisk mekanisme for flytelinjene 5

Lengden til disse flytelinjene er her  $L_5$  og gjennom geometriske betraktninger finnes vinklene  $\kappa$  og  $\zeta$ , uttrykt med vinkelen  $\omega$ . Det indre virtuelle arbeidet skrives som:

$$W_{i,5} = 4m_pL_5(\kappa + \zeta) = 4m_pL_5\left(\frac{\delta}{L_5 \tan(\omega)} + \frac{\delta}{L_5 \cot(\omega)}\right) \quad (3.7)$$

Summering av indre arbeid fra alle flytelinjene gir et totalt indre arbeid:

$$W_i = 2m_p\delta\left[\frac{b_0}{d} + 2\left(\frac{1}{\tan(\chi)} + \frac{1}{\cot(\chi)}\right) + \frac{h_1 + 2d}{c} + \frac{2h_1}{b_1} + \frac{h_1}{c} + 2\left(\frac{1}{\tan(\omega)} + \frac{1}{\cot(\omega)}\right)\right] \quad (3.8)$$

Totalt indre arbeid skrives om, og uttrykt med  $b_1, b_0, h_1$  og  $\omega$  blir uttrykket slik:

$$W_i = 4m_p \delta \left[ \frac{b_0 + b_1}{b_0 - b_1} \tan(\omega) + \tan(\omega) + \frac{b_0 - b_1}{b_1} \cot(\omega) + 2 \cot(\omega) + \frac{2h_1}{b_0 - b_1} + \frac{h_1}{b_1} \right] \quad (3.9)$$

Minimum potensiell energi finnes ved å derivere det indre arbeidet med og sette det lik null. Videre løses vinkelen  $\omega$  ut for å uttrykke den vinkelen som gir minimumsverdien. Se vedlegg A for utledning. Ved å innføre parameteren  $\beta = b_1/b_0$  kan vinkelen defineres som:

$$\omega = \arctan\left(\sqrt{\frac{(1 - \beta^2)}{2\beta}}\right) \quad (3.10)$$

Det ytre virtuelle arbeid uttrykkes med moment og rotasjon:

$$W_e = M\phi = M \frac{2\delta}{b_1} \quad (3.11)$$

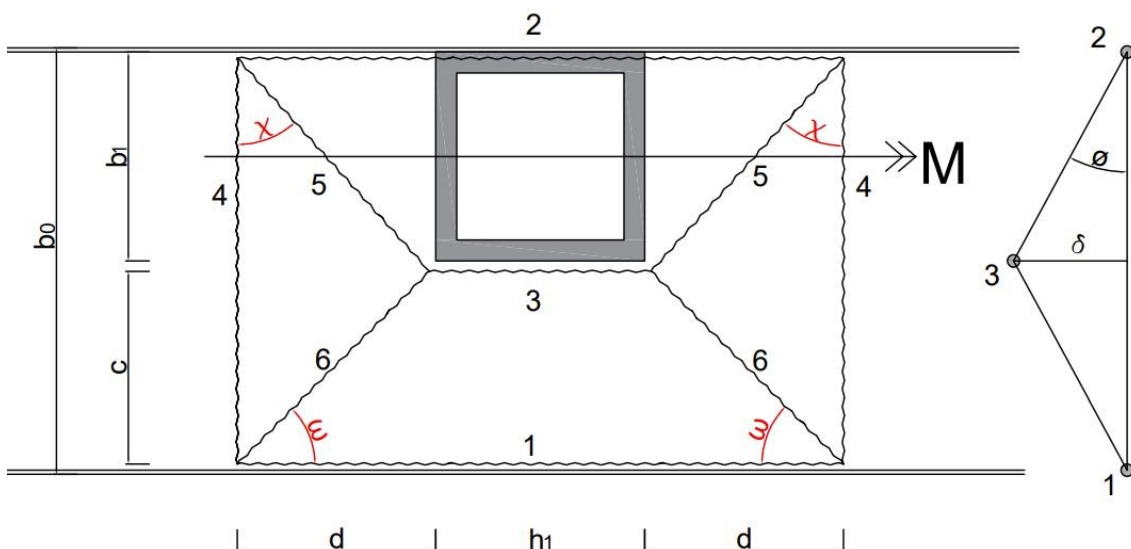
Ved å bruke prinsippet om virtuelt arbeid, innføre  $\beta = b_1/b_0$  og  $m_p = \frac{1}{4} f_{y0} t_0^2$ , kan momentkapasiteten til mekanismen uttrykkes som følgende:

$$M = f_{y0} t_0^2 b_1 \left[ \frac{h_1(1 + \beta)}{2b_1(1 - \beta)} + \sqrt{\frac{2(1 + \beta)}{\beta(1 - \beta)}} \right] \quad (3.12)$$

Se vedlegg A for full utledning. Formelen for momentkapasitet er tilsvarende den som står oppført i Eurokode og Cidect for tilfeller av  $\beta \leq 0.85$ .

### 3.2 Eksentrisk plassert sekundærbejelke

For eksentrisk plasserte sekundærbejelker er det tatt utgangspunkt i en flytelinjemodell beskrevet av Bida Zhao mfl. [4]. Figur 3.6 viser de nummererte flytelinjene fra 1 til 6. Med gitt momentbelastning vil nedre del av sekundærbejelken bevege seg inn i planet langs flytelinje nummer 3.



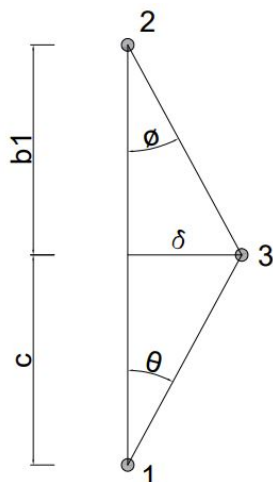
Figur 3.6: Flytelinjemekanisme for ut-av-planet bøyning med eksentrisk plassert sekundærbejelke



Som i den sentriske flytelinjemodellen, gjøres det også her noen geometriske betraktninger for videre utledning av momentkapasitet:  $c = b_0 - b_1$  og  $d = c/\tan(\omega)$

Slik som i den sentriske mekanismen, er det også symmetri her. Det skilles mellom 6 ulike flytelinjer i denne mekanismen. For hver av linjene beregnes det indre virtuelle arbeidet ut fra den virtuelle forskyvningen  $\delta = \phi b_1$ , gitt av rotasjonen  $\phi = \delta/b_1$ . Til slutt brukes prinsippet om virtuelt arbeid til å finne en formel for momentkapasiteten.

Mekanismen for flytelinjene nummerert med 1, 2 og 3 er vist nedenfor i figur 3.7.



Figur 3.7: Eksentrisk mekanisme for flytelinjene 1, 2 og 3

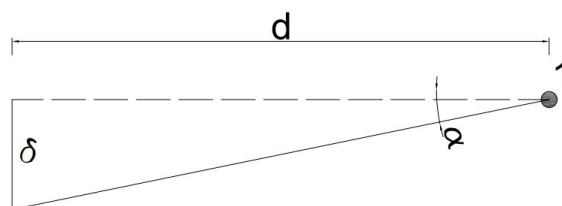
Flytelinje nummer 1 og 2 har begge lengde  $h_1 + 2d$ . Fra linje 1 gis det en rotasjon  $\theta$ , mens fra linje 2 er rotasjonen  $\phi$ . Flytelinje nummer 3 har lengde  $h_1$  og nærliggende del-plater roterer med vinklene  $\theta$  og  $\phi$ . Arbeidet fra disse flytelinjene kan skrives som:

$$W_{i,1} = m_p(h_1 + 2d)\theta = m_p(h_1 + 2d)\frac{\delta}{c} \quad (3.13)$$

$$W_{i,2} = m_p(h_1 + 2d)\phi = m_p(h_1 + 2d)\frac{\delta}{b_1} \quad (3.14)$$

$$W_{i,3} = m_p h_1(\theta + \phi) = m_p h_1\left(\frac{\delta}{c} + \frac{\delta}{b_1}\right) \quad (3.15)$$

Mekanismen for flytelinjene nummerert med 4 er vist nedenfor i figur 3.8.

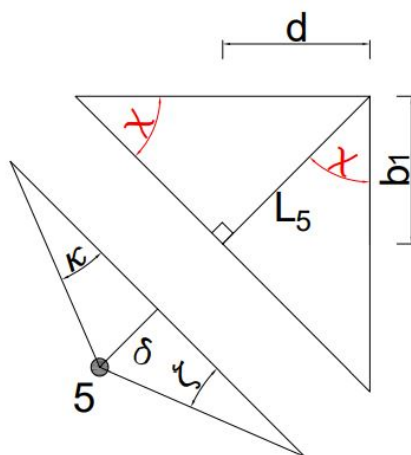


Figur 3.8: Eksentrisk mekanisme for flytelinjene 4

De to flytelinjene nummerert med 4 har lengde  $b_0$  og del-platen inntil linjen roterer med en vinkel  $\alpha$ . Arbeidet skrives som:

$$W_{i,4} = 2m_p b_0 \alpha = 2m_p b_0 \frac{\delta}{d} \quad (3.16)$$

Mekanismen for flytelinjene nummerert med 5 er vist nedenfor i figur 3.9.

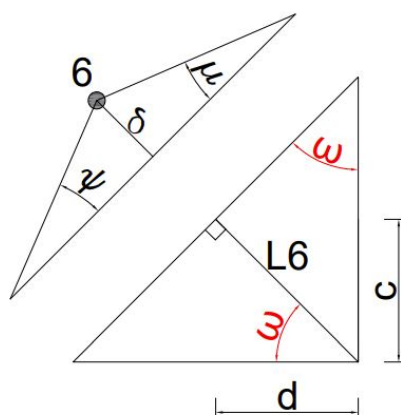


Figur 3.9: Eksentrisk mekanisme for flytelinjene 5

Flytelinjene med nummer 5 gir de nærliggende del-platene rotasjonene  $\kappa$  og  $\zeta$ . Lengden uttrykkes her som  $L_5$ . Ved å uttrykke vinklene gjennom  $\chi$  kan det virtuelle arbeidet skrives som:

$$W_{i,5} = 2m_p L_5 (\kappa + \zeta) = 2m_p L_5 \left( \frac{\delta}{L_5 \cot(\chi)} + \frac{\delta}{L_5 \tan(\chi)} \right) \quad (3.17)$$

Mekanismen for flytelinjene nummerert med 6 er vist nedenfor i figur 3.10.



Figur 3.10: Eksentrisk mekanisme for flytelinjene 6

Flytelinjene med nummer 6 gir de nærliggende del-platene rotasjonene  $\psi$  og  $\mu$ . Lengden uttrykkes her som  $L_6$ . Ved å uttrykke vinklene gjennom  $\omega$  kan det virtuelle arbeidet skrives som:

$$W_{i,6} = 2m_p L_6 (\psi + \mu) = 2m_p L_6 \left( \frac{\delta}{L_6 \tan(\omega)} + \frac{\delta}{L_6 \cot(\omega)} \right) \quad (3.18)$$

Summering av arbeidet fra de 6 ulike flytelinjene gir et totalt virtuelt indre arbeid:

$$W_i = m_p \delta \left[ \frac{h_1 + 2d}{c} + \frac{h_1 + 2d}{b_1} + \frac{h_1}{c} + \frac{h_1}{b_1} + \frac{2b_0}{d} + 2 \left( \frac{1}{\tan(\chi)} + \frac{1}{\cot(\chi)} \right) + 2 \left( \frac{1}{\tan(\omega)} + \frac{1}{\cot(\omega)} \right) \right] \quad (3.19)$$

Uttrykt ved  $b_1, b_0, h_1$  og  $\omega$ :

$$W_i = m_p \delta \left[ 4 \cot(\omega) + \frac{4(b_1 - b_0)}{b_1} \cot(\omega) + \frac{2(b_0 + b_1)}{b_1 - b_0} \tan(\omega) + 2 \tan(\omega) + \frac{2h_1}{b_1 - b_0} + \frac{2h_1}{b_1} \right] \quad (3.20)$$

Minimum potensiell energi finnes ved å derivere det indre arbeidet og sette det lik null. Videre løses vinkelen  $\omega$  ut for å uttrykke den vinkelen som gir minimumsverdien. Ved å innføre parameteren  $\beta = b_1/b_0$ , uttrykkes  $\omega$  slik:

$$\omega = \arctan \sqrt{\frac{1 - \beta}{\beta}} \quad (3.21)$$

Virtuelt ytre arbeid:

$$W_e = M \phi = M \frac{\delta}{b_1} \quad (3.22)$$

Ved å bruke prinsippet om virtuelt arbeid, innføre  $\beta = b_1/b_0$  og  $m_p = \frac{1}{4} f_{y0} t_0^2$ , kan momentkapasiteten til den eksentriske mekanismen uttrykkes som følgende:

$$M = \frac{1}{2} f_{y0} t_0^2 \left[ \frac{h_1}{(1 - \beta)} + 4b_0 \sqrt{\frac{\beta}{(1 - \beta)}} \right] \quad (3.23)$$

Se vedlegg B for full utledning av momentkapasiteten.

---

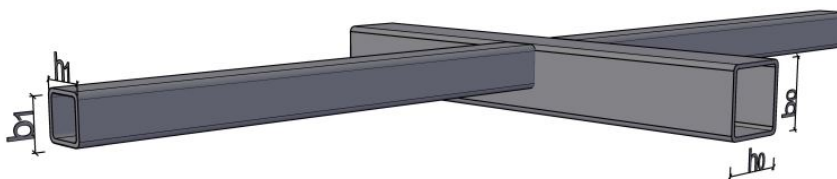
## 4 Forsøk på knutepunkt

For å undersøke oppførselen til sentrisk og eksentrisk knutepunkt og senere validere de numeriske modellene, ble det gjennomført to fysiske forsøk. Det ble gjennomført ett forsøk med sentrisk plassering og  $\beta = 0.625$  og ett forsøk med eksentrisk plassering og  $\beta = 0.625$ . Se figur 4.1 for skisse av komponenten med eksentrisk plasserte sekundærbjelker. Alle komponentene har like lengder i forsøkene, med hovedbjelke på 500 mm og sekundærbjelker på 1200 mm. Den effektive lengden på sekundærbjolkene er bare 580 mm, siden opplageret er plassert her. Hovedbjelken og sekundærbjolkene er RHS profiler med dimensjonene 80x80x4 mm og 50x50x4 mm, som vist i tabell 4.1.

Tabell 4.1: Forsøksoppsett

Forsøk	Hovedbjelke $b_0 \times h_0 \times t_0$ [mm]	Sekundærbjelke $b_1 \times h_1 \times t_1$ [mm]	Plassering	$\beta$
Sentrisk-1	80 x 80 x 4	50 x 50 x 4	sentrisk	0.625
Eksentrisk-1	80 x 80 x 4	50 x 50 x 4	eksentrisk	0.625

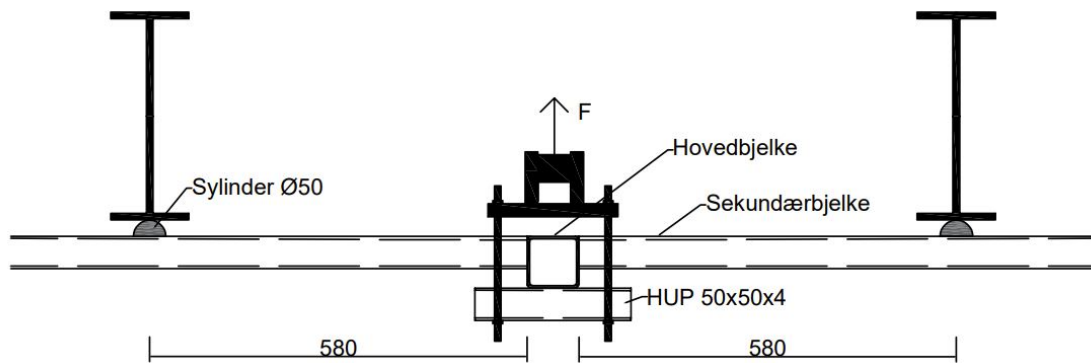
---



Figur 4.1: Skisse av eksentrisk testkomponent

### 4.1 Oppsett og gjennomføring i laboratoriet

Figur 4.2 viser oppsettet på testtriggen. Avstanden fra sideveggen på hovedbjelke til opplagerne på sekundærbjolkene er 580 mm. Hovedbjelken blir dratt oppover av en hydraulisk jekk, festet til 2 stk. HUP 50x50x4 mm på hver sin side av knutepunktet. Sekundærbjolkene er fastholdt mot vertikal forskyvning under kraftige I-bjelker. Formålet med innfestningen og opplagrene er at komponenten skal deformeres så symmetrisk som mulig.



Figur 4.2: Oppsett av testrigg

Maskinen i testriggen var en hydraulisk jekke med slaglengde 220 mm. Jekken kan dra med en maks kraft på 240 kN, som er noe overdimensjonert for dette forsøket. Derfor ble det installert en mer følsom kraftmåler, i tillegg til den opprinnelige måleren i jekken. I eksperimentene ble det valgt at jekken skulle dra en total vertikal forskyvning på 150 mm, med en hastighet på 10 mm/min. Datamaskinen koblet til jekken ble satt til å loggføre kraft og forskyvning i jekken med en frekvens på 1 Hz. Bilde av testriggen er vist i figur 4.3.



Figur 4.3: Oversiktsbilde forsøksrigg

Prøvestykket var fastmontert til den hydrauliske jekken gjennom 2 stk. 50x50x4 mm HUP. Avstanden mellom de 2 profilene som dro komponenten oppover var 150 mm senter til senter. Videre var opplagerprofilene festet til jekkens drapunkt ved hjelp av skruer som var festet i en kraftig stålplate som vist i figur 4.4. For at toppflensen til hovedprofilen skulle få deformere seg fritt, ble hovedbjelken montert med litt mellomrom mellom seg og platen.



Figur 4.4: Opplageret til prøvestykket ved forskyvningspunktet

Sekundær bjelkene ble påsveist en halv sylinder  $\text{Ø}50$  med avstand 580 mm fra senter sylinder til hovedbjelkens sidevegger, med den hensikt at sekundær bjelkene skulle kunne rotere om hovedbjelkens lengdeakse. Det var også ønskelig at sekundær bjelkene skulle ha mulighet til å forskyve seg horisontalt, ettersom hovedbjelken ble dratt oppover. Figur 4.5 viser hvordan prøvestykket er opplagret mot I-bjelkene etter påført last.



Figur 4.5: Opplageret til sekundær bjelkene ved I-bjelkene

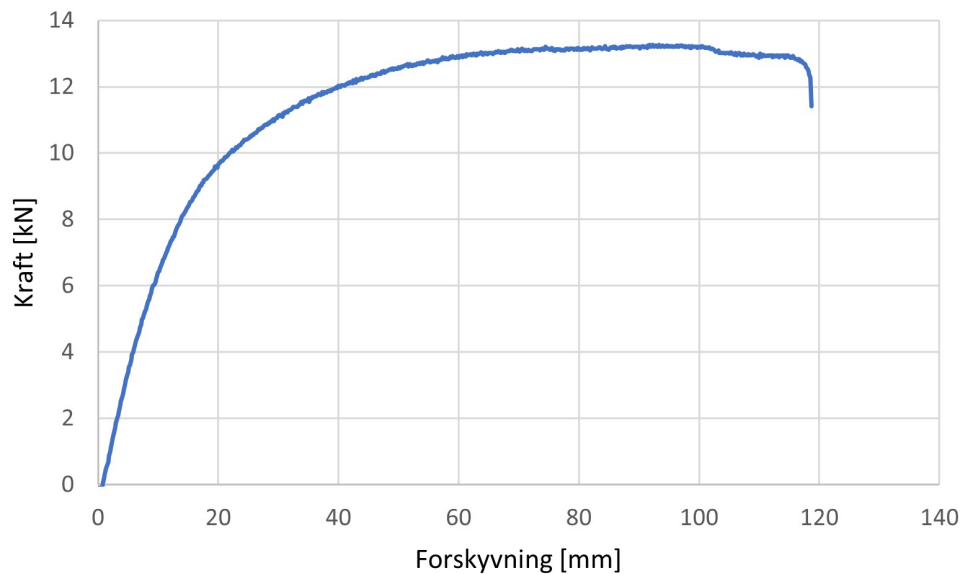
Det ble satt opp kamera for å ta bilder av knutepunktets deformasjon. Deler av hovedbjelken og hele siden på den ene sekundær bjelken ble spraylakkert for videre analysering av bildene. Kameraet tok bilder med en frekvens på 1 Hz. Kameraets plassering i forhold til prøvestykket er vist i figur 4.6.



Figur 4.6: Kameraet plassering i forhold til prøvestykke

## 4.2 Sentrisk plassert sekundærbjelke med $\beta = 0.625$

Det første prøvestykket, Sentrisk-1, ble dratt oppover med en makskraft på 13.2 kN. Dette resulterer i et ut-av-planet bøyemoment på 3.8 kNm på hver side av knutepunktet. Loggføringen av kraft og forskyvning for det sentriske forsøket kan sees i figur 4.7.



Figur 4.7: Kraft- forskyvningskurve fra forsøk med sentrisk plasserte sekundærbjelker

Kraft-forskyvnings kurven viser den totale kraften jekken dro med. For eksperimentet ble det ikke målt hvor store opplagerkreftene i hver av endene på sekundærbjellkene er. På grunn av symmetrien i komponenten blir opplagerkreftene på hver sekundærbjelke ansett som like store når momentbelastningen skal beregnes.



---

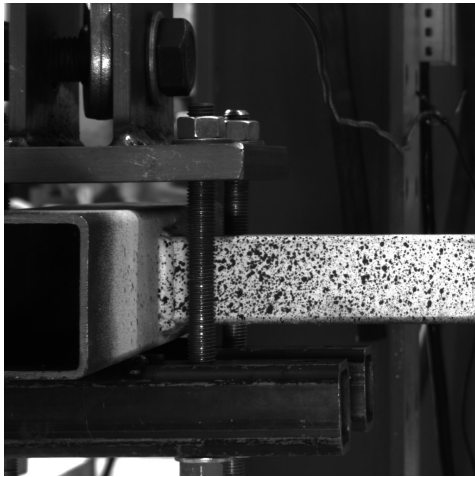
Prøvestykket gikk til brudd ved en vertikal forskyvning på 118 mm. Det oppsto et utrivningsbrudd i hovedbjelkens sidevegg, på oversiden av sveisen som vist i Figur 4.8. Sveisen har vært så sterk at tilhørende materiale i hovedbjelken ble revet ut. Dette skjedde på hovedbjelkens venstre side sett fra kameraets ståsted. Ved nærmere inspisering av prøvestykket, viste det seg at sveisen på motsatt side av hovedbjelken var noe større enn der hvor bruddet oppstod. Spesielt på undersiden av sekundærbjelken var sveisen stor og klumpete på motsatt side av bruddet. Det kan ha ført til at bunn av sekundærbjelken, på siden med minst sveis, forskyv seg lengre inn i hovedbjelkens vegg, sammenlignet med siden med større sveis. Konsekvensen av at sekundærbjelken roterte lengre inn i hovedbjelken på den svake siden, er at oversiden ble strukket så kraftig at hovedbjelken fikk utrivningsbrudd.



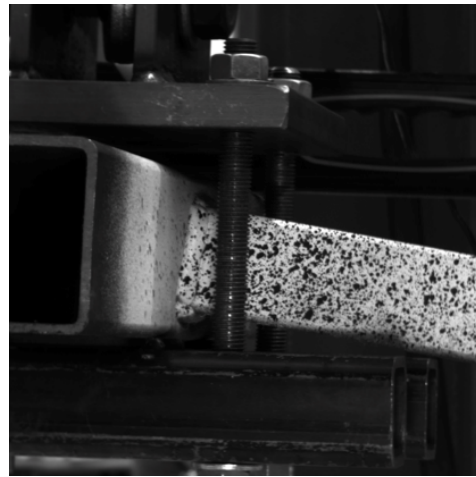
Figur 4.8: Utrivning ved sveisen i sentrisk forsøk

Det ble forsøkt å finne a-mål av sveisen på begge sider av hovedbjelken, for å bevise at siden med brudd var svakere. Sveisen var nokså ujevn og størrelsen varierte mellom a-mål på 3 mm og a-mål på 6 mm på begge sidene. Selv om det var store variasjoner, er det tydelig at siden som gikk til brudd totalt sett har minst sveis. Enda en effekt av ulike sveiser, var at hovedbjelken begynte å rotere om sin egen akse. I figur 4.9a vises hovedbjelkens originalposisjon, og figur 4.9b viser at hovedbjelken har rotert når den har blitt utsatt for en forskyvning på 115 mm vertikalt. Denne roterende deformasjonen underbygger at den ujevne sveisen gjorde den ene siden svakere i dette forsøket.





