

Aron Landgraff

# En sammenlikning av resultater fra statisk GNSS som metode med ulike typer referansepunkt.

Bacheloroppgave i Bachelor i ingeniørfag, geomatikk

Veileder: Vilma Zubinaite

Mai 2023

Aron Landgraff

# **En sammenlikning av resultater fra statisk GNSS som metode med ulike typer referansepunkt.**

Bacheloroppgave i Bachelor i ingeniørfag, geomatikk  
Veileder: Vilma Zubinaite  
Mai 2023

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Fakultet for ingeniørvitenskap  
Institutt for vareproduksjon og byggteknikk



Kunnskap for en bedre verden

Oppgavens tittel:	Dato: 22.05.2023		
En sammenlikning av resultater fra statisk GNSS som metode med ulike typer referansepunkt.	Antall sider: 29		
	Masteroppgave:	Bacheloroppgave	x
Navn: Aron Landgraff			
Veileder: Vilma Zubinaite			
Eventuelle eksterne faglige kontakter/ veiledere:			

**Sammendrag:**

For etablering av grunnlagsnett er man avhengig av referansepunkt. Metoden statisk GNSS åpner for at dette kan være både Stam- og Landsnettspunkter og også Kartverkets basestasjoner. Formålet med denne oppgaven er å undersøke om bruk av de ulike typene referansepunkt gir tilsvarende resultater.

For å undersøke dette har det blitt etablert et grunnlagsnett bestående av fire nye fastmerker. Bestemmelse av posisjonene til disse fastmerkene har blitt gjort to ganger. Én gang med punkter i Stam- og Landsnett som referansepunkter, og én gang med bruk av Kartverkets basestasjoner som referansepunkter.

Resultatet av undersøkelsen viser avvik i millimeterklassen for både grunnriss og høyde. Spesielt avvikene i høyde er små fra 0,6 mm til 1,3 mm. I grunnriss er avvikene større, og det største avviket er på 7,6 mm.

Gitt nøyaktigheten til målingene, og fastmerkene som er benyttet kan man si at resultatene i dette tilfellet er tilsvarende. Samtidig kreves det flere undersøkelser av lignende art for å si om dette er noe som gjelder generelt.

**Stikkord:**

Grunnlagsnett
Statisk GNSS
Referansepunkt
Stam- og Landsnettet
ETPOS

# Forord

Arbeidet med denne bacheloroppgaven har i likhet med geomatikkingeniørstudiet først og fremst vært givene og lærerikt. Helt siden studiet startet har det vært fascinerende at vi arbeider i en sfære hvor det gir mening å se på størrelser så små som et par millimeter. Derfor setter jeg stor pris på at fokuset i studiet i stor grad har vært knyttet til praktisk utførelse av landmåling. Dersom jeg ikke selv hadde fått utført egne målinger hvor de nevnte millimeterne ble et tema, hadde det vært vanskelig å se for seg å gjøre målinger med en slik presisjon.

En stor takk utstedes til min veileder Vilma Zubinate for hennes hjelp og innspill i forbindelse med denne oppgaven. Jeg ønsker også å takke de andre som studerer og jobber med geomatikk ved NTNU Gjøvik for tiden vi har delt sammen. Jeg håper våre veier krysses i fremtiden.

Gjøvik, 22.05.2023



# Abstract

To create a geodetic control network, one is dependent on existing benchmarks with a known position. Static GNSS as a method can use both points in the Stam- og Landsnett, and the Norwegian Mapping Authority's permanent geodetic stations for this purpose. The aim of this bachelor's thesis is to investigate if the use of either of these yields similar results to that of the other.

To investigate this a geodetic control network with four new benchmarks has been created. The determination of the position of the benchmarks have been done twice. Once based on the Stam- og Landsnett network, and once using the Norwegian Mapping Authority's permanent geodetic stations as reference points.

The result of this study shows deviations in the millimetre range for both the planar coordinates, and the elevations. Especially the deviations in elevations are small, from 0,6 mm to 1,3 mm. The deviations for the planar coordinates are larger, with the largest being 7,6 mm.

Given the accuracy of the measurements and the existing benchmarks which have been used, the result of the study suggests that the use of the permanent geodetic stations gives similar results as the Stam- og Landsnett network. At the same time more studies would be needed to tell if it is the case in general.

# Innholdsfortegnelse

Forord .....	ii
Abstract .....	iii
Innholdsfortegnelse .....	iv
Figurliste.....	vi
Tabelliste .....	vii
1 Innledning.....	1
2 Teori .....	2
2.1 Etablering av grunnlagsnett med statisk GNSS.....	2
2.1.1 Statisk GNSS.....	2
2.1.2 Norske standarder for etablering av grunnlagsnett .....	2
2.1.3 Standarder knyttet til posisjonsbestemmelse med GNSS .....	3
2.1.4 Krav til beregning.....	4
2.2 Referansepunkt .....	4
2.2.1 Stam- og Landsnettet.....	4
2.2.2 Kartverkets basestasjoner og ETPOS.....	5
2.3 Jordsentriske koordinater og høyder.....	5
2.4 Tidligere undersøkelser .....	5
2.4.1 Forskjeller fra denne oppgaven .....	6
3 Case .....	7
3.1 Etablering av grunnlagsnett på NTNU i Gjøvik.....	7
3.2 Referansepunkter .....	7
3.2.1 Stam- og Landsnett.....	8
3.2.2 ETPOS.....	9
3.3 Utstyr og programvare.....	9
4 Metode.....	10
4.1 Design av nett og målesesjoner .....	10
4.1.1 Stam- og Landsnett.....	10
4.1.2 ETPOS.....	11
4.2 Innsamling av data.....	13
4.3 Prosessering av vektorer.....	13

4.4	Utjevning .....	14
4.4.1	Stam- og Landsnett.....	15
4.4.2	ETPOS.....	17
5	Resultater.....	19
5.1	Stam- og Landsnett.....	19
5.1.1	Endrede høyder .....	21
5.2	ETPOS .....	22
5.3	Sammenlikning av koordinater.....	23
5.3.1	Stam- og Landsnett med endrede høyder .....	24
6	Diskusjon og analyse.....	25
6.1	Design av nett og måleopplegg .....	25
6.2	Toleransekrav og ytre pålitelighet .....	25
6.3	Sammenlikning av koordinater.....	26
6.4	Fordeler og ulemper ulike referansepunkt.....	27
7	Konklusjon .....	29
7.1	Forslag til videre undersøkelser.....	29
	Litteraturliste .....	30
	Vedlegg .....	32

# Figurliste

Figur 1: Ortofoto over NTNU i Gjøvik med plasseringen til de nye fastmerkene markert (norgeskart.no). .....	7
Figur 2: Kart som viser design av nettet knyttet til Stam- og Landsnettet (norgeskart.no) .....	10
Figur 3: Kart som viser design av nettet knyttet til Kartverkets basestasjoner (norgeskart.no). .....	12
Figur 4: Innstillinger for hvilke datas som benyttes i prosesseringen i Leica Infinity. ....	14
Figur 5: Innstillinger for beregning av vektorene i Leica Infinity. ....	14
Figur 6: Valgte instrumentparametere for utjevningen. ....	15
Figur 7: Tvang i høydegrunnlaget for nettet knyttet til Stam- og Landsnettet. ....	15
Figur 8: Høydeutjevning med restfeilen fra fastmerkene merket i gult. ....	16
Figur 9: Ferdig utjevnet nett knyttet til Stam- og Landsnettet. ....	17
Figur 10: Ferdig utjevnet nett knyttet til Kartverkets basestasjoner. ....	18
Figur 11: Test av høydedeformasjoner i nettet knyttet til Stam- og Landsnettet. ....	19
Figur 12: Test av målestokkdifferanser i nettet knyttet til Stam- og Landsnettet. ....	20
Figur 13: Test av vinkeldeformasjoner i nettet knyttet til Stam- og Landsnettet. ....	20
Figur 14: Test av høydedeformasjoner etter at høydene ble endret. ....	21
Figur 15: Test av høydedeformasjoner i nettet knyttet til Kartverkets basestasjoner. ....	22
Figur 16: Test av målestokkdifferanser i nettet knyttet til Kartverkets basestasjoner. ....	23
Figur 17: Test av vinkeldeformasjoner i nettet knyttet til Kartverkets basestasjoner. ....	23



# Tabelliste

Tabell 1: Punktnavn og tilhørende navn brukt i prosjektet. ....	8
Tabell 2: Egenskaper til punktene i Stam- og Landsnettet.....	8
Tabell 3: Avvik mellom gitt NN2000-høyde og ellipsoidisk høyde korrigert med HREF2018B. ....	8
Tabell 4: Navn på basestasjoner, samt hvilket område den ligger i og avstand til prosjektområdet. ....	9
Tabell 5: Nøyaktigheten til Leica GS18 T gitt i datablad (Leica Geosystems AG, 2021).....	9
Tabell 6: Oversikt over hvilken programvare som har blitt benyttet. ....	9
Tabell 7: Oversikt over planlagte målesesjoner og vektorer knyttet til Stam- og Landsnettet.. ....	11
Tabell 8: Oversikt over planlagte målesesjoner og vektorer knyttet til Kartverkets basestasjoner.....	12
Tabell 9: Koordinater og standardavvik for de nye punktene knyttet til Stam- og Landsnettet. Alle størrelser er i enheten meter. ....	19
Tabell 10: Høyder og tilhørende standardavvik etter at høydene i Stam- og Landsnettet ble endret. Alle størrelser er i enheten meter. ....	21
Tabell 11: Koordinater og standardavvik for de nye punktene knyttet til Kartverkets basestasjoner.. Alle størrelser er i enheten meter. ....	22
Tabell 12: Oversikt over avvikene mellom punktene i de ulike nettene. Enheten for retningen er gon, mens resten er i meter. ....	24
Tabell 13: Høydeforskjellene mellom punktene i Stam- og Landsnettet avhengig av om NN2000-høyder eller ellipsoidiske høyder legges til grunn for beregningen. ....	24
Tabell 14: Høydeforskjellene mellom punktene knyttet til Kartverkets basestasjoner mot punktene knyttet til Stam- og Landsnettet når ellipsoidiske høyder legges til grunn for beregningen. ....	24
Tabell 15: Avstand og retning i grunnriss mellom punktene som sammenliknes samt kvaliteten på posisjonsbestemmelsen. ....	26
Tabell 16: Avvik i høyde og standardavviket til bestemmelsen av punktenes høyde.....	27
Tabell 17: Avvik i høyde når ellipsoidiske høyder har blitt lagt til grunn sammen med standardavviket til punktenes høyde. ....	27

# 1 Innledning

Hensikten med denne oppgaven er å undersøke om bruk av Kartverkets basestasjoner som referansepunkt gir tilsvarende resultater som bruk av punkter i Stam- og Landsnettet. For å undersøke dette vil et grunnlagsnett bestående av fire punkter bli etablert på NTNU i Gjøvik, og resultatene med bruk av de ulike referansepunktene vil bli sammenliknet.

