

Oline Sæverud Aksnes

Kunnskap om eksponentialfunksjonar gjennom tre læreplanverk for vidaregåande opplæring

Ein ATD-basert dokumentanalyse av læreplanar
og lærebøker frå R94, LK06 og LK20

Masteroppgåve i Lektorutdanning i realfag

Rettleiar: Heidi Strømskag

Juni 2022

Oline Sæverud Aksnes

Kunnskap om eksponentialfunksjonar gjennom tre læreplanverk for vidaregåande opplæring

Ein ATD-basert dokumentanalyse av læreplanar og lærebøker frå R94, LK06 og LK20

Masteroppgåve i Lektorutdanning i realfag
Rettleiar: Heidi Strømskag
Juni 2022

Noregs teknisk-naturvitskaplege universitet
Fakultet for informasjonsteknologi og elektroteknikk
Institutt for matematiske fag



NTNU

Kunnskap for ei betre verd

Samandrag

Både i læreplanverket for Reform 94 (R94), i læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006 (LK06) og i læreplanverket for Kunnskapsløftet (2020) inngår matematikklæreplanar for norsk vidaregåande opplæring som legg føringar for elevar sin kunnskap om det matematiske temaet eksponentialfunksjonar. Utviklinga gjennom overgangane mellom desse tre læreplanverka med omsyn til dette matematiske temaet er i studien denne oppgåva rapporterer frå, karakterisert ved hjelp av ein dokumentanalyse av fire matematikklæreplanar frå R94, tretten matematikklæreplanar frå LK06 og sju matematikklæreplanar frå LK20. Metoden for denne dokumentanalysen består av ei tematisk koding der ein epistemologisk referansmodell (ERM) for eksponentialfunksjonar som er utforma i denne studien er nytta som verktøy. Forskingsdesignet for studien er bygd på at den antropologiske teorien for det didaktiske (ATD) er valt som teoretisk rammeverk for studien, og i samband med læreplananalysen kjem dette til uttrykk ved at metoden for læreplananalysen er bygd på teori frå ATD som gjennom omgrepa *kunnskap* og *relasjonar* gjer det mogeleg å karakterisere læreplanar sine føringar for elevar sin kunnskap om til dømes eksponentialfunksjonar gjennom karakterisering av kva føringane uttrykkjer i samband med omgrepa *objekt* og *aktivitetar*. Ulike typar objekt og aktivitetar er identifiserte i den tematiske kodinga av læreplanar, og viktige funn frå læreplananalysen består mellom anna av at fleire kategoriar både av objekt og av aktivitetar – mellom anna kalkulasjonsaktivitetar og spesifikke eksponentialfunksjonar – som er del av føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar i R94, er fjerna med overgangen anten til LK06 eller til LK20, samt at ingen nye kategoriar verken av objekt eller av aktivitetar er innførte med nokon av desse overgangane.

Med mål om å kontekstualisere den læreplanutviklinga læreplananalysen i studien er utført for å karakterisere, er ein dokumentanalyse av lærebøker i studien utført i tillegg til læreplananalysen. Det empiriske materialet analysert i denne lærebokanalysen består av utvalde delar av éi lærebok for faget matematikk 2MX i R94, éi lærebok for faget matematikk R1 i LK06 og éi lærebok for faget matematikk R1 i LK20, og utvalet er gjort på grunnlag av funn frå læreplananalysen. Metoden nytta i lærebokanalysen byggjer på teori frå ATD knytt til omgrepet *prakseologi*, dei to delane *praksis-blokk* og *logos-blokk* som prakseologiar består av og samanhengen mellom prakseologiar og kunnskap. Ved hjelp av denne teorien og med inspirasjon frå Takeuchi og Shinno (2020) sin metode er lærebokanalysen utført som ein prakseologisk analyse der metoden tematisk koding er nytta i samband med praksis-blokker og ERM-en for eksponentialfunksjonar er nytta i samband med logos-blokker. Resultata frå lærebokanalysen karakteriserer kunnskapsinnhald formidla i dei utvalde delane av dei analyserte lærebøkene ved å karakterisere ulike delar av prakseologiane dei formidlar, og på denne måten syner dei dømme på tolkingar av føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar lagde i læreplanar frå både R94, LK06 og LK20 og medverkar til eit kunnskapsgrunnlag som er nyttig for lærarar og andre som tek val knytt til utdanning om eksponentialfunksjonar.

Abstract

In the National Curriculum for “Reform 94” (R94) as well as in the National Curriculum “Kunnskapsløftet 2006” (LK06) and in the National Curriculum “Kunnskapsløftet 2020” (LK20), mathematics curricula for Norwegian upper secondary education and training giving directions for students’ knowledge on the mathematical theme of exponential functions are included. The development through the transitions between these three curricula with regards to this mathematical theme is characterised in the study which is reported from in this thesis and which consists of a document analysis of four mathematics curricula from R94, thirteen mathematics curricula from LK06 and seven mathematics curricula from LK20. The method for this document analysis consists of a thematic coding where a reference epistemological model (REM) for exponential functions produced in this study is used as a tool. The research design of the study is built on the anthropological theory of the didactic (ATD) being the chosen theoretical framework of the study, and with regards to the curriculum analysis this is expressed in that the method for the curriculum analysis is built on theory from the ATD which, through the terms *knowldge* and *relations*, enables characterisation of the directions given in curricula for students’ knowledge for instance on exponential functions, through characterisation of what the directions are expressing with regards to the terms *objects* and *activities*. Different types of objects and activities are identified in the thematic coding of curricula, and important findings from the curriculum analysis include the fact that several categories of both objects and activities – including calculation activities and specific exponential functions – which are part of the directions given in R94 for students’ knowledge on exponential functions, have been removed with the transition either to LK06 or to LK20, as well as the fact that no new categories neither of objects nor of activities have been introduced with any of these transitions.

Aiming to contextualise the curriculum development which the curriculum analysis in the study is performed in order to characterize, a document analysis of textbooks is performed in the study in addition to the curriculum analysis. The empirical material analysed in this textbook analysis consists of selected parts of one textbook for the subject Mathematics 2MX in R94, one textbook for the subject Mathematics R1 in LK06 and one textbook for the subject Mathematics R1 in LK20, and the selection is made on the basis of findings from the curriculum analysis. The method used in the textbook analysis is built on theory from the ATD regarding the term *praxeology*, the two parts *praxis block* and *logos block* which praxeologies consist of and the connection between praxeologies and knowledge. Aided by this theory and inspired by Takeuchi and Shinno’s (2020) method the textbook analysis is performed as a praxeological analysis where the method of thematic coding is used in relation to praxis blocks and the REM for exponential functions is used in relation to logos blocks. The results from the textbook analysis are characterising content including knowledge which is conveyed in the selected parts of the analysed textbooks by characterising different parts of the praxeologies they convey, and in this way they provide examples of interpretations of directions for students’ knowledge on exponential functions given in curricula both from R94, LK06 and LK20, and contribute to a knowlede base which is useful for teachers and others making decicions regarding education on exponential functions.

Føreord

I samband med at lektorutdanninga mi i realfag ved NTNU vert fullført med denne masteroppgåva, ser eg no tilbake både på fem studieår i Trondheim og på eit halvt år med masterprosjekt og tenkjer med takk på alle som har fylt denne tida med glede, humor, venskap, støtte, omsorg og klemmar som har hjelpt meg gjennom. Takk til rettleiaren min, Heidi Strømskag, for alle råd og all støtte som har hjelpt meg både konkret i prosjektarbeidet og meir overordna til å ha tru på masterprosjektet og på at eg kunne kome i hamn med det. Takk til kollektivet mitt for tolerering av alle timane mine med okkupering av kjøkenbordet til oppgåveskriving og for at de har heia på meg gjennom bølging mellom mismot og motivasjon. Takk til gode vener og heile familien min for alt de gjev meg av oppmuntring og omsorg og ikkje minst for mange viktige pausar som har drege meg ut av masterbobla innimellom. Takk spesielt til mamma og pappa for all medkjensle og kjærleik og for alle videosamtalar med litt kviss og ein kaffikopp som ein kjærkomen distraksjon – ja, for alt de har gjeve som gjennom oppturar og nedturar har hjelpt meg framover og til slutt i mål. Takk også til medstudentane mine som eg så mange gonger har gledd meg til å treffe i førelasing og som eg har fått lære så mykje både av og med. Takk for alt av delte opplevingar, hjelp og støtte som har gjort både eksamensperiodar, prosjektarbeid og praksisperiodar overkomelege og til sist også masterprosjektet overkomeleg, trass i alle utfordringar langs vegen.

