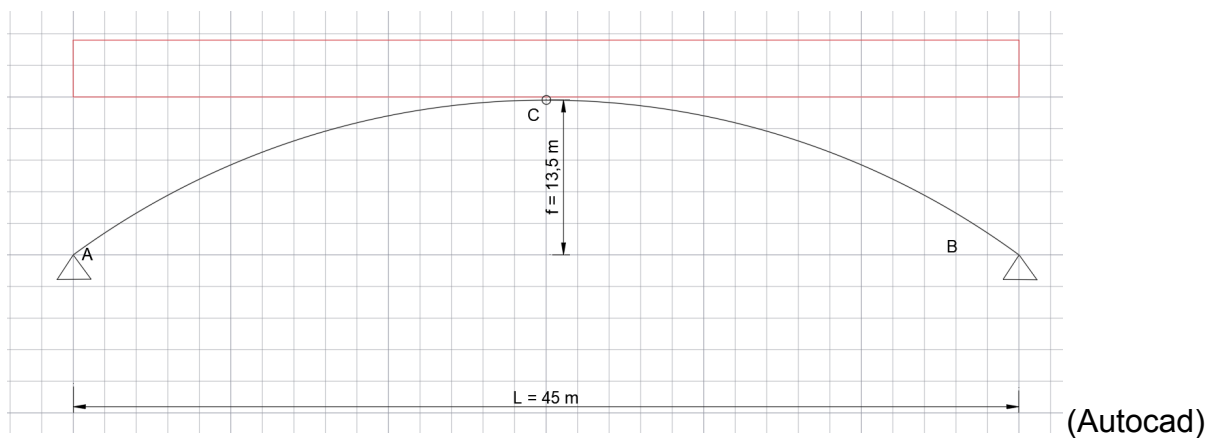


Geometriske verdier



Vi har:

$$f = 13,5 \text{ m}; L = 45 \text{ m}$$

der

f er pilhøyden

L er lengden av buen

y_c er høyden ved punkt c (samme som pilhøyden)

x er horisontal ordinat

Buens form er som en parabel, og kan uttrykkes som en funksjon

$y = ax^2 + bx + c$, der x er horisontal avstand fra opplager A og y er høyde i x

Vi har initialbetingelsene: $y(0) = 0$; $y(L/2) = f$; $y'(L/2) = 0$,
for å få en verdi for a , b og c .

$$y' = 2ax + b$$

$$y(0) = c = 0 \text{ ok!}$$

$$I: \quad y(L/2) = \frac{1}{4}aL^2 + \frac{1}{2}bL = f$$

$$II: \quad y'(L/2) = aL + b = 0$$

Vi har et likningssett, I og II \rightarrow løser på Geogebra

1	f:=13.5 <input type="radio"/> $\approx f := 13.5$
2	L:=45 <input type="radio"/> $\approx L := 45$
3	yc:=f <input type="radio"/> $\approx yc := 13.5$
4	$1/4*a*L^2+1/2*b*L=f$ <input checked="" type="radio"/> $\frac{1}{4} a L^2 + \frac{1}{2} b L = f$
5	$a*L+b=0$ <input checked="" type="radio"/> $a L + b = 0$
6	{ \$4, \$5 } <input type="radio"/> NLøs: { $a = -0.03, b = 1.2$ }

(Geogebra)

Den generelle likningen for en parabel er funnet til å være:

$$y(x) = -0,03x^2 + 1,2x \quad (1)$$

Deriverer likning (1) mhp. x

$$\frac{dy}{dx} = y' = -0,06x + 1,2 \quad (2)$$

Fra trigonometri, kan vi definere at:

$$\sin(\theta) = \frac{y'}{[1+(y')^2]^{1/2}} \quad (3)$$

$$\cos(\theta) = \frac{1}{[1+(y')^2]^{1/2}} \quad (4)$$

Kjører formlene ovenfor i Excel, og får ut verdier for posisjon og trigonometriske verdier i opplageret ved (x, y) = (0,0) og i buens fjerdedels-punkt ved (11,25 ; 9,7):