(a) Hovedbjelkens posisjon før belastning



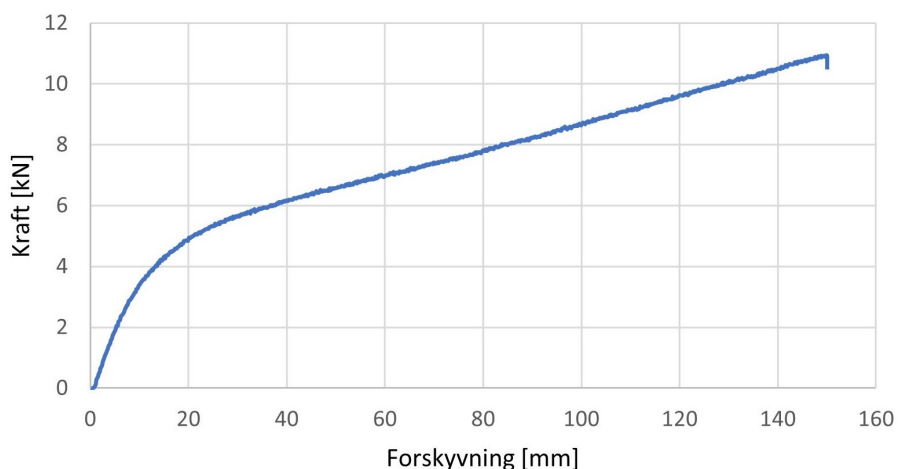
(b) Hovedbjelkens posisjon etter belastning

Figur 4.9: Rotasjon av hovedbjelke under eksperiment

Siden lasten kun ble målt i jekken, er det vanskelig å si hvordan den har fordelt seg ut til de to sekundærbjelmene. Ved slike symmetriske forsøk vil det være små skjevheter og ulikheter som fører til feil i resultatene. For å få kontroll på disse feilkildene, burde reaksjonskraften måles ved opplagrene til begge sekundærbjelmene. På den måten er det god kontroll på hvorvidt lasten fordeles symmetrisk eller ikke. For å få enda sikrere resultater burde det også gjennomføres flere like forsøk, slik at resultatene kan sammenlignes. Dette var ikke en mulighet på grunn av kapasiteten i laboratoriet. Som nevnt tidligere, vil reaksjonskraften likevel antas som like stor i hver sekundærbjelke når momentet skal beregnes.

### 4.3 Eksentrisk plassert sekundærbjelke med $\beta = 0.625$

Loggføringen av kraft og forskyvning for det eksentriske forsøket kan sees på figur 4.10. Dette prøvestykket ble dratt helt til innstillingen på 150 mm, og som kurven viser, så steg fortsatt kraften på dette tidspunktet. Knekken på slutten av kurven er maskinen som avlaster. Maks kraft er 10.9 kN, noe som resulterer i et ut-av-planet bøyemoment på 3.2 kNm på hver side av knutepunktet. Sammenlignet med det sentriske knutepunktet, så har det eksentriske knutepunktet vesentlig lavere elastisk kapasitet. Men, ikke nødvendigvis lavere bruddstyrke.



Figur 4.10: Kraft-forskyvnings-diagram for eksentrisk plasserte sekundærbjelker

---

Figur 4.11 viser tydelig deformasjonen i hovedbjelkens sidevegg og bunnplate. Plasseringen av sekundær-bjelken i flukt med hovedbjelkens toppflens gjør knutepunktet mer duktilt. Toppflensen og hjørnene på hovedbjelken vil i dette tilfellet ta opp mye krefter og forhindre utrivningsbrudd i sideveggen.



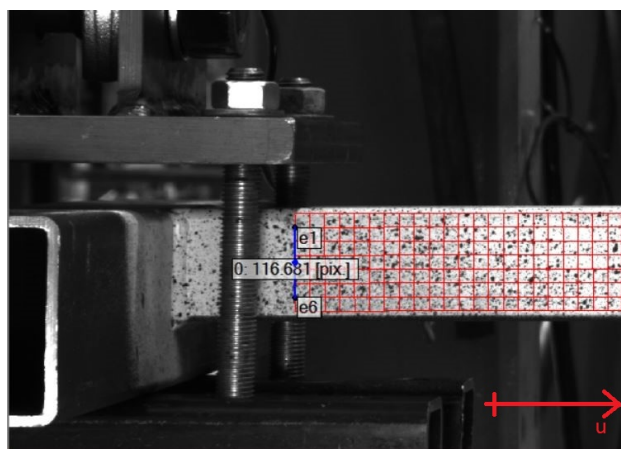
Figur 4.11: Deformasjon av knutepunktet i eksentrisk forsøk

Ved inspisering av sveisene ble a-målene funnet nokså like på begge sider av hovedbjelken. I tillegg var den synlige deformasjonen i de to sideveggene nærmest identiske. I det eksentriske forsøket er det derfor rimelig å anta at kreftene fordelte seg symmetrisk i de to sekundærbejelkene. Det hadde også vært ønskelig for det eksentriske knutepunktet å utført flere tester med samme oppsett og profiler for å kunne fastslå at resultatet som er funnet er konsekvent.

#### 4.4 Digital Image Correlation

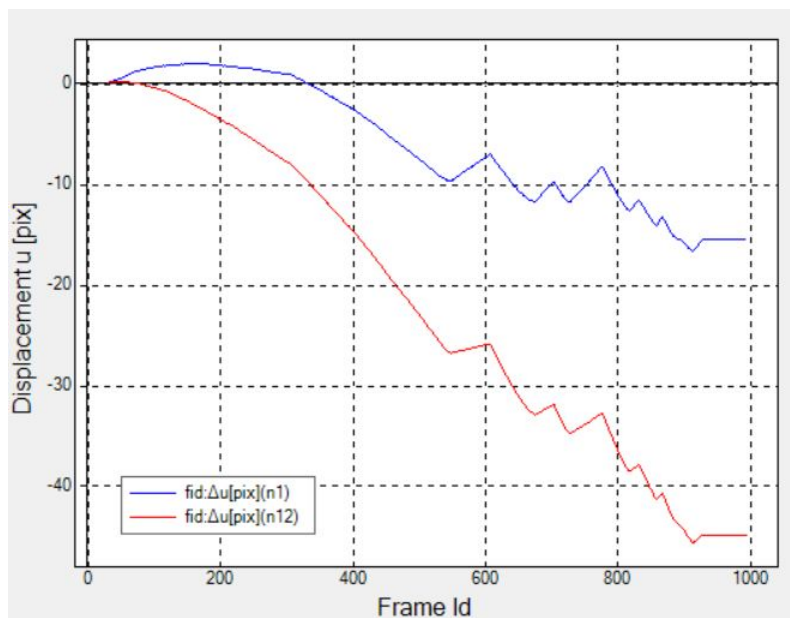
Som nevnt i kapittel 4.1 tok et kamera bilder av forsøkene med en frekvens på 1 Hz. Disse bildene ble overført til bildebehandlingsprogrammet eCorr for etterbehandling. Programmet kan finne forskyvning og tøyninger basert på bildegjenkjenning. Prøvestykkets høyre sekundærbejelke ble spraylakkert hvitt, og etterpå lakkert med svarte flekker slik at eCorr skulle kunne gjenkjenne mønsteret gjennom deformasjonen fra bilde til bilde.

I eCorr ble det først laget et mesh tilpasset sekundærbejelken. Deretter, for å finne rotasjonen ble det hentet ut horisontal forskyvning( $u$ ) for to noder, e1 og e6, vist på figur 4.12.



Figur 4.12: Mesh og valgte noder fra eCorr, med pixelavstand mellom nodene

Forskyvningen til de to nodene i det eksentriske forsøket, kan sees i figur 4.13. Kurvene viser node e1 som n1 og node e6 som n12. Til å begynne med forskyves toppnoden(n1) og bunnoden(n12) i hver sin retning, som ved en ren rotasjon. Men, etterhvert som hele komponenten blir dratt oppover vil begge nodene bevege seg i negativ u-retning som følge av deformasjonen. Det er fortsatt økende rotasjon gjennom hele forsøket, da differansen mellom nodene øker. Kurvene viser også at det er tydelige hakk for begge nodene, men siden disse oppstår helt likt vil de kanselleres når differansen regnes ut. Det er usikkert hvorfor disse toppene har oppstått, men det kan tenkes at det kommer av at sekundærbjelkene har sklidd litt i rykk og napp på opplagrene.



Figur 4.13: Forskyvningen til node e1(n1) og e6(n12) målt i pixler

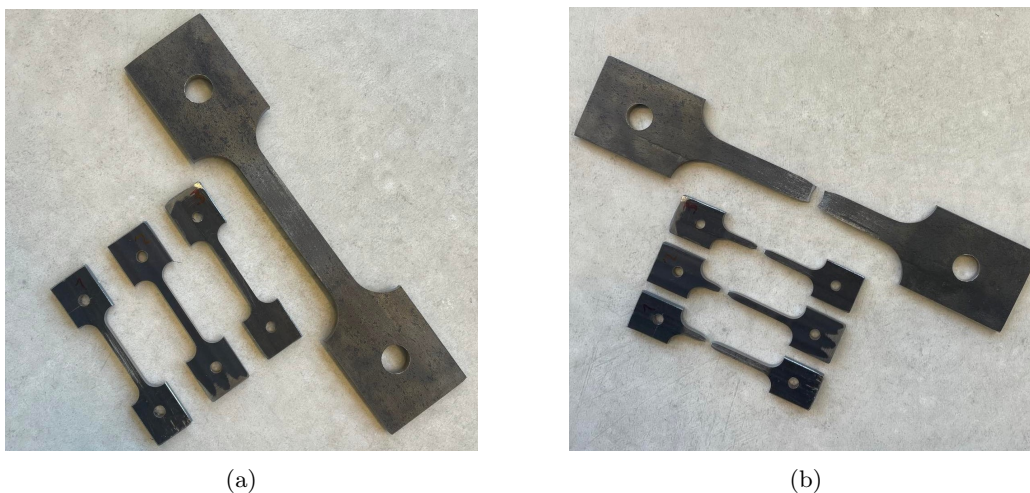
Avstander i eCorr blir som i figuren over målt ved hjelp av pixler. For å omgjøre fra pixler til mm, trengs det en referanse med kjent lengde. Det ble derfor tatt bilde med en tommestokk liggende inntil prøvestykket, som resulterte i 3.8206 pixler/mm. Fra kurvene kan det dermed leses ut at maks horisontal forskyvning for node e6(n12) ved -46 pix er 12 mm. Deretter kunne rotasjonen gjennom hele forsøket hentes ut ved å benytte formelen under, hvor  $u_{e1}$  og  $u_{e6}$  er horisontal forskyvning i nodene e1 og e6 og  $l_e$  er avstanden mellom de samme nodene.

$$\phi = \sin^{-1}\left(\frac{u_{e1} - u_{e6}}{l_e}\right) \quad (4.1)$$

---

## 5 Materialtest

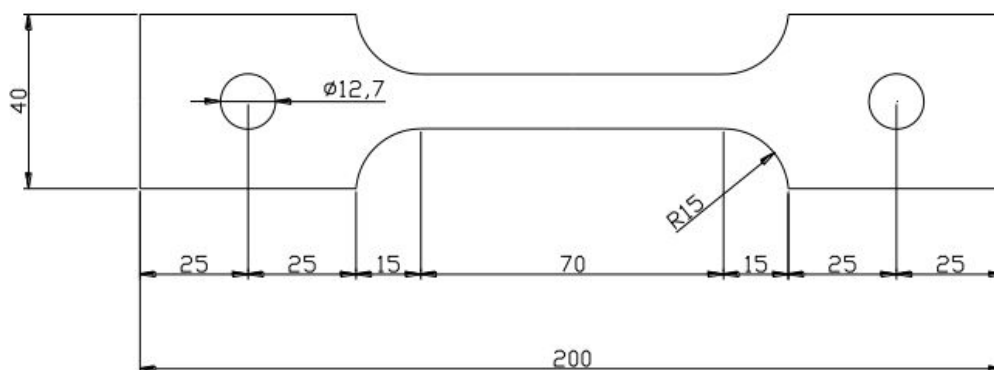
Det ble utført strekktester for å finne hulprofilenes materialegenskaper. For å kunne sammenligne fysisk eksperiment med en FE-modell var det nødvendig med materialets flytespenning og fastningsegenskaper. Stålet til strekktestene ble tatt ut av de samme profilene som ble brukt i komponenttesten. Det er altså varmformede RHS profiler med dimensjonene 80x80x4 mm og 50x50x4 mm. Noen av strekkprøvene til materialtesten er vist i figur 5.1.



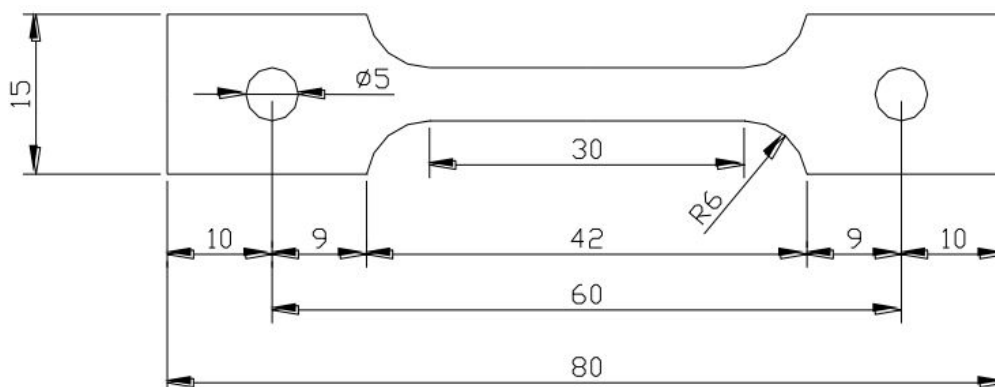
Figur 5.1: Strekkprøver før og etter belastning

### 5.1 Oppsett

Det ble bestemt å ta ut strekkprøver både fra 50x50 profilet og 80x80 profilet. Fra 80x80 profilet ble det tatt ut en stor prøve(UT200) med dimensjoner vist i figur 5.2 og 3 mindre prøver(UT80) med dimensjoner som vist i Figur 5.3. Fra 50x50 profilet ble det kun tatt ut 3 mindre prøver(UT80), også med geometri som i figur 5.3. Det ble altså gjennomført totalt 7 strekkforsøk.



Figur 5.2: UT200 prøvestykke



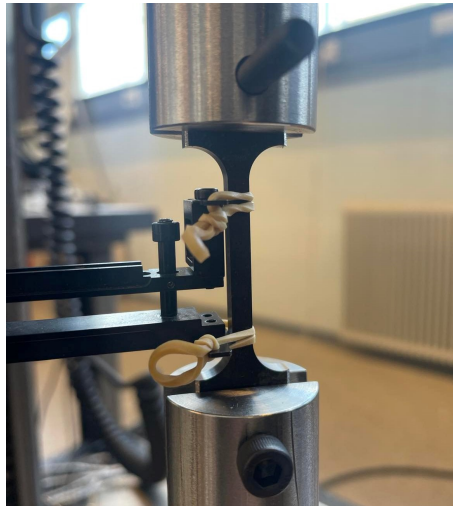
Figur 5.3: UT80 prøvestykke

For å finne nøyaktige spenningsverdier, ble hvert av prøvestykkenes midtparti målt med et elektronisk skyvelære. Bredder og tykkelse av midtpartiene er loggført i Tabell 5.1. Strekkprøvene er navngitt ut fra hvilket profil de kommer fra. 80x80-4 er UT200 prøvestykket. Det som overrasker er variasjonen i tykkelse innad i prøvene fra 50x50 profilet. Hvorfor det er slik, er vanskelig å forklare, men det ble bestemt å se vekk fra prøven som skilte seg ut: 50-50-3.

Tabell 5.1: Dimensjoner for strekkprøvene

Strekkprøve	Bredde [mm]	Tykkelse [mm]	Areal [mm <sup>2</sup> ]
80x80-1	3.88	3.89	15.093
80x80-2	3.90	3.89	15.171
80x80-3	3.89	3.90	15.171
80x80-4	12.40	3.89	48.236
50x50-1	3.90	4.14	16.146
50x50-2	3.89	4.19	16.299
50x50-3	3.89	3.93	15.288

Strekkprøvene ble testet i maskinen Instron 5982. Der ble prøvene festet inn via bolter gjennom prøvens hull. Maskinen ble satt til å dra prøvestykket med en konstant forskyvning på 1 mm/min for de små prøvestykkene, og med en forskyvning 2.1 mm/min for det større prøvestykket. Forskyvningen i lengderetningen ble målt av både maskinen og av et ekstensometer koblet på prøvestykket. Figur 5.4 viser en strekkprøve med påkoblet ekstensometer i midtpartiet.



Figur 5.4: Prøvestykke med ekstensometer i rigg

## 5.2 Analyse og resultater

Alle strekkprøvene hadde et ekstensometer festet på seg for å måle tøyning i lengderetningen. Resultatene av dette må så omgjøres fra nominelle tøyningensverdier til sanne tøyningensverdier. Tøyningene i lengderetning ble funnet ved å dele forskyvningen til ekstensometeret på den opprinnelige lengden til ekstensometeret. Deretter omgjøres de nominelle tøyningene til sanne tøyninger med følgende formel:

$$\epsilon_{sann} = \ln(1 + \epsilon_{nom}) \quad (5.1)$$

Ved å bruke ekstensometer antas det at deformasjonen mellom knivene på ekstensometeret er homogen. Det betyr at man i realiteten måler den gjennomsnittlige tøyningen over lengden på ekstensometeret, og derfor er resultatene kun gyldige fram til innsnøring av prøvestykket. Dette er imidlertid ikke noe problem for disse prøvestykkene, da målingen med ekstensometeret ble stoppet i god tid før innsnøring. Det var heller ikke hensiktsmessig å kunne beskrive fastningen til materialet nøyaktig ved så store tøyninger.

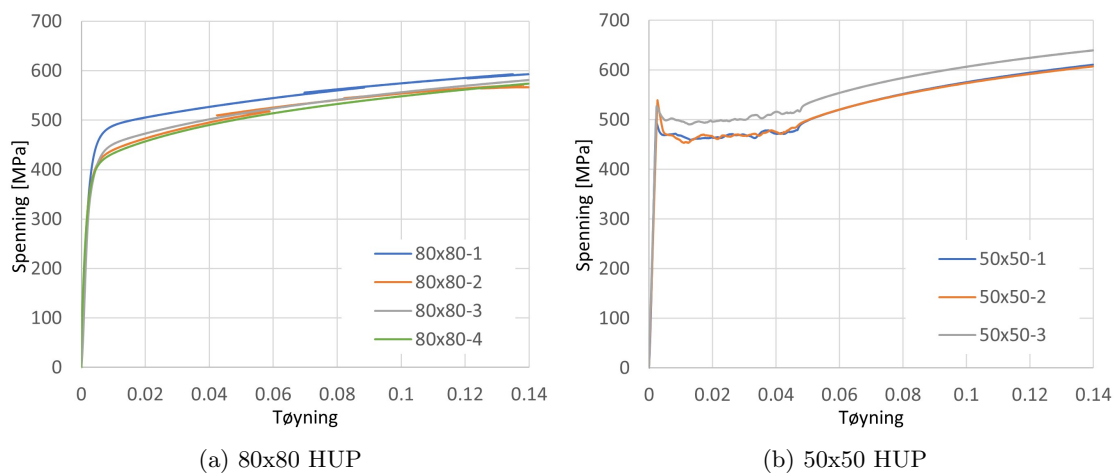
Kraften i strekkforsøkene ble synkront med forskyvningen fra ekstensometeret logget av testmaskinen. Nominell spenning ble funnet ved å dele kraften på opprinnelig tverrsnittsareal. Deretter omgjøres nominelle spenninger til sanne spenninger med formelen:

$$\sigma_{sann} = \sigma_{nom}(1 + \epsilon_{nom}) \quad (5.2)$$

Tøyningensverdien til noen av kurvene for 80x80 profilet hakker kraftig ved tøyning på 0.05 og utover. Grunnen til dette er nok at ekstensometeret glapp fra prøvestykket og trakk seg litt sammen, før det fikk tak igjen. Det skyldes antageligvis at festemåten med strikk ikke har vært god nok. Når de plastiske egenskapene ble bestemt ble det brukt en utjevning av disse hakkene. Disse kurvene med utgangspunkt i tøyningene fra ekstensometer ble også sammenlignet med tøyningensverdier rett fra testmaskinen for å kontrollere resultatene.

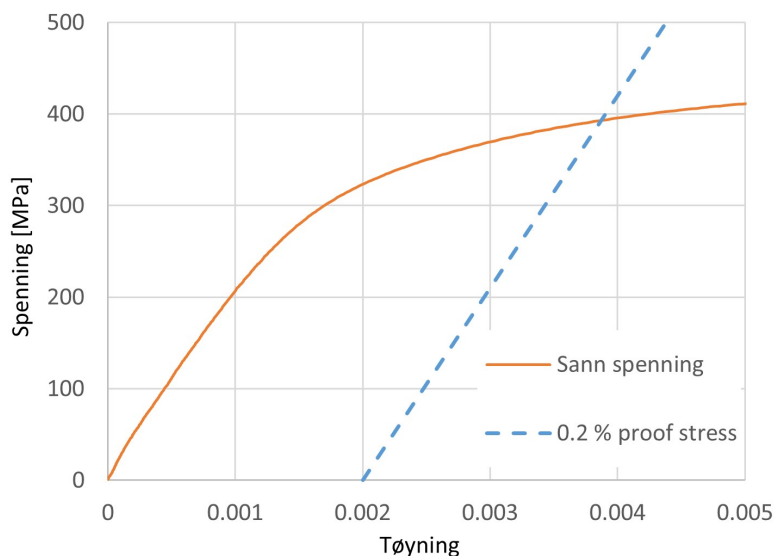
Kurvene for sann spenning-tøyning vises i figur 5.5. Den viser at det er forskjeller i både flytegrense

og strekkfasthet mellom prøvestykkene fra de samme profilene. Det ble bestemt å se vekk fra de mest avvikende kurvene, altså 80x80-1 og 50x50-3, når materialparametrene ble bestemt. For å bestemme elastisitetsmodulen nøyaktig kreves det et annet type forsøk, noe som ikke ble gjort i denne studien. E-modulen er her satt til 210 000 MPa i henhold til litteratur, og tverrkontraksjonstallet er satt til 0.3.



Figur 5.5: Sanne spenning-tøyning kurver fra strekkprøvene

Kurvene til prøvestykkene fra 50x50 profilet viser at materialet i dette hulprofilet har et tydelig flyteplatå, med flytespenning på omtrent 460 MPa. Resultatene for materialet i 80x80 profilet viser derimot ingen flyteplatå. Derfor brukes  $f_{0.2}$  til å estimere flytegrensen til stålet i 80x80 profilet. I figur 5.6 blir denne verdien funnet i krysningspunktet mellom middelverdien av sann spenning og den elastiske delen av kurven med 0.2 % økning i tøyning. Flytespenningen  $f_{0.2}$  for materialet i 80x80 profilet estimeres til å være 390 MPa.



Figur 5.6: Estimert flytespenning  $f_{0.2}$  for 80x80 profilet

De plastiske egenskapene til materialet beskrives gjennom sann spenning-tøyning. Den plastiske tøyningen finnes med ligning 5.3, hvor elastisk tøyning,  $\epsilon_{el} = \sigma_{sann}/E$ .

$$\epsilon_{pl} = \epsilon_{sann} - \epsilon_{el} \quad (5.3)$$

For HUP 50x50 ble det valgt å definere fastningen isotropisk med verdier gitt i tabell 5.2. På grunn av det veldefinerte flyteplatået gir dette en god tilpasning sammenlignet med materialtestene.

Tabell 5.2: Plastiske materialegenskaper for 50x50 profilet

Sann spenning [N/mm <sup>2</sup> ]	Plastisk tøyning
460	0
608	0.13757

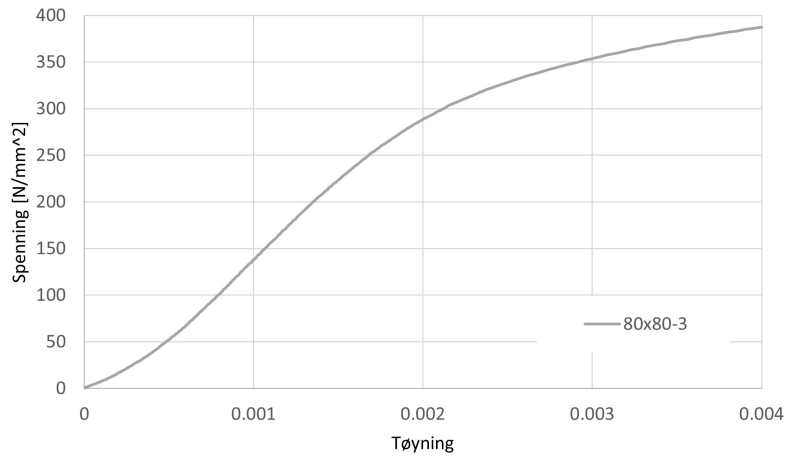
Det ble valgt å bruke isotropisk fastning også for HUP 80x80, men på grunn av det manglende flyteplatået ble fastningen definert med flere tabulerte verdier fra strekktesten. Tabell 5.3 viser verdiene som blir brukt i de numeriske analysene.

