Nordisk tidsskrift for utdanning og praksis
Nordic Journal of Education and Practice

Forskningsartikler
FAGFELLEVURDERT

Vol. 16, No. 2, 2022, s. 61–82

Kommunikasjonsmønster under arbeid med matematisk resonnering

Elisabeth Larsdatter Bakke Skott og Anita Valenta

SAMMENDRAG

Hensikten med denne studien er å bidra med mer kunnskap om kommunikasjon mellom lærer og elever under arbeid med matematikkoppgaver som innebærer matematisk resonnering. Datamaterialet er videoopptak av matematikkundervisning i to klasserom på mellomtrinnet. Vi startet analysen med å identifisere episoder der det foregikk resonneringsprosesser. Videre analyserte vi enkeltutsagn i episodene, før vi satte utsagnene sammen til kommunikasjonsmønster. Studien viser at kommunikasjonen mellom lærer og elev følger fire mønstre avhengig av om eleven har kommet fram til riktig svar, feil svar, ikke hadde kommet fram til noe svar, eller har et uferdig svar. Det viser seg at det bare er i de tilfellene hvor eleven har kommet fram til riktig svar, at læreren forsøker å utvide elevens resonnering. I studien identifiserte vi også noen lærergrep som så ut til å kunne stoppe elevens videre resonnering.

Nøkkelord: *kommunikasjonsmønster; matematisk resonnering; lærerens grep*

Elisabeth Larsdatter Bakke Skott, Røros kommune, Norge, e-post: elisabeth.bakke@roros.kommune.no

Anita Valenta, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, NTNU, Norge, e-post: anita.valenta@ntnu.no

ABSTRACT

Communication patterns in work on mathematical reasoning

The purpose of this study is to contribute to more knowledge about communication between teacher and students during work on mathematics tasks that involve mathematical reasoning. The data material is video recordings of mathematics teaching in two classrooms in middle school. We started the analysis by identifying episodes that included reasoning processes. Further on, we analyzed the episodes utterance by utterance, before identifying some communication patterns. The study shows that the communication between teacher and student follows four patterns depending on whether the student suggest the correct answer, the wrong answer, no answer, or an unfinished answer. The study shows that it

Skott, E. L. B. & Valenta, A. (2022). Kommunikasjonsmønster under arbeid med matematisk resonnering. *Nordisk tidsskrift for utdanning og praksis*, *16*[2], 61–82. https://doi.org/10.23865/up.v16.3518

is only in cases where the student suggests the correct answer that the teacher tries to expand the student's reasoning. We have also identified some teaching practices that seem to stop the student's further reasoning.

Keywords: *communication pattern; mathematical reasoning; teaching practices*

Kommunikasjon mellom lærer og elever er av stor betydning for elevers muligheter for å lære matematikk. Dette gjelder uavhengig av hvilket læringsperspektiv man tar (f.eks. Sfard, 2006). Ser man på læring som tilegnelse, er kommunikasjon viktig for at elever skal konstruere sin forståelse. Betrakter man læring som deltakelse, som er det perspektivet vi tar her, lærer elever matematikk gjennom å delta i et matematikkfellesskap. Måten man kommuniserer matematikk på, hva som er interessant å undersøke og hvordan man går fram, er viktige kjennetegn på fellesskapet i en matematikklasse og blir gradvis internalisert av elevene. Kommunikasjon er derfor et sentralt tema innen matematikkdidaktisk forskning.

En studie som har hatt stor betydning i forskning på kommunikasjon, er studien til Cazden (1988). Hun beskriver IRE-mønsteret, et typisk kommunikasjonsmønster i matematikk. Mønsteret kjennetegnes av at lærer initierer (I) med et spørsmål, eleven responderer (R) og lærer evaluerer (E). For å øke elevers muligheter for å lære matematikk, er det nødvendig at de deltar aktivt mer enn i IRE-mønsteret. Elever må utfordres til å skape mening, presentere sin tenking og vurdere egne og andres svar (Franke et al., 2009; Yackel & Cobb, 1996). Flere studier har sett på hva flinke lærere gjør i klassesamtaler for å identifisere grep som støtter elevers læring (f.eks. Cengiz et al., 2011; Fraivillig et al., 1999). I norsk kontekst gir studiene til Drageset (2014, 2015) viktig innsikt i kommunikasjon som foregår i matematikklasserom. Drageset identifiserer ulike typer lærerinnspill (2014) og peker på noen typiske mønster i lærer–elev-vekslinger (2015) i matematiske samtaler. Mens Drageset (2014, 2015) ser på kommunikasjon i matematikk generelt, er vi i denne studien interessert i kommunikasjon som er spesielt relatert til matematisk resonnering.

Matematisk resonnering og argumentasjon er i dag fremhevet som en sentral del av matematikkfaget i læreplaner i flere land (se Jeannotte & Kieran, 2017). I den norske læreplanen LK20 er resonnering og argumentasjon satt opp som et av kjerneelementene i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2020). Det innebærer at resonnering og argumentasjon skal inngå i arbeidet på alle trinn og i alle matematiske emner. Matematisk resonnering kan støtte elevers meningsskaping i matematikk og legge til rette for utvikling av dyp forståelse for begreper og sammenhenger (Kilpatrick et al., 2001; Stylianides & Ball, 2008). Samtidig viser studier at matematisk resonnering er utfordrende både for elever og lærere (Stylianides et al., 2017). En av grunnene til at det er utfordrende for lærere er at de ofte har lite erfaring med matematisk resonnering fra egen skolegang (Maher et al., 2014). Myhill og Dunkin (2005) peker på at lærere stiller få spørsmål som inviterer elevene til å utforme hypoteser og argumentere for dem. Ellis et al. (2019) har studert klasserom der lærere underviser *inquiry-based*, og de har identifisert kommunikasjonsgrep lærere brukte for å støtte elevers matematiske resonnering.

I vår studie undersøker vi kommunikasjonsmønster som oppstår i arbeid med oppgaver som kan innebære matematisk resonnering, innen rammene av vanlig undervisning i noen norske klasserom. Med vanlig undervisning mener vi undervisning som ikke er spesielt designet for noe forskningsformål. Resonnering og argumentasjon bør være integrert i all matematikkundervisning som diskutert ovenfor, og denne studien kan bidra til mer kunnskap om muligheter som finnes innen undervisning som ikke er designet spesielt for å fremme disse aspektene av matematikk. Forskningsspørsmålet vårt er: *Hvilke kommunikasjonsmønstre oppstår i samtalene mellom lærer og elev under arbeid med matematikkoppgaver som innebærer matematisk resonnering?* For å svare på forskningsspørsmålet analyserte vi data ved bruk av to rammeverk som begge bygger på grundig gjennomgang av litteratur: Jeannotte og Kierans (2017) rammeverk som beskriver matematisk resonnering og Ellis et al.s (2019) rammeverk om lærergrep som kan støtte matematisk resonnering. Deretter så vi funnene i sammenheng for å identifisere kommunikasjonsmønstre som oppstår.

Teori

Som Sfard (2007, 2008), betrakter vi matematikk som en spesiell type diskurs og matematikklæring som endring i et individs deltagelse i diskursen. En av praksisene som kjennetegner en matematisk diskurs er at det konstrueres matematiske *narrativer.* Med matematiske narrativer mener vi utsagn som beskriver egenskaper ved eller relasjoner mellom ulike matematiske objekter. Narrativene kan enten godkjennes av fellesskapet som sanne, eller avvises som usanne. Man kan se på konstruksjon og godkjenning av sanne matematiske narrativer som et hovedformål med en matematisk diskurs (Sfard, 2008). Utvikling og godkjenning av matematiske narrativer er også sentralt i matematisk resonnering, slik vi vil se i modellen som presenteres nedenfor.

