Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Benjamin Andersen Hjelseth
Stein Inge Torheim

Elevers tallforståelse i ulike additive strukturer

En kvalitativ studie om tallforståelse i lys av FONS-rammeverket

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 1-7
Veileder: Anita Valenta
Mai 2023

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Benjamin Andersen Hjelseth
Stein Inge Torheim

Elevers tallforståelse i ulike additive strukturer

En kvalitativ studie om tallforståelse i lys av FONS-rammeverket

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 1-7
Veileder: Anita Valenta
Mai 2023

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Denne studien undersøker begynneropplæring i en 1. klasse. Vi har sett på hvordan elevene viser frem sin matematiske tallforståelse gjennom arbeid med oppgaver med forskjellig struktur. Formålet med studien er å synliggjøre de forskjellige kategoriene elevene har innenfor tallforståelse, samt hvilke trekk man skal se etter når elever begynner på skolen. I arbeidet med å samle kunnskap om dette, har vi jobbet tett med rammeverket til Andrews & Sayers (2015), som er skapt for å kunne kartlegge elevers bredde i tallforståelse. I denne studien var problemstillingen vi arbeidet med: **Hvordan viser elever tallforståelse i ulike additive strukturer?**

Studien er gjennomført med en kvalitativ tilnærming. Vi gjennomførte observasjoner av elev-par. Observasjonen ble filmet og deretter transkribert. Sammenlagt observerte vi 14 elever. Vi gav oss selv rollene som én passiv og én aktiv observatør. Den aktive hadde ansvaret for at elevene holdt seg på sporet uten å blande seg for mye. Elevene fikk bruke hverandre og klosser under arbeidet med oppgavene. Hvert par var gitt alt fra to til fem oppgaver som de skulle løse muntlig. Oppgavene elevene fikk tildelt var plassert innenfor de additive strukturene *endring, kombinere/separere* og *sammenligning*. I arbeidet med datamaterialet ble det først transkribert, før det ble gjennomført en tematisk analyse. Her ble de sentrale kategoriene «systematisk telling», «relatere tall til mengde», «ulike representasjoner av tall» og «enkel aritmetikk» fokusert på. De var alle hentet ut fra FONS-rammeverket.

Resultatene i denne studien viser at det er en forskjell på hvordan elevene viser tallforståelsen gjennom ulike additive strukturer. I endringsstrukturen viser elevene å ta seg spesielt nytte av systematisk telling. Det synes også i sammenheng med systematisk telling at elevene representerer mengden på forskjellige måter. I denne strukturen er enkel aritmetikk og relatere tall til mengde mindre framtredende. Innenfor kombinere/separere ser vi stor variasjon innad i hver kategori. Elevene her viser også tallforståelse når det gjelder element som har likhet med endringsstrukturen. Funnene viser hvordan kombinere/separere-strukturen sin passive tilnærming påvirker hvordan elevene viser tallforståelse. I sammenligningsstrukturen ser vi en samlende effekt. Systematisk telling blir tydelig i enkel aritmetikk. Enkel aritmetikk blir gjennomført med ulike representasjoner ved hjelp av klossene og telling. Til slutt så vi at tall ble knyttet til en visuell og fysisk mengde innenfor denne strukturen.

Abstract

In this paper we study early-education with 1st-grades. We have explored how these pupils demonstrate their mathematical number sense through tasks based on different structured word problems. The purpose of the study was to highlight various categories within 1th-graders number sense and identifying characteristics to look out for when new pupils starts at school. In our work to gather knowledge in this area, we worked closely with the framework developed by Andrews & Sayers (2015), which was aimed to assess pupils broad number sense. The research question we addressed in our study was: **How do pupils demonstrate their number sense in various word problems?**

This study is based on a qualitative approach. We conducted observations of the pupils in pairs, filming and subsequently transcribing the observations. We observed 14 pupils in total. We gave ourselves roles where one was passive observer and the other an active. The active observer was responsible for ensuring that the pupils stayed on track without too much intervening. The pupils were allowed to work together with each other and use blocks during the task. Each pair was given two to five oral tasks to solve. The assigned tasks fell within the word problems of *change, combine/separate* and *compare.* The collected data was transcribed, and we went through a thematic analysis. The key themes we focused on where "systematic counting", "Quantity Discrimination", "understanding of different representations" and "Simple Arithmetic competence". These themes were derived from the FONS-framework.

The findings of our study reveal that there is a difference in how pupil demonstrate number sense across various word problems. In the structure *change*, pupils showed a particular benefit in systematic counting. They also used different representations to show the quantities in conjunction with systematic counting. In this structure, both simple arithmetic and quantity discrimination was less prominent here. Within the combine/separate structure, we see a significant variation within it. Additionally, pupils demonstrate number sense that would share elements with problem with the change structure. The findings highlighted here how the passive approach in combine/separate structure influences the students number sense. In the compare structure, there was a unifying effect. Systematic counting became evident in basic arithmetic. In basic arithmetic, pupils used various representations through blocks and counting. Lastly, we got to see how quantity discrimination was used on both a visual and physical quantity.

Forord

Gjennom det siste året har vi fått mye uvurderlig hjelp og støtte fra flere til å fullføre denne masteren. Først og fremst vil vi takke vår veileder Anita Valenta for gode veiledninger og råd underveis i masterskrivingen. Hun har gitt oss nye perspektiver, hjulpet oss å spisse inn tematikken og introdusert oss for mye nyttig teori.

Vi vil også gi en stor takk til Eline Nesdal og Hannah Barth for støtte og motivasjon på hjemmefrontene, i tillegg til verdifull korrekturlesing. Uten de hadde denne masteren vært mye tyngre å skrive.

Sist, men ikke minst, vil vi takke hverandre for gode diskusjoner, sene kvelder og utholdenhet helt til siste slutt. Masterskrivingen ble mye gøyere sammen, enn om vi skulle gjort det alene.

Benjamin Andersen Hjelseth

Trondheim, mai 2023

Stein Inge Torheim

Trondheim, mai 2023

INNHOLDSFORTEGNELSE

Tabeller

Forkortelser

NSD	Norsk Samfunnsvitenskapelig datatjeneste
NTNU	Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
FONS	Foundational Number Sense
NESH	Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora

1.Innledning

1.1 Begrunnelse for forskning

Når barn slutter i barnehagen og starter på skole markerer dette en stor overgang. Barna blir på kort tid elever, og med dette kommer en ny hverdag med nye forventinger og regler. Elevene skal legge et grunnlag for læring. Det blir av Kunnskapsdepartementet (2020) belyst at elever fra første og andre trinn skal utforske, undre, beskrive og strukturere tall i møte med ulike utfordringer. Når barn starter på skolen blir det pekt på at telling ofte blir et utgangspunkt for videre læring og danning av løsningsstrategier (Kullberg & Björklund, 2020). Dette skaper grobunn for elevers tallforståelse i tidlig skoleløp. Baccaglini-Frank et al., (2020) peker på at tidlig i skoleløpet vil tallforståelse være grunnleggende for å tilegne seg kunnskap om regning, aritmetikk og kalkulasjoner. Andrews & Sayers (2015) peker på at barn har en tallforståelse som allerede er innlagt i oss mennesker og som er en naturlig prosess vi går gjennom uten veiledning. Som lærer skal er tilrettelegging for utvikling av elevers tallforståelse essensielt for å skape en kultur i klasserommet der elevene blir utfordret med et bredt spekter av oppgaver, i tillegg til at takhøyden for å prate matematikk er høy (Anghileri, 2000).

Vår studie har som fokus å se på hvordan elever viser tallforståelse, der konkretiseringsmateriell skal fungere som et verktøy for å illustrere dette. Det kan sees opp mot læreplanen for matematikk etter 2020, siden det der blir pekt på at elever skal kunne utforske tall, mengder og representere tall forskjellig i tillegg til å kunne veksle mellom representasjoner. Det er essensielt for elever å kunne arbeide med fysiske representasjoner, for å skape forståelse for en abstrakt matematikkoppgave. Andrews & Sayers (2015) sine kategorier for grunnleggende tallforståelse (FONS) er skapt for å skape forståelse for hvordan elever i begynneropplæringen best kan lære for å oppnå tallforståelse, og videre skape et grunnlag for senere aritmetisk forståelse for matematikk. Eksempel på kategoriene for FONS kan vi blant annet se igjen i læreplanen etter 2020, som peker på at elever skal kunne telle fra ulike startpunkt, både framlengs og baklengs, se forskjeller i mengde og finne mønster. Ut fra dette tenker vi det er viktig å se på elevers tallforståelse, for å lettere kunne vite hvordan man skal arbeide videre med det. (Kunnskapsdepartementet, 2020)

1.2 Problemstilling

Når vi som lærere skal hjelpe elever å utvikle tallforståelse, er det sentralt å vise dem en bred og variert forståelse. Dette vil både være med å gi elevene en bred kunnskap innenfor matematikk og gi dem verktøyet de trenger for å møte utfordrende oppgaver (Baccaglini-Frank et al., 2020). Den tredje, og mest avanserte, definisjonen Andrews og Sayers (2015) har på tallforståelse er anvendt tallforståelse. Anvendt tallforståelse bygger videre på det fundamentale i FONS, og er tallforståelsen som er nødvendig for voksne, uansett hva de driver med. Vi lærere burde ha som mål at elevene, etter endt grunnskole, har tilegnet seg dette (Andrews & Sayers, 2015). I rammeverket FONS er tallforståelse lagt frem med åtte kategorier, som viser hvor bredt tallforståelse kan defineres. I den sammenheng har vi en tilnærming til analyse av datamaterialet vårt, som skal hjelpe å dekke flere kategorier for FONS. For å legge til rette for at elevene skal oppnå tallforståelse innenfor flere kategorier valgte vi å basere oppgavene på forskjellige additive strukturer. Med tallforståelse og additive strukturer ble målet med oppgaven å få svar på dette forskningsspørsmålet:

- **Hvordan viser elever tallforståelse i ulike additive strukturer?**

Samtidig hadde vi en viss undring på å se på hvordan ulike additive strukturer spilte inn, som «hvilken forskjell kunne vi se innad i kategoriene i FONS når det ble byttet struktur?»

For å svare på denne problemstillingen har vi observert sju elevpar, som vil si 14 elever. Vi tok opp dette med video- og lydopptak, og elevene arbeidet med oppgaver laget fra ulike additive strukturer, med klosser som hjelpemiddel. I forskningen var begge studentene med, hvor en var fullstendig observatør og andre hadde aktiv medlemskapsrolle. For å analysere datamaterialet var det tatt i bruk tematisk analyse. Her brukte vi Braun og Clarke (2006) sin mal og jobbet oss gjennom de 6 fasene for å lage en rapport. Kodene og analysen ble støttet av Andrews & Sayers (2015) sitt rammeverk om FONS og oppgaver om additive strukturer (Anghileri, 2000; Carpenter et al., 1983; Carpenter & Moser, 1983).

1.3 Oppgavens oppbygging

Oppgaven starter med en innledning, før teori i kapittel 2. Her ser vi på forskning, begreper og teori innad i additive strukturer, konkretiseringsmateriell og tallforståelse. Til slutt ser vi på rammeverket om grunnleggende tallforståelse (FONS). Etter dette ser vi på metoden i kapittel 3. Her gjør vi rede for forskningsdesign, pilotstudie, gjennomføring av datainnsamling, oppgavene vi gir elevene og hvordan vi skal arbeide med å analyse dataen. Til slutt snakker vi om etiske betraktninger, påliteligheten og gyldigheten til studien. I kapittel 4. viser vi frem eksempler fra transkripsjonene, og tolker eksemplene som funn i lys av forskjellig teori. Funnene blir lagt frem for hver additiv struktur og deles videre inn i de fire FONS-kategoriene vi har delt de inn i. I kapittel 5 drøfter vi tallforståelsen elevene viser gjennom de forskjellige strukturene. Dette gjorde at vi valgte å strukturere drøftingen med FONS-kategorier, som gav oss bedre innsyn i hvordan strukturene påvirket hver kategori. Til slutt i drøftingen så vi på begrensninger ved studien. I kapittel 6 legger vi fram det elevene viste av tallforståelsen. Til slutt legge vi frem forslag til videre forskning og spørsmål som har dukket opp gjennom arbeidet vårt.

2.Teori

I dette kapittelet skal vi legge frem teori som skal hjelpe oss å til å se på elevene sin tallforståelse. Vi skal begynne med sosiokulturell læringsteori, før vi går gjennom additive strukturer. Videre skal gjennomgå konkretiseringsmateriell og hvordan dette har blitt tatt i bruk. Så skal vi ta for oss hva tallforståelse er, før vi til slutt går gjennom FONS-rammeverket.

2.1 Sosiokulturell læringsteori

Denne studien tar utgangspunkt i sosiokulturell læringsteori. Sosiokulturell læringsteori peker på at læring skjer i et sosialt samspill mellom flere aktører, hvor de bygger på hverandres evner for problemløsing, og språket er en viktig faktor (Vygotsky et al., 1978, s.25). Språkets faktor blir sett på som et redskap for utvikling av den evnen elever har til problemløsing, resonnering og tenking. Videre blir det pekt på av Vygotsky et al., (1978) at sammen med det å kunne se og føle, er taleevnen til barn en viktig faktor for å gjennomføre praktiske oppgaver. «The most significant moment in the course of intellectual development, which gives birth to the purely human forms of practical and abstract intelligence, occurs when speech and practical activity, two previously completely independent lines of development, converge. » (Vygotsky, et al.,1978, s.24). Gjennom tale og handling utvikler barn de evnene som trengs for å tilegne seg kunnskap. Taleevnen til barn legger til rette for barns handling med objekter, i tillegg til deres oppførsel under utprøving. (Vygotsky et al.,1978,)

Vygotsky har en modell som ser på distansen mellom utviklingsnivået til elever når de arbeider selvstendig med problemløsning, og den potensielle utviklingen av å arbeide med kunnskapsmessig likestilte jevnaldrende elever, under veiledning av en lærer. Denne modellen trekker frem at utviklingspotensialet er størst dersom to individ samarbeider, der det ene individet har et kognitivt potensial til endring i kunnskap og det andre individet har et mål om å samarbeide for å nå et felles mål. (Bartolini Bussi og Mariotti, 2008, s. 749)

2.2 Additive strukturer

Matematiske problemer som er representert symbolsk vil kunne hjelpe elever i å etablere sammenhengen mellom tre tall, når de settes opp på varierte måter. I slike situasjoner er det sentralt å lese og sette ord på den matematiske relasjonen. Dette kan eksempelvis være sammenhengen mellom tallene ni, seks og tre. Ved bare addisjon og subtraksjon kan uttrykket settes opp på flere måter: "3 + _ = 9», «_ + 3 = 9», «9 - _ = 3», der det også kan gjøres ved å fjerne ni eller tre, ikke bare seks. Når man skal sette ord på oppgavene, vil noen uttrykk ha en mer naturlig overgang til det verbale. For eksempel vil «3+_» være at man legger til noe i en mengde, mens «_- 6» vil være å fjerne fra en udefinert mengde. Om elever har god kjennskap til forholdet mellom tallene, vil de kunne klare å se svar uten å regne. Uansett hvilken strategi de anlegger seg, vil hovedpoenget med en slik oppgave være å hjelpe elevene med å lese oppgavene på en bestemt måte slik at de velger logiske løsningsmetoder. Når lærere støtter elever i slike oppgaver, bør de ha som mål å ordlegge seg på en måte som støtter dem, men fremdeles lar de tolke og finne løsningsstrategier selv. (Anghileri, 2000, s. 57-59)

Når oppgaver blir gitt med ord, blir utfordringen annerledes. Også i denne sammenhengen bør oppgavene bli presentert på en måte som får frem strukturen, og dermed oppfordrer til tilhørende løsningsstrategier og identifisering av hvilke regnearter man skal ta i bruk

(Anghileri, 2000). Formuleringen av tekstoppgaver kan varieres, noe som kan gjøre at oppgaver med samme tall åpner muligheten for forskjellige løsningsstrategier. Dickson et al. (1984) eksemplifiserer dette med å representere regnestykket «3 + 2 = 5» på to måter, *Union* og *comparison*. De forklarer *Union*: "Karl har 3 røde biler og 2 grønne. Hvor mange biler har Karl?" og c*omparison:* "Karl har 3 biler. Andreas har 2 flere biler enn Karl. Hvor mange biler har Andreas?". Carpenter og Moser (1983) fordeler oppgavestrukturene inn i fire additive strukturer: endring, kombinere/separere, sammenligne og utjevne (oversettelse direkte fra Carpenter & Moser (1983), samt hentet fra tall og tanke 1). De fire strukturene er inndelt i addisjon og subtraksjon, hvor strukturenes særtrekk er gitt ut fra hvordan oppgavene er semantisk strukturert. Strukturene fremhever elevers løsningsstrategier og svar, og viser at de kan skille seg stort fra hverandre. Enkelte strukturers ordlegginger skaper mer utfordringer enn andre. I overgangen fra kombinere/separere-oppgaver til sammenligningsoppgaver er det stor forandring. I første struktur klarer alle å tolke oppgaven med rett tall og operasjon, mens det i sammenligning er kun 20 av 43 som tolker oppgaven rett (Carpenter et al., 1983).

Tabell 2.1: Eksempel på additive strukturer i både addisjons- og substraksjonsoppgaver (Inspirert av tabell i Anghileri 2000 s. 60)

Endring	Truls har 9 epler. Så får han 6 epler av Kari. Hvor mange har Truls nå?	Truls har 15 epler. Så gir han 6 av dem til Kari. Hvor mange har han igjen?
Kombinere / Separere	Kari har 6 epler og Truls har 9. Hvor mange epler har de til sammen?	Sammenlagt er det 15 epler. Så får Truls 9 av dem. Hvor mange har da Kari?
Sammenligne	Truls har 9 epler og Kari har 6 epler. Hvor mange flere epler har Truls?	Kari har 6 epler. Ho har 9 færre enn Truls. Hvor mange har Truls?
Utjevne	Kari har 9 epler og Truls har 6 epler. Hvor mange må Truls få tak i for å få samme mengde som Kari?	Truls har 6 epler. Om Kari hadde mistet 9 ville de hatt samme mengde. Hvor mange er det Kari har?

Endring kan ses på som aktiv siden det er noe som blir gjort, altså er det noen som får noe og noen som mister noe. Kombinere/separere har en mer passiv tilnærming, hvor forandring ikke skjer, og det blir ikke spesifikt lagt opp til rekkefølge eller løsningsstrategi. Sammenligning har en mer visualiseringsvinkling og blir mer komplisert med at elevene må klare å tolke oppgaven og se for seg et sett med for eksempel klosser. Utjevne er som en blanding av både kombinere/separere og sammenligning. To sett blir sammenlignet og problemet spør hvor mye et sett må endres for å bli likt det andre. Utjevne presenterer normalt substraksjonsregnestykker. (Carpenter et al., 1983) Alle problemene kan basere seg på det samme regnestykket, men strategiene for å løse regnestykket vil skille seg stort fra hverandre ut fra hvilken struktur man presenterer oppgaven med. Som lærer kan det være fristende å forklare og forenkle problemene for å hjelpe elevene med å forstå hvordan de bør løse oppgaven, men dette kan forhindre målet med de additive strukturene. Det er ikke selve utregningen som er målet, men tolkningen av matematikken som kommer av ordleggingen, og strategien som blir brukt for å løse oppgaven. Læreren vil kunne utvikle elevenes forståelse av forskjellige tekstoppgaver ved å utfordre dem med et bredt spekter, og videre legge til rette for matematiske diskusjoner. (Anghileri, 2000)

2.3 Konkretiseringsmateriell

Konkretiseringsmateriell blir definert av Hynes (1986) som konkrete modeller knyttet til et matematiske begrep. Konkretene kan brukes både visuelt og fysisk, og tilfredsstiller dermed flere sanser. Moyer (2001) peker på at konkreter ofte blir brukt for premiering, og ikke som et relevant hjelpemiddel for det matematiske konseptet man holder på med. Det kan være nyttig å variere hvilke konkreter man bruker, siden elever lærer best på forskjellige måter. En annen definisjon, fra Johnson (1993), er at konkretiseringsmateriell er objekter som brukes til å instruere elever, og som har varierende utseende både i størrelse, farge og egenskaper. For elever vil bruken av konkretiseringsmateriell bidra til å kunne sette det matematiske i en kontekst. Dette er også i tråd med Ligget (2017), som peker på at all matematikk burde ha som mål å hjelpe elevers forståelse for matematiske begrep. For at elever skal kunne oppnå forståelse, bør konkretene bli gjort fysisk tilgjengelig for elevene for å kunne bli satt i en kontekst der de representerer det oppgaven spør etter. Konkretiseringsmateriell skal brukes som støtte for elever frem til de har en forståelse for den abstrakte matematikken (Hynes, 1986, s.11).

Ball (1992) problematiserer i sin artikkel den overdrevne bruken av konkretiseringsmateriell i skolen, og stiller i tillegg spørsmål ved undervisernes ukritiske valg av metoder når konkretiseringsmateriell blir tatt i bruk. Dette pekes også på i Laski et al (2015), at dersom konkretiseringsmateriellet skal brukes, må de forholdene som de skal brukes i vurderes nøye slik at konkretene fremmer læring fremfor å forvirre og hindre. Konkretiseringsmateriell fungerer ikke som et magisk verktøy som løser elevene sine problemer på egenhånd. Konkreter burde behandles som en form for representasjon, noe som kan fremme kritisk bruk, slik at det heller fungerer som et nytt verktøy for elevene (Ball 1992). Laski et al. (2015) peker på fire prinsipp for å maksimere effektiveten til konkretiseringsmateriell, der et av prinsippene handler om å gjøre relasjonen mellom konkretiseringsmateriellet og det matematiske begrepet så tydelig som mulig.

2.4 Tallforståelse

Begrepet tallforståelse blir definert ulikt fra forsker til forsker, noe som Andrews & Sayers (2015) kritisk ser på som en av utfordringene når man skal arbeide med tallforståelse. Berch (2005) underbygger dette med å peke på at dersom to forskere hadde fått i oppdrag å definere tallforståelse, hadde det med stor sannsynlighet blitt to ulike definisjoner. Berch (2005) definerer tallforståelse som et verktøy og et hjelpemiddel til å lage strategier for å løse komplekse oppgaver. Dette omfatter mellom annet oppgaver med sammenligning av mengder, dannelse av løsningsstrategier i arbeid med regning og å kjenne igjen feil i en mengde. Chard et al. (2005) sier at tidlig matematisk kunnskap kan knyttes til tallforståelse hos barn. Tallforståelse inneholder aspekter som å kunne gjenta en telling etter man har sett mengden, telle mengder fra hukommelsen, telling av objekter, sette tall i rekkefølge, se størrelsesforskjeller og manglende tall i en mengde, estimat, samt å telle fra et tilfeldig tall.

I hovedsak er tallforståelse grunnleggende for å tilegne seg evnen til å kunne drive med regning, aritmetikk og kalkulasjoner, hvor utviklingen av den er spesielt viktig i tidlig skolegang. For at tallforståelse skal kunne utvikle seg, vil det være fundamentalt å introdusere elevene til et bredt spekter av ferdigheter. Disse ferdighetene inkluderer en-til-en korrespondanse, subitizing, anslag, kardinalitet og ordinalitet. I tillegg kommer ferdigheter med fingrene, og spesifikke måter å bruke dem i aritmetikk (Baccaglini-Frank et al., 2020). Anghileri (2000) peker på at barn med en viss tallforståelse, skal kunne tolke oppgaver ut fra tidligere erfaringer innenfor matematikk. I Andrews & Sayers (2015) blir det uttalt at elever med tallforståelse skal kunne arbeide fleksibelt med tall og operasjoner, og på denne måten finne løsningsstrategier i møte med ulike matematiske utfordringer.

2.4.1 Kardinalitet og ordinalitet

Begrepene kardinalitet og ordinalitet henger begge sammen med en-til-en korrespondanse (Anghileri, 2000; Baccaglini-Frank et al.,2020) og subitizing (Kullberg, A., & Björklund, C., 2020). Kardinalitet beskriver tallet på hele mengden av et sett man har telt. Det vil altså si at når en mengde er telt ferdig vil det siste tallet, eksempelvis tallet åtte, fastsette kvantiteten til settet. Å kunne identifisere mengden med det siste tallet er kardinalitetsaspektet ved tall (Anghileri, 2000). Baccaglini-Frank et al. (2020) legger frem en del av kardinalitet som ikke involverer telling, men bruker begrepet til en-til-en korrespondanse. Her vil det til sammenligning ikke nødvendigvis trenge å inneholde telling, men å kunne se likhet, eller hvordan tall skiller seg fra hverandre i et sett. Til slutt involverer også kardinalitet evnen til å tilegne et sett med data, rett symbol eller rett tall (Baccaglini-Frank et al., 2020). En definisjon av ordinalitet er å kunne assosiere tallsymboler til tallord, kunne tallsymboler, kunne tallrekken, og å vite hvilke tall som kommer før og etter et spesifikt tall (Baccaglini-Frank et al., 2020, s.781). Med dette aspektet vil en elev som teller fra en til fire, vite at når fire er sagt vil sammenhengen med at det forrige var tre og at det neste er fem, ikke referere til hele sekvensen, men til det fjerde steget. Det er også sentralt å ikke bare kunne vite tallrekken når det kommer til ordinalitet, men også koordinere dette med en-til-en korrespondanse til objektene man teller, både huske hva som er telt og hva som gjenstår å telle (Anghileri, 2000).

2.4.2 Subitizing og en-til-en korrespondanse

Subitizing er å gjenkjenne en tallmengde. Dette gjøres med både sortering og sammenligning av objekt som representerer et tall. I og med at det er satt i et mønster, skaper dette også en mulighet for å kunne skille de forskjellige tallene fra hverandre (Anghileri, 2000). Baccaglini-Frank et al. (2020) og Kullberg & Björklund (2020) definerer subitizing som en umiddelbar prosess, hvor man gjenkjenner små tallbilder/tallmønstre. Det er sentralt at dette skal gjøres uten at tallbildet telles, og at man umiddelbart kan kjenne igjen eksakt hvor mange det er. Anghileri (2000) bruker en hånd som eksempel, hvor hånda med alle fingrene ute er en betegnelse på fem. En-til-en korrespondanse blir gjort når man sammenligner sett av objekter til tall, hvor man bedømmer størrelsen til settene. Her kan faktorer som startpunkt og størrelsen på objektene spille inn. Elever kan blande objekter og tall i situasjoner de sammenligner objekter av forskjellige størrelser. Det blir sentralt å lære elevene hva som defineres som en enkel mengde slik at de teller hver del med et enkelt tall (Anghileri, 2000).

2.4.3 Telling

Når barn begynner på skolen er det vanlig at telling, og strategier for det, er med på å danne et grunnlag når det kommer til addisjons- og substraksjonsferdigheter (Kullberg & Björklund, 2020). Carpenter et al. (1983) forklarer at telling som verktøy blir spesielt sentralt for elever uten formelle strategier for å løse addisjons- og substraksjonsoppgaver. Siegler (1987) hevder at bruken av fingre vil henge sammen med vanskelighet på oppgaver. Om man utfordrer elevene vil flere kunne ta i bruk fingrene for å løse oppgavene. Elever kan starte med å beregne en mengde ved å telle alle objekter i mengden, for så å tilegne seg ferdigheter til å telle fra den første mengden og å telle fra den største mengden. I sammenhenger hvor telling brukes for å løse addisjon, vil barn kunne trenge noe til å representere det som kommer videre fra den første mengden. I en slik tellesekvens hvor hver enhet telles, er det sentralt at elevene klarer å se at hvert steg som telles i den andre mengden ikke er en del av den telte summen av de to mengdene. Overgangen fra å telle hver enkelt, til å kunne omgjøre de til gruppe eller enheter er sentrale for at tallforståelse kan utvikle seg. Det kan samtidig være hemmende for elever som ikke klarer denne overgangen å holde seg til å telle enkelte enheter når oppgavene krever noe annet. Denne overgangen kan skje med subitizing, hvor konseptuell subitizing er når barn klarer å håndtere større sett, som addisjon, ved å bryte ned enheter og sette dem sammen i struktur (Kullberg & Björklund, 2020, s. 768). I forskningen til Björklund et al. (2019) ser vi en betraktelig forskjell på hvordan elevene strukturer substraksjonsoppgaver og på resultatet. Elevene bruker fingrene når de arbeider med oppgavene, enten ved å telle hver enkelt, strukturere deler av og/eller hele med fingermønstre, eller en kombinasjon med fingermønster for å så telle hver enkelt. Elevene som arbeider bare ved å telle hver enkelt har ingen tilfeller der de klarer oppgaven, hvor de to andre teknikkene har suksess over 90% av gangene (Björklund et al.,2019).

