

Anna Sylvi Bjørkedal

Dybdelæring for alle.

En innholdsanalyse av Multi 4a Lærerens bok.

Masteroppgave i Erfaringsbasert master i spesialpedagogikk

Veileder: Per Frostad

Mai 2023



Anna Sylvi Bjørkedal

Dybdelæring for alle.

En innholdsanalyse av Multi 4a Lærerens bok.

Masteroppgave i Erfaringsbasert master i spesialpedagogikk
Veileder: Per Frostad
Mai 2023

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for pedagogikk og livslang læring



NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

I denne masteroppgaven utforsker jeg hvordan lærerveiledningen «Multi 4a lærerens bok» legger til rette for tilpasset opplæring og dybdelæring i matematikk. Jeg undersøker om temaet divisjon blir behandlet i tråd med forventninger i læreplanen, og hvordan kognitiv kompleksitet i oppgaver og aktiviteter kan påvirke muligheter for dybdelæring. Videre analyserer jeg hvordan lærerveiledningen foreslår å tilpasse fagstoffet, og hvordan tilpasningene påvirker de kognitive kravene i oppgaven. Jeg analyserer også i hvilken grad lærerveiledningen bidrar med informasjon som kan hjelpe læreren til å tilpasse opplæringen for alle elever.

Problemstillingen er: Hvordan kan en lærerveiledning i Multi-serien bidra til å dekke læreplanens kompetansemål og kjerneelementer i matematikk med fokus på tilpasset opplæring og dybdelæring?

Temaet undersøkes gjennom deduktiv innholdsanalyse, og datainnsamlingen er basert på Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk for lærebokanalyse, Webb (1997) sin depth-of-knowledge-modell og Hemmi et al. (2013) sitt analyseverktøy for lærerveiledninger.

Sentrale funn viser at Multi dekker det matematiske innholdet gjennom varierte oppgaver og aktiviteter som stiller høye kognitive krav til eleven. Lærerveiledningen refererer i liten grad til kompetansemål og kjerneelementer, og tilbyr lite faglig støtte til læreren. Det blir gitt informasjon om hvordan oppgaver kan forenkles eller tilføres ekstra utfordringer, men mange av tilpasningene har en utilsiktet påvirkning av oppgavens kognitive krav. Analysen viser at det tilbys få oppgaver som bidrar til automatisering av kunnskaper. Det er også mangel på oppgaver som bidrar til kreativitet og nyskaping.

Funn fra denne undersøkelsen indikerer at en sterk vektlegging av oppgaver med høye kognitive krav kan føre til færre muligheter for automatisering av faktakunnskaper. Det kan også synes som en bedre balanse i tilgangen på oppgaver med ulike grader av kognitiv kompleksitet vil være fordelaktig for å legge til rette for dybdelæring for alle elever.

Abstract

In this master's thesis, I explore how a teacher's guide influences differentiated instruction and deep learning in mathematics education. I investigate to which extent the topic of division is addressed in line with the national curriculum, and how the cognitive complexity of tasks and activities can impact opportunities for deep learning. I will also investigate how the teacher's guide proposes to adapt the subject matter, and how these adaptations affect the cognitive demands of the tasks. The analysis also includes assessing the extent to which the teacher's guide provides information to assist the teacher in adapting instruction to accommodate all the students.

The research question is: *How can a teacher's guide in the Multi series contribute to achieving the competence objectives and core elements in the mathematics curriculum, focusing on differentiated instruction and deep learning?*

The topic is investigated through a deductive content analysis, and data collection is based on Charalambous et al.'s (2010) framework for textbook analysis, Webb's (1997) depth-of-knowledge model, and Hemmi et al.'s (2013) tool for analyzing teacher's guides.

Key findings reveal that the Multi series covers mathematical content through varied tasks and activities that require high cognitive demands from the students. The teacher's guide makes limited references to competence goals and core elements, offering little pedagogical support to the teacher. Information is provided on how tasks can be simplified or enhanced with additional challenges, but many of the adaptations unintentionally affect the cognitive demands of the tasks. The analysis demonstrates a lack of tasks that contribute to learning of basic facts. There is also a shortage of tasks that foster creativity and innovation.

Findings from this study suggest that a strong emphasis on tasks with high cognitive demands may lead to less opportunities for learning of basic facts. It also appears that a better balance in the availability of tasks with varying degrees of cognitive complexity would be beneficial in facilitating deep learning for all students.

Forord

Denne masteroppgaven markerer avslutningen på et arbeid som startet i forrige årtusen. Som ung student var planen å ta mastergrad i førskolepedagogikk, men dette arbeidet ble avbrutt til fordel for jobb og familie.

Et kvart århundre senere har jeg byttet til å skrive masteroppgave i spesialpedagogikk. Arbeidet med oppgaven har vært intenst og tidkrevende, og er fullført ved siden av full jobb som kontaktlærer for en livlig gjeng med fjerdeklassinger.

Jeg vil rette en stor takk til min veileder, Per Frostad, som har bidratt med gode innspill blant annet gjennom å oppfriske glemte kunnskaper om forskningsmetode. I tillegg har han gitt innspill til teori som jeg vil ha nytte av også utenfor arbeidet med denne oppgaven.

Takk til Hege som sparket i gang prosessen og sørget for at jeg flyttet til Trondheim i 1995. Takk for Italiaturen i 2021 som vekket gnisten som skulle til for å gjenoppta arbeidet med å skrive masteroppgave.

Jeg vil også takke familien min for støtte og oppmuntring. Takk for at dere er interessert i hvordan det går med oppgaven. Takk for at dere har lettet arbeidsbyrden hjemme. Takk for at dere har ventet tålmodig på at jeg skal bli mer tilgjengelig når denne oppgaven er levert!

Anna Sylvi Bjørkedal

Trondheim, 23. mai 2023

Figurer	xii
Tabeller	xii
Forkortelser/symboler	xii
1 Innledning	1
1.1 Bakgrunn for valg av tema	1
1.2 Tidligere forskning	1
1.3 Formål, problemstilling og avgrensing	3
1.4 Definisjon av nøkkelbegreper	4
1.4.1 Tilpasset opplæring	4
1.4.2 Dybdelæring	4
1.5 Disposisjon av oppgaven	4
2 Teoretisk rammeverk	5
2.1 Teori	5
2.2 Tilpasset opplæring gjennom valg av oppgaver	5
2.2.1 Åpne, utforskende og rike oppgaver	5
2.2.2 Parallelle oppgaver	5
2.2.3 Tilpasning av lukkede oppgaver	6
2.3 Dybdelæring i matematikk	6
2.4 DOK-modellen	6
2.4.1 DOK1: Huske og reprodusere	8
2.4.2 DOK2: Begreper og ferdigheter	9
2.4.3 DOK3: Strategisk tenkning	9
2.4.4 DOK4: Utvidet strategisk tenkning	10
2.5 Analyseverktøy for lærerveiledninger	10
2.6 Rammeverk for lærebokanalyse	10
2.7 Vurdering av læremidler i matematikk	11
2.7.1 Veileder for vurdering av læremidler	11
2.7.2 Design	12
2.7.3 Pedagogisk og didaktisk kvalitet	12
2.7.4 Kobling til læreplanen	13
2.8 Føringer i læreplanen	13
2.8.1 Kompetansemål	13
2.8.2 Kjerneelementer	14
3 Divisjon	15
3.1 Terminologi og begreper	15
3.2 Grunnleggende ideer knyttet til divisjon	16
3.3 Sammenhenger og strukturer	16

3.4	Strategier	17
3.5	Modeller	17
3.6	Representasjoner	19
3.7	Misoppfatninger	20
4	Metode	22
4.1	Forskningsprosessen	22
4.1.1	Tilpasning av analyseverktøy	22
4.1.2	Valg av lærerveiledning	24
4.1.3	Datainnsamling	24
4.2	Reliabilitet	25
4.3	Validitet	25
4.3.1	Begrepsvaliditet	26
4.3.2	Intern validitet	27
4.3.3	Ekstern validitet	27
4.3.4	Forskningsetikk	28
5	Analyse og resultater	29
5.1	Presentasjon av Multi	29
5.2	Læreplanens føringer	29
5.3	DOK-analyse av kompetansemål	30
5.4	DOK-analyse av kjerneelementer	31
5.4.1	Utforskning og problemløsning	31
5.4.2	Modellering og anvendelser	32
5.4.3	Resonnering og argumentasjon	32
5.4.4	Representasjon og kommunikasjon	33
5.4.5	Abstraksjon og generalisering	33
5.5	Horisontal analyse	34
5.5.1	Generell informasjon om læreverket	34
5.5.2	Struktur	35
5.5.3	Lærerens bok - design	36
5.5.4	Organisering av fagstoff	37
5.6	Vertikal analyse	39
5.6.1	Matematisk innhold	39
5.6.2	Matematisk praksis	41
5.6.3	Kognitive krav	44
5.6.4	Tilpasninger	49
5.6.5	Støtte til lærer	50
6	Diskusjon	52

6.1	Innledning.....	52
6.2	Design	52
6.3	Pedagogisk og didaktisk kvalitet.....	53
6.3.1	Innhold, praksis og tilpasninger	53
6.3.2	Kognitive krav	56
6.3.3	Støtte til lærer	57
6.4	Kobling til læreplanverket.....	59
7	Avslutning.....	61
7.1	Design	61
7.2	Pedagogisk og didaktisk kvalitet.....	61
7.3	Kobling til læreplanverket.....	62
7.4	Oppsummering	62
	Referanser.....	64
	Vedlegg.....	70

Figurer

Figur 1: DOK-modellen med beskrivelser av de ulike nivåene.....	8
Figur 2: Sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon: motsatte operasjoner	16
Figur 3: Tallinje.....	18
Figur 4: Blokkmodell.....	18
Figur 5: Like grupper	18
Figur 6: Rutenett.....	19
Figur 7: Representasjonsformer i matematikk med eksempel.....	20
Figur 8: Horisontal analyse av lærerveiledning	23
Figur 9: Vertikal analyse av lærerveiledning.....	24
Figur 10 Skjematisk framstilling av layout i lærerveiledningen.....	37
Figur 11: Sette navn på elementene i et delestykke.....	40
Figur 12: Fra beskrivelse til regnestykke	43
Figur 13: Eksempel på DOK1-oppgave	45
Figur 14: Eksempel på DOK2-oppgave	46
Figur 15: Eksempel på DOK2-aktivitet som kan utvides til DOK3	46
Figur 16: Spill på DOK2-nivå.....	47
Figur 17: Eksempel på DOK3-øveoppgave	47
Figur 18: Eksempel på DOK3-utforskningsoppgave.....	48
Figur 19: Eksempel på DOK3-vurderingsoppgave	49

Tabeller

Tabell 1 Hemmi et al. (2013) sitt analyseverktøy for evaluering av lærerveiledninger....	10
Tabell 2 DOK-analyse av kompetansemål	30
Tabell 3 DOK-analyse av kjerneelementet «utforskning og problemløsning»	31
Tabell 4 DOK-analyse av kjerneelementet «modellering og anvendelser»	32
Tabell 5 DOK-analyse av kjerneelementet «resonnering og argumentasjon»	32
Tabell 6 DOK-analyse av kjerneelementet «representasjon og kommunikasjon».....	33
Tabell 7 DOK-analyse av kjerneelementet «abstraksjon og generalisering».....	33
Tabell 8 Informasjon om læreverket Multi 4	34
Tabell 9 Organisering av fagstoffet i Multi 4	35
Tabell 11 Kognitive krav i oppgaver og aktiviteter.....	44
Tabell 12 Støtte til lærer	50

Forkortelser/symboler

DOK	Depth of Knowledge
LK20	Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020

1 Innledning

Dette er et prosjekt som del av en erfaringsbasert master i spesialpedagogikk. I innledningen vil jeg presentere bakgrunn for masteroppgaven, problemstilling, forskningsspørsmål, avgrensinger og gangen i oppgaven.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

I denne masteroppgaven har jeg valgt å gjøre en teoretisk undersøkelse av en lærerveiledning i matematikk. Bakgrunnen for dette valget er at lærerveiledninger kan ha stor påvirkning på innhold og organisering av matematikkundervisning, noe som igjen kan påvirke elevenes utbytte av opplæringen. Elever som står i fare for å utvikle matematikkvansker har ofte en instrumentell og lite fleksibel tilnærming til matematikkproblemer (Lunde, 2004; Van de Walle et al., 2015; Skott et al. 2015). Dette kan i noen grad knyttes til undervisning som fokuserer på faktakunnskap og prosedyrer som isolerte enheter, der det i mindre grad er lagt vekt på forståelse for dypere sammenhenger mellom matematiske ideer og begreper (Van de Walle et al., 2015; Skott et al., 2015).

Fra et spesialpedagogisk perspektiv kan det være interessant å undersøke hvordan en lærerveiledning kan bidra til å tilpasse opplæringen slik at alle elever får mulighet til å utvikle dybdekunnskap i faget, noe som kan hjelpe eleven til å utvikle faglig kompetanse, samt oppleve mestring og motivasjon i læringsprosessen. Det spesialpedagogiske temaet for oppgaven blir dermed å undersøke lærerveiledningen i et forebyggingsperspektiv, med tanke på at den kan bidra til å forebygge utvikling av matematikkvansker.

1.2 Tidligere forskning

Tradisjonelt sett har lærebøker i matematikk vært styrende for hva læreren oppfatter som «pensum» i faget (van den Ham & Heinze, 2018; Gilje et al., 2016), og dette vil også kunne gjelde for anbefalinger som er gitt i lærerveiledninger. Det finnes forskning som antyder at lærerveiledninger kan bidra til en bedre struktur i opplæringen, og at de har potensiale til å legge til rette for tilpasset opplæring gjennom å tilby variasjon i undervisningsmetoder og læringsaktiviteter (Ball & Cohen, 1996; Ball et al., 2008; Hiebert & Grouws). Imidlertid er det verdt å merke seg at lærerveiledninger også kan inneholde feil eller gi misvisende informasjon som kan påvirke læringen negativt (Van den Ham & Heinze, 2018). Med tanke på at Norge ikke lenger har en egen godkjenningsordning for lærebøker (NOU 2019:23, s. 391), må skolene selv vurdere kvaliteten på læremidlene opp mot krav og intensjoner i læreplanen. Dette kan være et omfattende arbeid, og mangel på tid kan føre til at læremiddel blir valgt ut fra andre kriterier enn kvalitet. Van den Ham og Heinze (2018) påpeker at bruk av godkjenningskriterier for lærebøker kan føre til generell forbedring av kvalitet på lærebøker, i tillegg til å hindre at lærebøker med negative effekter brukes i skolen.

Matematikk er et fag der læreboka har hatt stor innflytelse på undervisning og læring (Wæge & Nosrati, 2015; Van den Ham & Heinze, 2018), og ut fra dette er det rimelig å anta at en lærerveiledning som legger føringer for hvordan læreboka skal brukes, også vil ha innflytelse på praksis i klasserommet. Gilje et al. (2016) viser at lærere i stor grad mener at læreboka fungerer som en garanti for å oppfylle kompetansemålene i

læreplanen, og at lærerveiledningen er viktig for planlegging av undervisning. Van den Ham og Heinze (2018) påpeker at lærebøker i matematikk påvirker både hvilke emner som undervises, hvor mye tid som brukes på hvert emne og hva og hvor mye elevene lærer. I en longitudinell undersøkelse av fire ulike matematikkbøker som representerer samme læreplan konkluderer van den Ham og Heinze (2018) med at valg av lærebok i matematikk på 1.-4. trinn har en betydelig effekt på elevenes prestasjoner, og at disse forskjellene er kumulative. Van den Ham og Heinze (2018) understreker at selv om lærebøkene er i tråd med samme læreplan, vil små forskjeller i kvalitet vokse seg større over tid. Valg av lærebøker med høy kvalitet vil derfor være en relativt enkel, rask og effektiv måte å påvirke elevprestasjoner på (van den Ham & Heinze, 2018). I forlengelse av dette er det rimelig å anta at en lærerveiledning med høy faglig og pedagogisk kvalitet kan være et effektivt verktøy for å utvikle god undervisning som er i tråd med gjeldende læreplaner.

Det finnes lite forskning om lærerveiledningens betydning for tilpasset opplæring og dybdelæring i matematikk knyttet til den nye læreplanen. Imidlertid finnes det en del masteroppgaver som undersøker læremidler i matematikk knyttet til ulike temaer som kan være aktuelle i denne sammenhengen.

Et eksempel på en slik undersøkelse er masteroppgaven til Svingen (2014), som sammenligner to lærerveiledninger for 5. trinn: Multi og Abakus. Svingen undersøker hvordan lærerveiledningene presenterer mål, innhold, arbeidsmåter og vurdering i matematikk, og hvordan de forholder seg til læreplanen. Ifølge Svingen har begge lærerveiledningene en tydelig struktur og oversikt over læringsmål, men det er forskjeller knyttet til i hvilken grad målene konkretiseres og operasjonaliseres. Begge lærerveiledningene anbefaler varierte arbeidsmåter, men de har ulikt fokus. Multi legger mer vekt på å utforske og løse problemer, mens Abakus prioriterer øving og repetisjon. Svingen viser også til at lærerveiledningene har svakheter knyttet til differensiering, avdekning av elevenes misoppfatninger, variasjon i undervisningsstrategier og vektlegging av sammenheng mellom begreper og representasjoner (Svingen, 2014, s. 86-87).

Eriksen og Bolme (2021) undersøker i sin masteroppgave i hvor stor grad nye lærebøker ivaretar sentrale kjerneelementer i Fagfornyelsen, og resultatene viser at kjerneelementene utforskning og problemløsning sammen med resonnering og argumentasjon i liten grad blir ivaretatt, mens kjerneelementet modellering og anvendelse ivaretas i noe større grad. Kjerneelementene skal gjennomsyre matematikkundervisningen på alle trinn, og det kan være interessant å undersøke om det er forskjeller i hvordan kjerneelementene ivaretas av lærerveiledningen.

Tokheim (2015) har i sin masteroppgave analysert tre norske læreverker i matematikk for 1. trinn der hensikten var å finne forskjeller og likheter mellom læreverkene. Undersøkelsen viser at læreverkene har ulikheter med tanke på organisering av fagstoff, kognitive krav i oppgavene og fokus på matematikkfaglige begreper. Disse forskjellene kan ifølge Tokheim tyde på at norske elever får ulike læringsmuligheter knyttet til hvilket læreverker som benyttes. I forbindelse med dette kan det være interessant å undersøke hvilken kognitiv kompleksitet som forventes ut fra kompetansemålene, og om lærerveiledningen kan tilby oppgaver og aktiviteter som møter disse forventningene.

PISA og TIMSS-undersøkelsene har utviklet flere indikatorer for å måle undervisningskvalitet (Bergem, 2018, s. 200, 216). En av disse er «kognitive utfordringer» som handler om kompleksitet i emner og oppgaver, problemløsning og

utforskende metoder (Bergem, 2018, s. 203). Kognitiv kompleksitet er en indikator som måler hvor utfordrende og variert et læremiddel er med tanke på de kognitive prosessene som kreves for å forstå og mestre innholdet. Selv om kognitiv kompleksitet kan si noe om kvaliteten på læremiddelet, er det verdt å merke seg at andre faktorer som tydelige forklaringer, visuell presentasjon og klare læringsmål også er viktige for vurdering av kvalitet (Fan, 2010; Gilje & Svingen, 2018).

Fjelltvedt (2019) skriver i sin masteroppgave at det er variasjon i hva lærere legger i begrepet dybdelæring i matematikk, og at noen lærere framhever behov for kompetanse for å legge bedre til rette for dybdelæring. Videre antyder Fjelltvedt at mange lærere oppfatter begrepet som utydelig, og at det er et nytt ord på noe som allerede eksisterer i skolen. Fjelltvedt nevner også at mens noen lærere ser på pugging og utenat læring som overflatekunnskap som er lite ønskelig, mener andre at det heller er starten på dybdelæring og helt nødvendig. Til sammen kan dette tyde på et behov for å presisere hva begrepet dybdelæring innebærer.

I gjennomgangen av tidligere forskning har jeg funnet flere aktuelle innspill som kan være aktuelle for min masteroppgave. For det første kan det være interessant å undersøke hvordan lærerveiledningen forholder seg til prinsippet om dybdelæring. Videre vil det være aktuelt å undersøke hvordan lærerveiledningen bidrar til å strukturere og tilpasse fagstoffet. Det er også aktuelt å undersøke hvordan lærerveiledningen ivaretar kompetansemål og kjerneelementer i faget med tanke på kognitiv kompleksitet. Disse innspillene har bidratt til å utforme problemstillingen for dette prosjektet, og på den måten kan det sies at forskningen inngår i en større prosess der kunnskap stadig utvikles og raffineres (Andersen, 1997).

1.3 Formål, problemstilling og avgrensning

Som en del av forskningsprosessen er det viktig at forskeren reflekterer over hvilken nytteverdi forskningen kan ha for andre, og om forskningsspørsmålet er mulig å besvare gjennom forskningsprosessen. Utgangspunktet for denne masteroppgaven er å undersøke en lærerveiledning ut fra et forebyggingsperspektiv, der tilrettelegging for tilpasset opplæring og dybdelæring kan bidra til at alle elever får mulighet til å utvikle dybdekunnskap i matematikk. Dette er relevant for vurdering av læremidler i matematikk, i tillegg til at det kan gi innspill til utforming av lærerveiledninger.

Med dette som utgangspunkt har jeg valgt denne problemstillingen:

Hvordan kan en lærerveiledning i Multiserien bidra til å dekke læreplanens kompetansemål og kjerneelementer i matematikk med fokus på tilpasset opplæring og dybdelæring?

For å avgrense problemstillingen har jeg valgt å undersøke lærerveiledningen for 4. trinn og hvordan denne behandler temaet divisjon. I læreplanen for matematikk er temaet divisjon helt sentralt på fjerde trinn i og med at det er den regnearten som inngår i flest kompetansemål (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Problemstillingen skal undersøkes ved hjelp av Charalambous et al. (2010, s. 123) sin analysemodell for lærebøker, Webbs analysemodell for dybdekunnskap (Webb, 1997;2002;2007) og Hemmi et al. (2013) sitt analyseverktøy for lærerveiledninger.

1.4 Definisjon av nøkkelbegreper

1.4.1 Tilpasset opplæring

Tilpasset opplæring er et overordnet prinsipp i læreplanen og innebærer at alle elever skal få undervisning som er tilpasset deres evner, forutsetninger og behov (Utdanningsdirektoratet, 2022c). Videre skal prinsippet om tilpasset opplæring bidra til at alle elever får utvikle faglig og sosial kompetanse, og at de opplever mestring og motivasjon i skolen. Tilpasset opplæring kan innebære ulike metoder, arbeidsformer, læringsmål og vurderingsformer, avhengig av den enkelte elevs forutsetninger og situasjon (Utdanningsdirektoratet, 2022c). LK20 gir stort handlingsrom for tilpasninger, og innebærer at elevene skal kunne nå kompetansemålene, men med ulik kvalitet og på ulikt nivå (Utdanningsdirektoratet, 2022c).

Det finnes flere oppfatninger av hva tilpasset opplæring innebærer, og i denne oppgaven vil det overordnede prinsippet i læreplanen begrenses til å vurdere hvordan tilpasset opplæring kan oppnås gjennom tilpasning av oppgaver og læringsaktiviteter. Dette innebærer at andre sider ved tilpasset opplæring, som for eksempel bruk av varierte læringsarenaer og læringsstrategier ikke behandles i denne undersøkelsen.

1.4.2 Dybdelæring

Dybdelæring er en prosess der elevene gradvis utvikler varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i fag og mellom fagområder, og innebærer at elevene reflekterer over egen læring og bruker det de har lært på ulike måter i kjente og ukjente situasjoner, alene eller sammen med andre (Utdanningsdirektoratet, 2019a).

Dybdelæring er viktig for å utvikle kompetanser som kreativitet, kritisk tenkning, kommunikasjon og samarbeid (Fullan et al., 2018, s. 41-45). I denne oppgaven vil jeg knytte dybdelæring til Norman Webbs DOK-modell, som er et verktøy for å vurdere kognitiv kompleksitet i læreplaner, undervisningsmaterieell og vurderingsoppgaver (Webb, 1997; 2002; 2007). Dette innebærer at andre sider ved dybdelæring, som for eksempel sosiale og psykologiske aspekter, er utelatt fra denne undersøkelsen.

1.5 Disposisjon av oppgaven

I dette kapitlet har jeg presentert bakgrunn for valg av tema og problemstilling, samt avgrensninger og definisjon av nøkkelbegreper. Videre i masteroppgaven vil jeg redegjøre for den teoretiske rammen for undersøkelsen, og presentere sentrale matematiske ideer og begreper knyttet til divisjon. Deretter vil jeg gi en beskrivelse av metodevalg og gjøre noen betraktninger om studiens kvalitet. I analysekapitlet presenteres det analytiske arbeidet sammen med sentrale funn og resultater. Videre vil jeg diskutere resultatene i lys av Utdanningsdirektoratets veileder for vurdering av læremidler, før jeg presenterer mulige forbedringsområder og anbefalinger. Oppgaven avsluttes med en oppsummering av funn, i tillegg til spørsmål som jeg sitter igjen med etter prosjektet.

2 Teoretisk rammeverk

2.1 Teori

I teorikapittelet vil jeg først gi eksempler på hvordan opplæring kan tilpasses ved hjelp av ulike oppgavetyper. Deretter gir jeg en kort presentasjon av hva dybdelæring kan innebære i matematikkfaget, før jeg presenterer modeller og rammeverk som brukes for å analysere lærerveiledningen.

2.2 Tilpasset opplæring gjennom valg av oppgaver

En lærerveiledning i matematikk kan bidra til å realisere tilpasset opplæring gjennom ulike tilnærminger. Her presenterer jeg tre tilnærminger til matematikkoppgaver og hvordan disse kan bidra til tilpasset opplæring. Oppgaver er en sentral del av læringsaktivitetene i matematikk, og kan ha stor betydning for motivasjon og læring i faget (Boaler, 2016; Van de Walle, 2015).

2.2.1 Åpne, utforskende og rike oppgaver

For å tilpasse opplæringen i matematikk anbefaler Jo Boaler (2016) å bruke oppgaver som en enkle nok til at alle elevene kan delta (low floor), samtidig som oppgaven har potensiale for å engasjere seg i utfordrende problemer, bruke nysgjerrighet og finne kreative løsninger (high ceiling). Det som kjennetegner denne typen oppgaver er at det finnes flere løsninger og løsningsstrategier, og at de kan løses med ulike nivåer av kognitiv kompleksitet. Oppgaver av denne typen er gjerne kjent som åpne, utforskende eller rike oppgaver, og innebærer ofte samarbeid og kreative løsninger der elevene får mulighet til å bidra på sitt nivå ut fra ferdigheter og interesser. Oppgaver av denne typen vil også innebære samtaler og diskusjoner, der deling av ideer, resonnering og argumentasjon vil være en viktig del av oppgaven (Torkildsen, 2020). Lambert (2018) påpeker at disse oppgavetyperne er viktige også for elever med lærevansker i matematikk, men at det eksisterer en myte om at disse elevene heller bør få en opplæring i form av eksplisitt undervisning av prosedyrer.

2.2.2 Parallele oppgaver

Parallele oppgaver er en annen måte å tilpasse opplæringen til elevenes behov. Parallele oppgaver vil si at elevene jobber med samme læringsmål, men med forskjellige oppgaver. Et viktig poeng med parallelle oppgaver er å gi elevene valgmuligheter for å øke motivasjon for oppgaven, i tillegg til å legge til rette for større grad av selvstyring. Parallele oppgaver kan organiseres på ulike måter, for eksempel etter innhold eller vanskegrad. I arbeid med divisjon kan dette innebære at elevene velger mellom praktiske divisjonsoppgaver, oppgaveløsning ved hjelp av konkrete eller ren matematisk løsning av oppgaver. En annen måte å organisere parallelle oppgaver på er å gi samme oppgave, men la elevene velge mellom ulike tallstørrelser for problemet. Parallele oppgaver blir noen ganger også gitt ved at oppgaver innenfor samme tema blir organisert etter vanskegrad, for eksempel gjennom fargekoding der ulike farger angir om oppgaven er lett, middels eller vanskelig. Parallele oppgaver gir elevene valgmuligheter, og målet er at elevene skal velge den oppgaven som gir størst utfordring uten å være for

vanskelig. Elevens valg av oppgave vil dermed også gi verdifull informasjon til vurdering for læring (Van de Walle et al., 2015).

2.2.3 Tilpasning av lukkede oppgaver

Mange tradisjonelle lærebøker i matematikk har en overvekt av lukkede oppgaver i form av at det skal brukes en bestemt løsningsmetode eller at det finnes bare ett riktig svar (Boaler, 2016). Lukkede oppgaver kan være nyttige for å øve på grunnleggende ferdigheter og regler, men de kan også begrense elevenes kreativitet og evne til problemløsning. Boaler (2015) hevder at mange elever opplever mangel på mestring i møte med lukkede oppgaver som de ikke har forutsetninger for å løse, og anbefaler å åpne opp slike oppgaver for å fremme matematisk tenkning, kreativitet og diskusjon (Boaler, 2016). Dette kan gjøres ved å tilføre elementer av utforskning, legge til rette for bruk av flere løsningsstrategier, bruke varierte representasjoner og visuelle komponenter, eller be elevene om å begrunne, bevise eller forklare egne framgangsmåter (Boaler, 2016). Boaler understreker også at elevene må få mulighet til å engasjere seg i produktivt strev, gjennom at læreren begrenser forklaringer og instruksjoner i starten av problemløsningsprosessen.

2.3 Dybdelæring i matematikk

Begrepet dybdelæring har fått en viktig plass i LK20, og handler om at flere elever skal kunne lære og forstå det viktigste i fagene (Utdanningsdirektoratet, 2019a). Utdanningsdirektoratet (2019a) definerer dybdelæring som «det å gradvis utvikle kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i fag og mellom fagområder». Videre innebærer dybdelæring «å reflektere over egen læring og bruke det vi har lært på ulike måter i kjente og ukjente situasjoner, alene eller sammen med andre» (Utdanningsdirektoratet, 2019a). Gjennom dybdelæring skal elevene utvikle en mer helhetlig forståelse av faget og etter hvert anvende det de har lært «til å løse problemer og oppgaver i nye sammenhenger». (Meld. St. 28 (2015-2016), s. 14).

Dybdelæring i matematikk vil dermed være en måte å lære matematikk på som går utover å memorere regler og framgangsmåter. Dette innebærer at elevene skal utvikle forståelse for matematiske ideer, begreper og sammenhenger, samt å kunne anvende det de lærer i nye og ukjente situasjoner. Dybdelæring krever at elevene utforsker, reflekterer, argumenterer, kommuniserer og samarbeider om matematiske problemstillinger, og skal bidra til å utvikle matematisk kompetanse, kreativitet og kritisk tenkning hos elevene (Van de Walle et al., 2015; Fullan et al., 2018). Som kontrast til dybdelæring brukes ofte begrepet «overflatelæring» som kjennetegnes av at kunnskap i liten grad blir brukt i relevante sammenhenger (Björnsson & Olsen, 2018, s. 218), men læres som isolerte enheter. Dybdelæring er med andre ord et viktig mål for grunnopplæringen i matematikk, og er en kompleks prosess der eleven gradvis utvikler en mer helhetlig og dyp forståelse av faget. I denne oppgaven vil dybdelæring operasjonaliseres ved hjelp av DOK-modellen.