I tillegg til dette vil resultatene kontrolleres mot toleranser gitt i relevante norske standarder. Posisjonsbestemmelsen av fastmerkene vil utelukkende bruke statistisk GNSS som metode, det skal med andre ord ikke utføres polygondrag eller nivellement mellom punktene.

**Problemstillingen** det søkes å finne svar på er som følger: «Gir bruk av Kartverkets basestasjoner som referansepunkter for etablering av grunnlagsnett med metoden statistisk GNSS, tilsvarende resultat som ved bruk av Stam- og Landsnettet som referansepunkter?»

Noe av årsaken til at dette er interessant å undersøke, er den mulige besparelsen i tid, reising og utstyr. Dersom Kartverkets basestasjoner benyttes som referansepunkt trenger man kun å forflytte seg mellom de nye punktene som skal etableres. Videre vil man med det samme antallet antenner tilgjengelig potensielt få målt flere av de nye punktene i hver målesesjon, og derfor trenge færre sesjoner totalt. Samtidig er avstandene imellom basestasjonene betydelig større enn mellom punkter i Stam- og Landsnettet. Følgelig blir de beregnede vektorene til fastmerkene lengre, noe som muligens krever lengre observasjonstid. Til slutt er det også slik at dagens norske standarder for bygg- og anleggsnett krever at grunnlagsnettet er knyttet til Stam- og Landsnettet, noe som åpenbart ikke blir oppfylt dersom Kartverkets basestasjoner er de eneste referansepunktene som benyttes.

Noen av de mulige fordelene beskrevet ovenfor er også det som gjør undersøkelsen relevant i et bærekraftsperspektiv. Først og fremst er muligheten for å få gjort mer eller en tilsvarende mengde arbeid med bruk av færre ressurser interessant. Av FNs bærekraftsmål er det nummer 12 «Ansvarlig forbruk og produksjon» (FN-sambandet, 2023) som er det mest aktuelle å sette oppgaven i sammenheng med sett i lys av dette.

## 2 Teori

Teorien som dette kapitlet vil ta for seg er det helt grunnleggende knyttet til bruk av statisk GNSS som metode. Deretter presenteres noen relevante norske standarder knyttet til dette, og etableringen av grunnlagsnett. Så beskrives typene av referansepunkter som vil bli brukt i oppgaven på et overordnet nivå. Dernest overgangen fra jordsentriske koordinater og ellipsoidiske høyder til ortometriske høyder. Til slutt knyttes oppgaven opp mot to tidligere undersøkelser av samme tema som denne.

### 2.1 Etablering av grunnlagsnett med statisk GNSS

#### 2.1.1 Statisk GNSS

Metoden statisk GNSS er en form for relativ posisjonsbestemmelse. Ved å observere de samme satellittene på samme tid i to ulike punkt er det mulig å beregne en vektor imellom disse punktene. Metoden krever med andre ord at minst to antenner gjør observasjoner samtidig (Van Sickle, 2015, s. 187). Dersom en av antennene står i et fastmerke med kjente koordinater, er det følgelig mulig å bestemme koordinatene til den andre antennen.

Antallet antenner som benyttes samtidig bestemmer hvor mange vektorer som kan beregnes på bak grunn av en målesesjon. I denne sammenhengen skilles det mellom såkalte uavhengige og avhengig vektorer. Hvis tre antenner har gjort observasjoner samtidig er det tre mulige vektorer som kan beregnes. Allikevel vil kun to av disse kunne være uavhengige, dette fordi den tredje nødvendigvis må være lik summen av de to første, og dermed en avhengig vektor (Van Sickle, 2015, s. 211).

#### 2.1.2 Norske standarder for etablering av grunnlagsnett

Det finnes flere standarder som gjelder etablering av fastmerker og grunnlagsnett. I Norge er to av disse «Grunnlagsnett» utgitt av Statens kartverk, og «NS 3580:2015 Bygg- og anleggsnett» utgitt av Standard Norge. I Grunnlagsnett (Statens kartverk, 2009a, s. 15) blir fire områdetyper beskrevet og deres nøyaktighetskrav gitt, i tillegg er det gitt

nøyaktighetskrav til punkter som skal inngå i det geodetiske Stam- og Landsnett. NS 3580 (Standard Norge, 2015, s. 19-20) utvider dette med nøyaktighetskrav knyttet til bygg- og anleggsnett.

Kravene til nøyaktighet er gitt som toleranser som ikke kan overskrides. Disse toleransegrensene defineres av to konstanter,  $p$  og  $k$ . Hvor  $p$  er i enheten ppm (parts per million) mens  $k$  er i millimeter. Disse parameterne inngår så i formler for utregning av maksimalt tillatte vinkelavvik, målestokksdifferanse og høydeavvik (Statens kartverk, 2009a, s. 14-16).

Formelen for maksimalt tillatte vinkelavvik og målestokksdifferanse er som følger:

$$\Delta = \sqrt{p^2 + \frac{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}{s_1^2 \cdot s_2^2} + k^2}$$

Mens formelen for maksimalt tillatte høydeavvik er:

$$\Delta = \sqrt{p^2 + \frac{2k^2}{l^2}}$$

Parameterne  $s$  og  $l$  er begge lengder i enheten kilometer,  $s$  svarer til sidelengdene i en trekant gitt av tre punkter, mens  $l$  tilsvarer skråavstanden imellom to punkter (Statens kartverk, 2009a, s. 14-16).

Når det gjelder hvilke referansepunkt som kan benyttes kreves det i NS3580 at minst tre Stamnett og/eller Landsnett punkt brukes. Videre er det et krav av disse har både en «... nærhet til prosjektområdet og ... en god geometrisk fordeling» (Standard Norge, 2015, s. 10).

### **2.1.3 Standarder knyttet til posisjonsbestemmelse med GNSS**

Det er en rekke ulike metoder for posisjonsbestemmelse med GNSS. Hvilken metode som er aktuell for et gitt prosjekt er avhengig av flere parametere, men først og fremst nøyaktighetsnivået som kreves. Som nevnt tidligere inneholder Statens kartverks standard Grunnlagsnett toleransekrav for ulike områdetyper. Forslåtte metoder for å oppnå disse med bruk av GNSS, er beskrevet i standarden «Satellittbasert posisjonsbestemmelse». For å

tilfredsstillende toleransene som tilhører for eksempel område type 1 byområde i grunnriss, anbefales det bruk av klassisk statistisk eller såkalt korttidsstatistisk som målemetode (Statens kartverk, 2009b, s. 14). Innenfor hver målemetode og for ønsket nøyaktighet er det igjen gitt en rekke parametere. Disse er:

- lengden på vektoren som skal beregnes.
- lengden i tid på målesesjonene.
- type heltallsløsning.
- type mottaker, en-frekvent eller flerfrekvent.
- nettets geometri.
- minimum antall uavhengige vektorer til hvert punkt.

For antallet referansepunkt anbefales det å brukes minst fire, og at disse sammen danner et polygon som dekker alle nye punkter (Statens kartverk, 2009b, s. 24). Videre understrekes det at «... man bør unngå å blande punkter av forskjellig kvalitet og opprinnelse» (Statens kartverk, 2009b, s. 25).

#### **2.1.4 Krav til beregning**

Også føringer for beregningen av vektorene og utjevningen gis i standardene. I både NS3580 og Satellittbasert Posisjonsbestemmelse anbefales det at nettet bygges opp av uavhengige vektorer (Statens kartverk, 2009b, s. 26; Standard Norge, 2015, s. 11). Hvilke beregninger som skal gjøres i utjevningen blir også gitt. Statens kartverk (2009b, s. 27) går også et steg lenger og sier at grovfeilsøket normalt gjøres hver for seg, i grunnriss og høyde.

## **2.2 Referansepunkt**

### **2.2.1 Stam- og Landsnett**

Stamnett og Landsnett er nett av fastmerker etablert og vedlikeholdt av Statens kartverk, som sammen utgjør deler av Norges geodetiske grunnlag. Avstanden mellom punktetene i Stamnett er på rundt 20 km i bebygde områder. Landsnett er etablert med utgangspunkt i

Stamnettet, og er således en foretting av dette. Avstandene innad i Landsnettet i bebygde områder er på cirka 5 km (Statens kartverk, 2009a, s. 9-11).