Matematisk resonnering

Med utgangspunkt i en omfattende litteraturstudie har Jeannotte og Kieran (2017) utviklet en modell som beskriver matematisk resonnering innen Sfards (2008) perspektiv på læring. De definerer matematisk resonnering som kommunikasjon med seg selv eller andre som handler om å utlede matematiske narrativer fra andre matematiske narrativer. Jeannotte og Kieran klassifiserer resonneringsprosessene i tre kategorier, vist i tabell 1.

Tabell 1. Prosesser innen matematisk resonnering (Jeannotte & Kieran, 2017)

Matematiske resonneringsprosesser		
Prosesser relatert til søk etter likheter og forskjeller	**Prosesser relatert til validering**	**Eksemplifisering**
Generalisere Forme en hypotese Identifisere et mønster Sammenligne Klassifisere	Argumentere Formulere bevis Formulere formelt bevis	Bruke eksempler som støtte for leting etter likheter og forskjeller Bruke eksempler som støtte for validering

Gjennom prosessene relatert til søk etter likheter og ulikheter, utvikles narrativer om egenskaper ved eller relasjoner mellom matematiske objekter. Noen av narrativene som utvikles, kan være åpenbart sanne i det gitte fellesskapet, for eksempel at tallet 12 er et partall på 5. trinn, eller at to femmere utgjør en tier på 2. trinn. Andre narrativer er kanskje ikke fullt så åpenbart sanne, men har tidligere blitt undersøkt og validert av klassen. Narrativer som sannsynligvis er sanne, men som bør undersøkes og valideres ytterligere, kaller vi for hypoteser. I denne studien tolker vi det slik at hypoteser kan være elevers forslag til svar på matematiske oppgaver. Løsningsstrategier elever mener er gyldige i en oppgave, betrakter vi også som hypoteser.

Valideringsprosesser har som formål å finne ut om et narrativ er sant eller usant, og hvorfor. Rammeverket skiller mellom argumentasjon og bevis. Formelle bevis er ikke relevant for vår studie, så vi utdyper det ikke videre her. Å argumentere handler om å prøve å overbevise seg selv eller andre om at noe er sant eller ikke sant, og argumentasjon innebærer ikke nødvendigvis matematisk gyldighet. Et bevis er derimot matematisk gyldig. Bevis har en deduktiv struktur, er presentert på en passende måte og tar utgangspunkt i narrativer som er sanne og allerede kjente for medlemmene i diskursen. Definisjonen av bevis i rammeverket til Jeannotte og Kieran (2017) sammenfaller med definisjonen som presenteres i arbeidet til A. Stylianides (2007). Stylianides (2007) utviklet definisjonen spesielt for barneskolen, og den har vist seg å være nyttig i studier av arbeid med bevis i skolen (f.eks. Stylianides & Ball, 2008). Rammeverket til Jeannotte og Kieran (2017) inneholder videre eksemplifisering, som er viktig både for utvikling og validering av narrativer (f.eks. Mason & Pimm, 1984).

I begrepet *reasoning-and-proving* peker også G. Stylianides (2008) på en tosidighet der man først utvikler en hypotese, for så å prøve å bevise at den er sann eller usann. Stylianides (2008) legger vekt på at hypotesen som utvikles er en generalisering, altså at den gjelder for uendelig mange tilfeller, slik som *summen av to oddetall er alltid et partall*. A. Stylianides og Ball (2008) fremhever derimot at det ikke bare er oppgaver som omhandler uendelig mange tilfeller, som er relevante for barneskolen. De poengterer at også oppgaver som omhandler enkelttilfeller (som f.eks. *Undersøk om tallet 101 er et primtall*) eller endelig mange tilfeller (f.eks. *Kan det stemme at det er akkurat fire multiplikasjonsstykker som har svaret 6?*) også kan være utgangspunkt for arbeid med argumentasjon og bevis. I rammeverket til Jeannotte og Kieran (2017) åpnes det for at prosesser der man søker etter likheter og ulikheter kan lede til narrativer av alle de tre typene: de som omhandler uendelig mange tilfeller, de som omhandler endelig mange tilfeller og de som omhandler enkelttilfeller.

I vår analyse av data brukte vi Jeannotte og Kierans (2017) definisjon av matematisk resonnering til å identifisere episoder der det foregikk en form for matematisk resonnering. Deretter brukte vi definisjonen til å analysere hvilke prosesser innen matematisk resonnering det var snakk om. Videre i teksten ser vi nærmere på rammeverket om lærergrep som vi brukte for å analysere kommunikasjonsmønstre som oppsto i disse episodene.

Lærergrep som støtter matematiske resonneringsprosesser

Læreres valg av oppgaver, måten de lytter til elevene på, spørsmålene og veiledningen de gir og normer de etablerer i klassen, er sentrale faktorer som kan bidra til at det skapes et klassemiljø hvor elever resonnerer, argumenterer og utvikler bevis (Makar et al., 2015; Mueller et al., 2014; Ponte & Quaresma, 2016). I denne studien er vi interessert i grep lærere bruker i samtale med elever, som kan støtte elevers resonnering.

Ulike rammeverk er blitt utviklet for å analysere lærergrep i samtale med elever, men Ellis et al.s rammeverk (2019) er spesielt relevant for vår studie, da det er utviklet med tanke på matematisk resonnering, slik det er definert av Jeannotte og Kieran (2017). Tabell 2 viser rammeverket oversatt til norsk. Hovedkategoriene kan minne om ACT-rammeverket som ble utviklet av Fraivillig et al. (1999) for å identifisere grep som kan støtte utvikling av elevers begrepsforståelse: lokke fram elevers løsninger og strategier, støtte elevers begrepsforståelse og utvide elevers matematiske tenking. Kategoriene i Ellis et al.s rammeverk (2019) bygger på ACT-rammeverket og flere andre. Ellis et al. (2019) grupperer læreres grep i fire kategorier ut fra hvilken funksjon de har i å støtte elevers matematiske resonnering. I hver av kategoriene skiller de mellom grep som har høyt og lavt potensial.

Kategorien *Læreren lokker fram elevens resonnering* inneholder grep læreren bruker for å få fram, avklare og forstå elevenes idéer og bidrag (Ellis et al., 2019). Elevens tanker og resonnement i øyeblikket står sentralt her, og grepene vil være det første steget i en prosess for å støtte og bygge videre på elevers matematiske tenkning. Mens tilsvarende kategori i rammeverket til Fraivillig et al. (1999) handler om å lokke fram elevers ulike metoder og strategier og be elevene om å utdype, legger Ellis et al. (2019) mer tydelig vekt på å få fram idéer og forklaringer.