2.4 DOK-modellen

Norman Webb (1997; 2002; 2007) har gjennom forskning på samsvar mellom læreplaner og vurderingsaktiviteter utviklet et rammeverk for å måle graden av kognitiv kompleksitet i læringsaktiviteter og vurderingsoppgaver. «Depth of Knowledge»-modellen (heretter kalt DOK-modellen) er basert på Blooms taksonomi for klassifisering av læringsmål (Gaudet, 2015; WCEPS, 2014; Wine & Hoffman, 2022), og omfatter

mange dimensjoner ved tenkning, f.eks. behandling av informasjon, anvendelse av begreper og prosedyrer og strategisk tenkning (Webb, 1997, s. 15).

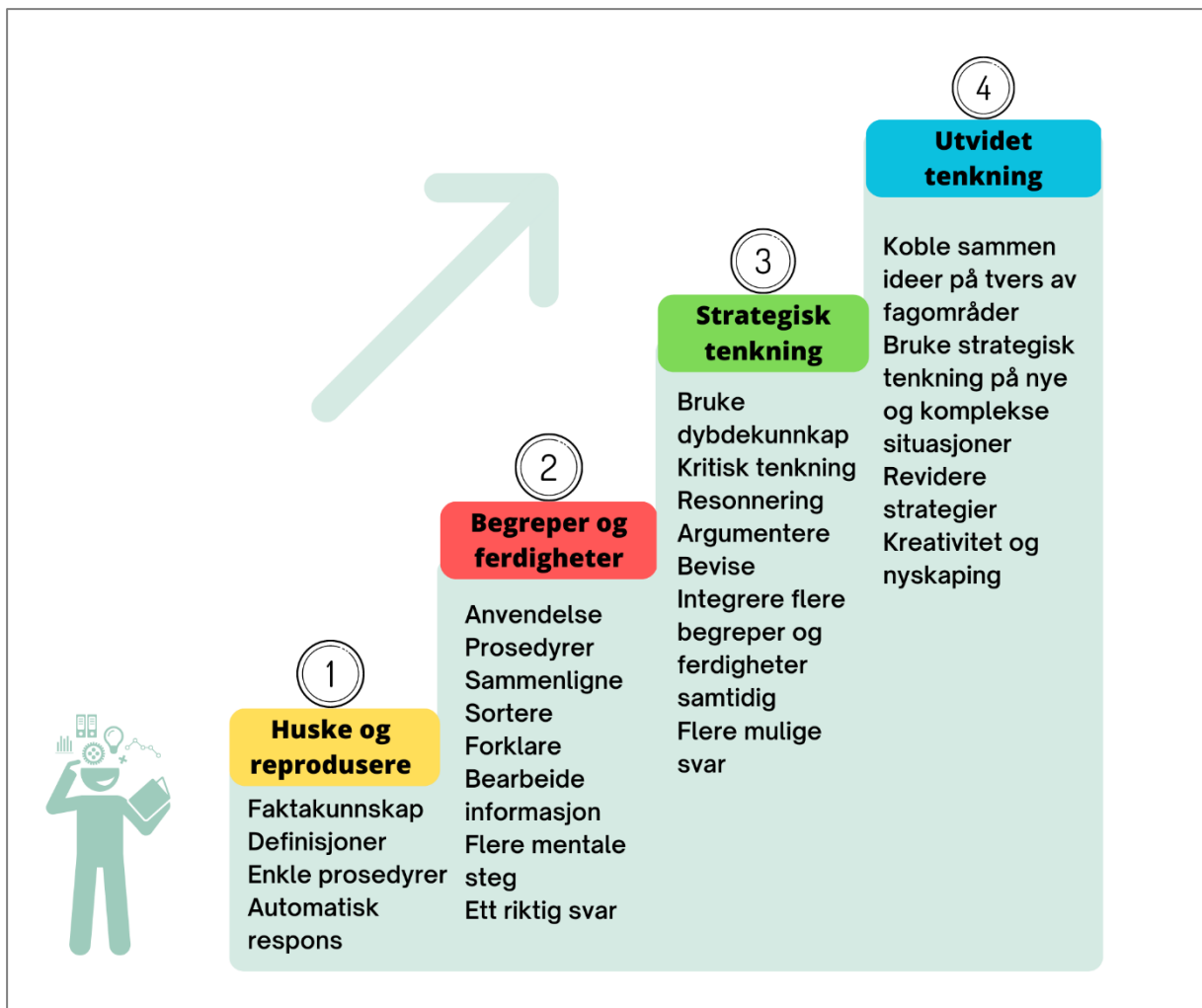
Webb bruker DOK-modellen til å kategorisere oppgaver etter hvilke kognitive prosesser som kreves for å løse oppgaven. Denne kategoriseringen er laget for å sikre at oppgaver og vurderinger reflekterer et bredt spekter av kognitive ferdigheter og dybde, og at de tilbyr en balanse mellom grunnleggende og mer avansert læring. DOK-modellen kan også brukes til å identifisere områder der oppgaver og vurderinger kan forbedres for å fremme dybdelæring og kritisk tenkning hos elevene (Webb, 2002; Wine & Hoffman, 2022).

DOK-modellen skiller mellom fire nivåer av kognitiv kompleksitet som karakteriseres av økende antall forbindelser eller prosesser involvert i tenkningen (Webb, 2002), (Wine & Hoffman, 2022). Hvert av disse nivåene bygger på det foregående nivået, og alle nivåene krever at elevene kan bruke kognitiv kapasitet på en stadig mer avansert og kompleks måte. Webb har utviklet gode beskrivelser av hvert DOK-nivå, noe som gjør det til et effektivt verktøy for å skille mellom krav til kunnskapsdybde i læreplanmål og læringsaktiviteter. Imidlertid er det verdt å merke seg at den reelle kognitive kompleksiteten for å løse en oppgave kan påvirkes av elevenes forkunnskaper. For eksempel vil en enkel multiplikasjonsoppgave være DOK1 for elever som har automatisert gangetabellen, mens den samme oppgaven vil være DOK2 for elever som ikke har denne kunnskapen og dermed må bruke mer tenkning og strategier for å løse oppgaven.

Ifølge Webb er det oppgavens «tak» som avgjør hvilket nivå oppgaven plasseres på. Dette innebærer at en oppgave skal plasseres på det DOK-nivået som korresponderer med det høyeste nivået av tenkning som oppgaven krever. For eksempel vil en oppgave som bare krever at elevene skal huske eller gjenkjenne fakta, ha et lavt tak og et lavt DOK-nivå. Hvis oppgaven derimot krever at elevene analyserer, tolker, argumenterer eller løser problemer, vil den ha et høyere tak og et høyere DOK-nivå (Wine & Hoffman, 2022).

I denne oppgaven blir DOK-modellen brukt for å operasjonalisere begrepet dybdelæring ved at DOK-nivåene representerer ulike grader av kognitiv kompleksitet. Høy kognitiv kompleksitet kan knyttes til dybdelæring ved at begge handler om å anvende kunnskaper og ferdigheter for å løse problemer og oppgaver i nye sammenhenger, mens lav kognitiv kompleksitet kan knyttes til automatisering av ferdigheter og fakta, eller det som ofte omtales som overflatelæring.

Nedenfor følger en illustrasjon av modellen som viser de fire nivåene og stikkord for hvert nivå, etterfulgt av en mer inngående beskrivelse av hvert nivå basert på Webb (1997; 2002; 2007), Wine & Hoffmann (2022) og Webb's depth of knowledge guide (Mississippi Department of Education, 2009).



Figur 1: DOK-modellen med beskrivelser av de ulike nivåene.

2.4.1 DOK1: Huske og reprodusere

DOK1 er det laveste nivået for kognitiv kompleksitet, og handler om å huske, memorere og reprodusere grunnleggende informasjon. Dette kan for eksempel være faktakunnskap, fagterminologi, definisjoner, formler og enkle prosedyrer. Oppgaver og aktiviteter på dette nivået krever lite bearbeiding av kunnskapsinnholdet, og brukes ofte for å lære eller sjekke basiskunnskaper (Mississippi Department of Education, 2009; Webb, 2002; Wine & Hoffman, 2022). DOK1-oppgavene har en viktig funksjon for å automatisere kunnskap, noe som i sin tur kan frigjøre kapasitet til å behandle kunnskapen på et dypere nivå med større kognitiv kompleksitet (Gaudet, 2015; WCEPS, 2014). Et typisk kjennetegn på en DOK1-oppgave er at det er mulig å gi en respons uten noe særlig tenketid. Eksempelvis vil memorering og resitering av gangetabellen kategoriseres som DOK1 (Webb, 2007). Utfyllingsoppgaver der eleven skal løse divisjonsoppgaver ved hjelp av gangetabellen vil også være en typisk DOK1-aktivitet. I tillegg vil det å lære grunnleggende terminologi eller regler for oppstilling av divisjonsstykker også kategoriseres som DOK1. Taket for DOK1 vil være at oppgaven kun krever automatisert respons, og liten grad av bearbeiding av informasjon.

2.4.2 DOK2: Begreper og ferdigheter

Det andre nivået i DOK-modellen handler om å bruke begreper og ferdigheter på en hensiktsmessig måte, og krever at man kobler sammen flere ideer eller begreper. Dette innebærer en viss bearbeiding av informasjon, for eksempel ved å sammenligne, sortere, tolke eller forklare (Wine & Hoffmann, 2022). Eksempler på oppgaver på dette nivået er å løse rutineoppgaver, sammenligne fakta, oversette mellom representasjoner og beskrive og forklare mønster og sammenhenger. DOK2-oppgaver kan også innebære å forklare bruk av prosedyrer, lage enkle modeller eller løse oppgaver med mer enn ett mentalt steg (Webb, 2002; Mississippi Department of Education 2009; Wine & Hoffman, 2022). Mens DOK1-oppgaver kan løses ved å gi et automatisk svar, vil DOK2 stille høyere krav til kognitiv bearbeiding av oppgavene. Videre vil DOK2-oppgaver kjennetegnes av at det vanligvis finnes bare ett riktig svar på oppgaven.

Taket for en DOK2-oppgave vil innebære at oppgaven kan løses ved å anvende prosedyrekunnskap eller begrepsmessig forståelse, men at den ikke krever kritisk tenkning eller problemløsningsferdigheter. En oppgave på dette nivået vil kunne innebære at eleven må tolke informasjon og velge en prosedyre for å løse problemet. Oppgaver der eleven får vite at det skal brukes divisjon for å løse problemet vil også klassifiseres på dette nivået. DOK-nivå er ikke avhengig av hvor vanskelig en oppgave er, men avgjøres av den kognitive kompleksiteten som kreves av oppgaven. Å bruke større tall i en oppgave vil kunne gjøre den vanskeligere å løse, men DOK-nivået vil være uforandret da oppgaven vil kreve tilsvarende kognitive operasjoner, men med høyere vanskegrad (Gaudet, 2015; WCEPS, 2014; Wine & Hoffman, 2022).

2.4.3 DOK3: Strategisk tenkning

Det tredje nivået i DOK-modellen krever at elevene kan bruke dybdekunnskap, kritisk tenkning og problemløsningsferdigheter for å løse problemer eller ta beslutninger. DOK3-aktiviteter vil ofte innebære å integrere flere begreper og ferdigheter samtidig. Dette inkluderer komplekse tankeprosesser som å analysere, evaluere og generalisere informasjon. Oppgaver på dette nivået innebærer å kombinere kunnskap og ferdigheter fra flere emner og områder for å komme fram til en løsning. Videre er oppgavene gjerne relatert til en realistisk situasjon der man må vurdere hvilke metoder og framgangsmåter som passer best for å finne løsningen. Dette innebærer at man må lage antagelser, forklare og underbygge egne tankerekker samt å vise belegg for egen argumentasjon. Slike oppgaver kjennetegnes også av at man må utføre flere mentale operasjoner eller bruke flere prosedyrer og abstrakte begreper (Webb, 2002, Mississippi Department of Education, 2009 og Wine & Hoffman, 2022). DOK3-oppgaver er også vanligvis kjennetegnet av at det finnes flere mulige løsningsmetoder og riktige svar.

Åpne, utforskende og rike oppgaver vil ofte kunne klassifiseres som DOK3-oppgaver. Dette er oppgaver som krever at elevene tolker informasjon, skaper mening og lager en plan for hvordan oppgaven kan løses. Det å forklare og begrunne egen tenkning gjennom meningsfulle matematiske samtaler vil kategoriseres på dette nivået, og dette nivået vil være avgjørende for å utvikle en relasjonell forståelse av matematiske ideer (Boaler, 2016; Van de Walle et al., 2015; Kazemi & Hintz, 2014). Taket for en DOK3-oppgave vil være at den kan løses gjennom å anvende kritisk tenkning, men at den ikke krever tverrfaglig kunnskap eller kreativitet for å løse en kompleks og sammensatt oppgave.

2.4.4 DOK4: Utvidet strategisk tenkning

Oppgaver på dette nivået innebærer å integrere kunnskap og ideer fra ulike fagområder og bruke dem i nye og komplekse situasjoner. Dette forutsetter resonnering, planlegging, utvikling og tenkning over tid, og er ofte relatert til å løse autentiske problemer fra virkeligheten med uforutsigbare resultater. Det viktigste kjennetegnet for dette nivået er at oppgavene krever at det tas beslutninger om valg av strategier eller prosedyrer basert på ny informasjon som kommer til. Dette nivået vil også omfatte å et valg av tilnærming blant mange alternativer, og revisjon av løsningsstrategier underveis i arbeidet.

Aktiviteter på dette nivået kan gjerne ha en viss varighet, som f.eks. tema- og prosjektarbeid, og arbeidet preges av kreativitet, risikovilje, planlegging og evne til å gjøre tilpasninger underveis i arbeidet. Det å skape, designe eller evaluere nye ideer og produkter kan plasseres på dette nivået (Webb, 2002; Mississippi Department of Education, 2009; Wine & Hoffmann, 2022).

2.5 Analyseverktøy for lærerveiledninger

Hemmi et al. (2013) har i en studie av hvordan lærerveiledninger kan bidra til læring for læreren, utviklet et analyseverktøy som kan brukes til å sammenligne og evaluere lærerveiledninger. Analyseverktøyet undersøker i hvilken grad lærerveiledningen bidrar med støtte til læreren innenfor ulike kategorier, og kan også være relevant med tanke på hvordan denne informasjonen kan brukes for å tilpasse opplæringen for elever med ulike læringsbehov. Analyseskjemaet er her oversatt til norsk, og vil brukes som utgangspunkt for å analysere hvilken informasjon som blir gjort tilgjengelig for læreren gjennom lærerveiledningen, og hvordan dette kan støtte læreren i å tilpasse opplæringen i matematikk.

Tabell 1 Hemmi et al. (2013) sitt analyseverktøy for evaluering av lærerveiledninger

Kategorier	Kategori for dataanalyse
1a: Generell kunnskap om elevers ideer og strategier	Beskriver hvorfor elever har bestemte oppfatninger om matematiske begrep og gir eksempler på vanlige strategier for elevene
1b: Forslag til hvordan lærer kan møte elevers ideer og strategier	Gir forslag til hvordan man kan møte ulike ideer og strategier og hvordan forbedre læring og forhindre framtidige vansker
2: Begreper og fakta	Beskriver begreper og fakta innenfor matematikk som historie, bruksområde, metoder, bevis, riktig terminologi
3: Progresjon og sammenhenger	Viser matematisk progresjon gjennom skoleåret i tillegg til sammenhenger mellom matematiske emner, f.eks. forklarer framtidig utvikling av metoder og begreper
4: Sammenheng mellom teori og praksis	Støtter lærerens handlinger i praksis utover fagstoffet ved å knytte sammen teori og praksis. Avdekker sentrale ideer i læreplan og forskningsresultat for å fremme lærerens autonomi.
5: Undervisningsdesign	Støtter lærerens evne til å handle i praksis ved forslag angående design og utføring av leksjoner oppgaver, formativ vurdering, individualisering av undervisning, lekser o.l.

2.6 Rammeverk for lærebokanalyse

Som ramme for tekstanalysen vil jeg bruke Charalambous et al. (2010, s. 123) sitt rammeverk for lærebokanalyse ettersom det er et anerkjent og systematisk verktøy som

tar hensyn til ulike aspekter ved lærebøker. Rammeverket er utformet for å hjelpe forskere med å identifisere og analysere pedagogiske, kognitive og matematiske aspekter av lærebøker og relaterte læremidler (Gilje & Svingen, 2018), og kan gi et systematisk og omfattende grunnlag for å identifisere styrker og svakheter ved lærerveiledningen.

Charalambous et al. (2010) analyserer læremidler ved hjelp av to dimensjoner; horisontal og vertikal analyse. Horisontal analyse handler om å se på lærebøkene som en helhet, og undersøke hvordan de er organisert, strukturert og presentert. Den horisontale analysen er todelt og undersøker:

- Bakgrunnsinformasjon: Tittel, antall bøker, sidetall, forfattere, forlag, utgivelsesår og tilleggsmaterialer.
- Overordnet struktur: Antall enheter eller leksjoner, antall sider per emne, strukturering av fagstoff, hvilke emner som dekkes og rekkefølge på emner.

Vertikal analyse handler om å gå i dybden på lærebøkene, og analysere hvordan læremiddelet behandler spesifikke temaer, konsepter og oppgaver. Charalambous et al. (2010, s.123) deler den vertikale analysen i tre deler:

- Kommunisert til eleven: Matematisk innhold, praksis og holdninger.
- Kreves av eleven: Kognitive krav og type respons.
- Sammenhenger: Mellom emner, mellom lærebok og klasserom og til situasjoner utenfor klasserommet.

Rammeverket er basert på en studie av Charalambous, Delaney, Hsu og Mesa (2010) som sammenlignet fire lærebøker i algebra fra USA, Taiwan, Irland og Kypros. Selv om rammeverket vanligvis blir brukt til å vurdere kvaliteten på lærebøker og identifisere områder der lærebøker kan forbedres, kan det også tilpasses og brukes i forskning på lærerveiledninger. Analyseverktøyet vil i denne oppgaven brukes som ramme for å organisere analysen av lærerveiledningen, og den vertikale analysen vil tilpasses for å gjøre den mer egnet til å undersøke en lærerveiledning.

2.7 Vurdering av læremidler i matematikk

2.7.1 Veileder for vurdering av læremidler

Som nevnt tidligere har det siden år 2000 vært skolene selv som har ansvaret for å vurdere om læremidlene de bruker er i tråd med krav og intensjoner i læreplanen, og om kvaliteten er tilfredsstillende ut fra de behovene som til enhver tid er gjeldende. For å hjelpe skolene med dette arbeidet har Utdanningsdirektoratet utviklet en veileder for vurdering av kvalitet på læremidler i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2018). Veilederen er basert på et faglig kunnskapsgrunnlag (Gilje & Svingen, 2018), og angir kvalitetskriterier og vurderingspunkter som er aktuelle å vurdere med tanke på valg av læremidler. Ved å diskutere funn opp mot kriterier fra veilederen, vil undersøkelsen ha en forankring i forskningsbaserte kriterier som er utformet med tanke på å gjøre kvalitative vurderinger av læremidler. Dette kan redusere påvirkning fra egne bevisste eller ubevisste holdninger til hva som konstituerer kvalitet i en lærerveiledning, i tillegg til at det styrer diskusjonen mot tre viktige områder for vurdering av læremidler: design, pedagogisk og didaktisk kvalitet og kobling til læreplanverket.

2.7.2 Design

Design er et viktig aspekt ved utvikling og bruk av læremidler i matematikk. Et godt design kan bidra til å øke motivasjonen, engasjementet og forståelsen hos elevene, samt støtte lærernes pedagogiske valg. For å vurdere designet av et læremiddel i matematikk, bør man ta hensyn til flere faktorer, som for eksempel innhold, struktur og visuell utforming (Gilje & Svingen, 2018). Ved å vurdere disse faktorene kan man få et helhetlig bilde av designet av et læremiddel i matematikk, samt identifisere styrker som kan utnyttes og svakheter som kan forbedres.

En analyse av designkriteriet handler om å se på læremiddelets overflatiske elementer, noe som ligger tett opp til den praksisen som er vanlig for vurdering av læremidler i norske skoler (Gilje & Svingen, 2018), og som kan knyttes til det Charalambous et al. (2010) definerer som horisontal analyse. Et annet element som kommer inn under design er brukervennlighet. Hvordan kan designet bidra til å gjøre læremiddelet brukervennlig for elever og lærere? Andre element som kan analyseres under temaet design, er i hvilken grad læremiddelet har en bevisst språkbruk der ord, bilder og figurer gir mening og legger til rette for en helhetlig forståelse av lærestoffet. Videre vil organiseringen av fagstoffet og struktureringen av det matematiske innholdet være et element som kan vurderes ut fra kategorien design. En godt designet lærebok i matematikk vil gjerne inneholde realistiske illustrasjoner, oversiktlig layout, bruk av farger og lettfattelig språk (Fan, 2010), og tilsvarende vil en godt designet lærerveiledning kunne gi læreren god oversikt over faglig innhold og progresjon.

2.7.3 Pedagogisk og didaktisk kvalitet

Pedagogisk kvalitet i et læremiddel og didaktisk kvalitet er to ulike, men relaterte begreper som beskriver ulike aspekter av et læremiddels kvalitet. Begge er viktige for å fremme elevens læring og motivasjon, og handler om hvordan læremidlene støtter læringsprosessen og formidler matematikkfaget.

Pedagogisk kvalitet refererer til de pedagogiske prinsippene som er brukt for å utvikle et læremiddel. Dette inkluderer for eksempel hvordan læremiddelet presenterer informasjon, hvordan det organiserer informasjonen, og hvordan det oppmuntrer elevene til å tenke og lære på en engasjerende og positiv måte. Et læremiddel med høy pedagogisk kvalitet vil ha et tydelig formål, være godt strukturert, og gi elevene mulighet til å delta aktivt i læringen (Gilje & Svingen, 2018).

Didaktisk kvalitet refererer til hvordan læremiddelet iverksetter læreplanen og målene for undervisningen. Dette kan for eksempel handle om i hvilken grad læremiddelet dekker de nødvendige emnene, om det gir et tydelig bilde av hva som forventes av elevene, og om det gir mulighet for ulike tilnærminger til læring. Læremiddelet bør være utformet på en måte som gjør det mulig for elevene å nå de målene som er fastsatt i læreplanen. Et læremiddel med høy didaktisk kvalitet vil gi elevene en klar forståelse av hva de skal lære og hvordan de skal lære det (Gilje & Svingen, 2018).

Kriteriet pedagogisk og didaktisk kvalitet handler med andre ord om hvordan læremiddelet bidrar til å utvikle elevens matematiske kompetanse. Læremidler i matematikk må gi elevene et solid grunnlag med tanke på å forstå, anvende og studere matematikk i dagliglivet (Fan, 2010). Dette innebærer også en vurdering av hvilken undervisningspraksis læremiddelet fremmer, og hvorvidt denne praksisen gir rom for dybdelæring gjennom varierte arbeidsmåter og matematiske aktiviteter (Gilje & Svingen, 2018).

Prinsippet om pedagogisk og didaktisk kvalitet innebærer en vurdering av hvordan læremiddelet legger til rette for undervisning, læring og vurdering i matematikk. Dette handler om hvilke signaler læremiddelet gir til elever og lærere, f.eks. gjennom å oppmuntre til et positivt læringsmiljø eller framheve bestemte undervisnings- og læringsstrategier. Lærerveiledningen påvirker ikke bare hva som undervises, men også hvordan det undervises, noe som igjen påvirker elevens læring (Ball & Cohen, 1996). Pedagogisk orientering kan være implisitt, men det kan også være aktuelt å gi eksplisitte pedagogiske budskap. Dette kan f.eks. handle om å framheve klasseaktiviteter, samtale, utforsking eller vurdering (Fan, 2010).

2.7.4 Kobling til læreplanen

Kriteriet «kobling til læreplanverket» handler om å vurdere om læremiddelet er i tråd med de forventningene som presenteres i læreplanen. Læreplanen i matematikk innledes med fagets relevans og sentrale verdier, og en lærebok i matematikk bør være i tråd med disse. Dette innebærer blant annet at mønster og sammenhenger er viktige elementer, og at faget skal bidra til å utvikle et presist fagspråk for å utføre faget. Videre skal elevene oppleve at faget er relevant, og innby til kreativitet og skapertrang (Kunnskapsdepartementet, 2019). En lærebok i matematikk skal også legge til rette for både samarbeid og selvstendig arbeid, noe som bør reflekteres i oppgaver og aktiviteter.

Når man vurderer om en lærebok i matematikk er godt koblet til læreplanen, er det flere faktorer som kan være viktige å vurdere. Den mest nærliggende er å vurdere i hvilken grad læremiddelet dekker de emnene som er angitt i læreplanen. Videre bør en god lærebok i matematikk også dekke kompetansemålene på en grundig og tilpasset måte. Dette kan innebære å introdusere og forklare begreper og gi eksempler på hvordan disse kan brukes for å løse problemer i hverdagen. Det vil også være aktuelt å vurdere om læremiddelet gir elevene øvelse i å utføre fagets grunnleggende arbeidsmåter eller kjerneelementer.

2.8 Føringer i læreplanen

2.8.1 Kompetansemål

Kunnskapsløftet (LK-20) er en kompetanseorientert læreplan der mål for opplæringen er gitt som kompetansemål som kombinerer kunnskaper og ferdigheter med tanke på at det eleven lærer på skolen skal kunne anvendes også utenfor klasserommet (Utdanningsdirektoratet, 2020). Læreplanene i fag har egne kompetansemål for hvert trinn eller hovedtrinn. I matematikk er det angitt kompetansemål hvert år fra og med andre klasse i grunnskolen. Kompetansemålene har en utforming som gir skolene stor frihet i valg av innhold og arbeidsmåter. Denne friheten krever at skolene selv tolker læreplanen og velger faglig innhold ut fra dette. Det finnes ingen liste over innhold som skal læres eller kunnskaper som skal tilegnes (Utdanningsdirektoratet, 2022a), noe som gjør at både skoler og lærebokforfattere har relativt vide rammer for tolkning av læreplanen. Multi knytter disse fire kompetansemålene til divisjonskapittelet: Mål for opplæring er at eleven skal kunne

1. *utforske og bruke målings- og delingsdivisjon i praktiske situasjoner*
2. *representere divisjon på ulike måtar og omsetje mellom dei ulike representasjonane*
3. *utforske, bruke og beskrive ulike divisjonsstrategiar*

4. *utforske og forklare sammenhengar mellom dei fire rekneartane og bruke samanhengane formålstenleg i utrekningar*

(Kunnskapsdepartementet, 2019)

For å vurdere om læremiddelet er i tråd med kompetansemålene, er det nødvendig å analysere eller definere hva kompetansemålene innebærer. I denne sammenhengen vil jeg gjøre en DOK-analyse av de kompetansemålene som er relevante for temaet divisjon, og bruker dette som indikator for å vurdere kobling mellom læreplanmål og lærebok.

2.8.2 Kjerneelementer

I Kunnskapsløftet 2020 er begrepet kjerneelementer innført for å framheve fagets viktigste innhold og arbeidsmåter (Kunnskapsdepartementet, 2018, s. 13).

Kjerneelementer er ikke et eget innhold, men skal fungerer som integrerte prosesser i all matematikkundervisning og -læring (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Kjerneelementene i matematikk er

1. *Utforsking og problemløsning*
2. *Modellering og anvendelse*
3. *Resonnering og argumentasjon*
4. *Representasjon og kommunikasjon*
5. *Abstraksjon og generalisering*
6. *Matematiske kunnskapsområder*

(Kunnskapsdepartementet, 2019).

For å vurdere om lærerveiledningen er i tråd med læreplanens kjerneelementer, vil jeg blant annet gjøre en DOK-analyse av kjerneelementene og bruke dette som indikator for å vurdere kobling mellom læreplan og lærerveiledning.

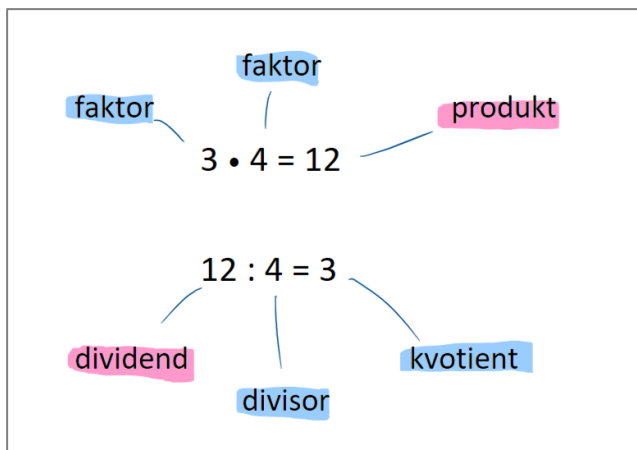
3 Divisjon

I dette kapitlet vil jeg presentere noen sentrale matematiske ideer, strategier og modeller knyttet til divisjon som grunnlag for å vurdere lærerveiledningens tilnærming til temaet. Divisjon blir ofte sett på som den vanskeligste av de fire grunnleggende regnearter, og i mange matematikklærebøker blir denne introdusert som den siste av regnearter. Divisjon og multiplikasjon undervises ofte separat, med multiplikasjon før divisjon. Det er likevel en god ide å kombinere multiplikasjon og divisjon raskt etter introduksjonen av multiplikasjon for å hjelpe elevene til å forstå at dette er motsatte regnearter (Van de Walle et al., 2015, s. 205).

3.1 Terminologi og begreper

Begreper i matematikk er mer enn ord og faguttrykk, de har også spesielle egenskaper som er verdt å merke seg. For eksempel kan begreper i matematikk være abstrakte og vanskelig tilgjengelig uten å gå veien om representasjoner, og de kan være svært spesifikke og basere seg på klare definisjoner, konvensjoner og regler (Stengrundet & Valbekmo, 2019). Matematiske begreper er tett forbundet, og danner et nettverk av ideer som bygger på hverandre. Begreper kan knyttes til både faktakunnskaper og ferdigheter, for eksempel kan det å utføre addisjonsstykker føre til at eleven utvikler faktakunnskap i form av å kjenne igjen tallkombinasjoner som gir samme svar (Alseth, 1998). Begreper i matematikk kan også ha en hierarkisk oppbygging der bestemte forkunnskaper er nødvendige for å forstå det matematiske innholdet.