Tabell 5.3: Plastiske materialegenskaper for 80x80 profilet

Sann spenning [N/mm <sup>2</sup> ]	Plastisk tøyning
250.0	0
265.6	0.000140
285.1	0.000344
305.7	0.000596
315.4	0.000728
335.8	0.001067
355.9	0.001506
375.8	0.002088
395.6	0.003007
414.1	0.004640
430.0	0.007884
456.1	0.018291
479.8	0.031432
500.2	0.046155
537.8	0.085013
573.9	0.138290

Det kan tenkes at temperaturen har vært noe lav i formingen av 80x80 profilet. Mistanken bak dette er den avrundede spenning-tøyning kurven uten noe klar flytespenning. Ved å tabulere verdiene fra materialtestene, blir de plastiske egenskapene i de numeriske modellene lik de fysiske komponentene. Noe annet å diskutere er at enkelte prøvestykker var bøyd før testing, noe som førte til en liten feilrepresentasjon av spenning-tøyningsrelasjon i starten av forsøket. I starten av testen brukes det krefter på å rette ut prøvestykket, istedenfor å strekke det. Dette vises tydelig på den krumme kurven for test 80x80-3 i figur 5.7. Krumningen skyldes antagelig gjenværende spenninger etter formingen av profilet.





Figur 5.7: Spenning-tøyning for krummet prøvestykke

---

## 6 Numeriske analyser med elementmetoden

For å analysere oppførselen til knutepunktene, er elementmetodesimuleringer et kraftfullt verktøy. I motsetning til dyre og tidkrevende eksperimentelle forsøk, gir simuleringene muligheten til å kjøre mange forsøk med varierende parametere. Det skaper store muligheter, men det er også viktig å kjenne til begrensningene og ulempene til denne metoden. I denne studien vil elementprogrammet Abaqus bli brukt til å simulere oppførselen til knutepunktene. Elementprogrammet Abaqus gir muligheten til å velge mellom 2 løsningsmetoder, Abaqus/Explicit og Abaqus/Standard. Hvilken løsningsmetode som egner seg best, kommer an på hvilket problem som skal analyseres. Abaqus/Standard egner seg meget godt til statiske og langsomme lasttilfeller hvor nøyaktige resultater er viktige. For veldig dynamiske og ekstremt ikke-lineære analyser er Abaqus/Explicit det beste valget.

### 6.1 Generelt om modellene

Det er lagd 2 modeller i Abaqus, en med volumelementer og en med skallelementer. Videre har disse 2 modellene blitt brukt til å simulere knutepunktet med ulike verdier av  $\beta$  og ulik plassering av sekundærbjelkene. Modellen med volumelementer bruker implisitt løser, mens skallmodellen bruker eksplisitt løser. Bakgrunnen for å sette opp flere numeriske modeller var at det på et tidlig tidspunkt var ønskelig å sammenligne disse opp mot hverandre, i tillegg til at skallmodellen skulle gi raskere løsninger.

Volummodellen har blitt modellert med hensikt å være så lik den fysiske modellen som mulig. Her er det modellert avrundede hjørner på hulprofilene og det er lagt inn sveis mellom hoved- og sekundærbjelke. Skallmodellen har derimot skarpe hjørner og heller ingen fysisk sveis. Likevel er det mye de to modellene også har til felles. Dette vil presenteres først, før modellene forklares hver for seg.

#### 6.1.1 Materialelegenskaper

For å karakterisere materialeegenskapene til de varmformede S355 hulprofilene har det blitt utført en materialtest. Basert på spenning- tøyingskurver fra materialtesten ble de plastiske materialeegenskapene til de to hulprofilene definert slik som i kapittel 5. Sveisen er lagt inn med flytespenning 460 MPa og like plastiske egenskaper som 50x50 profilet. Elastiske egenskaper er i samsvar med litteratur satt med elastisitetsmodul,  $E = 210\,000$  MPa og tverrkontraksjonstall,  $\nu = 0.3$ . Tyngdetettheten til stålet er satt til  $7850$  kg/m<sup>3</sup>.

#### 6.1.2 Assembly

##### Sentrisk

Hovedbjelken og de to sekundærbjelkene settes sammen til en felles komponent i *assembly*, hvor sekundærbjelkene er plassert helt sentrisk og vinkelrett på hver sin side av hovedbjelken. I volummodellen plasseres i tillegg sveisesømmen i overgangen mellom hoved- og sekundærbjelke.

##### Eksentrisk

Den eksentriske modellen er nesten helt lik den sentriske, men forskjellen er at sekundærbjelkene er flyttet i z-retning slik at toppflensene til bjelkene ligger i flukt med hverandre. Også her blir det i volummodellen lagt inn sveisesøm i overgangen mellom hoved- og sekundærbjelke.

---

### 6.1.3 Randkrav

Modellene er fastholdt via referansepunkter i endene til hovedbjelken og sekundærbjellene. Endene til hovedbjelken er fastholdt mot forskyvning i x-retning (U1), mens endene til sekundærbjellene er fastholdt mot forskyvning i y-retning (U2) og z-retning (U3). Referansepunktene er sammenkoblet med endeflatene på profilene gjennom en *coupling constraint*, som gjør at randkravene kan settes rett i referansepunktet.

## 6.2 Oppsett av modell med volumelementer

Geometrien til denne modellen er satt til å være så lik det fysiske eksperimentet som mulig. Løsningsmetoden som blir brukt er implisitt løser, *static general*. Hvordan modellen er satt opp i detalj og hvordan den blir kjørt i Abaqus, presenteres i dette kapitlet.

### Geometri volummodell

Modellen med volumelementer består av en hovedbjelke og to sekundærbjelker. Disse ble modellert ved å definere tverrsnittet, og deretter ekstrudere profilene. Den sentriske volummodellen er modellert slik som profilene er i virkeligheten, med avrundede hjørner. Det ble tatt utgangspunkt i dimensjonene fra NS-EN 10210 til å tegne tverrsnittene til hulprofilene. Der er det gitt at ytre hjørneradius,  $r_o = 1.5T$  og indre hjørneradius,  $r_i = 1T$ , hvor T er tykkelsen til profilet [15].

I tillegg er det i volummodellen lagt inn kilsveis. Den ble laget ved hjelp av *Create Solid: sweep* i abaqus. Her er det lagt inn en kilsveis med a-mål 4 mm rundt hele sekundærbjelken.

For den eksentriske modellen viste det seg at det var vanskelig å modellere sveisen i Abaqus på grunn av komplisert overgang mellom avrundede hjørner der toppflensen fra sekundærbjelken møter toppflens til hovedbjelken. Å lage en god elementinndeling for denne delen av sveisen viste seg også å bli problematisk. Derfor ble modellen noe forenklet, med skarpe hjørner for de øvre kantene av hovedbjelken og sekundærbjellene. På den måten ble problemet med komplisert sveis unngått, men modellen er fortsatt ganske lik den reelle komponenten. Det ble gjort noen innledende analyser for å se på forskjellen mellom skarpe hjørner og avrundede hjørner på profilene. Resultatene til de to tilfellene var veldig like, og med bakgrunn i det, er det grunnlag for å si at tilnærmingen med skarpe topphjørner for den eksentriske modellen er en ok tilnærming.

Lengden til bjellene i modellen ble bestemt ut fra tidlige spenningsanalyser og med tanke på testtriggen. Sekundærbjellene ble satt til 580 mm på grunn begrensninger i testtriggen. For hovedbjelken ble det tidlig sett på hvor langt vekk fra knutepunktet det fortsatt var nevneverdige spenninger. Ut fra dette ble lengden på hovedbjelken satt til 500 mm både i modellen og i forsøkene.

### Step volummodell

Modellen er satt opp med implisitt løser, *static general*. Denne løsningsmetoden gir muligheten til å bestemme maksimum- og minimuminkrementene til analysen, samtidig som Abaqus selv beregner nødvendig steglengde. Tabell 6.1 viser størrelsene på inkrementene som er brukt i denne modellen.

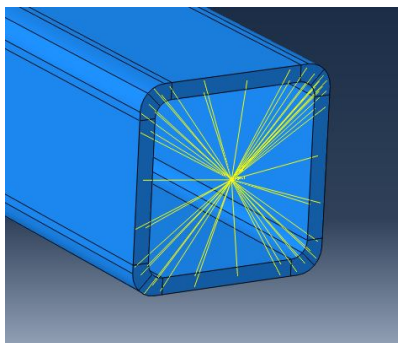
Tabell 6.1: Tidsinkrementer for volummodellen

Initial	Minimum	Maximum
0.01	1E-07	0.1

---

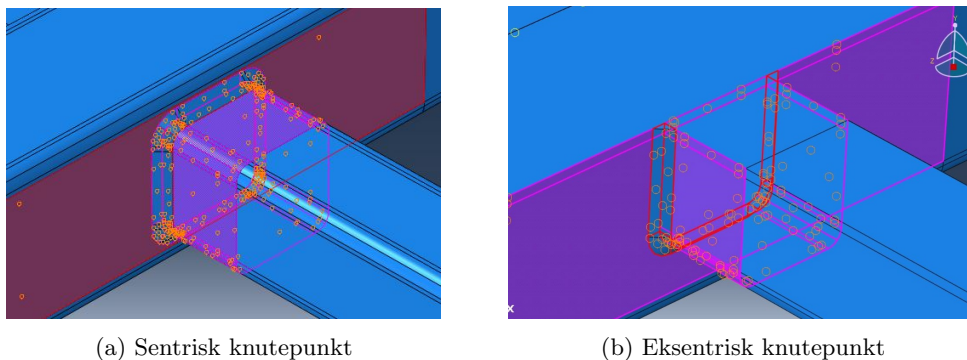
## Interaksjoner volummodell

Randkravene er satt på ved hjelp av en *coupling constraint* mellom endeflatene i bjelkene og ett referansepunkt. Figur 6.1 viser en *coupling constraint* som fastholder bevegelse i alle retninger for et sett noder i forhold til referansepunktet. Alle nodene på endeflaten blir altså sammenkoblet med referansepunktet. Lasten mellom nodesettet og referansepunktet fordeles ved hjelp av vektete faktorer[16]. *Coupling type* er satt til *Continuum distrubution* og vekting til *Uniform*. På grunn av sammenknyttingen mellom endeflatene og referansepunktene, kan randkravene beskrevet tidligere settes direkte i referansepunktet.



Figur 6.1: *Coupling constraint* mellom referansepunkt og endeflate i Abaqus

Til modelleringen av sveisen er det brukt en *surface to surface, tie constraint* mellom sveis og hulprofilene. Bjelkene er ikke koblet direkte til hverandre, men begge er koblet til sveisen. For den eksentriske modellen er flaten til sekundærbjelkens toppflens koblet direkte til hovedbjelkens sidevegg. Dette etterligner buttsveisen som ble brukt i den eksperimentelle testen. Måten interaksjonen mellom bjelkene og sveis er gjennomført fører til at det ikke er noen relativ forflytning mellom de sammenknyttede overflatene. Figur 6.2 viser hvordan sveisesømmen er festet til hulprofilene med hver sin *tie constraint*.



Figur 6.2: *Tie constraint* for å modellere sveis i Abaqus

Hvis de to sammenkoblede overflatene har ulik elementstørrelse, er det vanlig å sette overflaten med grovest mesh til master surface [16]. I simuleringene fra denne oppgaven er elementstørrelsen lik i sveisen og hulprofilene, og hvilken overflate som er master eller slave skal ikke påvirke resultatet. Abaqus sørger selv for at nodene som kobles sammen kun er mellom der flatene til master- og slave surface treffer hverandre. Det påvirker altså ikke at surfacene strekker seg lenger ut fra knutepunktet enn nødvendig, slik det sees på Figur 6.2.

## Lastpåføring volummodell

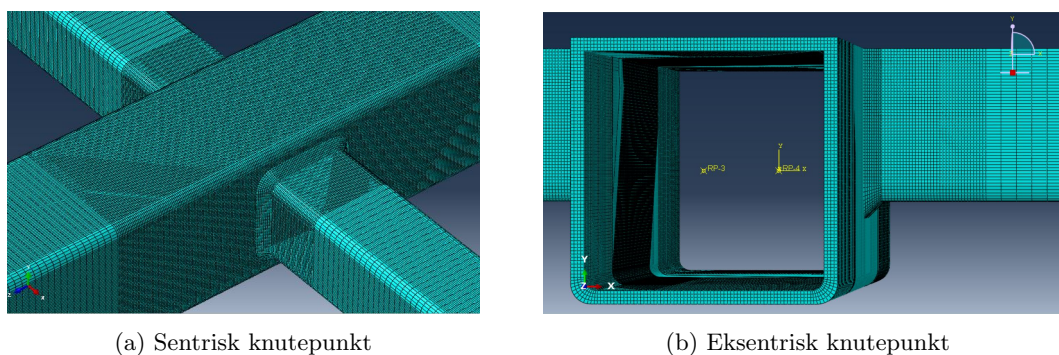
---

For å løfte hovedbjelken oppover og skape en momentbelastning på knutepunktet, er det satt på vertikal forskyvning i endene på hovedbjelken. Forskyvningen er satt på i referansepunktet på hver sin ende av hovedbjelken, og maksimalverdien er satt til 200 mm.

### Mesh volummodell

Hele modellen er modellert med C3D8R elementer, som er 8 noders volumelementer med redusert integrasjon. Disse elementene er godt rustet for å representere lineære og ikke-lineære analyser hvor det er utfordrende kontakt og store deformasjoner [16]. I sonene med finest elementinndeling er elementene kubiske med størrelse på 1 mm. Alle hulprofilene har tykkelse 4 mm, så med en elementstørrelse på 1 mm er det 4 elementer over tykkelsen i hele modellen. De avrundede hjørnene er også partisjonert slik at det er fire elementer over tykkelsen og at elementene følger kurvaturen til hjørnet. I de grovere sonene er lengden på elementene satt til 4 mm. Det ble funnet i innledende analyser at med 4 element over tykkelsen hadde simuleringen konverget mot endelig løsning, og at finere elementinndeling ikke forbedret analysen ytterligere.

For å begrense kjøretiden er modellen partisjonert slik at det er finest elementinndeling tett på knutepunktet der spenningene er mest konsentrert. Ut fra innledende spenningsanalyser ble det valgt at de innerste 40 mm av sekundærbjerkene inndeles fint. I hovedbjelken er området med finere mesh satt til å være 120 mm ut til hver side av senter knutepunkt. Figur 6.3 viser elementinndelingen med grov inndeling lengst fra knutepunktet, og finere inndeling i kritiske soner.



Figur 6.3: Elementinndeling i volummodell

## 6.3 Oppsett av modell med skallelementer

Modellen med skallelementer er forenklet med skarpe hjørner og uten kilsveis. Skallmodellen bruker eksplisitt løser med dynamisk analyse. Hensikten med denne modellen var å redusere kjøretid, samt å kunne sammenligne resultater fra to separate modeller. Det var et fint verktøy tidlig i studien, før det ble gjort fysiske forsøk. Hvordan modellen er satt opp og hvordan den blir kjørt i Abaqus, presenteres i dette kapitlet.

### Geometri skallmodell

Skallmodellen består av hovedbjelken og de to sekundærbjerkene. Tverrsnittene er tegnet kvadratiske og ekstrudert som skall. Lengden på hulprofilene er den samme som for volummodellen, med 500 mm hovedbjelke og 580 mm sekundærbjelker.

### Step skallmodell

Skallmodellen er satt opp med eksplisitt løser, *dynamic*. Denne løsningsmetoden er valgt på grunn av redusert analysetid og gode resultater for den ikke-lineære analysedelen. Den eksplisitte løseren krever veldig små tidssteg, og produserer dermed store resultatfiler. For å oppnå raskere kjøretid og mindre filer, blir analysene tidsskalert. Tidssteget i de eksplisitte analysene styres av det kritiske tidssteget, det tidssteget som fortsatt gir stabile løsninger [16]. Det kritiske tidssteget,  $\Delta t$ , avhenger av elementstørrelse, E-modul og tyngdetetthet:

$$\Delta t_{kritisk} = \frac{L^e}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}} \quad (6.1)$$

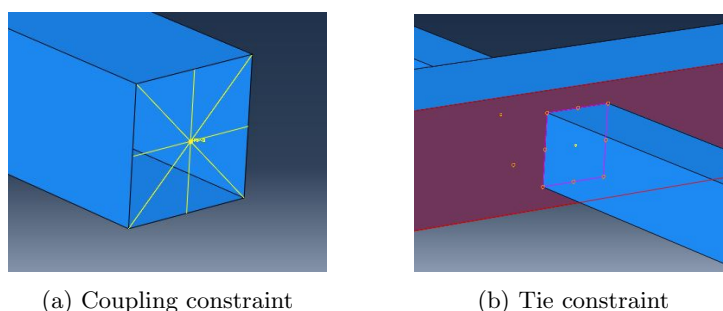
Med små elementer blir det kritiske tidssteget lavt, og dermed tar analysen lang tid. Det er derfor det er ønskelig å benytte tidsskalering. Problemet med å redusere tiden og å øke hastigheten er at det kan oppstå dynamiske effekter og kinetisk energi. Men så lenge det kontrolleres at disse effektene ikke slår inn, vil analysen kunne gi gode resultater. En god regel er at den kinetiske energien ikke bør være mer enn 5-10 % av indre energi [16].

Det er brukt en total tidsperiode på 0.2 sekunder i disse analysene. Da settes det på forskyvning med en hastighet på 3000 mm/s. For å kontrollere hastigheten bedre, settes forskyvningen på med en amplitude som gradvis øker hastigheten. Amplituden er satt til å øke hastigheten til 10 % i løpet av 0.02 sekunder, og deretter videre til 100 %. Verdiene for amplitude, hastighet og tidsperiode er satt ut fra tidligere resultater. Denne kombinasjonen har vist seg å gi lite dynamiske effekter og kort nok analysetid.

### Interaksjoner skallmodell

Randkravene er satt på ved hjelp av samme metode som i volummodellen, altså med en *Coupling constraint* mellom endeflatene og et referansepunkt på endene til hulprofilene. Slik som i figur 6.4a.

Modellering av sveisen i denne modellen er forskjellig fra volummodellen. Det er brukt samme type interaksjon, *surface to surface, tie constraint*, men i denne modellen er sekundærbejlkene direkte sammenknyttet til sideveggen på hovedbejlkene, slik som i figur 6.4b. Dette gjør at overflaten mellom sekundærbejelke og hovedbejelke låses til hverandre[16].



Figur 6.4: Interaksjoner i skallmodellen

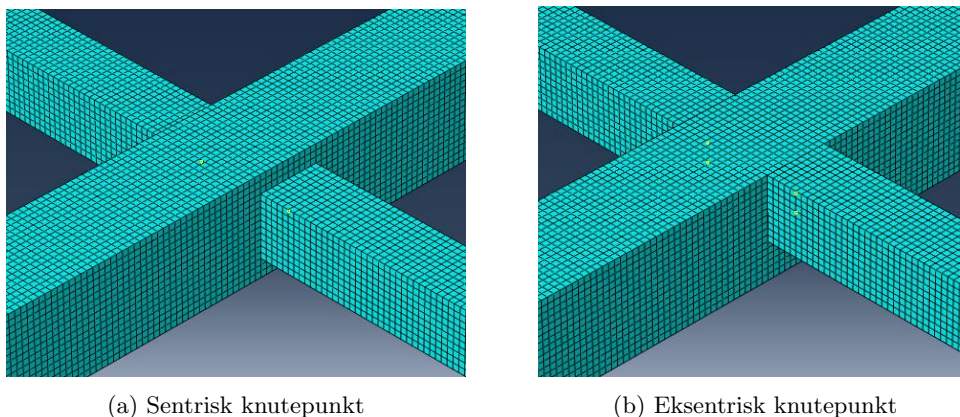
### Lastpåføring skallmodell

Lasten er som i den andre modellen plassert i referansepunktene ytterst på hovedbejlkene. I denne modellen er det satt på en hastighet på 3000 mm/s i hver ende. Med en tidsperiode på 0.2 sekund og amplitude som forklart tidligere, gir dette en forskyvning på omtrent 300 mm.

### Mesh skallmodell

---

Skallmodellen er bygd opp av S4R elementer, som er 4-noders skallelementer med redusert integrasjon og standard 5 punkts Simpsons integrasjonsregel over tykkelsen. Tykkelsen blir 4 mm i hele modellen og størrelsen på elementene er satt til 5 mm, slik som i figur 6.5.



Figur 6.5: Elementinndeling i skallmodellen

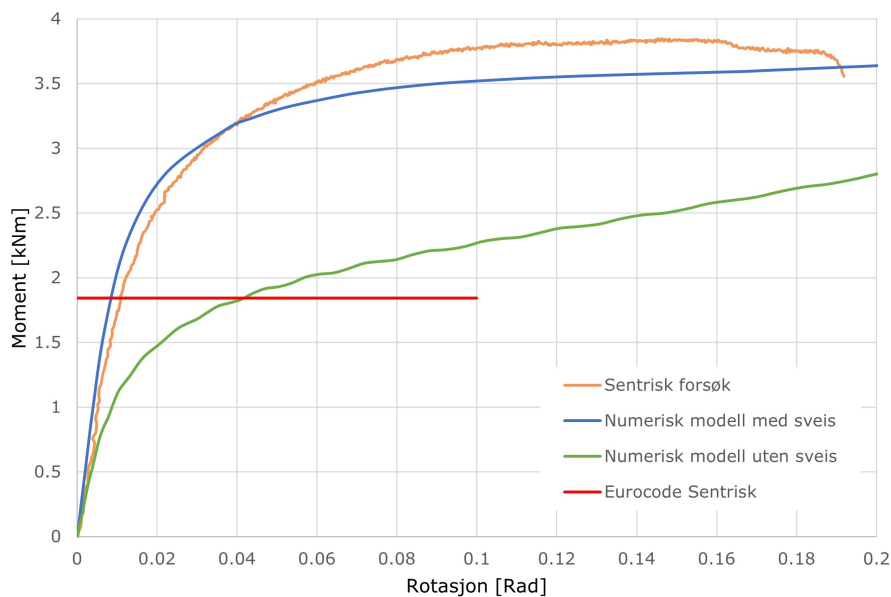
## 6.4 Uthenting av resultater

Hovedsaklig er det ut-av-planet momentbelastning på knutepunktet og rotasjonen til sekundærbjelken som hentes ut av de numeriske analysene. Måten momentbelastningen blir hentet ut på, er gjennom reaksjonskraften i endene til sekundærbjelkene. Kraft  $\times$  arm gir momentbelastningen inne ved knutepunktet. Rotasjonen hentes ut gjennom trigonometriske betraktninger av horisontal forskyvning i topp og bunn av sekundærbjelke inntil hovedbjelken. Horisontal forskyvning blir hentet ut for en node i toppen og en node i bunnen av sekundærbjelken. Disse nodene er valgt ut til å samsvare med nodene e1 og e6 som ble brukt i eCorr for å finne rotasjonen i det fysiske forsøket.

I tillegg til momentkapasitet og rotasjon, vil det hentes ut lokale deformasjoner der det er bulker og lignende. Dette er for å kunne sammenligne deformasjonsmønsteret for FE-modellene med de fysiske forsøkene. Plastiske tøyninger og spenningsfordelinger er også viktige resultater som hentes ut fra de numeriske analysene. Til å begynne med vil kraft/forskyvning fra forsøkene gjøres om til moment/rotasjon og sammenlignes med de numeriske analysene og flytelinjeberegningene. Det ble funnet at kurvene fra skall- og volummodellene, når begge var modellert uten sveis, var nært identiske. Kurvene som viser resultatene til modellen uten sveis kommer fra skallmodellen. Numerisk modell med sveis er resultatene fra modellen med volumelementer og innlagt sveis.

### 6.4.1 Sentrisk plassert sekundærbjelke

Først blir det sett på tilfellet med sentrisk plassert sekundærbjelke. Figur 6.6 viser moment/rotasjon fra det fysiske forsøket og fra numeriske modeller med og uten sveis, i tillegg til kapasiteten fra flytelinje-betraktninger(Eurokode).



Figur 6.6: Ut-av-planet moment-rotasjonskurver for sentrisk plassert sekundærbjelke

Som beskrevet i kapittel 4.2 gikk det fysiske forsøket til brudd før fullført forskyvning. Kurven for det sentriske forsøket flater ut på omtrent 3.8 kNm, før prøvestykket gikk til brudd. Utrivningsbruddet i hovedbjelken oppsto i materialet bak sveisen, på oversiden av sekundærbjelken. I de numeriske modellene er det ikke lagt inn noe bruddkriterium, og dermed vil ikke disse kunne representere fysiske brudd i komponenten. Kapasiteten kan likevel representeres godt, selv om kurvene vil gå lengre enn i forsøket. For å få en hensiktsmessig sammenligning sees det på den numeriske modellen med sveis opp mot det fysiske forsøket. Modellen i Abaqus viser seg å være noe stivere i den elastiske delen av analysen, sammenlignet med det fysiske forsøket. Dette er noe som blir sett ofte i slike forsøk, da komponenten og de andre delene i det fysiske må få satt seg skikkelig. Ute i plastisk område, har det fysiske forsøket større kapasitet. Det kan være små forskjeller i platetykkelse, sveis og geometri som gir slike forskjeller. Fra materialtestene viste det seg at platetykkelsen i hulprofilene var noe varierende. De numeriske modellene ble modellert med uniform tykkelse 4 mm overalt. Siden tykkelsen, spesielt i hovedbjelkens sidevegg, har så mye å si for både stivhet og kapasitet kan tidels millimetre gjøre store utslag her.

