

Bjarte Møllerup Boge

«Er ikke det veldig åpenbart?»

En case-studie av elevers tenking og resonnering
i møte med probabilistiske oppgaver

Masteroppgave i Lektorutdanning i realfag

Veileder: Yael Fleischmann

Juli 2022

Bjarte Møllerup Boge

«Er ikke det veldig åpenbart?»

En case-studie av elevers tenking og resonnering i møte med probabilitistiske oppgaver

Masteroppgave i Lektorutdanning i realfag
Veileder: Yael Fleischmann
Juli 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for informasjonsteknologi og elektroteknikk
Institutt for matematiske fag



Kunnskap for en bedre verden

Soli Deo Gloria

Forord

Levering av denne masteroppgaven signaliserer slutten på lektorutdanningen i realfag ved NTNU. Jeg vil først og fremst takke min veileder Yael Fleischmann for god veiledning og støtte gjennom hele prosessen. Takk for at vi har kunnet ha en vennskapelig tone kombinert med produktive møter. Du har gjort at jeg har følt meg sett, støttet og motivert gjennom hele masterperioden. Tusen takk for det.

I tillegg vil jeg takke elevene i R1-klassen min for at dere lot meg gjennomføre prosjektet mitt med dere, men også for at dere har vært tålmodige med meg som fersk i læreryrket. Dere vet hvem dere er. Videre vil jeg takke alle mine medstudenter som har krydret tilværelsen i et krevende studieløp. Spesielt vil jeg trekke frem Morten, Emil og Stian, for å ha bidratt med både sprell og glede i studiehverdagen. I tillegg vil jeg takke Oline for å ha vært en god samtale- og refleksjonspartner. Jørgen vil jeg takke for alle våre filosofiske tankeeksperiment og for gjennomføring av over 600 loggførte bordtenniskamper på Matteland.

Ikke minst vil jeg også takke familien, kollektivet, huskirka og alle venner som har støttet meg i både oppturer og nedturer gjennom hele studietiden. Videre vil jeg eksplisitt takke Magnus, Sander og min mor for gjennomlesning og tilbakemeldinger på oppgaven.

Til slutt vil jeg rette en stor takk til Gud for å ha gitt meg motivasjon, retning og et ønske om sannhetssøking, både i og utenfor mitt akademiske arbeid.

Bjarte Møllerup Boge

Trondheim - Juli 2022

Sammendrag

Denne studiens mål har vært å identifisere eksempler på fasene fra den spørrende syklusen til Wild og Pfannkuch (1999) i resonneringen til elever i matematikk R1, i tillegg til å undersøke hvilket nivå av probabilistisk resonnering som de benytter. Datagrunnlaget består av besvarelser fra elleve elever, og innsamlingen av dette kan beskrives som tredelt. Alle elevene arbeidet med skriftlige besvarelser i arbeid med to ulike oppgavesett. I forkant av dette ble fire av elevene intervjuet og besvarte samtidig ett av oppgavesettene muntlig. Etter arbeidet med oppgavesettene ble det gjennomført enda et intervju med fem av elevene. I tillegg til å bruke den spørrende syklusen som modell har det også ved deduksjon fra andre studier blitt konstruert et eget rammeverk for å vurdere elevers nivå av probabilistisk resonnering. Resultatene fra analysen av datamaterialet viser at eksempler på alle fasene fra den spørrende syklusen er blitt identifisert, og at elevene benytter ulike nivå for probabilistisk resonnering.

Abstract

The aim of this study has been to identify examples of the phases from the interrogative cycle of Wild og Pfannkuch (1999) in the reasoning of mathematics R1 students, in addition to investigating the level of probabilistic reasoning they use. The data base consists of answers from eleven students and the collection of this can be described as threefold. All students worked on written answers with two different worksheets. Prior to this, four of the students were interviewed and simultaneously answered one of the worksheets orally. After the work with the task sets, another interview was completed with five of the students. In addition to using the questioning cycle as a model, a separate framework has also been constructed by deduction from other studies to assess students' level of probabilistic reasoning. The results from the analysis of the data material show that examples of all the phases from the interrogative cycle have been identified, and that the students use different levels of probabilistic reasoning.

Innhold

1	Introduksjon	6
1.1	Bakgrunn og relevans	6
1.2	Forskningsspørsmål	7
1.3	Oppgavens oppbygning	8
2	Teori	9
2.1	Oppsummering av litteratur på området	9
2.2	Probabilistisk resonnering	11
2.3	Teoretisk rammeverk	12
2.3.1	Den spørrende syklusen	13
2.3.2	Rammeverk for probabilistisk resonnering	19
2.3.3	Deduktiv utvikling av rammeverk for probabilistisk resonnering	26
3	Metodologi og datainnsamling	32
3.1	Beskrivelse av forskningsdesignet	33
3.2	Oversikt over rammene for datainnsamling	35
3.3	Beskrivelse av instrumenter benyttet i datainnsamlingen	39
3.3.1	Oppgavesettene	39
3.3.2	Pre-test-intervju	44
3.3.3	Post-test-intervju	48
3.4	Beskrivelse av metodene brukt for analyse av data	48
3.4.1	Den spørrende syklusen	49
3.4.2	Probabilistisk resonnering	51

3.5	Kvaliteten på studien	53
3.6	Etiske betraktninger	55
3.6.1	Informert samtykke	56
3.6.2	Unngå skader i feltarbeid	56
3.6.3	Konfidensialitet i rapportering	57
4	Matematisk analyse av påstandene	59
4.1	Matematisk kontekst	59
4.2	Elevenes forventede bakgrunnskunnskap	60
4.3	Eksempelbesvarelse på elevens nivå	61
4.3.1	Eksempel 1	62
4.3.2	Eksempel 2	62
4.3.3	Eksempel 3	63
4.4	Eksempelbesvarelser på høyere nivå	65
5	Analyse	67
5.1	Klassens besvarelser	67
5.2	Beskrivelse av tre hovedelever	70
5.2.1	Harry	70
5.2.2	Hermine	71
5.2.3	Ronny	71
5.3	Eleveksempler på ulike nivå av probabilistisk resonnering	71
5.3.1	Eksempler på elevens probabilistiske resonnering på nivå 1	71
5.3.2	Eksempler på elevens probabilistiske resonnering på nivå 2a	72
5.3.3	Eksempler på elevens probabilistiske resonnering på nivå 2b	74
5.3.4	Eksempler på elevens probabilistiske resonnering på nivå 3	75
5.3.5	Eksempler på elevens probabilistiske resonnering på nivå 4	78
5.4	Eleveksempler på faser fra den spørrende syklusen	79
5.4.1	Eksempler på fase 1: Genereringsfasen	79
5.4.2	Eksempler på fase 2: Søkingsfasen	82
5.4.3	Eksempler på fase 3: Tolningsfasen	83

5.4.4	Eksempler på fase 4: Kritiseringsfasen	85
5.4.5	Eksempler på fase 5: Bedømmingsfasen	86
6	Diskusjon	88
6.1	Probabilistisk resonnering	88
6.2	Fasene i den spørrende syklusen	90
6.3	Vurdering av kvaliteten til studien	91
6.4	Funn som kan utforskes videre	92
6.4.1	Elevers manøvrering i den spørrende syklusen	93
6.4.2	Påvirkning fra elevers erfaringer	93
6.4.3	Intuisjon eller beregning	94
7	Avslutning	96
	Referanser	98
A	Oppgavesett A	I
B	Oppgavesett B	VIII
C	Samtykkeskjema	XV
D	Intervju-guide	XVIII

Figurer

2.1	Beskrivelse av elementene i dimensjon 1	14
2.2	Beskrivelse av elementene i dimensjon 2	15
2.3	Beskrivelse av elementene i dimensjon 3	15
2.4	Beskrivelse av elementene i dimensjon 4	16
3.1	Oversikt over datainnsamling i den første dobbeltimen	40
3.2	Oversikt over datainnsamling i den andre dobbeltimen	41
3.3	Oppgitt informasjonstekst til oppgavesett A	42
3.4	Oppgaven tilknyttet påstand 1 i oppgavesett A	43
3.5	Oppgaven tilknyttet påstand 2 i oppgavesett A	45
3.6	Oppgitt informasjonstekst til oppgavesett B	46
4.1	Rutenett benyttet i eksempelbesvarelse	63
4.2	Valgtre benyttet i eksempelbesvarelse	64
5.1	Gruppe A sine svar på påstand 1 og 2	68
5.2	Gruppe B sine svar på påstand 1 og 2	69
5.3	Ronny sin besvarelse på påstand 1 i oppgavesett B	76
5.4	Ronny sin besvarelse på påstand 2 i oppgavesett B	77
5.5	Harry sin besvarelse på påstand 2 i oppgavesett A	80

Tabeller

2.1	Tabell over fasene til den spørrende syklusen	18
2.2	Nivåfordeling for temaet <i>sannsynligheten for en hendelse</i>	22
2.3	Nivåfordeling for temaet <i>sammenligning av sannsynligheter</i>	23
2.4	Nivåfordeling for temaet <i>betinget sannsynlighet</i>	24
2.5	Garfields generelle modell for statistisk resonnering	27
2.6	Egenkonstruert rammeverk for probabilistisk resonnering	31

Kapittel 1

Introduksjon

1.1 Bakgrunn og relevans

Hvordan kan man bruke statistikk til å si akkurat det du vil? På hvilke måter kan man bli lurt av statistikk, tall og sannsynligheter som blir presentert? Matematikk og tall omgir oss på alle sider og blir presentert til oss på mange måter, og noen vil kunne stille spørsmål til hva disse tallene sier oss. Når noen problematiserer hva dette egentlig forteller oss, kan mange respondere med *Er ikke det veldig åpenbart?* Men selv korrekte tall, data og sannsynlighetsverdier kan bli presentert på måter eller i kontekster som kan villedde oss til falske konklusjoner. Selv om data, forskning og internasjonalt samarbeid har økt gjennom det siste århundre, kan det likevel påstås at utfordringene med slik villedning har økt i takt med digitalisering og globalisering. I møte med slik statistikk, tall og sannsynligheter vil det i økende grad være viktig med kritisk tenkning hos samfunnsborgerne. Dette har medført at jeg over tid har fundert over spørsmålet *Hvordan kan du bruke statistikk til å si akkurat det du vil?* Som kommende lærer har dette spørsmålet videre oppmuntret meg til å ville undersøke hvordan elever resonnerer og tenker i møte med informasjon og oppgaver konstruert av agenter eller institusjoner som nettopp kan benytte statistikk til å si akkurat det de vil.

I skolen utdannes framtidens ledere og medlemmer av samfunnet, og i den nye læreplanen LK20 har kritisk tenkning fått større fokus. I formålsparagrafen til opplæringsloven står det at «elevane og lærlingane skal lære å tenkje kritisk og handle etisk og miljøbevisst» (Opplæringslova, 1998, §1-1), noe som har fått konsekvenser for innholdet i LK20. I læreplanens overordnede del kan vi lese at «opplæringen skal gi elevene en forståelse av kritisk og vitenskapelig tenkning. Kritisk og vitenskapelig tenkning innebærer å bruke fornuften på en undersøkende og systematisk

måte i møte med konkrete praktiske utfordringer, fenomener, ytringer og kunnskapsformer» (Kunnskapsdepartementet, 2017). Altså anses ikke kritisk tenkning bare som en viktig evne i matematikk, men for alle fagene i skolen og utdanningsinstitusjonene som helhet. «Elevene skal kunne vurdere ulike kilder til kunnskap og tenke kritisk om hvordan kunnskap utvikles. De skal også kunne forstå at deres egne erfaringer, standpunkter og overbevisninger kan være ufullstendige eller feilaktige» (Kunnskapsdepartementet, 2017). Også andre aktører trekker frem viktigheten av kritisk tenkning og statistisk resonnering. Garfield (2002) trekker fram at «mer forskning trengs, spesielt klasseromsforskning utført i varierende settinger, for å bidra til å bestemme hvordan instruksjonelle metoder og materialer best kan bli brukt for å hjelpe elever til å utvikle statistisk resonnering» (Garfield, 2002). Videre påpeker Snee (1990) at «statistisk tenkning vil fremover være viktigere enn statistiske verktøy ettersom verden er i stadig endring» (Snee, 1990, s. 117). Dessuten er «statistisk resonnering et emne som vil interessere mange ulike typer profesjoner: Psykologer, leger, journalister, politikere og lærere. Alle vil ha nytte av å kunne konkludere basert på statistisk informasjon, kunne forstå risiko og tilfeldigheter og hvordan dette kan påvirke et utfall» (Garfield, 2002, s. 1-2).

1.2 Forskningsspørsmål

Med bakgrunn i et behov og ønske fra samfunnet om et økt fokus på kritisk tenkning og resonnering koblet sammen med en personlig motivasjon for tema relatert til det retoriske spørsmålet *Hvordan kan man bruke statistikk til å si akkurat det man vil?*, satte dette kursen for hva jeg ønsket å studere i denne oppgaven. Ettersom jeg også studerer lektorutdanning i realfag og ser for meg å arbeide som lærer i den norske skolen motiverte dette meg til å se på hvordan elever forholder seg til informasjon og tall som lett kan mistolkes, og undersøke hvordan de resonnerer i møte med slike problem. For å ha mulighet til å evaluere dette hos elever, vurderte jeg at det teoretiske rammeverket konstruert av Wild og Pfannkuch (1999) kunne være et nyttig verktøy for å evaluere elevens tenking og resonnering. Dette førte til at forskningsspørsmålet jeg vil undersøke i denne oppgaven er som følger:

Hvilke eksempler på faser fra den spørrende syklusen til Wild og Pfannkuch kan identifiseres i resonneringen til R1-elever, og hvilket nivå av probabilistisk resonnering benytter de?

1.3 Oppgavens oppbygning

I denne oppgaven vil jeg forsøke å belyse og besvare det presenterte forskningsspørsmålet. Først vil jeg gjøre rede for de teoretiske rammeverkene jeg vil benytte for senere å analysere det innsamlede datamateriale i lys av disse rammeverkene. Ettersom forskningsspørsmålet er todelt vil jeg også benytte to ulike rammeverk i arbeidet med å besvare dette. Jeg vil ta utgangspunkt i Wild og Pfannkuch (1999) sin modell for den spørrende syklusen for å identifisere eksempler på hvilke faser fra denne syklusen som forekommer i elevbesvarelser. For å studere elevens nivå for probabilistisk resonnering har jeg laget et eget rammeverk basert på arbeidet til Jones et al. (1997) og Garfield (2002). Etter at de teoretiske rammeverkene er presentert vil jeg deretter gjøre rede for de benyttete metodene for datainnsamlingen. Datamaterialet mitt består av besvarelser fra 11 elever i en R1-klasse. Elevene har besvart to oppgavesett, der hvert oppgavesett har samme oppbygning og utfordringer, men med ulik tematisk innpakning og benyttede tall. Oppgavesett A omhandler virusmitte i en befolkning, og elevene må ta stilling til påstander relatert til troverdigheten til en virustest. I oppgavesett B blir det informert om at en andel av alle sjokoladeplater inneholder en gullbillett, og elevene blir bedt om å ta stilling til en metalldetektors sannsynlighet for å oppdage sjokolader som inneholder gullbilletter. I tillegg til elevenes skriftlige besvarelser av disse oppgavesettene deltok også fire elever på et pre-test-intervju, der elevene besvarte ett av oppgavesettene muntlig i stedet for skriftlig. I etterkant deltok fem elever på et post-test-intervju, og i begge disse intervjuene fikk elevene mulighet til å fortelle om deres tanker og resonnering i møte med oppgavesettene. Datamaterialet, som i all hovedsak består av skriftlige elevbesvarelser og intervju, vil så bli analysert i lys av de to nevnte teoretiske rammeverkene. Eksempler på funn vil bli presentert, og resultatene vil bli gjort rede for. Videre vil resultatene fra analysen bli diskutert, i tillegg til diskusjon av utfordringer og begrensninger som kan ha hatt betydning. Deretter vil jeg trekke linjer og reflektere rundt hvilken betydning dette kan ha for matematikklærere.

Kapittel 2

Teori

For å undersøke spørsmålet *Hvilke eksempler på faser fra den spørrende syklusen til Wild og Pfannkuch kan identifiseres i resonneringen til R1-elever, og hvilket nivå av probabilistisk resonnering benytter de?*, vil jeg studere datamateriale i lys av teoretiske rammeverk. For å identifisere eksempler på faser fra den spørrende syklusen som forekommer i resonneringen til matematikkelever, vil jeg ta utgangspunkt i Wild og Pfannkuch (1999) sitt dimensjonale rammeverk for statistisk tenking. Wild og Pfannkuch undersøker ulike dimensjoner rundt statistisk tenking, men jeg vil i denne oppgaven konsentrere meg om deres tredje dimensjon, som jeg her kaller for den spørrende syklusen. For å belyse hvilket nivå av probabilistisk resonnering elevene bruker, har jeg selv satt sammen et rammeverk basert på modellene til Garfield (2002) og Jones et al. (1997). Bakgrunnen for å konstruere et eget rammeverk var med bakgrunn i begrensninger i de eksisterende rammeverkene, i større grad kunne tilpasse datainnsamlingen og ha muligheten til å belyse aspekter fra både rammeverket til Garfield (2002) og Jones et al. (1997) i samme modell. Før jeg går nærmere inn i rammeverkene, vil jeg først oppsummere den relevante litteraturen på området og gjøre kort rede for andre rammeverk som har vært oppe til vurdering.

2.1 Oppsummering av litteratur på området

Både sannsynlighet og statistikk er fagfelt som spiller en stor rolle i de fleste andre forskningsområder, siden dette er med på å danne grunnlaget for å utvikle ny kunnskap. I tillegg er sannsynlighet og statistikk noe som er rundt oss i hverdagen, både som samfunn og som individ (Garfield, 2002, s. 1-2). Det er derfor ikke overraskende at det er arbeidet mye med dette på verdensbasis og at det er et viktig tema for elever å opparbeide seg en viss forståelse for. Blant annet har Moore (1997)

sett på ulike elementer relatert til statistisk tenking. Piaget og Inhelder (1975) har også bidratt til å undersøke ulike aspekter rundt sannsynlighet i tillegg til å gjøre studier på barns probabilistiske tenkning, men uten å ha et rammeverk for systematisk å beskrive dette.

Som teoretisk rammeverk for probabilistisk resonnering har jeg tatt utgangspunkt i Jones et al. (1997) og Garfield (2002), men de har alle vært delaktige innen tematikken på flere områder. Jones har sammen med Tarr bidratt i undersøkelser rundt ungdomsskoleelevers tenkning rundt betinget sannsynlighet og uavhengighet (Tarr & Jones, 1997), hvor det ble utviklet et rammeverk for begge tema med lignende nivådeling som Jones et al. (1997) benyttet seg av. Garfield har også gjort flere studier rundt utfordringer og vurdering av statistisk resonnering og har blant annet sammen med Chance sett på vurderingsmetoder i amerikanske barneskoler, ungdomsskoler og videregående skoler (Garfield & Chance, 2000).

Chan et al. (2016) har utviklet et rammeverk for vurdering av videregående elevers statistiske resonnering, og tok da utgangspunkt i de fem nivåene for statistisk resonnering fra Garfield og Chance (2000) og de fire konseptene som ble benyttet av Jones et al. (1997). Dermed kunne det vært naturlig å benytte Chan et al. (2016) sitt arbeid som et rammeverk for denne oppgaven etter som datamaterialet her vil bli innhentet fra videregående elever. Etter å ha vurdert rammeverket til Chan et al. (2016) kom jeg fram til at dette igjen måtte tilpasses for best å kunne besvare forskningsspørsmålet. Jeg endte dermed på konklusjonen å utvikle et eget rammeverk, og jeg vurderte det som bedre å ta utgangspunkt i samme grunnlag som Chan et al. (2016) hadde basert sitt rammeverk på, heller enn å videreutvikle det allerede videreutviklede rammeverket.

Mye av studiene som gjøres på feltet rundt probabilistisk og statistisk resonnering baserer seg på den kvalitative metode. Chen et al. (2020) har derimot benyttet et Massivt Åpent Nettkurs (MOOC), for å få tilgang til datamateriale fra et større antall studenter. MOOC er et fjernundervisningskurs på nett slik at antall studenter ikke er begrenset av antallet lærere, noe som gjør at flere tusen studenter kan delta på kurset. Gjennom et slikt MOOC ble misoppfattelsene til 12913 studenter undersøkt, og det ble funnet at studenter med flere misoppfattelser hadde høyere sannsynlighet for å droppe ut av kurset.

Resnick (1987) har gjort studier på tenking og læring og sett på strategier og evner rundt pro-

blemløsning. Denne forskningen har omfattet kritisk tenkning, kognitive strategier og problemløsning, som er evner som i økende grad settes høyt.

Daniel Kahneman har sammen med en gruppe av psykologer gjennom innsamlede data vist at selv personer som har gjennomgått kurs i statistikk har utfordringer ved å anvende dette i hverdagen til å ta beslutninger basert på statistisk informasjon (Kahneman et al., 1982). De har også argumentert for viktigheten av probabilitistisk resonnering ved å vise at leger ikke behandler usikkerhet bra og kan begå store feil i probabilitistisk resonnering (Kahneman et al., 1982, s. 265). Kahneman har gått videre inn i tematikken og viser til at resonneringsevnen kan deles opp i to systemer: System 1 som er raskt og reagerer intuitivt, og system 2 som er mer langsomt, viljestyrt og kalkulerende (Kahneman, 2012).

2.2 Probabilistisk resonnering

I denne oppgaven er fokuset på å finne ut mer av hvordan elever resonnerer når de blir presentert med sannsynlighetsproblemer. Her oppsto et spørsmål om hva slags resonnering dette er, for er det egentlig en forskjell mellom å kalle det statistisk eller probabilitistisk resonnering? Dette spørsmålet kan belyses med et sitat fra Cobb og Moore (1997): «Mathematical Theorems are true; statistical methods are sometimes useful when used with skill» (Cobb & Moore, 1997). Med andre ord høres det ut som Moore argumenterer for at statistikk ikke i seg selv er matematikk, men heller en nyttig metode. Dette kan igjen følges opp med når Moore (1997) sier at «I feel strongly, for example, that statistics is not a subfield of mathematics, and that in consequence, beginning instruction that is primarily mathematical, or even structured according to an underlying mathematical theory, is misguided» (Moore, 1997, s. 135). Selv om dette vil være tanker ikke alle vil si seg enig i, så vil det uansett være med å belyse at det er en viss forskjell mellom sannsynlighet og statistikk.

I Store Norske Leksikon definerer Aven (2021) begrepet sannsynlighet på følgende måte: «Sannsynlighet brukes for å uttrykke hvor trolig en hendelse er og som et uttrykk for hvor ofte en hendelse opptrer.» (Aven, 2021). Til sammenligning vil man i samme leksikon kunne finne Frøslie (2021) sin definisjon av statistikk som lyder som: «Statistikk er vitenskapen om innsamling, oppsummering og analysing av data» (Frøslie, 2021). Selv om noen kan oppfatte begrepene *sannsynlighet*

og *statistikk* som beslektede ord, så vil det være upresist å benytte det ene begrepet for å beskrive det andre. Jeg valgte derfor å benytte formuleringen *probabilistisk resonnering*, der probabilistisk viser tilbake til definisjonen av sannsynlighet.

En utfordring ved å benytte *probabilistisk resonnering* som begrep er at arbeidet til Garfield (2002) er fokuset derimot på statistisk resonnering, som i studien blir definert som «den måten folk resonnerer med statistiske ideer og trekker mening ut av statistisk informasjon» (Garfield, 2002, s. 1, min oversettelse). Dette involverer å gjøre tolkninger basert på data, grafiske representasjoner og statistiske oppsummeringer. Denne definisjonen kan i utgangspunktet virke adekvat for å bedømme resonneringen til elever, men dersom man går inn i de matematiske nyansene, kan det bli flere utfordringer. Siden fokuset i denne oppgaven vil være på probabilistisk resonnering, vil det kunne være litt unøyaktig å bruke statistisk resonnering som begrep ettersom statistikk og sannsynlighet er to forskjellige områder. I tillegg benytter Jones et al. (1997) begrepet probabilistisk tenking, som handler om hvordan man tenker i en sannsynlighetskontekst, noe som stemmer mer overens med denne oppgavens fokus. Ulik begrepsbruk kan føre til en viss dissonans mellom studiene siden man ikke nødvendigvis kan trekke en en-til-en-relasjon mellom de benyttede begrepene.

Selv om det vil kunne føre til visse forskjeller, vurderer jeg likevel at rammeverkene og begrepsbruken til Garfield (2002) og Jones et al. (1997) er nok beslektet med probabilistisk resonnering til at det kan fungere som et fundament for oppgaven. Dette er likevel et aspekt ved oppgaven som bør tas hensyn til ved vurderingen av resultatenes gyldighet. På bakgrunn av det overnevnte har jeg valgt altså å benytte meg av begrepet *probabilistisk resonnering* i konstrueringen av det nye rammeverket for probabilistisk resonnering.

2.3 Teoretisk rammeverk

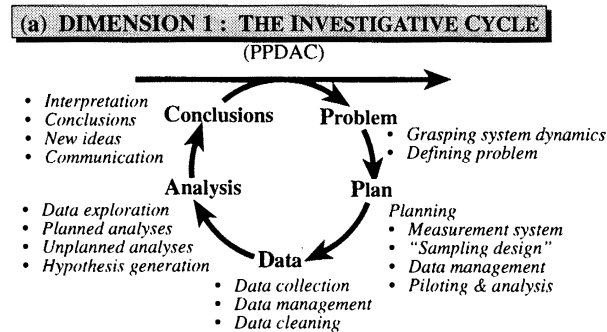
Videre vil jeg presentere det teoretiske rammeverket som vil legge grunnlaget for analysen av data-materiale, hvor jeg benytter to ulike modeller for å belyse de to ulike aspektene presentert i forskningsspørsmålet. For å identifisere eksempler på faser fra den spørrende syklusen til Wild og Pfannkuch i resonneringen til R1-elever, benytter jeg meg av den tredje dimensjonen i det dimensjonale

rammeverket til Wild og Pfannkuch (1999). Når jeg derimot vil svare på hvilket nivå av probabilistisk resonnering elever benytter, så vil jeg gjøre dette i lys av et egenkonstruert rammeverk basert på arbeidet til Garfield (2002) og Jones et al. (1997). Ettersom de teoretiske rammeverkene ble benyttet for å analysere datamaterialet, som består av både oppgavesett og intervju, vil det i redegjørelsen av teorien kunne bli gitt eksempler som tematisk vil kunne relateres til oppgavesettene elevene fikk arbeide med. Alle elevene som deltok fikk arbeide med to oppgavesett: A og B. Oppgavesett A var relatert til virustesting av syke og friske personer, mens oppgavesett B omhandlet sannsynligheten for at en metalldetektor kunne oppdage gullbilletter skjult i sjokoladeplater. Beskrivelsen av oppgavesettene og en nøyere beskrivelse av metoden for datainnsamling vil gjøres rede for i kapittel 3, men videre i dette kapittelet vil jeg gjøre rede for den relevante teorien benyttet i studien.

2.3.1 Den spørrende syklusen

Motivasjonen min bak forskningsspørsmålet var å finne ut mer rundt tankeprosessen til elever i møte med problemer rundt sannsynlighet. Wild og Pfannkuch hadde selv et ønske om å lage en modell som kunne fungere som en basis for et rammeverk for å beskrive disse prosessene. Viktigheten av et slikt rammeverk formulerer Wild og Pfannkuch (1999) på denne måten: «Hjørnesteinen i undervisning på ethvert område er utviklingen av en teoretisk struktur for å forstå erfaring, lære av den og overføre innsikt til andre» (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 224).