LK20 har klare formuleringer om at elevene skal utvikle et gradvis mer formalisert matematisk språk. Et formalisert matematisk språk innebærer blant annet å bruke fagterminologi. Vygotsky framhever at språk fungerer som redskap for tanken, og ved å lære fagterminologi vil forståelsen av faget kunne økes (Skott et al., 2015, s. 99-105; Vygotsky, 2012). Sentrale fagord knyttet til divisjon er blant annet dividend, divisor og kvotient. Dette er ord som setter navn på mengdene som inngår i divisjonsoperasjonen. I et divisjonsstykke er dividend brukt om tallet som skal deles eller måles opp, og symboliserer dermed den helheten som er gjenstand for operasjonen. Divisor angir størrelsen på (opp-)delingen, og kan representere antall grupper eller størrelse av grupper avhengig av om det er målings- eller delingsdivisjon som utføres. Resultatet av divisjonen kalles kvotient og refererer til enten antall grupper eller antallet i hver gruppe avhengig av situasjonen handler om deling eller måling. For å sette ord på motsetningen mellom divisjon og multiplikasjon, kan dividenden i divisjon knyttes til produktet i multiplikasjon, og faktorene i multiplikasjonen vil tilsvare divisor og kvotient i divisjonen.



Figur 2: Sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon: motsatte operasjoner

3.2 Grunnleggende ideer knyttet til divisjon

Multiplikasjon og divisjon bygger på gjentatt addisjon og subtraksjon, og baserer seg på ideen om like grupper. I henhold til læreplanen har divisjon to ulike aspekter som elevene skal lære om; delingsdivisjon og målingsdivisjon. Delingsdivisjon handler om å dele likt, en ide som elevene gjerne kjenner til fra praktiske situasjoner, og kan for eksempel innebære å fordele en mengde på et angitt antall grupper for å finne ut størrelsen på hver gruppe. For eksempel kan en oppgave være å fordele 36 drops på 12 barn og finne ut hvor mange drops det blir til hver. I målingsdivisjon vet vi hvor mange enheter det er i hver gruppe, mens antall grupper er ukjent. Et eksempel på en oppgave med målingsdivisjon kan være å finne ut hvor mange poser du trenger når du skal fordele 36 boller i poser med 3 boller i hver. Dette handler om å måle opp hvor mange grupper med 3 objekter som kan dannes av en total mengde med 36 objekter. Dette konseptet er nyttig når elevene etter hvert utvider tallområdet fra heltall til brøk og desimaltall.

Et stort konseptuelt steg i arbeid med multiplikasjon og divisjon er å forstå at like grupper av objekter kan behandles som enkeltstående enheter (Van de Walle et al., 2015). Dette steget handler om å gå fra additiv til multiplikativ tenkning. Som eksempel kan vi løse dette problemet: Jeg har fire kurver med åtte epler i hver, hvor mange epler har jeg? Elever som bruker en additiv strategi vil kunne løse dette ved å representere eplene ved hjelp av klosser, telle opp fire sett med åtte klosser i hver og deretter telle opp alle klossene for å finne svaret. I en multiplikativ strategi vil elevene behandle hver gruppe på åtte som en enkeltstående enhet som kan telles, og hoppeteller «8 – 16 – 24 – 32» for å finne svaret. For å utvikle en begrepsmessig forståelse av at like grupper kan fungere som enheter, er det viktig at elevene får erfaringer med å lage og telle grupper i virkelighetsnære kontekster (Van de Walle et al., 2015, s. 206).

3.3 Sammenhenger og strukturer

Ett av kompetansemålene i matematikk for fjerde trinn, er å utforske og forklare sammenhenger mellom de fire regneartene, og bruke sammenhengene i utregninger. Ut fra dette målet, bør elevene gjøres kjent med at divisjon og multiplikasjon er motsatte regnearter, og at de også kan knyttes til repetert addisjon og subtraksjon. I multiplikasjon og divisjon er det vanlig å henvise til fire eller fem grunnleggende problemstrukturer; like grupper, sammenligning, areal/rutenett, kombinasjoner og rater (Van de Walle, 2015, s. 203). Like grupper i multiplikasjon kan f.eks. være oppgaver av

typen «Kari har fire poser med epler, og det er tre epler i hver pose. Hvor mange epler har Kari til sammen?». Sammenligningsoppgaver vil være oppgaver som f.eks. «Per plukket fire epler, Pål plukket tre ganger mer. Hvor mange epler plukket Pål?». Areal/rutenett knyttes gjerne til situasjoner der objekter plasseres i rader og kolonner, som f.eks. «En eplekasse har tre rader og fire kolonner. Hvor mange epler er det i kassen?». En kombinasjonsstruktur kan f.eks. være «Eva har tre bukser og fire skjorter. Hvor mange forskjellige antrekk kan hun sette sammen?». Et rate-problem kan være å finne ut hastigheten i km/t for en bil som kjører 120 km på 2 timer.

I begynneropplæringen i divisjon er strukturene like grupper og areal/rutenett de mest vanlige (Van de Walle, 2015, s. 203), og det bør derfor forventes at disse strukturene kan gjenfinnes i lærerveiledningen. I analysen av lærerveiledningen vil jeg undersøke hvilke problemstrukturer som presenteres, og hva lærerveiledningen eventuelt kommuniserer til læreren om disse.

3.4 Strategier

Van de Walle et al. (2015) framhever at god tallforståelse er viktig for å utvikle fleksible strategier for multiplikasjon og divisjon. Videre er det også viktig at elevene utvikler forståelse for egenskaper ved regneartene. For divisjon vil dette bety at elevene gjøres kjent med kommutative, assosiative og distributive egenskaper ved multiplikasjon, at multiplikasjon og divisjon er motsatte regnearter, og at disse også kan knyttes til gjentatt addisjon og subtraksjon (Van de Walle et al., 2015), (Fosnot & Uittenbogard, 2007).

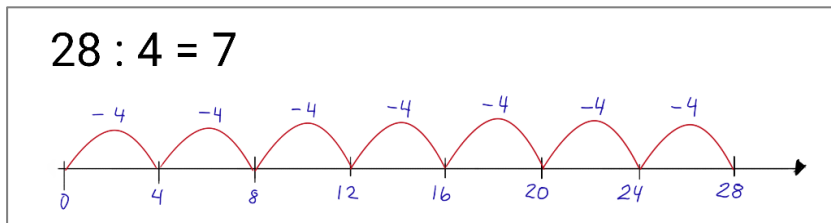
Ved å knytte divisjonsoppgaver til virkelighetsnære kontekster og problemstillinger som gir mening for elevene, vil det øke elevenes mulighet for å løse problemet på egne premisser (Boaler, 2016). En vanlig begynnerstrategi for divisjon er å starte med forsøk på å danne like grupper gjennom prøving og feiling, eller å telle opp hele mengden for så å dele ut ett og ett objekt helt til alt er delt ut. Etter hvert vil elevene gå over til strategier basert på repetert addisjon og subtraksjon eller knyttet til automatiserte gangestykker. Elevene nærmer seg standardalgoritmen når de oppdager at det går an å dele dividenden i vennlige tall som divisoren går opp i for å forenkle regnestykket. Det vil si at i regnestykket $51:3$ kan elevene dele opp dividenden 51 i 30 og 21 og få regnestykket $(30:3)+(21:3)$. En ren symbolsk eller abstrakt behandling av disse tallene kan være mer komplisert enn hvis man knytter tallene til en konkret kontekst. Hvis elevene blir bedt om å fordele 51 kroner på 3 barn, vil de kanskje starte med å dele ut en tier til hver. De har igjen 21 kroner og kjenner igjen at dette er et tall i tregangen, nemlig $3 \cdot 7$, og fordeler ut 7 kroner til hver. Gjennom den praktiske konteksten ser elevene at operasjonen gir mening, og det er mindre sjanse for å gjøre feil knyttet til usikker begrepsmessig forståelse (Boaler, 2016).

I tråd med kjerneelementet utforskning og problemløsning skal elevene få mulighet til å utvikle egne metoder og strategier før standardalgoritmene presenteres. I forbindelse med dette anbefaler Van de Walle et al. (2015) å bruke modeller som overgang mellom egenutviklede strategier og standardalgoritmen.

3.5 Modeller

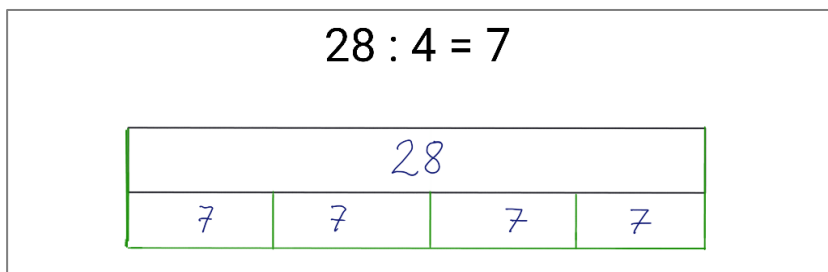
Modeller i divisjon kan brukes for å illustrere strategier og løsningsmetoder. Fosnot og Uittenbogard (2007) anbefaler også å bruke modeller for å visualisere elevenes løsningsstrategier og på den måten gjøre strategiene mer tilgjengelig for flere elever. I

divisjon anbefaler Fosnot og Uittenbogard (2007) spesielt tallinje og rutenett. Van de Walle et al. (2015, s. 312-313) nevner også like grupper og blokk-modellen kombinert med repetert subtraksjon. Disse modellene er illustrert i figurene under:



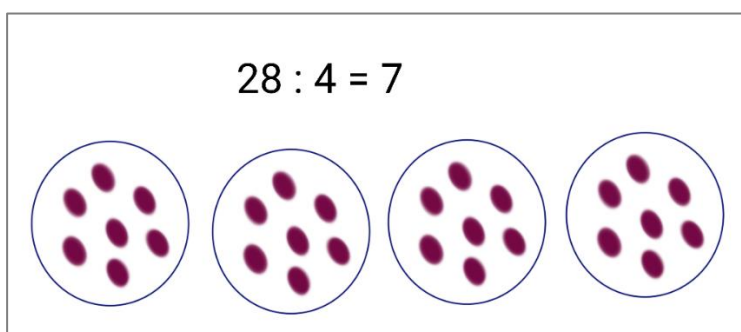
Figur 3: Tallinje

Dette eksempelet på bruk av tallinje i divisjon viser sammenhengen mellom divisjon og repetert subtraksjon. Eleven starter på 28 og hopper med fire i gangen ned til null, noe som gir sju hopp – svaret blir 7. Regnestykket kan også representeres med en blokkmodell:



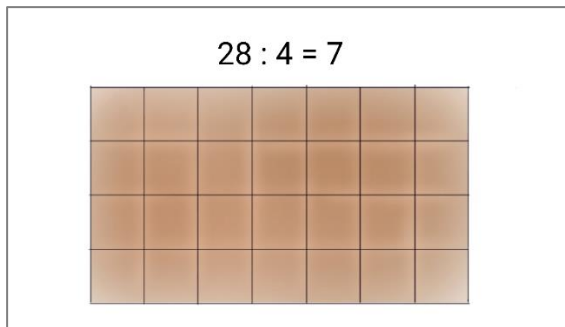
Figur 4: Blokkmodell

Dette eksempelet på bruk av blokkmodell i divisjon viser at 28 kan deles i fire like store deler med 7 i hver. Den øverste halvdel av rektangelet viser mengden som skal deles, mens den nederste delen av rektangelet viser at mengden deles i fire like store deler. Dette er en modell som kan bidra til å vise sammenhengen mellom divisjon og multiplikasjon. I neste eksempel vises regnestykket representert gjennom like grupper:



Figur 5: Like grupper

Like grupper-modellen kan brukes for å finne svaret på $28:4$. I delingsdivisjonen $28:4$ kan eleven tegne opp fire sirkler og fordele ett og ett objekt i hver sirkel helt til det er 28 objekter til sammen. Målingsdivisjonen $28:4$ ville hatt sju grupper med fire objekter i hver. Like grupper-modellen er mindre effektiv for store tall, brøk og desimaltall. Neste eksempel viser hvordan regnestykket kan representeres gjennom rutenettmodellen:



Figur 6: Rutenett

Rutenett-modellen kan brukes for å finne svaret på divisjonen $28:4$ ved at elevene tegner opp et rutenett med fire rader. Deretter kan elevene forlenge rutenettet med kolonner helt til det er 28 ruter til sammen. Ved å bruke et tomt rutenett er denne modellen lett å tilpasse til større tall. Denne modellen kalles også arealmodell i noen sammenhenger.

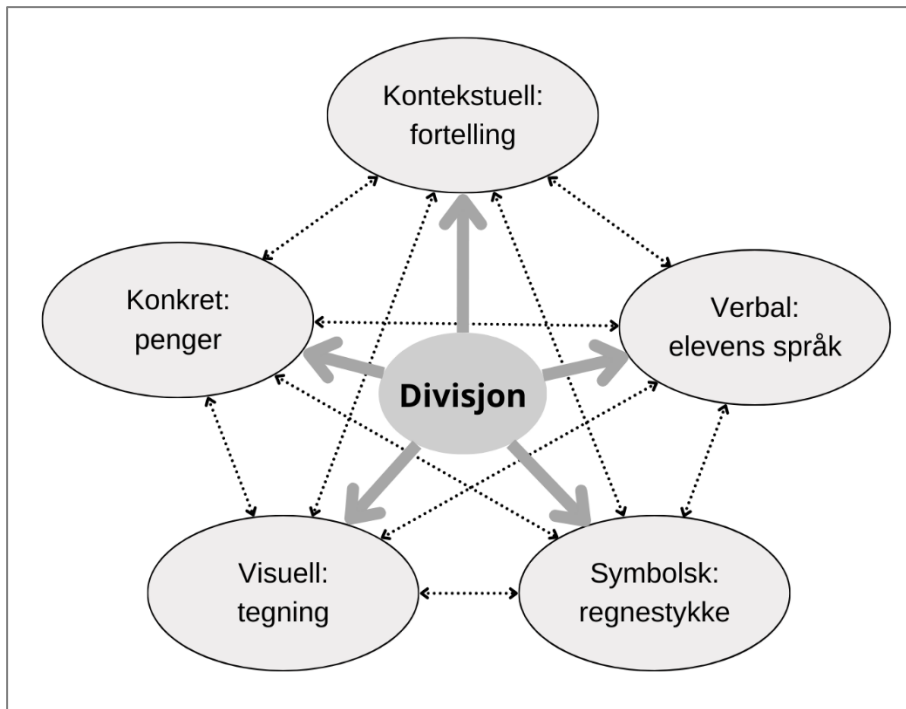
Fosnot og Uittenbogard (2007) påpeker at elevenes løsningsstrategier i starten vil være å bruke repetert addisjon, telle med enere eller hoppetelle. Videre hevder de at rutenett vil være den mest krevende modellen for eleven, fordi denne modellen forutsetter en koordinering av rader og kolonner (Battista et al., 1998 i Fosnot & Uittenbogard, 2007, s. 6).

3.6 Representasjoner

Representasjoner i matematikkfaget er måter å uttrykke matematiske begreper, sammenhenger og problemer på. En representasjon er ikke identisk med det matematiske objektet som den representerer, men er måter å beskrive eller illustrere ulike egenskaper på (Svingen, 2018). For eksempel kan symbolet 7 representere en mengde med sju objekter, men symbolet i seg selv er ikke det samme som den aktuelle mengden.

Det er viktig å bruke ulike representasjoner og representasjonsformer for å uttrykke det samme matematiske objektet, slik at elevene får en dypere forståelse for underliggende ideer og sammenhenger (Van de Walle, 2015, s. 45). Representasjoner kan hjelpe elever til å forstå og utforske matematiske begreper, og de kan hjelpe elevene til å se sammenhenger mellom ulike matematiske ideer (Svingen, 2018). Representasjoner kan også bidra til å kommunisere matematisk tenkning og argumentasjon.

Representasjoner kan være konkrete, kontekstuelle, visuelle, verbale og symbolske:



Figur 7: Representasjonsformer i matematikk med eksempel

Eksempelet i figur 7 viser at divisjon er en matematisk ide som kan representeres på ulike måter. En konkret representasjon av divisjon kan være å fordele fysiske penger i form av sedler og mynter. En kontekstuell representasjon bruker situasjoner eller historier for å gi mening til divisjonsbegrepet. En tallinje eller tegning vil være en visuell representasjon, mens en verbal representasjon bruker ord eller språk for å forklare eller beskrive begrepet. Divisjon kan også representeres gjennom tegn og symboler, for eksempel et regnestykke.

Det å oppdage sammenhenger mellom representasjonene viktig for utvikling av matematisk forståelse (Svingen, 2018). I tillegg til at elevene lærer matematikk gjennom representasjoner, må matematiske ideer undervises gjennom representasjoner (Van de Walle, 2015). Lærerveiledningen er ment å tilby en gjennomtenkt struktur for slike representasjoner, og det er derfor viktig at denne organiseringen gir et riktig bilde av matematikk til læreren og gjennom dette også til eleven (Rezat & Strässer, 2015).

3.7 Misoppfatninger

Misoppfatninger i matematikk er knyttet til ufullstendig begrepsforståelse og overgeneralisering av ideer (Alseth, 1998, s. 16). Misoppfatninger fører ofte til feil, men alle feil er ikke uttrykk for misoppfatninger. Forskjellen på feil og misoppfatninger er at mens feil ofte kan være tilfeldige, er feil basert på misoppfatninger alltid systematiske fordi de er knyttet til den forståelsen som eleven opererer utfra og bruker for å løse problemet (Alseth, 1998). «Skal man unngå at elevene danner misoppfatninger og i stedet utvikler allsidige og rike matematiske begreper, må elevene gjøre erfaringer med begrepene i mange forskjellige situasjoner. De matematiske begrepene er mangesidige, og dette må avspeiles i undervisningen» (Alseth, 1998, s. 18). Misoppfatninger kan være vanskelig å få bukt med, og derfor er det viktig at lærere er oppmerksomme på de vanligste typene for å kunne hjelpe elevene til å oppdage at egen tenkning er

ufullstendig (Alseth, 1998). Misoppfatninger stammer ofte fra begrensede erfaringer og lite variasjon i oppgavene.

For å unngå misoppfatninger er det viktig å tilby elevene mange erfaringer med forskjellige situasjoner, tallområder, strukturer, modeller og representasjoner (Alseth, 1998). Videre vil det å få elevene til å forklare egen tenkning også kunne få misoppfatningene fram i lyset og gjøres til gjenstand for undersøkelser som kan utvide elevenes begrepsforståelse. Ved å fremheve mulige misoppfatninger for læreren, vil lærerveiledningen bidra til at læreren er oppmerksom på disse, og kan adressere dem dersom de skulle dukke opp.

4 Metode

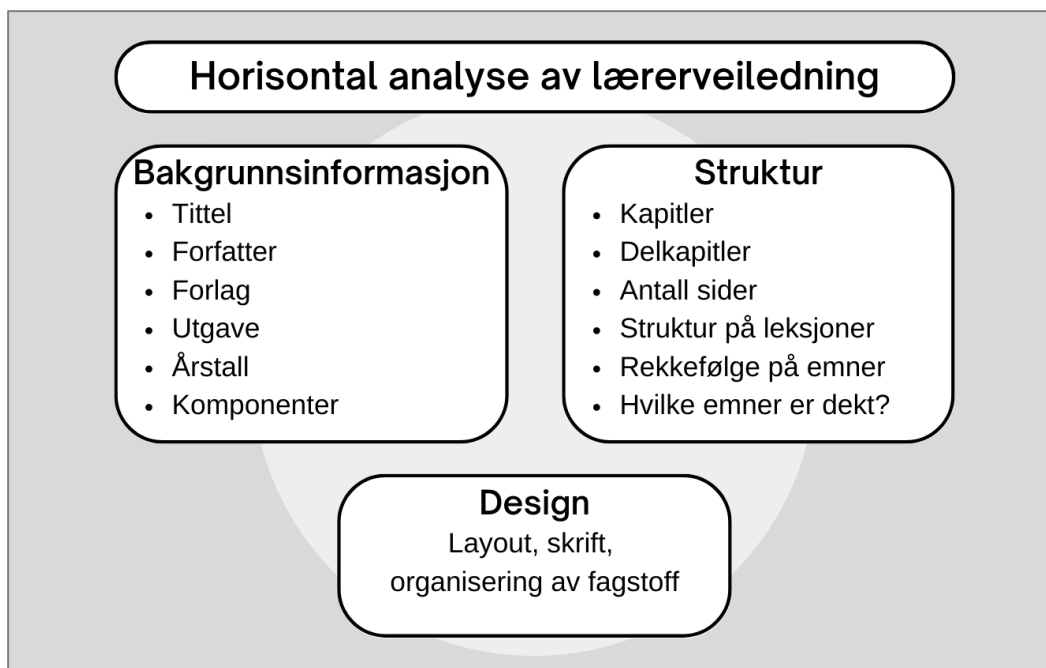
I denne delen gjør jeg rede for og begrunner metodiske valg i prosjektet for å synliggjøre hvordan disse kan ha påvirket forskningen. Forskningsmetode handler om hvordan man samler inn, analyserer og tolker data, og det er viktig å vurdere valgene som er gjort med tanke på validitet, reliabilitet og generaliserbarhet av forskningsresultatene (Postholm & Jacobsen, 2018). En viktig del av dette arbeidet vil være åpenhet om forskningsprosessen og drøfting av hvordan de valgene som er gjort kan ha påvirket forskningsresultatet.

4.1 Forskningsprosessen

Formålet med masteroppgaven er å undersøke hvordan en lærerveiledning kan bidra til å dekke læreplanens kompetansemål og kjerneelementer i matematikk med fokus på tilpasset opplæring og dybdelæring. For å finne svar på dette har jeg valgt en deduktiv innholdsanalyse med en fortolkende tilnærming ut fra et teoretisk rammeverk. Dette innebærer å analysere og forstå en tekst ut fra et bestemt perspektiv eller teori. Forskningsdesignet blir dermed å analysere en lærerveiledning med utgangspunkt i Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk for lærebokanalyse. Gjennom analysen undersøker jeg hvordan lærerveiledningen kan støtte tilpasset opplæring og dybdelæring. Det teoretiske rammeverket vil være styrende for generering av data, og en deduktiv tilnærming kan redusere muligheter for feil og skjevheter i datamaterialet (Postholm og Jacobsen, 2018). Denne tilnærmingen kan påvirke hvilke funn som er mulige, ved at teorien i stor grad styrer datainnsamlingen.

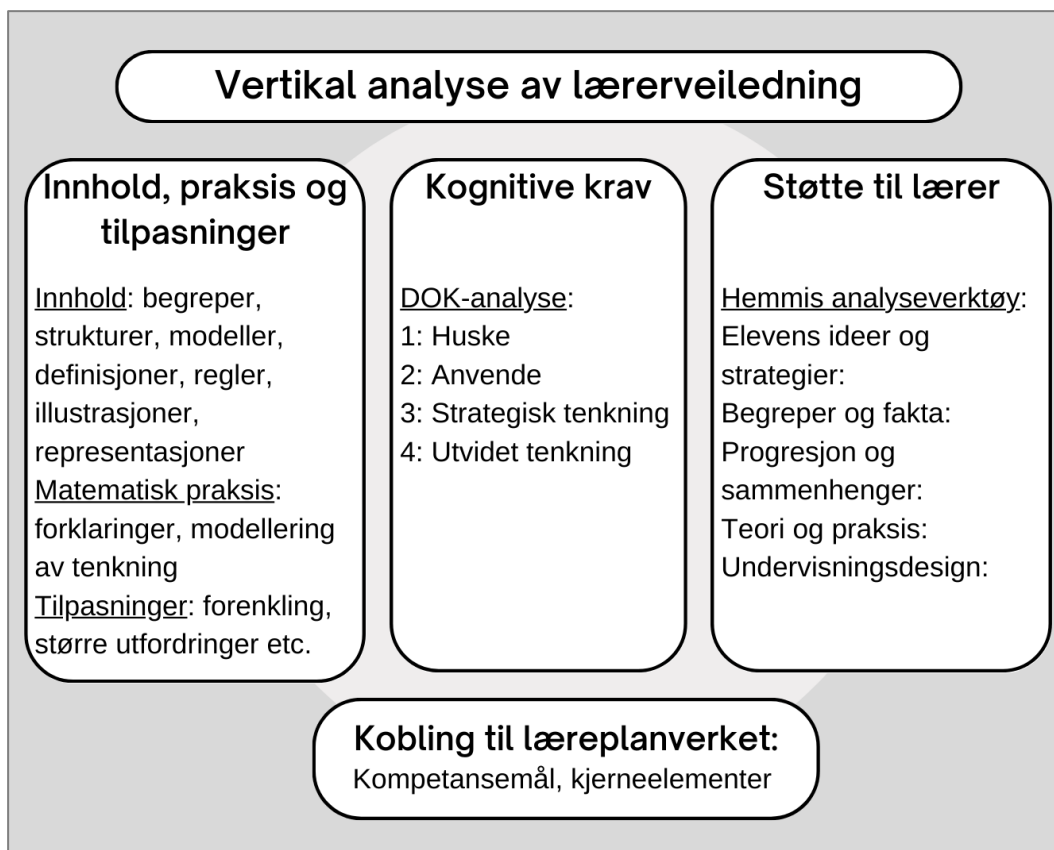
4.1.1 Tilpasning av analyseverktøy

Det teoretiske utgangspunktet for undersøkelsen er i stor grad påvirket av Gilje og Svingen (2018) sin rapport «Kunnskapsgrunnlag for kvalitetskriterium for læremidler i matematikk». De presenterer blant annet rammeverket for analyse av læremidler utviklet av Charalambous et al. (2010) som struktureres gjennom horisontal og vertikal analyse. For å kunne generere relevante data for min problemstilling, ble det nødvendig å gjøre noen tilpasninger av denne modellen. Den horisontale analysen er i hovedsak beholdt som den er, men har fått en ekstra kategori, «design», hentet fra Gilje & Svingen (2018). Læremiddelets design vil påvirke det helhetlige inntrykket, og handler om hvordan valg av utforming påvirker læremiddelets funksjon (Brown, 2009). Figur 8 viser den reviderte horisontale analysen:



Figur 8: Horisontal analyse av lærerveiledning

Mens den horisontale analysen gir et overblikk over lærerveiledningens generelle egenskaper og struktur, går den vertikale analysen i dybden av et faglig tema. Charalambous et al (2010, s. 123) er opptatt av hva læreboka kommuniserer til eleven av innhold, praksis og holdninger, hvilke kognitive krav som stilles og hvilke koblinger som finnes mellom matematiske emner, mellom lærebok og klasseromsinstruksjon og kobling til situasjoner utenfor klasserommet. For å tilpasse rammeverket til min undersøkelse, har jeg endret noen av disse kategoriene for å tydeliggjøre at teksten som analyseres er rettet mot læreren, ikke eleven. Videre har jeg inkludert DOK-modellen og Hemmi med flere (2013) sitt analyseverktøy for lærerveiledninger i rammeverket, sammen med kategorien «kobling til læreplanverket» som er hentet fra Gilje & Svingen (2018). Dette tillegget innebærer en analyse av kompetansemål og kjerneelementer som grunnlag for å vurdere hvordan disse dekkes av lærerveiledningen. Samlet sett kan den vertikale analysen illustreres gjennom figuren nedenfor:



Figur 9: Vertikal analyse av lærerveiledning

4.1.2 Valg av lærerveiledning

I denne masteroppgaven har jeg valgt å analysere lærerveiledningen til Multi 4a, med hovedfokus på emnet «divisjon». Jeg har valgt å gå i dybden på en lærerveiledning framfor å sammenligne flere. På denne måten kan jeg undersøke flere egenskaper ved lærerveiledningen. Det er i hovedsak pragmatiske forhold som har styrt valget av lærerveiledning. Multi er det læreverket som er valgt på min skole, og jeg er lærer på 4. trinn. Selv om valget om å undersøke Multi er påvirket av lett tilgjengelighet, er Multi et mye brukt læremiddel i barneskolen i Norge, og dermed interessant som et typisk eksempel på en lærerveiledning. Multi er ett av mange læreverk som jeg har brukt i matematikkfaget, og jeg oppfatter ikke at jeg har en sterk preferanse for eller mot dette læreverket. Jeg har heller ingen tilknytning til forlaget eller forfatterne eller egeninteresse som gjør at jeg ønsker et bestemt resultat ut fra undersøkelsen.

4.1.3 Datainnsamling

Datainnsamling er gjort gjennom innholdsanalyse ut fra det justerte rammeverket til Charalambous med flere. Den horisontale analysen av læreverket Multi 4 tar for seg bakgrunnsinformasjon, struktur og design. Dette innebærer innsamling av faktaopplysninger som i liten grad påvirkes av forskerens «briller». Den horisontale analysen har en deskriptiv karakter, der formålet er å gi leseren et innblikk i organisering av fagstoffet, hvilke temaer som dekkes og andre generelle egenskaper ved lærerveiledningen.

Den vertikale analysen handler om å gå i dybden av det matematiske innholdet, og analysere det etter bestemte kriterier. Kategorien «Innhold, praksis og tilpasninger» undersøkes gjennom tekstanalyse. Utgangspunktet for denne analysen er teori fra

kapittel 2 og 3. Kategorien «Kognitive krav» blir undersøkt ved hjelp av DOK-modellen, og kategorien «Støtte til lærer» undersøkes gjennom Hemmi et al. (2013) sin analysemodell for lærerveiledninger. «Kobling til læreplanverket» innebærer å gjøre en DOK-analyse av læreplanmål og kjerneelementer som grunnlag for å vurdere hvordan Multi dekker disse. I DOK-analysen inkluderer jeg begrunnelser for kategoriseringen for å sikre etterprøvbarehet av resultatene.

4.2 Reliabilitet

Reliabilitet er et begrep som brukes for å beskrive hvor stabile og etterprøvbare resultatene fra forskningen er. Reliabilitet kan deles i indre og ytre reliabilitet. Indre reliabilitet handler om i hvilken grad en annen forsker kan bruke samme dataanalyse som den opprinnelige forskeren. Ytre reliabilitet handler om i hvilken grad andre forskere vil kunne oppdage de samme resultatene og fenomenene i den aktuelle og liknende situasjoner.

For å øke reliabilitet i forskning, er det viktig å være åpen og transparent om forskningsprosessen (Postholm & Jacobsen, 2018). I denne undersøkelsen innebærer dette å være åpen om valg og inkludere begrunnelser for de tolkningene som blir gjort. Jeg har forsøkt å beskrive og forklare rammeverket for analyse på en måte som gjør det mulig for andre forskere å bruke samme dataanalyse. Videre har jeg gått igjennom ulike funn flere ganger for å undersøke om jeg har brukt analyseverktøyet konsekvent gjennom hele prosessen. DOK-modellen har gode beskrivelser av de ulike kognitive nivåene, noe som reduserer sjansen for å innføre tilfeldige feil i forskningsresultatene.

Ved å velge kjente analyseverktøy som er brukt i lignende forskning, kan reliabiliteten styrkes (Kleven, 2008). I denne oppgaven har jeg valgt å bruke Charalambous' rammeverk for lærebokanalyse, men det er gjort flere tilpasninger for å kunne samle inn relevante data. Disse tilpasningene er beskrevet og begrunnet for at leseren skal kunne vurdere om tilpasningene er relevante for problemstillingen, og på hvilken måte datasettet er påvirket av disse endringene. Ved å følge de grundige beskrivelsene av de ulike nivåene i DOK-modellen i analysen av oppgaver og aktiviteter, øker også sannsynligheten for at resultatene ikke er tilfeldige, men skyldes reelle sammenhenger. Selv om DOK-modellen har gode beskrivelser av de ulike nivåene, kan det likevel være en viss usikkerhet knyttet til klassifisering av enkelte oppgaver, da DOK-nivå i noen tilfeller kan klassifiseres ulikt i møte med elevenes kunnskaper og ferdigheter (Gaudet, 2015; WCEPS, 2014, Wine & Hoffman, 2022).