I kapittel 4.2 er det beskrevet at det var vanskelig å fastslå noe a-mål for den fysiske komponenten på grunn av en meget varierende sveis. Den numeriske modellen med sveis har a-mål på 4 mm, som er omtrent det samme som i den fysiske komponenten. Fra kurvene kan det sees at sveisen gjør at ut-av-planet momentkapasitet øker betraktelig. Både stivheten og kapasiteten i modellen uten sveisemateriale er vesentlig lavere. Siden hulprofilene er av så små dimensjoner, vil sveisen med a-mål på 4 mm tilføre relativt mye materiale der hvor knutepunktet er svakest. Dette gjør at sekundærbjelkens topp- og bunnflens sammen med sveisen nærmer seg hjørnene til hovedbjelken og blir forsterket. Fra resultatene er det tydelig hvilken forsterkning dette gir knutepunktet mot den gitte belastning. Dette vil bli diskutert senere i kapittel 7.1.

Geometrien til fysisk komponent er forsøkt etterlignet i de numeriske modellene, men små avvik vil alltid være til stede. Opplagrene på sekundærbjelkene i forsøket var halvsylindre sveist på oversiden av profilet, som igjen lå i kontakt under store I-profiler. Disse halvsylindrene gav profilene fri mulighet til

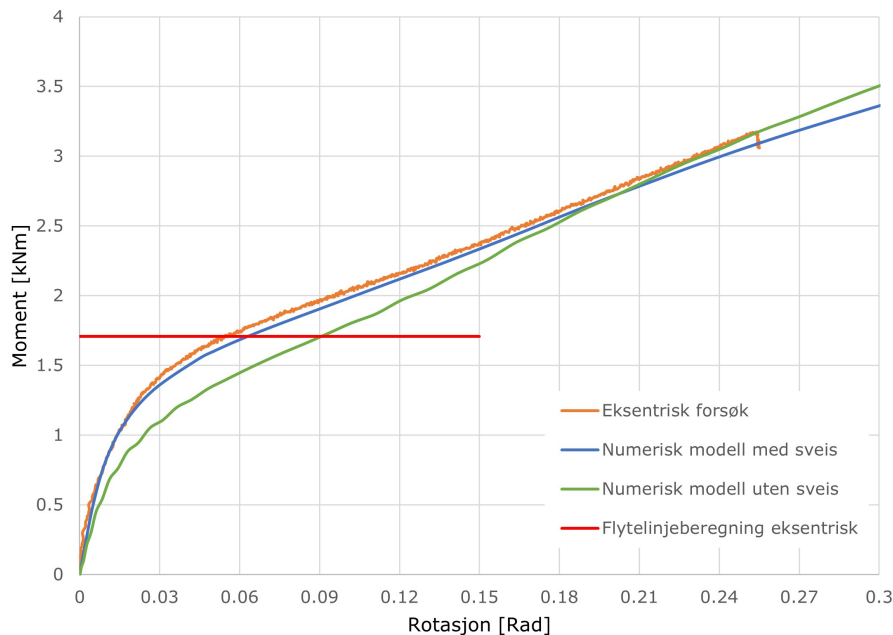


å rotere, men ikke helt fri til å forskyves. Friksjonen mellom sylindrene og I-profilene er til stede og vil bidra til å holde forskyvningen litt igjen. Det er ikke snakk om mye, men i de numeriske analysene var sekundærbjeldene helt fri til å forskyve seg horisontalt. Friksjonskraften gir et bidrag som ikke er tatt med i de numeriske analysene. Andre geometriske forskjeller vil det også være. Små skjevheter og avvik i den fysiske modellen er det garantert, men disse er vanskelige å fange opp. Som diskutert tidligere var sveisen så forskjellig at den antakeligvis gjorde den ene siden av knutepunktet svakere.

Kapasiteten fra flytelinjeberegninger (Eurokode) ligger langt lavere enn hva fysisk forsøk og numerisk modell med sveis gjør. Modellen uten sveis ligger derimot i samme område som Eurokode-kapasitet. Kapasiteten fra flytelinjeberegninger har utgangspunkt i en mekanisme som ikke tar hensyn til noen sveis. Derfor er det mest hensiktsmessig å sammenligne denne kapasiteten opp mot en modell uten innlagt sveis.

#### 6.4.2 Eksentrisk plassert sekundærbjelke

Her vil det bli sett på resultatene fra de numeriske analysene for det eksentriske knutepunktet. Figur 6.7 viser ut-av-planet moment-rotasjon fra numeriske analyser både med og uten sveis, i tillegg til kapasiteten fra flytelinjeberegningen og resultatet fra fysisk forsøk. Denne komponenten gikk altså ikke til brudd, men ble avlastet ved knekkpunktet i kurven til eksentrisk forsøk. Heller ikke disse numeriske modellene har innlagt bruddkriterier, som fører til at rotasjonen i analysene kan gå veldig langt. Ved første øyekast kan det sees at alle kurvene ligger tettere her, enn hva de gjorde med sentrisk plassert sekundærbjelke.



Figur 6.7: Ut-av-planet moment-rotasjonskurver for eksentrisk plassert sekundærbjelke

Resultatene viser liten forskjell mellom forsøket og analysene i Abaqus. Modellen som har innlagt sveis treffer på både stivhet og kapasitet, sett vekk fra at analysen er kjørt til en lengre forskyvning. Sammenlignet med det sentriske knutepunktet, øker rotasjonen ved en vesentlig lavere belastning her.

---

Når sekundærbjelken er eksentrisk plassert, skal det altså mindre krefter til for å deformere knutepunktet. Selv om toppflens sekundærbjelke ligger i flukt med toppflens hovedbjelke og skaper et sterkt punkt her, så ligger bunnflens sekundærbjelke nesten midt på sideveggen til hovedbjelken. Siden punktet hvor sekundærbjelken trykkes inn i sideveggen er såpass langt fra forsterkende hjørner, skal det lite til for å deformere den svake sideveggen. Knutepunktet oppfattes som mykere når sekundærbjelken er eksentrisk plassert på grunn av dette. Toppflens holdes altså godt på plass, men sekundærbjelkens bunnflens vil enkelt presses inn i sideveggen.

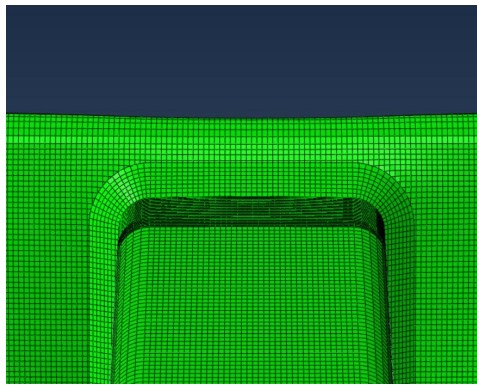
For dette knutepunktet er det tydelig at sveisen ikke er like definerende som for det sentriske knutepunktet. Den numeriske modellen med sveis har a-mål på 4 mm, som er omtrent det samme som for den fysiske komponenten. Denne treffer som beskrevet godt, men det gjør også modellen uten sveis. Sveisen gjør det eksentriske knutepunktet stivere, men ikke nødvendigvis sterkere. Grunnen til dette er som beskrevet at toppflens er et sterkt punkt på grunn av hjørnet til hovedbjelken, men bunnflens av sekundærbjelke trykker inn i sideveggen langt unna forsterkende hjørner. Sveisen bringer ikke festepunktet mellom profilene nærmere nok hjørnene, til at det får den store effekten. Derfor forsterker ikke sveisen i like stor grad som det den gjorde i det sentriske knutepunktet.

## 6.5 Validering av modell

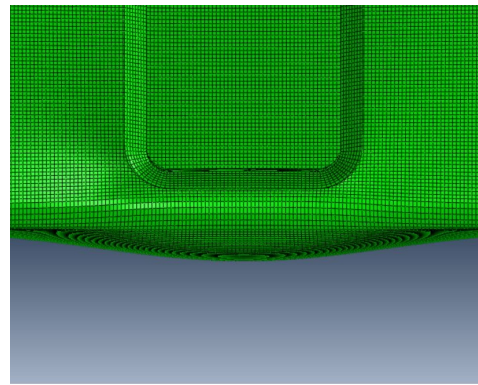
For å validere de numeriske modellene vil det først bli sett på hvordan deformasjonsmønsteret til simuleringene er i forhold til de fysiske forsøkene. Det er ønskelig å vise at lokale bulker og andre deformasjoner stemmer overens i modell og forsøk. Deretter vil momentkapasitet og rotasjon i knutepunktet sammenlignes.

### 6.5.1 Validering av modell med sentrisk sekundærbjelke

Det ble gjort målinger av den fysiske deformasjonen til prøvestykket etter eksperimentet. De samme deformasjonene er funnet igjen i de numeriske analysene og blir lest av for sammenligning. Figur 6.8 viser deformasjonen av hovedbjelkens topp- og bunnflens i numeriske analyser og fra eksperiment.



(a) Deformasjon topp simulering



(b) Deformasjon bunn simulering



(c) Deformasjon topp



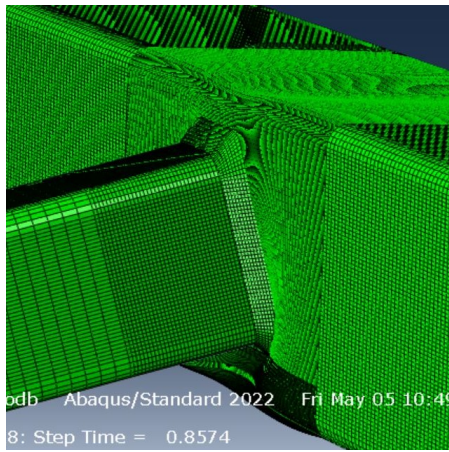
(d) Deformasjon bunn

Figur 6.8: Deformasjon av hovedbjelkens topp- og bunnflens i sentrisk knutepunkt

I det sentriske knutepunktet oppstår det bulker i hovedbjelkens topp- og bunnflens. Det presiseres at deformasjonene er avmålt ved samme globale forskyvning som da prøvestykket gikk til brudd, nemlig 118 mm. Fra simuleringen er bunnpunktet i bulken på toppflensen målt til 3 mm. Kurvaturen som dannes på grunn av denne bulken strekker seg utover et område på 120 mm. For det fysiske eksperimentet måles den samme vertikale deformasjonen til 4 mm over en lengde på 125 mm.

Den lokale deformasjonen i bunnflensen måles fra simuleringen til å være 9 mm på maks punktet. Kurvaturen til bulken utbres over et område på 300 mm. Fra det fysiske prøvestykket måles bulkens vertikale deformasjon til 7 mm, over et område på 150 mm. Årsaken til denne forskjellen skyldes mest sannsynlig anretningen som knutepunktet trekkes oppover med i eksperimentet. Lastpåføringen er beskrevet i kapittel 4.1 og som følge av den kan det sees på komponenten at krumningen i lengderetning er forhindret av bjelkene som dro komponenten oppover. Dette vil mest sannsynligvis påvirke maks punktet til bulkene og kan forklare forskjellen i størrelse på bulkene fra simulering til eksperiment. Det sees likevel at deformasjonsmønsteret i simuleringene og i eksperimentet er svært likt.

Det er ikke gjort noen numerisk sammenligning av deformasjon i sideveggene, men fra figur 6.9 kan det sees at også denne lokale deformasjonen samsvarer godt.



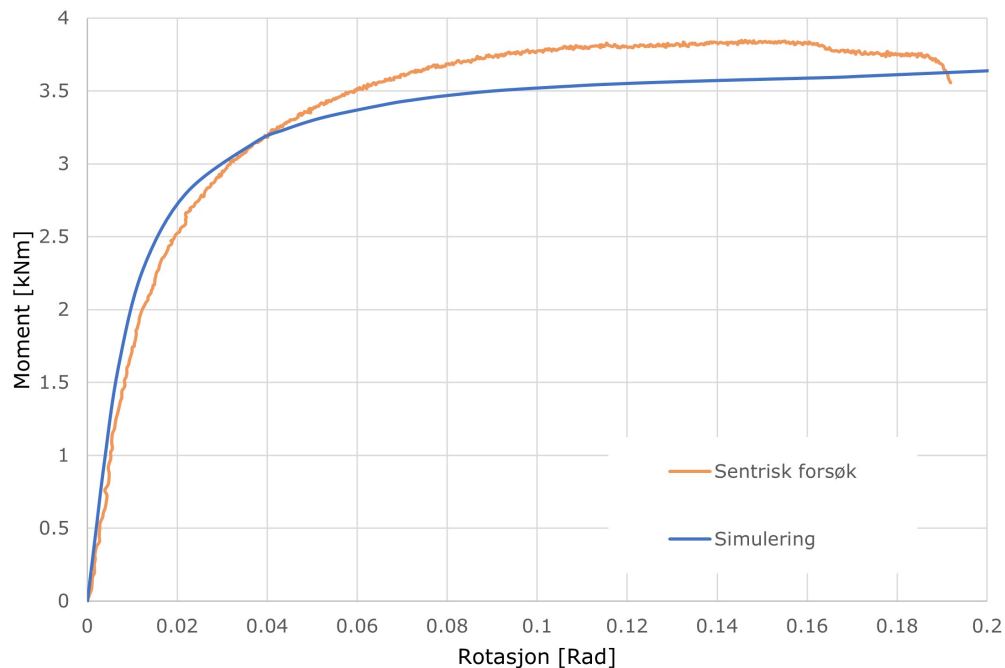
(a)



(b)

Figur 6.9: Deformasjon i sideveggen for sentrisk knutepunkt

Videre vil det bli sett på den globale deformasjonen gjennom ut-av-planet moment og rotasjon. Figur 6.10 viser moment-rotasjon fra eksperimentet og fra den simulerte FE-modellen med sentrisk plassert sekundærbjelke og  $\beta = 0.625$ . I simuleringen er sveisematerialet definert med like materialegenskaper som sekundærbjelken og a-målet til sveisen er 4 mm.



Figur 6.10: Sammenligning av moment/rotasjon for eksperiment og simulering

Det sees at simuleringen har en noe brattere stigning i starten av kurven, og noe lavere kapasitet. Som beskrevet i kapittel 6.4.1 forklares stigningen med at komponenten og testtriggen bruker litt tid på å få stabilisert og satt seg skikkelig. Det er også beskrevet at bruddkapasiteten avviker noe på grunn av svært ujevn sveis rundt hele sekundærbjelken. Likevel ansees det å være relativt godt samsvar i

---

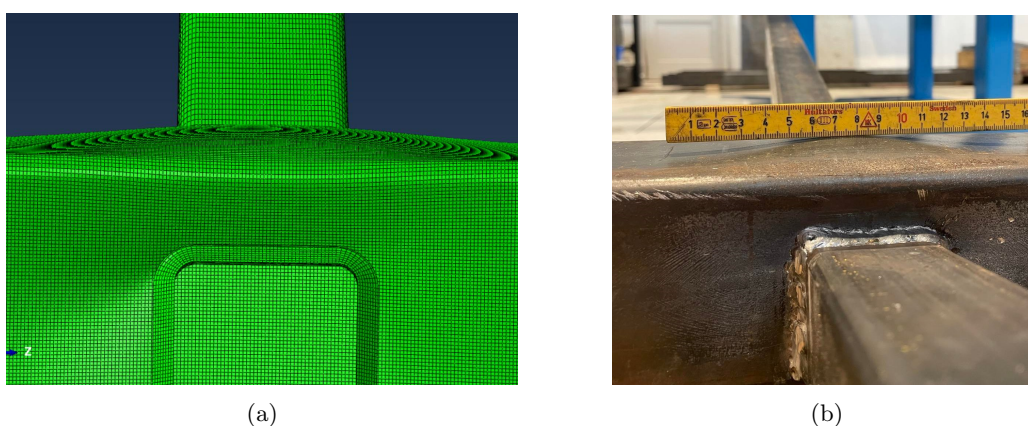
moment/rotasjon oppførselen mellom simulering og eksperiment.

Som nevnt i Kapittel 4.2 og vist i Figur 4.9 roterte hovedbjelken om sin lengdeakse iløpet av det fysiske forsøket. Dette kan også være en årsak til at kurvene avviker noe fra hverandre.

En viktig observasjon som ble funnet og som påvirket moment-rotasjons kurven til FE-modellen, var hvilke noder som ble brukt for å hente ut rotasjonen av knutepunktet. I utgangspunktet ble det valgt noder helt inntil hovedbjelken for å kunne isolere rotasjonen til knutepunktet, og dermed unngå bidrag til rotasjon fra bøyning av sekundærbjelken. For det fysiske forsøket var det ikke mulig å hente ut noder så tett inntil hovedbjelken på grunn av festeinnretningen. Det ble derfor brukt noder litt utpå sekundærbjelken. For FE-modellen ble det sett på forskjellen av å velge noder helt inntil hovedbjelken og å velge noder som skulle samsvare med nodene brukt for fysisk forsøk. Det ble funnet at om det brukes noder helt inntil hovedbjelken, så vil kurven få brattere stigning. Det var altså merkelig forskjell på uthenting av rotasjon dersom det ble valgt noder tilsvarende de brukt for fysisk forsøk.

### 6.5.2 Validering av modell med eksentrisk sekundærbjelke

Deformasjonen i bunnflensen på hovedbjelken for det eksentriske knutepunktet er vist på figur 6.11. Hovedbjelken opplever at sideveggene dyttes inn av sekundærbjelkene, samtidig som dette fører til at bunnflensen buler ut. For det eksentriske knutepunktet var det ikke noen vesentlig deformasjon i hovedbjelkens toppflens.

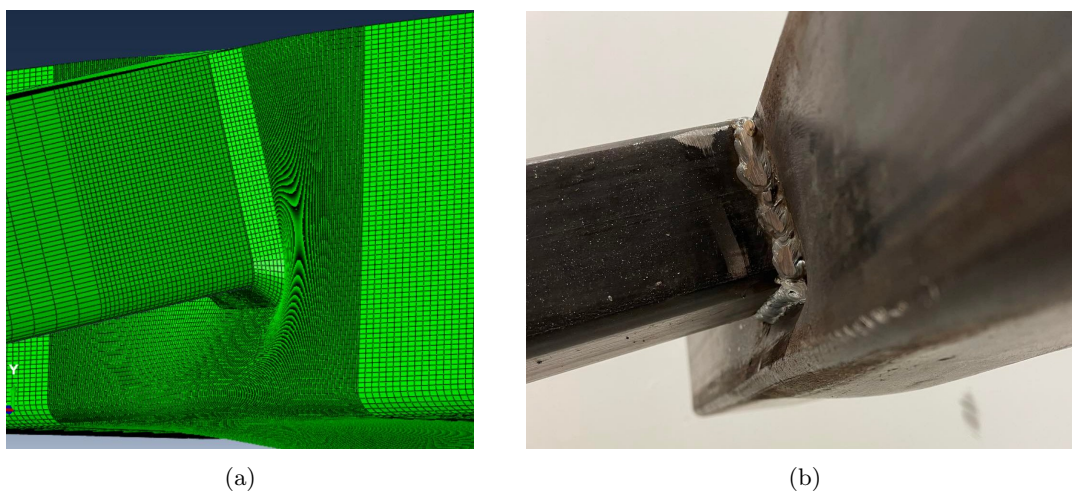


Figur 6.11: Deformasjon i bunnflens for eksentrisk knutepunkt

Fra eksperimentet ble maksipunktet til bulken i bunnflensen målt til 7 mm. Det ble også målt at kurvaturen til bulken utstrakte seg omtrent 160 mm i hovedbjelkens lengderetning. Det er noe usikkerhet knyttet til disse målingene, da de ble gjort med tommestokk og det å fastslå akkurat hvor krumningen til bulken begynte og sluttet var vanskelig. Fra simuleringene ble den samme lokale deformasjonen lest av til å være 9 mm, med en utstrekning på 280 mm. På samme måte som for det sentriske eksperimentet skyldes avviket i deformasjon mest sannsynlig måten komponenten ble dratt oppover på. Hulprofilene som dro komponenten oppover vil holde igjen denne bulingen på undersiden av hovedbjelken.

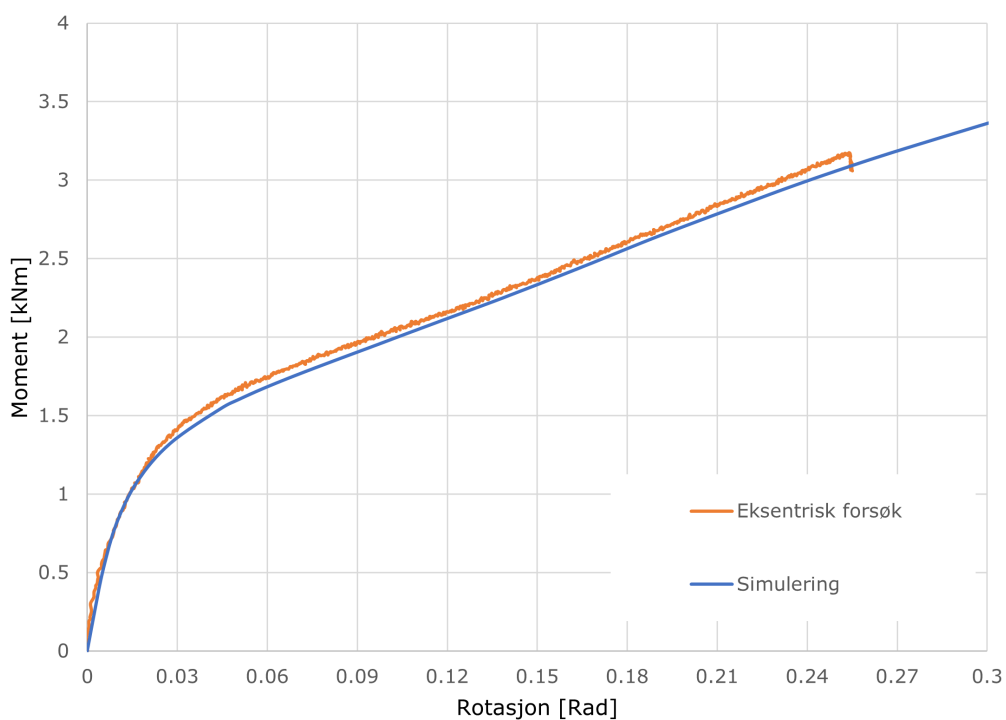
I det eksentriske knutepunktet vil sekundærbjelkene holdes fast i toppflens, samtidig som bunnflens trykkes inn i hovedbjelkens sidevegg. Figur 6.12 viser deformasjonen i sideveggen for det eksentriske knutepunktet. Den lokale deformasjonen er ikke avmålt, men fra figuren kan det sees at eksperimentet og simuleringen samsvarer godt.





Figur 6.12: Deformasjon i sidevegg for eksentrisk knutepunkt

Til slutt sees det på den globale deformasjonen i form av ut-av-planet moment og rotasjon. Også med eksentrisk plassert sekundærbejelke er simuleringen gjort med sveisemateriale likt sekundærbejelke og med a-mål på 4 mm. Figur 6.13 viser moment-rotasjon fra eksperimentet og fra simuleringen av FE-modellen med eksentrisk plassert sekundærbejelke og  $\beta = 0.625$ .

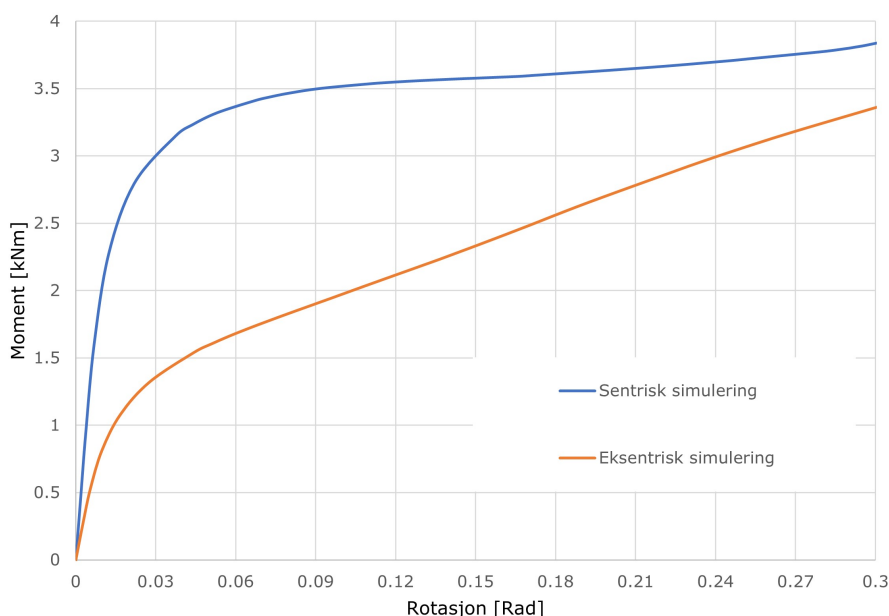


Figur 6.13: Sammenligning av moment/rotasjon for eksperiment og simulering

Kurvene viser at simuleringen for eksentrisk plasserte sekundærbejelker samsvarer godt med eksperimentet. Simuleringen klarer å representere både stivhet, styrke og lokale deformasjoner på en slik måte at det stemmer overens med fysisk oppførsel.

## 6.6 Sammenligning av sentrisk og eksentrisk plassert sekundærbjelke

Det er allerede slått fast at det eksentriske knutepunktet deformeres ved vesentlig lavere belastning sammenlignet med det sentriske knutepunktet. I dette kapitlet vil det diskuteres hva som fører til denne ulikheten. Figur 6.14 viser moment-rotasjonskurvene for både det sentriske og det eksentriske knutepunktet med sveis.