Lærere må på kort tid bestemme seg for hvordan de skal reagere på elevenes tenkning. Disse reaksjonene belyser Ellis et al. (2019) i kategorien *Læreren responderer på elevens resonnering.* Lærere kan enten validere elevens svar og eventuelt korrigere resonnement og løsningsstrategier direkte, eller oppmuntre eleven til å ta en aktiv rolle i valideringsprosessen. Drageset (2014, 2015) peker på to typer respons som

Tabell 2. Lærergrep for å støtte elevers resonnering (Ellis et al., 2019)

	Lokke fram resonnering		**Respondere på elevens resonnering**	
	Lavt potensial	**Høyt potensial**	**Lavt potensial**	**Høyt potensial**
	Lokke fram svar Lokke fram fakta eller prosedyrer Etterspørre avklaring Sette seg inn i elevens resonnement Undersøke elevens forståelse	Lokke fram idéer Lokke fram forståelse Etterspørre forklaring	Rette elevens feil Repetere elevens utsagn Oppmuntre til at elever repeterer hverandres utsagn Validere et korrekt svar	Oppmuntre til å rette opp feil Representere på et annet vis
	Fremme elevens resonnering		**Utvide elevens resonnering**	
	Lavt potensial	**Høyt potensial**	**Lavt potensial**	**Høyt potensial**
Veilede	Sørge for fokus på ett aspekt Stille ledende spørsmål Bryte ned oppgaven	Tilby veiledning Oppmuntre til flere løsningsstrategier Bygge videre på elevers bidrag	Oppmuntre til evaluering Etterspørre nøyaktighet Bryte ned argumentasjon	Oppmuntre til refleksjon Oppmuntre til resonnering Etterspørre argumentasjon
Tilføre	Gi generell informasjon Gi forklaring av en prosedyre Gi en oppsummering av en oppgave	Gi alternative løsningsstrategier Gi begrepsmessig forklaring		Etterspørre generalisering

forekommer ofte i norske matematikklasserom: (1) lærer følger opp et elevsvar ved å stille lukkede, utdypende spørsmål, og (2) læreren forenkler oppgaven/spørsmålet, hvorpå eleven kommer med svar som er nokså formet av lærerens innspill. Sett i lys av Ellis et al.s rammeverk (2019), kan man si at læreren i den første typen går tilbake til lokke-fram-kategorien og etterspør avklaringer, fakta eller prosedyrer. I den andre typen respons bruker læreren grep av lavt potensial fra neste kategori, med mål om å fremme elevers resonnering.

Et hovedtrekk ved kategorien *Læreren fremmer elevens resonnering* er at læreren forsøker å engasjere eleven i å delta aktivt i resonneringsprosessene. Kategorien er todelt: veiledning eller tilførsel. Lærer kan for eksempel veilede ved å bryte ned oppgaven eller stille ledende spørsmål, slik som i studien til Drageset (2014, 2015). Dette er grep med lavt potensial, og det kan virke noe forvirrende at slike grep er inkludert i en modell som handler om hvordan lærere støtter elevers resonnering. Ellis et al. (2019) peker på at slike grep ofte opptrer som et startpunkt før læreren skifter til grep som bygger på elevens tenkning og veileder eleven i videre resonnering. Læreren kan også tilføre noe nye idéer, fakta, prosedyrer eller begrepsmessige forklaringer for å fremme elevers resonnering. Lignende tilføre-grep er fremhevet i tilsvarende kategori i studien til Fraivillig et al. (1999) som viktige for å støtte elevers begrepsforståelse.

I den siste kategorien i rammeverket finner vi grep hvor *Læreren utvider elevens resonnering*. Målet er å få elevene til å generalisere strategier og idéer eller utvikle mer sofistikerte matematiske argumenter, etter hvert også bevis. Mata-Pereira og Ponte (2017) peker på at det er helt nødvendig at læreren utfordrer og veileder dersom eleven skal klare å generalisere og bevise. Cengiz et al. (2011) bygger videre på rammeverket til Fraivillig et al. (1999) og ser spesielt på det å utvide elevers tenking under helklassediskusjon. Som særlig betydningsfulle fremhever de grep der elevene blir bedt om å vurdere hvor rimelige løsningsstrategiene er og der de blir oppfordret til å argumentere for egne strategier og påstander. Slike grep er sentrale for matematisk resonnering og har klare likhetstrekk med grepene med høyt potensial i utvide-kategorien hos Ellis et al. (2019).

Selv om Ellis et al. (2019) skiller mellom grep med høyt og lavt potensial, påpeker de at det ikke er slik at lærere absolutt skal unngå grep med lavt potensial. Slike grep kan også ha en viktig rolle i en samtale. Samtidig fremhever de at det er interessant å undersøke fordelingen innad og mellom de fire kategoriene. Forskningen deres har nemlig vist at elevene får mest effektiv støtte dersom grepene er fordelt mellom alle de fire kategoriene.

Vi brukte rammeverket til Ellis et al. (2019) til å analysere grepene lærere i vår data gjorde i samtaler som omhandlet matematisk resonnering. Rammeverket ga oss mulighet til å identifisere funksjonen av grepet og potensialet for å støtte elevers resonnering.

Datamaterialet og analysemetode

Datamaterialet som er brukt i denne studien er samlet inn i forbindelse med et større forskningsprosjekt[1] ved NTNU om resonnering og argumentasjon, og består av video- og lydopptak fra én klasse på 5. trinn og én på 6. trinn. Forskningsprosjektet er et samarbeid mellom forskere og lærere, og klassene ble valgt ut ved at deres matematikklærere meldte sin interesse for å bli med i prosjektet. Det var ingen andre kriterier som lå bak valget av lærere/klasser. Begge lærerne hadde det som kan kalles for vanlig utdanningsbakgrunn for lærere på mellomtrinnet i Norge, og de hadde 5–10 års erfaring med undervisning.

Det ble gjort opptak av all matematikkundervisning i de to klassene under en to-ukers periode, totalt omtrent 18 timer med undervisning. Lærerne beskrev undervisningen som vanlig i sine klasser. De fikk ingen føringer om innhold i

1 ProPrimEd er et samarbeidsprosjekt mellom NTNU og Trondheim kommune, støttet av Norges forskningsråd. Mer om prosjektet: https://www.ntnu.no/ilu/proprimed

undervisningsøktene, verken arbeidsmåter, oppgaver eller matematiske emner, men de visste at hovedtema i prosjektet var matematisk resonnering, og det kan være at deres undervisning ble noe påvirket av det. Alle skoletimene ble innledet og avsluttet med helklassesamtaler for å introdusere og oppsummere aktivitetene. Ellers jobbet elevene med oppgaver, enten individuelt eller i par/grupper. Underveis i timene gikk læreren rundt i klassen og snakket med elevene.

Under datainnsamlingen hadde lærerne lydopptaker hengende rundt halsen, og undervisningen ble filmet. I datainnsamlingen forholdt vi oss til forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi, gitt av Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (2016). Både lærere, elever som var til stede under undervisningsopptak og elevers foresatte ble informert om prosjektet og ga samtykke til datainnsamlingen. Norsk senter for forskningsdata (NSD) vurderte at behandlingen av datamaterialet var i samsvar med personvernlovgivningen (meldeskjema 409033), og det ble utarbeidet en datahåndteringsplan gjennom NSD.

I etterkant av datainnsamlingen ble video- og lydopptakene transkribert. Datamaterialet ble sett under ett, uten å skille mellom lærerne, siden eventuelle likheter og forskjeller mellom klassene ikke var viktige for vårt forskningsspørsmål. For å svare på forskningsspørsmålet vårt om *kommunikasjonsmønstre som oppstår i samtalene mellom lærer og elev under arbeid med matematikkoppgaver som innebærer matematisk resonnering*, analyserte vi datamaterialet i flere steg.

Steg 1

For å identifisere utdrag i datamaterialet som var relevante for forskningsspørsmålet, så vi etter episoder hvor det foregikk en form for matematisk resonnering. Med en episode mener vi en samtale mellom de samme deltakerne om den samme (del)oppgaven. Vi brukte definisjonen av matematisk resonnering fra Jeannotte og Kieran (2017) og så etter episoder der narrativer om matematiske objekter ble utviklet gjennom søk etter likheter og ulikheter og/eller ble forsøkt validert.

I datamaterialet så vi bort fra arbeid med rutineoppgaver som handlet om å øve på en matematisk prosedyre. Slike samtaler bar gjerne preg av at elevene skulle gjøre noe med tallene, ikke se etter likheter og ulikheter eller validere. Et eksempel på en episode som ikke ble betraktet som matematisk resonnering er gitt i utdraget nedenfor:

693.	Lærer:	Hvordan går det?
694.	Elev:	Hvordan skal man legge sammen tallene? Kan jeg gjøre sånn her?
695.	Lærer:	Men hvilken verdi har det sifferet der?
696.	Elev:	6.
697.	Lærer:	Ja, for det er 6 enere.
698.	Elev:	6,5.
699.	Lærer:	Men nå har du blandet enere med noe annet, for her er plutselig tideler.