2.5 Grunnleggende tallforståelse (rammeverk)

Det teoretiske rammeverket benyttet for å utføre analysen er skapt av Andrews & Sayers (2015) og tar for seg deres definisjon på grunnleggende tallforståelse. Det de legger frem gir et operasjonelt rammeverk til å forske med, og ser ikke bare på elevers kompetanse, men åpner også for å gi de beste mulighetene for læring av elevers tallforståelse. Andrews & Sayers (2015) skapte dette rammeverket primært for å kunne forske på elever i begynneropplæringen i tidlig skoleløp, 1.klasse. Grunnleggende tallforståelse karakteriseres som den egenskapen man har til å arbeide fleksibelt med tall og mengder, og kan for eksempel uttrykkes ved egenskaper som gjenkjennelse, evne, bevissthet, kunnskap, og intuisjon. (Andrews & Sayers, 2015, s. 259) Det eksisterer flere rammeverk relatert til tallforståelse, men ifølge Andrews & Sayers (2015) har de fleste av disse for mange komponenter til at de enkelt fasiliterer for identifisering av læringsmuligheter relatert til grunnleggende tallforståelse.

For å optimalisere et rammeverk som er enkelt å ta i bruk og samtidig tverrkulturelt akseptert, ble åtte kategorier nøye utvalgt fra et bredt utvalg av tidligere forskningslitteratur. Rammeverket for grunnleggende tallforståelse utviklet av Andrews & Sayers (2015) består dermed av de åtte kategoriene nummergjenkjenning, systematisk telling, relatere tall til mengde, ulike representasjoner av tall, estimering, enkel aritmetikk og bevissthet om tallmønster. Alle kategoriene er ikke like relevante for analysen utført i dette prosjektet, og vil ikke bli fokusert på i like stor grad. Til tross for dette blir alle kategoriene presentert nærmere, med bakgrunn i at Andrews & Sayers (2015) peker på at grunnleggende tallforståelse i sin helhet kan forstås med alle de åtte kategoriene.

2.5.1 Nummergjenkjenning

Nummergjenkjenning handler om å kunne gjenkjenne tallsymboler og meningen med dem. Elever som mestrer dette, kan ifølge Andrews & Sayers (2015) identifisere et spesifikt tallsymbol ut fra en gitt mengde med tallsymboler, og navngi det. Forskning har vist at elever som har utfordringer med nummergjenkjenning, med større sannsynlighet vil ha utfordringer med mestring av matematikk senere i livet. I motsetning vil de som har mestret nummergjenkjenning i større grad kunne jobbe aritmetisk med flersifrede tall. (Andrews & Sayers, 2015, s. 259)

Dersom man mestrer nummergjenkjenning, vil man kunne se et tallsymbol og forstå hvor mye tallet står for. Dette kan for eksempel overføres til brettspill der man må flytte en brikke ut fra hva tallsymbolet på terningen tilsier.

2.5.2 Systematisk telling

I grunnleggende tallforståelse inkluderer systematisk telling de to begrepene ordinalitet og kardinalitet, som forklart i avsnitt 2.4.1. Systematisk telling handler om å kunne telle opp og ned fra et vilkårlig tall, vitende om at hvert enkelt tall har sin egen satte posisjon i tallrekka, for eksempel opp til 20 og tilbake. Ferdigheter i telling innebærer både generell og mental aritmetisk kompetanse (Andrews & Sayers, 2015, s. 259).

Dersom man mestrer systematisk telling, skal man kunne telle en mengde med objekter og si tallene i rett kronologisk rekkefølge. Dette kan for eksempel overføres til telling av hvor mange kjeks det er i en kjekspakke, her kan man både telle hvor mange kjeks der er før man spiser i tillegg til at man kan telle seg nedover for hver kjeks man spiser.

2.5.3 Relatere tall til mengde

Grunnleggende tallforståelse inneholder også egenskapen til å kunne relatere tall til mengde. Dette handler om at barn forstår en-til-en korrespondanse mellom tall og den mengden tallet skal representere, i tillegg til at det siste tallet telt representerer antall objekter i mengden (Andrews & Sayers, 2015, s. 260). En-til-en korrespondanse er forklart mer i avsnitt 2.4.2. For at denne korrespondansen mellom tall og mengden som den representerer skal fungere, bør det være en interaksjon med veiledning til stede (Andrews & Sayers, 2015, s. 260).

Dersom man mestrer å relatere tall til mengde, at man ser en mengde med objekter, og man kan man samle dem sammen, telle dem og vite hvor mange der er. Til eksempel dersom et barn finner tre steiner på bakken, vil barnet da ved å se på dem kunne si at steinene representerer en mengde på tre.

2.5.4 Mengdediskriminering

Mengdediskriminering vil si bevissthet om forskjell i mengder og størrelser, og er også en del av grunnleggende tallforståelse. Det inkluderer bevissthet om at et gitt tall er mindre enn et annet tall, men samtidig større enn et annet tall, og ikke bare en del av en memorert liste av ord (Andrews & Sayers, 2015, s. 260).

Dersom man mestrer mengdediskriminering, kan man se på flere tall og si hvilken tall som er større eller mindre enn andre. Eksempel på dette kan være at barn forstår at tallet tre på en terning er større enn tallet to, men mindre enn fire.

2.5.5 Ulike representasjoner av tall

Grunnleggende tallforståelse inneholder en forståelse for at tall kan representeres ulikt. For å ha størst sannsynlighet for å lykkes med senere aritmetisk kompetanse, pekes det på i Andrews & Sayers (2015) at det er flere strategier, innenfor ulike representasjoner av tall, som kan bidra til dette. Det er mellom annet forståelse for bruken av tallinje; kunne dele opp mengder for å forenkle regneprosessen, kunne bruke fingre i telling og regning, samt å bruke konkretiseringsmateriell som legger til rette for telling og sjansen til å kunne se hvor feil ligger. Dess flere ulike strategier barn mestrer, dess større sjanse har de for å lykkes med aritmetisk kompetanse innenfor matematikk de senere årene. (Andrews & Sayers, 2015, s.260; Van Nes & Van Eerde, 2010)

Dersom man har forståelse for ulike representasjoner av tall, skal man klare å representere en mengde med tall på ulike måter. Dette kan for eksempel være med konkretiseringsmateriell, en tallinje, fingrer eller med tall.

2.5.6 Estimering

Innenfor grunnleggende tallforståelse er estimering når elever kan komme med et anslag på størrelsen av et sett eller et objekt (Andrews & Sayers, 2015, s. 260). Estimering involverer å kunne bevege seg mellom ulike representasjoner av tall, for eksempel å plassere et tall på en tom tallinje. (Andrews & Sayers, 2015, s. 260)

Dersom man har forståelse for estimering, skal man kunne gi et anslag på et antall objekter eller størrelsen på en mengde. Dette kan til eksempel være å plassere tall på en tom tallinje som bare har start- og slutt-mengde.

2.5.7 Enkel aritmetikk

Ifølge rammeverket har elever med grunnleggende tallforståelse kunnskapen til å gjennomføre enkle aritmetiske operasjoner, og dette synliggjør elevenes kompetanse innenfor det aritmetiske og det matematiske. Denne kompetansen til å kunne utføre enkle regneoperasjoner kan sees på som tegn for fremtidig matematisk forståelse (Andrews & Sayers, 2015, s. 260). Til eksempel peker Levine et al. (1992) på at erfaring med å sette sammen fysiske objekt, eksempelvis duplo, utvikler barns egenskaper til å løse ikke-verbale oppgaver, før de utvikler egenskap til å løse oppgaver verbalt.

Dersom man har forståelse for enkel aritmetikk, skal man kunne løse enkle matematiske operasjoner. Dette kan for eksempel være å telle en mengde med objekter eller å legge sammen ensifrede tall.

2.5.8 Bevissthet om tallmønster

Den siste kategorien for grunnleggende tallforståelse handler om egenskapen til å kunne se tallmønster, da spesifikt å kunne se hvilket tall som eventuelt mangler. Berch 2005). Eksempelvis å kunne se hva som mangler når man sammenligner forskjellen på to ulike tårn med konkreter. Disse ferdighetene er med på å styrke telling, samt bidra til å legge til rette for senere aritmetiske operasjoner. En av de sterkere indikatorene på senere matematikkvansker, er den egenskapen å ikke kunne identifisere hvilket tall som mangler i en gitt tallrekke. (Andrews & Sayers, 2015, ss. 260 - 261)

Dersom man har forståelse for tallmønster, skal man kunne se et mønster i en tallrekke. Dette kan for eksempel være at dersom man skal fortsette en tallrekke med bare partall fra null til ti, vet man at det bare skal komme partall videre i rekken.

3.Metode

Når vi i denne studien skal undersøke elevers tallforståelse, der de arbeider med konkreter i ulike additive strukturer, er det viktig for oss å legge et grunnlag, der vi samler inn data som skal hjelpe oss med dette. Hva gjorde vi for å kunne svare på dette? Og hvordan valgte vi å analysere det? Dette er spørsmål vi skal besvare i dette kapittelet. Kapittelet starter med en redegjørelse for valget av forskningsdesign. Deretter ser vi på erfaringer fra utført pilotstudie, og gjennomføringen av datainnsamlingen. Etterfulgt blir det redegjort for metode for analyse og gjennomføringen av en tematisk analyse. Til slutt i kapittelet forklares de etiske betraktningene som tas hensyn til, metodekritikk og påliteligheten til forskningen.

3.1 Forskningsdesign

I forskning på læringssituasjoner vil konteksten, som forskningen utspiller seg i, ha en stor betydning for hvordan dataene blir. Forskningen vil i dette tilfellet være spesielt sentrert rundt en førsteklasse som jobber med addisjon, ved hjelp av konkreter. Kunnskapen som hentes ut vil ha et konstruktivistisk og postpositivistisk syn. Kunnskapen med et slikt syn er subjektiv og knyttet til konteksten den utspilles i, og er en fortolkning av situasjonen. Forskningen skjer imellom forsker og den som forskes på, noe som gjør at samspillet avgrenser det til den aktuelle konteksten. Vårt mål er å finne kunnskap som er rettet mot det postpositivistiske synet, altså at den kan gjøres gjeldende over kontekster. Det er viktig for oss å skape slik data, samtidig skal vi belyse hvilke sider fra konteksten som gjør at dataen skiller seg fra en annen kontekst. Dette kan være rammer som forskningsgruppe, tema, spørsmål, arbeidsmetoder og lignende. Vi ønsker å belyse de forskjellige løsningsmetodene elevene bruker i denne konteksten, som igjen setter søkelys på det sannsynlige i andre kontekster. (Postholm & Jacobsen, 2018)

Denne studien er gjennomført med en kvalitativ metode. I forskjell til den kvantitative, som formidler en virkelighet gjennom tall, formidler den kvalitative metoden den gjennom ord og språk.

> *"Når man bruker den kvalitative metoden, er intensjonen å forstå og beskrive hva spesifikke mennesker gjør i sitt hverdagsliv, og hvilken mening disse handlingene har for dem. Beskrivelse, forståelse og mening er sentrale begreper i en tekst som presenterer en kvalitativ studie"* (Postholm & Jacobsen, 2018, s.95).

I sammenheng med å forske på det som viser elevers tallforståelse, vil forskningen vår trenge beskrivelser av selve situasjonen. Elevene får oppgaver av oss, og istedenfor å sette søkelys på svarene, skal vi forstå deres tolkning av oppgavene og hva dette kan fortelle oss. Vi som forskere trenger data i form av ord, tekst og språk for å kunne skape mening til handlingene elevene gjør. Vår studie vil derfor basere seg på kvalitative data. Et sett med kvantitativ data vil, for eksempel, gi oss opplysninger om antallet som bruker en strategi, eller hvor mange som svarer rett eller galt. Dette ville vært lite hensiktsmessig, siden dette gir oss lite innsyn i hva elevene gjør. Kvalitative data vil gi mer detaljerte beskrivelser og gjenfortelling av selve situasjonen, noe som skaper empiri som kan hjelpe oss med å se på elevene sin tallforståelse. Samt forskjellene gjennom additive strukturer, og kunne svare på forskningsspørsmålet. Ved å analysere den kvalitative dataen med hjelp av FONS (kapittel 2.5), vil vi kunne se eleven sin tallforståelse i valgene elevene gjør.

3.1.1 Induktiv og Deduktiv

Inngangen til vår kvalitative forskning, startet med et induktivt syn på teori og forskning, som vil si at studien og datamaterialet var med på å danne teorien (Clark et al, 2021). Vi forsøkte derfor å gå inn i datainnsamlingen uten å la teorien styre hva vi lette etter i situasjonen. Dataen hjalp oss med å bygge en hypotese på hva som var tallforståelsen. Vi som lærerstudenter hadde med oss kunnskap fra lærerstudiet, noe som gjorde at vi følte et behov for teori som støttet og underbygget datamaterialet vårt. Dette gjorde at vi beveget oss i en deduktiv retning, noe som var en naturlig overgang for studiet vårt. Ren deduktiv og induktiv er ytterpunkter (Postholm og Jacobsen, 2018), som gjør at en bevegelse mellom dem, ikke er uvanlig. Derfor ble trekkene fra datamaterialet brukt, og deretter teori funnet som bidro med hjelp til å svare på forskningsspørsmålet. Derfor tok vi i bruk ferdig laget kategorier utover i arbeidet, som dermed ble dratt i en mer deduktiv retning. Dette resulterte i at det ble en pendling mellom teori, empiri og hypotesene, noe som Postholm og Jacobsen (2018) definerer som en abduktiv tilnærming.

3.1.2 Observasjon

For å finne svaret på problemstillingen, ble datainnsamlingen gjort med en observasjon av arbeidet til elever med utdelte oppgaver. Adler og Adler (1994) beskriver at observasjoner i en kvalitativ forskning, ønsker å fange opp situasjoner og hvordan de naturlig vil utspille seg. Dette gjør at observasjoner blir kalt en naturalistisk datainnsamling. I observasjoner slipper man at forskningen foregår som et kontrollert eksperiment og/eller i et laboratorium. I observasjonen er det viktig å fange opp hva den menneskelige aktiviteten er, men det er også sentralt hva den fysiske settingen er (Postholm & Jacobsen, 2018). Når vi samler inn data, er løsningsstrategiene og elevene sin tallforståelse i fokus. En observasjon vil hjelpe oss med å samle inn den dataen som trengs for å svare på forskningsspørsmålet. Postholm og Jacobsen (2018) stiller spørsmål til observasjon som metode alene, siden den blir farget av subjektiviteten til forskerne. For å bidra til en autentisk observasjon, har vi valgt å ta i bruk videokamera. Lyd og bilde er objektivt, selv om spørsmål, settinger og roller er med på å farge observasjonene som blir gjort. Dette fører også til at leseren har en transkripsjon av selve datainnsamlingen tilgjengelig, som kan skape rom for andre funn, analyse og drøftinger.

I en observasjon inntar forskerne roller. Gold (1958) måler rollen til forskeren ut ifra deltakelse og avstand. Rollene beveger seg fra to ytterpunkter, "fullstendig observatør" til "fullstendig deltaker". En "fullstendig observatør" skal være helt ute fra det som blir observert, og har ingen tilknytning med de som blir observert, mens en "fullstendig deltaker" er med på observasjonen. Adler og Adler (1994) beskriver to roller som dette, men kaller de for medlemskapsroller. "Fullstendig observatør" har likhetstrekk med "perifer medlemskapsrolle", der forskeren skal prøve å utvikle en forståelse for deltaker og deres perspektiv uten å involvere seg selv i aktiviteten som gruppen utfører. I andre enden har man "fullstendig medlemskapsrolle", som vil si hvor forskeren er en del av prosessen som studeres. I midten har vi en "aktiv-medlemskapsrolle". I denne rollen vil forskeren være en aktiv del av de observerte medlemmene. Her kan forskeren ha som oppgave å hjelpe gruppen med utviklingen av handlinger, uten å binde seg opp til hvordan gruppen løser oppgavene. Vi vil ha to roller, som begge er valgt for å skape best mulige og autentiske elevsvar. Håpet er også at dette ikke farger hvordan elevene jobber. Vi ønsker å være observatører, hvor, i hovedsak, én av oss kommer til å innta en mer aktiv-medlemskapsrolle. Dette er for å sikre data vi tar i bruk og for å hjelpe elevene gjennom oppgavene. Studenten skal ikke være aktiv i å løse oppgaven med elevene, men være til stede for å sette de i gang og holde dem på sporet innenfor oppgavene de får.

3.2 Pilotstudie

Før vi gjennomførte datainnsamlingen, fikk vi muligheten til å gjennomføre en pilotstudie. Dette gav oss en mulighet til å teste ut hvordan elevene lå an i forhold til nivå, både med størrelsen på tallene i oppgaven, og om dette ville føre til bruk av telling. Målet med pilotstudien var å hente ut informasjon om at oppgaven var på rett nivå for elevene. I forhold til Björklund, Baccaglini-frank, Siegler (og andre) var det størrelsen på tallene som utfordrer elevene, som fikk fram telling og tellestrategier i løsningen av oppgaver. Klassen jobbet med tiervenner, så ønsket var å bruke tall som lå mellom 15-30 for å teste om de var utfordrende nok for elevene. Det var viktig for oss at tallene var på rett nivå, slik at vi fikk datamateriell som utfordret elevene og gav de muligheten til å vise sin tallforståelse. Elevene som deltok på uttestingen, var valgt ut av lærerne til elevene. Vi hadde ikke så mange kriterier i hvilke elever som skulle velges ut, utenom at vi ønsket elever som hadde noe gjennomsnittlig nivå i matematikk. Hvordan lærerne vektla dette kriteriet vet vi ikke, men vi vet at lærerne kjenner elevene best. Lærerne valgte ut to elever til oss og en student gjennomførte en kjapp datainnsamling, som han selv tok notater på.

I pilotstudien fikk elevene to oppgaver. De hadde likhet til de oppgavene bruker i datamaterialet, men med andre tall. Det var en oppgave fra endringsstrukturen og en for kombinere/separere-strukturen. Det ble uttestet med en oppgave som inneholdt tall rundt 30 og den andre med tall rundt 20. Settingen var helt lik. Elevene brukte også de klossene som skulle bli brukt i datainnsamlingen som hjelpemiddel. Gjennom utprøvingen så vi at elevene håndterte oppgavene godt. De tolket og brukte klossene aktivt, noe som gav oss en pekepinne på at tallene ikke skulle settes lavere. Vi så at elevene klarte oppgavene opp mot 30, men prosessen ble lengre og elevene rotet mer med konkretene når det ble så høyt. Ut fra dette, valgte vi å holde tallene under 25, som skulle gjør at konkretene ble enklere å håndtere. Dette gjorde at oppgavene ble utfordrende nok for elevene, men at hver oppgave ikke skulle ta opp store deler av tiden vi hadde til disposisjon.

3.3 Datainnsamling

3.3.1 Skole og utvalg

I denne studien, ble innsamlingen av data gjort i en 1.klasse, ved en barneskole i Innlandet. Vi kom i kontakt med skolen gjennom at en av oss studentene er ansatt som vikar i noen av de øvrige klassene. I og med at vi skal se på tallforståelsen gjennom additive strukturer og konkreter, i begynneropplæringen, tok vi kontakt med lærerne som jobbet i 1.klasse. Etter positiv tilbakemelding, ble samtykkeskjema og informasjonsskriv (vedlegg 2) sendt ut til alle elevenes foresatte. Dette er godkjent gjennom NSD og trengte ikke mye endring, før vi sendte det til klassen og foresatte. Vi kommer mer tilbake til NSD under kapittel 3.6. Vi fikk tilbake 14 av 20 mulige underskrevne samtykkeskjema, hvor elevene ønsket å delta. I og med at vi skulle gjennomføre en kvalitativ forskning, og skulle se på detaljene med elevens tallforståelse, tenkte vi at dette var et tilstrekkelig antall elever. Når vi skulle gjennomføre datainnsamlingen, ønsket vi å gjøre det i grupper på to, for å gjøre det mer oversiktlig på opptaket, både med tanke på lyd og video, og slik at alle elevene fikk deltatt i oppgavene. Vi spurte lærerne til elevene, om de kunne hjelpe med å sette sammen par. Vi valgte at studenten, som er hadde jobbet litt på skolen skulle ta hovedansvaret for samtalen under datainnsamlingen. Dette var med hensikt for å få elevene til å føle seg tryggere i forskningssettingen, og at elevenes arbeid ikke skulle bli mer påvirket enn mulig. Den andre studenten sin primæroppgave var å styre med det tekniske og å notere. Begge studentene var med en tur innom klasserommet og hilste på klassen før vi satte i gang med datainnsamlingen.

3.3.2 Forskningssetting

Når vi bestemte hvor vi skulle gjennomføre datainnsamlingen, var det viktig for oss å velge et læringsmiljø som var naturalistisk og kjent for elevene. Deres vanlige klasserom var ikke mulig å ta i bruk, men det var et ledig klasserom i gangen hvor deres vanlige klasserom lå, som gjorde det ganske naturlig å velge dette. Elevene visste dermed at klassen og lærerne deres var i nærheten, og de var i et allerede kjent område. Det var fint at forskningssettingen ikke skilte seg for mye fra deres opprinnelige læringsmiljø, slik at miljøet hadde minst mulig påvirkning på dataen vi hentet ut. Både stolene og pultene var de samme som elevene var vant med, og vi tok i bruk konkreter som elevene allerede var kjent med fra eget klasserom. Vi valgte å vente til alle elevene hadde vært gjennom den normale starten på skoledagen, før vi begynte med forskningen. Vi introduserte oss felles først, men tok også en kjapp gjennomgang før vi startet i hver gruppe. Den første gruppen ble fulgt ut til klasserommet, og når det var bytting på grupper var en av studentene med de tilbake til klasserommet og hentet de nye elevene.

3.3.3 Gjennomføring

Datainnsamling skjedde den første timen, en dag klassen hadde matte. Dette vil si at vi hadde ca. 90 minutter å gjennomføre innsamlingen på. Siden det skulle være 14 elever i par, beregnet vi ca. 10 minutter på hver gruppe. Dato og gjennomføring var informert om, slik at elevene visste når vi kom. Lærerne holdt oppstarten på dagen før de introduserte oss. De hadde også kontroll på hvem de sendte ut og i hvilken rekkefølge. Etter utfallet og erfaringene fra pilotstudien, ble mye gjort likt. Elevene fikk lest opp oppgavene fra studenten og hadde ingen andre hjelpemidler enn hverandre og klossene. Samarbeid ble lagt til rette for og oppfordret til. Alle gruppene fikk gjentatt oppgavene så mange ganger de trengte, om noe var uklart, eller om de ikke skjønte hva de skulle gjøre. De fleste klossene lå i en boks på pulten, mens en mengde på omtrent 15 var lagt utover pulten. Det ble nevnt før datainnsamlingen at de gjerne kunne ta i bruk klossene. Elevene ble plassert på hver sin side av pulten, og studentene på hver sin ende av pulten. Vi lagde et stativ for kameraet, som gjorde at vi fikk filmet bordet ovenfra. Kameraet var rettet mot studenten, noe som gjorde at pulten med klossene ble hovedfokuset. Vi fikk tydelig bilde av klossene, pulten, håndbevegelser og annet elevene gjorde når de skulle løse oppgavene, samt at det ble godt lydopptak.

Under datainnsamlingen var oppgavene til studentene todelt. Den ene studenten hadde en «fullstendig observatør»-rolle. Han skulle holde oversikt, merke seg tidspunkt som kunne være viktige og notere ting som utpekte seg. I tillegg hadde han teknisk ansvar, med styring av kamera og tidsbruk. Den andre studenten hadde hovedsakelig en «aktiv-medlemskapsrolle» i gruppa. Han hadde i ansvar å sette elevene i gang, først med å tildele oppgavene, for å så avklare begrep om det trengtes. Fokuset var å gi elevene rom til å vise fram sine løsningsstrategier uten mye påvirkning. Gjennom arbeidet hadde studenten ansvar for å stille oppfølgingsspørsmål på elevutsagn, samt spørsmål som kunne hjelpe elevene i arbeidet om de stod fast. Spørsmålene som ble stilt var åpne og dette ble gjort for at elevene skulle reflektere over framgangsmåten de brukte, og eventuelt åpne for hvordan ting kunne gjøres videre. Samtidig hadde studenten ansvar å holde samtalen på rett spor, at fokuset var på matematikken og hvordan de skulle løse oppgavene. Elevene skulle så jobbe så selvstendig som mulig. På denne måten kunne elevene sin tallforståelse komme så naturlig fram som mulig, både med utsagn, strategier og bruken av konkretene uten for mye hjelp. Studenten hadde til sist ansvar å finne en naturlig plass å avslutte, i samarbeid med den andre studenten, som hadde en bedre oversikt over tiden. Det var fleksibelt, så vi avsluttet i overgang mellom oppgavene, og når elevene hadde fått vist fram sine regnestrategier. Vi avsluttet med å takke elevene i hver gruppe for at de hjalp oss med å løse problemene.

3.4 Oppgavene

Oppgavene til elevene var fordelt utover forskjellige additive strukturer (kapittel 2.2), som vist i figur 3.1. Vi ønsket å se hvordan oppgaver med konkretene, kunne belyse elevenes tallforståelse, og hvordan de kunne endre, løfte eller hindre elevene. Derfor legger vi fram oppgavene med tekst på forskjellige måter. Når man forandrer på den additive strukturen i en oppgave, endrer man på hvordan elevene må resonnere når de arbeider med å løse oppgavene (Anghileri, 2000, s. 59). Målet var, når man gikk fra å endre på en mengde til å skulle legge sammen to mengder, skulle dette ha en påvirkning på hvordan elevene ville bruke, utforske og regne med konkretene for å løse oppgaven, som ville vise deres tallforståelse. Når elevene jobbet med oppgavene, ønsket vi også at konkretene skulle være en støtte i deres arbeid. Konkretene kunne være for å holde orden på tallene, og en visuell representasjon på hvordan mengdene forandret seg. Dette var noe konkret, som kunne hjelpe elevene i arbeidet med å se størrelsen og mengdene i oppgavene. Dette henger sammen med elevenes mulige mangel på standardstrategier for addisjon, og derfor kan konkretene bli et verktøy for telling.

Vi hadde kontakt med lærerne i forkant av prosjektet. I den sammenhengen fikk vi vite at elevene jobbet med tiervenner, altså addisjon mellom to tall som sammen summeres ti. I våre oppgaver tok vi noe høyere tall. Tiervenner var et tema som de hadde holdt på med en stund. Om vi hadde gitt elevene oppgaver de klarte og hadde automatisert, ville konkretene og telling ikke vært et naturlig hjelpemiddel for de fleste elevene (Siegler 1987). Ved å velge tall som lå mellom 15-25, håpte vi at dette ville være innenfor rimelighetens grenser, men også utfordre elevene til å ta i bruk konkretene som støtte. Dette fikk vi også bekreftet når vi hadde en utprøving med elevene (Se kapittel 3.2). Når vi laget oppgavene, valgte vi å ha hovedvekt på addisjonsoppgaver, hvor enkelte oppgaver la opp til subtraksjon. Dette førte til at vi utelot den additive strukturen «utjevning» fra vår studie, da den primært fokuserer på subtraksjon (Carpenter et al., 1983). Vi valgte å primært ha fokus på addisjon for å holde oss nær et kjent tema for elevene, men også utvide og utfordre de videre med sammenhengen mellom addisjon- og subtraksjonsoppgaver. Addisjon og subtraksjon lar seg også lett visualisere med konkreter, så elevene kunne løse alle oppgavene med å legge til, ta bort eller sammenligne. Dette ble gjort slik at elevene skulle kunne bruke konkretene uten for mange hinder og distraksjoner, og heller kunne få et verktøy som viste fram tallforståelsen deres. Vi byttet ut navnene i oppgavene med navnene til elevene. Dette var gjort for å skape tilhørighet til klossene. Dette gav oss muligheten til å kunne se hva elevene valgte å gjør når de skulle gi vekk sin del til den andre, og når de skulle ha det i lag. I analysen og transkripsjonene var navna byttet til Pseudonym, som var gjort med tanke på etiske betraktninger og anonymitet.

Tabell 3.1: Oppgaver som var gitt til elevene, i de ulike additive strukturene gitt til elevene.

Endring	Kombinere / Separere	Sammenligne
1. Even har 8 klosser. Så får han 11 klosser av storebroren. Hvor mange har Even nå?	2. Kari har 14 klosser og Eva har 9. Hvor mange klosser har Kari og Eva til sammen?	3. Ole har 6 klosser og Frida har 15. Hvor mange flere enn Ole har Frida?
4. Even har 11 klosser. Så gir Even bort 3 klosser til Kari. Hvor mange har Even igjen?	5. Kari og Eva har 23 klosser til sammen. 14 av de er Kari sine, så hvor mange har Eva?	6. Ole har 6 kuler, som er 5 færre enn Frida. Hvor mange har hun?