Figur 6.14: Ut-av-planet moment-rotasjon for sentrisk og eksentrisk knutepunkt

Det sentriske knutepunktet oppfører seg stivere enn det eksentriske knutepunktet i den elastiske delen av kurvene. Over i plastisk område sees det motsatte, nemlig at det eksentriske knutepunktet er stivest. Dette forklares gjennom hvordan knutepunktene er satt sammen på. Den viktigste faktoren som er med på å avgjøre stivheten for det elastiske området er avstanden fra sekundærbjelkens topp- og bunnflens til hovedbjelkens topp- og bunnflens. Det skyldes at om det er kort avstand mellom flensene til sekundærbjelken og hovedbjelken, vil knutepunktet få økt stivhet på grunn av bidrag fra hovedbjelkens hjørner og topp- og bunnflens.

Med  $\beta = 0.625$  vil det for det eksentriske knutepunktet være stor avstand fra bunnflens sekundærbjelke til bunnflens hovedbjelke og derfor vil ikke hovedbjelkens bunnflens bidra i noen særlig grad. Samtidig er sekundærbjelkens toppflens i flukt med hovedbjelkens toppflens og dermed veldig sterk. Når dette roterer, holdes toppflens på sekundærbjelke fast og det medfører en stor belastning på sideveggen hvor bunn av sekundærbjelken presser inn. Det kan være med å forklare hvorfor det eksentriske knutepunktet har lavere stivhet i det elastiske området. Når det kommer til det plastiske området sees det at det eksentriske knutepunktet opptrer stivere sammenlignet med det sentriske knutepunktet. Det kan forklares ved at etter flytning av sideveggen, bidrar hovedbjelkens toppflens til at knutepunktet fortsatt beholder noe stivhet.

Flytelinjemekanismen for det sentriske knutepunktet krever at sideveggen i hovedbjelken deformeres ut ved toppflens og inn ved bunnflens til sekundærbjelken. Med andre ord, at hele sideveggen roterer. Dette krever mer krefter sammenlignet med den eksentriske mekanismen, hvor det hovedsaklig er deformasjon

---

ved sekundærbjelkens bunnflens. Det sentriske knutepunktet har veldig lite stivhet igjen etter flytning og sekundærbjelken roterer uten noe særlig økning i moment.

Det er tydelig at den elastiske kapasiteten er størst hos det sentriske knutepunktet. Dette er en viktig observasjon da det er vanlig å dimensjonere etter elastisk kapasitet på grunn av sikkerhetsgrunner. Eksentrisk plasserte sekundærbjelker gir altså knutepunktet lavere elastisk kapasitet, og det må mest sannsynlig gjøres endringer på dimensjonene i knutepunktet. Økt tykkelse i hovedbjelken vil være den viktigste faktoren for å øke kapasiteten. Når det gjelder bruddkapasitet, så nærmer det eksentriske knutepunktet seg kapasiteten til det sentriske utover i analysene.

## 6.7 Sammenligning mot flytelinjeberegning

Siden det viste seg at kilsveisen øker kapasiteten såpass mye, er det ikke hensiktsmessig å sammenligne de fysiske forsøkene med formlene fra håndberegningene. De forenklede modellene uten sveis og med skarpe hjørner kan derimot sammenlignes direkte mot flytelinjemetoden. Først ble både volummodellen og skallmodellen modellert forenklet uten sveis og med skarpe hjørner. Det er også dette flytelinjeberegningene tar utgangspunkt i. Siden bjelkene er såpass små, tar sveisen opp mye av arealet på sideveggen til hovedbjelken. Derfor er det mer hensiktsmessig å sammenligne kapasiteten fra håndberegninger med numeriske modeller uten kilsveis og uten avrundede hjørner.

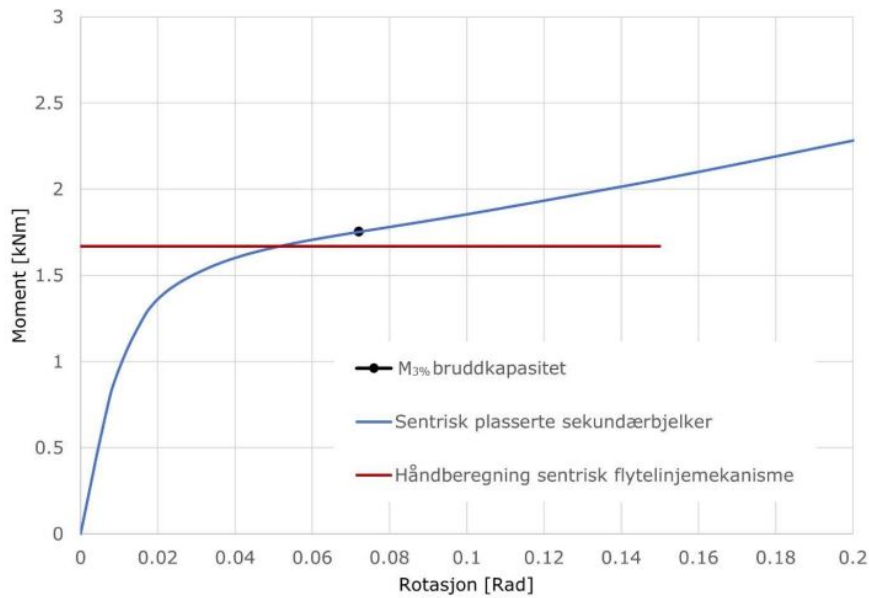
Momentkapasiteten fra de numeriske analysene sammenlignes med kapasiteten fra formlene som ble utviklet ved hjelp av flytelinjebetragtninger. I disse sammenligningene er det gjort noen forenklinger for å skape en ryddigere framstilling. Ved å bruke geometrien til de to knutepunktene i dette studiet, flytespenning på  $355 \text{ N/mm}^2$  og  $\beta = 0.625$ , er kapasiteten for ut-av-planet bøyning fra flytelinjebetragtningene som følger:

$$M_{\text{sentrisk}} = 1.67 \text{ kNm}$$

$$M_{\text{eksentrisk}} = 1.55 \text{ kNm}$$

Figur 6.15 viser kurven for moment-rotasjon til det sentriske knutepunktet, sammen med kapasiteten fra håndberegningen. Her er alle parametre satt like, med  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$  og forenklet geometri. Momentkapasiteten fra håndberegningen er den samme som kapasiteten fra Eurokode. For å sette en definert verdi som momentkapasitet fra de numeriske analysene, ble det valgt å benytte en deformasjonsgrense foreslått av Lu mfl. Grensen for deformasjon i sideveggen på hovedbjelken er satt til 3 % av bredden til hovedbjelken ( $0.03b_0$ ) i slike RHS knutepunkt [17]. Siden bredden på hovedbjelken er 80 mm, vil det tilsvare en deformasjon av sideveggen på 2.4 mm. Når denne grensen for deformasjon er nådd, anses det som brudd i knutepunktet og kan defineres som knutepunktets bruddkapasitet [17]. Derav, er momentkapasiteten i figurene definert som  $M_{3\%}$  bruddkapasitet.

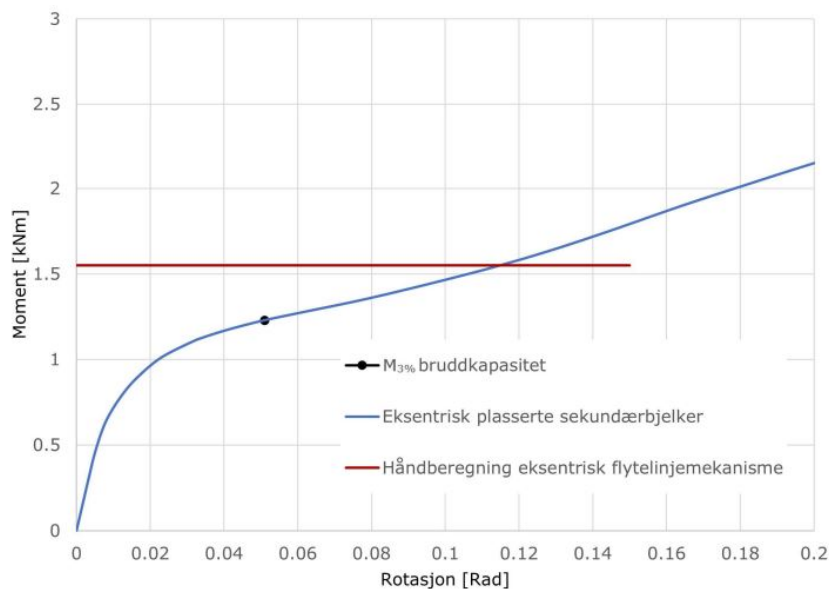




Figur 6.15: Sammenligning av håndberegninger og forenklet numerisk modell, sentrisk knutepunkt

Kapasiteten fra håndberegningene for det sentriske knutepunktet er altså den samme kapasiteten som fra Eurokode. Fra krysningspunktet mellom håndberegning og den numeriske modellen, leses det av et momentet på 1.67 kNm og rotasjon på 0.052 radianer.  $M_{3\%}$  bruddkapasitet inntreffer ved 1.75 kNm og 0.072 radianer. Håndberegningen(eurokode) gir altså 5 % lavere kapasitet i forhold til  $M_{3\%}$ .

Kapasiteten fra håndberegningene og moment-rotasjon kurven til det eksentriske knutepunktet er vist i figur 6.16. Også her er den numeriske modellen forenklet for å sammenlignes med flytelinjemetoden. Alle parametre er satt like som for det sentriske knutepunktet og også her brukes  $M_{3\%}$  til å definere bruddkapasiteten. For det eksentriske knutepunktet gir håndberegningene betydelig høyere kapasitet i forhold til  $M_{3\%}$ .



Figur 6.16: Sammenligning av håndberegninger og forenklet numerisk modell, eksentrisk knutepunkt

Momentkapasiteten fra håndberegningen er 1.55 kNm, i forhold til 1.23 kNm for  $M_{3\%}$  fra de numeriske analysene. Kapasiteten fra flytelinjeberegningene er altså 21 % høyere for det eksentriske knutepunktet. Tabell 6.2 viser resultatene fra sammenligningen mellom flytelinjebetraktninger og  $M_{3\%}$  bruddkapasitet.

Tabell 6.2: Kapasitet forenklet modell

Komponent	$M_{3\%}$ [kNm]	Håndberegning [kNm]	$M_{3\%}$ /Håndberegning
Sentrisk-1	1.75	1.67	1.05
Eksentrisk-1	1.23	1.55	0.79

For at flytelinjemetoden skal gi mest mulig korrekt resultat, må mekanismen som gir lavest kapasitet brukes. Det er vanskelig å si sikkert at de valgte mekanismene er de som gir mest konservativ løsning, og dermed anses dette som en potensiell feilkilde. Siden kapasiteten fra det sentriske knutepunktet samsvarer med kapasiteten fra Eurokode, anses denne som korrekt. Det eksentriske knutepunktet derimot, bringer med seg noe usikkerhet når det kommer til valg av mekanisme. En måte å løse dette er å prøve med flere mekanismer og se om dette faktisk er den som gir lavest kapasitet. I tillegg kan det utvikles flytelinjemekanismer som tar hensyn til plastisk deformasjon i hovedbjelkens bunnflens i tillegg til sideveggen.

Det er vanskelig å beskrive oppførselen til et relativt komplisert knutepunktet gjennom flytelinjemekanismer. Knutepunktet er komplisert i den grad at den faktiske plastiske deformasjonen ikke lar seg beskrive nøyaktig ved hjelp av flytelinjer. Det vil i realiteten være momenter som virker på tvers av flytelinjene og dersom disse er motsatt rettet vil det fra Von Mises ellipse gi en for høy kapasitet. Selv om flytelinjemetoden kan gi ikke-konservative resultater, blir den brukt fordi metoden ikke tar hensyn til verken membran effekter eller fastning [5]. Konsekvensene av at flytelinjemetoden kan gi for høye kapasiteter blir kompensert for av andre effekter og blir derfor ansett som en ok tilnæringsmetode.

Hvis det blir sett på toppunktet til kurvene, og ikke på  $M_{3\%}$  er det tydelig at både forsøkene og de numeriske analysene overstiger flytelinjeberegningene. Det er godt ute i plastisk område at kurvene fra simuleringer virkelig overstiger flytelinjebetraktningene. Som teorien viser er det først ved store deformasjoner at strekkmembran effekten trer inn og gir økt kapasitet. Også fastning av materialet trer inn i dette området. Spesielt det at stålplatene begynner å bære i strekk kan gi en betydelig økning i kapasitet. En forklaring på stigningen til kurvene fra simuleringene er altså at fastning og membran effekter slår inn.

---

## 7 Parameterstudie

Det har blitt kjørt en rekke analyser med ulike parametre for å se hvordan endringer i knutepunktet påvirker kapasiteten. Først blir det sett på effekten av størrelse og styrke på sveisen, før knutepunktet deretter undersøkes med flere  $\beta$ -verdier. Til slutt blir det i dette kapitlet sett på effekten av aksialkraft og moment i hovedbjelken, samtidig som momentbelastningen fra sekundærbjelken. I parameterstudien ble det valgt å bruke modellen med volumelementer, fordi det var ønskelig å bruke en numerisk modell så lik virkeligheten som mulig, med avrundede hjørner og sveis.

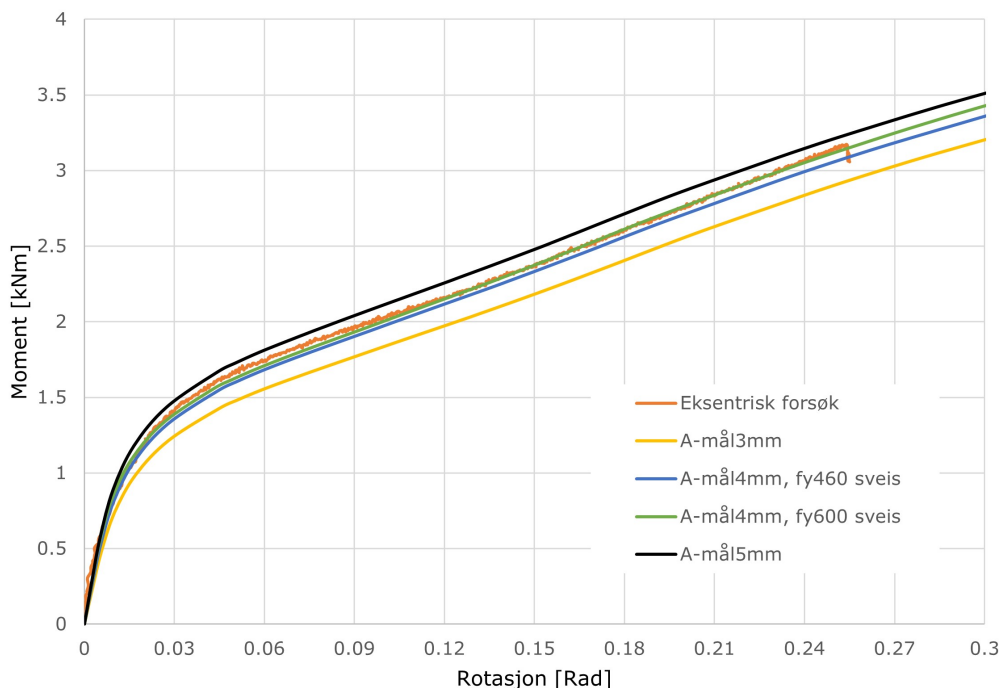
### 7.1 Effekt av sveisen i eksentrisk knutepunkt

Det ble bestemt å se på hvor stor påvirkning sveisen hadde for kapasiteten i det eksentriske knutepunktet med  $\beta = 0.625$ . Det var noe usikkerhet knyttet til sveisens a-mål fra det fysiske eksperimentet, da det var ujevn størrelse på sveisen. Sveisens a-mål ble målt varierende fra 3 mm - 6 mm og derfor ble det gjort simuleringer med ulike størrelser på a-målet. Det ble kjørt analyser med a-mål 3, 4 og 5 mm, hvor sveisematerialet er satt til å ha samme materialegenskaper som sekundærbjelken, altså en flytespenning på 460 MPa. Siden sveisens egentlige flytespenning og fastning er ukjent ble det i tillegg sett på effekten av å legge inn sterkere sveisemateriale for a-mål på 4 mm. Det styrkede sveisematerialet ble definert med plastiske egenskaper som i tabell 7.1.

Tabell 7.1: Anslåtte plastiske egenskaper forsterket sveisemateriale

Sann spenning [N/mm <sup>2</sup> ]	Plastisk tøyning
600	0
800	0.17

Resultatene fra eksperimentet og fra simuleringene med ulike sveiser er vist i figur 7.1. Som beskrevet tidligere var utgangspunktet at sveisen skulle ha a-mål på 4 mm, og det er også dette som ble funnet som et gjennomsnitt for den faktiske sveisen. Derfor er det ikke uventet at simuleringene med a-mål 4 mm samsvarer best med eksperimentet.



Figur 7.1: Sammenligning av moment-rotasjon for eksperiment og simuleringer

Sveisens materialegenskaper spiller også en rolle for knutepunktets kapasitet. Økt flytespenning i sveisen gir en liten økning, som vist i kurvene på figur 7.1. Eurokode 1993-1-8 paragraf 4.2 sier: *"Spesifiserte krav til flytegrense, strekkfasthet, bruddforlengelse og minste slagseighetsenergi for tilsettmateriale bør være lik eller bedre enn spesifisert verdi for grunnmaterialet"* [18]. Sveisematerialet er med bakgrunn i dette satt til å være likt som det sterkeste materialet i knutepunktet, nemlig stålet i sekundærbjelken. A-målet settes til 4 mm, siden det er en middelværdi av faktisk sveis. Selv om det er noe usikkerhet knyttet til materialegenskapene og størrelsen på sveisen, viser det seg at de gitte egenskapene gjør at simuleringen og eksperimentet samsvarer svært godt. Dette er videreført inn i resten parameterstudien.

Det påpekes at ved å bruke en kilsveis med a-mål 4mm er dette med på å påvirke den effektive  $\beta$ -verdien. Siden hulprofilene er relativt små i denne studien, vil sveisen kunne påvirke  $\beta$ -verdien ganske mye. Det ble bestemt å ikke undersøke dette i denne studien, men det er absolutt interessant for videre arbeid. Å benytte større hulprofiler er en enda bedre løsning, da sveisen ikke vil ha like stor innvirkning på resultatet. Den effektive  $\beta$ -verdien for sentrisk knutepunkt kan beregnes med følgende formel [19].

$$\beta_{eff} = (b_1 + 1.6t_w)/b_0 \quad (7.1)$$

Der  $t_w$  er lengden av sveisen fra rot til kant. For eksentrisk knutepunkt vil det være kilsveis kun langs sekundærbjelkens bunnflens og den effektive  $\beta$ -verdien vil uttrykkes ved følgende formel.

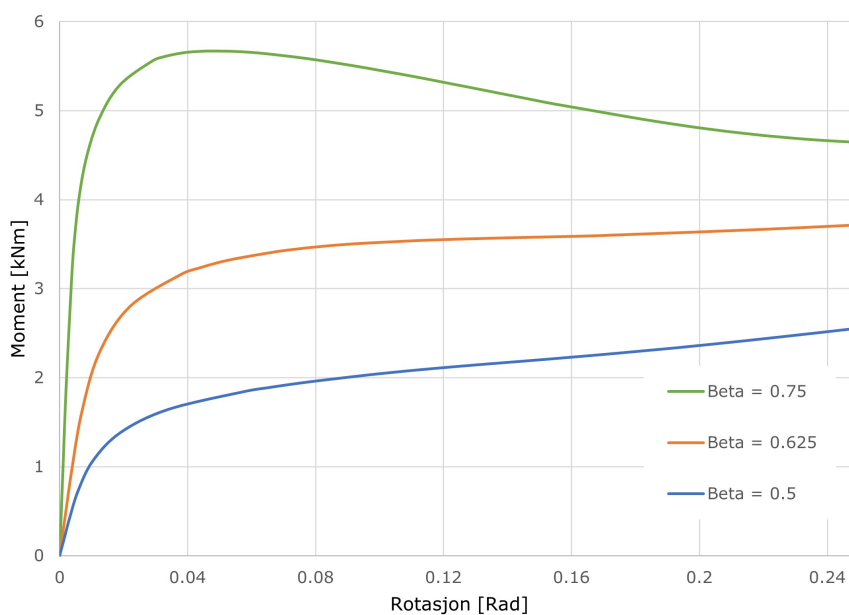
$$\beta_{eff} = (b_1 + 0.8t_w)/b_0 \quad (7.2)$$

## 7.2 Effekt av ulike $\beta$ -verdier

For å se på tilfeller med andre  $\beta$ -verdier ble det satt opp flere FE-modeller for simulering. Det har blitt kjørt analyser med  $\beta = 0.5$  og  $\beta = 0.75$  i tillegg til de opprinnelige modellene med  $\beta = 0.625$ . Dette ble gjort både for sentrisk og eksentrisk plassering av sekundærbjelkene. Hovedprofilen ble beholdt som RHS 80x80x4 mm i alle analysene. Dermed tilsvarer  $\beta = 0.5$  sekundærbjelker som RHS 40x40x4 mm og  $\beta = 0.75$  sekundærbjelker som RHS 60x60x4 mm.

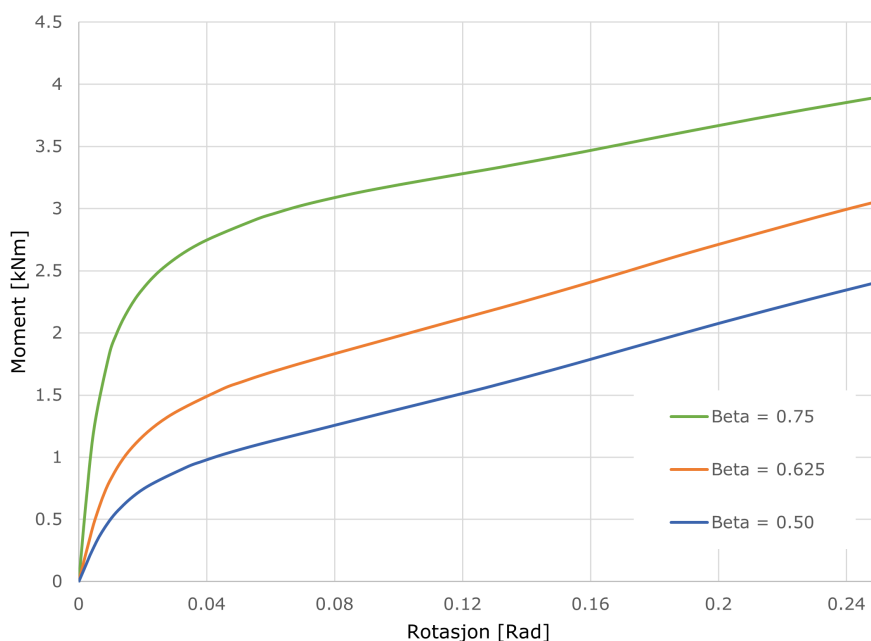
Disse modellene har i likhet med tidligere modell en kilsveis med a-mål på 4 mm og elementinndeling med 4 elementer over tykkelsen. Materialparametrene for sekundærbjelkene, hovedbjelken og sveis er også lik som i den opprinnelige modellen. Alle modellene ble kjørt med samme randbetingelser og lastpåføring som beskrevet for FE-modellene laget med  $\beta = 0.625$ .

Først vil det bli sett på knutepunktet med sentrisk plassering av sekundærbjelkene. Moment- og rotasjonskurvene for de tre tilfellene med  $\beta = 0.5$ ,  $\beta = 0.625$  og  $\beta = 0.75$  er vist i figur 7.2. Det kan observeres fra figuren at både knutepunktets stivhet og kapasitet øker med økende  $\beta$ -verdi. En annen observasjon er at knutepunktet med  $\beta = 0.75$  har et toppunkt hvor momentet begynner å synke igjen ved videre deformasjon.



Figur 7.2: Moment-rotasjon for sentrisk knutepunkt med ulike  $\beta$ -verdier

Videre vil knutepunktet med eksentrisk plassering av sekundærbjelkene undersøkes. I figur 7.3 vises moment-rotasjonskurvene for de tre ulike  $\beta$ -verdiene. Også i dette tilfellet er det tydelig at en økende  $\beta$ -verdi gir økt stivhet og kapasitet.



Figur 7.3: Moment-rotasjon for eksentrisk knutepunkt med ulike  $\beta$ -verdier

Kurvene viser samme tendens for både det sentriske og det eksentriske knutepunktet. Større sekundærbejelker gir økt kapasitet i seg selv, men det at flensene på sekundærbejelken kommer nærmere hjørnene på hovedbejelken er også veldig viktig. Desto høyere  $\beta$ -verdi, desto nærmere kommer flensene på sekundærbejelken og hjørnene på hovedbejelken hverandre. Da vil hjørnene på hovedbejelken i større grad motvirke rotasjonen og gi et stivere knutepunkt med betydelig større elastisk kapasitet. Dermed kan momentbelastningen fra sekundærbejelken økes mer, før hovedbejelkens sidevegg får store deformasjoner. Ettersom  $\beta$  øker og hovedbejelkens hjørner øker kapasiteten, vil også mye av spenningene overføres inn i hovedbejelkens topp- og bunnflens. Dette vil øke stivheten og kapasiteten ytterligere.