Rammeverket til Wild og Pfannkuch består av fire ulike dimensjoner, som kan beskrive ulike særtrekk ved statistiske tankeprosesser. I denne studien har jeg valgt å konsentrere meg kun om den tredje dimensjonen, som av Wild og Pfannkuch kalles for *The interrogative cycle*. Ettersom denne oppgaven skrives på norsk vurderte jeg det som hensiktsmessig å benytte en norsk oversettelse av begrepet og har med bakgrunn i dette landet det på å bruke betegnelsen *Den spørrende syklusen*. Den spørrende syklusen ble valgt som begrep fordi det bevarer det spørrende og undersøkende elementet av det engelske ordet, men unngår de mulige negative koblingene som kan følge med ord som *utspørrende* og *avhørende*. Selv om den spørrende syklusen er det som settes fokus på i denne oppgaven, vil det være naturlig å se denne i sammenheng med de andre dimensjonene for å få et tydeligere helhetsbilde av rammeverket. Jeg vil videre gjøre kort rede for hver av dimensjonene før jeg vil beskrive den tredje dimensjonen i større detalj.



Figur 2.1: Beskrivelse av elementene i dimensjon 1 (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 226).

En modell for den første dimensjonen kan observeres i figur 2.1 og presenterer en tilpasset PPDAC-modell. Denne modellen beskriver en mulig problemløsningsprosess ved å dele opp i stadiene: Problem, plan, data, analyse og konklusjon (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 225). Den andre dimensjonen fokuserer derimot mer på ulike typer tenking, som kan observeres i figur 2.2. Disse ulike tenkemåtene kan enten gjelde generelt, eller mer fundamentalt til statistisk tenking (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 227). I den tredje dimensjonen er fokuset på den spørrende syklusen, og det trekkes fram at det under problemløsning virker som at tenkeren alltid er i en av de spørrende tilstandene som kan sees i figur 2.3. Slike sykluser kan fungere både på makronivå, men også ved veldig detaljert tenking (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 231). Når det gjelder den fjerde dimensjonen, så handler den mer om ulike personlige kvaliteter som kan påvirke eller initiere inngangen til tenkemosus, og en liste over disse finnes i figur 2.4 (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 233).

Alle disse dimensjonene kan beskrive ulike deler ved en statistisk tenker. Dette forklarer Wild og Pfannkuch selv på følgende måte: «For example the thinker could be categorised as currently being in the planning stage of the Investigative Cycle (Dimension 1), dealing with some aspect of variation in Dimension 2 (Types of Thinking) by criticising a tentative plan in Dimension 3 (Interrogative Cycle) driven by scepticism in Dimension 4 (Dispositions)» (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 225).

Med andre ord vil det kunne være begrensende for helheten å utelate noen av dimensjonene når man analyserer elevs tankeprosesser. Likevel valgte jeg å begrense fokuset rundt dimensjon 3 ettersom den konkretiserer resonneringsprosessen som er det jeg vil beskrive i denne oppgaven.

(b) DIMENSION 2 : TYPES OF THINKING

GENERAL TYPES

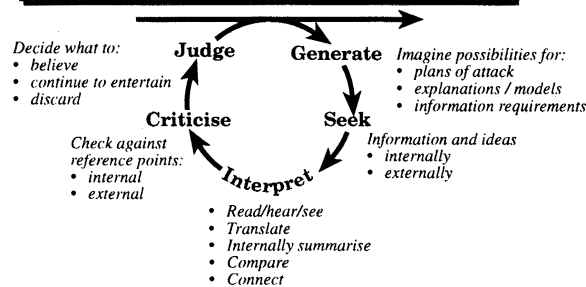
- **Strategic**
 - planning, anticipating problems
 - awareness of practical constraints
- **Seeking Explanations**
- **Modelling**
 - construction followed by use
- **Applying Techniques**
 - following precedents
 - recognition and use of archetypes
 - use of problem solving tools

TYPES FUNDAMENTAL TO STATISTICAL THINKING (Foundations)

- **Recognition of need for data**
- **Transnumeration**
(Changing representations to engender understanding)
 - capturing “measures” from real system
 - changing data representations
 - communicating messages in data
- **Consideration of variation**
 - noticing and acknowledging
 - measuring and modelling for the purposes of prediction, explanation, or control
 - explaining and dealing with
 - investigative strategies
- **Reasoning with statistical models**
- **Integrating the statistical and contextual**
 - information, knowledge, conceptions

Figur 2.2: Beskrivelse av elementene i dimensjon 2 (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 226).

(c) DIMENSION 3 : THE INTERROGATIVE CYCLE



Figur 2.3: Beskrivelse av elementene i dimensjon 3 (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 226).

(d) DIMENSION 4 : DISPOSITIONS

- **Scepticism**
- **Imagination**
- **Curiosity and awareness**
— observant, noticing
- **Openness**
— to ideas that challenge preconceptions
- **A propensity to seek deeper meaning**
- **Being Logical**
- **Engagment**
- **Perseverance**

Figur 2.4: Beskrivelse av elementene i dimensjon 4 (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 226).

Selv om det å bare benytte en av dimensjonene vil kunne gi et mindre bredt bilde av tankeprosessene som elevene måtte ha, vurderte jeg det som viktigere å kunne gå mer i dybden på denne ene dimensjonen. Det å belyse andre dimensjoner kan være mulig å undersøke i fremtiden og se i sammenheng med arbeidet som er blitt gjort her. Med disse refleksjonene som grunnlag valgte jeg å konsentrere meg om den tredje dimensjonen som rammeverk. Dermed aksepterte jeg å begrense fokuset mitt rundt elevens tankeprosesser til å identifisere eksempler på faser i den spørrende syklusen som forekommer i matematikkelevens resonnering. Videre vil jeg gå litt dypere inn på Wild og Pfannkuch sine beskrivelser av denne dimensjonen og trekke linjer til hvordan jeg vil benytte meg av dette rammeverket.

Den tredje dimensjonen beskriver fem ulike faser en person kan befinne seg i som en del av en tankeprosess, og Wild og Pfannkuch har laget en illustrasjon av dette som kan sees i figur 2.3. Fra en detaljert analyse argumenterer Wild og Pfannkuch for at det virker som at en tenker alltid vil være i en av disse spørrende fasene ved problemløsning. Syklusen kan både brukes til å beskrive makronivå rundt tankeprosesser, men den gir og muligheter for å gå ned på detaljer siden det også påpekes at den spørrende syklusen er rekursiv. Dette kan forklares ved at subsykluser kan startes innad i overordnede sykluser (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 231). Hva er så de fem fasene som er inkludert i den spørrende syklusen? Overordnet kan man se på det som fem ulike faser som man optimalt sett er innom under problemløsning, selv om det ofte i realiteten er flere faser som hoppes

over. De fem fasene i den spørrende syklusen omfatter *generering*, *søking*, *tolking*, *kritisering* og *bedømming* (Wild & Pfannkuch, 1999). Videre vil jeg greie ut litt mer om de ulike fasene av den spørrende syklusen og koble dette opp mot arbeidet jeg har gjort for å undersøke forskningsspørsmålet.

Generering handler om å forestille seg og generere nye ideer og muligheter. Dette kan anvendes på et søk etter årsaker, forklaringer og konsekvenser (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 232). **Søking** er en naturlig etterfølgelse av genereringen hvor man søker å framkalle informasjon, både eksternt og internt. Internt kan man grave i sine egne minner og kunnskap, mens eksterne søk kan samle ideer fra kilder på utsiden, f. eks. gjennom innspill fra andre personer eller dykking ned i relevant litteratur, eller innsamling av statistisk datamateriale. (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 232). Videre i den spørrende syklusen kommer tolkingsfasen, og her handler **tolking** om å prosessere resultatene fra søkene. Denne prosessen kan bestå av flere trinn hvor man starter med å lese, se og høre, før informasjonen så oversettes, og kan følges opp med en intern oppsummering. Informasjonen kan så sammenlignes og til slutt kobles. Denne prosessen kan gjelde alle former for informasjon, inkludert grafer og oppsummeringer. *Koble*, som er endepunktet til tolkingsfasen, referer til å sammenkoble ideer og informasjon med modeller og sammenhenger mellom disse. Her kan en fare være å gå rett over til *bedømming* etter å ha funnet en kobling, i stedet for å kritisere denne. (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 232). Etter tolkingsfasen kommer den fjerde fasen i den spørrende syklusen, som kategoriseres som kritiseringfasen. **Kritisering** handler om å sjekke etter interne motsigelser opp mot både interne og eksterne referansepunkt. Interne referansepunkt kan gjelde vår egen kunnskap, statistisk erfaring, og begrensningene som er gitt oss. Eksterne referansepunkt kan være andre personer, tilgjengelig litteratur eller annet kildemateriale. (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 232). Kritiseringens endepunkt kan sies å være starten på den femte og siste fasen, som av Wild og Pfannkuch betegnes som bedømmingsfasen. Ved **bedømming** avgjøres hva som beholdes, hva som ignoreres og hva som forkastes. Dette kan f.eks. gjelde troverdigheten til datamateriale, nytteverdien til ideer, behovet for mer data osv. (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 232-233).

Disse fem fasene vil jeg ta utgangspunkt i for å analysere datamateriale, og en kortere beskrivelse av de fem fasene kan sees i tabell 2.1 og vil være rammeverket jeg tar utgangspunkt i videre når

Fase	Beskrivelse	Eksempel
1. Generering	Generering av nye ideer og muligheter.	Eleven kommer med flere ideer til hvordan oppgitt informasjon om en virustest vil kunne slå i ulike situasjoner og kommer med mulige forklaringer på dette.
2. Søking	Søking etter informasjon, både eksternt og internt. Intern søking kan være egne minner, erfaringer og kunnskap. Ekstern søking kan være andre personer, litteratur, datamateriale.	Eleven søker etter relevant matematisk kompetanse som kan benyttes, trekker frem egne erfaringer med virustesting og undersøker den oppgitte informasjonen nøye.
3. Tolking	Prosessering av resultatene fra søkene. Prosessens endepunkt er å koble ideer og informasjon med modeller og sammenhenger for disse.	Eleven kobler sine ideer om påstandene sammen med sine tidligere erfaringer med virustester og kunnskap om sannsynlighet, og bruker dette til å foreslå en metode for å undersøke påstandens troverdighet.
4. Kritisering	Sjekke etter motsigelser mot interne referansepunkt som egen kunnskap, erfaring eller gitte begrensninger, eller mot eksterne referansepunkt som andre personer, litteratur, kildemateriale.	Eleven sjekker om metoden fungerer ved å teste for et ekstremtilfelle og sjekke at summen av alle benyttede delmengder blir 100 %.
5. Bedømming	Det tas avgjørelser om hva som beholdes, hva som ignoreres, og hva som forkastes.	Eleven velger å forkaste sin første modell etter at summen av alle friske og syke personer blir 95 % av befolkningen.

Tabell 2.1: Tabell over fasene til den spørrende syklusen (Wild & Pfannkuch, 1999).

det gjelder den spørrende syklusen. Nøyaktig hvordan dette rammeverket ble benyttet for å identifisere eksempler på disse fasene i elevers resonnering vil bli gjennomgått i kapittel 3. På denne måten vil også oppgavesettene og rammene for datainnsamlingen kunne bli presentert i forkant, som vil kunne være nyttig for et bedre helhetsbildet av rammene.

2.3.2 Rammeverk for probabilistisk resonnering

Selv om rammeverket til Wild og Pfannkuch (1999) kan benyttes til å identifisere eksempler på hvilke faser av den spørrende syklusen som forekommer i elevsvar, så er ikke dette rammeverket laget for å kunne vurdere hvilket probabilistisk resonneringsnivå som forekommer i besvarelsene til elevene. For nettopp å undersøke *hvilket nivå av probabilistisk resonnering R1-elever benytter*, er det derfor nødvendig med et rammeverk som kan si noe om elevers nivå rundt probabilistisk resonnering. Både rammeverkene til Garfield (2002) og Jones et al. (1997) ble vurdert som mulige modeller for dette.

Utfordringen med bare å benytte Jones et al. (1997) var at nivåene ble vurdert som for smale og tilpasset spesifikke rammer for datainnsamling som ikke var like aktuelt for denne studien. Probabilistisk resonnering vil kunne være mye og min intensjon om datainnsamling passet ikke veldig godt med bare ett av de fire presenterte konseptene. Likevel var nivåinndelingen som kategoriserer resonnering utfra dens kvantitative egenskaper ble vurdert som en nyttig metode for å undersøke elevers resonnering.

Garfield (2002) sitt rammeverk er en utvidelse av rammeverket til Jones et al. (1997) og rammene rundt Garfields datainnsamling hadde flere fellestrekk med det som var intensjonen i denne oppgaven. Likevel ble denne modellen utviklet i en mer statistisk retning enn mot sannsynlighet, og Garfields generaliserte modell ble utviklet fra den mer spesifikke modellen for å vurdere statistisk resonnering spesifikt til arbeid med utvalgsfordelinger. En fordel med modellen er at den setter fokus på i hvilken grad eleven i sin resonnering klarer å sammenkoble ulike dimensjoner som kan være aktuelle i møte med et sannsynlighetsproblem. Det å kunne inkludere dette elementet sammen med Jones et al. (1997) sine kategoriseringer med bakgrunn i elevens kvantitative vurderinger fremmet det å skape et eget rammeverk hvor begge disse elementene var en del av nivåene. Ved å lage et eget rammeverk kunne dette også bedre tilpasses rammene for datainnsamlingen. Det ble

reflektert over at resultatene som ville komme frem basert på det egenkonstruerte rammeverket vil kunne ha et mer begrenset sammenligningsgrunnlag med de eksisterende rammeverkene. Men ettersom det nye rammeverket ville ha en grunnstamme fra både Garfield (2002) og Jones et al. (1997) vil det fortsatt kunne ha et visst sammenligningsgrunnlag, som førte til konklusjonen om å konstruere et eget rammeverk.

Videre vil jeg først gjøre rede for rammeverkene til Jones et al. (1997) og Garfield (2002), før jeg greier ut om det egenkonstruerte rammeverket og hvordan dette ble dannet.

Rammeverk for vurdering av barns tenking rundt sannsynlighet

Motivasjonen min bak forskningsspørsmålet var å finne ut mer rundt tankeprosessen til elever i møte med problemer rundt sannsynlighet. Jones et al. (1997) hadde selv et ønske om å beskrive og forutsi barns tenking rundt sannsynlighet. Selv om det var blitt gjort mye forskning på elevers probabilistiske tenking, så var det tidligere ikke blitt utviklet et rammeverk for å systematisk beskrive dette. Dette var med på å stimulere Jones et al. (1997) til å lage en modell som kunne fungere som basis for et rammeverk for å beskrive disse prosessene. Rammeverket ble så validert gjennom datainnsamling i løpet av et helt skoleår basert på intervju av åtte elever i 3. klasse fra en barneskole som var tilknyttet til et amerikansk universitet. Det ble tilfeldig valgt ut fire elever fra to forskjellige klasser hvor det var tatt hensyn til at skolepopulasjonen skulle være representativ og inneholde en bredde av multikulturelle og sosioøkonomiske bakgrunner. Basert på observasjoner av barns probabilistiske tenkning over en toårsperiode utviklet Jones et al. (1997) et rammeverk med 4 ulike nivåer for probabilistisk tenkning.

Det er derfor naturlig å gå litt mer inn på dette rammeverket, spesielt siden modellen til Jones et al. (1997) i større grad konsentrerer seg om sannsynlighet. I sitt rammeverk inkluderte de fire konsepter fra sannsynlighet: utfallsrom, sannsynligheten for en hendelse, sammenligning av sannsynligheter og betinget sannsynlighet. For hver av disse konseptene ble det konstruert fire nivåer av resonnering. For å avgrense oppgaven har jeg valgt å fokusere på tre av de fire konseptene ettersom det er disse som ble vurdert til å ha størst relevant i konstrueringen av det nye rammeverket. Disse tre konseptene blir av Jones et al. (1997) kalt for *sannsynligheten for en hendelse, sammenligning*

av sannsynligheter, og betinget sannsynlighet. Rammeverket med nivåfordeling for disse finnes med en forkortet beskrivelse i tabell 2.2, tabell 2.3 og tabell 2.4.

For hvert av disse konseptene kan resonneringen til elevene bli delt inn i fire nivåer. Nivå 1 betegnes også som subjektiv resonnering, og denne kategorien vil inneholde elevresonneringer som kun har svært grunnleggende kunnskap innenfor det gitte konseptet. I tillegg vil det kunne forekomme feil og mangler i besvarelsene, og visse elementer av det matematiske problemet vil ikke gjenkjennes av eleven. Nivå 2 kalles også for transisjonell resonnering, og her kan man finne elevsvar som inneholder kvantitativ resonnering, men som og kan falle tilbake til subjektiv resonnering. Eleven har grunnleggende kunnskap innenfor konsepter og vil kunne gjenkjenne elementer i større grad enn på nivå 1. Hvis et elevsvar skal kategoriseres som nivå 3, uformell kvantitativ resonnering, er besvarelsen hovedsaklig basert på kvantitativ resonnering som også vil være konsistente og valide. Kunnskapsnivået er på et høyere nivå, og eleven vil kunne gjenkjenne mønstre og ulike aspekter ved det matematiske konseptet. På nivå 4 vil besvarelsen kategoriseres som kvantitativ resonnering. Her kan eleven utføre beregninger av mer avanserte konsepter og kan anvende og skille aspekter og mønstre fra hverandre.

Garfields generelle modell for statistisk resonnering

Videre vil jeg her greie ut om Garfields generelle modell for statistisk resonnering, som vil brukes som også vil brukes som bakgrunn for det egenkonstruerte rammeverket som vil bli benyttet i analysen av datamaterialet. Garfield ønsket å oppnå en mer dybdeforståelse av studenters statistiske resonnering som stimulerte til gjennomføringen av en studie av nettopp dette. Det ledet til et rammeverk som beskriver studenters statistiske resonnering, som er en utvidelse av rammeverket for ungdomselever, utviklet av Graham Jones med kolleger (Jones et al., 1997).

Joan Garfield har sett på utfordringen ved å utvikle statistisk resonnering og har laget et rammeverk for å klassifisere ulike nivåer for dette. Gjennom undersøkelse av klasseromsaktiviteter har hun i samarbeid med Bob delMas og Beth Chance benyttet simuleringsprogrammer på datamaskiner til å studere hvordan elever utvikler en korrekt resonnering. Disse studiene har ført til effektive

	Sannsynligheten for en hendelse
Nivå 1 Subjektiv resonnering	Forutsier den mest eller minst sannsynlige hendelsen basert på subjektive vurderinger.
Nivå 2 Transisjonell resonnering	Forutsier den mest eller minst sannsynlige hendelsen basert på kvantitative vurderinger, men kan og falle tilbake til subjektive vurderinger.
Nivå 3 Uformell kvantitativ resonnering	Forutsier den mest eller minst sannsynlige hendelsen basert på kvantitative vurderinger inkludert situasjoner som involverer ikke-kontinuerlige utfall. Bruker tall uformelt for å sammenligne sannsynligheter. Gjenkjenner sikre, umulige og mulige hendelser, og vurderer valg kvantitativt.
Nivå 4 Numerisk resonnering	Forutsier den mest eller minst sannsynlige hendelsen for enkeltrinnsforsøk. Tildeler en numerisk sannsynlighet til en hendelse, som kan være en reell sannsynlighet eller en form for odds.

Tabell 2.2: Nivåfordeling for temaet *sannsynligheten for en hendelse* (Jones et al., 1997).

	Sammenligning av sannsynligheter
Nivå 1 Subjektiv resonnering	Sammenligner sannsynligheten av en hendelse i to forskjellige utfallsrom, vanligvis basert på forskjellige subjektive eller numeriske vurderinger. Klarer ikke å skille rimelige sannsynlighetssituasjoner fra urimelige.
Nivå 2 Transisjonell resonnering	Sammenligner sannsynligheter basert på kvantitative vurderinger, men kan kvantifisere feil eller kan ha begrensninger hvor ikke-kontinuerlige hendelser er involvert. Starter å gjenkjenne rimelige sannsynlighetssituasjoner fra urimelige.
Nivå 3 Uformell kvantitativ resonnering	Sammenligner sannsynligheter basert på konsistente kvantitative vurderinger. Argumenterer med valid kvantitativ resonnering, men kan ha begrensninger hvor ikke-kontinuerlige hendelser er involvert. Gjenkjenner rimelige og urimelige sannsynlighetsgeneratorer basert på valid numerisk resonnering.
Nivå 4 Numerisk resonnering	Tildeler et numerisk sannsynlighetsmål og sammenligner. Inkorporerer ikke-kontinuerlige og kontinuerlig utfall i bestemte sannsynligheter. Tildeler like numeriske sannsynligheter til tilsvarende like hendelser.

Tabell 2.3: Nivåfordeling for temaet *sammenligning av sannsynligheter* (Jones et al., 1997).

	Betinget sannsynlighet
Nivå 1 Subjektiv resonnering	Kan følge et forsøk av et ett-steps forsøk. Gir ikke en komplett liste av utfall selv om det var oppgitt en komplett liste før første forsøk. Gjenkjenner når sikre og umulige hendelser oppstår i situasjoner uten tilbakelegging.
Nivå 2 Transisjonell resonnering	Gjenkjenner at sannsynligheten for noen hendelser endrer seg i situasjoner uten tilbakelegging, men gjenkjennelsen er ukomplett og er vanligvis begrenset til hendelser som allerede har forekommet.
Nivå 3 Uformell kvantitativ resonnering	Kan bestemme endrende sannsynlighetsmål i situasjoner uten tilbakelegging. Gjenkjenner at sannsynligheten for alle hendelser endres i situasjoner uten tilbakelegging.
Nivå 4 Numerisk resonnering	Tildeler numeriske sannsynligheter i situasjoner både med og uten tilbakelegging. Skiller mellom avhengige og uavhengige hendelser.

Tabell 2.4: Nivåfordeling for temaet *betinget sannsynlighet* (Jones et al., 1997).

metoder i arbeidet med å fremme statistisk resonnering (Garfield, 2002). Garfield har også utført en studie med dybdeintervjuer av studenter ved Universitet i Minnesota for å utforske deres statistiske resonnering. Alle studentene hadde her gjennomgått et introduksjonskurs i statistikk, og alle deltakerne gjennomgikk et intervju på 45-60 minutter. Intervjuene ble tatt opp på video og sett mange ganger i forsøk på å identifisere studentenes første innskytelser av utvalgsfordelinger og deres oppførsel. Gjennom dette ble det identifisert flere nivåer hvor studentene gikk fra feilaktig til korrekt resonnering, noe som ledet Garfield til å utvikle rammeverket spesifikt for utvalgsfordelinger, som Garfield presenterer som en utvidelse til blant annet rammeverket til Jones et al. (1997). Dette rammeverket ble deretter generalisert av Garfield til også å kunne anvendes på andre typer statistisk resonnering, som kan sees i tabell 2.5.

De ulike instrumentene i Garfields studier rundt statistisk resonnering ble benyttet enten individuelt eller i mindre grupper. Garfield vurderte tradisjonelle skriftlige vurderingsformer til å fokusere mer på beregningskompetanse og problemløsning heller enn resonnering og forståelse. I tillegg vil ulike skriftlige oppgaver lettere føre til ett rett eller galt svar, noe som ikke nødvendigvis reflekterer elevenes tenking og problemløsning. Dette gjorde at Garfield i større grad så til andre instrumenter for å vurdere elevers statistiske resonnering, og foreslår blant annet case-studier, konseptkart og ulike instrumenter med tilbakemeldingsfunksjon. Disse erfaringene har vært nyttige å ha med seg i planleggingen datainnsamlingen i denne studien, noe som jeg vil jeg komme tilbake til i kapittel 3.

Resultatene til (Garfield, 2002) ledet altså til et rammeverk for statistisk resonnering spesifikt knyttet utvalgsfordelinger, men denne vurderingsmodellen blir deretter benyttet til å konstruere en mer generell modell for å vurdere elevers statistiske resonnering. Det er denne generelle modellen jeg vil benytte som en del av mitt teoretiske rammeverk og som jeg vil gjøre rede for i det følgende. Rammeverket er laget på engelsk, men det vil være mer hensiktsmessig her å oversette modellen til norsk. I oversettelsen har jeg forsøkt så langt det er mulig å være tro til Garfields intensjon bak de brukte begrepene. I denne modellen presenterer Garfield fem ulike nivåer av statistisk resonnering, og beskrivelse av disse, samt eksempler på de ulike nivåene, kan finnes i tabell 2.5.

Kjennetegnene på Garfields nivå 1, idiosynkratisk resonnering, er at eleven har grunnleggende kjennskap til matematiske ord, symboler og begreper. Videre kan eleven også bruke disse, men uten full forståelse av dem, og bruken kan ofte være ukorrekt og kan tilpasses mer irrelevant informasjon. På nivå 2, verbal resonnering, vil man kunne kategorisere elever som har en muntlig forståelse av konseptet, men uten å kunne anvende dette. Når Garfield så beskriver nivå 3, betegner hun dette som transisjonell resonnering. Her kan eleven, i motsetning til de lavere nivåene, gjenkjenne enkelte av de andre dimensjonene - men uten fullt å kunne forstå eller integrere dem. Nivå 4 blir betegnet som prosedural resonnering og beskriver elever som korrekt kan identifisere alle de ulike dimensjonene, men uten å fullt kunne integrere eller forstå disse. Det øverste og femte nivået kalles av Garfield for integrert prosedural resonnering. Her har eleven en komplett forståelse av prosessen, reglene og oppførsel og kan forklare dette med egne ord.

2.3.3 Deduktiv utvikling av rammeverk for probabilistisk resonnering

Basert på rammeverket til Jones et al. (1997) og Garfield (2002) utarbeidet jeg et eget rammeverk med ønske om å klassifisere elevers probabilistiske resonnering. Genereringen av det nye rammeverket kan sies å være en todelt prosess. I utgangspunktet startet jeg med å arbeide deduktivt og baserte det nye rammeverket på rammene gitt av Jones et al. (1997) og Garfield (2002). Modellene til Garfield (2002) og Jones et al. (1997) har visse likheter ved at elevens matematiske kompetanse øker med nivåene, og det samme følger for elevens forståelse og resonnering. Likevel har de et ulikt antall nivåer som jeg dermed har måttet ta hensyn til i utviklingen av rammeverket. I et forsøk på å beholde flest mulig nivåer valgte jeg å holde meg til fem nivåer på tross av at Jones et al. (1997) bare har fire. Her benyttet jeg Garfield (2002) sine fem nivåer for å nyansere og differensiere disse. Videre vil jeg her greie ut om deduksjonsprosessen som helhet og hvordan de ulike nivåene ble bygget opp med utgangspunkt i de nevnte rammeverkene.

Deduksjon fra Jones modell

Utviklingen av det nye rammeverket startet med å ta utgangspunkt i Jones et al. (1997) sitt reviderte rammeverk for probabilistisk tenkning, som kan finnes i tabell 2.2, tabell 2.3 og tabell 2.4. Fra disse

Nivå	Beskrivelse
<p>Nivå 1. Idiosynkratisk resonnering</p>	<p>Eleven kjenner til noen statistiske ord og symboler, bruker dem uten å fullt forstå dem, ofte ukorrekt, og blander dem med urelatert informasjon.</p>
<p>Nivå 2. Verbal resonnering</p>	<p>Eleven har en verbal forståelse av noen konsepter, men kan ikke anvende dette på faktisk oppførsel. For eksempel kan en elev velge eller tilføre en korrekt definisjon uten å fullt forstå konseptet.</p>
<p>Nivå 3. Transisjonell resonnering</p>	<p>Eleven kan korrekt identifisere en eller to dimensjoner av en statistisk prosess uten fullt å integrere disse dimensjonene. For eksempel at sjeldnere forekomst av en sykdom, vil føre til et mindre sikkert positivt testresultat.</p>
<p>Nivå 4. Prosedyremessig resonnering</p>	<p>Eleven kan korrekt identifisere dimensjonene til et statistisk konsept eller prosess, men uten å integrere dem eller forstå prosessene. For eksempel vet eleven at sjeldnere forekomst av en sykdom, vil føre til et mindre sikkert positivt testresultat uten at den kan fullt forklare hvorfor.</p>
<p>Nivå 5. Integrert prosedyremessig resonnering</p>	<p>Eleven har en komplett forståelse av en statistisk prosess, regler og oppførsel. Eleven kan forklare prosessen med egne ord med selvtillit.</p>

Tabell 2.5: Garfields generelle modell for statistisk resonnering (Garfield, 2002).

ble hovedessensen fra hvert nivå trukket ut. Dette vil danne grunnrammen for det nye rammeverket.