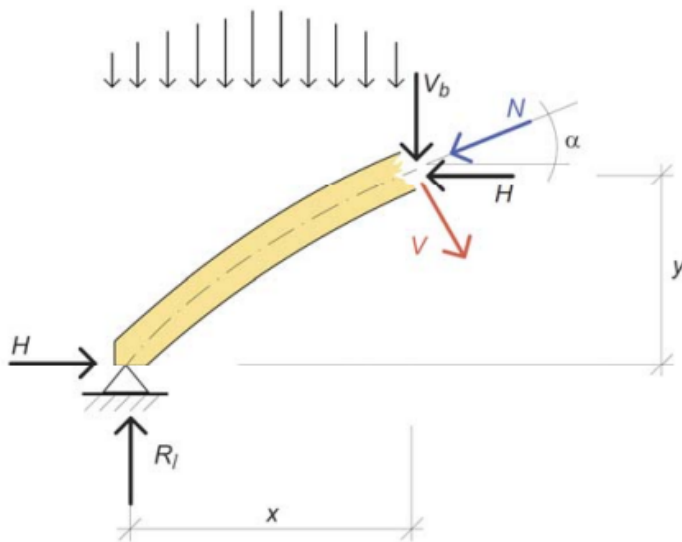
25							
26	$y(x)=-0,03x^2+1,2x$						
27	Geometriske parametere:						
28	Punkt	x[m]	y[m]	y'		sin(α)	cos(α)
29	A	0	0,0	1,200	1,562	0,8	0,6
30	Punkt 1	11,25	9,7	0,525	1,129	0,5	0,9
31							

Normalkraften (N) og skjærkraften (V) i et punkt i buen er avhengig av vinkelen α mellom tangenten og linjen mellom oppleggspunktene:

$$V = -H \sin(\alpha) + \sum V \cos(\alpha), \text{ der } H = Ax$$

$$N = -H \cos(\alpha) - \sum V \sin(\alpha)$$

her er $\sum V$ summen av kreftene til venstre for snittet, og H er den horisontale opplagerkraften i buen.



(Limtreboka 2015)

Kritisk snitt for en bue er normalt i nærheten av buens fjerdedels-punkt, dvs. ved $x = L/4 = 45/4 = 11,25 \text{ m}$. Maks. moment vil være i det punktet, og skjærkraften vil være lik null.

Ordinaten y_0 til buens senterlinje i fjerdedels-punktet:

$$y_0 = y(11,25) = -0,03 \cdot 11,25^2 + 1,2 \cdot 11,25 = 9,7 \text{ m}$$

Vinkel i fjerdedels-punktet, P1:

$$\alpha_{P1} = \arcsin(0,5) = 0,52$$

Vinkel i opplager, A (Utklipp fra excel ark):

$$\alpha_A = \arcsin(0,80) = 0,93$$

Lasttilfelle 1: Egenlast + symmetrisk snølast

Karakteristisk laster: $g_k = 11,4 \text{ kN/m}$; $q_{s,k} = 20,16 \text{ kN/m}$

Dimensjonerende last: $p_d = 1,2 g_k + 1,5 q_{s,k} = 43,92 \text{ kN/m}$

Beregner opplagerkreftene:

$$\sum M_a = 0: \quad -B_z \cdot L + \frac{1}{2} \cdot p_d \cdot L^2 = 0$$

$$A_z = B_z = \frac{1}{2} p_d L = \frac{1}{2} \cdot 43,92 \cdot 45 = 988,20 \text{ kN}$$

$$A_x = \frac{p_d \cdot L^2}{8 \cdot f} 0,5 = \frac{43,92 \cdot 45^2}{8 \cdot 13,5} = 832,50 \text{ kN};$$

$$B_x = -832,50 \text{ kN}$$

Snittkrefter i buens fjerdedels-punkt:

$$M_{P1} = \frac{p_d \cdot L^2}{32} \left(3 - 4 \cdot \frac{y_0}{f} \right) = \frac{43,92 \cdot 45^2}{32} \left(3 - 4 \cdot \frac{9,7}{13,5} \right) = 349,99 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} N_{P1} &= H \cdot \cos(\alpha_{P1}) + \frac{p_d L}{4} \sin(\alpha_{P1}) \\ &= 832,50 \cdot \cos(0,52) + \frac{43,92 \cdot 45}{4} \cdot \sin(0,52) \end{aligned}$$

