

Regina Riiber

Fleksibilitet og adaptivitet i subtraksjonsstrategier

En mixed methods studie av elevers strategivalg
når de løser tresifrede subtraksjonsstykker

Masteroppgave i MGLU 5-10

Veileder: Øyvind Andersen Lundeby

November 2022

Regina Riiber

Fleksibilitet og adaptivitet i subtraksjonsstrategier

En mixed methods studie av elevers strategivalg når de løser tresifrede subtraksjonsstykker

Masteroppgave i MGLU 5-10
Veileder: Øyvind Andersen Lundeby
November 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning



Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Jeg har i denne masteroppgaven undersøkt 16 åttendeklassingers bruk av mentale strategier og den skriftlige standardalgoritmen i flersifret subtraksjon. Formålet med studien er å undersøke om elever gjør fleksible og adaptive strategivalg når de løser subtraksjonsoppgaver, for å få bedre innsikt i et relativt nytt fagfelt. Bakgrunnen for studien er derfor det økende fokuset på at matematikkundervisningen skal fremme barns fleksibilitet og adaptivitet, og at mentale strategier skal læres før og ved siden av skriftlige standardalgoritmer. Den nye læreplanen inkluderer strategiutvikling i kjerneelementer og kompetansemål, og læreplanen vektlegger dybdelæring framfor overlatelæring.

Masteroppgaven er en mixed methods studie, og for å besvare forskningsspørsmålet har jeg benyttet choice/no-choice som kvantitativ metode hvor elevene skal løse flersifrede subtraksjonsoppgaver i de tre betingelser: Valgbetingelse, ikke-valgbetingelse med standardalgoritmen og ikke-standardalgoritmen med mentale strategier. Kvalitativ metode er strukturerte intervju. Analysen baseres på Lemaire & Siegler (1995) sitt rammeverk som omhandler fire dimensjoner for strategisk kompetanse: Strategirepertoar, strategifordeling, strategieffektivitet og strategivalg.

Resultatene viser at elevene var fleksible siden de sømløst brukte både mentale strategier og standardalgoritmen. Både subjektvariabler og oppgavevariabler ble i stor grad brukt for å velge hver elevs mest effektive strategi. Et funn jeg gjorde var at standardalgoritmen er den strategien som ble mest brukt for å løse subtraksjonsoppgaver.

Abstract

This master's thesis examines 16 eighth graders' use of mental strategies and standard written algorithm in the domain of multi-digit subtraction. The purpose of the study is to investigate whether students make flexible and adaptive strategy choices when solving subtraction problems, in order to gain better insight to flexibility and adaptivity as a relatively new research domain. The background for the study is therefore the increasing focus on mathematical education to promote children's flexibility and adaptivity, and that mental strategies are to be taught before and alongside written standard algorithms. The new Norwegian curriculum includes strategy development as core elements and emphasizes on conceptual and procedural knowledge.

The master's thesis is a mixed methods study, using choice/no-choice as quantitative method where students are asked to solve multi-digit subtraction tasks in three conditions: Choice condition, no-choice condition with the standard algorithm and the no-choice condition with mental strategies. The analysis is based on Lemaire & Siegler's (1995) framework, which includes four dimensions of strategic competence: Strategy repertoire, strategy distribution, strategy efficiency and strategy selection.

The results shows that the students were flexible and adaptive because they used both mental strategies and the written standard algorithm seamlessly. Subject variables and task variables were frequently used to select the most effective strategy for each student. Overall, the standard algorithm were the most used strategy for solving subtraction tasks.

Forord

Denne masteroppgaven markerer avslutningen på mine seks år som lærerstudent ved NTNU. Disse årene har vært utrolig givende, spennende og lærerike. Til tross for slitsomme eksamensperioder og mange timer tilbragt med nesene i en bok, vil jeg alltid se tilbake på studenttiden med et smil rundt munnen.

Jeg vil først og fremst takke familie og venner for all oppmuntring og heiarop. En spesiell takk til min samboer, Ådne. Vi ble foreldre i starten av året, og jeg leverer nå masteroppgave i slutten av året. Det hadde ikke vært mulig uten din støtte. Det har vært utfordrende å skrive en masteroppgave med baby på armen, men samtidig har det bidratt til at skrivingen har vært mer motiverende.

Jeg vil også takke skolene og lærerne som la til rette for at jeg fikk gjennomføre undersøkelsen, og takk til elevene som deltok. Jeg må deretter få takke min veileder, Øyvind Andersen Lundebye, for gode råd og optimisme hele veien.

Jeg tar med meg kunnskapen som jeg har tilegnet meg gjennom disse årene og gjennom arbeidet med masteroppgaven, og jeg ser fram mot yrkeslivet.

Regina Riiber

Bergen, november 2022

Innhold

SAMMENDRAG	V
ABSTRACT	VI
FORORD	VII
INNHold	VIII
FIGURER	X
TABELLER	X
FORKORTELSER	X
1 INNLEDNING	11
1.1 BAKGRUNN FOR STUDIEN	11
1.2 FORSKNINGSSPØRSMÅL OG FORMÅL	11
1.3 OVERSIKT OVER OPPGAVEN	12
2 TEORI	13
2.1 BARNES KOGNITIVE OG STRATEGISKE UTVIKLING	13
2.1.1 KONSTRUKTIVISTISK LÆRINGSTEORI	13
2.1.2 STRATEGIUTVIKLING – EN KOGNITIV PROSESS	14
2.2 FLEKSIBILITET OG ADAPTIVITET	15
2.2.1 FORSTÅELSE OG KUNNSKAP SOM UTGJØR FLEKSIBILITET OG ADAPTIVITET	15
2.3 VARIABLER SOM PÅVIRKER FLEKSIBEL OG ADAPTIV STRATEGIBRUK	16
2.3.1 OPPGAVEVARIABLEL	17
2.3.2 SUBJEKTVARIABLEL	17
2.3.3 KONTEKSTVARIABLEL	18
2.4 STRATEGISK KOMPETANSE	18
2.5 SUBTRAKSJONSSTRATEGIER	19
2.5.1 MENTALE STRATEGIER	19
2.5.1.1 Tallperspektiv	19
2.5.1.2 Operasjonsperspektiv	20
2.5.2 DEN SKRIFTLIGE STANDARDALGORITMEN	20
2.6 TIDLIGERE FORSKNING	21
3 METODE	25
3.1 VITENSKAPSTEORETISK PERSPEKTIV	25
3.2 MIXED METHODS	25
3.3 DATAINNSAMLING	26

3.3.1	UTVALG	27
3.3.2	KVANTITATIV METODE: CHOICE/NO-CHOICE	27
3.3.2.1	Oppgavedesign	28
3.3.3	KVALITATIV METODE: INTERVJU	29
3.4	GJENNOMFØRING AV UNDERSØKELSEN	29
3.4.1	PILOTERING	30
3.5	METODE FOR ANALYSE	30
3.5.1	ANALYSE AV KVANTITATIVE DATA	30
3.5.1.1	Signifikanstester	31
3.5.2	ANALYSE AV KVALITATIVE DATA	32
3.6	STUDIENS VALIDITET OG RELIABILITET	33
3.6.1	VALIDITET	33
3.6.2	RELIABILITET	33
3.7	ETISKE REFLEKSJONER	34
4	RESULTATER OG ANALYSE	35
4.1	KVANTITATIV ANALYSE	35
4.1.1	STRATEGIREPERTOAR OG STRATEGIFORDELING I VALGBETINGELSEN	35
4.1.2	STRATEGIREPERTOAR OG STRATEGIFORDELING I IKKE-VALGBETINGELSEN MED MENTALE STRATEGIER	38
4.1.3	STRATEGIEFFEKTIVITET	38
4.1.3.1	Strategieffektivitet i ikke-valgbetingelsene	38
4.1.3.2	Strategieffektivitet i valgbetingelsen	39
4.1.3.3	Strategieffektivitet i de ulike betingelsene	41
4.2	KVALITATIV ANALYSE	41
4.2.1	STRATEGIVALG	41
5	DISKUSJON	45
5.1	ELEVENS STRATEGISKE FLEKSIBILITET OG ADAPTIVITET	45
5.1.1	STRATEGIREPERTOAR	45
5.1.2	STRATEGIFORDELING	46
5.1.3	STRATEGIEFFEKTIVITET	47
5.1.4	HVORDAN BEGRUNNER ELEVENE SINE STRATEGIVALG?	48
5.2	SAMMENLIGNING AV STUDIENS RESULTATER OPP MOT TIDLIGERE FORSKNING	49
5.3	DIDAKTISKE IMPLIKASJONER	51
5.4	DISKUSJON AV METODISKE UTFORDRINGER	52
6	AVSLUTNING	53
6.1	VEIEN VIDERE	53
REFERANSER		55
VEDLEGG		59

Figurer

Figur 2.1: Eksempel på utført skriftlig standardalgoritme.	21
Figur 3.1: Parallell sammenslått design innenfor mixed methods, etter Bryman (2016, s. 639).	26
Figur 4.1: Strategifordeling, oppgitt i antall oppgaver, av ulike mentale strategier på M- oppgaver i valgbetingelsen.	37
Figur 4.2: Strategifordeling, oppgitt i antall oppgaver, av ulike mentale strategier på S- oppgaver i valgbetingelsen.	37
Figur 4.3: Prosentvis fordeling av strategiene som ble brukt på M-oppgaver og S-oppgaver i valgbetingelsen.	39
Figur 4.4: Fordeling av elevenes mest effektive strategi.....	40
Figur 4.5: Strategieffektiviteten til hver elev i de ulike betingelsene.....	41
Figur 4.6: Frekvens av elevenes begrunnelser for strategivalg fordelt på variabler som påvirker fleksibilitet og adaptivitet.	42
Figur 4.7: Begrunnelse for bruk av mentale strategier i valgbetingelsen.....	43
Figur 4.8: Begrunnelse for bruk av standardalgoritmen i valgbetingelsen.	43

Tabeller

Tabell 4.1: Strategirepertoar i valgbetingelsen.	35
Tabell 4.2: Strategifordeling i valgbetingelsen.	35
Tabell 4.3: Strategifordeling av ulike mentale strategier i valgbetingelsen.	36
Tabell 4.4: Strategifordeling på M-oppgaver i valgbetingelsen.....	36
Tabell 4.5: Strategifordeling på S-oppgaver i valgbetingelsen.	37
Tabell 4.6: Strategifordeling i ikke-valgbetingelsen med mentale strategier.....	38
Tabell 4.7: Strategieffektivitet for ikke-valgbetingelsene.	38
Tabell 4.8: Antall ganger hver elev brukte sin mest effektive strategi i valgbetingelsen.....	41
Tabell 4.9: Frekvens av elevenes begrunnelse for hvorfor de valgte strategien de gjorde i valgbetingelsen og ikke-valgbetingelsen med mentale strategier.	42

Forkortelser

S-oppgaver	Subtraksjonsoppgaver som er designet for å bli løst med den skriftlige standardalgoritmen
M-oppgaver	Subtraksjonsoppgaver som er designet for å bli løst med mentale strategier
NESH	Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora
SCADS	Strategy Choice and Discovery Simulation

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for studien

Temaet for masteroppgaven er elevers strategiske fleksibilitet og adaptivitet, som det i de siste årene har blitt større fokus på at matematikkundervisningen skal fremme. Ifølge tilhengere av denne reformbevegelsen bør ikke fokuset være på barns perfekte mestring av standardiserte strategier, men heller at matematikkundervisningen skal motivere elever til å løse oppgaver fleksibelt, adaptivt og effektivt med et mangfold av passende strategier. Forskning understreker at elever bør lære mentale strategier før og ved siden av skriftlige standardalgoritmer (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 130), og matematikkundervisningen skal ikke lenger bare inkludere rutineekspertise (min oversettelse¹), barns evne til å fullføre matematikkoppgaver hurtig og nøyaktig ved hjelp av standardiserte strategier, men heller fremme utvikling av barns fleksible og adaptive kompetanse (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 130; Torbeyns et al., 2009, s. 581).

Det økende fokuset på fleksibilitet og adaptivitet vektlegges i reformbaserte læreplaner. I læreplanen, Kunnskapsløftet 2020, står det i kjerneelementene, under utforskning og problemløsning, at: «Elevane skal leggje meir vekt på strategiane og framgangsmåtane enn på løysingane», og under matematiske kunnskapsområder at: «Elevane må tidleg få eit godt talomgrep og få utvikle varierte reknestrategiar» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det er tydelig at tematikken er prioritert siden kjerneelementene er fundamentet for grunnskoleundervisningen. I tillegg er det kompetansemål som omhandler strategier, som for eksempel at elevene etter 8. trinn skal kunne: «utvikle og kommunisere strategiar for hovudrekning i utrekningar» (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Motivasjon for valg av oppgavens tema kan gis som et eksempel på hvordan vi mennesker, og særlig barn, gjør indre vurderinger daglig knyttet til fleksibilitet og adaptivitet. Å telle på fingrene er ikke en strategi som blir prioritert i skolematematikken, men som de fleste bruker i hverdagslige kontekster, som for eksempel på butikken eller telle klokketimer. Det betyr ikke at de som teller på fingrene ikke har mer avanserte strategier i sitt repertoar eller ikke kan løse oppgaven ved å bruke mer avansert tenking eller strategi, men det blir gjort en intuitiv vurdering hvor telling på fingrene blir ansett som raskeste måten å komme til svaret. Telling på fingrene kan være et adaptivt strategivalg og individet som anvender den fleksibel, men for å finne ut hvorvidt det faktisk er det, kan strategien undersøkes opp mot andre strategier i flere betingelser. Jeg ønsker å undersøke den intuitive prosessen bak strategivalg, og hvorvidt elever velger sine mest passende og effektive strategier i oppgaveløsning.

1.2 Forskningsspørsmål og formål

Studien har som formål å undersøke om elever gjør fleksible og adaptive strategivalg når de løser flersifrede subtraksjonsoppgaver. Nærmere bestemt om elevene har et bredt repertoar av subtraksjonsstrategier, og om de velger adaptivt blant disse. Fra tidligere

¹ «Routine expertise» (Torbeyns et al., 2009, s. 581)

forskning er innsikten i elevers fleksibilitet og strategikompetanse mer begrenset enn innsikten i elevers arbeid med flersifret subtraksjon (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 129). Jeg vil derfor bidra til et relativt nytt forskningsfelt, hvor studiens resultater vil være aktuelle for skole, lærere og elever, slik at matematikkundervisningen kan legges til rette for elevers strategiske utvikling. Videre, mener Torbeyns et al. (2018, s. 217) at undervisning som tilrettelegger for strategivariasjon, fleksibilitet og adaptivitet gir verdifull innsikt i barns matematiske tanker.

Flersifrede subtraksjonsoppgaver kan løses med flere strategier, og jeg vil i denne studien undersøke hvor fleksible og adaptive elever er med bruk av mentale strategier og den skriftlige standardalgoritmen. Forskningsspørsmålet mitt er derfor: *Hvor fleksible og adaptive er elever på åttende trinn i løsning av subtraksjonsoppgaver med mentale strategier og den skriftlige standardalgoritmen?*

For å svare på forskningsspørsmålet vil jeg benytte Siegler og Lemaire (1995) sine fire dimensjoner for strategisk kompetanse, som studerer hvilke strategier elevene bruker, hvor ofte de ulike strategiene blir brukt, hvor effektive strategiene er og hvorfor elevene velger å bruke strategiene. Studien er en mixed methods undersøkelse, bruker choice/no-choice som kvantitativ forskningsmetode og intervju som kvalitativ forskningsmetode for å undersøke elevers fleksibilitet og adaptivitet.

1.3 Oversikt over oppgaven

I teorikapitlet presenterer jeg konstruktivistisk læringsteori som studiens kunnskapsteoretiske posisjon og diskuterer to teorier som omhandler barns strategiutvikling som en kognitiv prosess. Deretter gjør jeg rede for ulike definisjoner av fleksibilitet og adaptivitet, hvilken forståelse og kunnskap som utgjør fleksibilitet og adaptivitet og variabler som påvirker fleksibilitet og adaptivitet. Lemaire og Siegler (1995) fire dimensjoner for strategisk kompetanse blir også presentert, før jeg ser nærmere på sentrale subtraksjonsstrategier. Jeg avslutter teorikapitlet med å trekke frem tidligere forskning som er relevant for tematikken.

I metodekapitlet presenterer jeg studiens vitenskapsteoretiske perspektiv og forskningsdesign. Forskningsdesignet for studien er mixed methods, og for å undersøke elevenes fleksibilitet og adaptivitet benyttet jeg choice/no-choice som kvantitativ metode og intervju som kvalitativ metode for å gjennomføre undersøkelsen. Jeg går gjennom studiens utvalg før redegjør for datainnsamlingsmetoder og undersøkelsens oppgavedesign. Videre i metodekapitlet vil jeg gå gjennom gjennomføring av undersøkelsen, gjøre rede for analysemetoder og til slutt diskutere studiens reliabilitet, validitet og etiske refleksjoner.

I resultat- og analysekapitlet vil jeg studere resultatene fra undersøkelsen og analysere de innsamlede dataene. Kapitlet tar utgangspunkt i Lemaire og Siegler (1995) dimensjoner for strategisk kompetanse - strategirepertoar, strategifordeling, strategieffektivitet og strategivalg. Studiens funn vil deretter bli diskutert opp mot teori i diskusjonskapitlet. I diskusjonskapitlet vil jeg gjøre rede for hvorvidt elevene var fleksible og adaptive etter målt strategirepertoar, strategifordeling, strategieffektivitet og begrunnelse for strategivalg. Jeg vil også diskutere studiens funn opp mot tidligere forskning, didaktiske implikasjoner og metodiske utfordringer.

2 Teori

I teorikapittelet redegjør jeg for de viktigste begrepene som inngår i forskningsspørsmålet. Disse begrepene er fleksibilitet, adaptivitet, strategisk utvikling, strategikompetanse, mentale strategier og den skriftlige standardalgoritmen. Jeg ser også på hvilken forståelse og kunnskap som utgjør fleksibilitet og adaptivitet, samtidig som jeg ser på variabler som påvirker elevs strategivalg. Deretter redegjør jeg for dimensjonene i Lemaire og Siegler (1995) sitt rammeverk for strategisk kompetanse – strategirepertoar, strategifordeling, strategieffektivitet og strategivalg. Studiens subtraksjonsstrategier, mentale strategier og den skriftlige standardalgoritmen, blir beskrevet, før jeg til slutt presenterer tidligere forskning knyttet til tematikken.

2.1 Barns kognitive og strategiske utvikling

Noe som kjennetegner barns tenking, er dens variasjon. Barn tenker på flere ulike måter, og barn tenker ulikt fra hverandre. Anerkjennelse av barns kognitive variasjon kan være spesielt viktig for å forstå hvordan barn lærer (Lemaire & Siegler, 1995, s. 83). Heinze et al. (2009, s. 535) trekker frem fleksibel og adaptiv bruk av strategier som en kognitiv variasjon, som vil si hvilke strategier barn bruker og hvordan strategiene utvikles. Barns strategiutvikling er en kompleks kognitiv prosess, og det finnes flere teorier som beskriver hvordan barn tenker i de kognitive prosessene (Siegler, 1996, s. 83).

2.1.1 Konstruktivistisk læringsteori

Studien er gjennomført med konstruktivistisk læringsteori som kunnskapsteoretisk posisjon og tilnærming til læring. Læringsteorien sier at individ konstruerer egen kunnskap gjennom selve læringsprosessen. Individ overtar ikke «ferdig kunnskap», men lærer av erfaringer (Imsen, 2011, s. 44). Læring kan beskrives på forskjellige måter. Konstruktivisme ser læring som en konstruksjonsprosess påvirket av det sosiale miljøet hvor læring finner sted (Postholm, 2016, s. 155). Konstruktivismen ser ikke på kunnskap som noe absolutt, og det legges vekt på at læring også foregår i ulike praksisfellesskap i interaksjon mellom individ og miljø. Kunnskapen blir derfor lokal og individuell, som betyr at i for eksempel en skoleklasse konstruerer ikke alle elever nøyaktig samme kunnskap. Hvordan elevene utvikler forståelse og mening er avhengig av forkunnskaper, som naturligvis varierer fra elev til elev (Postholm, 2016, s. 157).

