

Marit Skipnes Haugberg

En kvalitativ studie av matematikklærere sin undervisning av multiplikasjon ved 3. trinn.

Masteroppgave i matematikdidaktikk 1.-7. trinn

Veileder: Melih Turgut

Mai 2023

Marit Skipnes Haugberg

En kvalitativ studie av matematikklærere sin undervisning av multiplikasjon ved 3. trinn.

Masteroppgave i matematikdidaktikk 1.-7. trinn
Veileder: Melih Turgut
Mai 2023

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning



Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Hensikten med denne masteroppgaven har vært å undersøke matematikklærere sine kunnskaper, gjennom undervisning av multiplikasjon. Formålet ble satt for å kunne bidra til ytterligere innsikt i matematisk kunnskap for undervisning på barneskolen. Videre ble studien gjennomført for å kunne tydeliggjøre hvordan de forskjellige aspektene ved lærerne sin kunnskap utspilte seg i undervisning av multiplikasjon. Med utgangspunkt i studiens formål, ble det teoretiske rammeverket Kunnskapskvartetten valgt for å kunne belyse lærerens kunnskap i undervisning. Forskningsspørsmålet for denne masteroppgaven er: "Hvordan underviser lærere i multiplikasjon ved 3. trinn, sett i lys av Kunnskapskvartetten?"

Det ble benyttet en kvalitativ forskningsmetode for å kunne besvare masteroppgaven sitt forskningsspørsmål, der tre matematikklærere ble rekruttert til å delta. De tre deltakerne underviste ved 3. trinn, på to forskjellige barneskoler i den samme kommunen. Lærerne ble intervjuet, og observert under to undervisningsøkter hver. Det eneste kravet som ble stilt angående undervisningen, var temaet multiplikasjon. Det innhentende datamaterialet ble kodet og tematisert, i form av en tematisk analyse. Kodene og temaene tok utgangspunkt i Kunnskapskvartetten, som er spesifikt utviklet for å kunne studere matematikklærere i undervisning.

Resultatene fra denne studien viser at det er et samspill mellom de ulike aspektene ved læreren sin kunnskap. I lys av Kunnskapskvartetten fremkom det tydelig hvordan lærerne aktiviserte sitt *grunnlag*, da de underviste i multiplikasjon. Alle tre lærerne hadde en bevissthet om at addisjonsstrategier burde vektlegges i undervisning av multiplikasjon, og to av dem tok i bruk disse strategiene i undervisningen. Den ene brukte en utforskende kontekstoppgave, mens den andre tok i bruk læreboka. Studien viser også at de to samme lærerne anser automatisering av gangetabellen som hensiktsmessig i multiplikasjonsundervisningen, for å kunne gi elevene et nyttig verktøy videre i matematikken. Den tredje læreren aktiviserte deler av sitt *grunnlag* ved å bevisstgjøre elevene sine strategier gjennom en utforskende kontekstoppgave. Hovedbidraget fra denne studien er forståelse for hvordan lærere bruker deres kunnskap i undervisning av multiplikasjon. I lys av Kunnskapskvartetten bidrar denne masteroppgaven til å fremheve samspillet mellom de ulike aspektene ved lærernes kunnskap. Studien viser eksempler på hvordan lærerne praktiserer sitt *grunnlag*, gjennom *omdanning* og *sammenheng* i undervisningen. Dette kan bidra til å bevisstgjøre lærere under planlegging og gjennomføring av undervisning.

Abstract

The purpose of this master's thesis has been to investigate mathematics teachers' knowledge, through teaching of multiplication. The aim of this study was to get further insight into mathematical knowledge for teaching, in primary school. Furthermore, the study was conducted to shed light of how the different aspects of mathematics teacher's knowledge played out in the lessons of multiplication. Based on the purpose of the study, the theoretical framework the Knowledge Quartet was chosen to illuminate the teacher's knowledge in teaching. The research question for this master's thesis is: "How do teachers instruct multiplication at 3rd grade, within the lens of the Knowledge Quartet?"

A qualitative research method was used to answer the research question of this master's thesis, where three mathematics teachers were recruited to participate. The three participants taught 3rd grade, at two different primary schools in the same municipality. The teachers were interviewed and observed during two lessons each. The only demand that was made regarding the teaching was the topic of multiplication. The collected data was coded and thematized by a thematic analysis. The codes and themes were based on the Knowledge Quartet, which is specific developed for analysis of mathematics teachers in education.

The results from this study shows that there is an interaction between the different aspects of the teacher's knowledge. Within the lens of the Knowledge Quartet, it becomes clear how the teachers activated their *foundation* when they taught multiplication. All three teachers were conscious that addition strategies should be emphasized in teaching multiplication, and two of them used these strategies in teaching. One of them used an exploratory context task, while the other used the textbook. The study also shows that two of the teachers consider it to be useful to learn the multiplication table by heart, in order to give students a useful tool for further mathematics. The third teacher activated parts of his *foundation* by making the pupils aware of their strategies, through an exploratory context task. The main contribution from this study is knowledge about how teachers uses their knowledge while teaching multiplication. Within the lens of the Knowledge Quartet, this master thesis contributes to highlight the interaction between the different aspects of mathematics teacher's knowledge. The study present examples of how the teachers put their *foundation* into practice, through *transformation* and *connection* in teaching. These examples can raise awareness among teachers while planning and implementing the teaching.

Forord

Arbeidet med dette forskningsprosjektet er noe av det mest krevende jeg har gjort, men jeg har samtidig aldri kjent på så mye mestringsfølelse som denne prosessen har gitt meg. Med denne masteroppgaven markerer jeg slutten på lærerutdanningen ved NTNU, i Trondheim. Det betyr også at studenttilværelsen nærmer seg slutten, noe som er vemodig og fint på samme tid. Jeg sitter igjen med opplevelser og vennskap som jeg er evig takknemlig for. De siste fem årene har også gitt meg verdifull kunnskap og erfaringer, som gjør at jeg i dag er klar for å ta fatt på lærerrollen.

Det er flere som skal ha æren for at denne masteroppgaven til slutt endte med et resultat jeg er stolt av. Jeg vil først takke de tre lærerne som tok seg tid til å delta i mitt prosjekt, i en ellers hektisk hverdag som lærer. Takk for at dere bidro med å dele nyttige erfaringer og kunnskap. Jeg vil også rette en stor takk til min veileder, Melih Turgut. Med dine råd og tilbakemeldinger har du vært hjelpelig fra start til slutt i denne skriveprosessen. Jeg setter stor pris på all den tiden du har lagt ned for å kunne veilede meg i riktig retning. Til slutt må jeg takke hele familien min, for motiverende ord og for å ha holdt ut med meg i «masterbobla». Hver og en av dere har bidratt til at jeg har beholdt troen på meg selv og mitt masterprosjekt.

Marit Skipnes Haugberg,
Trondheim, mai 2023

Innholdsfortegnelse

1. INNLEDNING	11
1.1 Problemområdet og forskningsspørsmål	12
1.2 Oppgavens oppbygging	13
2. TEORETISK BAKGRUNN	14
2.1 Læreren sin kunnskap	14
2.1.1 Historisk fokus på læreren sin kunnskap	14
2.2 Kunnskapskvartetten	16
2.2.1 Grunnlag (foundation)	17
2.2.2 Omdanning (transformation)	18
2.2.3 Sammenheng (connection)	18
2.2.4 Eventualitet (contingency)	19
2.2.5 Tidligere forskning	19
2.3 Undervisning i multiplikasjon	20
2.3.1 Varierte arbeidsmetoder	21
2.3.2 Modeller for multiplikasjon	21
2.3.3 Bruk av kontekstoppgaver	22
2.3.4 Automatisering	22
2.3.5 Misoppfatninger ved multiplikasjon blant elevene	23
3. METODE	24
3.1 Forskningsdesign	24
3.2 Metodisk tilnærming	24
3.3 Vitenskapsteoretisk forankring	25
3.4 Datainnsamling	25
3.4.1 Utvalg og rekruttering	25
3.4.2 Intervju	28
3.4.3 Gjennomføring av intervju	28
3.4.4 Observasjon	29
3.4.5 Gjennomføring av observasjon	29
3.4.6 Feltnotater	32
3.5 Analytisk tilnærming	32
3.5.1 Metode for analyse av datamaterialet	32
3.6 Forskningens kvalitet	34
3.6.1 Gyldighet	34
3.6.2 Pålitelighet	35
3.6.3 Overførbarhet	35
3.7 Etske betraktninger	36

4. PRESENTASJON AV FUNN	38
4.1 Lotta´s case	38
4.1.1 Arbeid med gjentatt addisjon og like-grupper med utgangspunkt i kontekstoppgave.....	38
4.1.2 Modellering av løsningsstrategi med gjentatt addisjon og like-grupper.....	39
4.1.3 Automatisering av gangestykker som et tidsbesparende verktøy	42
4.2 Håvard´s case	44
4.2.1 Undervisning med utgangspunkt i addisjon for å fremme elevenes forståelse	44
4.2.2 Oppfølgingsspørsmål og oppsummering for å bevisstgjøre elevenes fremgangsmåter.....	45
4.3 Sofie´s case.....	47
4.3.1 Tavleundervisning med gjennomgang og innføring av 2- og 4-gangen.....	47
4.3.2 Veiledning under oppgaveløsning med fokus på like-grupper strategien.....	49
4.3.3 Automatisering av gangetabellen som grunnlag for elevenes senere arbeid i matematikk	50
4.4 Oppsummering av funn	52
4.4.1 Lotta	52
4.4.2 Håvard	52
4.4.3 Sofie	52
5. DISKUSJON	53
5.1 Oppsummering av funn	53
5. 2 Diskusjon av funn	53
5.2.1 Lærernes tilnærming gjennom addisjon	53
5.2.2 Bevisstgjøre elevene sine løsningsstrategier	55
5.2.3 Automatisering av gangetabellen	56
5.2.4 Kunnskapskvarsettens funksjoner	58
5.3 Studiens begrensninger	60
5.3.1 Valg av deltakere	60
5.3.2 Begrenset datamaterialet	61
6. KONKLUSJON OG VIDERE FORSKNING	62
REFERANSELISTE	64
VEDLEGG	69
Vedlegg 1 – Intervjuguide	69
Vedlegg 2 – Observasjonsskjema	72
Vedlegg 3 – Godkjenning fra NSD.....	74
Vedlegg 4 – Samtykkeskjema til lærere	76
Vedlegg 5 – Samtykkeskjema til foresatte	79

Figurer

Figur 1: Tidslinje for datainnsamlingsprosessen.	27
Figur 2: Plassering under observasjon av Sofie sin undervisning.	30
Figur 3: Plassering under observasjon av Lotta sin undervisning.	31
Figur 4: Plassering under observasjon av Håvard sin undervisning.	31
Figur 5: Illustrasjon av Lotta sin fremvisning av løsningsstrategi.	41
Figur 6: Fremstilling av Lotta sin undervisning.	43
Figur 7: Fremstilling av Håvard sin undervisning.	46
Figur 8: Illustrasjon av en multiplikasjonsoppgave fra læreboka til elevene.	49
Figur 9: Fremstilling av Sofie sin undervisning.	51

Tabeller

Tabell 1: Oversatt tabell med Kunnskapskvartetten sine fire dimensjoner og koder (inspirert av Valenta, 2015, s. 6).	17
Tabell 2: Presentasjon av deltakerne i forskningsprosjektet.	27
Tabell 3: Eksempel på koding og tematisering av datamaterialet.	33

Bilde

Bilde 1: Sofie sin fremvisning på tavla.	47
---	----

1. Innledning

«En god lærer er en god start» har nærmest blitt et mantra for å fremheve den viktige betydningen en lærer har, både for samfunnet og for enkeltindivider (Wiik, 2018). Hva man legger i dette ordtaket er åpent for tolkning, men det er ingen tvil om at lærerrollen innebærer mange forskjellige oppgaver og ulike ansvarsområder som skal beherskes for å betraktes som en god lærer. God relasjonskompetanse, klasseromsledelse, evnen til å gi gode tilbakemeldinger og sist, men ikke minst, god kunnskap – blir trukket frem som viktige egenskaper for å være en god lærer (Wilberg, 2015).

Følgelig har læreren sin kunnskap vært i matematikdidaktikkens søkelys i flere tiår (Ball et al., 2008; Mosvold, 2017; Petrou et al., 2011; Shulman, 1986). Det har blitt utviklet flere modeller som visualiserer læreren sin kunnskap, der det kommer tydelig frem at kunnskapen er svært sammensatt, og består av flere aspekter. Opp igjennom årene har flere diskusjoner rundt kunnskapsperspektiver funnet sted (Rowland et al., 2011). Samspillet mellom de forskjellige kunnskapskategoriene og læreren sin interaksjon med elevene er blant flere sentrale faktorer som har blitt diskutert av forskere (Petrou et al., 2011).

Det kan være utfordrende å identifisere læreren sin kunnskap, men når man først skal studere den, er det vesentlig å være bevisst på hvilken kunnskap hos matematikklæreren som skal undersøkes, og dessuten hvorfor denne kunnskapen skal måles (Mosvold et al., 2015). I likhet med dannelsen av ulike modeller for matematikklærerens kunnskap, har det også blitt utviklet rammeverk som blir benyttet i arbeid med lærere. Rowland et al. (2009) har eksempelvis utviklet det teoretiske rammeverket the Knowledge Quartet, som på norsk kan oversettes til Kunnskapskvartetten. Dette rammeverket har som hensikt å fungere som et verktøy i analyse og utvikling av matematisk undervisning (Valenta, 2015). I lys av rammeverkets fire dimensjoner – grunnlag, omdanning, sammenheng og eventualitet - har flere studier studert matematikklærerens kunnskap og undervisning (Liston, 2015; Turner, 2012; Weston, 2018).

I dag er det ulike forventninger til hvilken kompetanse og kunnskap læreren skal ha, men vi vet at lærerrollen blir formet av både det individuelle preget man har som person, og av læreplanene (Ekspertgruppa om lærerrollen, 2016). Man kan av den grunn si at matematikklæreren sin kunnskap blir aktivisert gjennom kompetansemålene, der undervisningen alltid vil ta utgangspunkt i hva elevene skal tilegne seg av matematikkunnskaper. I læreplanverket for grunnopplæringen i den norske skolen, ser man at matematikkfaget rommer et bredt omfang av forskjellige matematiske kunnskapsområder. Matematikkfagets relevans og sentrale verdier utdyper at

Matematikk er et sentralt fag for å kunne forstå mønstre og sammenhenger i samfunnet og naturen gjennom modellering og anvendelser. Matematikk skal bidra til at elevene utvikler et presist språk for resonnering, kritisk tenkning og kommunikasjon gjennom abstraksjon og generalisering. Matematikk skal forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi dem kompetanse i utforsking og problemløsning (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2).

Elevers resonnering i den norske skolen har fått mye oppmerksomhet av forskere (Anderson, 2020; Enge & Valenta, 2011; Enge & Valenta, 2022). Videre utdyper matematikkens kjerneelementer "utforskning og problemløsning" hvordan elevene gjennom faget skal tilegne seg metoder for å vektlegge strategier og fremgangsmåter for å løse problemer i matematikken. Her inngår blant annet at elevene skal oppdage sammenhenger, ha diskusjoner for å arbeide mot en felles forståelse og de skal utforske mønstre. Flere av kompetansemålene som skal være nådd etter 3. trinn, er knyttet til utforskning og problemløsning. Blant disse kompetansemålene er regnearten multiplikasjon en fellesnevner. Elevene skal kunne:

- Utforske multiplikasjon ved telling
- Eksperimentere med multiplikasjon og divisjon i hverdagssituasjoner
- Representere multiplikasjon på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene
- Bruke kommutative, assosiative og distributive egenskaper til å utforske og beskrive strategier i multiplikasjon (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 7)

Multiplikasjon kan omtales som kjernen i grunnleggende aritmetikkundervisning, og er som regneart en sentral komponent i flere andre matematiske emner som divisjon, brøk og proporsjonalitet (Larsson, 2016). Hvordan elevene i praksis skal tilegne seg kunnskap og ferdigheter innenfor dette domenet, samt oppnå kompetansemålene, er tett knyttet opp mot lærerens undervisning av multiplikasjon (Fauskanger et al., 2010). Etter undersøkning blant matematikkens litteratur om multiplikasjon, finner man fra de siste ti årene flere studier som undersøker *elevenes* forståelse og kunnskap i denne regnearten (Calabrese et al., 2020; Gyth, 2018; Kaufmann, 2019; Larsson, 2016). Blant tilgjengelig forskning viser det seg derimot å være et begrenset antall studier innenfor matematikdidaktikken som har undersøkt *læreren* sin kunnskap om multiplikasjon (Özel, 2022). Med tanke på hvor viktig og nødvendig det er at lærerne besitter tilstrekkelig kunnskap for at elevene skal utvikle ferdigheter innenfor multiplikasjon (Son et al., 2016), er det bemerkelsesverdig hvor lite forskning det tilsynelatende er om læreren sin undervisning av multiplikasjon. Ettersom hele fire av elleve kompetansemål som skal være nådd etter 3. trinn, omhandler multiplikasjon – anses det som naturlig å studere matematikklærere sin kunnskap i undervisning av multiplikasjon, på dette trinnet.

1.1 Problemområdet og forskningsspørsmål

Hvordan lærere underviser i multiplikasjon på bakgrunn av de ulike aspektene ved deres kunnskap, ser ut til å være manglende blant tilgjengelig forskning. Med tanke på multiplikasjon sin fundamentale rolle i elevenes utvikling av matematiske kunnskaper, vitner det for meg om et behov for å belyse læreren sin matematiske kunnskap gjennom undervisning av dette temaet. I denne masteroppgaven vil jeg derfor undersøke matematikklæreren sin undervisning av multiplikasjon, ved 3. trinn i barneskolen. På bakgrunn av at Kunnskapskvartetten i en årrekke har vist seg å være et hensiktsmessig verktøy i arbeid med matematikklærere, har jeg valgt dette teoretiske rammeverket i min studie. Formålet med denne masteroppgaven er å undersøke matematikklæreren sin kunnskap, gjennom undervisning av multiplikasjon. Formålet er satt for å bidra til ytterligere innsikt i matematisk kunnskap for undervisning. Hensikten er videre å belyse

sentrale aspekter ved matematikklæreren sin kunnskap, og tydeliggjøre hvordan disse aspektene utspiller seg i en undervisningssammenheng.

Med utgangspunkt i studien sitt formål vil denne masteroppgaven være en bidragsyter til matematikdidaktikken. Å rette fokuset mot læreren sin undervisning av multiplikasjon vil bidra til å fylle et tilsynelatende mangelfullt forskningsfelt. Masteroppgaven sitt forskningsspørsmål er formulert til følgende:

“Hvordan underviser matematikklærere i multiplikasjon ved 3. trinn, sett i lys av Kunnskapskvartetten?”

For å besvare dette forskningsspørsmålet har det blitt samlet inn relevant datamateriale gjennom kvalitative metoder. Jeg har observert tre lærere som underviser i matematikk ved 3. trinn. I tillegg til observasjon av deres multiplikasjonsundervisning, har jeg intervjuet de tre lærerne. Videre har jeg utført en analyse av datamaterialet som ble innhentet, med utgangspunkt i Kunnskapskvartetten og relevant teori om multiplikasjonsundervisning. Senere har funnene fra analysen blitt diskutert i lys av tidligere forskning ved bruk av Kunnskapskvartetten, og undervisning av multiplikasjon.

1.2 Oppgavens oppbygging

Denne masteroppgaven er organisert i seks kapitler. Kapittel 2 vil gå nærmere inn på Kunnskapskvartetten, i tillegg til å gjøre rede for nyttig teori om matematikklæreren sin kunnskap og undervisning. Her vil også teori og tidligere forskning om både elevene og lærerne sine kunnskaper om multiplikasjon bli presentert. I kapittel 3 vil de metodiske tilnærmingene for oppgaven bli greid ut om. Deretter blir funnene fra analysen av lærerne bli lagt frem i kapittel 4, før funnene senere blir diskutert i kapittel 5. Kapittel 6 er det siste og avsluttende kapittelet, som gir ei oppsummering av masteroppgaven sine viktigste funn. Her vil også forslag til videre forskning bli fremlagt.

2. Teoretisk bakgrunn

Dette kapittelet presenterer læreren sin kunnskap i matematikk og fremlegger hvilke kunnskaper som anses som sentrale i matematikkundervisning. Videre gis det et kort historisk perspektiv på relevant forskningslitteratur innenfor læreren sin kunnskap i matematikk. Deretter presenteres det teoretiske rammeverket som er utgangspunkt for masteroppgaven og som vil være veiledende i analysen av det innhentede datamaterialet. For å kunne studere matematikklærere sin kunnskap i undervisning av multiplikasjon, vil det således være hensiktsmessig å danne seg et bilde av hvilke teoretiske aspekter ved multiplikasjon som er sentrale. I lys av læreren sin undervisningskunnskap vil også elevene sin forståelse av multiplikasjon bli beskrevet i dette kapittelet.

2.1 Læreren sin kunnskap

Undersøkelser har vist at elevenes resultater i matematikk har sammenheng med undervisningskunnskapen i matematikk fra læreren sin side (Fauskanger et al., 2010). Særlig for de yngre elevene, har studier vist at læreren sin matematiske kunnskap kan ha avgjørende betydning (Fauskanger et al., 2010). Å være lærer innebærer å beherske mange forskjellige typer matematisk kunnskap. Som matematikklærer må man gjøre alt fra å plukke ut passende oppgaver og eksempler, vurdere læremidler i faget, til å analysere elevenes arbeid. Sistnevnte rommer så mangt, der elevenes matematiske argumenter, - misoppfatninger, - utregninger og spørsmål skal håndteres og behandles (Fauskanger et al., 2010). Undervisningsarbeidet er derfor preget av mye kommunikasjon, der læreren gjennom dialog med elevene må anvende matematisk kunnskap på forskjellige måter (Hoover et al., 2016). Her er en del av læreren sin kunnskap å kunne imøtekomme elevenes forståelse, samtidig som læreren har ansvar for å utvikle forståelsen til elevene (Hoover et al., 2016). Under denne kommunikasjonen poengterer Hoover et al. (2016) at lærerens evne til å lytte og respondere er sentral, i tillegg til å anvende matematiske representasjoner som gir mening til elevene sine ideer.

En studie av Charalambous (2010, sitert i Mosvold, 2017) antyder at solid matematisk undervisningskunnskap hos læreren vil bidra til at læreren evner å ta i bruk representasjoner som vil støtte elevenes læringsprosess. Samtidig fremkommer det at lærere som derimot har svekket undervisningskunnskap – har lettere for å begrense undervisningen til primært å fokusere på memorering av regler og algoritmer. Studien hevder videre at læreren lettere vil beherske å gi mening til de matematiske prosedyrene, dersom vedkommende har sterkere undervisningskunnskap. I tillegg vil denne kunnskapen være sentral for å oppfatte elevenes matematiske ståsted og dermed tilrettelegge for deres forståelsesutvikling (Charalambous, 2010, sitert i Mosvold, 2017).

2.1.1 Historisk fokus på læreren sin kunnskap

Inndeling av ulike kunnskapskategorier har vært en sentral del av det historiske forløpet til forskning på læreren sin kunnskap. Ved slutten av 1980- tallet viet blant andre Lee Shulman oppmerksomheten sin til å studere hvilken profesjonell kunnskap læreren behøver i sin yrkesutøvelse (Shulman, 1986). Shulman påsto gjennom sitt arbeid at tidligere forskningslitteratur manglet innsikt i læreren sin fagkunnskap (Mosvold, 2017).

I lys av dette utarbeidet Lee Shulman sju kategorier av kunnskap som kan identifiseres hos læreren (Shulman, 1986). Innunder disse er det blant annet to kategorier som angår læreren sin spesifikke innholdskunnskap – pedagogical content knowledge og subject-matter knowledge, som henholdsvis forkortes til PCK og SMK (Rowland et al., 2009). Subject matter knowledge er læreren sin iboende matematiske kunnskap og omfatter både matematiske begreper, - fakta og - prosesser, og hvordan disse delkunnskapene er sammenkoblet. SMK innebærer videre lærerens forståelse for å bearbeide matematisk kunnskap, der prosessen går foran produktet (Rowland et al., 2011). Den andre nevnte kategorien, pedagogical content knowledge, kan beskrives som kunnskap som er særegen for lærere, der en kombinasjon av forståelse for innholdet i undervisningen og pedagogisk kunnskap er sentrale kjennetegn. I tillegg til forståelse for spesifikt fagstoff, inkluderer lærerens PCK også kunnskap om undervisning i faget. Herunder er læreren sine strategier for formidling av kunnskap til elevene viktig, der eksempler, representasjoner og ressurser inngår som en del av lærerens PCK (Rowland et al., 2009).

På bakgrunn av Shulman sine forestillinger om læreren sin kunnskap, ble det utviklet en ny modell som spesielt så på undervisning av matematikkfaget. Denne modellen bygger videre på Shulman sitt arbeid, men antyder i tillegg at læreren sin nødvendige kunnskap er bevegelig og at den oppstår i klasserommets kontekst (Petrou et al., 2011). I senere tid ble den velkjente modellen "Mathematical Knowledge for Teaching" utviklet av Ball et al. (2008), der lærerens kunnskap hovedsakelig deles inn i to deler, og videre i tre underkategorier. Slike modeller visualiserer fra et teoretisk perspektiv hvor omfattende matematikklærerens kunnskap kan være og er. Et annet kjent forskningsprosjekt som har munnet ut i et teoretisk rammeverk, er the Knowledge Quartet – som på norsk kan oversettes til Kunnskapskvartetten. I forhold til Ball et al. (2008) sin videreutvikling av Shulmans (1986) antakelser, er Kunnskapskvartetten et verktøy som er utviklet med tanke på å gi en veiledning av matematisk kunnskap, og som støtter matematikklærere sin profesjonelle læring og refleksjon (Ruthven, 2010). Som det vil bli beskrevet grundigere i det neste avsnittet, er hensikten med utviklingen av dette rammeverket å identifisere hvordan læreren sin kunnskap utspiller seg i matematikkundervisning.