I tabell 7.2 er momentkapasiteten ved en rotasjon på 0.24 radianer sammenlignet for sentrisk og eksentrisk plassering av sekundærbejelke. Unntaket er verdien fra kurven for sentrisk knutepunkt med  $\beta = 0.75$ , hvor verdien er hentet fra kurvens toppunkt.

Tabell 7.2: Momentkapasitet ved ulike  $\beta$ -verdier

$\beta$	Sentrisk [kNm]	Eksentrisk [kNm]	Eksentrisk/Sentrisk
0.5	2.78	2.44	88 %
0.625	3.71	3.05	82 %
0.75	5.66	3.87	68 %

Det sentriske knutepunktet med  $\beta = 0.75$  viser en stor økning i elastisk kapasitet. Den effektive  $\beta$ -verdien blir enda større på grunn av sveisen, og dermed vil mye av kreftene overføres inn i hovedbejelkens hjørner og videre i topp- og bunnflens. Stivheten øker som følge av dette og motvirker rotasjonen i starten av lastpåføringen. Kurven for  $\beta = 0.75$  med sentrisk plassert sekundærbejelke viser i motsetning til de andre ett toppunkt, før kurven begynner å synke. På grunn av økt stivhet som følge av spenningsfordeling til hovedbejelkens flenser, brukes kapasiteten opp ved en mindre rotasjon. For tilfellene med lavere  $\beta$ -verdi

---

vil sideveggen flyte tidligere, men deretter ha mer styrke å hente fra hjørnene og flensene ute i plastisk område.

Det eksentriske knutepunktet blir også stivere og sterkere på grunn av minkende avstand mellom sekundærbjelkens bunnflens og hovedbjelkens hjørner. Ved  $\beta = 0.75$  er avstanden fortsatt så stor for det eksentriske knutepunktet, at hovedbjelkens bunnflens ikke får bidratt i like stor grad som for det sentriske knutepunktet. Men, ved enda større  $\beta$ -verdi er det også her forventet å få kurven med tidlig toppunkt.

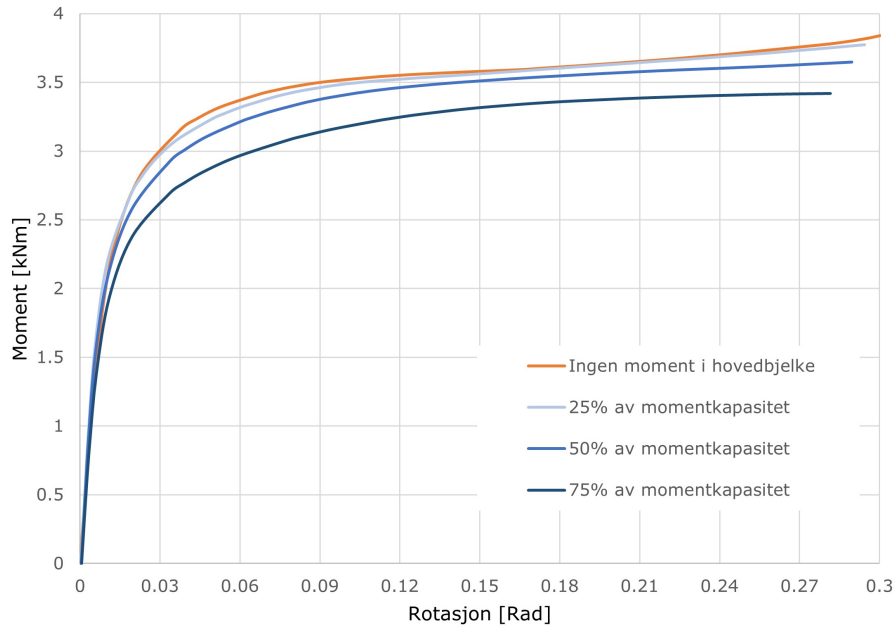
Når sekundærbjelkene blir enda større og  $\beta \geq 0.85$ , vil mer og mer av spenningene gå inn i hovedbjelkens topp- og bunnflens. Det vil føre til knekking i bunnflensen. Da er det ikke lengre sideveggen som gir etter først.

### 7.3 Momentbelastet hovedbjelke

I analysene med momentbelastet hovedbjelke er det tatt utgangspunkt i at knutepunktet er en del av et bjelkerist-system. Da vil det være naturlig at hovedbjelken er momentbelastet på grunn av vertikal last. Spenningene fordeles i hovedbjelkens topp- og bunnflens. Siden sideveggen på hovedbjelken er det kritiske området i knutepunktet, vil trolig denne momentbelastningen påvirke kapasiteten i liten grad. Momentet i hovedbjelken er påført som punktmomenter i hver ende av hovedbjelken, i hver sin retning, som gir et uniformt moment over bjelkens lengde. I disse analysene påføres først momentet i hovedbjelken i et eget *step*, slik at det holdes konstant når hovedbjelken forskyves. Dette er for å ha full kontroll på momentbelastningen i hovedbjelken, samtidig som knutepunktet utsettes for moment fra sekundærbjelke. Momentet i hovedbjelken er satt på i den størrelsesordenen at belastningen blir henholdsvis 25 %, 50 % og 75 % av momentkapasiteten til hovedbjelken.

Som beskrevet i kapittel 2.3 har Eurokode en reduksjonsfaktor for det sentriske knutepunktet  $Q_f$ , som tar hensyn til momentbelastning i hovedbjelken. Det gjelder ikke for det eksentriske knutepunktet, hvor det ikke finnes formler i Eurokode. Til å begynne med vil det her bli sett på det sentriske knutepunktet, med påsatt moment i hovedbjelke. Resultatene fra de numeriske analysene for det sentriske knutepunktet sammenlignes så med beregninger fra Eurokode-formlene. Deretter blir resultatene for det eksentriske knutepunktet presentert.

Figur 7.4 viser moment og rotasjon mellom hovedbjelke og sekundærbjelke i det sentriske knutepunktet, med påsatt ekstra moment i hovedbjelke. Kapasiteten reduseres noe ved et moment på  $0.75W_0f_y$  i hovedbjelken, men som forventet minsker den ikke veldig mye. Hovedgrunnen til dette er at en slik momentbelastning fordeler seg i topp- og bunnflens, noe som er gunstig for dette knutepunktet. Den kritiske sideveggen hvor sekundærbjelken er festet får lite ekstra belastning.



Figur 7.4: Moment-rotasjonskurver med moment-i-planet i hovedbjelke, sentrisk knutepunkt

Sammenligningen av reduksjonen i momentkapasitet fra numeriske analyser og fra Eurokode er vist i tabell 7.3. Her er momentkapasiteten for ut-av-planet bøyning med momentbelastning i hovedbjelken definert som  $M_1$ , mens kapasiteten uten moment i hovedbjelke er definert som  $M_0$ . Resultatene tilsier at reduksjonsfaktoren  $Q_f$  fra standarden, viser til en vesentlig større reduksjon, enn hva reduksjonen fra de numeriske analysene,  $Q_n$  viser. Ved  $0.75W_0f_y$  kNm påsatt moment i hovedbjelken, gir reduksjonsfaktoren fra Eurokode 36 % større reduksjon i ut-av-planet momentkapasitet for dette knutepunktet. Reduksjonen fra standarden er altså noe konservativ sammenlignet med reduksjonen fra de numeriske analysene.

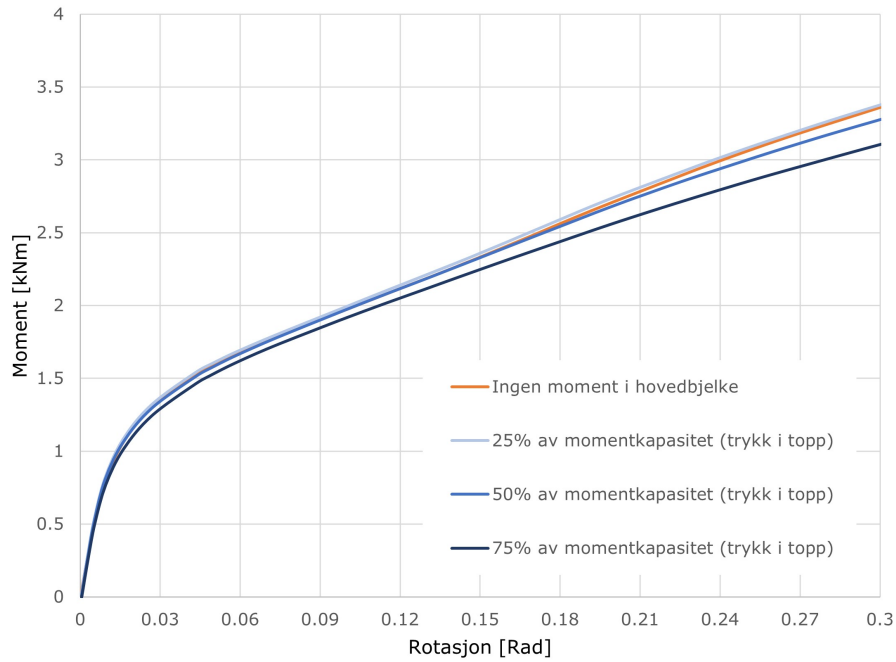
Tabell 7.3: Effekt av moment i hovedbjelke for sentrisk knutepunkt

Belastning	$M_1$ [kNm]	$Q_n = M_1/M_0$	$Q_f$	$Q_n/Q_f$
$0.25W_0f_y$	3.70	0.99	0.92	1.07
$0.50W_0f_y$	3.63	0.97	0.82	1.18
$0.75W_0f_y$	3.41	0.91	0.67	1.36

Når det gjelder det eksentriske knutepunktet, er det ennå ikke etablert noen formel for momentkapasitet eller reduksjonsfaktor i standarden. Her vil det bli sett på 2 tilfeller av moment påsatt i hovedbjelken. I det første tilfellet er momentet satt på slik at hovedbjelkens toppflens havner i trykk. Det andre tilfellet er motsatt, at momentet gir strekk i hovedbjelkens toppflens.

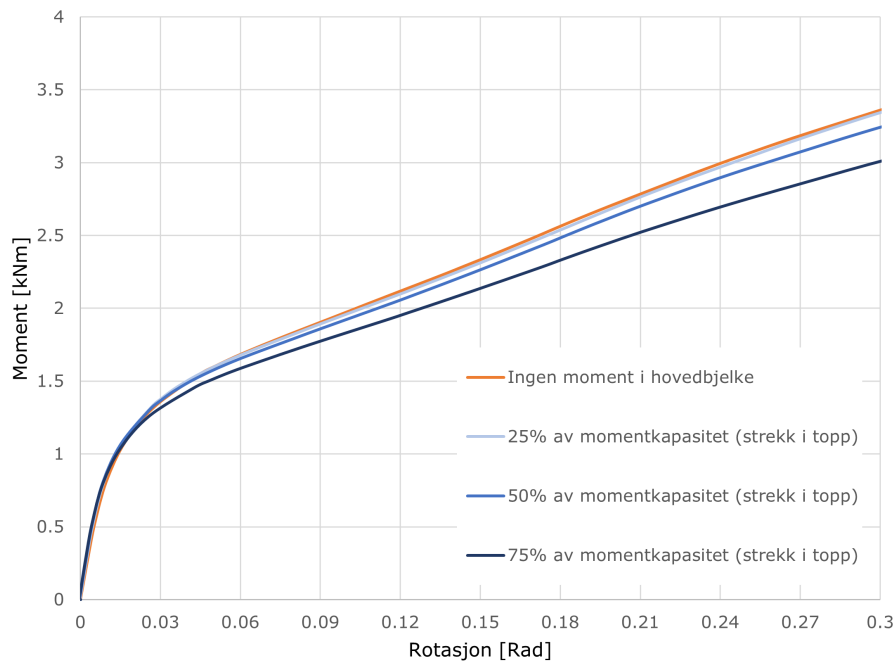
Figur 7.5 viser resultatene fra de numeriske analysene med moment i hovedbjelken som gir trykk i toppflens, for eksentrisert sekundærbjelke. Som kurvene viser, minsker kapasiteten lite ved økt momentbelastning i hovedbjelken. Grunnen er den samme her som for det sentriske knutepunktet, nemlig at bøyespenningene fordeler seg primært til topp- og bunnflens. Sideveggen får lite ekstra belastning som følge av momentet i hovedbjelken.





Figur 7.5: Moment-rotasjonskurver med moment-i-planet i hovedbjelke, eksentrisk knutepunkt, trykk i toppflens

Det andre tilfellet er moment i hovedbjelken som gir strekk i toppflens. Resultatet for denne belastningen er vist i figur 7.6. Også her viser det seg at momentbelastningen i hovedbjelken har lite påvirkning på den svake sideveggen.

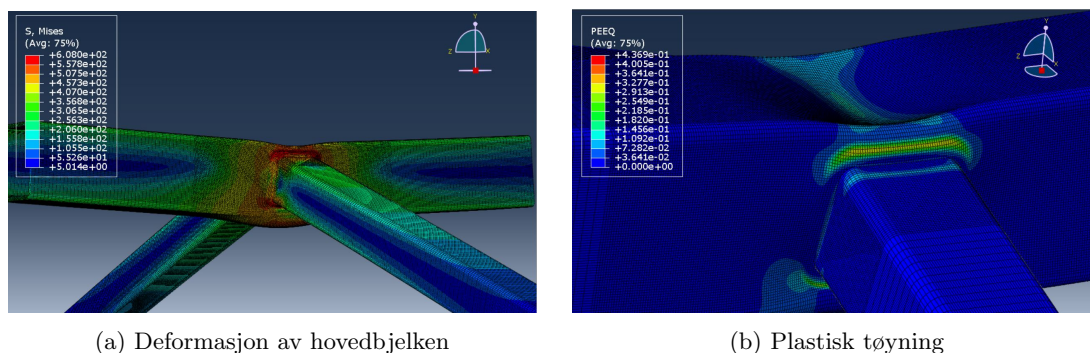


Figur 7.6: Moment-rotasjonskurver med moment-i-planet i hovedbjelke, eksentrisk knutepunkt, strekk i toppflens

Resultatene viser at det nesten ikke er forskjell på de to tilfellene med trykk eller strekk i hovedbjelkens toppflens. Det kan tenkes at den eksentriske plasseringen av sekundærbjelken skulle gjøre knutepunktet mer utsatt ved store spenninger i toppflens på hovedbjelke. Selv om dette blir et utsatt område, har det vist seg at hjørnene og toppflensen på hovedbjelken er sterke nok. Det kritiske området er fortsatt der hvor undersiden av sekundærbjelken trykker inn i sideveggen på hovedbjelken. I dette området er det lite påvirkning fra bøyespenningene i hovedbjelke. Dersom hovedbjelken skulle bli belastet enda hardere, vil til slutt bøyespenningene bli store nok også i dette punktet, slik at kapasiteten minsker.

Sammenlignet med sentrisk plassert sekundærbjelker, virker det som at den eksentriske er mer robust mot moment i hovedbjelke. Med det menes det at momentet som er påsatt i hovedbjelken gir mindre reduksjon i ut-av-planet momentkapasitet. Dersom det skulle blitt utviklet en tilsvarende reduksjonsfaktor  $Q_f$  for det eksentriske knutepunktet, er det en ide at reduksjonen er noe lavere.

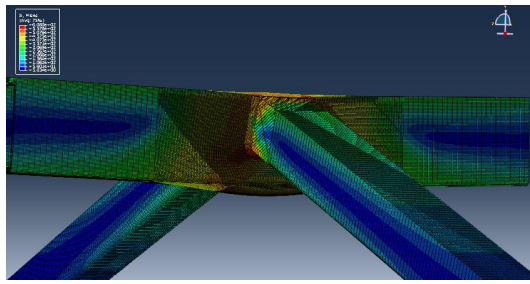
For den nye belastningen med momentbelastet hovedbjelke er det ønskelig å sjekke om deformasjon- og bruddform fortsatt er det samme som for den validerte modellen. For det sentriske knutepunktet sees det i figur 7.7 hvordan komponenten deformeres når hovedbjelken er belastet med 75 % av sin momentkapasitet.



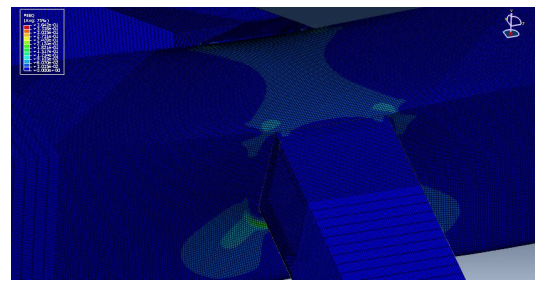
Figur 7.7: Deformasjon av sentrisk knutepunkt når hovedbjelke er belastet av moment

Hovedbjelken har blitt nedbøyd som følge av belastningen, og deformasjonen er ikke lenger helt lik som den var i eksperimentet. I denne studien er det ikke gjort fysiske eksperiment med momentbelastet hovedbjelke, men for å kunne fastslå om brudd i hovedbjelkens sidevegg fortsatt er gjeldende bruddform hadde dette vært ønskelig. I figur 7.7b kan det sees plastisk tøyning i modellen. Sveisen er gjemt, slik at man kan se hvordan sideveggen bak sveis blir deformert. Det sees at området i hovedbjelkens sidevegg som er i tilknytning til sveisen ved sekundærbjelkens topp- og bunnflens har størst plastisk tøyning. Det kan derfor antas at brudd i sideveggen fortsatt er gjeldende bruddform.

Det samme gjelder det eksentriske knutepunktet som kan sees i figur 7.8. Her vises det også at deformasjonen er påvirket av belastningen i hovedbjelken. Hovedbjelken har blitt nedbøyd og plastisk tøyning er hovedsaklig lokalisert i hovedbjelkens sidevegg. Det antas også her at brudd i sideveggen fortsatt er gjeldende bruddform.



(a) Deformasjon av hovedbjelken



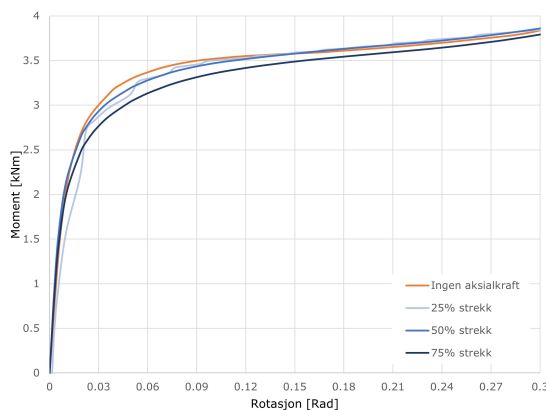
(b) Plastisk tøyning

Figur 7.8: Deformasjon av eksentrisk modell når hovedbjelke er belastet av moment

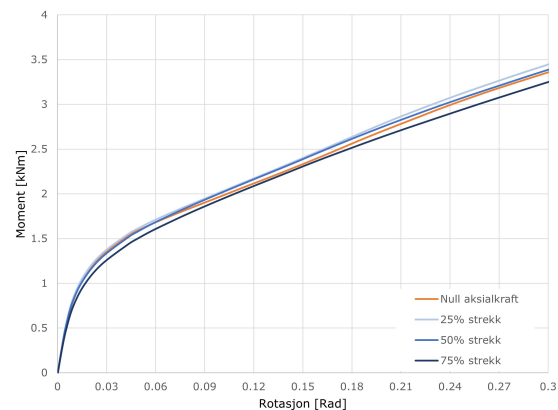
## 7.4 Aksialbelastet hovedbjelke

Det vil også kunne forekomme aksialkrefter i hovedbjelken i et bjelkerist-system. Effekten av både strekk og trykk i hovedbjelken vil bli undersøkt for knutepunktene. Kraften blir påført som punktlaster i referansepunktene ytterst i hovedbjelken. Aksiallasten ble påført i et eget *step* før forskyvningen av hovedbjelken. På den måten holdes aksialkraften konstant gjennom forskyvningen. Aksialkraften ble satt på som henholdsvis 25 %, 50 % og 75 % av aksialkapasiteten til hovedbjelken. Det er gjort analyser både for den sentriske og den eksentriske modellen med strekk- og trykkbelastning i hovedbjelken.

Resultatene fra analysene med strekk i hovedbjelken for både den sentriske og eksentriske modellen kan sees i figur 7.9. Som forventet så vil ikke strekk i hovedbjelken påvirke kapasiteten for ut-av-planet bøyning i knutepunktet i noen særlig grad. Hverken det sentriske- eller det eksentriske knutepunktet blir svekket av strekkraftene. For det sentriske knutepunktet er det også dette som framkommer av faktoren  $Q_f$  fra formlene i Eurokode. Det som er interessant er at det kan se ut som at strekkrefter i hovedbjelken kan øke kapasiteten til knutepunktene. Det er snakk om en veldig liten økning, men den er tilstede. En forklaring på dette kan være at deformasjonen av sideveggen holdes litt igjen på grunn av strekkrefter. Det er positivt for geometrisk stivhet.



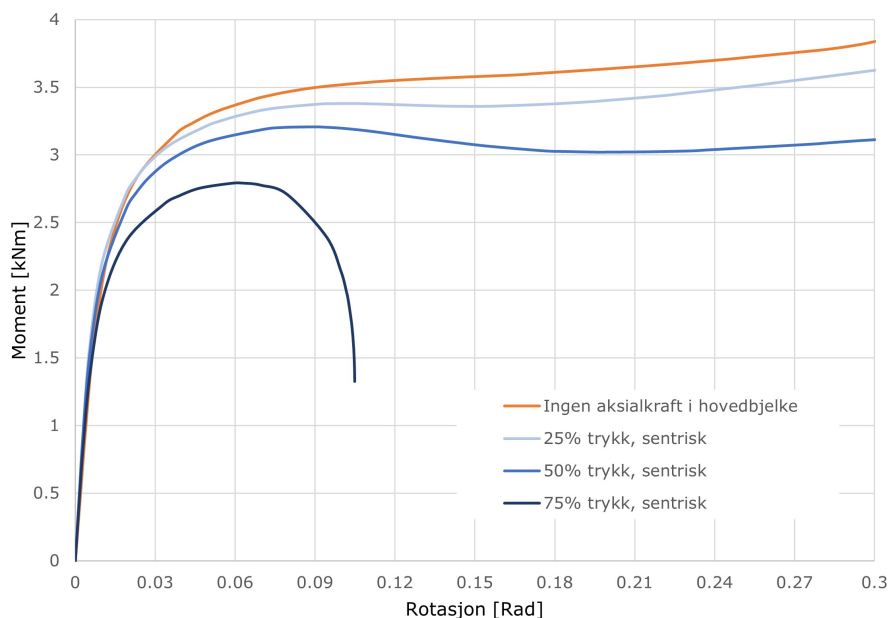
(a) Sentrisk knutepunkt



(b) Eksentrisk knutepunkt

Figur 7.9: Moment-rotasjonskurver med strekkraft i hovedbjelke

Trykkbelastning i hovedbjelken påvirker momentkapasiteten i større grad. Spesielt ved større trykkrefter, så kollapser knutepunktet mye tidligere. Resultatene fra analysene med trykk i hovedbjelken for det sentriske knutepunktet er vist i figur 7.10. Her er det et tydelig mønster som viser minskende kapasitet ved økende trykkbelastning. Forklaringen bak dette er at trykk i hovedbjelken er uheldig for spenningene og deformasjonen i sideveggen til hovedbjelken. Når sideveggene bulker inn, er det ugunstig for den geometriske stivheten at det er trykkrefter i profilet.



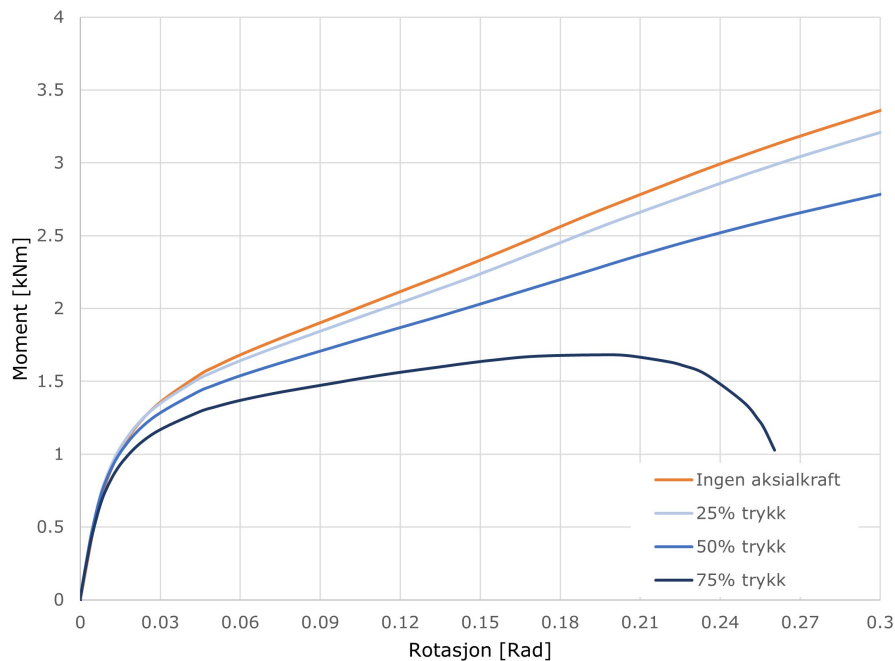
Figur 7.10: Moment-rotasjonskurver med trykkraft i hovedbjelke, sentrisk knutepunkt

Måten Eurokode tar hensyn til krefter i hovedbjelken er gjennom faktoren  $Q_f$  som beskrevet i kapittel 2.3. Sammenligningen av reduksjon i momentkapasitet som er funnet gjennom numeriske analyser, og reduksjonen basert på faktoren  $Q_f$  fra Eurokode er vist i tabell 7.4. Her er  $M_1$  ut-av-planet momentkapasitet med aksialkraft i hovedbjelke, mens  $M_0$  er ut-av-planet momentkapasitet uten aksialkraft i hovedbjelke. Reduksjonen fra de numeriske analysene,  $Q_n$  samsvarer ganske godt med reduksjonen fra Eurokode. Resultatene viser at reduksjonen fra Eurokode er noe større, med 13 % større reduksjon ved en aksialkraft på  $0.75A_0f_y$ . Sammenlignet med reduksjonen som følge av moment i hovedbjelken, gir trykkraften mye større reduksjon. Faktoren  $Q_f$  er definert slik at moment- og aksialbelastning har like stor effekt gjennom  $n_0$ . Fra de numeriske analysene er det tydelig at aksialkraften reduserer kapasiteten til ut-av-planet bøyning mest. Det er fordi spenningene fordeler seg til den kritiske sideveggen ved ren trykkraft.