Vurderingen av reliabilitet er altså knyttet til i hvilken grad analysen gir pålitelige resultater, og om analyseverktøyet er brukt på en måte som fører til tilfeldige eller systematiske feil. En slik skjevhet kan for eksempel oppstå dersom forskeren feiltolker kriteriene i de ulike analysemodellene, og dermed ender opp med et datasett som ikke representerer de reelle kognitive kravene. Gjennom åpenhet om forskningsprosessen, vil forskeren gi leseren mulighet til å oppdage mulige skjevheter som forskeren har oversett, noe som også bidrar til å øke forskningens kvalitet (Postholm & Jacobsen, 2018).

4.3 Validitet

Kvalitet i forskning er gjerne knyttet til i hvilken grad forskningsresultatet er gyldig, pålitelig og generaliserbart (Tjora, 2021, s. 259). Validitet er et mål på hvor godt en forskningsmetode eller et forskningsdesign måler det den skal måle. For å øke validiteten

i forskning, er det viktig å velge en passende metode som er relevant for forskningsspørsmålet, å definere begreper og variabler klart, å sikre at datainnsamlingen er pålitelig og systematisk, og å vurdere mulige feilkilder og skjevheter som kan påvirke resultatene. Cook & Campbell har utviklet et validitetssystem som tar høyde for ulike spørsmål knyttet til validitet (Kleven, 2008). Hvilken validitet som er relevant vil være avhengig av hvilke slutninger som trekkes i forskningen, og validering vil i hovedsak gjøres i form av en diskusjon av alternative tolkninger (Kleven, 2008). Slutninger i denne sammenhengen kan for eksempel være kategorisering av oppgaver i DOK-modellen eller tolkninger av funn og resultater.

4.3.1 Begrepsvaliditet

Begrepsvaliditet er knyttet til hvor godt et begrep eller en variabel er definert og operasjonalisert i forskningen. Dette handler om å sikre at det man måler eller observerer faktisk representerer det man ønsker å undersøke (Kleven, 2008). I denne oppgaven undersøker jeg begrepet dybdelæring, og operasjonaliserer det gjennom DOK-modellen. Jeg vil derfor diskutere i hvilken grad DOK-modellen er egnet til å måle dybdelæring, og i hvilken grad DOK-modellen måler faktorer som ikke er relevante for dybdelæringsbegrepet.

I masteroppgaven bruker jeg dybdelæring slik det er beskrevet i overordnet del av læreplanen (LK20). Dette innebærer å utvikle forståelse for sentrale elementer og sammenhenger i et fag, og å kunne bruke faglige kunnskaper og ferdigheter i kjente og ukjente situasjoner (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 11-12). Videre framhever læreplanen kreativitet og skaperglede som viktige elementer for elevenes læring (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 7). Denne beskrivelsen av dybdelæring vil samsvare med nivå 2, 3 og 4 i DOK-modellen. Selv om DOK-modellen vanligvis knyttes til kognitiv kompleksitet, ikke læring, kan den gi et språk og en struktur for å vurdere i hvilken grad oppgaver og aktiviteter fremmer dybdelæring. Det kan likevel ikke garanteres at en oppgave på et høyt DOK-nivå vil føre til dybdelæring, men heller at DOK-nivået vil være en indikator på i hvilken grad oppgaven legger til rette for dybdelæring.

Når det gjelder spørsmålet om hvor godt dybdelæring representeres gjennom DOK-modellen, kan det nevnes at Nordhus og Haugan (2020) påpeker at dybdelæringsbegrepet har fått en kognitiv slagside, og at psykologiske og emosjonelle sider ved begrepet i noen grad blir oversett. DOK-modellen representerer kognitiv kompleksitet, og tar i liten grad hensyn til at variasjon i elevenes sosiale ferdigheter, interesser og forutsetninger også kan påvirke mulighetene for dybdelæring. Det kognitive fokuset kan likevel forsvares ut fra at det er lærerveiledningens oppgaver og aktiviteter som er i fokus, ikke selve opplæringssituasjonen slik den vil være i klasserommet. Når det trekkes slutninger om dybdelæring basert på DOK-modellen, er det likevel viktig å være oppmerksom på at dybdelæringsbegrepet har sider som ikke blir behandlet i denne oppgaven, og at DOK-modellen ikke kan brukes som garanti for at en oppgave med høyt DOK-nivå automatisk vil føre til dybdelæring.

Et annet spørsmål knyttet til validitet vil være å vurdere i hvilken grad analyseverktøyet er kalibrert for å samle inn relevante og reelle data, eller om resultatet kan påvirkes av tilfeldige feil og skjevheter. Ved å velge kjente analyseverktøy som er brukt i lignende forskning, kan validiteten styrkes. Validiteten kan også styrkes ved å diskutere i hvilken grad mine tolkninger representerer reelle sammenhenger, eller om datasettet er påvirket av tilfeldige eller systematiske målefeil. I denne sammenhengen vil det være relevant å

vurdere med hvilken sikkerhet jeg kan si at oppgaver og aktiviteter er plassert på riktig DOK-nivå.

Webb gir grundige beskrivelser av de ulike nivåene i DOK-modellen, noe som reduserer sjansen for feiltolkninger. For å øke validiteten har jeg gått gjennom oppgavene flere ganger for å sjekke at de er plassert på riktig nivå, og om jeg har vært konsekvent i klassifiseringen. Til tross for gode beskrivelser vil det likevel være en viss grad av usikkerhet knyttet til klassifisering av enkelte oppgaver, da DOK-nivå i noen tilfeller kan klassifiseres ulikt i møte med elevenes kunnskaper og ferdigheter. Det kan også være tilfeller som befinner seg i grenseland mellom to nivåer og dermed kan være vanskelig å plassere. Av den grunn har jeg inkludert begrunnelser for klassifiseringen der dette er relevant. Dette bidrar også til åpenhet om forskningsprosessen, og gir leseren innblikk i de valgene som er gjort og hvordan disse har påvirket forskningsresultatene.

4.3.2 Intern validitet

Intern validitet måler gyldigheten av slutninger som trekkes fra en observert samvariasjon til en kausal fortolkning (Kleven, 2008, s. 227). Selv om man finner en samvariasjon mellom variabler, vil dette alene ikke kunne si noe sikkert om kausalitet, altså at det ene fører til det andre. Samvariasjon kan også skyldes påvirkning fra en tredje variabel. For å øke intern validitet er derfor viktig å diskutere alternative forklaringer for slutningene (Kleven, 2008).

Er det for eksempel slik at oppgaver med lavt DOK-nivå i liten grad legger til rette for dybdelæring, mens høyt DOK-nivå indikerer større muligheter for dybdelæring? Her kan det argumenteres for at det er et visst samsvar mellom høyere DOK-nivåer og mulighet for dybdelæring ved at begge krever bruk av høy kognitiv kompleksitet, kritisk tenkning og problemløsning. Det kan likevel være tilfeller der høyere DOK-nivåer ikke fører til dybdelæring, for eksempel hvis elevene ikke har tilstrekkelige forkunnskaper, motivasjon eller støtte til å løse oppgavene (Hiebert & Grouws, 2007, s. 379). Videre kan det også være tilfeller der oppgaver med lavere DOK-nivå fører til dybdelæring ved at oppgavene inngår i en større sammenheng som kan føre til en dypere forståelse av det faglige innholdet (Fosnot & Uittenbogard, 2007). Selv om forholdet mellom DOK-nivå og dybdelæring ikke er entydig, er det likevel grunn til å anta at det er et visst samsvar, og at DOK-modellen kan brukes til å forutsi i hvilken grad en oppgave legger til rette for dybdelæring.

4.3.3 Ekstern validitet

Ekstern validitet er et begrep som brukes for å vurdere i hvilken grad slutninger fra en studie kan generaliseres til andre områder eller kontekster (Kleven, 2008). I denne oppgaven vil det innebære å vurdere om forskningsresultatet kan være relevant for andre lærerveiledninger, og om det kan være relevant i andre sammenhenger.

For å øke den eksterne validiteten til en studie, er det viktig å velge et utvalg som er representativt for populasjonen man er interessert i (Kleven, 2008). Denne masteroppgaven studerer lærerveiledningen til et mye brukt og anerkjent læremiddel i matematikk for fjerde trinn. Multi-serien har læremidler for 1.-7. trinn, og siden det er samme forfattere som har laget serien, vil det være sannsynlig at resultater og tolkninger kan overføres til de øvrige lærerveiledningene i serien. Selve analysemodellen kan også generaliseres, i den betydning at den kan brukes på andre lærerveiledninger i matematikk, og til en viss grad også kan relateres til lærerveiledninger for andre fag, men da med tilpasninger for det aktuelle faget.

4.3.4 Forskningsetikk

Forskningsetikk er en viktig faktor å ta hensyn til i all forskning, spesielt dersom man undersøker sensitive emner og menneskelige interaksjoner. Konfidensialitet, informert samtykke og respekt for deltakerne er viktige prinsipper i all forskning. Dette er imidlertid ikke like aktuelt for denne oppgaven, da den handler om å undersøke dokumenter som er tilgjengelig for offentligheten og ikke informasjon knyttet til enkeltpersoner. I denne sammenhengen vil forskningsetikk derfor knyttes til behandling av kildene som inngår i prosjektet. For å ivareta forskningsetikken, har jeg derfor valgt å behandle lærerveiledningen til Multi med en respektfull kritisk tilnærming. Dette innebærer å bruke prinsippet om å tolke lærerveiledningen på den måten jeg selv vil ønske å bli tolket, en tilnærming der innholdet tolkes med utgangspunkt i at intensjonen til forfatterne har vært å lage en best mulig lærerveiledning innenfor de rammene de har hatt for utviklingen av læremiddelet (Gilje, 2019). Jeg vil også ha som utgangspunkt at forfatterne skal tillegges en positiv intensjon, og at lærerveiledningen skal tolkes i lys av dette. Imidlertid er det også viktig å ha en kritisk tilnærming, der uheldige effekter eller mangler ved lærerveiledningen også må påpekes. Forskningsetikken vil her handle om å finne en passende balanse mellom respektfull og kritisk tolkning av lærerveiledningen (Gilje, 2019).

5 Analyse og resultater

Analysekapittelet starter med en presentasjon av det datamaterialet som har vært gjenstand for analyse; Multi lærerens bok 4a. Deretter presenteres læreplanen og DOK-analyse av kompetansemål og kjerneelementer. Videre analyse er basert på Charalambous horisontale og vertikale analyse av lærebøker, med de tilpasninger som er redegjort for i forrige kapittel. Kapittelet avsluttes med en sammenligning av funn fra analysene.

5.1 Presentasjon av Multi

Multi er et læreverk i matematikk for 1. – 7. trinn i grunnskolen. Det er mye brukt i norske skoler, og ble introdusert i forbindelse med innføring av Kunnskapsløftet i 2006. I 2011 ble Multi revidert med 2. utgave, og i 2021 kom 3. utgave som framstår som en totalrenovert utgave tilpasset den nye læreplanen.

I forordet til lærerveiledningen presenteres læreverket som et hjelpemiddel til å ta i bruk de nye læreplanene i Kunnskapsløftet 2020, løfte fram sentrale ideer i matematikkfaget og sikre tid til dybdelæring (Alseth et al. 2021a). Multi presenteres også som et moderne læreverk som vektlegger utforskning, problemløsning, samarbeid og kommunikasjon. Forfatterne ønsker å tilby en matematikkundervisning som er tilpasset til den enkelte elev, og som er preget av engasjement, kreativitet, innsats og glede (Alseth et al, 2021a)

Læreverket har mange komponenter, men i dette prosjektet er det hovedsakelig lærerveiledningen som undersøkes, da det er dette dokumentet som konkretiserer hvilke tanker og ideer som ligger bak innholdet i elevbøkene, og dermed også indikerer hvilken tolkning forfatterne har gjort av læreplanen i matematikk.

5.2 Læreplanens føringer

Læreplanen for matematikk for 1.-10. trinn ble innført høsten 2020 som en del av Kunnskapsløftet 2020. Den nye læreplanen legger vekt på kritisk tenkning, kreativitet og samarbeid, og er basert på prinsippene om dybdelæring, tverrfaglighet og elevmedvirkning. Gjennom å redusere antall mål og emner legger den nye læreplanen i matematikk opp til at elevene skal bruke mer av tiden på det viktigste fagstoffet, noe som legger til rette for dybdelæring (Utdanningsdirektoratet, 2021a). Selv om læreplanen gir noen premisser, er den samtidig åpen for at det kan gjøres lokale tilpasninger. Målformuleringene er relativt generelle, og i stedet for å spesifisere et bestemt kunnskapsinnhold som elevene skal lære, handler kompetansemålene om hvordan elevene skal kunne bruke det de har lært i nye situasjoner (Utdanningsdirektoratet, 2021a).

Kompetansemålene legger grunnlaget for hva elevene skal kunne gjøre med det de lærer i matematikk. I denne undersøkelsen vil aktuelle kompetansemål bli analysert med tanke på hvilken kognitiv kompleksitet som kreves av elevene for å nå målet. Basert på problemstilling og avgrensninger har jeg valgt å undersøke kompetansemål knyttet til divisjon. For å kunne vurdere om den kognitive kompleksiteten i lærerveiledningen er i samsvar med læreplanen, gjennomførte jeg en DOK-analyse av aktuelle kompetansemål

og kjerneelementer. Ifølge Webb (2007) vil det være stort grad av samsvar mellom kognitive krav i læreplan og læremiddel dersom læremiddelet inneholder oppgaver og aktiviteter av samme kognitive kompleksitet som kreves i læreplanen. Som nevnt tidligere er det rom for tolkning i DOK-analysen, og skjevheter i tolkningen kan føre til skjevheter i resultatet. Åpenhet og innsyn i prosessen blir dermed viktig, og av den grunn er begrunnelse for plassering av mål i ulike kategorier inkludert.

5.3 DOK-analyse av kompetansemål

I denne delen av analysen er alle målene knyttet til divisjon analysert ved hjelp av DOK-modellen for å finne grad av kognitiv kompleksitet som grunnlag for å analysere samsvar i kunnskapsdybde i læreplanmål og læringsaktiviteter. Lærerveiledningen angir at divisjonskapittelet dekker de fire første kompetansemålene i matematikk for fjerde trinn, og derfor har jeg valgt å inkludere disse målene i DOK-analysen av kompetansemålene.

Tabell 2 DOK-analyse av kompetansemål

Nr	Kompetansemål	DOK	Begrunnelse/vurdering
1	utforske og bruke målings- og delingsdivisjon i praktiske situasjoner	3	Dette krever planlegging og forutsetter at man kan bruke relevant kunnskap og ferdigheter til å løse et problem eller utføre en oppgave som har flere steg eller variabler.
2	representere divisjon på ulike måter og oversette mellom representasjonene	2	Dette innebærer å forstå hva divisjon betyr og hvordan det kan uttrykkes med tall, symboler, ord, bilder eller praktiske situasjoner.
3	utforske, bruke og beskrive ulike divisjonsstrategier	2-3	Utforsking krever strategisk tenkning og planlegging (DOK3). Bruke og beskrive innebærer å forstå og anvende begreper og ferdigheter (DOK2).
4	utforske og forklare sammenhenger mellom de fire regneartene og bruke sammenhengene hensiktsmessig i utregninger	3	Eleven må kunne anvende og forklare generelle prinsipper om sammenhenger mellom regneartene og bruke disse til å løse konkrete utregninger. Dette innebærer bl.a. logisk tenkning, resonnering og argumentasjon.

Analysen av de utvalgte kompetansemålene viser at de fleste kan plasseres på DOK-nivå 3: Strategisk tenkning. Dette betyr likevel ikke at alle oppgaver og aktiviteter knyttet til divisjon må være på dette nivået. Faktisk påpeker Webb at alle fag inneholder fakta og informasjon som til en viss grad må automatiseres for å sikre en effektiv anvendelse (Gaudet, 2015; WCEPS, 2014; Wine & Hoffman, 2022). Tre av kompetansemålene innebærer utforsking, et begrep som for mange kan være noe ullent og uklart. Ifølge DOK-modellen kan utforsking klassifiseres som strategisk tenkning, fordi det innebærer å bruke begreper og ferdigheter for å løse nye og ukjente problemer. Utforsking skiller seg fra DOK2-aktiviteter ved at det krever at elevene kobler sammen mer enn to ideer eller utfører mer enn to trinn i en prosedyre. Utforsking er også forskjellig fra DOK4-aktiviteter som krever strategisk tenkning over tid, integrerer flere fagområder og innebærer kreativitet og nyskaping.

Som nevnt tidligere refererer kompetansemålene til hva elevene skal kunne bruke kunnskapen til, og lærerveiledningen må dermed tilby en struktur som fører fram til dette målet for å være i tråd med læreplanen. Dette innebærer at lærerveiledningen bør tilby aktiviteter og oppgaver som ivaretar høy kognitiv kompleksitet. Videre bør lærerveiledningen støtte læreren i å utvikle elevenes evne til å argumentere og resonnerer matematisk på en logisk og sammenhengende måte. Dette kan blant annet innebære å tilby støttende strukturer som f.eks. modellering av argumentasjon, resonnering og generalisering. Vurderingsoppgaver som tilbys bør også være tilpasset den graden av kompleksitet som angis i læreplanen for å kunne hjelpe læreren til å vurdere og tilpasse opplæringen ut fra elevenes kunnskap, ferdigheter og kompetanse.

5.4 DOK-analyse av kjerneelementer

Kjerneelementene representerer matematikkfagets viktigste innhold og arbeidsmåter, og skal gjennomsyre undervisningen i matematikk på alle trinn. Kjerneelementene er felles for 1.-10. trinn, og det må derfor vurderes hvor stor kompleksitet som er passende for elever i fjerde klasse. DOK-nivåene i kjerneelementene må derfor vurderes med tanke på at de skal ses i sammenheng med kompetansemålene for 4. trinn. Dette innebærer stor grad av tolkning, og derfor vil jeg presentere hvilken tolkning som er lagt til grunn nedenfor.

5.4.1 Utforsking og problemløsning

I tabellen nedenfor er kjerneelementet «Utforsking og problemløsning» analysert på setningsnivå. Hver setning blir gitt en DOK-verdi, og en samlet vurdering med begrunnelser for kategorisering følger etter tabellen.

Tabell 3 DOK-analyse av kjerneelementet «utforsking og problemløsning»

Kjerneelementer – utforsking og problemløsning	
Lete etter mønster, finne sammenhenger og diskutere seg fram til felles forståelse	DOK2-3
Legge mer vekt på strategier og framgangsmåter enn løsninger	DOK3
Utvikle en metode for å løse et ukjent problem	DOK3
Utvikle strategier og framgangsmåter for å løse problemer: Bryte ned problem i delproblem som kan løses systematisk	DOK3
Vurdere om delproblemene kan løses med eller uten digitale verktøy.	DOK3
Analysere og omforme kjente og ukjente problem, løse dem og vurdere om løsningene er gyldige.	DOK3

Kjerneelementet «Utforsking og problemløsning» består av flere delelementer. De fleste av disse kan kategoriseres som DOK3: Strategisk tenkning, fordi elementene innebærer at eleven må resonnerer, vurdere, planlegge eller analysere som del av kjerneelementet. Lete etter mønster og finne sammenhenger kan defineres som DOK2, mens det å diskutere seg fram til felles forståelse ofte kan innebære å forklare, begrunne og argumentere, som vanligvis er DOK3-aktiviteter. Samlet sett vil dette kjerneelementet innebære krav til høy kognitiv kompleksitet, tilsvarende DOK3 i Webbs DOK-modell.

5.4.2 Modellering og anvendelser

I tabellen nedenfor er kjerneelementet «Modellering og anvendelser» analysert på setningsnivå. Hver setning blir gitt en DOK-verdi, og en samlet vurdering med begrunnelse følger etter tabellen.

Tabell 4 DOK-analyse av kjerneelementet «modellering og anvendelser»

Kjerneelementer – modellering og anvendelser	
Ha innsikt i hvordan modeller i matematikk blir brukt for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers.	DOK3-4
Lage modeller som beskriver dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers.	DOK3
Kritisk vurdering av modellens gyldighet og begrensninger	DOK3
Vurdere modellene i lys av opprinnelig situasjon og vurdere om de kan brukes i andre situasjoner.	DOK3
Elevene skal få innsikt i hvordan de skal bruke matematikk i ulike situasjoner, i og utenfor faget.	DOK3-4

Kjerneelementet «Modellering og anvendelser» er her delt i fem delelementer. Det første og siste delelementet innebærer at elevene skal få innsikt i hvordan matematikk og matematiske modeller kan anvendes i og utenfor faget. Innsikt innebærer en grundig forståelse der man oppdager dype og meningsfulle sammenhenger (Svartdahl, 2019), noe som krever kompleks tenkning og resonnering over tid, og kan klassifiseres som DOK4: Utvidet tenkning. De andre elementene handler om modellering og kritisk tenkning, som vanligvis blir kategorisert som strategisk tenkning i DOK-modellen. Samlet sett bør dette innebære at det legges til rette for aktiviteter som kan klassifiseres som DOK3: Strategisk tenkning.

5.4.3 Resonnering og argumentasjon

Kjerneelementet «Resonnering og argumentasjon» blir i tabellen nedenfor analysert på setningsnivå. Innholdet i hver setning blir gitt en DOK-verdi, og en samlet vurdering av kognitiv kompleksitet følger etter tabellen.

Tabell 5 DOK-analyse av kjerneelementet «resonnering og argumentasjon»

Kjerneelementer – resonnering og argumentasjon	
Følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker	DOK3
Forstå at matematiske regler og resultat har klare begrunnelser	DOK3
Utforme egne resonnement for å forstå og for å løse problemer	DOK3
Begrunne framgangsmåter, resonnement og løsninger	DOK3
Bevise at løsninger er gyldige	DOK3

Tabellen viser at delelementene i kjerneelementet «Resonnering og argumentasjon» kan plasseres på nivå 3 i DOK-modellen. Dette nivået krever resonnering, planlegging og sammenkobling av flere ideer eller begreper. Elevene må kunne støtte egne argumenter med logikk eller bevis, og krever ofte at elevene tenker dypere og mer kritisk om det matematiske innholdet. Av den grunn kan kjerneelementet «Resonnering og argumentasjon» kategoriseres som DOK3.

5.4.4 Representasjon og kommunikasjon

I tabellen nedenfor blir kjerneelementet «Representasjon og kommunikasjon» analysert på setningsnivå. Innholdet i hver setning som forklarer hva eleven skal kunne gjøre, blir gitt en DOK-verdi, og en samlet vurdering følger etter tabellen.

Tabell 6 DOK-analyse av kjerneelementet «representasjon og kommunikasjon»

Kjerneelementer – representasjon og kommunikasjon	
Uttrykke matematiske begreper, sammenhenger og problemer gjennom representasjoner	DOK2
Bruke matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnement	DOK3
Bruke matematiske representasjoner i ulike sammenhenger gjennom egne erfaringer og matematiske samtaler	DOK2
Forklare og begrunne valg av representasjonsform	DOK3
Oversette mellom matematiske representasjoner og dagligspråket	DOK2
Veksle mellom ulike representasjoner	DOK2

Tabellen viser at kjerneelementet «representasjon og kommunikasjon» inneholder både DOK2- og DOK3-kvaliteter. Elementer som innebærer begrepsmessig forståelse vil være å bruke matematisk språk og matematiske representasjoner på en hensiktsmessig måte, oversette mellom representasjoner og dagligspråk og veksle mellom ulike representasjoner. Dette er aktiviteter som kan klassifiseres som DOK2 – bruke begreper og ferdigheter. Elementer som innebærer strategisk tenkning vil være å bruke matematisk språk i argumentasjon og resonnement, samt å forklare og begrunne valg av representasjonsform, da dette innebærer en mer kompleks matematisk forståelse (DOK3).

5.4.5 Abstraksjon og generalisering

I tabellen nedenfor blir kjerneelementet «abstraksjon og generalisering» analysert ved å trekke ut innhold som beskriver kjerneelementet, og tilordne en DOK-verdi ut fra grad av kognitiv kompleksitet.

Tabell 7 DOK-analyse av kjerneelementet «abstraksjon og generalisering»

Kjerneelementer – abstraksjon og generalisering	
Gradvis utvikle en formalisering av tanker, strategier og matematisk språk	DOK3
Fra konkrete beskrivelser til formelt symbolspråk og formelle resonnement	DOK3
Oppdage sammenhenger og strukturer	DOK2
Utforske tall, utregninger og figurer for å finne sammenhenger	DOK2
Formalisere ved å bruke algebra og hensiktsmessige representasjoner	DOK3

Tabellen viser at kjerneelementet «abstraksjon og generalisering» innebærer en gradvis utvikling fra konkrete beskrivelser og sammenhenger, til en mer formell og abstrakt tenkning. Abstraksjon i matematikk er en avansert kognitiv aktivitet som krever dyp forståelse, og dermed høy kognitiv kompleksitet. Generalisering er også en avansert kognitiv aktivitet der elevene må oppdage sammenhenger og strukturer og anvende dem på ulike problemstillinger. Begge disse aktivitetene krever at elevene anvender kompleks tenkning, og at de er i stand til å generalisere matematisk kunnskap til nye situasjoner, noe som er typisk for DOK3: Strategisk tenkning.

En samlet vurdering av alle kjerneelementene viser at de innebærer aktiviteter som hovedsakelig kan plasseres på nivå 3 i DOK-modellen. Dette innebærer at læremidler i matematikk bør inneholde aktiviteter som legger til rette for at elevene får mulighet til å anvende kunnskaper og ferdigheter i og utenfor klasserommet, gjennom å utvikle dybdekunnskap, kritisk tenkning og problemløsningsferdigheter. Som grunnlag for å utvikle denne kompetansen, bør matematikkundervisningen også inkludere aktiviteter på lavere DOK-nivåer, da det er disse kunnskapene og ferdighetene som anvendes på høyere DOK-nivåer (Gaudet, 2015; WCEP, 2014; Wine & Hoffman, 2022).

5.5 Horisontal analyse

Den horisontale analysen består av bakgrunnsinformasjon, struktur og design. For å gi god oversikt er hovedpunktene oppsummert i tabeller, figur og deskriptiv tekst. Tabell 9 gir generell og kortfattet informasjon om forfattere, utgaver og komponenter. Videre gir tabell 10 en oversikt over progresjon og organisering av innholdet i Multi 4. I tillegg gir figur 10 gir en skjematisk oversikt over lærerveiledningens layout.

5.5.1 Generell informasjon om læreverket

Tabell 8 Informasjon om læreverket Multi 4

Generell informasjon		Utdypende informasjon
Tittel:	Multi 4	
Forfattere:	Alseth, Bjørnar	Doktorgrad i barns læring av matematikk. Leder for læreplangruppa i matematikk til K06. Arbeid med nasjonale kartleggingsprøver. Lærerutdanning.
	Arnås, Ann-Christin	Matematikklærer på barnetrinnet, kursholder, blant annet tilknyttet LAMIS (Landslaget for matematikk i skolen).
	Røsseland, Mona	Doktorgrad i matematikdidaktikk, allmennlærer og lærerutdanner, har arbeidet ved Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen.
	Nordberg, Gunnar	Pensjonert matematikklærer, har undervist i matematikdidaktikk ved lærerutdanningen ved HiO
Forlag:	Gyldendal	
Utgave:	3. utgave	1. utgave: 2006. 2. utgave: 2011
Utgitt:	2021	
Komponenter:	Elevbok A og B, Parallellbok A og B, Lærerens bok A og B Øvebok Bokstøtte i Skolestudio	Grunnbøker. 119 sider i hver bok. Flergangsbok. Grunnbøker. 119 sider i hver bok. Engangsbok. Lærerveiledninger. 119 sider i hver bok. Individuell øving. 144 sider. Samme kapitler som grunnbøker.
	Smart Øving Smart Vurdering	Digital ressurs. Bokstøtte og digital versjon av læreverket. Digitalt, adaptivt øvingsverktøy Digitalt vurderingsverktøy. (Prøver og oppfølging)

Ved å undersøke den generelle informasjonen om læreverket Multi, ser vi at læreverket har fire forfattere. To av disse har doktorgrad i henholdsvis matematikdidaktikk og barns læring av matematikk, noe som vil innebære god kunnskap om hvordan barn lærer matematikk og hvilke undervisningsformer som er hensiktsmessige i opplæringen. De to andre forfatterne har blant annet bakgrunn som matematikklærere, og med dette praktisk erfaring i å undervise i matematikk. Det kan også bemerkes at den ene forfatteren, Bjørnar Alseth, var leder for læreplangruppa for matematikk i LK06, noe som bør innebære god kjennskap til utvikling av læreplaner samt intensjonene som ligger bak et slikt utviklingsarbeid. I tillegg har Alseth vært involvert i arbeidet med nasjonale kartleggingsprøver, som er laget for å finne elever som står i fare for ikke å kunne følge forventet progresjon i begynneropplæringen (Utdanningsdirektoratet, 2022b). Samlet sett gir dette et bilde av lærebokforfatterne som har både teoretisk og praktisk kunnskap om hvordan barn lærer matematikk, og har dermed et godt utgangspunkt for å lage et godt læreverket med tanke på design, pedagogisk og didaktisk kvalitet og kobling til læreplanverket.

5.5.2 Struktur

Tabell 10 viser hvordan fagstoffet er organisert gjennom kapitler og delkapitler, rekkefølge på fagstoffet og antall sider for hvert kapittel.

Tabell 9 Organisering av fagstoffet i Multi 4

Struktur				
		Kapitler	Antall sider	Delkapitler
Multi 4A	1	Tall og regning	36	Tall over 1000, Tall på tallinje, Hoderegningstrategier med addisjon og subtraksjon, Addisjon og subtraksjon med store tall, Negative tall, Kan du dette?
	2	Multiplikasjon	26	Gangetabellen, Multiplikasjon med flersifrede tall, Tekstoppgaver, Kan du dette?
	3	Divisjon	26	Praktisk divisjon, Sammenhenger mellom multiplikasjon og divisjon, Divisjonsstrategi – dele opp tall, Divisjon som oppstilt metode, Kan du dette?
	4	Geometri	26	Rette, stumpe og spisse vinkler, Utforske mangekanter, 3D-figurer, Kan du dette?
Multi 4B	5	Brøk og desimaltall	32	Brøk som like deler, Brøk som del av en mengde, Tallinje og sammenlikning, Desimaltall, Kan du dette?
	6	Mønster og algoritmer	20	Geometrisk mønster, Figurtall og tallmønster, Algoritmer, Kan du dette?
	7	Måling	32	Omkræts, Areal, Volum, Volum med klosser, Tid, Kan du dette?
	8	Regning	32	Multiplikasjon, Divisjon, Sammenhengen mellom de fire regneartene, Praktisk måling med vekt, Tekstoppgaver, Kan du dette?

