

Strengthened Benders cuts for treatment of state-dependent discharge in ProdRisk

FORFATTER	Arild Helseth, Siri Mathisen
PROSJEKT I HYDROCEN	WP 3 - 3.4
DATO	09.12.2021
SAMARBEIDSPARTNERE	Vattenfall, Statkraft, NVE

1. Scope and objectives

This research activity deals with the treatment of state-dependent maximum discharge constraints within hydropower scheduling algorithms and models. In particular we study how such constraints can be embedded within the stochastic dual dynamic programming (SDDP) algorithm, as implemented in the ProdRisk computer model.

ProdRisk is a computer tool widely used in the Nordic power market for medium-term hydropower scheduling. State-dependent maximum discharge constraints are present in many hydropower concessions across the country. Consequently, an improved description of this type of constraint is of importance for the assessment and operation of hydropower resources in Norway.

State-dependent maximum discharge involves a nonconvexity that is not easily treated within the SDDP algorithm. In our search for an accurate and computationally efficient technique to approximate this nonconvexity within SDDP, we tested the so-called strengthened Benders cuts, motivated by the promising results reported in [1]. Tests were conducted in prototype computer code in Julia/JuMP [2] and in a separate ProdRisk prototype. We briefly report experiences from these tests here.

2. Methods and findings

In our initial tests reported in [2] we found that strengthened Benders cuts provided more accurate results than the use of traditional Benders cuts within SDDP for a case study of the Bergsdalen watercourse. The computer model applied in that case was based on the Stochastic Dual Dynamic integer Programming (SDDiP) formulation according to [1] and a set of simplifications as detailed in [2]. This finding motivated further effort through establishing a ProdRisk prototype.

The implementation of strengthened Benders cuts in the ProdRisk prototype followed a different approach. All state variables were kept continuous, in difference to the SDDiP algorithm which requires binary state variables. Moreover, the prototype involved more details than the model tested in [2].

Our initial experiments with the ProdRisk prototype did not succeed, due to lack of convergence and excessive computation time. At the same time, we found more promising results from a parallel activity on approximating the same type of constraints by linearization. The research focus thus shifted to the linearization activity, and we did not find room within the project budget and/or human resources to further follow up on the strengthened Benders cuts prototype as well.

3. Discussion and conclusion

The results were discouraging since we did not achieve proper convergence and thus could not obtain reliable results from the prototype. Besides, the use of strengthened Benders cuts significantly increases computation time since MIP problems need to be solved.

In parallel with this work, we conducted research on linearizing the state-dependent maximum discharge constraint within SDDP, as documented in [3]. Linearized constraint representation in combination with an artificial lower reservoir boundary appears as the most promising approach for treating this type of constraint within SDDP.

This work should be seen in connection with the ongoing PhD work within WP 3.4 [4], where a different algorithm (stochastic dynamic programming) is applied for solving the scheduling problem with a similar type of constraints. In fact, the work in [4] may serve as a benchmark to the SDDP improvements.

4. References

- [1] M. N. Hjelmeland, J. Zou, A. Helseth and S. Ahmed, "Nonconvex Medium-Term Hydropower Scheduling by Stochastic Dual Dynamic Integer Programming", *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 10, no. 1, pp 481-490, 2018.
- [2] A. Helseth, B. Mo, H. O. Hågenvik, "Nonconvex Environmental Constraints in Hydropower Scheduling", In Proc. International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Liege, Belgium, 2020.
- [3] A. Helseth, B. Mo, H. O. Hågenvik and L. E. Schäffer, "Hydropower Scheduling with State-dependent Discharge 1 Constraints – an SDDP approach", submitted to *Journal of Water Resources Planning and Management*, autumn 2021.
- [4] L. E. Schäffer, A. Helseth and M. Korpås, "A Stochastic Dynamic Programming Model for Hydropower Scheduling with State-dependent Maximum Discharge Constraints", available at <https://www.techrxiv.org/>

Norwegian version

5. Innledning

Denne aktiviteten berører behandling av tilstandsavhengig maksimum driftsvannføring i produksjonsplanleggingsalgoritmer og -modeller. Vi har studert hvordan denne typen restriksjon kan innlemmes i algoritmen stokastisk dual dynamisk programmering (SDDP) som bl.a. programmet ProdRisk er basert på. ProdRisk er et program for driftsplanlegging/vannverdberegning som forvaltes av SINTEF Energi. Tilstandsavhengig maksimum driftsvannføring er en viktig del av mange konsesjoner for vannkraftanlegg i Norge. Følgelig vil en forbedret beskrivelse av slike restriksjoner i ProdRisk ha potensiale for bedre ressursutnyttelse av vannkraften i Norge.