Nivå 1 betegnes som subjektiv probabilistisk resonnering, og fra beskrivelsene av nivå 1 for de ulike temaene går det igjen at avgjørelser til elever med resonnering på dette nivå er basert på subjektiv resonnering. Eleven kan gjenkjenne grunnleggende elementer, men svarene kan være ufullstendige. Dette dannet grunnlaget for nivå 1 i det egenkonstruerte rammeverket.

I beskrivelsen av nivå 2, transisjonell resonnering, i rammeverket til Jones et al. (1997) kan elevene benytte kvantitativ resonnering, selv om den kvantitative resonneringen ikke nødvendigvis er valid. Eleven kan også falle tilbake til subjektiv resonnering, men kan gjenkjenne grunnleggende matematiske elementer i litt større grad enn i nivå 1. Dette la grunnlaget for nivå 2 i det egenkonstruerte rammeverket, som senere ble delt i nivå 2a og 2b.

Når det gjelder nivå 3, uformell kvantitativ resonnering, i Jones et al. (1997) sitt rammeverk, så går det igjen at det matematiske nivået er enda høyere enn på nivå 2. I tillegg bruker eleven konsistente kvantitativ resonnering og begrunner med valide argumenter. Dette dannet basisen for nivå 3 i det egenkonstruerte rammeverket.

Det fjerde og siste nivået til Jones et al. (1997) kalles for numerisk resonnering. Her kan eleven utføre numeriske operasjoner og har god kunnskap på det matematiske område. Dette dannet grunnlaget for nivå 4 i det egenkonstruerte rammeverket.

Deduksjon fra Garfields modell

For å få inn flere nyanser i det egenkonstruerte rammeverket tok jeg også utgangspunkt i Garfields generelle modell for statistisk resonnering, som kan finnes i tabell 2.5. Siden dette er en generell modell, var det naturlig å spisse formuleringene inn mot probabilistisk resonnering og legge til rette for tema som kunne benyttes i oppgavene. Essensen av hvert av nivåene ble trukket ut og ble deretter plassert inn en modell som var mer tilpasset probabilistisk resonnering. Hvordan dette ble integrert inn i det nye rammeverket sammen med elementene fra Jones et al. (1997) vil beskrives nærmere i det påfølgende avsnittet.

Kombinering av de deduserte elementene fra modellene

Nivå 1 til både Jones et al. (1997) og Garfield (2002) tok utgangspunkt i at eleven hadde grunnleggende kunnskap og at irrelevant informasjon kunne benyttes. I tillegg vil beskrivelsen av de høyere nivåene for Garfield implisere at eleven ikke ser sammenhenger mellom andre dimensjoner som spiller inn. Basert på dette definerte jeg nivå 1 som: *Eleven resonnerer basert på subjektive vurderinger. Ser ikke sammenhenger mellom andre dimensjoner som spiller inn. Kan benytte urelatert informasjon.* Ettersom eleven baserer seg på subjektive vurderinger, valgte jeg som Jones et al. (1997) å kalle nivået for *subjektiv resonnering*.

For Jones et al. sitt nivå 2 benytter eleven kvantitativ resonnering, som ikke nødvendigvis er riktig, og kan falle tilbake igjen til subjektiv resonnering. Dette danner grunnlaget for nivå 2 i det egenkonstruerte rammeverket, men for å skille disse benyttet jeg Garfields nivå 2 og 3. En større forskjell mellom Garfields nivå 2 og 3 er at eleven på nivå 2 ikke gjenkjenner andre relevante dimensjoner, mens den gjør det til en viss grad på nivå 3. Her møtte jeg på en utfordring om hvordan best bevare nivåinndelingen og kategoriseringsmarkørene for både Jones et al. og Garfield. Etter å ha vurdert hvordan dette best mulig kunne løses landet jeg på å dele nivå 2 inn i to delnivåer, nivå 2a og nivå 2b. På den måten vil besvarelser som blir kategorisert i både 2a og 2b kunne sammenlignes med lignende resultater til nivå 2 av Jones et al. Samtidig vil denne differensieringen differensiere forskjellene på Garfields nivå 2 og 3. Dette var bakgrunnen for at jeg valgte å definere nivåene som 2a og 2b i stedet for å gi benevne nivåene med to ulike heltall. Både nivå 2a og 2b beskriver elevs kvantitative resonnering som ikke nødvendigvis er valide, og jeg valgte derfor å kalle nivå 2 for *invalid kvantitativ resonnering*. For å skille nivå 2a og 2b, valgte jeg å benytte ordene *overfladisk* og *dypere* ettersom elever på nivå 2b synes å ha en dypere innsikt ved å kunne gjenkjenne andre relevante dimensjoner.

Nivå 3 for det egenkonstruerte rammeverket ble basert på nivå 3 fra Jones et al og nivå 4 fra Garfield. Det som trekkes ut fra Jones er at eleven resonnerer basert på valide kvantitative vurderinger. Nivå 3 fra Garfield tilfører så elevens evne til å identifisere andre relevante dimensjoner og evnen til å koble sammenheng mellom disse, selv om eleven ikke nødvendigvis forstår hvorfor. Ettersom det på dette nivået kreves at elevens resonnering er valid, valgte jeg å betegne nivå 3 som

valid kvantitativ resonnering.

Det øverste nivået for det egenkonstruerte rammeverket baseres på det øverste nivået hos både Jones et al og Garfield. Fra Jones trekkes det inn at eleven resonnerer basert på valide kvantitative vurderinger. Fra rammeverket til Garfield tilføres så at eleven gjenkjenner, kobler og forstår dimensjonene og sammenhengen mellom disse. I tillegg har eleven komplett forståelse og kan forklare konseptet med egne ord. Med dette som grunnlag valgte jeg å betegne nivå 4 i det egenkonstruerte rammeverket som full kvantitativ resonnering.

egenkonstruert rammeverk for probabilistisk resonnering

Basert på grunnlaget fra rammeverket til Garfield (2002) og Jones et al. (1997) nevnt ovenfor utviklet jeg et rammeverk som jeg tok utgangspunkt i ved datainnsamlingen. Det endelige rammeverket kan sees i tabell 2.6.

	Beskrivelse	Eksempel
Nivå 1 Subjektiv resonnering	Eleven resonnerer basert på subjektive vurderinger eller har ingen begrunnelse. Kan benytte urelatert informasjon. Ser ikke sammenhenger mellom andre dimensjoner som spiller inn.	Eleven argumenterer for at en person med positiv test sannsynligvis er syk fordi den kjenner selv flere personer som var syk og testet positivt på et virus.
Nivå 2a Overfladisk invalid kvantitativ resonnering	Eleven resonnerer basert på kvantitative vurderinger, men som ikke nødvendigvis er valide. Kan falle tilbake til subjektive vurderinger. Gjenkjenner ikke andre relevante dimensjoner.	Eleven argumenterer for at en person med positiv test mest sannsynlig er syk fordi 90% er et større tall enn 5 %. Eleven benytter bare oppgitte tall.
Nivå 2b Dypere invalid kvantitativ resonnering	Eleven resonnerer basert på kvantitative vurderinger, men som ikke nødvendigvis er valide. Kan falle tilbake til subjektive vurderinger. Andre relevante dimensjoner kan gjenkjennes uten at sammenhengene kobles.	Eleven argumenterer for at en person med positiv test mest sannsynlig er syk fordi 90 % er et større tall enn 5 %. Eleven oppdager noen skjulte prosenter som ikke eksplisitt er oppgitt og kan benytte dette i argumentasjonen. Eleven gjenkjenner at testen kan vise feil resultat uten å kunne forklare hvorfor.
Nivå 3 Valid kvantitativ resonnering	Eleven resonnerer basert på valide kvantitative vurderinger. Kan identifisere andre relevante dimensjoner og koble sammenhengene mellom disse, men resonnerer metodisk uten nødvendigvis å forstå hvorfor.	Eleven argumenterer for at en person med positiv test mest sannsynlig er frisk fordi 90% av 1% er mindre enn 5 % av 99%. Eleven identifiserer viktigheten av antall syke i befolkningen. Eleven kan følge samme metode etter erfaring med lignende oppgaver.
Nivå 4 Full kvantitativ resonnering	Eleven resonnerer basert på valide kvantitative vurderinger. Gjenkjenner, kobler og forstår dimensjonene rundt et statistisk problem og hvilke sammenhenger som finnes mellom disse. Har komplett forståelse og kan forklare det matematiske konseptet med egne ord.	Eleven argumenterer for at en person med positiv test mest sannsynlig er frisk fordi 90 % av 1 % er mindre enn 5 % av 99%. Benytte illustrasjoner og figurer. Begrunner hvorfor løsningsstrategien er gyldig. Eleven forklarer hvordan endring av de gitte parameterne vil påvirke et nytt svar.

Tabell 2.6: Egenkonstruert rammeverk for probabilistisk resonnering basert på Garfield (2002) og Jones et al. (1997) sine rammeverk.

Kapittel 3

Metodologi og datainnsamling

For å besvare forskningsspørsmålet *hvilke eksempler på faser fra den spørrende syklusen til Wild og Pfannkuch kan identifiseres i resonneringen til R1-elever, og hvilket nivå av probabilistisk resonnering benytter de?*, anskaffet jeg meg datamateriale som så kunne analyseres i lys av det teoretiske rammeverket. Dette ble gjort ved å konstruere egne oppgaver som matematikkelever i en R1-klasse skulle besvare. Oppgavene ble gjennomført skriftlig av de fleste elevene, men noen enkeltelever ble trukket ut for å gjennomføre dette muntlig. I etterkant ble det gjennomført et intervju med noen av elevene for å danne et større bilde av resonneringen til enkelteleven.

Erfaringene fra Garfield (2002) gjorde seg angående metoder for å vurdere elevers resonnering har påvirket hvilke valg jeg tok for denne datainnsamlingen. Det Garfield (2002) trakk fram argumenterte for at skriftlige besvarelser av oppgavesett alene ville kunne ha en begrenset funksjon for å vurdere elever resonnering. Garfield påpekte at case-studier og metoder med en tilbakemeldingsfunksjon vil være mer hensiktsmessig for å vurdere dette. Med bakgrunn i dette landet jeg på å gjennomføre en case-studie og inkludere intervjuer i datainnsamlingen. Gjennom semistrukturerte intervjuer ville det kunne bli lagt rette for at elevene fikk tilbakemelding. For å få inn enda et element av tilbakemeldingsfunksjon i datainnsamlingen, landet jeg på å presentere en eksempel-løsning for elevene som gjennomførte et av oppgavesettene muntlig. På den måten vil dette kunne inkludere enda en tilbakemeldingsfunksjon i datainnsamlingen, som Garfield (2002) påpeker vil være nyttig for å vurdere elevenes resonnering.

Videre i dette kapittelet vil jeg gjøre rede for forskningsdesignet før jeg gir en oversikt over rammene for datainnsamlingen. Deretter vil jeg gå grundigere inn i beskrivelsen av instrumentene

benyttet i datainnsamlingen og hvilke metoder som ble brukt for å analysere data. Mot slutten av kapittelet vil jeg komme med noen etiske betraktninger relatert til forskningsdesignet og påpeke momenter som vil kunne påvirke kvaliteten på studien.

3.1 Beskrivelse av forskningsdesignet

I denne oppgaven har jeg i hovedsak benyttet meg av den kvalitative metode for datainnsamling. Videre vil dette arbeidet kunne klassifiseres som en case-studie hvor selve kasusen som undersøkes er problemene gitt i oppgavesettene. Dette blir brukt som kasus for å kunne undersøke elevers resonnering i møte med probabilistiske oppgaver. En nøyere beskrivelse av oppgavesettene vil bli gjort i delkapittel 3.3.1. Før jeg går videre til å beskrive rammene for datainnsamlingen vil jeg greie litt mer ut om forskningsdesignet for oppgaven og hvilke valg som ble tatt. «Når det snakkes om forskning gjennom case-studie referer det til prosessen hvor en gjennomfører en systematisk og kritisk undersøkelse på et utvalgt fenomen for å generere forståelse som kan bidra i den generelle kunnskapen som finnes i samfunnet rundt dette emnet» (Simons, 2009, s. 18). Utfordringen ved å snakke om case-studie er at det kan ha ulike betydninger for forskjellige personer og disipliner, men det finnes noen egenskaper ved case-studier som mange likevel vil si seg enig i: «I en case-studie er datamateriale man starter med ofte ustrukturert, analysen er kvalitativ og målet er å forstå selve casen heller enn å generalisere det til hele befolkningen» (Simons, 2009, s. 19). I denne oppgaven vil jeg benytte meg av definisjonen til Simons (2009) som definerer en case-studie slik:

Case-studie er dybdeforskning fra flere perspektiver av kompleksiteten og unikheten av et spesielt prosjekt, politikk, institusjon, program eller system i en reell kontekst. Den er forskningsbasert og inkluderer ulike metoder og er evidensbasert. Hovedhensikten er å generere dybdeforståelse for et spesielt emne, program, politikk, institusjon eller system for å generere kunnskap og/eller informere om politisk utvikling, profesjonspraksis og sivile eller samfunnsmessige handlinger (Simons, 2009, s. 21).

Forskningsspørsmålet som er presentert i denne oppgaven ønsker nettopp å utføre dybdeforskning av elevers resonnering. For å besvare dette spørsmålet valgte jeg derfor å utføre en case-studie med problemene i oppgavesettene som kasus.

Man kan skille mellom ulike typer case-studier, som kan benevnes som iboende case-studie, instrumentell case-studie og kollektiv case-studie. I en iboende case-studie studeres objektet hovedsakelig for den iboende interessen av selve objektet. Instrumentelle case-studier blir derimot valgt for å utforske en sak eller et forskningsspørsmål bestemt på et annet grunnlag. I en kollektiv case-studie kan flere saker bli studert for å få en kollektiv forståelse av en tematikk eller et spørsmål (Simons, 2009, s. 21). Case-studien som er relatert til denne oppgaven kan sies å være en instrumentell case-studie ettersom den er blitt valgt for å besvare det presenterte forskningsspørsmålet.

Videre kan en case-studie sies å være teoriledet, deduktiv eller teorigenererende induktiv. En teoriledet case-studie kan være å utforske eller eksemplifisere en sak gjennom et bestemt teoretisk perspektiv. Derimot vil en teorigenererende case-studie generere ny teori basert på datamaterialet i seg selv. Slik forskningsspørsmålet i denne oppgaven tilsier, ønsker jeg å vurdere elevs resonnering opp mot rammeverket til Wild og Pfannkuch (1999). I tillegg vil jeg vurdere deres statistiske resonnering opp mot det egenkonstruerte rammeverket, basert på rammeverkene til Garfield (2002) og Jones et al. (1997). Med andre ord gjorde jeg et valg om å gå for en teoriledet case-studie ettersom jeg anså det som den beste måten å besvare forskningsspørsmålet på.

En case-studie vil, som de fleste forskningsdesign, ha styrker og begrensninger som vil være nyttig å være klar over. Styrkene til en case-studie er at den kan få fram kompleksiteten og dybden av en sak gjennom bruk av den kvalitative metoden. Den gir mulighet til å utforske flere perspektiver og forklare hvordan og hvorfor noe skjer. En case-studie kan være nyttig for å utforske dynamiske prosesser gjennom datainnsamling i en reell situasjon, som gjør det mulig å bestemme mønster og sammenhenger mellom ulike elementer. Andre fordeler er case-studiers fleksibilitet gjennom frihet i tidsperspektiv og metode. Den gjør det mulig å tilpasse seg uventede endringer som måtte oppstå og tilbyr en rekke ulike metoder slik at den best tilpassede kan benyttes for å forstå saken. Case-studier har også noen begrensninger og utfordringer ved seg. Det kan føre til ukontrollerte intervensjoner i andre personers liv, og det kan potensielt gi et forvrengt bilde av hvordan ting egentlig er. En case-studie er og satt til et tidspunkt eller tidsperiode, men personene som var en del av studien kan endre seg over denne perioden. Subjektiviteten til forskeren er en uunngåelig del av rammen. Samtidig som det kan være en essensiell del for å forstå og tolke saken, så vil for mye personlig involvering være utfordrende. I tillegg vil det være utfordrende å gjøre generaliseringer for befolkningen basert på en case-studie, som i utgangspunktet heller ønsker å gi et rikt bilde av

en spesifikk setting (Simons, 2009, s. 24).

3.2 Oversikt over rammene for datainnsamling

Jeg vil her gi en oversikt over rammene rundt datainnsamling og over hvilke valg som ble tatt for å beskrive utvalget og hvordan innsamlingen av data foregikk.

Datainnsamling i egen klasse

For å samle inn data valgte jeg å benytte meg av en matematikk R1-klasse jeg selv underviser dette semesteret. Dette gjorde jeg etter å ha vurdert fordeler og ulemper mellom alternativene. På grunn av smittevernrestriksjoner var det flere utfordringer ved å benytte elever fra andre klasser og skoler. Lærere var mindre villige til å slippe utenforstående personer nær klassen sin, og det er også belegg for å si at dette kunne utsette andre elever for en unødvendig smitterisiko. Dette kunne igjen utsette mine egne elever og skole for uønsket smitte i en periode ved at jeg selv bar med meg smitte fra den eksterne skolen. Smittevernrestriksjoner ville også fått konsekvenser for den eventuelle praktiske planleggingen og samarbeidet med eksterne lærere. Etter å ha erfart utfordringer om lignende usikkerhet tidligere i pandemien prioriterte jeg at elevene det gjaldt kunne få forutsigbarhet i timeplanen med sin egen lærer. Mange elever har hatt begrenset tid på skolen det siste året slik at hver fysiske time kan være viktig for å bygge opp den matematiske kompetansen sammen med sin egen lærer.

Når det gjelder datainnsamling i egen klasse, er det både fordeler og ulemper. Sett på den positive siden vil elevene ha en større trygghet i datainnsamlingen ved at de kjenner meg som person. I en intervjusetting vil det være en fordel at elevene kjenner seg trygge på den som intervjuer, slik at de kan kjenne på en frihet til å kunne svare feil og at besvarelsene ikke vil bli misbrukt. Dette kan være en fordel dersom det reduserer avstanden mellom elevenes faktiske resonnering og hva de viser av resonnering i sine besvarelser. Men om kjennskap til intervjueren gjør at avstanden mellom elevenes faktiske resonnering og hva som vises i besvarelser øker, så vil en slik relasjon være en ulempe. Økt tillit til den som intervjuer, kan føre til at elevene tør å være mer ærlige og at de tør dele mer av sine tanker og resonneringer. Siden dette var en sentral del av forskningsspørsmålet vurderte jeg dette som et tungtveiende argument. Likevel kan det også slå negativt ut å benytte seg

av egen klasse dersom elevene ikke klarer å skille mellom lærer og forsker. For å motvirke dette var jeg derfor tydelig på at besvarelsene fra datainnsamlingen verken ville ha positiv eller negativ konsekvens for elevens karakter i faget. Likevel kan det være elever som ikke har tillit til dette dersom elevene tenker at de alltid blir vurdert av læreren. For å redusere sjansen for dette står det også skrevet eksplisitt i samtykkeskjemaet, som kan finnes i vedlegg C, at eventuell deltakelse «vil ikke påvirke karakteren din i matematikk eller hvordan lærere forholder seg til deg på skolen». Man kan selvfølgelig diskutere om det praktisk er mulig å forsikre seg om dette, men samtidig står det her svart på hvitt at dette ikke skal ha påvirkning. Hvis en elev opplever at dette ikke blir etterfulgt er det opplyst om at man kan kontakte masterstudenten, veilederen eller NTNUs personvernombud. I en eventuell klage på vurdering kan eleven benytte seg av dette, og på denne måten vil det være en forsikring for eleven.

Men selv om elevene skulle bli trygget i at dette ikke kan påvirke matematikkarakteren, kan dette potensielt redusere elevenes motivasjon for å ta oppgavene seriøst. Dette kan selvfølgelig være en mulig faktor å ta hensyn til, men det er flere grunner til at det er rimelig å anta at de fleste elevene tok arbeidet med oppgavesettene seriøst. For det første var det, etter min egen vurdering, ikke en fare for å påvirke matematikkarakteren negativt. Selv om dette argumentet er subjektivt, så var jeg svært bevisst på å være tro til samtykkeskjema og min rolle som forsker. I tillegg tok jeg over denne klassen under vårsemesteret, som gjør at resultater og vurderinger fra tidligere av skoleåret allerede var blitt gjort av den tidligere læreren. Så selv om dette poenget vil ha en viss subjektiv argumentasjon, vil jeg likevel argumentere for at det var lagt til rette for at elevene kunne kjenne seg mer fri til å dele sine tanker, uten å måtte frykte for en mulig negativ konsekvens. Dette kan fremme dens motivasjon til å være mer åpen om sin resonnering. Dessuten var oppgavesettene laget for å fremme elevenes interesse, noe som påvirket valg av tema. Virustesting var et veldig dagsaktuelt tema etter lang tid i pandemi, noe man kan anta de fleste elever har erfaring med fra hverdagslivet. Sjokolader med gullbillett kan referere tilbake til Charlie og sjokoladefabrikken (Dahl, 1972), noe som vil kunne være kjent for enkelte elever gjennom både bok og film. Flere av elevene nevnte uoppfordret i intervjuene at de syntes oppgavene var spennende å jobbe med. Et siste poeng som kan nevnes med tanke på elevenes prestasjon, var at samtykkeskjemaet var skrevet på en formell måte og refererte til NTNU. Dette kunne vise elevene at oppgavesettene ikke bare var tull, men faktisk

kan påvirke hvordan matematikkundervisningen blir lagt opp i framtiden. Flere elever nevnte også i intervjuene at de syntes det var stas å være med på et forskningsprosjekt. Alt i alt vurderte jeg det i forkant som gode grunner til å stole på elevenes prestasjoner, noe som også ble bekreftet av flere enkeltelever under intervjuene.

Ved å benytte meg av egen klasse vil jeg også ha et bredere inntrykk av eleven som helhet, som kunne være en styrke i analysen av datamateriale. Men det at jeg kjenner elevene fra før vil også kunne ha en negativ påvirkning ved at jeg allerede kan ha noen inntrykk av hva elevene kan og kategorisere deres besvarelser basert på mine antakelser om eleven, på tross av hva funnene gjennom den benyttede metoden skulle vise.

Ved å være bevisst på utfordringene anså jeg det som en akseptabel løsning å benytte egen klasse. Dette ble gjort etter å ha vurdert fordelene av å samle inn i egen klasse, kombinert med utfordringene av å samle inn data eksternt, som i totalsum ble vurdert til å veie tyngre for å samle inn i egen klasse heller enn i en ekstern klasse.

Beskrivelse av datainnsamlingen

Klassen besto av 11 elever, og alle sa seg villig til å delta i studien etter informert samtykke. Det var variasjon i klassen med tanke på hvilken studieretning elevene gikk. Her var det elever som gikk naturbruk, bygg- og anleggsteknikk og påbygg for studiespesialisering. Kunnskapen elevene har rundt sannsynlighet vil være relevant å kjenne til, men dette har ikke vært et tema som klassen har jobbet med dette skoleåret. Med andre ord er elevenes kompetanse innen sannsynlighet usikker, men man kan ta utgangspunkt i kompetansemålene de har vært gjennom i grunnskolen og matematikk 1T, som er obligatorisk for å ta matematikk R1. Jeg vil gå mer inn på hvilken kunnskap elevene er forventet å ha på det gjeldende matematiske området i delkapittel 4.2.

I forkant av datainnsamlingen ble det laget to skriftlige oppgavesett, A og B, som elevene fikk i oppgave å besvare. Oppgavesettene ble laget med samme form, men oppgavetemaet og de oppgitte tallene ble noe endret. Datainnsamlingen kan videre beskrives som tredelt: Det ble gjennomført pre-test-intervju med fire elever hvor ett av oppgavesettene ble gjennomgått muntlig. I tillegg ble det innsamlet skriftlige elevproduserte svar for begge oppgavesettene, men der elevene som deltok på pre-test-intervju bare besvarte ett oppgavesett skriftlig. Den tredje delen av datainnsamlingen

var gjennomføringen av post-test-intervju, hvor fem av elevene deltok. Videre vil jeg greie mer ut om disse tre delene av innsamlingen.

Under gjennomføringen ble de 11 elevene fordelt i to grupper, A og B. Denne fordelingen ble gjort tilnærmet tilfeldig ved at klassen ble delt i to utfra deres fysiske sitteplasser i klasserommet. Som deres lærer har jeg og tilgang på karakterene de har oppnådd gjennom året og kjenner til graden av kompetanse elevene har vist. En grunn til at jeg valgte å dele klassen på denne måten var at elever som har vist høy, middels og lav kompetanse i faget ble fordelt mellom gruppene. Etersom utvalget bare besto av 11 personer var det et valg som ble tatt i forsøk på å unngå unødvendige feilkilder.

De to gruppene A og B gjennomførte begge oppgavesettene, men gruppe A startet med oppgavesett A, mens gruppe B startet med oppgavesett B. Mens jeg var til stede mens den ene gruppen jobbet med oppgavesettene, kunne elevene i den andre gruppen selv disponere skoletiden til skolearbeid og lekser. Oversikt over hvordan innsamlingen fungerte kan sees i figur 3.1 og figur 3.2. I figur 3.1 vises gjennomføringen for gruppe A, mens man i figur 3.2 kan observere den andre halvdel av økten, hvor gruppe B var den delaktige gruppen i datainnsamlingen.

Som man kan se fra både figur 3.1 og figur 3.2 startet datainnsamlingen med at to elever fra hver gruppe valgt ut til pre-test-intervju for å gjennomføre det første oppgavesettet muntlig i stedet for skriftlig. En og en elev ble tatt ut på et grupperom, mens resten av klassen jobbet selvstendig med skolearbeid. Den muntlige besvarelsen ble altså kombinert med et intervju hvor det ble stilt flere spørsmål for å avklare elevenes tenking og resonnering, og intervju-guiden kan finnes i sin helhet i vedlegg D.

Etter pre-test-intervjuene var gjennomført fikk resten av gruppen jobbe med oppgavesettene. I hvert oppgavesett ble det oppgitt informasjon som skulle danne basis for å svare på de følgende oppgavene. Første deloppgave innebar at elevene skulle ta stilling til en påstand og måtte her svare om de stilte seg enig eller uenig med denne. Besvarelsen på første deloppgave måtte leveres før elevene kunne begynne på de resterende oppgavene. At elevene måtte levere sin besvarelse på på-

stand 1 før de arbeidet videre ble presisert eksplisitt rett før arbeidet med oppgavesettene startet, i tillegg til at det sto skrevet på oppgavearket. Basert på mine observasjoner var det ingen elever som startet på de neste oppgavene før de hadde levert sin besvarelse på påstand 1. Når elevene så leverte resten av besvarelsen av det første oppgavesettet, fikk de deretter utdelt oppgavesett nummer to. Elevene som hadde gjennomført et av oppgavesettene muntlig, arbeidet skriftlig kun med det andre oppgavesettet. Til hvert oppgavesett hadde elevene 15 minutter til rådighet. Innhenting av de skriftlige og muntlige besvarelsene ble gjennomført på samme dag ved hjelp av to dobbeltimer.