$$N_{P1} = 960,16 \text{ kN}$$

$$V_{P1} = 0$$

Snittkrefter i buens venstre opplager: $\sum V = A_z$

$$M_A = 0$$

$$N_A = -H \cdot \cos(\alpha_A) - A_z \cdot \sin(\alpha_A) = -832,50 \cdot \cos(0,93) - 988,20 \cdot \sin(0,93)$$

$$N_A = -1284,66 \text{ kN (Trykk)}$$

$$V_A = -H \sin(\alpha_A) + A_z \cos(\alpha_A) = -832,50 \cdot \sin(0,93) + 988,20 \cdot \cos(0,93) = -76,57 \text{ kN}$$

Snittkrefter i buetopp:

$$M_C = 0 \quad V_C = 0$$

Dimensjonerende for lasttilfelle 1:

$$M_1 = 349,99 \text{ kNm} \quad (\text{fjerdedels-punkt})$$

$$N_1 = 1284,66 \text{ kN} \quad (\text{opplager})$$

$$V_1 = 76,57 \text{ kN} \quad (\text{opplager})$$

Lasttilfelle 2: Egenlast + Skjev snølast ihht. EK1

$$\begin{aligned}g_k &= 11,4 \text{ kN/m} & \rightarrow & & g_d &= 1,2 \cdot 11,4 = 13,68 \text{ kN/m} \\q_{sl,k} &= 50,4 \text{ kN/m}; & \rightarrow & & q_{sl,d} &= 1,5 \cdot 50,4 = 75,60 \text{ kN/m} \\q_{sr,k} &= 25,2 \text{ kN/m} & \rightarrow & & q_{sr,d} &= 1,5 \cdot 25,2 = 37,80 \text{ kN/m}\end{aligned}$$

Beregner opplagerkreftene:

$$Az = (3q_{sl,d} + q_{sr,d}) \frac{L}{16} + \frac{1}{2} g_d L = (3 \cdot 75,60 + 37,80) \cdot \frac{45}{16} + \frac{1}{2} \cdot 13,68 \cdot 45 = 1051,99 \text{ kN}$$

$$Bz = (q_{sl,d} + 3q_{sr,d}) \frac{L}{16} + \frac{1}{2} g_d L = (75,60 + 3 \cdot 37,80) \cdot \frac{45}{16} + \frac{1}{2} \cdot 13,68 \cdot 45 = 839,36 \text{ kN}$$

$$H = Ax = (q_{sl,d} + q_{sr,d}) \frac{L^2}{32f} + \frac{g_d L^2}{8f} = (75,60 + 37,80) \cdot \frac{45^2}{32 \cdot 13,5} + \frac{13,68 \cdot 45^2}{8 \cdot 13,5} = 788,06 \text{ kN}$$

Snittkrefter i buens fjerdedels-punkt:

$$\begin{aligned}M_{P1} &= (7q_{sl,d} + 3q_{sr,d}) \frac{L^2}{192} - (q_{sl,d} + q_{sr,d}) \frac{L^2}{32} \frac{y_0}{f} + \frac{g_d L^2}{32} \left(3 - 4 \frac{y_0}{f} \right) \\&= (7 \cdot 75,60 + 3 \cdot 37,80) \frac{45^2}{192} - (75,60 + 37,80) \frac{45^2}{32} \frac{9,7}{13,5} + \frac{13,68 \cdot 45^2}{32} \left(3 - 4 \cdot \frac{9,7}{13,5} \right) \\&= 1730,28 \text{ kNm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}N_{P1} &= \frac{L}{16} (q_{sl,d} + q_{sr,d} + 4g_d) \cdot \left(\frac{L}{2f} \cos(\alpha) + \sin(\alpha) \right) \\&= \frac{45}{16} (75,60 + 37,80 + 4 \cdot 13,68) \cdot \left(\frac{45}{2 \cdot 13,5} \cdot \cos(\alpha_{P1}) + \sin(\alpha_{P1}) \right) \\&= 918,84 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$V = 0$$