Oline Sæverud Aksnes

Trondheim, juni 2022

Innhold

Tabellar	xv
Symbol	xvi
1 Innleiing	1
1.1 Motivasjon for studien	1
1.2 Avgrensing, problemstilling og tilnærming	4
1.3 Oppbygging av oppgåva	6
2 Teori	7
2.1 Bakgrunns litteratur	7
2.1.1 Eit innblikk i norsk læreplanhistorie	7
2.1.2 Læreplanomgrepet som fem læreplannivå	9
2.1.3 Prakseologiske dokumentanalysar	10
2.1.4 Didaktiske paradigme – eit skifte frå PVV til PSV?	12
2.2 Teori frå ATD nytta i metode og analyse	14
2.2.1 Relasjonar i ATD – å forstå kunnskap som aktivitet	14
2.2.2 Prakseologiar i ATD som modell for aktivitet	15
3 Metode	17
3.1 Empirisk materiale – analyserte dokument	17
3.1.1 Læreplanar – innhenting og analyserte dokument	18
3.1.2 Lærebøker – utveljing og analyserte delar	20
3.2 Metode og epistemologisk referansemodell	28

3.3	Metode for læreplananalyse	31
3.3.1	Metode for innleiande analyse av læreplanar	31
3.3.2	Metode for tematisk koding av formuleringssamling	34
3.4	Metode for lærebokanalyse	38
3.4.1	Lærebokanalyse – metodeoversikt og forskingsdesign	39
3.4.2	Metode for tematisk koding knytt til oppgåvetypar	41
3.4.3	Metode for tematisk koding knytt til teknikkar	42
3.4.4	Metode for analyse knytt til logos-blokker	44
3.5	Reflekterande perspektiv knytt til metode	45
4	Analyse	49
4.1	Epistemologisk referansemodell	49
4.1.1	Eksponentialfunksjonar – opphav og natur	50
4.1.2	Eksponentialfunksjonar – legitimitet og applikasjonar	54
4.2	Læreplananalyse	57
4.2.1	Innleiande læreplananalyse	57
4.2.2	Objektfokusert tematisk koding av formuleringar	63
4.2.3	Aktivitetfokusert tematisk koding av formuleringar	67
4.3	Lærebokanalyse	72
4.3.1	Tematisk koding knytt til oppgåvetypar	72
4.3.2	Tematisk koding knytt til teknikkar	78
4.3.3	Analyse knytt til logos-blokker	88
5	Diskusjon	95
5.1	Analyseresultat og problemstillinga	96
5.2	Metodar og problemstillinga	102
5.3	Diskusjon med omsyn til fem læreplannivå	106
6	Konklusjon	113
	Referansar	117

Vedlegg	123
A Samling av formuleringar	123
B Objektkodar, verbkodar og formuleringar	128

Tabellar

4.1	Resultata frå den objektfokuserte tematiske kodinga av formuleringssamlinga frå den innleiande læreplananalysen.	64
4.2	Resultata frå den aktivitetfokuserte tematiske kodinga av formuleringssamlinga frå den innleiande læreplananalysen.	68
4.3	Resultata frå genereringa av fyrstenivåoppgåvetypekategoriar i den tematiske kodinga knytt til oppgåvetypar.	74
4.4	Resultata frå organiseringa i den tematiske kodinga knytt til oppgåvetypar, av fyrstenivåoppgåvetypekategoriane i andrenivåoppgåvetypekategoriar.	76
4.5	Resultata frå genereringa i den tematiske kodinga knytt til teknikkar av dei fyrstenivåteknikkategoriane som er vurderte som at dei høyrer til ein teknologisk diskurs som spring utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar som er utforma i studien. . . .	80
4.6	Resultata frå genereringa i den tematiske kodinga knytt til teknikkar av dei fyrstenivåteknikkategoriane som er vurderte som at dei ikkje høyrer til nokon teknologisk diskurs som spring utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar som er utforma i studien. . . .	81
4.7	Resultata frå organiseringa i den tematiske kodinga knytt til teknikkar, av fyrstenivåteknikkategoriane i andrenivåteknikkategoriar.	85
4.8	Resultata frå genereringa av teknologikategoriar i analysen knytt til logos-blokker. . . .	89
4.9	Resultata frå genereringa av teorikategoriar i analysen knytt til logos-blokker saman med ei oversikt over fordelinga av teknologikategoriar mellom læreplanverka R94, LK06 og LK20.	92
B.1	Oversikt over kva objektkodar som i den tematiske kodinga av formuleringane frå den innleiande læreplananalysen, er genererte frå kva formuleringar.	128
B.2	Oversikt over kva verbkodar som i den tematiske kodinga av formuleringane frå den innleiande læreplananalysen, er genererte frå kva formuleringar.	129

Symbol

\emptyset	Den tomme mengda
\forall	For alle
\wedge	Logisk og
\vee	Logisk eller
\mathbb{C}	Dei komplekse tala
\mathbb{N}	Dei naturlege tala
\mathbb{Q}	Dei rasjonale tala
\mathbb{R}	Dei reelle tala
\mathbb{Z}	Dei heile tala
\setminus	Mengdoperasjonen minus

Kapittel 1

Innleiing

1.1 Motivasjon for studien

Gjennom eit utbrot som i mars 2020 vart erklært som ein pandemi av Verdas helseorganisasjon (WHO), spreidde koronaviruset sars-CoV-2 seg frå årsskiftet 2019/2020 og utover våren 2020, over heile verda saman med den smittsame sjukdommen covid-19 som det er skuld i (Tjernshaugen et al., 2022). Med dette vart menneske og samfunn verda over tvungne til å leve og ta val med konsekvensar både for seg sjølve og andre i ei røynd der fylgjer av handlingar var avhengige av kvantitativ utbreiing av ein pandemi og ein smittsam sjukdom. Både som einskildpersonar og som arbeidstakarar og samfunnsdeltakarar på andre vis, måtte også nordmenn gjere val i ei slik røynd. I lys av at sentrale delar av føremålet med grunnskulen og den vidaregåande opplæringa i Noreg, i fylgje føremålsparagrafen i Opplæringslova (1998), består av at opplæringa både skal late elevar og lærlingar få utvikle «kunnskap, dugleik og holdningar for å kunne meistre liva sine og for å kunne delta i arbeid og fellesskap i samfunnet» og i tillegg fremje både demokrati og vitskapleg tenkjemåte (§ 1-1), legg dette faktumet grunnlaget for eit – etter mitt syn – viktig spørsmål: “I kva grad har elevar og lærlingar gjennom norsk grunnopplæring fått utvikla kunnskap, dugleik og haldningar for på eit demokratisk og vitskapleg grunnlag å kunne ta ansvarlege og gode val med omsyn både til eigne liv og til arbeidsliv og andre samfunnsområde i ei røynd som på ein slik måte er prega av ein pandemi og av kvantitativ utbreiing av ein smittsam sjukdom?”

I fylgje Engebretsen og Osnes (2020) treng vi som menneske modellar til å gjere framskrivingar som dannar eit godt grunnlag for avgjerder mellom anna i slike situasjonar som under ein pandemi, ettersom menneskehjernen er dårleg til å vurdere tal intuitivt (s. 1854). Meir spesifikt og med tilvising spesielt til pandemiar, nemner dei som døme på denne utilstrekkelege evna til hjernen, fenomenet eksponentiell vekst og kor vanskeleg det er å forstå fylgjene av slik vekst;

Hvis en pandemi starter med én smittsom person og hver person gjen-

nomsnittlig smitter to nye, vil vi først ha ett tilfelle, og deretter to i neste generasjon. Disse to vil smitte to nye hver, og vi får fire. Så får vi åtte, deretter 16 og så videre. Dette er eksponentiell vekst, og det går altså ut på at noe vokser raskere og raskere. Selv om man kan forstå konseptet og at det dobler seg i hver generasjon, er det vanskelig å ha noen følelse av hvor mange tilfeller du vil ha etter mange generasjoner. (Engebretsen & Osnes, 2020, s. 1854)

Som vidare illustrasjon av desse vanskane vi som menneske kan ha med, ved hjelp av intuisjon eller ei kjensle, å estimere kva verdiar eksponentielt veksande storleikar når etterkvart, nemner dei med tilvising til ulike kjelder fleire konkrete fenomen og problem. Dei nemner både det sokalla «Monty Hall-problemet», det sokalla «bursdagsparadokset» og fenomenet som inneber at eit ark vil vere «tykkere enn avstanden mellom jorda og månen» dersom ein brettar det 42 gonger og «dobbelt så tykt som galaksen vår» dersom ein brettar det 42 gonger til (Engebretsen & Osnes, 2020, s. 1854). I lys av desse illustrasjonane og påstandane hjå Engebretsen og Osnes (2020), samt av den avdøde fysikkprofessoren Albert Bartlett (1976) si kjende utsegn «*The greatest shortcoming of the human race is man's inability to understand the exponential function*» (s. 394), har ei spesiell interesse for fylgjande spørsmål vakse fram hjå meg: Kva kunnskap om eksponentialfunksjonar og matematiske modellar for eksponentiell vekst får elevar møtt i den norske grunnopplæringa? Utgangspunktet for denne framveksten har vore det tidlegare stilte og meir generelle spørsmålet om korleis norsk grunnopplæring har vore med på å setje elevar i stand til å ta avgjerder under ein pandemi, og på bakgrunn av denne interessa har eg utforma masterprosjektet denne oppgåva utgjør ein rapport frå, som ein studie av kunnskap om eksponentialfunksjonar i grunnopplæring i Noreg.