Den tredje delen av datainnsamlingen innebærer post-test-intervju med enkeltelever i etterkant av gjennomføringen av begge oppgavesettene, og også denne intervju-guiden er presentert i vedlegg D. Her ble fem elever utvalgt med bakgrunn i deres besvarelser på oppgavesett A og B. Ubeleilige årsaker som skolefri, sykdom og elevers behov for å fortsette undervisningen av faget førte til at post-test-intervjuene ble gjennomført to til fire uker etter den første datainnhenting.

3.3 Beskrivelse av instrumenter benyttet i datainnsamlingen

3.3.1 Oppgavesettene

Oppgavesett A og B er bygd opp på samme måte og gir tilgang på den samme informasjonen og hvor de samme spørsmålene blir stilt til eleven. Hovedforskjellene mellom oppgavene er den ulike tematikken som setter rammen for oppgaven, samt små endringer i hvilke tallverdier som blir oppgitt. Siden oppgavesettene i stor grad er like, vil jeg her gå gjennom oppbygningen av oppgavesett A. Jeg vil også presentere hovedelementene fra oppgavesett B, men gjør dette på en komprimert måte ettersom det meste er blitt forklart i gjennomgangen av oppgavesett A. Begge oppgavesettene kan bli funnet i sin helhet i vedlegg A og vedlegg B.

Oppgavesett A starter med å presentere eleven for informasjon relatert til virustesting, som kan sees i figur 3.3. Elevene får her oppgitt forekomsten av et virus i befolkningen, sannsynligheten for at virustesten vil gi et falskt positivt resultat, samt sannsynligheten for at virustesten vil gi et sant positivt resultat. Deretter får elevene flere spørsmål som de skal svare på basert på denne informa-

Hvem	Hva	Hvem	Hva	Tid i minutter
Elev 1	Pre-test-intervju	Gruppe A+B	Skolearbeid	20
Elev 2	Pre-test-intervju	Gruppe A+B	Skolearbeid	20
Gruppe A	Påstand 1 (oppgavesett A)	Gruppe B	Skolearbeid	5
Gruppe A	Oppgavesett A	Gruppe B	Skolearbeid	15
Gruppe A	Levere oppgavesett A Få utdelt oppgavesett B	Gruppe B	Skolearbeid	5
Gruppa A	Påstand 1 (oppgavesett B)	Gruppe B	Skolearbeid	5
Gruppe A	Oppgavesett B	Gruppe B	Skolearbeid	15
Totalt				1t 25 min

Figur 3.1: Oversikt over gjennomføring av datainnsamling i den første dobbeltimen.

Hvem	Hva	Hvem	Hva	Tid i minutter
Elev 3	Pre-test-intervju	Gruppe A+B	Skolearbeid	20
Elev 4	Pre-test-intervju	Gruppe A+B	Skolearbeid	20
Gruppe A	Skolearbeid	Gruppe B	Påstand 1 (Oppgavesett B)	5
Gruppe A	Skolearbeid	Gruppe B	Oppgavesett B	15
Gruppe A	Skolearbeid	Gruppe B	Levere oppgave B Få utdelt oppgave A	5
Gruppa A	Skolearbeid	Gruppe B	Påstand 1 (Oppgavesett A)	5
Gruppe A	Skolearbeid	Gruppe B	Oppgavesett A	15
Totalt				1t 25 min

Figur 3.2: Oversikt over gjennomføring av datainnsamling i den andre dobbeltimen.

Informasjon før testing av Virus X

- I disse dager er ca 1 % av befolkningen syke av Virus X. Myndighetene har godkjent en test som har følgende egenskaper:
- Hvis du er syk, er det 90 % sannsynlighet for at du får positiv test.
- Hvis du er frisk, er det 5 % sannsynlighet for at du får en positiv test.
- For å unngå spredning av VirusX anbefales det å teste seg

Du kan bære smitte uten at du vet det selv.

Takk for at du tar hensyn!

Figur 3.3: Oppgitt informasjonstekst til oppgavesett A.

sjonsteksten.

I den første deloppgaven blir elevene spurt om å ta stilling til en påstand og deretter besvare om man sier seg enig eller uenig i påstanden. I oppgavesett A er den første påstanden elevene måtte ta stilling til som følger: *Hvis du får positivt svar er du antakelig syk*. Deloppgaven i sin helhet kan sees i figur 3.4, og her ble elevene oppfordret til å ringe rundt det alternativet som de mente passet best med påstanden. Dette ble så levert før elevene kunne starte på de neste deloppgavene. Bakgrunnen for dette valget var at elevene skulle levere besvarelsen basert på sitt førsteinntrykk og intuisjon, uten å bli påvirket av de resterende oppgavene. Forskjellen mellom påstand 1 og 2 kan oppfattes som ganske liten, men det var likevel en tanke bak å la elevene ta stilling til begge påstandene. Ved å oppfordre eleven til å svare raskt på påstand 1 og ikke eksplisitt nevne at begrunnelse var ønsket, var dette ment til å tydeliggjøre en kontrast med påstand 2 hvor eleven ble direkte oppfordret til å begrunne sine svar. Ved å tydeliggjøre denne kontrasten vil eleven kunne bli mer bevisst på forskjellen mellom oppgavene og at det i påstand 2 også følger med å begrunne svaret sitt. Valget om å inkludere to lignende påstander i stedet for bare en ble derfor tatt for å fremme og

Les den oppgitte informasjonen og svar på spørsmålene.

Oppgave A-1:

Vurder påstanden og sett ring rundt det som passer best

Påstand 1: Hvis du får positivt svar er du antakelig syk

Er du enig eller uenig i påstanden utfra det du kan lese fra informasjonen om sykdomstesten?

- a) Enig
- b) Uenig

Obs. Lever denne før du går videre til de neste oppgavene.

Figur 3.4: Oppgaven tilknyttet påstand 1 i oppgavesett A.

motivere eleven til å være mer eksplisitt i sin resonnering.

Når første deloppgave var levert, kunne elevene så fortsette med de resterende oppgavene, og i den neste oppgaven ble de presentert for enda en påstand som de skulle ta stilling til. Påstanden i andre deloppgave lød som følger: *Hvis du får positivt svar på testen er det større sannsynlighet for at du er syk enn frisk.* Den første og andre påstanden spør på mange måter om det samme, men formuleringene er litt ulike i forsøk på å avdekke ulike momenter. I påstand 1 var intensjonen å legge til rette for at elevene skulle svare intuitivt uten store beregninger, og i formuleringen ble dermed det mer hverdagslige ordet *antakelig* benyttet. I møte med den andre påstanden var tanken at elevene skulle få mulighet til å gjøre beregninger og resonnerer matematisk i større grad. Derfor ble formuleringen *større sannsynlighet* benyttet, noe som var tiltenkt å lede elevene mer mot at

det her var mulig å si noe om de ulike sannsynlighetene basert på matematiske resonnement. For å tydeliggjøre dette fokuset ble det i oppgavebeskrivelsen kommentert at elevene kunne benytte matematiske beregninger og begrunnelser, noe som kan sees i figur 3.5.

Deloppgavene med de to påstandene danner i stor grad hovedgrunnlaget for oppgavene i sin helhet. Videre var det også tre deloppgaver til som ble lagt til for å utforske mer hvordan elevene resonnerer og tenkte i møte med disse påstandene. I deloppgave A-3 ble elevene spurt om *Hvilken informasjon er relevant for å svare på oppgave A-2, og hvorfor?* Videre ble elevene utfordret i deloppgave A-4 på hvorfor de eventuelt hadde svart forskjellig på påstand 1 og 2. Dette ble gjort gjennom spørsmålet *Hvis du svarte forskjellig i oppgave A-1 og A-2, hvorfor gjorde du det?.* Til slutt ble det lagt til rette for et mer reflekterende spørsmål som ga elevene mulighet til å løfte blikket og se hvilke applikasjoner tematikken kan ha. Dette ble gjort i deloppgave A-5 gjennom spørsmålet: *Hva kan svaret du kom fram til fortelle deg om hvordan man kan bruke, eller eventuelt misbruke, slik informasjon?*

For å redusere muligheten for at tematikken skulle ha for stor påvirkning på elevsvarene, lagde jeg et oppgavesett B. Tematikken her handlet om gullbilletter plassert i en viss andel sjokoladeplater og hvordan en metalldetektor kunne brukes for å finne ut om en sjokoladeplate inneholdt gullbillett eller ikke. Informasjonsteksten i sin helhet kan sees i figur 3.6, og her kan man også se at de oppgitte tallene er litt ulike de fra oppgavesett A. Deloppgavene tilknyttet oppgavesett B ble tilstrebet å ligne deloppgavene i oppgavesett A i så stor grad som mulig, men det vil av naturlige årsaker være visse forskjeller grunnet ulik tematikk som ramme for oppgavene.

3.3.2 Pre-test-intervju

Ettersom jeg i denne oppgaven ønsker å få innsikt i elevs resonnering og tanker, vurderte jeg hvilke metoder som kunne være hensiktsmessige for datainnsamlingen. Skriftlige besvarelser ville bli samlet inn fra alle elevene, men man vil da ikke nødvendigvis få elevenes initielle respons og tankemønstre. Mye kan skje av resonnering i tankene hos elevene før dette kommer ned på papir, dersom det i det hele tatt gjør det. Med bakgrunn i dette valgte jeg å velge ut to tilfeldige elever fra hver gruppe som gjennomførte det første oppgavesettet muntlig. Rent konkret ble uttrekningen

Oppgave A-2:

Ta deretter stilling til følgende påstand:

Påstand 2: Hvis du får positivt svar på testen er det større sannsynlighet for at du er syk enn frisk.

Basert på matematiske beregninger, er du enig eller uenig i påstand 2?
Skriv ned eventuelle beregninger og begrunnelser under. Kryss deretter av om du er enig eller uenig med påstanden.

Er du enig eller uenig i påstand 2?

- a) Enig
- b) Uenig

Figur 3.5: Oppgaven tilknyttet påstand 2 i oppgavesett A.

Sjokoladelotteri

- Freia har startet med et sjokoladelotteri, der de har lagt inn en gullbillett i 2 % av alle store sjokoladeplater, og som gir deg mulighet til å besøke sjokoladefabrikken.
- Denne premien har du selvfølgelig veldig lyst på, og fra onkelen din på NTNU får du låne en metalldetektor som har en viss sannsynlighet for å finne ut om en sjokoladeplate inneholder gullbillett eller ikke.
- Hvis sjokoladeplaten inneholder en gullbillett, så er det 95 % sannsynlighet for at metalldetektoren oppdager det.
- Hvis sjokoladeplaten **ikke** inneholder en gullbillett, så er det likevel 7 % sannsynlighet for at metalldetektoren tror at det er en gullbillett inne i sjokoladen.



Figur 3.6: Oppgitt informasjonstekst til oppgavesett B.

gjort ved å tildele hver elev et tall og deretter gjennomføre en loddtrekning. Ved å la enkelte elever få gjennomføre oppgavesettet muntlig kunne det bli lagt til rette for å stille oppfølgingsspørsmål på deres responser, noe jeg vurderte som verdifullt for studien. Dermed konstruerte jeg pre-test-intervjuet som et semistrukturert intervju, der jeg har tatt utgangspunkt i definisjonen til Robson (2011): «Semistrukturert intervju: Intervjueren har en intervju-guide som fungerer som en sjekklister over emner som skal dekkes og en standardisert formulering og rekkefølge for spørsmålene, men formuleringen og rekkefølgen er ofte vesentlig endret basert på flyten av intervjuet, og ytterligere uplanlagte spørsmål stilles for å følge opp hva intervjuobjektet sier». Den benyttede intervju-guiden finnes i sin helhet i vedlegg D. Bakgrunnen for valget om å gjennomføre et semistrukturert intervju var for best mulig å kunne følge opp elevens resonnering og initiale responser på oppgavene som den fleksible formen på intervjuet muliggjør. Samtidig vil et semistrukturert intervju beholde en viss ramme og innhold, som vil være med å begrense ulikhetene mellom hvert intervju. Slik forsøkte jeg å legge rammer for å få en bedre innsikt i elevenes intuitive respons på påstandene og dermed kunne få tilgang til større grunnlag for å vurdere deres resonnering.

To av elevene gjennomførte oppgavesett A muntlig, og to fikk respondere på oppgavesett B. Den muntlige oppgaveløsningen ble kombinert med intervju av eleven, og jeg benytter derfor betegnelsen *pre-test-intervju* for å beskrive hele seansen. I pre-test-intervjuet ble det benyttet lydopptaker, og gjennomføringen foregikk på et grupperom uten andre distraksjoner, mens resten av klassen kunne arbeide med lekser fra R1 eller andre fag. Intervjuet ble gjennomført med elevene individuelt, og oppgavesettet dannet rammen for samtalen. Varigheten på intervjuene varierte fra 15 minutter til 30 minutter. Eleven fikk først avklart rammene for seansen, og det ble spesifikt nevnt at man ikke nødvendigvis var ute etter hva som var riktig og galt svar. Fokuset var heller på hvordan eleven resonnerer, og elevene ble oppfordret til å dele høyt hvordan de resonnerer i møte med oppgavene. Etter at rammene var avklart fikk eleven tid til å studere informasjonsteksten. Enkelte av elevene startet å dele av sine tanker med en gang, mens andre ventet på å få informasjon om den første oppgaven. Deloppgavene ble så presentert en etter en, og det ble lagt inn oppfølgingsspørsmål der dette var relevant. Etter at eleven hadde gjennomgått alle deloppgavene, ble det så avslørt hva som var riktig om påstandene. Elevene fikk så mulighet til selv å resonnerer rundt hvorfor det stemte og komme fram til en løsning. Det ble her gitt opp til tre hint om mulig løsningsstrategi som

elevene kunne benytte i sin resonnering. Dersom elevene ikke kom videre etter disse tre hintene, ble en eksempelløsning presentert for dem, som kan finnes i delkapittel 4.3. Valget om å gi hint og presentere en eksempelløsning ble gjort for å motivere elevene til eksplisitt å dele sin resonnering. Det ble vurdert som en mulig ulempe at disse elevene vil ha andre forutsetninger enn resten av elevene under arbeidet med de skriftlige oppgavesettene i etterkant. Likevel ble hintene klargjort i forkant i tilfelle elevene trengte mer stimuli for å eksplisitt dele sin resonnering. Mot slutten av intervjuet fikk elevene mulighet til å dele om de nå hadde endret syn på noen av de gjennomgåtte deloppgavene og reflektere over sin egen resonnering. Etter at pre-test-intervjuet var gjennomført, fikk elevene så jobbe med å besvare det andre oppgavesettet skriftlig.

3.3.3 Post-test-intervju

I etterkant av pre-test-intervjuene og gjennomføring av de skriftlige oppgavesettene ble det gjennomført intervju med fem av elevene. Disse intervjuene vil her bli betegnet som *post-test-intervjuer* og vil også bli kategorisert Robson (2011) sin definisjon for et semistrukturert intervju, og intervjuguiden kan finnes i vedlegg D. Også her ble det valgt å gjennomføre et semistrukturert intervju for best mulig å kunne følge opp elevens resonnering ved den fleksible formen på intervjuet, men samtidig beholde noe av strukturen for å begrense ulikhetene mellom hvert intervju.

Av de fem elevene var to fra gruppe A og tre fra gruppe B. En elev fra begge grupper hadde gjennomført pre-test-intervju, mens resten hadde gjennomført begge oppgavesettene skriftlig. Elevene ble valgt ut med bakgrunn i besvarelsene deres for oppgavesett A og B og basert på deres tidligere viste kompetanse i matematikk R1. Dette ble gjort for å unngå at kun elever med lav eller høy kompetanse skulle bli intervjuet. I intervjuet fikk elevene spørsmål om deres besvarelser, oppfølgingsspørsmål på interessante responser, og mulighet til å reflektere over sin egen resonnering. Intervjuene ble gjennomført ved hjelp av lydopptaker og varierte i lengde fra 15 til 30 minutter.

3.4 Beskrivelse av metodene brukt for analyse av data

Etter at de teoretiske rammeverkene ble presentert i kapittel 2, vil jeg nå vise hvordan de teoretiske rammeverkene ble anvendt i analysen av datamaterialet. Dette er blitt plassert i kapittel 3 fordi det dermed kommer etter beskrivelsen av oppgavesettene og innhenting av datamateriale. På den

måten er både teori og metoden for innhenting av datamaterialet kjent, før jeg her vil presentere mer spesifikt hvordan analysen av datamaterialet foregikk.

3.4.1 Den spørrende syklusen

For å identifisere eksempler på faser fra den spørrende syklusen i resonneringen til R1-elevene, studerte jeg datamateriale i lys av det teoretiske rammeverket til Wild og Pfannkuch (1999). Dette ble gjort ved å analysere elevsvarene og benytte egenskaper ved disse svarene til å kategorisere dem i rammeverket. For å finne eksempler på fasene i den spørrende syklusen ble det hovedsakelig fokusert på å trekke ut overordnede tema og intensjon fra elevenes besvarelser og formuleringer. På denne måten kan det overordnede temaet eller intensjonen fra en elevbesvarelse kobles med beskrivelsen av en gitt fase fra den spørrende syklusen. En formulering kan også kategoriseres dersom eleven benyttet ord eller formuleringer som direkte kan sammenkobles med fasen. Dersom det blir vurdert at intensjonen bak formuleringen ikke har noe med den aktuelle fasen å gjøre, vil formuleringen bli avvist som en indikasjon på tilstedeværelsen til fasen.

1. Generering

I tabell 2.1 beskrives den første fasen som *Generering av nye ideer og muligheter*. For at genereringsfasens tilstedeværelse i elevens resonnering skulle kunne argumenteres for, ble det undersøkt om elevens formuleringer inneholdt eksplisitte ord som blant annet *ideer*, *muligheter*, *tanker* og *alternativer*. Eksplisitt bruk av ord som dette kvalifiserer ikke direkte til at genereringsfasen er i bruk, men formuleringen blir så sett i sin helhet og bedømt om tematikken passer med beskrivelsen av fasen. På samme måte kan formuleringer uten disse ordene peke mot at genereringsfasen er i bruk, dersom tematikken eller intensjonen bedømmes dit hen. Dersom eleven bare genererte en eneste ide eller mulighet, vil det være den svakeste mulige påvisningen av genereringsfasen i elevens resonnering. Det ble vurdert om generering av minst to ideer eller muligheter burde være et krav for påvisning av genereringsfasen, men man vil samtidig kunne komme med eksempler der den ene ideen er riktig slik at det ikke vil være nødvendig å kreve flere alternativer.

2. Søking

Søkingsfasen blir i tabell 2.1 beskrevet basert på formuleringene til Wild og Pfannkuch (1999) som *Søking etter informasjon, både eksternt og internt. Intern søking kan være egne minner, erfaringer og kunnskap. Ekstern søking kan være andre personer, litteratur, datamateriale*. For å bestemme om søkefasen er til stede, så jeg på om svarene til eleven tematisk handler om innhenting av informasjon, eller om det brukes eksplisitte ord for dette. Dersom eleven formidler at den benytter eller tenker tilbake på egen kunnskap eller erfaringer, vil dette være et eksempel på intern søking og dermed kunne bli klassifisert som en del av søkingsfasen. Det er begrensede muligheter for ekstern informasjonsenting i elevenes tilfelle, men dersom elevens svar tilsier at informasjonsteksten eller oppgaver ble lest nøye eller flere ganger, vil det kunne tyde på ekstern informasjonssøking og altså tilstedeværelse av søkefasen i elevens resonnering.

3. Tolking

Den tredje fasen av den spørrende syklusen kalles tolkingsfasen. I tabell 2.1 beskrives fasen som *Prosessering av resultatene fra søkene. Prosessens endepunkt er å koble ideer og informasjon med modeller og sammenhenger for disse*. For å påvise tilstedeværelsen til tolkingsfasen i elevens formuleringer, undersøkte jeg om elevene koblet eller trakk linjer fra resultatene fra søkefasen og genereringsfasen til mulige modeller eller sammenhenger mellom disse. Hvis elevene trakk fram ett eller flere elementer fra genererings- eller søkefasen og basert på dette konkluderer med at en modell eller sammenheng kan være en mulig løsning på problemet, så vil dette kunne påvise tilstedeværelsen av tolkningsfasen hos elevenes resonnering.

4. Kritisering

Besvarelsene til elevene ble også undersøkt for å avdekke om kritiseringsfasen var til stede i resonneringen. Som man kan lese fra tabell 2.1, er essensen i kritiseringsfasen å *Sjekke etter motsigelser mot interne referansepunkt, som egen kunnskap, erfaring eller gitte begrensninger, eller mot eksterne referansepunkt, som andre personer, litteratur, kildemateriale*. Dette ble definert som påvist dersom eleven stilte spørsmål til sin egenreferering eller dobbeltsjekkete den benyttede metoden, ideen eller sammenhengene. Kritiseringsfasen ble svakt påvist dersom eleven kun dobbeltsjekkete

utregningen, men ikke utfordret eller stilte spørsmål til selve metoden, ideen eller sammenhengen.

5. Bedømming

Den siste fasen i den spørrende syklusen ble påvist dersom *Det tas avgjørelser av hva som beholdes, hva som ignoreres, og hva som forkastes*, slik det er beskrevet i tabell 2.1. Denne fasen ble påvist dersom det kommer fram at eleven aktivt tok en avgjørelse om å beholde, ignorere eller forkaste elementer i problemløsningen.

3.4.2 Probabilistisk resonnering

For å finne ut hvilket nivå av probabilistisk resonnering som elevene benyttet, så jeg deres besvarelser i lys av det egenkonstruerte rammeverket som man finner i tabell 2.6. Elevsvarene ble analysert og jeg benyttet egenskaper ved disse svarene til å kategorisere dem i rammeverket. Jeg anså det som utfordrende å gjøre noen eksplisitte ord gjeldende som markører for nivået. I stedet kategoriserte jeg datamateriale basert på hovedinnholdet i svaret eller deler av svaret. Det ble også undersøkt om besvarelsene kunne representere aspekter i nivåene i rammeverket basert på formuleringens tematikk og intensjon.

Nivå 1 - Subjektiv resonnering

Beskrivelsen av nivå 1, subjektiv resonnering, kan finnes i tabell 2.6 hvor det står at *eleven resonnerer basert på subjektive vurderinger. Ser ikke sammenhenger mellom andre dimensjoner som spiller inn. Kan benytte urelatert informasjon*. For at et svar skulle kategoriseres som nivå 1, må helheten av svaret kunne kategoriseres som subjektiv resonnering eller at urelatert informasjon benyttes. Et eksempel på dette kan være at eleven selv kjenner noen personer som har vært syke, men likevel testet negativt for COVID-19 og sammenkobler dette med Virus X i oppgaven. Mens et annet eksempel er at svaret ikke inneholder noen form for kvantitative vurderinger.

Nivå 2a - Overfladisk invalid kvantitativ resonnering

Nivå 2a betegnes også som overfladisk invalid kvantitativ resonnering, og i tabell 2.6 beskrives dette nivået som: *Eleven resonnerer basert på kvantitative vurderinger, men som ikke nødvendigvis er*

valide. Kan falle tilbake til subjektive vurderinger. Gjenkjenner ikke andre relevante dimensjoner. For at et elevsvar skulle kunne kategoriseres som nivå 2a, må eleven i noen grad vise til kvantitativ resonnering uavhengig av om denne er valid eller ikke. Subjektiv resonnering kan også forekomme, men noe kvantitativ resonnering må være til stede. Det skal heller ikke være store tegn til at eleven kan identifisere andre relevante dimensjoner ettersom dette kan tyde på et høyere resonneringsnivå. Eksempler på dette er at eleven benytter tall og kvantitative vurderinger i sin resonnering, som f. eks. at 90 % er større tall enn 5 %, og videre kommer med en konklusjon basert på dette. Det at eleven bare benytter oppgitte tall kan være en markør på at den ikke identifiserer andre relevante dimensjoner.

Nivå 2b - Dypere invalid kvantitativ resonnering

Nivå 2b kalles også dypere invalid kvantitativ resonnering og beskrives som at *eleven resonnerer basert på kvantitative vurderinger, men som ikke nødvendigvis er valide. Kan falle tilbake til subjektive vurderinger. Andre relevante dimensjoner kan gjenkjennes uten at sammenhengene kobles.* Et elevsvar kan kategoriseres dersom overvekten av innholdet peker mot denne beskrivelsen av 2b. På samme måte som beskrivelsen av 2a må eleven i noen grad vise til kvantitativ resonnering uavhengig av om denne er valid eller ikke. Subjektiv resonnering kan forekomme, men noe kvantitativ resonnering må være til stede. For å skille nivå 2b fra 2a må eleven vise at den identifiserer andre dimensjoner av problemet. Eksempler på dette kan være at eleven identifiserer skjulte prosenter som ikke er oppgitt eksplisitt, eller dimensjonen hvor antallet smittede spiller inn på testens prediktive verdi.

Nivå 3 - Valid kvantitativ resonnering

Når det gjelder nivå 3, valid kvantitativ resonnering, er dette beskrevet i tabell 2.6 som at *Eleven resonnerer basert på valide kvantitative vurderinger. Kan identifisere andre relevante dimensjoner og koble sammenhengen mellom disse, men resonnerer metodisk uten nødvendigvis å forstå hvorfor.* Hvis et elevsvar skal kunne kategoriseres som dette nivået, må altså eleven benytte valide kvantitative vurderinger, med andre ord må gyldige slutninger trekkes fra antakelsene eller argumentene benyttet. Andre relevante dimensjoner skal kunne bli identifisert og sammenhenger mellom disse skal kobles. Dette kan gjøre seg gjeldende ved at eleven identifiserer at det kan være relevant å

finne en delmengde av en delmengde. En annen måte elever kan identifisere og koble dimensjoner på er ved å innse viktigheten av antallet syke og koble dette opp mot testens prediktive verdi. Selv om sammenhengene kobles, er ikke forståelse av hvorfor dette er tilfelle en nødvendig markør for at besvarelsen skal bli kategorisert som nivå 3.

Nivå 4 - Full kvantitativ resonnering

Det øverste nivået i den benyttede modellen for probabilistisk resonnering er nivå 4, full kvantitativ resonnering. Som man kan lese fra tabell 2.6, vil et elevsvar kunne kategoriseres som nivå 4 dersom: *Eleven resonnerer basert på valide kvantitative vurderinger. Gjenkjenner, kobler og forstår dimensjonene rundt et statistisk problem og hvilke sammenhenger som finnes mellom disse. Har komplett forståelse og kan forklare det matematiske konseptet med egne ord.* Med andre ord må besvarelsen oppfylle mange av punktene som også beskriver nivå 3: Eleven må benytte valide kvantitative vurderinger, altså trekke gyldige slutninger fra antakelsene eller argumentene benyttet. Andre relevante dimensjoner skal kunne bli identifisert, og sammenhenger mellom disse skal kobles og forstås. I tillegg har eleven komplett forståelse for problemet og kan forklare konseptet med egne ord. Dette kan gjøre seg gjeldende ved at eleven identifiserer at det kan være relevant å finne en delmengde av en delmengde, og svaret viser på en tydelig måte at eleven har forstått konseptet. En annen måte elever kan identifisere og koble dimensjoner på er ved å innse viktigheten av antallet syke og koble dette opp mot testens prediktive verdi på en slik måte at forståelse er nødvendig. Markørene for elevens forståelse må begrunnes i hva eleven skriver eller formulerer seg, ettersom man ikke kan vite hva eleven faktisk tenker og forstår. Dette gjør at et elevsvar kan kategoriseres som nivå 3 dersom elevens forståelse ikke kommer tydelig fram i besvarelsen, selv om eleven faktisk har forståelse for konseptet og kunne forklart det med egne ord ved et direkte spørsmål.