Tabell 7.4: Effekt av aksialkraft i hovedbjelke for sentrisk knutepunkt

Belastning	$M_1$ [kNm]	$Q_n = M_1/M_0$	$Q_f$	$Q_n/Q_f$
<b>Trykk</b>				
$0.25A_0f_y$	3.38	0.92	0.92	1.00
$0.50A_0f_y$	3.21	0.87	0.82	1.06
$0.75A_0f_y$	2.79	0.76	0.67	1.13
<b>Strekk</b>				
$0.25A_0f_y$	3.74	1.01	0.97	1.04
$0.50A_0f_y$	3.71	1.01	0.93	1.09
$0.75A_0f_y$	3.63	0.98	0.87	1.13

Når det gjelder det eksentriske knutepunktet, så er det ikke noe formler eller reduksjonsfaktorer i Eurokode. Resultatene fra numeriske analysene med trykk i hovedbjelken for det eksentriske knutepunktet er vist i figur 7.11. Det er tydelig at kapasiteten til knutepunktet minsker med trykkrefter i hovedbjelken. Spenningene blir tatt opp likt i hele tverrsnittet til å begynne med, men når sideveggene deformeres, tar aksialkraften korteste vei gjennom topp- og bunnflens. Ved små trykkrefter blir derfor ikke kapasiteten så veldig påvirket, men ved større spenninger, så kan ikke de rette sidene av profilet ta mer belastning og den kritiske sideveggen blir påvirket.



Figur 7.11: Moment-rotasjonskurver med trykkraft i hovedbjelke, eksentriske knutepunkt

Også for aksialkrefter viste det seg at det eksentriske knutepunktet er mer robust, sammenlignet med det sentriske knutepunktet. Som ved momentbelastning i hovedbjelken vil også her hjørnet og toppflens på hovedbjelken forsterke og gjøre knutepunktet mer duktilt. Fra de numeriske analysene er det tydelig at trykkbelastning i hovedbjelken er verre enn strekkbelastning. Dette stemmer også overens med reduksjonsfaktoren fra Eurokode,  $C_1 = 0.6 - 0.5\beta$  ved trykk og  $C_1 = 0.1$  ved strekk. Det forklarer

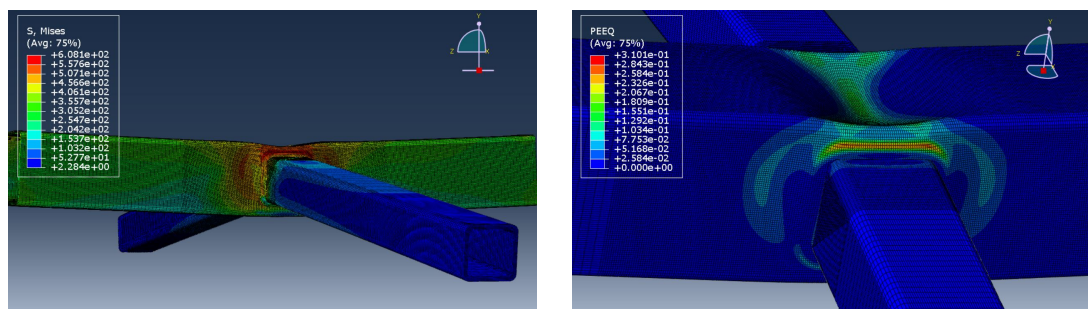
også hvorfor reduksjonsfaktoren  $Q_f$  for moment i hovedbjelken er så konservativ. Fra standarden er det forklart at man henter ut krefter og momenter i det punktet på hovedbjelkens sidevegg som gir ugunstigst resultat. Det vil være i hjørnet mot trykkflens. Det faktiske momentet der hvor sekundærbjelken dyttes inn i hovedbjelken vil være vesentlig lavere.

I tabell 7.5 under kan det sees hvordan økende aksialkraft i hovedbjelken påvirker kapasiteten til det eksentriske knutepunktet. Det er her tatt utgangspunkt i deformasjonsgrensen som tilsvarer momentet  $M_{3\%}$ . Momentkapasiteten uten aksialkrefter i hovedbjelken,  $M_0$  er for FE-modellen 1.60 kNm.

Tabell 7.5: Effekt av aksialkraft i hovedbjelke for eksentrisk knutepunkt

Belastning	$M_1$ [kNm]	$Q_n = M_1/M_0$
<b>Trykk</b>		
$0.25A_0f_y$	1.56	0.98
$0.50A_0f_y$	1.47	0.92
$0.75A_0f_y$	1.33	0.83

Når hovedbjelken er belastet av aksielt trykk, er det også ønskelig å se på deformasjon- og bruddform i forhold til fysisk eksperiment uten belastet hovedbjelke. I figur 7.12 kan man se deformasjon og plastisk tøyning for det sentriske knutepunktet når hovedbjelken er belastet av trykk.



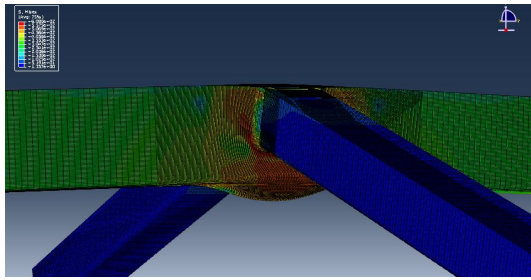
(a) Deformasjon av hovedbjelken

(b) Plastisk tøyning

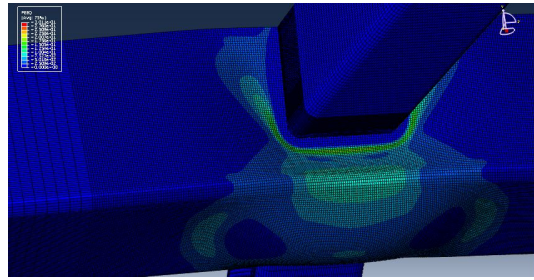
Figur 7.12: Deformasjon av sentrisk modell når hovedbjelke er belastet av trykk

Her sees det at hovedbjelken har blitt nedbøyd. Det hadde derfor vært ønskelig å gjøre fysiske forsøk for å kunne bekrefte om bruddformen fortsatt er brudd i hovedbjelkens sidevegg. Figur 7.12b viser plastisk tøyning i knutepunktet, og det kan sees at det er størst plastisk tøyning i hovedbjelkens sidevegg. Dette antyder at brudd i sideveggen fortsatt er gjeldende bruddform. Likevel sees det også store plastiske deformasjoner i hovedbjelkens toppflens.

For det eksentriske knutepunktet kan det i figur 7.13 sees at trykkrefter i hovedbjelken er med på å påvirke deformasjonen av komponenten. Det observeres at krumningen i hovedbjelken er motsatt rettet, sammenlignet med sentrisk knutepunkt. Bulken på hovedbjelkens bunnflens er også vesentlig mer framtrepende. Det sees likevel også her at plastisk tøyning er størst i hovedbjelkens sidevegg og en kan anta at brudd fortsatt vil oppstå der.



(a) Deformasjon av hovedbjelken



(b) Plastisk tøyning

Figur 7.13: Deformasjon av eksentrisk modell når hovedbjelke er belastet av trykk

---

## 8 Sammendrag, konklusjon og videre arbeid

### 8.1 Sammendrag

I denne studien har oppførselen til sveiste RHS X-knutepunkt med ulike plasseringer av sekundærbejelke blitt undersøkt. Knutepunktene er utsatt for ut-av-planet bøyemoment fra sekundærbejelkene. Det er sett på effekten av å plassere sekundærbejelkene eksentrisk på hovedbejelken, samt effekten av ulike  $\beta$ -verdier.

For sentrisk plasserte sekundærbejelker er det etablerte formler for kapasitetsberegning i Eurokode. For ut-av-planet momentkapasitet er det i Eurokode tatt utgangspunkt i flytelinjemetoden. Tilsvarende formel er funnet gjennom en flytelinjemekanisme i dette studiet. Knutepunktet med eksentrisk plasserte sekundærbejelker er ikke etablert i Eurokode. Derfor har det i denne studien blitt utviklet en formel for ut-av-planet momentkapasitet for det eksentriske knutepunktet. Også her gjennom flytelinjebetragtninger.

For å kunne beskrive knutepunktene skikkelig, ble det gjennomført to eksperimenter. Ett sentrisk RHS X-knutepunkt og ett eksentrisk RHS X-knutepunkt, begge med størrelsesforhold  $\beta = 0.625$  ble testet i laboratorium. Fra flytelinjeberegningene og eksperimentene er det tydelig at eksentrisk plassering av sekundærbejelken svekker knutepunktet. For begge variantene er det sideveggen på hovedbejelken som gir etter.

Det ble også etablert FE-modeller for å kjøre elementmetodesimuleringer av knutepunktene. FE-modellen ble validert gjennom resultatene fra eksperimentene og det ble vist at den klarer å gjenskape deformasjoner og momentkapasitet. Elementmetodesimuleringene ble så brukt til en parameterstudie som undersøker effekten av ulike belastninger i hovedbejelken virkende samtidig som ut-av-planet bøyning. Fra parameterstudien ble det funnet at spesielt trykkbelastning i hovedbejelken gav vesentlig svekkelse i momentkapasitet. I Eurokode brukes det for sentrisk plassering av sekundærbejelken en reduksjonsfaktor,  $Q_f$  som tar hensyn til aksialkraft og moment i hovedbejelken. Reduksjonen fra numeriske analyser har blitt sammenlignet med  $Q_f$  fra Eurokode og resultatene viser at  $Q_f$  er noe konservativ.

Formlene utviklet fra flytelinjemetoden tar utgangspunkt i forholdet  $\beta = b_1/b_0$ . Det viser seg at størrelsesforholdet er veldig viktig for kapasitetsberegningen. Desto større  $\beta$ , desto nærmere kommer sekundærbejelkens topp- og bunnflens til hovedbejelkens hjørner. Når sekundærbejelkens flenser nærmer seg hjørnene på hovedbejelken, øker momentkapasiteten betraktelig.

### 8.2 Konklusjon

Eksentrisk plassering av sekundærbejelken gir generelt et svakere knutepunkt med mindre stivhet sammenlignet med et sentrisk knutepunkt. Økende  $\beta$ -verdi gir begge knutepunktene økt stivhet og kapasitet.

Reduksjonsfaktoren for sentrisk plassert sekundærbejelke,  $Q_f$  er noe konservativ når det kommer til tillatt ut-av-planet bøyemoment samtidig som det er andre spenninger i hovedbejelken. Trykkbelastning i hovedbejelken er den lastsituasjonen som svekker knutepunktene mest. Det viste seg at det eksentriske knutepunktet er litt mer robust når det kommer til samtidige spenninger i hovedbejelken.

Kapasiteten funnet fra flytelinjemetoden kan brukes som et estimat, men den er vanskelig å sammenligne direkte med eksperimentet og simulering på grunn av fastning og membraneffekt.

Utførelsen av sveis er en viktig faktor for knutepunktets kapasitet. Spesielt i dette tilfellet hvor hulprofilene var av små dimensjoner og sveisen tilførte relativt mye ekstra stål.



---

### 8.3 Videre arbeid

Det burde utføres flere fysiske eksperimenter for å underbygge forskjellene mellom sentrisk og eksentrisk plassering av sekundærbeleggene. Hvordan kapasitet og stivhet endrer seg med flere ulike  $\beta$ -verdier burde det også sees mer på.

Flytelinjemekanismen som er brukt tar kun hensyn til flytning i sideveggen på hovedbeleggen. Det sees fra simuleringene og eksperimentet at det også er store deformasjoner i topp- og bunnflens. En mer avansert flytelinjemekeanisme som tar hensyn til plastisk deformasjon i topp- og bunnflensen, i tillegg til sideveggen burde analyseres.

Parameterstudiet kan utvides. Blant annet er det mulig å se på hvordan kapasiteten til knutepunktene påvirkes av aksialkrefter i sekundærbeleggen, i tillegg til momentbelastningen. Det kan også sees på effekten av aksialkraft og moment virkende samtidig i hovedbeleggen.

Det kunne også vært interessant å sett på knutepunkt med større beleggetvernsnitt, slik at sveisen ikke spiller like stor rolle.

Hvis det skal etableres en formel i Eurokode basert på flytelinjemetoden, er det veldig aktuelt å utføre flere lignende eksperimenter og numeriske analyser for å få bredere kunnskap.

---

## Referanser

- [1] J. Wardenier mfl. *Hollow Sections in Structural Applications*. Cidect, 2010. ISBN: 978-90-72830-86-9.
- [2] Ola Berge. *An experimental and numerical study of eccentrically placed rectangular hollow section braces on chords under out-of-plane bending moment*. Masteroppgave, NTNU, 2022.
- [3] Bida Zhao mfl. *Computational Model for the Flexural Capacity and Stiffness of Eccentric RHS X-Connections under Brace Out-of-Plane Bending Moment*. 2020.
- [4] Bida Zhao, Chao Sun og Hui Li. *Study on the moment-rotation behavior of eccentric rectangular hollow section cross-type connections under out-of-plane bending moment and chord stress*. 2020.
- [5] Per Kristian Larsen. *Dimensjonering av stålkonstruksjoner*. Fagbokforlaget, 2020.
- [6] Cidect. URL: <https://www.cidect.org/> (sjekket 31.01.2023).
- [7] J.A. Packer, J. Wardenier og X.-L. Zhao. *Design Guide 3: For rectangular hollow section (RHS) joints under predominantly static loading*. Cidect, 2009. ISBN: 978-3-938817-04-9.
- [8] Standard Norge. *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner. Del 1-8: Knutepunkter og forbindelser*. NS-EN 1993-1-8:2020.
- [9] Sami Mahmoud El Toum. *Yield Line and Membrane Action Of Slabs*. 2004.
- [10] Bent Andreasen og M. P. Nielsen. *Dome Effect in Reinforced Concrete Slabs*. 1986.
- [11] Thomas Thienpont mfl. *Failure modes of Hollow Core slabs taking into account Compressive Membrane Action*. Department of Structural Engineering og Building Materials, Ghent University, 2022.
- [12] Wouter Botte mfl. *Influence of membrane action on robustness indicators and a global resistance factor design*. Department of Structural Engineering og Building Materials, Ghent University, 2014.
- [13] Standard Norge. *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner - Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*. NS-EN 1993-1-1:2005+A1:2014+NA:2015.
- [14] Per Kristian Larsen, Arild H. Clausen og Arne Aalberg. *Stålkonstruksjoner: Profiler og Former*. Fagbokforlaget, 2017.
- [15] Standard Norge. *Varmformede hulprofiler Del 2: Toleranser, dimensjoner og tekniske verdier*. NS-EN 10210-2:2019.
- [16] SIMULIA. *ABAQUS Analysis User's Manual 6.6*. Dassault systems, 2006.
- [17] L.H. Lu mfl. *Deformation limit for the ultimate strength of hollow section joints*. 1994.
- [18] Standard Norge. *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner. Del 1-8: Knutepunkter og forbindelser*. NS-EN 1993-1-8:2005+NA:2009.
- [19] Rui Matos mfl. *Resistance and elastic stiffness of RHS T-joint: Part 1- Axial brace loading*. 2015.

---

## Vedlegg

### A Sentrisk flytelinjemekanisme

## Flytelinjemetoden for ut av planet bøyemoment sentrisk

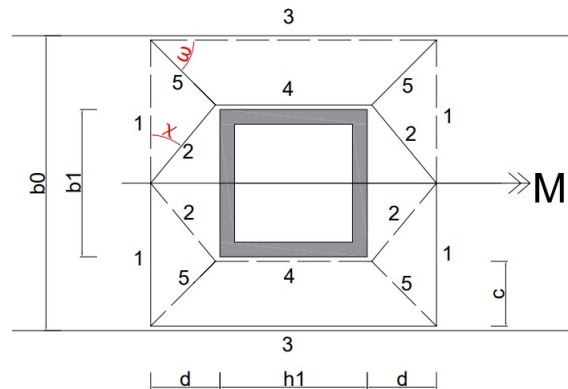
$$f_{y0} := 355 \frac{N}{mm^2}$$

$$b_1 := 50 \text{ mm} \quad h_1 := 50 \text{ mm} \quad (\text{Sekundærbjelke})$$

$$t_0 := 4 \text{ mm} \quad b_0 := 80 \text{ mm} \quad (\text{Hovedbjelke})$$

$$\beta := \frac{b_1}{b_0} = 0.625$$

$$Q_f := 1 \quad (\text{No Chord axial force or moment})$$



$$c := \frac{b_0 - b_1}{2} = 15 \text{ mm}$$

$$\omega := 40^\circ$$

$$d := \frac{c}{\tan(\omega)} = 17.876 \text{ mm}$$

$$\chi := \text{atan}\left(\frac{d}{\frac{b_1}{2}}\right) = 35.567^\circ$$

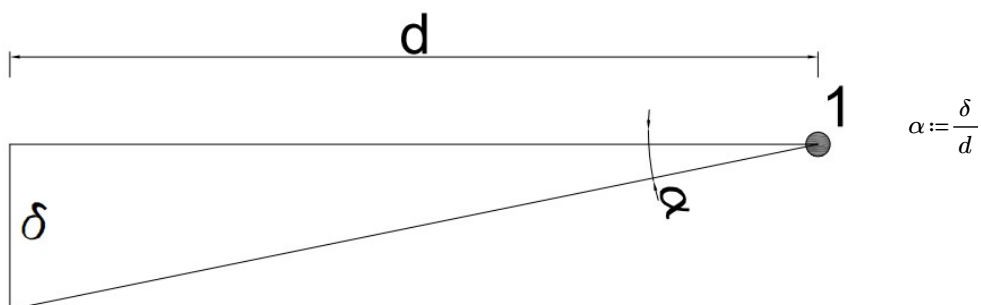
$$L5 := \sqrt{c^2 + d^2} = 23.336 \text{ mm}$$

$$L2 := \sqrt{\left(\frac{b_1}{2}\right)^2 + d^2} = 30.734 \text{ mm}$$

$$m_p := \frac{1}{4} \cdot f_{y0} \cdot t_0^2 = 1.42 \frac{kN \cdot m}{m}$$

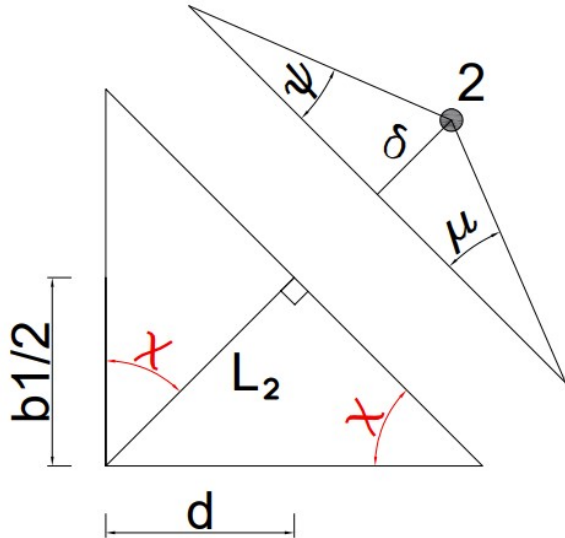
$$\delta := 1$$

### Yield Lines 1



$$W_{int.1} := 4 \cdot m_p \cdot \frac{b_0}{2} \cdot \frac{\delta}{d} = 12.71 \frac{1}{m} \cdot kN \cdot m$$

**Yield lines 2:**



$$\psi := \frac{\delta}{L2 \cdot \tan(\chi)}$$

$$\mu := \frac{\delta}{L2 \cdot \cot(\chi)}$$

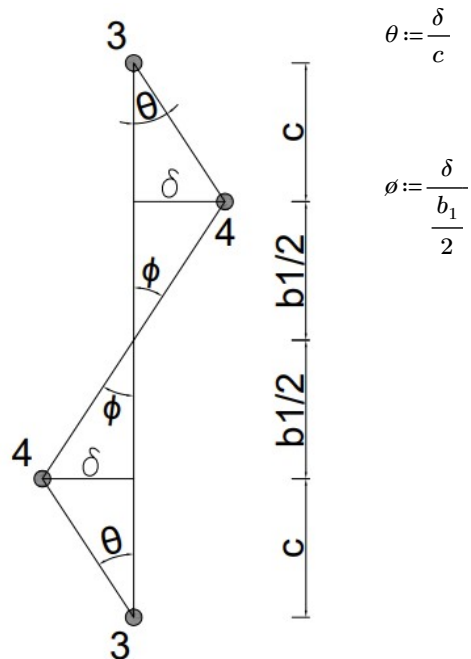
$$W_{int.2} := 4 \cdot m_p \cdot L2 \cdot \left( \frac{\delta}{L2 \cdot \tan(\chi)} + \frac{\delta}{L2 \cdot \cot(\chi)} \right) = 12.005 \frac{1}{m} \cdot kN \cdot m$$

**Yield lines 3:**

$$W_{int.3} := 2 \cdot m_p \cdot (h_1 + 2 \cdot d) \cdot \frac{\delta}{c} = 16.236 \frac{1}{m} \cdot kN \cdot m$$

**Yield lines 4:**

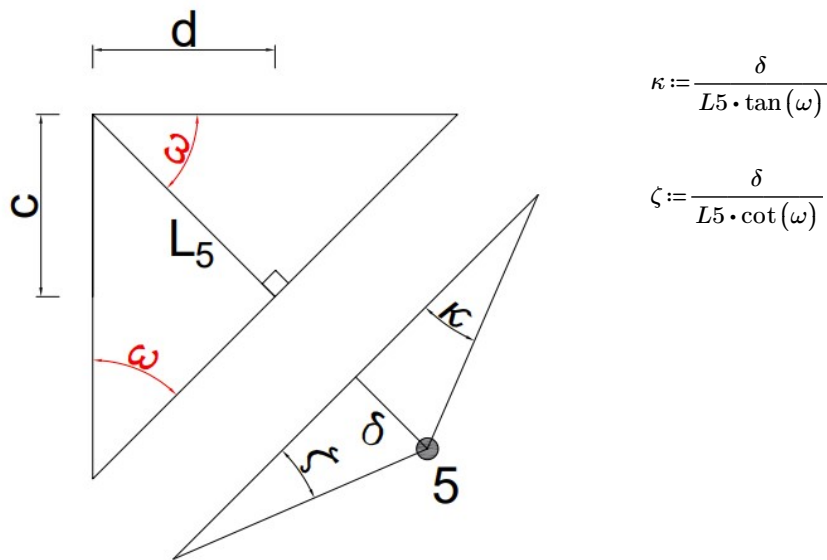
$$W_{int.4} := 2 \cdot m_p \cdot h_1 \cdot \left( \frac{\delta}{\frac{b_1}{2}} + \frac{\delta}{c} \right) = 15.147 \frac{1}{m} \cdot kN \cdot m$$



$$\theta := \frac{\delta}{c}$$

$$\phi := \frac{\delta}{\frac{b_1}{2}}$$

### Yield lines 5:



$$\kappa := \frac{\delta}{L5 \cdot \tan(\omega)}$$

$$\zeta := \frac{\delta}{L5 \cdot \cot(\omega)}$$

$$W_{int.5} := 4 \cdot m_p \cdot L5 \cdot \left( \frac{\delta}{L5 \cdot \tan(\omega)} + \frac{\delta}{L5 \cdot \cot(\omega)} \right) = 11.535 \frac{1}{m} \cdot kN \cdot m$$

Totalt indre arbeid:

$$W_{int} := W_{int.1} + W_{int.2} + W_{int.3} + W_{int.4} + W_{int.5}$$

$$W_{int} := 2 m_p \cdot \delta \cdot \left( \frac{b_0}{d} + 2 \left( \frac{1}{\tan(\chi)} + \frac{1}{\cot(\chi)} \right) + \frac{h_1 + 2d}{c} + 2 \frac{h_1}{b_1} + \frac{h_1}{c} + 2 \left( \frac{1}{\tan(\omega)} + \frac{1}{\cot(\omega)} \right) \right)$$