Som tabell 10 viser, er innholdet strukturert i kapitler og delkapitler og fordelt på to bøker, Multi 4a og Multi 4b. Multiplikasjon og divisjon blir behandlet i egne kapitler, og

multiplikasjon kommer før divisjon som anbefalt i Van de Walle et.al (2015). Divisjon blir også behandlet i kapitlet «Regning», der alle regneartene inngår. Totalt sett inneholder bøkene 230 sider hvorav 26 sider er forbeholdt divisjon i et eget kapittel, samt seks sider i kapitlet «Regning». I tillegg er det seks sider som omhandler sammenhengen mellom regneartene, og sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon blir også behandlet i multiplikasjonskapitlet. Læreverket har i tillegg et kapittel om brøk og desimaltall som er relatert til divisjon, der sammenhengen bare blir gjort eksplisitt i lærerveiledningen – ikke i elevboka. Dette kapitlet er ikke knyttet til kompetansemål for fjerde trinn, men fungerer som forberedelse til femte trinn (Alseth et al., 2021a, s. ix), og blir derfor utelukket fra denne undersøkelsen. I den videre analysen, vil jeg først gi en kort redegjørelse for lærerveiledningens layout før jeg ser på hvordan lærerveiledningen behandler temaet divisjon.

5.5.3 Lærerens bok - design

Lærerveiledningen til Multi 4 er fordelt på to bøker, 4a og 4b, på samme måte som elevbøkene. I den videre framstillingen vil jeg bruke bok og lærerveiledning synonymt, mens elevbok benyttes som betegnelse på den læreboka som eleven benytter. Lærerveiledningen har spiralinnbinding. På baksiden av bøkene gis en oversikt over hva som vektlegges i læreverket i form av kulepunkter:

- Dybdelæring gjennom utforskende og kreativt arbeid
- Undervisningsaktiviteter som legger opp til refleksjon, samtale og samarbeid.
- Utvikling av forståelse ved at sammenhenger i faget framheves både innenfor og på tvers av fagemner.
- Læringsmål til hver undervisningsøkt.
- Tilpasset opplæring innenfor læringsfellesskap. Elevene gis mange muligheter til å lære av hverandre. Målet er at alle elevene skal oppleve mestring, samtidig som de utfordres og får muligheter til å strekke seg lengst mulig.
- En gradvis abstrahering, fra arbeid med konkreter, via tegninger og diagrammer til de matematiske symbolene.
- Nærhet til elevenes hverdag gjennom samtalebilder, praktiske oppgaver og aktiviteter. (Alseth et al., 2021a; 2021b).

Innledningen til boka er lik for begge bøkene, og fokuserer på dybdelæring, komponentene i læreverket, kjerneelementene i matematikk og hvordan disse dekkes i Multi. Videre forklares hovedtypene av oppgaver som finnes i Multi, f.eks. samtalebilde, aktivitet, utforsking, forklaring og oppsummering. Det er også laget en veiledende årsplan i form av en tabell som foreslår antall uker som brukes på hvert kapittel. De ti kompetansemålene for matematikk etter 4. trinn er også presentert, i tillegg til en tabell som viser hvordan disse er fortolket i Multi. I fortsettelsen følger lærerveiledningene korresponderende elevbok side for side, med bilde av elevsidene på hvert oppslag. Det er antydnet at ett oppslag tilsvarer innhold for en undervisningstime på 60 minutter, at hvert delkapittel har et omfang tilsvarende ei skoleuke og at hvert kapittel inneholder arbeid for 4-5 uker.

Teksten i lærerveiledningen er organisert i tekstbokser og spalter. I starten av avsnittene er det ofte et symbol som viser hvilken type læringsaktivitet som omtales: samtalebilde, aktivitet, spill, utforsking, forklaring, øveoppgave eller vurdering.

Hvert kapittel starter med en tekst om det matematiske temaet for kapitlet. Innholdet i denne teksten varierer fra kapittel til kapittel. Denne teksten kan handle om hva elevene

skal lære, hvilke erfaringer elevene kan ha, hvordan læring kan støttes og forklaring av begreper og framgangsmåter. Videre er det angitt mål for kapitlet, samt viktige matematikkord som elevene skal lære. Disse punktene finnes under samtalebildet som innleder hvert kapittel i elevboka. Det er ikke gitt opplysninger om læringsmål utover dette, men matematisk innhold for sidene blir presentert i en egen tekstboks gjennom 2-3 kulepunkter, samt anbefalt utstyr for arbeidsøkta.

Lærerveiledningen tar deretter for seg hva som skal gjøres, med tips til samtale og diskusjon, forklaring av oppgaver, aktiviteter og spill. I tillegg gir lærerveiledningen tips til hvordan læreren kan tilpasse lærestoffet med tanke på forenkling eller større utfordringer. Lærerveiledningen har også tips til flere aktiviteter og øvingsoppgaver, og den har et felt der læreren kan notere ned egne ideer om fagstoffet.

Det at lærerveiledningen følger elevboka side for side er en praktisk løsning som gjør det lett for læreren å orientere seg i lærerveiledningen da sidetall og innhold korresponderer. Dette designvalget fører imidlertid til at det blir mindre plass for informasjon til læreren. Layoutmessig er lærerveiledningen brukervennlig og gir god oversikt over innholdet. Markering av ulike elementer gjennom tekstbokser, overskrifter og ikoner hjelper læreren til lett å finne fram til den informasjonen han søker. Tekststørrelsen som er valgt for lærerveiledningen er imidlertid relativt liten, noe som gir rom for mer innhold, men som kan redusere lesbarheten for enkelte lesere.



Figur 10 Skjematisk framstilling av layout i lærerveiledningen

5.5.4 Organisering av fagstoff

Hvordan fagstoffet er organisert speiler gjerne lærebokforfatterens syn på innhold og progresjon, og hvordan de tolker intensjonene i den aktuelle læreplanen (Fan, 2010;

Stein & Kim, 2009). I denne undersøkelsen har jeg valgt temaet divisjon som grunnlag for den vertikale analysen. For å vise hvordan divisjon er plassert i forhold til andre emner, har jeg valgt å inkludere en kort presentasjon av de to forutgående kapitlene, da dette kan gi informasjon lærebokforfatterens tanker om progresjon i lærestoffet, noe som også kan ha betydning for hvilke forkunnskaper elevene forutsettes å ha når temaet divisjon innledes. Felles for alle kapitlene i Multi er at de starter med et samtalebilde der elevene kan relatere egne erfaringer til temaet, og at de avsluttes med en oppsummering der elevene kan vurdere egen måloppnåelse og finne henvisninger til ekstra oppgaver for å trene på aktuelle kompetanser.

Kapittel 1 starter med temaet «Tall og regning» der elevenes tallkunnskap skal utvides til firesifrede tall, med mål om å utvikle tallforståelse og kunnskap om plassverdisystemet. Forfatterne nevner at dette systemet er abstrakt, og at elevene bør møte tallene gjennom konkrete representasjoner som penger og base 10-materiell. Kapitlet er delt i fem delkapitler som har 3-4 tilknyttede leksjoner hver. Kapitlet avsluttes med to sider som oppsummerer arbeidet i kapitlet, og kan brukes til å vurdere måloppnåelse. Sidene angir hvor elevene kan finne mer fagstoff for å øve på aktuelle kompetanser, og det er understreket at læringsutbyttet for elevene blir større hvis de får anledning til å samarbeide og bruke hjelpemidler.

Kapittel 2 går videre med temaet «Multiplikasjon» der elevene skal repetere gangetabellen og automatisere ferdigheter i multiplikasjon. Kapitlet er delt i tre delkapitler fire tilknyttede leksjoner. På samme måte som foregående kapittel, avsluttes også dette med vurdering av elevenes måloppnåelse. Forfatterne framhever viktigheten av å lære det meste av gangetabellen, og at dette skjer gjennom øving og mange repetisjoner (Alseth et al., 2021a, s. 42). I tillegg til å lære gangetabellen skal elevene lære om egenskaper ved multiplikasjon, og strategier for å regne ut svaret på gangestykker de ikke har etablert faktakunnskap om. Multiplikasjon konkretiseres og representeres gjennom rutenett, like grupper, arealmodell og blokkmodell, og knyttes til praktiske situasjoner bl.a. gjennom oppgaver knyttet til kjøp og salg.

Kapittel 3 handler om temaet divisjon knyttet til ulike praktiske kontekster (Alseth et al., 2021, s.68). I introduksjonsteksten til læreren blir begrepene målings- og delingsdivisjon forklart og eksemplifisert, men det er ikke gitt noen begrunnelse for hvorfor dette skillet er viktig utover at det er to forskjellige typer problemer eller situasjoner. Kapitlet består av fire delkapitler med tilhørende leksjoner. I oversikten nedenfor er oppgaver og aktiviteter telt opp ved at alle deloppgaver, spill, aktiviteter og forklaringer blir telt som en oppgave eller aktivitet. En oppgave med deloppgave a-c telles f.eks. som 3 oppgaver:

1. Praktisk divisjon: 3 leksjoner, 6 sider, 39 oppgaver og aktiviteter.
2. Sammenhenger mellom multiplikasjon og divisjon: 3 leksjoner, 6 sider, 64 oppgaver og aktiviteter.
3. Divisjonsstrategi – dele opp tall: 3 leksjoner, 6 sider, 66 oppgaver og aktiviteter.
4. Divisjon med oppstilt metode: 3 leksjoner, 6 sider, 37 oppgaver og aktiviteter.

Arbeidet med divisjon går fra å fordele konkrete, via å utforske hvordan denne fordelingen kan skriftliggjøres, for deretter å presentere en oppstilt metode for divisjon som forløper til standardalgoritmen i divisjon. Divisjon konkretiseres og representeres gjennom like grupper, rutenett, penger, konkrete, tallinje, praktiske situasjoner, blokkmodell, sirkelmodell, tabeller og figurer. En nærmere analyse av dette kapitlet blir gjort i den vertikale analysen.

Fagstoffet i Multi 4 er organisert etter matematiske emner, og er fordelt på åtte kapitler. Dette er gjort for å sikre at elevene får jobbe lenge med hvert emne (Alstad et al., 2021, s. iv), noe som kan være med på å legge til rette for dybdelæring i form av å fordype seg i et emne. Likevel kan en konsekvens av dette valget være at elevene vil få sterke indikasjoner på hvilke regnearter som er aktuelle for å løse oppgavene, noe som kan være med på å senke de kognitive kravene i oppgaven.

Oversikten over divisjonskapittelet viser at lærerveiledningen tilbyr mange oppgaver og aktiviteter. Hvis læreren velger å bruke alle oppgavene og aktivitetene, og følger lærerveiledningens veiledende årsplan, vil dette innebære å gjennomføre 206 oppgaver og aktiviteter fordelt på 12 undervisningsøkter. Dette vil gjennomsnittlig gi elevene mellom tre og fire minutter på hver oppgave eller aktivitet, inkludert den tiden som eventuelt blir brukt til å skrive svaret i en egen skrivebok, noe som kan medføre at læreren må gjøre noen prioriteringer av hvilke oppgaver som skal inkluderes i læringsarbeidet.

5.6 Vertikal analyse

5.6.1 Matematisk innhold

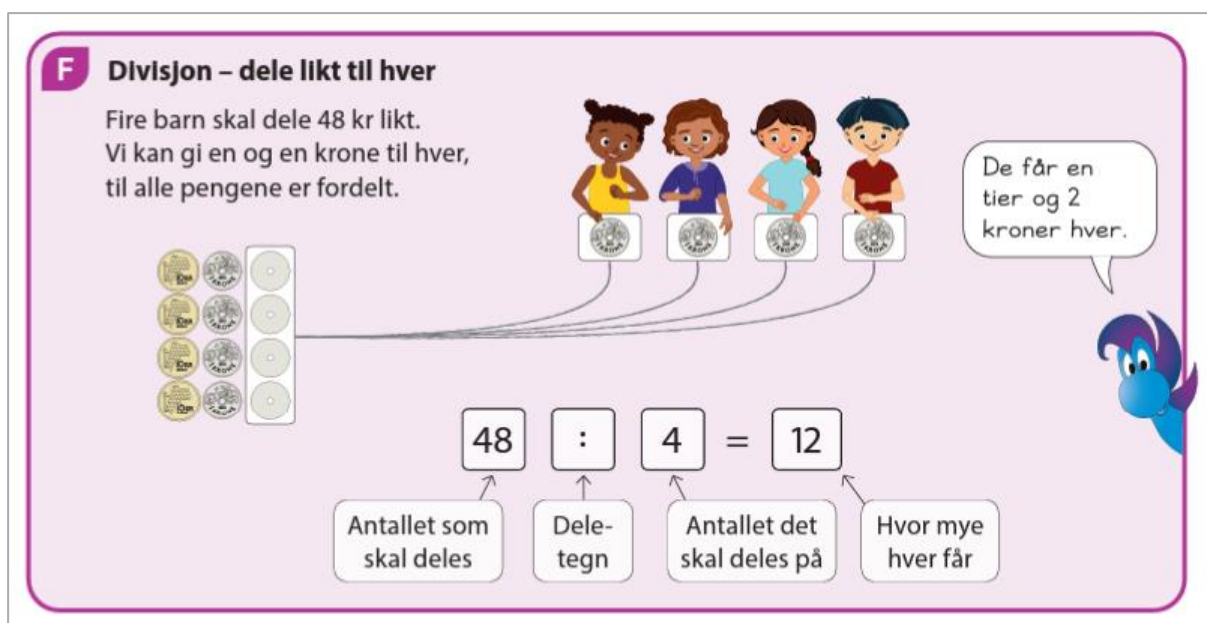
Matematisk innhold kan undersøkes gjennom å analysere emnespesifikke konstruksjoner knyttet til divisjon. Dette innebærer å undersøke terminologi, begreper, ideer, strukturer, modeller og representasjoner. For matematisk praksis anbefaler Charalambous et al. (2010) å undersøke forklarte eksempler og framgangsmåter, og hvordan lærerveiledningen modellerer sentrale arbeidsmåter i faget. Tilpasning av fagstoffet vil deretter undersøkes gjennom å analysere lærerveiledningens forslag til forenkling og tilføring av ekstra utfordringer.

Innholdsdimensjonen i lærerveiledningen blir analysert gjennom en innholdsanalyse av divisjonskapittelet. I tillegg til å undersøke selve veiledningsteksten, har jeg sett på faksimilene av elevboka for å analysere hvordan innholdet kommer til uttrykk gjennom tekst og illustrasjoner. Videre har jeg brukt programvaren Nvivo til å gjøre ordfrekvenssøk for å undersøke forekomsten av spesifikke ord og uttrykk i lærerveiledningen. Ordfrekvenssøk er en enkel, men nyttig metode som kan gi innsikt i hvilke ord og uttrykk som er brukt i teksten, og dermed gi en indikasjon på hvilket innhold som er representert i lærerveiledningen. Målet med ordfrekvenssøket i denne sammenhengen, er å finne ut hvilke ord og uttrykk knyttet til divisjon som er dominerende eller fraværende i lærerveiledningen. Det er imidlertid viktig å være klar over at et ordfrekvenssøk alene ikke nødvendigvis vil fange opp den fulle betydningen og konteksten til ordene som brukes i teksten. Derfor er ordfrekvenssøket kombinert med en manuell gjennomgang av lærerveiledningen for å få en mer helhetlig forståelse av teksten. Ordfrekvenssøket er basert på teori om det matematiske emnet divisjon som er gjort rede for i kapittel 3. For å gi leseren et innblikk i søkeprosessen, har jeg inkludert et vedlegg med oversikt over de søkene som er gjort (vedlegg 1). Søkeoversikten er en del av forskningstransparensen og grunnlaget for tolkningene i masteroppgaven. I denne delen av oppgaven vil jeg bare presentere de viktigste funnene fra søkene.

Den mest sentrale fagterminologien knyttet til divisjon er benevnelsene som er gitt for de ulike delene av en divisjon; dividend, divisor og kvotient. Dette er benevnelser som elevene ikke nødvendigvis trenger å kunne for å dividere, men som kan gjøre det enklere å gi en nøyaktig beskrivelse av de matematiske operasjonene som utføres i divisjonsproblemer. Bruk av fagterminologi kan gi elevene et språk som de kan bruke i

matematiske diskusjoner og kan bidra til å forbedre kommunikasjonen i klasserommet. Det kan også argumenteres mot å introdusere disse uttrykkene for elever som ikke har en god forståelse av divisjon, da disse uttrykkene kan misforstås eller forveksles og dermed føre til unødvendige feil. Fokus på fagterminologien kan i tillegg avlede oppmerksomheten fra selve divisjonsproblemet og gjøre det vanskeligere for elevene å forstå selve problemet. Dette kan være et argument for å fokusere på divisjon som en praktisk ferdighet i hverdagen framfor vektlegging av riktig terminologi. Samlet sett kan det være argumenter både for og mot å lære uttrykkene dividend, divisor og kvotient til yngre elever, og det kan være hensiktsmessig å vurdere dette opp mot elevenes forståelse, ferdigheter og interesse.

I undersøkelsen av lærerveiledningen til Multi 4a fant jeg ingen forekomst av uttrykkene dividend, divisor eller kvotient. Imidlertid var tilsvarende terminologi for multiplikasjon nevnt; faktor fikk 23 treff og produkt fikk 8 treff i divisjonskapittelet. Videre kan det nevnes at innholdet i begrepene forklares verbalt i forklaringsruter i elevboka, i tillegg til en illustrasjon av delingsprosessen når 4 barn deler 48 kroner likt.



Figur 11: Sette navn på elementene i et delestykke

Utsnitt fra «Multi 4a Lærerens bok» av Anne Tryti, Børre Holth og Birgitte Reff Kolbeinsen, i Alseth et al., 2021a (s. 70). Gyldendal Norsk Forlag. Copyright 2021 ved Gyldendal Norsk Forlag. Gjengitt med tillatelse.

Når det gjelder begreper og ideer, søkte jeg etter uttrykkene målingsdivisjon, delingsdivisjon, (like) grupper, gjentatt addisjon/subtraksjon og rest. Alle var representert i lærerveiledningen, og i en grundigere gjennomgang fant jeg også at lærerveiledningen hadde inkludert uttrykk som fordele i/på og trekke fra om og om igjen, som er synonyme varianter av de uttrykkene som jeg søkte etter. Disse variantene fant jeg i faksimilene av elevboka.

Som utgangspunkt for å undersøke hvilke ideer og modeller knyttet til divisjon som er representert i lærerveiledningen, søkte jeg etter ulike varianter av disse begrepene: motsatt regneart, like grupper, (multiplikativ) sammenligning, rutenett, kombinasjoner og rate. Den hyppigste forekomsten i denne sammenhengen var begrepet «gruppe», selv om «like grupper» bare er nevnt to ganger i kapittelet om divisjon. En annen modell som

er nevnt i lærerveiledningen var «rutenett» som er nevnt 13 ganger. I tillegg bruker elevboka uttrykk som «lik deling» og «like deler» som også handler om strukturen like grupper. Dette er også vanlige tilnærminger til divisjon i begynneropplæringen. Det var ingen oppgaver knyttet til multiplikativ sammenligning, kombinasjoner eller rate i lærerveiledningen.

Matematiske strukturer i divisjon er gjerne knyttet til målings- og delingsdivisjon, samt sammenheng mellom multiplikasjon og divisjon representert ved rutenett. Alle disse strukturene er inkludert, i tillegg til utnyttelse av titallsystemet i divisjon med hele tiere og hundrere. En rask opptelling av lærerveiledningens kategorisering av innholdet i informasjonsboksen «Matematisk innhold», viste denne fordelingen:

- Ukjent gruppestørrelse (delingsdivisjon): 4 oppslag
- Ukjent antall grupper (målingsdivisjon): 3 oppslag
- Sammenheng mellom multiplikasjon og divisjon/rutenett: 3 oppslag
- Divisjon i praktiske sammenhenger: 5 oppslag
- Divisjon knyttet til hverdagssituasjoner for elevene: 4 oppslag

I søk etter modeller for divisjon ble det søkt både med ordfrekvenssøk og manuell gjennomgang av lærerveiledningen. De modellene som er brukt i Multi 4a er: tallinje, rutenett, blokkmodell, tabell, like grupper og sirkelmodell. Det er også lagt til rette for å sammenligne modellene gjennom å forklaringsruter der sammenhengene illustreres, i tillegg til at elevene skal prøve ut de ulike modellene gjennom oppgaveløsning.

Representasjoner i matematikk kan være konkrete, kontekstuelle, visuelle, verbale og symbolske. Lærerveiledningen anbefaler konkrete representasjoner som for eksempel brikker og lekepenger. Den gir også kontekstuelle/verbale representasjoner av divisjon ved å plassere operasjonen divisjon i ulike kontekster gjennom tekstoppgaver. Visuelle representasjoner blir gitt i form av illustrasjoner, tallinjer og rutenett, og tall og ikoner brukes som symbolske representasjoner. Alle representasjonsformer er dermed representert i lærerveiledningen. Imidlertid kan det være verdt å nevne at ordet representasjon ikke er hyppig brukt i lærerveiledningen. Det blir nevnt i innledningen til lærerveiledningen, men i divisjonskapittelet er det direkte referert til kun to ganger («representasjoner» og «representasjonsformer»). Bruken av ordet har en generell tilnærming i form av forslag til læreren: «Elevene kan gjerne oppfordres til å bruke ulike representasjonsformer, som konkrete (penger, brikker) eller tegning» (Alseth et al., 2021a, s. 70), og «La også de elevene som trenger det, få støtte seg på ulike representasjoner som brikker eller tallinjer» (Alseth et al., 2021a, s. 73). Totalt sett tilbyr læreboka en variert samling av representasjonsformer; visuelle, symbolske, verbale og kontekstuelle, og det anbefales også å bruke konkrete representasjoner. Sammenhengen mellom ulike representasjoner blir også forklart eller vist i egne forklaringsruter. Det er imidlertid ingen funn som viser at forfatterne eksplisitt henviser til oversettelse mellom representasjonsformer, eller klargjør hvilke problemer elevene kan ha med oversettelser mellom representasjonene. Når det gjelder definisjoner og regler er det ingen funn i ordsøket på ulike former av disse ordene.

5.6.2 Matematisk praksis

Matematisk praksis omfatter ifølge Charalambous et al. (2010, s. 123) «worked examples» og «modelling thinking». Et "worked example" i en matematikkbok er en type oppgave som viser hvordan man løser et spesifikt matematisk problem trinn for trinn. Denne oppgaven kan inneholde en beskrivelse av problemet, en oversikt over de

nødvendige trinnene for å løse det, og en mer eller mindre detaljert forklaring av hvert trinn i løsningen. Et "worked example" kan være spesielt nyttig for elever som trenger ekstra veiledning når de prøver å forstå et nytt begrep eller en ny løsningsmetode. Ved å se på hvordan man kan gå fram for å løse et problem, kan elevene få en bedre forståelse av de nødvendige trinnene og teknikkene som kreves for å løse lignende problemer selv. I Multi blir dette gjort gjennom egne forklaringsruter i elevboka. Modellering av tenkning blir også gjort av gjennomgangsfigurer og «elever» i de samme forklaringene. I denne delen av analysen har jeg derfor studert forklaringene som blir gitt i elevboka, og de tilleggsforklaringer som er beskrevet i lærerveiledningen. Videre har jeg undersøkt hvilke kjerneelementer som inngår i teksten til læreren.

Lærerveiledningen inneholder ni forklaringer knyttet til kapittelet om divisjon. Tekstene er merket som forklaringer, og kan ses i sammenheng med forklaringsruta fra elevboka som er inkludert som faksimile i lærerveiledningen. Forklaringene i lærerveiledningen er mer omfattende enn det vi finner i elevboka, og det er her forfatterne har mulighet for å modellere og forklare kjerneelementene i praksis. En gjennomgang av forklaringene viser at strategier som blir vist eller forklart gjennom lærerveiledningen er: lik fordeling, tallinje, gjentatt subtraksjon, rutenett, gangetabellen, gjentatt addisjon, oppdeling av tall ved hjelp av sirkel- eller blokkmodell, divisjon med hele tiere/hundre og oppstilte metoder for divisjon.

Jeg fant ingen henvisninger til kjerneelementene i forklaringstekstene i lærerveiledningen. For å undersøke om kjerneelementene likevel kan inngå implisitt i forklaringene, har jeg gjennomgått forklaringene for å undersøke hvordan kjerneelementene kan inkluderes i forklaringene (vedlegg 5). Denne gjennomgangen er min tolkning av lærerveiledningen, og selv om jeg har brukt kriterier (vedlegg 6) for å tydeliggjøre hva jeg leter etter i forklaringene, innebærer analysen en stor grad av tolkning fra min side, og resultatene må derfor vurderes i lys av at dette. Selv om tolkningen kan innebære feil eller skjevheter i materialet, vil de kunne brukes som en indikasjon på hvordan kjerneelementene dekkes i forklaringene.

Forklaringstekstene er relativt korte, og inkluderer vanligvis en beskrivelse av forklaringsruta, med tilleggsinformasjon av ulik art, f.eks. løsningsforslag, forslag til spørsmål og diskusjoner, didaktiske tips og andre forslag til hvordan forklaringen kan brukes i praksis. Selv om flere av kjerneelementene kan knyttes til forklaringene, er ikke sammenhengene tydeliggjort for læreren. På samme måte som oppgaver og aktiviteter i liten grad knyttes direkte til kjerneelementer og kompetansemål, er koblingen mellom kjerneelement og forklaring lite synlig i lærerveiledningen. Det finnes likevel spor av kjerneelementene i forklaringene, og jeg vil nå gå gjennom hvilke deler av kjerneelementene som dekkes gjennom forklaringene.

Kjerneelementet «utforskning og problemløsning» dekkes hovedsakelig ved at elevene skal finne mønster og sammenhenger, i tillegg til at ulike løsningsmetoder blir demonstrert og forklart. Det finnes også eksempler på hvordan problem kan brytes ned i delproblemer. Forklaringene kan også innebære å analysere et problem og vurdere om løsningen er gyldig, selv om dette er mindre synlig i forklaringene. Forklaringene gir imidlertid begrensede eksempler på generelle problemløsningsstrategier som å lage en visualisering, gjette seg fram til en løsning eller prøve et enklere tilfelle, noe som i følge Torkildsen (2017) er viktig for at elevene skal bli gode problemløser.

«Modellering og anvendelser» er representert ved at elevene skal sette seg inn i praktiske situasjoner og finne matematiske begreper som kan brukes for å løse et

problem. Kjerneelementet dekkes også ved at elevene bruker matematikk i matematikkfaget, men i liten grad utenfor faget. Det er ingen eksplisitte eksempler på hvordan elevene kan vurdere om matematiske modeller er gyldige eller har begrensninger i lys av den aktuelle situasjonen.

«Resonnering og argumentasjon» dekkes blant annet ved at det gis eksempler på resonnering og argumentasjon i forklaringene. I tillegg er det foreslått spørsmål som kan hjelpe elevene i gang med resonnering og argumentasjon. Lærerveiledningen sier lite om hva som kjennetegner matematisk resonnering eller argumentasjon, eller hvordan læreren kan modellere dette for elevene. Det er heller ingen informasjon om hvordan elevene kan bevise at en løsning er gyldig.

«Representasjon og kommunikasjon» dekkes ved at forklaringene inneholder flere representasjonsformer, og viser sammenhenger mellom representasjonene. Videre er det lagt opp til diskusjoner som legger til rette for bruk av matematisk språk i kommunikasjon med andre. Det er ingen eksempler på hvordan eleven kan forklare eller begrunne valg av representasjonsform.

«Abstraksjon og generalisering» dekkes ved at forklaringene framhever forventet progresjon og utvikling av løsningsmetoder, eller en gradvis formalisering av tanker, strategier og matematisk språk. Det dekkes også ved at elevene skal utforske utregninger for å finne sammenhenger. Det er imidlertid ingen direkte eksempler på generalisering i forklaringene. Forklaringene er i hovedsak knyttet til bestemte tall eller kontekster, og generalisering til andre tall og kontekster er ikke gjort eksplisitt i forklaringene til læreren. Generalisering innebærer å vise hvordan man kan gå fra konkrete eksempler til mer generelle regler eller mønstre. Man kan for eksempel forklare hvordan man kan finne antall ruter i et rutenett ved å multiplisere antall rader med antall kolonner, og deretter vise hvordan dette gjelder for alle rutenett, uansett antall rader og kolonner. En slik forklaring viser hvordan man kan gå fra konkrete detaljer til en generell prosedyre. Den forklaringen som kommer nærmest opp mot generalisering er gjengitt i figuren nedenfor:

F Sammenheng mellom multiplikasjon og divisjon

4 rader med 8 ruter i hver.

8 kolonner med 4 ruter i hver.

$4 \cdot 8 = 32$ $32 : 8 = 4$

$8 \cdot 4 = 32$ $32 : 4 = 8$

Figur 12: Fra beskrivelse til regnestykke

Utsnitt fra «Multi 4a Lærerens bok» av Anne Tryti og Eline Lindaas, i Alseth et al., 2021a (s. 74). Gyldendal Norsk Forlag. Copyright 2021 ved Gyldendal Norsk Forlag. Gjengitt med tillatelse.

I lærerveiledningen forklares sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon på denne måten:

Skillet mellom målings- og delingsdivisjon oppstår når den praktiske oppgaven dreier seg om fordeling og den multiplikative strukturen er «like grupper». Da er det en forskjell på de to faktorene. Når den multiplikative strukturen derimot er rutenett, er det ingen forskjell på faktorene. Et rutenett som består av 4 rader og 8 kolonner, er det samme som 8 rader og 4 kolonner. (Alseth et al., 2021, s. 74)

Analysen av forklaringene i lærerveiledningen viser at kjerneelementene i liten grad blir framhevet for læreren, men at kjerneelementene inngår implisitt i forklaringene. Selv om forklaringene ikke dekker kjerneelementene fullt ut, er det sannsynlig at flere sider ved kjerneelementene dekkes gjennom andre oppgaver og aktiviteter i lærerveiledningen.

5.6.3 Kognitive krav

For å analysere kognitive krav har jeg vurdert alle oppgavene ut fra de fire nivåene i DOK-modellen. Dersom en oppgave kan plasseres i flere kategorier, har jeg stort sett valgt den høyeste kategorien for kognitiv kompleksitet. Noen oppgaver er plassert i to kategorier, dette er oppgaver med deloppgaver med forskjellig DOK-nivå. I tillegg kan de fleste spillene plasseres i to kategorier, da utvikling av vinnerstrategier kan påvirke klassifiseringen av DOK-nivå. Vedlegg 2 viser vurderingen av alle oppgaver og aktiviteter. I denne delen av analysen vil jeg først presentere en oppsummering av de funn som er gjort, etterfulgt av eksempler på oppgaver og aktiviteter innenfor hvert DOK-nivå som er representert i lærerveiledningen. En samlet oversikt over aktuelle funn er gitt i tabellen nedenfor, og en mer utfyllende beskrivelse følger etter tabellen. Oppgaver som kan løses ved hjelp av automatisert kunnskap om gangetabellen er kategorisert som DOK1. Dette gjelder imidlertid ikke for oppgaver der eleven må tolke situasjon eller illustrasjon for å komme fram til en løsning. Oppgaver der elevene skal bruke en forklart eller kjent framgangsmåte blir kategorisert som DOK2 uavhengig av tallstørrelser. For å kategoriseres som DOK3, må oppgavene ha flere steg, kombinere flere begreper eller ideer, være abstrakte eller ha flere mulige «riktige» svar. Oppgaver der elevene skal forklare egen tenkning blir også plassert i denne kategorien. DOK4 vil kreve arbeid over tid, eller at elevene skaper noe nytt ut fra den kompetansen de har tilegnet seg.