For å få en forståelse for hva som kreves for å kunne undervise effektivt i matematikkfaget, må man identifisere hvordan læreren sin kunnskap, eller mangel på kunnskap, kommer til syne i matematikkundervisningen (Petrou, 2009, sitert i Petrou et al., 2011). Med utgangspunkt i Shulman sine to kategorier pedagogical content knowledge og subject-matter knowledge, er Kunnskapskvartetten utformet til å kunne kartlegge lærernes PCK og SMK gjennom deres undervisning av matematikk (Turner et al., 2011). Petrou (2009, sitert i Petrou et al., 2011) poengterer at det er ingen typer av læreren sin kunnskap som vil fungere alene i undervisningen, og av den grunn er det nødvendig at forskere prioriterer å få innsikt i sammenhengen mellom de forskjellige formene for kunnskap. Å belyse flere sider av læreren sin kunnskap gjennom bevisstgjørelse, er en av Kunnskapskvartetten sine funksjoner, der rammeverket tar sikte på å utvikle både lærerens kunnskap og matematikkundervisning (Rowland et al., 2005). Kunnskapskvartetten er altså spesifikt utformet til å fokusere på lærernes utviklingsmuligheter. Disse verdiene ved dette teoretiske rammeverket har for øvrig vist seg å være en bidragsyter i definisjon av aspektene ved matematikklærerens sin profesjonelle kompetanse (Valenta, 2015). Gjennom kartlegging av forholdet mellom de ulike formene for kunnskap som læreren besitter, vil man videre kunne bidra til at

lærerutdanninger lettere kan vurdere og forbedre studieprogrammene sine (Petrou, 2009, sitert i Petrou et al., 2011).

Mens Shulman og Ball sine taksonomier synliggjør alle de forskjellige aspektene som læreren sin kunnskap består av, er formålet med Kunnskapskvartetten derimot å kunne *analysere* læreren sin kunnskap og utvikling i undervisningspraksis (Petrou et al., 2011). Disse funksjonene ved rammeverket anses å være hensiktsmessig angående denne masteroppgaven sitt formål, der analyse av lærerens undervisning og kunnskap av multiplikasjon vil bli belyst gjennom Kunnskapskvartetten. Med tanke på at denne masteroppgaven er en kvalitativ studie, er Kunnskapskvartetten egnet som rammeverk også på grunn av innsamlingsmetodene som er basert på observasjon og intervju. Av den grunn vil innsamlingen av datamaterialet i forbindelse med denne studien foregå gjennom observasjon av læreren sin multiplikasjonsundervisning, i tillegg til intervju som blir knyttet opp mot undervisningsobservasjonene som blir gjort. Det teoretiske rammeverket Kunnskapskvartetten er følgelig valgt som analytisk linse i denne masteroppgaven, og vil bli grundigere presentert i neste avsnitt.

2.2 Kunnskapskvartetten

Kunnskapskvartetten ble utviklet av Tim Rowland, Peter Huckstep og Anne Thwaites i begynnelsen av 2000-tallet. Bakteppet for grunnleggelsen av Kunnskapskvartetten var at Rowland og kollegaene undersøkte hvordan både den matematiske og pedagogiske kunnskapen til førskolelærere fremkom gjennom deres matematikkundervisning. Denne studien pågikk over fire år og startet med å observere 12 førskolelærere som var under utdanning. Underveis i studien ble antall deltakere redusert, og det var bare fire lærere som deltok helt frem til studien tok slutt (Turner et al., 2011). Forskerne filmet og observerte deltakerne mens de underviste i matematikk. Senere ble lærerne også intervjuet. I tillegg til dette, fikk forskerne innsyn i lærernes planer for undervisningsøktene. Forskerteamet kodet, sammenlignet og satte datamaterialet opp mot hverandre i arbeidet med å sortere funnene. Gjennom grundig analyse av det innhentede datamaterialet fra førskolelærerne, kom forskerne frem til 18 forskjellige koder som på hver sin måte kunne identifisere matematisk og pedagogisk kunnskap blant datamaterialet fra matematikkundervisningen. Nedenfor viser tabell 1 hvordan de 18 kodene etter hvert ble kategorisert.

Dimensjoner	Kjennetegn i undervisning
Grunnlag	<ul style="list-style-type: none"> • Lærebokstyring • Bevissthet om formålet med matematikk • Konsentrering om prosedyrer • Identifisering av avvik • Åpenbar fagkunnskap • Pedagogisk grunnlag • Bruk av matematisk terminologi
Omdanning	<ul style="list-style-type: none"> • Valg av eksempler • Valg av representasjoner • Lærerens fremvisning i undervisning
Sammenheng	<ul style="list-style-type: none"> • Bevissthet om kognitive krav som stilles • Avgjørelser om rekkefølge

	<ul style="list-style-type: none"> • Gjenkjenning av formålstjenlige prosedyrer og begreper • Fremheving av sammenheng mellom prosedyrer • Fremheving av sammenheng mellom begreper
Eventualitet	<ul style="list-style-type: none"> • Avvik fra planen • Bruk av uventede muligheter • Håndtering av elevers innspill

Tabell 1: Oversatt tabell med Kunnskapskvartetten sine fire dimensjoner og koder (inspirert av Valenta, 2015, s. 6).

Disse 18 kodene ga forskerne en grundig oversikt og et vokabular for å kunne diskutere de forskjellige aspektene i matematikklærerne sin undervisning. Hver kode vil på sin måte kunne assosieres til ulike sider av læreren sin undervisningspraksis. Ifølge Rowland et al. (2005) var ikke formålet med de 18 forskjellige kodene å utarbeide en sjekklister for nødvendig kunnskap, men heller et utgangspunkt for det som senere munnet ut i selve rammeverket. For å gjøre omfanget av kodene mer brukervennlig, gikk det videre arbeidet ut på å innsnevre disse 18 kodene til mindre grupper. Disse gruppene omtales som «store ideer» ved matematikkundervisning (Rowland et al., 2009). Resultatet munnet til slutt ut i de fire kategoriene *grunnlag* (foundation), *omdanning* (transformation), *sammenheng* (connection) og *eventualitet* (contingency). *Grunnlags*dimensjonen handler om læreren sin kunnskap og syn på matematikk som er uavhengig av klasseromsundervisningen. De tre andre dimensjonene skildrer hvordan læreren sitt *grunnlag* blir brukt i både planlegging og gjennomføring av undervisningstimene (Rowland et al., 2005). Sammen blir de fire dimensjonene blant annet benyttet for å identifisere og beskrive læreren sin kunnskap som fremkommer i matematikkundervisning. Dette teoretiske rammeverket er også et nyttig verktøy for matematikklærere selv, da det har vist seg å være hensiktsmessig i både planlegging og evaluering av sin egen undervisning (Turner et al., 2011). I de neste avsnittene vil de fire dimensjonene *grunnlag*, *omdanning*, *sammenheng* og *eventualitet* bli grundigere beskrevet, hver for seg.

2.2.1 Grunnlag (foundation)

Den første kategorien omhandler læreren sitt syn på matematikk og læreren sin teoretiske kunnskap (Rowland et al., 2009). Kunnskap i dette tilfellet refererer til både kunnskap fra egen skolegang og utdanning, samt forståelsen for matematikkfaget og pedagogiske ferdigheter (Rowland et al. 2009). Dette kan for eksempel være kjennskap til hvilke omgivelser elevene lærer best i (Maher et al., 2022). Innenfor kategorien *grunnlag* inngår også læreren sitt syn på hvorfor og hvordan matematikk skal læres. Herunder inkluderes dessuten læreren sin bevissthet rundt bruk av velegnet matematisk språk (Rowland et al., 2005). Alle disse underkategoriene vil sammen være en del av forberedelsene som læreren tar med seg inn i klasserommet, og er en del av bakgrunnen for læreren sin matematikkundervisning (Rowland et al., 2005, s. 260). En del av læreren sitt *grunnlag* inngår også i planlegging av undervisning, der læreren blant annet er bevisst på kjente misforståelser blant elevene (Rowland et al., 2009). Et eksempel kan være hvis noen elever har ei oppfatning av at likhetstegnet betyr «å regne ut», noe som læreren må ta hensyn til i planlegging av videre undervisning. Her må læreren bruke sin kunnskap om elevene sine misoppfatninger til å utvikle deres forståelse for likhetstegnet.

Det være seg å samtale med elevene om at likhetstegnet betyr at det er samme verdi på begge sidene av tegnet, før det arbeides videre med for eksempel regneoppgaver. I forhold til de tre andre kategoriene i Kunnskapskvartetten, er *grunnlagsdimensjonen* en forståelse som læreren er i besittelse av uavhengig om man tar den i bruk eller ikke (Rowland et al., 2005). Læreren har dermed et utgangspunkt som gir muligheten til å ta pedagogiske valg som er strategisk riktig for undervisningen i klasserommet (Rowland et al., 2005).

2.2.2 Omdanning (transformation)

Hvordan matematikklæreren velger å presentere kunnskap og ideer om matematiske emner i undervisningen sin, er blant annet noe av det som faller under kategorien *omdanning* (Rowland et al., 2009). Ved dette stadiet kommer læreren sin "verktøykasse" med kunnskap og erfaringer til syne. *Omdanning* handler om læreren sin evne til å transformere sin besittende kunnskap over til elevene sine (Rowland et al., 2009). Valg av hvilke ressurser som tavle, læringsbrett eller lærebok, illustrasjoner og demonstrasjoner, er eksempler på hva læreren må vurdere når vedkommende skal forberede seg til matematikkundervisningen. I arbeid med den kommutative loven ved multiplikasjon, vil læreren sin evne til å eksemplifisere denne regelen gjennom passende representasjoner, være en del av denne dimensjonen. Et eksempel kan være at læreren benytter seg av ei tegning av esker med drops, der omorganisering av antall esker og antall dropps vil visualisere for elevene at det totale antallet drops forblir det samme – uavhengig av faktorenes orden. Valgene som læreren må ta i forbindelse med undervisningen, baserer seg både på hvilken elevgruppe som læreren skal formidle kunnskapen til, og hvilken metode som er mest hensiktsmessig med tanke på det matematiske emnet som skal presenteres i klasserommet (Rowland et al., 2005).

2.2.3 Sammenheng (connection)

Den tredje kategorien som inngår i Kunnskapskvartetten belyser matematikkundervisningen sin *sammenheng*, på flere områder (Rowland et al., 2009). Kategorien beskriver sammenhengen mellom strategier eller prosedyrer som læreren har valgt, og sammenhengen på tvers av flere undervisningsepisoder. Læreren sine metoder for å skape sammenheng mellom det pedagogiske og det matematiske er én av nøkkelfaktorene her (Rowland et al., 2009). Dette være seg læreren sin bevissthet rundt de kognitive kravene som stilles til forskjellige matematiske emner og oppgaver (Maher et al., 2022). Videre er fremheving av matematiske begreper som blir tatt i bruk under de ulike prosedyrene i undervisningen, sentralt. I tillegg er læreren sine valg av rekkefølgen på undervisningen et aspekt som blir belyst gjennom *sammenheng*. I praksis kan dette blant annet dreie seg om å legge opp rekkefølgen av aktiviteter slik at det matematiske innholdet gir mening for elevene, der de kan bygge videre på eksisterende kunnskap. Læreren kan eksempelvis tilrettelegge for å skape sammenheng i undervisningen ved at elevene skal ta i bruk besittende kunnskap om telling, i sitt videre arbeid med forståelse for gjentatt addisjon og videre multiplikasjon. Et annet element som man ikke må overse er hvordan læreren skaper mening i undervisningen, både til enkeltelever og elevgrupper – der også det kognitive aspektet spiller en rolle (Rowland et al., 2009). En elevgruppe som består av elever med redusert selvstendighet i matematikkfaget, vil sannsynligvis ikke ha et godt utbytte av å arbeide for seg selv gjennom en hel matematikktime. Her kan læreren tilrettelegge for den aktuelle elevgruppen ved for eksempel å planlegge for samarbeidsoppgaver, der elevene kan dra vekslers på sine kunnskaper.

2.2.4 Eventualitet (contingency)

Til tross for læreren sin grundige planlegging av matematikkundervisning, vil det alltid oppstå situasjoner og øyeblikk i undervisningen som man ikke kunne tatt høyde for på forhånd. Kunnskapskvartetten sin siste kategori, *eventualitet*, omfatter læreren sin evne til å respondere på uforutsette hendelser (Rowland et al., 2009). Det vil blant annet innebære å imøtegå uventende svar og spørsmål fra elevene, på en pålitelig og forståelig måte (Maher et al., 2022). Her vil kvaliteten på læreren sin respons til elevene være forankret i den tilgjengelige kunnskapen hos læreren (Turner et al., 2011). Videre utgjør en stor del av læreren sin *eventualitet* å beherske utfordringer med ressurser, og generelt kunne avvike fra planlagte undervisningsprosedyrer der det vil være hensiktsmessig (Rowland et al., 2009). Ei planlagt undervisningsøkt vil i praksis ikke alltid la seg gjennomføre slik som læreren har tenkt, noe som for eksempel kan bli påvirket av elevene sin utholdenhet. Angående slike situasjoner vil læreren sin evne til å forandre eller avvike fra prosedyrer, ha betydning for det matematiske utbytte av undervisningsøkta. Et eksempel kan være at læreren har planlagt for gjennomgang av oppgaver i fellesskap, der elevene sitter samlet sammen med læreren. Etter hvert kan elevene bli urolige, og det vil bli vanskeligere å konsentrere seg om læreren sin gjennomgang. I den forbindelse vil muligens en endring til en mer praktisk aktivitet kunne være positivt for elevenes utbytte.

2.2.5 Tidligere forskning

Flere forskere har benyttet seg av Kunnskapskvartetten i analyse av læreres undervisning (Liston, 2015; Maher et al., 2022; Turner, 2012; Weston, 2018). I Turner (2012) sin studie samarbeidet forskeren og lærerne, der hensikten var å utvikle lærernes matematikkundervisning – i tillegg til å studere hvordan utviklingen forekom og kunne tilrettelegges for. På bakgrunn av funnene i studien antyder Turner (2012) at gjennom å hjelpe lærere til å fokusere på matematikkundervisningen sitt innhold, vil Kunnskapskvartetten bidra til å kunne utvikle matematisk kunnskap for undervisning. Liston (2015) på sin side identifiserte at Kunnskapskvartetten var hensiktsmessig for å kunne vurdere læreren sin praktisering, der rammeverket fremhever refleksjon og utvikling av kunnskapen som læreren besitter. Kunnskapskvartetten har også bidratt til å fremme samspillet mellom de forskjellige aspektene av læreren sin kunnskap (Maher et al., 2022). Kleve (2010) benyttet Kunnskapskvartetten da hun undersøkte brøkundervisning ved 5. trinn, der hensikten med studien var å kartlegge hvordan lærere brukte sin kunnskap innenfor matematikk og matematikdidaktikk i undervisningen. Ved bruk av Kunnskapskvartettens dimensjoner som redskap i analyse av lærerens brøkundervisning, fremlegger Kleve (2010) at lærerens kunnskap om klasseledelse ble synliggjort. Forskeren antyder at denne kunnskapen med fordel kunne vært tilføyd som en femte dimensjon i det teoretiske rammeverket (Kleve, 2010).

En studie av Solem og Hovik (2012) tok i bruk Kunnskapskvartetten som analytisk linse i kombinasjon med Ball et al. (2008) sin modell «Mathematical Knowledge for Teaching». Studien så på hvordan lærerens forskjellige aspekter ved undervisningskunnskap i matematikk ble uttrykt gjennom en undervisningssituasjon ved 3. trinn, der temaet var egenskaper ved tall (Solem & Hovik, 2012). Forskerne angir blant annet at rammeverkets dimensjon *eventualitet* gir hensiktsmessige anledninger til å kartlegge utfordrende undervisningssituasjoner, der blant annet lærerens respons på elevinnspill avdekker flere sider ved lærerens undervisningskunnskap (Solem & Hovik, 2012). Videre

fremkommer det at kategoriene *omdanning* og *sammenheng* er nyttige for å kunne rette fokuset mot lærerens håndteringer av slike situasjoner i matematikkundervisningen.

Livy (2010) gjennomførte en studie som fokuserte på læreren sin undervisning av subtraksjon, ved 3. trinn. Formålet med studien, som var en del av et større fireårig prosjekt, var å undersøke hvordan læreren sin kunnskap kom til syne gjennom undervisningen. For å belyse sammenhengen mellom lærerens undervisningspraksis, det matematiske innholdet og det pedagogiske innholdet, tok Livy (2010) utgangspunkt i Kunnskapskvartetten. Datamaterialet ble samlet inn gjennom observasjon med tilhørende feltnotater, i tillegg til et intervju med læreren som deltok. Med kunnskapskvartetten som analytisk linse, viste studien at læreren sin manglende matematiske innholdskunnskap hindret deler av lærerens arbeid. Det fremkommer eksempelvis at mangelen hindrer læreren sin evne til å utføre undervisning som fremmer elevenes matematiske forståelse (Livy, 2010). Studien påpeker som følge av dette funnet at læreren må fortsette å utvikle sine kunnskaper om det matematiske innholdet, slik at læreren kan bidra i fremtidig planlegging og gjennomføring av matematikkundervisning (Livy, 2010).

Kunnskapskvartetten har altså vist seg å være et nyttig verktøy i analyse. Ved å benytte seg av dette rammeverket som en linse for å gjennomgå forskjellige aspekter av læreren sin kunnskap, har man muligheten til å fremme en felles forståelse for hva som inngår i rollen som matematikklærer (Valenta, 2015). Underkategoriene som de fire dimensjonene er inndelt i, har ifølge Maher et al. (2022) gjort det mulig for forskere å studere læreren sin kunnskap fra både positive og negative vinklinger. Rammeverket gir et helhetlig bilde på de forskjellige delene av læreren sin kunnskap, slik at skillet mellom de ulike kunnskapskategoriene blir av mindre betydning (Turner et al., 2011).

Over hele verden har det blitt ei prioritering blant forskere og politikere å påvise, utdype og utvikle læreren sin matematikkunnskap (Turner et al., 2011). Det er enighet i at læreren sin kunnskap om det matematiske innholdet er en sentral faktor i undervisningen av matematikk (Livy et al., 2019). Forskning antyder at læreren sin spesialiserte kunnskap i matematikk kan besvares gjennom å studere *hvordan* læreren sin kunnskap blir til i klasserommet, og ikke bare se på *hva* læreren kan (Scheiner et al., 2017). Følgelig poengterer Turner et al. (2011) at læreren sin kunnskap om hvordan man gjennomfører undervisning, faktisk blir konstruert i undervisningsøyeblikkene og at man derfor kun kan observere læreren sin kunnskap i levende undervisningssituasjoner. Under forskning av matematisk kunnskap for undervisning, er det flere sentrale faktorer som må prioriteres. Hoover et al. (2016) poengterer blant annet at kunnskapen må utdypes innenfor spesifikke matematiske tema og undervisningssituasjoner. I tillegg foreslår forskerne at fremtidige studier prioriterer en helhetlig forståelse av undervisningen, der man fokuserer på hva det matematiske innholdet er og hvordan det læres (Hoover et al., 2016).

2.3 Undervisning i multiplikasjon

Solem et al. (2018) understreker at det elevene tilegner seg av kunnskaper i matematikken på barnetrinnet skal legge et solid grunnlag for videre læring. Derfor er det viktig at matematikkundervisningen i større grad må rettes mot forståelse, fremfor pugging. Her siktes det til undervisningsmetodene i læring av multiplikasjon som var vanlig før i tiden, der pugging av multiplikasjonstabellen og standardalgoritmen var i

hovedfokus (Solem et al, 2018). Å gi gode undervisningsforklaringer blir trukket frem som et sentralt aspekt i arbeid med multiplikasjon (Dahl, 2013). For at undervisningsforklaringene skal fostre forståelse for matematiske fenomener og strategier, må elevenes forutsetninger tas i betraktning (Dahl, 2013). Fauskanger et al. (2010) fremhever utvikling av strategier og multiplikativ tenkning, oppgavestrukturer og fokus på misoppfatninger som sentrale fokusområder for lærerens undervisning i multiplikasjon. I forhold til addisjon og subtraksjon, er multiplikasjon og divisjon mer kompliserte regnearter, fordi de er mer abstrakte og har standardalgoritmer som består av flere ledd (Solem et al., 2018). Følgelig er det svært viktig at matematikklæreren selv forstår hvorfor og hvordan algoritmen i multiplikasjon fungerer (Özel et al., 2022).

I likhet med mange andre emner i matematikken, er fokuset på å gi mening viktigere enn svaret også for multiplikasjon (Fauskanger et al., 2010). Som lærer burde man gi elevene anledning til å løse multiplikasjonsoppgaver med strategier som er naturlig og hensiktsmessig for dem (Van de Walle et al., 2015). Dette kan for eksempel være ved bruk av konkrete, tegninger eller likninger. Uansett hvilken tilnærming elevene har til oppgavene, vil det være nyttig å la de forklare hva de har tenkt, høyt til de andre elevene. Det vil bidra til å fremme multiplikativ tenkning hos flere elever, der de får muligheten til å følge en annen elev sin tankegang (Van de Walle et al., 2015). Når læreren skal tilrettelegge for å utvikle elevenes ferdigheter i multiplikasjon, er det uansett viktig å ta utgangspunkt i deres faktiske forståelse for hva multiplikasjon innebærer (Dahl, 2013). Følgelig er læreren sitt overblikk for elevenes forståelse sentralt for å kunne videreutvikle deres kunnskaper i multiplikasjon (Fauskanger et al., 2010).

2.3.1 Varierte arbeidsmetoder

For at elevene skal beherske regnemetoder som er effektive, samtidig som de skal ha forståelse for hva de gjør i matematikken, er det viktig å ta utgangspunkt i elevenes egne erfaringer (Solem et al., 2018). Det være seg å bruke eksempler som elevene finner relevante, eller benytte seg av gjenstander og konkrete som er kjente for elevene (Solem et al., 2018). Slike metoder vil være hensiktsmessig for at elevene skal kunne bygge videre på kunnskap og ferdigheter som de allerede besitter, under utvikling av forståelse for multiplikasjon. Her er eksempelvis addisjon, subtraksjon og telling nyttig forkunnskap. Herunder vil det være sentralt å arbeide med multiplikasjon på varierte måter, slik at elevene tilegner seg kunnskap om forskjellige multiplikative strukturer (Fauskanger et al., 2010). Eksempler på slike multiplikative strukturer er like grupper, rutenett og gjentatt addisjon (Van de Walle et al., 2015). Varierte arbeidsmetoder vil kunne hindre at forståelsen for multiplikasjon blir for ensidig (Fauskanger et al., 2010). Å legge til rette for at elevene får arbeide med multiplikasjon fra forskjellige perspektiver, vil bidra til forbedret og fleksibel læring (Van de Walle et al., 2015). Til tross for denne anbefalingen er det ikke tilstrekkelig kun å utvide repertoaret av modeller, man må også være bevisst på kvaliteten av modeller og representasjoner (Larsson, 2016). Her er det essensielt at læreren besitter kunnskap til å kunne vurdere hvilke strategier som passer til de ulike modellene (Özel et al., 2022).

2.3.2 Modeller for multiplikasjon

Ifølge Özel et al. (2022) er gjentatt addisjon den vanligste formen å se multiplikasjon på. Calabrese et al. (2020) beskriver at gjentatt addisjon er en kjent metode å innlede multiplikasjonsundervisning med, da strategien tilrettelegger for at elevene kan knytte ny kunnskap til eksisterende kunnskap. Dette støttes av Van de Walle et al. (2015), som

sier at gjentatt addisjon er en hensiktsmessig metode å introdusere tidlig for elevene i arbeid med multiplikasjon, slik at sammenhengen mellom addisjon og multiplikasjon kan oppdages. Studien av Larsson (2016) viser at barneskoleelever sin forståelse for multiplikasjon er dypt forankret i like-grupper og gjentatt addisjon, men at disse strategiene har en tvetydig rolle i deres forståelse. Det er derfor viktig å utvikle andre strategier i arbeid med multiplikasjon, slik at elevene blir i stand til å mestre multiplikasjonsoppgaver som ikke bare innebærer positive heltall, men for eksempel brøk. Dermed er det viktig at elevene beveger seg bort fra additiv tenkning så fort de er i stand til det (Van de Walle et al., 2015).

Som kjent er det anbefalt blant litteraturen å fokusere på flere modeller for multiplikasjon, for å bidra til å utvide elevene sin forståelse av denne regnearten (Nistal et al., 2009). Innenfor regnearten multiplikasjon er det i all hovedsak fire forskjellige klasser av multiplikative strukturer som læreren kan legge opp til i undervisningen sin. Disse fire er like-grupper, sammenlikning-modellen, areal-modellen og kombinasjons-modellen. Disse vil på hver sin måte kunne bidra til at elevene kan generalisere og løse oppgaver i liknende situasjoner senere (Van de Walle et al., 2015). I arbeid med multiplikasjon er det ofte utfordrende for elevene "å forstå at grupper består av flere enkeltstående enheter, samtidig som de skal forstå at ei gruppe inneholder et gitt antall objekter" (Van de Walle et al., 2015, s. 206). Ideen om enhetisering er følgelig hensiktsmessig for å utvikle forståelsen i multiplikasjon, der elevene får erfaring med å telle grupper - og ikke bare enkeltdeler (Fosnot & Dolk, 2001). I slike situasjoner vil det være nyttig å la elevene arbeide med kontekstoppgaver, der de får erfaringer med å lage og telle like grupper (Van de Walle et al., 2015).

2.3.3 Bruk av kontekstoppgaver

Å benytte kontekstoppgaver i undervisningen har vært en tradisjon i matematikkfaget over lengre tid (Enge & Valenta, 2012). Det er viktig å bruke fengende kontekstoppgaver når man underviser i multiplikasjon, slik at elevene kan kjenne seg igjen i situasjonene og bruke egne erfaringer i oppgaveløsning. Bruk av interessante kontekstoppgaver øker sjansen for at elevene ser umiddelbare løsninger som er meningsfulle i de gitte kontekstene (Van de Walle et al., 2015). I tillegg kan det bidra til at elevene ser verdien av det de tilegner seg av kunnskap, og videre opplever det som nyttig i hverdags situasjoner (Enge & Valenta, 2012). For elevene er det ikke åpenbart at rekkefølgen på faktorene ikke er av betydning for produktet på regnestykket. Derfor er det viktig at læreren retter oppmerksomheten mot denne kommutative loven. Det samme gjelder for den assosiative loven av multiplikasjon, der rekkefølgen i utregningen av tre faktorer heller ikke vil spille noen rolle. Under arbeid med dette vil kontekstoppgaver være nyttig, der elevene kan benytte tegninger for å visualisere problemet (Van de Walle et al., 2015).

2.3.4 Automatisering

Bahadir (2017) poengterer at innlæring av multiplikasjonstabellen vil være viktig for at elevene senere skal kunne utvikle ferdigheter i matematikken som er mer kompliserte. Caron (2007) poengterer at automatisering av gangetabellene er svært viktig for at elevene senere skal mestre matematikk på et høyere nivå, der denne innøvde kunnskapen frigjør elevene. Det påpekes likevel som nødvendig av Caron (2007) at elevene får en grundig forståelse for hva prosessene ved multiplikasjon innebærer. Ifølge Kaufmann (2019) kan elevene sin benyttelse av addisjon være en konsekvens av at de ikke ser lønnsomheten

av multiplikasjon. Forfatteren poengterer at det derfor er viktig at elevene tidlig i skolegangen får anledninger til å oppdage at multiplikasjon er en effektiv regnemetode.