I tillegg til å ha grunnopplæring i Noreg som kontekst, eksponentialfunksjonar som matematisk tema og kunnskap om eksponentialfunksjonar som matematikkdiraktisk tema, er denne studien utforma med fokus på historisk utvikling. Valet om eit slikt fokus byggjer på ei interesse for historisk utvikling knytt til formidling, undervisning, læring og motivasjon av kunnskap i skulen, som spring utifrå argumentasjon hjå Chevallard (2015) under tittelen «*Teaching mathematics in tomorrow's society: A case for an oncoming counter paradigm*». Denne argumentasjonen byggjer på argument for at det didaktiske paradigmet som lenge har vore dominerande og som innanfor den antropologiske teorien for det didaktiske (frå no av ATD) vert kalla paradigmet som inneber å vitje verk (frå no av PVV) (*the paradigm of visiting works*), er mangelfullt og difor også på vikande front, og han konkluderer med at ein kan oppnå eit didaktisk paradigme utan tilsvarande manglar ved å gå inn for eit nytt didaktisk paradigme med nemninga paradigmet som inneber å stille spørsmål til verda (frå no av PSV) (*the paradigm of questioning the world*) (Chevallard, 2015). Syner det nye læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 teikn til paradigmeovergang frå PVV til PSV samanlikna med tidlegare læreplanverk? Har ein slik paradigmeovergang teke til allereie ved tidlegare læreplanverkovergangar? Kva utvikling har gjennom læreplanverkovergangar funne stad i samband med kunnskap om eksponentialfunksjonar? Har det hendt utvikling med konsekvensar for kor rusta elevar har vorte til å kunne ta avgjerder i situasjonar som krev forståing om eksponentiell vekst? Kunnskap om historiske utviklingstrekk knytt mellom anna til slike spørsmål,

har – etter mi meining – verdi for den som er oppteken både av notid og framtid i utdanning og grunnopplæring i Noreg, og som i samband med dette skal ta avgjerder anten som lærar i klasserommet, som politikar på Stortinget eller på eit nivå ein stad imellom.

Med interessen for kunnskap om eksponentialfunksjonar, inspirasjon frå Chevallard (2015) sin argumentasjon for ein paradigmeovergang og denne tanken om verdi av kunnskap om historisk utvikling som utgangspunkt, har eg gjennomført masterprosjektet som ein deskriptiv studie, altså som ein studie som søker å skildre utan å identifisere kausale samanhengar, med eit overordna mål om å medverke til kunnskap om historisk utvikling knytt til kunnskap om eksponentialfunksjonar gjennom nokre læreplanverkovergangar for grunnopplæring i Noreg. Utifrå dette føremålet er den tidlegare nemnde teorien ATD valt som teoretisk rammeverk for studien på bakgrunn mellom anna av pilotstudien for masterprosjektet der denne teorien syn- te seg nyttig som rammeverk både for metode og analyse i undersøkingar knytt til kunnskap i matematikkfag innanfor spesifikke skulesystem generelt og knytt til visse matematiske objekt som til dømes eksponentialfunksjonar, spesielt (Aksnes, 2021). Særleg teori knytt til ATD-omgrepa prakseologiar og relasjonar som kan nyttast for å modellere slik kunnskap, var sentral i utforming av metode og i analyse i pilotstudien, og det same er tilfelle for masterstudien som er utforma med utgangspunkt i føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar som blir lagt i læreplanar. Valet om dette utgangspunktet er gjort på bakgrunn mellom anna av at Bosch og Gascón (2014) i sin introduksjon til ATD påstår at «it is not possible to interpret school mathematics properly without taking into account the phenomena related to the way mathematics is introduced and reconstructed at school» (s. 70) og peikar på fylgjande spørsmål som relevante for å forstå skulematematikk: «What mathematical praxeologies are proposed to be studied at school and why? What are they made of?» (s. 70).

Med utgangspunkt i føremålet med studien om å kartleggje historisk utvikling knytt til føringar i læreplanar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, er studien utforma som ein dokumentanalyse. Dette valet byggjer på ei vurdering av denne metoden som eigna utifrå at Bowen (2009) peikar på at «documents provide a means of tracking change and development. Where various drafts of a particular document are accessible, the researcher can compare them to identify the changes» (s. 30), at «documents may be the most effective means of gathering data when events can no longer be observed» (s. 31) og at «documents provide broad coverage; they cover a long span of time, many events, and many settings» (s. 31). Utifrå at føringar i læreplanar for elevar sin kunnskap er valt som fokusområde for studien, er dei analyserte dokumenta valde ut med utgangspunkt i at Engelsen (2015) som del av ei handsaming av bakgrunnskunnskap for arbeid med læreplanar, uttrykkjer at «læreplanarbeid bør ta utgangspunkt i en læreplanoppfatning som omfatter mer enn selve læreplandokumentet» (s. 27). I framhaldet av handsaminga av bakgrunnskunnskap for læreplanarbeid, utstyrer ho lesaren med eit verktøy for å praktisere denne tilrådinga ved, utifrå inspirasjon frå Goodlad, å skissere fem læreplannivå (Goodlad et al., 1979, som tilvist i Engelsen, 2015, s. 27–28). Utifrå presiseringane i desse skissene av innhaldet i kvart av dei fem læreplannivåa – presiseringar som vil bli gjort greie for i teorikapittelet i denne oppgåva – og på bakgrunn av valet av do-

kumentanalyse som metode for studien, har eg valt for denne studien å fokusere på dei to av dei fem læreplannivåa som Engelsen omtaler som *den formelle læreplanen* og *den oppfatta læreplanen*. Historisk utvikling knytt til kunnskap om eksponentialfunksjonar med omsyn til læreplannivået den formelle læreplanen, er undersøkt gjennom analyse av empirisk materiale i form av eit utval læreplandokument, medan eit utval lærebøker, utifrå eit val om å sjå på lærebøker som empiri som gjev uttrykk for tolkingar av læreplandokument, er gjort til gjenstand for analyse for å kaste lys over læreplannivået den oppfatta læreplanen og dermed kontekstualisere utviklinga knytt til den formelle læreplanen.

1.2 Avgrensing, problemstilling og tilnærming

Den matematikdidaktiske studien presentert i denne oppgåva er, som skildra og motivert i førre delkapittel, ein deskriptiv studie av historisk utvikling i norsk grunnopplæring knytt til kunnskap om det matematiske temaet eksponentialfunksjonar. Som overordna metodisk tilnærming er dokumentanalyse både av læreplandokument som har vore gjeldande på ulike tidspunkt og av lærebøker utforma til ulike læreplanar som har vore gjeldande, nytta. Meir spesifikt vil studien fokusere på læreplanar og lærebøker for matematikkfag i vidaregåande opplæring i Noreg under tre læreplanverk, nemleg læreplanverket for Reform 94 (frå no av R94), læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006 (frå no av LK06) og læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 (frå no av LK20). Dette fokuset, som medfører at studien omfattar læreplanar og tilhøyrande lærebøker frå alle dei tre læreplanverka for vidaregåande opplæring i Noreg som har vore gjeldande etter at rett til treårig vidaregåande opplæring vart lovfesta med Reform 94 (Thune, 2021), er valt fyrst og fremst på bakgrunn av at avgrensing har vore naudsynt. Det same gjeld ei ytterlegare avgrensing som inneber at lærebøker berre for eitt av matematikkfaga i vidaregåande opplæring er analyserte. Av grunnar som vil bli gjort greie for i metodekapittelet seinare i oppgåva, er det lærebøker for det faget som under R94 vart kalla matematikk 2MX (frå no av 2MX) og som under LK06 og LK20 er kalla matematikk R1 (frå no av R1), som er valde ut til å bli analyserte i studien. På bakgrunn av motivasjonen for studien, føremålet om kartlegging av historisk utvikling med omsyn til det matematiske og det matematikdidaktiske temaet for studien, valet om dokumentanalyse som metode og avgrensingane skildra ovanfor, er fylgjande formulering utforma som problemstilling for studien:

«Gjennom overgangane mellom læreplanverka R94, LK06 og LK20, korleis har matematikklæreplanane for vidaregåande opplæring sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar utvikla seg, og korleis kan kunnskapsinnhald om eksponentialfunksjonar formidla i lærebøker for matematikkfaga 2MX og R1 kontekstualisere denne utviklinga?»

Omgrepet læreplan siktar, slik det er brukt i problemstillinga, til det som kan omtalast som sjølve læreplandokumenta. Ved hjelp av Engelsen (2015, s. 27–28) sine

fem læreplannivå kan denne tydinga av læreplanomgrepet omtalast som læreplan-nivået den formelle læreplanen. Med unntak av i samanhengar der læreplanomgrepet eksplisitt blir brukt i samband med eitt eller fleire av desse fem læreplannivåa, vil læreplanomgrepet i denne oppgåva – som i problemstillinga – bli brukt i tydinga sjølve læreplandokumenta, som altså svarer til tydinga av læreplannivået den for-melle læreplanen.

For å undersøkje den fyrste delen av problemstillinga som stiller spørsmål ved utvik-ling av føringar lagt av læreplanar, er det i denne studien utført dokumentanalysar av fire læreplanar frå R94, tretten læreplanar frå LK06 og sju læreplanar frå LK20. Så vidt eg har fått kjennskap til gjennom denne studien, utgjer desse tjuefire lære-planane alle dei læreplanane for matematikkfag i vidaregåande opplæring i Noreg som har vore gjeldande under dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20. I me-todekapittelet vil ein meir detaljert presentasjon av desse dokumenta bli gjeven, og både innsamlinga av dokumenta og kva delar av dei som er undersøkte i studien, vil bli gjort greie for. Utifrå målet uttrykt i problemstillinga om å undersøkje korleis kunnskapsinnhald i lærebøker for 2MX og R1 kan kontekstualisere den utviklinga av føringar lagt av matematikklæreplanar som fyrste del av problemstillinga set fokus på, er utvalde delar av tre lærebøker analyserte i studien. Den eine av desse bøkene er læreboka *Matematikk 2MX* (Erstad et al., 2001) for faget 2MX som er utforma etter ein analysert læreplan frå R94, den andre er læreboka *Matematikk R1* (Heir et al., 2007) for faget R1 som er utforma etter ein analysert læreplan frå LK06 og den tredje er læreboka *Matematikk R1* (Borgan et al., 2021) for faget R1 som er utforma etter ein analysert læreplan frå LK20. Både dette utvalet av analyserte bøker og kva delar av dei som er analyserte, vil i metodekapittelet bli skildra og gjort greie for.