Tabell 10 Kognitive krav i oppgaver og aktiviteter

Kognitive krav – oppgaver og aktiviteter		
Kategori	Funn	Representativt eksempel
DOK1: Huske og reprodusere	Øveoppgaver: 5 Utforskningsoppgaver: 0 Aktiviteter: 0 Spill: 0 Vurderingsoppgaver: 1	<u>Oppgave 21a</u>): Skriv alle tallene som er svar i 5-gangen.
DOK2: Begreper og ferdigheter	Øveoppgaver: 31 Utforskningsoppgaver: 0 Aktiviteter: 2 Spill: 1 Vurderingsoppgaver: 9	<u>Aktivitet s. 69</u> : Elevene skal fordele 36 brikker likt i alt fra to til ni grupper: anvende divisjon i en praktisk situasjon. Ett riktig svar for hver situasjon.

Kognitive krav – oppgaver og aktiviteter		
Kategori	Funn	Representativt eksempel
DOK3: Strategisk tenkning	Øveoppgaver: 9 Utforskningsoppgaver: 12 Aktiviteter: 1 Spill: 5 Vurderingsoppgaver: 2	<u>Utforskningsoppgave 13</u> : Hvor mange av 60 elever er ikke med på stafetten? Noen elever er ikke med. Resten blir delt i lag med 7 elever. Ett av lagene har bare 6 elever, og en elev løper to ganger. Oppgaven krever logisk og kritisk tenkning i tillegg til å tolke og analysere informasjon.
DOK4: Utvidet tenkning	Det er ingen funn av DOK4-oppgaver i divisjonskapittelet.	

Multi 4 har mange varierte oppgaver og aktiviteter for elevene. I denne analysen har jeg analysert utforskningsoppgaver, øveoppgaver, aktiviteter, spill og vurderingsoppgaver for å vurdere hva som kreves av kognitiv kompleksitet for elevens respons. For å vurdere dette har jeg brukt Webbs DOK-modell som klassifiserer oppgaver etter hvor krevende de er for elevenes tenkning. Det kan være usikkerhet i forbindelse med kategorisering av spill, da disse kan gjennomføres med eller uten strategisk tenkning.

DOK1-oppgaver kan være nyttige for å introdusere fagstoff til elevene eller sjekke forståelsen av grunnleggende kunnskap som trengs for høyere ordens tenkning. Analysen viser at bare fem av oppgavene i divisjonskapittelet kan plasseres i denne kategorien. I eksempelet nedenfor er oppgave 21a klassifisert som DOK1 fordi den innebærer å kjenne igjen tall som er svar i 5-gangen. Oppgave 21b er derimot en DOK2-oppgave fordi elevene må kombinere faktainformasjon for å finne tallene som finnes både i 3- og 4-gangen.

21 Skriv alle tallene som er svar i

a 5-gangen.

b både 3- og 4-gangen.

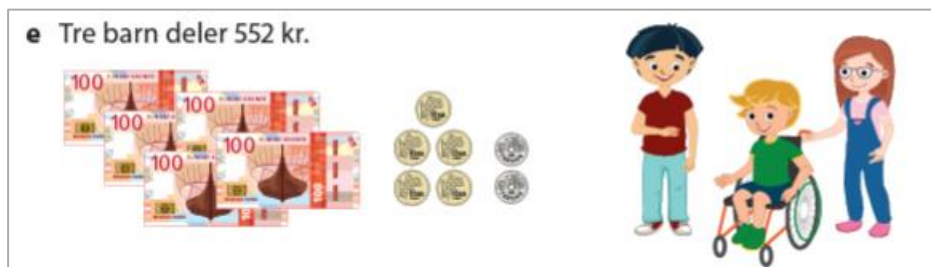


Figur 13: Eksempel på DOK1-oppgave

Utsnitt fra «Multi 4a Lærerens bok» av Eline Lindaas i Alseth et al. 2021a (s. 76). Gyldendal Norsk Forlag. Copyright 2021 ved Gyldendal Norsk Forlag. Gjengitt med tillatelse.

I kapittelprøven er det en oppgave som kan klassifiseres som DOK1. Vurderingsoppgaver på dette nivået kan gi informasjon om elevenes automatiserte ferdigheter (Gaudet, 2015; WCEPS, 2014). Automatiserte kunnskaper og ferdigheter vil være viktige for å kunne behandle aktuell informasjon på et høyere kognitivt nivå.

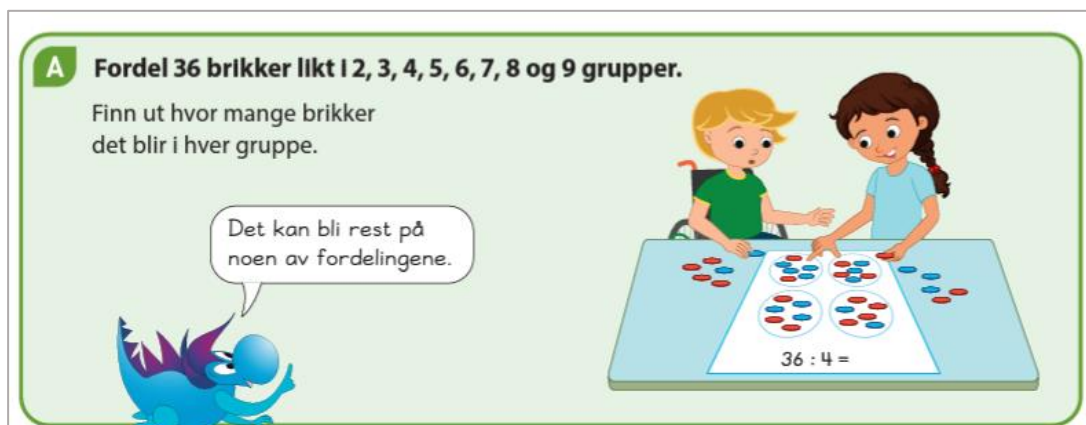
DOK2-oppgaver handler om å anvende begreper og prosedyrer. Analysen viser at 31 av 54 oppgaver kan plasseres på dette nivået. Nedenfor er et eksempel på en øveoppgave som er klassifisert som DOK2 fordi den handler om å anvende divisjon i tillegg til at det bare er ett riktig svar:



Figur 14: Eksempel på DOK2-oppgave

Utsnitt fra «Multi 4a Lærerens bok» av Børre Holth og Birgitte Reff Kolbeinsen, i Alseth et al., 2021a (s. 87) Gyldendal Nors Forlag. Copyright 2021 ved Gyldendal Norsk Forlag. Gjengitt med tillatelse.

De fleste vurderingsoppgavene, aktivitetene og spillene kan plasseres på dette nivået, fordi det bare finnes ett riktig svar, og i noen tilfeller fordi framgangsmåter eller løsningsmetoder blir forklart. I figuren nedenfor er det gjengitt en aktivitet der elevene skal fordele 36 brikker likt i alt fra to til ni grupper. Her må elevene anvende prosedyren fordeling, og selv om det er mange operasjoner å fordele brikkene i ulikt antall grupper, vil det bare være en mulig løsning for hver gruppestørrelse. Denne aktiviteten kan utvides til DOK3 ved at elevene blir bedt om å forklare og begrunne mønstre og sammenhenger i løsningene. For elever som ikke har god forståelse av begrepet like grupper vil oppgaven kunne innebære både resonnering og planlegging, aktiviteter som vanligvis klassifiseres som DOK3.



Figur 15: Eksempel på DOK2-aktivitet som kan utvides til DOK3

Utsnitt fra «Multi 4a Lærerens bok» av Anne Tryti og Birgitte Reff Kolbeinsen, i Alseth et al., 2021a (s. 69). Gyldendal Norsk Forlag. Copyright 2021 ved Gyldendal Norsk Forlag. Gjengitt med tillatelse.

Multi 4 har inkludert flere spill som skal gi elevene ekstra øving på sentralt fagstoff (Alstad et al., 2021). I divisjonskapittelet er ett av spillene utelukkende kategorisert som DOK2. I dette spillet skal spillerne velge ett av to mulige tosifrede tall og dele på det tallet som kortet viser. Resten i delestykket bestemmer antall poeng for runden. Her må elevene anvende divisjon og sammenligne resultatet av to divisjonsstykker for å velge

det regnestykket som gir størst rest. Dette vil være en DOK2-aktivitet fordi den handler om å anvende og sammenligne.

FINN RESTEN OG FÅ POENG

- 2-3 spillere
- en tierterning
- en vanlig terning
- tallkort fra 2 til 10

Regler:

- Etter tur kaster spillerne de to terningene og trekker ett kort.
- Spilleren setter så tallene på terningen sammen til et tosfret tall.
- Så deler spilleren det tosfrede tallet på tallet på kortet.
- Til slutt må spilleren finne ut hvor mye det blir i rest. Det som er i rest er antall poeng i denne runden.
- Vinneren er den som først får fem poeng.

Eksempel:
Terningene viser 8 og 4, og kortet 7.
Tallene på terningene settes sammen til 48.
Det gir delestykket $48 : 7 = 6$ og 6 i rest.
Spilleren kunne lagd regnestykket $84 : 7 = 12$, men det gir 0 i rest.



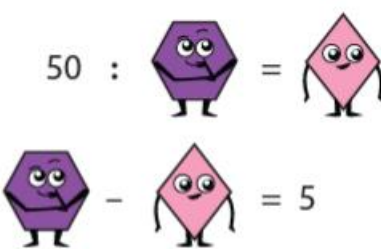
Figur 16: Spill på DOK2-nivå

Utsnitt fra «Multi 4a Lærerens bok» av Birgitte Reff Kolbeinsen, i Alseth et al., 2021a (s. 79). Copyright 2021 ved Gyldendal Norsk Forlag. Gjengitt med tillatelse.

DOK3-oppgaver er kjennetegnet av at de krever mer abstrakt og strategisk tenkning, og innebærer at elevene må bruke informasjon eller begrepsmessig kunnskap, flere steg, resonnering, planlegging, argumentasjon eller bevis for å løse oppgaven. Disse oppgavene kan også kjennetegnes av større kompleksitet og at det finnes flere mulige svar og løsningsstrategier. En relativt stor andel av oppgavene i divisjonskapittelet kan plasseres på dette nivået. I oppgaven nedenfor skal elevene finne ut hvilket tall som skjuler seg bak hver figur. Dette innebærer en abstrakt matematisk resonnering og kombinasjon divisjon og subtraksjon for å finne svaret. Selv om det finnes bare ett riktig svar, vil dette være en DOK3-oppgave ettersom den har flere steg, inkluderer flere regnearter og er abstrakt av karakter.

20 Hvilket tall skjuler seg bak hver figur?

a

$$50 : \text{figur} = \text{figur}$$
$$\text{figur} - \text{figur} = 5$$


Figur 17: Eksempel på DOK3-øveoppgave


Utsnitt fra «Multi 4a Lærerens bok» av Eline Lindaas, i Alseth et al., 2021a (s. 76). Gyldendal Norsk Forlag. Copyright 2021 ved Gyldendal Norsk Forlag. Gjengitt med tillatelse.

Alle utforskningsoppgavene i divisjonskapittelet er plassert på dette nivået. Mange av oppgavene handler om å forklare og begrunne hvordan man har kommet fram til svaret, eller å vurdere om svaret er rimelig eller ikke. Oppgaven nedenfor krever at elevene bruker logisk og kritisk tenkning for å finne svaret, og det finnes flere mulige svar.

Lærerveiledningen foreslår også oppfølgingsspørsmål der elevene blant annet skal vurdere hvilket av to mulige svar som er en rimelig løsning.

U 13 På slutten av dagen skal det være stafett.

Noen av elevene er ikke med på stafetten.
Resten av elevene blir delt opp slik at det er sju elever på hvert lag, men det er ett lag som bare får seks elever.
En av elevene på det laget må derfor løpe to ganger.
Hvor mange av de 60 elevene var ikke med på stafetten?



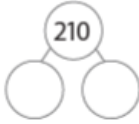
Figur 18: Eksempel på DOK3-utforskningsoppgave

Utsnitt fra «Multi 4a Lærerens bok» av Birgitte Reff Kolbeinsen, i Alseth et al., 2021a (s. 73). Gyldendal Norsk Forlag. Copyright 2021 ved Gyldendal Norsk Forlag. Gjengitt med tillatelse.

De fleste spillene i kapitlet kan kategoriseres som DOK3, ettersom elevene kan bruke kunnskap, ferdigheter og begrepsmessig forståelse til å utvikle vinnerstrategier for spillene. Dette er strategisk tenkning, som er et kjennetegn for DOK3. Spillene kan imidlertid også gjennomføres uten strategisk tenkning ved at elevene følger instruksjoner uten å resonnerer seg fram til vinnerstrategier, noe som vil karakteriseres som DOK2.

I gjennomgangen av lærerveiledningen fant jeg ingen eksempler på oppgaver eller aktiviteter som kan kategoriseres som DOK4. Dette nivået krever at elevene bruker kunnskaper og ferdigheter på nye og kreative måter over tid, og en oppgave på dette nivået kan for eksempel være et prosjektarbeid der elevene skal lage et spill basert på kunnskaper og ferdigheter de har tilegnet seg blant annet i matematikk.

Divisjonskapitlet avsluttes med en kapittelprøve som kan brukes for å vurdere elevenes kompetanse. Lærerveiledningen foreslår tre ulike måter å bruke prøven på; som vurdering i par/grupper, som en prøve eller som egenvurdering. Analysen av disse oppgavene viser at prøven hovedsakelig består av oppgaver som kan klassifiseres på nivå 2 og 3 i DOK-modellen. Oppgavene handler om å anvende begreper og ferdigheter på relativt kjente oppgavetyper, da de fleste er av samme type som tidligere oppgaver i kapitlet. Av de tolv oppgavene er det en som kan klassifiseres som DOK1 ved at divisjonsstykket kan løses ved hjelp av kunnskap om gangetabellen. Fem av oppgavene kan klassifiseres som DOK3. Dette er oppgaver som innebærer en viss grad av resonnering gjennom f.eks. å velge gunstige tall for regnestykket. Figuren nedenfor viser en slik oppgave. Her kan det også argumenteres for å plassere oppgaven på et lavere nivå ettersom det blir gitt føringer for løsningsstrategi i venstre kolonne, og fordi det finnes bare ett riktig svar:

Løse divisjonsoppgaver med tresifrede tall med å fordele i grupper.	9 210 kg epler skal fordeles i kasser på 6 kg. Hvor mange kasser blir det?		Elevbok 4a s. 84
			Øvebok 4 s. 51

Figur 19: Eksempel på DOK3-vurderingsoppgave

Utsnitt fra «Multi 4a Lærers bok» (Alseth et al., 2021a, s. 93). Gyldendal Norsk Forlag. Copyright 2021 ved Gyldendal Norsk Forlag. Gjengitt med tillatelse.

Samlet sett viser DOK-analysen at oppgaver og aktiviteter i lærerveiledningen i hovedsak kan plasseres på nivå 2 og 3 i DOK-modellen, noe som samsvarer med forventet kognitiv kompleksitet ut fra kompetansemål og kjerneelementer i læreplanen. Det er relativt få oppgaver og aktiviteter på det laveste nivået av kognitiv kompleksitet. Oppgaver på dette nivået kan brukes til å introdusere et nytt tema gjennom oppgaver og aktiviteter som fokuserer på memorering og gjenkalling av faktakunnskap. Dette kan også innebære å kjenne igjen grunnleggende terminologi, modeller eller representasjoner knyttet til temaet. Selv om læreplanen har gått bort fra rene kunnskapsmål, vil alle fagområder inneholde faktakunnskap som med fordel kan automatiseres for å frigjøre kognitiv kapasitet (Gaudet, 2015; WCEPS, 2014). Det relativt beskjedne forekomsten av DOK1-aktiviteter er dermed interessant i denne sammenhengen.

5.6.4 Tilpasninger

Det siste analysepunktet innenfor innhold i den vertikale analysen handler om hvordan lærerveiledningen legger til rette for å tilpasse fagstoffet. Tabellen i vedlegg 3 viser en oversikt over de tilpasningene som lærerveiledningen foreslår for å tilpasse oppgaver og aktiviteter til elever med ulike læringsbehov, og er inkludert for å sikre transparens om forskningsprosessen.

Analysen av lærerveiledningens forslag til tilpasninger viser at lærerveiledningen i stor grad foreslår å forenkle oppgaver og aktiviteter ved å tilby elevene å bruke konkrete i arbeidet med oppgavene. Dette innebærer å bruke representasjoner og kan klassifiseres som DOK2. Videre blir det framhevet at forenkling kan skje gjennom samarbeid der elevene kan hjelpe hverandre i oppgaveløsningen. Dette kan klassifiseres som DOK2 (diskutere, forklare) eller DOK3 (argumentere, bevise). Forenkling kan også skje ved bruk av visuell støtte i form av tallinje og tegninger (DOK2), eller ved at elevene bruker gangetabellen for å forenkle utregningen (DOK1). Det blir også anbefalt å gi elevene anledning til å øve på gangetabellen (DOK1), og at det å konsentrere seg om færre oppgaver kan være viktigere for forståelse enn å løse mange oppgaver (Alseth et al., 2021a, s. 68-91).

Når det gjelder tilpasninger for å gi elevene større utfordring, foreslår lærerveiledningen i hovedsak å endre tallene i oppgaven for å få vanskeligere regnestykker (DOK2). Videre blir det foreslått å øke vanskegraden gjennom å tilby ekstraoppgaver, eller at elevene selv skal lage oppgaver av samme type til hverandre (DOK3). En annen utfordring som blir gitt, er at elevene skal finne alle mulige løsninger på en ekstraoppgave, noe som vil kreve at elevene bruker en systematisk tilnærming (DOK3).

I teorikapittelet presenterte jeg noen oppgavetyper og hvordan disse kan bidra til å tilpasse opplæringen. For eksempel vil åpne oppgaver være lettere å tilpasse enn lukkede oppgaver. En gjennomgang av oppgavene som er presentert i faksimilene av elevboka,

viser at Multi i hovedsak tilbyr lukkede oppgaver i form av å ha ett riktig svar, og lite innebygd fleksibilitet. Lærerveiledningen framhever imidlertid at elevene bør få velge løsningsmetode fritt, noe som til en viss grad er med på å åpne opp oppgaven. Noen av oppgavene har også en visuell komponent som anbefalt av Jo Boaler for å åpne opp lukkede oppgaver. Tilpasningene som foreslås i Multi kan sammenlignes med parallelle oppgaver der elevene får mulighet til å velge mellom flere framgangsmåter, som praktiske divisjonsoppgaver, bruk av konkreter eller ren matematisk løsning. I tillegg foreslås det å endre tallene i oppgaven for å øke vanskegraden. Det er imidlertid ingen merking av vanskegrad for oppgavene, og forslagene til tilpasning av oppgavene er ikke innbakt i selve oppgaven, men blir spesifisert i teksten til læreren. Dette kan redusere elevens opplevelse av autonomi, ved at tilpasninger blir kanalisert gjennom læreren, og ikke direkte til eleven.

Multi klassifiserer 12 oppgaver som utforskningsoppgaver. Dette innebærer at oppgavene inneholder nytt fagstoff og at de skal løses gjennom samarbeid med påfølgende diskusjon (Alseth et al., 2021a). Åtte av utforskningsoppgavene har bare ett riktig svar, noe som gir dem en mer lukket karakter. Lærerveiledningen har få forslag til hvordan oppgavene kan berikes, og det er ikke spesifisert hvordan et eventuelt potensial i oppgaven kan utnyttes for å engasjere alle elevene utfordrende problemer.

Multi har tre aktiviteter som innebærer at elevene jobber utenfor elevboka. Disse aktivitetene har en inngang som er enkel nok til at alle elevene kan delta (low floor). Det er imidlertid ikke kommunisert til læreren hvilket potensial som finnes i oppgavene for å øke kognitiv kompleksitet, såkalt «high ceiling». Forklaringen i lærerveiledningen har en beskrivende karakter, med tips til gjennomføring av aktiviteten.

5.6.5 Støtte til lærer

Hemmi et al. (2013) har utviklet et rammeverk for å analysere støtte til lærer i lærerveiledninger for matematikkundervisning. Rammeverket består av fem kategorier som beskriver ulike aspekter av lærerveiledningens innhold og form. I tillegg til dimensjonene har jeg tilført en tallverdi for å skille mellom ulike grader av støtte.

I analysen har jeg tatt utgangspunkt i Lærerens bok 4a, kapittel 3: Divisjon. Analysen er gjort ved å lese gjennom kapittelet og identifisere tekstavsnitt som kan knyttes til en eller flere av de fem dimensjonene i rammeverket. Hvert tekstavsnitt er deretter kodet med en eller flere av de fem dimensjonene, samt et tall fra 1 til 3 som indikerer graden av støtte til lærer. Tallene har følgende betydning:

- 1: Lite støtte: Informasjon i form av enkle eksempler eller instruksjoner.
- 2: Noe støtte: Informasjon i form av eksempler og forklaringer.
- 3: God støtte: Informasjon i form av utfyllende eksempler, forklaringer og begrunnelser.

Resultatene er oppsummert i tabellen nedenfor:

Tabell 11 Støtte til lærer

Kategorier	Nivå 1	Nivå 2	Nivå 3
1a: Generell kunnskap om elevers ideer og strategier	14 referanser	2 referanser	
1b: Forslag til hvordan lærer kan møte elevers ideer og strategier	15 referanser	3 referanser	

Kategorier	Nivå 1	Nivå 2	Nivå 3
2: Begreper og fakta, regler og prosedyrer	31 referanser	9 referanser	
3: Progresjon og sammenhenger	15 referanser		
4: Teori/praksis: forskning, didaktiske begrunnelser	2 referanser		
5: Undervisningsdesign	83 referanser	3 referanser	

Resultatet av analysen av lærerveiledningen viser at den gir mest informasjon og støtte til læreren om undervisningsdesign (kategori 5), som handler om hvordan man kan planlegge og gjennomføre matematikkundervisning. Mange av disse referansene er konkrete forslag til aktiviteter, spørsmål, tilleggsressurser og differensiering. Lærerveiledningen gir konkrete tips og råd om hvordan man kan bruke matematikkboka, samt forslag til ulike aktiviteter, spill og ressurser som kan knyttes til ulike temaer innenfor divisjon. Lærerveiledningen gir også informasjon om begreper og fakta (kategori 2) i form av forklaringer, presisjoner og eksempler på prosedyrer som er relevant for undervisningen. I divisjonskapittelet er det spesielt begrepene «delingsdivisjon» og «målingsdivisjon» som forklares gjennom ulike eksempler. Lærerveiledningen gir også noen referanser til kunnskap om elevers ideer og strategier (kategori 1) i form av hvilke svar eller løsningsforslag som kan forventes i elevarbeidet. Lærerveiledningen nevner ingen typiske feil eller misoppfatninger som elever kan ha om temaer knyttet til divisjon, men gir eksempler på hvordan elever kan løse oppgaver på ulike måter.

Analysen av lærerveiledningen viser videre at den gir relativt lite informasjon om progresjon og sammenhenger (kategori 3) og teori/praksis (kategori 4). Progresjon og sammenhenger handler om hvordan matematiske emner henger sammen med hverandre både horisontalt (innenfor samme trinn) og vertikalt (på tvers av trinn). Informasjon som er gitt om progresjon og sammenhenger er i hovedsak knyttet til sammenhengen mellom divisjon og multiplikasjon, og informasjon om hvordan oppgavene i læreboka fører fram mot standardalgoritmen for divisjon. Teori og praksis handler om hvordan lærerveiledningen trekker fram teoretiske perspektiver, forskningsresultater og didaktiske prinsipper som ligger til grunn for valg av innhold, metoder og vurdering i undervisningen. Det å framheve forbindelser til læreplanen hører også til i denne kategorien. Etersom kategorien teori/praksis hadde så få treff i divisjonskapittelet, undersøkte jeg i tillegg forord og innledning, der det viste seg at forfatterne hadde plassert det meste av informasjon til lærer om teoretiske perspektiver og tilknytning til læreplanen.

Når det gjelder grad av støtte til lærer i den informasjonen som er gitt, viser analysen at informasjon vanligvis blir gitt i form av enkle eksempler, prosedyrer eller instruksjoner. Det blir i liten grad knyttet forklaringer eller begrunnelser til informasjonen, og de forklaringene og begrunnelsene som er gitt er korte og lite utfyllende.

6 Diskusjon

6.1 Innledning

I dette kapitlet vil jeg diskutere funn fra analysen med tanke på hvordan lærerveiledningen kan bidra til å dekke læreplanens kompetansemål og kjerneelementer i matematikk med fokus på tilpasset opplæring og dybdelæring. Den første delen av diskusjonen handler om lærerveiledningens design. Deretter diskuteres pedagogisk og didaktisk kvalitet, før kapitlet avsluttes med en diskusjon av lærerveiledningens kobling til læreplanverket.

6.2 Design

Design av lærerveiledninger er en oppgave som innebærer å balansere mange ulike hensyn. En lærerveiledning bør støtte læreplanens mål og verdier, gi læreren nyttig informasjon og fremme elevenes læring og forståelse av faget, samtidig som plasshensyn vil begrense hvilken informasjon som kan inkluderes i et trykt læremiddel. En godt designet lærerveiledning kan støtte lærerens profesjonelle arbeid og elevenes læring, men erstatter ikke lærerens funksjon i opplæringen (Brown, 2009; Stein & Kim, 2009). Læreren har det overordnede ansvaret for å velge og bruke læremidler på en hensiktsmessig måte i tråd med elevenes behov og mål, men lærerveiledningen kan inngå som en støtte ved å gi læreren informasjon som kan bidra til tilpasset opplæring og dybdelæring for elever med ulike læringsbehov (Ball & Cohen, 1996; Remillard et al., 2009).

Den horisontale analysen viser at Multi har en oversiktlig og godt strukturert lærerveiledning. Det er gjort gjennomtenkte valg som gjør lærerveiledningen brukervennlig for læreren. Lærerveiledningen framstår som gjennomarbeidet med tydelige inndelinger og forslag til hvordan den kan brukes. Dette legger til rette for en økonomisk tidsbruk for læreren, ved at nødvendig informasjon er lett tilgjengelig, noe som øker sannsynligheten for at læreren velger å bruke den informasjonen som er gitt (Stein & Kim, 2009).

Lærerveiledningen er en viktig kilde for forberedelse av undervisning, og den kan bidra til å bygge opp en helhetlig struktur for læring ved å disponere hvordan fagstoffet organiseres og presenteres (Rezat & Strässer, 2015). Multi har en bevisst valgt oppbygging der fagstoffet følger en logisk struktur med inndeling i kapitler for hvert emne. Dette innebærer et spiralprinsipp der samme tema blir tatt opp flere ganger, men på ulike nivåer og med økende vanskegrad (Stein & Kim, 2009). En slik organisering betyr at elevene stadig kommer tilbake til temaet divisjon gjennom skoleløpet, noe som kan bidra til å skape sammenheng og progresjon i matematikkundervisningen. En utfordring ved denne organiseringen kan være at den skaper usikkerhet knyttet til hvor god forståelse elevene skal utvikle i hvers sekvens av emnet (Stein & Kim, 2009). Det vil derfor være en fordel med god planlegging og strukturering av lærebøkene, samt en tydelig kommunikasjon av mål og sammenhenger i fagstoffet (Stein & Kim, 2009).

En alternativ måte å organisere fagstoffet på, er å bruke et modulprinsipp. Dette innebærer å utvikle selvstendige moduler som kan læres i ulike rekkefølger, for eksempel

innenfor ett årstrinn eller på tvers av to påfølgende trinn (Stein & Kim, 2009). Fordelen med en slik organisering er at det kan være lettere å identifisere og artikulere hva som skal være læringsresultatet for hver modul. En ulempe ved denne organiseringen kan være at det blir vanskelig å tilpasse opplæringen til elever med ulike behov og forutsetninger (Stein & Kim, 2009). Elevene vil vanligvis jobbe i ulikt tempo og med variasjon i forståelse, noe som kan føre til at elevene enten må vente på hverandre for å gå videre, eller at de jobber individuelt med forskjellige moduler. Dette kan tyde på at et spiralprinsipp vil være bedre egnet for å tilpasse opplæringen i en klasseromsetting, for eksempel ved at elevene kan arbeide med samme tema samtidig, men på ulike nivåer.

6.3 Pedagogisk og didaktisk kvalitet

Pedagogisk og didaktisk kvalitet i matematikkopplæringen innebærer at undervisningen er tilpasset elevenes forutsetninger, interesser og behov, og at den fremmer læring og utvikling i faget. I denne oppgaven er pedagogisk og didaktisk kvalitet undersøkt gjennom den vertikale analysen av lærerveiledningen. Dette innebærer en tredelt tilnærming, der jeg starter med å diskutere hvordan Multi gjennom lærerveiledningens innhold, praksis og tilpasninger kan bidra til tilpasset opplæring og dybdelæring. Deretter diskuterer jeg hvilken rolle kognitiv kompleksitet i oppgaver kan spille for tilpasset opplæring og dybdelæring, før jeg diskuterer hvordan lærerveiledningen kan bidra til tilpasset opplæring og dybdelæring gjennom den støtten som blir gitt til læreren.

6.3.1 Innhold, praksis og tilpasninger

Den vertikale analysen viser at Multi behandler viktige begreper, ideer, strukturer, modeller og representasjoner knyttet til divisjon. Alle representasjonsformene er inkludert, både konkrete, kontekstuelle, visuelle, verbale og symbolske, noe som er framhevet for å oppdage og utvikle forståelse for matematiske begreper. Multi tilbyr imidlertid lite støtte til læreren knyttet til å presisere hvilke problemer elevene kan møte i forbindelse med representasjonene. Representasjoner har ulike styrker og svakheter, og ved å gi eksplisitt informasjon om hvilke misoppfatninger som kan oppstå i møte med ulike representasjoner, kan lærerveiledningen bidra til at læreren er mer oppmerksom på problemer som kan oppstå. Representasjoner kan også spille en viktig rolle for matematisk kommunikasjon, og Fosnot & Uittenbogard (2007) framhever viktigheten av representasjoner i resonnering og argumentasjon. Ved å inkludere varierte og hensiktsmessige representasjoner legger Multi til rette for at elevene utvikler forståelse for viktige sammenhenger i faget, noe som er viktig for dybdelæring.

Et annet funn fra analysen er at Multi ikke presenterer sentral fagterminologi knyttet til divisjon, selv om tilsvarende terminologi er inkludert for emnet multiplikasjon. Det er ikke gitt en eksplisitt begrunnelse for denne utelatelsen, selv om det kan finnes gode argumenter for å vente med å introdusere fagterminologien. Som nevnt tidligere, er dette likevel ikke av avgjørende betydning, da innholdet blir forklart på en måte som er tilpasset elevenes antatte forkunnskaper (Alseth et al., 2021a). Ellers kan det også nevnes at Multi bruker uttrykkene «fordele i» og «fordele på» i stedet for det mer tradisjonelle uttrykket «dele på», noe som bidrar til et tydeligere skille mellom målings- og delingsdivisjon. Ut over dette er det også en styrke ved lærerveiledningen at den inkluderer viktige matematiske strukturer og modeller. I tillegg får elevene erfaringer med både målings- og delingsdivisjon, noe som er forventet med tanke på at dette er spesifisert i kompetansemålene.