Sammen med koordinatene til punktene blir det oppgitt tall på kvaliteten til denne. Ifølge Olav Vestøl, fagansvarlig for høyder hos Kartverket (personlig kommunikasjon over epost, 4. mai 2023) er dette i grunnriss basert på roten av summen av variansene for nord og øst komponenten av koordinaten. Kvalitet i grunnriss tilsvarer dette tallet multiplisert med to. Videre forklarte han at når det gjelder høyden settes kvaliteten på den til 1 mm dersom den er nivellert. Hvis ikke, plasseres høyden i en klasse avhengig av standardavviket, og en beregning av den ytre påliteligheten. Avhengig av hvilken høydeklasse punktet har settes kvaliteten til en gitt størrelse.

## **2.2.2 Kartverkets basestasjoner og ETPOS**

Kartverket drifter en rekke permanente geodetiske stasjoner, som kontinuerlig logger data. Disse observasjonene, samt stasjonenes koordinater er tilgjengelige gjennom tjenesten ETPOS (Kartverket, 2022).

## **2.3 Jordsentriske koordinater og høyder**

En vesensforskjell mellom GNSS-målinger og målinger med tradisjonelt landmålingsutstyr er overflaten som legges til grunn for høydene (Van Sickle, 2015, s. 172). Dersom man ønsker å få høyder i NN2000 på bakgrunn av GNSS-målinger er man avhengig av å gå fra ellipsoidiske høyder til ortometriske høyder. En måte å gjøre dette på er ved hjelp av en høydereferansemodell. «HREF-modellene beskriver overgangen mellom ellipsoidiske høyder i EUREF89 og nasjonale høyder i NN2000. For store deler av landet er nøyaktigheten bedre enn 1 centimeter, men variasjoner forekommer.» (Kartverket, 2021).

## **2.4 Tidligere undersøkelser**

Det tidligere gjort to undersøkelser av om bruk av Kartverkets basestasjoner som referansepunkter for statisk GNSS gir en nøyaktighet som oppfyller kravene til ytre pålitelighet i standardene nevnt i delkapittel 2.1.2.

Den tidligste av disse (Fladby, 2016), gjorde en undersøkelse hvor to nye fastmerker ble etablert. Disse ble knyttet til tre av Kartverkets basestasjoner i området. Nettet ble så testet mot toleransen tilhørende bygg- og anleggsnett, det vil si  $k = 10$  mm og  $p = 10$  pmm for både grunnriss og høyde (Standard Norge, 2015, s. 19-20). I oppgaven ble det slått fast at det er mulig å komme innenfor dette toleransekravet. Den andre (Larsen, 2020), gjorde tilsvarende funn for toleransekravene knyttet til Landsnett. Felles for begge er at de var mest opptatt av å finne minste måletid som gir vektorer som tilfredsstillt kravene.

### **2.4.1 Forskjeller fra denne oppgaven**

Til forskjell fra de oppgavene beskrevet over vil det i denne sammenliknes resultater med bruk av ulike referansepunkt. I tillegg er antallet fastmerker som inngår i grunnlagsnettet større. Det samme gjelder antallet basestasjoner sammenliknet med Fladby (2016) sin oppgave.

## 3 Case

### 3.1 Etablering av grunnlagsnett på NTNU i Gjøvik



Figur 1: Ortofoto over NTNU i Gjøvik med plasseringen til de nye fastmerkene markert (norgeskart.no).

Figur 1 viser et ortofoto over NTNUs campus i Gjøvik, og posisjonene til de fire fastmerkene som har blitt bruket i denne oppgaven. Fastmerke A er en bolt i betong, B og C er skrubolter på betongsøyler, mens D er en skrubolt på en søyle av metall. Selve casen tar for seg en tenkt situasjon hvor to personer etablerer det samme grunnlagsnettet, men ved bruk av ulike typer referansepunkt. Dette innebærer at målingene fra de to oppleggene i denne oppgaven ikke vil blandes sammen.

Den valgte områdetype kvaliteten på posisjonsbestemmelsen har blitt kontrollert mot er: områdetype 1 byområde. Dette betyr at toleransen i grunnriss er gitt av  $p = 10$  pmm og  $k = 10$  mm. For høyde er toleransen gitt av  $p = 5$  pmm og  $k = 5$  mm. Koordinatsystemet som er brukt er EUREF89 UTM32N NN2000.

### 3.2 Referansepunkter



For begge variantene er fire referansepunkt, som sammen danner et polygon som dekker prosjektområdet benyttet. De fire punktene ble valgt på bakgrunn av nærhet til prosjektområdet, og tilgjengelighet.

### 3.2.1 Stam- og Landsnett

De fire stam- og landsnettpunktene har for å bedre leseligheten og oversikten under arbeidet blitt tildelt prosjektnavn som vist i tabell 1. Tabell 2 viser oppgitte koordinater og kvalitet.

Tabell 1: Punktnavn og tilhørende navn brukt i prosjektet.

Punktnavn	Prosjektnavn
G32T0125	BERG
G32T0306	MJOS
G32T0568	OP28
G32T0610	SKIB

Tabell 2: Egenskaper til punktene i Stam- og Landsnettet.

Punktnavn	Nord	Øst	NN2000	Ellipsoidisk	Kvalitet GR	Kvalitet H
G32T0125	6 742 948,281	589 414,038	434,344	473,081	0,007	0,020
G32T0306	6 740 217,282	592 757,027	131,459	170,020	0,008	0,020
G32T0568	6 739 153,972	590 252,774	285,103	323,847	0,006	0,001
G32T0610	6 741 481,153	592 517,259	125,559	164,100	0,007	0,001

Tabell 3 viser avvik mellom de gitte ellipsoidisk høyde korrigert med HREF2018B, og gitt NN2000-høyde. I utgangspunktet ble det antatt at en av de oppgitte høydene var gale. Derfor ble Kartverket kontaktet for å prøve å få klarhet i dette.

Ifølge Olav Vestøl, fagansvarlig for høyder hos Kartverket (personlig kommunikasjon over epost, 4. mai 2023) skyldes dette for punktene OP28 og SKIB at de har blitt brukt som justeringspunkt i etableringen av HREF2018B. Avviket i punktet BERG kommer på grunn av at det er vektorene inn til punktet som har blitt korrigert med HREF2018B, og ikke punktets ellipsoidiske høyde. Ellers presiserte han at det er NN2000-høydene som er de offisielle. Derfor er det de som vil bli brukt videre i arbeidet med denne oppgaven.

Tabell 3: Avvik mellom gitt NN2000-høyde og ellipsoidisk høyde korrigert med HREF2018B.

Punktnavn	NN2000	HREF2018B	Avvik
G32T0125	434,344	434,347	0,003
G32T0306	131,459	131,459	0,000
G32T0568	285,103	285,112	0,009
G32T0610	125,559	125,550	-0,009

### 3.2.2 ETPOS

Koordinatene til basestasjonene er ikke åpnet tilgjengelig så de blir heller ikke delt her. Utfordringen med høydereferansemodellen er ikke en aktuell problemstilling for disse punktene da posisjonen kun er gitt i jordsentriske koordinater. Tabell 4 inneholder en oversikt over de fire basestasjonene som skal benyttes.

Tabell 4: Navn på basestasjoner, samt hvilket område den ligger i og avstand til prosjektområdet.

Punktnavn	Område	Avstand [km]
DOKK	Dokka	33
HAMR	Hamar	26
MOEC	Moelv	16
SKRC	Skreia	20

## 3.3 Utstyr og programvare

I tillegg til data fra Kartverkets ETPOS-tjeneste har følgende utstyr og programvare har blitt benyttet:

Tabell 5: Nøyaktigheten til Leica GS18 T gitt i datablad (Leica Geosystems AG, 2021).

GNSS antenne	Nøyaktighet
Leica GS18 T	Hz 3 mm + 0,1 ppm   V 3,5 mm + 0,4 ppm

Tabell 6: Oversikt over hvilken programvare som har blitt benyttet.

Programvare	Versjon
GISLINE Landmåling	8.1
Leica Infinity	4.0.2
SkTrans	2.2.0

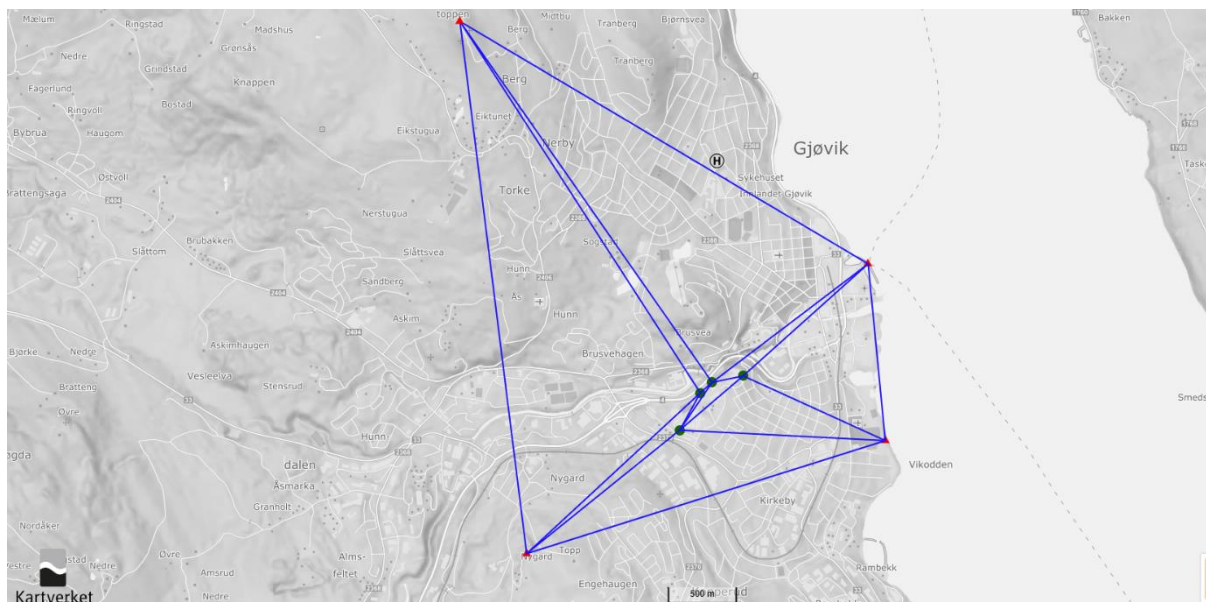
# 4 Metode

Som nevnt i innledningen ble posisjonene til de fire samme fastmerkene bestemte med ulike referansepunkt, og koordinatene sammenliknes. Dette er med andre ord en kvantitativ undersøkelse (Grønmo, u.å.).