Metoden som i studien er nytta for å kaste lys over problemstillinga gjennom analyse av læreplanar og av lærebøker, er med utgangspunkt i framstillinga av dokumentana-lyse hjå Bowen (2009) og framstillinga av tematisk koding hjå Robson og McCartan (2016, s. 467–481), utforma som ein kvalitativ dokumentanalyse. I tillegg byggjer forskingsdesignet som for studien er utforma med mål om å kunne produsere resul-tat som er relevante med tanke på problemstillinga, på det teoretiske rammeverket ATD. Teori knytt til omgrepet relasjonar er i designet av metoden for læreplananaly-sen brukt som utgangspunkt for forståing av omgrepet kunnskap som er nytta i den delen av problemstillinga som handlar om læreplanar, medan metoden for gjennom lærebokanalysen å gjere undersøkingar knytt til formidla kunnskapsinnhald, byggjer på bruk av teori knytt til omgrepet prakseologi som utgangspunkt for forståing av kunnskapsomgrepet. I tråd med tilrådingar frå Aksnes (2021, s. 11–12) knytt til forskingsdesign som byggjer på ATD-teori og spesielt på omgrepet prakseologiar, er metoden både for lærebokanalysen spesielt og for studien generelt, i tillegg influ-ert av metoden for studien presentert hjå Takeuchi og Shinno (2020). Dette kjem mellom anna til uttrykk ved at ein epistemologisk referansemodell (frå no av ERM) knytt til det matematiske temaet eksponentialfunksjonar er utforma og nytta som verktøy både i lærebokanalysen og i læreplananalysen.

1.3 Oppbygging av oppgåva

Denne oppgåva er strukturert som ein rapport frå studien som i dei to føregåande delkapitla er motivert og introdusert, og fyrst etter innleiingskapittelet fylgjer eit teorikapittel. Det presenterer innleiingsvis bakgrunns litteratur for studien som er relevant både som kontekst for betre å forstå ulike aspekt ved studien og som bakgrunn for å kunne diskutere både metodane i studien og resultat frå studien, og gjer deretter greie for den teorien frå ATD som utgjer det teoretiske grunnlaget både for metodane i studien og for analysen. Etter teorikapittelet fylgjer eit metodekapittel som fyrst presenterer dokumenta som er analyserte i studien og innsamlinga av desse, før det tek føre seg metodar knytt til mellom anna utforminga av den epistemologiske referansmodellen og vidare skildrar i detalj metoden for utføringa fyrst av læreplananalysen og deretter av lærebokanalysen, samt avslutningsvis ser attende på den presenterte metoden med eit reflekterande blikk. Deretter fylgjer eit analysekapittel som vert innleidd med presentasjon av den epistemologiske referansmodellen, før både resultat frå og vurderingar utført i samband fyrst med læreplananalysen og deretter med lærebokanalysen, blir presenterte. Etter analysekapittelet blir både resultat frå læreplananalysen og lærebokanalysen og spørsmål om korleis desse kan medverke til å gje svar på problemstillinga, diskuterte innleiingsvis i eit diskusjonskapittel som vidare inneheld fyrst diskusjon både kring metodane i studien og deira rolle i samband med å kunne finne svar på problemstillinga, og deretter diskusjon også knytt til korleis studien og resultat frå denne kan ha relevans og nytte i samband med kvart av dei introduserte fem læreplannivåa hjå Engelsen (2015, s. 27–28). Avslutningsvis i oppgåva blir funna frå studien og nytten av studien oppsummert i eit konklusjonskapittel som i tillegg peikar framover og som med utgangspunkt i studien kjem med forslag til vidare forskning.

Kapittel 2

Teori

I dette teorikapittelet, som er strukturert i to delkapittel, følger ein presentasjon av teorien som er nytta i studien både i samband med utforming av metode for å finne svar på problemstillinga, gjennomføring av analysar i tråd med denne metoden og diskusjon av resultat frå analysane. Fyrst blir eit utval litteratur som er relevant som kontekst for studien med omsyn både til metodisk tilnærming og som kontekst for resultat, og som seinare i oppgåva vil bli nytta i diskusjon av resultat og metode, presentert i eit delkapittel med bakgrunns litteratur for studien. Deretter fylgjer eit delkapittel som, basert på Chevallard (2019) sin presentasjon av ATD i artikkelen «Introducing the anthropological theory of the didactic: An attempt at a principled approach», presenterer den teorien som utgjer det teoretiske rammeverket for studien generelt og for designet av metodane som er nytta i gjennomføring av dokumentanalysar for å undersøkje problemstillinga, spesielt.

2.1 Bakgrunns litteratur

Bakgrunns litteratur for studien vil i dette delkapittelet fyrst med omsyn til læreplanhistorie knytt til grunnopplæring i Noreg, vidare med omsyn til læreplanomgrepet slik Engelsen (2015) forstår det som fem læreplannivå, deretter med omsyn til dokumentanalysar basert på teori om prakseologiar og til sist med omsyn til didaktiske paradigme og Chevallard (2015) sin argumentasjon for eit paradigmeskifte, bli presentert i fire underdelkapittel som svarer til desse fire emna.

2.1.1 Eit innblikk i norsk læreplanhistorie

Ettersom eit overordna føremål med studien er å styrkje forståing av historisk utvikling knytt til grunnopplæringa i Noreg generelt og læreplanar med lærebøker som kontekst spesielt, er kjennskap til eksisterande litteratur knytt til norsk læreplanhis-

torie relevant som kontekst å setje resultatata frå denne studien inn i. Difor vil utvalde aspekt ved denne historien i det fylgjande bli presentert saman med tilvisingar også til kjelder for meir utfyllande litteratur om dette emnet, og denne presentasjonen vil seinare i oppgåva vere med å danne grunnlaget for diskusjon knytt til resultat frå dokumentanalysane i studien.

Som bakgrunn for ein analyse av LK20 tek Andreassen og Tiller (2021, s. 34–40) føre seg perioden frå 1939 til 2020 i norsk læreplanhistorie knytt til folkeskule, framhaldsskule, realskule, grunnskule og vidaregåande skule. Dei oppsummerer dei største utdanningsreformene i denne perioden gjennom presentasjon av ei oversikt over viktige didaktiske og organisatoriske aspekt knytt til læreplanar ved desse reformene, og synleggjer vidare historiske utviklingstrekk gjennom inndeling av perioden i fire læreplanperiodar og presentasjon av ei oversikt over læreplanar frå dei ulike periodane sitt tilhøve til innhaldsorientering, kompetanseomgrepet, emnelister, minstrekravsplanar, rammeplanar og målstyring. Som karaktertrekk ved læreplanverket R94 peikar dei på vidareføring samanlikna med tidlegare læreplanverk, av innhaldsorientering av læreplanen i form av «vektlegging av innhold (kunnskap)» i staden for vektlegging av «hva elevene skal kunne *gjøre* (ferdigheter) med innholdet» (Andreassen & Tiller, 2021, s. 39). I tillegg trekkjer dei fram målstyring som eit læreplankaraktertrekk innført frå R94 og ført vidare i LK06 og LK20, i motsetnad til innhaldsorienteringa som for LK06 og LK20 er blitt erstatta med kompetansebasering (Andreassen & Tiller, 2021, s. 36–40). Med tilvising til Monsen trekkjer dei fram som definerande for overgangen til målstyring at elevane i R94 «ble subjekt i målformuleringene», som kontrast til at det tidlegare hadde vore undervisninga som hadde vore subjekt i målformuleringane (Monsen, 1996, som tilvist i Andreassen & Tiller, 2021, s. 38). Kontrasten mellom dei to læreplanverka LK06 og LK20 og tidlegare læreplanverk inkludert R94, som Andreassen og Tiller (2021) uttrykkjer ved å omtale desse to læreplanverka som kompetansebaserte, skildrar dei ved å peike på at «innholdets status er redusert, mens fokus er hva elevene skal kunne <gjøre> med innholdet» (s. 39), noko som tydeleg syner eit brot med innhaldsorienteringa slik dei – som nemnt over – skildrar denne som kjenneteikna ved vektlegging av innhald framfor av kva elevane skal kunne gjere med innholdet. Nokre andre skilnader mellom dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20 som Andreassen og Tiller (2021) trekkjer fram, er innføringa med LK06 av sokalla grunnleggjande ferdigheiter som også er ført vidare i LK20, og innføringa med LK20 i tillegg av sokalla kjerneelement og tverrfaglege tema (s. 36).