2.3.5 Misoppfatninger ved multiplikasjon blant elevene

Misoppfatninger hos elevene er en kjent utfordring i undervisning av matematikk, og læreren må kunne påvise elevene sine utfordringer i arbeid med multiplikasjon (Özel et al. 2022). Slike misoppfatninger kan for eksempel være at elevene har et feilmønster som de bruker konsekvent, der de ikke evner å vurdere når og hvorfor de ulike regnemetodene er hensiktsmessig. Larsson (2016) var under arbeid med sin studie et vitne til elever som resonnerte og forklarte feilaktige strategier med like-grupper. Basert på disse observasjonene foreslår Larsson (2016) å gi elevene bedre muligheter til å utforske og diskutere forklaringer og strategier i arbeid med multiplikasjon. Her understreker Dahl (2013) at det er viktig at læreren gir elevene rom for å prøve og feile, slik at de videre kan diskutere hvilke strategier og fremgangsmåter som er hensiktsmessige. Læreren må i slike sammenhenger være bevisst på å gi begrunnelser som oppleves som meningsfulle for elevene. Herunder poengterer Dahl (2013) at læreren sitt arbeid med utvikling av multiplikativ forståelse må ta utgangspunkt i elevene sin faktiske forståelse for hva multiplikasjon innebærer.

3. Metode

Dette kapittelet vil redegjøre for de metodiske tilnærmingene i forbindelse med dette forskningsprosjektet. Ifølge Clark et al. (2021) kan en forskningsmetode defineres som et verktøy som forskere benytter for å utforske et interesseområde, ved å samle inn informasjon som videre blir analysert. På bakgrunn av denne definisjonen vil masteroppgavens forskningsmetode bli presentert, før den vitenskapsteoretiske forankringen blir beskrevet. Deretter vil det bli redegjort for utvalg og innsamlingsmetoder som ble tatt i bruk under datainnsamlingen. Videre vil dette kapittelet beskrive den analytiske prosessen ved studien, der tilhørende metodevalg blir presentert. Avslutningsvis vil forskningsprosjektet sin kvalitet bli diskutert med utgangspunkt i begrepene gyldighet, pålitelighet og generaliserbarhet, før etiske betraktninger blir belyst helt til slutt.

3.1 Forskningsdesign

Dette forskningsprosjektet kan blant forskjellige forskningsdesign klassifiseres som en casestudie, der man som forsker er interessert i å undersøke et spesifikt forhold grundig (Clark et al., 2021). Saken som undersøkes kan for eksempel være en organisasjon, en gruppe eller en person (Clark et al., 2021). Postholm og Jacobsen (2018) beskriver casestudier som avgrenset, i den forstand at de vil produsere "lokal kunnskap" (s. 64). I forbindelse med denne masteroppgaven vil fokusområdet være avgrenset til undervisning i multiplikasjon, der læreren er objektet som blir studert grundig. En casestudie kjennetegnes videre av en solid og detaljert analyse (Clark et al., 2021). Datamaterialet, som danner grunnlaget for analysen, vil bli innhentet gjennom intervju og observasjon av lærere. I dette forskningsprosjektet vil Kunnskapskvartetten være utgangspunktet for å kunne gjennomføre en solid dataanalyse, der de 18 underlagte kodene i de fire dimensjonene vil kategorisere kunnskapen i nærmere detaljer.

3.2 Metodisk tilnærming

Blant samfunnsvitenskapelig forskning har det blitt velkjent å skille mellom to metodiske tilnærminger, kvantitativ metode og kvalitativ metode (Postholm & Jacobsen, 2018). Til tross for at denne inndelingen ikke er universelt akseptert, blir skillet ansett som nyttig fordi det klassifiserer forskjellige metoder og det er et utgangspunkt for diskusjon av ulike problemstillinger (Clark et al., 2021). Generelt sett kan man si at den kvalitative og kvantitative metoden vil gjenspeile ulike sider av det som blir studert. Det er likevel viktig å være bevisst på at kvalitativ og kvantitativ metode ikke er rene motsetninger, da den ene tilnærmingen ofte kan ha likhetstrekk med den andre. I tillegg kan en kombinasjon av kvalitativ og kvantitativ metode være hensiktsmessig for å kunne besvare forskningens problemstilling etter beste evne (Clark et al., 2021). Postholm og Jacobsen (2018) understreker for øvrig at det vil være umulig å få med seg alt, uavhengig av hvilken metodisk tilnærming man benytter i forskningen.

På bakgrunn av problemstillingen i denne masteroppgaven, har jeg valgt en kvalitativ tilnærming til forskningsprosjektet. Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) eksisterer det ikke én isolert definisjon som beskriver den kvalitative forskningsmetoden. Sentrale kjennetegn er blant flere å undersøke hvordan noe oppleves, gjøres, utvikles eller fremstår, der menneskelige kvaliteter ofte er en betydningsfull faktor (Postholm & Jacobsen, 2018). I lys av disse kjennetegnene vil denne masteroppgaven ha som hensikt

å undersøke hvordan lærernes kvaliteter i form av kunnskap, kan forstås i sammenheng med undervisning av multiplikasjon. Clark et al. (2021) omtaler kvalitativ metode som en forskningsstrategi som vektlegger å frembringe grundig forståelse om konkrete emner. Videre er følgende nøkkelkomponenter grunnleggende i kvalitativ forskning (Clark et al., 2021, s. 354):

- Se gjennom øynene til de som blir studert
- Gi en fullstendig beskrivelse og vektlegging av konteksten
- Belyse viktigheten av prosesser i det sosiale liv
- Prioritere fleksibilitet
- Forankre teori og begreper i datamateriale

I denne studien ansees den kvalitative tilnærmingen som egnet fordi forskningsprosjektet har som hensikt å belyse prosessen som inngår i matematikkundervisning. Videre er formålet å gi en fullstendig forståelse av hvordan de fire dimensjonene ved læreren sin kunnskap utspiller seg. Her vil det være betydningsfullt med tilnærmingen å se gjennom øynene til lærerne, ettersom det er de som skal studeres og forstås. Valg av metodisk tilnærming er knyttet til forskerens vitenskapsteoretiske ståsted, der kvantitativ og kvalitativ metode har ulike epistemologiske og ontologiske betraktninger (Clark et al., 2021). Det neste avsnittet vil gjøre rede for denne masteroppgaven sin vitenskapsteoretiske forankring.

3.3 Vitenskapsteoretisk forankring

Angående vitenskapelig forskning er det viktig at jeg som forsker avklarer mitt vitenskapsteoretiske ståsted, ettersom man kan tolke virkeligheten fra flere forskjellige perspektiver. Denne masteroppgaven kan plasseres innenfor det epistemologiske perspektivet fenomenologi. Denne tilnærmingen konsentrerer seg om "hvordan mennesker gir mening til verdenen rundt dem, og hvordan vitenskapsteoretikeren er i stand til å overkomme sine egne antagelser for å kunne bedre forstå fenomenene som er assosiert med menneskelig bevissthet" (Clark et al., 2021, s. 25). Fra et fenomenologisk perspektiv tar man altså sikte på å forstå personer sine meninger og atferd, ut ifra vedkommende sine handlinger. Videre vil man fra et fenomenologisk standpunkt forsøke å se ting gjennom den aktuelle sine øyne. Følgelig vil denne studien forsøke å forstå lærerne og deres kunnskap, der deres meninger og atferd vil være av stor betydning for forskningsprosjektets overveielser.

3.4 Datainnsamling

Innsamlingen av datamaterialet til dette forskningsprosjektet ble gjort gjennom intervju og observasjon. De tre lærerne ble intervjuet med lydopptak, og to av lærerne ble observert med både lyd- og videoopptak. Under observasjon av den tredje læreren ble det kun benyttet lydopptak, grunnet manglende tillatelse til filming fra flere foresatte i lærerens klasse. I det påfølgende avsnittet vil rekruttering og utvalget av studiens deltakere bli beskrevet. Deretter gjengis gjennomføringen av intervjuene og observasjonene.

3.4.1 Utvalg og rekruttering

Utvalget av deltakere i forbindelse med dette forskningsprosjektet tok utgangspunkt i masteroppgaven sitt formål, der hensikten var å rekruttere lærere som sannsynligvis kunne bidra med relevant informasjon. Innenfor vitenskapsteori og forskningsmetode

omtales dette utvalget som et målrettet utvalg, der rekruttering av deltakere blir gjort på bakgrunn av en rekke formålstjenlige krav (Clark et al., 2021). Utvalget ble dermed gjort på det strategiske plan, der tilfeldigheter var utelukkende. Planen var i utgangspunktet å rekruttere fire lærere til sammen, slik at jeg kunne få tilstrekkelig med datamateriale. Forskningsspørsmålet for denne studien var i stor grad veiledende for de forskjellige kriteriene jeg satte for kvalifiserte og egnede deltakere. For det første var det et kriterium at deltakerne skulle ha lærerbakgrunn. Jeg satte ingen krav til ei spesifikk lærerutdanning, med et visst antall studiepoeng – ettersom jeg var bevisst på at slike kriterier kunne gjøre det mer utfordrende å finne aktuelle deltakere. Jeg hadde et ønske om å rekruttere deltakere med ulik alder, av den grunn at det kunne gi mer variasjon angående lærernes bakgrunn og fartstid i skoleverket. Selv om dette ikke var et krav fra min side, ble ønsket likevel oppfylt.

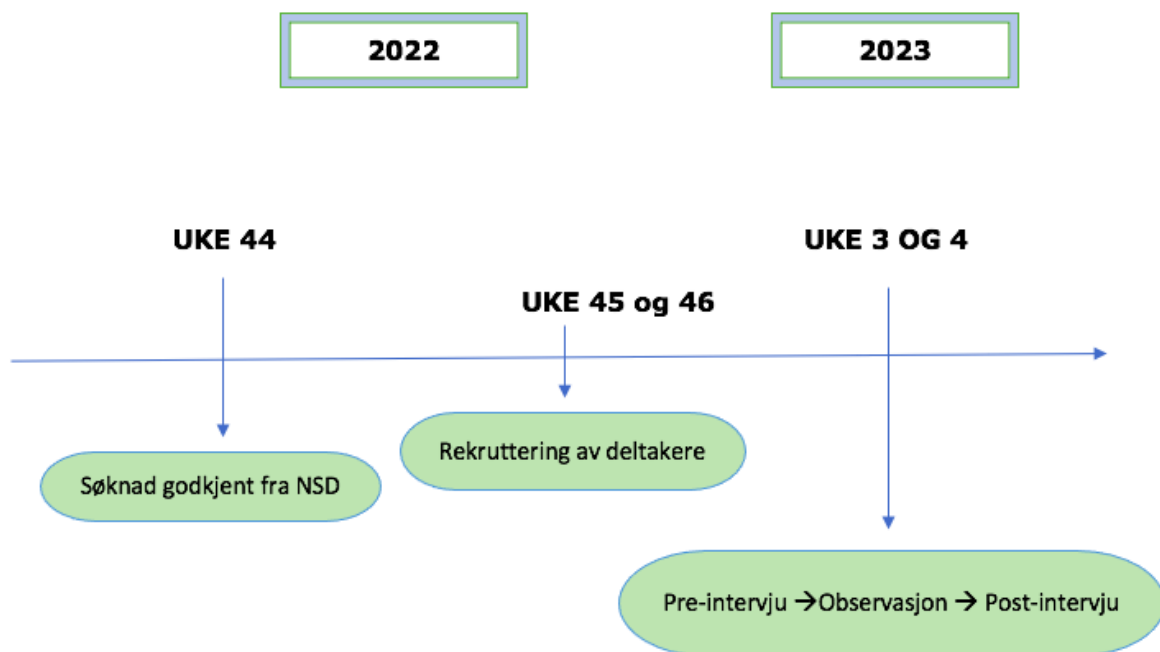
I den hensikt at denne masteroppgaven har som formål å studere lærerens kunnskap ved 3. trinn, var det videre et naturlig krav at deltakerne underviste i matematikk på dette trinnet. Det siste kriteriet var at læreren hadde mulighet til å la seg observere i perioden vedkommende skulle undervise i multiplikasjon. Dette ga ei forutsetning om at arbeidet med multiplikasjon var en del av læreren sin fremdriftsplan ved 3. trinn. Følgelig måtte det dessuten være gjennomførbart å observere og intervju deltakeren i løpet av en bestemt tidsperiode, slik at datamaterialet ble innhentet tidsnok med hensyn til masteroppgavens videre arbeidsprosess.

Etter at kriteriene for utvalget var bestemt, begynte selve rekrutteringsprosessen. Jeg tok først og fremst utgangspunkt i mitt eget nettverk, der jeg kontaktet lærere ved tidligere praksisskoler og barneskoler hvor jeg selv arbeider som lærervikar. Det viste seg å være utfordrende å finne deltakere som innfridde alle kriteriene jeg hadde satt, noe jeg på forhånd var forberedt på. Flere av lærerne jeg henvendte meg til var egnet som deltakere, men på grunn av en travel arbeidshverdag så flere seg nødt til å avstå fra å delta. I påvente av svar fra aktuelle lærere, forberedte jeg en plan B for innhenting av datamateriale. Denne planen innebar å avtale intervju med matematikklærere ved barneskolen, uavhengig av klassetrinn. Dette var i tilfelle jeg ikke skulle klare å finne lærere som kunne bidra med både intervju og observasjon ved 3. trinn. Da jeg etter hvert fikk rekruttert den første læreren, fikk jeg tips om en annen lærer - som underviste ved samme trinn på samme barneskole. Dermed var to av deltakerne rekruttert. Den tredje læreren som sa ja til å delta, arbeider ved en annen barneskole, men i samme kommune som de to andre lærerne. Den opprinnelige planen om å rekruttere fire lærere ved 3. trinn ble utfordrende, og i samråd med veileder avtalte jeg intervju med to andre matematikklærere ved henholdsvis 4. - og 5. trinn. Vi ble enige om å gjennomføre intervjuene hvis jeg etter endt datainnsamling skulle anse datamaterialet som mangelfullt for å kunne besvare forskningsprosjektets problemstilling.

Det endelige rekrutterte utvalget besto til slutt av tre lærere som underviste i matematikk ved 3. trinn. Da intervju og observasjon var gjennomført i samarbeid med disse tre lærere, vurderte jeg det totale datamaterialet som tilstrekkelig. Følgelig ble det ikke nødvendig med intervju av de to matematikklærerne jeg hadde i bakhånd. Nedenfor medfølger en tabell (tabell 2) som gir en kort og introduserende oversikt over studiens tre deltakere. For å ivareta deltakernes personvern og anonymitet, har de blitt tildelt hvert sitt fiktive navn – Lotta, Håvard og Sofie. Heretter vil de fiktive navnene bli brukt aktivt gjennom hele denne masteroppgaven. Figur 1 viser ei tidslinje over oppstart av forskningsprosessen og datainnsamlingen.

Deltaker	Alder	Utdanning (sp= studiepoeng)	Undervisningserfaring i matematikk
Håvard	33 år	<ul style="list-style-type: none"> • Dobbel bachelorgradsfordypning i historie og engelsk • Praktisk-pedagogisk utdanning • 30 sp. i matematikk 1-7 (pågående) 	½ år
Sofie	27 år	<ul style="list-style-type: none"> • Adjunkt med bachelor i matematikk 	4 år
Lotta	57 år	<ul style="list-style-type: none"> • Barnehagelærer • 60 sp. i småskolepedagogikk • 30 sp. i spesialpedagogikk • 30 sp. i matematikk 1-7 	20 år

Tabell 2: Presentasjon av deltakerne i forskningsprosjektet.



Figur 1: Tidslinje for datainnsamlingsprosessen.

3.4.2 Intervju

Innenfor det kvalitative forskningsperspektivet er intervju en av de aller mest benyttede metodene, der man i hovedsak kan skille mellom et semi-strukturert intervju og et ustrukturert intervju (Clark et al., 2021). For å kunne besvare denne masteroppgavens problemstilling og studien sitt formål, vil lærerne sine tanker, erfaringer og kunnskaper søkes gjennom intervjuet. Her er altså målet å kunne forstå deltakerne sine perspektiver, hvilket stemmer godt overens med det Postholm og Jacobsen (2018) beskriver som hensikten bak et semi-strukturert intervju. Av den grunn ble det naturlig at valget falt på denne intervjukategorien. Et semi-strukturert intervju kjennetegnes blant annet ved at det har en fleksibel form, der det fra forskeren sin side er rom for å tilpasse intervjuet sin retning underveis (Clark et al., 2021). Denne strukturen anså jeg som hensiktsmessig for å kunne innhente mest mulig relevant informasjon fra deltakerne i studien. Et av kjennetegnene ved et semi-strukturert intervju som jeg anser som en fordel, er at deltakerne har anledning til å trekke inn tematikk som forskeren ikke har tenkt på på forhånd (Postholm & Jacobsen, 2018). Dermed gis lærerne ytterligere muligheter til å bidra med sine kunnskaper i forskningsprosjektet.

Når man forbereder et semi-strukturert intervju er det vanlig å skissere en intervjuguide. Intervjuguiden fungerer som intervjuets ramme, og legger føringer for at deltakerne skal kunne bidra til å besvare studien sitt formål (Clark et al., 2021). Jeg tok utgangspunkt i masteroppgavens forskningsspørsmål under utarbeidelsen av spørsmålene til intervjuguiden (vedlegg 1). Ifølge Clark et al. (2021) er det nødvendig at spørsmålene er åpent formulert, slik at de oppfordrer deltakerne til å respondere så detaljert og informativt som mulig. Underveis i intervjuene benyttet jeg meg av muligheten til å kunne tilpasse spørsmålene, samt stille oppfølgende- og avklarende spørsmål der det ble ansett som hensiktsmessig. Her var deltakernes respons ofte førende for nye spørsmål. Følgelig ble de tre intervjuene nokså ulike, selv om alle intervjuene tok utgangspunkt i den samme intervjuguiden.

3.4.3 Gjennomføring av intervju

Alle tre intervjuene ble gjennomført fysisk ved deltakerne sine arbeidsplasser, der lærerne selv fikk velge tidspunkt. Det understrekes at Lotta og Håvard ble intervjuet hver for seg og at de ble behandlet som to individuelle deltakere, ikke som kollegaer. En lydopptaker ble benyttet for å forevige alle intervjuene. Hensikten med å ta lydopptak er at man som forsker får ei nokså nøyaktig fremstilling av intervjuets innhold (Clark et al., 2021), hvilket vil være nyttig i analysen av datamaterialet. I tillegg får man muligheten til en grundig gjennomgang av intervjuets innhold (Postholm & Jacobsen, 2018). To av de tre intervjuene ble delt opp i to deler, pre-intervju og post-intervju. Pre-intervjuet ble gjort før undervisningen av multiplikasjon skulle observeres, mens post-intervjuet fant sted i etterkant av lærerens undervisning. Den tredje læreren ble intervjuet i sin helhet etter undervisningen, da det ble vurdert til den mest hensiktsmessige løsningen totalt sett.

For å ivareta deltakernes trygghet og gjøre situasjonen så komfortabel som mulig, startet jeg hvert møte med å fortelle om intervjuets struktur og innhold. På denne måten fikk lærerne muligheten til å stille eventuelle spørsmål før vi igangsatte intervjuet. Jeg benyttet deretter intervjuguiden som jeg hadde forberedt på forhånd og startet pre-intervjuet med spørsmål som "hvilken utdanning har du?" og "hvor lenge har du arbeidet

som lærer?”. Etter denne innledende fasen av intervjuet gikk vi over til spørsmålene som var knyttet til studiens formål, og dermed også læreren sin kunnskap. Her ble intervjuet delt inn etter det teoretiske rammeverket sine fire dimensjoner: *grunnlag*, *omdanning*, *sammenheng* og *eventualitet*. Pre-intervjuet ble avsluttet med spørsmål som var knyttet til dimensjonene *grunnlag* og *omdanning*. Hensikten var at slike spørsmål kunne gi nyttig informasjon om matematikkundervisningen jeg skulle observere like etter pre-intervjuet. Post-intervjuene ble gjort direkte etter observasjon av undervisningen til lærerne. Her tok post-intervjuet utgangspunkt i de to gjenværende dimensjonene ved Kunnskapskvartetten – *sammenheng* og *eventualitet*.

Under gjennomføringen av både pre-intervjuet og post-intervjuet hadde læreren anledning til å si ifra hvis spørsmålene var utfordrende å oppfatte, noe et semi-strukturert intervju tilrettelegger for (Clark et al., 2021). Alle intervjuene ble dessuten avsluttet med at deltakerne kunne tilføye ytterligere relevant informasjon, om ønskelig. I etterkant av intervjuene har jeg gjort meg noen refleksjoner angående intervjuguiden og hvordan gjennomføringen av intervjuene utspilte seg i praksis. Det var utfordrende å skulle holde seg helt nøytral under intervjuene, der man som intervjuer verken burde gi uttrykk for enighet eller uenighet med deltakerne (Clark et al., 2021). For å ivareta min profesjonelle rolle i større grad, kunne jeg vært mitt eget engasjement og kroppsspråk mer bevisst. Dette er erfaringer jeg tar med meg videre som lærdom fra denne forskningsprosessen.

3.4.4 Observasjon

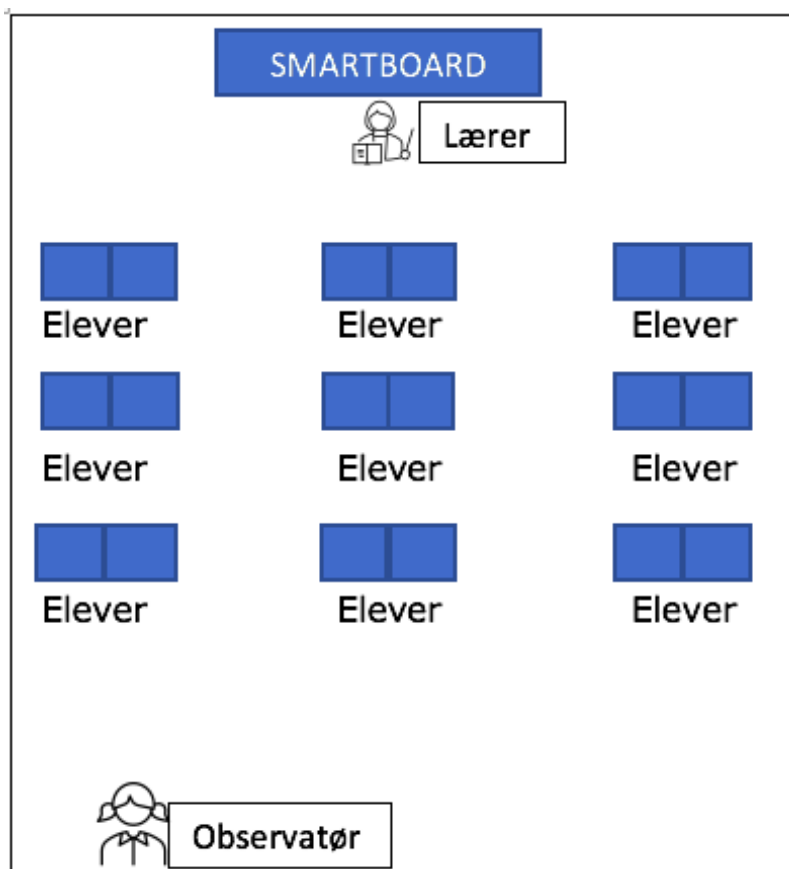
Innenfor den kvalitative forskningsmetoden er observasjon, i likhet med intervju, en ofte benyttet metode for å samle inn datamaterialet. Formålet med gjennomføring av observasjon i forbindelse med forskning, er blant annet å innhente kunnskap om en situasjon eller ei gruppe (Clark et al., 2021). Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) vil observasjon og intervju utfylle hverandre som strategier, der deltakernes kunnskaper kan settes i sammenheng med det man observerer. Det finnes flere forskjellige typer observasjon som man kan gjennomføre kvalitativt, og i forbindelse med denne masteroppgaven ble en passiv ikke-deltakende observasjon ansett som hensiktsmessig. Clark et al. (2021) beskriver ikke-deltakende observasjon som en metode der forskeren ikke deltar i aktivitetene som blir observert, men det er samtidig ikke uvanlig at det oppstår kontakt med personene som er involvert.

3.4.5 Gjennomføring av observasjon

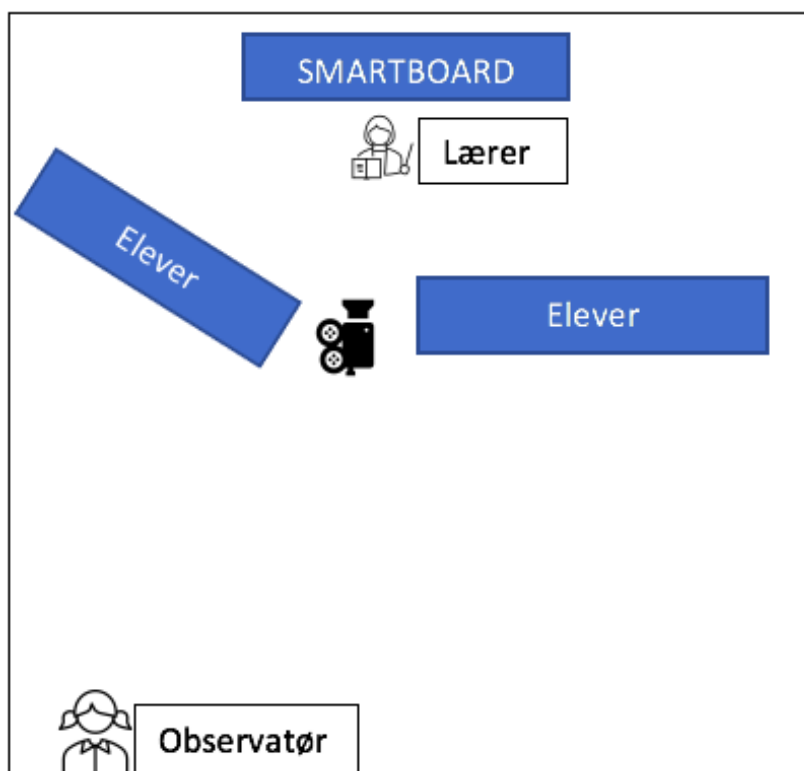
Ettersom formålet med denne masteroppgaven er å studere læreren sin kunnskap i undervisning av multiplikasjon – var det naturlig å observere deres undervisning i klasserommet. Dette for å kunne danne seg et så realistisk bilde av læreren sin kunnskap som mulig. For at jeg som forsker skulle avstå fra å påvirke datamaterialet og lærerens gjennomføring av matematikkundervisningen, ble en passiv observasjon et naturlig valg. I praksis ble dette gjennomført ved at jeg plasserte meg med god avstand til læreren og elevene, slik at jeg ikke skulle oppta elevenes oppmerksomhet. Plasseringen av både meg, læreren og elevene var tilnærmet lik i begge undervisningsøktene som ble observert for hver lærer. Dette var tilfelle under observasjon av alle de tre lærerne. Med tanke på elevenes trygghet i klasserommet, ble de på forhånd informert om hvorfor jeg var til stedet og hva min rolle kom til å være under de undervisningsøktene jeg observerte.