Pedagogikken skiller blant annet mellom kognitiv konstruktivisme, hvordan enkeltmennesket lærer, og sosial konstruktivisme, hvordan læring skjer i et sosialt samspill mellom mennesker. Innenfor kognitiv konstruktivisme er Jean Piaget sentral (Imsen, 2011). For Piaget oppstår kunnskap gjennom erfaringer, og individ konstruerer kunnskap aktivt når de tar stilling til og bearbeider omgivelser (Säljö, 2016, s. 60). Ernst von Glasersfeld, som er sentral innenfor radikal konstruktivisme, deler Piaget sitt syn på at kunnskap ikke blir mottatt passivt, men aktivt bygges opp av individ. Det er ikke et spørsmål om å oppdage en objektiv eksisterende verden, men om å organisere ens erfaringer (Skott et al., 2016, s. 70).

Piaget trekker frem assimilasjon og akkommodasjon som to prosesser som er sentrale for kognitiv utvikling og adaptasjon (Säljö, 2016, s. 60). Prosessene beskrives som to

måter å være adaptiv på (Skott et al., 2016, s. 70). Mennesker har en tendens til å tilpasse seg omgivelser. Det kalles adaptasjon, og det er i denne tilpasningen at assimilasjon og akkommodasjon er involvert (Postholm, 2016, s. 158). Assimilasjon innebærer å ta inn inntrykk og erfaringer og integrere dem i allerede utviklede kognitive skjemaer (Säljö, 2016, s. 60). Det vil si at ved assimilasjon blir noe nytt forstått ved å tilpasse dem i eksisterende skjemaer. Akkommodasjon innebærer at man justerer eksisterende skjemaer, eller lager nye, for å tilpasse dem til den nye informasjonen (Postholm, 2016, s. 158-159).

2.1.2 Strategiutvikling – en kognitiv prosess

Kognitiv kompetanse i konstruktivisme er en forutsetning for utvikling (Säljö, 2016, s. 61). Sentralt for min studie er barns strategiutvikling. Siegler (1994, s. 87) fastslo i sine studier at barn ikke bare har én måte å tenke på, men gjennomgår en stadig utvikling hvor de tilegner seg nye strategier som de kan anvende i matematikken. Den tidligere rådende teorien for å beskrive kognitiv utvikling hos barn er trappemodellen (Siegler, 1996, s. 83, min oversettelse²). Trappemodellen tar utgangspunkt i Piaget sin stadieteori som beskriver hvordan læring hos barn skjer i stadier (Imsen, 2011, s. 103). Modellen viser at barn tenker på en gitt måte over en lengre periode før tenkningen plutselig gjennomgår et skifte. Trinnene i trappen illustrerer barns stadier i tenkningen, og mellom hvert trinn skjer det en brå endring i måten de tenker på (Siegler, 1996, s. 83). Piaget sin stadieteori fikk mye oppmerksomhet, men ble også kritisert for at stadiene i praksis ikke passet til mange barn. Begrepet «readiness» ble mer sentralt i den pedagogiske psykologien, fordi fokuset ble på å ikke forsere utviklingen, men heller gi opplæring som passet til barnets nivå i utviklingen (Imsen, 2011, s. 103).

Piaget sin stadieteori var mye brukt frem til Siegler (1996, s. 85) presenterte en alternativ teori da han mente at skildringene i trappemodellen var i strid med nyere forståelse av strategisk utvikling. Siegler sin overlappende bølger-modell (min oversettelse³) viser at det er flere måter å tenke på som eksisterer side om side og at barn bruker flere strategier i perioder. Hver bølge i modellen tilsvarer en regel, strategi, teori eller måte å tenke på. I stedet for at utviklingen blir sett på som et steg opp fra ett nivå til neste, er utviklingen gradvis og påvirkes av introduksjon av alternative måter å tenke på (Siegler, 1996, s. 85).

Utviklingstilnærmingen til overlappende bølger-modellen åpner opp for undersøkelser som beskriver regnestrategiers frekvens, effektivitet og nøyaktighet. Siegler (1996, s. 89-90) understreker viktigheten av å undersøke dette i dybden siden aritmetikkregning er en grunnleggende kompetanse, og den strategiske utviklingen strekker seg fra barndom til voksen alder. Underveis i den strategiske utviklingen vil man få nye strategier i repertoaret sitt, mens noen blir eliminert. Det å ha en rekke strategier tilgjengelig er nyttig for å tilpasse seg nye situasjoner, selv når en eller flere av strategiene ikke brukes ofte eller gir umiddelbare fordeler (Siegler, 1996, s. 90).

² «The staircase metaphor» (Siegler, 1996, s. 83)

³ «Overlapping waves metaphor» (Siegler, 1996, s. 83)

2.2 Fleksibilitet og adaptivitet

Begrepene *fleksibilitet* og *adaptivitet* brukes ofte som synonymer i litteraturen. Verschaffel et al. (2009, s. 337) erfarte, ved å undersøke eksisterende litteratur, at begrepet fleksibilitet primært brukes for å referere til å kunne bytte sømløst mellom flere strategier, mens adaptivitet i tillegg fokuserer på å gjøre passende strategivalg. Som et overordnet begrep blir matematisk fleksibilitet og adaptivitet definert som den bevisste eller ubevisste bruken av mest hensiktsmessig løsningsstrategi på en gitt oppgave, for et gitt individ, i en gitt kontekst (Heinze et al., 2009, s. 536). Jeg vil i min studie bruke disse definisjonene og benytte begrepene fleksibilitet og adaptivitet som et overordnet begrep, fleksibilitet for bruk av flere strategier og adaptivitet for å gjøre passende strategivalg.

Fleksibel og adaptiv bruk av strategier er en del av en kognitiv variasjon, som vil si hvilke strategier individ bruker i oppgaveløsning, og hvordan strategiene utvikles. Denne kognitive variasjonen gjør det mulig for individ å løse matematiske problem effektivt og nøyaktig (Heinze et al., 2009, s. 535). Adaptivitet er kompetansen til å velge rett strategi i oppgaveløsning, og vil være viktig for den matematiske kunnskapen. Fleksibilitet med en variasjon av ulike regnestrategier er et verktøy som gjør at en matematikkyndig person kan lykkes i dagliglivet (Van de Walle et al., 2015, s. 273). Fleksibilitet og adaptivitet er ikke noe du har eller ikke har. Evnen til å være fleksibel eller adaptiv er også en utvikling over tid, en prosess som ikke nødvendigvis er enkel eller rask (Verschaffel et al., 2009, s. 504).

2.2.1 Forståelse og kunnskap som utgjør fleksibilitet og adaptivitet

I arbeid med fagfornyelsen vektlegger Ludvigsenutvalget dybdelæring over overflatelæring. Dybdelæring karakteriseres ved at elevene gradvis og over tid utvikler forståelse av begreper og sammenhenger innenfor et fag, samt at de klarer å anvende kunnskapen i problemløsning (Nosrati & Wæge, 2018, s. 3). I matematikken finner vi igjen fleksibilitet og adaptivitet under *begrepsmessig forståelse* og *prosedyrekunnskap*, som er en av fem sentrale komponenter for å beskrive matematisk dybdelæring (Nosrati & Wæge, 2018, s. 4).

Hiebert & Lefevre (1986, s. 4) beskriver begrepsmessig forståelse som et kunnskapsnett som anerkjenner relasjoner mellom informasjon. Begrepet «forståelse» brukes for å beskrive kunnskapstilstanden hvor ny matematisk informasjon kobles sammen med eksisterende kunnskap (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 4). Elever skal danne sammenhenger og strukturer mellom ulike matematiske begrep, ideer og prosedyrer. Det innebærer å forstå viktigheten av en matematisk ide og knytte nye ideer til eksisterende matematiske ideer (Nosrati & Wæge, 2018, s. 4). Burkhardt og Swan (2017, s. 190) beskriver også matematisk innhold innenfor begrepsmessig forståelse som et koblet nettverk, men et nettverk av begreper og strategier hvor forbindelsene mellom ulike begreper forsterker hverandre. For å utvikle begrepsmessig forståelse og fleksibilitet mener de at elever må få mulighet til å aktivere eksisterende begreper og strategier i møte med nye (Burkhardt & Swan, 2017, s. 188).

Prosedyrekunnskap beskrives som kunnskap som legger vekt på symboler, regler og algoritmer for å fullføre matematiske oppgaver (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 6). I motsetning til begrepsmessig forståelse som fremmer forståelse, fremmer

prosedyrekunnskap memorering og regneferdigheter (Baroody, 2013, s. 4).

Prosedyrekunnskap er kunnskapen elevene skal ha om ulike matematiske prosedyrer og evnen til å kunne utføre dem nøyaktig, fleksibelt og hensiktsmessig. Ved å kunne utføre prosedyrer fleksibelt, vil elevene kunne veksle mellom forskjellige prosedyrer og velge den mest hensiktsmessige i en gitt situasjon (Nosrati & Wæge, 2018, s. 4).

Matematisk kunnskap inkluderer et grunnleggende forhold mellom begrepsmessig forståelse og prosedyrekunnskap. Det er nødvendig at elever er kompetente i begge for å utvikle et solid kunnskapsgrunnlag i matematikk. Når begreper og prosedyrer ikke henger sammen kan det gjøre at elevene har en god intuitiv følelse for matematikk, men ikke får løst oppgaver, eller at de kan generere ut svar, men ikke forstå hva de gjør (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 9). Begrepene blir ofte betraktet som to motsatte poler i skolematematikken, men å sette dem opp mot hverandre kan bidra til en falsk dikotomi og antagelsen om at prosedyrekunnskap ikke er av verdi. Tvert imot, er prosedyrekunnskap nyttig i mange sammenhenger, og prosedyrekunnskap og begrepsmessig forståelse henger tett sammen og støtter hverandre (Nosrati & Wæge, 2018, s. 5). Prosedyrekunnskap bør derimot følges av begrepsmessig forståelse. Elevene bør vite hvorfor prosedyren er gyldig og ikke bare hvordan den gjennomføres (Nosrati & Wæge, 2018, s. 4).

Begrepsmessig forståelse og prosessuell kunnskap, som en unik blanding av både forståelse og ferdigheter, forutsier fleksibilitet (Newton et al., 2020, s. 504). Hickendorff (2020, s. 2) viser til at både begrepsmessig forståelse og prosedyrekunnskap bidrar til strategifleksibilitet og adaptivitet, og at det er viktig at fleksibilitet og adaptivitet ikke kun er prosessuelle, men også har grunnlag i og virkning på dypere begrepsmessig forståelse av relasjonene mellom tall og prosedyrer.

2.3 Variabler som påvirker fleksibel og adaptiv strategibruk

Fleksibilitet blir ofte definert og operasjonalisert etter en rekke løsningsstrategier, uten ytterlige kvalifikasjoner, og om elever har løst oppgaver fra et gitt problemsett ved hjelp av en og samme framgangsmåte. Selv om variasjon av strategier og å kunne bytte sømløst mellom disse strategiene kan betraktes som et springbrett mot adaptivitet, kan det å bare bruke forskjellige løsningsstrategier på en serie lignende matematiske oppgaver ikke betraktes som bevis på adaptiv strategibruk alene (Verschaffel et al., 2009, s. 339).

I forskningen på hvordan fleksibilitet fremmes, er det fremhevet at fleksibilitet er en flerdimensjonal konstruksjon som inkluderer oppgave-, elev- og kontekstuelle elementer (Verschaffel et al., 2009, referert i Newton, 2020, s. 503). Forskningen på fleksibel strategibruk inkluderer også adaptivitet, siden adaptivitet blir definert og operasjonalisert som evnen til å løse matematiske oppgaver fleksibelt ut fra et mangfold av meningsfylte strategier, og ved å ta hensyn til tema, oppgaven og konteksten (Heinze et al., 2009, s. 535).

Torbeyns & Verschaffel (2013, s. 131) konkluderer derfor med at fleksibilitet og adaptivitet kan defineres og operasjonaliseres etter spesifikke oppgaveegenskaper, individuelle emnekaraktistikker, og kontekstuelle variabler. For å videre definere og operasjonalisere strategifleksibilitet og adaptivitet, vil jeg se på tre tilpasninger som

Verschaffel et al. (2009) trekker frem som påvirker fleksibilitet og adaptivitet - *oppgavevariabel*, *subjektvariabel* og *kontekstvariabel* (Verschaffel., 2009, s. 339, min oversettelse⁴).

2.3.1 Oppgavevariabel

Verschaffel et al. (2009, s. 339) viser til at i tilpasning etter oppgavevariabel blir fleksibilitet og adaptivitet definert og operasjonalisert i forhold til oppgaveegenskaper. Det vil si naturen til de gitte tallene i oppgaven (Verschaffel et al., 2009, s. 340). For eksempel operasjonaliserer Blöte et al. (2001, s. 628) elevens strategivalg som fleksible dersom elevene valgte løsningsprosedyrer i forhold til tallkarakteristikker i subtraksjonsoppgaver. Thompson (1999, s. 147) trekker frem mentale strategier som strategier som vektlegger behovet for å velge en passende beregningsstrategi for det faktiske tallet i oppgaven. Både Blöte et al. (2001) og Thompson (1999) er eksempler som definerer hvorvidt en kombinasjon av en viss oppgavetype og en viss strategitype er mer eller mindre fleksible enn andre (Verschaffel et al., 2009, s. 339).

Verschaffel et al. (2009, s. 339) argumenterer derimot for at det kan være vanskelig å definere og operasjonalisere strategifleksibilitet ut fra kun oppgavekarakteristikker. Selv om noen oppgaver passer noen strategier bedre, kan ikke strategivalg betraktes som fleksibelt og adaptivt etter bare tallkarakteristikkene til oppgaven. Derfor må subjektive og kontekstuelle variabler tas med i betraktningen for å operasjonalisere fleksibilitet og adaptivitet (Verschaffel et al., 2009, s. 339).

2.3.2 Subjektvariabel

Subjektvariabelen tar i betraktning hvor nøyaktig og hurtig elever kan utføre strategier på de gitte oppgavene, gitt deres personlige kunnskaper og ferdigheter for å anvende disse strategiene (Verschaffel et al., 2009, s. 340). Forskning viser også at subjektive faktorer som kjønn, alder og matematisk presentasjonsnivå kan ha betydning for evnen til å ta effektive og passende strategivalg (Hickendorff, 2018, s. 580). Torbeyns et al. (2017, s. 65-66) referer til forskning hvor jenter hadde en tendens til å anvende standardiserte strategier, som skriftlige standardalgoritmer, mens gutter foretrakk strategier basert på tallkarakteristikker (Torbeyns et al., 2017, s. 65-66).

Shrager og Siegler (1998) utviklet datamodellen *Strategy Choice and Discovery Simulation* (SCADS) som undersøkte hvordan barns mestring av enkel aritmetikk utvikler seg. Datamodellen ser på om et bestemt strategivalg av et bestemt barn er avhengig av hvor effektiv strategien er for en bestemt oppgave for det barnet, sammenlignet med andre strategier tilgjengelig i barnets repertoar. SCADS hevdes å være en nøyaktig simulering av hvordan barn tar strategivalg og utvikler nye strategier i aritmetikk, men modellen reflekterer også over strategivalgprosessen og at karakteristikker i oppgaven må sees i forhold til individet som løser oppgaven, og hvor godt individet mestrer de distinkte strategiene (Verschaffel et al., 2009, s. 340).

⁴ «Task variables, subject variables, context variables» (Verschaffel et al., 2009, s. 339)

2.3.3 Kontekstvariabel

Verschaffel et al. (2009, s. 340) diskuterer fremveksten av det sosiokulturelle perspektivet hvor forskning tyder på at adaptive aritmetiske strategivalg ikke bare er avhengig av oppgavevariabel og subjektvariabel, men også variabler knyttet til konteksten (Verschaffel et al., 2009, s. 340). Ved å ta hensyn til kontekstuelle variabler, vil eleven tilpasse strategivalg til de mest verdsatte aspektene i en sosiokulturell setting (Torbeys & Verschaffel 2013, s. 131). For eksempel kan den sosiokulturelle settingen være klasserommet, og elevers strategivalg bestemmes ut fra aspekter som virker mest verdsatt i et klasserom. De fleste studier nevner hastighet og nøyaktighet, men det kan også være formalitet, generalitet eller fleksibilitet i løsningsstrategier. Andre kjennetegn ved den sosiokulturelle konteksten er bruk av representasjons- og beregningsverktøy eller betydningen av målet om å presentere på skoleoppgaver kontra andre sosiale mål (Verschaffel et al., 2009, s. 342).

Ellis (1997, s. 492) diskuterer at den sosiokulturelle konteksten ikke bare er med å forme strategirepertoaret som elever har tilgjengelig, men også valgene de gjør blant de tilgjengelige strategiene. Barn utvikler kunnskap om sosiokulturelle normer, strategihastighet og strateginøyaktighet ut fra alder og erfaring (Verschaffel et al., 2009, s. 341). Ellis (1997, s. 492) poengterer at hva en gitt kultur definerer som passende og adaptivt vil påvirke elevers strategivalg

2.4 Strategisk kompetanse

Lemaire og Siegler (1995) utarbeidet en modell som består av fire dimensjoner som gir et konseptuelt rammeverk for å skildre strategisk kompetanse (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84). Modellen undersøker hvordan endring innad i en dimensjon kan påvirke hurtighet og nøyaktighet. Dimensjonene strategirepertoar, strategifordeling, strategieffektivitet og strategivalg beskriver hvilke strategier som brukes, når strategier blir brukt, hvordan strategier blir brukt og hvordan strategier blir valgt (Lemaire & Siegler, 1995, s. 83; Hickendorff, 2020, s. 2).

Strategirepertoar vil si hvilke strategier et individ kjenner til og bruker for å løse oppgaver (Torbeys & Verschaffel, 2013, s. 132; Hickendorff, 2020, s. 2). Det involverer spesifikke målrettede strategier, og ofte brukes flere strategier over en utviklingsperiode. For eksempel, en barneskoleelev bruker gjerne ulike strategier som telling, hente svar fra minne eller dekomponering av oppgaver i en enkelt matematikktime for å løse addisjonsoppgaver (Lemaire & Siegler, 1995, s. 83).

Strategifordeling referer til frekvensen av strategibruk, altså når strategiene brukes og hvor ofte de blir brukt (Torbeys & Verschaffel, 2013, s. 132; Hickendorff, 2020, s. 2). Det involverer både den relative frekvensen til hver strategi, men også hvilke oppgavetyper som løses med hver strategi. Hyppig bruk av den raskeste og mest nøyaktige strategien, både tidlig og senere i en læringsprosess, vil ofte bidra til generell forbedring i hurtighet og nøyaktighet (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84).

Strategieffektivitet innebærer nøyaktighet og hastighet på strategiutførelse (Torbeys & Verschaffel, 2013, s. 132; Hickendorff, 2020, s. 2). I følge Lemaire og Siegler (1995, s. 84) involverer strategieffektivitet både kvantitative og kvalitative kjennetegn for utførelse. Erfaring i oppgaveløsning for enhver strategi fører vanligvis til forbedret

utførelse, altså når barn bruker samme strategi over tid øker hurtighet og nøyaktighet (Lemaire & Verschaffel, 1995, s. 84).

Strategivalg referer til den fleksible naturen til et individuelt strategivalg, og om et individ velger strategiene som er mest effektive for dem (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 132). Hvordan strategier blir valgt involverer individets beslutninger om hvilken strategi som skal brukes. For noen barn kan en strategi være raskere og mer nøyaktig på en gitt oppgave, mens en annen strategi kan være mer effektiv på andre oppgaver. Når et barn kjenner til flere strategier for å løse en gitt oppgavetype, som for eksempel subtraksjonsoppgaver, handler strategivalg om barnet velger den mest effektive strategien for dem selv (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84).

2.5 Subtraksjonsstrategier

Van de Walle et al. (2015, s. 27) presenterer tre ulike regnestrategier for subtraksjon: *direkte modellering, mentale strategier og den skriftlige standardalgoritmen*. Fokuset i denne studien vil være mentale strategier og den skriftlige standardalgoritmen.

2.5.1 Mentale strategier

For å løse flersifrede subtraksjonsoppgaver bruker barn ulike mentale strategier. Mentale strategier krever at barn regner med hodet ved at de stoler på sin forståelse av de grunnleggende funksjonene i tallsystemet og aritmetiske operasjoner. Selv om disse strategiene er typisk gjennomført i barnas hoder, uten papir og blyant, tillater definisjonen barn å skrive ned beregningstrinn og/eller mellomresultat (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 130). Det som kan være en mental strategi for en elev må kanskje løses med skriftlig støtte av andre elever. I utgangspunktet kan det være at elevene ikke selv er klar for å løse oppgavene mentalt, fordi de fremdeles er på direkte modellering eller trenger å notere deler av problemet mens de tenker. Direkte modellering er strategier som med veiledning kan utvikle seg til mer fleksible strategier som blir utført mentalt (Van de Walle et al., 2015, s. 281). Mentale strategier kan klassifiseres på to forskjellige, men komplementære måter: på grunnlag av manipulasjon av tall i oppgaven, *tallperspektivet*, eller på grunnlag av modellen for operasjonen som velges, *operasjonsperspektivet* (Torbeyns et al., 2018, s. 217).