Andre, men relaterte, aspekt ved historisk utvikling med omsyn til læreplanar i Noreg i etterkrigstida kjem fram hjå Engelsen (2015, s. 77–98). I kapittelet «Dagens læreplantenkning – idémessig, historisk bakgrunn» skisserer ho med vekt på idéstrøymingar knytt til pedagogikk og didaktikk som har hatt fylgjer for læreplanarbeid i denne perioden, ein del av den historiske bakgrunnen for læreplanverket LK06 fyrst og fremst med omsyn til det ho omtaler som *formuleringsnivået* innanfor læreplanområdet (Engelsen, 2015, s. 77–98). Formuleringsnivået, der vi finn «den intenderte læreplanen» og som kan knytast til «omtale av utdanningsvisjoner [og] beskrivelser av relativt ideelle undervisnings- og læringsaktiviteter» i utdanningspolitiske dokument og læreplanar, kontrasterer ho med *realiseringsnivået* som kan knytast til «det som faktisk blir realisert som undervisnings- og læringsaktivite-

ter», og peikar på at læreplanforskning syner at desse to nivåa sjeldan samsvarer fullt ut med kvarandre (Engelsen, 2015, s. 77–78). Til dei mange aspekta som Engelsen (2015, s. 77–98) i handsaminga av idémessig utvikling knytt til læreplanar i etterkrigs-Noreg er innom, høyrer mellom anna idéstrøymingar knytt både til endringar i den utdanningspolitiske debatten rundt år 1990 som kan knytast mellom anna til innføringa av målstyring i R94, reduksjon av detaljstyring for innhald i LK06 samanlikna med tidlegare læreplanar og korleis dette i praksis kan styrkje mellom anna lærebokforfattarar si makt over innhaldsval. I tillegg gjer ho greie mellom anna for utviklingstendensar knytt til restaurativ og progressiv pedagogikk og for ulike tankar om læreplanar i eit postmoderne samfunn mellom anna med omsyn til innhaldsutval. Ytterlegare perspektiv på den historiske utviklinga knytt til læreplantenking i Noreg som har gått føre seg saman med overgangane fyrst til læreplanverket R94 og seinare til LK06, er å finne hjå Hovdenak og Stray (2015) i boka *Hva skjer med skolen? En kunnskaps sosiologisk analyse av norsk utdanningspolitikk fra 1990-tallet og frem til i dag*, der dei mellom anna gjer greie for ideologiske tilhøve knytt både til dei nye læreplanane og utdanningsreformene på 1990-talet (s. 72–83) og til Kunnskapsløftet 2006 (s. 84–132).

2.1.2 Læreplanomgrepet som fem læreplannivå

Som introdusert i innleiingskapittelet er denne studien av læreplandokument og lærebøker som kontekst for læreplandokument, situert som forskning i ein læreplanteoretisk kontekst ved hjelp av fem læreplannivå som Engelsen (2015, s. 27–28) skisserer som verktøy for arbeid med læreplanar som, i tråd med hennar normative syn på læreplanarbeid, byggjer på ei læreplanoppfatting som ikkje berre omfattar læreplandokument, men også andre nivå av læreplanomgrepet. Desse fem læreplannivåa introduserer ho som inspirerte av Goodlad som «selv omtaler dette som «læreplanens framstillingsformer»» (Engelsen, 2015, s. 28), og ei oppsummering av desse skissene vil i det fylgjande bli presentert for å gje ei læreplanteoretisk kontekstualisering av studien som seinare i oppgåva vil bli nytta som utgangspunkt for diskusjon både kring resultatata frå studien, metodane nytta i studien, forslag til vidare forskning og nytten av studien for lærarar og elevar med omsyn til undervisning og læring.

Det fyrste læreplannivået Engelsen (2015) trekkjer fram gjev ho nemninga *ideane sin læreplan (ideenes læreplan)*, og dette nivået knyter ho til «de mange ideene som blir fremmet blant annet i debatt om skole, utdanning, undervisning og fag» (s. 27). Ho tydeliggjer vidare kva idéar ho her har i tankane ved å uttrykkje at ho i nemninga inkluderer både idéar med og utan faktisk påverknad på innhald og utforming for læreplanar, samt ved i tillegg å peike på at dei idéane ho tenkjer på anten «kan ha sin bakgrunn i filosofiske og ideologiske idéstrømninger» eller «kan bli fremmet ut fra forhold som har med næringsliv og arbeidsmarked å gjøre» (Engelsen, 2015, s. 27–28). På denne måten plasserer ho dette læreplannivået på eit overordna plan samanlikna med «selve det læreplandokumentet som utgjør en ramme for skolens og lærerens virksomhet» som ho vidare introduserer som det neste læreplannivået (Engelsen, 2015, s. 28). Dette andre nivået kallar ho *den formelle læreplanen* og som døme nemner ho LK06 (Engelsen, 2015, s. 28). Vidare introduserer ho nemnin-

ga *den oppfatta læreplanen* (*den oppfattede læreplanen*) for eit tredje læreplannivå som ho knyter til tolking av føringar uttrykte på førre læreplannivå (Engelsen, 2015, s. 28). Dette gjer ho ved å peike på at «når lærere (og andre) leser læreplandokumentet, tolker de råd og retningslinjer i planen. Det er denne tolkningen som blir utgangspunktet for deres planlegging, tilrettelegging, gjennomføring og vurdering av opplæringen» (Engelsen, 2015, s. 28). I samband med læreplannivå nummer fire er sjølve opplæringa i fokus i staden for tolkingar av læreplandokument. Her ser Engelsen (2015) på opplæringa frå læraren sin synsvinkel og tenkjer på «den opplæringen som faktisk blir gjennomført innenfor læreplanens rammer – slik de blir oppfattet av læreren» (s. 28). Ho omtaler nivået med nemninga *den operasjonaliserte læreplanen* og får fram skiljet mellom dette fjerde og det femte læreplannivået ved i det siste læreplannivået å sjå på opplæringa ikkje frå læraren sin synsvinkel, men frå synsvinkelen til andre som erfarer opplæringa (Engelsen, 2015, s. 28). «Først og fremst tenker vi her på elevenes erfaringer med og opplevelser av opplæringen – deres læring og sosialisering. Men man kan også rette oppmerksomheten mot foreldrenes opplevelse av den, eller mot hvordan opplæringen blir opplevd av et vanlig samfunnsmedlem» skriv ho om dette femte læreplannivået og introduserer nemninga *den erfarte læreplanen* for omtale av nivået (Engelsen, 2015, s. 28).

2.1.3 Prakseologiske dokumentanalysar

Metoden for dokumentanalysane som i denne studien er utførte for å kaste lys over andre del av problemstillinga som set fokus på kunnskapsinnhald formidla i lærebøker, er – som nemnt i innleiingskapittelet – utforma ved hjelp av teori knytt til ATD-omgrepet prakseologiar. På bakgrunn av dette vil eg omtale desse analysane som prakseologiske dokumentanalysar, og i det fylgjande vil eit utval litteratur som skildrar tidlegare utførte prakseologiske og ATD-baserte dokumentanalysar bli presentert som bakgrunn spesielt for desse metodiske aspekta ved dette masterprosjektet. Som særleg metodekapittelet og diskusjonskapittelet seinare i denne oppgåva vil synleggjere, utgjer aspekt ved denne bakgrunns litteraturen viktige komponentar i grunnlaget både for design og diskusjon av metodar i denne studien.

Prakseologiske analysar av lærebøker er tidlegare gjennomført mellom anna som skildra hjå González-Martín et al. (2013), Wijayanti og Winsløw (2017), Takeuchi og Shinno (2020) og Aksnes (2021). González-Martín et al. (2013) konkluderer med omsyn til metodane dei har nytta til å analysere korleis irrasjonale og reelle tal vert introduserte i eit utval brasilianske lærebøker for sekundærutdanning, med at deira bruk av ATD-teori både generelt og knytt til prakseologiar spesielt, har vore nyttig for analyse både av innhald og organisering av lærebøker (s. 245). Metoden deira for lærebokanalysar inneber ei inndeling i ein fyrste analysefase med undersøking av teoridelar i lærebøkene og ein andre analysefase med undersøking av oppgåver i lærebøkene (González-Martín et al., 2013, s. 236). Som del av den andre av desse fasane har dei identifisert seks «main tasks proposed by the textbooks» og éi av desse skildrar dei som fylgjer: «Classifying a given number as rational or irrational ...: students are given examples of real numbers, expressed in different forms (such as decimals, fractions, radicals, and other symbolic expressions involving the former) to

decide whether they are rational or irrational» (González-Martín et al., 2013, s. 237). Wijayanti og Winsløw (2017) viser som del av bakgrunnen for metodane i sin studie, til González-Martín et al. (2013) sin studie generelt og til desse hovudoppgåvene dei har identifisert spesielt. Dei peikar mellom anna på at ein teknikk som baserer seg på ein regel som seier at ‘einkvar sum av eit rasjonalt og eit irrasjonalt tal er irrasjonalt’ kan brukast til klassifisering til dømes av talet $5 + \sqrt{3}$ som irrasjonalt og ikkje rasjonalt dersom faktum som ‘talet 5 er rasjonalt’ og ‘talet $\sqrt{3}$ er irrasjonalt’ er kjende, men at ein tilsvarande teknikk ikkje kan brukast til klassifisering til dømes av talet $\sqrt{0,1}$ som rasjonalt eller irrasjonalt (Wijayanti & Winsløw, 2017, s. 310). Utifrå dette karakteriserer dei González-Martín et al. (2013) sine hovudoppgåver som breie i den forstand at fleire teknikkar kan brukast for å løyse oppgåver av same type, og dei kontrasterer si eiga tilnærming mot denne breidda ved å uttrykkje «classifying types of tasks in the precise sense of “tasks which can be solved by a given technique”» og «to draw up an explicit, precise model of the techniques» som siktemål for denne tilnærminga (Wijayanti & Winsløw, 2017, s. 310).