## 4.1 Design av nett og målesesjoner

### 4.1.1 Stam- og Landsnett

Nettet er designet som et trekantnett, bestående av totalt ni løkker. Mot A og C er det fire uavhengige vektorer, mens mot B og D er det fem. Figur 2 viser det planlagte nettet. For å samle inn de nødvendige data ble det planlagt fem målesesjoner. Med unntak av punktet BERG vil det gjøres målinger i alle punktene minst tre uavhengige ganger. En fullstendig oversikt over sesjonene og vektorene er finnes i tabell 7. Den planlagte måletiden var minimum 60 minutter.



Figur 2: Kart som viser design av nettet knyttet til Stam- og Landsnettet (norgeskart.no)

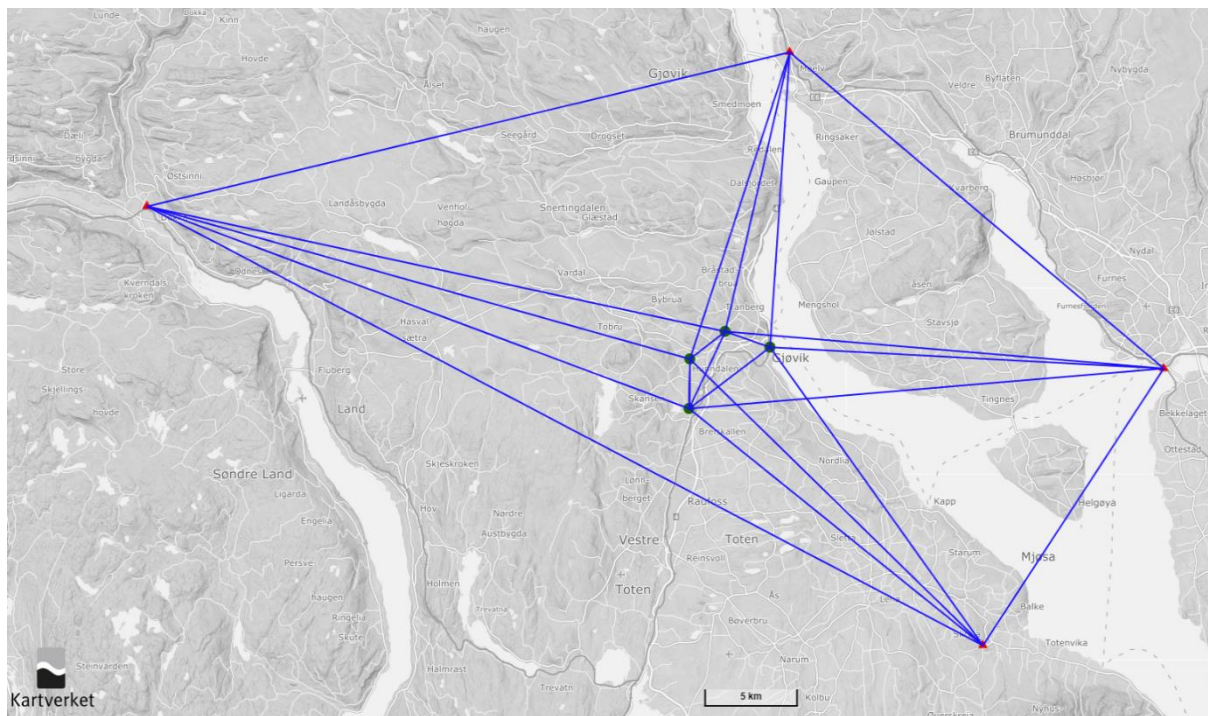
Tabell 7: Oversikt over planlagte målesesjoner og vektorer knyttet til Stam- og Landsnettet..

Sesjon	Fra	Til	Lengde [km]
1	OP28	C	1,7
1	C	D	0,3
1	D	B	0,4
1	B	A	0,2
2	MJOS	D	1,5
2	D	A	0,6
2	A	B	0,2
2	B	C	0,1
3	SKIB	A	1,2
3	MJOS	A	1,1
3	A	D	0,6
3	D	C	0,3
4	SKIB	B	1,4
4	OP28	D	1,4
4	OP28	MJOS	2,7
4	SKIB	MJOS	1,2
5	OP28	BERG	3,9
5	SKIB	BERG	3,4
5	BERG	B	3,2
5	BERG	C	3,2

#### 4.1.2 ETPOS

Design av nettet er ikke like rett frem som for nettet som er knyttet til Stam- og Landnettet. Siden avstandene til referansepunktene er så store relativt til avstanden mellom de nye fastmerkene, blir vinklene små. Dette betyr at det nesten uansett vil være vektorer som krysser hverandre. Et alternativ er å knytte et fastmerke til kun ett referansepunkt, altså A kun til MOEC, B kun til HAMR og så videre. Et annet alternativ er å knytte fastmerkene til så mange referansepunkt som mulig, og det er det som har blitt gjort her. Antallet uavhengige vektorer til hvert nye punkt er fem for A og C, og seks for B og D.

Figur 3 viser en skisse av det planlagte nettet. Posisjonene til de nye fastmerkene på figuren er endret betydelig fra det de er i virkeligheten for å bedre leseligheten av kartet. Også for dette nettet ble det planlagt fem sesjoner. Det er dog verdt å merke seg at kun tre av disse krever feltarbeid, da to siste er rene ETPOS-sesjoner. En fullstendig oversikt over de planlagte sesjonene vises i tabell 8. Den planlagte måletiden for vektorene fra basestasjonene var minimum 120 minutter.



Figur 3: Kart som viser design av nettet knyttet til Kartverkets basestasjoner (norgeskart.no).

Tabell 8: Oversikt over planlagte målesesjoner og vektorer knyttet til Kartverkets basestasjoner.

Sesjon	Fra	Til	Lengde [km]
1	DOKK	B	33,3
1	HAMR	D	22,5
1	MOEC	A	15,7
1	SKRC	C	20,5
1	B	A	0,2
1	B	C	0,1
1	D	C	0,3
2	DOKK	C	33,2
2	HAMR	A	22,1
2	MOEC	B	15,6
2	SKRC	D	20,4

2	D	A	0,6
2	C	D	0,3
2	A	B	0,2
3	DOKK	D	33,1
3	HAMR	B	22,3
3	MOEC	C	15,9
3	SKRC	A	20,4
3	A	D	0,6
3	D	B	0,4
3	C	B	0,1
4	SKRC	HAMR	17,9
4	HAMR	MOEC	26,1
4	MOEC	DOKK	35,7
5	HAMR	SKRC	17,9
5	SKRC	DOKK	50,8
5	DOKK	MOEC	35,7

## 4.2 Innsamling av data

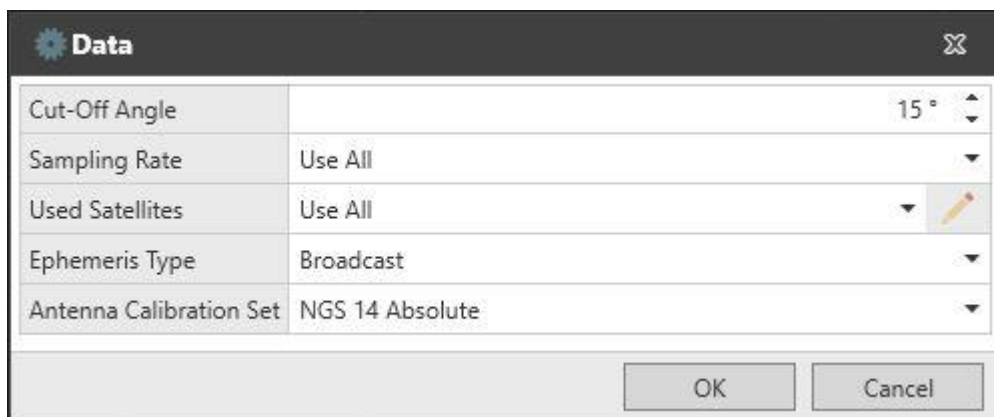
Innsamlingen av dataene ble gjort over flere dager. For ETPOS-nettet ble målingene gjort den 12. april deretter ble dataene fra ETPOS-tjenesten for de relevante dagene nedlastet.

Målingene til nettet som er knyttet til Stam- og Landsnettet ble utført på fire ulike dager i tidsrommet fra 16.-22. april.