2.5.1.1 Tallperspektiv

Torbeyns & Verschaffel (2013, s. 130) presenterte tre grunnleggende kategorier i tallperspektivet som barns mentale strategier kan videre klassifiseres i: *dekomponeringsstrategier, sekvensielle strategier og varierende strategier*. Strategiene gjelder for både addisjon og subtraksjon, men i samsvar med forskningsspørsmålet mitt fokuserer jeg på subtraksjon.

Dekomponeringsstrategien for subtraksjon deler tallene opp i hundrere, tiere og enere og adderer og subtraherer dem separat (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 130). Et eksempel med dekomponeringsstrategien på løsningen av $457 - 212$:

$$\begin{aligned}457 - 212 &= ? \\400 - 200 &= 200 \\50 - 10 &= 40\end{aligned}$$

$$7 - 2 = 5$$

$$200 + 40 + 5 = 245$$

Sekvensielle strategier for subtraksjon subtraherer først med hundrere, deretter tiere og til slutt enere av subtrahenden fra den udelte minuenden (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 130; Torbeyns et al., 2018, s. 217). For eksempel blir $457 - 212$ med sekvensiell strategi løst:

$$457 - 212 = ?$$

$$457 - 200 = 257$$

$$257 - 10 = 247$$

$$247 - 2 = 245$$

Variierende strategier er strategier som involverer fleksibel tilpasning til tallene og operasjonene i oppgavene på grunnlag av ens forståelse av tallrelasjoner og/eller egenskapene til aritmetiske operasjoner. Kompensasjonsstrategien er et eksempel på en variierende strategi som brukes effektivt på problemer hvor subtrahenden slutter på sifferet 8 eller 9 (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 130; Torbeyns et al., 2018, s. 130). For eksempel blir løsningen av $457 - 298$ med kompensasjonsstrategien:

$$457 - 298 = ?$$

$$457 - (300 + 2) =$$

$$157 + 2 = 159$$

2.5.1.2 Operasjonsperspektiv

Den andre klassifiseringen av flersifrede subtraksjonsstrategier, operasjonsperspektivet, tar utgangspunkt i hvordan operasjonen som ligger til grunn for løsningsprosessen blir utført (Peltenburg et al., 2012, s. 353). Peltenburg et al. (2012) presenterte også to kategorier under operasjonsperspektivet: *direkte subtraksjon* og *indirekte addisjon*. I motsetning til Torbeyns et al. (2018) som kaller direkte subtraksjon og indirekte addisjon for strategier, kaller Peltenburg (2012) operasjonene for prosedyrer. Heretter vil jeg benytte strategier for operasjonene.

Direkte subtraksjon er strategier preget av direkte bruk av subtraksjonsoperasjoner og som løses ved å ta bort subtrahenden fra minuenden. Strategiene som ble nevnt i tallperspektivet, dekomponeringsstrategier, sekvensielle strategier og variierende strategier, er inkludert i direkte subtraksjon (Torbeyns et al., 2018, s. 217).

Indirekte addisjon er karakterisert ved bruken av en komplementær addisjonsoperasjon for å løse et gitt subtraksjonsproblem. For å subtrahere ved addisjon krever det at man finner ut hvor mye som skal legges til subtrahenden for å nå minuenden (Torbeyns et al., 2018, s. 217). Et eksempel for løsningen av $628 - 313$ med indirekte addisjon blir:

$$628 - 313 = ?$$

$$313 + 87 = 400$$

$$400 + 200 = 600$$

$$600 + 28 = 628$$

$$87 + 200 + 28 = 315$$

2.5.2 Den skriftlige standardalgoritmen

Skriftlige standardalgoritmer er faste og veldefinerte trinnprosedyrer for å løse flersifret regnestykker, deriblant subtraksjonsstykker. Elever bruker stort sett papir og blyant for å regne med disse algoritmene, men det er også mulig å gjennomføre uten som en mental strategi. Det finnes det flere varianter av skriftlige standardalgoritmer, og det er et skille mellom europeiske og ikke-europeiske standardalgoritmer (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 130). Den skriftlige standardalgoritmen, heretter kalt standardalgoritmen, som benyttes i Norge for subtraksjon, er en elegant strategi for regning som baserer seg på å utføre en regneoperasjon med én plassverdi om gangen med overgang til en naboposisjon (Van de Walle et al., 2015, s. 272).

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 \cancel{6} & 6 & 7 \\
 \hline
 2 & 8 & 5 \\
 \hline
 3 & 8 & 2 \\
 \hline
 \hline
 \end{array} \\
 - \\
 =
 \end{array}$$

Figur 2.1: Eksempel på utført skriftlig standardalgoritme.

Ofte leder standardalgoritmen til at elever tenker i form av siffer istedenfor tallet som sifrene utgjør, slik at elevene ofte mister oversikten av den faktiske plassverdien til et siffer (Van de Walle et al., 2015, s. 272). I eksempelet i figur 2.1 vil en elev som løser regnestykke $667 - 285$ begynne med $7 - 5$. Standardalgoritmen begynner ved å se på tallene til høyre, i motsetning til flere mentale beregningsstrategier som ofte begynner med største tallet til venstre, fordi fokuset er på det hele tallet. For $667 - 285$ begynner man med $600 - 200$ (Van de Walle et al., 2015, s. 280).

Argumentet for å bruke standardalgoritmen handler generelt om effektivitet og nødvendigheten med en metode som fungerer med alle tall, men det kan føre til tanken om at det bare finnes én «korrekt» algoritme (Van de Walle et al., 2015 s. 281). Van de Walle et al. (2015, s. 281) argumenterer derimot for mentale strategier er mer passende, effektive og nøyaktige for addisjon og subtraksjon, men noen elever vil også motstå å lære andre strategier som kan være mer fleksible enn standardalgoritmen fordi de tror de allerede kjenner den korrekte strategien. Standardalgoritmen er derimot en sentral strategi for elevene å ha i verktøykassen, men ved læring av standardalgoritmen bør ikke hovedfokuset være å memorere en rekke med steg, men heller å gi mening til prosessen (Van de Walle et al., 2015 s. 281).

2.6 Tidligere forskning

Temaene som er gjennomgående for min studie er fleksibilitet og adaptivitet, flersifret subtraksjon, subtraksjonsstrategier og strategisk kompetanse. I dette delkapittelet vil jeg presentere tidligere forskning som er relevant for disse temaene og min studie, og som jeg skal se i sammenheng med mine resultat i diskusjonen.

Som nevnt i innledningen, og som blir nærmere forklart i metodekapittelet, benytter denne studien Siegler & Lemaire (1997) sitt metodiske rammeverk, choice/no-choice,

som kvantitativ metode for innsamling av data. Luwel et al. (2009) tar for seg styrker og svakheter til choice/no-choice. Metoden består av oppgaveløsning i en valgbetingelse og en eller flere ikke-valgbetingelser, og metoden viser seg sterk for å undersøke individers strategikompetanse i et bredt domene, men særlig i elementær aritmetikk, som for eksempel subtraksjon. En svakhet er at deltakere «tvinges» i en valgbetingelse til å anvende en bestemt strategi som gir delvis eller forenklet syn på virkeligheten. Samtidig måler metoden fleksibilitet ved å sammenligne resultat fra valgbetingelsen og ikke-valgbetingelsene.

Torbeyns og Verschaffel (2013) analyserer barns bruk av mentale beregningsstrategier og skriftlige algoritmer innenfor flersifret addisjon og subtraksjon med «choice/no-choice» som metode. I deres undersøkelse løste 21 fjerdeklassinger oppgaver som skulle stimulere enten bruk av mentale strategier eller standardalgoritmen. Resultatet viste at etter elevene hadde blitt introdusert for standardalgoritmen, brukte de som oftest den for å løse flersifret addisjon og subtraksjon, selv på oppgaver som skulle invitere til mentale strategier. Studiens resultater viste også at elevene ikke tilpasset sine strategivalg i forhold oppgavekarakteristikker, men heller tilpasset strategivalg til hurtighet.

Noen år senere gjennomførte Torbeyns og Verschaffel (2016) en ny studie, som undersøkte elevers bruk av mentale strategier og standardalgoritmen for flersifrede subtraksjoner. 58 fjerdeklassinger, med varierende matematisk prestasjonsnivå, løste subtraksjonsoppgaver som enten stimulerte bruk av mentale strategier eller standardalgoritmen i en valgbetingelse og to ikke-valgbetingelser. Studien til Torbeyns og Verschaffel (2016) fokuserte kun på subtraksjon slik som min studie. I likhet med studien fra 2013 viste resultatene at elevene, på alle prestasjonsnivåer, brukte standardalgoritmen bemerkelsesverdig ofte og effektivt, selv på subtraksjonsoppgaver ment for å fremkalle mentale strategier. I tillegg viste resultatene at elevene heller ikke i denne studien tilpasset strategivalg etter de numeriske egenskapene til oppgavene, men elevene som presterte over gjennomsnittet, baserte strategivalg på deres individuelle mestring av de ulike strategiene.

Flersifret subtraksjon er temaet for studien til De Smedt et al. (2010), som undersøkte utviklingen av indirekte addisjon som et alternativ for å løse flersifrede subtraksjonsoppgaver. Forskerne analyserte over tid læringsmiljø som hadde mål om å engasjere utviklingen av indirekte addisjon. 35 tredjeklassinger deltok, og resultatet viste at indirekte addisjon ble sjeldent brukt, men når elevene først anvendte indirekte addisjon som strategi var utførelsen effektiv.

De Smedt et al. (2010) oppdaget underveis i sin studie en positiv utvikling av fleksibilitet og strategivariasjon. Verschaffel et al. (2007) forsket også på fleksibilitet hos barn og analyserte hvordan reformbaserte læreplandokumenter fokuserer på det, men studien viste imidlertid at det fremdeles var lite forskning på hvordan fleksibilitet oppnås. Forfatterne konkluderte med at de foretrakk en tilnærming som fremmer at barn utvikler egne strategier basert på oppgave, tema og kontekst. Det er derimot et ambisiøst mål, og forfatterne poengterte at det krever videre forskningsinnsats for å gjøre fremskritt i teoretisk forståelse og praktisk forbedring av strategifleksibilitet. Heinze et al. (2009) er et eksempel på en studie som presenterer tidligere og nyere forskning på fleksibel og adaptiv bruk av strategier, og studien hevder at det er den kognitive variasjonen som gjør det mulig for individer å løse problemer effektivt og nøyaktig.

Verschaffel (2007) trekker frem strategiutvikling, og Heinze (2009) beskriver kognitiv variasjon i sine studier, som begge er sentrale begrep i Siegler (1996) sine studier. Siegler tok for seg fundamentale spørsmål rundt barns tenking, og hvordan barn utvikler en samling av strategier. Som tidligere presentert i teorikapittelet, ser Siegler på utviklingen av barns forståelse som overlappende bølger i motsetning til Piaget sin stadieteori som tidligere har vært mye brukt for å beskrive barns tenking. Siegler mener at barns strategiutvikling er en kognitiv prosess, og at barn har flere måter å tenke på og utvikler nye strategier som kan brukes sammen med de strategiene som de allerede har.

3 Metode

I metodekapittelet vil jeg beskrive og begrunne de metodiske valgene som er tatt for å kunne svare på forskningsspørsmålet: Hvor fleksible og adaptive er elever på 8.trinn i løsning av subtraksjonsoppgaver med mentale strategier og den skriftlige standardalgoritmen? Først i kapittelet introduseres studiens vitenskapsteoretiske perspektiv, pragmatisme, før valget av studiens forskningsmetode, mixed methods, blir forklart. Deretter presenteres utvalget av deltakere i studien, i tillegg til prosedyren for kvantitativ datainnsamling, «choice/-no-choice», og kvalitativ datainnsamling, intervju. Videre blir det redegjort for gjennomføringen av undersøkelsen, og kvantitativ og kvalitativ analysemetode. Avslutningsvis blir det tatt stilling til studiens reliabilitet, validitet og forskningsetikk.

3.1 Vitenskapsteoretisk perspektiv

Valget av perspektiv når man skal undersøke et fenomen har avgjørende betydning for hvilke sider av virkeligheten man avdekker (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 45). Denne studien har et pragmatisk vitenskapsteoretisk perspektiv, og pragmatisme ser på verden ut fra handlinger, situasjoner og konsekvenser, og er en betraktning av hva som fungerer og løsninger på problemer. Forskere som har pragmatisme som vitenskapsteoretisk perspektiv legger vekt på forskningsproblemet og bruker alle mulige tilnærminger for å forstå det (Creswell, 2014, s. 10).

Hvert vitenskapsteoretisk perspektiv som blir tillagt forskning har et forskningsdesign som er relatert til perspektivet sitt syn på verden, og perspektivet har videre metoder for forskningen som skal bidra til å bringe verdenssynet ut i praksis (Creswell, 2014, s. 5). Forskningsdesignet for denne studien er mixed methods som anvender både kvantitativ og kvalitativ tilnærming til forskning. Mixed methods blir derfor en pragmatisk metode siden pragmatisme ikke ser på verden som en absolutt enhet eller er forpliktet noe system av filosofi og virkelighet. En forsker med et pragmatisk vitenskapsteoretisk perspektiv har valgfrihet til å velge metoder som best dekker oppgavens behov og formål. Forskeren ser på *hva* og *hvordan* man skal forske basert på de tiltenkte konsekvensene, og forskning med mixed methods trenger et bestemt formål og begrunnelse til hvorfor og hvordan de kombinerer kvantitativ og kvalitativ data og analyse (Creswell, 2014, s. 11).

3.2 Mixed methods

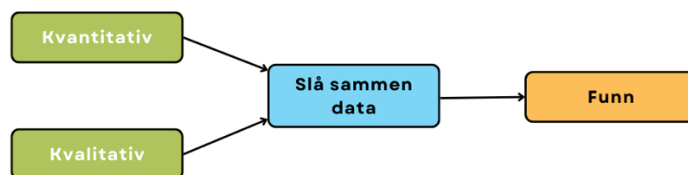
I min forskningsoppgave har jeg valgt mixed methods som forskningsdesign for å gjennomføre en undersøkelse som skal svare på oppgavens forskningsspørsmål. Mixed methods kombinerer kvantitativ og kvalitativ forskning i ett og samme prosjekt (Bryman, 2016, s. 635). Det finnes fordeler og ulemper med alle forskningsdesign, og tanken bak mixed methods er at kombinasjonen av både kvantitativ og kvalitativ tilnærming til datainnsamling og analyse, er med på å nøytralisere svakhetene ved hver form for tilnærming (Creswell, 2014, s. 4). Samtidig erkjenner mixed methods at både kvantitativ og kvalitativ forskning er viktig. Formålet med mixed methods er ikke å erstatte en av disse tilnærmingerne, men altså både benytte deres styrker og minimere svakhetene (Johnsen & Onwuegbuzie, 2004, s. 14-15). Som forsker baserer jeg valget av

forskningsdesign på antakelsen om at kombinasjonen av kvantitative og kvalitative tilnærminger gir en mer fullstendig forståelse av forskningsspørsmålet enn hva de to tilnærmingene gjør alene (Creswell, 2014, s. 4).

I mitt forskningsdesign starter jeg med den kvantitative undersøkelsen som bruker Siegler og Lemaire (1997) sitt metodiske rammeverk, choice/no-choice. I den kvalitative undersøkelsen benytter jeg meg av strukturert intervju. Det finnes ulike måter å klassifisere datainnsamling med mixed methods på. Bryman (2016, s. 637-638) klassifiserer i form av to kriterier, prioritet og sekvens. Prioritet vil si om det er den kvantitative eller kvalitative metoden som veier mest eller om de veier likt, eller om det viktigste datainnsamlingsverktøyet er kvantitativt eller kvalitativt. Sekvens ser på hvilken metode som går foran hvilken, om den kvantitative metoden går foran den kvalitative eller omvendt, eller om datainnsamlingen er knyttet til hver metode samtidig (Bryman, 2016, s. 638).

Mixed methods gjør det dermed mulig å starte med en kvantitativ undersøkelse med hensikt om å generalisere resultatene til utvalget, og deretter fokusere på et kvalitativt intervju for å samle mer detaljerte synspunkter fra deltakerne i utvalget (Creswell, 2014, s. 19). I min studie er det kvantitativ metode som har blitt brukt for å undersøke elevers strategirepertoar, strategifordeling og strategieffektivitet. Men, for at studien skal finne ut noe om selve strategikompetansen blir det også brukt kvalitativ metode for å få svar på elevers strategivalg. Ved å gjennomføre kvalitative intervju i tillegg til den kvantitative undersøkelsen, kan jeg både generalisere funnene mine, men også gå mer i dybden på strategikompetansen til elevene.

Undersøkelsen fokuserer på en av de tre modellene innenfor mixed methods, nemlig et sammenslått parallellt design (min oversettelse⁵). Som forsker har jeg samlet de kvantitative og kvalitative dataene for å gi en omfattende analyse av forskningsproblemet. Sammenslått parallell design av mixed methods er et metodedesign som samler inn begge former for data samtidig og integrerer deretter all informasjon i tolkningen av de samlede resultatene. Modellens gang illustreres i figur 3.1. Motsetninger eller inkongruente funn kan også bli videre undersøkt og forklart i dette designet (Creswell, 2014, s. 15).



Figur 3.1: Parallell sammenslått design innenfor mixed methods, etter Bryman (2016, s. 639).

3.3 Datainnsamling

Forskning skiller seg fra hverdagslige vurderinger ved at det samles inn data som gjenspeiler virkeligheten som undersøkes (Johannesen et al., 2016, s. 29). Studiens forskningsdesign er mixed methods, og datainnsamlingsmetodene består av choice/no-choice som kvantitativ metode og intervju som kvalitativ metode. Før jeg presenterer datainnsamlingsmetodene vil jeg gjøre rede for utvalget og utvalgsprosessen.

⁵ «Convergent parallell design» (Bryman, 2016, s. 638)

3.3.1 Utvalg

Som forskningsspørsmålet uttrykker, ønsker jeg å samle inn data fra åttendeklassinger, og jeg har i denne studien gjennomført en undersøkelse av 16 matematikkelever på åttende trinn fra to forskjellige ungdomsskoler. Å velge ut hvem som skal delta i en undersøkelse er en viktig del av forskningen, både i kvantitative og kvalitative undersøkelser (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 49). Populasjonen blir i dette tilfelle alle åttendeklassinger i landet, men med en så stor populasjon er det mest hensiktsmessig å gjennomføre en utvalgsundersøkelse der man tilfeldig trekker et utvalg av alle elevene. Utvelgelse av deltakere er en viktig prosess siden utvalget er en del av en populasjon som skal representere hele populasjonen (Bryman, 2016, s. 174). Det er vanlig å ta hensyn til heterogeniteten eller homogeniteten i populasjonen. Hvis populasjonen er homogen, det vil si at de er relativt like hverandre på flere kriterier, trenger forskerne færre informanter enn når populasjonen er heterogen (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 49). Et kriterie som gjør populasjonen i min studie homogen, er at de alle er matematikkelever i den norske skolen og undervisningen deres følger samme læreplan.

For å rekruttere deltakere til studien tok jeg kontakt med aktuelle skoler. Jeg kom i kontakt med faglærerne på åttende trinn på de forskjellige skolene, og vi avtalte hvordan jeg skulle undersøke utvalget. Skolene ble valgt etter hvilke som var mest tilgjengelig og kunne legge til rette for å gjennomføre undersøkelsen digitalt. Utvalget er derfor et bekvemmelighetsutvalg, eller et ikke-sannsynlighetsutvalg, siden det er like stor sannsynlighet for at alle i populasjonen blir valgt (Bryman, 2016, s. 187).

Teddlie og Yu (2007, s. 88) argumenterer for at det ikke finnes en allment akseptert beskrivelse for utvelgelse i mixed methods, men at både de kvantitative og kvalitative teknikkene er så veldefinerte og spesifiserte at de kan brukes kombinert. I kvantitative undersøkelser trekkes utvalget ofte tilfeldig, slik at vi kan gjøre statistiske generaliseringer basert på teorien om at utvalget skal kunne representere populasjonen. Generalisering vil si at man konkluderer med at resultatet i utvalget også vil gjelde for populasjonen. Det garanterer ikke at utvalget er representativt, men gir stor sannsynlighet for det (Johannessen et al., 2016, s. 242). Tilfeldig trekking av utvalg forekommer også i kvalitative undersøkelser (Johannessen et al., 2016, s. 114). Den kvalitative undersøkelsen blir gjennomført med de samme elevene som gjennomfører den kvantitative, og har som hensikt å gi fyldigere beskrivelser av fenomenet som forskes på i tillegg til statistiske generaliseringer.