Oppgave 1 og 4 er laget med bakgrunn på endringsstruktur. Anghileri (2000) peker på denne strukturen som aktiv, noe som vil si at man kan tolke at noe blir gjort. Den legger styring for hva det er som skal gjøres i oppgaven. Dette kan vi se i begge oppgavene. Spørsmålet er hvor mange man har, så skjer det noe, som gjør at man har et nytt antall. Endring setter ofte opp, til det en ser på som standard oppgave. Oppgave 2 og 5 baserer seg på kombinere / separere strukturen. Som Anghileri (2000) peker på, har denne en mer passiv tilnærming. Dette håper vi gir elevene muligheten til å utforske og komme med varierte strategier som viser oss tallforståelsen til elevene. Carpenter et al. (1983) peker på at strukturen ikke skaper mye misforståelser. Dette håper vi gir elevene muligheten til å reflektere når de slipper å tolke oppgaven. Til forskjell ses sammenligningsstrukturen som mer problematisk (Carpenter et al., 1983). Oppgave 3 og 6 baserer seg på denne, noe som gjør at vi kan forvente at elevene kan få større problemer med å løse dem. Dette baserer seg på Carpenter et al. (1983) som fant ut at store andeler av elever innenfor denne strukturen, ikke forstår oppgaven. I tillegg peker Anghileri (2000) på at oppgavene i denne strukturen er visuelle, som gjør den mer uforståelig. I sammenheng med dette håper vi at klossene skal bidra til at elevene klarer å tolke og sammenlikne det visuelle, og med å bruke noe konkret skal de klare å løse oppgavene.

3.5 Analysemetode

I en kvalitativ dataanalyse vil man gjøre datamaterialet forståelig, ved å først sortere den, for så at den rapporteres i en forskning. I likhet med at datainnsamlingen i kvalitativ forskning er omfattende, vil datamaterialet også være det. Charmaz (2014) sammenligner analyseprosessen, med å bygge et skjelett for analysen man ser videre i forskningen. Det gjelder her å skape en oversikt over det omfattende datamaterialet, som igjen gjør at teksten blir leservennlig. Det er vanlig å organisere med åpne koder og lete etter mønster, som gjør at man kan skape kategorier og undertemaer i lys av teori (Postholm & Jacobsen, 2018). Å forsøke med åpen koding, blir gjort i samhandling med at vi ønsker å finne svar på hvordan elever viser tallforståelse, i møte ulike additive strukturer. Etter hvert i arbeidet med datamaterialet, bestemmer vi oss for å bruke FONS (kapittel 2.5), som er med på å hjelpe oss med kodingen av datamaterialet. Vi valgte å gjennomføre en tematisk analyse, som startet induktiv og fikk en naturlig overgang til deduktiv. Braun og Clark (2006) peker på at induktiv analyse setter søkelys på kodingen, i samsvar med dataen som er innsamlet. Vi ønsket derfor å lage koder og sette merkelapper, uten å la teori og koder fra annen forskning ha for stor påvirkning i starten av prosessen. Etter vi var kjent med datamaterialet, startet vi å kode det under FONS. Behovet for rammeverket ble bemerket når vi reflekterte over datamaterialet, med bakgrunnen som vi har innenfor lærerstudiet. Derfor fant vi eksisterende teori som baserte seg på hva vi så etter. Dette kapittelet vil først gå gjennom hva en tematisk analyse er og hvordan man gjennomfører den, før den til slutt viser arbeidsprosessen i vår tematiske analyse.

3.5.1 Tematisk analyse

En tematisk analyse, er en av fire former for narrativ analyse. Denne analysen setter søkelys på hva som er sagt eller skrevet. Først samler forskeren datamaterialet innenfor et tema, før man så skaper struktur for en fortelling (Postholm & Jacobsen, 2018). I vårt arbeid med datamaterialet, har vi benyttet Braun og Clark (2006) som støtte til analyseprosessen. De definerer en tematisk analyse, som en metode for å identifisere, analysere og rapportere mønstre og tema innenfor et datamateriale. Innenfor tematisk analyse, argumenterer de for svakheten av å anta at tema vil framstå, fordi det er en del av datasettet. Å gjøre dette vil undergrave det aktive arbeidet en forsker gjør. Braun og Clark (2006) fokuserer derfor på forskerens rolle for å identifisere mønstre og temaer, selektere ut det mindre viktige, for å så rapportere det til leseren. Det som blir definert som mønstre og temaer, baserer seg på hva som skal forskes på, og det er ikke noen mal å følge her. Når kodingsprosessen skal begynne induktivt, vil større tema, mønstre og undertema være sammenflettet med teorien man bruker under analyseringen av datamaterialet. Det er viktig her, at temaet gjenspeiler hva man forsker på, og hva som er forskningsspørsmålet. Tema er med på å dele opp datamaterialet, og alle er sentrale i det fulle bilde av forskningen (Braun & Clark, 2006).

Braun og Clark (2006) har laget seks faser, disse fungerer som en steg-for-steg-guide. Den første fasen, handler om å gjøre seg kjent med datamaterialet. Her vil det være en fordel om man har gjennomført innsamlingen selv, for da vil en starte med en kjennskap til datamaterialet. Videre har man en aktiv og engasjerende gjennomlesing. Innenfor denne fasen kommer transkripsjon og jobben med å renskrive den. Dette er omfattende og tidsslukende, som er grunnen til at kvalitativ data har mindre størrelse. Fase to er, når man først har en liste med ideer om hva datamaterialet inneholder. Hva er det interessante, som videre gjør at man lager førsteutkast av koder. Kodene identifiserer sentrale aspekter innenfor datasettet, og skiller ut det som er interessant å analysere. I den tredje fasen, leter man etter tema. Man danner mulige temaer ved å gruppere kodene med fellestrekk. Her kan man se en sammenheng mellom koder, og eventuelt hvordan koder kan kombineres til å passe innenfor overordnede tema. Det kan vær lurt å illustrere mønstrene for forskerne, gjennom diagram eller tankekart. Den fjerde fasen går ut på å revidere tema. Her blir tema ferdigstilte og gjøres tydeligere. Tynne tema blir fjerna, tema blir satt sammen eller delt opp i flere. Dette gjøres gjennom revidering og testing, før ny revidering til man er fornøyd. I fase fem, definerer og setter man endelige navn på tema. Essensen for hvert tema skal vær klar. Det å sette klare linjer for hva temaet er, og hva det ikke er, burde være spesifisert før man går videre. Nå skal temaene kvalitetssjekkes før analysen. Den siste fasen er selve en rapport, altså analysen av datamaterialet. Jobben er å legge fram datamaterialet på en leservennlig måte. Leseren skal både kunne validerer og se bragden den. Analysen skal være et produkt av arbeidet i fase 1-5, og det er viktig at den er konsis, logisk, interessant og sammenhengende. Det bør være et fokus på at den ikke bare er en gjengivelse av dataen. (Braun & Clark, 2006)

3.5.2 Analyse av datamaterialet

Arbeidet med datamaterialet var i utgangspunktet tenkt å gjennomføres med en induktiv vinkling med åpen koding. Dette var gjort i starten, men utover i arbeidet innførte vi koder hentet fra FONS rammeverket. Mønstrene vi så i transkripsjonene, gjorde at vi ønsket et rammeverk, som tok for seg de forskjellige aspektene innenfor grunnleggende tallforståelse. Dette ble vårt verktøy til å se elevene sin tallforståelse.

Fase én i arbeidet startet med transkripsjon av videoopptakene. Transkripsjonsarbeidet var hovedoppgaven til en av studentene. I denne sammenhengen ble videoene gjennomgått flere ganger, hvor fokuset var skiftende, fra både det verbale og kroppslige bevegelser. Videoopptakene ble også gjennomgått flere runder, for å sikre seg at bevegelser og utsagt var korrekt. I transkripsjonsarbeidet skrev studenten ned kommentarer og bemerkelser som var gjort. Når vi ser på tallforståelse gjennom Andrews & Sayers (2015), er det viktig for oss at transkripsjonene er så nøyaktig som mulig av elevenes arbeid. Det var gjort markeringer (Tabell 3.2) som skal hjelpe med å legge fram situasjonen, så nøytralt som mulig. Navn til elever ble notert som elev 1(x) og elev 2(y) i transkripsjonene, før de så ble byttet ut med et pseudonym (Mer om etiske betraktninger i kapittel 3.6). Siden vi begge var til stede under datainnsamlingen, hadde vi en fordel med å knytte transkripsjonene til erfaringen vår. Dette hjalp oss med å analysere og tolke elevene sin tallforståelse. Transkripsjonene ble gjennomgått sammen, slik at vi skulle bli enda bedre kjent med datamaterialet.

Tabell 3.2: Tabell for markeringer i transkripsjon.

Tegn	Beskrivelse
x.yy.zzz	Gruppenummer.Oppgavenummer.Linjenummer
Navn:	Pseudonym til den som snakker eller handler
( )	(Beskrivelser, nonverbale og det kroppslige)

...	Når en tellesekvens fortsetter likt uten noe å påpeke seg
-	Mellom to tall som sies direkte etter hverandre
?	Spørsmål fra student eller spørrende utsagn fra elev
tall**,**	Viser til naturlig pause i telling
. B	Elevene har en naturlig pause mellom det som blir sagt

Videre inn i fase to, arbeidet vi med å utarbeide koder. I denne sammenhengen, gikk vi gjennom transkripsjonene flere ganger. De første kode ideene, var fokusert på det generelle som kunne hjelpe oss til å se elevenes sin tallforståelse. Dette var «telling», «klossene», «utprøving» og «sammenligning». I og med at vi ønsket å svare på hvordan tallforståelsen viste seg i ulike additive strukturer, ble de hovedtemaene i fase 3. Oppgavene var fordelt inn i ulike additive strukturer, som videre gjorde at vi fordelte en kopi av transkripsjonene inn i «Oppgavene med endringsstruktur», «Oppgavene med kombinere/separere-struktur» og «Oppgavene med sammenligningsstruktur». Dette gav oss en tydeligere fordeling, som også gjorde at vi merket et behov for å revidere underkodene/undertemaene. FONS gav oss muligheten til å se på de aspektene for tallforståelse som var relevant for oss, noe som gjorde at vi valgte ut fire av kategoriene.

Fase tre, fire og fem ble en flytende prosess i arbeidet. Våre første koder var nå erstattet med ferdige FONS koder, noe som gjorde at arbeidet ble å definere rammene innenfor kodene. Vi brukte de samme FONS kategoriene under hver av de additive strukturene. Slik kunne vi se på de samme aspektene for tallforståelsen til elevene. Skillet ble når vi bevegde oss mellom de additive strukturene. Kategoriene som ble valgt fra Andrews & Sayers (2015) var «systematisk telling», «relatere tall til mengde», «ulike representasjoner av tall» og «enkel aritmetikk». Tallforståelsen er en sammenhengende prosess, noe som gjør at kategoriene har mange felles aspekter med hverandre. Vi arbeidet derfor med å definere trekk ved hver kategori, som skulle gjøre at de kunne skilles fra hverandre. Vi prøvde å løse dette på best mulig måte, men er klar over at funn innenfor en kategori kan gjenspeile likheter med funn i én eller flere andre kategorier. For «systematisk telling», var det trekk ved datamaterialet hvor tellingen kom i front. Dette var de forskjellige aspektene med telling og strategier vi klarte å se. For «relatere tall til mengde», var det koblingen mellom mengde og tall, som var sentralt. Situasjoner hvor klossene var fremtredende, og hvor de bidro gjennom løsningen til elevene. En-til-en korrespondanse ble ofte knyttet under denne kategorien. Innenfor «ulike representasjoner av tall» så vi etter trekk der elever varierte mellom representasjoner, viste fleksibilitet og utnyttet representasjonene som et verktøy for å rette opp i feil. Til slutt var trekkene til «enkel aritmetikk» satt som gjennomføring av enkle aritmetiske utregninger, både med og uten klossene. Elever som brukte telling til å utføre addisjon og subtraksjon for å løse oppgaven var også satt her. Når vi så skulle skrive rapporten, var resultatene presentert etter struktur. Under hver struktur var det lagt fram to funn i hver kategori. I drøftingen var kapitlene delt inn i FONS, som gjorde at vi fikk dypere innblikk i elevenes tallforståelse gjennom de ulike additive strukturene.

3.6 Etiske betraktninger

Som forsker har man et etisk ansvar. Dette vil si at man skal ivareta de etiske prinsippene i en forskning før forskningen tar plass, under forskningen og i rapporten som skrives om den (Postholm & Holm, 2018). I forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH, 2021), er forskningsetikk et sett av grunnleggende normer. De har blitt utarbeidet over tid, og har blitt forankret i det internasjonale forskerfellesskapet. I forskningsetikken er det lagt frem tre prinsipper som skal ivareta menneskeverdet: respekt, beskyttelse og rettferdighet (NESH, 2021). Dette kan vi se igjen i Postholm og Jacobsen (2018) som beskriver tre krav som gjenspeiler de aspektene; Informert samtykke, krav på privatliv og krav på å bli korrekt gjengitt.

Det første kravet omhandler informert samtykke. Dette handler om kompetansen til deltaker til å bestemme selv, frivillighet, full informasjon og forståelse, hvor alle henger sammen (Kvale & Birkman, 2015). For oss som skal forske på barn, er det foresatte som vi henvender oss til. Elevene ble sendt hjem med et samtykkeskjema (Vedlegg 2), som gav foresatte full informasjon om hva studien var, hvordan vi skulle behandle dataen, hva det innebar å være med, hvordan dataen blir lagret, og hva som skjer med dataen når prosjektet avsluttes. Samtidig informerte vi om frivilligheten til studie, hvor samtykke kunne trekkes når som helst. Alt dette var gjort for at foresatte skulle få et inntrykk av hva studien var, slik de kunne bestemme selv om barnet skulle være med eller ikke. Vi la også med våre mobilnummer, slik at foresatte kunne ringe om de hadde flere spørsmål.

Videre har forskningen et krav til privatliv. I vår sammenheng var følsomheten knyttet til elevene, og spesielt i datainnsamling og prosesseringen av empirien. Arbeid med video og transkripsjon, ble gjort med NTNU-utstyr. Dette var i henhold til NTNUs retningslinjer, (Gabrielsen, 2023) og for å skape sikkerhet på de personopplysningene som ble innhentet. Vi unngikk å samle inn unødvendig informasjon, og satt kameraet slik at fokuset var på håndbevegelsen til elevene og pulten de arbeidet på. Når transkripsjonene var ferdig og rapporten skulle skrives, ble fokuset å anonymisere så mye som mulig høg. Elevene gikk gjennom to steg når de skulle få pseudonym. Først var navna transkribert ned som x og y, før de var byttet ut med pseudonymet. Pseudonymet var dobbeltsjekket opp mot dataanalysen, slik det ikke var noe overlapp på navn. Vi gir så lite informasjon som vi klarer. Dette er å tydeliggjøre forskningen og settingen som er sentrale for studien, og unnlate unødvendig informasjon og info som er svært identifiserende, selv om de er interessante.

Dette fører oss over til kravet om riktig presentasjon av data. Dette spiller inn ved å sette de frivillige i et godt lys. Det å holde det anonymt, er å respektere de individuelle som har frivillig valgt å være med. Da vil det kunne være etisk å holde tilbake informasjon, som volder dem skade. Her har ordleggingen i resultatene blitt gjennomgått flere ganger, hvor vi ønsket å snakke opp og se på det interessante alle elevene gjør når de arbeider. Samtidig vil vi gjengi dataen i en fullstendig sammenheng som mulig. I analysemetoden ble det gjort valg som skulle framheve funnene vi gjorde oss. I den sammenhengen, forklarer vi kontekst og viser til transkripsjoner for å skape et helhetlig bilde av funnet. Valgene ble basert på tolkningen som er sentral for funnet i konteksten. Riktig presentasjon av data, innebærer at det ikke forfalskes data eller resultater. Dette var viktig for oss, slik at vi kunne hente data objektivt. Kameraet var et redskap som hjalp oss med å skrive transkripsjoner, og et verktøy som kvalitetssikret de. I arbeidet med resultatene, var transkripsjonen sentralt verktøy, hvor alt av resultat ble hentet fra.

Ifølge NTNU sine retningslinje (Gabrielsen, 2023) og Postholm & Jacobsen (2018), skal forsknings- og studentprosjekter, hvor man skal behandle personopplysninger, meldes inn. Dette gjøres i NSD, og er et krav når dataen er opplysninger, som kan brukes til å identifisere enkeltpersoner. Dette ble gjeldende for forskningen vår. Vi gjennomførte forskning som brukte personentydige kjennetegn, og lagra med minnepinne på et analogt kamera. Videre arbeidet vi med video- og lydfiler av elevene. I november meldte vi inn prosjektet med søknad til NSD , der ble det lagt med samtykkeskjemaet, som vi ønsket å sende til foresatte. Vi fikk tilbakemelding og endret/la inn det nødvendige. Forskningen baserte seg på dette og alt av godkjenning og samtykke ble godkjent før forskningen var gjennomført.

3.7 Forskningens reliabilitet og validitet

I en forskning er det mange faktorer som påvirker resultatene. Når vi jobber som forsker er det visse faktorer en burde reflektere over. Man burde være realistisk med hva som er begrensinger til forskningen, og hvordan gjennomføringen av selve forskningen kan ha påvirket resultatene. Postholm og Jacobsen definerer de faktorene som reliabilitet (pålitelighet) og validitet (gyldighet). Reliabilitet er sterkt knyttet til et positivistisk ideal, og greier ut om resultatene i en forskning, er de konsistense og reproduserbar (Kvale & Birkman, 2015). Når man gjennomfører en kvalitativ studie, er det svært mye som påvirker studien, noe som gjør at påliteligheten til refleksjon om; en som forsker reflekterer selv på sin påvirkning, og om man gjør prosessen synlig for leseren til å reflektere over den (Postholm & Jacobsen, 2018). Hvordan vår forskningsprosess var gjennomført ble lagt fram i kapittel 3 om metode. De har med sentrale valg, som ble gjort når vi gjennomførte studien. Den skal hjelpe leseren med å forstå resten av oppgaven, valget av teorien og resultatene vi har kommet fram til. Til slutt, drøfter vi (kapittel 5.5) hva som er mulige begrensinger til vår studie. Samtidig forsket vi på et utsnitt av en klasse, som igjen er et utsnitt av en skole etc. I henhold til etiske prinsipper (kapittel 3.6) er deltakelsen også frivillig, som igjen gjorde at antallet elever ble på 14 av ca. 20. Til sist i påliteligheten har vi et ekstra hjelpemiddel. Kameraet skaper tilgjengelighet til datainnsamlingen. Dette gjør at vi blir kjent med empirien gjennom syn og transkripsjon. Vi får med oss detaljer som kunne vært utelatt med dette.

Validitet, eller gyldighet, blir delt inn i to typer, indre og ytre. Den indre gyldigheten videre delt inn i to faktorer. Den første faktoren handler om det er samsvar mellom den virkeligheten en forsker påstår man studerer og analyserer, og teori og begreper knyttet til å beskrive dette. Den andre faktoren forteller oss om grunnlaget for å uttale seg om årsak og virkning (kausalitet). (Postholm & Jacobsen, 2018; Clark et al., 2021). Den ytre gyldigheten, forteller til hvilken grad noe kan overføres eller generaliseres i andre kontekster. I en ekstrem form for gyldighet vil en si at forskningen ikke er gyldig utenfor den konteksten. I kvalitative studie vil dette knyttes opp mot leseren følelser til gjenkjennbarheten, noe som kan styrkes om man tar med seg leseren inn i forskningsprosessen. (Postholm & Jacobsen, 2018). I vår forskning legger vi fram de teoriene og begrepene som trengs for å analysere og svare på forskningsspørsmålet. Med tanke på at tallforståelse er en sammenhengende prosess, definerer vi linjer innenfor kategoriene i FONS, som videre gir oss et verktøy til innsyn i tallforståelsen for elevene. For den kvalitative forskningen og hvordan kausaliteten er, ser vi på i kapittel 5.5, som andre om de begrensingene som oppstår. Videre ønsker vi å skape ytre gyldighet med å framvise vår datainnsamling (3.3) og den tematiske analysen (3.5). Dette er en spesifikk studie, som knytter sterkt opp mot konteksten med tekstoppgaver, 1. klasse, konkretbruk og tallforståelse. Med å legge fram de forskjellige aspektene er tanken at lærere på småtrinnet, kan kjenne igjen trekk og prøve ut liknende forskning med sine elever.

4. Resultat

I dette kapittelet viser vi vår analyse av datamaterialet som vi har samlet inn. I analysen kommer forskningsspørsmålet til å stå sentralt. Det vi analyserer er hentet ut fra transkripsjoner fra datainnsamlingen, og vi kommer til å analysere eksempler ut fra kategoriene av teoretiske rammeverket. De fire kategoriene for tallforståelse som vi ser på er systematisk telling, relatere tall til mengde, ulike representasjoner av tall og enkel aritmetikk. I resultatdelen vil vi beskrive eksempler og funn for tallforståelse fordelt innenfor hver enkelt additiv struktur, endring, kombinere/separere, sammenligning. Resultatdelen er da delt opp i tre overordnet deler for additive strukturer, også er de videre delt opp i fire kategorier for tallforståelse. Først kommer det en oppsummering av et eksempel, etterfulgt av et utklipp fra transkripsjonene, før vi går mer i detaljer om hvilke funn vi ser i hvert eksempel.

4.1 Endringsoppgaver

Innenfor endringsoppgavene jobber elevene med to oppgaver:

Oppgave 1: *«Even har 8 klosser. Så får han 11 klosser av Kari. Hvor mange har han nå?»*

Oppgave 4: *«Even har 11 klosser. Så gir han bort 3 klosser til Kari. Hvor mange har Even igjen?»*

4.1.1 Systematisk telling.

Det første eksempelet for «systematisk telling» finner vi i linje 2.1.2 der Oliver jobber med den første oppgaven. Oppgaven er akkurat gitt og løsningsprosessen har startet. Oliver teller på fingrene, sier tallrekka og strukturerer tellingen på en måte som gjør at han klarer å løse hele oppgaven.

2.1.2 Oliver:	(Tar opp hendene, teller raskt og løfter opp en finger for hvert tall) 1, 2, 3, 4, …, 8. (Så ned med alle fingrene, teller på nytt, men fortsetter hvor han slapp på samme måten) 9, 10, …, 17, 18 (så lukker han hånden på nytt, og løfter den første fingeren) 19. 19.

I linje 2.1.2 ser vi eleven synliggjøre systematisk telling både verbalt og gjennom handling. Vi tolker det til at eleven viser ordinalitet med hans kontroll på tallrekken. Han holder fokus på å bruke fingrene for å ha oversikt på hvor mange ganger han har telt, samtidig som han teller verbalt. Eleven "nullstiller" hendene sine for å telle de neste elleve tallene, som oppgaven sier. Dette tolker vi til at eleven kognitivt har automatisert at en hånd representerer tallet fem, to hender representerer tallet ti. Sett ut fra dette tolker vi det til at eleven vet at elleve er én mer enn to hender. Videre kan vi i eksempelet også tolke det til at eleven viser kardinalitet gjennom hans stopp og start på tellingen etter hver mengde. Når han "nullstiller" hendene sine tolker vi det til at eleven demonstrerer at han er ferdig med å telle mengden. Når han stopper neste gang og gjentar det siste tallet verbalt, tolker vi det til at han statuerer slutten på oppgaven og at det siste tallet han sier er den sammensatte mengden.

Det andre eksempelet om «systematisk telling» finner vi fra linje 6.1.7 til 6.1.10 der Oskar og Noa akkurat er blitt minnet på deler av den første oppgaven igjen. Begge starter litt sakte, men etter starter de telleprosessen. Både Oskar og Noa teller tårnene numerisk korrekt. Noa teller med fingeren mot tårnet hele tiden. Oskar teller fysisk med finger mot tårn til litt over halvveis, deretter teller han med fingeren uten å være borti tårnet, samtidig som øynene hjelper å koordinere tellingen.

6.1.7 Oskar:	(Lener seg over bordet og strekker seg etter tårnet til Noa. Får tak i det, fester det på toppen og holder det godt)
6.1.8 Noa:	(Begynner først å telle, bruker en finger. Starter i bunnen og teller stille. Gjør dette hele veien. Viser tegn til usikkerhet)
6.1.9 Oskar:	(Begynner litt etter. Teller stille fra bunnen. Når han er ca. halvveis, trekker han hånden vekk fra tårnet. Gjør samme bevegelsen med hånden uten å være borti tårnet. Øynene følger fingeren) 19
6.1.10 Noa:	(Ferdig før Oskar, men venter med å svare) 19.

I linje 6.1.7 tar Oskar til seg klossene til Noa og fester dem oppå sitt eget tårn. Noa synliggjør systematisk telling gjennom å vise ordinalitet i linje 6.1.8. Vi tolker dette fordi han teller klossene ved hjelp av tallord og teller tallene i rett stigende rekkefølge. Videre tolker vi at Noa viser en-til-en korrespondanse til klossene når han teller ved å føre fingeren over hver enkelt kloss, samtidig som han husker hvilket tall hver kloss representerer. I linje 6.1.9 gjør Oskar omtrent det samme som Noa og viser ordinalitet og en-til-en korrespondanse. Forskjellen er at når Oskar er halvveis i tellingen så tar han fingeren av tårnet, teller hver kloss med fingeren mot tårnet, samtidig som øynene følger tellingen. Dette tolker vi til at Oskar har kontroll på telling ved at han koordinerer øye, finger og munn, uten å fysisk røre tårnet, når han teller siste del av tårnet. Til slutt i linje 6.1.9 og 6.1.10 sier begge elevene at Oskar får 19 klosser, som vi tolker til kardinalitet siden de har satt sammen to tårn og identifisert siste tallet i mengden.

4.1.2 Relatere tall til mengde

Det første eksempelet i «relatere tall til mengde», finner vi i linje 1.1.8, og 1.1.14-15, jobber Frida og Jacob. De har tidligere i oppgaven blitt veiledet på at de kan bruke klosser til å løse oppgaven. Begge elevene har utfordringer med å relatere korrekt tall til den mengden som klossene skal representere, men på ulike måter. Den ene eleven teller mengden korrekt, men med feil siffer. Den andre eleven teller sifrene rett, men mister kontrollen på mengden han skulle ha.

1.1.8 Frida:	(Holde tårnet i en hånd, og tar ut en finger med andre hånden og teller) 1, 2, 3, 11, 12, 13
	…
1.1.14 Jacob:	(Teller over hver enkelt kloss igjen og holder klossene han teller mellom to fingrer) 1, 2, 3 …. 7 (Tar en ny klosse og legger til) 8 … 9 … 10 (teller etter klossene er på tårnet. Ser på tårnet, så på den andre eleven) 10!!
1.1.15 Student 1:	Ja, kor mange skulle vi ha da? Vi skulle ha?
1.1.16 Jacob:	(Tar en av klossene den andre eleven holde i sin hånd) 11 (Gjør det igjen) 12. (nå er alle klossene som var lagt fram på bordet i bruk)

I linje 1.1.8 ser vi Frida telle seks klosser. Hun teller de tre første tallene korrekt, men teller de tre resterende som 11, 12, 13. Vi tolker det til at hun har utfordringer med å forstå en- til en-korrespondansen mellom tallene som hun teller og den mengden som klossene skal representere. Videre i linje 1.1.14 teller Jacob seg systematisk, og bruker to fingre til å holde kontroll på tellingen. Dette tolker vi til at Jacob viser en-til-en korrespondanse mellom tallene han teller og mengden som det skal representere. Det kan også tyde på at han ikke helt har kontroll på hva oppgaven sier, med tanke på hvilken mengde oppgaven sier man skal ha. Dette kan vi si fordi han stopper og setter trykk på tallet ti når han er ferdig. Student stiller så veiledende spørsmål i linje 1.1.15 for å få han inn på sporet. Til slutt i linje 1.1.16 fortsetter Jacob å bygge på tårnet sitt, men legger til en kloss for mye. Dette underbygger at han ikke har kontroll på den mengden som han skulle telle. Ut fra dette kan vi tolke at han ikke er bevisst på forholdet mellom det tallet som han får og den mengden som oppgaven skal representer, selv om tellingen og tallordene han bruker er riktige.