Vi identifiserte 38 episoder med matematisk resonnering. Fire av disse episodene er presentert i sin helhet senere i teksten, så vi gir ikke eksempler her. De aller fleste av de 38 episodene foregikk mens elever jobbet individuelt eller i par/grupper, noen få foregikk i helklassesamtaler.

Steg 2

Den videre analysen var en teoretisk tematisk analyse (Braun & Clarke, 2006), der hver av de 38 episodene ble kodet ut fra to sett med forhåndsdefinerte koder: resonneringsprosessene til Jeannotte og Kieran (2017) og lærergrepene til Ellis et al. (2019). Tabell 3 viser hyppigheten av de ulike resonneringsprosessene i de 38 episodene.

Tabell 3. Antall ganger de ulike resonneringsprosessene ble identifisert i analysen

Prosess innen matematisk resonnering	Underkategori	Antall ganger koden ble benyttet i datamaterialet
Prosesser for å lete etter likheter og forskjeller	Prosess for å identifisere mønster	5
	Prosess for å sammenligne	2
	Prosess for å klassifisere	0
	Prosess for å generalisere	0
	Prosess for å forme en hypotese	42
Prosesser relatert til validering	Prosess for å argumentere	34
	Prosess for å formulere bevis	0
Prosesser relatert til eksemplifisering	Prosess som støtter validering eller leting etter likheter/forskjeller	0

To prosesser ble identifisert langt hyppigere enn de andre, nemlig prosesser for å forme en hypotese og prosesser for å argumentere. Ofte ble begge disse prosessene identifisert i en og samme episode. De øvrige prosessene ble identifisert få eller ingen ganger. Det kan være at oppgavene elevene jobbet med ikke innebar disse prosessene, eller at de prosessene ikke ble satt ord på i samtalen mellom lærer og elev selv om de kanskje foregikk i elevens indre eller i samtale med andre elever.

Tabell 4 viser hyppigheten av de ulike lærergrepene i de 38 episodene. Tabellen viser også fordelingen mellom grep med høyt og lavt potensial.

Tabell 4. Antall ganger de ulike lærergrepene ble identifisert i analysen

Kategori	Lavt potensial	Høyt potensial	Totalt
Læreren lokker fram elevens resonnering	70	10	80
Læreren responderer på elevens resonnering	55	13	68
Læreren fremmer elevens resonnering	57	7	64
Læreren utvider elevens resonnering	8	12	20
Totalt	**190**	**42**	

Som vist i tabell 4, ble de første tre kategoriene nokså hyppig brukt, og de fleste grepene innen dem med lavt potensial. Den siste kategorien ble brukt sjeldnere, men da grepene fra denne ble brukt, var det ofte med høyt potensial.

Underveis i kodingsprosessen la vi merke til to episoder som var viktige for forskningsspørsmålet, men som ikke var dekket av Ellis et al.s rammeverk (2019). Her så det ut til at lærerens grep stoppet elevenes resonnering. Vi innførte derfor en egendefinert kode som vi kalte *Læreren stopper elevens resonnering*.

Steg 3

I neste fase i analysen så vi etter kommunikasjonsmønster i episodene. Vi startet med å se på hyppigheten av de ulike resonneringsprosessene (tabell 3), og hyppigheten av de ulike lærergrepene i episodene (tabell 4) samlet sett. Videre så vi tilbake til datamaterialet for å se om det var noen regelmessighet når det gjaldt hvilke situasjoner prosessene oppstod i og hvilke lærergrep som ble benyttet. Vi så at samtalene typisk startet med at læreren lokket fram elevens resonnering ved å stille spørsmål om hva eleven tenkte og gjorde. Siden svar på deloppgaver ble kodet som hypotese, og elevers svar om framgangsmåten ble kodet som argumentasjon, forklarte det den høye hyppigheten av de to resonneringsprosessene. Videre så vi at utvide-grep ble brukt færre ganger enn andre, og vi la merke til at det bare skjedde da elevene hadde rett svar. Det ledet oss til å se om grep som ble brukt var avhengige av elevsvar. Vi grupperte episodene ut fra elevsvar og så på lærergrep som ble brukt innen hver gruppe. Vi identifiserte da noen mønster i kommunikasjon som vi presenterer videre i teksten.

Resultat

I datamaterialet identifiserte vi fire kommunikasjonsmønstre ut fra hva slags svar på oppgaven eleven(e) hadde: (1) feil, (2) ingen, (3) riktig eller (4) uferdig. I tabell 5 skisserer vi hvordan kommunikasjonsmønstrene ser ut for de ulike svarene, hvilke lærergrep som blir tatt i bruk. Den nederste cellen i siste kolonne omhandler koden *Lærergrep som stopper resonnering*, som vi har identifisert. De øvrige cellene og begrepene lavt/høyt refererer til lærergrepene fra rammeverket til Ellis et al. (2019) og deres potensial for matematisk resonnering.

Hvert av de fire kommunikasjonsmønstrene er identifisert i flere episoder i datamaterialet (det siste riktignok i bare to episoder). Når elevene foreslår feil svar i starten av samtalen (mønster 1) og når de kommer med rett svar i starten (mønster 3), ser vi noen variasjoner senere i samtalen, og vi kaller disse for alternativer i mønsteret. Videre i teksten ser vi nærmere på de fire kommunikasjonsmønstrene og de tilhørende alternativene. Hvert mønster blir illustrert gjennom en episode fra datamaterialet. I tillegg viser vi gjennom figurer mer generelle trekk i mønsteret, på tvers av ulike episoder som svarer til mønstret. De grå tekstboksene i figurene viser hvilken kategori fra Ellis et al. (2019) lærerens grep tilhører.

Tabell 5. Oversikt over lærergrepene i de fire kommunikasjonsmønstrene

Kategori	Lavt	Høyt	Mønster 1: Feil svar	Mønster 2: Ingen svar	Mønster 3: Riktig svar	Mønster 3: Uferdig svar
Læreren lokker fram elevens resonnering	70	10	Lavt (lokke fram svar/ prosedyre)	Lavt (lokke fram fakta/ prosedyre)	Lavt (lokke fram svar/ prosedyre) og høyt (etterspørre forklaring)	Lavt (lokke fram svar/ prosedyre) og høyt (etterspørre forklaring)
Læreren responderer på elevens resonnering	55	13	Lavt (validere) og høyt (oppmuntre til å rette feil)	Lavt (repetere, oppmuntre)	Lavt (validere)	Validerer ikke tydelig elevers forslag og arbeidet stopper opp
Læreren fremmer elevens resonnering	57	7	Lavt (bryte ned oppgave, ledende spørsmål)	Lavt (bryte ned oppgave, ledende spørsmål)	Høyt (oppmuntre til flere/ alternative strategier)	
Læreren utvider elevens resonnering	8	12			Lavt (oppmuntre evaluering) og høyt (refleksjon)	

Kommunikasjonsmønster 1: Feil svar

Følgende er en typisk episode i vårt datamateriale der samtalen starter ved at eleven foreslår et svar som er feil. Samtalen handler om å finne den gamle rekorden til Usain Bolt når den nye er 19,19 og er elleve hundredeler bedre enn det gamle.

116. Lærer: Ok, så hva er den gamle rekorden?
117. Even: […] Blir det ikke 18,08?
118. Lærer: Hm, nei.
119. Even: Men det blir jo det, om du fjerner den fra der?
120. Lærer: Du kan stille opp da, hvis du vil det? Det er kanskje enklere?