Skriver om uttrykket ved å benytte geometriske betraktninger:

$$c := \frac{b_0 - b_1}{2} \quad d := \frac{c}{\tan(\omega)} \quad \chi := \text{atan} \left( \frac{d}{\frac{b_1}{2}} \right)$$

$$W_{int} := 2 m_p \cdot \delta \cdot \left( \frac{b_0}{c} \cdot \tan(\omega) + 2 \left( \frac{b_1}{2d} + \frac{2d}{b_1} \right) + \frac{h_1 + 2 \frac{c}{\tan(\omega)}}{c} + 2 \frac{h_1}{b_1} + \frac{h_1}{c} + 2 \left( \frac{1}{\tan(\omega)} + \frac{1}{\cot(\omega)} \right) \right)$$

$$W_{int} := 2 m_p \cdot \delta \cdot \left( \frac{2 b_0}{b_0 - b_1} \cdot \tan(\omega) + 2 \left( \frac{b_1}{2c} \cdot \tan(\omega) + \frac{2c}{b_1 \cdot \tan(\omega)} \right) + \frac{h_1}{c} + \frac{2}{\tan(\omega)} + 2 \frac{h_1}{b_1} + \frac{h_1}{c} + \frac{2}{\tan(\omega)} + \frac{2}{\cot(\omega)} \right)$$

$$W_{int} := 2 m_p \cdot \delta \cdot \left( \frac{2 b_0}{b_0 - b_1} \cdot \tan(\omega) + \frac{2 b_1}{b_0 - b_1} \cdot \tan(\omega) + \frac{2 (b_0 - b_1)}{b_1 \cdot \tan(\omega)} + \frac{4 h_1}{b_0 - b_1} + \frac{2}{\tan(\omega)} + 2 \frac{h_1}{b_1} + \frac{2}{\tan(\omega)} + \frac{2}{\cot(\omega)} \right)$$

$$W_{int} := 4 m_p \cdot \delta \cdot \left( \frac{(b_0 + b_1)}{b_0 - b_1} \cdot \tan(\omega) + \frac{b_0 - b_1}{b_1 \cdot \tan(\omega)} + \frac{2 h_1}{b_0 - b_1} + \frac{h_1}{b_1} + \frac{2}{\tan(\omega)} + \frac{1}{\cot(\omega)} \right)$$

$$W_{int} := 4 m_p \cdot \delta \cdot \left( \frac{(b_0 + b_1)}{b_0 - b_1} \cdot \tan(\omega) + \frac{b_0 - b_1}{b_1} \cdot \cot(\omega) + \frac{2 h_1}{b_0 - b_1} + \frac{h_1}{b_1} + 2 \cot(\omega) + \tan(\omega) \right)$$

Deriverer utrykket med hensyn på  $\omega$  og sette de lik null for å finne vinkel som gir laveste kapasitet:

$$\frac{d}{d\omega} W_{int} = \frac{b_0 + b_1}{(b_0 - b_1) \cdot (\cos(\omega))^2} - \frac{b_0 - b_1}{b_1 \cdot (\sin(\omega))^2} - \frac{2}{(\sin(\omega))^2} + \frac{1}{(\cos(\omega))^2}$$

$$\frac{b_0 + b_1}{(b_0 - b_1) \cdot (\cos(\omega))^2} - \frac{b_0 - b_1}{b_1 \cdot (\sin(\omega))^2} - \frac{2}{(\sin(\omega))^2} + \frac{1}{(\cos(\omega))^2} = 0$$

$$\left( \frac{b_0 + b_1}{(b_0 - b_1)} + 1 \right) \cdot \frac{1}{(\cos(\omega))^2} - \left( \frac{b_0 - b_1}{b_1} + 2 \right) \cdot \frac{1}{(\sin(\omega))^2} = 0$$

$$\left( \frac{b_0 + b_1}{(b_0 - b_1)} + 1 \right) \cdot (\tan(\omega))^2 = \left( \frac{b_0 - b_1}{b_1} + 2 \right)$$

$$\left( \frac{b_0 + b_1}{b_0 - b_1} + \frac{b_0 - b_1}{b_0 - b_1} \right) \cdot (\tan(\omega))^2 = \left( \frac{b_0 - b_1}{b_1} \right) - 2 \frac{b_1}{b_1}$$

$$\left( \frac{2 b_0}{b_0 - b_1} \right) \cdot (\tan(\omega))^2 = \left( \frac{b_0 + b_1}{b_1} \right)$$

$$\left( \frac{2 b_0}{b_0 - b_1} \cdot \frac{b_0 - b_1}{2 \cdot b_0} \right) \cdot (\tan(\omega))^2 = \left( \frac{b_0 + b_1}{b_1} \cdot \frac{b_0 - b_1}{2 \cdot b_0} \right)$$

$$(\tan(\omega))^2 = \frac{(b_0 + b_1) \cdot (b_0 - b_1)}{b_1 \cdot (2 b_0)}$$

$$\omega := \text{atan} \left( \sqrt{\frac{(b_0 + b_1) \cdot (b_0 - b_1)}{b_1 \cdot (2 b_0)}} \right)$$

Indre og ytre arbeid sette lik hverandre for å finne uttrykket for momentkapasiteten

$$\text{Ytre arbeid: } W_{ext} := \frac{M \cdot 2 \delta}{b_1}$$

$$W_{int} := 4 m_p \cdot \delta \cdot \left( \frac{(b_0 + b_1)}{b_0 - b_1} \cdot \tan(\omega) + \frac{b_0 - b_1}{b_1} \cdot \cot(\omega) + \frac{2 h_1}{b_0 - b_1} + \frac{h_1}{b_1} + 2 \cot(\omega) + \tan(\omega) \right)$$

$$M := 2 m_p \cdot b_1 \cdot \left( \frac{(b_0 + b_1)}{b_0 - b_1} \cdot \tan(\omega) + \frac{b_0 - b_1}{b_1} \cdot \cot(\omega) + \frac{2 h_1}{b_0 - b_1} + \frac{h_1}{b_1} + 2 \cot(\omega) + \tan(\omega) \right)$$

$$M := 2 m_p \cdot b_1 \cdot \left( \left( \frac{b_0 + b_1}{b_0 - b_1} + \frac{b_0 - b_1}{b_0 - b_1} \right) \cdot \tan(\omega) + \left( \frac{b_0 - b_1}{b_1} + \frac{2 b_1}{b_1} \right) \cdot \cot(\omega) + \frac{2 h_1 \cdot b_1 + h_1 \cdot (b_0 - b_1)}{(b_0 - b_1) \cdot b_1} \right)$$

$$M := 2 m_p \cdot b_1 \cdot \left( \left( \frac{2 b_0}{b_0 - b_1} \right) \cdot \tan(\omega) + \left( \frac{b_0 + b_1}{b_1} \right) \cdot \cot(\omega) + \frac{h_1 \cdot b_1 + h_1 \cdot b_0}{(b_0 - b_1) \cdot b_1} \right)$$

Vinkelen settes så tilbake inn i uttrykket for likevekt mellom indre- og ytre arbeid:

$$M := 2 m_p \cdot b_1 \cdot \left( \left( \frac{2 b_0}{b_0 - b_1} \right) \cdot \sqrt{\frac{(b_0 + b_1) \cdot (b_0 - b_1)}{b_1 \cdot (2 b_0)}} + \left( \frac{b_0 + b_1}{b_1} \right) \cdot \sqrt{\frac{b_1 \cdot (2 b_0)}{(b_0 + b_1) \cdot (b_0 - b_1)}} + \frac{h_1 \cdot b_1 + h_1 \cdot b_0}{(b_0 - b_1) \cdot b_1} \right)$$

$$M := 2 m_p \cdot b_1 \cdot \left( 2 b_0 \cdot \sqrt{\frac{(b_0 + b_1)}{2 b_1 \cdot b_0 \cdot (b_0 - b_1)}} + \frac{1}{b_1} \cdot \sqrt{\frac{2 b_1 \cdot b_0 \cdot (b_0 + b_1)}{(b_0 - b_1)}} + \frac{h_1 \cdot b_1 + h_1 \cdot b_0}{(b_0 - b_1) \cdot b_1} \right)$$

$$M := 2 m_p \cdot b_1 \cdot \left( \sqrt{\frac{2 b_0 (b_0 + b_1)}{b_1 \cdot (b_0 - b_1)}} + \sqrt{\frac{2 \cdot b_0 \cdot (b_0 + b_1)}{b_1 \cdot (b_0 - b_1)}} + \frac{h_1 \cdot b_1 + h_1 \cdot b_0}{(b_0 - b_1) \cdot b_1} \right)$$

$$M := 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot f_{y0} \cdot t_0^2 \cdot b_1 \cdot \left( 2 \sqrt{\frac{2 b_0 (b_0 + b_1)}{b_1 \cdot (b_0 - b_1)}} + \frac{h_1 \cdot b_1 + h_1 \cdot b_0}{(b_0 - b_1) \cdot b_1} \right)$$

$$M := f_{y0} \cdot t_0^2 \cdot b_1 \cdot \left( \sqrt{\frac{2 b_0 (b_0 + b_1)}{b_1 \cdot (b_0 - b_1)}} + \frac{h_1 \cdot b_1 + h_1 \cdot b_0}{2 (b_0 - b_1) \cdot b_1} \right)$$



Innfører  $\beta := \frac{b_1}{b_0}$  og får følgende uttrykk for vinkel og momentkapasitet:

$$\omega := \text{atan} \left( \sqrt{\frac{(1-\beta^2)}{2\beta}} \right)$$

$$M := f_{y0} \cdot t_0^2 \cdot b_1 \cdot \left( \sqrt{\frac{2(1+\beta)}{\beta \cdot (1-\beta)}} + \frac{h_1 \cdot (\beta+1)}{2(1-\beta) \cdot b_1} \right)$$

$$M := f_{y0} \cdot t_0^2 \cdot b_1 \cdot \left( \frac{h_1 \cdot (\beta+1)}{2b_1 \cdot (1-\beta)} + \sqrt{\frac{2(1+\beta)}{\beta \cdot (1-\beta)}} \right)$$

---

## B Eksentrisk flytelinjemekanisme

## Flytelinjemetoden for ut av planet bøyemoment eksentrisk

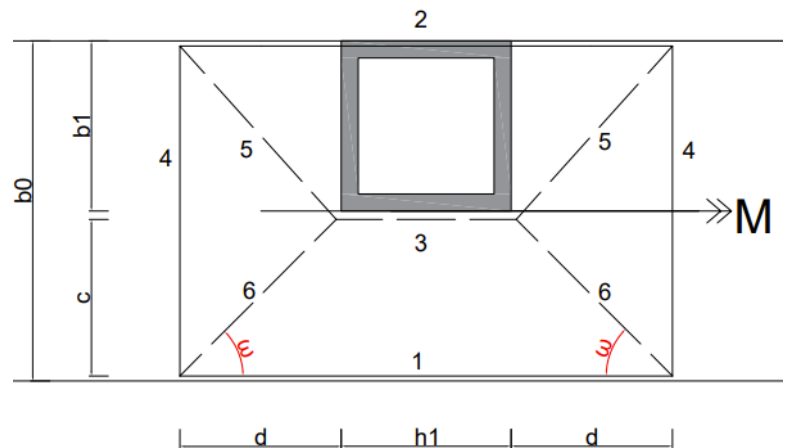
$$f_{y0} := 355 \frac{N}{mm^2}$$

$$b_1 := 50 \text{ mm} \quad h_1 := 50 \text{ mm} \quad (\text{Sekundærbjelke})$$

$$t_0 := 4 \text{ mm} \quad b_0 := 80 \text{ mm} \quad (\text{Hovedbjelke})$$

$$\beta := \frac{b_1}{b_0} = 0.625$$

$$Qf := 1 \quad (\text{No chord axial force or moment})$$



$$c := b_0 - b_1 = 30 \text{ mm}$$

$$\omega := 37.761^\circ$$

$$d := \frac{c}{\tan(\omega)} = 38.73 \text{ mm}$$

$$\chi := \text{atan}\left(\frac{b_1}{d}\right) = 52.239^\circ$$

$$L5 := \sqrt{d^2 + b_1^2} = 63.246 \text{ mm}$$

$$L6 := \sqrt{c^2 + d^2} = 48.99 \text{ mm}$$

$$m_p := \frac{1}{4} \cdot f_{y0} \cdot t_0^2 = 1.42 \frac{1}{m} \cdot kN \cdot m$$

$$\delta := 1$$

**Yield lines 1:**

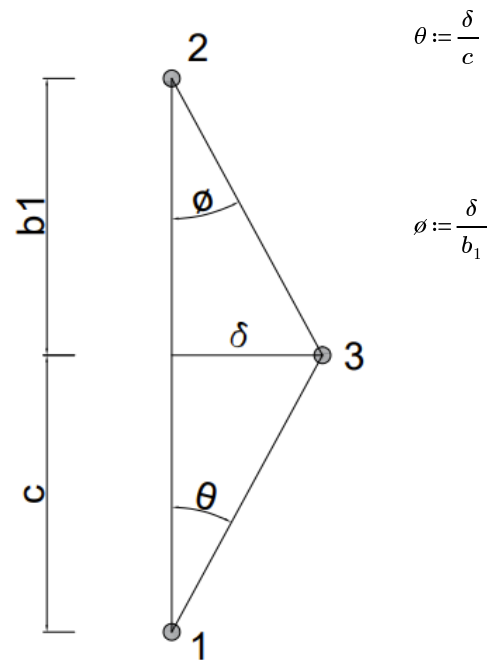
$$W_{int.1} := m_p \cdot (h_1 + 2 \cdot d) \cdot \frac{\delta}{c} = 6.033 \frac{1}{m} \cdot kN \cdot m$$

**Yield lines 2:**

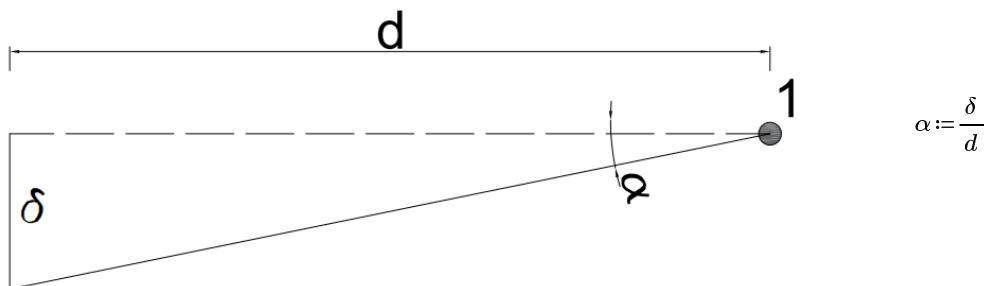
$$W_{int.2} := m_p \cdot (h_1 + 2 \cdot d) \cdot \frac{\delta}{b_1} = 3.62 \frac{1}{m} \cdot kN \cdot m$$

**Yield lines 3:**

$$W_{int.3} := m_p \cdot h_1 \cdot \left( \frac{\delta}{c} + \frac{\delta}{b_1} \right) = 3.787 \frac{1}{m} \cdot kN \cdot m$$

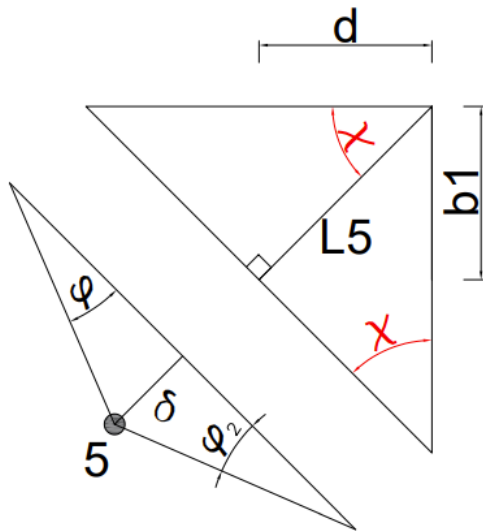


**Yield lines 4:**



$$W_{int.4} := 2 \cdot m_p \cdot b_0 \cdot \frac{\delta}{d} = 5.866 \frac{1}{m} \cdot kN \cdot m$$

**Yield lines 5:**

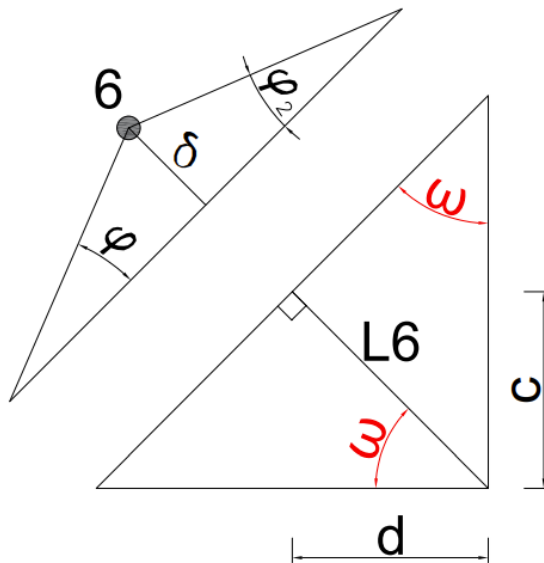


$$\varphi := \frac{\delta}{L5 \cdot \tan(\chi)} = 12.248 \frac{1}{m}$$

$$\varphi_2 := \frac{\delta}{L5 \cdot \cot(\chi)} = 20.412 \frac{1}{m}$$

$$W_{int.5} := 2 \cdot m_p \cdot L5 \cdot \left( \frac{\delta}{L5 \cdot \tan(\chi)} + \frac{\delta}{L5 \cdot \cot(\chi)} \right) = 5.866 \frac{1}{m} \cdot kN \cdot m$$

**Yield lines 6:**



$$\varphi := \frac{\delta}{L6 \cdot \tan(\omega)} = 26.352 \frac{1}{m}$$

$$\varphi_2 := \frac{\delta}{L6 \cdot \cot(\omega)} = 15.811 \frac{1}{m}$$

$$W_{int.6} := 2 \cdot m_p \cdot L6 \cdot \left( \frac{\delta}{L6 \cdot \tan(\omega)} + \frac{\delta}{L6 \cdot \cot(\omega)} \right) = 5.866 \frac{1}{m} \cdot kN \cdot m$$

totalt indre arbeid

$$W_{int} := W_{int.1} + W_{int.2} + W_{int.3} + W_{int.4} + W_{int.5} + W_{int.6}$$

Bytter ut d og  $\chi$  og får uttrykket:

$$W_{int} := \delta \cdot m_p \cdot \left( 2 \cdot \frac{h_1}{c} + \frac{2}{\tan(\omega)} + 2 \cdot \frac{h_1}{b_1} + 2 \cdot \frac{c}{b_1 \cdot \tan(\omega)} + 2 \cdot \frac{b_0 \cdot \tan(\omega)}{c} + 2 \cdot \left( \frac{b_1 \cdot \tan(\omega)}{c} + \frac{c}{b_1 \cdot \tan(\omega)} \right) + 2 \cdot \left( \frac{1}{\tan(\omega)} + \tan(\omega) \right) \right)$$

$$W_{int} := \delta \cdot m_p \cdot \left( \frac{4}{\tan(\omega)} + 4 \cdot \frac{c}{b_1 \cdot \tan(\omega)} + 2 \cdot \frac{b_0 \cdot \tan(\omega)}{c} + 2 \cdot \frac{b_1 \cdot \tan(\omega)}{c} + 2 \cdot \tan(\omega) + 2 \cdot \frac{h_1}{c} + 2 \cdot \frac{h_1}{b_1} \right)$$

$$W_{int} := 2 \cdot \delta \cdot m_p \cdot \left( 2 \cdot \cot(\omega) + 2 \cdot \frac{c \cdot \cot(\omega)}{b_1} + \frac{b_0 \cdot \tan(\omega)}{c} + \frac{b_1 \cdot \tan(\omega)}{c} + \tan(\omega) + \frac{h_1}{c} + \frac{h_1}{b_1} \right)$$

Bytter ut c med  $b_0-b_1$  og slår sammen cot- og tan-uttrykk

$$W_{int} := 2 \cdot \delta \cdot m_p \cdot \left( \left( 2 + 2 \cdot \frac{(b_0 - b_1)}{b_1} \right) \cdot \cot(\omega) + \left( \frac{b_0 + b_1}{b_0 - b_1} + 1 \right) \cdot \tan(\omega) + \frac{h_1}{b_0 - b_1} + \frac{h_1}{b_1} \right)$$

$$W_{int} := 2 \cdot \delta \cdot m_p \cdot \left( \left( 2 \cdot \frac{b_0}{b_1} \right) \cdot \cot(\omega) + \left( 2 \cdot \frac{b_0}{b_0 - b_1} \right) \cdot \tan(\omega) + \frac{h_1}{b_0 - b_1} + \frac{h_1}{b_1} \right)$$

For å finne vinkelen  $\omega$  som gir minst indre energi, deriveres det med hensyn på  $\omega$  og settes lik 0

$$\frac{d}{d\omega} W_{int} = 0$$

$$\frac{\left( 2 \cdot \frac{b_0}{b_1} \right)}{\sin^2(\omega)} + \frac{\left( 2 \cdot \frac{b_0}{b_0 - b_1} \right)}{\cos^2(\omega)} = 0$$

$$\frac{\left( 2 \cdot \frac{b_0}{b_0 - b_1} \right)}{\cos^2(\omega)} = \frac{\left( 2 \cdot \frac{b_0}{b_1} \right)}{\sin^2(\omega)}$$

$$\tan^2(\omega) = \frac{\left( 2 \cdot \frac{b_0}{b_1} \right)}{\left( 2 \cdot \frac{b_0}{b_0 - b_1} \right)}$$

$$\tan^2(\omega) = \frac{b_0 - b_1}{b_1}$$

$$\omega := \arctan \left( \sqrt{\frac{b_0 - b_1}{b_1}} \right)$$

Fører inn uttrykket for  $\omega$  i uttrykket for internal energy

$$W_{int} := 2 \cdot \delta \cdot m_p \cdot \left( \left( 2 \cdot \frac{b_0}{b_1} \right) \cdot \cot \left( \operatorname{atan} \left( \sqrt{\left( \frac{b_0 - b_1}{b_1} \right)} \right) \right) + \left( 2 \cdot \frac{b_0}{b_0 - b_1} \right) \cdot \tan \left( \operatorname{atan} \left( \sqrt{\left( \frac{b_0 - b_1}{b_1} \right)} \right) \right) + \frac{h_1}{b_0 - b_1} + \frac{h_1}{b_1} \right)$$

$$W_{int} := 2 \cdot \delta \cdot m_p \cdot \left( \left( 2 \cdot \frac{b_0}{b_1} \right) \cdot \sqrt{\left( \frac{b_1}{b_0 - b_1} \right)} + \left( 2 \cdot \frac{b_0}{b_0 - b_1} \right) \cdot \sqrt{\left( \frac{b_0 - b_1}{b_1} \right)} + \frac{h_1}{b_0 - b_1} + \frac{h_1}{b_1} \right)$$

$$W_{int} := 2 \cdot \delta \cdot m_p \cdot \left( \frac{h_1}{b_0 - b_1} \cdot \frac{b_1}{b_1} + \frac{h_1}{b_1} \cdot \frac{b_0 - b_1}{b_0 - b_1} + \left( 2 \cdot \frac{b_0 \cdot \sqrt{b_1}}{b_1 \cdot \sqrt{b_0 - b_1}} \right) + \left( 2 \cdot \frac{b_0 \cdot \sqrt{b_0 - b_1}}{(b_0 - b_1) \cdot \sqrt{b_1}} \right) \right)$$

$$W_{int} := 2 \cdot \delta \cdot m_p \cdot \left( \frac{h_1 \cdot (b_1 + b_0 - b_1)}{b_1 \cdot (b_0 - b_1)} + \left( 2 \cdot \frac{b_0 \cdot \sqrt{b_1} \cdot \sqrt{b_0 - b_1}}{b_1 \cdot (b_0 - b_1)} \right) + \left( 2 \cdot \frac{b_0 \cdot \sqrt{b_1} \cdot \sqrt{b_0 - b_1}}{b_1 \cdot (b_0 - b_1)} \right) \right)$$

$$W_{int} := 2 \cdot \delta \cdot m_p \cdot \left( \frac{h_1 \cdot (b_0)}{b_1 \cdot (b_0 - b_1)} + 4 \cdot \left( \frac{b_0 \cdot \sqrt{b_1}}{b_1 \cdot \sqrt{(b_0 - b_1)}} \right) \right)$$

$$W_{ext} = M \cdot \frac{\delta}{b_1}$$

$$M := 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot f_{y0} \cdot t_0^2 \cdot \left( \frac{h_1 \cdot b_0}{(b_0 - b_1)} + 4 \cdot b_0 \cdot \left( \frac{\sqrt{b_1}}{\sqrt{b_0 - b_1}} \right) \right)$$

Setter inn relasjonen  $\beta = \frac{b_1}{b_0}$ ,  $b_1 = \beta \cdot b_0$

$$M := \frac{1}{2} \cdot f_{y0} \cdot t_0^2 \cdot \left( \frac{h_1 \cdot b_0}{b_0 \cdot (1 - \beta)} + 4 \cdot b_0 \cdot \left( \frac{\sqrt{\beta \cdot b_0}}{\sqrt{b_0 \cdot (1 - \beta)}} \right) \right)$$

$$M := \frac{1}{2} \cdot f_{y0} \cdot t_0^2 \cdot \left( \frac{h_1}{(1 - \beta)} + 4 \cdot b_0 \cdot \left( \sqrt{\frac{\beta}{(1 - \beta)}} \right) \right) = 1.552 \text{ m} \cdot \text{kN}$$