Matematisk praksis er undersøkt ved å analysere hvordan Multi modellerer læreplanens kjerneelementer gjennom forklaringene. Jeg fant ingen eksplisitte henvisninger til kjerneelementene hverken i forklaringene eller i den øvrige teksten i divisjonskapittelet. Ut fra en gjennomgang og tolking av forklaringstekstene i lærerveiledningen fant jeg at flere aspekt ved kjerneelementene kan trekkes inn gjennom forklaringene, men at dette blir gjort på en implisitt måte. Selv om det finnes trekk fra alle kjerneelementene i forklaringene, er det også mange sider ved kjerneelementene som ikke er inkludert. Lærerveiledningen gir for eksempel lite informasjon om generelle problemløsningsstrategier som elevene kan benytte i møte med nye eller ukjente oppgaver. Den framhever heller ikke generelle sammenhenger som kan bidra til at elevene utvikler forståelse for at matematiske resultat ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser.

Fordi analysen av forklaringene kan tyde på at Multi i liten grad utnytter forklaringene for å modellere kjerneelementer, har jeg undersøkt hvordan kjerneelementene presenteres i innledningen til lærerveiledningen. Her kommer det fram at kjerneelementene i stor grad skal dekkes gjennom å tilby varierte oppgaver og aktiviteter som tar utgangspunkt i situasjoner som eleven kan kjenne seg igjen i. Videre skal elevene møte tekst og illustrasjoner som modellerer matematiske resonneringer. Generalisering vil være et resultat av elevenes utforskning av konkrete eksempler og oppgaver, og diskusjoner og samarbeid er framhevet for å hjelpe elevene til å formulere generelle sammenhenger på en måte som er tilpasset elevens mestringsnivå (Alseth et al. 2021a). Ut fra dette vil en analyse av forklaringene alene ikke være tilstrekkelig for å gi et nyansert bilde på lærerveiledningens behandling av kjerneelementer.

Tilpasninger av fagstoffet er undersøkt gjennom å analysere lærerveiledningens forslag til hvordan fagstoffet kan forenkles eller tilføres større utfordringer. Analysen viser at lærerveiledningen har en mer variert tilnærming til forenklinger enn til utvidelser av fagstoffet. For å forenkle oppgavene foreslår lærerveiledningen disse tilpasningene:

- Løse oppgaven ved hjelp av konkreter som penger eller base 10-materiell.
- Gi mulighet for samarbeid der elevene kan hjelpe hverandre med å løse oppgavene
- Bruke visuell støtte i form av tallinje og tegninger
- Bruke en utfylt gangetabell for å forenkle utregningen
- Legge til rette for at elevene får øve på gangetabellen
- Reduksjon i mengden av oppgaver

For å tilføre ekstra utfordringer foreslår lærerveiledningen disse tilpasningene:

- Endre tallene i oppgaven for å få vanskeligere regnestykker
- Lage oppgaver til hverandre (tilsvarende oppgavetype)
- Tilby ekstraoppgaver
- Utfordre eleven til å finne alle mulige løsninger i en gitt oppgave

Analysen viser at lærerveiledningen foreslår å forenkle fagstoffet blant annet ved å bruke konkreter som lekepenger, brikker eller base 10-materiell. Selv om dette gir eleven konkret og praktisk støtte i oppgaveløsningen, innebærer det også å innføre flere representasjoner. Selv om representasjoner kan være nyttig for å skape forståelse for matematiske ideer, er det ikke sikkert at den matematiske betydningen i representasjonen er tydelig for eleven. I tillegg kan det å legge til flere representasjoner

øke oppgavens kognitive kompleksitet ved at eleven må sjonglere flere matematiske ideer.

Forslaget om å forenkle fagstoffet ved å legge til rette for samarbeid, vil øke muligheten for at elevene diskuterer matematiske ideer, problemstillinger og løsninger, og kan bidra til å utvikle elevenes forståelse, argumentasjon og kritiske tenkning (Van de Walle, 2015). Lærerveiledningen framhever også at det er viktig at elever som strever med divisjon får praktiske erfaringer med å fordele objekter i grupper, og at automatisering av gangetabellen vil være en viktig støtte for elevene. Forslaget om å bruke en utfyllt gangetabell for å forenkle utregningene, vil medføre lavere kognitiv kompleksitet i noen oppgaver, da det å slå opp et svar i gangetabellen kan sammenlignes med å gjengi automatiserte fakta, som vil være en DOK1-oppgave.

Når det gjelder berikelse av fagstoffet, foreslår lærerveiledningen å gi større utfordringer ved å endre tallene i oppgavene for å få vanskeligere regnestykker. Videre blir det foreslått å tilby ekstraoppgaver med større utfordringer, eller at elevene selv lager oppgaver til hverandre. Det å endre tall i oppgaven kan gjøre det vanskeligere å regne ut svaret, men dette i seg selv vil ikke føre til høyere kognitiv kompleksitet i oppgaven. Imidlertid vil det å endre til tall utenfor gangetabellen kunne øke den kognitive kompleksiteten ved at eleven ikke umiddelbart kan gjengi det aktuelle svaret. Forslaget om at elevene skal lage oppgaver til hverandre etter gitte kriterier, kan kreve planlegging og resonnering noe som blir karakterisert som DOK3. Videre innebærer dette også et element av kreativitet, som i hovedsak plasseres på nivå 4 i DOK-modellen. En begrensning om å lage tilsvarende oppgaver til det som finnes i boka, vil imidlertid redusere det kreative elementet, og sammen med det korte tidsaspektet vil denne tilpasningen kunne klassifiseres som DOK3-aktivitet.

Multi tilbyr et innhold som består av utforskningsoppgaver, aktiviteter, oppgaver, spill og samtaler. Dette innebærer gode muligheter for variasjon i læringserfaringer, noe som ofte nevnes i forbindelse med tilpasset opplæring. Varierte tilnærminger til fagstoffet er også viktig for å gi elevene mulighet til å benytte tilegnede ferdigheter på nye måter og i nye situasjoner, noe som innebærer å anvende kompetanse som er et viktig aspekt ved dybdelæring slik det defineres i læreplanen.

Selv om lærerveiledningen tilbyr et rikt utvalg av oppgaver og aktiviteter, er mange av oppgavene likevel av en relativt lukket karakter. Dette kan gjøre det mer krevende å tilpasse opplæringen, da det gir et smalere vindu for å treffe «riktig» nivå for alle elevene, og oppgaven ofte kan bli enten for lett eller for vanskelig. Samlet sett gir lærerveiledningen likevel mange eksempler på matematikkoppgaver, aktiviteter og spill som kan engasjere og utfordre elevene på ulike nivåer, sammen med tips til hvordan læreren kan tilrettelegge og differensiere undervisningen. Dette gir læreren et variert utvalg av læringsaktiviteter som kan gi tilpasset opplæring gjennom varierte arbeidsmåter.

I tilpasning av fagstoff kan det være nyttig å konsultere lærerveiledningens informasjon om progresjon og læringsmål. Her kan funn fra analysen tyde på at Multi har et forbedringspotensial. Læringsmålene er kun angitt på faksimilen av elevsiden som introduserer kapittelet, i tillegg til at det finnes en oversikt i tabellform i innledningen til lærerveiledningen. Det er ikke angitt læringsmål for innholdet på de øvrige leksjonene, men det matematiske innholdet blir presentert i en egen faktaboks. Valget om å plassere læringsmålene i en egen del av lærerveiledningen kan bidra til at målene blir mindre synlige. Samtidig er alle målene samlet på ett sted, en løsning som kan bidra til å

tydeliggjøre progresjon og sammenhenger i fagstoffet. Stein og Kim (2009) påpeker at læreren kan overse informasjon som ikke er direkte knyttet til den aktuelle leksjonen, noe som kan innebære at læringsmålene også bør inkluderes i teksten til lærer for hver leksjon. En tydeligere presisering av hva som er målet for timen vil kunne gi læreren viktig informasjon i arbeidet med å tilpasse opplæringen til elevenes forutsetninger. Dette må imidlertid veies opp mot behovet for andre typer informasjon som kan være nyttig for læreren, da en prioritering alltid vil være nødvendig i trykte læremidler med tanke på hvilket omfang som er ønskelig og tilstrekkelig.

6.3.2 Kognitive krav

I masteroppgaven operasjonaliserer jeg dybdelæring gjennom DOK-modellen som er et system for å analysere kognitiv kompleksitet i oppgaver og aktiviteter. I analysen skiller jeg mellom det Multi kategoriserer som øveoppgaver, utforskningsoppgaver, vurderingsoppgaver, aktiviteter og spill. Analysen viser at lærerveiledningen har et begrenset utvalg av DOK1-oppgaver, noe som var et overraskende funn ettersom disse beskrives som viktige for å tilegne seg grunnleggende kunnskap og ferdigheter (Gaudet, 2015; WCEPS, 2014; Wine & Hoffman, 2022). Fordelen med DOK1-oppgaver er at de kan brukes for å lære og automatisere faktainformasjon som igjen danner grunnlaget for å bearbeidelse gjennom prosesser med høyere kognitiv kompleksitet.

Selv om oppgavene som innleder divisjonskapittelet inneholder relativt enkle divisjonsproblemer, vil de bare kunne kategoriseres som DOK1 dersom elevene har automatisert deler av multiplikasjonstabellen, gjenkjenner at situasjonen kan løses ved divisjon, og er klar over sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon. For elever som ikke har denne kunnskapen vil oppgavene innebære en høyere kognitiv kompleksitet. Boaler (2016) påpeker imidlertid at det er viktig at elevene får mulighet til å engasjere seg i produktivt strev, og at oppgaver med lave kognitive krav kan ha uheldige effekter som for eksempel at elevene oppfatter at det å være god i matematikk handler om å være rask til å finne et svar. Det finnes også eksempler på at lærere til en viss grad kan komme til å forenkle oppgaver gjennom såkalt traktkommunikasjon der læreren ubevisst reduserer oppgavens kognitive krav gjennom å gi stadig flere hint om hvordan oppgaven kan løses (Skott et al., 2015).

Analysen viser at lærerveiledningen har størst utvalg av oppgaver og aktiviteter på nivå 2 i DOK-modellen. Oppgavene varierer i vanskegrad, men samlet sett vil den kognitive kompleksiteten tilsvare det Webb omtaler som anvendelse av begreper og ferdigheter. I andre sammenhenger blir denne typen kunnskap kalt prosedyrer med og uten forbindelser (Remillard et al., 2009). Et typisk kjennetegn for disse oppgavene vil være at det vanligvis finnes bare ett riktig svar, og at det innebærer noe tankevirksomhet utover å gjenkalle automatiserte svar. Som nevnt tidligere vil det å øke eller redusere tallene i oppgaven vil vanligvis ikke påvirke kategoriseringen. Dette vil derimot ikke gjelde dersom forenklingen medfører at elevene kan gi en automatisk respons for å svare. En annen måte å påvirke DOK-nivået på, vil være å gi elevene en løsningsmetode eller eksempel som kan følges for å løse oppgaven. Dette reduserer den kognitive kompleksiteten ved at elevene ikke trenger å planlegge en løsningsstrategi, men kan benytte en spesifisert metode for å løse problemet.

I analysen valgte jeg å kategorisere de fleste spillene både som DOK2 og DOK3 (se vedlegg 2). Dette fordi spillene kan spilles ved ganske enkelt å følge reglene og utføre de involverte oppgavene (DOK2), men også kan spilles på en måte der elevene bruker eller prøver å finne vinnerstrategier som gjerne involverer mer komplekse tankeoperasjoner

(DOK3). Ved å inkludere en diskusjon i etterkant der elevene forklarer og begrunner egne vinnerstrategier, vil spillene fungere som oppgaver med høy kognitiv kompleksitet samtidig som de også representerer en mulighet for å tilby variasjon i læringsarbeidet.

DOK3-oppgaver kjennetegnes av høy kognitiv kompleksitet, og krever at elevene bruker mer abstrakt og strategisk tenkning. Multi har et godt tilbud av oppgaver på dette nivået. I tillegg kan flere av DOK2-oppgavene også heves til dette nivået ved å be elevene om å forklare egen tenkning, eller ved at de samarbeider om oppgaveløsningen. Alle utforskningsoppgavene i Multi er kategorisert på dette nivået fordi lærerveiledningen presiserer at oppgavene skal oppsummeres gjennom diskusjoner der elevene får mulighet til å forklare egen tenkning. Uten denne presiseringen ville flere av utforskningsoppgavene blitt klassifisert som DOK2-oppgaver.

Det er også interessant at jeg ikke fant eksempler på DOK4-oppgaver i lærerveiledningen. Dette er oppgaver som handler om å bruke kreativitet og skapertrang, noe som er framhevet i LK20 som en viktig læringsfaktor for alle elever (Kunnskapsdepartementet, 2017). Et annet kjennetegn er at oppgavene gjerne er knyttet til situasjoner fra virkeligheten, og at de foregår over lengre tid, som for eksempel tema- og prosjektarbeid. DOK4-oppgaver kan for eksempel knyttes til læreplanens tverrfaglige emner, eller inngå som en del av et lokalt temaarbeid. Dette er kanskje også tanken; at slike prosjekter har størst sjanse til å bli vellykket dersom de er tilpasset til den lokale konteksten?

Som nevnt tidligere viser analysen at de tre første nivåene i DOK-modellen er representert i lærerveiledningens forslag til oppgaver og aktiviteter, noe som også vil kunne dekke kognitive krav i kompetansemål og kjerneelementer. Dette innebærer at lærerveiledningen tilbyr et variert utvalg av oppgaver som involverer tenkning, forståelse, læring og problemløsning. Den relativt store variasjonen i oppgavetyper gir også elevene mulighet til å utforske faglige temaer fra ulike utgangspunkt, samt å anvende det de har lært i nye situasjoner. På den andre siden kan stor variasjon også føre til at elevene mister oversikten over faglige sammenhenger, ved at opplever oppgaver og aktiviteter som isolerte elementer uten sammenheng med hverandre. Videre kan oppgaver med høye kognitive krav også føre til usikkerhet for elevene, da disse oppgavene krever at elevene må gjøre egne vurderinger og valg som ikke nødvendigvis er åpenbare (Stein & Kim, 2009). Videre kan stor åpenhet i valg av strategier og framgangsmåter føre til handlingslammelse dersom læreren ikke er oppmerksom på utfordringene (Stein & Kim, 2009).

6.3.3 Støtte til lærer

Lærerveiledningens funksjon er å gi støtte til planlegging og gjennomføring av læremiddelets innhold. Stein og Kim (2009) viser til to tilnærminger for å kommunisere innholdet til læreren. Den ene tilnærmingen er å kommunisere *til* læreren. Dette innebærer å synliggjøre hvilken betydning en oppgave eller aktivitet har for elevens læring eller forståelse av matematiske prosesser og ideer. Dette støtter lærerens mulighet for å gjøre selvstendige og informerte valg om hvordan lærestoffet kan tilpasses for ulike elever og kontekster (Stein & Kim, 2009). Den andre tilnærmingen er å kommunisere *gjennom* læreren. Dette innebærer å gi informasjon i form av en oppskrift for å gjennomføre innholdet slik det er tiltenkt fra forfatterens side (Stein & Kim, 2009, s. 42).

Analysen viser at lærerveiledningen til Multi i stor grad gir informasjon i form av steg-for-steg-instruksjon om gjennomføring av oppgaven, spørsmål som kan stilles til elevene, og forslag til riktig svar. Videre blir det gitt forklaringer og eksempler på prosedyrer knyttet direkte til det fagstoffet som blir gjennomgått i elevboka. Med tanke på at forfatterne har mye kunnskap om læring og undervisning av matematikk, vil det være grunn til å anta at oppgaver og progresjon er utformet for å skape læringsmuligheter som kan bidra til utvikling av ferdigheter og forståelse i matematikk. Begrunnelser og forklaringer som underbygger forfatterens valg er imidlertid lite synlig for læreren, spesielt knyttet til de enkelte leksjonene. Stein og Kim (2009) påpeker viktigheten av å inkludere matematiske og pedagogiske forklaringer til læreren for å støtte lærerens mulighet for å gå i dialog med fagstoffet. Dette kan støtte lærerens mulighet til å tilpasse fagstoffet på en måte som støtter dypere forståelse av matematiske ideer og begreper, framfor å undervise en liste usammenhengende, isolerte emner (Stein og Kim, 2009, s. 45).

Lærerveiledningen kan spille en viktig rolle for å støtte lærerens kapasitet for å forutse mulige ideer og strategier som kan dukke opp i forbindelse med kognitivt krevende oppgaver. Stein og Kim (2009) påpeker at disse oppgavene kan være spesielt utfordrende å orkestrere i en klasseromssituasjon. Kognitivt krevende oppgaver kan være uforutsigbare fordi det ikke finnes en bestemt løsningsmetode. Dette kan føre til at læreren må forholde seg til nye og uventede ideer og på sparket prøve å forstå elevens tenkning og hvordan denne kan knyttes til det aktuelle matematiske temaet (Stein & Kim, 2009).

Multi gir begrenset informasjon om hvilke ideer og strategier som kan forventes fra elevene. Lærerveiledningen tilbyr forslag til spørsmål og svar, men lite informasjon om alternative ideer og strategier, misforståelser og misoppfatninger som kan dukke opp. Selv om lærerveiledningen framhever det matematiske innholdet i hver leksjon, er det gitt lite informasjon om progresjon og sammenhenger som kan hjelpe læreren til å knytte elevenes respons til et større nettverk av ideer og strategier. Analysen viser at den informasjonen som blir gitt i liten grad er knyttet til forklaringer eller begrunnelser, og at de forklaringene og begrunnelsene som blir gitt er korte og lite utfyllende. Dette kan ha sammenheng med at forfatterne må prioritere innholdet ut fra plasshensyn, og at de vurderer at det største behovet hos lærerne vil være å få informasjon i form av tips og ideer knyttet til den praktiske gjennomføringen av undervisningen.

Analysen av Multi viser at lærerveiledningen har en instruerende tilnærming. Forfatterens grunnlag for å inkludere bestemte oppgaver og aktiviteter er ikke tydeliggjort for læreren. Dette reduserer lærerens mulighet for å gå i dialog med lærerveiledningen og hente ut støtte fra forfatterens rikholdige kompetanse. Et valg om å kommunisere «gjennom» læreren vil kunne sikre at lærestoffet brukes på den måten som er tiltenkt av forfatterne, men reduserer lærerens mulighet for å ta informerte valg om hvordan lærestoffet kan utnyttes og tilpasses for elever med ulike læringsbehov (Stein & Kim, 2009). Hvordan en lærerveiledning utnyttes, vil også være avhengig av lærerens erfaring, intensjoner og ferdigheter (Brown, 2009). For en lærer med lite erfaring kan en steg-for-steg-oppskrift gi støtte og skape trygghet, mens en lærer med større erfaring vil kunne frigjøre seg fra oppskriften og gjøre mer selvstendige valg. I utforming av lærerveiledninger vil det være nyttig å definere om formålet med lærerveiledningen er at læreren skal gjennomføre innholdet som et skript, eller om læreren skal forholde seg til et landskap av ideer og finne den veien som er best egnet for sine elever. En løsning kan også være å kombinere disse ideene.

6.4 Kobling til læreplanverket

DOK-analysen av kompetansemål, kjerneelementer og oppgaver og aktiviteter viser at det er stor grad av samsvar mellom DOK-nivå i læreplan og lærerveiledning. De fleste kompetansemålene og kjerneelementene er kategorisert som DOK3. Dette innebærer en forventning om at lærerveiledningen tilbyr læringsaktiviteter på tilsvarende nivå. Selv om lærerveiledningen har flest DOK2-aktiviteter, kan det argumenteres for at disse inngår i utviklingen av dypere tenkning ved at elevene får mulighet til å øve opp og sementere ferdigheter som grunnlag for å operere på et høyere nivå av kognitiv kompleksitet.

I veilederen for vurdering av kvalitet i læremidler er det gitt flere vurderingspunkter som hjelp til å vurdere om læremiddelet støtter prinsippene i læreplanverket. Et viktig spørsmål er om læremiddelet bidrar til engasjement, skaperglede og utforsking. Utforsking i matematikk innebærer å lete etter mønstre, finne sammenhenger og diskutere seg fram til en felles forståelse. Det innebærer at elevene bruker ulike strategier og framgangsmåter for å løse problemer, og at disse i mange tilfeller vil være viktigere enn selve svaret. Dette er aktiviteter som kan plasseres på nivå 2 og 3 i DOK-modellen. Nivå 2 handler om å anvende begreper og ferdigheter, mens nivå 3 stiller krav til strategisk tenkning, argumentasjon og begrunnelser. Videre vil DOK3-oppgaver ha større kompleksitet og mer enn ett riktig svar. Utforsking innebærer også å anvende det man vet til noe nytt, noe som legger til rette for at eleven bruker kreativ tenkning i problemløsningen. For å skape engasjement og skaperglede kan det også være aktuelt å inkludere aktiviteter på nivå 4 i Webbs DOK-modell, som er det høyeste nivået av kognitiv kompleksitet. På dette nivået bruker eleven kunnskap og ferdigheter på nye og ukjente situasjoner gjennom å utføre omfattende undersøkelser eller skape originale produkter eller løsninger.

Analysen viser at Multi i hovedsak tilbyr oppgaver av middels eller høy kompleksitet i form av DOK2- og DOK3-oppgaver, og at Multi legger vekt på å inkludere utforskningsoppgaver og aktiviteter utenfor læreboka. Det er imidlertid ingen oppgaver eller aktiviteter som kan karakteriseres på nivå 4 i DOK-modellen. Dette er heller ikke forventet ut fra kompetansemålene, men læreplanens generelle del presiserer betydningen av kreativitet og skapertrang, noe som kommer inn under kriteriene til DOK4-tenkning. I tillegg kan deler av kjerneelementene plasseres på dette nivået, og det kan også være aktuelt å knytte DOK4-aktiviteter til de tre tverrfaglige temaene i læreplanen; folkehelse og livsmestring, demokrati og medborgerskap og bærekraftig utvikling.

Læreplanens forståelse av dybdelæring innebærer også at elevene skal få mulighet til å reflektere over egen læring, eller lære å lære (Kunnskapsdepartementet, 2017). Dette medfører å utfordre elevene til å tenke kritisk, kreativt og selvstendig om det de lærer, noe som kan karakteriseres som DOK3. For å oppnå dette bør lærerveiledningen inneholde oppgaver og aktiviteter som stimulerer til utforsking og refleksjon, for eksempel ved at elevene oppfordres til å formulere spørsmål, hypoteser og argumenter, eller ved å sammenligne og diskutere ulike løsninger samt å begrunne og bevise egne slutninger. Videre kan dette bety å gi tips og råd til læreren om hvordan elevene kan lære mer effektivt og målrettet, eller å modellere problemløsningsstrategier, argumentasjon, generalisering og matematiske bevis.

Analysen viser at lærerveiledningen tilbyr oppgaver som legger til rette for utforsking og refleksjon. Videre viser analysen at DOK3-tenkning er inkludert i oppgaver og aktiviteter, men den viser også at lærerveiledningen kan ha mangler knyttet til modellering av

kjerneelementene. Et eksempel på dette er at generalisering i liten grad blir tydeliggjort i forklaringene gjennom å modellere hvordan elevene kan generalisere sammenhenger ut fra mønstre og strukturer. Generalisering er likevel støttet indirekte ved at elevene får mulighet til å forklare resonnementer og begrunne argumenter, noe som vil kunne føre elevene i retning av å oppdage generelle sammenhenger.

7 Avslutning

Denne masteroppgaven handler om å undersøke hvordan en lærerveiledning kan bidra til å tilpasse opplæringen i matematikk slik at flere elever får mulighet til å utvikle dybdekunnskap i faget. Temaet er undersøkt ut fra denne problemstillingen: *Hvordan kan en lærerveiledning i Multi-serien bidra til å dekke læreplanens kompetansemål og kjerneelementer i matematikk med fokus på tilpasset opplæring og dybdelæring?*

Datainnsamlingen er gjort gjennom en teoretisk innholdsanalyse av lærerveiledningen «Multi 4a. Lærerens bok». Analysen er basert på Charalambous med flere sitt rammeverk for lærebokanalyse (Charalambous, 2010). Rammeverket er modifisert for å samle inn relevante data for undersøkelsen ved å inkludere DOK-modellen (Webb, 1997) og Hemmi med flere sitt analyseverktøy for lærerveiledninger (Hemmi et al., 2013).

En lærerveiledning kan være et nyttig verktøy for å planlegge og gjennomføre undervisning. Norge har ingen godkjenningsordninger for læremidler, og det er derfor opp til skolene å vurdere læremiddelets kvalitet. Dette kan gjøres gjennom å undersøke design, pedagogisk og didaktisk kvalitet, samt læremiddelets kobling til læreplanverket (Gilje & Svingen, 2018).

7.1 Design

En lærerveiledning kan bidra til å dekke læreplanens kompetansemål og kjerneelementer gjennom ulike designvalg. Multi framstår som gjennomarbeidet og brukervennlig ved at fagstoffet har en tydelig struktur og inndeling. Fagstoffet er organisert etter et spiralprinsipp der elevene repeterer og utvider de matematiske temaene i flere omganger gjennom skoleløpet. God struktur fremmer oversikt over de matematiske temaene, og kan bidra til å fremme forståelse for fagets sammenhenger. Et spiralprinsipp legger til rette for tilpasset opplæring og dybdelæring ved at elevene kan jobbe med samme tema parallelt, men med ulik vanskegrad og fordypning.

En samlet vurdering viser at lærerveiledningen er oversiktlig og lett å finne fram i. Den presenterer mål for innholdet og gir forslag til hvordan fagstoffet kan presenteres for elevene. Det er en svakhet ved lærerveiledningen at målene ikke er inkludert i tilknytning til hver leksjon. Lærerveiledningen er ellers utformet på en måte som øker muligheten for at den blir brukt etter forfatterens intensjon, men gir lite informasjon om den faglige hensikten med de ulike oppgavene og aktivitetene. En bedre balanse mellom instruksjon og informasjon vil være fordelaktig for å legge til rette for en mer profesjonell bruk av lærerveiledningen.

7.2 Pedagogisk og didaktisk kvalitet

En lærerveiledning bør ha et innhold som er i tråd med forventninger i læreplanen. Multi dekker det faglige innholdet gjennom å inkludere sentrale begreper, strukturer, modeller og representasjoner. Sentrale arbeidsmåter dekkes gjennom varierte aktiviteter som utforsking, øveoppgaver, spill og aktiviteter utenfor læreboka.

Lærerveiledningen har forslag til hvordan fagstoffet kan forenkles eller tilføres ekstra utfordringer. Analysen viser at lærerveiledningens forslag til forenklinger av fagstoffet

både kan øke og redusere kognitiv kompleksitet i oppgaven. Ekstra utfordringer blir derimot gitt på en måte som stort sett øker vanskegrad, men ikke kognitiv kompleksitet. Mange av oppgavene har en relativt lukket karakter som kan være lite fleksibel med tanke på å inkludere flest mulig elever i læringsaktiviteten.

For å legge til rette for dybdelæring, bør lærerveiledningen tilby oppgaver og aktiviteter med variert kognitiv kompleksitet, det vil si oppgaver på alle DOK-nivåene. Multi har få oppgaver knyttet til memorering og gjenkalling av faktakunnskaper. De fleste oppgavene krever at elevene anvender begreper og ferdigheter, og en del oppgaver inkluderer strategisk tenkning knyttet til å løse oppgaver med flere steg, forklare egen tenkning, resonnere for å finne en løsningsstrategi, eller vurdere en løsning. Lærerveiledningen har lite fokus på generalisering av ideer, og vektlegger ikke at elevene skal bevise gyldigheten av løsninger. Multi har ingen oppgaver knyttet til utvidet tenkning, altså oppgaver som handler om å koble sammen ideer på tvers av fagområder og som krever en viss grad av kreativitet og nyskaping. En bedre balanse av oppgaver med ulik kognitiv kompleksitet vil kunne gi større variasjon i læringsmuligheter (Hiebert & Grouves, 2007), noe som kan være en fordel i tilrettelegging for elever med ulike læringsbehov.

Lærerveiledningen gir hovedsakelig støtte til læreren i form av en oppskrift for hvordan læremiddelet kan brukes. Det er lite støtte knyttet til kunnskap om elevens ideer og strategier. Det blir gitt noen forklaringer av begreper og prosedyrer, men helst i form av enkle eksempler og instruksjoner. Lærerveiledningen tilbyr ingen informasjon i form av utfyllende eksempler, forklaringer og begrunnelser, noe som kan redusere muligheten for god implementering av utforskningsoppgaver med lite innebygd støtte (Stein & Kim, 2009).

7.3 Kobling til læreplanverket

Et av flere aspekter ved denne oppgaven har vært å undersøke om det er samsvar mellom kognitive krav i kompetansemål og kjerneelementer og kognitiv kompleksitet i oppgaver og aktiviteter i Multi. DOK-analysen viser at Multi tilbyr oppgaver som er i samsvar med læreplanens forventninger om høy kognitiv kompleksitet.

Lærerveiledningen følger prinsippene om tilpasset opplæring og dybdelæring gjennom å tilby varierte oppgaver og aktiviteter, og ved å inkludere tips til hvordan fagstoffet kan forenkles eller tilføres ekstra utfordringer. Den overordnede delen av læreplanen framhever at kreativitet og skapertrang er viktig for læring for alle elever. Med bakgrunn i dette har Multi et forbedringspotensial knyttet til å inkludere oppgaver med større mulighet for kreativitet og nyskaping, noe som for eksempel kan knyttes til tema- eller prosjektarbeid.

7.4 Oppsummering

I etterkant av arbeidet med masteroppgaven sitter jeg igjen med to spørsmål. Det ene er om fokuset på å tilby oppgaver med høye kognitive krav fører til en nedprioritering av faktakunnskaper, og om dette har betydning for elevenes læring. Denne undersøkelsen viser at Multi har få oppgaver på det laveste og høyeste nivået av kognitiv kompleksitet, og at hovedvekten av oppgaver kan knyttes til nivå to i DOK-modellen. Dette kan innebære at det er færre læringsmuligheter knyttet til memorering og nyskaping. Det kunne derfor vært interessant å undersøke hvordan balansen av oppgaver på ulike DOK-nivåer virker inn på tilpasset opplæring og dybdelæring.

Det andre spørsmålet jeg sitter igjen med er hvordan lærerveiledningen kan få en bedre balanse mellom instruksjon og informasjon. Det kunne også vært interessant å undersøke om det finnes lærerveiledninger som klarer å kombinere dette på en god måte, da dette vil kunne styrke muligheten for å gjøre gode valg knyttet til tilpasset opplæring og dybdelæring i matematikk.