3.5 Kvaliteten på studien

Det finnes flere måter å vurdere kvaliteten på en studie på. Ettersom dette er en kvalitativ studie vil jeg argumentere for studiens troverdighet basert på Guba (1981) sine fire aspekter: Kredibilitet (credibility), overførbarhet (transferability), avhengighet (dependability) og bekreftbarhet (confirmabi-

lity). Jeg vil her gjøre rede for disse fire begrepene og hvordan disse ble tatt hensyn til i forkant av datainnsamlingen. I kapittel 6.3 vil dette diskuteres opp mot gjennomføringen av datainnsamling og analysen av dette. Der vil også studiens troverdighet tas opp, og det vil bli foreslått måter som kunne styrket studiens kvalitet.

Kredibiliteten til en studie er en markør for studiens sannhetsverdi. Guba (1981) trekker fram flere metoder som kan bli benyttet for å fremme kredibiliteten til en studie: Langvarig engasjement på stedet, vedvarende observasjon, ekstern fagfelleevaluering, triangulering, innsamling av referansemateriale og medlemssjekker. Kredibiliteten til denne studien var et poeng som veide for å gjennomføre datainnsamlingen i egen klasse ettersom et langvarig engasjement på stedet kan øke kredibiliteten. Essensen bak punktet kan nok være at selve datainnsamlingen er langvarig på stedet, heller enn at jeg som lærer er det. Likevel er det et poeng som kan være med å fremme kredibiliteten til studien, selv om det må tas hensyn til at det langvarige engasjementet ikke var som forsker. Det ble ikke planlagt å samle inn referansemateriale spesifikt, men dette var bakgrunnen for at to ulike oppgavesett ble laget. Ingen av settene fungerer alene som et referansemateriale, men de kan begge brukes som referanse til å vurderes opp mot hverandre. Det at enkelte post-test-intervjuer ble gjennomført opp til flere uker etter arbeidet med de skriftlige oppgavesettene, kan ha ført til en dissonans mellom hva elevene husket fra gjennomføringen av oppgavene. En slik avstand mellom gjennomføring av de skriftlige oppgavene og post-test-intervjuene vil ikke være optimalt ettersom det tilfører mer usikkerhet i resultatene.

Guba (1981) trekker derimot frem at *overførbarhet* handler om at resultatene fra studien kan gjennomføres og anvendes i andre kontekster, med andre deltakere. Ettersom man i kvalitativ forskning ikke søker en generell anvendbarhet for alle tilfeller, så må man beskrive og tolke den gitte konteksten for resultatene. Noen metoder som kan styrke overførbarheten, kan være å gjøre målrettet prøvetaking, samle fyldige beskrivende data og utvikle dype beskrivelser av konteksten. I denne studien ble det forsøkt å gjøre grundige beskrivelser av konteksten og målrettet undersøke forskningsspørsmålet. Det er også flere spesifikke rammer rundt datainnsamlingen som kan gjøre det vanskelig å generalisere resultatene. Det vil også være mange faktorer jeg som fersk forsker kan ha oversett og latt være å inkludere. Alt i alt er dette faktorer som kan påvirke overførbarheten til denne studien.

Avhengighet er også et begrep som Guba (1981) beskriver. Det handler om at man kan være sik-

ker på at resultatene hadde blitt tilsvarende om man hadde gjentatt studien med tilnærmet samme rammer og deltakere. For å fremme studiens avhengighet peker Guba (1981) på flere muligheter som kan benyttes: Overlappingsmetoder, trinnvis replikering hvor to separate forskningslag undersøker hver sin del, eller å bruke metoder der eksterne personer undersøker de benyttede prosessene i studien. Studiens grad av avhengighet vil naturlig nok være farget av rammene gitt for datainnhenting og for elevene som deltok. Ettersom 11 er et lite tall, vil ikke dette nødvendigvis være representativt for en tilsvarende gruppe. Likevel vil man kunne gjennomføre tilnærmet like forsøk ved å ta hensyn til elevenes forkunnskaper. Det er flere områder i denne studien som kan påvirke elevenes resultater, men som det er fullt mulig å ta hensyn til. Likevel vil det ikke være overraskende å få forskjellige resultater selv om gjennomføringen av datainnsamlingen er tilsvarende som denne.

Det siste aspektet Guba (1981) trekker fram er en studies *bekreftbarhet* som peker på sikkerheten av at resultatene kommer fra de innsamlede dataene, konteksten og analysen, i motsetning til å komme fra forskerens motivasjon, interesser eller forutinntatte meninger. For å sikre studiens bekreftbarhet best mulig, kan man benytte triangulering og avklare hvilke antakelser som forskeren legger til grunn for å formulere spørsmål og resultater på enkelte måter. I denne studien har jeg selvfølgelig, som forskere flest, hatt et ønske om å finne interessante resultater. Jeg har antatt på forhånd at det nok kan være en variasjon av resonnering blant elevene, men jeg har samtidig ikke hatt noen bestemte meninger om hvor hovedvekten av disse vil være. Nysgjerrigheten min rundt å finne ut hva som faktisk kan være realiteten vil fra mitt syn kunne styrke studiens bekreftbarhet. Om andre vurderer det samme vil komme an på deres tillit til meg som forsker, og jeg har med dette prøvd å være gjennomsiktig i hva jeg har gjort og begrunnet valgene jeg har tatt. Likevel vil min interesse for å kategorisere elevenes resonnering kunne ha påvirket hvordan jeg har analysert svarene til elevene, noe som kan ha påvirket studiens bekreftbarhet.

3.6 Etiske betraktninger

Ved forskning på mennesker i felt er det flere etiske betraktninger som en forsker bør ta hensyn til. Cohen et al. (2018) sier at «forskere innen utdanning må ta hensyn til effekt som forskningen har på deltakerne; de har et ansvar overfor deltakerne om å handle på en slik måte at deres verdighet som

mennesker blir bevart» (Cohen et al., 2018, s. 112). De mest relevante etiske betraktningene i denne studien vurderer jeg til å være informert samtykke, unngå skader i feltarbeid og konfidensialitet i rapportering.

3.6.1 Informert samtykke

Cohen et al. (2018) skriver at informert samtykke angår elevenes autonomi og stammer fra deltakernes rett til frihet og selvbestemmelse. Det å fritt kunne bestemme å delta i forskningsprosjektet må sees i sammenheng med hvilke begrensninger, samt både positive og negative konsekvenser, det vil kunne få å delta. Angående denne oppgaven er dette et viktig punkt ettersom det er mine egne elever som er deltakere i studien. For at elevenes selvbestemmelse skal bli ivaretatt gjennom prosjektet, var det derfor nødvendig å være eksplisitt på punktene rundt mulige konsekvenser for elevene, og forsikre elevene i så stor grad som mulig om at deltakelse var frivillig og verken ville få positive eller negative konsekvenser for vurderingen i faget. Dette ble gjort gjennom muntlig formidling og skriftlig beskjed i form av et samtykkeskjema som kan finnes i vedlegg C. Her ble det presisert at elevenes deltakelse ikke vil ha konsekvenser for vurderingen i matematikk R1 eller andre aspekter ved deres skolehverdag. I den muntlige formidlingen forklarte jeg med fysiske bevegelser mens jeg sa at «jeg vanligvis har på meg lærerhatten, men i dag tar jeg av meg denne og tar på meg masterstudenthatten». Ved å gjøre de fysiske bevegelsene for dette ønsket jeg å formidle informasjonen på flere måter for å sikre at den ble oppfattet, ikke bare gjennom eksplisitte ord.

3.6.2 Unngå skader i feltarbeid

Det ble i forkant av datainnsamlingen vurdert hvilke mulige skader som kunne oppstå i feltarbeidet. De mest relevante faktorene som ble trukket fram var potensiell koronasmitte, påvirkning av prestasjon i faget og unødvendig stress. Datainnsamlingen foregikk i en periode der koronasmitten var svært høy. For å ta hensyn til elevens helse og deres faglige utbytte, ble det bestemt å samle inn data i egen klasse. Dermed ville jeg som forsker ikke være en potensiell smittebærer mellom andre klasser og skoler, og elevenes helse ble i større grad ivaretatt. Det ble dermed vurdert at elevene ikke sto i større risiko for koronasmitte på grunn av feltarbeidet enn den risikoen de ville hatt for smitte uten deltakelse i arbeidet.

Det ble også vurdert om feltarbeidet kunne slå negativt ut på elevers prestasjon i faget. Som tidligere nevnt, ville dette ikke ha en påvirkning på vurderingen av elevene, men det ville likevel kunne ha en påvirkning på deres kompetanse ettersom man kan tenke seg at de mistet verdifull matematikkundervisning. Ettersom oppgavesettene og opplegget som helhet baserer seg på matematikk, sannsynlighet og kritisk tenkning, er det faglig belegg for å benytte seg av lignende opplegg som en del av undervisningen. Ettersom man kan begrunne feltarbeidet med bakgrunn i LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020), ble ikke datainnsamlingen vurdert til å ha en stor negativ påvirkning på elevenes faglige utbytte.

I forkant ble det altså tatt hensyn til at feltarbeidet kunne føre til unødvendig opplevelse av stress for elevene. En opplevelse av stress for elevene kan være en konsekvens av at elevene tror de er i en vurderingssituasjon eller at de mister annen verdifull undervisning. Disse faktorene er individuelt tatt hensyn til, noe som gjør at risikoen for unødvendig stress reduseres. Datainnsamlingen kan også ha bidratt til å redusere slik stressfølelse ved å gi mer fleksibel tid til elevene. Mens enkelte av elevene deltok i intervju, kunne resten av elevene bruke tiden til skolearbeid de selv ønsket å prioritere.

3.6.3 Konfidensialitet i rapportering

En tredje faktor som ble tatt hensyn til med tanke på etiske betraktninger, var konfidensialiteten i rapporteringen av resultater. Elevene kunne basert på informert samtykke, være trygge på at informasjon som kunne identifisere dem, ville bli håndtert på forsvarlig vis og anonymisert i slutt rapporten av denne oppgaven. For å gjøre dette, ble lydopptak lagret på en stasjon eid av NTNU, før de ble slettet etter transkriberingen. Elevene ble gitt et tall eller et nytt navn, og alle navn i denne rapporten er oppfunnet slik at de ikke kan spores tilbake. Informasjon om elevers måloppnåelse ble også inkludert i denne oppgaven, for å gi en dypere innsikt i elevenes matematiske kompetanse. Detaljerte beskrivelser av elevenes tidligere vurderinger ble likevel ikke tatt med, for å unngå identifisering. Generelle beskrivelser og hovedlinjer ble vurdert til å kunne aksepteres å inkluderes i oppgaven, ettersom det ikke skal være mulig å identifisere enkeltelever med bakgrunn i denne informasjonen. Noen elever i klassen har ulik alder, noe som kan være relevant å ta hensyn til i

analysen av resultatene. Selv om denne informasjonen ville vært relevant å inkludere i denne oppgaven, ville en slik informasjon kunne identifisere enkeltelever i klassen ettersom de aller fleste er på samme alder. Dette vil potensielt kunne være en svakhet for begrunnelsen av resultatene, men konfidensialiteten for elevene ble vurdert som viktigere.

Kapittel 4

Matematisk analyse av påstandene

I dette kapitlet vil jeg blant annet gjøre rede for de forventede bakgrunnskunnskapene til elevene. I tillegg vil jeg identifisere de mest relevante delene av kunnskap som blir anvendt i oppgavene og gi en oversikt over den matematiske konteksten og kunnskapen som elevene er antatt å ha på området. Videre vil jeg presentere noen eksempelløsninger som er forventet at elevene vil kunne besvare oppgavene med. Med dette mener jeg hva som er mulige sterke besvarelser gitt rammene av elevenes kunnskap og egenskaper, basert på deres alder, tidligere utdanning og andre relevante betingelser. Oppgavene kan selvsagt besvares på mange ulike nivåer, og flere dimensjoner og sammenhenger vil kunne være naturlig å inkludere. Likevel vil jeg begrense eksempelløsningene til å være tilpasset hva jeg antar at elevene har mulighet til å svare. Hvert oppgavesett besto av fem deloppgaver, men hovedfokuset var på de to første deloppgavene som inneholdt hver sin påstand elevene måtte ta stilling til. De resterende tre deloppgavene var konstruert for potensielt å avdekke annen relevant informasjon og refleksjon hos elevene enn det som ble vist i arbeidet med de første to deloppgavene. Derfor vil jeg i dette delkapitlet hovedsakelig fokusere på de presenterte påstandene.

4.1 Matematisk kontekst

Oppgavesettene kan løses på ulike nivå, men det vil likevel være nødvendig med en viss grunnleggende matematisk kompetanse og forståelse for å få med de viktigste poengene i en besvarelse. Dette vil være å trekke ut relevant informasjon fra tekstbeskrivelser, identifisere hva oppgitte tallverdier representerer og plassere de i riktig sammenheng med den andre oppgitte informasjonen. Mer spesifikt vil det være en fordel i oppgavene å ha en viss forståelse av mengder, delmeng-

der, prosent, sannsynlighet for en hendelse og betinget sannsynlighet. Videre vil jeg gå mer inn på hvilken bakgrunnskunnskap som er naturlig å forvente fra elevene, før jeg vil presentere noen eksempelløsninger på oppgavene.

4.2 Elevenes forventede bakgrunnskunnskap

Kunnskapen elevene har rundt sannsynlighet vil være relevant å kjenne til, men dette har ikke vært et tema som klassen har jobbet med dette skoleåret. Med andre ord er elevenes kompetanse innen sannsynlighet usikker, men man kan ta utgangspunkt i kompetansemålene de har vært gjennom i grunnskolen og matematikk 1T, som er obligatorisk for å ta matematikk R1.

Kompetansemålene for matematikk 1T nevner ikke sannsynlighet og beslektede temaer eksplisitt. Det betyr likevel ikke at elevene ikke har vært innoom temaet, men man kan anta at det ikke har blitt benyttet veldig mye tid og energi på dette. Det står likevel at «eleven skal kunne lese, hente ut og vurdere matematikk i relevante tekstar om ulike tema og presentere relevante berekninger og analysar av resultatata » (Kunnskapsdepartementet, 2019b), som vil være en nytte egenskap imøte med tekstbaserte oppgaver. I den nye læreplanen, LK20, må man tilbake til kompetansemålene for 9. klasse for å finne eksplisitte ord tilknyttet sannsynlighet. Her står det nevnt at eleven skal kunne «tolke og kritisk vurdere statistiske framstillinger fra mediene og lokalsamfunnet», «utforske og argumentere for hvordan framstillinger av tall og data kan brukes for å fremme ulike synspunkter», samt å kunne «beregne og vurdere sannsynlighet i statistikk og spill» (Kunnskapsdepartementet, 2019a). Samtidig vil ikke denne læreplanen ha vært gjeldende for elevene som nå har R1, ettersom den ble innført fra august 2020. Ved å undersøke den gamle læreplanen, LK06, som var gjeldende for de aktuelle R1-elevene under hele dere skolegang i ungdomsskolen, kan man finne flere relevante kompetansemål som kan være med å belyse de nåværende R1-elevenes kompetanse på sannsynlighet. Kunnskapsdepartementet (2013) skriver i LK06 at det er det et mål for opplæringen at eleven skal kunne «gjennomføre undersøkingar og bruke databasar til å søkje etter og analysere statistiske data og vise kjeldekritikk», «ordne og gruppere data, finne og drøfte median, typetal, gjennomsnitt og variasjonsbreidd, presentere data, med og utan digitale verktøy, og drøfte ulike dataframstillingar og kva inntrykk dei kan gje », «finne og diskutere sannsyn gjennom eksperimen-

tering, simulering og berekning i daglegdagse samanhengar og spel», samt å «beskrive utfallsrom og uttrykkje sannsyn som brøk, prosent og desimaltal» (Kunnskapsdepartementet, 2013). Gjennom intervjuene med elevene nevnte flere at de ikke hadde hatt om sannsynlighet siden ungdomsskolen, men at de hadde hatt litt om prosent i matematikk 1T. Dette synes å bekrefte det læreplanene viser, men det er mer usikkert hvilken grad av kompetanse elevene viste på det tidspunktet, samt hvor mye av kompetansen de nå innehar. Likevel vil kompetansemålene være med å belyse dette som vil være et nyttig perspektiv i analysen av elevsvarene.

4.3 Eksempelbesvarelse på elevers nivå

Jeg vil her presentere en eksempelbesvarelse som er et forslag til hva en god besvarelse kunne inneholdt. Etersom oppgavesett A og B er tilnærmet identiske, vil jeg her kun presentere et eksempelsett for oppgavesett A. Dette ble gjort fordi eksempelsvarene for oppgavesett A i svært stor grad kan bli anvendt på oppgavesett B. I enkelte deloppgaver vil jeg beskrive alternative løsningsmetoder, mens det i andre vil være en helhetlig besvarelse.

I møte med den første deloppgaven måtte elevene ta stilling til påstand 1: *Hvis du får positivt svar er du antakelig syk.* Det matematisk korrekte svaret her vil være å si at man er uenig, noe som vil underbygges av den kommende gjennomgangen av påstand 2. Likevel er formuleringen her med vilje konstruert for å virke hverdagslig. Det kan være belegg for å si seg enig her ettersom påstanden ikke er entydig, og den subjektive oppfattelsen kan spille inn. Derfor vil jeg ikke her presentere noen tydelige eksempelsvar med tanke på påstand 1, ettersom det her ikke var forventet noe annet svar enn avkrysning av enten *enig* eller *uenig*.

Når elevene derimot kom til den andre deloppgaven, ble de spurt om å ta stilling til påstand 2: *Hvis du får positivt svar på testen er det større sannsynlighet for at du er syk enn frisk.* I tillegg ble det i oppgaven presisert følgende: *Basert på matematiske beregninger, er du enig eller uenig i påstand 2? Skriv ned eventuelle beregninger og begrunnelser under. Kryss deretter av om du er enig eller uenig med påstanden.* Formuleringen av påstand 2 er i større grad matematisk entydig enn den

i påstand 1. Her må eleven vurdere sannsynligheten mellom ulike utfall opp mot hverandre. I tillegg bli elevene eksplisitt oppfordret til å skrive ned eventuelle beregninger og begrunnelser. Videre vil jeg presentere noen eksempelløsninger på oppgaven som var forventet at elever kunne svare. De presenterte eksemplene her vil kunne defineres som fullverdige svar på oppgaven og bli kategorisert som probabilistisk resonnering på nivå 3 eller 4.

4.3.1 Eksempel 1

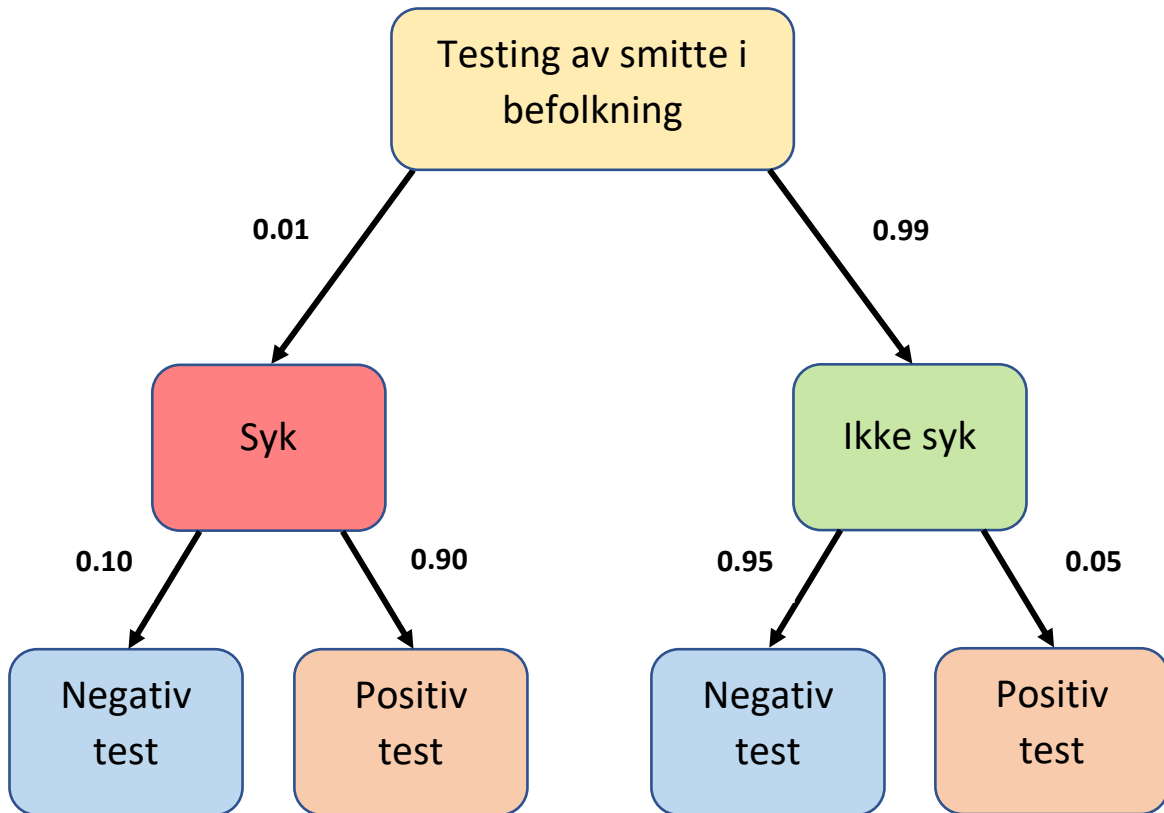
Fordi det er 1 % syke vil og syke har 90 % sannsynlighet for positiv testresultat vil 90 % av 1 % være syk og få positivt testresultat. 5 % av de friske vil få positivt testresultat, altså 5 % av de 99 %. Fordi 90 % av 1 % er mindre enn 5 % av 99 %, så er der mer sannsynlig at man er frisk selv om man får positivt testresultat. Altså bør man være uenig med påstand 2.

Hvis besvarelsen av en elev er tilsvarende beskrivelsen ovenfor, ville det være en tilfredsstillende resonnering for å komme fram til at man bør være uenig med påstand 2. Det er likevel ikke helt klart utfra bare denne besvarelsen om eleven har benyttet probabilistisk resonnering på nivå 3 eller nivå 4 ettersom det er utfordrende å avdekke hvilken grad av forståelse eleven har for problemet.

4.3.2 Eksempel 2

Det er oppgitt at 1 % av befolkningen er syke, noe som kan illustreres ved hjelp av et 10x10 rutenett der en av rutene fargelegges. Et slikt rutenett kan observeres i figur 4.1 og kan benyttes for å finne forventet andel som både er syke og tester positivt. Denne andelen kan så sammenlignes med forventet andel som er frisk og tester positivt. For den ene syke prosent vil det være 90 % sannsynlighet for positiv test. Andelen som er syke og tester positivt kan altså beskrives som $0.9 \cdot 0.01 = 0.009 = 0.9\%$.

Andelen friske som tester positivt må da være 5 % av de 99 % som ikke er syke, som kan skrives som $0.05 \cdot 0.99 = 0.0495 = 4.95\%$. Andelen som tester positivt totalt i befolkningen må være andelen syke som tester positivt pluss andelen friske som tester positivt: $0.009 + 0.0495 = 0.0585$. Hvis det stemmer at det er større sannsynlighet for at du er syk enn frisk etter at du tester positivt,



Figur 4.2: Et eksempel på valgtre som kan illustrere hvor stor andel av befolkningen som oppfyller ulike testresultat.

positivt eller negativt. Det er oppgitt at for syke er det 90 % sannsynlighet for positivt testresultat, noe som impliserer at det er 10 % sannsynlighet for negativt testresultat. På samme måte gjelder dette for de ikke-syke, som har oppgitt at 5 % vil få positivt testresultat. Ut fra dette kan man konkludere med at 95 % av de ikke-syke vil få negativ test. Valgtreet kan så benyttes for å finne andelen av en gruppe med ønskede variabler. Andelen syke med positiv test kan vi beregne ved å multiplisere andelen som hver gren representerer for denne gruppen, altså $0.01 \cdot 0.90 = 0.009$. Dette kan sammenlignes med andelen ikke-syke som får positiv test, som utfra grenene man kan se fra figur 4.2 gir oss $0.99 \cdot 0.05 = 0.0495$. Fordi $0.0495 > 0.009$ er det altså en større andel som er friske med positiv test enn syke med positiv test. Altså bør man være uenig med påstand 2.

Dersom elevens besvarelse tilsvarende beskrivelsen for eksempel 3, vil det også her være en viss usikkerhet om eleven resonnerer på nivå 3 eller 4 for probabilistisk resonnering. Besvarelsen her

vil kunne ha flere likhetstrekk med eksempel 2, ved at eleven kobler flere elementer fra oppgaven med hverandre. Dessuten forklarer eleven også her gjennom tekst, tall og figurer, som kan peke mot at den benytter probabilistisk resonnering på nivå 4.

4.4 Eksempelbesvarelser på høyere nivå

Det finnes også flere andre måter å tilnærme seg oppgavene på. Jeg vil her presentere en av disse som antakelig vil være på et nivå som er høyere enn hva man kan forvente av elevene i en R1-klasse. Det er likevel mulig at det kan forekomme, og det er uansett nyttig å være bevisst på denne måten å resonnerer på:

Definerer hendelsene:

S = Personen er syk.

T = Testen er positiv.

S' og T' er komplementene til S og T.

Videre har vi oppgitt følgende:

- $P(S) = 0.01$
- $P(T|S) = 0.9$
- $P(T|S') = 0.05$

Opgaven ber oss ta stilling til påstand 2 som gitt disse forutsetningene kan formuleres slik: Er $P(S|T) > P(S'|T)$?. Med andre ord ønsker vi å finne ut om $P(S|T) > 0.5$. Hva er så $P(S|T)$?

$$\begin{aligned}
P(S|T) &= \frac{S \cap T}{P(T)} \\
&= \frac{P(T|S) \cdot P(S)}{P(T)} \\
&= \frac{P(T|S) \cdot P(S)}{P(T|S) \cdot P(S) + P(T|S') \cdot P(S')} \\
&= \frac{P(T|S) \cdot P(S)}{P(T|S) \cdot P(S) + P(T|S') \cdot (1 - P(S))} \\
&= \frac{0.9 \cdot 0.01}{0.9 \cdot 0.01 + 0.05 \cdot (1 - 0.01)} \\
&= \frac{0.009}{0.009 + 0.0495} \\
&= \frac{2}{13} \approx 0.15 \neq 0.5
\end{aligned}$$

Ettersom $P(S|T) \approx 0.15$, impliserer dette at $P(S'|T) \approx 1 - 0.15 = 0.85$. Basert på dette kan vi nå gitt et svar på spørsmålet: Er $P(S|T) > P(S'|T)$. Ettersom $P(S|T) \approx 0.15 < 0.85 \approx P(S'|T)$ kan vi konkludere med at gitt testen er positiv, så vil det ikke være større sannsynlighet for at personen er syk enn frisk. Dette tilsier at vi bør være uenig med påstanden *Hvis du får positivt svar på testen er det større sannsynlighet for at du er syk en frisk.*

Kapittel 5

Analyse

Etter at datamateriale var samlet inn, ble dette analysert i lys av de presenterte rammeverkene. Både skriftlige besvarelser og transkribering av intervju ble studert for å identifisere eksempler på faser fra den spørrende syklusen i elevenes resonnering, og hvilken grad av probabilistisk resonnering elevene benyttet. Jeg vil i dette kapitlet presentere alle relevante resultater og gi en oversikt over alle elevenes svar på påstandene i oppgavesettene. Deretter vil jeg sette et spesielt fokus på arbeidet til tre av elevene, som her vil kalles for Harry, Ronny og Hermine. Bakgrunnen og rammene for disse tre elevene vil bli presentert, før jeg vil trekke fram eksempler på ulike nivåer av probabilistisk resonnering som forekom i deres besvarelser. Deretter vil jeg beskrive eksempler på faser fra den spørrende syklusen som ble identifisert i elevsvarene, hovedsakelig basert på disse tre elevene. I tillegg vil det trekkes ut elementer fra besvarelsene til to andre elever, som vil gå under navnene Jakob og Lilly.