3.3.2 Kvantitativ metode: Choice/no-choice

For å samle inn kvantitativ data har jeg benyttet metoden *choice/no-choice*. Siegler og Lemaire (1997) presenterte denne metoden som empirisk undersøker strategisk kompetanse, og som er mye brukt i tidligere forskning på fleksibilitet og adaptivitet hos elever. Metoden er nyttig til å avdekke effektiviteten og nøyaktigheten til strategier, og ved å sammenligne dem kan vi se på elevers fleksibilitet og adaptivitet til individuelle strategivalg. Metoden undersøker en gitt situasjon under to betingelser: en valgbetingelse og to ikke-valgbetingelser. I valgbetingelsen får elevene løse oppgavene med strategien som de selv ønsker å bruke ut av et sett tilgjengelige strategier, altså

«choice». I ikke-valgbetingelsene blir elevene bedt om å løse oppgaver med en bestemt strategi, altså «no-choice». Antall ikke-valgbetingelser skal tilsvare antall tilgjengelige strategier i valgbetingelsen (Luwel et al., 2009, s. 352). Studiens undersøkelse består av en valgbetingelse hvor elevene kan fritt velge mellom mentale strategier og standardalgoritmen, en ikke-valgbetingelse med standardalgoritmen og en ikke-valgbetingelse med mentale strategier.

Tidligere var det utviklet en choice-metode, men resultatene og konklusjonene om strategieffektivitet generert av denne metoden var basert på seleksjonseffekter, som for eksempel vanskelighetsnivå på oppgaver og ferdighetsnivå hos elever. Choice/no-choice krever at alle deltakerne løser problemer med bestemte strategier i ikke-valgbetingelsene som utelukker seleksjonseffektene og dermed gir mer objektive data om nøyaktighet og effektivitet til de ulike strategiene i elevens strategirepertoar (Luwel et al., 2009, s. 351-352).

Verschaffel et al. (2009, s. 340) hevder at begrepsmessig forståelse tar sikte på å inkludere oppgavevariabler og subjektvariabler for å fange opp en antatt kompleksitet i strategivalgprosessen, og choice/no-choice er metode som i økende grad blir brukt til dette formålet. Den obligatoriske bruken av én bestemt strategi på alle problemer i no-choice gjør det mulig for en forsker å få objektive estimater av effektiviteten av strategiene. Ved å sammenligne dataene om effektivitet til ulike strategier samlet inn i ikke-valgbetingelsen med strategivalgene som er gjort i valgbetingelsen, kan adaptiviteten til individuelle strategivalg i valgbetingelsen vurderes på en vitenskapelig hensiktsmessig måte. Har subjektet, i valgbetingelsen, løst hvert problem ved hjelp av strategien som gir best ytelse (når det gjelder effektivitet) på dette problemet som det fremstår fra informasjonen hentet fra ikke-valgbetingelsen? (Verschaffel et al., 2009, s. 340).

3.3.2.1 Oppgavedesign

Elevene løste 12 subtraksjonsoppgaver individuelt. Oppgavene var fordelt på de tre betingelsene med fire oppgaver i hver betingelse. Oppgavene ble designet ut fra noen av de samme kriteriene som Torbeyns og Verschaffel (2013, s. 133), nemlig ved at de forskjellige type oppgavene ble presentert tilfeldig og svaret på hver oppgave ikke kan utledes fra forrige oppgave. Alle oppgavene var flersifrede subtraksjonsoppgaver og basert på tresifrede tall. Det vil si alle tall fra 100 til 999.

I likhet med Torbeyns & Verschaffel (2013) designet jeg ulike typer oppgaver i valgbetingelsen som skulle fremprovosere ulike strategier. Den første typen oppgaver kunne løses effektivt med mentale strategier. Egenskapene til disse oppgavene var at ett av leddene kunne rundes opp eller ned til nærmeste hundrer, og at det andre leddet var minst 26 enheter fra forrige eller neste hundrer. Den andre typen oppgaver inviterte til bruk av standardalgoritmen og var ikke designet på noen spesiell måte, bare at de ikke var designet for bruk av en mental strategi. Jeg skiller oppgavene i valgbetingelsen mellom *subtraksjonsoppgaver designet for mentale strategier* (M-oppgaver) og *subtraksjonsoppgaver designet for standardalgoritmen* (S-oppgaver).

Det ble også gjort tiltak i oppgavedesignet for å forhindre påvirkning i strategivalg. På oppgavearket som elevene fikk utdelt var oppgavene presentert i standardform. Det vil si at tallene ble presentert horisontalt ($a - b$). Dette ble gjort for å unngå at elevene ville bli påvirket til å løse oppgavene med standardalgoritmen i valgbetingelsen dersom tallene

ble presentert vertikalt. For å forhindre at strategivalget i valgbetingelsen heller ikke blir påvirket av ikke-valgbetingelsene, anbefaler Siegler og Lemaire (1997) å administrere valgbetingelsen først (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 132).

3.3.3 Kvalitativ metode: Intervju

For å samle inn kvalitativ data har jeg benyttet intervju som metode, som bidrar til å belyse problemstillingen fra flere sider (Johannesen et al., 2016, s. 111). Kvalitativt intervju karakteriseres som en samtale med struktur og formål. Samtaler er viktig for at mennesker skal forstå hverandre, svare på spørsmål eller beskrive hva de tenker (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 77). Hensikten med mine kvalitative intervju er å få grundigere beskrivelser av elevenes strategivalg, som utfyller den kvantitative dataen. Ved å gjennomføre det kvalitative intervjuet etter choice/no-choice hindrer det at jeg som forsker ikke antar noe om elevenes strategivalg kun basert på resultatene fra den kvantitative undersøkelsen.

Mine kvalitative intervju er strukturerte, som vil si at man på forhånd har fastlagt både tema, spørsmål og rekkefølge på spørsmålene. Et strukturert intervju kan ligne på prekodete intervju med spørreskjemaer, men mine intervju hadde ikke svaralternativer (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 79). Ved å ikke ha svaralternativer fikk jeg mer utfyllende svar enn prekodete spørreskjema, og elevene formulerte svarene med egne ord. Spørsmålene i intervjuene var korte, konsise og få: «Hvordan gikk du frem for å løse oppgaven? Hvilken strategi brukte du?» og «Hvorfor brukte du akkurat denne strategien?». Alle elevene fikk de samme spørsmålene som gjorde intervjuet fokusert, og analysen ble mindre krevende fordi jeg kunne analysere spørsmål for spørsmål og sammenligne svarene (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 79).

For å dokumentere intervjuene skrev jeg notater, da det ikke var mulig eller ønskelig å bruke lydopptak. Siden intervjuene bare bestod av to spørsmål og var gjennomført på kort tid var notering en mulig løsning (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 84). Jeg noterte ned svar og beskrivelser underveis i intervjuet. Jeg rakk å gjøre det underveis siden det var korte og konsise svar fra elevene. Elevene ble informert om jeg kom til å notere underveis før gjennomføringen av undersøkelsen.

3.4 Gjennomføring av undersøkelsen

Gjennomføringen av undersøkelsen foregikk digitalt én-til-én over Zoom og Microsoft Teams. Hver elev ble testet på et stille grupperom på skolen, og de eneste som deltok var eleven og jeg. Undersøkelsen ble gjennomført i skoletiden, og elevene som deltok ble tatt ut av undervisningen etter tur. Før vi begynte, repeterte jeg informasjon fra samtykkeskjema, og jeg understreket at undersøkelsen er anonym slik at elevene var klar over hva deres deltakelse innebærer. Jeg forklarte deretter stegvis undersøkelsen og presenterte det matematiske temaet. Elevene fikk vite at undersøkelsen handlet om fleksible og adaptive løsningsstrategier på forhånd, men ikke at det var løsning av flersifret subtraksjon. Det ble gjort for å sikre at de ikke skulle påvirkes i forkant av undersøkelsen.

På grupperommet fikk de utdelt oppgaveark, skrivesaker og ark til å notere på. Oppgavene var fordelt på tre betingelser, henholdsvis valgbetingelse, ikke-valgbetingelse

med standardalgoritmen og ikke-valgbetingelsen med mentale strategier. Valgbetingelsen ble administrert først for å forhindre at elevene skulle bli påvirket av ikke-valgbetingelsene. Jeg forklarte underveis til deltakerne de ulike betingelsene og hva som krevdes av dem.

I gjennomføringen ble elevene instruert til å løse en og en oppgave. For hver oppgave skulle de oppgi svaret til meg, som jeg noterte. Jeg noterte også tidsbruk, men det ble elevene ikke gjort oppmerksom på, for å forhindre stress. Etter at deltakerne oppga svaret sitt, selv om det var korrekt eller ikke, stilte jeg spørsmålene i intervjuet om strategivalg. Det ble ikke stilt noen oppfølgingsspørsmål før vi gikk videre til neste oppgave og gjentok prosessen.

3.4.1 Pilotering

I forkant av undersøkelsen gjennomførte jeg en pilotundersøkelse på en niendeklassing og en lærerstudent. En pilotundersøkelse kan med fordel brukes for å undersøke kjennetegn ved deltakere, forbedre forskningsspørsmål eller forbedre metodiske valg og datanalyse (Nord et al., 2012, s. 47). Ved å gjennomføre en pilotundersøkelse kunne jeg for eksempel undersøke om vanskelighetsgraden i oppgavene var passende. En pilotundersøkelse har ikke som hensikt å svare på forskningsspørsmålet, men heller avverge mulige feil eller mangler (Nord et al., 2012, s. 46). Jeg fikk tilbakemelding fra deltakerne i pilotundersøkelsen om at vanskelighetsgraden var passende, men at instruksjonene kunne vært tydeligere. Jeg tok med meg disse tilbakemeldingene til selve gjennomføringen og sørget for at instruksjonene var klarere.

3.5 Metode for analyse

Data som er samlet inn må analyseres og tolkes. Etter gjennomføringen av mixed methods-undersøkelsen bestod analysen av opptelling ved bruk av statistiske teknikker for den kvantitative dataen og bearbeiding av tekst for den kvalitative dataen (Johannesen et al., 2016, s. 29).

3.5.1 Analyse av kvantitative data

Den kvantitative analysen tok utgangspunkt i tre av de fire dimensjonene til Siegler og Lemaire (1997) for strategisk kompetanse, nemlig strategifordeling, strategirepertoar og strategieffektivitet, men ser også på hvordan strategivalg påvirkes i de tre dimensjonene. Den kvantitative dataen foreligger i tall som kan telles og analyseres statistisk. For å analysere det kvantitative datamaterialet benyttet jeg både univariat og bivariat analysemetoder. Univariat analyse beskriver enkeltvariabler hver for seg og undersøker hvordan deltakerne fordeler seg på en enkelt egenskap (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 141). Bivariat analyse undersøker sammenhenger mellom flere variabler (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 151).

Underveis i gjennomføring av datainnsamlingen noterte jeg resultatene i en ferdig utformet tabell i Word. Vi finner et eksempel på innsamlet data for en elev i vedlegg 3. I ettertid av undersøkelsen benyttet jeg Excel og Python for å behandle dataen. Excel ble

brukt for å lage frekvenstabeller og diagrammer som jeg skal presentere i analysen, og Python ble brukt for å filtrere og behandle datamaterialet slik at dataene jeg trengte ble organisert for å kunne gjennomføre de relevante testene i SPSS. I SPSS brukte jeg ulike tester for å undersøke signifikansen til funnene mine. I følge Bryman (2016, s. 346) tillater testing av signifikans å estimere hvor sikre vi kan være på at resultatene fra mitt utvalg er representativt for hele populasjonen. Datamaterialet mitt tilfredsstillende ikke kravene til parametriske tester, og jeg vil gjøre rede for hvorfor i 3.5.1.1.

3.5.1.1 Signifikanstester

Testene jeg ønsket å gjennomføre var t-test og ANOVA. T-test er en parametrisk statistisk hypotesetest som undersøker om gjennomsnittsverdiene for to datasett er signifikant forskjellig (Field, 2018, s. 444-445). På samme måte kan ANOVA nyttes for å finne ut om gjennomsnittet til tre eller flere datasett er signifikant forskjellige (Field, 2018, s. 521). Både T-test og ANOVA er basert på den generelle lineære modellen, og derfor er det noen antagelser knyttet til dataen de brukes på som må være oppfylt for at testene er gyldige (Field, 2018, s. 534). En antagelse er at variansen for utvalgene må være tilnærmet homogent. Dette kan verifiseres ved hjelp av en Levenes-test. I Levenes-test er nullhypotesen at det er lik varians i datasettene, og hvis $p < 0,05$ kan nullhypotesen forkastes (Field, 2018, s. 257). En annen antagelse omhandler normalfordeling. For t-test med avhengige variabler må differansen mellom verdiene i de to datasettene være normalfordelt, mens i ANOVA må verdiene være normalfordelt for hvert datasett (Field, 2018, s. 452; Field, 2018, s. 534). For å teste om datasettene er normalfordelt kan man bruke en Shapiro-Wilk-test. Hvis Shapiro-Wilk-testen gir $p > 0,05$ er dataen normalfordelt, men hvis $p < 0,05$ kan ikke dataen betraktes som normalfordelt (Field, 2018, s. 248-249).

Ved at jeg brukte en Shapiro-Wilk-test, for å undersøke om differansen av hurtighet for løsningen av oppgavene i de to ikke-valgbetingelsene var normalfordelt, fikk jeg resultatet $W = 0,90, p < 0,01$ og testen var dermed signifikant og differansen var ikke normalfordelt. Denne konklusjonen gjaldt alle kombinasjoner av datasett, og jeg kunne ikke bruke parametriske tester for å undersøke datasettene.

Ikke-parametriske tester har færre antagelser som må være oppfylt av datamaterialet enn de parametriske testene som er utledet fra den generelle lineære modellen (Field, 2018, s. 282). Jeg benyttet derfor ikke-parametriske tester i stedet for parametriske tester. De ikke-parametriske testene som er brukt i denne studien er Wilcoxon signed-rank-test og Friedmans ANOVA. Wilcoxon signed-rank-test er et ikke-parametrisk alternativ til t-test med avhengige variabler, og Friedmans ANOVA er et ikke-parametrisk alternativ til ANOVA for repeterte målinger (Field, 2018, s. 321). Disse testene baserer seg ikke på gjennomsnitt av verdiene, slik som de parametriske testene gjør, men rangerer heller verdiene. Den laveste verdien får rangering 1, den nest laveste verdien får rangering 2, og så videre. På den måten er ikke utligger og «rare» fordelinger av dataen et problem. Derimot mister man informasjon om omfanget av forskjellene i datasettet når man lager en modell basert på rangeringen, i stedet for en modell av den faktiske dataen (Field, 2018, s. 282-283). Jeg benyttet Wilcoxon-signed-rank-test og Friedmans ANOVA for å analysere strategieffektivitet til elevgruppen i de ulike betingelsene. Når jeg undersøkte signifikans, analyserte jeg hurtighet og nøyaktig hver for seg.

Når jeg analyserer hver enkelt elev sin effektivitet i de to ikke-valgbetingelsene for å se om eleven har valgt sin mest effektive strategi i valgbetingelsen, har jeg definert en formel som angir effektivitet som funksjon av gjennomsnittshurtighet og nøyaktighet. Det har jeg gjort for å enklere sammenligne effektivitet for hver enkelt elev i hver betingelse. Formelen er:

$$\text{Effektivitet} = 10 \cdot \text{nøyaktighet} - C \cdot \text{gjennomsnittshurtighet},$$
$$\text{der } C = 1 \frac{1}{s}$$

Gjennomsnittstiden blir angitt i sekunder, og konstanten C er inkludert for å gjøre det andre leddet dimensjonsløst. Funksjonen brukes for å regne ut effektiviteten til hver elev i hver betingelse, som består av fire oppgaver. Altså kan nøyaktigheten bidra med maksimalt 40 effektivitetspoeng hvor økt tidsbruk vil trekke ned samlet poengsum.

3.5.2 Analyse av kvalitative data

Den kvalitative analysen tok utgangspunkt i den fjerde dimensjonen fra Siegler og Lemaire (1997) for strategisk kompetanse, nemlig strategivalg. Målet for den kvalitative analysen er å tolke hvordan elevene gikk frem i oppgaveløsningen, og hva elevene baserte sine strategivalg på. Som forsker må jeg tolke den kvalitative dataen siden den ikke taler for seg selv (Johannesen et al., 2016, s. 159). Etter gjennomføring av intervjuene bestod den kvalitative analysen av å systematisere det innsamlede materialet i en hensiktsfull inndeling ved å kode og kategorisere. Koding og kategorisering bidrar til å fremheve tematiske sammenhenger som danner et mer helhetlig bilde av undersøkelsen (Tjora, 2017, s. 207).

Kodingen og kategoriseringen tok utgangspunkt i hva som ble fremhevet av elevene (Johannesen et al., 2016, s. 163). Kategoriene var ikke forhåndsbestemt, men ble dannet underveis og etter gjennomføring av intervjuene. Allerede under datainnsamlingen ble det tydelig at det var noen begrunnelser som gikk igjen. Etter gjennomføringen ble disse begrunnelsene plottet inn i Excel hvor jeg organiserte svarene og utledet kategoriene som jeg bruker i analysen. Det innsamlede kvalitative datamaterialet inkluderer kun elevbegrunnelsene fra valgbetingelsen og ikke-valgbetingelsen med mentale strategier, men ikke fra ikke-valgbetingelsen med standardalgoritmen. Det er siden ikke-valgbetingelsen med standardalgoritmen krever bruk av kun standardalgoritmen, mens ikke-valgbetingelsen med mentale strategier kan inkludere bruk av flere ulike mentale strategier.

I den kvalitative analysen har jeg et ønske om å undersøke hvordan oppgavevariabler, subjektvariabler og kontekstvariabler påvirker elevenes strategivalg og adaptivitet. Kategoriene som ble dannet tar utgangspunkt i disse variablene. Kategoriene som ble utledet under oppgavevariabler er «Jeg så på tallene og valgte strategi», «Avstand mellom tall» og «Behov for å låne». For personlige variabler ble kategoriene «Den strategien jeg kan best» og «Den strategien jeg synes er enklest» utledet, og for kontekstvariabel ble kategorien «Det er den måten jeg har lært å regne på» utledet. «Annet» ble også dannet som en kategori for begrunnelser som verken passet inn i oppgave-, subjekt- eller kontekstvariabel, slik som «Jeg vet ikke» eller «Jeg bare gjorde noe». I analysen vil jeg regne ut frekvensen for hver kategori og fremstille det i tabeller og diagrammer.

3.6 Studiens validitet og reliabilitet

Avhengig av problemstilling har man som forsker ansvar for å samle inn empiriske data som er relevant og troverdig (Johannesen et al., 2016, s. 29). Dataen skal si noe om virkeligheten, og uansett hva slags empiri det handler skal den tilfredsstillende to krav: empirien må være gyldig og relevant, og empirien må være pålitelig og troverdig (Jacobsen, 2022, s. 17). Bryman (2016, s. 41) redegjør for at to av de mest fremtredende kriteriene for evaluering av forskningens gyldighet og pålitelighet er *validitet* og *reliabilitet*.

3.6.1 Validitet

Empiriens gyldighet og relevans referer til studiens validitet. Med gyldighet og relevans menes det hvorvidt den innsamlede dataen faktisk gir svar på forskningsspørsmålet som stilles i studien (Jacobsen, 2022, s. 17). Ved å samle inn og analysere data bidrar det til å representere virkeligheten, men dataen er ikke selve virkeligheten. I forskningslitteraturen brukes begrepet validitet for hvor godt dataen representerer fenomenet som forskes på (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 24).