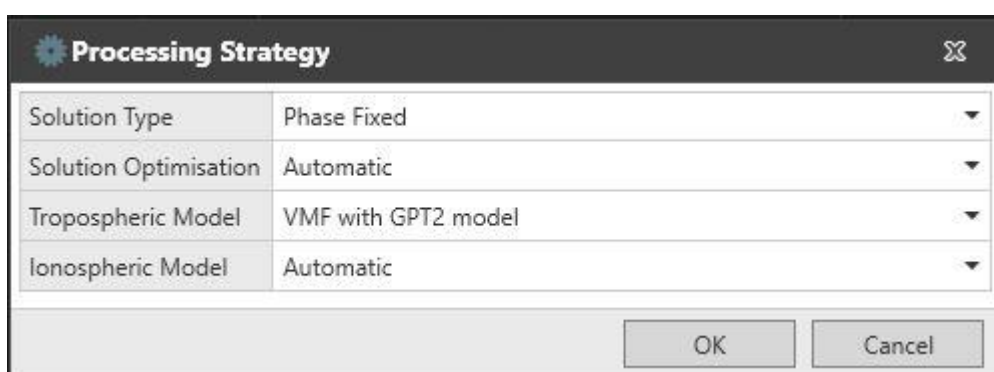
Før og etter hver måling ble antennehøyden målt. Det ble også sjekket at libellen fortsatt spilte. Alt dette for å kunne oppdage eventuelle forflytninger underveis. Imens målingene pågikk ble mulige store forstyrrelser fra ionosfæren sjekket ved hjelp av Kartverkets tjeneste seSolstorm. Ionosfæreaktiviteten på de aktuelle dagene er vedlagt i mappen «seSolstorm».

## 4.3 Prosessering av vektorer

Etter at observasjonene var fullført, ble dataene importert inn i Leica Infinity for prosessering av vektorer. Her ble innstillingene som vist på figur 4 og 5 benyttet



Figur 4: Innstillinger for hvilke datas som benyttes i prosesseringen i Leica Infinity.



Figur 5: Innstillinger for beregning av vektorene i Leica Infinity.

Grensen for «iono-minimized solution optimization» ble satt til 15 kilometer noe som innebar at dette ble gjort for vektorene fra og mellom basestasjonene. Alle vektorene ble bestemt med heltallsløsninger. En oversikt over vektorene som ble beregnet og relevante egenskaper er å finne i de to vedlagte filene, «ETPOS\_observasjoner.xlsx» og «Stam-Landnett\_observasjoner.xlsx».

## 4.4 Utjevning

Utjevningen og analysen av grunnlagsnettene ble utført i programmet GISLINE Landmåling. For alle beregningene var feilslutningssannsynligheten satt til 5 % og observasjonstestene ble gjort med skjerpning. Grovfeilsøk, test av grunnlag samt beregning av indre og ytre pålitelighet ble utført for begge nettene. Dette ble konsekvent gjort i høyde og deretter grunnriss for hvert steg. Vektorenes standardavvik ble beregnet ut ifra instrumentparametere (figur 6). Alle DOK-filene fra utjevningen er vedlagt i mappen DOK-filer.

```

INSTRUMENTPARAMETRE
INSTRUMENT : 21: GPS1
Std.avvik          Konstantdel      Avstandsavhengig
Retning           : 0.00020 gon      0.00000 gon/km
Avstand           : 0.001 m                0.001 m/km
Høydeforskjell    : 0.001 m                0.001 m/km
Sentrering Grunnriss : 0.001 m
Sentrering Høyde   : 0.001 m

```

Figur 6: Valgte instrumentparametere for utjevningen.

#### 4.4.1 Stam- og Landsnett

Observasjonstesten fant ingen mulige grovfeil i verken høyde eller grunnriss. De største restfeilene var henholdsvis 2,8 mm, 2,7 mm og 0,5 milligon i høyde, avstand og retning. Grunnlagstesten flagget derimot mulige feil i fastmerkegrunnlaget. I grunnriss gjaldt dette både punktene MJOS og BERG, og disse ble derfor satt fri i grunnriss. Etter dette ble ingen mulig feil i grunnriss flagget.

Grunnlagstesten i høyde viste også tvang i fastmerkene. Først ble MJOS pekt ut og følgelig satt fri. Deretter pekte testen på SKIB som det mest sannsynlige punktet med gal høyde, med en avstand på omtrent 3 cm (figur 7). En lignende avstand ble angitt for punktet BERG. Siden høyden til SKIB er antatt bestemt mer nøyaktig og ble besøkt tre ganger, mot bare én for BERG ble det valgt å sette høyden til BERG fri.

```

Tvungen utjevning: f= 15      Spvv= 341.66566257
Fri utjevning : f= 13      Spvv= 8.10705513

Tabellverdi = 3.81 (Fisher, f1=2, f2=13, alfa=0.0500)
Beregnet verdi = 267.44 ***

Det er tvang i grunnlaget

LOKALISERING AV GRUNNLAGSPUNKT MED GALE KOORDINATER
Punkt          dSpvv      Avst      Toleransegrense
-----
BERG           238.580    0.0364    0.0113
OP28           8.688     0.0060    0.0176
SKIB           248.710*   0.0311    0.0090

Tabellverdi=1.76 (Student-t, f=14, alfa=0.0500)

Galt grunnlagspunkt kan være : SKIB
Punktets endring er signifikant

```

Figur 7: Tvang i høydegrunnlaget for nettet knyttet til Stam- og Landsnettet.

Selv etter dette er det tvang i høydene mellom OP28 og SKIB på ikke mindre enn 2,2 cm. Dersom vi studerer restfeilen i høydeobservasjonene fra OP28 og SKIB (figur 8) finner vi tall som kan minne om avvikene som ble diskutert i delkapittel 3.2.1. Dette tyder på at det kan

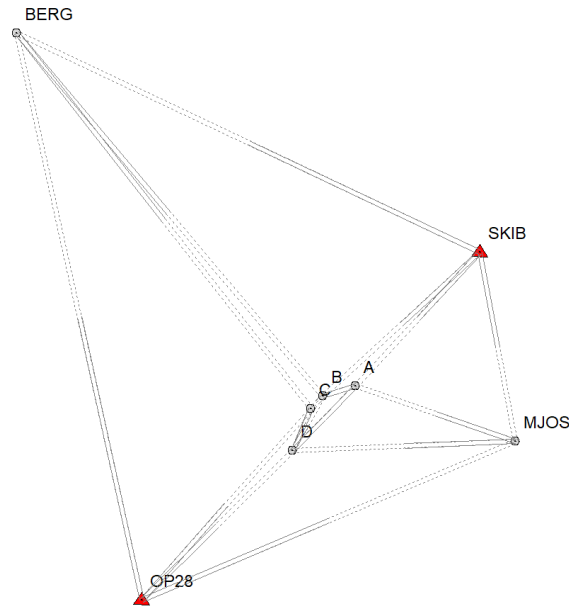


være høydereferansemodellen som er skyldig i tvangen som observeres, og at geoidehøyden til punktene er feil.

Fra	Til	Observasjon	Antatt M	Restfeil		
A	1 B	dH	-3.8157	0.0016	-0.0003	
A	1 D	dH	-0.2895	0.0019	0.0006	
B	1 A	dH	3.8137	0.0016	0.0024	
B	1 C	dH	-0.6758	0.0015	-0.0026	
BERG	1 B	dH	-250.2320	0.0043	-0.0013	
BERG	1 C	dH	-250.9124	0.0043	0.0006	
C	1 D	dH	4.2060	0.0016	-0.0004	
D	1 A	dH	0.2870	0.0019	0.0019	
D	1 B	dH	-3.5306	0.0017	0.0035	
D	1 C	dH	-4.2055	0.0016	-0.0001	
MJOS	1 A	dH	56.5594	0.0024	0.0012	
MJOS	1 D	dH	56.2745	0.0027	-0.0028	
OP28	1 BERG	dH	149.2659	0.0050	0.0118	
OP28	1 C	dH	-101.6426	0.0029	0.0085	
OP28	1 D	dH	-97.4424	0.0026	0.0139	*
OP28	1 MJOS	dH	-153.7152	0.0039	0.0150	*
SKIB	1 A	dH	62.4143	0.0024	-0.0099	*
SKIB	1 B	dH	58.5965	0.0026	-0.0081	*
SKIB	1 BERG	dH	308.8322	0.0046	-0.0105	
SKIB	1 MJOS	dH	5.8511	0.0025	-0.0073	

Figur 8: Høydeutjevning med restfeilen fra fastmerkene merket i gult.

På bakgrunn av dette ble det valgt å gjøre utjevningen i høyde både med NN2000-høyder og «HREF» høyder. Når høydene ble justert ble tvangen redusert til 4,4 mm som er nærmere det man kan forvente med statisk GNSS. Etter dette ble indre og ytre pålitelighet testet, samt endelige koordinater beregnet. Figur 9 viser det endelig utjevnete nettet.



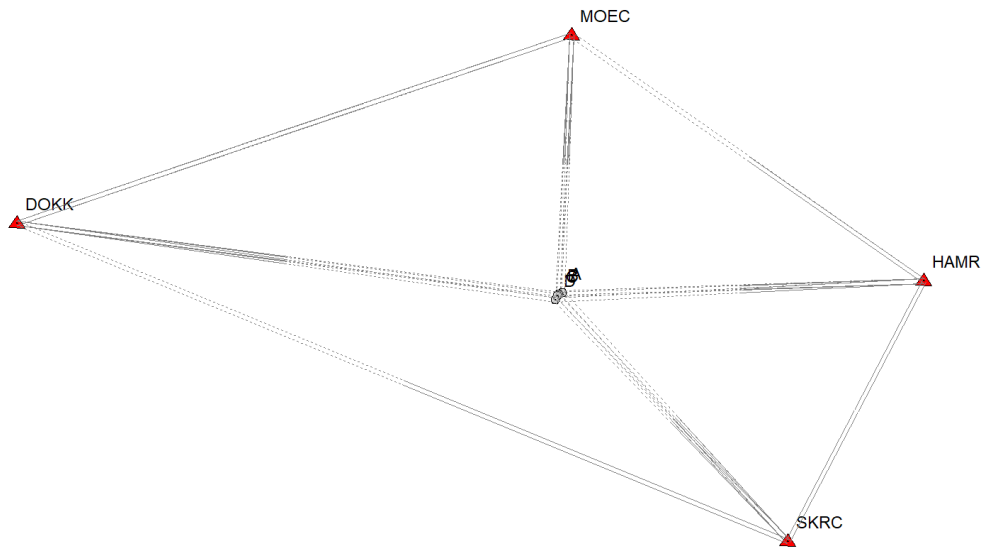
Figur 9: Ferdig utjevnet nett knyttet til Stam- og Landsnettet.