Det andre eksempelet i denne kategorien jobber Marthe og Hedda. De har til sluttfasen i oppgaven. Den første eleven bygger tårnet sitt til det mangler tre klosser, som blir tatt fra medelev for å fullføre tårnet sitt på 11. Den andre eleven tar tilbake tårnet sitt på tre klosser og bygger i tillegg et tårn på fem klosser. Seansen avsluttes med at den siste eleven har et tårn på tre og et tårn fem klosser og sier seg ferdig.

7.1.7 Marthe:	6 (tar ut en og en fra kassa, fester på undersiden av tårnet) 7, (tar en siste) nå har jeg 8 (løfter opp slik at studenten skal se den. Teller over på samme måte som starten igjen) 1, 2, 3, 4, 5,

6, 7, 8. Også setter vi den der (setter sitt tårn på 8 oppå tårnet til Hedda på tre, når Hedda hentet tårnet hun mistet ned)

7.1.8 Hedda:	Nei, (tar av de 8 øverste) det blir ikke 8. (legger de to tre'er tårnene hun har ned på bordet) 3, 4, 5 (en og en, og teller høyt, setter dem sammen med det andre tårnet på 3)
	…
7.1.11 Hedda:	fordi jeg har 3 og 5, og det blir 8.

I linje 7.1.7 bygger Marthe sitt tårn opp til åtte, før hun setter det oppå medelev sitt uferdige tårn. Sier så at hun har nådd det antallet som hun skal ha. Dette tolker vi til at Marthe viser at hun kan relatere tall og mengde, selv om hun tar Hedda sin mengde før hun er ferdig, med at hun tenker mengden de har til sammen uansett skal gå til henne til slutt. Hedda viser at hun klarer å relatere tall til den mengden som skal representeres, gjennom hennes utsagn i linje 7.1.8. Etter spørsmål fra student viser Hedda i linje 7.1.11 at hun har kontroll på den mengden hun viser ved å argumentere for at to tårn med tre og fem klosser, til sammen blir et tårn på åtte. Vi tolker det til at Hedda viser egenskapen til å kunne relatere tall til mengder med at hun kan se to ulike sett med tall og se på dem som en hel uten å bygge dem sammen.

4.1.3 Ulike representasjoner av tall

Det første eksempelet i «ulike representasjoner av tall» finner vi i linje 2.1.14-16, der Sara og Oliver jobber. Den ene eleven kommer med et utsagn på at det mangler fire klosser for at de skal få like mange klosser hver. Den andre eleven sier seg raskt uenig og teller over hvor mye som trengs for at de skal ha like mange, før det blir presentert som bevis mot den første elevens utsagn. Begge elevene utnytter klossenes egenskap til å kunne si noe om hvor mye som mangler før det er likt, selv om den ene ser feil mengde og den andre ser riktig mengde. Til tross for at disse utsagnene er en avsporing fra den reelle oppgaven, ser vi det som et verdifullt funn i denne kategorien.

2.1.14 Sara:	(Ser på tårnene) da trenger vi bare 4
2.1.15 Oliver:	Nei, (tar fingeren og teller seg oppover fra hvor det laveste tårnet slutter) 1, 2, 3 (ser bort på studenten)
2.1.16 Sara:	Ja, 3 trenger man. For at de skal bli like høye. (Deretter setter eleven det ene tårnet oppå det andre) …

I linje 2.1.14 prøver Sara å få tårnene til å bli like, og mener at det mangler fire klosser for å få like mange. Når hun sier at det mangler fire klosser uten at hun har telt, kan det tyde på subitizing. Vi kan anta at hun ikke ser mengden på klossene skikkelig, fordi som Oliver peker på i linje 2.1.15, mangler det tre klosser. Med det umiddelbare svaret tolker vi at Oliver også viser tegn til subitizing. Selv om han teller over før han sier tre, er han såpass kjapt uenig i Sara sitt utsagn, at vi kan anta at han må ha sett at dette ikke stemte. Vi tolker det da til at Oliver med bakgrunn i utsagnet til Sara, viser forståelse for ulike representasjoner av tall ved at han umiddelbart ser en mangel. Det kan antas at klossenes egenskap hjelper Oliver å se hvilket antall som egentlig skal være der, når Sara i sitt utsagn kommer med et antall som hun tenker mangler.

Det andre eksempelet i denne kategorien vises i linje 1.1.4. Jacob har akkurat blitt oppfordret til å ta i bruk klossene for å illustrere hva han har tenkt. Eleven bruker klossene og representerer mengden han skal ha ved å bygge et tårn. Han stopper å bygge når han er kommet til den mengden som oppgaven sa.

1.1.4 Jacob:	(Nikker på hodet, tar først to klosser fra haugen og setter de sammen) 1, 2. (Legger klossene loddrett. Teller mens han fester på en og en, tar bare grønne) 3, 4, 5, 6, 7, 8 (Tar hendene vekk fra tårnet, så holder han rundt det mens oppgaven fortsetter)

I linje 1.1.4 tolker vi det til at Jacob viser forståelse for ulike representasjoner gjennom hans bruk av klossene til å telle seg til den mengden han skal ha. Selv om han ble oppfordret til å bruke klossene, ble det ikke lagt noen føringer for hvordan han skulle bruke dem. Når han da bygger seg et tårn og samtidig teller, tolker vi det til at han viser forståelse for ulike representasjoner.

4.1.4 Enkel aritmetikk

Vårt først eksempel i «enkel aritmetikk» vises i linje 3.4.2, 3.4.4 og 3.4.6. Aksel bygger et tårn på ni klosser når oppgaven sier 11. Eleven blir spurt hvor mange han trenger om han skulle ha 11 klosser. Han teller og fester de to manglende klossene til tårnet. Til slutt knekker eleven av tre klosser og gir dem til medelev, som oppgaven sier, for så å telle over de resterende konkretene eleven sitter igjen med.

3.4.2 Aksel:	(Fikler med klosser på fingrene, som han så fester på tårnet) Ni.
	…
3.4.4 Aksel:	(teller lavt) 10, 2! (Tar begge hendene ned i kassen og tar en med hver hånd) 1, 2 (Fester de til tårnet)
	…
3.4.6 Aksel:	(knekker av de tre øverste på tårnet og skyver dem over bordet. Teller tårnet med fingeren, en og en kloss. Teller så lavt at man ikke hører) 8 (snur seg til studenten)

I linje 3.4.2 bygger Aksel et tårn på ni klosser. Ved å bygge dette tårnet tyder det på at han klarer å gjennomføre enkle aritmetiske operasjoner med å sette sammen klosser til et tårn i gitt antall. Når han blir spurt hva som mangler, kan svaret i linje 3.4.4 tyde på at han klarer å gjennomføre enkle operasjoner, uten å få bekreftelse for rett svar, ved at han bygger på tårnet uten interaksjon med student. Videre i linje 3.4.6 underbygges vår argumentasjon for hans aritmetiske kompetanse, når han gir fra seg tre klosser. Vi tolker det til at han vet hvor mange klosser han skal gi fra seg, og vet hvor mange klosser han må telle for å ha den mengden han skal sitte igjen med, som han korrekt sier er åtte.

Vårt andre eksempel i kategorien «enkel aritmetikk» finner vi i linje 5.1.10 – 16. Olivia og Iben viser at de har utfordringer med å telle riktig antall klosser i et tårn. Dette kommer frem siden de tre oppdelte tårnene har riktig mengde i forhold til oppgaven. Den ene eleven teller klossene for mange ganger, mens den andre eleven teller riktig et godt stykke, men øker så farten på fingeren i telleprosessen, uten å øke farten på den verbale tellingen, og teller to mindre klosser på de fem siste. Til slutt veileder studenten elevene til å telle på nytt, og den ene eleven klarer da å telle riktig mengde, men den andre eleven, som tidligere hadde utfordringer med å telle nok klosser, gjør samme feil igjen.

5.1.10 Begge:	(Elevene teller fra hver sin ende på tårnet. Tårnene står stilt opp i rekkefølgen 3'er, 5'er, 11'er. Elevene teller likt)
5.1.11 Olivia:	1, …, 22 (teller en og en, fingeren har avstand til tårnet, og hun detter ut. Teller noen klosser flere ganger og flytter ikke fingeren langt nok for hvert tall) 22
5.1.12 Iben:	(Teller med fingeren inntil tårnet, og holder seg til rett tall og kloss) 1, …, 14 (På de resterende tallene teller hun i samme tempo, men flytter fingeren fortere oppover) 15, 16, 17. 17.
5.1.13 Student 1:	Skal vi prøve å telle en gang til for å prøve å sjå om vi får det samme?
5.1.14 Iben:	(Setter tårnene oppå hverandre. Holder det loddrett) 1, 2 (Elevene teller sammen. Olivia begynner på den første når Iben er på den andre. De teller i samme tempo fra 1-17)
5.1.15 Iben:	18
5.1.16 Olivia:	18, 19.

I linje 5.1.11 teller Olivia for fort oppover tårnene, og viser at hun har utfordringer med å telle. Hun holder den ene fingeren inntil tårnet for å ha kontroll. Vi tolker det til at hun har utfordringer med enkel aritmetikk, med tanke på at hun mister kontrollen på hvor hun var i tellingen og teller flere klosser flere ganger. I linje 5.1.12 gjør Iben det motsatte av Olivia. Hun teller for lite i prosessen, ved at hun hopper over tall når hun øker farten på fingeren sin, etter at hun korrekt har telt til 14. Når studenten foreslår at elevene teller på nytt, teller de likt frem til de er kommet til 17. På dette tidspunktet har Iben utfordringer med at hun er kommet en kloss høyere enn Olivia, og ender tellingen et tall før. Dette tolker vi til at hun ikke klarer å følge en-til-en korrespondanse mellom tellingen og klossene siden hun på et tidspunkt har hoppet over klosser. I motsetning til Iben klarer Olivia å telle riktig og kommer frem til 19. Vi tolker dette funnet til at begge elevene har utfordringer med å løse enkle aritmetiske operasjoner som innebærer telling uten veiledning.

4.1.5 Oppsummering av endring

Det vi fant som viser elevers tallforståelse ved bruk av konkreter når de arbeider med den additive strukturer endring var; Innenfor "systematisk telling" Ser vi først i første funn ordinalitet gjennom kontroll på telling av fingre, start stopp med hendene, innlært tallbilde på hendene, nullstilling av telling når et sett er ferdig, og vet at siste tallet telt representerer mengden. Konkreter blir også representert med fingrer. I det andre funnet ble tårna festet, som var en strategi for å kunne telle hele mengden. Eleven viser ordinalitet med fingrene, noe som vi kan tolke som at han teller for seg selv. En-til-en korrespondanse mellom klossene, sammen med fingrene. Det som skiller elevene er at den ene flytter hendene vekk fra tårnet, og peker med den i lufta når han teller. Kardinalitet med at elevene gjengir tallet 19 som representerer mengden. Funna i "relatere tall til mengde" er først med en elev som teller klossene og knytter 1-3 til de tre første, så 11-13 på de tre neste. Dette forteller oss eleven sine utfordringer til å relatere tall til mengden, gjennom en-til-en korrespondanse. Videre ser vi en annen elev som teller systematisk en og en. Han har kontroll på en-til-en korrespondanse til klossene, men stopper på feil tall. Sier noe om kardinalitet og distraksjonene. Når han får veiledning, plukker han opp tråden. Han legger til alle klossene på bordet, noe som er mer enn hva han trenger. Tolkes som at konkreter og overgangen han må gjøre er den distraherende faktoren. I det andre funnet ser vi en elev som bygger sitt tårn. Setter så det oppå medeleven sitt, som gir henne rett mengde. God bevissthet mellom tall og mengde, og subitizing som klarer å direkte se denne sammenhengen. Den andre eleven fokuserer på sin del, og gir de. Hun har to treer tårn, og teller 3,4,5 mens hun fester to på det ene. Eleven setter de tårna opp og knytter de tallene til en felles mengde. Hun viser til slutt kardinalitet ved tall og mengde i lag, ved at hun ser to ulike tall og mengder til en hel.

I "Ulike representasjoner av tall" ser vi først to elever som begge viser tegn til subitizing med manglende antall for at tårnet skal bli like høye. En sier et antall, andre avkrefter, men teller for å bekrefte. Det umiddelbare i eksempelet gjør at vi tolker det til subitizing. Egenskapene og den tydelige mengden i klossene hjelpe eleven til å finne ut hvor feilen var her. I det andre funnet ser vi en elev som bruker klossene, etter oppfordring, til å telle seg opp til sin mengde. Han bruker klossene i strategien uten føringer, og siden han bygger og teller om hverandre tolker vi hans overføring av representasjoner ut fra dette. I "enkel aritmetikk" er det første funnet en elev som bygger et tårn, for å så legge på det han mangler for å komme til det han skal ha. Han gjennomfører en enkel addisjon, først med å sette sammen klossene, for å så telle det han mangler og legge til klossene. Trenger ikke bekreftelse. Han viser videre sin kompetanse med å fysisk fjerne tre fra tårnet. Han vet at om han fjerner det, blir det gjenstående svaret på oppgaven. Han teller en og en når han svarer. Til slutt ser vi to elever som har problemer med en-til-en korrespondanse når de skal telle over for å løse oppgaven. En teller enkelte klosser flere ganger og beveger seg for tregt opp med finger. Den andre eleven teller første del rett, men flytter fingeren for fort på de siste fem. De teller i lag. Dette gjør eleven med at en begynner å telle først, så begynner den andre eleven på først. Siden det teller høyt i samme tempo, men den ene eleven er en kloss over, og kommer derfor til en for lite.

4.2 Kombinere/separere-oppgaver

Innenfor kombinere/separere-oppgaver jobber elevene med to oppgaver:

Oppgave 2: *«Kari har 14 klosser og Eva har 9.Hvor mange klosser har Kari og Eva til sammen?»*

Oppgave 5: *«Kari og Eva har 23 klosser til sammen. 14 av de er Kari sine, så hvor mange har Eva?»*

4.2.1 Systematisk telling

I det første eksempelet under «systematisk telling» finner vi i linje 6.2.8-10. Her jobber Oskar og Noa med å finne ut hvor mange de har til sammen. De setter tårnene sine sammen, men teller på forskjellige måter. Den ene eleven teller klossene som er på samme høyde oppover, mens den andre eleven teller et tårn av gangen. I løsningen kommer Noa med svaret, selv om Oskar var ferdig først.

6.2.8 Oskar:	(Begynner nederst, og teller annenhver kloss på tårnene, helt til Oskar kommer til de delene som er høyere enn den andre, og da teller de tårnet en og en, teller stille, men viser med fingeren hvor langt han har kommet. Når det ser ut til at han har telt ferdig, trekkes fingeren vekk. Sier ikke hvor mange han telte)
6.2.9 Noa:	(teller første fra topp til bunn på det laveste tårnet, etterfulgt av det høyeste. Teller stille og viser med fingeren hvor langt han har kommet. Sier siste tallet) 23
6.2.10 Oskar:	23

I linje 6.2.8 teller Oskar på annethvert tårn. Når det korte tårnet er telt, telles det så videre fra toppen av det korte, til toppen av det lange. Dette tolker vi til at eleven ser tårnene som en sammensatt mengde, og ikke to deler. Tellingen ser ut til å følge et mønster, med at tårnene telles på rad, frem til det ikke bare er en rekke igjen å telle. Videre i linje 6.2.9, vises en annen strategi med at tårnene telles hver for seg. Eleven starter tellingen av tårnene på nytt, som viser til at ordinalitet for tallrekken ikke kom skikkelig frem her. Kardinalitet vises når han stopper tellingen med å si 23. Til slutt i linje 6.2.10 vises det også kardinalitet, men elevens pause fra tellingen til utsagn om endelig mengde kan tyde på usikkerhet på hva mengden er.

Det andre eksempelet i «systematisk telling» ser vi i linje 5.2.6 og 5.2.11. Olivia grupperer to og to når hun teller, i to ulike tilfeller. I ene tilfelle legger hun til en enkel til slutt. Når hun legger sammen mengdene teller hun mengden sin på nytt.

5.2.6 Olivia:	(har et tårn fra forrige oppgaven) 1, 2, 1, 2, 2, 4, 6, 8, 9 (holder tommelen over to klosser for hver, så tar hun en enkelt til slutt som hun også legger tommelen på)
	…

5.2.11 Olivia: (teller først sitt eget, med samme teknikk som ista, 2 og 2) 1, …, 9

I linje 5.2.6 teller Olivia en-to, to ganger, før hun teller i par opp til åtte med tommelen på hvert par, etterfulgt av at hun teller siste kloss. Ordinalitet blir synliggjort når hun grupperer og teller. Med denne strategien tyder det på at Olivia har kontroll på at tre, fem og syv kommer mellom hvert partall, som gjør at hun ikke trenger å telle dem. Det at hun teller ni til slutt synliggjør hennes kunnskap om at dersom hun hadde telt i par på siste klossen, ville hun kommet for høyt. Hun viser også en-til-en korrespondanse mellom tallene med at hun knytter par med klosser til tommel. Til slutt i linje 5.2.11 telles mengden på nytt når hun skal legge sammen mengdene. Dette tolker vi til at hun ikke klarer å overføre den tidligere telte mengden til den neste mengden som skal telles. Vi tolker det til at hun kan ha utfordringer med å identifisere mengde ut fra siste telte tallet fra forrige mengde.

4.2.2 Relatere tall til mengde

Det første eksempel under «relatere tall til mengde» finner vi i Linje 1.2.18-27. Frida bygger et tårn på 9 klosser. Hun bruker konkretene til å representere mengden, men teller mengden fra start hver gang en kloss blir lagt til. Til slutt sier studenten et veiledende spørsmål som peker på at hun mangler siste klossen. Etter den blir lagt til teller hun en for mye, men reagerer ikke noe på det.

1.2.18 Frida: (Teller med en finger på tårnet) 1, 2, 3, 4, 5, 6.

1.2.19 Student 1: Da må vi ha noen til.

1.2.20 Frida: (Tar en kloss fra kassa, og fester den på toppen) (Jacob holder på med tårnet sitt, det detter fra hverandre, og han setter det sammen igjen)

1.2.21 Student 1: Da har du?

1.2.22 Frida: (Teller helt fra starten igjen) 7 (og ser på studenten)

…

1.2.26 Frida: (fram til 8 nå)

1.2.27 Student 1: Er det ni?

1.2.28 Frida: En til. (Legger på en siste kloss, teller fra første) 1, 2 … 7, 8-9 (på samme klossen) 10. ……

I linje 1.2.18 knytter Frida klosser opp mot hvert enkelt tall. Dette tyder på at hun har en viss forståelse for en-til-en korrespondanse. Når hun fester en ny kloss i linje 1.2.20 og teller hele mengden på nytt i 1.2.22, tolker vi det til at hun ikke ser sammenhengen med at når en mengde øker, blir også tallet større. I denne linjen tolker vi det til at hun viser kardinalitet med at mengden representeres av tallet syv. Ordinalitet kommer til syne når hun viser telle-prosessen, men i og med at hun teller på nytt og ikke teller fra sist telte tall, tyder det på at forståelsen for ordinalitet er begrenset. Videre fortsetter en lignende prosess i linje 1.2.26 der eleven viser forståelse for ordinalitet i en tallrekke, men klossene ser ut til å forvirre istedenfor å assistere prosessen. I linje 1.2.28 svarer eleven på at hun mangler en klosse. Når eleven videre legger til en kloss, teller hun først hele mengden på nytt, åtte og ni på samme kloss, og til slutt ti. Dette kan tyde på at eleven har utfordringer med å knytte mengde til riktig tall med at hun representerer en kloss som to tall. Når hun får ti til slutt er det lite som indikerer at eleven reflekterer over egen påstand.

Det andre eksempelet under «relatere tall til mengde» skjer i linje 3.2.2 til 3.2.8. En elev bruker klossene og kunnskapen for å lage sitt tårn på åtte kjapt, viderefører informasjon fra det tårnet han hadde i forrige oppgave og hjelpe William med å finne fram hvor mange han mangler. Når Aksel skal løse oppgaven tar han i bruk klossene han akkurat telte for å så legge de til det tårnet han lagde i starten.

3.2.2 Aksel:	Du har fjorten? (elevene deler tårnet i to, og de bytter fra den de lagde i første oppgaven)
3.2.3 William:	Har jeg fjorten nå? (Teller over tårnet)
3.2.4 Aksel:	(tar en klosse fra kassa) nei (og fester det på tårnet med 8) det var 11. (Sette fra seg sitt tårn, og tar ut en og en og teller) 12, 13, 14 (og legger de på William sin side av bordet)
3.2.5 William:	(Teller på nytt et par ganger, og teller lavt for seg selv) 1, 2, 3, 4, 5, … 10, 11 (Tar fra haugen Aksel laga til, og de teller i lag) 12, 13, 14.
3.2.6 Student 1:	Kor mange har dokke to til sammen nå?
	….
3.2.8 Aksel:	(Ser over den William har, så teller sin egen med en finger på hver kloss, mens han lavt sier tallene for seg selv) 23.

I linje 3.2.2 til 3.2.4 assisterer Aksel sin medelev William i å komme i gang med oppgaven gjennom å bygge tårn for ham. Vi tolker i denne sammenhengen at Aksel utnytter mengden i en tidligere oppgave, da hadde Aksel 11 klosser og William 8, for å ha en mengde å jobbe ut fra. Når Aksel bytter til seg det laveste tårnet tolker vi det til at han har forståelse for mengden klossene representerer. I linje 3.2.4 tyder det på at Aksel har forståelse for kardinalitet, ved at han stadfester hvilken tall som representerer mengden. I forrige oppgave var åtte, noe som ikke har forandret seg, som han utvider med å legge til en på det ene tårnet og tre på det andre. Det er ikke bare tallet som representerer mengden, men mengden som representerer tallet. Aksel viser en-til-en korrespondanse mellom tallene og mengden, i tillegg til å vise forståelse for at siste tallet representerer mengden telt. Til slutt i linje 3.2.8 bruker

Aksel den mengden de telte i lag som utgangspunkt før han teller seg videre fra mengden for å finne svaret. Dette kan tyde på at Aksel utnytter tallene og mengden fra tårnet til William som utgangspunkt, for å finne den nye mengden. Ordinalitet viser Aksel når han teller fra toppen av det ene tårnet før han svarer 23. Vi kan ut fra dette tolke at han begynte å telle fra 14 og startet med 15, som viser at han klarer å relatere tall til mengde.

4.2.3 Ulike representasjoner av tall

Det første eksempelet i «Ulike representasjoner av tall» skjer i linje 2.2.5, 2.2.12-14 og 2.2.18. Oliver har en mengde, som skal legges sammen med medelev sin mengde. Oliver har en strategi som bruker fingrene til å løse den, før han tar i bruk konkreter som representasjoner. I dette byttet er det noe som går galt og eleven får et annet svar enn hva han opprinnelig hadde.

2.2.5 Oliver:	(Samme teknikken som i første oppgave, teller fort på fingrene, kommer til "sitt" tall, starte nytt på den andre mengden, men istedenfor å begynne på 1, teller 15 med første finger) … 16, 17, 18, ... 22, 23. 23
	…
2.2.12 Oliver:	(Ser litt på tårnet, så teller over tårnet igjen, denne gangen hver enkelt) 1, 2, 3, 4, ..., 9, 10. (Tar en ny klosse fra kassa) 11, er det 12 som man må ha? (ser på student)
2.2.13 Student 1:	14.
2.2.14 Oliver:	… Det er ikke noe gul oppi her, bare littegrann (Oliver finner to gule som henger sammen i kassa, men teller over tårnet på nytt) 1, 2 ….., 10, 11, 12-13 (menst han putter tårnet med to i oppå)
	…
2.2.18 Oliver:	Det blir til sammen (legger vekk tårnet. Teller med fingrene, fort, men kommer på tårnet. Teller sitt tårn uten fingre og med fingre på tårn nr. to). 15, 16, …, 23, 24 (Eleven ser usikker ut)

I linje 2.2.5 representerer Oliver hele mengden i oppgaven på fingrene. Vi tolker denne teknikken som en strategi eleven har laget seg med å se på fingrene som tallbilde. I denne sammenhengen viser to fulle hender seg som 10. Eleven klarer å representere mengden slik ved å telle den andre mengden og å vite at han skal åpne 9 fingrer, altså en mindre enn 10. Når eleven bytter representasjon til klossene i linje 2.2.12-2.2.14 ser vi at eleven glemmer mengden og henger seg opp i fargen på klossene. Ut fra dette kan vi tolke at klossene blir et forstyrrende element i denne sammenhengen. Oliver teller mengden på nytt, noe som gjør at hans overgang mellom ulike representasjoner ikke virker naturlig. Det at han glemmer mengden han skulle ha kan tyde på at overgangen fra å representere 14 med fingrene, til å skulle representere det med klossene blir unaturlig. Til slutt i linje 2.2.18 velges fingrene bort, han teller heller på konkretene og kommer frem til 24. Dette tolker vi til at konkretene ikke fungerte som et verktøy til å finne feil, for Oliver. Usikkerheten han viser kan tyde på at han vet noe ble feil, men klarer ikke helt å sette fingeren på hva.

Det andre eksempelet i «Ulike representasjoner av tall» finner vi i linje 5.5.8 og 5.5.20-23. Elevene har nettopp fått beskjed at de skal ha 23 klosser i lag. Olivia tar ansvaret for å lage mengden for de to elevene. Når hun videre løser oppgaven, roter hun seg bort i tellingen. Til slutt ser vi at Olivia bruker klossene til å finne den feilen som akkurat ble gjort, og bruker klossene i lag med fingrene til å representere hvor klossene skal deles.

5.5.8 Olivia:	(fortsetter å feste klosser på sitt tårn) 20, 22, 23. sånn, da har jeg 23
	…
5.5.20 Student 1:	… Så da har vi 23 her. Iben eiger 14 av disse. Hvor mange eiger da Olivia
5.5.21 Olivia:	(Teller først en og en, menst hun tar på hver kloss og kommer til) 1, 2, …19 (undrer seg litt, og starter på nytt)
	…
5.5.23 Olivia:	(Begynner nå. Teller to og to, har to fingrer framme, og tar på de klossene de representerer) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 (stopper med de to fingrene her, og holde de der, mens hun bruker en finger på den andre handa) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (rekke opp handa) 9.

I linje 5.5.8 bygger Olivia ferdig et tårn. Vi kan se at hun har en noe oppstykket telling, men klarer å representere mengden hun skal ha med klossene. Videre ser vi at eleven i linje 5.5.20 og 5.5.21 teller seg vilkårlig opp til 19 før hun slutter. Dette kan tyde på at oppfattelsen hennes av hva oppgaven var ble feil når hun begynte å telle. Når hun kom til 19 brukte eleven klossene til å se at mengden ble for stor og at det hadde blitt gjort en feil. I linje 5.5.23 starter Olivia med å representere to og to klosser med to fingre. Hun stopper på 14 og teller videre en og en kloss med en finger. Vi tolker at Olivia knytter klossene til tellingen og klarer å representere hver enkelt kloss i par når hun teller. Hennes overgang fra finger til tall og klosser gjør at overgangen til å skulle telle den siste klossen går uten problemer og hun finner en ny måte å representere det på.

4.2.4 Enkel aritmetikk

Det første eksempelet under «enkel aritmetikk» skjer i linje 4.2.18-22. Mathias og Nora skal legge sammen to mengder. De velge å strukturere mengden etter farger, noe som gjør at de jobber i lag for å sette de sammen. Til slutt teller Nora hele tårnet i ett.

4.2.18 Nora:	(Skubber sitt over, sette det først oppå, så dele det mer opp) okei, vi deler det i farger. Okei putt di på sann (Viser til det tårnet med blå hun hadde fra før av)
4.2.19 Mathias:	(Tar av en og en, og legger det i tårn med de samme fargene)
4.2.20 Nora:	Okei, ta gul her, også har du en gul til (tar det gule tårnet pluss den enkle gule klossen)
4.2.21 Mathias:	(Fester de blå i et tårn) har du en hvit? (peker på den ene hvite klossen de har tatt i bruk)
4.2.22 Nora:	(tar de resterende blå og grønne og gjør sånn alle fargene er i et tårn) (Deretter lager de et felles tårn med alle klossene delt inn i farge) Okei, jeg teller (Legger tårnet vannrett og fra høyre mot venstre, pekefingeren indikerer hvor lang man har kommet, venstre handa bruker eleven til å flytte tårnet.) 1, 2, 3, 4, 5, 6, …, 21, 22, 23 (ekstra trykk på den, og løfter opp begge hendene)

I linje 4.2.18 deler elevene klossene i tårn etter farger. Vi antar at fargen til klossene utnyttes som en egenskap til å bygge tårn i like farger. Elevene strukturerer den store mengden i mindre og mer håndterbare tårn. Fra linje 2.2.19 til 2.2.21 ser vi hvordan elevene jobber for å fordele fargene. Det kan tyde på at når de legger sammen, er det ikke størrelsen på mengden de ser etter, men fargene som er det interessante. De festes sammen til flere mindre tårn, der alle blir sortert uten at det bryr seg om størrelsen på tårnene. Til slutt i linje 4.2.22 blir tårnene satt sammen og talt. I denne sammenhengen blir alle klossene talt, og de gir ikke noe inntrykk i å bruke grupperingene de laget. Dette kan tyde på at elevene klarer å vise en strukturering med klossene, men at de ikke klarer å bruke undergruppene når de skal legge sammen mengdene. De har derimot klart å laget undergrupper, noe som kan tyde på at de ser mengden 23 i flere deler når de bruker klossene etter farge.