Validitet omtales som gyldighet, og vi kan skille mellom intern og ekstern gyldighet. Intern gyldighet er hvorvidt dataen samsvarer med de konklusjonene som trekkes, og som forsker må jeg vurdere om studien måler det jeg ønsket den skulle (Jacobsen, 2022, s. 17). Det omhandler i hvilken grad instrumentet jeg har brukt er egnet for å svare på forskningsspørsmålet. Det skal være utformet slik at det undersøker kjennetegn for strategisk kompetanse knyttet til bruk av mentale strategier og den skriftlige standardalgoritmen på flersifrede subtraksjonsstykker. For å forsikre meg om at innsamlede data er egnet for å kunne svare på forskningsspørsmål, designet jeg oppgavesettet slik at oppgavene kunne og skulle løses med begge strategiene. Jeg designet derfor mitt instrument etter instrumentet Torbeyns og Verschaffel (2013) benyttet i sin studie.

Ekstern gyldighet og relevans omhandler hvorvidt resultatene er gyldige og kan generaliseres til å gjelde i andre sammenhenger (Jacobsen, 2022, s. 17). Utvalget mitt består av 16 åttendeklassinger, som gjør at populasjonen blir alle åttendeklassingene i landet. Som nevnt, gjennomførte jeg et bekvemmelighetsutvalg, eller et ikke-sannsynlighetsutvalg, siden det er like stor sannsynlighet for at alle i populasjonen blir valgt (Bryman, 2016, s. 187). En konsekvens er at generalisering for en så stor populasjon kan være utfordrende. For å derimot styrke den eksterne gyldigheten, samlet jeg inn data på flere skoler.

3.6.2 Reliabilitet

Empiriens pålitelighet og troverdighet referer til studiens reliabilitet. Reliabilitet omhandler hvorvidt undersøkelsen er gjennomført på en troverdig måte og om målingene er til å stole på. Som forsker kan jeg stille meg spørsmålet om jeg hadde fått samme resultat hvis jeg hadde gjennomført den samme undersøkelsen flere ganger. For å sikre samme resultatet må studien ikke være beheftet med åpenbare målefeil som gjør at resultatene blir feil (Jacobsen, 2022, s. 17). Jeg har derfor sørget for å synliggjøre forskningsprosessen min med nøye beskrivelser av metodiske valg, som gjør at studien kan gjennomføres av hvem som helst. Derimot kan fenomener i samfunnsvitenskapen

endre seg relativt raskt, og dersom resultatene av samme undersøkelse er forskjellig, vil det ikke nødvendigvis si at målingene er mindre troverdige, men at situasjonen er endret (Postholm og Jacobsen, 2018, s. 223).

Reliabilitet knyttes til nøyaktigheten av dataen, hvilke data som brukes, måten den samles inn på, og hvordan den bearbeides. Det finnes forskjellige måter å teste dataens reliabilitet på. Noe som er aktuelt i min studie er interreliabilitet siden det finnes flere forskere som undersøker samme fenomen, og som eventuelt kommer fram til samme resultat. Interreliabilitet, hvis resultatene er det samme, tyder da på høy reliabilitet (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 23).

3.7 Etske refleksjoner

All forskning, inkludert min studie, må forholde seg til de forskningsetiske retningslinjene utformet av Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) (Johannesen et al., 2016, s. 85-86). Forskningsetikk viser til et sett med grunnleggende normer som er en forutsetning for forskningens kvalitet og pålitelighet, og de forskningsetiske retningslinjene er utviklet for å fremme ansvarlig forskning og forebygging av uredelighet. Etske problemstillinger oppstår på ulike måter i forskning, og de kan ikke ignoreres siden de direkte relateres til integriteten av forskningen (Bryman, 2016, s. 120).

Forskningsetikk gjelder særlig for forskning hvor barn er deltakere (Johannesen et al., 2016, s. 83). Barn som deltar i forskning, har krav på beskyttelse. Elevene som deltok i min studie er under fylte 15 år, og som forsker har jeg ansvar for å ivareta deres behov og interesse (NESH, 2016, s. 20). Det inkluderer som hovedregel å innhente samtykke fra både barn og foresatte (NESH, 2021, s. 20). Det forskningsetiske samtykket skal være frivillig, informert og utvetydig. Det gjelder selv om personopplysningene som innhentes ikke er av sensitiv informasjon. Samtykket til elevene skal også være dokumentert i form av et signert samtykkeskjema (NESH, 2021, s. 18).

Forskningen skal følge personopplysningsloven og forvaltningsloven (Johannesen et al., 2016, s. 90). Dette innebærer å respektere personvernet, ansvaret for å informere, samtykke og informasjonsplikt, konfidensialitet og ikke gjenbruk og lagring av personopplysninger (NESH, 2016, s. 5). For å delta i min studie trengte ikke elevene å oppgi noen personlige eller sensitive opplysninger om seg selv. Et tiltak som ble gjort var at hver elev fikk et dyr som deltakernavn for at jeg kunne enklere organisere datamaterialet, men også opprettholde anonymiteten. Det var også viktig at jeg tydelig informerte om at deltakelsen er frivillig, at elevene visste at de når som helst kunne trekke seg og at dataen ikke kan knyttes til dem på noe tidspunkt. Resultatene i studien formidles i anonymisert form.

4 Resultater og analyse

I resultat- og analysekapittelet presenteres resultatene fra analysen av det innsamlede datamaterialet. I undersøkelsen besvarte 16 elever 12 subtraksjonsoppgaver hver, og det innsamlede datamaterialet består dermed av 192 oppgaver. Mitt forskningsspørsmål er: «*Hvor fleksible og adaptive er elever på åttende trinn i løsning av subtraksjonsoppgaver med mentale strategier og den skriftlige standardalgoritmen?*». For å svare på dette blir det innsamlede datamaterialet analysert med utgangspunkt i Lemaire og Siegler (1995) sine fire dimensjoner for strategisk kompetanse, og resultatene blir presentert ved hjelp av deskriptiv statistikk. I den kvantitative delen av analysen vil jeg begynne med å se på strategirepertoar og strategifordeling, altså hvilke strategier som ble brukt og frekvensen til disse strategiene. Deretter ser jeg på strategieffektivitet og hvilke strategier som ga mest nøyaktige og hurtige svar. I den kvalitative delen av analysen vil jeg, for å belyse forskningsspørsmålet enda mer, presentere elevenes egne begrunnelser for strategivalg.

4.1 Kvantitativ analyse

4.1.1 Strategirepertoar og strategifordeling i valgbetingelsen

I valgbetingelsen skulle elevene løse fire subtraksjonsoppgaver. Tabell 4.1 viser at én elev (6,25%) brukte kun mentale strategier, fem elever brukte kun standardalgoritmen (31,25%) og de resterende ti elevene (62,5%) brukte begge strategiene når de løste oppgavene. Altså, brukte seks elever (37,5%) enten bare mentale strategier eller standardalgoritmen. Resultatet viser at ti elever (62,5%) er fleksible i valgbetingelsen siden de anvender flere strategier sømløst.

	Oppgaver løst ved bruk av kun mentale strategier	Oppgaver løst ved bruk av kun standardalgoritmen	Oppgaver løst ved bruk av begge strategiene
Antall elever	1	5	10
Prosentandel elever	6,25	31,25	62,5

Tabell 4.1: Strategirepertoar i valgbetingelsen.

Tabell 4.2 viser strategifordelingen av de til sammen 64 oppgavene som ble løst i valgbetingelsen. Standardalgoritmen ble brukt 39 ganger (60,9%) og mentale strategier 25 ganger (39,1%). Elevene anvendte altså standardalgoritmen hyppigst for å løse oppgavene i valgbetingelsen.

	Antall oppgaver	Prosentandel oppgaver
Standardalgoritmen	39	60,9
Mentale strategier	25	39,1

Tabell 4.2: Strategifordeling i valgbetingelsen.

I tabell 4.2 ser vi at 25 av oppgavene i valgbetingelsen ble løst med mentale strategier. Som presentert i teorien, finnes det ulike mentale strategier for å løse subtraksjonsoppgaver. Tabell 4.3 viser frekvensen til de ulike mentale strategiene. I

valgbetingelsen ble åtte oppgaver (32%) løst med kompensasjonsstrategi, seks oppgaver (24%) med dekomponeringsstrategi, fem oppgaver (20%) med standardalgoritmen i hodet, tre oppgaver (12%) med indirekte addisjon og tre oppgaver (12%) med sekvensiell strategi. Ut fra tabell 4.3 ser vi at distribusjonen til de ulike mentale strategiene er nokså jevnt fordelt, men kompensasjonsstrategien var strategien som ble hyppigst brukt. I teorikapittelet ble ikke standardalgoritmen i hodet definert, siden den ikke inngår i litteratur under tallperspektivet eller operasjonsperspektiv. Under innsamlingen så jeg derimot at den ble mye brukt av elevene, og jeg har valgt å inkludert den videre i analyse og diskusjon.

	Antall oppgaver	Prosentandel oppgaver
Kompensasjonsstrategi	8	32
Dekomponeringsstrategi	6	24
Standardalgoritmen i hodet	5	20
Indirekte addisjon	3	12
Sekvensiell strategi	3	12

Tabell 4.3: Strategifordeling av ulike mentale strategier i valgbetingelsen.

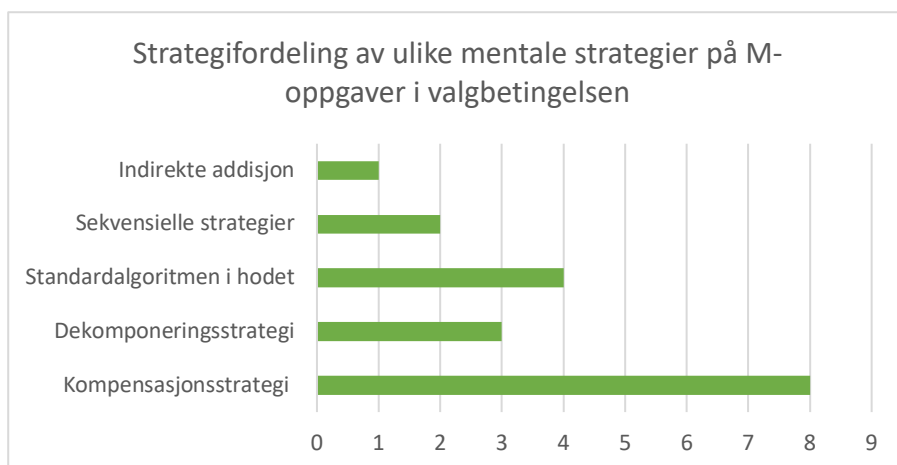
Oppgavene i valgbetingelsen består av M-oppgaver og S-oppgaver. M-oppgavene ble designet for å fremprovosere bruk av mentale strategier, og S-oppgavene ble designet for å fremprovosere standardalgoritmen. M-oppgavene utgjorde til sammen 32 oppgaver, og strategifordelingen i tabell 4.4. viser at 14 av dem (43,8%) ble løst med standardalgoritmen og 18 av dem (56,2%) med mentale strategier. Det vil si at de fleste M-oppgaver ble løst med mentale strategier, men det var også en betydelig andel oppgaver som ble løst med standardalgoritmen.

	Antall oppgaver	Prosentandel oppgaver
Standardalgoritmen	14	43,7
Mentale strategier	18	56,3

Tabell 4.4: Strategifordeling på M-oppgaver i valgbetingelsen.

Tabell 4.4: Strategifordeling på M-oppgaver i valgbetingelsen.

Figur 4.1 viser fordelingen av ulike mentale strategier som ble brukt på M-oppgaver. Åtte oppgaver (25%) ble løst med kompensasjonsstrategi, fire oppgaver (12,5%) med standardalgoritmen i hodet, tre oppgaver (9,4%) med dekomponeringsstrategi, to oppgaver (6,3%) med sekvensielle strategier og en oppgave (3,1%) med indirekte addisjon. Denne fordelingen viser at kompensasjonsstrategien regnes som foretrukket strategi for M-oppgaver.



Figur 4.1: Strategifordeling, oppgitt i antall oppgaver, av ulike mentale strategier på M-oppgaver i valgbetingelsen.

Tabell 4.5 viser strategifordelingen på S-oppgaver. 25 oppgaver (78,1%) ble løst med standardalgoritmen og sju oppgaver (21,9%) ble løst med mentale strategier. For S-oppgaver er antall oppgaver løst med standardalgoritmen betraktelig høyere enn oppgaver løst med mentale strategier. Ved å sammenligne resultatene fra tabell 4.4 og tabell 4.5, ser vi at antall S-oppgaver som ble løst med standardalgoritmen er høyere enn antall M-oppgaver som ble løst med mentale strategier. Figur 4.2 viser fordelingen av ulike mentale strategier som ble brukt på S-oppgaver. Tre oppgaver (9,4%) ble løst med dekomponeringsstrategi, to oppgaver (6,3%) med indirekte addisjon, en oppgave (3,1%) med sekvensiell strategi og en oppgave (3,1%) med standardalgoritmen i hodet.

	Antall oppgaver	Prosentandel oppgaver
Standardalgoritmen	25	78,1
Mentale strategier	7	21,9

Tabell 4.5: Strategifordeling på S-oppgaver i valgbetingelsen.



Figur 4.2: Strategifordeling, oppgitt i antall oppgaver, av ulike mentale strategier på S-oppgaver i valgbetingelsen.

I strategirepertoar og strategifordeling i valgbetingelsen vil jeg også analysere hver enkelt elev for å se om det var noen elever som har brukt de «korrekte» strategiene på alle oppgavene. Det viste seg at det var to elever som brukte mentale strategier på begge M-oppgavene og standardalgoritmen på begge S-oppgavene. Elevene er strategisk fleksible siden de benytter flere strategier og adaptive siden de velger den mest

passende strategien for oppgavene. Elevene tilpasser også strategivalget etter oppgavevariabel siden de tar hensyn til oppgavenes tallkarakteristikker.

4.1.2 Strategirepertoar og strategifordeling i ikke-valgbetingelsen med mentale strategier

Når jeg skal se på strategirepertoar og strategifordeling i ikke-valgbetingelsene inkluderer det kun ikke-valgbetingelsen med mentale strategier, siden oppgavene i ikke-valgbetingelsen med standardalgoritmen krevde at elevene brukte kun standardalgoritmen. Strategirepertoar og strategifordeling i mentale strategier kan derimot variere. Vi ser i tabell 4.6 fordelingen av de ulike mentale strategiene som elevene brukte for å løse oppgavene i ikke-valgbetingelsen med mentale strategier. Fem elever (14,3%) brukte kompensasjonsstrategi, elleve elever (31%) brukte dekomponeringsstrategi, ti elever (28,6%) brukte standardalgoritmen i hodet, tre elever (8,6%) brukte sekvensiell strategi og seks elever (17,1%) brukte indirekte addisjon. Ut fra denne fordelingen ser vi at det var spesielt dekomponeringsstrategi og standardalgoritmen i hodet som ble brukt for å løse oppgavene i betingelsen.

	Antall elever	Prosentandel elever	Antall oppgaver	Prosentandel oppgaver
Kompensasjonsstrategi	5	14,3	6	9,4
Dekomponeringsstrategi	11	31,4	22	34,4
Standardalgoritmen i hodet	10	28,6	27	42,2
Sekvensiell strategi	3	8,6	3	4,7
Indirekte addisjon	6	17,1	6	9,4

Tabell 4.6: Strategifordeling i ikke-valgbetingelsen med mentale strategier.

4.1.3 Strategieffektivitet

4.1.3.1 Strategieffektivitet i ikke-valgbetingelsene

For å analysere elevenes strategieffektivitet ser jeg først på resultatene fra ikke-valgbetingelsene. I disse betingelsene skulle elevene enten kun benytte den skriftlige standardalgoritmen eller kun mentale strategier. I tabell 4.7 ser vi på de to faktorene som påvirker strategieffektivitet, hurtighet og nøyaktighet. Hurtighet blir oppgitt som gjennomsnittstid i sekund, og nøyaktighet blir oppgitt som prosentandel riktig. Jeg inkluderer også antall oppgaver som var riktig og feil løst.

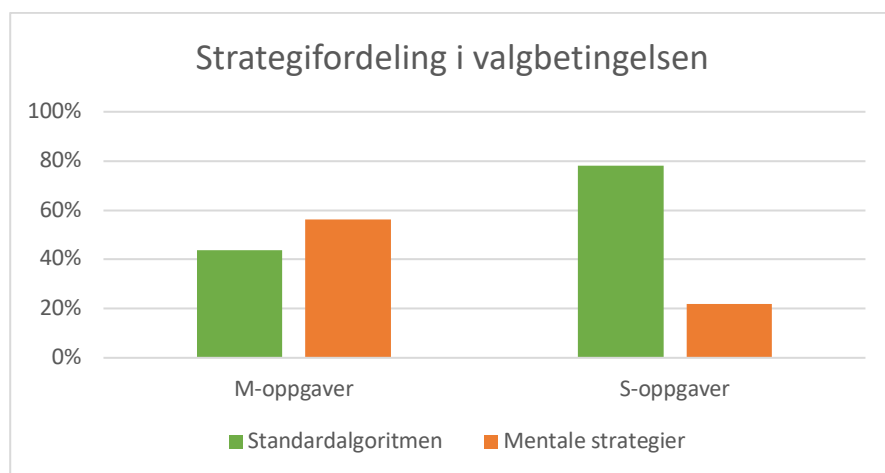
	Standardalgoritmen	Mentale strategier
Hurtighet (sekunder)	25,4	23,5
Nøyaktighet (%)	85,9	81,2
Antall riktige	55	52
Antall feil	9	12

Tabell 4.7: Strategieffektivitet for ikke-valgbetingelsene.

Ut fra tabell 4.7 ser vi elevene var mer nøyaktig med standardalgoritmen, men hurtigere med mentale strategier. For å finne ut om forskjellene mellom standardalgoritmen og mentale strategier er signifikante brukte jeg Wilcoxon-testen, siden det er de samme elevene som svarer i begge betingelser har vi avhengige variabler. Wilcoxon-testene konkluderte med at forskjellen ikke var signifikant for hverken hurtighet ($t = 58, p = 0,91$) eller nøyaktighet ($t = 4, p = 0,33$) siden $p > 0,05$. Oppgavene i ikke-valgbetingelsene var ikke designet for å skulle løses med en bestemt strategi, men betingelsene krevde at elevene løste den ene betingelsen med standardalgoritmen og den andre med mentale strategier. Elevene er altså like effektive i de to ikke-valgbetingelsene.

4.1.3.2 Strategieffektivitet i valgbetingelsen

Siden vi har etablert at elevene var like effektive i ikke-valgbetingelsene, kan vi se på valgbetingelsen hvor oppgavene faktisk var designet for bestemte strategier, og deretter objektivt vurdere elevenes adaptivitet etter om elevene faktisk velger den mest hensiktsmessige og passende strategien. For å undersøke dette ser vi på fordelingen av standardalgoritmen og mentale strategier for M-oppgavene og S-oppgavene. Dette resultatet er tidligere vist i tabell 4.4. og 4.5, men jeg vil nå samle resultatet i et stolpediagram som beskriver strategifordelingen som jeg videre tar utgangspunkt i når jeg undersøker om elevene velger sin mest effektive strategi.



Figur 4.3: Prosentvis fordeling av strategiene som ble brukt på M-oppgaver og S-oppgaver i valgbetingelsen.

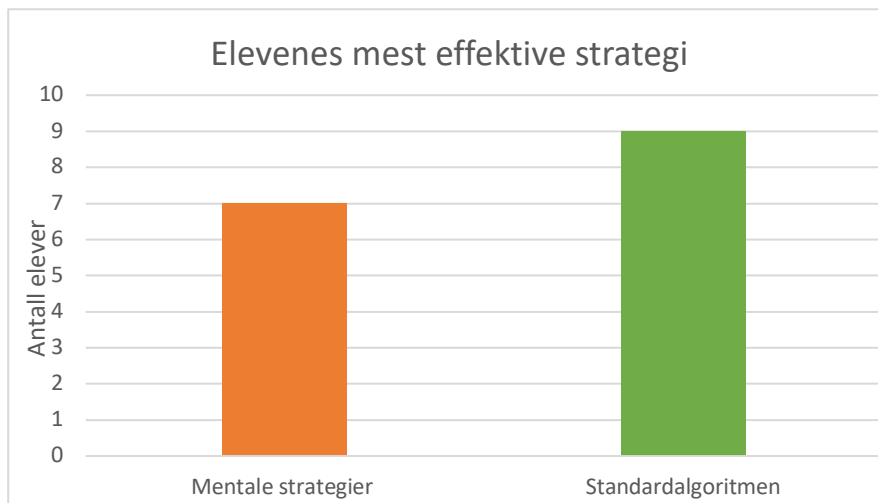
Figur 4.3 viser prosentvis fordeling av hvor ofte mentale strategier og standardalgoritmen ble brukt på M-oppgaver og S-oppgaver i valgbetingelsen. For M-oppgavene ble 56,3% av oppgavene løst med mentale strategier og 43,7% med standardalgoritmen. For S-oppgavene ble 78,1% av oppgavene løst med standardalgoritmen og 21,9% med mentale strategier. Altså ser vi at de fleste M-oppgaver ble løst med mentale strategier, og de fleste S-oppgaver ble løst med standardalgoritmen. Det antyder at de fleste elevene velger den mest hensiktsmessige strategien for å løse oppgavene og er dermed adaptive. Altså valgte elevene løsningsstrategier etter egenskapene som oppgavene ble designet etter. Ut fra figuren ser vi at det er flere elever som velger standardalgoritmen for S-oppgaver enn det er elever som velger mentale strategier for M-oppgaver, som vil si at elevene oftere anser standardalgoritmen som den mest hensiktsmessige strategien.