#### 4.4.2 ETPOS

Som tidligere begynte analysen med et søk etter mulige grovfeil. To av observasjonene mellom de nye fastmerkene ble flagget i høyde, den med høyest testverdi av disse ble satt passiv, og observasjonene testet på nytt. De ble ingen av høydemålinger flagget, så derfor ble det gått videre til test i grunnriss.

Her ble én av observasjonene pekt ut og satt passiv. Observasjonene ble så testet på nytt og retningen fra B til A blir markert. Restfeilen er på -0,3 milligon mens estimert grovfeil er 0,4 milligon. Sett i sammenheng med at dette er en vektor på 230 meter blir det valgt å beholde observasjonen. Testverdien var i dette tilfellet 3,70 mot en tabellverdi på 3,59. Største gjenværende restfeil i høyde etter dette var 14,9 mm. Restfeilen tilhører vektoren imellom HAMR og B. I avstand var største restfeil 6,1 mm, for vektorene fra SKRC til både C og D.

Etter dette ble grunnlaget testet i både høyde og grunnriss uten utslag. Til slutt både indre og ytre pålitelighet beregnet, og punktenes endelig koordinater bestemt. Figur 10 viser det endelig utjevnete nettet.



*Figur 10: Ferdig utjevnet nett knyttet til Kartverkets basestasjoner.*

# 5 Resultater

## 5.1 Stam- og Landsnett

De endelige koordinatene og tilhørende standardavvik til punktene knyttet til Stam- og Landsnettet vises i tabell 9.

Tabell 9: Koordinater og standardavvik for de nye punktene knyttet til Stam- og Landsnettet. Alle størrelser er i enheten meter.

Punkt	Nord	Øst	Høyde	Std. avvik N	Std. avvik Ø	Std. avvik H
A	6 740 585,5993	591 686,0794	187,9633	0,0011	0,0013	0,0035
B	6 740 518,2812	591 466,5432	184,1473	0,0011	0,0013	0,0035
C	6 740 432,9128	591 387,5126	183,4689	0,0012	0,0014	0,0037
D	6 740 153,1029	591 263,3065	187,6745	0,0012	0,0013	0,0035

Nettets ytre pålitelighet vises i figur 11, 12 og 13.

```

YTRE PÅLITELIGHET - HØYDEDEFORMASJONER [m]
Forbindelse      Observasjon....[meter/gon]  Indre pål.      Normkrav      YP-dH.def.
-----
A      MJOS
      dH MJOS      1 A      -0.021      0.009      0.009
B      C
      dH B      1 C      0.018      0.007      -0.009 *
BERG   SKIB
      dH SKIB      1 BERG      0.047      0.019      0.012
C      B
      dH B      1 C      0.018      0.007      -0.009 *
D      OP28
      dH OP28      1 D      -0.034      0.010      0.008
MJOS   SKIB
      dH SKIB      1 MJOS      0.030      0.010      0.011 *
OP28   D
      dH OP28      1 D      -0.034      0.010      0.008
SKIB   MJOS
      dH SKIB      1 MJOS      0.030      0.010      0.011 *

Tabellverdi=2.16 (Student-t, f=13, alfa=0.0250)

Normparametre:
Normtype      :      Geodatanormen - Grunnlagsnett
Normklasse    :      1 : Byområde (p= 5.0 ppm k= 5.0 mm)
  
```

Figur 11: Test av høydedeformasjoner i nettet knyttet til Stam- og Landsnettet.

YTRE PÅLITELIGHET - MÅLESTOKKDIFFERANSER [ppm]					
Punkt	Forb1	Forb2		Normkrav	YP-M.diff.
	Observasjon....[meter/gon]		Indre pål.		
BERG	OP28	SKIB		11.00	1.42
	D SKIB	1 BERG	0.0121		
OP28	B	C		12.82	-1.37
	D B	1 C	0.0048		
MJOS	OP28	SKIB		16.12	-4.34
	D SKIB	1 MJOS	-0.0088		
SKIB	OP28	MJOS		14.57	-4.05
	D SKIB	1 MJOS	-0.0088		
A	BERG	MJOS		17.96	3.50
	D MJOS	1 A	0.0070		
B	OP28	C		118.31	20.07
	D B	1 C	0.0048		
D	B	C		42.69	-6.60
	D B	1 C	0.0048		
C	OP28	B		126.30	21.44
	D B	1 C	0.0048		

Tabellverdi=2.05 (Student-t, f=27, alfa=0.0250)

Normparametre:  
 Normtype : Geodatanormen - Grunnlagsnett  
 Normklasse : 1 : Byområde (p= 10.0 ppm k= 10.0 mm)

Figur 12: Test av målestokkdifferanser i nettet knyttet til Stam- og Landsnettet.

YTRE PÅLITELIGHET - VINKELDEFORMASJONER [ppm]					
Punkt	Forb1	Forb2		Normkrav	YP-V.def.
	Observasjon....[meter/gon]		Indre pål.		
BERG	MJOS	SKIB		10.71	0.80
	D SKIB	1 MJOS	-0.0088		
OP28	MJOS	SKIB		11.19	1.89
	D SKIB	1 MJOS	-0.0088		
MJOS	SKIB	A		17.57	-3.23
	D SKIB	1 MJOS	-0.0088		
SKIB	MJOS	A		16.71	2.59
	D MJOS	1 A	0.0070		
A	MJOS	SKIB		18.20	4.41
	D SKIB	1 MJOS	-0.0088		
B	MJOS	SKIB		15.89	3.83
	D SKIB	1 MJOS	-0.0088		
D	MJOS	SKIB		14.03	3.36
	D SKIB	1 MJOS	-0.0088		
C	MJOS	SKIB		15.18	3.68
	D SKIB	1 MJOS	-0.0088		

Tabellverdi=2.05 (Student-t, f=27, alfa=0.0250)

Normparametre:  
 Normtype : Geodatanormen - Grunnlagsnett  
 Normklasse : 1 : Byområde (p= 10.0 ppm k= 10.0 mm)

Figur 13: Test av vinkeldeformasjoner i nettet knyttet til Stam- og Landsnettet.

## 5.1.1 Endrede høyder

Tabell 10 viser resultatet av de endrede høydene i fastmerkene på de nye punktene.

Tabell 10: Høyder og tilhørende standardavvik etter at høydene i Stam- og Landsnettet ble endret. Alle størrelser er i enheten meter.

Punkt	Høyde	Std. avvik H
A	187,9612	0,0012
B	184,1455	0,0012
C	183,4688	0,0013
D	187,6740	0,0012

Figur 14 viser den tilhørende testen av høydedeforrasjonene etter at høydene ble endret.

```

YTRE PÅLITELIGHET - HØYDEDEFORRASJONER [m]
Forbindelse      Observasjon....[meter/gon]  Indre pål.      Normkrav      YP-dH.def.
-----
A      MJOS
      dH MJOS      1 A      -0.009      0.009      0.004
B      C
      dH B      1 C      0.006      0.007      -0.003
BERG   B
      dH BERG     1 B      0.014      0.017      -0.004
C      B
      dH B      1 C      0.006      0.007      -0.003
D      B
      dH D      1 B      -0.007     0.007      -0.002
MJOS   A
      dH MJOS     1 A      -0.009     0.009      0.004
OP28  D
      dH OP28     1 D      -0.011     0.010      0.003
SKIB   MJOS
      dH SKIB     1 MJOS     0.008     0.010      0.003

Tabellverdi=2.16 (Student-t, f=13, alfa=0.0250)

Normparametre:
Normtype      :      Geodatanormen - Grunnlagsnett
Normklasse    :      1 : Byområde (p= 5.0 ppm k= 5.0 mm)

```

Figur 14: Test av høydedeforrasjoner etter at høydene ble endret.

## 5.2 ETPOS

De endelige koordinatene og tilhørende standardavvik til punktene knyttet til Kartverkets basestasjoner vises i tabell 11.

Tabell 11: Koordinater og standardavvik for de nye punktene knyttet til Kartverkets basestasjoner.. Alle størrelser er i enheten meter.

Punkt	Nord	Øst	Høyde	Std. avvik N	Std. avvik Ø	Std. avvik H
A	6 740 585,5932	591 686,0809	187,9627	0,0024	0,0027	0,0024
B	6 740 518,2763	591 466,5455	184,1476	0,0024	0,0027	0,0024
C	6 740 432,9088	591 387,5141	183,4676	0,0024	0,0027	0,0024
D	6 740 153,0953	591 263,3091	187,6751	0,0024	0,0027	0,0024

Nettets ytre pålitelighet vises i figur 15, 16 og 17.

YTRE PÅLITELIGHET - HØYDEDEFORMASJONER [m]				Normkrav	YP-dH.def.
Forbindelse	Observasjon....[meter/gon]	Indre pål.			
A	C			0.007	-0.002
	dH B	1 C	0.004		
B	C			0.007	-0.002
	dH B	1 C	0.004		
C	B			0.007	-0.002
	dH B	1 C	0.004		
D	C			0.007	0.002
	dH D	1 C	-0.004		
DOKK	C			0.166	-0.003
	dH MOEC	1 C	0.023		
HAMR	C			0.112	-0.003
	dH MOEC	1 C	0.023		
MOEC	C			0.080	-0.003
	dH MOEC	1 C	0.023		
SKRC	C			0.103	-0.003
	dH MOEC	1 C	0.023		

Tabellverdi=2.09 (Student-t, f=19, alfa=0.0250)

Normparametre:  
 Normtype : Geodatanormen - Grunnlagsnett  
 Normklasse : 1 : Byområde (p= 5.0 ppm k= 5.0 mm)

Figur 15: Test av høydedeformasjoner i nettet knyttet til Kartverkets basestasjoner.