Funksjonell beskrivelse av tilstandsavhengig maksimum driftsvannføring medfører en ikke-konveksitet som ikke lar seg enkelt håndtere i SDDP algoritmen. I WP3.4 har vi undersøkt forskjellige metodiske spor for å best mulig ta hensyn til denne restriksjonstypen i SDDP. Ett av sporene beskrives her, nemlig bruk av såkalte styrkede Benders kutt, motivert av resultatene dokumentert i [1]. Testene ble utført med bruk av programkode utviklet i Julia/JuMP [2] og i en egenutviklet prototype av programmet ProdRisk. I det følgende gis en kort oppsummering av erfaringene fra dette arbeidet.

6. Metode og resultater

I våre innledende tester dokumentert i [2] fant vi at bruk av styrkede Benders kutt gav bedre resultater enn bruk av standard Benders kutt for en studie av vannkraftsystemet i Bergsdalen. Programkoden brukt i [2] var basert på stokastisk dual dynamisk heltalls programmering (SDDiP) i henhold til [1] og en rekke av forenklinger definert i [2]. De positive funnene motiverte arbeidet med å utvikle en egen ProdRisk-prototype for videre studier.

Implementasjonen av styrkede Benders kutt i ProdRisk fulgte en noe forskjellig tilnærming, hvor f.eks. alle tilstandsvariable ble formulert som kontinuerlige variable, i motsetning til SDDiP som krever at alle tilstandsvariable representeres som binære tall. ProdRisk-prototypen hadde også en høyere detaljeringsgrad enn modellen i [2].

Våre innledende eksperimenter med ProdRisk-prototypen gav ikke tilfredsstillende fremdrift. Prototypen hadde svært lang beregningstid og modellens konvergenssegenskaper var ikke akseptable. Samtidig fikk vi bedre resultater fra en parallell aktivitet hvor same type restriksjon ble linearisert. Av den grunn ble ikke videre arbeid med prototypen prioritert innenfor prosjektets rammer.

7. Diskusjon og konklusjon

Resultatene fra aktiviteten var ikke tilfredsstillende, da vi ikke fikk ordentlig grep med konvergenssegenskapene til prototypen. Vi erfarte at beregningen av styrkede Benders kutt medførte betydelig økning i regnetid da mange av problemene som formuleres må løses som blandede heltallsproblemer (MIP).

I parallell til dette arbeidet studerte vi også linearisering av restriksjonen tilstandsavhengig maksimum driftsvannføring, som dokumentert i [3]. Vi fant at linearisering i kombinasjon med en kunstig nedre magasingrense gir en god og regneteknisk effektiv tilnærming til problemet. Derfor velger vi å gå videre med testingen av en ProdRisk prototype som baserer seg på linearisering.

Dette arbeidet kan sees i sammenheng med PhD-arbeidet som utføres ved innen WP3.4 [4]. I PhD-arbeidet benyttes en annen algoritme (stokastisk dynamisk programmering) på driftsplanleggingsproblemet med lignende type restriksjoner. Potensielt kan arbeidet i [4] fungere som et sammenligningsgrunnlag for arbeidet med SDDP/ProdRisk.

8. Referanser

- [1] M. N. Hjelmeland, J. Zou, A. Helseth and S. Ahmed, "Nonconvex Medium-Term Hydropower Scheduling by Stochastic Dual Dynamic Integer Programming", IEEE Transactions on Sustainable Energy, vol. 10, no. 1, pp 481-490, 2018.
- [2] A. Helseth, B. Mo, H. O. Hågenvik, "Nonconvex Environmental Constraints in Hydropower Scheduling", In Proc. International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Liege, Belgium, 2020.
- [3] A. Helseth, B. Mo, H. O. Hågenvik and L. E. Schäffer, "Hydropower Scheduling with State-dependent Discharge 1 Constraints – an SDDP approach", submitted to Journal of Water Resources Planning and Management, autumn 2021.
- [4] L. E. Schäffer, A. Helseth and M. Korpås, " A Stochastic Dynamic Programming Model for Hydropower Scheduling with State-dependent Maximum Discharge Constraints", available at <https://www.techrxiv.org/>