Lotta og Håvard sine matematikkundervisninger ble tatt videoopptak av. Kamera ble rettet mot tavla og læreren, hvilket betyr at ingen elever under noen omstendigheter ble filmet. Det var derimot mulighet for at elevene sine stemmer ble tatt opp av videokameraet, og derfor hadde jeg på forhånd samlet inn tillatelse fra foresatte til å ta lydopptak. De elevene som ikke hadde samtykket til dette, gjennomførte samme matematikkundervisning, men sammen med en annen lærer på et annet undervisningsrom. Denne organiseringen sikret at mitt forskningsprosjekt ikke skulle påvirke elevene sitt læringsutbytte, noe som var viktig for meg som forsker. Det ble ikke tatt videoopptak av hele undervisningsøktene til Lotta og Håvard, ettersom elevene ikke skulle filmes. Da elevene skulle arbeide selvstendig ved plassene sine i klasserommet, gikk både Lotta og Håvard rundt for å lytte til elevene og snakke med dem. Dette ble ikke filmet, men lærerne hadde med seg lydopptakeren samtidig som de fulgte opp elevene sine. I tillegg ble det tatt feltnotater av disse observasjonene.

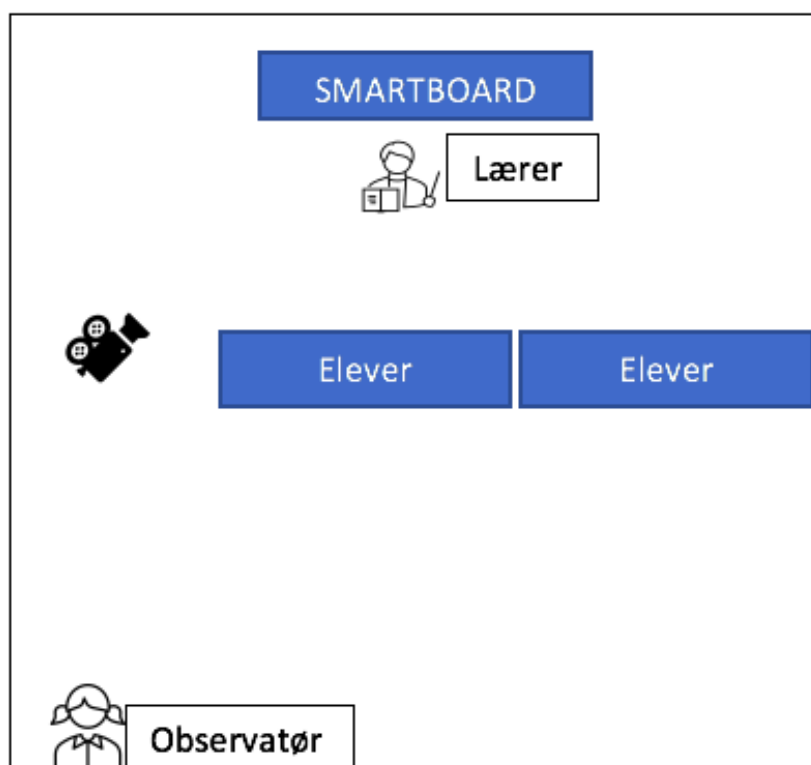
Sofie sine to undervisningsøkter ble ikke filmet, av den grunn at flertallet av elevenes foresatte ikke hadde gitt samtykke til at elevenes stemmer kunne tas opp. Sammen vurderte Sofie og jeg det som mest hensiktsmessig at undervisningen ble gjennomført uten videoopptak, slik at Sofie kunne undervise etter normale forhold i klassen. Sofie underviste to forskjellige elevgrupper, der samtlige elever sine foresatte i den ene gruppa hadde levert samtykke til lydopptak. Følgelig ble det tatt lydopptak av ei undervisningsøkt. Å undervise et fåtall elever ville sannsynligvis ikke gitt et riktig bilde av klassens undervisningspraksis, og det kunne dermed gitt et mangelfullt bilde av læreren sin kunnskap. Figur 2, figur 3 og figur 4 illustrerer plasseringen av lærerne og meg under henholdsvis Sofie, Lotta og Håvard sine undervisningsøkter.



Figur 2: Plassering under observasjon av Sofie sin undervisning.



Figur 3: Plassering under observasjon av Lotta sin undervisning.



Figur 4: Plassering under observasjon av Håvard sin undervisning.

3.4.6 Feltnotater

Det ble tatt feltnotater under observasjon av både Håvard, Lotta og Sofie. Feltnotater er nødvendig for å forevige observasjoner og tanker fra datainnsamlingen, som videre kan ha betydning for studien sin besvarelse av forskningsspørsmålet (Clark et al., 2021). På forhånd av observasjonene hadde jeg utformet et forenklet observasjonsskjema (vedlegg 2), i håp om at notatene skulle bli strukturerte og effektive. Her var blant annet deler av skjemaet inndelt etter Kunnskapskvartettens fire dimensjoner, noe som kom til nytte underveis. Ettersom store deler av Håvard og Lotta sine undervisningsøkter ble filmet og tatt lydopptak av, ble feltnotatene for det meste skrevet ned som stikkord. Med tanke på at Sofie sin undervisning ikke ble filmet, var jeg i dette tilfellet mer fokusert på å ta så detaljerte og informative feltnotater som mulig - særlig i undervisningsøkta som ikke ble gjort lydopptak av. Det var noe utfordrende å notere alt jeg anså som relevant, i detaljer. Etterarbeidet ble derfor svært viktig, noe som vil bli videre beskrevet i metodens neste del.

3.5 Analytisk tilnærming

Første steg i denne masteroppgaven sitt analysearbeid var å transkribere datamaterialet som var samlet inn gjennom intervju og observasjon. Å transkribere innebærer å overføre det muntlige materialet som ble tatt opp, til et skriftlig format (Clark et al., 2021). All innhentet datamaterialet ble transkribert påfølgende dag, med unntak av observasjon av Sofie sine undervisningsøkter. Utfylling og renskrivning av disse notatene ble gjort umiddelbart etter observasjonene, da inntrykkene fortsatt var friskt i minnet. Jeg transkriberte for øvrig manuelt på en PC, og lagret materialet innenfor NTNU sitt personlige hjemmeområde, slik at deltakernes personvern ble ivaretatt. Innenfor kvalitativ forskning er det sentralt å fokusere på *hva* som ble sagt, men også *hvordan* ting ble sagt og gjort (Clark et al., 2021). Transkripsjon av videoopptakene inkluderte derfor å skrive ned både det verbale og det fysiske deltakerne gjorde. Da læreren eksempelvis delte inn elevene i læringspar og igangsatte elevarbeid, ble det beskrevet i transkripsjonen. Clark et al. (2021) understreker at teksten som produseres må gjenta nøyaktig det som ble sagt muntlig, der man ikke skal forsøke å tolke deler av intervjuet. Nøyaktighet er dessuten viktig for å kunne dra nytte av intervjuets innhold senere – i forskningsprosjektets analysedel. For å ivareta helheten blant deltakerens bidrag til både observasjon og intervju, ble all muntlig aktivitet transkribert.

3.5.1 Metode for analyse av datamaterialet

Etter transkripsjon av intervju og observasjon, var neste steg i prosessen å analysere datamaterialet. Kvalitativ dataanalyse blir ofte praktisert som en stegvis prosess, der koding er en sentral del av analysen (Clark et al., 2021). Som ramme for denne studien sin analysemetode, benyttet jeg meg av en tematisk analyse. Braun og Clarke (2006) beskriver tematisk analyse som en tilnærming der identifisering og rapportering av mønstre er sentralt, i tillegg til at metoden gir detaljerte beskrivelser av datamaterialet. Hensikten med å benytte en tematisk analyse var å sortere og kategorisere deltakerne sine bidrag, hvilket ble ansett som et nødvendig steg for å kunne besvare forskningsspørsmålet. Den tematiske analysen er i utgangspunktet inndelt etter 6 forskjellige faser, der datamaterialet blir behandlet på ulike nivå. Da jeg satte i gang med fase 2 av analysen, tok jeg valget om å kombinere fase 2 og fase 3. Dermed ble koding og tematisering koblet sammen. Jeg anså dette som naturlig og hensiktsmessig ettersom jeg analyserte datamaterialet i lys av Kunnskapskvartettens fire dimensjoner, med de

tilhørende kodene (tabell 1). Videre i dette kapittelet vil det bli redegjort for hva de forskjellige fasene innebar i forbindelse med analysen av datamateriale.

Fase 1: Gjøre meg kjent med datamaterialet

Den første fasen av analyseringen innebar å bli kjent med datamaterialet. For å få en god oversikt, tok jeg utskrift av alle transkripsjonene. Jeg sorterte transkripsjonene for hver deltaker, slik at jeg fikk et helhetlig bilde av hver lærer. Som en forberedelse til denne tematiske analysen, hadde jeg lest gjennom teori om Kunnskapskvartertten og undervisning av multiplikasjon. Dermed hadde jeg allerede under bli-kjent fasen mulighet til å identifisere relevante funn blant datamaterialet, i lys av det teoretiske rammeverket. Følgelig leste jeg gjennom alle transkripsjonene flere ganger og noterte ned umiddelbare tanker og ideer, som jeg anså som relevant for å besvare masteroppgavens forskningsspørsmål.

Fase 2 og 3: Koding og tematisering

Som en naturlig overgang fra analysens første fase, satte jeg i gang med å kode datamaterialet. Ifølge Braun og Clarke (2006) vil fase to innebære å lage førstegangskoder blant datamaterialet, der man sorterer relevant data etter forskjellige grupper. Denne prosedyren ble kombinert med fase 3, der jeg samtidig forsøkte å sortere kodene etter mulige temaer. I praksis ble dette gjennomført ved å lage en tabell der jeg sorterte utdrag fra datamaterialet. Etersom jeg valgte å slå sammen koding og tematisering, ble gruppene navngitt etter Kunnskapskvartertens dimensjoner, der jeg videre knyttet funnet til en av kodene under dimensjonene. Et eksempel er et utdrag fra datamaterialet som kan sees i sammenheng med dimensjonen *grunnlag*, der funnet i tillegg er knyttet til koden *bevissthet om formålet med matematikk*. Relevante funn fra datamaterialet ble også kodet og tematisert etter teori om multiplikasjonsundervisning. Et utklipp fra tabellen som sorterte datamaterialet er fremstilt i tabell 3:

Lærer	Kode	Tema	Eksempel fra datamaterialet
Lotta	Bevissthet om formålet med matematikk	Grunnlag	«Det er veldig viktig å jobbe med forståelsen, det gjelder jo egentlig alle emnene, men veldig viktig å kunne se og forstå når vi bruker multiplikasjon»

Tabell 3: Eksempel på koding og tematisering av datamaterialet.

Fase 4: Gjennomgang av temaer

Den fjerde fasen av analyseringen innebar å gjennomgå datamaterialet som var blitt kodet og tematisert. Den videre prosessen ble her delt inn i to steg. Først gikk jeg gjennom kodene for hvert tema, dette for å se etter et felles mønster (Braun & Clarke, 2006). Her dannet jeg meg en oversikt over hvilke koder som gjentok seg under hvert tema, og hvilke koder som ofte oppsto i tilknytning til hverandre - på tvers av de fire dimensjonene og multiplikasjonsteori. Deretter ble det en overgang til fase fire sitt neste steg, som var å vurdere de forskjellige temaene opp mot hele datamaterialet (Braun &

Clarke, 2006). Ved dette steget ble det tydeligere for meg hvilke aspekter ved Kunnskapskvartetten og undervisning i multiplikasjon som kunne danne et felles tema. Følgelig ble det en naturlig overgang til den femte fasen ved analyseprosessen.

Fase 5: Definere og navngi temaene

Etter å ha kartlagt hvilke funn fra datamaterialet som var gjennomgående, ble alle temaene navngitt. Braun og Clarke (2006) beskriver at defineringen skal gjengi hva essensen i hvert tema er. I forbindelse med denne studien var det viktig at temaene gjenspeilte hvordan lærerne underviste i multiplikasjon. På denne måten ble de knyttet til masteroppgavens forskningsspørsmål.

Fase 6: Rapportere funnene

Den siste og avsluttende fasen av den tematiske analysen er rapportering av funnene, som skal bidra til å besvare studien sitt forskningsspørsmål. Denne analyserapporten inngår som masteroppgaven sitt fjerde kapittel.

3.6 Forskningens kvalitet

Pålitelighet og gyldighet er to av de mest fremtredende kriteriene som blir benyttet når man skal evaluere kvaliteten på sosial forskning (Clark et al., 2021). I forbindelse med kvalitativ forskning har det for øvrig blitt diskutert hvorvidt pålitelighet og gyldighet er egnet i vurdering av denne type forskning (Clark et al., 2021). Det stilles blant annet spørsmål til hvilken effekt gyldighetens måling har – med tanke på at måling ikke er av den fremste interessen ved kvalitativ forskning (Clark, et al., 2021). Til tross for ulike synspunkt på pålitelighetens og gyldighetens egnethet for å vurdere kvaliteten på kvalitativ forskning, er det flere som benytter disse kriteriene med en annen betydning enn i kvantitative studier (Creswell & Creswell, 2018). Videre vil denne masteroppgaven sin kvalitet vurderes med utgangspunkt i hvordan Creswell og Creswell (2018) vektlegger disse begrepene. Senere vil også masteroppgavens overførbarhet bli evaluert. Avslutningsvis i dette kapittelet vil masteroppgaven bli sett i lys av etiske prinsipper som skal ivareta forholdet mellom forskeren og deltakerne i denne studien.

3.6.1 Gyldighet

Kvalitativ gyldighet innebærer at forskeren undersøker hvorvidt funnene fra studien er nøyaktige, noe som kan gjøres med utspring fra flere forskjellige prosedyrer (Creswell & Creswell, 2018). Én av disse metodene er blant annet å klarere både forskeren sin bakgrunn og rolle i forskningsprosjektet, der også mulige skjevheter blir drøftet (Creswell & Creswell, 2018). Jeg har gjennom hele forskningsprosjektet vært bevisst på min egen rolle som forsker, der jeg har forsøkt å ta valg basert på tidligere studier og forankret teori – fremfor egne personlige preferanser. Det er likevel vanskelig å unngå subjektivitet når jeg selv personlig har innhentet alt av datamaterialet. For å styrke studien sin gyldighet har jeg samarbeidet tett med min masterveileder. Både intervjuguiden og observasjonsskjemaet som ble brukt under datainnsamlingen, ble gjennomgått av min masterveileder før de ble tatt i bruk. Dette ble gjort for å forsikre at spørsmålene og fokuset under observasjon var i tråd med det teoretiske rammeverket.

Et annet tiltak som ble gjort for å forsterke masteroppgaven sin gyldighet, var at rekrutteringen av deltakerne ble gjort på bakgrunn av bestemte krav. På denne måten ble deltakerne valgt med tanke på å kunne besvare studien sitt forskningsspørsmål. Jeg hadde kjennskap til én av deltakerne fra før, noe som muligens kan ha påvirket

deltakerens trygghet. Dette kan ha bidratt til at deltakeren følte seg mer komfortabel under observasjon og intervju, sammenlignet med de to andre deltakerne. Denne tryggheten kan potensielt ha gjort det lettere for denne deltakeren å dele sine kunnskaper og erfaringer, noe som kan ha påvirket funnenes omfang. Funnene vil likevel være like gyldig i den forstand at jeg som forsker ikke har påvirket informasjonen fra deltakeren. Som tidligere nevnt er to av studiens deltakere, kollegaer av hverandre. I praksis betyr dette at Lotta og Håvard underviste den samme elevgruppa. Intervjuene og observasjonene av disse to lærerne ble naturligvis gjennomført hver for seg, på lik linje med Sofie. Det tas likevel høyde for at Lotta og Håvard sitt bekjentskap kan ha påvirket studiens funn, og dermed reduserer sider ved forskningsprosjektets gyldighet.

Valget om å gjennomføre en passiv ikke- deltakende observasjon hadde også som hensikt å ivareta studien sin gyldighet. Ved å holde avstand til undervisningen av multiplikasjon og ikke delta fysisk eller verbalt, unngikk jeg å påvirke funnene som ble observert. Det er naturligvis en mulighet for at både læreren og elevene sin aktivitet bar preg av at jeg var til stedet i klasserommet, men de faktiske funnene vil likevel kunne vurderes som gyldig.

Creswell og Creswell (2018) understreker viktigheten av å gi en grundig beskrivelse av funnene fra studien – i den hensikt å fremme masteroppgaven sin gyldighet. Følgelig har masteroppgavens funn blitt analysert systematisk med utgangspunkt i tematisk analyse, slik det ble beskrevet tidligere i dette kapitlet. Alle funnene har deretter blitt analysert i lys av relevant teori, noe som bidrar til å minimere min subjektivitet og tolkning. Min tolkning av funnene vil derimot være av betydning med tanke på hvilke funn som blir trukket frem som mest relevant for å besvare forskningsspørsmålet. For å forsterke studiens gyldighet vil masteroppgaven sitt neste kapittel presentere funnene på en grundig og nøyaktig måte, der sitat fra deltakerne og utdrag fra undervisningsobservasjonene blir inkludert.

3.6.2 Pålitelighet

I følge Creswell og Creswell (2018) beskriver den kvalitative påliteligheten i hvilken grad forskeren sin tilnærming til studien er konsekvent på tvers av ulike studier og blant forskjellige forskere. For å ivareta påliteligheten hos forskeren er det blant annet sentralt å belyse så mange steg i forskningsprosessen som mulig (Creswell & Creswell, 2018). I forbindelse med denne masteroppgaven har jeg forsøkt å styrke påliteligheten gjennom å utdype og begrunne hvert steg så godt det har latt seg gjøre, for å kunne gi et presist og realistisk bilde på forskningsprosessen. Konkrete eksempler på dokumentasjon av forskningsprosessen er blant annet intervjuguiden og observasjonsskjemaet som er vedlagt i denne masteroppgaven. Videre ble transkripsjon av intervju og observasjon gjennomført så raskt det lot seg gjøre, slik at datamaterialet forble i sin opprinnelige form. Transkripsjonene ble grundig gjennomgått for å sørge for at alle opplysninger var korrekte, noe som også ansees å være nyttig for å avdekke mulige feil som ble gjort under transkribering (Creswell & Creswell, 2018).

3.6.3 Overførbarhet

I de fleste tilfeller av forskning vil forskeren ha et ønske om at studien blir ansett som gyldig utover ens eget forskningsprosjekt, noe begrepet overførbarhet belyser gjennom vurdering av studiens generaliserbarhet (Postholm & Jacobsen, 2018). Et forskningsprosjekt sin overførbarhet innenfor det kvalitative perspektivet, vektlegger i

hvor stor grad mottakeren av studien kan gjenkjenne beskrivelsene som blir gitt (Postholm & Jacobsen, 2018). For å styrke denne masteroppgavens overførbarhet, har jeg etter beste evne formulert meg slik at leseren av prosjektet kan oppleve masteroppgaven som relevant og hensiktsmessig – slik at studien kan være et bidrag eller et verktøy til liknende studier. Å gjengi relevante opplysninger og gi grundige beskrivelser gjennom hele teksten ble derfor viktig også med tanke på overførbarheten, i likhet med forskningens gyldighet. Herunder har jeg vært bevisst på å understreke og begrunne valgene som har blitt tatt underveis i forskningsprosjektet, slik at andre studier lettere kan gjenkjenne forskningen eller etterligne den. Ettersom denne masteroppgaven undersøker et nokså konkret tema, og har et begrenset omfang, vil det være utfordrende å kunne generalisere funnene i stor grad. Med tanke på at denne studien har forsket på tre matematikklærere og deres undervisningskunnskap i matematikk, har det vært viktig for meg å begrunne alle argumenter – slik at besvarelsen av forskningsspørsmålet enklere kan overføres eller sammenliknes med liknende studier som har blitt gjennomført (Postholm & Jacobsen, 2018). Kunnskapen som frembringes gjennom denne masteroppgavens funn, anses som hensiktsmessig og relevant for fremtidige forskningsprosjekt innenfor matematikdidaktisk forskning, og utvikling av nye kunnskaper innenfor dette forskningsfeltet.

3.7 Etske betraktninger

Når man gjennomfører en studie innenfor sosial forskning, har forskeren ansvar for å ta hensyn til en rekke etiske prinsipper – som særlig angår forholdet mellom forskeren og deltakerne i forskningsprosjektet (Clark et al., 2021). Ettersom min masteroppgave ville innebære å behandle personopplysninger gjennom lyd- og videoopptak, var jeg forpliktet til å melde inn mitt forskningsprosjekt til NSD – Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste. Søknaden ble godkjent i november 2022 og er dokumentert som vedlegg 3 for denne studien.

I Norge er grunnlaget for å ivareta forskningsetikken basert på tre krav som angår tilknytningen mellom forskeren og forskningsdeltakerne, der det ene kravet er å sikre et informert samtykke fra deltakerne (Postholm & Jacobsen, 2018). Dette innebærer at de rekrutterte personene deltar frivillig i studien og er informert om hva deltakelsen vil innebære. Et av de første stegene i oppstartsfasen av denne masteroppgaven, var å utforme et samtykkeskjema (vedlegg 4) som ble levert til de tre deltakerne. Dette samtykkeskjemaet ga nødvendig informasjon om mitt forskningsprosjekt, og hva deres rolle i prosjektet ville føre med seg. Deltakerne ble informert om at all informasjon de ville tilføre, ville bli anonymisert. I tillegg ble deltakerne opplyst om at både lyd – og videoopptakene ville bli transkribert og deretter slettet umiddelbart. Det var kun jeg som hadde tilgang til de anonymiserte og transkriberte opplysningene. Disse tiltakene hadde som hensikt å sikre deltakernes rett til privatliv, som for øvrig er det andre kravet som skal bidra til å sikre forskningsetikken (Postholm & Jacobsen, 2018). Skjemaet understreket også at deltakerne når som helst hadde rettigheten til å trekke sitt samtykke, uten å måtte oppgi en begrunnelse. I tillegg til deres samtykkeskjema, mottok lærerne et samtykkeskjema som ble utlevert til elevene sine foresatte (vedlegg 5). Dette skjemaet ga foresatte nødvendig informasjon om hva deltakelsen til deres barn ville innebære og at de også kunne trekke samtykket, uten grunn.

Det gjenværende kravet som skal forsikre at forskningsdeltakerne blir behandlet etisk korrekt, er rettigheten til å bli gjengitt riktig i studien (Postholm & Jacobsen, 2018).

Lærerne fikk gjennom samtykkeskjemaet retten til å få innsyn i opplysningene som ble behandlet under studien, for å forsikre seg om at informasjonen ble presentert korrekt i masteroppgaven. Videre hadde deltakerne muligheten til å få rettet opp misvisende opplysninger, og retten til å få fjernet opplysninger som angikk dem.

4. Presentasjon av funn

I dette kapitlet blir det redegjort for funnene fra masteroppgavens analyse. Gjennom koding og tematisering, har datamaterialet blitt analysert med utgangspunkt i Kunnskapskvartetten og aktuelle strategier i undervisning av multiplikasjon. Analysen presenterer funnene fra de tre lærerne hver for seg. For å kunne besvare masteroppgavens forskningsspørsmål: «Hvordan underviser matematikklærere i multiplikasjon ved 3. trinn, sett i lys av Kunnskapskvartetten?», vil funnene fra analysen bli beskrevet i sammenheng med relevante utdrag fra intervju og observasjon av lærerne. Avslutningsvis vil det gis ei oppsummering av funnene.

4.1 Lotta´s case

4.1.1 Arbeid med gjentatt addisjon og like-grupper med utgangspunkt i kontekstoppgave

I form av pre-intervjuet ble det tydelig hva som kjennetegner Lotta sitt grunnlag for undervisning av multiplikasjon. Pre-intervjuet ble gjennomført like før Lotta sin undervisning. Lotta ble spurt om å fortelle om målet for undervisningen. Lotta forklarte følgende:

Det er at de skal få trene opp å se dette med grupperinger. Vi skal jobbe med forståelsen av multiplikasjon som gjentatt addisjon. At elevene skal forstå hva multiplikasjon er. Det er veldig viktig å jobbe med forståelsen, det gjelder jo egentlig alle emnene, men det er viktig å kunne se og forstå når vi bruker multiplikasjon.

Sett i lys av Kunnskapskvartetten vil målet for undervisningen inngå som en del av læreren sitt *grunnlag*, der Lotta har en bevissthet om hva formålet med multiplikasjonsundervisningen er. Lotta sine begrunnelser forteller oss at strategien gjentatt addisjon inngår som en del av målet for multiplikasjonsundervisningen, der elevene skal arbeide med å se grupperinger. Ut ifra pre-intervjuet kan vi således fastslå at Lotta sitt *grunnlag* for multiplikasjonsundervisning innebærer å arbeide med grupperinger og gjentatt addisjon. Lotta ble videre spurt om hun kunne spesifisere sine planer for undervisningen:

Lotta: Jeg har tenkt til å kjøre et opplegg med en butikk. Der vi bruker en historie og et bilde, der elevene skal jobbe to og to med å telle varer i butikken. (...) Jeg må ta noen eksempler først. Så snakker vi litt om butikken for å vise de. Når jeg gir de oppgaven tar vi kanskje den ene frukten fra butikken sammen, og så må jeg vise et eksempel på hvordan vi kan vise hvordan vi har tenkt.

Intervjuer: Kan du utdype valget av akkurat denne aktiviteten?

Lotta: Ja, det jeg erfarer er at når jeg bruker en slik historie eller en ting de kjenner seg igjen i, så blir elevene mye mer engasjert.

Intervjuer: Har du brukt noen av dine tidligere erfaringer om undervisning av multiplikasjon, da du planla denne undervisningsøkta?