Det andre eksempelet i «enkel aritmetikk» skjer i linje 3.5.22-26. William og Aksel representerer løsningen sin med konkretene de har. Elevene fjerner først en mengde fra tårnet. En elev tar ansvaret med å telle og fjerne, mens andre fester det i et nytt tårn. Når de skal svare på hva som er resterende, teller en elev over den mengden han sitter igjen med.

3.5.22 Student 1:	Så eige William 14 av disse. Kor mange av dei er da Aksel sine?
3.5.23 William:	(Bryter av klossene som han skal ha) 1,2, 3 (tar av en treer) 4, 5 (i toer, og setter de i lag me de 3).

3.5.24 Aksel:	6, 7, 8 (Tar av en og en fra det lange tårnet og legge det bort til William, som fester det på sitt tårn) 9, 10, 11, 12, 13, 14.
3.5.25 Student 1:	Hvor mange har da Aksel?
3.5.26 Aksel:	(Tar opp sitt eget tårn, og holde det i den ene hånda og teller med en finger, stille) 9. (William bygger på alle klossene sine, også sette det oppreist når alle 14 er på)

I linje 3.5.22 og 3.5.23 starter William med å ta av den mengden han skal ha. Strategien han bruker er å fjerne klossene fra tårnet, også telle når de festes igjen. Vi tolker det til at William bruker klossene til å representere mengden han skal ha. Når Aksel i linje 3.5.24 tar ansvaret for å telle og ta av for William, vises det at han bruker klossene til å representere regnestykket videre i samarbeid med William. Vi tolker det til at siden Aksel skal ha tårnet til slutt, tar han ansvar og fjerner de som han fikk. Til slutt i linje 3.5.26 teller Aksel det resterende tårnet for å svare på hvor mange han har. Vi tolker det til at han ser på hele prosessen som en regneoperasjon hvor hensikten er å stå igjen med det tårnet som ble hans. William trente ikke å bygge mengden, men det at den ble fjernet og bygd opp igjen illustrerte for han at dette var hans.

4.2.5 Oppsummering av kombinere/Separere

Det vi fant som viser elevers tallforståelse ved bruk av konkreter når de arbeider med den additive strukturen kombinere/separere var; Innenfor "systematisk telling" ser vi først elevene setter tårnene sine inntil hverandre. De teller på to forskjellige måter. Ene eleven strukturerer tellingen med å telle annenhver kloss i tårnene, den andre teller et og et tårn og skiller mengdene på den måten. Disse to strategiene viser ordinalitet. Elevene knytter også tårna til en mengde ved denne strategien. Begge elevene viser kardinalitet ved å gi 23 som svar etter telling, den ene viser litt usikkerhet. Det andre funnet er en elev her som teller først tårnet i par, før hun legger til den siste. Dette viser kontroll på rekken og ordinalitet ved at eleven gjør hopp i tallrekken, men fortsatt holder kontroll; utnytter dette med å legge til en enkelt. Utfordringer med kardinalitet blir synliggjort med omtelling på mengden fra forrige del. Samt en til en korrespondanse. Innenfor fons kategorien "relatere tall til mengde" ser vi først en elev som gjentatte ganger må telle tårnet på nytt når hun legger til en kloss. Samtidig krever dette mye veiledning. Eleven viser både ordinalitet og evne til å knytte tall og kloss til hverandre i hver avskilt telle sekvens. Det er når hun legger til en ekstra, henger ikke kardinalitet helt sammen. Hun klarer ikke fortsette telleprosessen. Konkretene kan synes til å være den forstyrrende faktoren, og til slutt mister eleven kontroll på hvor mye hun skal ha. Tiltros for hun sier hun mangler en for å få 9, og hun legger på en, teller eleven til 10. Til slutt ser vi en elev som benytter seg av klossene. Eleven bryter opp klossene i to. Han svarer på hvor mange klosser som mangler samtidig som han bygger ferdig sitt tårn. Dette viser at eleven klarer å knytte tall og mengden sammen, både i en telleprosess hvor eleven klarer å knytte ordinalitet og kardinalitet til tårnet med å plukke opp tråden. Når eleven skal fullføre oppgaven styrker dette tolkningen vår. Han starter fra kardinalitet tårnet han telte i lag med medeleven, før han teller sitt tårn videre.

For “ulike representasjoner av tall” ser vi først en elev bruker fingrene som tallbilde og løser 14 + 9 med dette. Han deler opp mengdene og klarer å bruke fingrene til å løse oppgaven raskt. Videre blir det en overgang til klosser. Når han bygger blir det glem antallet han skal ha, og klossene blir forstyrrende for eleven. Når han skal løse oppgaven begynner han med fingrene, men bytter til klossene fort, kommer til 24 nå. Eleven gir tegn på å være usikker, men han klarer ikke å bruke konkretene til å finne feil. Hans bruk av fingrene tolkes som en grunn til at han blir usikker når klossene er flere. Tolkes til at fingrene er innlært, tallbilde er bedre på fingrene enn til klossene. I det andre funnet bruker eleven aktivt klossene i bygging og telling av felles mengde. De bruker klossene i en aktiv, men noe oppstykket telling, som kan gjøre at eleven klarer å holde kontroll. Videre teller hun til en tilfeldig mengde, men ser undrende ut på klossene og bruker dem til å rette opp i feilen. God en til en korrespondanse. Til slutt representerer hun de to delene av tårnet med to og to fingre opp til 14, for å så holde de på den plassen, og telle enkelt de hun sitter igjen med. En-til-en korrespondanse representeres forskjellig. Kardinalitet til hele tårnet blir delt i to og ordinalitet ved telling fra start igjen. Til slutt ser vi først i “enkel aritmetikk” ser vi først at eleven bestemmer seg for å dele tårna inn i farger, som gjør mengden mer håndterbar når det skal legges sammen. De samarbeider i denne prosessen. Egenskapen til tårnet blir brukt til å skape denne strukturen. Til slutt setter de alle tårna sammen, og teller en og en opp, og setter opp tårnet. Viser kardinalitet, ordinalitet og en-til-en korrespondanse i løsningen, men grupperingen de laga var ikke tatt videre nytte av. Til slutt ser vi elever som bryter av deler eller enkelte klosser og teller seg oppover til mengden som skulle fjernes. En tar av og teller, andre fester. Telling som regnestrategi for subtraksjon. Eleven teller det resterende som svar på hva han har, som kan tyde på at han ser på prosessen som en regneoperasjon. Gjør noe med det som var igjen.

4.3 Sammenligningsoppgaver

Innenfor sammenligningsoppgaver jobber elevene med en oppgave:

Oppgave 3: *«Ole har 6 klosser og Frida har 15. Hvor mange flere enn Ole har Frida?»*

4.3.1 Systematisk telling

Det første eksempelet i «systematisk telling» finner vi i linje 6.3.2 – 4. Oskar og Noa teller systematisk og viser at de har kontroll på at siste tall talt i en mengde representerer hele mengden. De begge bruker også klossenes til å telle mens de bygger. Forskjellen på elevene er at den ene eleven teller klosser i par.

6.3.2 Oskar:	(legger bort tårnet fra forrige oppgave. Tar først en kloss, så et par med klosser) 1, 3
6.3.3 Noa:	(Teller og tar ut en og en kloss, teller lavt) 1, 2, 3, …, 6 (holder den i hånda)
6.3.4 Oskar:	(Teller så en og en) 4, 5, 6, … 12 (tar et tårn med to) 13-14, (så en enkelt en) 15.

I linje 6.3.2 tar Oskar en kloss, deretter et par klosser, og sette dem sammen og sier tre. Dette tolker vi til at han har kontroll på tallrekka. Dersom man legger sammen en og to, får man tre, dette underbygger ordinalitet hos eleven. Videre i linje 6.3.3 teller Noa systematisk fra en til seks og plukker klosser samtidig som han teller. Dette tyder på at han har kontroll på hvilket tall som følger hverandre når han teller. I prosessen tolker vi at Noa viser en-til-en korrespondanse ved å telle hver kloss etter hvert som de blir plukket og festet på tårnet. Videre teller Noa frem til han stopper når han er kommet til seks. Dette viser kardinalitet til mengden, som representerer antall klosser i mengden. Til slutt i linje 6.3.4 teller Oskar klosser og bygger tårn frem til han stopper. Dette tolker vi til at Oskar har kontroll på kardinalitetsaspektet gjennom hans stopp i tellingen på tallet 15, som illustrerer mengden telt.

Det andre eksempelet i «systematisk telling» finner vi i linje 4.3.2-5. Mathias setter i gang med sin del av oppgaven. Nora setter så i gang etter hun får sin del. Begge elevene i dette eksempelet viser at de klarer å telle systematisk opp til den gitte mengden. De begge kan både tallrekka og det å kunne si noe om at det siste tallet er den endelige mengden. Forskjellen disse er at den ene eleven viser kunnskap til å kunne telle systematisk i par.

4.3.2 Mathias:	(Ser først på at Nora prøver at han skal ta fra det høye tårnet, men bestemmer seg for å ta en og en ut av kassa) 1, 2, 3, 4, 5, 6 (Teller høyt, og legger trykk på hver tall, spesielt 5, 6) 7, 8.
4.3.3 Student 1:	Så har Nora 6 klosser (Sies lavt til Nora)
4.3.4 Nora:	2, 4, 6 (tar av to og to fra tårnet fra forrige oppgave, og teller de i par høyt, legger de i haug, så legger det resterende oppi kassa igjen og deler de opp)
4.3.5 Mathias:	(Dette ut av tellinga når Nora begynner, og dobbeltsjekke hvor mye han har, tar fingeren mellom hver klosse) 1, 2, 3, …, 7, 8! 9, 10, 11, 12, 13, (tar ut en og en, og teller på samme måte, og sir hvert tall tydelig) 14, (får en kloss av Nora og Nora teller 14 første gang i lag, tårnet detter sammen, men hun teller 14 igjen når han setter tårnet opp igjen) og 15

I linje 4.3.2 ser vi Mathias bygge og telle med klosser som vi tolker til at han forstår en-til-en korrespondanse til klossene. Samtidig sier han tallrekka riktig noe som vi tolker til å underbygge ordinalitet. Videre i linje 4.3.3 og 4.3.4 teller Nora systematisk til seks i par. Dette viser hennes forståelse for hvilket tall som kommer etter hverandre i partallsrekken, noe som underbygger ordinalitet. Til slutt i linje 4.3.5 starter Mathias tellingen på nytt. Dette tolker vi til at Mathias har utfordringer med å holde fokus på det han selv gjør, samtidig som noen andre for teller verbalt. Til slutt kommer han seg gjennom tellingen når han er den eneste som teller, noe som kan tyde på at han til dels klarer å telle systematisk, men at det kan ta litt lenger tid. Til slutt tolker vi at når han klarer å identifisere mengden av klossene ut ifra det siste tallet han telte, underbygger dette kardinalitet.

4.3.2 Relatere tall til mengde

Det første eksempelet i «relatere tall til mengde» finner vi i linje 2.3.3-8. Oliver viser at han relaterer tall til mengde med å bruke tidligere mengde og legge til en kloss for å få den mengden han skal ha. Sara bygger to tårn og viser at hun klarer å slå sammen mengden, uten å fysisk bygge dem sammen, og argumenterer for at den ene pluss den andre blir den mengden som oppgaven sier. Begge elevene klarer å relatere tallene i oppgaven til en fysisk mengde som de lager til.

2.3.3 Oliver:	Jeg har 14, så da trenger jeg en til. (Tar en ny klosse fra kassa)
2.3.4 Sara:	(tar to og to ut av haugen. fester de først i hop) sann. (Setter klossene opp i to tårn, med 3 i hver) Sann, nå er det. (setter tårna opp ved siden av hverandre.)
2.3.5 Student 1:	Så du har 6 stykker og det vet du fordi at? ka har du gjort her da?
2.3.6 Oliver:	Her er femten (har da en haug med klossene fra oppgavene ista og den ekstra han la til, og samler de vekke fra de andre klossene på bordet)
2.3.7 Sara:	Det er tre og tre, og det blir seks.
2.3.8 Oliver:	(Har nå begynte å bygge sine klosser til et tårn, og bygger det så helt ferdig til et tårn) 15 er veldig mye klosser.

I linje 2.3.3 og 2.3.6 kommer Oliver med utsagn som vi tolker viser en- til en-korrespondanse gjennom hans evne til å se at det mangler en kloss, før han legger den til og får riktig mengde. Videre i linje 2.3.4 og 2.3.7 viser Sara to like høye tårn, som illustrerer det samme som å plusse sammen to like tall og sitte igjen med det dobbelte. Dette tolker vi til at hun viser ferdigheter innenfor relatere tall til mengde, med at hun har to mengder som hun kan sette sammen til en.

Det andre eksempelet i «relatere tall til mengde» finner vi i linje 4.3.7-10. Mathias og Nora kommer først med et anslag på hvor mange flere den ene har enn den andre. Etter et veiledende spørsmål fra student, illustrer den ene eleven at man kan sammenligne høyden på tårnene. Dette gjøres ved å legge dem ved siden av hverandre, og se hvor mye høyere det ene tårnet er enn det andre.

4.3.7 Mathias:	eeeh, 15?
4.3.8 Nora:	12
4.3.9 Student 1:	Ka tenkte du da? (får ikke noe svar) Klare vi å vise dette på en måte med klossene?

4.3.10 Nora:	Vent, jeg har en god ide (Skyver sitt tårn inntil det på 15) vent (tar begge tårna og legger de vannrett, holde tårna sann at begge startpunkta e likte, også teller fra den klossen på det lengste tårnet som begynner forbi det korte) (en finger, mens den andre holde begge tårna tett, teller stilt, men laget litt lyd for hver gang hun flytter fingeren) aaaah, (løfte opp begge tårna) 9!!! (viser til studenten, så til andre eleven)

I linje 4.3.7 og 4.3.8 tipper begge elevene 15 og 12 på spørsmål om hvor mange flere Mathias har enn Nora. For å få de inn på sporet stiller student 1 i linje 4.3.9 veiledende spørsmål. Spørsmålet fører til umiddelbar respons fra Nora i linje 4.3.10. Når hun setter sammen tårnene for å sammenligne tolker vi det til at hun klarer å relatere tall til mengde. En-til-en korrespondanse vises når hun teller begge tårnene likt frem til tårnet på seks er ferdig. Hun teller etter dette videre for å se hvor mange flere klosser det er i tårnet på 15. Når hun kommer frem til at det ene tårnet har ni flere klosser enn det andre, viser dette at hun har forstått at ni er mengden som Mathias har flere klosser enn Nora.

4.3.3 Ulike representasjoner av tall

Det første eksempelet i «ulike representasjoner» skjer linje 2.3.10 og 2.3.12-14. Oliver har 15 klosser og skal finne ut hvor mange flere enn Sara han har. Det første han gjør er å starte over 4, mens hun hadde 6. Når studenten stiller oppfølgingsspørsmål, representerer eleven prosessen med å fjerne 6 klosser fra mengden, for å telle det han har igjen.

2.3.10 Oliver:	1, 2, 3, 4 (på sin egen) han har fire? Eeeh, nei, hun har 6 (Teller over hele en gang, og begynner etter de fire første) 11, 11 flere.
	…
2.3.12 Oliver:	1, 2, 3, 4, (teller usikkert videre) 5… 6 (tar av de han telte under) Her må du ta av, da har vi bare så mye igjen (holder opp den "øverste" mengden)
2.3.13 Student 1:	Så kor mange flere har du da?
2.3.14 Oliver:	(etter litt fundering, teller tårnet) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 9! (Tar opp den andre) Det her er og 6, så (peker på det andre tårnet igjen) så det er blir det som er mer

I linje 2.3.10 teller Oliver usikkert fire på tårnet, innser så en feil og retter seg selv, men begynner på samme plass uansett. Dette kan tyde på at klossene ikke representerer det han egentlig ser for seg at de skulle gjøre. Når han teller, klarer han å representere den resterende mengden av klossene. Dette kan tyde på at han vet at det som ikke fjernes, er mengden som representerer hvor mye mer han har. Når eleven blir oppfordret til å utdype, starter han i linje 2.3.12 å fjerne de første klossene, noe som gjør at han fjerner rett mengde. Han bruker klossene til å rette opp tidligere feil og klarer så å fjerne rett mengde. Usikkerheten som blir vist, kan vi tolke til at han merker at noe er annerledes, men han fortsetter arbeidet i visshet om at han løser det rett. Til slutt i linje 2.3.14 legger konkretene til rette for telling. Dette tyder på at han mestrer forskjellige representasjoner av tall, hvor han viser at han vet at klossene skal representere den mengden han sitter igjen med.

Det andre eksempel i «forståelse av ulike representasjoner» ser vi i linje 6.3.7-8. Noa viser at han ikke forstår sammenhengen ved denne strategien og teller over begge tårna. Oskar bruker klossene til å representere hvor mye større hans mengde er.

6.3.7 Noa:	(Teller fra bunnen av det høyeste tårnet, er usikker på hvorfor tårna skal være inntil hverandre. Viser med en finger hvor han er og teller stille)
6.3.8 Oskar:	(Teller fra over tårnet på 6 på sitt eget tårn. Teller stille inni seg og viser med finger. Stopper når han er ferdig, og svarer når Noa har tatt fingeren sin opp til den siste) 9.

I linje 6.3.7, begynner Noa å telle fra bunnen av tårnet. Det kan tolkes som at den additive strukturen, som er mot det visuelle, påvirker eleven. Han klarer ikke å forstå hva Oskar skal representere med tårnene. I linje 6.3.8 viser Oskar sin tankegang gjennom måten han setter opp klossene. Han ønsker å representere tårnene slik at han kan telle forskjellen i mengden fra toppen av det lave tårnet til toppen av det høye tårnet. Dette kan tyde på at eleven klarer å representere mengden oppgaven ber om med å illustrere forskjellen på høyde i tårnene.

4.3.4 Enkel aritmetikk

Det første eksempelet i «enkel aritmetikk» finner vi i linje 3.3.2-4. William skal lage et tårn på seks klosser. Eleven brekker av tre klosser i to omganger, setter de inntil hverandre og viser dem frem som to mengder. Setter de sammen for å vise at han har laget seks.

3.3.2 William:	(Brekker av 3 fra sitt tårn to ganger, og holder de sammen. er på vei til sette den ene oppå den andre, men stopper når han blir spurt)
3.3.3 Student 1:	Ka gjorde du nå William?
3.3.4 William:	Jeg har tatt sånn at det blir seks. (viser de fram med to vedsiden av hverandre, så setter de sammen til ett tårn)

I linje 3.3.2 knekker William av to tårn, og setter dem sammen. Dette kan tyde på at eleven deler opp den mengden han skal ha i to. Når han gjør dette to ganger adderer han, og bruker klossene som verktøy for å danne en mengde på seks. Han setter dem sammen og illustrerer for seg selv at tårnene er like høye. Han viser at han klarer å dele opp mengden. Til slutt i linje 3.3.4 forklarer William at det blir seks, og viser dem først ved siden av hverandre før han setter dem sammen. Dette kan tyde på at eleven har en bevissthet på at de to delene sammenslått viser den mengden han skal ha.

Det andre eksempelet i «enkel aritmetikk» ser vi i linje 5.3.11 og 5.3.14-16. Olivia får spørsmål om hvor mange flere klosser hun har. Eleven sin strategi er å legge tårnene oppå hverandre. Hun dobbeltsjekker at hun måler fra samme startpunkt. Videre løser hun oppgaven med å telle fra slutten av det lave til slutten av det lange, og forklarer strategien med egne ord.

5.3.11 Olivia: (Legger sitt tårn ned på bordet. Iben legger sitt tårn midt på, men Olivia flytter det helt bort til venstre/nederst på tårnet. Sjekker grundig at det er helt bak og telle fra hvor det minste tårnet slutter) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. (rekker opp handa) 9.

…

5.3.14 Olivia: Jeg telte bare de her (peker på de bortafor 6'er tårnet)

5.3.15 Student 1: fordi at?

5.3.16 Olivia: fordi det er det som viser hvor kort den (peker på den korte) er i forhold til den (peker på den lange)

I linje 5.3.11 bruker Olivia klossene til å finne ut hvor mange flere hun har og bruker de til å illustrere tankegangen sin. Her kan man se for seg at hun fjerner de seks nederste klossene eller bygger et fiktivt tårn som erstatter den delen av det lave tårnet som må til for at tårnene skal bli like høye. Hun er også selektiv med tanke på at hun begynner å telle på nytt, som kan tyde på forståelse. Når hun sammenligner klossene, viser hun god aritmetisk kompetanse. Til slutt forklarer Olivia strategien sin i linje 5.3.14 og 5.3.16. Overgangen fra å fysisk bruke strategien til å kunne sette ord på hva hun gjorde tyder på at hun har en forståelse for hva hun skal frem til. Det tyder også på at eleven tolker struktureringen av oppgaven på en sånn måte at hun klarer å illustrere det med klossene målt inntil hverandre.

4.3.5 Oppsummering av sammenligning

Det vi fant som viser elevers tallforståelse ved bruk av konkreter når de arbeider med den additive strukturen sammenligning var; Innenfor "systematisk telling" et funn hvor en elev som viser ordinalitet med å telle en enkelt og to klosser som 1, 3. Senere ser vi samme eleven teller mens han tar på en og en, deretter raskt to klosser. Han viser også kardinalitet når tårnet er ferdig og sier 15. Den andre eleven teller og bygger samtidig. Han viser både ordinalitet og en-til-en korrespondanse i dette. Viser kardinalitet med å stoppe på tallet og viser seg ferdig med å holde oppe tårnet. I det andre funnet ser vi at den ene eleven teller enkelte. Han viser en-til-en korrespondanse mellom tall og klosser, og bygger tårn samtidig som han teller. Eleven mister fokus, og må starte på nytt flere ganger. Samme når tårnet detter sammen. Viser kardinalitet ved både tallord og å sette opp tårnet når han er ferdig. Den andre eleven viser systematisk telling med å telle i par, som viser ordinalitet hennes. Hun fjerner også resterende mengder fra bordet. I "relatere tall til mengde" ser vi i det første funnet en elev bruker kardinalitet han har gitt tårnet fra forrige oppgave, og tar opp tellingen derfra. Det er i en haug, men eleven setter mengden sammen etter han har lagt til det som mangler. Ser at eleven har en god forståelse og klarer å representere tall med mengden i haug og som bygd tårn. Vi ser også en elev som viser sin mengde med to like høye tårn. Hun illustrerer å legge sammen de tallene, knytter tall og to like tårn til mengden hun skal ha. "Tre og tre blir seks". Til slutt ser vi at begge elevene tipper to forskjellige svar. Dette kan si noe om deres forhold mellom tall og mengde, og hvordan de kan bruke tårna til løsningsstrategi. Viktig at en elev sier 15, som er mengden på det lengste tårnet, mens andre sier 12. De skal finne ut differanse mellom 15-6. Til slutt gjør hun som sier 12 en strategi hvor hun setter tårna sammen. Passer ekstra godt på at de har samme startpunkt. Teller fra den øverste. Sier oss noe om tolkningen hennes av oppgaven, hvordan hun knytter tall og mengde sammen med å telle en mer visualisert mengde til slutt.

I "ulike representasjoner av tall" ser vi først at eleven vet hva han ønsker å representere, men bruker klossene på feil måte og begynne på feil plass. Dette kan tyde på at klossene som representasjon er forstyrrende for strategien. Etter veiledning prøver eleven igjen. Noe som gjør at han teller seg opp til 6, fjerner den mengden og teller det resterende. Her viser eleven at overføringen til klossene lar han gjøre oppgaven igjen og får rettet opp i svaret og løst oppgaven slik han tenkte fra start. I det andre funnet ser vi en elev som ikke vet hvordan representasjonen med klossene skal brukes og teller bare over de han har foran seg. Den visuelle strukturen kan ha innspill på at dette skjer. Den andre eleven, som satt klossene slik, representerer klossene opp mot hverandre, og illustrerer det som blir differansen med å telle det. Til slutt, innenfor "enkel aritmetikk", er det første funnet av en elev brekker av to tre'er tårn, og skal sette de sammen før han blir spurt. Når han blir spurt hva han gjorde svarer han at de blir tatt sånn at de blir seks og viser dem fram ved siden av hverandre før han setter de sammen. Viser tall bilde ved at de er like høye, enkel aritmetikk ved at to tre'er blir seks og visuelt viser dette med å putte dem sammen. Til sist ser vi en elev som aktivt bruker klossene for å løse oppgaven. det er med på å illustrere hva hun gjør, og som verktøy for å kunne telle seg fram til svaret. Enten fjerner de seks nederste, eller fiktiv bygger det opp slik de blir like. Hun er også obs på å få tårnet helt bak. Hennes forståelse for oppgaven viser hun med å forklare hva hun gjorde, hvor hun refererer til størrelsesforskjellen på tårna. Hun viser hvilken mengde hun leter etter og illustrerer det med klossene målt inntil hverandre.

5.Drøfting av funn

Dette kapittelet vil ta for seg de funnene vi fant i resultatdelen og drøfte dem opp mot relevant forskning og teori. Vi vil reflektere over sammenhengen til forskningsspørsmålet gjennom drøftingen. Drøftingskapittelet er delt inn i kategoriene for grunnleggende tallforståelse. Det blir gjort slik vi kan se på de utvalgte FONS kategoriene i lys av forandringene som skjer gjennom additive strukturer, både likheter og ulikheter.

5.1 Systematisk telling

Andrews & Sayers (2015) hevder at elever som har forståelse for systematisk telling kan å telle opp og ned fra et vilkårlig tall, samt ha kontroll på at alle tall har sin faste posisjon i en tallrekke. Denne uttalelsen om systematisk telling støttes av det vi har funnet gjennom vår studie. I arbeid med ulike additive strukturer tyder funnene for systematisk telling på at alle elevene viser forståelsen. Ordinalitetsaspektet kommer frem gjennom deres kunnskap om tallrekker og egenskapene de viser innenfor funnene for systematisk telling. Dette er i tråd med Baccaglini-Frank et al. (2020), sin definisjon av ordinalitet som handler om å assosiere tallsymbol til tallord, kunne tallordrekken, og hvordan tallenes plassering sier noe om hvilket tall som kommer før og etter. At elever bruker fingrene og klossene til systematisk telling gjenspeiler Siegler (1987) og kan da tyde på at oppgavene er for utfordrende for elevene. Det kan være grunnet for eksempel et for høyt antall de skal telle i hver mengde, eller en for innviklet struktur på oppgavene de blir presentert. Björklund et al. (2019) sitt funn om at elever som teller én og én kloss oftest kom frem til feil svar, stemmer ikke med våre funn i studien. I sammenheng med telling klarte elevene å bruke denne strategien for å telle seg til rett mengde. I et av funnene mistet en elev hvor i telleprosessen han var, men fikk brukt konkretene som hjelpemiddel til å komme seg på rett spor, hvor han til slutt kom frem til en løsningsprosess som resulterte i rett svar. Dette kan ses i sammenheng med Baccaglini-Frank et al. (2020) som fant ut at konkreter er et verktøy for elevene som hjelper dem i form av å prøve seg frem og utforske, selv om det innebærer sjansen for å kunne feile. At alle elevene bruker telling som verktøy kan tyde på at de ikke har en formell strategi for en løsningsprosess når de legger til klossene, som Carpenter et al. (1983) peker på.