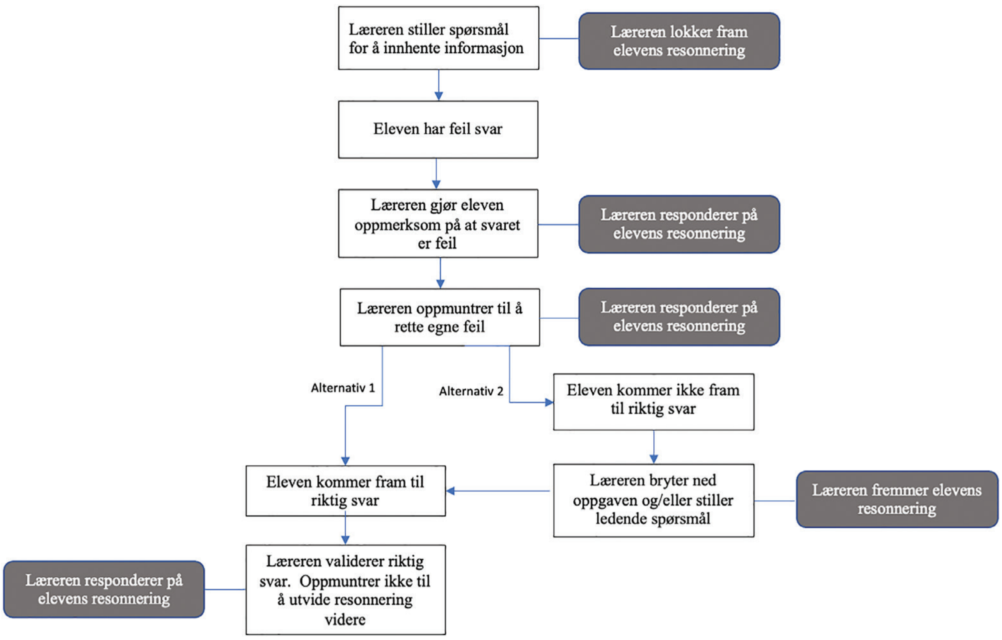
[…]

137. Even: 9 minus 1, det er 8. Det kan du ikke si noe på.
138. Lærer: Nei altså, jeg er helt med. [Ler]
139. Even: Så det er, eh, 19,08 da?
140. Lærer: Ja, kan det stemme da, at den gamle rekorden var 19,08?
141. Even: Ja?
142. Lærer: Og nå er rekorden 19,19. Kan det stemme, om du tenker deg om?

143. Even: Eh.
144. Lærer: At den nye rekorden, er dårligere tid enn den gamle? Er ikke det litt rart?
145. Even: Åja, da må jeg plusse på da, sikkert.
146. Lærer: Ja! Riktig! Bra, da finner du svaret, Even.

Samtalen starter ved at læreren stiller spørsmål for å innhente informasjon om elevens resonnering. Han spør etter elevens svar på oppgaven (linje 116), et grep med lavt potensial. Eleven svarer feil, og læreren responderer med å gjøre eleven oppmerksom på at svaret er feil (linje 118), for så å oppmuntre til å rette opp feilen. I første omgang er det en regnefeil læreren oppmuntrer til å rette opp (linje 120). Videre forsøker læreren å få eleven til å bli oppmerksom på at framgangsmåten også er feil, at det ikke gir mening i konteksten å subtrahere de gitte tallene (linjene 140, 142 og 144). Når eleven forstår at det blir feil og deretter kommer med forslag til hvordan oppgaven skal løses, validerer læreren forslaget (linje 146). De generelle trekkene i episoden ovenfor er identifisert i flere episoder og er skissert som alternativ 1 i figur 1.

I noen av episodene som starter med at eleven svarer feil, leder ikke lærerens respons direkte til at eleven kommer fram til rett svar. I de tilfellene fremmer læreren elevens resonnering ved å bryte ned oppgaven og/eller stiller ledende spørsmål. En slik utvikling er skissert som alternativ 2 i figur 1. Måten læreren fremmer elevens resonnering videre har samme trekk som i det neste kommunikasjonsmønsteret vi skal se på, det som oppstår når eleven ikke har kommet fram til noe svar.



Figur 1. Mønster i samtalen når eleven har feil svar

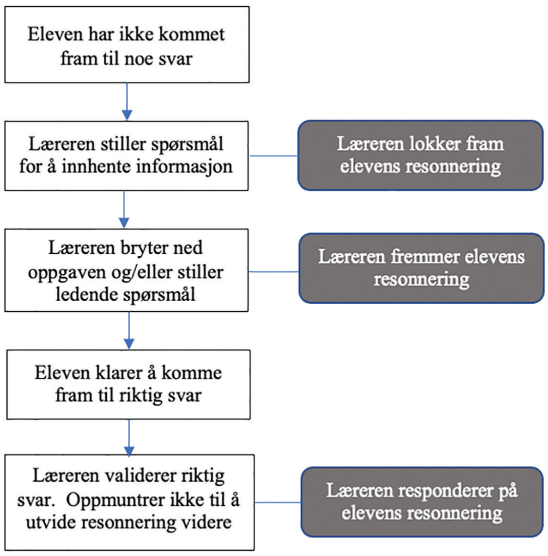
Kommunikasjonsmønster 2: Ingen svar

Episoden nedenfor er et typisk eksempel i vårt datamateriale på kommunikasjonsmønsteret som oppstår når eleven ikke har noe svar på oppgaven.

427. Erik: Et tall addert med halvparten av seg selv gir summen 22,5. Hvilket tall er det? Jeg skjønner ikke den.
428. Lærer: Okei, ett tall, hva er addert da?
429. Erik: Addert er pluss.
430. Lærer: Ja, så plusse det med halvparten av seg selv, blir 22,5. Hvilket tall er det? [Elev: sier noe uhørlig] Det er lov til å prøve og feile her. Start med ett tall, se hva du får, kanskje du må opp eller ned.
431. Erik: Eeh.
432. Lærer: Prøv noen tall da. [Elev: eh] Si et tall da.
433. Erik: 12.
434. Lærer: Okei, 12 pluss halvparten av seg selv Erik. Hva blir det?
435. Erik: Pluss halvparten av seg selv, så, pluss 6 da?
436. Lærer: Hva får du?
437. Erik: 18? om jeg regner.
438. Lærer: 18 ja, er vi for høyt eller for lavt da?
439. Erik: Lavt.
440. Lærer: Ja. Hva kan du teste på neste da?
441. Erik: Ehm, [tenker 3 s.] 14!
442. Lærer: Ja, fint.
443. Erik: [mumler mens han skriver i boka]
444. Lærer: Er det for høyt eller for lavt da?
445. Erik: Det er akkurat for lavt.
446. Lærer: Ja det er for lavt ja, hva kan det være da?
447. Erik Eh, 15.
448. Lærer: Vet du det?
449. Erik: Jo! Det er 7,5.
450. Lærer: Åja, kan det være riktig at det er komma 5 du skal plusse på da?
451. Erik: Jeg kan sjekke [regner] Ja, det er det!
452. Lærer: Er det riktig?
453. Erik: Ja, det må det være.

I episoden spør læreren etter fakta (hva addisjon betyr i linje 428) og etter svar (i linje 430). Begge grepenes funksjon ser ut til å være å innhente informasjon og lokke fram elevens resonnering. Eleven kommer ikke med svaret, og læreren begynner så å bryte ned oppgaven ved å be eleven si et tall (linje 432) og finne den gitte summen for det tallet (linje 434). Videre stiller læreren ledende spørsmål (linje 438, 440, 444, 446, 449, 450) og veileder eleven til å prøve strategisk andre tall til han kommer fram til det rette svaret. Gjennom å bryte ned oppgaven og stille ledende spørsmål veileder læreren eleven gjennom oppgaven. Begge grepene fremmer elevens resonnering, men er grep av lavt potensial. Når eleven kommer fram til det riktige svaret, avsluttes samtalen.