Lotta: Ja, det vil jeg si. I løpet av årene har jeg gjort erfaringer og lært og ser at dette å bruke bilder, bruker konkreter, det er helt avgjørende for å ikke gjøre det abstrakt for elevene. Dette med historien, elevene lever seg jo så inn i den.

Disse utsagnene viser at Lotta er bevisst ved bruken av kontekstopp-gaver, og at hun har et konkret mål med dette valget. I lys av kunnskapskvartetten inngår også dette formålet som en del av Lotta sitt *grunnlag*. Lotta sier videre at hennes erfaringer viser at denne typen oppgave bidrar til å øke elevenes forståelse, der hun utdyper at kontekstopp-gaver medvirker til at elevene opplever matematikk som noe nyttig for dem selv:

Lotta: (...) Jeg har jo etter hvert lært meg og erfart at når man klarer å gjøre matematikk som noe som faktisk angår deg, så får man større forståelse. Å få elevene til å forstå matematikken i en kontekst, slik at det ikke bare blir abstrakte tall i ei bok. Men at de kan forstå at disse tallene betyr noe og de er nyttige for elevene.

Dette utdraget fra intervjuet underbygger Lotta sine meddelelser om at hun er bevisst på at hennes undervisning av multiplikasjon skal fremme elevenes forståelse. Slik ser man at hennes valg av representasjoner i undervisningen har en sammenheng med hennes formål.

4.1.2 Modellering av løsningsstrategi med gjentatt addisjon og like-grupper

For å gi et helhetlig bilde av hvordan Lotta praktiserte sitt formål for multiplikasjonsundervisningen, vil det gis en beskrivelse av undervisningens oppstart. Lotta startet timen med å samle alle elevene på benker, foran seg selv. Lotta sto like ved smartboarden som var plassert foran elevene. Undervisningen begynte med at Lotta viste frem et bilde på smartboarden. Bildet viste ei tegning av en butikk. Lotta introduserte videre ei fortelling som hun knyttet til butikken, samtidig som elevene fikk studere bildet:

Lotta: En jeg kjenner har en matbutikk, og det er veldig konkurranse mellom butikkene om hvem som får solgt mest. For folkene vil jo inn i en butikk som er veldig ryddig og ordentlig, der de tenker "åh de eplene der så deilige ut, de har jeg lyst på. Derfor må de tenke på hvordan deres butikk skal se ut. De lager reklame for å fortelle folk "kom til min butikk".

I forlengelsen av Lotta sin introduksjon av butikken, fikk elevene presentert en kontekstopp-gave. Lotta fortalte at oppgaven til elevene var å telle alle varene som var avbildet. Elevene skulle finne antallet av hver vare i butikken. At Lotta benytter seg av en smartboard og senere ei tavle, inngår som en del av dimensjonen *omdanning* – der det kjennetegnes som valg av ressurs. I tillegg kjennetegnes Lotta sin *omdanning* i undervisning av representasjonen hun har valgt, altså bildet av butikken. Like etter Lotta sin introduksjon av oppgaven, rakk en elev opp hånda og fortalte at han hadde sett hvor mange epler det var til sammen i fruktkassene på bildet. Lotta ba eleven om å forklare fremgangsmåten sin. Etter hvert som eleven forklarte sin strategi, skrev Lotta ned elevens forklaringer på tavla foran dem. Med denne fremvisningen viste Lotta

for alle elevene hvordan de kunne benytte deres addisjonsferdigheter til å regne ut antallet av hver vare i butikken på bildet. Denne fremvisningen er en del av Lotta sin *omdanning*, i form av å demonstrere matematikk. Utdraget som er gjengitt nedenfor belyser hvordan eleven forklarte sin tankegang, samtidig som Lotta visualiserte til elevene hvordan de kunne uttrykke en fremgangsmåte med tall:

Elev: Jeg ser at det er 12 epler.

Lotta: Du har allerede sett at det er 12 epler. Hm.. Da må jeg skrive. Har du telt ett og ett eple da?

Elev: Jeg så at det var 6.

Lotta: Du så at det var 6 i en kasse?

Elev: Mhm.

Lotta: Okei, da skriver jeg $6+6$. For du sier det er 6 i hver kasse, og da vet du at det er?

Elev: 12.

Lotta: 12. (skriver 12 på tavla). Bra.

Dette utdraget fra oppstarten av undervisningen viser at Lotta benytter gjentatt addisjon, med utgangspunkt i eleven sin forklaring. Samtidig retter Lotta fokuset mot gruppering, fordi hun regner med 6 av gangen, altså like grupper med 6 epler i hver gruppe. Lotta bidrar til å fremme elevenes forståelse for hvordan man kan regne ut antall varer. Denne aktiviteten kjennetegner Lotta sin kunnskap for å skape *sammenheng* i undervisningen. Lotta skaper *sammenheng* ved å knytte eleven sin fremgangsmåte til gjentatt addisjon og like-grupper.

I tillegg til å vise frem elevene sine løsningsstrategier, viste Lotta selv en måte de kunne løse oppgaven på. Lotta sin fremvisning av løsningsstrategi kan også knyttes til dimensjonen *omdanning* i undervisning, fordi hun transformerer sin besittende kunnskap over til elevene sine. Elevene er på dette tidspunktet fortsatt samlet foran smartboarden. En elev påpekte at det også var poser med epler på bildet, der eleven forklarte at det var like mange epler i hver pose. Lotta svarte at de sammen (hun og elevene) kunne regne ut hvor mange epler det var til sammen i alle i posene:

Lotta: Hvor mange epler er det i hver pose?

Elev: Det er 6.

Lotta: Okei, én pose har 6 epler. Hvor mange poser har vi da?

Elev: Det er 6 poser.

Lotta: 6 poser ja. (Lotta skriver $6+6+6+6+6+6$ på tavla).

Lotta: Jeg tenkte jeg skulle vise dere en måte å løse dette på. Jeg tror dere vet hva $6+6$ er.

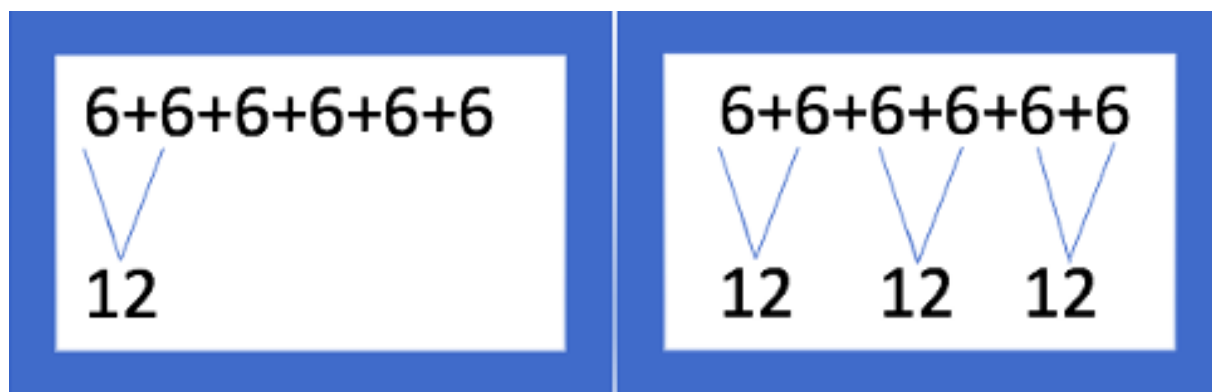
Elev: Det er 12.

Lotta: Da kan vi gjøre slik (Lotta lager to streker fra to 6-ere og skriver 12 under)

Lotta: Kan vi gjøre det med de neste to 6-erne også?

Elev: Ja med to og to 6-ere.

Lotta lager de resterende 6-erne om til to 12-ere (se figur 5):



Figur 5: Illustrasjon av Lotta sin fremvisning av løsningsstrategi.

Lotta: Nå har vi ikke seks tall lengre, nå har vi bare tre tall. $12+12+12$. Hvordan vil dere legge sammen disse tallene? Finnes det en god måte?

Elev: Det er 36.

Lotta: Hvordan fant du ut det?

Elev: Jeg plusset enerne fra hver 12-er sammen. Og da fikk jeg 6.

Lotta: Fikk du 6 enere?

Elev: Ja, og så tok jeg alle tierne fra hver 12-er og la sammen. $10+10+10$. Det blir 30.

Lotta: Du tok alle tierne og fikk 30. Det var lurt. Da vet vi at det er 36 epler til sammen i posene.

Dialogene mellom Lotta og elevene belyser læreren sin strategi for å finne summen av antall epler i posene. Lotta tok utgangspunkt i 6 epler, ettersom det var 6 epler i én pose. Da eleven sa at det var 6 poser med epler, illustrerte Lotta dette med gjentatt addisjon. Dermed kan vi påvise at Lotta bevisst fremmer denne strategien for elevene, fordi det er hun selv som velger gjentatt addisjon. Dette inngår som en del av

dimensjonen *sammenheng*, fordi Lotta blant annet fremhever en matematisk strategi og skaper mening til oppgaven. Videre viste Lotta hvordan elevene enda en gang kunne benytte gjentatt addisjon – for å finne det totale antallet epler i alle posene. Lotta grupperte deretter to og to 6-ere, slik at de sto igjen med regnestykket $12+12+12$. Lotta sin fremvisning er et eksempel på hvordan hun arbeider med forståelsen for multiplikasjon, der gjentatt addisjon og gruppering var sentralt. Dette styrker Lotta sitt utsagn fra pre-intervjuet, og underbygger hennes bevissthet om formålet med multiplikasjonsundervisningen. Etter at Lotta hadde vist elevene eksempler på hvordan man kunne regne ut og vise tankegangen sin, fikk elevene utdelt selvstendig arbeid:

Lotta: Nå skal dere få ei tegning av butikken og et ark for å skrive på. Alt dere teller i butikken må dere skrive opp og vise hvordan dere teller.

Elevene ble inndelt i par og satte i gang med oppgaven som var å telle antall varer på bildet av butikken. I teorien var dette akkurat det samme som Lotta og elevene hadde begynt med i fellesskap. Lotta sa i pre-intervjuet at hun ville vise eksempler i fellesskap, slik at elevene fikk se hvordan man kunne vise hvordan man hadde tenkt. I lys av dimensjonen *sammenheng*, kan vi si at Lotta har lagt opp rekkefølgen av aktivitetene slik at det matematiske innholdet gir mening for elevene.

4.1.3 Automatisering av gangestykker som et tidsbesparende verktøy

Etter at Lotta hadde gjennomført undervisningen, ble hun intervjuet på bakgrunn av observasjoner og tilknyttede spørsmål. I den forbindelse ga Lotta uttrykk for at hun har en oppfatning av at automatisering av gangestykkene burde vektlegges i undervisning av multiplikasjon:

Lotta: (...) Hvis du forstår når vi kan bruke multiplikasjon og har øvd slik at du kan gangetabellen, fra 1-10, hvis du husker de fleste gangestykkene, da har du et verktøy som frigjør så mye tid og krefter når man sitter og regner. Dette med å sitte å pugge i skolen i dag er jo noe vi har gått mer og mer bort ifra, men gangetabellen mener jeg er et unntak. Den kan vi forsvare at vi kan bruke tid på å pugge.

Dette utdraget fra post-intervjuet med Lotta, viser at hun anser automatisering av gangestykkene som et nyttig verktøy i matematikk. Som en del av Lotta sitt *grunnlag*, har hennes undervisningserfaringer gjort henne bevisst på at automatisering innenfor multiplikasjon er hensiktsmessig for elevene:

Intervjuer: Jeg observerte i undervisningen din at du ikke brukte ordet *multiplikasjon*?

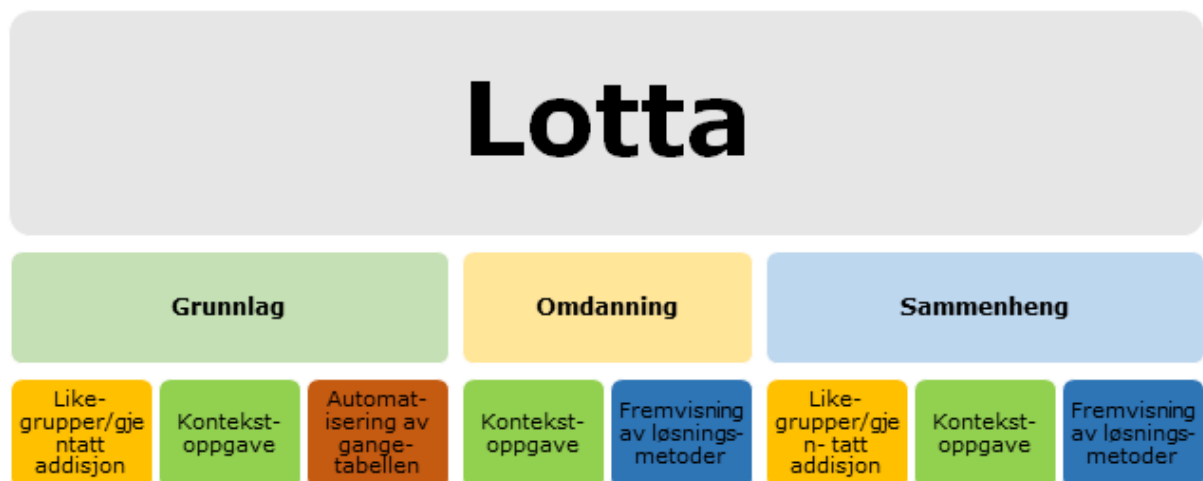
Lotta: Nei, jeg brukte ikke det ordet, bare det å se grupperinger, istedenfor å telle med én av gangen. Det er jo egentlig det multiplikasjon handler om. Jeg tenker det å bygge litt stein for stein i forhold til den forståelsen, kjenner jeg er viktig for meg. (...) Jeg erfarer på mellomtrinnet at elevene som kan veldig få gangestykker utenat, blir nødt til å sitte å telle på fingrene for å komme frem til tallet.

Intervjuer: Klarer ikke elevene å bruke multiplikasjon?

Lotta: Nei, nettopp. Fordi de har det ikke automatisert eller som en faktakunnskap. Hvis man har multiplikasjon som et verktøy så frigjør man veldig mye tid. Det er en regneart som forenkler veldig, i stedet for å bare bruke addisjon. Hvis man klarer å regne ting som multiplikasjon mener jeg man har et verktøy som forenkler ting veldig.

Dermed ser man at Lotta har en bevissthet om at formålet med multiplikasjonsundervisningen også innebærer regning med multiplikasjonsstykker, og ikke et ensidig fokus på gjentatt addisjon. Dette kan fastslås med utgangspunkt i hennes forklaring om at multiplikasjon vil forenkle regningen hos elevene, i forhold til kun å regne med addisjon. De to undervisningsøktene som ble observert hadde for øvrig ingen aktiviteter som kan knyttes til automatisering av gangestykker.

På bakgrunn av observasjon i undervisningen, poengteres det at Lotta ikke brukte ordet multiplikasjon for elevene. Hennes begrunnelse var at hun gradvis ville jobbe med forståelsen av multiplikasjon som grupperinger. Det kan virke som at Lotta velger å fokusere på grupperinger og gjentatt-addisjon i oppstartsfasen av multiplikasjonsundervisningen, men at automatisering også må prioriteres. Ettersom undervisningen av Lotta ikke innebar noen aktiviteter som kan knyttes til automatisering av gangestykker, tolkes det slik at Lotta vil prioritere dette formålet ved et senere tidspunkt. Figur 6 gir en oversikt over Lottas innhold i undervisningen.



Figur 6: Fremstilling av Lotta sin undervisning.

4.2 Håvard's case

4.2.1 Undervisning med utgangspunkt i addisjon for å fremme elevenes forståelse

Håvard deler i stor grad Lotta sine tanker om hva som er viktig i forbindelse med undervisning av multiplikasjon, der sider ved Håvard sitt *grunnlag* er bevissthet om at undervisningen skal legge til rette for at elevene skal forstå denne regnearten. Dette fremkom først under pre-intervjuet, der Håvard blant annet ble spurt om å dele sine tanker om undervisning av multiplikasjon:

Håvard: (...) Noe jeg har lært er dette at det ikke er vits i å bare kunne multiplikasjon, man må faktisk forstå multiplikasjon. Dette med å faktisk ikke bare kunne en ren algoritmisk måte å kunne løse det på, men rett og slett forstå hvorfor vi gjør det på akkurat den måten som vi gjør da.

Videre i pre-intervjuet forteller Håvard at han har valgt et undervisningsopplegg som legger til rette for arbeid med repetert addisjon som det første steget i multiplikasjon. Dette kan knyttes til Håvard sitt *grunnlag* og bevisstheten om å arbeide med forståelsen av multiplikasjon. Utsagnet indikerer at Håvard ville fokusere på strategien gjentatt addisjon for å fremme elevene sin forståelse. Håvard sine videre meddelelser forsterker bevisstheten ved bruk av gjentatt addisjon:

Intervjuer: Hvordan tenker du at du skal gjøre multiplikasjon forståelig for elevene i denne timen?

Håvard: Det er et veldig godt spørsmål, fordi de ligger på veldig forskjellige nivå, eeh. Men jeg tenker at hvis vi tar utgangspunkt i dette med addisjon, så er alle ganske sterke i addisjon, eehm og med tanke på at dette er repetert addisjon så håper jeg på en måte at det gjør at elevene får en større forståelse enn hvis vi hadde startet rett på algoritmer og liknende.

Intervjuer: Kan du fortelle litt om undervisningsopplegget som du har planlagt for?

Håvard: Vi har to forskjellige vedlegg som vi skal ta i bruk. Det ene er mer som en starter, hvor det ikke er så mye fokus på dette med nøyaktig repetert addisjon som ganging, men mer dette med å få elevene på, og det andre vedlegget er en mer, hva skal man si.. man ser tydeligere grupperinger da, som gjør at elevene må ta i bruk sine kunnskaper om addisjon, for å regne ut summen av disse frimerkene.

Disse forklaringene viser Håvard sitt standpunkt om at fokus på gjentatt addisjon kan bidra til at elevene får en større forståelse for multiplikasjon. Det fremkommer at innholdet i undervisningen er valgt på bakgrunn av mulighetene til å bruke addisjon for å regne med grupper av frimerker. For å gi et tydeligere bilde på Håvard sine intensjoner, vil sentrale deler av undervisningen bli beskrevet – i kronologisk rekkefølge.

Håvard innledet sin undervisning med å vise frem et bilde på smartboarden av mange forskjellige frimerker. Elevene var samlet på to benkerader foran Håvard. Håvard og

elevene samtalte om hva de så på bildet, blant annet prisen på frimerkene. En elev så for eksempel at ett frimerke kostet det samme som to andre frimerker til sammen. Som en overgang til neste aktivitet, fortalte Håvard elevene hva de selv skulle arbeide med. Elevene ble inndelt i par og fikk følgende beskjed fra læreren sin:

Håvard: Hvis dere ser på dette bilde (viser frem arket elevene får), så ser dere at det er noen frimerker som er satt i hop, som noen grupper. Oppgaven deres er å finne ut hvor mye disse samlingene av frimerker er verdt. Dere får et ark med bilde av frimerkene og et hvitt ark for å skrive på. På det hvite arket så vil jeg at dere skal forklare med tall hvordan dere finner ut hvor mye disse samlingene er verdt.

I likhet med Lotta, viser Håvard *omdanning* i undervisningen ved bruk av smartboard og fremvisning av en kontekstoppgave. Med utgangspunkt i bildet av frimerkene, kobler Håvard elevene på temaet for denne undervisningen. I lys av dimensjonen *sammenheng* kan man se at Håvard knytter de ulike delene av undervisningen sammen. Oppgaven elevene fikk tildelt, er tilnærmet lik det Håvard og elevene gjorde som en muntlig aktivitet – med utgangspunkt i bilde på smartboarden. Dermed skaper Håvard *sammenheng* mellom oppstarten av undervisningen og elevarbeidet.

4.2.2 Oppfølgingsspørsmål og oppsummering for å bevisstgjøre elevenes fremgangsmåter

Samtidig som elevene jobbet med å telle samlinger av frimerker, gikk Håvard rundt i klasserommet for å observere og snakke med elevene. Det ble lagt merke til at Håvard stilte elevene spørsmål underveis, uten at elevene nødvendigvis hadde bedt om hjelp. Denne prosedyren kom til uttrykk opptil flere ganger underveis i undervisningen, der han blant annet stilte følgende spørsmål til elevene:

- «Hvordan vil dere starte å regne det ut?»
- «Hvordan kom du frem til svaret?»
- «Kan dere forklare hva dere har gjort her?»

I tillegg til å stille elevene spørsmål underveis mens de arbeidet selvstendig, hadde Håvard samme prosedyre mot slutten av undervisningen. Håvard stilte elevene samme type spørsmål som han gjorde da elevene arbeidet selvstendig. Alle elevene ble samlet foran smartboarden, der elevene frivillig fikk vise hvordan de hadde regnet ut summen av frimerkene. Denne observasjonen kategoriseres også som Håvard sin kunnskap om *sammenheng* i undervisningen. Ved å la elevene forklare sine fremgangsmåter, knytter Håvard de ulike delene av undervisningen sammen. Denne avsluttende delen av timen er direkte knyttet til arbeidet elevene hadde gjort i læringspar. At Håvard lot elevene vise frem sitt arbeid på smartboarden og ga rom for å forklare seg muntlig, tolkes som enda en fremgangsmåte for å bidra til utvikling av elevene sin forståelse. Elevene delte sin kunnskap med hverandre og fikk muligheten til å utvikle ny kunnskap.

Etter observasjonen av Håvard sin undervisning, ble post-intervjuet gjennomført. I den forbindelse ble det tydeliggjort at Håvard blant annet var bevisst på å stille elevene spørsmål mens de arbeidet med frimerke-oppgaven. Han begrunner dette med at han ønsker å bevisstgjøre elevene på deres fremgangsmåter:

Intervjuer: Jeg la merke til at du gikk rundt til elevene da de arbeidet med bilde av frimerkene, og at du stilte de spørsmål. Kan du fortelle litt om akkurat det?

Håvard: Jeg har et mål med det, og det er å få de til å tenke en ekstra gang over hva de faktisk har gjort. De spørsmålene som jeg stiller når elevene forteller meg ting, er for å gjøre de bevisst på hvordan de har tenkt og hvorfor de har tenkt på akkurat den måten. Det er noe med å bevisstgjøre dem på disse strategiene.

Håvard sin oppfølging av elevene belyste deres strategier. Dette kan knyttes til Kunnskapskvalitetens dimensjon *sammenheng*, ettersom Håvard har som mål å fremme elevenes strategier og dermed deres matematiske forståelse. Dette anses også som et kjennetegn ved Håvard sitt *grunnlag*, av den grunn at han selv har ei oppfatning av at det vil være hensiktsmessig å stille slike spørsmål til elevene. At Håvard velger å samle elevene for å gjennomgå deres løsningsstrategier, tyder også på å være et bevisst valg fra Håvard sin side. Under post-intervjuet delte han sine refleksjoner over hva han eventuelt ville gjort annerledes:

Intervjuer: Hva ville du gjort annerledes, og hva ville du beholdt fra undervisningen?

Håvard: (...) Jeg hadde brukt mer tid på oppsummering, men så syns jeg det er så kjipt når elevene sitter der og jobber bra, å si at sorry vi må nå gå igjennom i fellesskap. Men så er det jo også veldig viktig at man har god tid til oppsummeringen, fordi det er jo der utrolig mye av læringen skjer. (...) Jeg skulle ønske jeg hadde mer tid. For da kunne jeg gått igjennom flere av de gode eksemplene som kom fram på arkene til elevene.

Utsagnet gir indikasjoner på at Håvard mener oppsummering er en viktig del av multiplikasjonsundervisningen, ettersom han påpeker at det bidrar til læring. Det faktum at Håvard i etterkant hadde ønsket mer tid til oppsummering, kan sees i sammenheng med prosedyren for å bevisstgjøre elevene på deres egne strategier. Håvard uttrykker at bedre tid ville gitt han muligheten til å vise frem flere elev-eksempler, noe som også tolkes som en mulighet for læring, som Håvard viser til. Figur 7 gir en oversikt over Håwards innhold i undervisningen.



Figur 7: Fremstilling av Håvard sin undervisning.

4.3 Sofie 's case

4.3.1 Tavleundervisning med gjennomgang og innføring av 2- og 4-gangen

Intervjuet av Sofie fant sted etter observasjonen av hennes undervisning, da det ikke lot seg gjøre å gjennomføre et pre-intervju i forkant av undervisningen. For å gi en kronologisk rekkefølge av utdragene fra datamaterialet, vil dette delkapittelet redegjøre for Sofies undervisning først.

Multiplikasjonsundervisningen til Sofie ble inndelt i to deler, der den første aktiviteten ble styrt av Sofie. Under oppstarten av undervisningen satt elevene ved pultene sine. Sofie sto foran alle elevene, ved tavla. Sofie startet med å spørre elevene om hva de gjorde i matematikkundervisningen som hadde vært dagen før. Elevene fortalte av de arbeidet med 2-gangen og at det gikk fint. Sofie fortalte at de skulle arbeide videre med 2- og 4-gangen i løpet av dagens undervisning. Å be elevene reflektere over gårsdagens matematikkundervisning, inngår som en del av dimensjonen *sammenheng*. Sofie knytter undervisningene sammen, selv om hun ikke trekker frem spesifikke prosedyrer eller aktiviteter fra dagen før. Elevene får likevel muligheten til å forstå at tidligere undervisning har en sammenheng med det Sofie sier de skal jobbe videre med denne dagen.

Sofie skrev opp alle regnestykkene i 2-gangen på tavla, og ba deretter alle elevene om å skrive de samme regnestykkene i ruteboka som de hadde foran seg. Gjennom denne prosedyren ser man Sofies *grunnlag* for undervisning, ettersom hun viser frem iboende matematiske kunnskaper. Nedenfor er det vedlagt et bilde av hvordan Sofie skrev opp alle regnestykkene, med tilhørende svar. I forbindelse med denne fremvisningen viser Sofie sin matematiske kunnskap gjennom *omdanning* i undervisning. Først og fremst kategoriseres det som *omdanning* at Sofie har valgt å benytte seg av tavla som en ressurs i undervisningen. I tillegg transformerer hun besittende kunnskap over til elevene sine, i form av at hun skriver opp alle gangestykkene. Etterpå gjennomgikk Sofie og elevene alle svarene på regnestykkene som sto på tavla. Bilde 1 viser Sofie sin fremvisning på tavla.



Bilde 1: Sofie sin fremvisning på tavla.

Sofie: Nå skal vi gå igjennom hele 2-gangen sammen. Da må dere si det høyt til meg. 0 gange 2?