YTRE PÅLITELIGHET - MÅLESTOKKDIFFERANSER [ppm]					
Punkt	Forb1	Forb2		Normkrav	YP-M.diff.
	Observasjon....[meter/gon]		Indre pål.		
SKRC	DOKK	D		10.02	0.20
	D SKRC	1 D	0.0277		
HAMR	MOEC	A		10.02	-0.17
	D HAMR	1 A	-0.0234		
MOEC	SKRC	B		10.03	0.31
	D MOEC	1 B	0.0190		
DOKK	SKRC	A		10.01	0.11
	D HAMR	1 A	-0.0234		
A	DOKK	C		43.17	-4.36
	D B	1 C	-0.0028		
B	D	C		109.67	-13.97
	D B	1 C	-0.0028		
D	B	C		42.69	5.18
	D B	1 C	-0.0028		
C	B	D		149.42	19.14
	D B	1 C	-0.0028		

Tabellverdi=2.02 (Student-t, f=39, alfa=0.0250)

Figur 16: Test av målestokkdifferanser i nettet knyttet til Kartverkets basestasjoner.

YTRE PÅLITELIGHET - VINKELDEFORMASJONER [ppm]					
Punkt	Forb1	Forb2		Normkrav	YP-V.def.
	Observasjon....[meter/gon]		Indre pål.		
SKRC	DOKK	D		10.02	-0.21
	D MOEC	1 B	0.0190		
HAMR	MOEC	A		10.02	-0.21
	D MOEC	1 B	0.0190		
MOEC	SKRC	A		10.03	-0.23
	D HAMR	1 A	-0.0234		
DOKK	SKRC	D		10.01	0.15
	D MOEC	1 B	0.0190		
A	DOKK	C		43.17	4.69
	R B	1 C	0.00138		
B	SKRC	C		121.95	16.36
	R B	1 C	0.00138		
D	B	C		42.69	-5.10
	R B	1 C	0.00138		
C	DOKK	B		122.10	16.38
	R B	1 C	0.00138		

Tabellverdi=2.02 (Student-t, f=39, alfa=0.0250)

Normparametre:  
 Normtype : Geodatanormen - Grunnlagsnett  
 Normklasse : 1 : Byområde (p= 10.0 ppm k= 10.0 mm)

Figur 17: Test av vinkeldeforrasjoner i nettet knyttet til Kartverkets basestasjoner.

## 5.3 Sammenlikning av koordinater

Posisjonene bestemt med bruk av Stam- og Landsnettet er satt som «fasit», og tabellene nedenfor viser differansen mellom disse og koordinatene bestemt med bruk av Kartverkets



basestasjoner. Avstand og retning er beregnet ut ifra avvikene i nord og øst for hvert enkelt punkt (tabell 12).

Tabell 12: Oversikt over avvikene mellom punktene i de ulike nettene. Enheten for retningen er gon, mens resten er i meter.

Punkt	$\Delta$ Nord	$\Delta$ Øst	$\Delta$ Høyde	Avstand	Retning
A	-0,0061	0,0015	-0,0006	0,006	184,650
B	-0,0049	0,0023	0,0003	0,005	172,061
C	-0,0040	0,0015	-0,0013	0,004	177,160
D	-0,0076	0,0026	0,0006	0,008	179,015

### 5.3.1 Stam- og Landsnett med endrede høyder

Tabell 13 viser forskjellen i beregnet høyde i Stam- og Landsnettet basert på NN2000-høyder og ellipsoidiske høyder.

Tabell 13: Høydeforskjellene mellom punktene i Stam- og Landsnettet avhengig av om NN2000-høyder eller ellipsoidiske høyder legges til grunn for beregningen.

Punkt	$\Delta$ Høyde
A	-0,0021
B	-0,0018
C	-0,0001
D	-0,0005

Høydeavvikene mellom punktene i nettet knyttet til Kartverkets basestasjoner og Stam- og Landsnettet når ellipsoidiske høyder korrigert med HREF2018B har blitt benyttet vises i tabell 14.

Tabell 14: Høydeforskjellene mellom punktene knyttet til Kartverkets basestasjoner mot punktene knyttet til Stam- og Landsnettet når ellipsoidiske høyder legges til grunn for beregningen..

Punkt	$\Delta$ Høyde
A	0,0015
B	0,0021
C	-0,0012
D	0,0011

## 6 Diskusjon og analyse

### 6.1 Design av nett og måleopplegg

Som nevnt i delkapittelet om design av nett gjør de store forskjellene i avstander i nettet som er koblet til basestasjonene det mindre åpenbart hvordan nettet bør designes. Dersom bruk av disse som referansepunkt skal ta over for, eller sidestilles med bruk av Stam- og Landsnettpunkter burde retningslinjer knyttet til dette utarbeides.

En ytterlig utfordring med bruk av Kartverkets basestasjoner som referansepunkt er det store antallet permutasjoner av vektorer som er mulig å beregne når antallet antenner i hver målesesjon etter hvert blir stort. Tar man i tillegg med muligheten for at man i teorien kunne prøvd kombinasjoner med andre basestasjoner enn de man velger i utgangspunktet blir den potensielle datamengden etter hvert vanskelig å holde oversikt over. For denne oppgaven ble det derfor valgt å unngå å utforske disse alternativene.

### 6.2 Toleransekrav og ytre pålitelighet

Nettet koblet til Stam- og Landsnettet er innenfor kravet i grunnriss, men for høydene er bildet litt mer uklart. Dersom de offisielle høydene, altså NN2000-høydene legges til grunn, tilfredsstillende ikke nettet kravene til områdetypen byområde i høyde. Hvordan dette burde løses i praksis når det andre settet med høyder, det vil si de ellipsoidiske stemmer bedre, er ikke så godt å si. Så lenge man er avhengig av høydereferansemodell som i de punktene avviker med til sammen 1,8 mm.

I likhet med funnene til både Fladby (2016) og Larsen (2020), tilfredsstilte også grunnlagsnettet som brukte basestasjonene som referansepunkt denne gang, toleransekravene det ble testet opp mot. Dette peker i retning av at nøyaktigheten som oppnås ved bruk av ETPOS-tjenesten er god nok for dette formålet. I hvert fall for Gjøvik-området.

## 6.3 Sammenlikning av koordinater

Tabell 15 viser punktenes avstand og retning fra i grunnriss fra punktene knyttet til Stam- og Landsnettet, og punktets kvalitet i grunnriss. Kvaliteten på posisjonsbestemmelsen er beregnet på samme måte som for punktene i Stam- og Landsnettet, og tilsvarer med andre ord to ganger standardavviket.

Basert på dette ser vi at avvikene ligner hverandre i både størrelse og retning. Dette kan indikere at det er et systematisk avvik imellom nettene. Det er dog ikke noe grunn til å si at dette gjelder Stam- og Landsnettet og nettet av basestasjoner generelt, da kun to av fastmerkene i Stam- og Landsnettet ble holdt fast i grunnriss.

Det større spørsmålet er om man kan si at resultatene er tilsvarende hverandre eller ei. Sammenlikner vi avstanden med kvaliteten til posisjonsbestemmelsen, ser vi at den for alle punkt med unntak av D, er mindre. Tar vi samtidig hensyn til kvaliteten på fastmerkene, som var henholdsvis 6 og 7 mm i grunnriss, er en mulig konklusjon at basert på disse målingene er resultatene tilsvarende. Det er nok lettere å svare klart på det motsatte spørsmålet: om de ikke er tilsvarende? Med dette datasettet som bakgrunn gir det ikke mening å si at de ikke er tilsvarende, da avviket blir spist om av både målingenes usikkerhet og fastmerkernes nøyaktighet.

Tabell 15: Avstand og retning i grunnriss mellom punktene som sammenliknes samt kvaliteten på posisjonsbestemmelsen.

Punkt	Avstand	Kvalitet GR	Retning
A	0,006	0,007	184,650
B	0,005	0,007	172,061
C	0,004	0,007	177,160
D	0,008	0,007	179,015

Når det gjelder forskjellen i høydene er det noe overraskende at avvikene er såpass mye mindre enn avvikene i grunnriss. Det største avviket i høyde er mindre enn det minste avviket i grunnriss. En mulig årsak til dette er at punktene OP28 og SKIB er bedre bestemt i høyde enn grunnriss. Det er selvfølgelig også mulig at dette er et resultat av rene tilfeldigheter. Uansett er alle avvikene mindre enn ett standardavvik på 2,4 mm (tabell 16).

Tabell 16: Avvik i høyde og standardavviket til bestemmelsen av punktenes høyde.

Punkt	$\Delta$ Høyde	Std. avvik H
A	-0,0006	0,0024
B	0,0003	0,0024
C	-0,0013	0,0024
D	0,0006	0,0024

Ser vi på høydeforskjellene mot «HREF»-høydene endrer bildet seg noe, men fortsatt er avvikene små (tabell 17). Følgelig virker det klart at for dette tilfellet, er høydene bestemt med to ulike typer referansepunkt tilsvarende hverandre. Det er i hvert fall ikke mulig å si at de ikke er det, på bakgrunn av disse målingene.

Tabell 17: Avvik i høyde når ellipsoidiske høyder har blitt lagt til grunn sammen med standardavviket til punktenes høyde.