Studien presentert hjå Wijayanti og Winsløw (2017) er ein prakseologisk analyse av indonesiske lærebøker med omsyn til det matematiske temaet proporsjonar, og denne analysen legg vekt på dei to elementa *oppgåvetypar* og *teknikkar* som – slik det vil bli gjort greie for seinare i dette teorikapittelet – utgjer den delen av den teoretiske konstruksjonen prakseologiar i ATD som vert kalla *praksis-blokka*. Som dei sjølve peikar på er mellom anna denne vektlegginga medverkande til at studien ikkje fullt ut utnyttar potensialet for lærebokanalyse med ATD som teoretisk rammeverk ettersom ho medfører mindre fokus på dei to elementa *teknologi* og *teori* som – slik det også vil bli gjort greie for seinare i kapittelet – utgjer den andre delen av prakseologiar som teoretisk konstruksjon, nemleg den sokalla *logos-blokka* (Wijayanti & Winsløw, 2017, s. 326). Denne påpeikinga står i kontrast til at Takeuchi og Shinno (2020) sin studie i fylgje eigen konklusjon oppnår større presisjon med omsyn til logos-blokka enn både González-Martín et al. (2013) sin studie, Wijayanti og Winsløw (2017) sin studie og andre ATD-baserte lærebokanalysar (Takeuchi & Shinno, 2020, s. 806). På bakgrunn av dette tilrår Aksnes (2021) i rapporten frå pilotstudien for masterprosjektet denne oppgåva rapporterer frå, å hente inspirasjon frå Takeuchi og Shinno (2020) sine metodar ved design av metodar for vidare forskning som nyttar ATD-teori knytt til prakseologiar og som har mål om å fange opp data også knytt til teknologiar og teoriar (Aksnes, 2021, s. 11–12).

I likskap med studiane presentert både hjå González-Martín et al. (2013), Wijayanti og Winsløw (2017) og Takeuchi og Shinno (2020) som består av analysar av lærebøker, inneber også den mindre omfattande pilotstudien presentert hjå Aksnes (2021) ein prakseologisk analyse av ei lærebok. I denne studien inngår som analyseeiningar i tillegg to norske læreplanar og eit oppgåveark om eksponentialfunksjonar henta frå eit læreverk sine internettressar, og metoden for analysane i studien er basert på ATD-teori som knyter omgrepet prakseologiar til omgrepet relasjonar som modell for kunnskap (Aksnes, 2021). Som Aksnes (2021) peikar på i diskusjonen, synte det teoretiske rammeverket for studien seg nyttig med tanke på å samanlikne læreplanar og eit læreverk med omsyn til praksis-blokka ved prakseologiar, samt i nokon, men mindre grad også med omsyn til logos-blokka ved prakseologiar (s. 10). Denne ubalansen mellom nytte med omsyn til praksis- og logos-blokka er grunnla-

get for den tidlegare nemnde tilrådinga frå Aksnes (2021) for vidare forskning om vidareutvikling av metode utifrå metoden nytta hjå Takeuchi og Shinno (2020).

Ein samanliknande studie av lærebøker for sekundærutdanning i Japan og England, er hjå Takeuchi og Shinno (2020) utført som ein prakseologisk analyse med omsyn til symmetri og transformasjonar innanfor geometri. Meir spesifikt tek denne analysen utgangspunkt i oppgåver i lærebøker som innleiingsvis vart klassifiserte i ulike oppgåvetypar, før ein teknikk vart identifisert for kvar oppgåvetype gjennom kategorisering av løysingar og tilnærmingar for å løyse oppgåver i kvar oppgåvetype, i fire ulike teknikkar (Takeuchi & Shinno, 2020, s. 798–799). På denne måten tek analysen føre seg praksis-blokka ved prakseologiar knytt til oppgåver i dei analyserte lærebøkene, og vidare vert logos-blokka ved dei same prakseologiane identifisert ved hjelp av tolkingar utført med ein epistemologisk referansemodell for det matematiske temaet for studien, som linse (Takeuchi & Shinno, 2020, s. 801). Denne analysen med omsyn til teknologi- og teori-elementa i prakseologiane, inneber meir spesifikt organisering fyrst av dei ulike praksis-blokkene under ulike teknologiske diskursar som kvar er knytte til eit spesifikt element frå den epistemologiske referansemodellen, og vidare – også dette gjennom tolking basert på den epistemologiske referansemodellen – identifisering av ein felles teori som dei ulike teknologiske diskursane kan organiserast under (Takeuchi & Shinno, 2020, s. 801–802).

2.1.4 Didaktiske paradigme – eit skifte frå PVV til PSV?

Som synleggjort gjennom innleiingskapittelet i denne oppgåva utgjer idéar om didaktiske paradigme og argumentasjon for eit paradigmeskifte hjå Chevallard (2015) ein del av motivasjonen for denne studien, og i lys av dette vil tankar knytt til desse idéane og argumenta også i diskusjonskapittelet i denne oppgåva bli trekte inn i samband med tolking av resultat frå studien. På bakgrunn av dette fylgjer her ein presentasjon av utvalde teoretiske perspektiv trekte fram av Chevallard (2015) som bakgrunns litteratur for studien, både med tanke på motivasjon og diskusjon.

Ettersom omgrepet didaktisk paradigme slik Chevallard (2015) nyttar det, er konstruert innanfor ATD ved hjelp av teoretiske grunntankar som ligg utanfor det valde fokusområdet for denne studien, vil eg her presenterte dette omgrepet på ein noko forenkla måte. Hans presentasjon av ein definisjon av dette omgrepet, tek utgangspunkt i det han skildrar som «social situations in which some person does something – or even manifests an intention to do so – so that some person may “study” – and “learn” – something» (Chevallard, 2015, s. 174). Dette «something to be studied (and learnt)» kallar han «the *didactic stake* in the situation» (Chevallard, 2015, s. 174), og vidare nyttar han denne nemninga til å definere omgrepet didaktisk paradigme. «I define a didactic paradigm as a set of rules prescribing, however implicitly, what is to be studied – what the didactic stakes ... can be – and what the forms of studying them are» skriv han (Chevallard, 2015, s. 174) og legg med dette grunnlaget for ein diskusjon kring historisk utvikling knytt til slike paradigme.

Eit paradigme Chevallard (2015) skildrar som arkaisk og initielt, og som han skriv forsvann på 1800-talet i mange land, omtaler han som paradigmet som inneber å

hulle og studere autoritetar og meisterverk (*the paradigm of hailing and studying authorities and masterpieces*) (s. 174–175). Dette paradigmet var, både innanfor matematikken og innanfor andre felt, «organised around the study of *doctrines* or *systems* – of mathematics, of philosophy, etc. – approached from outside and considered as outstanding achievements in the history of human creation» skriv Chevallard, før han peikar på at dette paradigmet etterkvart har vike for eit anna didaktisk paradigme som han kallar paradigmet som inneber å vitje verk (PVV) (*the paradigm of visiting works* (2015, s. 174–175). I dette paradigmet som «nowadays all of us, willingly or not, are supposed to revel in» i fylgje Chevallard (2015, s. 175), får autoritetane som skal ha stått bak dei studerte doktrinene og systema i det tidlegare paradigmet, mindre plass, medan systema er «crushed into smaller peices of knowledge» som «students are expected to admire and enjoy, even when they know next to nothing about [their] *raisons d'être*, now or in the past» (Chevallard, 2015, s. 175).

Som peika mot allereie i innleiingskapittelet i denne oppgåva, føreslår Chevallard (2015) at eit nytt skifte av didaktisk paradigme kjem til å finne stad på bakgrunn av at paradigmet PVV er på vikande front (s. 175). I ei meir omfattande forklaring enn det som vil bli gjort greie for her, trekkjer han fram forklarande faktorar for at PVV lenge har vore dominerande, men no er i tilbakegang. Ein grunnleggjande veikskap ved PVV han nemner som bakgrunn for denne tilbakegangen, relaterer han til at spørsmål som «Why does this happen to be here?», «What is its utility?», «What for?» og «So what?» får for lite merksemd innanfor dette paradigmet (Chevallard, 2015, s. 175), og han argumenterer – som nemnt i innleiingskapittelet – for fremjing av eit visst nytt didaktisk paradigme som han meiner er fritt for dei manglane ved PVV som leier til denne tilbakegangen. Paradigmet som inneber å stille spørsmål til verda (PSV) (*the paradigm of questioning the world*) kallar han dette paradigmet, og ved hjelp av termen *motparadigme* (*counterparadigm*) skildrar han korleis det framstår som ein kontrast til PVV (Chevallard, 2015, s. 177). «The main changes that I shall stress are few but radical» er Chevallard (2015, s. 177) sin eigen introduksjon til handsaminga hans av paradigmet PSV og av overgangen til dette paradigmet frå PVV, og sjølv oppsummerer han kva han legg i omgrepet PSV ved å peike på at dette paradigmet «relies heavily on four interrelated concepts, that of inquiry and of being “Herbatian”, “procognitive” and “exoteric”» (Chevallard, 2015, s. 173). Verken kva Chevallard (2015) legg i omgrepet paradigmet som inneber å stille spørsmål til verda eller kva han legg desse fire konsept, vil her bli forsøkt gjort fullstendig greie for. Men utvalde perspektiv knytt til verbet studere *study* som Chevallard (2015) bruker, vil bli presenterte.

Ein av dei sentrale grunntankane i paradigmet PSV byggjer, i likskap med det tidlegare introduserte omgrepet «*didactic stake*» (Chevallard, 2015, s. 174), på sosiale situasjonar der ein person gjer eller ynskjer å gjere noko for at ein annan person skal kunne studere og lære noko (Chevallard, 2015, s. 177). Tanken inneber at viss ein person skal lære noko om *noko*, «[this person] has to *study*» dette *noko*, ofte med hjelp frå nokon andre (Chevallard, 2015, s. 177). Som illustrerande døme viser Chevallard (2015) til at «You don’t learn to solve a cubic equation by chance; you have to stop and consider the question that arises before you» (s. 177–178). Som mål for paradigmet PSV uttrykkjer han ei spreing i samfunnet av haldningar

som forskarar innanfor eigne forskingsfelt har til problem som førebels er uløyste og spørsmål førebels utan svar, og som inneber at når nokon møter eit spørsmål, «[they] will consider it, and, as often as possible, will study it in order to arrive at a valuable answer» (Chevallard, 2015, s. 178).