Elever i kor: 0.

Sofie spør videre etter svarene på alle regnestykkene i 2-gangen, opp til 10 ganger 2.

Sofie: Se over at dere har fått de samme svarene som vi leste opp nå, så skal vi ta svarene fra 2-gangen sammen.

Sofie og elevene i kor: 0,2,4,6,8,10,12,14,16,18,20.

Sofie gjennomførte den samme prosedyren på nytt, der hun skrev opp 4-gangen på tavla. Hun leste opp gangestykkene og elevene ropte ut svaret på gangestykkene fra 0×4 til og med 10×4 . Etter å ha forsikret seg om at alle elevene hadde skrevet ned alle gangestykkene i 2- og 4-gangen, spurte Sofie et spørsmål til elevene:

Sofie: Jeg lurer på en ting. Hvilke tall er det vi finner både i 2-gangen og i 4-gangen?

Elev: 0.

Sofie: 0. 0×2 og 0×4 blir 0. Er det flere like svar? Jeg sier ikke at regnestykket skal være likt, jeg spør om svaret. Altså det som står bak likhetstegnet. For i den ene ganger vi alt med 2 og i den andre ganger vi alt med 4, så regnestykkene blir ikke helt lik.

Elev: 20.

Sofie: 20. Er det like regnestykker?

Elev: Nei, der er 10 gange 2 og 5 gange 4.

Sofie: Ja, stemmer. Hvis dere ser her (Sofie peker på 5×4 som står skrevet på tavla), 5 er jo halvdelen av 10, og 4 er dobbelt så mye som 2 (Sofie peker på 10×2 som står skrevet på tavla).

Med utgangspunkt i Sofie sine spørsmål til elevene, kan man identifisere deler av Sofie sitt *grunnlag*. Hun viser for eksempel matematisk kunnskap gjennom å påpeke at svaret står bak likhetstegnet. I tillegg bruker hun matematisk terminologi gjennom begreper som *halvdelen* og *dobbelt*. Sofie sine forklaringer kan videre belyses gjennom dimensjonen *sammenheng*. Dette kan fastslås fordi Sofie fremhever matematiske begreper og påpeker hvordan 2- og 4-gangen er tilknyttet til hverandre. Etter å ha samtalt med elevene om likheter mellom disse gangetabellene, ga Sofie følgende beskjed til elevene:


Sofie: Nå vil jeg at dere, med hjelp fra gangetabellene som dere har skrevet, fortsetter å arbeid i matematikkboka.

Elevene satte i gang med å gjøre oppgaver i matematikkboka si. Utsagnet ovenfor er et aspekt ved *sammenheng* i undervisningen. Da Sofie påpekte at de innførte gangetabellene skulle brukes som et hjelpemiddel for elevene, knyttet hun prosedyren fra gjennomgangen – til undervisningens neste aktivitet. Dette viser at rekkefølgen av oppleggene som Sofie har planlagt for, tilrettelegger for at elevene kan dra nytte av det matematiske innholdet fra oppstarten, og videre gjennom matematikktimen.

4.3.2 Veiledning under oppgaveløsning med fokus på like-grupper strategien


Den andre halvdel av undervisningen gjorde elevene selvstendig arbeid i matematikkboka. Å benytte læreboka inngår som en del av Sofie sitt *grunnlag*, ettersom deler av multiplikasjonstimen var lærebokstyrt. Samtidig er multiplikasjonsoppgavene i boka en form for *omdanning* i undervisning, fordi Sofie selv har valgt hvilke oppgaver elevene skal arbeide med. Dette er en del av Sofies tilretteleggelse for elevenes utvikling av kunnskap. Flere av multiplikasjonsoppgavene i boka besto av et bilde, der ulike gjenstander var gruppert. Et eksempel var et bilde av seks fat, med to muffinser på hvert fat. Her skulle elevene skrive et multiplikasjonsstykke som passet til bildet. Alle elevene skulle løse multiplikasjonsoppgavene på egenhånd, mens Sofie gikk rundt for å hjelpe de elevene som rakk opp hånda. Sofie konsentrerte seg om å fremheve like-grupper strategien mens hun hjalp elevene med multiplikasjonsoppgaver i læreboka deres. Dette gjenspeiles som en rød tråd i samtalene mellom Sofie og elevene som trengte hjelp. Nedenfor viser figur 8 en illustrasjon av en multiplikasjonsoppgave fra læreboka. I den følgende dialogen fokuserte Sofie på gruppering av kulene:

Skriv to multiplikasjoner som passer til kulene.



_____ • 2 = _____

_____ • 4 = _____



_____ • 2 = _____

_____ • 4 = _____

Figur 8: Illustrasjon av en multiplikasjonsoppgave fra læreboka til elevene.

Sofie: Først står det at du skal gange med 2. Hvor mange 2-er grupper har vi her? (Hun peker på oppgaven i boka og setter ring rundt 2 og 2 kuler).

Elev: Det blir 8 2-er grupper.

Sofie: Ja. Hva skal du gjøre når du skal gange med 4 da? Da skal du ha 4-er grupper.

Elev: Kan jeg dele kulene opp i grupper med 4 i hver?

Sofie: Ja.

Elev: Da blir det 4 4-er grupper. Blir ikke det også 16?

Sofie: Jo det blir det, akkurat like mange kuler. Bare at man deler de inn i ulike grupper.

Denne episoden fra undervisningen viser at Sofie veileder eleven til å benytte seg av en grupperingsstrategi. Ettersom gruppene med kuler ble inndelt med like mange deler i hver, fremstår dette som en like-grupper strategi. Sofies veiledning er et bidrag for å skape matematisk forståelse, og kan derfor knyttes til dimensjonen *sammenheng* i undervisning. Fokuset på multiplikasjonsstrategiene like-grupper og gjentatt addisjon tolkes som en del av Sofies *grunnlag* for undervisning av multiplikasjon. Etter observasjon av Sofies multiplikasjonsundervisning, ble intervjuet gjennomført i sin helhet. Videre vil utdrag fra intervjuet knyttes til funnene fra undervisningen som hittil har blitt presentert.

Intervjuer: Hva er dine tanker om multiplikasjon i matematikken?

Sofie: Det er jo den forståelsen av hva det er som er viktig og automatiseringen av å kunne regne med flere og flere av gangen. (...) Generelt så tenker jeg at multiplikasjon bidrar til å kunne gjøre ting enklere i hode, i hverdagen også. Det å kunne dele opp i grupper og finne lure strategier for å løse problemer som man kommer til å møte på hele tiden.

Intervjuer: Kan du fortelle litt om erfaringene dine med undervisning av multiplikasjon, er det noen tidligere erfaringer du bruker nå?

Sofie: Vi begynte med multiplikasjon i denne klassen i slutten av 2. klasse, og da jobbet vi mest med like-grupper, det å telle med 2 og 5 av gangen. Så jeg prøver å ta utgangspunkt i at det handler om like-grupper og gjentatt addisjon.

Disse utsagnene fra intervjuet bekrefter at Sofie anser strategiene like-grupper og gjentatt addisjon som sentrale i undervisning av multiplikasjon. Dette indikerer at Sofie sin veiledning med fokus på like grupper med 2 og 4, ikke var tilfeldig. I lys av dimensjonen *grunnlag* anses dette funnet som Sofie sin bevissthet om hvordan elevene skal lære seg multiplikasjon. Sofies senere meddelelser kartlegger flere sider ved hennes *grunnlag* for undervisning av multiplikasjon. Dette funnet blir belyst videre i neste avsnitt.

4.3.3 Automatisering av gangetabellen som grunnlag for elevenes senere arbeid i matematikk

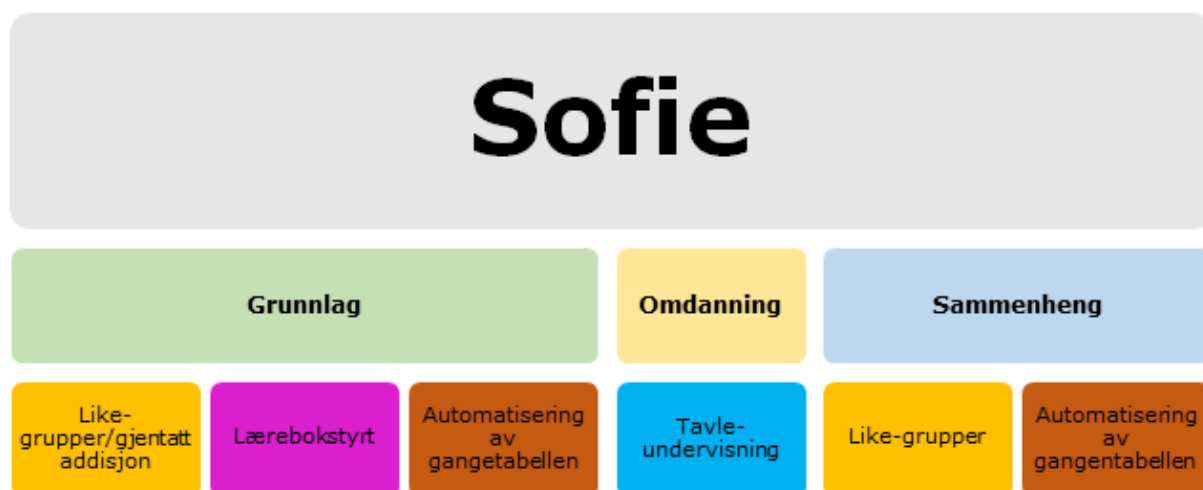
Sofies tidligere erfaringer med multiplikasjonsundervisning har gjort henne bevisst på hva hun ønsker å prioritere i undervisningen. Sofie trekker frem automatisering av gangetabellen som et bevisst valg:

Sofie: (...) Jeg har sett at når elevene kommer på høyere trinn og skal jobbe mer med multiplikasjon og spesielt divisjon. De som ikke hadde gangene automatisert, det ble vanskeligere for dem. Så jeg tror automatisering av gangetabellen hjelper elevene mye for senere arbeid med multiplikasjon, og divisjon da. Det å kunne automatisere gangetabellen, vi gjør jo vanligvis ikke slikt, men akkurat den tenker jeg er unikt der. Boka sier jo ingenting om at vi skal pugge gangetabellen.

Intervjuer: Så det er noe du selv fritt har valgt å ta med?

Sofie: Ja det er noe jeg selv har valgt, fordi jeg ser jo det at hvis vi bare skal jobbe med multiplikasjon som regnestykker og ikke jobbe med gange som en gangetabell, så ser jeg at vi bruker mye mer tid på å regne ut.

I lys av dimensjonen *grunnlag*, uttrykker Sofie at automatisering av gangetabellene vil være en fordel for elevene når de senere skal utvikle ferdigheter innenfor multiplikasjon og divisjon. Likeså antyder hun at automatisering er tidsbesparende, i forhold til å jobbe kun med multiplikasjon som regnestykker. Senere i intervjuet ble Sofie spurt om å utdype valgene av de prosedyrene hun hadde planlagt for undervisningen. Hun fortalte at det handlet mye om at elevene skulle bli bedre til å automatisere. Dette valget kom tydelig frem i forbindelse med oppstarten av undervisningen, som ble gjengitt innledningsvis i dette delkapittelet. Prosedyren der elevene skrev ned alle gangestykkene i henholdsvis 2- og 4-gangen, anses som et konkret eksempel på hvordan Sofie praktiserte sin bevissthet om automatisering av gangetabellen. Figur 9 gir en oversikt over Sofies innhold i undervisningen.



Figur 9: Fremstilling av Sofie sin undervisning.

4.4 Oppsummering av funn

4.4.1 Lotta

Som en del av Lotta sin *omdanning* i undervisning, benyttet hun en kontekstoppgave. I lys av *grunnlags*-dimensjonen fremkom det at Lotta anser kontekstoppgaver som nyttig for å engasjere elevene og fremme deres forståelse. Lotta har en bevissthet om at strategien gjentatt addisjon skal vektlegges i undervisning av multiplikasjon, der elevene skal arbeide med å se grupperinger av tall. Denne bevisstheten inngår som en del av Lotta sitt *grunnlag* for undervisning. Funnet ble tydeliggjort gjennom hennes *omdanning* i undervisning. Lotta viste eksempler på hvordan elevene kunne benytte seg av gjentatt addisjon og grupperinger, i forbindelse med utregning. Fremvisningen av utregningene kan også sees i lys av dimensjonen *sammenheng*, fordi Lotta fremmer en matematisk strategi og gir mening til oppgaven. Lotta sitt *grunnlag* kjennetegnes videre av at det er hensiktsmessig for elevene å automatisere gangestykkene, for å forenkle regning og for å ikke bare benytte seg av addisjon. Dermed ser det ut til at Lotta tar utgangspunkt i gjentatt addisjon i oppstartsfasen av multiplikasjonsundervisningen, men er bevisst på at automatisering også er viktig.

4.4.2 Håvard

Håvard viste *omdanning* i undervisning ved bruk av et bilde, med en tilhørende oppgave. Gjennom å knytte felles oppstart til senere elevarbeid, skapte han *sammenheng* i undervisningen. Håvard meddelte at arbeid med addisjon ville bidra til elevenes forståelse for hva multiplikasjon går ut på. Dette inngår som Håvard sitt *grunnlag* for undervisning. Likeså er Håvard sin prosedyre om å stille oppfølgingsspørsmål en del av hans *grunnlag*, der han har et mål om å bevisstgjøre elevene på deres løsningsstrategier. Gjennom dialog med elevene skapte Håvard *sammenheng* i undervisningen, ettersom han fremmer elevenes strategier og bidrar til å utvikle deres matematiske forståelse. Dette funnet sees i sammenheng med Håvard sin bevissthet om at oppsummering av undervisningen bidrar til læring, der han også vil fremme elevenes strategier.

4.4.3 Sofie

Som fremvisning i undervisning, gjennomgikk Sofie to gangetabeller i fellesskap med elevene. Dette inngår som en del av dimensjonen *omdanning*, der tavla var en sentral ressurs. Denne prosedyren kan knyttes til Sofie sin bevissthet ved automatisering av gangetabellene, som hun mener vil være en fordel for senere arbeid med multiplikasjon og divisjon. Dette funnet kategoriseres som lærerens *grunnlag*. Sofie anser strategiene like-grupper og gjentatt addisjon som sentrale i undervisning av multiplikasjon, noe som også inngår i hennes *grunnlag* for undervisning. Sofie skapte *sammenheng* i undervisningen da hun bidro til å utvikle elevenes matematiske forståelse ved å belyse like-grupper strategien. Dette ble tydeliggjort da hun veiledet elevene under arbeid med multiplikasjonsoppgaver.

5. Diskusjon

Kapittel 4 presenterte funnene fra masteroppgaven sin analyse. Funnene ble gjort rede for på bakgrunn av denne studien sitt forskningsspørsmål «Hvordan underviser matematikklærere i multiplikasjon ved 3. trinn, sett i lys av Kunnskapskvartetten?». Funnene som ble presentert i det foregående kapittelet, vil i det påfølgende avsnittet bli kort oppsummert. Deretter vil jeg forsøke å besvare studiens forskningsspørsmål gjennom å diskutere hovedfunnene i lys av tidligere forskning og aktuell teori.

5.1 Oppsummering av funn

I lys av Kunnskapskvartettens dimensjon *grunnlag*, viser studiens analyse at alle de tre lærerne har en bevissthet om at strategiene gjentatt addisjon og like-grupper burde vektlegges i undervisningen av multiplikasjon. Bevisstheten om strategiene ble tydelig praktisert da lærerne skapte *sammenheng* i multiplikasjonsundervisningen. Lærerne hadde ulike tilnærminger for å skape *sammenheng* med utgangspunkt i gjentatt addisjon og like-grupper, deriblant gjennom å fremvise elevene sine løsningsstrategier. Denne tilnærmingen var både muntlig og skriftlig, i fellesskap med alle elevene. En av lærerne praktiserte sitt formål med å fremvise elevene sine løsningsstrategier, hvilket betyr at denne prosedyren også er en del av lærerens *grunnlag*. Den ene lærerens veiledning under elevenes selvstendige arbeid med multiplikasjonsoppgaver, viste også et aspekt ved dimensjonen *sammenheng*. To av lærerne viste *omdanning* og *sammenheng* i undervisningen ved å ta utgangspunkt i en kontekstopp-gave. I den ene tilfelle var benyttelsen av kontekstopp-gaven likeså en del av læreren sitt *grunnlag*, da vedkommende anså kontekstopp-gaver som nyttig for å engasjere elevene og fremme deres forståelse. Positive holdninger til automatisering av multiplikasjonstabellen inngikk som to av lærerne sitt *grunnlag* for undervisning. Begge lærerne var av den oppfatning at innlæring av gangestykkene i multiplikasjonstabellen ville være fordelaktig for å effektivisere elevenes utregninger. I tillegg var de to lærerne oppmerksom på at denne automatiseringen ville komme elevene til gode ved senere arbeid i matematikk. Den ene læreren belyste videre sin bevissthet om automatisering gjennom *omdanning* i undervisning.

5. 2 Diskusjon av funn

5.2.1 Lærernes tilnærming gjennom addisjon

Ved å benytte Kunnskapskvartetten som analytisk linse for denne masteroppgaven, har jeg fått innsikt i lærernes formeninger om hva som er sentralt i undervisning av multiplikasjon ved 3. trinn, og videre hvorfor de ulike tilnærmingene blir ansett som viktige. Analysen av datamaterialet viser en tydelig fellesnevner for de tre lærernes *grunnlag* for undervisning. Både Lotta, Håvard og Sofie har en bevissthet om at gjentatt addisjon og like-grupper er strategier som skal vektlegges i undervisning av multiplikasjon. Dette burde imidlertid ikke være et overraskende funn, da gjentatt addisjon ifølge Özel et al. (2022) er den vanligste formen å se multiplikasjon på. Begrepene gjentatt addisjon og like-grupper/gruppering blir for øvrig brukt litt om hverandre av de tre lærerne. Lotta fortalte at målet for undervisningen var at elevene skulle arbeide med forståelsen av multiplikasjon som *gjentatt addisjon*, der de skulle arbeide med å se *grupperinger*. Da Håvard beskrev undervisningsopplegget sitt, forklarte

han blant annet at det ene bildet med frimerker viste tydelige *grupperinger*, noe som skulle bidra til at elevene måtte ta i bruk sine *addisjonskunnskaper*. Sofie på sin side meddelte at hun prøvde å ta utgangspunkt i at multiplikasjon "handler om *like-grupper* og *gjentatt addisjon*". Generelt sett ser det ut til at lærerne anser gjentatt addisjon og like-grupper som to sider av samme sak, ettersom begrepene stort sett blir brukt i kombinasjon med hverandre. Van de Walle et al. (2015) forklarer at like-grupper strategien noen ganger blir omtalt som gjentatt addisjon, ettersom like-grupper strategien innebærer å gjenta det samme antallet flere ganger etter hverandre. Det vil med andre ord si at begrepene i praksis går ut på det samme.

Det er liten tvil om at like-grupper og gjentatt addisjon er utgangspunkt for lærernes undervisning av multiplikasjon. Dette aspektet ved deres *grunnlag* kom til syne da alle tre lærerne skapte *sammenheng* i undervisningen, men på forskjellige vis. Som kjent kjennetegnes Sofies *grunnlag* av at gjentatt addisjon og like-grupper er sentrale strategier i undervisning av multiplikasjon. Da elevene arbeidet med multiplikasjonsoppgaver i læreboka, så man at Sofie i lys av dimensjonen *sammenheng*, veiledet elevene til å bruke like-grupper strategien. Van de Walle et al. (2015) påpeker at det kan være utfordrende for elevene «å forstå at gruppene består av flere enkeltstående enheter, samtidig som de skal forstå at ei gruppe inneholder et gitt antall objekter» (s. 206, min oversettelse). Derfor vil arbeid med grupperinger, i forhold til arbeid med bare enkeltdele, være sentralt i utviklingen av forståelsen for multiplikasjon. Blant matematisk terminologi betegnes dette som ideen om enhetisering (Fosnot & Dolk, 2001).

Lotta benyttet både gjentatt addisjon og gruppering av tall da hun viste frem en elevs tankegang på tavla. Disse matematiske strategiene ble også brukt da hun tok utgangspunkt i en elevs forklaring for å modellere hvordan de kunne benytte seg av sine addisjonskunnskaper gjennom gjentatt addisjon. Med utgangspunkt i Lottas egen modellering av strategier, ga hun undervisningsforklaringer som tok elevenes forutsetninger i betraktning – altså kunnskap om addisjon. Undervisningsforklaringer som tar hensyn til elevenes forutsetninger, beskrives av Dahl (2013) som et sentralt aspekt i arbeid med multiplikasjon, da det kan bidra til å fremme matematisk forståelse.

Det er relativt lite forskning som belyser lærerens bruk av strategiene like-grupper og gjentatt addisjon. Ifølge Calabrese et al. (2020) er gjentatt addisjon en kjent metode å innlede multiplikasjonsundervisning med, da strategien tilrettelegger for at elevene kan knytte ny kunnskap til eksisterende kunnskap. Dette støttes videre av Van de Walle et al. (2015), som sier at det er hensiktsmessig å introdusere gjentatt addisjon tidlig for elevene, slik at elevene kan oppdage sammenhengen mellom addisjon og multiplikasjon. Her er det verdt å nevne at kun Sofie sin undervisning ga mulighet for at elevene kunne knytte addisjon til begrepet multiplikasjon, da Lotta og Håvard ikke brukte ordet multiplikasjon eller "ganging" i forbindelse med deres undervisning. Om dette var bevisst fra Håvard sin side er ikke kjent, men med utgangspunkt i Lotta sine uttalelser i post-intervjuet tolkes det som en bevisst strategi. Utsagnene indikerer at Lotta bevisst ville fokusere på multiplikasjon som gjentatt addisjon, eller "grupperinger" som hun omtalte det som. Kunnskaper om addisjon trekkes for øvrig frem av Solem et al. (2018) som et eksempel på nyttige forkunnskaper for utvikling av forståelsen for multiplikasjon. Forfatterne viser til at addisjon vil være hensiktsmessig for at elevene kan bygge videre på ferdigheter som de allerede besitter, under utvikling av multiplikasjonsforståelse (Solem et al. 2018). Da Lotta under sin fremvisning på tavla viste hvordan elevene

kunne bruke deres addisjonskunnskaper, tok hun utgangspunkt i en elevs tankegang. Å la elevene forklare høyt hva de har tenkt til de andre elevene, er ifølge Van de Walle et al. (2015) nyttig for å fremme multiplikatv tenking. På den måten får elevene muligheten til å følge en annen elevs tankegang, noe Lotta tydelig la til rette for.

Funnene om gjentatt addisjon og like-grupper i forbindelse med undervisning av multiplikasjon, kan knyttes til resultatet av Larsson (2016) sin studie. Larsson (2016) fant at barneskoleelevers forståelse for multiplikasjon er dypt forankret i like-grupper og addisjon, men at disse strategiene har en misvisende rolle i elevenes forståelse. På bakgrunn av dette funnet, poengterer Larsson (2016) at det er viktig at elevene utvikler andre strategier i arbeid med multiplikasjon, slik at elevene blir i stand til å mestre multiplikasjonsoppgaver som ikke bare inneholder positive heltall. Min oppfattelse av dette er at Larsson (2016) sitt budskap er at undervisningen av multiplikasjon derfor bør rettes mot andre strategier enn like-grupper og gjentatt addisjon.

Denne tolkningen baseres på at det er naturlig å forvente at elevenes forståelse er forankret i det lærerne vektlegger av strategier i sin multiplikasjonsundervisning. Undersøkelser viser dessuten at elevenes resultater i matematikk har sammenheng med lærerens undervisningskunnskap i matematikk (Fauskanger et al., 2010).

Basert på observasjonene og intervjuene som ble gjennomført av lærerne, ser man at lærerne tar utgangspunkt i gjentatt addisjon og like-grupper i oppstartsfasen av multiplikasjonsundervisning. Kaufmann (2018) påpeker at det er enighet innen forskning at like-grupper strategien er lett forståelig for elevene, og at gjentatt addisjon er en naturlig strategi å inkludere ved introduksjon av multiplikasjon. På den annen side viser det seg at utvidelsen av like-grupper strategien kan føre til at multiplikasjon blir begrenset til å omfatte kun gjentatt addisjon (Kaufmann, 2018). Funnene fra min studie antyder at lærerne mener like-grupper og gjentatt addisjon bidrar til forståelse i multiplikasjonsundervisningen, noe som virker bekreftende på Kaufmann (2018) sine formuleringer. Om Lotta, Håvard og Sofie på et senere tidspunkt ville fokusere på andre multiplikative strategier, har jeg ikke grunnlag for å uttale meg om, da jeg kun observerte to undervisningsøkter hos hver lærer. Studiens funn anses derfor ikke til å være tilstrekkelig for å kunne påvise om lærerne begrenset sin undervisning til å fokusere på gjentatt addisjon, eller om dette kun var en introduksjon med overgang fra addisjon til multiplikasjon. Lærernes tilretteleggelse for at elevene fikk forklare og diskutere deres strategier, er for øvrig noe Larsson (2016) trekker frem som sentralt for å begrense elevenes misoppfatninger ved bruk av gjentatt addisjon og like-grupper.

5.2.2 Bevisstgjøre elevene sine løsningsstrategier

Å belyse elevenes tankegang og fremme deres strategier, var svært tydelig i Håvard sin multiplikasjonsundervisning. Håvard stilte elevene spørsmål om hvordan og hvorfor de hadde løst frimerke-oppgaven slik som de beskrev det. På denne måten skapte Håvard en dialog med elevene sine, der han viste kunnskap ved å imøtekomme elevenes forståelse gjennom hans egne spørsmål. Dette er ifølge Hoover et al. (2016) en sentral del av kommunikasjonen mellom lærer og elever, der lærerens evne til å lytte og respondere er en viktig del av læreren sin kunnskap. I forbindelse med post-intervjuet ble det klart at Håvard sine spørsmål var en gjennomtenkt handling, da han ville bevisstgjøre elevene på deres egne strategier. Det er likevel ingen observasjoner fra undervisningen som tilsier at det var spesifikke *addisjonsstrategier* Håvard ville bevisstgjøre elevene på. En interessant bemerkning ved Håvard sin

multiplikasjonsundervisning er at han ikke tok i bruk sitt *grunnlag* ved gjentatt addisjon og like-grupper i undervisningen. I pre-intervjuet ga Håvard uttrykk for at bildet av frimerkene viste tydelige grupperinger, noe som la opp til at elevene skulle bruke sine kunnskaper om addisjon. På bakgrunn av denne forklaringen fikk jeg inntrykk av at Håvard kom til å påpeke til elevene at de skulle benytte addisjon under utregning av frimerkenes verdi. Måten Håvard ordla seg på da han ga elevene instruksjoner om oppgaven, viste at det ikke var tilfelle. I Håvards forklaring lå det tvert imot ingen føringer for hvordan elevene burde eller skulle finne verdien av frimerkene. Håvard valgte altså et undervisningsopplegg som ga elevene muligheten til å ta i bruk deres iboende ferdigheter om addisjon, men hvordan elevene faktisk valgte å regne seg frem til frimerkenes verdi – var helt opp til elevene selv. Dette vitner derfor om at Håvard var opptatt av at elevene skulle få ta i bruk strategier som var naturlige og nyttige for dem selv.