Referanser

- Alseth, B. (1998). *Matematikk på småskoletrinnet. Kartlegging av matematikkforståelse*. Utdanningsdirektoratet hentet 22.02.23 fra https://web01.usn.no/~panderse/KIMhefter/Matematikk_paa_smaaskoletrinnet.pdf
- Alseth, B., Arnås, A., Røsseland, M. & Nordberg (2021a) *Multi 4A. Lærerens bok* (3. utg.). Gyldendal Norsk Forlag.
- Alseth, B., Arnås, A., Røsseland, M. & Nordberg (2021b) *Multi 4B. Lærerens bok* (3. utg.). Gyldendal Norsk Forlag.
- Andersen, S. S. (1997). *Case-studier og generalisering. Forskningsstrategi og design*. Fagbokforlaget.
- Antonsen, Y., Bjørndal, K. E., Jakhen, R. & Maxwell, G. (2020). Det er et kjemperart system!» - spesialpedagogikk, tilpasset opplæring og nyutdannede læreres kompetanse. *Acta Didactica Norden*, 14(2). <http://dx.doi.org/10.5617/adno.7918>
- Ball, D. L. & Cohen, D. K. (1996). Reform by the book: What is – or might be – the role of curriculum materials in teacher learning and instructional reform. *Educational Researcher*, 25(9), s. 6-8. Hentet fra <https://compassproject.net/Sadhana/teaching/readings/ballcohen1996.pdf>
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), s. 389-407.
- Bergem, O. K. (2018). Undervisningskvalitet i norsk skole: status, trender og utfordringer. Analyser basert på data frå PISA og TIMMS i perioden 2000-2015. I Bj Björnsson, J.K. & Olsen, R.V. (Red.). (2018). *Tjue år med TIMMS og PISA i Norge. Trender og nye analyser*. (s. 200-221). Universitetsforlaget.
- Björnsson, J. K. & Olsen, R. V. (Red.). (2018). *Tjue år med TIMMS og PISA i Norge. Trender og nye analyser*. Universitetsforlaget.
- Boaler, J. (2015) *The elephant in the classroom. Helping children learn and love maths*. Souvenir Press.
- Boaler, J. (2016) *Mathematical Mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. John Wiley and sons.
- Brown, M. W. (2009). The teacher – tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. I Remillard, J. T., Herbel-Eisenmann, B. A. & Lloyd, G. M. (Red.), *Mathematics Teachers at work: connecting curriculum materials and classroom instruction*. (s. 17-37). Routledge.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L. & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically. Integrating arithmetic & algebra in elementary school*. Heinemann.
- Charalambous, Y. C., Delaney, S., Hsu, H. Y. & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical thinking and learning* 12 (2), 117-151.

- Eriksen, A. E. & Bolme, J. T. (2021). *Fremmer nye læreverk i matematikk kjerneelementene i Fagfornyelsen?* [Masteroppgave]. Norges arktiske universitet. Institutt for lærerutdanning og pedagogikk.
- Fan, L. (2010, mars, 7.-12.) *Principles and processes for publishing textbooks and alignment with standards: A case in Singapore*. APEC Conference on replicating exemplary practices in mathematics education, Koh Samui, Thailand. Hentet 16.10.22 fra <https://www.apec.org/docs/default-source/Publications/2010/7/Replicating-Exemplary-Practices-in-Mathematics-Education-among-APEC-Economies-July-2010/TOC/Lianghuo-Fan-Principles-and-Processed-for-Publishing-Textbooks-and-Alignment-with-Standards-A-Case-i.pdf>
- Fjelltvedt, W. E. (2019). *Grunnskolelæreres forståelse av begrepet dybdelæring i matematikk*. [Masteroppgave]. OsloMet. Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier. Institutt for grunnskole- og faglærerutdanning.
- Fosnot, C. T. & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work. Constructing number sense, addition, and subtraction*. Heinemann.
- Fosnot, C.T. & Uittenbogard, W. (2007). *Minilessons for early multiplication and division. A yearlong resource*. Heinemann.
- Fullan, M., McEachen, J. & Quinn, J. (2018). *Dybdelæring*. Cappelen Damm akademisk.
- Gaudet, M. (2015, 19. november). *Webbs depth of knowledge (DOK)*. Hentet 01.01.23 fra <https://online.une.edu/blog/webbs-depth-of-knowledge-dok/>
- Gilje, N. (2019). *Hermeneutikk som metode. Ein historisk introduksjon*. Det Norske Samlaget.
- Gilje, Ø., Ingulfsen, L., Dolonen, J. A., Furberg, A., Rasmussen, I., Kluge, A., Knain, E., Mørch, A., Naalsund, M. & Skarpaas, K. G. (2016). *Med ark & app. Bruk av læremidler og ressurser for læring på tvers av arbeidsformer*. Universitetet i Oslo.
- Gilje, Ø. & Svingen, O. (2018, juni). *Kunnskapsgrunnlag for kvalitetskriterium for læremiddel i matematikk*. Utdanningsdirektoratet.
- Grønmo, S. (2023, 16. januar). *Kvantitativ metode*. I *Store Norske Leksikon*. Hentet 27.01.23 fra https://snl.no/kvantitativ_metode
- Gyldendal Undervisning (2021, 18. mars). *Matematikk 1.-4.trinn//Multi – utforskende matematikk* [video]. Youtube <https://www.youtube.com/watch?v=xJ7AYmfELK0&t=628>
- Hemmi, K., Koljonen, T., Hoelgaard, L., Ahl, L., & Ryve, A. (2013). Analyzing mathematics curriculum materials in Sweden and Finland: Developing an analytical tool. *The Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*.
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. I F. K. Lester Jr. (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics teaching and learning. A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. IAP.
- Holth, B. & Kolbeinsen, B. R. (2021). Tre barn deler 552 kr. [Illustrasjon]. I Alseth, B., Arnås, A., Røsselund, M. & Nordberg (2021a). *Multi 4a. Lærereens bok* (s. 87). Gyldendal Norsk Forlag.

- Kazemi, E. & Hintz, A. (2014). *Intentional talk. How to structure and lead productive mathematical discussions*. Stenhouse Publishers.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Red.) (2001). *Adding it up. Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Kleven, T.A. (2008). Validity and validation in qualitative and quantitative research. *Nordisk pedagogikk*, vol 28, s. 219-233.
- Kolbeinsen, B. R. (2021). Finn resten og få poeng. [Illustrasjon]. I Alseth, B., Arnås, A., Røsseland, M. & Nordberg (2021a). *Multi 4a. Lærerens bok* (s. 79). Gyldendal Norsk Forlag.
- Kolbeinsen, B. R. (2021). Utsnitt fra Multi 4a Lærerens bok. [Illustrasjon]. I Alseth, B., Arnås, A., Røsseland, M. & Nordberg (2021a). *Multi 4a. Lærerens bok* (s. 73). Gyldendal Norsk Forlag.
- Kongelf, T.R. (2019). *Matematisk innhold og matematiske metoder i lærebøker brukt på ungdomstrinnet i Norge. Gullgruve eller fallgruve for utvikling av matematisk kompetanse i problemløsning og algebra?* [Doktorgradsavhandling]. Universitetet i Agder.
- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/>
- Kunnskapsdepartementet. (2018, 26. juni). *Retningslinjer for utforming av nasjonale og samiske læreplaner for fag I LK20 og LK20S. Til bruk for læreplangrupper som er oppnevnt av Utdanningsdirektoratet eller Sametinget*. Hentet 13.11.22 fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/3d659278ae55449f9d8373fff5de4f65/retningslinjer-for-utforming-av-nasjonale-og-samiske-lareplaner-for-fag-i-lk20-og-lk20s-fastsatt-av-kd.pdf>
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob>
- Lambert, R. (2018). Indefensible, illogical and unsupported. Countering deficit mythologies about the potential of students with learning disabilities in mathematics. *Education sciences* 8(2), 72. Hentet fra <https://doi.org/10.3390/educsci8020072>
- Lindaas, E. (2021). Utsnitt fra Multi 4a Lærerensbok. [Illustrasjon]. I Alseth, B., Arnås, A., Røsseland, M. & Nordberg (2021a). *Multi 4a. Lærerens bok* (s. 76). Gyldendal Norsk Forlag.
- Lindaas, E. (2021). Hvilket tall skjuler seg bak hver figur. [Illustrasjon]. I Alseth, B., Arnås, A., Røsseland, M. & Nordberg (2021a). *Multi 4a. Lærerens bok* (s. 74). Gyldendal Norsk Forlag.
- Lunde, O. (2004). Matematikkvansker som spesialpedagogisk tema. *Nordisk tidsskrift for spesialpedagogikk*, 81(4), 245-260. <https://doi.org/10.18261/ISSN0048-0509-2003-04-05>
- Meld. St. 28 (2015-2016). *Fag – Fordypning – Forståelse. En fornyelse av Kunnskapsløftet*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/>

- Mississippi Department of Education (2009). Webb's depth of knowledge guide. Career and technical education definitions. Hentet 28.12.22 fra <http://www.cresa.net/wp-content/uploads/2012/06/Webbs-DOK-Guide.pdf>
- NCTM (National council of teachers of mathematics). (2022). *Principles, Standards and Expectations*. Hentet 12. september 2022 fra <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/Principles,-Standards,-and-Expectations/>
- Nordhus, A.F. & Haugan M.H. (2020). *Dybdelæring i matematikkfaget. En kvalitativ studie av tre matematikklæreres oppfatninger av dybdelæringsbegrepet og deres tilrettelegging for slik læring i matematikkundervisningen*. [Masteroppgave]. UIT Norges Arktiske Universitet. Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning.
- NOU 2019:23. (2019). *Ny opplæringslov*. Kunnskapsdepartementet.
- Opheim, L.G. (2022). *Mathematical Tasks from the Teachers' point of view. A multiple case study of teachers' goals in norwegian vacationally oriented classrooms*. [Doktoravhandling] Universitetet i Agder.
- Postholm, M.B. & Jacobsen, D.I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen Damm Akademisk.
- Remillard, J.T., Harris, B. & Agodini, R. (2014). The influence of curriculum material design on opportunities for student learning. *ZDM Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0585-z>
- Remillard, J. T., Herbel-Eisenmann, B. A. & Lloyd, G. M. (Red.), (2009). *Mathematics teachers at work. Connecting curriculum materials and classroom instruction*. Routledge.
- Rezat, S. & Strässer, R. (2015). Methodological issues and challenges in research on mathematics textbooks. *Nordic studies in mathematics education*. 20(3-4), s. 247-266.
- Skott, J., Hansen, Jess, K. & Hansen, H.C. (2015). *Matematik for lærerstuderende. Delta. Fagdidaktik*. Forlaget Samfundslitteratur.
- Smedsrud, J. & Skogen, K. (2016). *Evnerike elever og tilpasset opplæring*. Fagbokforlaget.
- Stein, M.K. & Kim, G. (2009). The role of mathematics curriculum materials in large scale urban reform. An analysis of demands and opportunities for teacher learning. I Remillard, J. T., Herbel-Eisenmann, B. A. & Lloyd, G. M. (Red.), (2009). *Mathematics teachers at work. Connecting curriculum materials and classroom instruction*. Routledge.
- Stengrundet, S. & Valbekmo, I. (2019). *Begreplæring og begrepsforståelse i matematikk*. Matematikksenteret. Hentet 06.04.23 fra <https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2019-03/T3.P1.M2A%20Begrepsl%C3%A6ring%20og%20begrepsforst%C3%A5else%20i%20matematikk.pdf>
- Svardal, F. (2019, 17. desember). Innsikt. I *Store norske leksikon*. <https://snl.no/innsikt>
- Svennevig, J. (2022, 5. august). Kontekst. I *Store norske leksikon*. Hentet 27.01.23 fra <https://snl.no/kontekst>

- Svingen, O. E. L. (2014). *Analyse av to lærerveiledninger i matematikk – særtrekk og læreres bruk av dem*. [Masteroppgave]. Høgskolen i Sør-Trøndelag. Avdeling for lærer- og tolkeutdanning.
- Svingen, O. E. L. (2018, 18. Desember). Representasjoner i matematikk. *Matematikksenteret*.
- Tjora, A. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (4. utg.). Gyldendal Akademisk.
- Tokheim, E. H. (2015). *En analyse av tre norske læreverker i matematikk for 1. trinn*. [Masteroppgave]. Universitetet i Stavanger.
- Torkildsen, S.H. (2017, november). Matematisk problemløsning. *Matematikksenteret*. Hentet 08.11.22 fra <https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2019-01/Torkildsen%20Matematisk%20Probleml%C3%B8sing.pdf>
- Torkildsen, S. H. (2020, juni). Praksiser i ambisiøs matematikkundervisning. *Matematikksenteret*. Hentet 30.10.22 fra <https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/MAM/Revisjon%202020-21/Modul%201/01%20Praksiser%20i%20ambisi%C3%B8s%20matematikkundervisning.pdf>
- Tryti, A., Holth, B. & Kolbeinsen, B. R. (2021). Divisjon – dele likt til hver. [Illustrasjon]. I Alseth, B., Arnås, A., Røsseland, M. & Nordberg (2021a). *Multi 4a. Lærerenes bok* (s. 70). Gyldendal Norsk Forlag.
- Tryti, A., Holth, B. & Kolbeinsen, B. R. (2021). Fordel 36 brikker likt i 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9 grupper. [Illustrasjon]. I Alseth, B., Arnås, A., Røsseland, M. & Nordberg (2021a). *Multi 4a. Lærerenes bok* (s. 69). Gyldendal Norsk Forlag.
- Tryti, A. & Lindaas, E. (2021). Sammenheng mellom multiplikasjon og divisjon. [Illustrasjon]. I Alseth, B., Arnås, A., Røsseland, M. & Nordberg (2021a). *Multi 4a. Lærerenes bok* (s. 74). Gyldendal Norsk Forlag.
- Utdanningsdirektoratet. (2018, 15. juni). *Kunnskap om gode læremidler i matematikk*. Hentet 30.01.23 fra <https://www.udir.no/tall-og-forskning/finnforskning/rapporter/kunnskapsgrunnlag-for-kvalitetskriterium-for-laremiddel-i-matematikk/>
- Utdanningsdirektoratet (2019a, 13. mars). *Dybdelæring*. Hentet 23.01.23 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/>
- Utdanningsdirektoratet. (2019b, 11. november). *Hva er kjerneelementer?* Hentet 16.10.22 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/>
- Utdanningsdirektoratet. (2020, 2. januar). *Kompetansebegrepet*. [video]. Utdanningsdirektoratet. <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stottemateriell-til-overordnet-del/film-kompetansebegrepet/>
- Utdanningsdirektoratet. (2021a, 24. juni). *Hvorfor har vi fått nye læreplaner?* Hentet 04.04.23 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hvorfor-nye-lareplaner/>
- Utdanningsdirektoratet. (2021b, 31. mai). *Planlegg vurdering av læremidler*. Utdanningsdirektoratet. <https://www.udir.no/kvalitet-og->

[kompetanse/laremidler/kvalitetskriterier-for-laremidler/veiledere-for-kvalitet-i-laremidler/](#).

- Utdanningsdirektoratet. (2022a, 23. august). *Hvordan ta i bruk læreplanene?*. Hentet 03.03.23 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hvordan-ta-i-bruk-lareplanen/>
- Utdanningsdirektoratet. (2022b, 28. mars). *Rammeverk for kartleggingsprøver*. Hentet 30. oktober 2022 fra <https://www.udir.no/eksamen-og-prover/prover/rammeverk-for-kartleggingsprover/provenes-innhold/>
- Utdanningsdirektoratet. (2022c, 31. mars). *Tilpasset opplæring*. Hentet 18.03.23 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/tilpasset-opplaring/#a153750>
- Van den Ham, A.K. & Heinze, A. (2018). Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school students' achievement in mathematics. *Studies in educational evaluation*, 59 (133-140).
<https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.07.005>
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and middle school mathematics. Teaching developmentally, Global edition* (9. utg.). Pearson Education.
- WCEPS (2014, 14. juli). *Dr. Norman Webb's DOK overview*. [Video] Hentet 01.01.23 fra https://www.youtube.com/watch?v=qFXU6_TYIjc
- Webb, N. L. (1997). *Criteria for alignment of expectations and assessments in mathematics and science education*. Research Monograph No. 6. Hentet 29.01.23 fra <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED414305.pdf>
- Webb, N. L. (2002). Depth-of-knowledge levels for four content areas. *Language Arts*, 28 (March). Hentet 28.12.22 fra <http://ossucurr.pbworks.com/w/file/49691156/Norm%20web%20dok%20by%20subject%20area.pdf>
- Webb, N. L. (2007). Issues related to judging the alignment of curriculum standards and assessments. *Applied measurement in education*, 20(1), 7-25 hentet 31.01.23 fra <https://web.archive.org/web/20170811162610id/http://www.cehd.umn.edu/edpsy/C-BAS-R/Docs/Webb2007.pdf>
- Wine, M., & Hoffman, A. (2022). RTD Approach to Using Norman Webb's Depth of Knowledge (DOK) Typology of Cognitive Complexity hentet 28.12.22 fra https://www.researchgate.net/profile/Alexander-Hoffman-12/publication/361913344_RT_D_Approach_to_Using_Norman_Webb's_Depth_of_Knowledge_DOK_Typology_of_Cognitive_Complexity/links/62cca41500d0b451104ba0be/RTD-Approach-to-Using-Norman-Webbs-Depth-of-Knowledge-DOK-Typology-of-Cognitive-Complexity.pdf
- Vygotsky, L. S. (2012). *Thought and language*. MIT press.
- Wæge, K. & Nosrati, M. (2015). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Matematikksenteret.
<https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/MAM/Revisjon%202020-21/W%C3%A6ge.%20Nosrati.%20Sentrale%20kjennetegn%20ved%20god%20%C3%A6ring%20og%20undervisning.pdf>

Vedlegg

Vedlegg 1: Ordsøk i Nvivo – matematisk innhold

Matematisk innhold			
Kategori	Metode	Funn	Merknad
Faguttrykk	Ordfrekvenssøk i Nvivo	dividend* = 0 divisor* = 0 kvotient* = 0 faktor* = 23 produkt* = 8	EB s. 68 EB s. 70
Begreper og ideer	Ordfrekvenssøk i Nvivo Uaktuelle treff er ekskludert (TE)	målingsdivisjon* = 20 delingsdivisjon* = 9 grupper* = 25 (TE) gjentatt addisjon = 2 gjentatt subtraksjon = 5 rest = 31	fordele i fordele på trekke fra om og om igjen (EB)
Strukturer	Ordfrekvenssøk i Nvivo. Uaktuelle treff er ekskludert (TE)	motsatt* regneart* = 0 motsatt* = 1 like grupper = 2 gruppe* = 25 (ekskl. 8) sammenlign* = 0 rutenett = 13 (ekskl. 1) kombinasjon* = 0 rate = 0	EB s. 74 EB s. 69-70 + lik deling, like deler EB s.74, 75, 80 EB s. 69, 78,79, 83-85
Modeller	Ordfrekvenssøk i Nvivo. Gjennomgang av bilder (+ antall) Uaktuelle treff er ekskludert (TE)	tallinje* = 8 (+2) blokkmodell= 0 (+1) tabell = 1 (+1) like grupper = 0 (TE) (+1) rutenett = 13 (TE) (+ modell* = 14 modelltegning* = 8	EB s. 72, 78 EB s. 91 LV s. 73 EB s. 69 EB s. 74, 80 Sirkelmodell s. 80-81, 84-85
Representasjoner Konkret: fysisk Kontekst: støtte i situasjonen Visuell: illustr. Verbal: ord Symbol: tall, ikoner	Ordfrekvenssøk i Nvivo. Gjennomgang av bilder (+ antall) Uaktuelle treff er ekskludert (TE). Gjennomgang av lærerveiledning/ elevbok	represent* = 2 konkret* = 26 (TE) kontekst* = 2 visuell* = 0 (TE) verbal* = 0 symbol* = 0	Funn, f.eks. Brikker Dele penger Tallinje Elevens språk tall

TE = Treff ekskludert, EB = Elevbok, LV = Lærerveiledning

Vedlegg 2: DOK-analyse av oppgaver og aktiviteter

Oppgave nr.	DOK1	DOK2	DOK3	DOK4
1 a-f		X (tolke sit.)		
2 (utforsking)			X (forklare tenkn.)	
3 a-d		X (tolke sit.)		
4 a-b		X (følge eks.)		
5 a-f		X (følge eks.)		
6 (utforsking)			X (forklare tenkn.)	
7 a-d		X (følge eks.)		
8 a-d		X (følge eks.)		
9		X (tolke sit.)		
10		X (tolke sit.)		
11 a-b		X (tolke sit.)		
12		X (tolke sit.)		
13 (utforsking)			X (flere svar)	
14 (utforsking)			X (forklare tenkn.)	
15 a-e		X (følge eks.)		
16 a-d		X (følge eks.)		
17 a-c		X (følge eks.)		
18 (utforsking)			X (flere svar)	
19 (utforsking)			X (abstrakt)	
20 a-f			X (abstrakt)	
21 a-b	X (fakta)-a	X (koble)-b		
22 a-l	X (fakta)			
23 (tabell)	X (fakta)	X (velge tall)		
24 (utforsking)			X (forklare tenkn.)	
25 a-c		X (tolke sit.)		
26 a-d		X (tolke sit.)		
27 a-f			X (vurdere)	
28 a-f			X (vurdere)	
29 (utforsking)			X (vurdere tall)	
30 a-d		X (følge eks.)	X (forklare)	
31 a-h		X (følge eks.)		
32 a-d	X (kalkulator)			
33 a-l	X (fakta, eks.)			
34 (utforsking)			X (resonnere)	
35 a-h			X (resonnere)	
36 (utforsking)			X (forklare)	
37 a-f		X (følge eks.)		
38 (utforsking)			X (resonnere: rest)	
39 a-d		X (følge eks.)		
40 a-d		X (følge eks.)		
41 a-d		X (følge eks.)		
42 a-e		X (følge eks.)		
43 a-f		X (følge eks.)		
44 a-f		X (tolke sit.)		
45 a-c		X (tolke sit.)		
46		X (tolke sit.)		
47		X (tolke sit.)		
48 a-d		X (tolke sit.)		

Oppgave nr.	DOK1	DOK2	DOK3	DOK4
49 (utforsking)			X (forklare tenkn.)	
50		X (tolke sit.)		
51			X (flere steg)	
52			X (flere steg)	
53			X (flere steg)	
54			X (flere steg)	
Antall oppg.	5	31	21	0

Kan du dette?

Oppgave nr.	DOK1	DOK2	DOK3	DOK4
1		X (represent.)		
2		X (represent.)		
3		X (represent.)		
4		X (represent.)		
5	X (fakta)			
6 a-b		X (kjent met.)		
7 a-c		X (kjent met.)		
8			X (resonnere)	
9		X (kjent met.)		
10		X (kjent met.)		
11		X (represent.)		
12			X (flere steg)	
Antall oppg.	1	9	2	0

Aktiviteter:

Aktivitet side	DOK1	DOK2	DOK3	DOK4
69		X		
82		X (sammenh.)	X (forklare)	
86		X (represent.)		

Spill:

Spill side	DOK1	DOK2	DOK3	DOK4
71		X	X (strategi)	
77		X		
79		X	X (strategi)	
81		X	X (strategi)	
87		X	X (strategi)	
89		X	X (resonnere)	

Vedlegg 3: Lærerveiledningens forslag til tilpasning av lærestoffet

Side:	Forenkling	Mer utfordring
68-69	Bruke konkrete. Studere tegning. Konkret erfaring med deling	Bruke større tall. Skrive delestykker.
70-71	Gjøre fordeling med brikker før de gjør oppgavene i boka. Overføre fra konkret til abstrakt tenkning.	Endre tallene, f.eks. ved å legge til 50 til alle tallene for å få regnestykker med rest.
72-73	La elevene samarbeide. Bruke konkrete eller tallinjer, f.eks. tom tallinje.	Problemløsningsoppgave på eget kopiark. Finne alle mulige løsninger
74-75	Øve på multiplikasjonstabellen for å automatisere oppgaveløsning. Øve gjennom spill.	Lage tilsvarende oppgaver til hverandre. Bruke tall som går ut over gangetabellen.
76-77	Fylle ut gangetabellen som hjelp til å løse oppgaver.	Lage tilsvarende oppgaver, gjerne med tall som går ut over gangetabellen.
78-79	Bruke ferdig utfylt gangetabell som støtte til oppgaveløsning	Endre tallene i oppgaven. Bytte ut sekserterning med tierterning i spill.
80-81	Støtte seg på konkrete f.eks. base 10 eller lekepenger. Bruke enklere variant av spillbrett. Lag divisjonsoppgaver til eget spillbrett.	Endre tall: dele flersifret tall på tall mellom 11 og 20. Dele opp tallene og skrive delestykker til.
82-83	Illustrere divisjon med penger. Gjøre fordeling med lekepenger. Gi elevene tips om å veksle pengene.	Endre tallene ved å legge til 1000 eller 2000.
84-85	Gi hjelp til å dele opp tallene – se på de to første sifrene i tresifrede tall, og relatere til svar i gangetabellen.	Endre tallene ved å legge til 1000 eller 2000.
86-87	Samarbeide og bruke konkrete som penger og base 10-materiell. Bytte til kort med lavere verdi i spill for å få lavere tall til delestykkene, og for å få lavere antall å dele på.	Endre tallene: øke beløpene som skal fordeles ved å legge til flere hundrelapper eller en tusenlapp. Bytte ut sekserterninger med tierterninger i spillet, og bytte til kort med høyere verdi.
88-89	Bruke konkrete. Utføre fordeling med penger. Gjøre færre oppgaver for å bygge forståelse.	Endre tallene i oppgaven.
90-91	Konkret hjelp til modellering. Vis trinn for trinn. En informasjon i gangen. Samarbeide med andre.	Flere tekstoppgaver på eget kopiark.

Vedlegg 4: Tilpasset rammeverk for analyse

Horisontal analyse av lærerveiledning		
Bakgrunnsinformasjon	Overordnet struktur	
Tittel: Forfattere: Forlag: Utgave: Utgitt: (årstall) Komponenter:	Antall enheter/leksjoner og gjennomsnittlig antall sider per enhet: Struktur av enheter/leksjoner: Emner som er dekt: Rekkefølge av emner:	
<u>Design:</u> Layout, skrift, organisering av fagstoff, brukervennlighet		
Vertikal analyse av lærerveiledning		
Innhold, praksis og tilpasninger	Kognitive krav	Støtte til lærer
<u>Matematisk innhold:</u> Emnespesifikke begreper, strukturer etc., definisjoner, regler, konvensjoner, illustrasjoner, representasjoner <u>Matematisk praksis:</u> Forklaringer/eksempler Modellering av tenkning <u>Tilpasninger:</u> Forslag til tilpasning av oppgaver, forenkling, større utfordringer, ekstra oppgaver etc.	<u>DOK-modellen:</u> DOK1: Huske og reprodusere DOK2: Begreper og ferdigheter DOK3: Strategisk tenkning DOK4: Utvidet strategisk tenkning	1a: Generell kunnskap om elevers ideer og strategier 1b: Forslag til hvordan lærer kan møte elevers ideer og strategier 2: Begreper og fakta 3: Progresjon og sammenhenger 4: Sammenheng mellom teori og praksis 5: Undervisningsdesign
<u>Kobling til læreplanverket:</u> Kompetansemål, kjerneelementer		

Vedlegg 5: Kjerneelementer i forklaringene

Forklaring	Kommunisert til læreren	Kjerneelement
s. 70 nr. 1	Kobling mellom praksis og matematikkspråk. Løsningsforslag og konkretiseringsmaterieell. Diskusjon: Hvordan regne ut uten penger? Sammenheng: divisjon - multiplikasjon	Representasjon Problemløsning Kommunikasjon Resonnering
s. 72 nr. 2	Illustrere målingsdivisjon med tallinje. Løsningsforslag – bruke tallinje. Alternativ løsning – gjentatt addisjon	Representasjon Problemløsning
s. 74 nr. 3	Matematisk språk vs. praktisk betydning. Eksempel på delingsdivisjon - begrunnelse Eksempel på målingsdivisjon – begrunnelse Matematisk forklaring – hva er strukturen	Modellering Resonnering Argumentasjon
s. 78 nr. 4	Fra situasjon til matematisk språk. Henviser til løsningsforslag i forklaringsruta. Matematisk språk: hvordan skrive regnestykket. Løse divisjon med multiplikasjon. Begrunnelse.	Representasjon Problemløsning Argumentasjon
s. 82 nr. 5	Oppsummering: diskutere sammenhenger. Forklaring med eksempel. Hva hvis-spørsmål – med forklaring.	Kommunikasjon Resonnering Argumentasjon Problemløsning
s. 84 nr. 6	Hva er oppgaven – forslag til løsninger. Forklare løsningen, begrunne løsningen. Forslag om hoderegningstrategi, sirkelmodell og oppstilt regnestykke. Informasjon om progresjon, gradvis formalisering	Problemløsning Resonnering Argumentasjon Representasjon Abstraksjon
s. 85 nr. 7	Fra situasjon til regnestykke. Forslag til løsning med begrunnelse Hvorfor skrive? For oppgaveløsning og kommunikasjon.	Representasjon Problemløsning Argumentasjon Kommunikasjon
s. 86 nr. 8	Elevene skal studere to ulike fordelinger Felles diskusjon. Forslag til spørsmål og svar. Hva er likt/forskjellig. Tips: elevene velger løsningsmetode fritt. Oppgavene forbereder til oppstilt metode	Utforsking Problemløsning Kommunikasjon. Resonnering Argumentasjon Abstraksjon
s. 89 nr. 9	Fra konkret fordeling til skriftlig metode. Forslag til spørsmål. Forklaring av sammenheng mellom fordeling av penger – oppstilt regnestykke. Begrunner svaret matematisk. Utvikling av fordelingsmetode – finne de beste tallene. Nærme seg standardalgoritme. Løsningsmetode.	Representasjon. Kommunikasjon. Resonnering Argumentasjon Abstrahering Problemløsning

Vedlegg 6 Kjerneelementer - kriterier

Kjerneelement	Kriterier
Utforsking og problemløsning	Oppdage mønster og sammenhenger. Diskutere seg frem til forståelse. Utvikle strategier og fremgangsmåter. Utvikle løsningsmetoder. Bryte problem ned i delproblem. Analysere problem, løse problemet, vurdere om løsningen er gyldig.
Modellering og anvendelser	Beskrivelse av virkeligheten med matematisk språk. Vurdere gyldighet og begrensninger – i lys av situasjon. Bruke matematikk i og utenfor matematikkfaget.
Resonnering og argumentasjon	Følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Utforme egne resonnement for å forstå og løse problemer. Begrunne fremgangsmåter, resonnement og løsninger. Bevise gyldighet.
Representasjon og kommunikasjon	Bruke matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnement. Bruke representasjoner. Forklare og begrunne valg av representasjonsform. Oversette mellom representasjoner.
Abstraksjon og generalisering	Gradvis formalisering av tanker, strategier og matematisk språk. Oppdage sammenhenger og strukturer – ikke ferdig løsning. Utforske utregninger for å finne sammenhenger, og deretter formalisere ved å bruke algebra/representasjoner.