2.2 Teori frå ATD nytta i metode og analyse

Framstillinga av teori i dette delkapittelet vil byggje på Chevallard (2019) sin introduksjon til den antropologiske teorien for det didaktiske. Til saman vil ho presentere dei teoretiske konstruksjonane, grunntankane og perspektiva som utgjer rammeverket metoden og analysen i denne studien er bygd på og som gjennom ein teoretisk modell for kunnskap utgjer grunnlaget for måten resultatata frå dokumentanalysane i denne studien vil bli forstått som relevante som svar på problemstillinga. Fyrst vil relevant teori knytt til omgrepa relasjonar og kunnskap, som spesielt læreplananalysen byggjer på, bli lagt fram, og vidare vil ei vidareutvikling av denne teorien og kunnskapsforståinga bli gjort greie for gjennom ein presentasjon også av teori knytt til omgrepet prakseologiar, som spesielt lærebokanalysen i studien byggjer på.

2.2.1 Relasjonar i ATD – å forstå kunnskap som aktivitet

I den antropologiske teorien for det didaktiske inngår grunnleggjande omgrep, teoretiske konstruksjonar og postulat som saman kan brukast til å byggje opp ein modell for kunnskap. Symbolet k kan innanfor dette teoretiske rammeverket brukast om eit stykke kunnskap, og gjennom subteorien didaktisk transposisjonsteori av ATD tek dette rammeverket omsyn til at slike kunnskapsstykke k eksisterer i ulike versjonar innanfor ulike institusjonar i utvikla menneskelege samfunn (Chevallard, 2019, s. 72–74). Gjeve eit utvikla menneskeleg samfunn som til dømes det norske samfunnet, samt ein institusjon I innanfor dette samfunnet, til dømes skulesystemet for grunnopplæringa i Noreg, kan den spesifikke versjonen av eit kunnskapsstykke k som lever i institusjonen I til dømes ved å bli undervist der, symboliserast som k_I (Chevallard, 2019, s. 72–74). Vidare kan eit kunnskapsstykke k_I som lever innanfor ein institusjon I og som handlar om eit objekt o , symboliserast som $k_I(o)$, ettersom «knowledge ... always [is] knowledge of something, that is, of some object o » (Chevallard, 2019, s. 79). Eit siste tillegg til notasjonen for å skildre kunnskapsstykke byggjer på at det i institusjonar I – til dømes spesifikke skulesystem – generelt eksisterer ulike posisjonar p – til dømes som elev – som personar x kan okkupere, og tillegget kjem til uttrykk i symbolet $k_I(p, o)$ som står for den versjonen av eit stykke kunnskap om eit objekt o som eksisterer for ein posisjon p i ein institusjon I (Chevallard, 2019, s. 77).

Spørsmålet om kva eit slikt kunnskapsstykke består av, blir svart på ved at eit kunnskapsstykke $k_I(p, o)$ for ein institusjon I , ein tilhøyrande posisjon p og eit objekt o , blir definert som identisk med ein teoretisk konstruksjon som vert kalla ein institusjonell relasjon og som vert symbolisert med symbolet $R_I(p, o)$ (Chevallard, 2019,

s. 79). Gjeve eit objekt o og ein institusjon I der p er ein posisjon, er relasjonen $R_I(o, p)$ ei mengd som består av alle “måtane” ein person x ideelt sett skal relatere til objektet o – til dømes ved å teikne o , undre seg over o , bruke o , fortelje om o eller drøyme om o – dersom x okkuperer posisjonen p i institusjonen I (Chevallard, 2019, s. 77–78). På denne måten blir eit kunnskapsstykke $k_I(p, o) = R_I(p, o)$ innanfor ATD forstått som ei mengd av måtar å relatere til eit objekt på, og dersom desse måtane kan forståast som aktivitetar som på eitt eller anna vis er knytt til objektet, inneber det også at kunnskap kan forståast som ei mengd av aktivitetar.

Ein teoretisk konstruksjon frå ATD som byggjer på relasjonar vert kalla kognitivt univers, og gjeve ein institusjon I og ein tilhøyrande posisjon p , kan det kognitive universet $\Gamma_I(p)$ definerast som fylgjer: $\Gamma_I(p) = \{(o, R_I(p, o)) \mid R_I(p, o) \neq \emptyset\}$ (Chevallard, 2019, s. 80). Dette inneber at $\Gamma_I(p)$ er mengda av alle ordna par $(o, R_I(p, o))$ som tilfredsstillar at o er eit objekt og at ein person x i posisjonen p ideelt sett skal kunne relatere til o på minst éin måte. I lys av at Chevallard (2015) innleier ei hand-saming av opphavet til relasjonar, og med det også til kunnskap, med å formulere at «our cognitive universe is the result of our activity: I came across the object o because I had to do something in which o played some role or other» (s. 83). Basert på denne utsegna og definisjonane presentert ovanfor av kognitive univers og institusjonelle relasjonar vil eg i denne oppgåva føresette at gjeve ein institusjon I med ein posisjon p , så er den institusjonelle relasjonen $R_I(p, o)$ for eit objekt o , lik mengda av alle aktivitetar a som ein person x som okkuperer posisjonen p ideelt sett skal kunne utføre der objektet o spelar ei eller anna rolle, medan det kognitive universet $\Gamma_I(p)$ er likt mengda av alle ordna par $(o, R_I(p, o))$ som tilfredsstillar at o er eit objekt og at ein person x i posisjonen p ideelt sett skal kunne utføre minst éin aktivitet der objektet o spelar ei eller anna rolle. Ettersom eit kunnskapsstykke $k_I(p, o)$ er definert som identisk med den institusjonelle relasjonen $R_I(p, o)$ inneber dette mellom anna at kunnskap om eit objekt blir forstått som ei mengd av aktivitetar der dette objektet spelar ei eller anna rolle.

2.2.2 Prakseologiar i ATD som modell for aktivitet

Opphavet til relasjonar og dermed til kunnskap vert i ATD gjort greie for gjennom subteorien om prakseologiar der nettopp omgrepet prakseologi vert introdusert som eit analyseverktøy for menneskeleg aktivitet (Chevallard, 2019, s. 83). Basert på dette saman med introduksjonen av omgrepet prakseologi som fylgjer i dette underdelkapittelet, vil eg i denne oppgåva omtale prakseologiar som modellar for aktivitet og dermed også som modellar for elementa i relasjonar og kunnskap som eg – i tråd med førre underdelkapittel – forstår som mengder av aktivitetar.

Eit av postulata den teoretiske konstruksjonen i ATD av omgrepet prakseologi som verktøy for å analysere menneskeleg aktivitet byggjer på, inneber at alle aktivitetar a utførte innanfor ein institusjon I kan delast inn i *oppgåver* (*tasks*) t , noko som kan uttrykkjast som at $a = t_1 \wedge t_2 \wedge \dots \wedge t_n$ (Chevallard, 2019, s. 83). Etter presentasjonen av dette postulatet blir omgrepet *oppgåvetype* (*type of task*) T hjå Chevallard (2019, s. 83) innført gjennom ei påpeiking av at alle oppgåver t er av ein viss oppgåvetype T og av at ein oppgåvetype T generelt blir uttrykt ved hjelp av eit aksjonsverb

og eit direkte objekt. Som døme på oppgåvetypar uttrykt på ein slik måte nemner Chevallard (2019) «to work out a multiplication», «to write a novel», «to watch TV», «to cook an omelet», «to drive a car», «to sing a song», «to solve a quadratic equation», «to welcome a guest» og «to hurtle down a flight of stairs» (s. 83). Han peikar, med omsyn til oppgåvetypar T , mellom anna på at det generelt er slik at «the coming to life of any type of task T entails the availability of a great many objects, prior to defining T » og kallar – for einkvar oppgåvetype T – dette komplekset av objekt for *infrastrukturen* (the *infrastructure*) til T (Chevallard, 2019, s. 84).

Eit neste postulat som legg grunnlaget for ei utviding av den teoretiske konstruksjonen for analyse av aktivitetar introdusert gjennom omgrepa oppgåver t og oppgåvetypar T , inneber at dersom oppgåver av ein oppgåvetype T med jamne mellomrom må utførast i posisjon tilhøyrande ein institusjon, så vil det i denne posisjonen utvikle seg ein “måte å gjere” oppgåver av denne typen (Chevallard, 2019, s. 84). Ein slik “måte å gjere” oppgåver av ein gjeven type T vert kalla ein *teknikk* (*technique*) τ for denne oppgåvetypen (Chevallard, 2019, s. 84), og samansetjinga $[T/\tau]$ av ein oppgåvetype T og ein teknikk τ for å gjere oppgåver av denne typen i eit ordna par, utgjer det som vert kalla ei *praksis-blokk* (*praxis block*) innanfor teorien om prakseologiar (Chevallard, 2019, s. 87). Praksis-blokka utgjer fyrste halvdel av den teoretiske konstruksjonen prakseologi, og til grunn for konstruksjonen av andre halvdel ligg ein tanke om at di meir forståeleg ein teknikk er for personen som skal bruke teknikken til å gjere ei oppgåve av ein viss type, di tryggare er det at bruk av teknikken nettopp til dette føremålet vil ha suksess (Chevallard, 2019, s. 87).