Snittkrefter i buens venstre opplager:

$$M_A = 0$$

$$N_A = -H \cos(\alpha_A) - Az \sin(\alpha_A) = -788,06 \cdot \cos(0,93) + 1051,99 \cdot \sin(0,93) = -1314,43 \text{ kN}$$

$$V_A = -H \sin(\alpha_A) + Az \cos(\alpha_A) = -788,06 \cdot \sin(0,93) + 1051,99 \cdot \cos(0,93) = 0,74 \text{ kN}$$

Snittkrefter i buetopp:

$$M_C = 0;$$

$$V_C = \frac{q_{sl,d} - q_{sr,d}}{16} L = \frac{75,60 - 37,80}{16} \cdot 45 = 106,31 \text{ kN}$$

Dimensjonerende for lasttilfelle 2:

$$M_2 = 1730 \text{ kNm} \quad (\text{fjerdedels-punkt})$$

$$N_2 = 1314 \text{ kN} \quad (\text{opplager})$$

$$V_2 = 106 \text{ kN} \quad (\text{buetopp})$$

Lasttilfelle 3: Egenlast + ensidig trekantformet snølast (NS-EN)

Beregningsgangen er lik lasttilfelle 2.

$$\begin{aligned}g_k &= 11,4 \text{ kN/m} & \rightarrow & \quad g_d = 1,2 \cdot 11,4 = 13,68 \text{ kN/m} \\q_{sl,k} &= 50,4 \text{ kN/m}; & \rightarrow & \quad q_{sl,d} = 1,5 \cdot 50,4 = 75,60 \text{ kN/m} \\q_{sr,k} &= 0 \text{ kN/m} & \rightarrow & \quad q_{sr,d} = 0 \text{ kN/m}\end{aligned}$$

Beregner opplagerkreftene:

$$\begin{aligned}Az &= (3q_{sl,d} + q_{sr,d})\frac{L}{16} + \frac{1}{2}g_d L = 945,68 \text{ kN} \\Bz &= (q_{sl,d} + 3q_{sr,d})\frac{L}{16} + \frac{1}{2}g_d L = 520,43 \text{ kN} \\H = Ax &= (q_{sl,d} + q_{sr,d})\frac{L^2}{32f} + \frac{g_d L^2}{8f} = 610,88 \text{ kN}\end{aligned}$$

Snittkrefter i buens fjerdedels-punkt:

$$\begin{aligned}M_{P1} &= (7q_{sl,d} + 3q_{sr,d})\frac{L^2}{192} - (q_{sl,d} + q_{sr,d})\frac{L^2}{32}\frac{y_0}{f} + \frac{g_d L^2}{32}\left(3 - 4\frac{y_0}{f}\right) = 2252,98 \text{ kNm} \\N_{P1} &= \frac{L}{16}(q_{sl,d} + q_{sr,d} + 4g_d) \cdot \left(\frac{L}{2f}\cos(\alpha) + \sin(\alpha)\right) = 712,25 \text{ kN} \\V &= 0\end{aligned}$$

Snittkrefter i buens venstre opplager:

$$\begin{aligned}M_A &= 0 \\N_A &= -H\cos(\alpha_A) - Az\sin(\alpha_A) = -1123,07 \text{ kN} \\V_A &= -H\sin(\alpha_A) + Az\cos(\alpha_A) = 78,70 \text{ kN}\end{aligned}$$

Snittkrefter i buetopp:

$$\begin{aligned}M_C &= 0; \\V_C &= \frac{q_{sl,d} - q_{sr,d}}{16} L = 212,63 \text{ kN}\end{aligned}$$

Dimensjonerende for lasttilfelle 3:

$$\begin{aligned}M_3 &= 2253 \text{ kNm} & \text{(fjerdedels-punkt)} \\N_3 &= 1123 \text{ kN} & \text{(opplager)} \\V_3 &= 213 \text{ kN} & \text{(buetopp)}\end{aligned}$$

Dimensjonerende snittkrefter for buen i bruddgrensetilstand:

$$\begin{aligned}M_{dim} &= 2253 \text{ kNm} & \text{(fjerdedels-punkt, tilfelle 3)} \\N_{dim} &= 1314 \text{ kN} & \text{(opplager, tilfelle 2)} \\V_{dim} &= 213 \text{ kN} & \text{(buetopp, tilfelle 3)}\end{aligned}$$