5.1 Klassens besvarelser

Som nevnt i kapittel 3 ble klassen delt i to grupper A og B, der gruppe A gjennomførte oppgavesett A først og gruppe B startet med oppgavesett B. Hvordan elevene fra gruppe A stilte seg til påstandene kan observeres i figur 5.1, mens i figur 5.2 kan man studere svarene fra elevene i gruppe B. Ettersom det er vanskelig basert på resultatene i disse tabellene å si noe om elevenes nivå for probabilistisk resonnering og identifisere eksempler på faser fra den spørrende syklusen, vil ikke disse resultatene bli vektlagt i stor del. Likevel vil de være med på å gi en oversikt over responsene fra klassen som helhet, som kan være nyttig å være klar over før enkeltbesvarelser blir satt i fokus. Fra figur 5.1 kan man observere at en klar majoritet av elevene i gruppe A sa seg enig med påstan-

		Oppgavesett A	Oppgavesett B
Elev:	Påstand	Svar	Svar
Elev 1	Påstand 1	Enig	Uenig
	Påstand 2	Enig	Uenig
Lilly	Påstand 1	Enig	Uenig
	Påstand 2	Enig	Uenig
Ronny	Påstand 1	Uenig	Uenig
	Påstand 2	Enig	Uenig
Elev 4	Påstand 1	Enig	Uenig
	Påstand 2	Enig	Uenig
Elev 5	Påstand 1	Uenig	Uenig
	Påstand 2	Uenig	Uenig

Figur 5.1: Oversikt over svar på påstandene for elevene som først gjennomførte oppgavesett A og etterpå gjorde oppgavesett B.

dene til oppgavesett A. Likevel svarte samtlige av elevene i denne gruppen at de var uenige med alle påstandene i oppgavesett B. Dette skiller seg veldig ut fra det man kan observere fra gruppe B i figur 5.2. Her virker det som en mer jevn fordeling mellom å svare enig og uenig, selv om majoriteten av elevene konkluderte med å være enig. Det kan og i figur 5.2 se ut som at de fleste elevene svarte det samme i det andre oppgavesettet som i det første. Dette skiller seg ut fra elevene i gruppe A hvor alle elevene landet på uenig i sin besvarelse av påstandene i oppgavesett B. Siden det er snakk om en gruppe på 11 elever er det vanskelig å gjøre tungtveiende konklusjoner basert på dette, men det er likevel interessante funn som vil kommenteres mer i kapittel 6.

		Oppgavesett B	Oppgavesett A
Elev:	Påstand	Svar	Svar
Harry	Påstand 1	Enig	Enig
	Påstand 2	Enig	Uenig
Elev 7	Påstand 1	Enig	Enig
	Påstand 2	Enig	Enig
Jakob	Påstand 1	Enig	Enig
	Påstand 2	Enig	Enig
Hermine	Påstand 1	Uenig	Enig
	Påstand 2	Uenig	Uenig
Elev 10	Påstand 1	Uenig	Uenig
	Påstand 2	Uenig	Uenig
Elev 11	Påstand 1	Enig	Enig
	Påstand 2	Enig	Enig

Figur 5.2: Oversikt over svar på påstandene for elevene som først gjennomførte oppgavesett B og etterpå gjorde oppgavesett A.

5.2 Beskrivelse av tre hovedelever

I analysen valgte jeg ut tre elever hvor deres besvarelser står for hoveddelen av analysen. Disse tre elevene ble valgt ut på grunn av flere ulike punkt. For det første deltok alle tre elevene på post-test-intervjuet, og det var i løpet av dette intervjuet at det ble lagt best til rette for å gå i dybden av elevenes resonnering. Dessuten utfylte disse tre elevene hverandre med tanke på de ulike nivåene for resonnering, samt med tanke på identifiserte eksempler på de ulike fasene i den spørrende syklusen. I tillegg ble det med dette en viss kjønnsbalanse, samt også en bredde i elevenes matematiske kompetanse. De tre elevene svarte også forskjellig med tanke på de presenterte påstandene i oppgavesettene. Harry deltok på pre-test-intervjuet og fikk dermed også presentert en eksempelløsning på oppgavesett B, mens Ronny og Hermine gjennomførte begge oppgavesettene skriftlig. Videre vil jeg greie litt mer ut om hver av disse tre elevene, før jeg deretter vil presentere eksempler på de ulike nivåene for probabilistisk resonnering og eksempler på faser fra den spørrende syklusen funnet i deres besvarelser.

5.2.1 Harry

Harry startet med å gjennomføre oppgavesett B muntlig, hvor han også ble eksponert for en eksempelløsning for påstand 2. I sitt individuelle arbeid med oppgavesettet hadde Harry selv tegnet opp et 10x10 rutenett. Han fikk presentert hint 1, hvor det ble påpekt at antall sjokolader som inneholder gullbilletter er veldig relevant. Deretter ble hint 2 benyttet, hvor det ble påpekt hvilken del av resonneringen til nå som hadde vært riktig benyttet. Ettersom Harry selv hadde kommet fram til å tegne opp et rutenett, ble ikke hint 3 benyttet siden det handler om nettopp dette. En oversikt over hintene gitt i pre-test-intervjuet kan finnes i intervju-guiden i vedlegg D. Harry kom så fram til en løsning basert på egen resonnering, og jeg som intervjuer stilte kun spørsmål til hvordan han resonnererte eller repeterte informasjon som allerede var blitt gitt. Etter pre-test-intervjuet gjorde Harry så oppgavesett A skriftlig, og i etterkant av dette deltok Harry også på et post-test-intervju. Videre vil jeg trekke fram noen av svarene til Harry og gjøre en analyse av disse i lys av det teoretiske rammeverket.

5.2.2 Hermine

Hermine besvarte først oppgavesett B om gullbilletter og deretter oppgavesett A om virus. På oppgave B svarte hun uenig på både påstand 1 og 2, mens hun på oppgavesett A svarte at hun var enig i påstand 1 og uenig i påstand 2. Hun var også en av de fem elevene som deltok på post-test-intervju.

5.2.3 Ronny

Ronny besvarte først oppgavesett A om virustesting og deretter oppgavesett B om gullbilletter. I oppgavesett A sa han seg uenig med påstand 1 og enig med påstand 2. Han kommenterte senere i den skriftlige besvarelsen at han trodde han hadde svart feil på påstand 1, men siden han hadde levert dette svaret kunne han ikke dobbeltsjekke dette. Når Ronny så besvarte oppgavesett B, sa han seg uenig både med påstand 1 og påstand 2, som kan sees i henholdsvis figur 5.3 og figur 5.4.

5.3 Eleveksempler på ulike nivå av probabilistisk resonnering

5.3.1 Eksempler på elevers probabilistiske resonnering på nivå 1

Nivå 1 - Eksempel 1

I Hermine sin skriftlige besvarelse på oppgavesett A har hun valgt å si seg enig med påstand 1. Når hennes besvarelse av påstand 1 kom opp under post-test-intervjuet, fortalte Hermine at «Jeg tror jeg bare leste over litt kjapt, og fant ut at det kan godt være». Med grunnlag i dette er det ikke helt klart hvilken begrunnelse Hermine har benyttet. Det er mulig at hun ikke har noen begrunnelse ettersom hun sier at «det kan godt være», noe som kan bli underbygget av at hun «leste over litt kjapt». Men ettersom Hermine beskriver at hun «fant ut» noe, kan det tyde på at hun har gjort noen grad av resonnering. Likevel er det ikke noe hun sier eksplisitt som kan peke mot at hun benytter kvantitative vurderinger i sin resonnering. Frasen «og fant ut at det kan godt være» kan heller peke mot at hun her har resonnert subjektivt, uten å ha innhentet eller fokusert på den relevante informasjonen oppgitt, eller å ha identifisert sammenhenger mellom ulike dimensjoner. Så om Hermine enten har resonnert subjektivt eller ikke i det hele tatt, så vil dette peke mot at hun her har benyttet nivå 1 av probabilistisk resonnering.

Nivå 1 - Eksempel 2

Jakob arbeidet skriftlig med både oppgavesett A og B og deltok i etterkant på post-test-intervjuet. De skriftlige besvarelsene til Jakob skilte seg ut fra de andre elevene ved at han krysset av enig på alle påstander, i tillegg til at de fleste av de åpne oppgavene var ubesvart. Det eneste unntaket til dette var den fjerde oppgaven i hvert oppgavesett, hvor han bekreftet at han svarte det samme for begge påstander.

Under post-test-intervjuet startet Jakob helt uoppfordret med å si at «Jeg syns spørsmålene var litt rart skrevet og at jeg gjettet litt». Når Jakob så ble spurt videre om hva han syntes om oppgaven, fortalte han at «Altså, hvis metalldetektoren reagerer så er det vel sikkert en billett inni da», hvor han så begrunnet det med å si «Fordi det er 95 % sannsynlighet for at det er det». Når Jakob her forteller at han «gjettet litt», virker det til å være en indikator på at han ikke baserte svaret sitt på kvantitative vurderinger. Derimot kan dette heller være en peker mot at han har resonnert subjektivt eller rett og slett ikke hadde noen begrunnelse. Dette kan så underbygges av at han benyttet formuleringen «så er det vel sikkert en billett inni da», som virker som en subjektiv antakelse han kan ha gjort seg. Selv om han benytter ordet «sikkert», så gir likevel helheten inntrykk av at det ikke er helt sikkert. Jakob argumenterer videre for at «det er 95 % sannsynlighet» for at det er en billett inni sjokoladen når metalldetektoren piper. Denne formuleringen peker på at Jakob har misforstått hva denne prosentten skulle tilsi, og kan også peke mot at han resonnerer subjektivt. Han baserer seg ikke på noen av egenskapene ved 95 %, f.eks at det er et høyere siffer enn andre oppgitte tall. Basert på alt dette tyder det på at Jakob her har resonnert subjektivt og benyttet nivå 1 av probabilistisk resonnering.

5.3.2 Eksempler på elevers probabilistiske resonnering på nivå 2a

Nivå 2a - Eksempel 1

Harry ble på et punkt under pre-test-intervjuet utfordret på å gi sin umiddelbare reaksjon på påstand 1 for oppgavesett B, hvor han svarte at «Det første jeg tenker er at det er 95% sannsynlighet for at det er en gullbillett inni sjokoladen hvis detektoren sier at det er det. Det er jo nesten 100 %». Resonneringen til Harry virker her til å basere seg på tallenes størrelse, ettersom han begrunner

det med at 95% nesten er 100 %. Dette kan være et eksempel på en kvantitativ vurdering, selv om det ikke vil være en valid vurdering. Han tar her ikke hensyn til antall gullbilletter og heller ikke sannsynligheten for å få en falsk positiv. Når Harry videre fortalte at «det er 95% sannsynlighet for at det er en gullbillett inni sjokoladen hvis detektoren sier at det er det», så tyder det på at han har misoppfattet hva de 95 % egentlig betyr i denne sammenhengen. Dette kan peke mot subjektiv resonnering og nivå 1, men ettersom det også kan finnes spor av invalid kvantitativ resonnering, vil det peke mot at Harry benyttet nivå 2a av statistisk resonnering.

Nivå 2a - Eksempel 2

Lilly gjennomførte oppgavesett A muntlig under pre-test-intervjuet og gjorde deretter oppgavesett B skriftlig. I etterkant var Lilly en av de fem elevene som deltok i post-test-intervjuet. I arbeidet med oppgavesett A sa Lilly seg enig med begge påstandene, mens da hun gjennomførte oppgavesett B skriftlig, svarte hun uenig på begge påstander.

Under pre-test-intervjuet sa Lilly at hun var enig i påstand 1 for oppgavesett A fordi «Det er bare at det er veldig stor sannsynlighet for det. Hvis du tester positivt, er det 90 % sannsynlighet for at du er syk og bare 5 % for at du er frisk». Basert på denne formulering kan det virke som at Lilly sammenligner de oppgitte prosentene som om de representerer de motsatte utfallene, og konkluderer med at 90 % er et større tall enn 5 %. Fordi hun baserer seg på tallenes størrelse og sammenligner disse peker dette mot at hun resonnerer kvantitativt, selv om resonneringen kvantitativt ikke er valid. Videre på påstand 2 svarte Lilly at hun er enig, og når hun fikk oppfølgings spørsmål om å forklare hvordan hun tenkte svarte Lilly: «Er ikke det veldig åpenbart? Det er jo samme som i sted. Det er størst sannsynlighet for det». Dette kan tyde på, som man også kan få inntrykk av fra forrige sitat fra Lilly, at hun ikke oppfatter hva prosentene representerer. Likevel ser det ikke ut som ren subjektiv resonnering ettersom beslutningen hun tar baserer seg på hvilket tall som er størst, noe som peker mot kvantitativ residentifiserer relevansen av antallet syke personer eller andre aktuelle dimensjoner. Med alt dette som grunnlag vil det peke mot at overfladisk invalid kvantitativ resonnering er til stede i besvarelsen til Lilly, noe som tyder på at hun her benytter nivå 2a for probabilistisk resonnering.

5.3.3 Eksempler på elevers probabilistiske resonnering på nivå 2b

Nivå 2b - Eksempel 1

I møte med påstand 2 på oppgavesett B under pre-test-intervjuet, ble Harry oppfordret til å gå mer inn i tallene og begrunne svaret sitt matematisk. Etter litt tenketid begynte han å dele tankene sine høyt: «Det er egentlig 5 % sannsynlighet for at det er en gullbillett som glipper. Som er inni plata, men som vi ikke finner. Men så er det 7% sannsynlighet for metalldetektoren tenker at det er det, når det ikke er en billett inni. Så det er egentlig mer sannsynlig det da. Det er sjeldent at den ikke piper.»

For å oppklare hva Harry mente med at det er sjeldent at den ikke piper, fortalte Harry han tenker at metalldetektoren oftere tar feil når det er ikke er en gullbillett inni. Videre bekrefter han at det er bare $100\% - 95\% = 5\%$ sannsynlighet for at metalldetektoren viser feil når det er en gullbillett inni, men det er 7 % for at det signaliseres feil hvis det ikke er en gullbillett inni. Her viser Harry at han kan finne og benytte prosenter som ikke eksplisitt er blitt gitt i oppgaveteksten, og han anerkjenner at det kan finnes falske positive utfall. Dette kan tyde på at det statistiske resonneringsnivå han her benytter er på nivå 2b.

Nivå 2b - Eksempel 2

Senere i pre-test-intervjuet ble Harry spurt om hvilken informasjon som var relevant for å svare på påstandene. Her fortalte Harry at det først og fremst var de 7 prosentene som var relevante og når han så får spørsmål om hvorfor akkurat disse 7 prosentene, svarte han «Nå vet vi at metalldetektoren har truffet på en sjokoladeplate. Så da er jo... Da trenger vi jo ikke den 2 prosenten noe mer. Den er mer hvis ikke vi har noen detektor og skal kjøpe alle platene. Hvis man kjøper 100 plater, så har 2 av de en gullbillett inni. Vi har ikke kjøpt alle platene, vi har bare skaffet oss en metalldetektor. Nå er det egentlig hvor sannsynlig for at den tuller». Her er det interessant å se på hvordan Harry formulerer seg angående de 2 prosentene. Det kan her virke som at Harry mener at de 2 prosentene er relevante, men bare før metalldetektoren har utført testen. Etter at en sjokolade har blitt pipet på er ikke denne informasjonen nødvendig lenger, ifølge Harry. Dette er med å underbygge konklusjonen om at Harry resonnerer på nivå 2b ettersom han anerkjenner at hyppigheten av gullbilletter

er en relevant faktor, men ikke synes å forstå eller koble i hvilke sammenhenger dette er relevant.

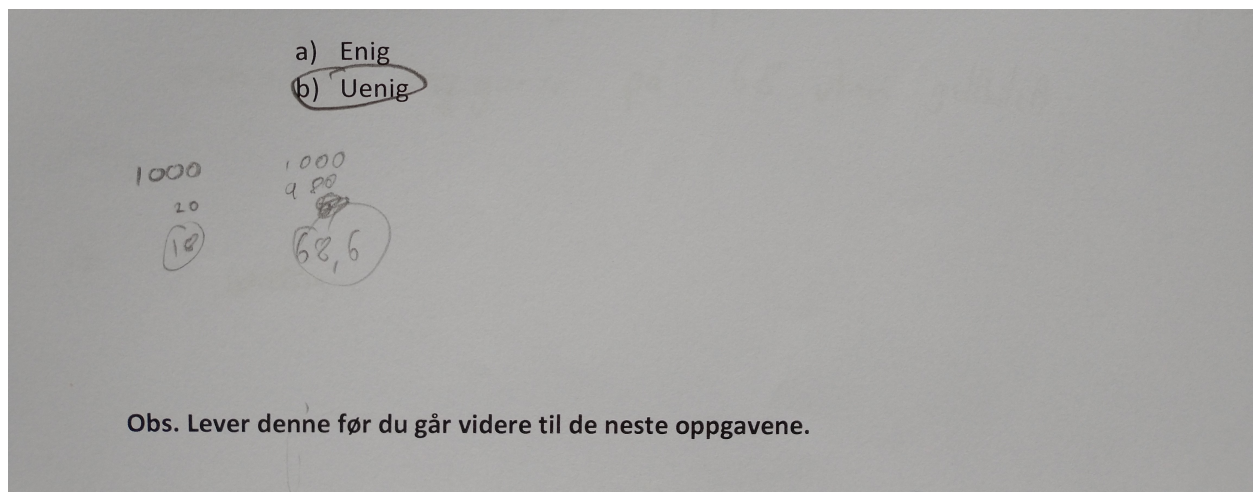
5.3.4 Eksempler på elevers probabilistiske resonnering på nivå 3

Nivå 3 - Eksempel 1

Etter å ha gjennomgått infoteksten til oppgavesett B i starten av pre-test-intervjuet, begynte Harry umiddelbart å dele noen av sine tanker før noen spørsmål var blitt stilt: «Bare vent litt, jeg må bare se. 2 %, 95 %... Hvis man gjør om alle prosentene til desimaltall. 2 % blir 0.02, blir det ikke det? Hvis vi ganger det med 0.95, så er det vel egentlig prosenten». Fra denne spontane reaksjonen kan det virke som at Harry var på rett spor med sin intuitive kvantitative vurdering. Han synes å ta hensyn til at antallet gullbilletter er relevant og benytter kvantitative begrunnelser i resonneringen sin. Hvis man tar konsekvensene av Harry sin resonnering her, så synes han altså å ønske å multiplisere 0.02 med 0.95. Svaret Harry da får vil representere hvor mange av sjokoladene med gullbillett som faktisk blir oppdaget av metalldetektoren, noe som kan kategoriseres som valid kvantitativ resonnering. Men akkurat hva Harry konkluderer med her er ikke like åpenbart, siden man utfra dette ikke kan si sikkert hva Harry mener med at «...så er det vel egentlig prosenten». Dette kan tyde på at Harry her benytter nivå 3 av statistisk resonnering siden han resonnerer basert på valide kvantitative vurderinger, men tilsynelatende uten å helt vite hvorfor eller hva han finner ut.

Nivå 3 - Eksempel 2

Figur 5.3 viser Ronnys besvarelse på påstand 1 i oppgavesett B. Her kan man observere at Ronny skrevet en del tall, men ellers er det veldig lite forklaring på hva som skjer og begrunnelser for svaret hans. Samtidig er heller ikke dette noe som blir forespurt i oppgaven. Selv om det ikke er noen eksplisitte forklaringer til tallene, kan det se ut som at Ronny har tatt utgangspunkt i en sjokoladebeholdning på 1000 sjokoladeplater. Tallet 20 vil dermed representere 2 % av sjokoladeplatene, og tallet 18 vil være 95 % av 20. Så venstre kolonne kan synes å virke som Ronny sin måte å få en oversikt over det totale antallet plater med gullbillett og antall plater med gullbillett som metalldetektoren reagerer på. På samme måte synes den høyre kolonnen å representere de sjokoladeplatene som ikke inneholder gullbillett. 980 kan Ronny ha funnet ved å trekke 20 fra 1000. Det er og mulig



Figur 5.3: Ronny sin besvarelse på påstand 1 i oppgavesett B.

at Ronny har konkludert med at siden 2 % inneholder gullbilletter, så må 98 % ikke inneholde det, som i en sjokoladebeholdning på 1000 plater vil tilsvare 980. Av disse 980 platene uten gullbillett er det 7 % som metalldetektoren likevel vil reagere på, noe som i dette eksempelet vil tilsvare omtrent 68,6 sjokoladeplater. Både 68,6 og 18 er blitt ringet rundt, noe som kan være et tegn på at dette er et slags sluttresultat. Dette kan peke mot at Ronny har vurdert størrelsen på disse tallene opp mot hverandre, og konkludert med å være uenig i påstand 1 ettersom metalldetektoren i hans eksempel vil reagere på flere sjokoladeplater uten gullbillett enn med.

Disse antakelsene om Ronny sin resonnering kan bli underbygget ved å se på han svar på påstand 2, som kan sees i figur 5.4. Her skriver han en setning som kan oppsummere utregningen på forrige oppgave og bekrefter hans resonnering om at metalldetektoren reagerer på 18 sjokoladeplater uten gullbillett og 68 plater uten billett.

Resonneringen til Ronny imøte med påstand 1 og 2 i oppgavesett B synes å være basert på valide kvantitative vurderinger. Han benytter utregninger i et egenkonstruert eksempel for å konkret vise hvordan hyppigheten av sjokolader med gullbilletter påvirker sannsynligheten for at metalldetektoren faktisk piper på en billett. Dette peker mot at Ronny her resonnerer minimum på nivå 3. Samtidig ordlegger han seg svært begrenset, så mye er opp til leseren å tolke. Det kan godt hende her at Ronny har en større forståelse om sammenhengene mellom de ulike dimensjonene som er aktuelle her, men dette er vanskelig å påvise utfra hans skriftlige besvarelser. I post-test-intervjuet

Oppgave B-2:

Ta stilling til følgende påstand:

Påstand 2: Hvis du kjøper en sjokoladeplate som metalledektoren mener inneholder en gullbillett, er det større sannsynlighet for at det finnes en gullbillett inne i sjokoladen enn at det ikke gjør det

Basert på matematiske beregninger, er du enig eller uenig i påstand 2?
Skriv ned eventuelle beregninger og begrunnelser under. Kryss deretter av om du er enig eller uenig med påstanden.

metalledektoren regner på 18 avde som har gullbillett.
mens den regner på 68 uten gullbillett.

~~Enig~~

Er du enig eller uenig i påstand 2?

a) Enig

b) Uenig

Figur 5.4: Ronny sin besvarelse på påstand 2 i oppgavesett B.

ble dette forsøkt å oppklare, og jeg vil under presentere et utdrag fra denne samtalen:

INTERVJUER: Vet du hva som gjorde at du tenkte annerledes?

RONNY: Nei, det var jo det at jeg fant ut at jeg hadde gjort en feil. Og da blir man jo litt mer obs på det.

INTERVJUER: Kom det bare ut av intet da du begynte på denne oppgaven her?

RONNY: Jeg synes det kom mye lettere på denne gullbillett oppgaven enn på viruset ja.

INTERVJUER: Hva tror du det kan komme av?

RONNY: Nå husker jeg ikke helt hvordan den var formulert.

INTERVJUER: Her kan du lese litt på oppgavene på nytt.

RONNY: [*Leser og tenker*]

RONNY: Jeg vet egentlig ikke helt hvordan det kom jeg.

Ronny fortalte altså at «Nei, det var jo det at jeg fant ut at jeg hadde gjort en feil. Og da blir man jo litt mer obs på det». På spørsmål om hvorfor han landet på dette hadde han ikke noe mer å si enn «Jeg synes det kom mye lettere på denne gullbillett oppgaven enn på viruset ja... Jeg vet egentlig ikke helt hvordan det kom jeg». Ettersom han fant ut at han hadde gjort feil, men har vanskelig å forklare akkurat hvorfor, så kan det støtte opp mot at han ikke har en full forståelse for problemet og for koblingene av de ulike sammenhengene. Selv om Ronny likevel kan ha en slik forståelse uten å ha gitt uttrykk for dette, vil jeg basert på hans skriftlige besvarelser og muntlige forklaringer konkludere med at han her benyttet nivå 3 for probabilistisk resonnering.

5.3.5 Eksempler på elevers probabilistiske resonnering på nivå 4

Nivå 4 - Eksempel 1

Når det gjelder påstand 2 i oppgavesett A har også Harry formulert et skriftlig svar, som kan sees i figur 5.5. Her har Harry tegnet opp et 10x10 rutenett og fargelagt en av disse rutene for å representere at 1 av 100 er syke. Deretter kan man observere at han har tilskrevet de oppgitte testparameterne til de ulike gruppene. Videre kan man se at Harry har kalkulert at 5 % av 90 personer tilsvarer 4.5 personer og at 90 % av 1 person tilsvarer 1 person. Derav konkluderer han med at det er flere friske

personer enn syke som får positiv test, og følger opp med å si seg uenig med påstand 2. D Her viser Harry etter mitt skjønne god forståelse for de ulike parameterne, blant annet gjennom bruk av rutenettet til å forklare sin resonnering. Sannsynlighetene blir tilskrevet rett gruppe, men det ser ut til at han av en eller annen grunn har tenkt at det er 90 friske personer. I realiteten er det i hans eksempel snakk om 99 friske personer, som han åpenbart har fått med seg siden han har fargelagt kun en rute i rutenettet. Dermed kan det antas at det er en skrivefeil heller enn en misforståelse av oppgaven. Ser man vekk fra akkurat dette, resonnerer altså Harry med valide kvantitative vurderinger og viser også en forståelse for hva svarene hans betyr. Alt i alt peker dette mot at han i denne oppgaven har benyttet nivå 4 av statistisk resonnering. Når dette er sagt, bør det likevel presiseres at Harry hadde deltatt på pre-test-intervjuet og gjennom dette fått presentert en eksempelløsning på oppgavesett B. Dette vil trolig ha hatt en påvirkning og være en mulig forklaring på at Harrys nivå for resonnering synes å ha økt, men likevel tilbakeviser det ikke funnet av nivå 4 i hans resonnering.