Det kommer frem at endringsstrukturen påvirker systematisk telling mest av de additive strukturene. Gjennom endringsstrukturen skjer det ifølge Anghileri (2000) noe aktivt når noe fysisk blir gitt fra en elev over til en annen elev. Funnene viser at endringen bidrar til å systematisere tellingen, ved at klossene blir samlet som et selvstendig tårn, som gjør de mer oversiktlige å telle. I kombinere/separere ser man at elevene sine tårn blir satt ved siden av hverandre, og at elevene tar mer selvstendige valg i å velge strategi. Som Carpenter et al. (1983) peker på har kombinere/separere-strukturen en passiv tilnærming der det ikke skjer forandringer, og det er ikke lagt opp til noen løsningsstrategier for elevene. Dette underbygger våre funn i kombinere/separere under systematisk telling. I funnene vises det usikkerhet rundt løsningen av oppgaven, og til eksempel gjentas telleprosessen flere ganger. Elevene innenfor denne strukturen har forskjellige løsningsstrategier ved måten de strukturer tellingsprosessen på, de teller både et og et tårn og annenhver kloss i annethvert tårn. For systematisk telling er det ikke like synlig at den additive strukturen har noe å si for elevenes strategivalg. Som Anghileri (2000) peker på i sammenligningsstrukturen skal løsningene basere seg på å kunne visualisere forskjellen. Funnene innenfor systematisk telling skjer før elevene er kommet til prosessen hvor strukturen kommer til syne i oppgaven, som vil si at det ikke nødvendigvis er avgjørende hvilken additiv struktur de er i. Tellingen som skjer i sammenligning kan dermed sees i sammenheng med de to andre strukturene. Dette vil si at under systematisk telling, har sammenligningsstrukturen lite å si for elevenes valg av strategier.

5.2 Relatere tall til mengde

Andrews & Sayers (2015) hevder at elever som har forståelse for en-til-en korrespondanse kan tilegne tall til en mengde, samt at de skal vite at det siste tallet talt representerer hele mengden. Dette utsagnet støtter funnene våre innenfor relatere tall til mengde til en viss grad. I arbeid med oppgavene viser funnene et fåtall av elevene viser kunnskap til å relatere tall til mengde. De viser at det siste tallet talt representerer en gitt mengde, samt at de kan starte å telle en mengde fra det siste tallet talt i forrige mengde. Dette blir også underbygget av Anghileri (2000) som sier at faktorer som startpunkt og størrelse på objekter spiller inn når elever skal telle og sette tallsymbol til mengden. I sammenheng med Baccaglini-Frank et al. (2020) sin definisjon på kardinalitetsaspektet, ser vi en-til-en korrespondanse i to tilfeller. Elevene viser at de ser to mengder med forskjellig høyde, og ser på dem som en helhet, noe som støtter dette aspektet. Gjennom deres eksemplifisering viser de at en mengde klosser på åtte og annen på tre er elleve til sammen, og at klosser på tre og fem er åtte.Det som videre går igjen er at de fleste elevene starter med å relatere riktig tall til riktig mengde, men etter hvert ser vi flere som setter feil tallsymbol under telleprosessen. Elevenes tallforståelse vises med at de har utfordringer med å bedømme størrelsen på mengder, og å sette riktig tall til den mengden de skal bedømme. Dette er i tråd med det som Anghileri (2000) sier om at elever som håndterer en-til-en korrespondanse, korrekt klarer å bedømme størrelsen på en mengde. Når elever da ikke får dette til, kan man si at tallforståelsen innenfor å relatere tall til mengde er begrenset. Både Ball (1992) og Laski et al., (2015) kommer begge med spørsmål om overdreven og lite hensiktsmessig bruk av konkreter. Vi har sett eksempler hvor konkretene virker forvirrende for elevene. I noen tilfeller begynner elevene å bruke konkretene etter hvert i tellingen, som til slutt fører til at de teller for langt, eller ikke langt nok, for så å ende på feil svar. Vi har også sett eksempler hvor elevene viser en forståelse for telling med konkreter, både gjennom kardinalitet og ordinalitet. Vi ser at elever knytter og bruker konkretene aktivt for å løse oppgavene, noe som også henger sammen med Ball (1992) og Laski et al. (2015), siden de begge peker på at rett bruk av konkreter kan være positivt for elevene. Dette styrker synspunktet med at konkreter fungerer forskjellig for elever og.

I endringsstrukturen skal det ifølge Anghileri (2000) være åpent for strategier som innebærer at elevene gjennomfører en aktiv endring i mengdene som de opererer med. Innenfor relatere tall til mengde ser vi både elever som blir påvirket av endringsstrukturen og elever som ikke blir det. Elevene som ikke blir påvirket av strukturen teller feil og ender på feil mengde. De utnytter klossene på riktig måte i telleprosessen gjennom bygging, men relaterer feil tall til mengden underveis. I det andre funnet i relatere tall til mengde vises det funn for endring. De er ikke kommet til sluttfasen hvor endring normalt skjer, men den ene eleven tar til seg tårnet til medeleven før det er ferdig bygd. Dette kan tyde på at eleven er påvirket av endringsstrukturen, da denne eleven ser at han uansett skal sitte igjen med hele mengden til slutt, ifølge oppgaven. Som Anghileri (2000) peker på, legger ikke kombinere/separere opp til noen spesifikk løsningsstrategi for elevene, da det er en passiv tilnærming innenfor denne strukturen. Innenfor relatere tall til mengde kan vi se to sider av Anghileri sin definisjon på strukturen. Det første funnet i relatere tall til mengde inneholder flere omtellinger som kan tyde på usikkerhet knytt til hvilken løsningsstrategi de har valgt. Dette funnet er knyttet til manglende forståelse, noe som kan skyldes den åpne tilnærmingen innenfor kombinere/separere-struktur. Det andre funnet tar for seg kombinering i form av at elevene teller fra siste tallet i en mengde, og fortsetter tellingen på neste mengde. Dette viser at kategorien relatere tall til mengde knyttet til kombinere/separere-strukturen gir funn av strategier som assisterer elevene i løsningsprosessen. Først har de en felles mengde som de separerer, og når de skal løse oppgaven legger de ikke fysiske konkretene sammen, men teller de mens de er separerte. Sammenligningsstrukturen kommer frem gjennom at elevene i funnet blant annet klarer å visuelt representere to mengder sammen som én. Selv om elevene i dette funnet ikke arbeider med den delen av oppgaven som normalt hadde synliggjort sammenligningsstrukturen, kan det tyde på at elevene til dels har en forståelse for arbeid innenfor denne strukturen. Dette kan vi underbygge med Anghileri (2000) som sier at løsninger innenfor sammenligningsstruktur har en mer visualisert vinkling. Dette ser vi igjen i det ene funnet der en elev visualiserer at to like høye tårn sammen blir den dobbelte mengden. I det andre funnet kommer det også tydelig frem at den ene løsningsstrategien underbygges av sammenligningsstrukturen, ved at det blir visualisert forskjellen mellom det korte og det lange tårnet.

5.3 Ulike representasjoner av tall

Andrews & Sayers (2015) hevder at elever med tallforståelse kan å representere tall på ulike måter. Funnene fra vår studie er at de fleste elevene viser tallforståelse til å kunne representere tall med ulike former for representasjoner, innenfor de ulike additive strukturene. I vår studie er det konkretiseringsmateriell i form av klosser som blir hyppigst brukt til å representere mengder. De blir særlig brukt til telling og for å se hvor det eventuelt er noe feil, noe som er i tråd med Van Nes & Van Eerde (2010). I tillegg til klosser blir det i noen av funnene brukt fingrer til å representere mengder. Et funn viser kjennetegn på å representere tall med ulike representasjoner, hvor fingrene til en elev blir brukt som representasjon. Eksempelet viser telling hvor fingrene beveger seg i tråd med hvert tallord. Etter hvert blir mengden som blir representert med fingrene prøvd representert med klosser, noe som viser seg å være utfordrende. Dette kan tyde på at eleven i eksempelet har lært en strategi for å telle ved hjelp av hendene, der han selv vet hvilken mengde hver hånd og hver finger representerer. Dette underbygges ved Anghileri (2000) som trekker frem at en hånd som har alle fingrene ute representerer en mengde på fem. Det kan også argumenteres for det Ligget (2017) peker på, at konkretiseringsmateriell bør gjøres fysisk tilgjengelig for at barn skal kunne oppnå forståelse. Dette skal igjen bidra til å sette oppgaven i en kontekst og representere det oppgaven spør etter. Hvordan denne eleven viser tallforståelsen innenfor å representere tall ved ulike representasjoner, er at det viser god forståelse for bruk av fingre som representasjon, men at det blir mer utfordrende når det skal underbygges ved å endre representasjon. Generelt kan vi si at de fleste av funnene våre synliggjør ulik bruk av representasjoner. Videre ser vi elever som viser subitizing, ved at de automatisk gjenkjenner mengder. Det er ikke å gjenkjenne mengder som er oppgaven, men likevel ser de hvor mye som mangler før de har like mange klosser. Elevene ser at de ikke har like høye tårn, altså kan det tolkes til at klossene hjelper de til å se at noe er feil. Dette er i tråd med Van Nes & Van Eerde (2010), at konkretiseringsmateriell hjelper med å finne feil i mengder. Dette underbygges også av Anghileri (2000) sin teori om subitizing, som handler om å automatisk gjenkjenne en mengde, ofte ved sammenligning av objekt som representerer et visst tall. Teorien om subitizing fra Baccaglini-Frank et al. (2020) og Kullberg & Björklund (2020) støtter også dette.

Innenfor endringsstrukturen ser vi i det første funnet elever som går bort fra strukturen og målet med oppgaven. Elevene velger å heller prøve å finne mengden de trenger for å få like mange klosser, istedenfor hvor mange klosser den ene ender opp med ved en endring, noe som ligner mer på sammenligningsstrukturen. Dette kan vi underbygge gjennom Anghileri (2000) sin forskning som sier at det i endringsstrukturen skjer en endring aktivt fra en til en annen, mens det i sammenligning handler om å visualisere forskjell mellom mengder. Det andre funnet som vises i ulike representasjoner av tall er når en elev som teller og bygger tårn om hverandre. Selve funnet er ikke i den delen av oppgaven hvor endringen vanligvis skjer, men eleven er tydelig i måten tårnet blir bygd og telt, sånn at endringen for hver kloss som blir lagt til er i tråd med den additive strukturen. Innenfor kombinere/separere ser vi i det første funnet at eleven har en egen strategi som går på å telle på fingrene. Når eleven skal overføre strategien sin til å gjøre det med klosser, framtrer klossene som et forstyrrende element, og gjør at han ikke klarer å vise løsningsstrategien på samme måte som med fingrene. Dette er i tråd med Anghileri (2020) sin definisjon på kombinere/separere-strukturen, at den har en mer passiv tilnærming der det ikke skjer en endring, og at det ikke blir lagt opp til noen løsningsstrategier. Videre i det andre funnet ser vi elevene bruke en passiv tilnærming der de synliggjør separering av mengdene, uten å fysisk separere dem. De teller opp mengden den ene har fra bunnen av tårnet, og teller så det som er igjen av toppen av tårnet for å finne ut hvor mange den andre har i sin mengde. Dette viser at de har forståelse for løsning innenfor strukturen, da de teller ut fra ett tårn og deler opp tellingen slik at det illustrerer hvilke klosser som tilhører hvem. At de ikke splitter opp klossene kan være på grunn av at strukturen ikke legger opp for en løsningsstrategi. (Anghileri, 2000) Begge funnene innenfor sammenligningsstrukturen er i tråd med teori om dette. Anghileri (2000) peker på det å visualisere forskjellen i mengder. I det første funnet teller en elev fra feil mengde, selv om at han viser verbalt at han vet hvor han skal begynne. Eleven blir spurt om hva han gjorde, og viser sammenligningsstrukturen i praksis gjennom å ta bort riktig mengde, altså det som den andre eleven hadde. Dette gjør at han sitter igjen med det som var igjen etter mengden til medeleven var telt opp. Strukturen vises gjennom denne handlingen, som visualiserer mengdeforskjellen på de to elevene. Det andre funnet viser sammenligningsstrukturen gjennom at tårnene til elevene blir satt ved siden av hverandre. Her klarer ikke den ene eleven å tolke hva som skal gjøres, noe som kan samsvare med Carpenter et al. (1983) sitt funn med at sammenligningsstrukturen er den mest utfordrende å tolke. Den andre eleven teller forskjellen mellom det store og det lille tårnet for å finne svaret. Her brukes klossene som representasjon for å illustrere løsningsstrategien til sammenligningsstrukturen.

5.4 Enkel aritmetikk

Andrews & Sayers (2015) ser på enkel aritmetikk som tegn på elevenes tallforståelse, som kommer frem gjennom deres kompetanse til å utføre enkle regneoperasjoner innenfor det aritmetiske og matematiske. Dette underbygges i funnene fra studien vår. Vi ser at flere av elevene utfører enkle regneoperasjoner i form av addisjonsregnestykker med lave tall, og det kommer også frem gjentatt addisjon gjennom telling av enkelte klosser og klosser i par. Björklund (2019) peker på at strukturering i telling gir større sjanse for at elevene får rett svar. I kontrast til dette, så vi i vår studie at elever som ikke strukturerte tellingen fortsatt løste oppgavene med rett svar. I tillegg til dette så vi stor variasjon på de elevene som strukturerte tellingen. Videre innenfor studien vår ser vi telling som den mest hyppige strategien brukt av alle elevene, som er naturlig siden telling er noe de fleste kan før de begynner på skolen. Kullberg & Björklund (2020) peker i sin studie på at telling og strategier for telling er med på å danne grunnlaget for addisjons- og subtraksjonsferdigheter, fordi telling er en innlært prosess som skjer før barna begynner på skolen. Videre sier Carpenter et al., (1983) at telling som verktøy er sentralt for elever uten formelle strategier for å blant annet løse addisjons- og subtraksjonsoppgaver. Levine et al. (1992) peker på at barn lærer å sette sammen objekter, som er en ikke-verbal egenskap innenfor enkel aritmetikk, før de lærer å løse oppgaver verbalt. Dette er i tråd med det vi ser i funnene for enkel aritmetikk, at samtlige av elevene aktivt bruker klossenes egenskaper til å sette dem sammen, i tillegg til at de teller parallelt med byggingen av klossene.

Når vi ser på endringsstrukturen, følger løsningene innenfor enkel aritmetikk formen til strukturen. Anghileri (2000) peker på endringsstrukturen som den aktive strukturen. Funnene våre viser at elevene drar nytte av måten oppgaven blir presentert på. Det vises at elevene tilegner seg løsninger gjennom å bruke klossene, for å komme frem til svar i oppgavene. Klossenes egenskap til å kunne dele seg og feste seg sammen, gjør at elevene enklere ser endringen som skal skje i oppgaven. I enkel aritmetikk innenfor endringsstrukturen blir klossene brukt aktivt som verktøy for å illustrere løsningsstrategier. Innenfor enkel aritmetikk ser vi forskjell på hvordan elevene gjennomfører oppgavene. Kombinere/separere-strukturen pekes på av Anghileri (2000) som en passiv tilnærming som åpner for ulike løsningsstrategier. Dette vises også til en viss grad i funnene våre. Innenfor begge funnene for enkel aritmetikk i kombinere/separere-strukturen kan vi se tegn til at elevene har løsningsstrategier som vi kan knytte opp til endringsstrukturen. Som definisjonen på strukturen sier åpnes det ikke for spesifikke strategier, men for varierte strategier. Dette kan være en årsak til at elevene har valgt strategier som vi kan kjenne igjen fra endringsstrukturen. Vi kan da underbygge Anghileri (2000) sin definisjon gjennom elevenes variasjon i måter å strukturere løsningene sine på. I følge Carpenter et al. (1983), har en større andel av elever utfordringer med å tolke oppgaver med sammenligningsstruktur. Dette kan ses i sammenheng med Anghileri (2000), som beskriver strategier innenfor sammenligningsstrukturen som visuelle, noe som kan bidra til å komplisere oppgaven for elevene. Sammenligningsstrukturen kommer til syne i begge funnene for enkel aritmetikk. Selv om det ene funnet ikke viser sammenligning på grunn av oppgavens formål, vises det sammenligning i form av like mengder knytt sammen. Det visuelle aspektet som Anghileri (2000) peker på, kommer til syne gjennom elevenes bruk av klossenes fysiske egenskaper, når de sammenligner høyde i ene eksempelet og viser at to like høye tårn sammen blir en dobbelt så stor mengde. I det andre funnet synliggjør elevene forskjellen mellom et lite og et stort tårn ved å sette de ved siden av hverandre

5.5 Begrensninger ved studien

Når en studie slik som denne blir utført, er det flere ulike faktorer som kan påvirke den. De første faktorene som kan ha påvirket er antall elever som er med i studien og hvordan elevene eventuelt har påvirket hverandre. Vi forsket på 14 elever fordelt over syv grupper, som ikke er nok til å vise et generalisert svar på funnene. Det vi derimot kan si ut fra studien er hvordan elevenes tallforståelse sett i de forskjellige additive strukturene kommer til syne. Selv om vi ikke kan generalisere ut fra funnene, ser vi tendenser til tallforståelse. Resultatene kan også vise påvirkning av at elevene ikke var i sitt vante klasserom når de gjennomførte oppgavene, og at forskerne var der med kamera og filmet. I vårt tilfelle hadde elevene lite kjennskap til noen av forskerne, og hadde heller ikke opplevd en slik forskningssituasjon med kamera før. Innenfor sosiokulturell læringsteori peker Vygotsky et al (1978) på at læring skjer når flere individ tar med seg tidligere lært kunnskap inn i en prosess, og videre spiller på hverandre for å løse en gitt oppgave. Studien vår la opp til at elevene skulle arbeide innenfor et sosiokulturelt syn, ved at de arbeidet i par, slik at prosessen med å løse oppgaven skulle skje i et samspill. Denne måten å jobbe på kan også påvirke elevene negativt, enten ved at en av elevene i paret tar full styring og overkjører den andre, eller at elevene forvirrer hverandre negativt med feilinformasjon. I vår studie ble elevene presentert for oppgaver med ulike additive strukturer. Dette kan ha påvirket deres inngang til de etterfølgende oppgavene, ved at de tok med seg løsningsstrategier fra oppgaven de løste før. I studien fokuserte vi på begynneropplæringen, og vi forsket derfor i første klasse. Elever i denne alderen har ikke alltid har en godt utviklet konsentrasjonsevne, noe som gjør at tiden man bør bruke per gruppe begrenser seg. Ved for lange forskningsperioder per gruppe kan dette ha påvirket resultatene.

En annen faktor som kan ha påvirket studien er valg av teori. Teorien la blant annet grunnlag for hvordan oppgavene skulle se ut, funn og drøftingen av funnene. Teori har dermed hatt en stor påvirkning på hvordan studien gikk for seg. Utvelgelsen av teori skjedde ut fra forslag fra veileder, og søking med ulike søkeord knytt til tema i studien. Vi har også lest ulike forskningsartikler og ut fra disse funne flere relevante kilder. Valg av konkretiseringsmateriell er også en påvirkende faktor for studien. Når man skal arbeide med konkretiseringsmateriell i første klasse må man være kritisk i utvelgelsesprosessen. Konkretiseringsmateriellene i studien vår var i forskjellige farger og kunne feste seg sammen. Disse egenskapene kan ha påvirket tidsbruken og konsentrasjonsevnen til eleven, dersom de hang seg opp i at de for eksempel kun ville bruke spesifikke farger, eller at de så på klossene som distraherende underholdende objekter, mer enn som hjelpemidler til oppgavene.

6.Konklusjon

Denne studien har undersøkt elevers tallforståelse i første klasse, gjennom kvalitativ forskning. Forskningsspørsmålet som ble presentert var «Hvordan viser elever tallforståelse i ulike additive strukturer?». Med forskningsspørsmålet til grunn, var tanken med studien å se hvordan aspekter innenfor tallforståelse, som systematisk telling, relatere tall til mengde, ulike representasjoner av tall og enkel aritmetikk, kommer til syne. Elevene arbeidet i par der de fikk sjansen til å kommunisere for å støtte hverandre i prosessen med problemløsning av oppgavene de ble gitt (Vygotsky et al.,1978). Vi har da også sett på hvordan elevene sammen og hver for seg velger å løse oppgavene, når de blir presentert ut fra de additive strukturene, endrings-, kombinere/separere-, og sammenligningsstruktur. Konkretiseringsmateriell ble en essensiell del av studien, gjennom dens rolle som assisterende verktøy i regneprosessen, og for at elevene skulle ha en måte å synliggjøre strategiene de brukte på. Vi hadde også et spørsmål i bakhodet under arbeidet vårt: «Er det forskjell på hvordan kategoriene i tallforståelsen kommer til syne i de ulike additive strukturene?»

Dataene i denne studien var data som ble samlet inn gjennom aktiv og passiv observasjon. Observasjonene var av elever som løste oppgaver i par. Dette ble filmet og tatt lydopptak av. Vi samlet samtykkeskjemaer for 14 elever, der alle fikk tillatelse til å være med på datainnsamlingen. Observasjonene ble anonymisert under transkripsjon. Det ble gjennomført en tematisk analyse på datamaterialet som skulle få frem hvordan elevene viste tallforståelse i ulike additive strukturer.

Resultatene i studien viser at tallforståelse kommer ulikt frem ut fra hvilken additiv struktur oppgaven har. De ulike kategoriene for tallforståelse som vi fokuserer på i oppgaven, kommer ulikt til syne i de additive strukturene. Studien vår stemmer da overens med det som Carpenter et al (1983) sier om elevers løsningsstrategier, som kan variere stort mellom elever, og det blir utfordrende når oppgavene blir presentert med ulik ordlyd. I endringsstrukturen kommer tallforståelse ulikt til syne i de forskjellige kategoriene. Vi ser at oppgavene med funn innenfor kategorien systematisk telling, viser forståelse fra samtlige elever. For eksempel ser vi i resultatdelen en elev som først illustrerer systematisk telling med fingrene, før det senere blir representert med klossene. I denne prosessen viser han ulike strategier for telling, i tillegg til å vise at det siste tallet i mengden representerer hele mengden telt. Innenfor kategoriene relatere tall til mengde og enkel aritmetikk viser funnene seg å være varierte. Vi ser både tegn til tallforståelse og samtidig vises det mangel på det.

Ut fra våre funn kommer forståelse innenfor ulike representasjoner minst til syne i en endringsstruktur. Kombinere/separere er den additive strukturen som viste størst variasjon i tallforståelse. Det viser seg at strukturen var det mest utfordrende ved studien, spesielt med å komme til konkrete funn for tallforståelse. Dette kan ha sammenheng med den passive tilnærmingen strukturen har. For systematisk telling var den lite framtredende. I enkel aritmetikk gjenspeiler funnene at elevene så ut til å nytte seg av strategier som var inspirert av endringsstrukturen. Innenfor relatere tall til mengde og ulike representasjoner så vi at elevene, til tross for at de til tider viste mangel på forståelse, klarte å synliggjøre løsningsstrategier som viste tallforståelse. Innenfor disse funnene bidro klossene til å skape strategier som viste tallforståelse ut fra strukturen. Innenfor sammenlikningsstruktur ser vi at elevene blir påvirket i samme retning. Innenfor enkel aritmetikk ser man tendenser til systematisk telling, siden egenskapen å kunne telle også går under denne kategorien enkel aritmetikk. Telling i enkel aritmetikk ble strukturert ved hjelp av klosser, slik at man kunne illustrere mengder som skulle telles. Videre merket vi at relatere tall til mengde ble vist med tanke på hvordan elevene klarte å knytte tall til en mengde, både fysisk og visuelt. For ulike representasjoner i denne strukturen viser elevene tallforståelsen sin gjennom bruken av klossene. De blir aktivt brukt til å rette feil i løsningene deres, og hjelper elevene med å utforske hvordan en visuell struktur kan illustrere bruk av konkrete hjelpemidler.

I denne studien viser elevene ulike aspekter ved tallforståelse, gjennom ulike additive strukturer. Vi så tendenser til at tallforståelse viste seg forskjellig etter hvordan man presenterte oppgavene. Selv om forutsetningen for studien var begrenset, spesielt med tanke på tidsrommet, mener vi at funnene er nyttige for lærere på småtrinn, og for forskere innenfor det samme forskningsområdet. For videre forskning ville det vært interessant å se på alle kategoriene i FONS. Dette må gjøres med stor variasjon av oppgaver, og elevene må få muligheten til å vise aspekter i tallforståelse som er adskilte fra hverandre. Ut fra erfaringer vil denne type forskning kreve planlegging og tidsbruk. Ut fra erfaringen vi har opparbeidet oss i denne studien, ville det vært ideelt med mer bakgrunnskunnskap om elevenes ståsted i matematikk når man skal innsamle empiri. Dette kan for eksempel inneholde kjennskapen til elevenes matematiske nivå, hvilke type oppgaver de har arbeidet med og hvordan de er vant til å jobbe fra før. Dette hadde bidratt til at vi som forskere lettere kunne planlagt og forsvart valgene vi gjorde i studien. I planleggingsfasen av oppgaven ønsket vi at konkreter skulle ha en større plass i studien. Gjennom arbeidsprosessen ble det en naturlig overgang at tallforståelse og additive strukturer tok fokuset. Vi ser for oss at studien kunne vært interessant med søkelys på konkretene istedenfor. Dersom vi skulle gjort dette hadde vi lagt mer vekt på hvilke forhold elevene har til klossene, noe som igjen vil spille inn på deres løsningsstrategier. En anbefaling til dette vil være å ha datainnsamlingen oppdelt, eller introdusere konkretiseringsmateriellet før selve datainnsamlingen skjer. Mulige forskningsspørsmål som kan være interessante å forske videre på, ut fra studien er: «Hvordan kan man bruke Andrews & Sayers sitt rammeverk til å få et helhetlig bilde av tallforståelsen til elever?» og «Hvordan kan konkretiseringsmateriell bidra til elevers prosess med å tilegne seg tallforståelse?».

Gjennom studien har vi sett på noen kategorier for tallforståelsen til elever i en 1. klasse. En lærer vil kunne hjelpe elevene med å utvikle tallforståelse, ved å være bevisst på de ulike kategoriene. Siden tallforståelse er et vidt begrep, vil en variert framlegging av oppgavene være et godt hjelpemiddel som skaper muligheter for at elevene tilegner seg tallforståelse i dens mange former. Et slik fokus vil kunne hjelpe elevene med å utvikle mer komplisert matematisk forståelse.

Referanser

Adler, P. A., & Adler, P. (1994). *Observational techniques.* In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (p. 377–392). Sage Publications, Inc.

Anghileri, J. (2000). *Teaching Number Sense.* United Kingdom: Bloomsbury Academic.

Baccaglini-Frank, A., Carotenuto, G., & Sinclair, N. (2020). *Eliciting preschoolers' number abilities using open, multi-touch environments*. *ZDM*, *52*, 779-791.

Ball, D. L. (1992). Magical Hopes: Manipulatives and the Reform of Math Education. *American Educator*, *16*(2), 14.

Berch, D. B. (2005). Making Sense of Number Sense: Implications for Children With Mathematical Disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 38*(4), 333-339. https://doi.org/10.1177/00222194050380040901

Björklund, C., Kullberg, A., & Kempe, U. R. (2019). *Structuring versus counting: critical ways of using fingers in subtraction*. ZDM, 51, 13-24.

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology*, *3*(2), 77-101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Bussi, M. B., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. *Handbook of international research in mathematics education*, *746*.

Carpenter, T. P. and Moser, J. M. (1983) "The acquisition of addition and subtraction concepts", in R. Lesh and M. Landau (eds) *The Acquisition of Mathematics concepts and Processes.* New York: Academic Press.

Carpenter, T. P., Hiebert, J., & Moser, J. M. (1983). The effect of instruction on children's solutions of addition and subtraction word problems. *Educational Studies in Mathematics*, *14*(1), 55-72. https://doi.org/10.1007/BF00704702

Chard, D. J., Clarke, B., Baker, S., Otterstedt, J., Braun, D., & Katz, R. (2005). Using Measures of Number Sense to Screen for Difficulties in Mathematics: Preliminary Findings. *Assessment for Effective Intervention*, *30*(2), 3–14. https://doi.org/10.1177/073724770503000202

Charmaz, K. (2014). *Constructing grounded theory* (2. utg). London: Sage.

Clark, T., Foster, L., Bryman, A., & Sloan, L. (2021). *Bryman's social research methods*. Oxford University Press.

Dickson, L., Brown, M., and Gibson, O. (1984) *Mathematics, Teachers and Children: A Teacher's Guide to Recent Research*. London: Cassel

Gabrielsen, A. M. (2023, 8. mai) *Behandle personopplysninger i student- og forskningsprosjekt.* Innsida - NTNUs intranett https://i.ntnu.no/wiki/ /wiki/Norsk/Behandle+personopplysninger+i+student-+og+forskningsprosjekt

Gold, R. L. (1958). Becoming qualitative researchers: an introduction (3. utg.). Boston: Pearson/Allyn & Bacon.

Hynes, M. C. (1986). Selection Criteria. *The Arithmetic Teacher*, *33*(6), 11–13. http://www.jstor.org/stable/41192834

Johnson, K. A. (1993). Manipulatives Allow Everyone to Learn Mathematics. Contemporary Education,65(1),10.https://www.proquest.com/scholarlyjournals/manipulativesallow everyone-learn-mathematics/docview/1291646512/se 2

Kullberg, A., & Björklund, C. (2020). *Preschoolers' different ways of structuring part part whole relations with finger patterns when solving an arithmetic task. ZDM*, *52*, 767 778.