For å videre undersøke om elevene faktisk velger sin mest effektive strategi, kan vi se på elevenes adaptivitet opp mot individuell strategieffektivitet basert på oppgavene i ikke-valgbetingelsene. Altså om elevene tar hensyn til subjektvariabelen. For eksempel, dersom en elev er mer effektivt med bruk av standardalgoritmen enn med mentale strategier, vil en adaptiv elev velge standardalgoritmen som sin mest passende strategi på oppgavene i valgbetingelsen. For å vurdere elevenes effektivitet i ikke-valgbetingelsene benyttet jeg formelen for effektivitet som er definert i metodekapittelet:

$$\text{Effektivitet} = 10 \cdot \text{nøyaktighet} - C \cdot \text{gjennomsnittshurtighet},$$

$$\text{der } C = 1 \frac{1}{s}$$

Formelen er brukt for å sammenligne hver enkelt elevs effektivitet i ikke-valgbetingelsene, og dermed finner vi hvor mange elever som er mest effektiv med mentale strategier og hvor mange elever som er mest effektiv med standardalgoritmen. Figur 4.4. viser at sju elever har mentale strategier som mest effektiv strategi, og ni elever er mest effektive med standardalgoritmen. har mentale strategier som mest effektive strategi hvor mange ganger eleven har brukt sin mest effektive strategi i valgbetingelsen.



Figur 4.4: Fordeling av elevenes mest effektive strategi.

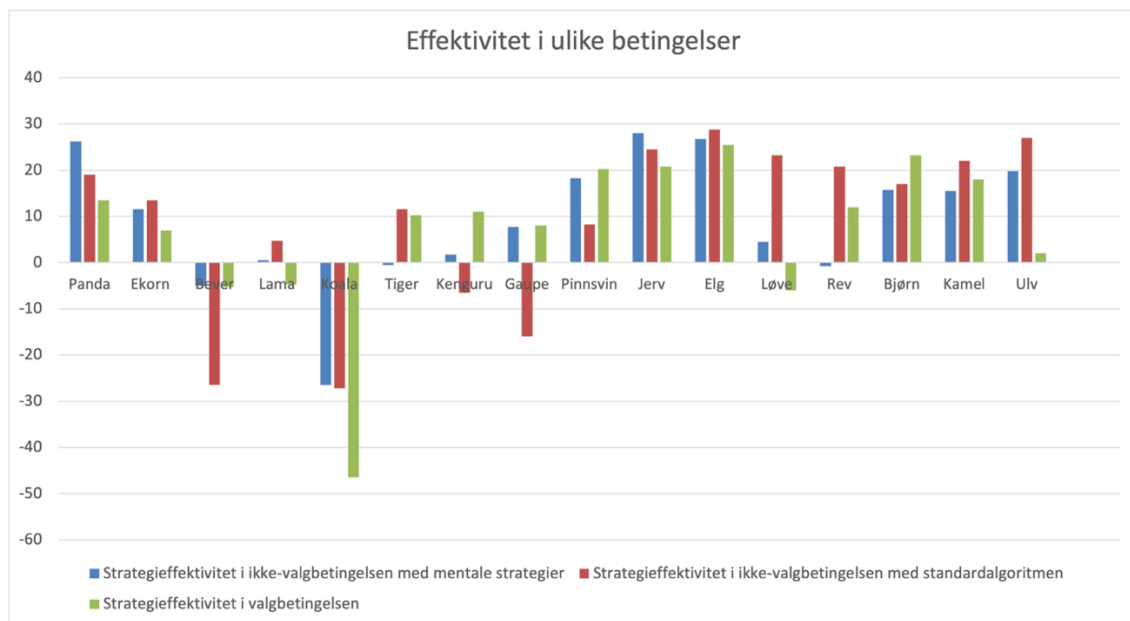
Vi kan deretter undersøke hvor mange ganger elevene har brukt sin mest effektive strategi i valgbetingelsen. Tabell 4.8 viser oss at 10 av 16 elever har brukt sin mest effektive strategi minst to ganger i valgbetingelsen. Ut fra tabellen ser vi også at tre elever har brukt sin mest effektive strategi på alle oppgavene i valgbetingelsen. Det vil si at elevene i to av oppgavene, enten M-oppgavene eller S-oppgavene, ikke har valgt strategi tilpasset oppgavevariabelen. De tre elevene har dermed tatt størst hensyn til subjektvariabelen og hvilken strategi som er mest effektiv for dem selv i strategivalgene. I den andre enden av skalaen finner vi tre elever som ikke har brukt sin mest effektive strategi i det hele tatt. Ved å se nærmere på disse tre elevene, finner vi at de kun har brukt standardalgoritmen i valgbetingelsen, selv om de er, ifølge utregningen med formelen for effektivitet, mest effektive med mentale strategier. De er derfor ikke adaptive siden de verken tar hensyn til oppgavekarakteristikker eller subjektvariabelen i sitt strategivalg.

	0 ganger	1 ganger	2 ganger	3 ganger	4 ganger
Antall elever	3	3	3	4	3

Tabell 4.8: Antall ganger hver elev brukte sin mest effektive strategi i valgbetingelsen.

4.1.3.3 Strategieffektivitet i de ulike betingelsene

For å undersøke elevgruppens effektivitet i de tre betingelsene, gjennomførte jeg en Friedman ANOVA som resulterte i at det ikke var signifikant forskjell på hurtighet ($X^2 = 4,79, p = 0,09$) eller nøyaktighet ($X^2 = 3,06, p = 0,22$) i de tre betingelsene. Vi kan også undersøke hvor effektive hver elev var i alle betingelsene, som vil gi en mer detaljert beskrivelse av elevenes strategieffektivitet. Figur 4.5 viser hver enkelt elev sin strategieffektivitet i de tre betingelsene.



Figur 4.5: Strategieffektiviteten til hver elev i de ulike betingelsene.

I figur 4.5 kan vi gjøre oss noen interessante observasjoner. For eksempel at «Ulv» er mye mer effektiv i de to ikke-valgbetingelsene enn i valgbetingelsen, eller at «Gaupe» er mer effektiv i valgbetingelsen og ikke-valgbetingelsen med mentale strategier enn i ikke-valgbetingelsen med standardalgoritmen. Ved å undersøke resultatene ser vi at eleven har valgt kun mentale strategier i valgbetingelsen, som viser seg å være elevens mest effektive strategi. Det betyr at eleven er adaptiv og tar størst hensyn til subjektvariabelen.

4.2 Kvalitativ analyse

4.2.1 Strategivalg

Den kvalitative analysen omhandler elevenes individuelle strategivalg, men også i hvilken grad elevene har valgt strategien som er mest effektivt for de selv som vi undersøkte i 4.1.3 i den kvantitative analysen. I den kvalitative analysen vil ytringene fra elevene bli

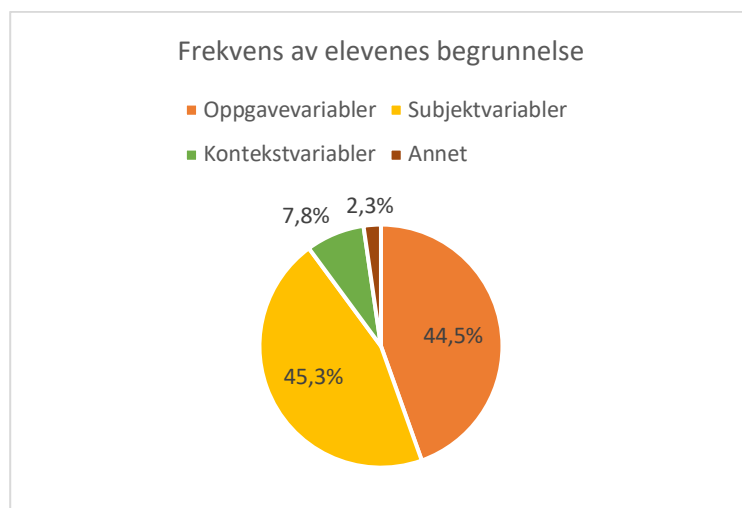
undersøkt. Svarene elevene ga på spørsmålene ble kategorisert i kategorier som tar utgangspunkt i oppgavevariabler, subjektvariabler og kontekstvariabler.

Tabell 4.9 viser oss den relative frekvensen av elevenes begrunnelser for hvorfor de valgte strategien som de gjorde i valgbetingelsen og ikke-valgbetingelsen for mentale strategier, og begrunnelsene er kategorisert etter oppgavevariabler, subjektvariabler og kontekstvariabler. Elevenes ulike begrunnelse ble presentert i metodekapittelet. Den relative frekvensen for begrunnelse med oppgavevariabelen var 44,5%, for subjektvariabelen 45,3%, for kontekstvariabelen 7,8% og annet 2,3%. Vi ser dermed at flesteparten av elevene begrunnet strategivalg med oppgavevariabler og subjektvariabler.

Forklaringer	Antall besvarelser i %
Oppgavevariabler	44,5
«Jeg så på tallene og valgte strategi»	33,6
«Avstand mellom tall»	3,9
«Behov for å låne»	7,0
Subjektvariabler	45,3
«Den strategien jeg kan best»	14,1
«Den strategien jeg synes er enklest»	31,3
Kontekstvariabler	7,8
«Det er den måten jeg har lært å regne på»	7,8
Annet	2,3

Tabell 4.9: Frekvens av elevenes begrunnelse for hvorfor de valgte strategien de gjorde i valgbetingelsen og ikke-valgbetingelsen med mentale strategier.

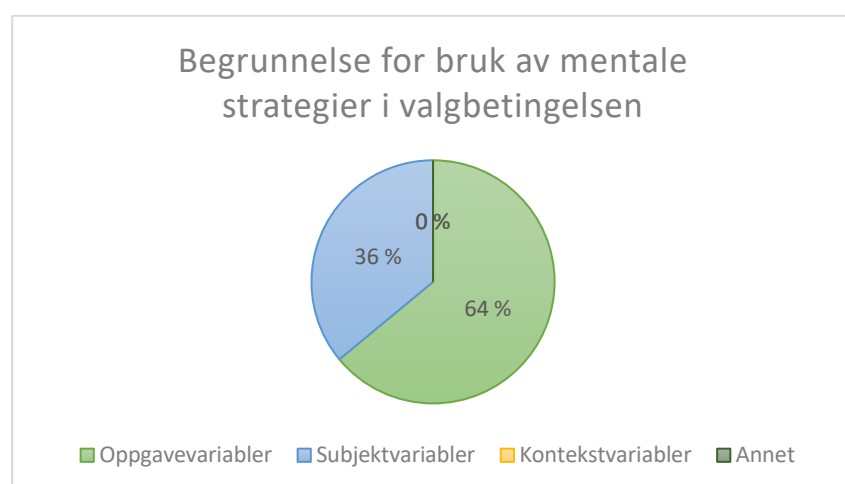
Under oppgavevariabler tar alle utsagnene hensyn til tallkarakterstikker i oppgavene, og utsagnet «Jeg så på tallene og valgte strategi» var det mest brukte. Under subjektvariabler tok elevenes begrunnelser betraktning i personlige kunnskaper og ferdigheter og elevene begrunnet sine strategivalg med «Den strategien jeg kan best» og «Den strategien jeg synes er enklest». Kontekstvariabler tar utgangspunkt i elevenes læringsmiljø ved å begrunne strategivalget med «Det er den måten jeg har lært å regne på».



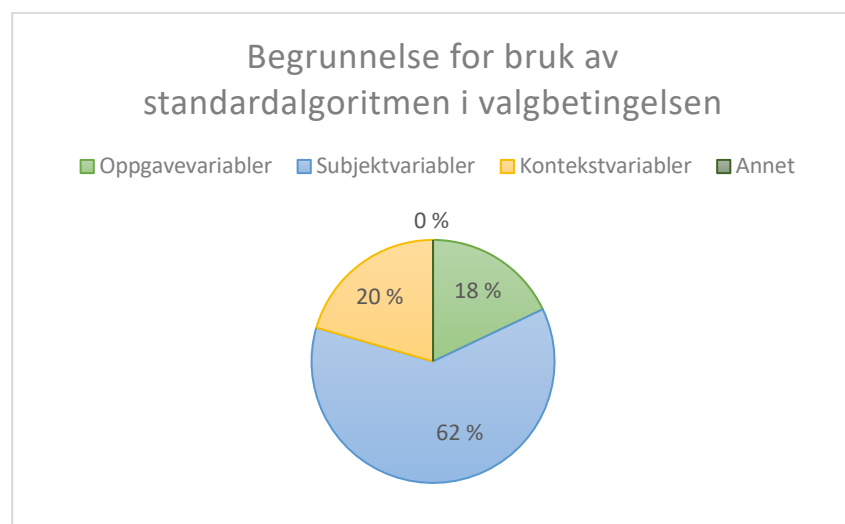
Figur 4.6: Frekvens av elevenes begrunnelser for strategivalg fordelt på variabler som påvirker fleksibilitet og adaptivitet.

Figur 4.6 viser at fordelingen mellom strategivalg med hensyn til oppgavevariabler og strategivalg med hensyn til subjektvariabler er omtrent lik. Til sammen utgjør oppgavevariabler og subjektvariabler 89,8% av begrunnelsene.

I tillegg vil jeg se på hvordan elevene begrunner sine strategivalg når de benytter mentale strategier for å løse oppgaver i valgbetingelsen, og når de benytter standardalgoritmen i valgbetingelsen.



Figur 4.7: Begrunnelse for bruk av mentale strategier i valgbetingelsen.



Figur 4.8: Begrunnelse for bruk av standardalgoritmen i valgbetingelsen.

Ved å sammenligne figurene 4.7 og 4.8, ser vi at elevene begrunner strategivalg med kontekstvariabler kun ved bruk av standardalgoritmen. I figur 4.7 ser vi i tillegg at de fleste oppgavene som er løst med mentale strategier begrunner elevene ut fra oppgavevariabler, mens i figur 4.8 ser vi elevene begrunner bruken av standardalgoritmen med subjektvariabler.

5 Diskusjon

Studien har som formål å gi svar på hvor fleksible og adaptive et utvalg åttendeklassinger er i flersifret subtraksjon med bruk av mentale strategier og standardalgoritmen. For å besvare forskningsspørsmålet har jeg med kvantitativ og kvalitativ metode undersøkt elevenes strategikompetanse i tre betingelser, en valgbetingelse og to ikke-valgbetingelser. I diskusjonskapittelet vil jeg presentere målt strategirepertoar, strategifordeling, strategieffektivitet og hvordan elevene begrunner sine strategivalg. Resultatene fra analysen vil jeg diskutere opp mot presentert teori, og gjennom disse målingene kan vi si noe om elevenes strategiske fleksibilitet og adaptivitet. Jeg vil deretter sammenligne funnene mine med tidligere forskning, og hvorvidt mine funn samsvarer eller står i kontrast med den tidligere forskningen. Til slutt i kapittelet blir mulige didaktiske implikasjoner og metodiske utfordringer diskutert.

5.1 Elevenes strategiske fleksibilitet og adaptivitet

Som tidligere presentert i teorien, definerer Verschaffel et al. (2009) fleksibilitet som bruk av flere strategier og referer til evnen å kunne bytte sømløst mellom strategiene, mens adaptivitet blir i tillegg definert etter evnen til å gjøre passende strategivalg. Heinze et al. (2009) samler matematisk fleksibilitet og adaptivitet som et overordnet begrep som den bevisste eller ubevisste bruken av mest hensiktsmessig løsningsstrategi for hver en elev, for hver en oppgave og for hver en kontekst. I analysen tok jeg utgangspunkt i dimensjonene til Lemaire og Siegler (1995), og jeg bruker dimensjonene videre når jeg skal diskutere hvorvidt elevene er fleksible og adaptive.

5.1.1 Strategirepertoar

Ifølge Torbeyns og Verschaffel (2013) og Hickendorff (2020) beskriver elevenes strategirepertoar hvilke strategier de kjenner til og bruker i oppgaveløsning. Resultatet fra analysen av elevenes strategirepertoar viser at flesteparten av elevene benyttet både mentale strategier og standardalgoritmen for å løse oppgavene i valgbetingelsen. Det vil si at 10 av 16 elever har begge strategiene i sitt repertoar, og vi kan dermed si at de 10 elevene er fleksible siden de sømløst benytter flere strategier når de selv fikk velge strategier for å løse oppgavene. De resterende seks elevene brukte kun én strategi i valgbetingelsen, enten kun mentale strategier eller kun standardalgoritmen, og viste dermed ikke om de har den andre strategien i sitt repertoar. De seks elevene viser dermed ikke at de kan bytte fleksibelt mellom strategiene når de får velge strategi selv.

Basert på analysen av valgbetingelsen, er det usikkert om elevene som kun brukte en strategi har flere strategier i repertoaret sitt. Ved å se på alle betingelsene derimot, kan vi konkludere med at elevene har begge strategier i sitt repertoar. For eksempel, elevene som kun benyttet mentale strategier i valgbetingelsen fikk mulighet til å vise at de kjenner til og kan bruke standardalgoritmen i den første ikke-valgbetingelsen hvor elevene blir bedt om å løse oppgavene med kun standardalgoritmen. Til tross for at noen elever utførte strategien galt og fikk feil svar i noen oppgaver, behersket alle elevene i denne studien standardalgoritmen. Vi kan dermed konkludere med at standardalgoritmen er en strategi som elevene har i sitt repertoar. Det samme gjelder for elever som kun benyttet standardalgoritmen i valgbetingelsen. Verschaffel et al. (2009) definerer

fleksibilitet som evnen til å bruke flere strategier, og ut fra analysen av strategirepertoar kan vi konkludere med at de ti elevene som brukte begge strategiene i valgbetingelsen er fleksible.

Elevene viser også i analysen at de har flere mentale strategier i sitt repertoar. I tillegg til standardalgoritmen, viser elevene at de kjenner til og kan bruke fem mentale strategier. Elevene brukte de fleste strategiene som Torbeyns og Verschaffel (2013) og Peltenburg et al. (2012) klassifiserer i tallperspektivet og operasjonsperspektivet som subtraksjonsstrategier. De fem mentale strategiene som ble brukt av elevene er kompensasjonsstrategi, dekomponeringsstrategi, sekvensiell strategi, indirekte addisjon og standardalgoritmen i hodet. Standardalgoritmen i hodet inngår derimot ikke i tallperspektivet og operasjonsperspektivet. Dette funnet viser at elevene har samlet et bredt strategirepertoar, som kan være med å beskrive elevenes læringsmiljø. Imsen (2011) trekker frem den sosiale konstruktivismen innenfor læringsteorien som sier noe om hvordan elevene som gruppe lærer. Konstruktivismen ser læring som en konstruksjonsprosess hvor kunnskapen er lokal og individuell, som betyr at i en skoleklasse konstruerer ikke alle elever nøyaktig samme kunnskap (Postholm, 2016). Elevers ulike konstruksjonsprosesser kan være en årsak på hvorfor elevene i utvalget ikke bruker de samme strategiene på oppgavene.

En årsak til at flesteparten av elevene inkluderer både mentale strategier og standardalgoritmen i sitt strategirepertoar er også den sosiokulturelle konteksten elevene befinner seg i. Ellis (1997) poengterer at den sosiokulturelle konteksten ikke bare er med på å forme elevers strategirepertoar, men også valgene som elevene gjør blant de tilgjengelige strategiene. For eksempel kan den sosiokulturelle settingen være klasserommet, og som Verschaffel et al. (2009) hevder, kan elevene, ved å ta hensyn til kontekstuelle variabler, tilpasse strategivalg ut fra aspekter som verdsettes mest i klasserommet. Lemaire og Siegler (1995) påpeker også at elever gjerne bruker flere strategier over en utviklingsperiode. Alder og erfaring er subjektvariabler som kan påvirke elevers fleksibilitet og adaptivitet, siden barn utvikler kunnskap om strategihastighet og strateginøyaktighet ut fra alder og erfaring (Verschaffel et al., 2009).