5.4 Eleveksempler på faser fra den spørrende syklusen

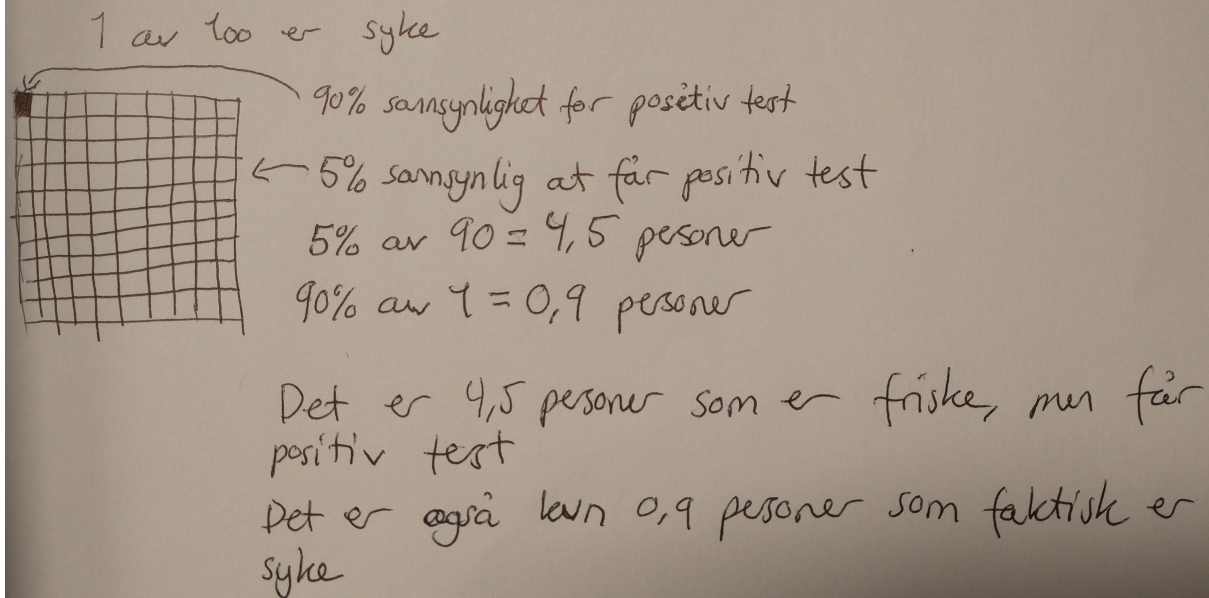
5.4.1 Eksempler på fase 1: Genereringsfasen

Generering - Eksempel 1

I etterkant av den muntlige gjennomføringen av oppgavesett B og den skriftlige besvarelsen av oppgavesett A deltok Harry på et post-test-intervju. Her ble Harry spurt om hvordan det var å gjøre oppgavesett A etter B hvor han forteller at «Først hadde jeg jo lyst å tenke akkurat som da jeg tenkte i starten, da du lurte meg. Eller da jeg tenkte feil. Men så visste jeg jo at det var en lureoppgave, så da måtte jeg vri om på tankene mange ganger for å finne en ny måte å regne ut på det». Harry forteller altså at han hadde en første tanke, som var lignende den han hadde i arbeidet med det førsteoppgavesettet. Men på grunn av erfaringer fra dette forteller Harry at han «måtte vri tankene mange ganger for å finne en ny måte». Det kan tyde på at han først fikk en ide om hvordan oppgaven kunne løses, altså den samme tanken som han fikk i oppgavesett B. Men her valgte han å ikke gi seg med den første ideen, men å komme med nye ideer til hvordan oppgaven kunne løses. Dette tyder på at genereringsfasen i den spørrende syklusen var til stede i Harry sin resonnering.

Påstand 2: Hvis du får positivt svar på testen er det større sannsynlighet for at du er syk enn frisk.

Basert på matematiske beregninger, er du enig eller uenig i påstand 2?
Skriv ned eventuelle beregninger og begrunnelser under. Kryss deretter av om du er enig eller uenig med påstanden.



Figur 5.5: Harry sin besvarelse på påstand 2 i oppgavesett A.

Generering - Eksempel 2

I post-test-intervjuet ble Hermine spurt om hennes arbeid med oppgavesett A som hun hadde gjennomgått etter å ha jobbet med oppgavesett B. Hermine hadde i oppgavesett A sagt seg enig med påstand 1 og uenig med påstand 2, og hun ble så spurt om å greie ut litt mer om det. Når temaet kommer inn på at hun svarte enig på påstand 1, sier Hermine at «Jeg tror jeg bare leste over litt kjapt, og fant ut at det kan godt være». Det at Hermine leste raskt over og «fant ut at det kan godt være» kan tyde på at hun har fått en ide om en mulig måte å angripe problemstillingen på, og så godtatt denne ideen uten å generere andre mulige ideer. Dette kan bli underbygget av at Hermine senere forteller at «I starten var det kanskje mest intuisjon på begge», hvor hun her sikter til begge oppgavesettens påstand 1. Det at Hermine forklarer at hun brukte intuisjon på begge kan være en peker mot at den første tanken hun fikk i hodet var det hun valgte å gå for. I påstand 1 på oppgavesett B svarte hun uenig og fikk så til en viss grad bekreftet sin intuisjon når hun regnet ut og begrunnet dette i påstand 2 i samme oppgavesett. Dette kan ha gitt Hermine en trygghet på sin intuisjon som kan ha påvirket henne til å holde på intuisjonen imøte med påstand 1 på oppgavesett A.

I arbeidet med oppgavesett A kan det foreløpig altså se ut som Hermine kun genererte en ide, basert på intuisjon. Likevel valgte hun å endre sitt svar i møte med påstand 2, som kan tyde på at hun i hvert fall må ha generert en ny ide. Om sin endring i besvarelse på påstand 2 fortalte Hermine at: «Ja, altså da jeg så litt nøyere på det så fant jeg ut at det ikke var enig som riktig». Det Hermine sier her kan tyde på at hun har gått videre til andre faser i den spørrende syklusen og kritisert sitt svar og etter bedømming av dette valgt å forkaste sitt tidligere svar. Selv om man basert på denne formulering kan argumentere for at Hermine valgte å forkaste sin første ide, er det likevel vanskelig basert på dette å vise at Hermine genererte nye ideer. Hermine blir videre spurt hva som gjorde at hun kom til denne konklusjonen hvor hun svarer at «Jeg prøvde å se det litt mer for meg og regne det ut bittelitt mer». I dette svaret er det heller ikke veldig tydelige tegn som peker mot at Hermine genererte andre ideer eller muligheter. Likevel kan formuleringen «se det litt mer for meg» være en måte å si at man tenker på andre muligheter. Dette kan i så fall være en peker mot at genereringsfasen ble aktiv igjen i Hermines resonnering. Samtidig ble Hermine etter dette konkret spurt om hun vurderte ulike ideer eller måter som kunne være aktuelle, men hvor hun her svarer «Vet ikke». Etter en omformulering av spørsmålet brukte Hermine lang tenketid og endte opp med

å ikke svare. Her er det altså vanskelig å trekke ut eksplisitte formuleringer som kan forsvare at genereringsfasen var til stede i Hermines resonnering. Likevel valgte hun å endre svar på påstand 2 som krever at hun i hvert fall har vurdert en annen ide enn hun opprinnelig hadde. Basert på dette er det rimelig å anta at genereringsfasen har vært til stede i resonneringen til Hermine.

5.4.2 Eksempler på fase 2: Søkingsfasen

Søking - Eksempel 1

Harry fortalte i post-test-intervjuet at han hadde en første ide til hvordan han skulle løse oppgavesett A, men at han så «vridde tankene for å finne en ny måte å regne på». Han bekreftet så at grunnen til at han ikke ga seg etter den første ideen var å hente inspirasjon og informasjon fra tidligere, og fulgte opp med å si: «Jeg prøvde å tenke tilbake hva du snakket om da vi var oppe der den første gangen». Harry sier her eksplisitt at han prøver å hente fram tidligere erfaringer som han tenker kan være nyttige for å løse problemene han står ovenfor. Dette kan beskrives som et internt søk, og dette tyder på at søkingsfasen er en del av resonneringen til Harry.

Søking - Eksempel 2

I post-test-intervjuet med Ronny ble det satt fokus på Ronny sitt arbeid med oppgavesett B. Ronny sa seg enig i at han tenkte litt annerledes på oppgavesett B enn på oppgavesett A, som han svarte på først. Da Ronny ble spurt om hva som gjorde at han tenkte annerledes, svarte han «Nei, det var jo det at jeg fant ut at jeg hadde gjort en feil. Og da blir man jo litt mer obs på det». Akkurat hvorfor har han ikke et svar på annet enn «Jeg syns det kom mye lettere på denne gullbillettoppgraden enn på viruset ja... Jeg vet egentlig ikke helt hvordan det kom jeg». Ronny ble så spurt om han hentet fram informasjon eller erfaringer i møte med oppgavesett B, men Ronny hadde ikke noe annet å si enn «Nei jeg dro jo inn litt matte på slutten da, men ikke på de første oppgavene for da tenkte jeg bare ganske, nei jeg tenkte ikke så mye».

Når Ronny her snakker om at han fant ut at han gjorde en feil, sikter han til oppgavesett A. Gjennom post-test-intervjuet med Ronny kom det fram at han i arbeid med oppgavesett B innså at han hadde gjort feil i oppgavesett A, men som man kan se fra hans utsagn klarer han ikke helt forklare hvorfor han innså dette. Det som derimot kan virke klarere er at i møte med oppgavesett B gikk han tilbake

til sine tidligere erfaringer med et lignende problem. Dette kan også beskrives som et internt søk. Resultatet fra det interne søket ser ut til å ha bidratt til at Ronny innså at hans forrige løsningsstrategi ikke var riktig. Samtidig sier Ronny på direkte spørsmål at han ikke hentet fram informasjon eller erfaringer imøte med oppgavesett B, og han innrømmer så at han «tenkte ikke så mye». På tross av at Ronny sier han ikke hentet fram informasjon eller erfaringer virker, det rimelig å anta at han faktisk gjorde det ettersom han påpeker at han benyttet det han hadde lært av sitt møte med oppgavesett A. Derfor ser det ut til at søkingsfasen var til stede i Ronny sin resonnering under arbeid med oppgavesett B.

5.4.3 Eksempler på fase 3: Tolkingsfasen

Tolking - Eksempel 1

Lilly gjennomførte oppgavesett A muntlig i pre-test-intervjuet, hvor hun også fikk presentert en eksempelløsning, og gjorde deretter oppgavesett B skriftlig. I etterkant ble hun i post-test-intervjuet spurt om hun kunne forklare hvorfor hun svarte uenig på påstandene i oppgavesett B, hvor hun svarte at «Det var jo det at jeg allerede hadde vært gjennom det en gang da. Det var vel en lik type oppgave, bare at det var forskjellige ord». Videre forteller Lilly at «jeg kjente jo igjen prinsippene som gjorde at jeg så sammenhenger». Det kan her se ut som at Lilly henter fram igjen erfaringer fra arbeidet med oppgavesett A, og identifiserer så at hun nå står ovenfor en lignende type oppgave. Det å koble slike erfaringer sammen med modeller og metoder er et av tegnene på tilstedeværelsen av tolkingsfasen. Videre sier Lilly eksplisitt at hun «kjente jo igjen prinsippene som gjorde at jeg så sammenhenger» og bekrefter her at hun trekker sammenhenger basert på kobling av ulike prinsipper hun kjenner igjen fra tidligere erfaringer. Tolkingsfasens tilstedeværelse i Lillys resonnering kan igjen underbygges når hun så sier at «Det var vel samme prosess som virusoppgaven, bare at det var andre tall.» som igjen forsterker poenget om at hun kobler prosessene hun erfarte i arbeidet med oppgavesett A sammen med utfordringene hun sto ovenfor i oppgavesett B. Hun får til slutt et direkte spørsmål om hun koblet tallene med informasjonen eller erfaringen hun hadde fra forrige oppgavesett å besvarer dette med «Ja, det var veldig riktig sagt». Selv om hun her får et direkte spørsmål som kan lede henne mot et spesifikt svare, så velger Lilly å si «Ja, det var veldig riktig sagt» som hun ikke hadde behovd å si dersom hun ikke faktisk tenkte det. Det at hun bruker denne

formuleringen underbygger at det er noe hun selv tenker og ikke ble ledet til å svare. Dette vil igjen peke mot at tolkingsfasen er til stede i resonneringen ettersom hun bekrefter at hun koblet tallene med informasjonen eller erfaringen hun hadde fra oppgavesett A. Totalt sett synes det altså her å være flere signaler på at tolkingsfasen var til stede i resonneringen til Lilly.

Tolking - Eksempel 2

Under post-test-intervjuet fikk Ronny spørsmål angående at han i arbeidet med sitt første oppgavesett, oppgavesett A, svarte henholdsvis uenig og enig på påstand 1 og 2. Dette ble koblet opp mot at han deretter i oppgavesett B svarte uenig på begge påstandene. Han ble spurt om grunnen til dette, noe han ikke hadde et tydelig svar på annet enn «Jeg dro jo inn litt matte på slutten da, men ikke på de første oppgavene for da tenkte jeg bare ganske, nei jeg tenkte ikke så mye.» og bekreftet så at han begynte å tenke mer på oppgavesett B. Ronny ble så spurt om han trodde det hadde noe å si om rekkefølgen på oppgavesettene hadde blitt byttet, hvor han så sier at «Jeg tror kanskje jeg hadde tatt det om jeg hadde fått den andre først ja, og så koblet det ja. Jeg koblet det i hvert fall lettere». Her sier Ronny at han «koblet det i hvert fall lettere», hvor han utfra rammene fra intervjuet sikter til påstandene i oppgavesett B. Kobling er et nøkkelord i beskrivelsen av tolkingsfasen, som kan være en peker mot at denne fasen var til stede i Ronny sin resonnering. Han forklarer deretter hva grunnen til at han koblet dette lettere var «Jeg tenkte sikkert litt mer da. Syns det ga mer. . . Nei, jeg vet egentlig. Kanskje litt lettere å se for seg». Her kan det se ut som at Ronny hadde tenkt å si at han syns det ga mer mening, som kan tyde på at han koblet informasjonen og erfaringer med sine ideer. Ettersom han avbrøt seg selv er det vanskelig å si dette sikkert, men det kan være rimelig å anta at han i det minste tenkte dette, noe som vil underbygge tilstedeværelsen til tolkningsfasen. Dessuten sier han at det var «kanskje litt lettere å se for seg» som igjen kan være et tegn på at han kobler sammenhenger mellom informasjonen og ideer. Selv om flere av disse pekerne har en viss usikkerhet, gjør det større antallet av dem det likevel rimelig å tenke at tolkingsfasen var til stede i Ronny sin resonnering.

5.4.4 Eksempler på fase 4: Kritiseringsfasen

Kritisering - Eksempel 1

På spørsmål om Harry gjorde noen tiltak for å sjekke at han hadde gjort riktig, som å stille spørsmål eller dobbeltsjekking fortalte Harry at «Altså jeg leste jo gjennom de påstandene om prosent flere ganger og sjekket at de stemte overens med dette her. Og det så jo ut som at det gjorde det». Dette tyder på at Harry stiller spørsmål ved sine konklusjoner og ser interne motsigelser med bakgrunn i begrensingene gitt av oppgaven, noe som peker mot at kritiseringsfasen er til stede. Selv om det ser ut som han kritiserte anvendelsen av rammebetingelsene, er det dog ikke like godt grunnlag for å si om han kritiserte metodene han selv benyttet. På tross av dette er det gode peker mot at kritiseringsfasen var til stede i resonneringen til Harry.

Kritisering - Eksempel 2

Hermine sa i oppgavesett A seg enig med påstand 1 og uenig med påstand 2. Forklaringen på at hun var enig med påstand 1 var følgende: «Jeg tror jeg bare leste over litt kjapt, og fant ut at det kan godt være». Hermine fortalte så videre at «Ja, så da så jeg litt vekk fra de 5 prosentene for positiv test når du var frisk». Det man kan trekke ut fra Hermine sine svar her er at hun ser ut til å ha lest raske over oppgaven og komme til en konklusjon uten å kritisere dette. I møte med påstand 2, fortalte Hermine at «Jeg tok inn 5 prosenten og fant ut at det var mye større sjanse for falsk positiv. For det var jo bare 1 % av befolkningen som faktisk hadde det», hvor hun her forklarer at hun tok hensyn til de falske positive i befolkningen. På spørsmål om hvordan hun endte opp med denne konklusjonen forklarte Hermine at «Det var kanskje at jeg tenkte litt mer over det, og så litt mer på det og fant ut at det faktisk bare var 1 % som hadde det. Og da hadde det vært litt rart hvis alle som testet seg da var smittet».

Hermine bekreftet deretter at hun stilte spørsmål til denne oppgitte informasjonen. Det at hun her stiller spørsmål til dette kan være en peker på at kritiseringsfasen er til stede. Dette kan underbygges med at hun «tenkte litt mer over det, og så litt mer på det og fant ut at det faktisk bare var 1 % som hadde det», som kan være et tegn på at hun kritiserte svaret hun hadde fått i møte med påstand 1. Det at Hermine beskriver at «Og da hadde det vært litt rart hvis alle som testet seg

da var smittet», kan være en naturlig reaksjon når man er skeptisk til et resultat og at hun her har oppdaget en motsigelse i resonnetet. Alt dette underbygger at kritiseringsfasen var til stede i resonneringen til Hermine.

5.4.5 Eksempler på fase 5: Bedømmingsfasen

Bedømming - Eksempel 1

Harry fortalte i post-test-intervjuet at han ikke husker hvilke andre fremgangsmåter han vurderte i arbeidet med oppgavesett A, men han fortalte at «Det var ingen andre jeg begynte å skrive ned på, dette var den første fremgangsmåten jeg skrev ned på papiret. Så det var nok noe muffens med de andre». Selv om Harry selv ikke husker de andre fremgangsmåtene, kommer det fram at han sannsynligvis hadde noen alternativer å velge mellom. På grunnlag av at «det var nok noe muffens» med de andre fremgangsmåtene kan det virke som at bedømmingsfasen har vært aktiv i å velge hva han skal forkaste. I tillegg beskrev han sin endelige fremgangsmåte slik: «Så når jeg fant denne her, så syns jeg at tallene så såpass rett ut at jeg slapp å ta flere beregninger», og argumenterer med det for hvorfor han valgte å beholde denne metoden. Det at han begrunner hvorfor han valgte å beholde metoden er igjen noe som kjennetegner bedømmingsfasen og som dermed kan underbygger bedømmingsfasens tilstedeværelse i Harry sin resonnering.

Bedømming - Eksempel 2

I post-test-intervjuet fortalte Ronny at han valgte i oppgavesett B å forkaste det han hadde gjort i A fordi «...jeg skjønnte jo at jeg hadde gjort en feil». Her virker det som Ronny tilsynelatende tar innover seg at han har gjort feil, og deretter anvender dette i arbeidet med en ny oppgave. Ved hjelp av tidligere erfaringer avkrefter han sin første metode som aktuell løsning og velger å forkaste dette til fordel for en annen løsning. Dette kan antyde at bedømmingsfasen har vært til stede i Ronny sin resonnering. Akkurat hvorfor Ronny mente han hadde gjort feil i oppgavesett A kom aldri tydelig fram i intervjuet. Men Ronny fortalte hva han lærte fra arbeidet med oppgavene som muligens kan gi en pekepinn på dette. For å unngå å gjøre lignende feil ville Ronny «...være mer obs på hvordan det er skrevet da. Hvordan de har framstilt det». Dette kan det tyde på at Ronny hadde et fokus på å vurdere sine metoder og erfaringer opp mot de gitte rammene, noe som også peker mot en

bedømmende holdning. Ronny bekrefter også at han nok ville stilt spørsmål til seg selv i møte med lignende oppgaver ettersom «Det får deg jo til å tenke to ganger. For hvis du tenker på det to ganger, så er det større sjanse for at du finner ut av det enn hvis du gjør det en kjapp gang». Når Ronny her snakker om «å tenke to ganger» kan være hans måte å formidle at han ville tatt en vurdering basert på de gitte rammene, heller enn å «gjøre det en kjapp gang». Dette igjen kan bygge opp under bedømmingsfasens tilstedeværelse i resonneringen til Ronny.

Kapittel 6

Diskusjon

I etterkant av de presenterte resultatene fra analysen av datamaterialet vil jeg nå ta et skritt tilbake og se på det større bildet. Jeg vil her diskutere og reflektere rundt de presenterte resultatene og vise hvorvidt de svarer på forskningsspørsmålet. Resultatene vil også kobles opp mot annen relevant litteratur og lignende teoretiske rammeverk som er nevnt i kapittel 2. Jeg vil også diskutere kvaliteten på studien, før jeg trekker frem uforventede funn som kan være interessant å evaluere i framtidige studier.

6.1 Probabilistisk resonnering

Basert på analysen av datamateriale og de presenterte resultatene i kapittel 5 kan det se ut som at matematikkelever i R1 benytter ulike nivåer av probabilistisk resonnering i møte med ulike sannsynlighetsproblemer i de gitte oppgavesettene. I en klasse på 11 elever er alle de fem nivåene i det egenkonstruert rammeverket for probabilistisk resonnering blitt påvist i elevers resonnering. For ulike deler av besvarelsen for den samme eleven kan resonneringen bli kategorisert på opp til flere nivåer, og enkelte elever har vært innom opp mot alle fem nivåene.

Det har blitt vist i kapittel 5 at Harry benyttet flere nivåer for probabilistisk resonnering. Resultatene viser at han ser ut til å ha startet på nivå 3 som sin intuitive respons i møte med informasjonsteksten til oppgavesett B. Disse formuleringene til Harry kom uoppfordret før noen spørsmål var blitt stilt. Ettersom dette var et semistrukturert intervju ble det på et punkt vurdert som nødvendig å starte med de planlagte spørsmålene heller enn å fortsette den spontane resonneringen til Harry. Resultatene viser dog at Harry i møte med spørsmålene fra oppgavesett B ikke resonnererte på nivå

3, men at det ble redusert til nivå 2b. Det er derfor mulig at denne intervensjonen kan ha stoppet opp resonneringen til Harry og ha påvirket resultatene videre. Dette vil og kunne være et argument for å vurdere benyttelsen av ustrukturerte intervju heller enn semistrukturert intervju i lignende fremtidige studier. Likevel skal det sies at det var med bakgrunn i potensielt å komme opp i slike situasjoner at jeg valgte å benytte et semistrukturert intervju fremfor et strukturert intervju. Det har altså kommet frem at Harry resonnererte både på nivå 3 og 2b i pre-test-intervjuet, men det ble også identifisert resonnering på nivå 4 i hans skriftlige besvarelse av oppgavesett A. Ettersom det så ut til at Harry naturlig resonnererte på nivå 3 i møte med oppgavesett B, kan dette også tenkes gjaldt for oppgavesett A. Her ble dog resonneringen ikke avbrutt av en intervjuer, som kan forklare hvorfor nivået på resonneringen ikke ble redusert til 2b. Dessuten hadde Harry gjennomgått en eksempel-løsning i pre-test-intervjuet, noe som også kan ha spilt inn på hans resonnering på nivå 4. Basert på alt dette kan man trekke ut at elever kan benytte ulikt nivå for resonnering, og resonneringen kan se ut til å kunne bli påvirket av ytre faktorer som avbrudd i resonneringen og presentasjon av løsning på lignende problem. Dette vil også tilsi at man bør være forsiktig med å klassifisere enkeltelever på et enkelt resonneringsnivå, ettersom det fra resultatene ser ut til at dette kan variere.

Det egenkonstruerte rammeverket ble modifisert med bakgrunn i rammeverket til Garfield (2002) og Jones et al. (1997). Med dette som grunnlag var det mulig å differensiere elevenes besvarelser basert på graden av resonnering. Det fungerte akseptabelt for alle nivå bortsett fra å skille mellom nivå 3 og 4. Utfordringene ved dette kan være en følge av flere mulige faktorer. Datamateriale på dette området viste seg å være for tynt, noe som kan ha vært en konsekvens av den benyttede metoden for datainnsamlingen. En annen faktor kan være selve beskrivelsen av nivå 3 og nivå 4 og valget av markører som skulle skille disse fra hverandre. Hovedforskjellen mellom disse var elevens forståelse for konseptet, noe som viste seg vanskelig å påpeke med de gitte rammene. Likevel kan det nye rammeverket ha en nytteverdi utfra at man kan kategorisere resonneringen til elevene basert på faktorer fra rammeverkene til både Garfield (2002) og Jones et al. (1997). Dette kan danne et grunnlag for å modifisere rammeverket videre om denne modellen for å kategorisere elevers probabilistiske resonnering er noe som ønskes å evalueres videre.

6.2 Fasene i den spørrende syklusen

I denne studien ønsket jeg å identifisere eksempler på faser fra den spørrende syklusen til Wild og Pfannkuch (1999) i resonneringen til R1-elever. Resultatene fra studien viser at eksempler på alle fasene av den spørrende syklusen til (Wild & Pfannkuch, 1999) er blitt identifisert i resonneringen til elevene som deltok: Generering, søking, tolking, kritisering og bedømming. Hvis man derimot går inn på enkeltelever, var det bare hos et fåtall av elevene at alle fasene kunne bli observert i deres resonnering. Dette stemmer godt overens med det Wild og Pfannkuch (1999) trekker fram, nettopp at denne syklusen er en idealisering, mens i realiteten kan man ofte hoppe over flere av fasene (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 232). Flere elever kunne også bevege seg mellom fasene og komme tilbake til faser som tidligere var blitt besøkt. Dette er også noe Wild og Pfannkuch (1999) har erfart, og det trekkes fram at syklusen både kan skje på makronivå, men også på veldig detaljert tenking. Dette kan skje ettersom subsykluser kan starte innenfor større sykluser for å undersøke hvert steg av en prosess (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 231).

Ut fra analysen kan man også trekke ut flere poenger fra elevenes bruk av fasene. Ikke bare har de benyttet ulike faser, men bruken av fasene i resonneringen kan og synes å ha en sammenheng med hvordan oppgaven ble arbeidet med og hvor eventuelle feil dukket opp. I flere tilfeller kan det se ut som der en gitt fase ikke ble identifisert i resonneringen, ble dette også utslagsgivende for konklusjonen eleven landet på.

Wild og Pfannkuch (1999) trekker fram at de kan se flere bruksområder for modellen for den spørrende syklusen. «Den kan bli brukt til å overvåke tenkning under problemløsning, hjelpe elever å bli bevisst på egen tenking, som et verktøy for å evaluere elevens tenking, og som et referansepunkt for å sjekke læringsmuligheter tilbudt til elever» (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 246). På tross av dette fant Wild og Pfannkuch (1999) at dette ikke var realiteten for flere av oppgavene som de ga til elevene. Ut fra egne vurderinger vil jeg selv argumentere for at den spørrende syklusen har vært et nyttig verktøy for å vurdere elevens tenking og overvåke denne under problemløsning. Det er mulig at elevene selv ikke har vært bevisste på dette, men det var heller ikke en direkte intensjon.

6.3 Vurdering av kvaliteten til studien

Utfordringer og begrensninger ved dataanalysen og metoden

Etter å gjennomført datainnsamlingen og analysen vil jeg nå hente opp igjen tråden fra delkapittel 3.5 og vurdere den totale kvaliteten på denne studien basert på begrepene til Guba (1981). Her vil jeg belyse kredibiliteten, overførbarheten, avhengigheten og bekreftbarheten til studien og reflektere over studiens kvalitet i lys av dette. Av det som er nevnt i delkapittel 3.5 vil ikke dette repeteres her hvis ikke det er av større betydning for studiens kvalitet.

Kredibiliteten til denne studien er påvirket av flere faktorer. Analysen er avhengig av forskeren, altså meg, som i dette tilfelle er ganske fersk på feltet. Ekstern fagvurdering trekkes frem som en faktor som kan fremme kredibiliteten, men dette er ikke benyttet i stor grad i denne studien bortsett fra veileders vurderinger og tilbakemeldinger. Dette vil nok ikke tilsvare enn full ekstern fagvurdering, men vil kunne benyttes til å forsvare at en viss ekstern fagvurdering ble brukt. Videre vil markørene for å vurdere elevenes resonnering til en viss grad basere seg på subjektive vurderinger, som igjen kan påvirke kredibiliteten til studien. For å motvirke dette har jeg forsøkt å være tydelig på de markørene jeg har benyttet til å vurdere ulike nivåer og faser, men jeg innser at det ikke er tydelig objektive markører.