Kunnskapsdepartementet (2019) *Læreplan i matematikk (MAT01-05).* Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv20

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). Det kvalitative forskningsintervju (3. utg.) Gyldendal.

Laski, E. V., Jor'dan, J. R., Daoust, C., & Murray, A. K. (2015). What Makes Mathematics Manipulatives Effective? Lessons From Cognitive Science and Montessori Education. *SAGE Open*, *5*(2), 215824401558958. https://doi.org/10.1177/2158244015589588

Levine, S., Jordan, N., & Huttenlocher, J. (1992). Development of calculation abilities in young children. Journal of Experimental Child Psychology, 53(1), 72–103.

Liggett, R. S. (2017). The Impact of Use of Manipulatives on the Math Scores of Grade 2 Students. *Brock Education*, *26*(2), 87. https://doi.org/10.26522/brocked.v26i2.607

Moyer, P. S. (2001). Are We Having Fun Yet? How Teachers Use Manipulatives to Teach Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *47*(2), 175–197. https://doi.org/10.1023/A:1014596316942

NESH. (2021). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora. Hentet fra:https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/

NSD (uå.) Hentet fra: https://sikt.no/fylle-ut-meldeskjema-personopplysninger

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen.* Cappelen Damm akademisk.

Siegler, R. S. (1987). The Perils of Averaging Data Over Strategies: An Example From Children's Addition. Journal of Experimental Psychology. General, 116(3), 250–264. https://doi.org/10.1037/0096-3445.116.3.250

Van Nes, F., & van Eerde, D. (2010). Spatial structuring and the development of number sense: A case study of young children working with blocks. *The Journal of Mathematical Behavior*, *29*(3), 145–159. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2010.08.001

Vygotsky L.S., Cole, M., John-Steiner, V., Scribner, S., & Souberman, E. (1978). Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes. Harvard University Press.

Vedlegg

Vedlegg 1: Samskrivingsdokument

Vedlegg 2: Samtykkeskjema og informasjonsskriv

Vedlegg 3: Transkripsjoner av datamaterialet

Vedlegg 1

Samskrivingsdokument

I denne prosessen med masterskriving har vi hatt et godt samarbeid i arbeidet med studien. Vi fordelte arbeidet sånn at Benjamin har hatt hovedansvar for å ordne med transkripsjonene og metodedelen. I tillegg hadde Benjamin ansvar for det tekniske rundt filmingen av datainnsamlingen. Benjamin hadde også et ansvar for å skrive sammendrag på slutten av perioden.

Stein Inge hadde hovedansvar for teoridelen og han tok seg av kommunikasjonsdelen knyttet mot skolen vi gjennomførte datainnsamlingen på. I tillegg var det Stein Inge som styrte samtalen med elevene under datainnsamlingen.

Fordelingen på resten av arbeidsprosessen har vært flytende og vi har samarbeidet og fordelt arbeidet jevnt innenfor resultat-, drøftings- og konklusjonsdelen. Vi holdt også dialog gjennom hele skriveprosessen for å passe på at vi har vært samkjørte og holdt samarbeidet ved like.

Benjamin Andersen Hjelseth
Trondheim, mai 2023

Stein Inge Torheim
Trondheim,mai 2023

Vedlegg 2:

Datainnsamling til masterprosjekt om «Representasjoner i begynneropplæring»

Dette er et spørsmål til foresatt og elev om eleven sin deltakelse i vårt masterprosjekt hvor formålet er å se på hvordan elever anvender representasjoner i begynneropplæringen(matematikk). I dette skrivet gir vi informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære.

Formål

Formålet er å hente inndata slik vi kan skrive om dette i vår masteroppgave. Dette vil medføre at eleven skal løse et sett med oppgaver i mindre grupper. Oppgaveløsningen og samtalen vil vær hoved essensen i datainnsamlingen. Forskningsspørsmålene vi ønsker å finne svar på er basert på elever sitt arbeid med representasjoner(konkreter) i problemløsning i et gitt tema.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

NTNU er ansvarlig for prosjektet. Her representert med masterstudentene Benjamin Andersen Hjelseth og Stein Inge Torheim, samt masterveileder Anita Valenta.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Vi spør om deres tillatelse fordi vi ønsker å se hvordan elever i småskolen jobber med begynneropplæringen i matematikk.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at eleven vil arbeide i små grupper. Det vil gjøres i alminnelig skoletid, og innenfor relevant tema. Vi ønsker å se på hvordan elevene reflekterer og resonerer når de ved hjelp av representasjoner skal løse et sett med oppgaver. Denne prosessen registrerer vi ved hjelp av lyd-/videoopptak, for at vi skal kunne hente ut mest mulig informasjon fra utførelsen av forsøkene, i tillegg til notater.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis samtykke blir gitt, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke. Prosjektet erstatter ikke enkelte kompetansemål, så eleven blir ikke å miste relevant undervisning med å ikke delta. Dette fordi vi baserer forskningen vår på tema som klassen som helhet skal jobb med.

Ditt personvern – Hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger - Hva skjer med personopplysningene dine når masterprosjektet avsluttes?

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Opptakene blir gjort med håndholdt kamera, og det er bare selve arbeide med oppgavene, i grupper, som vil bli filmet. Dvs. ingen ansikt vil bli filmet under forsøkene. Opptakene blir gjort i enkeltgrupper hvor selve arbeidsøkten på ca. 10 minutt blir filmet, i utgangspunktet skal hver gruppe bare gjennomføre forsøket en gang. Selve intervju-delen vil være en del av forsøket med gruppearbeidet, dvs. at lydopptaket blir på videokamera. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Studentene og veileder er de eneste med tilgang til data. Det blir også lagret på NTNU sitt utstyr. Dataen blir fjernet fra utstyr når det har blitt transkribert og anonymisert. Selve prosjektinnsamlingen vil etter planen avsluttes ved utgangen av februar, og da vil all data være transkribert og lyd/videoopptak være fjernet.

Vedlegg 2

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU (?) har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om eleven, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om eleven som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om eleven
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av eleven sin personopplysning

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- **Student:** Benjamin Andersen Hjelseth
  Mobil: 980 40 922

  E-post: Benjaah@stud.ntnu.no

- **Stud**ent: Stein Inge Torheim
  Mobil: 948 97 244

  E-post: Steinit@stud.ntnu.no

- **Veileder:** Anita Valenta
  Mobil: 977 37 661

  E-post: Anita.valenta@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, eller spørsmål til personvernombudet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.
- Personvernombudet på epost (Thomas.Helgesen@ntnu.no) eller på telefon: 930 79 038

Med vennlig hilsen

Anita Valenta	Benjamin Andersen Hjelseth	Stein Inge (s)Torheim
(Veileder)	(Student)	(Student)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *[sett inn tittel]*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til at ____________________________________ ønsker:

- ☐ å delta i datainnsamlingen
- ☐ å ikke delta i datainnsamlingen

Jeg samtykker til at elevens opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

Vedlegg 3

Gruppe 1

<u>Oppgave 1</u>

1.1.1 Student 1: Da skal eg gi dokke første oppgaven. Hvis Jacob har 8 klosser … Hvis Jacob har 8 klosser. Også får han 11 klosser av Frida. Hvor mange klosser har Jacob då?

1.1.2 Jacob: 8 (Snur seg og ser på studenten, snur seg tilbake og gnir i ansiktet)

1.1.3 Student 1: Skal vi prøve med klossene? Skal vi det? Hvis Jacob har 8 klosser?

1.1.4 Jacob: (Nikker på hodet, tar først to klosser fra haugen og setter dem sammen) 1, 2. (Legger klossene loddrett. Teller mens han fester på en og en, tar bare grønne) 3, 4, 5, 6, 7, 8 (Tar hendene vekk fra tårnet, så holder han rundt det mens oppgaven fortsetter)

1.1.5 Student 1: 8. Så skal Frida gi Jacob 11 klosser.

1.1.6 Frida: (Tar to klosser i armene, og prøver å feste dem sammen. Får til dette, tar to nye og fester sammen, så tar en som for første gang er en annen farge. legger den vannrett, og fortsetter å legge på en ny, nr. 6, setter den opp igjen, også snur seg bort til studenten) Ferdig?

1.1.7 Student 1: Hvor mange har du nå da?

1.1.8 Frida: (Holde tårnet i en hånd, og tar ut en finger med andre hånden og teller) 1, 2, 3, 11, 12, 13

1.1.9 Student 1: Skal vi prøve og telle en gang i lag? (Tar fram en finger, og venter til eleven gjør det samme. Så teller de i lag) 1, 2, 3, 4, 5, 6. Da mangler vi noen til

1.1.10 Frida: (Har strekt seg ut etter en ny klosse, før studenten sa vi mangler noen, og legger den på toppen, og ser på tårnet)

1.1.11 Jacob: 7.

1.1.12 Frida: oja, okei (Tar en ny klosse i armene, også skur tårnet over til Jacob)

1.1.13 Student 1: Kanskje Jacob kan hjelpe?

1.1.14 Jacob: (Teller over hver enkelt kloss igjen og holder klossene han teller mellom to fingrer) 1, 2, 3 …. 7 (Tar en ny klosse og legger til) 8 … 9 … 10 (teller etter klossene er på tårnet . Ser på tårnet, så på den andre eleven) 10!!

1.1.15 Student 1: Ja, kor mange skulle vi ha da? Vi skulle ha?

1.1.16 Jacob: (Tar en av klossene den andre eleven holde i sin hånd) 11 (Gjør det igjen) 12. (nå er alle klossene som var lagt fram på bordet i bruk)

1.1.17 Frida: Skal vi måle? (Lener seg over bordet og holder det ene tårnet inntil de andre)

1.1.18 Student 1: Kor mange har dokke til sammen nå? Vet dokke ka tilsammen betyr?

1.1.19	Frida:	19
1.1.20	Student 1:	Det betyr kor mange har dokke i lag her? (Peker på de to tårna elevene har satt sammen og holde inntil hverandre)
1.1.22	Begge:	(Studerer tårna mens de holde dem inntil hverandre. Sier eller gjør ikke noe spesielt med dem)
1.1.23 .	Frida:	Hvis Jacob får en grønn, da trur jeg vi.. (skubber borti den grønne klossen midt i tårnet, sann det faller fra hverandre, ca. litt under midten på tårnet, setter de to bitene sammen igjen?
1.1.24	Student 1:	Ka du sa Frida?
1.1.25	Frida:	Hvis vi tar en til Jacob, sann (peker på de øverste), da kanskje det blir like mye da
1.1.26	Student 1:	Ja, få prøve da? Hvis ho får en til sånn kanskje det blir like mye?
1.1.27	Frida:	(Tar av de to øverste, og fester det på toppen av Jacob sitt tårn)
1.1.28	Student 1:	Kor mange gå du nå da?
1.1.29	Frida:	(Fikler litt med de klossene hun satt på) … 2 (får satt den på, og holde tårna i lag og ser at de er like høge)
1.1.30	Student 1:	2. Og da ble det?
1.1.31	Frida:	Like mye.(Så begynner de å fikle med klossene, og flire litt)
1.1.32	Student 1:	Like mykje, ja. (Så går det litt tid, mens elevene sammenligner og studera tårna).

<u>Oppgave 2</u>

1.2.1	Student 1:	Okei, skal vi prøve en ny oppgave da. Da må dokke legge vekk klossene. (Elevene tar de fra hverandre og legger de i en haug) “Hvis Frida har 9 klosser. og..”
1.2.2	Frida:	(Begynner å bygge, tar først to, så to, så to) (Får bare på den ene av de to siste)
1.2.3	Student 1:	Også har Jacob 14 klosser. Så da skal Frida ha 9.
1.2.4	Frida:	En til? (tar tårnet i henda, og ser på studenten)
1.2.5	Student 1:	Kor mange har du der da? (Peker på tårnet)
1.2.6	Jacob:	(Begynner å bygger, teller lavt for seg selv) 1, 2…
1.2.7	Frida:	(Teller hver enkelt kloss med en finger) 1, 2, 3, 4, 5
1.2.8	Student 1:	Husker du ka kommer etter 5?
1.2.9	Frida:	Ta den på? (Tar på en kloss, teller den)
1.2.10	Student 1:	Ka kommer etter fem?

1.2.11	Frida:	Fem (Studenten viser med fingrene hvor mye det er. Teller hele tårnet på nytt) 1, 2, 3, 4, 5, 6. En til? (ser på studenten, tar på en til, men teller ikke over, og blir opptatt med Jacob)
1.2.12	Jacob:	(Samtidig har Jacob telt lavt) 3, 4, 5, 6, 7, 8. (Merker oppmerksomhet han får) 9 (Klarer ikke helt å feste den først) 10. 11 (Frida gir i han klossene nå) 12, 13. (tårnet detter fra hverandre. Settes sammen igjen, men teller ikke)
1.2.13	Student 1:	Husker du hvor mange du skulle ha da? Husker du det? Du skulle ha 14, og nå hadde du?
1.2.14	Jacob:	(Teller en og en oppover, tar hver kloss mellom to fingrer, så teller neste med samme teknikk med andre handa, og jobber seg oppover) 1, 2, … 10, 11, 12 . (Tar den siste klossen på bordet) 13.
1.2.15	Student 1:	Så kan du bare ta fra kassa.
1.2.16	Jacob:	(Frida setter fram sitt tårn, så Jacob tar den som er øverst fra den, og legger det på sitt tårn) 14.
1.2.17	Student 1:	Også skulle hun Frida ha 9. kor mange har Frida nå?
1.2.18	Frida:	(Teller med en finger på tårnet) 1, 2, 3, 4, 5, 6.
1.2.19	Student 1:	Da må vi ha noen til.
1.2.20	Frida:	(Tar en kloss fra kassa, og fester den på toppen) (Jacob holder på med tårnet sitt, det detter fra hverandre, og han setter det sammen igjen)
1.2.21	Student 1:	Da har du?
1.2.22	Frida:	(Teller helt fra starten igjen) 7 (og ser på studenten)
1.2.23	Student 1:	E det 9?
1.2.24	Frida:	Ja, Nei. (Ler litt i lag med Jacob)
1.2.25	Student 1:	Skal vi prøve en til da?
1.2.26	Frida:	(fram til 8 nå)
1.2.27	Student 1:	Er det ni?
1.2.28	Frida:	En til. (Legger på en siste kloss, også teller fra første) 1, 2 … 7, 8-9 (på samme klossen) 10. Skal vi måle? (Flytter tårnet bort til tårnet på 14) Vi må ta like høye. (Begynner å finne fram klosser sann de kan bygge det andre tårnet like høyt som det andre, men glemmer når student spør)
1.2.29	Student 1:	Også lure jeg på (Jacob har tårna i hver sin hånd, og studenten peker på dette) Kor mange klosser er det der da?
1.2.30	Jacob:	Her er det fjorten (Viser til det tårnet han lagde)
1.2.31	Student 1:	Ja. Og her var det? (Peker på det laveste tårnet) Husker du de? Kor mange du hadde Frida? (Frida rister på hodet og fikler med klosser) Der var det 9. kordan kan vi finne ut ka 14 og 9 blir til sammen? I lag?

1.2.32	Frida:	Ja! (legger de tre hun har i handa opp på det laveste tårnet) vi må ta på mere.
1.2.33	Jacob:	2, 2, 2.
1.2.34	Frida:	Nei, ikke blå (Så legger de på to til, slik begge tårna blir 14, også detter det ene sammen)

Gruppe 2

<u>Oppgave 1</u>

2.1.1	Student 1:	Da begynner eg med å spørr, Hvis han Oliver har 8 klosser, også får han 11 klosser av hun Sara. Hvor mange har da Oliver etterpå?
2.1.2	Oliver:	(Tar opp hendene, teller raskt og løfter opp en finger for hvert tall) 1, 2, 3, 4, …, 8. (Så ned med alle fingrene, teller på nytt, men fortsetter hvor han slapp på samme måten) 9, 10, …, 17, 18 (så lukker han hånden på nytt, og løfter den første fingeren) 19. 19.
2.1.3	Student 1:	Så da har du 19 klosser? Klarer dokke å vise det på en annen måte? Hvor mange var det du skulle ha Oliver?
2.1.4	Oliver:	8 (begynner å ta en og en ut av eska)
2.1.5	Student 1:	Også skulle Sara gi deg? 11?
2.1.6	Oliver:	(setter sammen tre, tar en ny klosse, men teller over) 1, 2, 3 (putter på den neste) 4. Også er det bare fire igjen. (Fortsetter deretter å tar en og en på, og teller) 1, 2, 3, 4, sånn (setter tårnet fra seg på bordet)
2.1.7	Student 1:	Hvor mange du skulle ha Sara?
2.1.8	Sara:	(Holder en finger til munnen)
2.1.9	Student 1:	Det var 11. Da har du 8 (til Oliver som akkurat var ferdig med sitt tårn)
2.1.10	Sara:	(Tar først to ut av kassen, så en og en og fester til tårnet. Oliver teller og holder kontroll med fingrene)
2.1.11	Oliver:	11 pluss 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, (Tar ut den siste klossen for Sara) 11. Nå er det nok. (Flytter så sitt tårn inntil det nye tårnet)
2.1.12	Student 1:	Og da har dokke?
2.1.13	Oliver:	8.
2.1.14	Sara:	(Ser på tårna) da trenger vi bare 4
2.1.15	Oliver:	Nei, (tar fingeren og teller seg oppover fra hvor det laveste tårnet slutter) 1, 2, 3 (ser bort på studenten)
2.1.16	Sara:	Ja, 3 trenger man. For at de skal bli like høye. (Deretter setter eleven det ene tårnet oppå det andre) Vi kan nå telle om vi tar sånn der.
2.1.17	Oliver:	Da blir det 19.

2.1.18	Student 1:	Blir det 19 da?
2.1.19	Oliver:	Jeg er veldig god til å telle. jeg har telt i ett år
2.1.20	Sara:	(Teller fra begynnelsen, fra toppen av tårnet, tar hver enkelt kloss mellom fingrene, og flytter en ned mens hun hvisker for seg selv, lavt) 1, 2, 3, 4 ,…15, 16, 17, 18, 19. Det er 19. (Tar av de 11 øverste og sette de ved siden av hverandre igjen)

<u>Oppgave 2</u>

2.2.1	Student 1:	Hvis Oliver har 14 klosser og Sara har 9. Hvor mange har dokke da i lag?
2.2.2	Oliver:	Hvor mye hadde jeg nå igjen?
2.2.3	Student 1:	Du hadde 14.
2.2.4	Sara:	(Holde på med tårnet fra forrige oppgave)
2.2.5	Oliver:	(Samme teknikken som i første oppgave, teller fort på fingrene, kommer til "sitt" tall, så starte nytt på den andre mengden, men istedenfor å begynne på 1, teller 15 med første finger) … 16, 17, 18,.... 22, 23. 23
2.2.6	Student 1:	Korleis tenkte du da?
2.2.7	Oliver:	hmm, vet ikke? (Prøver å forklare med fingrene, men roter seg bort)
2.2.8	Student 1:	Men korleis kan dokke vise meg ka dokke tenkte? (Minner begge eleven på hvor mange de skulle ha) (Begge elevene har nå begynte å holde på med klossene fra forrige oppgåva)
2.2.9	Oliver:	Og jeg har 1, 2, 3… 7, 8 (Teller fort over de fire første med fingeren, resten uten) Da mangler jeg bare 2 (Sier litt usikkert, men legger på to til)
2.2.10	Student 1:	Husker du kor mange du skulle ha Sara? (Eleven er veldig usikker) Du skulle ha 9.
2.2.11	Sara:	Jeg skulle ha 9, kan ej få ta en annen farge? (Får et ok fra student 1, og legger vekk det første tårnet på 11, og begynner på et helt nytt et)
2.2.12	Oliver:	(Ser litt på tårnet, så teller over tårnet igjen, denne gangen hver enkelt) 1, 2, 3, 4,...., 9, 10. (Tar en ny klosse fra kassa) 11, er det 12 som man må ha? (ser på student)
2.2.13	Student 1:	14.
2.2.14	Oliver:	(Nå har Sara begynte å bygge tårn med en ny farge, og putter på en og en, men teller ikke mens han holder på.) Det er ikke noe gul oppi her, bare littegrann (Oliver finner to gule som henger sammen i kassa, men teller over tårnet på nytt) 1, 2 ….., 10, 11, 12-13 (menst han putter tårnet med to i oppå)

2.2.15	Sara:	(Teller over tårnet sitt nå, med en finger, og en og en) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (hvisker lavt) (så gjør det engang til, men med høyere stemme) (Tar en ut av kassa) 8, (så finner en på bordet) 9 (løfter opp tårnet sitt) Da er jeg ferdig.
2.2.16	Oliver:	(Tar en siste ut av kassa) 14, Jeg og.
2.2.17	Student1:	Så da fant dere ut, at det blir til sammen?
2.2.18	Oliver:	Det blir til sammen (legger vekk tårnet. Teller med fingrene, fort, men kommer på tårnet. Teller sitt tårn uten fingre og med fingre på tårn nr. to) . 15, 16… 23, 24 (Eleven ser usikker ut)
2.2.19	Sara:	Jeg har en idé (Fester de to tårna, men legge til tårnet på elleve fra oppgaven før?
2.2.20	Oliver:	Hvorfor tar du den og? (Peker på det tredje tårnet)
2.2.21	Sara:	Da kan vi vite hvor mange det er.
2.2.22		(Oliver teller, Sara følger med. teller en - to klosse to ganger,) 1 - 29, 20 - 10.. , .., 20 - 18.

<u>Oppgave 3</u>

2.3.1		(Før elevene får en oppgave her, velger studenten å få de til å dele opp alle tårna, sånn at vi bare har enkelt klosser liggende på bordet.)
2.3.2	Student 1:	Sara har 6 klosse og Oliver, du har 15.
2.3.3	Oliver:	Jeg har 14, så da trenger jeg en til. (Tar en ny klosse fra kassa)
2.3.4	Sara:	(tar to og to ut av haugen. fester der først i hop) sann. (setter klossene opp i to tårn, med 3 i hver) Sann, nå er det. (setter tårna opp ved siden av hverandre.)
2.3.5	Student 1:	Så du har 6 stykker og det vet du fordi at? ka har du gjort her da?
2.3.6	Oliver:	Her er femten (har da en haug med klossene fra oppgavene ista og den ekstra han la til, og samler de vekke fra de andre klossene på bordet)
2.3.7	Sara:	Det er tre og tre, og det blir seks.
2.3.8	Oliver:	(Har nå begynte å bygge sine klosser til et tårn, og bygger det så helt ferdig til et tårn) 15 er veldig mye klosser. (Blir en pause)
2.3.9	Student 1:	Og det eg lurer på nå, kor mange fleire klosser har Oliver enn Sara? Kor mange fleire har du?
2.3.10	Oliver:	1, 2, 3, 4 (på sin egen) han har fire? Eeeh, nei, hun har 6(Teller over hele en gang, og begynner etter de fire første) 11, 11 flere.
2.3.11	Student 1:	Okei, korleis tenkte du da?
2.3.12	Oliver:	1, 2, 3, 4, (teller usikkert videre) 5… 6 (tar av de han telte under) Her må du ta av, da har vi bare så mye igjen (holder opp den “øverste” mengden)

2.3.13 Student 1: Så kor mange fler har du da?
2.3.14 Oliver: (etter litt fundering, teller tårnet) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 9! (Tar opp den andre) Det her er og 6, så (peker på det andre tårnet igjen) så det er blir det som er mer
2.3.15 Sara: (setter sammen sine to 3'er tårn og setter den inntil det Oliver holder, så de begge ser at der er det like mye.

Gruppe 3

Oppgave 1

3.1.1 Student 1: Hvis han William har 8 klosser.
3.1.2 William: Skal jeg ta disse? (peker på klossene i kassa)
3.1.3 Student 1: Det kan du gjøre. Også har Aksel 11 klosser
3.1.4 William: (bygger de i tårn, og teller lav for seg selv, når tårnet er på ca. 4 tellre han over med hjelp av en finger og peker nedover)
(Begge elevene tar ut en og en fra kassa, og lager de til hver sitt tårn, og begge med samme farge)
3.1.5 William: 5, 6, 7, 8 (lavt mens han bygger) (så legger han ned tårnet og teller over en ekstra gang, før han sette tårnet på 8 opp)
3.1.6 Aksel: Der (Ser ikke ut til å ha telt over og har heller ikke dobbeltsjekka enda, men når studenten går videre i oppgaven teller han over mengden)
3.1.7 Student 1: Også får William 11 klosser med Aksel. Kor mange har William da?
3.1.8 Aksel: (setter sine 11 oppå de William holder fram, slik det blir et tårn)
3.1.9 William: (Holder nå tårnet i en hånd, og teller seg oppover, så lavt man ikke hører hva han sier) 20

Oppgave 2

3.2.1 Student 1: Da har William 14 klosser, og Aksel har 9.
3.2.2 Aksel: Du har fjorten? (elevene deler tårnet i to, og de bytter fra den de lagde i første oppgåva)
3.2.3 William: Har jeg fjorten nå? (Teller over tårnet)
3.2.4 Aksel: (tar en klosse fra kassa) nei (og fester det på tårnet med 8) det var 11. (Sette fra seg sitt tårn, og tar ut en og en og teller) 12, 13, 14 (og legger de på William sin side av bordet)

3.2.5 William: (Teller på nytt et par ganger, og teller lavt for seg selv) 1, 2, 3, 4, 5, … 10, 11 (Tar fra haugen Aksel laga til, og de teller i lag) 12, 13, 14.

3.2.6 Student 1: Kor mange har dokke to til sammen nå?

3.2.7 William: (Teller over den han akkurat lagde, og når han skal begynne på den andre tårnet klarer han ikke å vær like grundig. detter ut)

3.2.8 Aksel: (Ser over den William har, så teller sin egen med en finger på hver kloss, mens han lavt sier tallene for seg selv) 23.

<u>Oppgave 3</u>

3.3.1 Student 1: Ole han har 6 klosser og Frida hun har 15. Hvor mange flere klosser har Frida enn Ole? Hvordan kan man løse det? (Gjentar oppgåva en gang til)

3.3.2 William: (Brekker av 3 fra sitt tårn to ganger, og holder de sammen. er på vei til sette den ene oppå den andre, men stopper når han blir spurt)

3.3.3 Student 1: Ka gjorde du nå William?

3.3.4 William: Jeg har tatt sånn at det blir seks. (viser de fram med to vedsiden av hverandre, så setter de sammen til ett tårn)

3.3.5 Aksel: (Hermer etter det som William gjorde og lager sitt eget tårn med 6)

3.3.6 Student 1: Frida i dinna historia, hun hadde 15. (Begge elevene fikler med klossene, ser litt på studenten, men gjør ikke noe mere for å løse denne oppgaven nå, går mot 20 sekunder uten at de sir noe)

3.3.7 Student 1: Okei, da prøver vi den litt anna. Aksel har 15 klosser og William har 6 klosser. kor mange klosser skal du da ha Aksel?

3.3.8 (Begge elevene fortsetter og sitte fast, fikler litt med klossene,putter de på fingrene og Aksel mister ned sine, William tar av to fra sine to tre tårn, men setter på nye, så når Aksel setter seg opp igjen bestemmer studenten seg for å gå videre med til en ny oppgave)

<u>Oppgave 4</u>

3.4.1 Student 1: Hvis Aksel har 11 klosser. 11 Klosser. Hvor mange har du der da?

3.4.2 Aksel: (Fikler med klosser på fingrene, som han så fester på tårnet) Ni.

3.4.3 Student 1: Og du skulle ha 11, kor mange mangler du da?

3.4.4 Aksel: (Teller lavt) 10, 2! (Tar begge hendene ned i kassen og tar en med hver hånd) 1, 2 (Fester de til tårnet)

3.4.5 Student 1: Også gir du vekk tre stykker til William. Kor mange har du da igjen Aksel?

3.4.6 Aksel: (knekker av de tre øverste på tårnet og skyver dem over bordet. Teller tårnet med en finger, en og en. Er så lavt at man ikke hører) 8 (snur seg til studenten)

<u>Oppgave 5</u>

3.5.1 Student 1: William og Aksel har 23 klosser i lag. Dokke har 23 stykk i lag. Klarer dokke å lage det til slik at dokke har 23 i lag?