At elevene fikk spillerom til å benytte egne løsningsmetoder, kan knyttes til et av kjerneelementene i læreplanen for matematikk. Som en del av kjerneelementet "utforskning og problemløsning" er det sentralt at elevene gis rom til å finne meningsfulle fremgangsmåter, og ikke minst at fremgangsmåtene blir vektlagt i større grad enn løsningene (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2). Dette vil jeg påstå at Håvard i stor grad la til rette for i sin undervisning av multiplikasjon. Håvard tilrettela for at elevene kunne ta utgangspunkt i deres egne erfaringer, noe som Solem et al. (2018) poengterer er viktig for at elevene skal beherske regnemetoder som er effektive. Samtidig ga Håvard elevene anledning til å løse oppgavene med strategier som elevene selv anså som hensiktsmessige, noe Van de Walle et al. (2015) omtaler som positivt for deres videre multiplikasjonsforståelse. Ettersom elevene fikk velge fremgangsmåter, ga Håvard elevene også rom for å prøve og feile. Dette mener Dahl (2013) er viktig for å senere kunne diskutere hvilke fremgangsmåter som er hensiktsmessige.

Oppsummeringen av oppgaven som Håvard brukte tid på i slutten av undervisningen, belyste elevenes fremgangsmåter, selv om oppsummeringen ikke kan omtales som en diskusjon. Det er ikke kjent hvilke kompetansemål Håvard tok utgangspunkt i da han planla undervisningen. Det er likevel ganske tydelig at hele undervisningen kan sees i sammenheng med kompetansemålet "representere multiplikasjon på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene" (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 7). I hvilken grad undervisningen la til rette for å oversette mellom de ulike representasjonene, skal jeg ikke kommentere, da jeg ikke fikk innsyn i elevenes selvstendige arbeid. Men med utgangspunkt i oppgaven om å finne verdien av frimerkene, er det ingen tvil om at Håvard la opp til å representere multiplikasjon på ulike måter.

5.2.3 Automatisering av gangetabellen

På bakgrunn av Lotta og Sofie sine forklaringer i intervjuene, tolkes det slik at automatisering av gangetabellen er et nyttig verktøy i forbindelse med multiplikasjonsundervisning. Under observasjon av Sofies undervisning, fikk jeg innsyn i hvordan hun gjennom sin *omdanning* skapte *sammenheng* i undervisningen. Tavleundervisningen med gjennomgang av 2- og 4-gangen ga elevene et verktøy, som Sofie påpekte at elevene kunne bruke som hjelp under arbeid med multiplikasjonsoppgavene. Sofie tilrettela for at elevene kunne dra nytte av automatiseringen. Selv om Lotta ikke praktiserte automatisering av gangetabellen da

hun ble observert i undervisningen, kjennetegnes likevel en del av hennes *grunnlag* av bevissthet om automatisering i multiplikasjonsundervisning. For som Rowland et al. (2005) påpeker, er *grunnlags*dimensjonen en forståelse som læreren er i besittelse av uavhengig av om de tar den i bruk eller ikke.

Positive holdninger til automatisering av multiplikasjonstabellen inngikk som de to lærernes *grunnlag* for undervisning av multiplikasjonsundervisning. Dette funnet ble kjent gjennom intervjuene av Lotta og Sofie. Funnene fra post-intervjuet med Lotta viser at hun er oppmerksom på at pugging er en metode man tar økende avstand fra i matematikken. Hun mente imidlertid at pugging av gangetabellen er et unntak. Dette forsvarte hun videre med at en innøvd gangetabell vil være et nyttig verktøy for elevene, som vil frigjøre tid og krefter mens elevene sitter og regner. På bakgrunn av Lottas begrunnelser, ser det også ut til at hun mener automatisering kan bidra til at elevene gjør utregninger som ikke bare innebærer addisjon. Ifølge Kaufmann (2019) kan elevenes bruk av addisjon være en konsekvens av at de ikke ser lønnsomheten av multiplikasjon. Kaufmann (2019) poengterer derfor viktigheten av at elevene tidlig i skolegangen får muligheten til å oppdage at multiplikasjon er en effektiv regnemetode. Dette kan knyttes til Lottas oppfatning om at pugging av gangetabellen er positivt for å effektivisere elevenes utregninger.

Som tidligere beskrevet i analysekapittelet, deler Sofie flere av Lotta sine holdninger til automatisering av gangetabellen. Sofie forsvare pugging av gangetabellen og hun deler Lottas oppfatning om at pugging vanligvis ikke er en foretrukken prosedyre i matematikken. Som Sofie meddelte i intervjuet, er hennes oppfatning at automatiseringen vil komme elevene til gode senere, når de skal arbeide videre med multiplikasjon og divisjon. Dette viser datamaterialet at også Lotta er enig i. I post-intervjuet antydte Lotta at elevene på mellomtrinnet som ikke kunne gangestykkene utenat, slet mer med utregning, sammenlignet med de elevene som hadde automatisert gangetabellen. Dette kan knyttes til Bahadir (2017) sin studie, som poengterer at innlæring av multiplikasjonstabellen er viktig for at elevene skal kunne utvikle ferdigheter i matematikken senere. Lotta og Sofie har ikke påstått at fravær av automatisering av gangetabellen vil hindre elevenes utvikling, men de indikerer at utregninger vil bli enklere med automatisering. Solem et al. (2018) har derimot en annen holdning til denne type automatisering i undervisning av multiplikasjon. Forfatterne mener at matematikkundervisningen i større grad må rettes mot forståelse fremfor pugging. Her siktes det til at pugging av multiplikasjonstabellen og standardalgoritmen var i hovedfokus før i tiden.

Skal man tro Solem et al. (2018), ser det ut til at undervisning med fokus på pugging ikke er forenlig med undervisning som rettes mot forståelse. Min oppfattelse er at Solem et al. (2018) setter forståelse og automatisering opp mot hverandre. Dette står i kontrast til store deler av både Lotta og Sofie sine uttalelser under intervjuene. Utdrag fra analysen viser at begge lærerne er bevisste på å vektlegge forståelsen for multiplikasjon, hva multiplikasjon er, og når man kan bruke regnearten. Slik jeg tolker dette, erfarer Lotta og Sofie at multiplikasjonsundervisning bør fokusere på både forståelsen for regnearten, og på automatisering av gangetabellen. Det er ingen tegn til at Lotta og Sofie anser det som motsigende å undervise for forståelsen av multiplikasjon, samtidig som elevene skal innlære gangetabellen i den hensikt å ha et nyttig verktøy. Her er det dessuten viktig å understreke at verken Lotta eller Sofie har gitt uttrykk for at de underviser i multiplikasjon med den hensikt å bruke automatisering for å fremme

forståelsen. Blant utdragene fra intervjuene ser det heller ut til at de vektlegger ulike addisjonsstrategier for å fremme forståelsen for multiplikasjon i undervisningen. Automatisering av gangetabellen tolkes derfor som en strategi som Lotta og Sofie mener kan forenkle senere arbeid med multiplikasjon, altså ikke en strategi som skal legge grunnlaget for multiplikasjonsforståelse.

Ifølge Caron (2007) er det utvilsomt nødvendig at elevene får en grundig forståelse for hva prosessene ved multiplikasjon faktisk innebærer, men at automatisering av gangetabellen på sin side er viktig for å mestre matematikk på et høyere nivå senere. Ettersom min masteroppgave har som hensikt å innhente kunnskap om hvordan lærerne underviser i multiplikasjon, er det ikke opp til undertegnede å vurdere hvorvidt undervisningen til Lotta og Sofie har bidratt til elevenes forståelse og mestring av matematikk på et senere stadium. Bahadir (2017) og Caron (2007) tegner likevel et bilde av at automatisering av gangetabellen ikke nødvendigvis trenger å gå på bekostning av forståelsen i undervisningen av multiplikasjon. Dette sammenfaller med min oppfattelse av Lotta og Sofies bevisstheter om automatisering av gangetabellen.

5.2.4 Kunnskapskvartertets funksjoner

På bakgrunn av spesielt et funn fra analysen, er det tydelig hvordan Kunnskapskvarterten bidrar til å belyse samspillet mellom de ulike aspektene ved lærerens kunnskap. Lottas bruk av kontekstoppgave viser hvordan valget av representasjon skaper sammenheng i undervisningen av multiplikasjon. Ved bruk av Kunnskapskvarterten ble det tydelig at kontekstoppgaven var en rød tråd gjennom *grunnlag*, *omdanning* og *sammenheng*. Van de Walle et al. (2015) påpeker at det er viktig å benytte seg av kontekstoppgaver når man underviser i multiplikasjon, slik at elevene kan kjenne seg igjen i situasjonene og bruke egne erfaringer i oppgaveløsning. Denne bevisstheten identifiseres hos Lotta. Lotta fortalte at hun valgte en kontekstoppgave fordi hun tidligere hadde erfart at en slik historie bidro til at elevene ble mer engasjerte. I tillegg sa Lotta at bruken av bilder blant annet var avgjørende for ikke å gjøre undervisningen abstrakt for elevene. Likeså meddelte Lotta at hun hadde erfart at kontekstoppgaver bidro til at elevene opplevde matematikk som noe nyttig for dem selv. Dette kan bekreftes av Enge og Valenta (2012) som skriver at kontekstoppgaver kan bidra til at elevene ser verdien av det de tilegner seg av kunnskap, og at elevene opplever kunnskapen som nyttig i hverdags situasjoner.

Bevisstheten ved bruk av kontekstoppgaver, altså Lottas *grunnlag*, kom til syne gjennom Lottas *omdanning* i undervisningen. Lotta viste frem bildet av butikken og fortalte en tilhørende historie. Denne konteksten ble videre tatt utgangspunkt i da Lotta ga elevene oppgaven om å telle antall varer i butikken. I den forbindelse viste Lotta noen eksempler i fellesskap med elevene, med utgangspunkt i et par av elevenes løsningsmetoder. Det faktum at elevene hadde forslag til fremgangsmåter og utregning av antall varer i butikken, kan knyttes til Van de Walle et al. (2015) sin teori om lærerens bruk av interessante kontekstoppgaver. Forfatterne påstår at kontekstoppgaver som oppleves som interessante av elevene, øker sjansen for at elevene ser umiddelbare løsninger som er meningsfulle i de gitte kontekstene. Elevene til Lotta kom etter alt å dømme med løsninger som ga mening i konteksten om butikken, ettersom Lotta viste frem strategiene til resten av klassen. Disse strategiene kan i lys av Kunnskapskvarterten betegnes som en del av Lotta sin metode for å skape *sammenheng* i undervisningen, da hun la til rette for at elevene kunne få forståelse for fremgangsmåtene.

Med utgangspunkt i kontekstoppgaven kan Lotta sin undervisning knyttes til to av kompetansemålene som burde vært nådd etter endt 3. trinn. Å telle antall varer i en butikk er som Lotta sa "å gjøre matematikk som noe som faktisk angår deg", altså en situasjon som like gjerne kunne funnet sted i hverdagen. Kompetansemålet "eksperimentere med multiplikasjon og divisjon i hverdagsituasjoner" (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 7) kan derfor sees i sammenheng med Lottas undervisning. Da elevene skulle i gang med oppgaven om å finne antall varer i butikken, brukte Lotta ordet *teller* da hun overbragte oppgaven til elevene. Derfor kan kontekstoppgaven også knyttes til kompetansemålet "utforske multiplikasjon ved telling" (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 7). Ettersom elevene ikke fikk noen andre instruksjoner enn å vise hvordan de hadde telt varene, sto de nokså fritt til å velge fremgangsmåter. Dermed fikk undervisningen et utforskende preg og oppgaven kan sees i lys av kjerneelementet "utforskning og problemløsning". Lotta viste eksempler på hvordan elevene kunne løse oppgaven ved bruk av deres addisjonsferdigheter, men det var ikke et krav om å benytte addisjon fra Lotta sin side.

Kunnskapskvartetten har som kjent blitt benyttet av flere forskere i analyse av matematikklærere sin undervisning (Liston, 2015; Maher et al. (2022); Turner, 2012; Weston, 2018). I Maher et al. (2022) sitt tilfelle, bidro Kunnskapskvartetten til å fremme samspillet mellom de forskjellige aspektene ved læreren sin kunnskap. Dette er en egenskap ved det teoretiske rammeverket jeg også kan fremheve etter å ha tatt det i bruk. Lottas bruk av kontekstoppgave er et funn som utpeker seg, ettersom dette eksempelet kan sees i lys av både *grunnlag*, *omdanning* og *sammenheng*. Ved å benytte Kunnskapskvartetten i kartleggingen av lærernes undervisning av multiplikasjon, har jeg gjort funn som viser hvordan lærernes kunnskap for undervisning henger sammen. Gjennom denne studies analyse, ble det tydelig hvordan lærernes *grunnlag* ble praktisert i undervisningssituasjonen. Her er det flere funn som kan vises til, deriblant:

- Lotta praktiserte sitt *grunnlag* av bevissthet om gjentatt addisjon og grupperinger da hun modellerte egnede fremgangsmåter i felleskap med elevene.
- Håvard skapte *sammenheng* i undervisningen da han ved bruk av oppfølgings spørsmål belyste elevenes strategier. Dette viste seg senere å inngå som en del av Håvards *grunnlag*, da han hadde ei formening om at slike spørsmål ville være hensiktsmessig for å bevisstgjøre elevene.
- Sofie sitt *grunnlag* om bevissthet ved automatisering av gangetabellen, ble tydeliggjort i undervisningen da hun gjennom *omdanning* gjennomgikk 2- og 4-gangen sammen med elevene.

Disse eksemplene viser altså hvordan lærernes *grunnlag* kan knyttes til deres valg i selve undervisningen av multiplikasjon, gjennom enten *omdanning* eller *sammenheng*. Ved bruk av Kunnskapskvartetten har det også vist seg å være en relasjon mellom dimensjonene *omdanning* og *sammenheng*, men dette forholdet anses ikke å være like tydelig blant datamaterialet. Flere av funnene i denne studien viser altså hvordan læreren knytter sammen de ulike aspektene ved sin kunnskap. Dette bekrefter en av Kunnskapskvartettens omtalte funksjoner, nemlig at rammeverket belyser læreren sin kunnskap gjennom bevisstgjørelse (Rowland et al. 2005). I denne studien har intervju og observasjon av de tre lærerne bidratt til å bevisstgjøre hvordan deres flersidige kunnskap er knyttet sammen. Dette er i tråd med Valenta (2015) sin oppfatning av rammeverket,

som påpeker at verdiene ved Kunnskapskvartetten bidrar til å definere aspektene ved matematikklærerens kompetanse.

Med kunnskapskvartetten som analytisk linse, har funnene blant datamaterialet gitt et godt grunnlag for å diskutere lærerens undervisning i multiplikasjon. Inndelingen av dimensjonene har blant annet bidratt til å kunne reflektere over hvilke aspekter ved multiplikasjonsundervisningen som de tre lærerne har til felles. Det har blant annet vist seg at gjentatt addisjon og like-grupper er en fellesnevner ved de tre lærerne sitt *grunnlag*. At Kunnskapskvartetten er en bidragsyter til refleksjon, er også en av de positive bemerkelsene som trekkes frem i Liston (2015) sin studie. Forskeren beskriver videre Kunnskapskvartetten som nyttig i utvikling av kunnskapen som læreren besitter. Min analyse av de tre lærerne har ikke vært tilstrekkelig for å belyse hvordan Lotta, Håvard og Sofie *utvikler* sine kunnskaper. En mulig årsak til dette kan være at min studie ikke har samarbeidet med lærerne for å forbedre deres undervisning i multiplikasjon. I Turner (2012) sin studie samarbeidet forskeren og lærerne, der hensikten var å utvikle lærernes matematikkundervisning, i tillegg til å studere hvordan utviklingen forekom og kunne tilrettelegges for. På bakgrunn av funnene i studien antyder Turner (2012) at gjennom å hjelpe lærerne til å fokusere på matematikkundervisningens innhold, er Kunnskapskvartetten et bidrag til å utvikle matematisk kunnskap for undervisning. Jeg vil påstå at denne masteroppgaven har belyst innholdet i undervisningen i multiplikasjon. Det skal samtidig ikke utelukkes at et tettere og gjensidig samarbeid med Lotta, Håvard og Sofie ville vært fruktbart for å få et bedre perspektiv på innholdet i multiplikasjonsundervisningen. Det er mulig en slik tilnærming ville gitt et utgangspunkt for å diskutere perspektiver på *utvikling* av de tre lærernes kunnskaper. I tilfellet av et mer gjensidig samarbeid ville det muligens vært nyttig å kartlegge undervisning av multiplikasjon over en lengre periode.

5.3 Studiens begrensninger

5.3.1 Valg av deltakere

Gjennom analysen av datamaterialet ser man at både Lotta og Håvard hadde valgt å benytte seg av en kontekstoppgave i forbindelse med deres undervisning av multiplikasjon. I lys av Kunnskapskvartetten inngikk kontekstoppgaven som en del av Lotta sitt *grunnlag* og hennes *omdanning*. I tillegg ble denne representasjonen utgangspunkt for å skape *sammenheng* i undervisningen. I Håvard sitt tilfelle var bruk av kontekstoppgaven også en form for *omdanning* i undervisning, samt gjenstand for å skape *sammenheng* mellom de ulike delene av undervisningen. På bakgrunn av diskusjon av disse funnene, kan undervisningen til både Lotta og Håvard kobles til kjerneelementet "utforskning og problemløsning". Begge lærerne viste altså kunnskaper ved å undervise i multiplikasjon med ei utforskende tilnærming. I Lottas undervisning fikk elevene anledning til å utforske gjennom telling av antall varer i butikken, mens Håvard ga elevene anledning til å velge egne løsningsstrategier da de skulle finne verdien av frimerkene. Angående likheten mellom Lotta og Håvard sine undervisningsopplegg, anses det som nødvendig å reflektere over hvorvidt likheten er tilfeldig eller ikke. Med tanke på at Lotta og Håvard er kollegaer og underviste den samme elevgruppa, kan det ikke utelukkes at valg av undervisningsopplegg og bruk av kontekstoppgave var en felles beslutning. Dette kan derfor anses som en mulig skjevhet i vurdering av funnenes gyldighet. Lotta og Håvard sin *omdanning* i undervisning kan muligens ikke vurderes som to separate funn i like stor grad som ved sammenligning av eksempelvis Sofie og Lotta

sin bevissthet om automatisering av gangetabellen. Valg av kollegaer som deltakere tas derfor til ettertanke. Med det sagt må det understrekes at Lotta og Håvard ble intervjuet og observert hver for seg. Deres kunnskap som kom frem gjennom studiens datainnsamling vil derfor likevel kjennetegne Lotta og Håvard som individuelle matematikklærere.

Det er flere aspekter ved valg av deltakere som virker begrensende på denne studien. Alle tre lærerne er ansatt i samme kommune – en kommune som dessuten er relativt liten i størrelse. I et større forskningsperspektiv anses det derfor som nødvendig å påpeke at studiens funn i liten grad kan generaliseres. Redusert generaliserbarhet kan for øvrig betegnes som en generell begrensning ved kvalitative studier (Clark et al., 2021), hvilket betyr at studien ikke nødvendigvis ville blitt mer generaliserbar ved å forandre deltakerutvalget. Generaliserbarheten i forbindelse med denne masteroppgaven kunne likevel blitt styrket ved å rekruttere deltakere som representerer forskjellige geografiske områder. Likeså er det naturlig å anta at en større deltakergruppe ville gitt et rikere datamaterialet, og dermed et bredere og tydeligere perspektiv på undervisning av multiplikasjon.

5.3.2 Begrenset datamaterialet

Hver og en av de tre deltakende lærerne ble observert under gjennomføring av to undervisningsøkter hver. I tillegg til intervjuene, var det altså seks undervisningsøkter som la grunnlaget for å analysere lærernes undervisning av multiplikasjon. Dette er muligens en av studiens største svakheter, da det er liten tvil om at mer observasjon av undervisning kunne bidratt til en tydeligere kartlegging av lærernes multiplikasjonsundervisning. Som studiens analyse viser, er ingen av utdragene fra datamaterialet knyttet til Kunnskapskvarsettens dimensjon *eventualitet*. Datamaterialet som ble samlet inn ga ikke tilstrekkelig grunnlag for å kunne belyse lærernes kunnskaper ved *eventualitet* i undervisningen. Dette kan være en direkte konsekvens av for lite observasjon av lærernes undervisning i klasserommet. Ettersom *eventualitet* ikke ble inkludert blant datamaterialet i analysen, gir ikke denne masteroppgaven innsikt i hvorvidt denne dimensjonen er i samspill med lærernes kunnskap gjennom de tre øvrige dimensjonene. Følgelig viser ikke denne studien om *eventualitets*dimensjonen er nyttig for å belyse hvordan lærerne underviser i multiplikasjon. Av den grunn ville observasjoner over en lengre tidsperiode vært å foretrekke, da jeg hatt fått flere undervisningssituasjoner å belyse gjennom Kunnskapskvarsettens fire dimensjoner. På grunn av denne masteroppgavens relativt korte tidsramme, var det imidlertid ikke gjennomførbart med datainnsamling over lengre tid.

I forbindelse med observasjon av undervisning, ble det som kjent tatt lyd – og filmopptak av to lærere. Det ble kun tatt lydopptak av den tredje lærerens ene undervisning. At det ikke var mulighet til å forevige denne lærerens undervisning på lik linje med de to andre lærerne, svekket trolig kvaliteten på datamaterialet, da kun feltnotatene kunne lagre observasjonene.

6. Konklusjon og videre forskning

Denne studien har rettet fokuset mot et matematisk område som hittil ikke har blitt viet noen særlig grad av oppmerksomhet innenfor matematikdidaktisk forskning. På bakgrunn av forskningsspørsmålet «hvordan underviser lærere i multiplikasjon ved 3. trinn, sett i lys av Kunnskapskvartetten?», har denne studien bidratt til å danne et bilde av hvordan matematikklærere bruker sine kunnskaper i undervisning av multiplikasjon. I et større perspektiv er det liten tvil om at det er flere sentrale sider ved multiplikasjonsundervisning som kan identifiseres, men denne studien bidrar likevel til å danne et inntrykk av hva lærere vektlegger i undervisningen. Hovedbidraget fra denne masteroppgaven er innsikt i hvordan lærerne bruker sine kunnskaper til å undervise i multiplikasjon. Herunder viser studien hvordan lærerne aktiviserer sitt *grunnlag* for undervisning, gjennom innholdet i multiplikasjonsundervisningen. Dette siste kapittelet vil gi ei oppsummering av studiens bidrag, til både forskningsfeltet og til lærere i skolen.

I lys av Kunnskapskvartetten bidrar denne studien til å fremheve samspillet mellom de ulike aspektene ved lærerens kunnskap, gjennom innsikt i planlegging og gjennomføring av undervisning. Studien har tydelig vist hvordan lærerens *grunnlag* blir praktisert i undervisningen, gjennom *omdanning* og *sammenheng*. Samspillet mellom deltakernes *holdninger* til undervisning, og *gjennomføring* av undervisning, kan bidra til å bevisstgjøre dagens lærere på deres overbevisninger og hvilke valg som tas. Som studien har vist kan deriblant tidligere erfaringer være en sentral faktor i valg av undervisningsinnhold. Videre viser denne masteroppgaven hvordan de ulike aspektene ved lærerens kunnskap skaper sammenheng i multiplikasjonsundervisningen. Dette er erfaringer som kan dras nytte av, uavhengig av klassetrinn og undervisningsfag.

Studien viser at lærerne anser addisjon som en hensiktsmessig regneart å vektlegge tidlig i undervisningen av multiplikasjon. For lærere som underviser på småtrinnet, viser dette funnet at like-grupper og gjentatt addisjon kan være sentrale strategier å ta i bruk i oppstartsfasen av multiplikasjonsundervisning. Videre viser studien hvordan disse addisjonsstrategiene kan praktiseres på ulike måter i undervisningen, deriblant ved bruk av kontekstoppgraver eller regning av multiplikasjonsoppgraver. Med utgangspunkt i en kontekstoppgrave viser studien at lærerne bruker en utforskende tilnærming, der elevene får anledning til å benytte egne løsningsstrategier. På bakgrunn av lærernes tidligere erfaringer, har dette forskningsprosjektet belyst at automatisering av gangetabellen vil være et nyttig verktøy for elevene. For dagens og fremtidige matematikklærere kan disse erfaringene fra studien komme til nytte under planlegging og gjennomføring av multiplikasjonsundervisning. Kombinasjonen av deltakernes erfaringer og praktisering av undervisning, kan bidra til å utvikle andre læreres forståelse for hva som kan inngå i undervisning av multiplikasjon.

I tillegg til å være et bidrag til lærernes arbeid i skolen, gir denne studien ny innsikt til forskningsfeltet. Denne masteroppgaven har kartlagt sentrale sider ved matematikkundervisning som beriker et tilsynelatende mangelfullt område, og har gitt ytterligere forståelse for hvordan Kunnskapskvartetten er et nyttig teoretisk rammeverk. Studien fremgår som nok et eksempel på hvordan Kunnskapskvartetten belyser samspillet mellom de ulike aspektene ved lærerens kunnskap. I tillegg viser studien hvordan Kunnskapskvartetten bidrar til refleksjon over lærerens

multiplikasjonsundervisning. Dette har vært en nyttig funksjon for å kunne vurdere studiens resultater, og likeså hva som vil være hensiktsmessig å forske videre på.