Overførbarheten til studien kan bli påvirket av at de benyttete rammeverkene er modifisert noe som kan gjøre at sammenligningsgrunnlaget med andre studier kan være redusert. Likevel er det mulig å gjennomføre lignende studier basert på de samme modifiserte rammeverkene jeg har benyttet, men det vil da også være en viss begrensning med tanke på sammenligningsgrunnlag med andre studier. Dette er noe som også kan påvirke studiens kredibilitet ettersom andre studier til en viss grad kan fungere som referansemateriale. Gjennom datainnsamlingen kunne det forekomme at enkelte elever fikk direkte spørsmål, som muligens kan ha vært ledende for eleven. Dette kan påvirke testens overførbarhet og avhengighet ettersom dette ikke nødvendigvis vil ha samme effekt for andre elevgrupper. Samtidig ble det fremmet å stille åpne spørsmål i størst mulig grad, og det var kun i enkelte situasjoner at direkte spørsmål ble brukt som en siste utvei. I ettertid og under analysen av datamaterialet hadde jeg et fokus på å gjøre vurderinger om hvilken rolle dette kan ha

spilt. Jeg var bevisst på hvilke spørsmål som ble stilt direkte og dette ble markert under transkripsjonen. På den måten kunne jeg i analysen av datamaterialet i større grad fokusere på besvarelsene som følge av åpne spørsmål, og eventuelt legge til materiale fra de potensielt ledende spørsmålene. Med dette som grunnlag vil jeg argumentere for at kredibiliteten ikke har blitt påvirket i for stor grad av dette.

Det varierende tidsrommet mellom gjennomføringen av de skriftlige oppgavene og post-test-intervju kan være en negativ faktor med tanke på kredibiliteten til studien. Likevel vil jeg argumentere for at det til en viss grad er blitt tatt høyde for ved at elevene fikk frisket opp sine besvarelser og lese gjennom oppgavene på nytt. Det at datainnsamlingsmetodene ikke nødvendigvis var spisset godt nok til å skille mellom nivåene i rammeverket kan påvirke flere aspekter ved studiens kvalitet. Det vil for eksempel kunne være en viss usikkerhet om resonneringen i enkelte besvarelser lå på nivå 3 eller 4. Samtidig vil markørene kunne være tydelig nok til i hvert fall å kategorisere et svar til 3 eller 4, og skille resonnering på høyt nivå fra resonnering på nivå 1 og 2. På den måten kan resultatene ha en høyere kvalitet hvis man ønsker å grovsortere besvarelser basert på probabilistisk resonnering, mens kredibiliteten med tanke på finjustering av probabilistisk resonneringsnivå vil kunne stille svakere.

Elever som fikk presentert løsningsforslag gjennom pre-test-intervjuet, vil kunne prestere annerledes enn de andre elevene ettersom de er eksponert for en mulig løsning. Samtidig er ikke fokuset i denne studien på hvorfor elever resonnerer på det nivået de gjør. Selv om jeg i denne oppgaven ønsker å finne ut hvilket nivå for probabilistisk resonnering elever benytter, så vil det være naturlig å trekke fram at enkelte elever var eksponert for løsningsforslaget. Hvis dette er tydelig presentert og konsekvensene for dette er ivaretatt, vil det ikke nødvendigvis påvirke overførbarheten, avhengigheten eller kredibiliteten til studien.

6.4 Funn som kan utforskes videre

Analysen av datamateriale ble gjort i lys av de gitte rammeverkene for å belyse forskningsspørsmålet *Hvilke eksempler på faser fra den spørrende syklusen til Wild og Pfannkuch kan identifiseres i*

resonneringen til R1-elever; og hvilket nivå av probabilistisk resonnering benytter de? Under dette arbeidet dukket det også opp funn som kan være interessant å undersøke videre i framtidige studier.

6.4.1 Elevers manøvrering i den spørrende syklusen

I denne studien har fokuset vært på å identifisere eksempler på faser fra den spørrende syklusen til Wild og Pfannkuch (1999), men ikke hvordan disse fasene ble brukt i samspill med hverandre. Gjennom analysen ble det ikke påvist i resonneringen til noen av elever at de beveget seg stegvis gjennom alle fem fasene, slik det blir presentert i Wild og Pfannkuch (1999) sin figur av den spørrende syklusen i figur 2.3. Enkelte elever var innom alle fasene, men i en annen rekkefølge enn det Wild og Pfannkuch (1999) nevner. Hos flertallet av elevene ble det avdekket at majoriteten ikke var innom alle fasene, men det kunne forekomme at en elev vendte tilbake til en tidligere besøkt fase i sin resonnering. Dette stemmer godt med hva Wild og Pfannkuch (1999) skriver om at den spørrende syklusen er en ideell representasjon som sjelden forekommer i praksis, og at det ofte kan forekomme subsykluser for hver fase under resonnering. Selv om Wild og Pfannkuch (1999) har påpekt dette i sitt arbeid vil det likevel kunne være interessant å undersøke dette området videre for elever i den norske skolen. Videre kan det også evalueres hvilken påvirkning elevers manøvrering gjennom fasene i den spørrende syklusen kan ha hatt en sammenheng med deres benyttede nivå for probabilistisk resonnering.

6.4.2 Påvirkning fra elevers erfaringer

Uavhengig av hvilken rekkefølge elevene gjorde oppgavesettene viste det seg en tydelig forskjell mellom oppgavesett A og B. For oppgavesett A var det omtrent halvparten av de 11 elevene som sa seg uenig i påstandene, mens den andre halvdel sa seg enige. Når det gjelder oppgavesett B var det derimot en stor majoritet som var uenig i påstandene, med bare et fåtall som sa seg enig i påstandene. Ettersom denne studien bare tar for seg svarene til 11 elever, er det vanskelig å si noe sikkert om dette funnet. Grunnen til denne forskjellen kan man bare spekulere i, men det kan likevel gjøres noen kvalifiserte gjetninger som kan legge til rette for videre undersøkelser av tematikken. Det som skiller de to oppgavesettene er den tematiske rammen, i tillegg til en viss justering av tallverdiene.

Det er tvilsomt at justeringen av tallene vil ha en svært stor påvirkning på dette, mens den ulike tematikken kan virke som en mer reell faktor som grunn for den ulike måten å besvare oppgavene på. Oppgavesett A har virustesting som tema, noe som for mange av elevene vil være kjent etter lang tid under pandemi og virustesting. Erfaringene fra dette kan ha spilt inn på deres resonnering og besvarelser, blant annet at man gjennom flere virustestinger og oppfordringer fra norske myndigheter har fått en tillit til slike tester. Den potensielle tilliten kan ha vært en faktor til å la elevene lettere bli misledet til å stole på testresultatet, heller enn å ta hensyn til de oppgitte tallene. Hvis man til sammenligning vurderer oppgavesett B sin tematikk, så omhandler dette gullbilletter gjemt i sjokolade. Dette vil nok for mange være et mer fjernt eksempel, men noen kan kjenne igjen tematikken fra Charlie og sjokoladefabrikken (Dahl, 1972) eller tilsvarende konkurranser som enkelte merkevarer kan ha. Selv om denne tematikken kan være kjent for elevene, er det usikkert om dette ville ha påvirket dem i stor grad. En annen faktor som kan forklare forskjellen av elevbesvarelser på oppgavesettene, ble påpekt av flere elever under intervjuene. De mente det var lettere å se for seg sjokoladene enn testene. Som eksempel påpekte Hermine at «Kanskje gullbillett oppgaven var litt lettere å forholde seg til. Så det var greit at den var først, og så fikk jeg brukt samme metode i virusoppgaven» og hun begrunner dette videre med at «Jeg kunne se for meg sjokoladeplater og ikke tester». Dette ser Ronny ut til å støtte henne i siden han under arbeidet med gullbillettene mente at det var «Kanskje litt lettere å se for seg».

Disse resultatene kan være interessant å evaluere videre, og et mulig spørsmål å undersøke kan være: *Hvilken virkelighetserfaringer bringer elever med seg og hvordan kan dette påvirke hvordan de behandler matematisk informasjon?*

6.4.3 Intuisjon eller beregning

Et annet tilfeldig funn som kan være interessant å undersøke videre er noe som dukket opp i intervjuet med Lilly og hennes besvarelser. Hun bekreftet at på påstand 1 i begge oppgavesettene svarte hun på intuisjon uten å gjøre beregninger. På oppgavesett A sa hun seg enig og oppgavesett B uenig for påstand 1. Derimot gjorde hun gjennomtenkte beregninger i møte med påstand 2, og sa seg uenig med påstand 2 i begge oppgavesettene. Det Lilly beskriver her ville Kahneman (2012) kunne omtalt som bruk av henholdsvis system 1 og 2. Intuisjonen Lilly forteller hun benyttet vil

være et kjennetegn for at system 1, den raske tenkingen, er aktivt. Derimot vil den kalkulerende måten å møte påstand 2 på kunne peke mot at system 2, den langsomme tenkingen, er aktivt. Gyldigheten til disse tilfeldige resultatene er vanskelige å trekke fram med vitenskapelig grunnlag, men de kan likevel stimulere til å evaluere dette i framtidige studier. Det kan blant annet være interessant å undersøke hvordan de to systemene til Kahneman (2012) kan kobles sammen med elevers probabilistiske resonnering.

Kapittel 7

Avslutning

I denne studien har jeg undersøkt spørsmålet *Hvilke eksempler på faser fra den spørrende syklusen til Wild og Pfannkuch kan identifiseres i resonneringen til R1-elever, og hvilket nivå av probabilistisk resonnering benytter de?*.

Selv om resultatene fra analysen har en begrenset kredibilitet, vil resultatene kunne være nyttig for matematikklærere å reflektere over. Det å være bevisst på at elever kan benytte ulike nivåer for resonnering vil kunne styrke ens rolle som lærer.

Etter å ha observert at elever benytter ulike faser av den spørrende syklusen til Wild og Pfannkuch (1999), har det fått meg til å reflektere over nytteverdien det vil kunne ha for elevene å være innom flere av fasene i møte med et problem. Fasene i den spørrende syklusen kan gjøres om til en sjekkliste som kan presenteres for mine framtidige matematikkelever, som en måte å møte nye utfordrende problemer på. Dette kan være spesielt relevant etter at utforskende oppgaver har fått et større fokus i LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020), noe flere elever kan oppleve som utfordrende å møte. Det å gjøre mine framtidige elever bevisst på disse fasene ser jeg på som en stor potensiell nytteverdi.

Avslutningsvis vil jeg trekke fram at resultatene og arbeidet med denne oppgaven har gjort meg mer bevisst på elevers kompetanse i matematikk, og dette vil i framtiden kunne påvirke hvordan jeg legger opp undervisning og vurderer elevers besvarelser. Det å bli bevisstgjort i større grad over elevers resonnering, vil kunne stimulere meg til å legge til rette for at også elevene selv blir bevisst på egen resonnering. Dette kan være et bidrag til å fremme deres egenvurdering og selvstendighet i matematikkfaget, men også på andre lignende områder i skolen og hverdagslivet.

Kanskje kan denne studien også ha en relevans utover skole og undervisning, og kan muligens være med å skape bevissthet rundt kritisk tenkning i møte med tall, statistikk og sannsynlighetsverdier vi møter i verden rundt oss. Mange vil nok i slike situasjoner kunne respondere ikke så ulikt som det Lilly gjorde da hun kommenterte at «Er ikke det veldig åpenbart?» Basert på det som er kommet fram i denne studien kan det tyde på at kritisk tenkning og probabilistisk resonnering vil være nyttig for mer enn bare elever å ha med seg i en verden som ikke er så åpenbar som man først kan få inntrykk av.

Referanser

- Aven, T. (2021). Sannsynlighet. I *Store Norske Leksikon*. <https://snl.no/sannsynlighet>
- Chan, S. W., Ismail, Z. & Sumintono, B. (2016). A framework for assessing high school students' statistical reasoning. *PloS one*, 11(11), Artikkel e0163846. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0163846>
- Chen, C., Sonnert, G., Sadler, P. M., Sasselov, D. & Fredericks, C. (2020). The impact of student misconceptions on student persistence in a MOOC. *Journal of Research in Science Teaching*, 57(6), 879–910.
- Cobb, G. W. & Moore, D. S. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *The American Mathematical Monthly*, 104(9), 801–823. Hentet 12. juni 2022, fra <http://www.jstor.org/stable/2975286>
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2018). Research methods in education (eight edition). Abingdon, Oxon.
- Dahl, R. (1972). *Charlie og sjokoladefabrikken*. Gyldendal Norsk Forlag.
- Frøslie, J., Kathrine Frey Bjørnstad. (2021). Statistikk. I *Store Norske Leksikon*. <https://snl.no/statistikk>
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of statistics education*, 10(3).
- Garfield, J. & Chance, B. (2000). Assessment in statistics education: Issues and challenges. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 99–125.
- Guba, E. G. (1981). Criteria for assessing the trustworthiness of naturalistic inquiries. *Ectj*, 29(2), 75–91.

- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A. & Mogill, A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational studies in Mathematics*, 32(2), 101–125.
- Kahneman, D. (2012). *Tenke fort og langsomt*. Pax forlag.
- Kahneman, D., Slovic, S. P., Slovic, P. & Tversky, A. (1982). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge university press.
- Kunnskapsdepartementet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006. <https://www.udir.no/kl06/mat1-04#>
- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del - verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del?kode=mat03-02&lang=nob>
- Kunnskapsdepartementet. (2019a). *Læreplan i matematikk 1.-10.trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2019. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob>
- Kunnskapsdepartementet. (2019b). *Læreplan i matematikk fellesfag vg1 teoretisk (matematikk T) (MAT09-01)*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2019. <https://www.udir.no/lk20/mat09-01?lang=nob>
- Moore, D. S. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International statistical review*, 65(2), 123–137.
- Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskolen og den videregående opplæringa (LOV-1998-07-17-61)*. Lovdata. <https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61>
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1975). *Origin of the Idea of Chance in Children*. Routledge & Kegan Paul.
- Resnick, L. (1987). *Education and Learning to Think*.
- Robson, C. (2011). *Real World Research*. Wiley. <https://books.google.no/books?id=fbhIRwAACAAJ>
- Simons, H. (2009). *Case study research in practice*. SAGE publications.
- Snee, R. D. (1990). Statistical thinking and its contribution to total quality. *The American Statistician*, 44(2), 116–121.

- Tarr, J. E. & Jones, G. A. (1997). A framework for assessing middle school students' thinking in conditional probability and independence. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 39–59.
- Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk for realfag (matematikk R) (MAT03-02)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat03-02?lang=nob>
- Wild, C. J. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International statistical review*, 67(3), 223–248.

Tillegg A

Oppgavesett A

Oppgave A

Informasjon før testing av Virus X

- I disse dager er ca 1 % av befolkningen syke av Virus X. Myndighetene har godkjent en test som har følgende egenskaper:
- Hvis du er syk, er det 90 % sannsynlighet for at du får positiv test.
- Hvis du er frisk, er det 5 % sannsynlighet for at du får en positiv test.
- For å unngå spredning av Virus X anbefales det å teste seg



**Du kan bære smitte
uten at du vet det selv.**

Takk for at du tar hensyn!

NAVN:

Les den oppgitte informasjonen og svar på spørsmålene.

Oppgave A-1:

Vurder påstanden og sett ring rundt det som passer best

Påstand 1: Hvis du får positivt svar er du antakelig syk

Er du enig eller uenig i påstanden utfra det du kan lese fra informasjonen om sykdomstesten?

- a) Enig
- b) Uenig

Obs. Lever denne før du går videre til de neste oppgavene.

NAVN:

Oppgave A-2:

Ta deretter stilling til følgende påstand:

Påstand 2: Hvis du får positivt svar på testen er det større sannsynlighet for at du er syk enn frisk.

Basert på matematiske beregninger, er du enig eller uenig i påstand 2?
Skriv ned eventuelle beregninger og begrunnelser under. Kryss deretter av om du er enig eller uenig med påstanden.

Er du enig eller uenig i påstand 2?

- a) Enig
- b) Uenig

Oppgave A-3:

Hvilken informasjon er relevant for å svare på oppgave A-2, og hvorfor?

Oppgave A-4:

Hvis du svarte forskjellig i oppgave A-1 og A-2, hvorfor gjorde du det?

Oppgave A-5:

Hva kan svaret du kom fram til fortelle deg om hvordan man kan bruke, eller eventuelt misbruke, slik informasjon?

Tillegg B

Oppgavesett B

Oppgave B

Sjokoladelotteri

- Freia har startet med et sjokoladelotteri, der de har lagt inn en gullbillett i 2 % av alle store sjokoladeplater, og som gir deg mulighet til å besøke sjokoladefabrikken.
- Denne premien har du selvfølgelig veldig lyst på, og fra onkelen din på NTNU får du låne en metalldetektor som har en viss sannsynlighet for å finne ut om en sjokoladeplate inneholder gullbillett eller ikke.
- Hvis sjokoladeplaten inneholder en gullbillett, så er det 95 % sannsynlighet for at metalldetektoren oppdager det.
- Hvis sjokoladeplaten **ikke** inneholder en gullbillett, så er det likevel 7 % sannsynlighet for at metalldetektoren tror at det er en gullbillett inne i sjokoladen.



NAVN:

Les den oppgitte informasjonen og svar på spørsmålene.

Oppgave B-1:

Vurder påstanden og sett ring rundt det som passer best.

Påstand 1: Hvis du kjøper en sjokoladeplate som metaldetektoren mener inneholder en gullbillett, så er det antakeligvis en gullbillett inni.

Er du enig eller uenig i påstanden utfra det du kan lese fra informasjonen om gullbillettene?

- a) Enig
- b) Uenig

Obs. Lever denne før du går videre til de neste oppgavene.

NAVN:

Oppgave B-2:

Ta stilling til følgende påstand:

Påstand 2: Hvis du kjøper en sjokoladeplate som metaldetektoren mener inneholder en gullbillett, er det større sannsynlighet for at det finnes en gullbillett inne i sjokoladen enn at det ikke gjør det

Basert på matematiske beregninger, er du enig eller uenig i påstand 2?

Skriv ned eventuelle beregninger og begrunnelser under. Kryss deretter av om du er enig eller uenig med påstanden.

Er du enig eller uenig i påstand 2?

- a) Enig
- b) Uenig

Oppgave B-3:

Hvilken informasjon er relevant for å svare på oppgave B-2, og hvorfor?

Oppgave B-4:

Hvis du svarte forskjellig i oppgave B-1 og B-2, hvorfor gjorde du det?

Oppgave B-5:

Hva kan svaret du kom fram til fortelle deg om hvordan man kan bruke, eller eventuelt misbruke, slik informasjon?

Tillegg C

Samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet

Elevers tenkemåte i møte med statistikk og sannsynlighet

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å finne ut mer hvordan videregående elever tenker i møte med oppgaver rundt statistikk og sannsynlighet. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Forskningsprosjektet vil danne grunnlaget for min masteroppgave i matematikdidaktikk ved NTNU. Her vil jeg undersøke hvordan elever svarer, tenker og behandler ulike oppgaver knyttet til statistikk og sannsynlighet. Ved å delta vil du muligheten til å bidra med innsikt og påvirke matematikklærere slik at de kan undervise på en bedre måte.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

NTNU er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får muligheten til å delta siden du går på [Skolens navn] og har/har hatt matematikk som fag.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i prosjektet innebærer det at du svarer på et oppgaveark. Den maksimale tiden du får på dette er en skoletime, men du har mulighet til å levere tidligere. Oppgavearket vil bli utdelt fysisk og vil inneholde ulike matematikkoppgaver du kan prøve å besvare. Her vil du også ha mulighet til å skrive ned hvordan du tenker under arbeidet med oppgavene.

I etterkant kan hende at du vil få en forespørsel om å delta på et intervju med lydopptak for å høre deg fortelle mer om hvordan du arbeidet med oppgavene. For å ha muligheten til å kontakte deg dersom det skulle være aktuelt med et intervju, er det ønskelig at du skriver navnet ditt på oppgavearket. Selv om du har sagt ja til å svare på oppgavearket har du alltid muligheten til å takke nei til et eventuelt intervju.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Det vil f.eks. ikke påvirke karakteren din i matematikk eller hvordan lærere forholder seg til deg på skolen.

Dersom du ikke ønsker å delta vil du kunne jobbe med et alternativt opplegg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det er kun masterstudent og masterveileder som vil få tilgang til personopplysningene. Dersom dine svar vil bli brukt i masteroppgaven vil dette gjøres helt anonymt.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Datamaterialet vil midlertidig lagres på en kvalitetssikret lydopptaker fra NTNU, før det transkriberes og slettes så fort som mulig. Prosjektet vil avsluttes senest 01.09.22.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Masterstudent, Bjarte Møllerup Boge: tlf.: 47644285; bjartemb@stud.ntnu.no

Faglig ansvarlig ved NTNU, Yael Fleischmann: tlf.: 96732597; epost yael.fleischmann@ntnu.no.

NTNUs personvernombud, Thomas Helgesen: tlf. 93079038; epost thomas.helgesen@ntnu.no.

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Jeg håper du synes denne forskningen er av verdi, og at du er villig til å være med på den. Jeg ber om at svarslippen på neste side fylles ut om hvorvidt du gir eller ikke gir samtykke til deltakelse i prosjektet.

Vennlig hilsen
Bjarte Møllerup Boge

Tillegg D

Intervju-guide

Intervju-guide

Pre-test-intervju

Innledning

- Takk for at du stiller opp.
- Her setter jeg på lydopptakeren. Det er for at jeg kan få med meg mer nøyaktig hva du sier, også i ettertid. Du trenger ikke bekymre deg for dette, jeg kommer til å slette alt så ingen kan identifisere deg utfra opptaket.
- Målet her er å innblikk i hvordan du tenker, så føl deg fri til å si akkurat det du tenker. Du trenger ikke være redd for å si noe feil, det er veldig bra om jeg får høre hva du tenker.
- Dersom du ønsker å notere noe på et tidspunkt eller benytte kalkulator, så styrer du det helt selv.

Hoveddel

Muntlig gjennomgang av oppgavesett A

- Her er litt bakgrunnsinformasjon for oppgavene. Du kan jo lese det selv og si fra når du er ferdig.
- Oppsummere informasjonen og minne om fokuset:
Det er altså 1 % syke. Alle skal teste seg. Hvis du er syk er det 90 % sannsynlighet for positiv test. Hvis du er frisk er det likevel 5 % sannsynlighet for at du får en positiv test. Nå kommer jeg til å stille litt spørsmål rundt dette. Her må du bare si det du tenker, og du trenger ikke være redd for å si noe feil. Veldig bra om jeg får høre det du tenker.
- I første oppgave får du en påstand som du skal si deg enig eller uenig i.
Påstand 1 er: *Hvis du får et positivt svar, så er du antakeligvis syk.*
 - Vil du forklare litt hvordan du tenkte her?
- Nå får du en ny påstand som kanskje ligner litt på den andre:
Hvis du får positiv svar på testen er det større sannsynlighet for at du er syk enn frisk.
Hva er dine første tanker her?
 - Kan du forklare hvordan du tenkte her?
- Hvilken informasjon vil du si er relevant for å svare på de oppgavene her?
 - Hvorfor tenker du akkurat dette er relevant og ikke det andre?
- Kan du se for deg hvordan man kan bruke eller eventuelt misbruke sånn type informasjon?
 - Hvordan tenker du her?
- Hvilken informasjon kan være lett å mistolke eller misforstå her?

Eksempelløsning

- Hvis jeg nå hadde sagt til deg at det riktige svaret faktisk er at det er større sjanse for at du er frisk. Hvis jeg hadde sagt det, hva ville du sagt da?
- Jeg kan nå bekrefte at det faktisk er størres sannsynlighet for at du er frisk. Når du nå vet at dette er svaret, vil jeg utfordre deg på å prøve å resonnerer deg fram til hvorfor dette stemmer?
- Presentere hint 1: Antall syke personer i befolkningen er veldig relevant
- Presentere hint 2: Påpeke hva av elevens egen resonnering som har vært riktig
- Presentere hint 3: Tegne opp et 10x10 rutenett og fargelegge en rute som representerer de 1 % syke i befolkningen.
- Hvis eleven ikke kan forklare dette etter å ha fått presentert alle de tre hintene, så avsløres eksempelløsningen.

Refleksjon i etterkant

- Hva er sitter du igjen med i tankene nå?
- Hvis du hadde sett denne oppgaven andre steder, ville du tenkt over det da?
- Har du noen nye tanker nå da om hvordan man kan f eks bruke eller misbruke denne type informasjon?
- Har du noen tanker om hva som burde gjøres i skolen eller samfunnet eller enkeltpersoner relatert til å presentere denne type informasjon?

Avslutning

- Er det noe annet du vil legge til eller si?
- Tusen takk for tiden din.

Post-test-intervju

Innledning

- Takk for at du stiller opp.
- Her setter jeg på lydopptakeren. Det er for at jeg kan få med meg mer nøyaktig hva du sier, også i ettertid. Du trenger ikke bekymre deg for dette, jeg kommer til å slette alt så ingen kan identifisere deg utfra opptaket.
- Målet her er å innblikk i hvordan du tenkte, så føl deg fri til å si akkurat det du kommer på. Du trenger ikke være redd for å si noe feil, det er veldig bra om jeg får høre hva du har tenkt og hva du tenker nå.
- Dersom du ønsker å notere noe på et tidspunkt eller benytte kalkulator, så styrer du det helt selv.
- Her kan du se litt på oppgavene du gjorde for å friske det opp. Og her kan du se hva du svarte på spørsmålene.

Hoveddel

Generering

- Hva er det første du tenkte da du møtte denne oppgaven?
- Hvilke mulige ideer hadde du?
 - Tenkte du på noen andre muligheter?
- Hvordan angrep du problemet?
 - Hva gjorde du rent konkret? Leste informasjonen, spørsmålet, og hva så?
- Hvilken informasjon var nødvendig?
- Fikk du noen ideer på den andre oppgaven som du ikke fikk på den første?
 - Hva tror du det evt kom av?

Søking

- Hvordan gikk du frem for å skaffe informasjon om de ideene du hadde? (Tenkte du på matte du hadde hatt, på historier du har hørt, eksempler fra vår verden?)
 - Tenkte du på sannsynlighet?
 - Prosent?
 - Korona?
 - Lotteri?
- Leste du informasjonen på nytt? I så fall, hvorfor/hvorfor ikke?
- Brukte du informasjon eller erfaring fra den første oppgaven på den andre?

Tolking

- Hvordan koblet du sammen den informasjonen du hadde sammen med ideene du hadde som mulig svar?
- Hvordan tolket du informasjonen?
- Fikk du en ide om en løsningsmetode etter å ha lest oppgaven?

Kritisering

- Når du hadde landet på et mulig svar, gjorde du noe for å sikre deg for at svaret var riktig? I så fall hva?
- Vurderte du andre alternativer?

Bedømming

- Hvordan bestemte du deg for hvilket svar du ville gå for?
- Hva gjorde at du valgte å beholde noe og forkaste noe annet?
- Hvis «Det gå bare mening», hvorfor ga det mening?

Generelt

- Hva var forskjellen mellom de to oppgavene: Gullbillett og virus?
- Hva var likt?
- Var det en av oppgavene du synes gikk greiere? Hvorfor tror du det?
- Hjalp det å ha gjort den ene oppgaven først? Hvorfor/hvorfor ikke?

Betinget sannsynlighet

- Har du hørt om betinget sannsynlighet? Hvis ja, hvordan ville du beskrevet det?
- Oppgaven:
 - Hva hadde du tenkt dersom testen hadde 100 % sannsynlighet for å teste positivt på syke, men den samme 5 % for at friske tester positivt?
 - Hva hadde du tenkt hvis det bare hadde vært 0.001 % som var syke? Altså 50 personer i hele Norge?
- Utforske om eleven kan koble oppgaven opp mot Bayes regel.
 - Har du hørt om betinget sannsynlighet? Hva har du evt hørt?

Avslutning

Er det noe annet du vil legge til eller si?

Tusen takk for tiden din.