Trekkene vi ser i episoden er identifisert i flere andre episoder i datamaterialet og er skissert i figur 2.



Figur 2. Mønster i samtalen når eleven ikke har kommet til et svar

Kommunikasjonsmønster 3: Riktig svar

Det tredje mønsteret oppstår i samtaler hvor det viser seg at eleven har riktig svar. Følgende episode er et eksempel på dette kommunikasjonsmønsteret i vårt datamateriale.

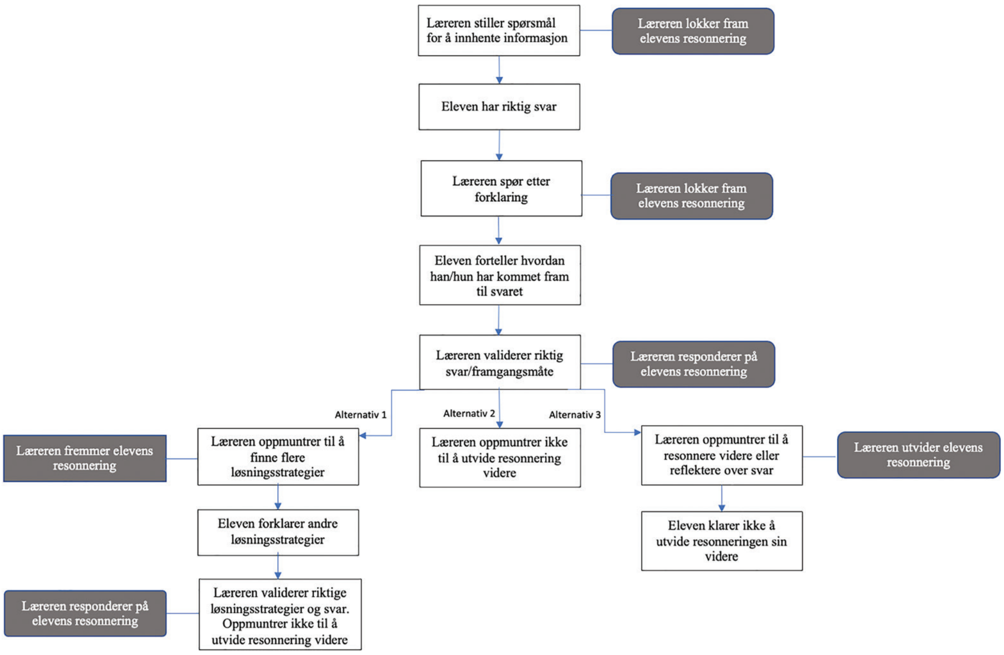
1337. Liam: Her er svaret mitt, men Ola fikk over hundre tusen. Er det her riktig?
1338. Lærer: Hva var det du brukte for å finne ut det der da?
1339. Liam: 9 ganger 9 ganger 24. Er det riktig?
1340. Lærer: Så da har du regnet ut hvor mange klosser som er i bunnen ved å ta 9 ganger 9? Så har du ganget det med antall etasjer oppover?
1341. Liam: Ja.
1342. Lærer: Ja, skal stemme det.
1343. Liam: Ja, men Ola fikk over hundre tusen, han.
1344. Lærer: Ola, hvordan har du regnet ut?
1345. Ola: Jeg bare, se her. Nå er jeg på null her. Så gikk jeg på 7 ganger 11, siden det var det jeg brukte. [Eleven regner på kalkulator]

1346. Lærer: Og det er på en måte nederste laget. Og det blir?
1347. Ola: 77. [Lærer: Og så?] Så ganger jeg det igjen med 24.
1348. Lærer: For da får du et lag oppover.
1349. Ola: Den her tuller bare!
1350. Lærer: Hva fikk du da? Nå fikk du 1800 og noe.
1351. Ola: Hæ, jeg ... Nei, jeg må finne en annen kalkulator. Den her tuller bare.
1352. Lærer: Du må finne deg en offline kalkulator da. Jeg synes det er logisk i hvert fall, at du regner ut hvor stort et lag er, og så går man opp antall etasjer. Så det må være riktig. Men hvorfor får du og Liam forskjellig svar da?

Læreren lokker fram elevenes resonnering ved å spørre elevene, Liam og Ola, etter forklaring. Han ber dem fortelle hvordan de har kommet fram til sine svar (hhv. linje 1338 og 1344). Elevene forteller hva de har gjort uten å eksplisitt sette ord på hvorfor det gir mening å gjøre det på denne måten (hvorfor «antall klosser i bunnen multiplisert med antall etasjer» bør gi det rette svaret). Læreren responderer gjennom validering, ved å bekrefte at fremgangsmåten er rett (hhv. linje 1342 og første del av linje 1352). Videre oppmuntrer læreren (siste del av linje 1352) til refleksjon ved å be elever tenke gjennom hva som kan være årsaken til forskjellige svar. Det siste er et grep med høyt potensial for å utvide elevers resonnering. Læreren forlater samtalen etter dette utsagnet, og vi vet ikke om elevene jobbet videre med spørsmålet på egen hånd.

De generelle trekkene i episoden ovenfor er identifisert i flere episoder og er skissert som alternativ 3 i figur 3. Samtalen innledes ved at læreren lokker fram elevens resonnering. Basert på informasjonen læreren får, forstår læreren at eleven har kommet fram til riktig svar, eller er i ferd med å komme fram til riktig svar. Læreren spør så etter forklaring, og elevene forteller da som regel hva de har gjort uten å argumentere for hvorfor det gir mening å gjøre det slik. Deretter er det tre ulike utfall:

- Alternativ 1: Læreren validerer riktig svar, og fremmer deretter elevens resonnering gjennom å oppmuntre til å finne flere løsningsstrategier. Det gjøres ofte i situasjoner hvor samtalen inkluderer mer enn én elev. I disse episodene stiller læreren spørsmål til medelevene om de har kommet fram til samme svar ved å bruke andre strategier. Dersom det kommer flere forslag til mulige løsningsstrategier, validerer læreren dem før samtalen avsluttes.
- Alternativ 2: Læreren validerer elevens svar uten at det følges opp av grep for å utvide elevens resonnering videre, og samtalen avsluttes.
- Alternativ 3: Læreren validerer riktig svar og bruker deretter grep for å utvide elevens resonnering. Det er imidlertid ingen eksempler på at eleven lykkes i å utvide sin resonnering i de episodene vi har analysert.