Punkt	$\Delta$ Høyde	Std. avvik H
A	0,0015	0,0024
B	0,0021	0,0024
C	-0,0012	0,0024
D	0,0011	0,0024

## 6.4 Fordeler og ulemper ulike referansepunkt

Uavhengig av om Stam- og Landsnett og Kartverkets basestasjoner gir tilsvarende resultater eller ikke, er det vesentlig å se på noen fordeler og ulemper for begge. Når man benytter seg av data fra ETPOS-tjenesten mister man noe av kontrollen og innsikten knyttet til målingene man ellers ville hatt. I de tilfeller resultatene ikke skulle være som ønsket, kan det bli vanskeligere å nøste opp i årsaken. Dersom grunnlagstesten feiler, kan det for eksempel være krevende å vite hva som har sviktet hvor. Samtidig åpner tjenesten for å bytte referansepunktet med et annet, noe som vil kunne være et pluss. Når det sagt er det ikke gitt at et annet punkt finnes i en hensiktsmessig avstand og retning fra prosjektområdet.

En annen fordel med ETPOS-tjenesten kontra Stam- og Landsnettet er tilgjengeligheten til punktene. Dataene fra basestasjonene publiseres kontinuerlig og er tilgjengelig fra praktisk talt hvor som helst. Punktene i Stam- og Landsnettet er i stor grad plassert i og nært til bakken. I Norge betyr dette at fastmerkene er dekket av snø, i store deler av landet om

vinteren. Det er selvfølgelig mulig å lete de frem og grave de opp, men sammenliknet med ETPOS-tjenesten er dette ganske så arbeidskrevende. Videre kan det rent fysisk være vanskelig å få tilgang til enkelte Stam- og Landsnettpunkt. Det vil i hvert fall kreve mer kjøring av landmåleren(e).

Som pekt på i delkapittelet om design av grunnlagsnettene er avstander noe av aberet med bruk av data fra Kartverkets basestasjoner. Man trenger riktignok ikke å kjøre disse avstandene, men hvordan nettet burde designes er mindre åpenbart når vinklene mellom nye fastmerker fra referansepunktene blir så små. Samtidig er det en fordel at antallet målesesjoner potensielt kan reduseres, dette siden antallet antenner man har teoretisk har tilgjengelig øker.

Tettheten av Stam- og landsnettpunkter er betydelig høyere enn for basestasjonene. Dette gjør det muligens lettere å finne punkter som er i nærheten av prosjektområdet, og på hensiktsmessige plasser med tanke på geometrien i nettet. Og nettopp her ligger en av de absolutte styrkene til Stam- og landsnettet; bruk av det tilfredsstillende gjeldene standarder for bygg- og anleggsnett.

Knyttet opp mot bærekraft og FNs bærekraftsmål er det i hovedsak det faktum at man kan få utrettet tilsvarende arbeid, med færre ressurser som er mest relevant. Bruk av ETPOS-tjenesten reduserer behovet for reising og mengden utstyr man frakter med seg. Det er også et positivt element at man får utnyttet ressurser som uansett vil være i bruk, nemlig basestasjonene. I sum betyr dette at bærekraftsmål 12 «Ansvarlig forbruk og produksjon» er det mest relevante. Ifølge FN-sambandet (2023) handler dette om «å gjøre mer med mindre ressursar».

# 7 Konklusjon

På bakgrunn av målingene som er gjort i denne oppgaven så kan man si at resultatene med bruk av ulike typer referansepunkt blir tilsvarende. I hovedsak handler det om at usikkerheten i posisjonene er større enn avviket dem imellom. Spesielt høydene stemmer godt overens hvor det største avviket er på 1,3 mm. Et åpenbart forbehold som må tas knyttet til denne konklusjonen er at den er basert på én undersøkelse i ett bestemt område.

Samtidig er det blitt undersøkt om bruk av Kartverkets basestasjoner for etablering av grunnlagsnett gir resultater som tilfredsstillende toleransekravene tilhørende områdetypen byområde. Varianter av dette har blitt undersøkt i tidligere bacheloroppgaver, og det positive resultatet i denne støtter disse.

## 7.1 Forslag til videre undersøkelser

En mulig variant som kunne være interessant å undersøke i forbindelse med dette temaet er grunnlagsnett knyttet til både Stam- og Landsnettet og Kartverkets basestasjoner. Det samme gjelder tilsvarende undersøkelse som i denne oppgaven i et annet område, med andre referansepunkt. En ytterligere mulighet vil være å gjøre målinger imellom fastmerkene med totalstasjon i tillegg til med statisk GNSS.

# Litteraturliste

Fladby, E. H. (2016) *Etablering av fastmerker med statistiske målinger til Kartverkets permanente geodetiske basestasjoner*. Tilgjengelig fra: <https://vegvesen.brage.unit.no/vegvesen-xmlui/handle/11250/2451083> (Hentet: 07. april 2023).

FN-sambandet (2023) *Ansvarlig forbruk og produksjon*. Tilgjengelig fra: <https://www.fn.no/om-fn/fns-baerekraftsmaal/ansvarlig-forbruk-og-produksjon> (Hentet: 10. mai 2023).

Grønmo, S. (u.å.) *kvantitativ metode*. Tilgjengelig fra: [https://snl.no/kvantitativ\\_metode](https://snl.no/kvantitativ_metode): (Hentet: 12. april 2023).

Kartverket (2021) *Last ned høydereferansemodell*. Tilgjengelig fra: <https://www.kartverket.no/til-lands/posisjon/href-hoydereferansemodell> (Hentet: 01. april 2023).

Kartverket (2022) *Få veiledning om ETPOS*. Tilgjengelig fra: <https://www.kartverket.no/til-lands/posisjon/hva-er-etpos> (Hentet: 05. april 2023).

Larsen, Ø. (2020) *Vektoranalyse med data målt med ETPOS, en tjeneste av Kartverket*. Tilgjengelig fra: <https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/handle/11250/2782248> (Hentet: 07. april 2023).

Leica Geosystems AG (2021) *Leica GS18 T Data sheet*. Tilgjengelig fra: [https://leica-geosystems.com/-/media/files/leicageosystems/products/datasheets/leica\\_gs18\\_t\\_ds.ashx?](https://leica-geosystems.com/-/media/files/leicageosystems/products/datasheets/leica_gs18_t_ds.ashx?) (Hentet: 14. april 2023).

Standard Norge (2015) *NS 3580:2015 Bygg- og anleggnett - Ansvarsfordeling, kvalitetskrav og metoder*. Tilgjengelig fra: <https://standard.no/no/Nettbutikk/produktkatalogen/Produktpresentasjon/?ProductID=759200> (Hentet: 08. februar 2023).

Statens kartverk (2009a) *Grunnlagsnett*. Tilgjengelig fra: <https://kartverket.no/globalassets/geodataarbeid/standardisering/standarder/standarder-geografisk-informasjon/grunnlagsnett-1.1-standarder-geografisk-informasjon.pdf> (Hentet: 08. februar 2023).

Statens kartverk (2009b) *Satellittbasert posisjonsbestemmelse*. Tilgjengelig fra: <https://www.kartverket.no/globalassets/geodataarbeid/standardisering/standarder/standarder->

[geografisk-informasjon/satellittbasert-posisjonsbestemmelse-2.1-standarder-geografisk-informasjon.pdf](#) (Hentet: 08. februar 2023).

Van Sickle, J. (2015) *GPS for land surveyors*. 4. utg. New York: Taylor & Francis.



# Vedlegg

- ETPOS\_observasjoner.xlsx
- Stam-Landsnett\_observasjoner.xlsx
- seSolstorm
  - ROTIGroundTimeSeries\_2023-04-12.png
  - ROTIGroundTimeSeries\_2023-04-13.png
  - ROTIGroundTimeSeries\_2023-04-16.png
  - ROTIGroundTimeSeries\_2023-04-17.png
  - ROTIGroundTimeSeries\_2023-04-20.png
  - ROTIGroundTimeSeries\_2023-04-20.png
- DOK-filer
  - ETPOS
    - GEOIDEHØYDER.DOK
    - GRUNNLAG\_GR.DOK
    - GRUNNLAG\_HØYDE.DOK
    - IP\_GR.DOK
    - IP\_HØYDE.DOK
    - KONVERTERING\_VEKTORER.DOK
    - OBS\_TEST\_GR\_1.DOK
    - OBS\_TEST\_GR\_2.DOK

- OBS\_TEST\_HØYDE\_1.DOK
- OBS\_TEST\_HØYDE\_2.DOK
- UTJEVNING\_GR.DOK
- UTJEVNING\_HØYDE.DOK
- YP\_GR.DOK
- YP\_HØYDE.DOK
- S-L-NETT
  - GEOIDEHØYDER.DOK
  - GRUNNLAG\_ENDRET\_HØYDE.DOK
  - GRUNNLAG\_GR\_1.DOK
  - GRUNNLAG\_GR\_2.DOK
  - GRUNNLAG\_GR\_3.DOK
  - GRUNNLAG\_HØYDE\_1.DOK
  - GRUNNLAG\_HØYDE\_2.DOK
  - GRUNNLAG\_HØYDE\_3.DOK
  - IP\_GR.DOK
  - IP\_HØYDE.DOK
  - KONVERTERING\_VEKTOR.DOK
  - OBS\_TEST\_GR.DOK
  - OBS\_TEST\_HØYDE.DOK
  - UTJEVNING\_ENDRET\_HØYDE.DOK

- UTJEVNING\_GR.DOK
- UTJEVNING\_HØYDE.DOK
- YP\_ENDRET\_HØYDE.DOK
- YP\_GR.DOK
- YP\_HØYDE.DOK