På grunn av studiens begrensede omfang, har ikke funnene bidratt til forståelse av hvordan lærerne skaper *utvikling* i multiplikasjonsundervisningen, basert på sine kunnskaper. Derfor kan det være av interesse at det gjennomføres studier som pågår over en lengre tidsperiode. Et lengre forskningsprosjekt kan være hensiktsmessig for å se utvikling av selve multiplikasjonsundervisningen i praksis, men også for å kunne diskutere hvorvidt læreren utvikler sin kunnskap på bakgrunn av undervisningen. Angående funnene ved bruk av addisjonsstrategier, kan lengre studier rapportere hvordan lærere kan skape utvikling i undervisningen, basert på disse strategiene. Etersom denne studien ikke bidro til innsikt i forståelsen om like-grupper og gjentatt addisjon virker begrensende på multiplikasjonsforståelsen, vil videre forskning være nyttig for å kunne besvare det Kaufmann (2018) omtaler som et skille blant eksisterende litteratur. Med utgangspunkt i deltakernes positive holdninger til automatisering av gangetabellen, vil det også kunne være av interesse at det forskes på hvordan lærere inkluderer automatisering av gangetabellen i undervisningen. Fra et matematikdidaktisk forskningsperspektiv kan ytterligere innsikt i automatisering gi et bedre bilde på om strategien effektiviserer elevenes utregninger.

Referanseliste

- Anderson, E. (2020). Argumentasjon i regnefortellinger. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning*, 31(1), 36–40. <http://tangenten.no/wp-content/uploads/2021/12/tangenten-1-2020-Anderson.pdf>
- Bahadir, E. (2017). Teaching multiplication and multiplication tables by the application of finger multiplication. *European Journal of Education Studies*, 3(4), 124-147. <https://doi.org/10.5281/zenodo.345417>
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Context Knowledge for Teaching: What Makes It Special?. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101. <http://dx.doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Calabrese, J., Kopparla, M. & Capraro, M. M. (2020). Examining young children`s multiplication understanding through problem posing. *Educational Studies*, 48(1), 59-74. <https://doi.org/10.1080/03055698.2020.1740976>
- Caron, T. A. (2007). Learning Multiplication: The Easy Way. *The Clearing house: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas*, 80(6), 278-282. <https://doi.org/10.3200/TCHS.80.6.278-282>
- Clark, T., Foster, L., Sloan, L. & Bryman, A. (2021). *Bryman´s social research methods*. (6. utg.) Oxford University Press.
- Creswell, J. W. & Creswell, J. D. (2018). *Research design: qualitative, quantitative & mixed methods approaches* (5. utg.). Sage.
- Dahl, H. (2013). Undervisningsforklaringer i multiplikasjon. *Tangenten – Tidsskrift for matematikkundervisning*, (1), 13-18.
- Ekspertgruppa om lærerrollen. (2016). *Om lærerrollen. Et kunnskapsgrunnlag*. Fagbokforlaget. <https://www.regjeringen.no/contentassets/17f6ce332c47437c8935d7ccc0a72769/rapport-om-laererrollen.pdf>
- Enge, O. & Valenta, A. (2011) Argumentasjon og regnestrategier. *Tangenten – Tidsskrift for matematikkundervisning*, 4, 27-34. <http://tangenten.no/wp-content/uploads/2021/12/t-2011-4.pdf>
- Enge, O. & Valenta, A. (2012). Varierte tenkemåter og regnestrategier. *Tangenten – Tidsskrift for matematikkundervisning*. (1), 8-13. <http://tangenten.no/wp-content/uploads/2021/12/t-2012-1.pdf>

- Enge, O. & Valenta, A. (2022). Teaching practices promoting meta-level learning in work on exploration-requiring proving tasks. *Journal of Mathematical Behavior*, 67, 1-15. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.100997>
- Fauskanger, J., Bjuland, R. & Mosvold, R. (2010). «Eg kan jo multiplikasjon, men ka ska eg gjørr?»: Det utfordrende undervisningsarbeidet i matematikk. I T. L. Hoel, G. Engvik & B. Hanssen (Red.), *Ny som lærer: Sjansespill og samspill* (s. 99-114). Tapir akademisk forlag.
- Fosnot, C. T. & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: constructing Multiplication and Division*. Heinemann.
- Gyth, T. A. (2018). *Elevers strategibruk ved multiplikasjon av desimaltall. En kvalitativ undersøkelse av strategibruk hos elever i 7. klasse på tekstoppgaver og oppsatte stykker med multiplikasjon av desimaltall*. [Masteroppgave, UiT Norges arktiske universitet]. UiT Munin. <https://munin.uit.no/bitstream/handle/10037/13798/thesis.pdf?>
- Hoover, M., Mosvold, R., Ball, D. & Lai, Y. (2016). Making Progress on Mathematical Knowledge for Teaching. *The Mathematics Enthusiast*, 13(1), 3-33. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1363>
- Kaufmann, O. T. (2018). The problem of distinguishing multiplicative from additive reasoning in primary school classroom context. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 6(3), 100-112. https://hiof.brage.unit.no/hiofmlui/bitstream/handle/11250/2589451/Kaufmannh_eproblem2018.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Kaufmann, O. T. (2019). Students' Reasoning on Multiplication in the context of a Primary School Classroom. *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education*, 8(1), 6-29. <http://dx.doi.org/10.17583/redimat.2019.2822>
- Kleve, B. (2010). Brøkundervisning på barnetrinnet - aspekter av en lærers matematikkunnskap. *Acta Didactica Norge*, 4(1), 1-14. <https://doi.org/10.5617/adno.1049>
- Larsson, K. (2016). *Students' understandings of multiplication*. [Doktorgradsavhandling, Stockholm University]. Diva portal. <https://www.divaportal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1038458&dsid=-1497>
- Liston, M. (2015). The use of video analysis and the Knowledge Quartet in mathematics teacher education programmes. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(1), 1-12. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2014.941423>
- Livy, S. (2010). A knowledge quartet used to identify a second-year pre-service teachers' primary mathematical content knowledge. I L. Sparrow, B. Kissane & C. Hurst (Red.), *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the*

33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (s. 344-359). MERGA.

Livy, S., Herbert, S. & Vale, C. (2019). Developing primary pre-service teachers' mathematical content knowledge: opportunities and influences. *Mathematics Education Research Journal* 31, 279-299. <https://doi.org/10.1007/s13394-018-0252-8>

Maher, N., Muir, T. & Chick, H. (2022). Analysing senior secondary mathematics teaching using the Knowledge Quartet. *Educational Studies in Mathematics* (110), 233-249. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10125-1>

Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2015). Kartlegging av læreres kunnskap er ikke enkelt. *Acta Didactica Norge*, 9(1), 1-16. <https://doi.org/10.5617/adno.1395>

Mosvold, R. (2017). Studier av undervisningskunnskap i matematikk: internasjonale trender og nordiske bidrag. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 22(2), 51-69. https://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2020/06/22_2_051070_mosvold.pdf

Nistal, A. A., Van Dooren, W., Clarebout, G., Elen, J. & Verschaffel, L. (2009). Conceptualising, investigating and stimulating representational flexibility in mathematical problem solving and learning: a critical review. *ZDM: The international journal on mathematics education*, 41, 627-636. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0189-1>

Petrou, M. & Goulding, M. (2011). Conceptualising Teachers' Mathematical Knowledge in Teaching. I T. Rowland & K. Ruthven (Red.) *Mathematical Knowledge in Teaching* (s. 9-25). Springer. https://doi.org/10.1007/978-90-481-9766-8_2

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.

Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary Teachers' Mathematics Subject Knowledge: the Knowledge Quartet and the Case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281. <https://doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5>

Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A. & Huckstep, P. (2009). *Developing Primary Mathematics Teaching: Reflecting on Practice with the Knowledge Quartet*. (2. utg.). Sage.

Rowland, T. & Ruthven, K. (2011). Introduction: Mathematical Knowledge in Teaching. I T. Rowland & K. Ruthven (Red.), *Mathematical Knowledge in Teaching* (s. 1-5). Springer. https://doi.org/10.1007/978-90-481-9766-8_6

Ruthven, K. (2010). Conceptualising Mathematical Knowledge in Teaching. I T. Rowland & K. Ruthven (Red.), *Mathematical Knowledge in Teaching* (s. 83-96). Springer. https://doi.org/10.1007/978-90-481-9766-8_6

- Scheiner, T., Montes, M. A., Godino, J. D., Carrillo, J. & Pino-Fan, L. R. (2017). What Makes Mathematics Teacher Knowledge Specialized?. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17, 153-172.
<https://doi.org/10.1007/s10763-017-9859-6>
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.2307/1175860>
- Solem, I. H. & Hovik, E. K. (2012). «36 er et oddetall» - Aspekter ved undervisningskunnskap i matematikk på barnetrinnet. *Tidsskriftet FoU i praksis*, 6(1), 47-60.
- Solem, I. H., Alseth, B. & Nordberg, G. (2018). *Tall og tanke 1* (2. utg.). Gyldendal.
- Son, J. W. & Lee, J. E. (2016) Pre- service Teachers´ Understanding og Fraction Multiplication, Representational Knowledge, and Computational Skills. *Mathematics Teacher Education and Development*, 18(2), 5-28.
- Turner, F. & Rowland, T. (2011). The Knowledge Quartet as an Organising Framework for Developing and Deepening Teachers´ Mathematics Knowledge. I T. Rowland & K. Ruthven (Red.), *Mathematical Knowledge in Teaching* (s. 195-212). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-90-481-9766-8_12
- Turner, F. (2012). Using the Knowledge Quartet to develop mathematics content knowledge: the role of reflection on professional development. *Research in Mathematics Education*, 14(3), 253-271.
<https://doi.org/10.1080/14794802.2012.734972>
- Utdanningsdirektoratet. (2020). Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05). Fastsatt ved forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.
<https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv22?lang=nob>
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (9. utg.). Pearson.
- Weston, T. L. (2018). Using The Knowledge Quartet to support prospective teacher development during methods coursework. I S. E. Kastberg, A. M. Tyminski, A. E. Lischka & W. B. Sanchez (Red.), *Building Support for Scholarly Practices in Mathematics Methods* (3. utg., s. 69-82). Information Age Publishing.
- Wiik, B. (2018, 5. oktober). *En god lærer er en god start*. Utdanningsforbundet.
<https://www.utdanningsforbundet.no/fykeslag/trondelag/nyheter/2018/en-god-larer-er-en-god-start/>
- Wilberg, E. L. (2015). *En god lærer i det virtuelle klasserommet: En kvalitativ undersøkelse av lærerkvalitet i Den virtuelle matematikkskolen*. [Masteroppgave, Universitetet i Oslo]. DUO Vitenarkiv.
<https://www.duo.uio.no/handle/10852/45500>

Özel, Z., Yılmaz, A., Işıksal-Bostan, M., & Özkan, B. (2022). Investigation of the Spesicalized Content Knowledge of the Pre-service Primary School Teachers about Multiplication. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 23(2), 115-143. <https://doi.org/10.4256/ijmtl.v23i2.464>

Vedlegg

Vedlegg 1 – Intervjuguide

Intervjuguide (30 minutter)



	PRE-INTERVJU Spørsmål	Tid	Teori	Hensikt
I n n l e d e n d e	Introduksjon til forskningen og forklaring av målet med intervjuet. Forklare hvilke rettigheter deltakeren har og få personen til å bekrefte at det er greit med lydopptak.	1 min		For å få praten i gang med deltakeren og sørge for at han/hun forstår hensikten med intervjuet
	<ul style="list-style-type: none"> - Hvor lenge har du jobbet som lærer? - Hvilken utdanning har du? - Hvor lenge har du undervist i matematikk? 	1 min		Skaffe grunnleggende informasjon om deltakeren
F o u n d a t i o n	<ul style="list-style-type: none"> - Hvilke kunnskaper om multiplikasjon har du? - Har du erfaring med undervisning av multiplikasjon? - Hvilke? - Andre erfaringer/kunnskaper du anser som relevant for undervisningsøkten om multiplikasjon? 	3 min	The Knowledge Quartet <ul style="list-style-type: none"> - Lærerens besittende kunnskap og oppfatning om relevante matematiske aspekter og sammenhengen mellom dem. - Faktorer som har betydning for undervisning av matematikk - Pedagogisk kunnskap - Bruk av ressurser 	<ul style="list-style-type: none"> - Koble det teoretiske rammeverket til observasjonen som har blitt gjennomført i klasserommet
T r a n s f o r m a t i o n	<ul style="list-style-type: none"> - Har du forberedt deg til denne undervisningsøkten? - Kan du forklare hvordan? - Kan du utdype valg av aktiviteter/prosedyrer du skal benytte? - Hvordan gjør du multiplikasjon forståelig for elevene? 	5 min	<ul style="list-style-type: none"> - Lærerens metode for å overføre besittende kunnskap til elevene. - Valg av demonstrasjon og presentasjon - Valg av forklaringer, begrunnelser begreper og prosedyrer 	

C o n n e c t i o n	<ul style="list-style-type: none"> - Benyttet du deg av dine erfaringer om multiplikasjonsundervisning da du planla undervisningen? - På hvilken måte skal du gjennomføre multiplikasjonsundervisning i praksis? - Kan du begrunne rekkefølgen av aktiviteter/oppgaver med multiplikasjon for denne timen? 	5 min	<ul style="list-style-type: none"> - Sammenkobling av planlegging og undervisning - Hvordan læreren presenterer kunnskap i praksis - Gjennomføring i klasserommet: sekvensering og rekkefølge av det matematiske innholdet - Bevissthet rundt kognitive aspekter som må inkluderes i undervisning 	
C o n t i n g e n c y	<ul style="list-style-type: none"> - Har du forberedt deg på å måtte avvike fra det du har planlagt? - Hvordan? 	5 min	<ul style="list-style-type: none"> - Kunnskap i samhandling med lærerens evne til å "ta ting på stående fot". - Lærerens vilje til å avvike fra sin egen plan - Hvordan læreren responderer og håndterer uforutsette hendelser/øyeblikk som oppstår i undervisningen 	

	POST-INTERVJU Spørsmål	Tid	Teori
C o n t i n g e n c y	<ul style="list-style-type: none"> - Opplevde du at det skjedde uforutsette hendelser i løpet av denne undervisningen? - Hva skjedde? - Påvirket dette det du hadde planlagt for denne undervisningsøkta? - På hvilken måte da? - Hvordan håndterte du situasjonen? - Fikk dette konsekvenser for elevenes læring av multiplikasjon? - På hvilken måte da? 	5 min	<ul style="list-style-type: none"> - Kunnskap i samhandling med lærerens evne til å "ta ting på stående fot". - Lærerens vilje til å avvike fra sin egen plan - Hvordan læreren responderer og håndterer uforutsette hendelser/øyeblikk som oppstår i undervisningen
A v s l u t t e n d e	<ul style="list-style-type: none"> - Øvrige spørsmål som kan være nyttige for å kvalitetssikre informasjon - Eventuelle spørsmål som kan avklare eventuelle usikkerheter rundt svar og innspill fra informanten 	5 min	<ul style="list-style-type: none"> - Sørge for at deltakeren kanskje kommer på flere innspill og tanker som kan bidra i forskningen

Vedlegg 2 – Observasjonsskjema

Observasjonsskjema

Dato:	Sted:	Lærer:
		Antall elever:



Relevant teori:	Tilknyttede notater:												
<p>The Knowledge Quartet <small>KNOWLEDGE QUARTET</small> <small>DIMENSIONS</small> <small>INDICATORS</small></p> <table border="1"> <tr> <td>FOUNDATION</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Adherence to textbook ▪ Awareness of purpose ▪ Concentration on procedures ▪ Identifying errors </td> <td> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Overt subject knowledge ▪ Theoretical underpinnings of pedagogy ▪ Use of terminology </td> </tr> <tr> <td>TRANSFORMATION</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Choice of examples ▪ Choice of representation </td> <td> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Teacher demonstration </td> </tr> <tr> <td>CONNECTION</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Anticipation of complexity ▪ Decisions about sequencing ▪ Making connections between concepts </td> <td> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Making connections between procedures ▪ Recognition of conceptual appropriateness </td> </tr> <tr> <td>CONTINGENCY</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Deviation from agenda ▪ Responding to children's ideas ▪ Use of opportunities </td> <td> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Teacher insight ▪ Responding to (un)availability of tools and resources </td> </tr> </table> <p>Multiplikasjon</p> <p>Strategier:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gjentatt addisjon • Hopptelling • Dobling og halvering • Bruk av delprodukter • Regelstrategi • Tallseriestrategi <p>Modellering:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bruk av representasjoner (konkreter, illustrasjoner mm.) • Arealmodellen • Like-grupper-modellen 	FOUNDATION	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Adherence to textbook ▪ Awareness of purpose ▪ Concentration on procedures ▪ Identifying errors 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Overt subject knowledge ▪ Theoretical underpinnings of pedagogy ▪ Use of terminology 	TRANSFORMATION	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Choice of examples ▪ Choice of representation 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Teacher demonstration 	CONNECTION	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Anticipation of complexity ▪ Decisions about sequencing ▪ Making connections between concepts 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Making connections between procedures ▪ Recognition of conceptual appropriateness 	CONTINGENCY	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Deviation from agenda ▪ Responding to children's ideas ▪ Use of opportunities 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Teacher insight ▪ Responding to (un)availability of tools and resources 	
FOUNDATION	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Adherence to textbook ▪ Awareness of purpose ▪ Concentration on procedures ▪ Identifying errors 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Overt subject knowledge ▪ Theoretical underpinnings of pedagogy ▪ Use of terminology 											
TRANSFORMATION	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Choice of examples ▪ Choice of representation 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Teacher demonstration 											
CONNECTION	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Anticipation of complexity ▪ Decisions about sequencing ▪ Making connections between concepts 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Making connections between procedures ▪ Recognition of conceptual appropriateness 											
CONTINGENCY	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Deviation from agenda ▪ Responding to children's ideas ▪ Use of opportunities 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Teacher insight ▪ Responding to (un)availability of tools and resources 											

Gjennomføring av undervisning:		Tilknyttede notater:
Oppstart/introduksjon av multiplikasjon:	Hva/hvordan:	
Aktivitet(er):	Hva/hvordan:	

Vedlegg 3 – Godkjenning fra NSD



[Meldeskjema](#) / [Masteroppgave i matematikkdidaktikk](#) / Vurdering

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer 453555	Vurderingstype Standard	Dato 06.12.2022
----------------------------------	-----------------------------------	---------------------------

Prosjektittel
Masteroppgave i matematikkdidaktikk

Behandlingsansvarlig institusjon
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) / Institutt for lærerutdanning

Prosjektansvarlig
Melih Turgut

Student
Marit Skjones Haugberg

Prosjektperiode
01.01.2023 - 30.05.2023

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 30.05.2023.

[Meldeskjema](#)

Kommentar

OM VURDERINGEN

Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personver regelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG

Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

DEL PROSJEKTET MED PROSJEKTANSVARLIG

Det er obligatorisk for studenter å dele meldeskjemaet med prosjektansvarlig (veileder). Det gjøres ved å trykke på "Del prosjekt" i meldeskjemaet. Om prosjektansvarlig ikke svarer på invitasjonen innen en uke må han/hun inviteres på nytt.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 30.05.2023.

LØVLIG GRUNNLAG UTVALG 1

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

LØVLIG GRUNNLAG UTVALG 2

Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan

dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lenger enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1 f) og sikkerhet (art. 32).

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring, videosamtale o.l.) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

<https://www.nsd.no/personverntjenester/fyll-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema>. Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Janniche Lінде

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 4 – Samtykkeskjema til lærere

Vil du delta i forskningsprosjektet

Hvordan underviser lærere ved 3. trinn i multiplikasjon i lys av Kunnskapskvartetten?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan lærere på 3. trinn underviser i multiplikasjon i lys av Kunnskapskvartetten. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Jeg heter Marit Skipnes Haugberg og jobber med en masteroppgave i matematikdidaktikk ved lærerutdanningen på NTNU Trondheim. Prosjektet handler om lærerens rolle i undervisning av multiplikasjon. Fokusområdene i masteroppgaven vil ta utgangspunkt i det teoretiske rammeverket The Knowledge Quartet, som på norsk kan oversettes til Kunnskapskvartetten. I dette rammeverket inngår det fire dimensjoner som på hver sin måte bidrar til å analysere og utvikle matematikundervisning; grunnlag, omdanning, sammenheng og eventualitet. Formålet er å undersøke hvordan lærere ved 3. trinn underviser i multiplikasjon i lys av Kunnskapskvartetten. For å kunne svare på dette ønsker jeg å observere to - fire undervisningsøkter hver hos fire lærere, der læreren underviser i multiplikasjon. Jeg ønsker også å intervjuer lærerne både før og etter observasjon av undervisning.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Behandlingsansvarlig for forskningsprosjektet er Institutt for lærerutdanning ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, Trondheim.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta i dette forskningsprosjektet fordi din rolle som lærer ved 3. trinn ansees som relevant for å kunne besvare masteroppgavens forskningsspørsmål. Utvalget av informanter er gjort på bakgrunn av tilknytning til 3. trinn, samt undervisning av kompetansemål der multiplikasjon inngår. Til sammen er det tre lærere som mottar denne forespørselen.

Hva innebærer det for deg å delta?

Jeg kommer til å benytte meg av intervju og observasjon. Intervjuet kommer til å være semistrukturert. Det betyr at jeg allerede har forberedt noen hovedspørsmål innenfor ulike kategorier som er relevant til masteroppgavens problemstilling, men jeg har også anledning til å stille oppfølgingsspørsmål om interessante emner som tas opp. Jeg vil bruke en digital lydopptaker i intervjuet og videoopptaker under observasjon. Det vil bli tatt notater underveis i begge tilfellene. Både lydopptak og videoopptak slettes etter transkribering.

- Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at du lar deg observere mens du gjennomfører undervisningsøkter i multiplikasjon. Tidsrammen for undervisningsøktene velger du fritt selv. Du står også fritt til å planlegge innholdet, så lenge det er innenfor temaet multiplikasjon. Jeg tar lyd- og videoopptak av undervisningen. Videoen vil være av tavla/andre ressurser, hvilket betyr at ingen elever blir filmet.
- Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det også at du lar deg intervjuer før og etter observasjon av undervisning. Intervjuet vil ta deg ca. 30 minutter. Intervjuene inneholder

spørsmål som tar utgangspunkt i Kunnskapskvartetten (grunnlag, omdanning, sammenheng og eventualitet). Dette blir knyttet til undervisning av multiplikasjon. Det vil tas lydopptak av intervjuene. Lydopptakene slettes etter transkribering.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrevet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det er masterstudent og veileder ved institutt for lærerutdanning, NTNU i Trondheim som vil ha tilgang.
- Navnet og kontaktopplysningene dine vil jeg erstatte med en kode som lagres på en egen navneliste adskilt fra øvrige data.
- Annet datamaterialet vil jeg lagre på NTNUs forskningsserver.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er mai 2023. Lydopptaket og videoopptaket vil slettes etter transkribering, mens andre personopplysninger vil slettes etter prosjektslutt. Datamaterialet er anonymisert i oppgaven og dermed også ved publikasjon.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra institutt for lærerutdanning, NTNU har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Institutt for lærerutdanning, NTNU ved Melih Turgut, 73558959 eller melih.turgut@ntnu.no
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen, 93079038 eller thomas.helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Melih Turgut
(Forsker/veileder)

Marit Skipnes Haugberg

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Hvordan underviser lærere ved 3. trinn i multiplikasjon i lys av Kunnskapskvartetten?* og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i observasjon
- å delta i intervju
- at Marit Skipnes Haugberg kan gi opplysninger om meg til prosjektet – hvis aktuelt

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 5 – Samtykkeskjema til foresatte

Vil du delta i forskningsprosjektet

Hvordan underviser lærere ved 3. trinn i multiplikasjon i lys av Kunnskapskvartetten?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan lærere på 3. trinn underviser i multiplikasjon, på bakgrunn av Kunnskapskvartetten. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Jeg heter Marit Skipnes Haugberg og jobber med en masteroppgave i matematikdidaktikk ved lærerutdanningen på NTNU Trondheim. Prosjektet handler om lærerens rolle i undervisning av multiplikasjon. Fokusområdene i masteroppgaven vil ta utgangspunkt i det teoretiske rammeverket The Knowledge Quartet, som på norsk kan oversettes til Kunnskapskvartetten. I dette rammeverket inngår det fire dimensjoner som på hver sin måte bidrar til å analysere og utvikle matematikkundervisning; *foundation, transformation, connection* og *contigency*. Formålet er å undersøke hvordan lærere ved 3. trinn underviser i multiplikasjon i lys av Kunnskapskvartetten. For å kunne svare på dette ønsker jeg å observere to undervisningsøkter hver hos fire lærere, der 3. trinn blir undervist i multiplikasjon. I den forbindelse ønsker jeg å ta videoopptak av undervisningen, noe som innebærer at elevenes stemme vil komme med.

Det er masterstudent og veileder ved NTNU som vil ha tilgang til personidentifiserbar data (navn i forbindelse med samtykkeerklæring og lydopptak). Alle navn og personidentifiserbart materiale vil bli anonymisert i oppgaven og i publikasjonen.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Behandlingsansvarlig for forskningsprosjektet er Institutt for lærerutdanning ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, Trondheim.

Hva innebærer det for deg å delta?

Jeg kommer til å benytte meg av observasjon under innsamling av datamaterialet. Jeg vil bruke en digital lydopptaker under observasjonen og ta notater. Lydopptaket slettes etter transkribering.

- Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at du deltar i en undervisningsøkt om multiplikasjon, der fokuset vil være på læreren sin rolle. Det vil bli observert to undervisningsøkter.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger at barnet ditt skal delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg eller barnet ditt hvis du ikke vil at barnet ditt skal delta eller senere velger å trekke samtykke. Dersom man ikke ønsker at barnet sitt skal delta, vil det organiseres

slik at barnet får relevant undervisning. Forskingen vil ikke gå på bekostning av barnet sitt læringsutbytte.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det er masterstudent og veileder ved institutt for lærerutdanningen, NTNU i Trondheim som vil ha tilgang.
- Navnet og kontaktopplysningene dine vil jeg erstatte med en kode som lagres på en egen navneliste adskilt fra øvrige data.
- Annet datamaterialet vil jeg lagre på NTNUs forskningsserver.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er mai 2023. Lydopptaket vil slettes etter transkribering, mens andre personopplysninger vil slettes etter prosjektslutt. Datamaterialet er anonymisert i oppgaven og dermed også ved publikasjon.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra institutt for lærerutdanning, NTNU Trondheim har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Institutt for lærerutdanning, NTNU ved Melih Turgut, 73558959 eller melih.turgut@ntnu.no
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen, 93079038 eller thomas.helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Melih Turgut/Marit Skipnes Haugberg
(Veileder/forsker)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Hvordan underviser lærere ved 3. trinn i multiplikasjon i lys av Kunnskapskvartetten?*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Kryss av i en av boksene nedenfor:

- Ja, jeg samtykker til at barnet mitt kan bli gjort lydopptak av i observasjonene
- Nei, jeg vil ikke at barnet mitt skal delta i dette prosjektet

Barnet navn:

(Foresattes underskrift, dato/sted)