3.5.2 Aksel: Her har jeg hvertfall 8. (tar på tårnet fra forrige oppgaven) (Tar deretter opp en ny fra kassa og fester på tårnet, teller ikke 9)

3.5.3 William: (Begynner å ta fra de han har foran seg og legger det i en haug midt på bordet)

3.5.4 Aksel: (tar en finger, og beveger de over de William har lagt fram. Teller først de enkle, så de som er sammen, så de enkle som begynner på en ny farge og de William akkurat legger fra seg) 1, 2, 3, 4, 5, …, 16, 17 (på de siste venter Aksel menst William legger de fram.) (Så begynner begge to å ta ut av kassa, uten å samkjøre hva de gjør lenger)

3.5.5 Student 1: Kor mange har vi da? skal vi telle?

3.5.6 Aksel: Jeg har ikke 23

3.5.7 Student 1: Men dokke skal ha det i lag, til sammen (viser til mengden som ligger midt på bordet)

3.5.8 William: (tar mengden vekk fra midten, og starter å lage et tårn på midten. Tar de fra hverandre og teller en og en) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

3.5.9 Aksel: (Teller hele tårnet sitt lavt, mens det står sammen) 1, … 10, 11

3.5.10 Student 1: Så da har William 9 og Aksel har 11. Begynne vi å nærme oss 23 da, tror dokke?

3.5.11 William: Ja (men er usikker, og legger bare inn en tilfeldig mengde inn i haugen.4-5 stykk)

3.5.12 Student 1: Skal vi telle da?

3.5.13 William: 1, 2, 3, (Teller hver gang han setter en ny kloss i tårnet) 4, 5, 6 (deler det i to tre tårn og sette det på bordet, legger til en på begge tårna)
(Det går litt tid)

3.5.14 Student 2: Husker dokke ka oppgava var nå?

3.5.15 William: Eeeeh, tror det

3.5.16 Aksel: Litt?

3.5.17 Student 2: Kor mye dokke skulle ha på bordet igjen?

3.5.18 Aksel: 22, 23. (holde litt på med tårnet han har foran seg)

3.5.19 Student 1: Så nå har Aksel 11. Ka vi må telle videre da?

3.5.20 William: 12 (Legger de klossene han har foran seg over bordet, som var i tårn)

3.5.21 Begge: (Elevene ta av en og en, og teller hver) 12, 13, 14, 15, 16 (15 og 16 var festet fra før av, men William skiller og fester de etter hverandre) 17, 18, 19(samme gjelder 18 og 19), 20, 21, 22, 23 (Er et sammenhengende tårn).

3.5.22 Student 1: Så eige William 14 av disse. Kor mange av dei er da Aksel sine?

3.5.23 William: (Bryter av klossene som han skal ha) 1,2, 3 (tar av en treer) 4, 5 (i toer, og setter de i lag me de 3).

3.5.24 Aksel: 6, 7, 8 (Tar av en og en fra det lange tårnet og legge det bort til William, som fester det på sitt tårn) 9, 10, 11, 12, 13, 14.

3.5.25 Student 1: Hvor mange har da Aksel?

3.5.26 Aksel: (Tar opp sitt eget tårn, og holde det i den ene hånda og teller med en finger, stille) 9. (William bygger på alle klossene sine, også sette det oppreist når alle 14 er på)

Gruppe 4

<u>Oppgave 2</u>

4.2.1 Student 1: Han Mathias har 9 klosser

4.2.2 Mathias: (tar ut en rad fra kassa, og teller den høyt) 1, 2, 3, 4 (Så tar en) 5 (så tar to) 6, 7

4.2.3 Student 1: og hun Nora har 14 klosser.

4.2.4 Nora: (Tar ut en og en og teller) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,

4.2.5 Mathias: (har tatt en rad med tre, men her tar han av en og en) 8, 9 (legger den siste tilbake i kassa og holde tårnet)

4.2.6 Nora: (finner et tårn med 4 på) 8, 9, 10, 11 (teller den i sin helhet, og har lagt det første tårnet vekk, så ser på studenten) Tre til?

4.2.7 Student 1: Tre til ja

4.2.8 Nora: (Fester så hele tårnet sammen, men roter litt med dette, og glemmer å feste på den siste klossen)

4.2.9 Student1: Hvor mange har du der da?

4.2.10 Nora: Fjorten

4.2.11 Student 1: Må telle den da

4.2.12 Nora: (Teller fra ovenfra nedover med bruk av en finger mens tårnet blir holdt i den andre hånda) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, (ser så opp på studenten, så ser hun den siste klossen, tar den til seg) 11 (fester den etter en liten stund i bunnen)

4.2.13 Student 1: Hvor mange mangler vi da til 14?

4.2.14 Mathias: 3. 12, 13, 14! (tar ikke ut klosser får medeleven)

4.2.15 Nora: Mangler vi tre? (tar så handa opp i kassa, bruker litt tid etter hun har tatt ut to, ser på studenten, så velger hun enn etter en liten stund) (fester alle tre til tårner “etter farge, men usikker på om vi skal ha det med?”) der

4.2.16 Student 1: Også lurer eg på, hvor mange klosser har dokke tilsammen?

4.2.17 Mathias: (skubber sitt tårn over bordet til Nora)

4.2.18 Nora: (Skubber sitt over, sette det først oppå, så dele det mer opp) okei, vi deler det i farger. Okei putt di på sann (Viser til det tårnet med blå hun hadde fra før av)

4.2.19 Mathias: (Tar av en og en, og legger det i tårn med de samme fargene)

4.2.20 Nora: Okei, ta gul her, også har du en gul til (tar det gule tårnet pluss den enkle gule klossen)

4.2.21 Mathias: (Fester de blå i et tårn) har du en hvit? (peker på den ene hvite klossen de har tatt i bruk)

4.2.22 Nora: (tar de resterende blå og grønne og gjør sånn alle fargene er i et tårn) (Deretter lager de et felles tårn med alle klossene delt inn i farge) Okei, jeg teller (Legger tårnet vannrett og fra høyre mot venstre, pekefingeren indikerer hvor lang man har kommet, venstre handa bruker eleven til å flytte tårnet.) 1, 2, 3, 4, 5, 6, …, 21, 22, 23 (ekstra trykk på den, og løfter opp begge hendene)

<u>Oppgave 1</u>

4.1.1 Student 1: Viss Nora har 8 klosser

4.1.2 Nora: (Dele av en tilfeldig mengde, og teller, ovenfra og ned, hver kloss mellom to fingrer) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (Så tar av en til fra det lange tårnet) 8 (før hun så fester siste klossen på de nye tårnet)

4.1.3 Student 1: Og Mathias har 11 klosser.

4.1.4 Mathias: (knekker av en tilfeldig mengde, fra andre sida, på samme måte) 1, 2, 3, 4 (så tar av en og en og teller samtidig) 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 (begynner å feste dem)

4.1.5 Nora: Skal vi legge dem oppi? (Peker på den resterende mengden fra forrige oppgave og dele den opp før hun legge den i kassa)

4.1.6 Student 1: Så gir han Mathias alle sine 11 til hun Nora. Kor mange er det Nora har da?

4.1.7 Mathias: (Skur sine tårn over bordet)

4.1.8 Nora: (Tar av hver enkelt kloss fra sitt eget tårn først) 1, 2, 3 (telle de ikke før hun har festet det på det nye tårnet hun lager) 4, …, 10 (så blir det knekt av to sammenhengende, og hun feste begge øverst på tårnet) 11-12 (så en og en)

13, 14, 15, (her tar Nora annenhver kloss øverst eller nederst) 16 - 17, 18 - 19, (holder litt ekstra trykk på den, og løfter opp tårnet)

Oppgave 3

4.3.1	Student 1:	Mathias har 15 klosser.
4.3.2	Mathias:	(Ser først på at Nora prøver at han skal ta fra det høye tårnet, men bestemmer seg for å ta en og en ut av kassa) 1, 2, 3, 4, 5, 6 (Teller høyt, og legger trykk på hver tall, spesielt 5, 6) 7, 8.
4.3.3	Student 1:	Så har Nora 6 klosser (Sies lavt til Nora)
4.3.4	Nora:	2, 4, 6 (tar av to og to fra tårnet fra forrige oppgave, og teller de i par høyt, legger de i haug, så legger det resterende oppi kassa igjen og deler de opp)
4.3.5	Mathias:	(Dette ut av tellinga når Nora begynner, og dobbeltsjekke hvor mye han har, tar fingeren mellom hver klosse) 1, 2, 3, …, 7, 8! 9, 10, 11, 12, 13, (tar ut en og en, og teller på samme måte, og sir hvert tall tydelig) 14, (får en kloss av Nora og Nora teller 14 første gang i lag, tårnet detter sammen, men hun teller 14 igjen når han setter tårnet opp igjen) og 15
4.3.6	Student 1:	Kor mange flere enn Nora har Mathias? (gjentar en gang til, og peker på elevene når han sier deres mengde)
4.3.7	Mathias:	eeeh, 15?
4.3.8	Nora:	12
4.3.9	Student 1:	Ka tenkte du da? (får ikke noe svar) Klare vi å vise dette på en måte med klossene?
4.3.10	Nora:	Vent, jeg har en god ide (Skyver sitt tårn inntil det på 15) vent (tar begge tårna og legge de vannrett, holde tårna sann at begge startpunkta e likte, også teller fra den klossen på det lengste tårnet som begynner forbi det korte) (en finger, mens den andre holde begge tårna tett, teller stilt, men laget litt for hver gang hun flytter fingeren) aaaah, (løfte opp begge tårna) 9!!! (viser til studenten, så til andre eleven)

Gruppe 5

Oppgave 1

5.1.1		(her holder begge elevene på med konkretene før de for oppgåva, sette litt sammen i tårn og tester ut hvordan man bruker de)
5.1.2	Student 1: Hvis Iben har 8 klosser, og Olivia har 11 klosser?	

5.1.3	Iben:	yay! (har klosser ii to tårn, en med fem og et med tre, og lager en “L” med de)
5.1.4	Olivia:	1, 2, 3, 4, 5, 6 (Teller de klossene hun allerede har i armene sine, en finger og teller seg oppover) (Tar ut to nye fra kassa)
5.1.5	Iben:	(kan høres ut som hun svarer 8 i spørsmål om kor mange ho har der)
5.1.6	Olivia:	2, 4, 6 (fester de to nye på) 8. (dobbeltsjekker igjen) (Tar to til, fester på den ene) 10, (fester på en siste) 11
5.1.7	Student 1:	Også gir Olivia sine 11 til Iben.
5.1.8	Olivia:	(så teller hun en gang til for å dobbeltsjekke) 1, 2, 3 …, 9, 10, oja, det var 10 (tar en ny kloss fra kassa, og fester på toppen) sånn (legger den over til Iben sin side av bordet)
5.1.9	Student 1:	Kor mange har Iben da?
5.1.10	Begge:	(Elevene teller fra hver sin ende på tårnet. Tårnene står stilt opp i rekkefølgen 3’er , 5’er, 11’er. Elevene teller likt)
5.1.11	Olivia:	1, …, 22 (teller en og en, fingeren har avstand til tårnet, og hun detter ut. Telle noen klosser flere ganger og flytter ikke fingeren langt nok får på hvert tall) 22
5.1.12	Iben:	(Teller med fingeren inntil tårnet, og holder seg til rett tall og kloss) 1, …, 14 (på de resterende tallene teller hun i samme tempo, men flytter fingeren fortere oppover) 15, 16, 17. 17
5.1.13	Student 1:	Skal vi prøve å telle en gang til for å prøve å sjå om vi får det samme?
5.1.14	Iben:	(Setter nå tårnene oppå hverandre. Holder det loddrett) 1, 2 (Elevene teller sammen. Olivia begynner på den første når Iben er på den andre. De teller i samme tempo fra 1-17)
5.1.15	Iben:	18
5.1.16	Olivia:	18, 19.

<u>Oppgave 2</u>

5.2.1	Student 1:	Iben har 14 klosser. 14
5.2.2	Iben:	(tar ene av de tårna de akkurat laga, teller det menst det litt vannrett på bordet, er borti hver kloss) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Jeg har 9
5.2.3	Olivia:	(Skyver en kloss over bordet) 10, 11 (skubber bort en til, og visker det lavt) (Så tar en neve med klosser ut av kassa og legge det foran Iben)
5.2.4	Iben:	(Tar på de to første, så tar på to til, teller ikke, mens Olivia får sin del av oppgåva)
5.2.5	Student 1:	Så har Olivia 9 klosser.

5.2.6	Olivia:	(har et tårn fra forrige oppgaven) 1,2, 1, 2, 2, 4, 6, 8, 9 (holder tommelen over to klosser for hver, så tar hun en enkelt til slutt som hun også legger tommelen på)
5.2.7	Iben:	La mej få telle (teller langt fra, skubber i tårnet for hver gang, flirer litt, ikke samme rytme på tellingen og bevegelsen på fingeren) 1, 2, 3, 4, 11, 12
5.2.8	Student 1:	(Legge merke til dette, og legge en finger på nederste punkt og teller en og en lavt, men har oppmerksomheten til eleven) 1, …, 12, 13.
5.2.9	Iben:	En til (fester på en siste, så legge de løse klossene oppi kassa igjen) Jeg har 14.
5.2.10	Student 1:	Kor mange har dokke to i lag?
5.2.11	Olivia:	(teller først sitt eget, med samme teknikk som ista, 2 og 2) 1, …, 9
5.2.12	Iben:	(teller også sitt eget) 1, 2, 3, 4, 5, 6 (men stopper når Olivia begynner på det tårnet hun laget)
5.2.13	Olivia:	10, 12, 14 (tårnet velter, og hun mister hvor hun er, men fortsetter) 16, 18, 20, 22, 24.
5.2.14	Iben:	La meg få telle (begynner på det laveste tårnet, teller med en finger) 1, 2, 3, 4, 5 (tårnet dette, men forsetter menst det ligger) 6, 7, 8, 9. (så flytter seg over til de høge tårnet, og teller fra bunnen av) 10, 11, 12 …, 21, 22, 23, 23 (og nikker) (Elevene diskuterer litt mellom seg, men ikke noe relevant, litt sånn " der e den mengden" eller "det va den mengden!")

<u>Oppgave 3</u>

5.3.1	Student 1:	Vis hun Olivia har 15 klosser?
5.3.2	Olivia:	(Har tårnet fra tidligere, teller på samme måte) 2, 4, 6, 8, 9 (Tar ut en fra kassa) 10.
5.3.3	Student 1:	Og hun Iben har 6 klosser.
5.3.4	Iben:	(Sitter med to tårn som hun laget mellom oppgavene. Legger vekk det høyeste. Tar ut en ekstra kloss fra kassa og fester det på det laveste tårnet. Teller ikke over. Driver å dele det fra hverandre)
5.3.5	Olivia:	(Teller over igjen) 2, 4, 6, 8, 10 (tar ut en tre'er fra kassa, og tar av den ene) 12. (så tar to enkle) 14 (før hun fester på begge enkelte) 14
5.3.6	Student 1:	Kor mange skulle du ha?
5.3.7	Olivia:	14?
5.3.8	Student 1:	Nesten, 15 så oppgava
5.3.9	Olivia:	aah, 15 (tar en til fra kassa også fester den på toppen uten å telle)
5.3.10	Student 1:	så lure ej på. kor mange flere har Olivia enn Iben?

5.3.11	Olivia:	(Legger sitt tårn ned på bordet. Iben legger sitt tårn midt på, men Olivia flytter det helt bort til venstre/nederst på tårnet. Sjekker grundig at det er helt bak og teller fra hvor det minste tårnet slutter) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. (rekker opp handa) 9.
5.3.12	Iben:	(Holder sitt tårn fast med begge hender, der Olivia plasserte det)
5.3.13	Student 1:	Ka tenkte du da?
5.3.14	Olivia:	Jeg telte bare de her (peker på de bortafor 6'er tårnet)
5.3.15	Student 1:	fordi at?
5.3.16	Olivia:	fordi det er det som viser hvor kort den (peker på den korte) er i forhold til den (peker på den lange)

<u>Oppgave 5</u>

5.5.1	Student 1:	Hvis dokke har 23 klosser i lag. Dokke to har 23 klosser i lag (viser med begge hendene mot hverandre)
5.5.2	Olivia:	14, 15 (peker på tårnet fra forrige oppgave, og tar ut en kloss fra kassa, og fester på) 16 (fester videre)
5.5.3	Iben:	(teller over sitt tårn) 1, 6, 23. Jeg hadde 6, så må jeg telle 9 (festet på tre nye, så to til)
5.5.4	Student 1:	Dokke skulle ha det i sammen, dokke to.
5.5.5	Olivia:	Jeg har 18
5.5.6	Student 1:	Du har 18, kor mange mangler vi da?
5.5.7	Iben:	(Teller en og en, menst tårnet ligger) 1, 2, … 8, 19, 20 (begynner på nytt)
5.5.8	Olivia:	(fortsetter å feste klosser på sitt tårn) 20, 22, 23. sånn, da har jeg 23
5.5.9	Iben:	1, 2, 3, … , 9, 10, 11 (på samme måte) 12, 13 (tar på en og teller for hver gang) 14, 16, 17.
5.5.10	Olivia:	Iben, jeg har 23 her nå.
5.5.11	Iben:	Jeg har 17, 18 (mens hun fester en ny)
5.5.12	Student 1:	Vi skal ha 23 i lag, vet vi ka det vil si å ha noe i lag? (begge elevene svarer ja) Ka det betyr da? da har man det til sam (Blir avbrutt)
5.5.13	Iben:	1, 2, 3, …. 16, 17. (teller over sin egen, en og en, fortsetter når student prøver å snakke)
5.5.14	Student 1:	Så vist dokke har 23 i lag (Blir avbrutt)
5.5.15	Olivia:	17!
5.5.16	Student 1:	Så er det nye spørsmålet. (Bekreftelse fra begge elever at de følger med) For her e det 23 (legger tårnet vannrett midt på bordet)
5.5.17	Iben:	(Legge tårnet sitt under) Jeg har.

5.5.18	Student 1:	Og Iben eiger 14 (Blir avbrutt her. Studenten peker tydelig på tårnet på 23)
5.5.19	Iben:	(løfter sitt tårn) Men hvor mange har jeg?
5.5.20	Student 1:	Nå kan vi legge vekk dinna (peker på tårnet som Iben har, som hun tar det bort. Så legger det andre tårnet på midten) Så da har vi 23 her. Iben eiger 14 av dissa, hvor mange eiger da Olivia?
5.5.21	Olivia:	(Teller først en og en, menst hun tar på hver kloss og kommer til) 1, 2, …19 (undrer seg litt, og starter på nytt)
5.5.22	Iben:	14? 14 (sir det 5 ganger)
5.5.23	Olivia:	(begynner nå. Teller to og to, har to fingrer framme, og tar på de klossene de representerer) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 (stopper med de to fingrene her, og holde de der, mens hun bruker en finger på den andre handa) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (rekke opp handa) 9.
5.5.24	Student 1:	Da eige Iben 14, og Olivia eier 9 (peker på elevene, ikke på hvor stor mengde det er av tårnet)
5.5.25	Iben:	Det er ikke 9, det er mer enn 9 (peker på hele)
5.5.26	Student 1:	Men du eige 14, (peker på de 14 første) (Forstyrra av noen utenfra)

Gruppe 6

<u>Oppgave 2</u>

6.2.1	Student 1:	Vis Oskar har 14 klosser, og Noa har 9 klosser
6.2.2	Oskar:	(Tar ut en og en, og teller når de blir satt i tårnet) 1, 2, 3, 4 (tar ut to sammenhengende) 5-6
6.2.3	Noa:	1, 2, 3, 4, .., 9 (tar ut en og en, teller for hver ny som blir satt på tårnet. Samtidig med Oskar. Sette det opp)
6.2.4	Oskar:	(tar to igjen) 7-8. (så tilbake til en og en) 9, 10, 11 (det dette av to, men fester alle på tårnet igjen) (tar så en ny en, sier noe, men det er veldig lavt) …. Hvor mange klosser var det igjen?
6.2.5	Student 1:	Du skal ha 14.
6.2.6	Oskar:	(Trykker de øverste litt ekstra på) (tar så ut to klosser, en etter den andre, fester de på, og hører ikke at han teller) 14 (og så flytter tårnet til midten av bordet, oppreist
6.2.7	Student 1:	Kor mange har dokke til sammen? (Begge elevene skur sitt tårn inn mot midten av bordet, og så teller de på to forskjellige måter, samtidig)

6.2.8	Oskar:	Begynner nederst, og teller annenhver kloss på tårnene, helt til Oskar kommer til de delene som er høyere enn den andre, og da teller de tårnet en og en, teller stille, men viser med fingeren hvor langt han har kommet. Når det ser ut til han har telt ferdig, trekkes fingeren vekk. Sier ikke hvor mange han telte)
6.2.9	Noa:	(teller første fra topp til bunn på det laveste tårnet, etterfulgt av det høyeste. Teller stille og viser med fingeren hvor langt han har kommet. Sier siste tallet) 23
6.2.10	Oskar:	23 (kjapp analyse, han ene telte annenhver, andre telte først det ene, så det andre)

<u>Oppgave 1</u>

6.1.1	Student 1:	Noa har 11 klosser, og Oskar har 8 klosser
6.1.2	Noa:	(tar ut en og en, og fester de) (hører ikke det første han si, men) 3, 4
6.1.3	Oskar:	(Flytter klossene som ble brukt i forrige oppgave bort og setter de til studenten) (Videre teller begge elevene på samme måte, en og en, teller lavt for seg selv)
6.1.4	Noa:	11
6.1.5	Oskar:	(Sette opp tårnet og sier ikke hvor mange det er i tall)
6.1.6	Student 1:	Også får Oskar 11 klosser av Noa. Hvor mange klosser har Oskar da? (elevene blir begge usikre)
6.1.7	Oskar:	(Lener seg over bordet og strekker seg etter tårnet til Noa. Får tak idet, fester det på toppen og holder det godt på det)
6.1.8	Noa:	(Begynner først å telle, bruker en finger. Starter i bunnen og teller stille. Gjør dette hele veien. Viser tegn til usikkerhet)
6.1.9	Oskar:	(Begynner litt etter og gjør det samme. Teller stille fra bunnen. Når han er ca. halvveis, trekker han hånden vekk fra tårnet. Gjør samme bevegelsen med hånden utenå være borti tårnet. Øynene følger fingeren) 19
6.1.10	Noa:	(Ferdig før Oskar, men venter med å svare) 19.

<u>Oppgave 3</u>

6.3.1	Student1:	Hvis Oskar har 15 klosser, og Noa har 6 klosser
6.3.2	Oskar:	(legger bort tårnet fra forrige oppgave. Tar først en kloss, så et par med klosser) 1, 3
6.3.3	Noa:	(Teller og tar ut en og en, telle lavt) 1, 2, 3, …, 6 (holder den i hånda)
6.3.4	Oskar:	(Teller så en og en) 4, 5, 6, … 12 (tar et tårn med to) 13-14, (så en enkelt en) 15.

6.3.5 Student 1: Kor mange fleire klosser har Oskar enn Noa?

6.3.6 Oskar: (Skubber sin bort, Noa trekke sitt unna, men følge etter)

6.3.7 Noa: (Teller fra bunnen av det høyeste tårnet, er usikker på hvorfor tårna skal være inntil hverandre. Viser med en finger hvor han er og teller stille)

6.3.8 Oskar: (Teller fra over tårnet på 6 på sitt eget tårn. Teller stille inni seg og viser med finger. Stopper når han er ferdig, og svarer når Noa har tatt fingeren sin opp til den siste) 9.

6.3.9 Noa: (tar ned fingeren, og sier ikke noe)

6.3.10 Student 1: Okei, Korleis tenkte du da?

6.3.11 Oskar: Jeg tenkte sann (tar sitt eget og det minste tårnet, og holde de helt tett) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (fra over det laveste tårn)

<u>Oppgave 6</u>:

6.6.1 Student 1: Noa har 6 kuler. Det er 5 mindre enn det som Oskar har. Hvor mange har Oskar da? (gjentar det en gang til og legger til) korleis kan vi finne ut ka Oskar har? (viser med det Noa allerede hadde) Noa har 6 stykk (viser med fingeren), og det er fem mindre enn hva Oskar har (Løfter fingeren over der hvor ca. den neste mengden blir)

6.6.2 Oskar: Jeg klarer ikke tenke

6.6.3 Noa: (Fikler bare med det tårnet, legger haka nede i armen)

Gruppe 7

<u>Oppgave 1</u>

7.1.1 Her er begge elevene godt i gang med å leke med klossene før studenten forteller oppgåva

7.1.2 Student 1: Vist Hedda har 8 klosser, og Marthe har 11 klosser.

7.1.3 Hedda: (Legge dekk de tre hun allerede hadde, og begynne å ta ut to klosser)

7.1.4 Marthe: Nei. (Peker tårnet hun allerede har laga) 1, 2, 3, 4, 5 (Teller en og en, med hjelp av en finger)

7.1.5 Hedda: (Sliter litt med å feste de sammen) 2, (fester en siste, også mister tårnet på gulvet)

7.1.6 Student 1: Det er oppgåva

7.1.7 Marthe: 6 (tar ut en og en fra kassa, fester på undersiden av tårnet) 7, (tar en siste) nå har jeg 8 (Løfter opp slik at studenten skal se den. Teller over på samme måte igjen) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Også setter vi den der (setter sitt tårn på 8 oppå tårnet til Hedda på tre, når Hedda hentet tårnet hun mistet ned)

7.1.8 Hedda: Nei, (tar av de 8 øverste) det blir ikke 8. (legger de to tre'er tårnene hun har ned på bordet) 3, 4, 5 (en og en, og teller høyt, setter dem sammen med det andre tårnet på 3)

7.1.9 Marthe: (har begynte å lage et nytt tårn i tillegg, lager det med 5 klosser, og teller det ikke)

7.1.10 Student 1: Korleis veit du at det er dette du skal ha? (peker på de to tårna Hedda laget)

7.1.11 Hedda: fordi jeg har 3 og 5, og det blir 8.

7.1.12 Student 1: Husker du kor mange du skulle ha Marthe?

7.1.13 Marthe: (Holde opp de to tårna hun har, men svarer ikke)

7.1.14 Student 1: Kor mange ditta blir da?

7.1.15 Marthe: (velter tårnet et par ganger, Prøver så å teller, og dytter hardt i tårnet, tilslutt holder Hedda tårnet for henne) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, (flytter til det mindre, og det dette på) 8.

7.1.16 Hedda: 8 (legger litt trykke på det)

7.1.17 Marthe: (tar opp tårnet, og nå holder det) 9, 10, 11, 12(med en finger hele veien) (Tar så vekk en, legger den i kasssa, så fester de tårnet oppå hverandre)
(Note: tror hun telte feil, og der var 13 stk egentlig)

7.1.18 Student 1: Og nå skal Marthe gi alle 11 til Hedda. Da lure eg på hvor mange har Hedda nå?

7.1.19 Marthe: (Tar sitt tårn, fester det først oppå det lille, så det største tårnet til Hedda) oi (holder så tårnet sidelengs)

7.1.20 Student 1: Kor mange e ditta her nå?

7.1.21 Marthe: 12?

7.1.22 Hedda: (lener seg over bordet, og teller med en finger) 1, 2, 3, 4 (pga. måten tårnet blir holdt oppe, detter det sammen her) (Litt på gulvet, litt over alt, alt blir hentar, og Hedda prøver å sette det sammen igjen) Nei, så skal jeg telle.

7.1.23 Student 1: Men begge to kan telle?

7.1.24 (Hedda legger tårnet rett foran henne, teller fra begynnelsen med en finger) 1, (Marthe henger seg på med en finger og) 2, 3, 4, 5, 6, (sier hver bokstav i kor, og tar fingeren på ca samtidig, men de teller begge to rett) 18, 19, 20

Oppgave 2

7.2.1 Student 1: Kor mye har dokke til sammen vis Hedda har 14 klosser, og Marthe har 9 klosser?

7.2.2	Marthe:	(Tar det lage tårnet fra forrige oppgaver, og fortsetter å putte mer på det) (kan se ut som hun kommer på at hun skulle bare ha 9, så begynner å teller fra ene sida) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (deler tårnet her, noe som gjør at på andre siden er nesten like mye igjen) (hun sammenligner tårna, holde de inntil hverandre og ser at det er en mer på det ene, så hun tar av den, også sir) se, to 9'ere.
7.2.3	Hedda:	(Begynner helt på nytt, teller) 1, 2 .., 9, 10, 11 (prøver å sette opp tårnet)
7.2.4	Marthe:	12, 13, 14 (tar ut en del fra kassa, og legge de foran Hedda.
7.2.5	Hedda:	vent! Jeg har 10
7.2.6	Student1:	Du har 10, okei, kor mange mangler du da?
7.2.7	Hedda:	10 (peker på tårnet, starter å bygge et nytt tårn) 11, 12, 13, 14.
7.2.8	Student 1:	Kor mange har dokke til sammen da?
		…

NTNU
Kunnskap for en bedre verden