Figur 3. Mønster i samtalen når eleven har riktig svar

Kommunikasjonsmønster 4: Uferdig svar

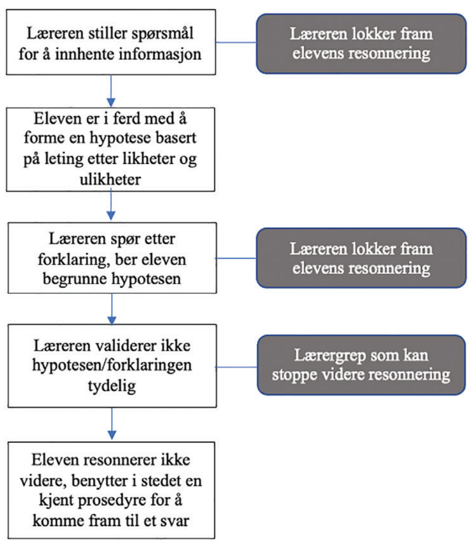
Det fjerde mønsteret oppstår i samtaler hvor eleven ikke har kommet fram til et svar, men er i ferd med å forme en hypotese basert på leting etter likheter og forskjeller. En av samtalene av denne typen i vårt datamateriale omhandler bygninger som har formen av rektangulære prismer, med samme omkrets i bunnen og samme høyde:

1142. Lærer: Ja?
1143. Oline: Når det er det her … Når jeg skal ta den her bygningen.
1144. Lærer: Ja.
1145. Oline: Er ikke det egentlig like mye som den her? Som jeg har funnet ut der?
1146. Lærer: Fordi?
1147. Oline: Det er jo det samme som omkretsen.
1148. Lærer: Omkretsen er den samme, ja.
1149. Oline: Og høyden.
1150. Lærer: Men er arealet det samme? Omkretsen og høyden er samme, det er riktig. Men er arealet og volumet det samme?
1151. Oline: Jeg vet ikke. Liksom, de veggene av glass …
1152. Lærer: Ja?
1153. Oline: Er ikke det det samme liksom, til sammen?
1154. Lærer: Vet ikke? Er det det?
1155. Oline: Det vet jo ikke jeg?
1156. Lærer: Nei.

1157. Oline: Men jeg lurer på …
1158. Lærer: Finn det ut.
1159. Oline: Men hvordan skal jeg finne ut det?
1160. Lærer: Regn det ut.
1161. Oline: Hvordan skal jeg regne det ut? For før telte jeg en hel side og så en hel og så bare …
1162. Lærer: Hvis du har lyst til å telle en hel side, så teller du en hel side.
1163. Oline: Ja, men det er jo to forskjellige …
1164. Lærer: Da må du telle to sider, da.
1165. Oline: Ja, da gjør jeg det. Da teller jeg sånn her. [Lærer går videre]

Oline former en hypotese i linje 1143 og 1145. Læreren spør etter forklaring i linje 1146, og Oline argumenterer for hypotesen i linje 1147 og 1149. Etter at læreren stiller spørsmål for å lokke fram fakta og avklaringen (linje 1150), omformulerer Oline litt og uttrykker hypotesen på nytt i linje 1151 og 1153. I utdraget 1153–1158 avviser læreren å validere elevens hypotese på noe vis, og i linje 1160, 1162 og 1164 foreslår han at hun kan finne ut av spørsmålet ved å bruke samme prosedyre som hun har brukt så langt, å telle rutene. Vi mener at disse grepene i dette tilfellet stopper elevens resonnering fordi det ender med at eleven bare blir sittende og telle ruter på modellen. Hun kommer ut av tellinga, teller feil, og kommer ikke lenger med sin hypotese.

I figur 4 skisserer vi hovedtrekkene i de to episodene der vi har observert dette kommunikasjonsmønsteret. Eleven er usikker på om svaret kan være riktig. Læreren forsøker å lokke fram og sette seg inn i elevens resonnement ved å be eleven uttrykke hypotesen og begrunne den. Det videre forløpet skiller seg fra de foregående mønstrene ved at læreren ikke validerer elevens resonnement tydelig og/eller foreslår hvordan eleven kan gå fram. Det ser ut til å hindre eleven i å resonnere videre.



Figur 4. Mønster i samtalen når eleven har et uferdig svar

Diskusjon

Temaet for denne studien er kommunikasjonsmønstre som oppstår i samtaler mellom lærer og elev under arbeid med matematikkoppgaver som innebærer matematisk resonnering. Vi startet analysen av undervisningsopptak med å identifisere episoder der det foregikk resonneringsprosesser. Videre analyserte vi enkeltutsagn i episodene, før vi satte de sammen til kommunikasjonsmønster. Vi identifiserte fire kommunikasjonsmønstre som var avhengige av elevens svar på oppgaven. En oversikt av mønstrene er vist i tabell 5. Vi mener at analysemetoden og resultatene gir innsikt i måten lærere strukturerer samtaler og hvordan arbeid med oppgaver som inneholder matematisk resonnering foregår.

Samtalene mellom lærer og elev(er) innledes i alle fire mønstrene på samme måte, ved at læreren *lokker fram elevens resonnering*. Det skjer som oftest ved å spørre etter svar og/eller prosedyren som er brukt, og ved å spørre etter avklaringer. Denne typen vekslinger er også identifisert av Drageset (2015) som typiske i norske klasserom. I vår studie peker vi på at dette er lærergrep som har lavt potensial for å få fram elevers matematiske resonnering.

I tilfeller der eleven har feil svar *responderer læreren på elevens resonnering* ved å validere elevens svar gjennom å kombinere grep med lavt og høyt potensial. Et eksempel på det er episoden vi har brukt for å illustrere kommunikasjonsmønster 1, der læreren validerer svaret og deretter oppmuntrer eleven til å rette feilen selv. Hvem som har den aktive rollen i å validere korrekte svar og rette feil kan vitne om hvem som innehar den matematiske autoriteten i klasserommet (Ellis et al., 2019; se også Myhill & Dunkin, 2005). Mens elever ofte deltar aktivt til å rette opp feil svar, ser vi at det gjerne er læreren som validerer både feil og riktige svar.

I mønstrene hvor eleven ikke kommer fram til et svar eller ikke klarer å rette egne feil, velger læreren ofte å bryte ned oppgaven og stille ledende spørsmål for å *fremme elevens resonnering*. Det at læreren forenkler en oppgave/spørsmål og eleven kommer med respons som er nokså formet av lærerens innspill er typisk i datamaterialet til Drageset (2015), og vi ser det også i egne data knyttet til alternativ 2 i figur 1, og i figur 2. Slike lærergrep har lavt potensial med tanke på å støtte elevers resonnering, men dersom læreren ikke hadde brukt disse grepene, ville kanskje ikke eleven kommet videre i det hele tatt. Det er viktig å merke seg at grepene ikke bare ble brukt når elevene hadde feil svar, men også når elevene ikke klarte å komme i gang med oppgaveløsning og var i ferd med å gi opp (slik som i episoden som illustrer kommunikasjonsmønster 2). Dermed kan disse grepene være uttrykk for lærerens stillasbygging i situasjoner hvor eleven ikke er i stand til å løse matematiske problem på egen hånd (Goos, 2004).

Kommunikasjonsmønsteret som oppstår når eleven har riktig svar skiller seg fra de mønstrene som er omtalt hittil. Det er nemlig bare i dette mønsteret at læreren benytter grep for å *utvide elevens resonnering.* Episoden som ble brukt til å illustrere kommunikasjonsmønster 3 gir et eksempel på slike grep. Ellis et al. (2019) poengterer at grep i utvide-kategorien er de mest betydningsfulle fordi de kan føre til at elevene utvikler mer sofistikerte resonnementer, som for eksempel å generalisere sine strategier eller idéer, og forme bevis. I vårt datamateriale er det ingen elever som lykkes i å generalisere eller videreutvikle et argument til bevis, selv om det var noen muligheter for det (f.eks. i episoden som illustrerer det siste kommunikasjonsmønsteret, om areal av vegger i de ulike bygningene). En studie av Mata-Pereira og Ponte (2017) viser at elevene klarer å komme fram til generaliseringer og bevis når læreren utfordrer dem til det, men bare dersom utfordringen blir fulgt opp av grep som støttet og veiledet elevenes resonnering videre, grep som for eksempel oppmuntring til å utforske, sammenligne og lete etter mønster. Ponte og Quaresma (2016) har gjort lignende funn. Disse studiene kan kanskje forklare hvorfor ingen av elevene i vårt datamateriale klarte å generalisere eller forme bevis: I enkelte episoder utfordrer læreren elevene til å utvide sin resonnering, men det blir ikke fulgt opp av mer veiledning.