Selv om elevene først har en av strategiene, for eksempel mentale strategier, i repertoaret sitt, og deretter introduseres for standardalgoritmen, betyr ikke det at elevene ikke lenger kan bruke mentale strategier. Det henger sammen med hvordan Siegler (1996) beskriver strategiutvikling som en kompleks kognitiv prosess og at barn har flere måter å tenke på. Ved at flesteparten av elevene bruker flere strategier på oppgavene, understøtter det Siegler (1996) sin overlappende bølger-modell som viser at flere måter å tenke på kan eksistere side om side. Istedenfor at barns kognitive utvikling beskrives etter Piaget sin stadieteori (Imsen, 2016), ser Siegler på barns strategiutvikling som gradvis og som kan påvirkes av alternative måter å tenke på. Hver bølge i Siegler sin modell tilsvarer regler, strategier, teorier eller måter å tenke på som overlappes, og viser dermed at elevene kan ha flere strategier i sitt strategirepertoar.

5.1.2 Strategifordeling

Ved å analysere strategifordelingen i valgbetingelsen kom det frem at standardalgoritmen ble mest brukt av elevene for å løse oppgavene i betingelsen. Fra analysen av strategirepertoar så vi at 10 av 16 elever brukte både mentale strategier og

standardalgoritmen i valgbetingelsen. Fem av de seks resterende elevene brukte kun standardalgoritmen og kun en elev brukte kun mentale strategier. Ser vi på antall oppgaver i valgbetingelsen, ble 39 oppgaver løst med standardalgoritmen kontra 25 oppgaver med mentale strategier. I følge Hiebert og Lefevre går standardalgoritmen under prosedyrekunnskap, og en mulig årsak til at de fleste oppgavene ble løst med standardalgoritmen er at prosedyrekunnskap er «grodd fast», og elevene tyr til standardalgoritmen som de gjerne blir konfrontert at de kan velge mellom hvilken som helst strategi for å løse oppgavene. Elevenes begrunnelse for hvorfor de velger standardalgoritmen vil jeg diskutere nærmere i 5.1.4.

Analysen av strategifordeling viste at elevene i stor grad tok hensyn til oppgavevariabler i undersøkelsen. Valgbetingelsen bestod av to typer oppgaver, S-oppgaver designet for bruk av standardalgoritmen og M-oppgaver designet for bruk av mentale strategier. I analysen ser vi at de fleste M-oppgaver ble løst med mentale strategier, og de fleste S-oppgaver ble løst med standardalgoritmen. Elevene velger altså som oftest den mest hensiktsmessige strategien for å løse oppgavene, som antyder at elevene er adaptive. Det var derimot flere M-oppgaver som ble løst med standardalgoritmen enn S-oppgaver som ble løst med mentale strategier. Det tyder på at flere elever anser standardalgoritmen som den mest passende strategiene enn antall elever som anser mentale strategier som mest passende.

I analysen så vi at 25 av oppgavene i valgbetingelsen ble løst med mentale strategier. Ved å se på strategirepertoar og strategifordelingen for mentale strategier i valgbetingelsen, er kompensasjonsstrategien den mest brukte mentale strategien. I strategifordelingen for ulike mentale strategier benyttet på M-oppgaver er også her kompensasjonsstrategien mest brukt. Det betyr at elevene tok hensyn til tallkarakteristikker i oppgavene, siden to av oppgavene i valgbetingelsen var M-oppgaver og designet ut fra Torbeyns og Verschaffel (2013) sine designkriterier. Elevene tilpasset altså sine strategivalg ut fra oppgavevariabler (Verschaffel et al., 2009). Ser vi derimot på strategifordelingen i ikke-valgbetingelsen med mentale strategier er ikke oppgaver løst med kompensasjonsstrategien i flertall lenger. I ikke-valgbetingelsen er ikke oppgavene designet for å invitere til bruk av kompensasjonsstrategien, og ved at elevene dermed ikke lenger benytter kompensasjonsstrategien i like stor grad er enda en indikasjon på at elevene tar hensyn til tallkarakteristikkene i oppgavene.

Siden vi har etablert at elevene tilpasset strategivalg etter oppgavevariabler kan det bety at elevene har erfaring med strategiene og føler at de håndterer dem, som igjen er å tilpasse strategivalg etter subjektvariabler. Bløte et al. (2001) operasjonaliserte elevs strategivalg som fleksible dersom elevene valgte løsningsstrategier i forhold til tallkarakteristikker i subtraksjonsoppgaver, men Verschaffel et al. (2009) argumenterte for at det kan være vanskelig å definere og operasjonalisere strategifleksibilitet alene. Selv om noen oppgaver passer noen strategier bedre, kan ikke strategivalg betraktes som fleksibelt og adaptivt bare ut fra tallkarakteristikkene. Vi vil også være nødt til å ta i betraktning subjektvariabler. Det vil si hvor nøyaktige og hurtige elevene som utførte strategiene er, men også subjektive faktorer som elevenes kjønn, alder og matematisk prestasjonsnivå (Hickendorff, 2018).

5.1.3 Strategieffektivitet

Analysen av strategieffektivitet i de to ikke-valgbetingelsene viste at elevene var hurtigere i mentale strategier, men litt mer nøyaktig i standardalgoritmen. Ved å gjennomføre ikke-parametriske tester kunne jeg konkludere at det var ingen signifikant forskjell på effektiviteten i begge ikke-valgbetingelsene. De mindre forskjellene i hurtighet og nøyaktighet mellom strategiene er derfor mest sannsynlig tilfeldige. Ved å sammenligne hver elevs effektivitet i begge ikke-valgbetingelsene, vurderte vi hvilken strategi som er mest effektiv for hver elev. Deretter undersøker vi om elevene valgte sin mest effektive strategi. Resultatet viste at 10 av 16 elever brukte sin mest effektive strategi minst to ganger i valgbetingelsen, og dermed kan vi si at elevene velger strategi ut fra både oppgavevariabler og subjektvariabler. Resultatet antyder at de fleste elevene velger sin mest hensiktsmessige strategi siden vi undersøkte den individuelle strategieffektiviteten i valgbetingelsen hvor oppgave var designet som S-oppgaver og M-oppgaver. Siden de fleste elevene velger den mest passende strategien, som ifølge Verschaffel et al. (2009) er definisjonen på adaptivitet, kan vi konkludere med at elevene er adaptive.

Som tidligere diskutert i strategifordeling indikerte frekvensen av brukt strategi og fordeling på M-oppgaver og S-oppgaver at elevene valgte strategi ut fra oppgavekarakteristikker. At det var et lite flertall for bruk av standardalgoritmen kan forklares med hva Lemaire og Siegler (1996) sier om at erfaring i oppgaveløsning påvirker strategivalg. Dersom et barn bruker den samme strategien over tid, vil det kunne føre til generell forbedring av hurtighet og nøyaktighet. Fokuset på å fremme mentale strategier er kommet i nyere tid, mens standardalgoritmen har vært mye brukt i matematikkundervisningen.

Strategieffektivitet innebærer nøyaktighet og hastighet på strategiutførelsen (Torbeyns & Verschaffel, 2013). Et funn fra analysen er at elevene svarte mer feil og brukte lenger tid med standardalgoritmen i valgbetingelsen enn hva de gjorde i ikke-valgbetingelsen med standardalgoritmen. En mulig årsak er som tidligere diskutert under strategifordeling er at elevene blir nervøse når de blir konfrontert med at de skal velge hvilken som helst strategi. En mental strategi som viste seg å være mindre nøyaktig var kompensasjonsstrategien. I vedlegg 3, oppgave 11 presenteres et elevksempel på forvirring hos eleven om utførelsen av kompensasjonsstrategien. Forvirringen var om man skulle legge til eller trekke fra tallet som de fjernet eller la til for å komme til nærmeste hundre.

5.1.4 Hvordan begrunner elevene sine strategivalg?

Ved å gjennomføre en mixed methods studie fikk jeg muligheten til å undersøke hvordan elevene begrunner sine strategivalg gjennom kvalitative intervju. Intervjuene bidrar til å blant annet undersøke hvordan oppgavevariabler, subjektvariabler og kontekstvariabler, som Verschaffel et al. (2009) påpeker at påvirker fleksibilitet og adaptivitet. Variablene går også inn under Verschaffel et al. (2009) og Heinze et al. (2009) sin definisjon av fleksibilitet og adaptivitet ved at den inkluderer bruk av mest hensiktsmessig strategi for en gitt oppgave, for en gitt elev, i en gitt kontekst. Ut fra den kvalitative analysen finner vi at elevene begrunner sine strategivalg basert på alle variablene, men i hovedsak oppgavevariabler og subjektvariabler.

I valgbetingelsen og ikke-valgbetingelsen med mentale strategier, begrunnet 44,5% av elevene sine strategivalg ut fra oppgavevariabler. Elevenes begrunnelser ut fra oppgavevariabler tok utgangspunkt i tallkarakteristikkene til oppgavene. Blöte et al.

(2001) operasjonaliserer elevers strategivalg som fleksible dersom elevene velger strategi med hensyn til tallkarakterstikkene. Ut fra tilpasningen av oppgavevariabler kan vi si at nesten halvparten av elevene er fleksible i sin begrunnelse av strategivalg. 45,3% av elevene begrunnet sine strategivalg ut fra subjektvariabler, hvor elevenes personlige kunnskaper og ferdigheter påvirker strategivalg, og hvor nøyaktig og hurtig elevene kan utføre strategiene (Verschaffel et al., 2009). Ut fra analysen kan vi si at elevene påvirkes både av oppgavevariabler og subjektvariabler, som Shrager og Siegler (1998) poengterer må sees i forhold til individet som løser oppgaven. 7,8% av elevene begrunnet ut fra kontekstvariabler.

Det hittil presenterte resultatet omhandler elevenes begrunnelse i både valgbetingelsen og ikke-valgbetingelsen med mentale strategier. For å videre undersøke hvordan elever begrunner sine strategivalg, vil jeg se på begrunnelser for oppgavene i kun valgbetingelsen løst med enten mentale strategier eller standardalgoritmen. For oppgaver løst med mentale strategier i valgbetingelsen er andel begrunnelser med hensyn til oppgavevariabler større enn i kombinasjonen valgbetingelse og ikke-valgbetingelse. Ofte når elevene skulle begrunne et strategivalg med en mental strategi, begrunnet de ut fra tallkarakterstikkene i oppgavene. Flere elever nevnte også at de slapp å låne som i standardalgoritmen. Det stemmer overens med hva Thompson (1999) trekker frem, at mentale strategier som strategier som vektlegger behovet for å velge en passende beregningsstrategi for det faktiske tallet i oppgaven. For oppgavene løst med standardalgoritmen er ikke oppgavevariabler så fremtredende som begrunnelse, men disse begrunnelse tar heller hensyn til subjektvariabler og kontekstvariabler. Det kan stemme med at standardalgoritmen blir ofte brukt når den først er introdusert. Van de Walle et al. (2015) trekker frem at en utfordring er at elever kan ville motstå å anvende mer fleksible strategier, fordi de tror de allerede kjenner den korrekte strategien med standardalgoritmen. De begrunner derfor strategivalgene med utsagn som «Det er den jeg kan best» og «Det er den måten jeg har lært å regne på».

Ved at strategivalg som tilpasses etter kontekstvariabler er oftere med standardalgoritmen går inn under at mennesker har en tendens til å tilpasse seg omgivelser i form av adaptasjon. To prosesser innad i adaptasjon er assimilasjon og akkommodasjon (Postholm, 2016). Strategivalgprosessen krever at elevene organiserer ens erfaringer som henger sammen med subjektvariabelen, og hvordan personlige variabler kan påvirke strategibruk. Også von Glaserfeld mente at kunnskap ikke blir mottatt passivt, men bygges aktivt opp av det enkelte individ. Det er heller ikke et spørsmål om å oppdage en objektiv eksisterende verden, men om å organisere ens erfaringer (Skott, 2016).

5.2 Sammenligning av studiens resultater opp mot tidligere forskning

Som kvantitativ forskningsmetode har jeg benyttet choice/no-choice, i likhet med flere studier i tematikken. Luwel et al. (2009) undersøkte styrker og svakheter til metoden, og konkluderte med metoden er sterk for å undersøke elevers strategikompetanse i elementær aritmetikk. I min studie fungerte forskningsmetoden ved at den undersøkte Lemaire og Siegler (1995) sine dimensjoner for strategikompetanse, og å deretter kunne svare på forskningsspørsmålet ved å undersøke hvor fleksible og adaptive elevene i utvalget var. Min studie er derimot en mixed methods studie, som betyr at jeg bruker

også en kvalitativ metode for å svare på forskningsspørsmålet. To eksempler på studier som også benytter choice/no-choice er Torbeyns og Verschaffel (2013) og Torbeyns og Verschaffel (2016).

Studien til Torbeyns og Verschaffel (2013) undersøkte også bruk av mentale strategier og standardalgoritmen for flersifret subtraksjon, men de inkluderte flersifret addisjon i tillegg. De undersøkte et utvalg fjerdeklassinger, og resultatet deres var at elevene brukte standardalgoritmen hyppigst etter de hadde blitt introdusert for den. I min studie ble også flertallet av oppgavene løst med standardalgoritmen, men den største andelen oppgaver løst med standardalgoritmen, var på oppgaver som inviterte til å løse med standardalgoritmen. Det var derimot større andel som brukte standardalgoritmen på oppgaver som inviterte til mentale strategier, enn det var bruk av mentale strategier på oppgaver som inviterte til standardalgoritmen. Torbeyns og Verschaffel (2016) gjennomførte enda en studie som undersøkte fjerdeklassingers bruk av mentale strategier og standardalgoritmen, men denne studien fokuserte kun på flersifret subtraksjon. Resultatet fra denne studien viste igjen at elevene brukte standardalgoritmen bemerkelsesverdig ofte og effektivt, selv på oppgaver som var ment for å fremkalle mentale strategier. Gjennom min analyse etablerte jeg ikke samme funn for effektivitet. Elevene i min studie var like effektive i mentale strategier som standardalgoritmen i de to ikke-valgbetingelsene.

Torbeyns og Verschaffel (2013) konkluderte med at elevene i deres studie ikke tilpasset sine strategivalg etter oppgavekarakteristikker, men heller tilpasset til hurtighet som subjektvariabel. Resultatene til Torbeyns og Verschaffel (2016) viste at elevene heller ikke i denne studien tilpasset strategivalg etter numeriske karakteristikker i oppgavene, men det kom frem i studien at elevene som presterte over gjennomsnittet baserte sine strategivalg på individuelle mestring som subjektvariabel. Med andre ord, vektla elevene i Torbeyns og Verschaffel (2013; 2016) subjektvariabler når de valgte strategi. I min analyse var fordelingen av oppgavevariabler og subjektvariabler tilnærmet lik. som variabler elevene tilpasset sine strategivalg etter. En mulig årsak til at mitt utvalg tilpasset etter tallkarakteristikker som oppgavevariabler er alder. Utvalget mitt bestod av åttendeklassinger, mens utvalget i Torbeyns og Verschaffel var fjerdeklassinger, og i følge Hickendorff (2018) er alder en subjektvariabel som kan ha betydning for elevenes evne til å ta effektive og passende strategivalg.

For å oppsummere elevenes strategivalg i min studie, tok de særlig hensyn til oppgavevariabler og subjektvariabler, men også til tider kontekstvariabler. I Verschaffel et al. (2007) forsket på hvordan reformbaserte læreplandokumenter fokuserer på fleksibilitet, men hvor lite fokus det er på hvordan fleksibilitet oppnås. Forfatterne konkluderte med en foretrukket tilnærming i nyere forskning, hvor forskningen skal fremme barns egen strategiutvikling basert oppgave, tema og kontekst. Formålet til min studie er å bidra til et relativt nytt forskningsfelt som gjør at vi er nærmere å nå den foretrukne tilnærmingen. I min studie var flesteparten av elevene fleksible i oppgaveløsningen med mentale strategier og standardalgoritmen for subtraksjon. De Smedt et al. (2010) er et eksempel på en studie som også underveis i sin studie oppdaget en positiv utvikling av fleksibilitet og strategivariasjon. Med funnene til Heinze et al (2009) kan vi reflektere over hvordan elevene utvikler strategier som de bruker i oppgaveløsning, og hvordan

I Heinze et al. (2009) noen av funnene i studien kan vi reflektere over hvordan elevene utvikler strategier ut fra hvilke strategier de bruker i oppgaveløsningen, som vil etter Heinze et al. (2009) si hvordan vi kan si at elevene sin kognitive variasjon inkluderer fleksibel og adaptiv bruk av strategier. Heinze et al. (2009) hevder at det er den kognitive variasjonen som gjør det mulig å for individer å løse problem effektivt. Siegler (1996) diskuterer også hvordan barn har ulike måter å tenke på og vi må verdsette den kognitive variasjonen for å kunne fremme strategiutvikling.

5.3 Didaktiske implikasjoner

Studien er gjennomført med konstruktivistisk læringsteori som kunnskapsteoretisk posisjon, og kognitiv konstruktivisme ser på hvordan enkeltmenneske lærer og utvikler seg (Imsen, 2011). I gjennomføringen av undersøkelsen var det fokus på eleven som enkelt individ. Det eneste sosiale samspillet i gjennomføringen var mellom elev og meg som forsker. Gjennomføringen tar utgangspunkt i hvordan enkeltelever presenterer, og ut fra gjennomføringen alene kan vi ikke si noe om læringsmiljøet som elevene deltar i. Verschaffel et al. (2009) beskriver hvordan fremveksten av det sosiokulturelle perspektivet har påvirkning på elevens fleksibilitet og adaptivitet. Som diskutert tidligere i diskusjonskapittelet, poengterer Ellis (1997) hvordan det sosiokulturelle perspektivet er med på å forme strategirepertoar og strategivalg. For lærere, og fremtidige lærere, er det derfor en viktig å løfte blikket og vurdere elevenes omgivelser for å kunne anerkjenne den kognitive variasjonen til elevene, som ifølge Heinze et al. (2009) gjør det mulig for elever å løse matematiske problem effektivt.

Som nevnt innledningsvis, er matematisk fleksibilitet og adaptivitet betraktet som viktig for å øke kvaliteten på matematikkundervisningen. Nye læreplaner har gått bort fra rutineekspertise, som Torbeyns et al. (2009) definerer som evnen til å fullføre matematikkoppgaver hurtig og nøyaktig med standardiserte strategier. Ved å studere nye læreplaner er fokuset på at elever skal utvikle et bredt repertoar av strategier og at elevene skal lære mentale strategier før eller ved siden skriftlige standardalgoritmer (Torbeyns & Verschaffel, 2013). Min analyse viste elevene er fleksible ved at de brukte både mentale strategier og standardalgoritmen i oppgaveløsningen. Flertallet av oppgavene ble i tillegg løst med standardalgoritmen, og strategien visste seg å være mest effektiv for størst andel elever. Det er dermed ikke nødvendig gå bort fra standardalgoritmen som en subtraksjonsstrategi. Van de Walle et al. (2015) anerkjenner at standardalgoritmen er en sentral strategi for elevene å ha i sitt repertoar, selv om det blir argumentert for at mentale strategier er mer passende. Fokuset blir heller på at skolen og lærere må gi mening til prosessene i standardalgoritmen, og ikke bare fokusere på memorering av en rekke steg.

Fokuset på meningsfulle prosesser henger sammen med hvordan Nosrati & Wæge (2018) beskriver at den nye læreplanen vektlegger dybdelæring over overflatelæring, hvor i dybdelæring er begrepsmessig forståelse viktig for å fremme forståelse i motsetning til prosedyrekunnskap som fremmer memorering og regneferdigheter (Baroody, 2013). Standardalgoritmen vil gå under prosedyrekunnskap som vektlegger regler og algoritmer for å fullføre matematiske oppgaver (Hiebert & Lefevre, 1986). For eksempel viste det seg at noen få elever brukte alternative strategier som indirekte addisjon som er under operasjonsperspektivet (Peltenburg 2012), og utførelsen av strategien var effektiv. Ved å

fremme ulike strategier er viktig for elevers strategiske utvikling og kognitive variasjon (Siegler, 1996). Derimot krever det også tilstrekkelig undervisning.