I episoden vi har brukt til å illustrere kommunikasjonsmønster 4, virker det som at lærerens grep hindrer eleven i å resonnere videre. Eleven virker usikker når læreren ikke validerer tydelig hypotesen eleven prøver å utvikle. Det medfører i sin tur at eleven går bort fra videre utforskning, og i stedet forsøker å anvende en kjent prosedyre for å løse oppgaven. Til tross for at Ellis et al. (2019) kategoriserer det å validere et korrekt svar som et grep med lavt potensial, kan det se ut til at lærerens bekreftelser har stor betydning for at eleven skal fortsette sin resonnering. Å dele uferdige idéer eller hypoteser innebærer at elevene må være villige til å ta en intellektuell risiko (Makar et al., 2015). Derfor kan man si at elever som på tross av risikoen velger å dele uferdige hypoteser, har behov for støtte og bekreftelser. Når slike bekreftelser uteblir eller ikke er tydelige nok, kan det resultere i at eleven velger å bruke kjente prosedyrer som oppleves som mindre risikofylte, noe funn i denne studien tyder på.

Resultatene våre viser altså at lærerne i vår studie i stor grad bruker grep av lavt potensial til å lokke fram, respondere og fremme elevers resonnering. Grep av høyt potensial for å fremme elevers resonnering og grep for å utvide elevers tenking brukes bare i tilfeller der elevene har et riktig svar på oppgaven. Samtidig viser vår analyse at det oppstår mange muligheter for arbeid med matematisk resonnering i matematikkundervisningen i de to klassene, og at elever og lærere er engasjerte i resonneringsprosesser.

Ser vi nærmere på prosesser innen matematisk resonnering i våre data (tabell 3), er det to prosesser som kom til uttrykk langt oftere enn andre: prosesser for å forme en hypotese og prosesser for å argumentere. Hypotesene elevene formet var ofte i form av mulige oppgavesvar eller løsningsstrategier. Argumentene elevene fremmet var som regel en fortelling om hva de hadde gjort. Et eksempel på denne typen argumenter er vist i episoden knyttet til kommunikasjonsmønster 3. Et annet eksempel er episoden knyttet til kommunikasjonsmønster 1, der eleven argumenterer for feil svar ved å fortelle hva han har gjort. For at et argument skal nærme seg et bevis, må det heller handle om hvorfor det de hadde gjort gir mening eller burde resultere i riktig svar. Når elever argumenter ved å bare fortelle hva de har gjort, kan det henge sammen med at lærerne vanligvis stilte spørsmål som *Hvordan fant du* *det ut?* eller *Hvordan regnet du det ut?* Slike spørsmål ble brukt både i forbindelse med at læreren lokket fram og utvidet elevens resonnering. Spørsmålsformuleringen vil kunne resultere i at elevene fokuserer mest på utregning og hva som har blitt gjort, ikke hvorfor det gir mening.

Nachlieli og Tabach (2019) mener at dersom læreren spør *Hva skal du finne ut*? i stedet for *Hvordan regner du videre?* vil elevers oppmerksomhet rettes mot egenskaper av matematiske objekter fremfor prosedyrer, noe som vil være et viktig steg mot utvikling av bevis. Tilsvarende kan man erstatte spørsmålet *Hvordan fant du det ut?* med spørsmålet *Hvorfor mener du at svaret du har fått er rett?* Mens det første spørsmålet handler om å lokke fram mer av elevers resonnering, handler det andre om å utvide resonneringen. Akkurat her, i denne spørsmålsendringen, mener vi det ligger et viktig potensial for å styrke elevers resonnering, argumentasjon og bevis i henhold til LK20, og samtidig innenfor rammene av «vanlig undervisning».

Referanser

Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), 77–101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Cazden, C. B. (1988). *Classroom discourse: The language of teaching and learning.* Heinemann.

Cengiz, N., Kline, K. & Grant, T. (2011) Extending students' mathematical thinking during whole- group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education, 15*(5), 1–20. https://doi.org/10.1007/s10857-011-9179-7

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. De nasjonale forskningsetiske komiteer. https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/tidligere-versjoner/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi.pdf

Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions – a framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational Studies of Mathematics, 85*, 281–304. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9515-1

Drageset, O. G. (2015). Student and teacher interventions: A framework for analysing mathematical discourse in the classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education, 18*, 253–272. https://doi.org/10.1007/s10857-014-9280-9

Ellis, A., Özgür, Z. & Reiten, L. (2019). Teacher moves for supporting student reasoning. *Mathematics Education Research Journal, 31*(2), 107–132. https://doi.org/10.1007/s13394-018-0246-6

Fraivillig, J. L., Murphy, L. A. & Fuson, K. C. (1999). Advancing children's mathematical thinking in everyday mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(2), 148–170. https://doi.org/10.2307/749608

Franke, M. L., Webb, N. M., Chan, A. G., Ing, M., Freund, D. & Battey, D. (2009). Teacher questioning to elicit students' mathematical thinking in elementary school classrooms. *Journal of Teacher Education, 60*(4), 380–392. https://doi.org/10.1177/0022487109339906

Goos, M. (2004). Learning mathematics in a classroom community of inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education, 35*(4), 258–291. https://doi.org/10.2307/30034810

Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 96*(1), 1–16. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Red.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.

Maher, C. A., Palius, M. F., Maher, J. A., Hmelo-Silver, C. E. & Sigley, R. (2014). Teachers can learn to attend to students' reasoning using videos as a tool. *Issues in Teacher Education, 23*(1), 31–47.

Makar, K., Bakker, A. & Ben-Zvi, D. (2015). Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom. *ZDM, 47*(7), 1107–1120. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0732-1

Mata-Pereira, J. & da Ponte, J.-P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: Teacher actions facilitating generalization and justification. *Educational Studies in Mathematics, 96*(2), 169–186. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9773-4

Mason, J. & Pimm, D. (1984). Generic examples: Seeing the general in the particular. *Educational Studies in Mathematics, 15*(2), 277–289. https://doi.org/10.1007/BF00312078

Mueller, M., Yankelewitz, D. & Maher, C. (2014). Teachers promoting student mathematical reasoning. *Investigations in Mathematics Learning, 7*(2), 1–20. https://doi.org/10.1080/24727466.2014.11790339

Myhill, D. & Dunkin, F. (2005). Questioning learning. *Language and Education, 19*(5), 415–427. https://doi.org/10.1080/09500780508668694

Nachlieli, T. & Tabach, M. (2019). Ritual-enabling opportunities-to-learn in mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics, 101*(2), 253–271. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9848-x

Ponte, J. P. & Quaresma, M. (2016). Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. *Educational Studies in Mathematics, 93*(1), 51–66. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9681-z

Sfard, A. (2006). Participationist discourse on mathematics learning. *New Mathematics Education Research and Practice,* 153–170. https://doi.org/10.1163/9789087903510_015

Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *Journal of the Learning Sciences*, *16*(4), 565–613. https://doi.org/10.1080/10508400701525253

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511499944

Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(3), 289–321. http://www.jstor.org/stable/30034869

Stylianides, A. J. & Ball, D. L. (2008). Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: Knowledge about proof for engaging students in the activity of proving.

Journal of Mathematics Teacher Education, 11(4), 307–332. https://doi.org/10.1007/s10857-008-9077-9

Stylianides, G. J. (2008). An analytic framework of reasoning and proving. *For the Learning of Mathematics, 28*(1), 9–16. https://flm-journal.org/Articles/308086F06226BBFBA6966CF21B6EC.pdf

Stylianides, G. J., Stylianides, A. J. & Weber, K. (2017). Research on the teaching and learning of proof: Taking stock and moving forward. I J. Cai (Red.), *Compendium for research in mathematics education* (s. 237–266). National Council of Teachers of Mathematics.

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn (MAT01-05)*. https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*, 458–477. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.27.4.0458