5.4 Diskusjon av metodiske utfordringer

En metodisk utfordring i studien er at analysen ved flere anledninger tar utgangspunkt i kun noen av betingelsene, siden ikke-valgbetingelsen med standardalgoritmen er lukket og krever at elevene løser oppgavene med samme strategi. Det gjør at ikke-valgbetingelsen med standardalgoritmen ikke inkluderes i analysen av strategirepertoar, strategifordeling og begrunnelse av strategivalg. Luwel et al. (2009) beskriver det som en svakhet med choice/no-choice som metode, at deltakere tvinges til å anvende en bestemt strategi i en eller flere betingelser. Det kan gi delvis eller forenklet syn på virkeligheten. Samtidig er det ved å sammenligne resultat fra valgbetingelsen med resultat fra ikke-valgbetingelsene vi måler elevers fleksibilitet og adaptivitet.

En annen metodisk svakhet med studien er at det er få deltakere i utvalget. Utvalget skal representere hele populasjonen, og utvalget mitt på 16 elever kan gjøre det utfordrende å generalisere funnene mine og trekke bastante konklusjoner. På en annen side velges deltakere ut fra hvem som er mest egnet til å bidra i undersøkelsen, og det er viktigere at det velges relevante deltakere til studien enn at det skaffes mange deltakere (Johannes et al., 2016). Ifølge Christoffersen & Johannesen (2012) har heterogeniteten eller homogeniteten i populasjonen betydning. Hvis populasjonen er homogen, som vil si at deltakerne er like hverandre på flere kriterier, trenger jeg som forskere færre informanter enn når populasjonen er heterogen.

Som kvalitativ metode benyttet jeg strukturert intervju, som vil si at tema, spørsmål og rekkefølge på spørsmålene var fastlagt på forhånd. En ulempe med et strukturert intervju er at det gir begrenset fleksibilitet. Som forsker får jeg ikke muligheten til å tilpasse intervjuet til hver enkelt elev som informant. Spørsmålene i intervjuene var også nokså korte, konsise og få. Det og det at alle elevene fikk samme spørsmål gjorde intervjuene fokuserte og analysen enklere å analysere, men det gjør også at jeg ikke får mer utfyllende svar. Samtidig valgte jeg å ikke gjennomføre spørreskjemaer med svaralternativer, for et strukturert intervju gir tross alt mer utfyllende svar enn det.

Oppgavedesign kan ses på som en begrensning, siden flere av elevene brukte standardalgoritmen i hodet i både valgbetingelsen og ikke-valgbetingelsen med mentale strategier. Ikke-valgbetingelsen med mentale strategier kommer etter ikke-valgbetingelsen med standardalgoritmen, og siden såpass mange velger å løse oppgavene i ikke-valgbetingelsen med standardalgoritmen i hodet som en mental strategi, kan det være en konsekvens av rekkefølgen.

For å vurdere effektiviteten i ikke-valgbetingelsene utformet jeg en formel for effektivitet som kombinerte hurtighet og nøyaktighet. $10 \times \text{nøyaktighet} - \text{hurtighet}$. Det vil si at det er 10 poeng for hvert riktig svar minus gjennomsnittstiden. Men, dette var den metoden som jeg synes var grei for å måle effektivitet. En annen metode ville med stor sannsynlighet fått et forskjellig resultat.

6 Avslutning

Det har i de siste årene vært gjort et forsøk på å reformere matematikkundervisningen, med et stort fokus på å fremme fleksibilitet og adaptivitet hos elever. Enkelte strategier er ofte fremhevet som spesielt effektive, men noen er ikke. Den skriftlige standardalgoritmen har i nyere tid blitt kritisert for å bare fremheve rutine-ekspertise, mens bruk av mentale strategier skal være mer fordelaktig for å danne strategisk kompetanse. I min studie som inkluderte bruk av både mentale strategier og standardalgoritmen, brukte elevene standardalgoritmen flest ganger. Det viste seg også at det ikke var noen signifikant forskjell på effektiviteten mellom mentale strategier og standardalgoritmen i ikke-valgbetingelsene.

Fleksibilitet blir ofte definert og operasjonalisert etter en rekke løsningsstrategier, uten ytterlige kvalifikasjoner, og om elever har løst oppgaver fra et gitt problemsett ved hjelp av en og samme framgangsmåte. Selv om variasjon av strategier og å kunne bytte sømløst mellom disse strategiene kan betraktes som et springbrett mot adaptivitet, kan det å bare bruke forskjellige løsningsstrategier på en serie lignende matematiske oppgaver ikke betraktes som bevis på adaptiv strategibruk alene (Verschaffel et al., 2009, s. 339). For å oppsummere mine elevers fleksibilitet og adaptiviteten, brukte flestparten av elevene flere strategier sømløst. Flestparten av elevene valgte også sin mest passende strategi ut fra hvilke strategier analysen etablerte var de mest effektive og mest passende for elevene i analysen. Ved å se på variabler som påvirker fleksibilitet, var det tydelig at elevene tilpasset strategivalg mest etter oppgavevariabler og subjektvariabler.

Ut fra resultatene kan vi gjøre noen refleksjoner. I denne studien har vi gjort funn som kan vise oss hvor fleksible og adaptive ungdomsskoleelevene er. For eksempel når elevene fikk utdelt subtraksjonsstykkene så er det noen som velger å sette det opp algoritmisk fordi det er det de kan og synes er enklest. Eller de velger å regne det om til hele tall med hjelp av en mental strategi. Elevene kan også vise i de ulike betingelsene at elevene har flere av disse strategiene i sitt repertoar. Det er det fleksibilitet og adaptivitet omhandler, nemlig at en person som er adaptiv og fleksibel velger den mest effektive strategien, og hvor det å være effektiv er individuelt og kontekstuell. Det betyr ikke at ved å bruke den «enkleste» strategien at eleven er på et lavere matematisk nivå, men samtidig kan nivået ha noe å si som en subjektiv variabel eller kontekstuell variabel på hvilke strategier som er mest effektive for dem og om eleven klarer å gjøre adaptive og fleksible strategivalg. Teorien går ikke ut på at eleven skal få beskjed om å lære seg at «med den oppgaven, skal du løse med den strategien». Det kan gjøre at de ser på matematikk som strategier, men matematikk er selve problemet som skal løses. Derfor er det nyttig at elever har et arsenal av strategier, og at de øver seg på å ikke tvinge seg til å bare bruke en strategi, men heller veksler fleksibelt for å utvikle den kognitive variasjonen.

6.1 Veien videre

Som diskutert i metodiske utfordringer er studiens utvalg en begrensing med få deltakere, til tross for at det er homogent. For en fremtidig undersøkelse kunne det derfor være aktuelt med en lik undersøkelse med større omfang. I tillegg representerer denne studien kun ett bidrag til en tematikk hvor det finnes lite forskning, og det er viktig at det vil gjennomføres flere systematiske studier på fleksibilitet og adaptivitet i

grunnskolematematikken. Det kunne også vært interessant å gjennomføre undersøkelsen med å tillegg se korrelasjoner opp mot andre regnearter enn subtraksjon, som for eksempel addisjon.

En aktuell forskning videre, kan også være å undersøke nærmere kontekstvariablene som Verschaffel et al. (2009) presenterer. Denne studien fokuserte på hvordan enkeltelever behersker strategier og utvikler strategikompetanse, men det ville også vært givende å undersøke det sosiokulturelle miljøet som elevene er deltakere i. I den studien ville det vært aktuelt å gjennomføre videobaserte observasjoner av hvordan barn lærer om og tar strategivalg i klasseromsituasjoner, sammen med mer åpne, individuelle intervju av både elever og lærere for å få dypere innsikt i subjektet sin tolkning av konteksten.

Som fremtidig lærer tar jeg med meg inn i yrkeslivet innsikten i strategiutvikling og strategikompetanse som denne studien har gitt meg. Ved at tematikken er inkludert i den nye læreplanen vil det være enklere å fremme fleksibilitet og adaptivitet hos elever i ulike matematikkdomener.

Referanser

- Baroody, A. J. (2013). The development of adaptive expertise and flexibility: The integration of conceptual and procedural knowledge. I Baroody, A. J., & Dowker, A. (Red.). *The development of arithmetic concepts and skills: Constructive adaptive expertise* (s. 1-30). Lawrence Erlbaum Associates.
- Blöte, A. W., Van der Burg, E., & Klein, A. S. (2001). Students' flexibility in solving two-digit addition and subtraction problems: Instruction effects. *Journal of Educational Psychology*, 93(3), 627-638. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.3.627>
- Bryman, A. (2016). *Social research methods* (5. Utg.). Oxford University Press.
- Burkhardt, H. & Swan, M. (2017) Design and Development for Large-Scale Improvement. I Kaiser, G. (Red.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education*. (s. 177-200). Springer, Cham.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3_12
- Creswell, J. W. (2014). The Selection of A Research Approach. *Research Design: Qualitative, Quantitative and Mixed Methods Approaches*. Sage.
- Christoffersen, L. & Johannesen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forlag.
- Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi* (4. Utg.). Oslo: Forskningsetiske komiteer.
- Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. (2021, 16. desember). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/>
- De Smedt, B., Stassens, N., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2010). Frequency, efficiency and flexibility of indirect addition in two learning environments. *Learning and Instruction*, 20(3), 205-215.
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2009.02.020>

- Ellis, S. (1997). Strategy Choice in Sociocultural Context. *Developmental Review*, 17(4), 490-525. <https://doi.org/10.1006/drev.1997.0444>
- Field, A. (2018). *Discovering Statistics Using IBM SPSS Statistics: And Sex and Drugs and Rock "N" Roll* (5. Utg.). Sage.
- Heinze, A., Star, J. R. & Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM Mathematics Education* 41, 535-540. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0214-4>
- Hickendorff, M. (2020). Fourth graders' adaptive strategy use in solving multidigit subtraction problems. *Learning and Instruction*, 67, 1-10. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2020.101311>
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*, 2, 1- 27. <https://doi.org/10.4324/9780203063538>
- Imsen, G. (2011). *Hva er pedagogikk?* Universitetsforlaget.
- Jacobsen, D. I. (2022) *Hvordan gjennomføre undersøkelser? – innføring i samfunnsvitenskapelig metode*. Cappelen Damm.
- Johannesen, A., Tufte, P. & Christoffersen, L. (2016). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode*. Abstrakt forlag.
- Johnsen, R. B., & Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed Methods Research: A Research Paradigm Whose Time has Come. *Educational Researcher*, 33(7), 14-26. JSTOR.
- Kunnskapsdepartementet. (2019). Læreplan i matematikk 1.-10. trinn. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>
- Lemaire, P. & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124(1), 83-97. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.124.1.83>
- Luwel, K., Onghena, P., Torbeyns, J. & Verschaffel, L. (2009). Strengths and Weaknesses of the Choice/No-choice Method in Research on Strategy Use. *European Psychology*, 14(4), 351-362. <https://doi.org/10.1027/1016-9040.14.4.351>

- Newton, K. J., Lange, K. & Booth, J. L. (2020). Mathematical flexibility: Aspects of a continuum and the role of prior knowledge. *The Journal of Experimental Education*, 88(4), 503-515. <https://doi.org/10.1080/00220973.2019.1586629>
- Nord, R., Jerpseth, H., & Fagermoen, M. S. (2012). Betydningen av pilotundersøkelse før validering av oversatte instrumenter. *Nordisk sygeplejeforskning*, 2(1), 45-55. <https://doi.org/10.18261/ISSN1892-2686-2012-01-05>
- Nosrati, M., & Wæge, K. (2018). Dybdelæring i matematikk. *Realfagsløyper*. Hentet fra: https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2021-03/T3.P1.M1A-Dybdel%C3%A6ring%20i%20matematikk_2.pdf
- Peltenburg, M., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Robitzsch, A. (2012). Special education students' use of indirect addition in solving subtraction problems up to 100: A proof of the didactical potential of an ignored procedure. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 351-369. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9351-0>
- Postholm, M. B. (2016). Organisering og ledelse av læringsaktivitet. I Postholm, M. B., Haug, P., Munthe, E. & Krumsvik, R. J. (Red.), *Lærerarbeid for elevenes læring 5-10*. (s. 153-167). Cappelen Damm akademisk.
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.
- Shrager, J. & Siegler, R. S. (1998). SCADS: A model of Children's Strategy Choices and Strategy Discoveries. *Psychological Science*, 9(5), 405-410. <https://doi.org/10.1111/1467-9280.00076>
- Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: the process of change in children's thinking*. Oxford University Press.
- Siegler, R. S. & Lemaire, P. (1997). Older and younger adults' strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method. *Journal of Experimental Psychology: General*, 126(1), 71-92. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.126.1.71>
- Skott, J., Jess, K. & Hansen, H.C. (2016) *Matematik for lærerstuderende - Delta*. Samfundslitteratur.

- Säljö, R. (2016). Læring – en introduksjon til perspektiver og metaforer. *Cappelen Damm AS*.
- Teddlie, C., & Yu, F. (2007). Mixed Methods Sampling: A Typology With Examples. *Journal of Mixed Methods Research*, 1(1), 77-100. <https://doi.org/10.1177/1558689806292430>
- Thompson, I. (1999). Getting your head around mental calculation. I Thompson, I. (Red.), *Issues in teaching numeracy in primary schools* (s. 145-156). Open University Press.
- Tjora, A. (2017). Kvalitative forskningsmetoder i praksis (3. Utg.). Oslo: Gyldendal.
- Torbeyns, J. & Verschaffel, L. (2013). Efficient and flexible strategy use on multi-digit sums: a choice/no-choice study. *Research in Mathematics Education*, 15(2), 129-140. <https://doi.org/10.1080/14794802.2013.797745>
- Torbeyns, J., Peters, G. Smedt, B. D., Ghesquière, P. & Verschaffel, K. (2018). Subtraction by Addition Strategy Use in Children of Varying Mathematical Achievement Level: A Choice/No-Choice Study. *Journal of Numerical Cognition*, 4(1), 215-234. <https://doi.org/10.5964/jnc.v4i1.77>
- Verschaffel, L., Torbeyns, J., De Smedt, B., Luwel, K., & Van Dooren, W. (2007). Strategy flexibility in children with low achievement in mathematics. *Educational and Child Psychology*, 24(2), 16-27.
- Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J. & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24(3), 335-359. <https://doi.org/10.1007/BF03174765>
- Van de Walle, J. A., Karp, S. K. & Jennifer, M. B. (2015). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (9. Utg.). Pearson Education Limited.

Vedlegg

Vedlegg 1: Subtraksjonsoppgaver brukt i undersøkelsen og intervjuguide

Vedlegg 2: Eksempel på innsamlet data for en elev i undersøkelsen

Vedlegg 3: Samtykkeskjema

Vedlegg 1: Subtraksjonsoppgaver brukt i undersøkelsen

Valgbetingelse

a) $531 - 298 = 233$ (M-oppgave)

b) $753 - 671 = 82$ (S-oppgave)

c) $449 - 237 = 212$ (S-oppgave)

d) $804 - 431 = 373$ (M-oppgave)

Ikke-valg-betingelse – Den skriftlige standardalgoritmen

e) $474 - 186 = 288$

f) $308 - 252 = 56$

g) $868 - 612 = 256$

h) $542 - 398 = 144$

Ikke-valg-betingelse – Mentale strategier

i) $348 - 124 = 224$

j) $972 - 753 = 219$

k) $697 - 235 = 462$

l) $524 - 328 = 196$

Intervjuguide:

1. Hvordan gikk du fram for å løse oppgaven? Hvilken strategi brukte du?
2. Hvorfor brukte du akkurat denne strategien?

Vedlegg 2: Eksempel på innsamlet data for en elev i undersøkelsen

Elev 14 «Bjørn» Kjønn: Jente	Tid	Svar	Strategi	Hvorfor denne?
Oppgave 1	13 sek	233	Kompensasjonsstrategi: $531-300=231+2=233$	Fordi jeg så at det kunne gjøres slik med tallene i denne oppgaven.
Oppgave 2	16 sek	82	Standardalgoritmen	Fordi den ble enklest.
Oppgave 3	8 sek	212	Indirekte addisjon: $49-37=12$, $400-200=200$, $200+12=212$	Jeg på hvor mye som er mellom tallene.
Oppgave 4	30 sek	219	Dekomponeringsstrategi: $900-700$, $70-50$, $2-3 = 200+20-1=219$	Fordi jeg så på tallene at det kunne løses slik.
Oppgave 5	16 sek	388 (feil)	Standardalgoritmen	
Oppgave 6	12 sek	56	Standardalgoritmen	
Oppgave 7	8 sek	256	Standardalgoritmen	
Oppgave 8	16 sek	144	Standardalgoritmen	
Oppgave 9	8 sek	224	Dekomponeringsstrategi: $300-100=200$, $48-24=24$, $200+24=224$	Fordi den var enklest.
Oppgave 10	16 sek	373	Kompensasjonsstrategi: $800-430=370$, $370+3$ (fordi $4-1$) $=373$	Jeg slipper å låne i oppgaven så det blir den raskeste måten.
Oppgave 11	19 sek	468 (feil)	Kompensasjonsstrategi: $700-235=465+3$ (skulle vært minus 3)	Fordi jeg så på tallene at det kunne løses slik.
Oppgave 12	14 sek	196	Indirekte addisjon: $328+200-4$.	Fordi jeg så på tallene at det kunne løses slik.

Vedlegg 3: Samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet «Fleksibilitet og adaptivitet i matematikk»?

Hei! Dette er et spørsmål til om du har lyst til å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å kartlegge elevers fleksibilitet og adaptivitet i strategier innenfor matematikk. Før du svarer, har jeg litt informasjon om formålet for prosjektet og hva deltakelsen vil innebære for deg.

Formål for forskningsprosjektet

I dette forskningsprosjektet undersøker jeg temaene fleksibilitet, adaptivitet og strategikompetanse hos elever i matematikk. Formålet med dette masterprosjektet er å undersøke hvilke strategier elever benytter når de skal løse matematiske problem. Et matematisk problem kan som oftest løses med flere ulike strategier, og jeg skal undersøke om elevene løser problemene fleksibelt og adaptivt – altså om de løser det med strategien som er mest effektiv og nøyaktig for dem. Elevene skal løse problemene under forskjellige betingelser hvor de blir nødt å benytte ulike strategier. Det er en anonym undersøkelse og innsamlet data vil ikke inkludere navn. Det gjør at verken jeg, lærere eller foresatte får tilgang på hver enkelt elevs besvarelse.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta i dette forskningsprosjektet fordi du er elev i 6. klasse, som er mitt fokusområde for masteroppgaven.

Hva innebærer det for deg å delta?

Deltakelsen i prosjektet innebærer at du vil først bli gitt matematiske problem som du skal løse etter beste evne. Deretter vil du bli stilt spørsmål om hvordan du løste problemet og hvorfor du brukte strategien som du gjorde. På forhånd vil det ikke bli opplyst om hvilket matematisk tema prosjektet forsker på. Foresatte kan melde fra om de vil ha innblikk i hvilke problemer som elevene skal løse. Dette vil da bli opplyst om i etterkant av forskningen. Slik kan foresatte be om at deres barn ikke skal være med i ferdig studie. Forskningen vil foregå i vanlig undervisningstid, så elevene som ikke blir intervjuet av meg har vanlig undervisning i klasserommet med lærer.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Dette vil ikke påvirke ditt forhold til skolen/læreren.

Ditt personvern – Hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

For å respektere ditt personvern vil jeg behandle opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Jeg vil kun bruke opplysningene om deg til formålene som er fortalt om i dette skrevet. De eneste som vil ha tilgang til forskningsresultatene er meg og min veileder. Veilederen vil ikke få oppgitt opplysninger som navn på deltakere, han vil kun få tilgang på resultatene av undersøkelsen. Navnet ditt vil erstattes med koder og det er kun på dette samtykkeskrivet at navn vil opplyses. Du vil kunne gjenkjenne publikasjonen kun ved forsker sitt navn på masteroppgave.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene slettes når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent. Det vil etter planen være i november 2022. Da vil all data som er samlet inn bli slettet.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi
- av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Dette er ikke tilfellet for dette prosjektet, siden jeg verken trenger deres navn, fødselsdato eller kjønn.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet ved Regina Riiber, tlf: 90205610 eller mail: regina@riiber.as. Eller min veileder Øyvind Andersen Lundebø, tlf: 95776288 og mail: oyvind.a.lundebø@ntnu.no.

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med: NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Regina Riiber
(Forsker)

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet “Elevens evne til å velge fleksibelt og adaptivt i matematikk”, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

Å delta i undersøkelsen der jeg besvarer oppgaver, og å delta i det påfølgende intervjuet om hvordan jeg løste oppgaven.

Jeg på vegne av mitt barn, samtykker til at mitt barns opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet.

Navn på elev:

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