Som menneske har vi ein tendens til å spørje om kvifor, skriv Chevallard og forklarar kva det vil seie å forstå ein teknikk ved å peike mot at det inneber å forstå kvifor denne teknikken er tilstrekkeleg for å få utført ei oppgåve av den typen teknikken høyrer til (2019, s. 87). På bakgrunn av dette introduserer han omgrepet *teknologi* (*technology*) θ som for ei gjeven praksis-blokk $[T/\tau]$ er ein diskurs for å gjere teknikken τ forståeleg for personane som okkuperer den posisjonen i ein institusjon der praksis-blokka høyrer til, og for å forklare kvifor denne teknikken er som han er (Chevallard, 2019, s. 84–87). Det som, gjeve ei praksis-blokk $[T/\tau]$, vert kalla *logos-blokka* (the *logos block*) i ein prakseologi, er ei samansetjing $[\theta/\Theta]$ i eit ordna par av ein teknologi θ og det som vert kalla ein *teori* (*theory*) Θ (Chevallard, 2019, s. 91–92). Ein teori Θ for ein teknologi θ som er ein diskurs for å gjere ein teknikk τ for utføring av oppgåver av ein type T , forståeleg for personar i ein posisjon p i ein institusjon I , er ein diskurs som kan forståleggjere og rettferdiggjere, samt generere og kontrollere denne teknologien θ (Chevallard, 2019, s. 91). Idéar og førestillingar som personar som okkuperer anten dei same posisjonane eller ulike posisjonar i ein institusjon, generelt har til felles og som er med å utforme element ved teknologiane desse personane nyttar for å forståleggjere teknikkar for oppgåvetypar dei utfører oppgåver frå, inngår som del av teoriar Θ for slike teknologiar θ i prakseologiane tilhøyrande den aktuelle posisjonen eller den aktuelle institusjonen (Chevallard, 2019, s. 91). Gjeve både ei praksis-blokk $[T/\tau]$ og ei tilhøyrande logos-blokk $[\theta/\Theta]$ slik at teknikken τ høyrer til oppgåvetypen T , teknologien θ høyrer til teknikken τ og teorien Θ høyrer til teknologien θ , så utgjer samansmeltinga $[T/\tau/\theta/\Theta]$ av praksis-blokka og logos-blokka i ein kvadruppel, det som i ATD vert kalla ein prakseologi (Chevallard, 2019, s. 92).

Kapittel 3

Metode

Etter presentasjonen i førre kapittel av teori som både utgjer bakgrunns litteratur for studien og byggjesteinar i forskingsdesignet som inneber teoretisk funderte dokumentanalysar utførte for å kunne finne svar på problemstillinga presentert i innleiingskapittelet, tek dette metodekapittelet føre seg metodane nytta i studien. Overordna sett består metoden for studien av ERM-basert dokumentanalyse i form av tematisk koding influert av ATD-teori om kunnskap, relasjonar og prakseologiar, og metodane for dei ulike delane av studien vil her i metodekapittelet bli gjort greie for saman med framstillingar av korleis dei inngår i forskingsdesignet ved i samspel med teorien dei byggjer på, å kunne medverke til svar på problemstillinga. I tillegg til at dei spesifikke metodane nytta i analysane av læreplanar og lærebøker vil bli skildra og motiverte, vil utvalet av det empiriske materialet som er undersøkt ved hjelp av desse metodane – nemleg dei analyserte dokumenta og, meir spesifikt, dei delane av desse som er undersøkte i detalj – og prosessen som leidde fram til dette utvalet, bli skildra. Dessutan vil metoden for utforminga av ein epistemologisk referansemodell for eksponentialfunksjonar som ligg til grunn både for læreplananalysen og lærebokanalysen, bli gjort greie for, og reflekterande perspektiv knytt til styrkar og veikskapar ved metodane nytta for ulike aspekt ved dei empiriske undersøkingane i studien, vil – spesielt gjennom eit avsluttande og reflekterande delkapittel – kome fram.

3.1 Empirisk materiale – analyserte dokument

I dokumentanalyse som metode, inngår både det å finne og det å velje ut dokument som skal gjerast til gjenstand for analyse (Bowen, 2009, s. 28). Desse aspekta fyrst ved dokumentanalysen i denne studien av læreplanar og deretter ved dokumentanalysen i studien av lærebøker, vil bli gjort greie for i dette underdelkapittelet. Dei analyserte dokumenta og kva delar av dei som er gjort til gjenstand for analyse, vil bli presenterte, og til skilnad frå delkapittelet i førre kapittel som presenterte bakgrunns litteratur for studien, presenterer dermed dette underdelkapittelet sjølve

det empiriske datamaterialet som i studien er handsama gjennom analyse og som utgjør grunnlaget for resultatene frå studien.

3.1.1 Læreplanar – innhenting og analyserte dokument

Som formuleringa presentert i innleiingskapittelet syner, stiller problemstillinga for studien spørsmål mellom anna ved utvikling knytt til matematikklæreplanane frå læreplanverka R94, LK06 og LK20. Med utgangspunkt i dette vart arbeidsprosessen med å finne dei dokumenta som skulle analyserast i studien, sett i gong med mål både om å finne alle dokument som anten er, har vore eller skal bli gjeldande som læreplan for minst eitt matematikkfag i vidaregåande opplæring i Noreg, og om å kunne dokumentere at ingen fleire dokument enn dei funne dokumenta verken er, har vore eller er vedtekne som komande gjeldande læreplan for noko matematikkfag i norsk vidaregåande opplæring. Desse måla vart sette på bakgrunn av at læreplanar er offentlege dokument og at Bowen (2009) peikar på at «if a public event happened, some official record of it most likely exists» (s. 31). Arbeidet med å leite etter læreplanar vart sett i gong med utgangspunkt i at Bowen (2009) peikar både på at «many documents are in the public domain, especially since the advent of the Internet, and are obtainable without the authors' permission» (s. 31) og – med tilvising til Merriam – på at «locating public records is limited only by one's imagination and industriousness» (s. 31). I leiteprosessen vart omgrepet “matematikklæreplan” som inngår både i problemstillinga og i dei to nemnde målsetjingane for leitinga, forstått som læreplanar med ordet “matematikk” i tittelen, og prosessen vart innleidd med leiting på nettstaden til Utdanningsdirektoratet. Etter vidare leiting mellom anna på nettstaden til Nasjonalbiblioteket, ved hjelp av NTNU (Noregs teknisk-naturvitskaplege universitet) sine bibliotektekester og gjennom e-postkontakt både med Kunnskapsdepartementet, Utdanningsdirektoratet og Nasjonalbiblioteket, er resultatet at til saman tjuefire læreplanar som har vore, er eller skal bli gjeldande for matematikkfag i vidaregåande opplæring i Noreg som del av eitt av dei tre aktuelle læreplanverka, er funne. Men dokumentasjon for at desse dokumenta utgjør alle matematikklæreplanane som har vore, er eller er vedtekne som komande gjeldande læreplanar for norsk vidaregåande opplæring som del anten av R94, LK06 eller LK20, er ikkje funne. På bakgrunn av at eg gjennom denne studien ikkje har fått kjennskap til at noko anna er tilfellet er det i utforminga av resten av denne oppgåva, altså mellom anna av eit diskusjonskapittel som inneheld diskusjon av resultatene frå analysane og korleis dei kan brukast til å svare på problemstillinga, likevel føresett at desse dokumenta utgjør alle læreplanane i den aktuelle kategorien.

Det er dei tjuefire funne dokumenta nemnde ovanfor som utgjør utvalet av læreplanar som er analyserte i studien, og av desse tjuefire dokumenta er det fylgjande fire læreplanar som høyrer til læreplanverket R94:

- *Læreplan for videregående opplæring. Matematikk. Felles allment fag for alle studieretninger* (Kirke, utdannings- og forskningsdepartementet, 1993),
- *Læreplan for videregående opplæring. Matematikk. Studieretningsfag i studieretning for allmenne og økonomiske/administrative fag* (Kirke-, utdannings-

og forskningsdepartementet, 1994),

- *Læreplan for videregående opplæring. Matematikk. Felles allment fag i alle studieretninger* (Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet, 1999) og
- *Læreplan for videregående opplæring. Matematikk. Studieretningsfag i studieretning for allmenne, økonomiske og administrative fag* (Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet, 2000).

I denne oppgåva vil høvesvis forkortingane *FAF1993*, *SF1994*, *FAF1999* og *SF2000* bli brukte til å referere til desse læreplanane, og ettersom alle fire er læreplanar berre for matematikkfag i vidaregåande opplæring, er det for kvar av desse læreplanane slik at heile dokumentet er gjort til gjenstand for analyse i studien. Det same gjeld ikkje for alle dei tretten læreplanane frå læreplanverket LK06 som er analyserte i studien. Dei tretten LK06-læreplanane er

- *Læreplan i matematikk* (Utdanningsdirektoratet, 2006a),
- *Læreplan i matematikk fellesfag* (Utdanningsdirektoratet, 2009b),
- *Læreplan i matematikk fellesfag* (Utdanningsdirektoratet, 2010b),
- *Læreplan i matematikk fellesfag* (Utdanningsdirektoratet, 2013c),
- *Læreplan i matematikk X – programfag i utdanningsprogram for studiespesialisering* (Utdanningsdirektoratet, 2006d),
- *Læreplan i matematikk for realfag – programfag i utdanningsprogram for studiespesialisering* (Utdanningsdirektoratet, 2006b),
- *Læreplan i matematikk for samfunnsfag – programfag i utdanningsprogram for studiespesialisering* (Utdanningsdirektoratet, 2006c),
- *Læreplan i fellesfaget matematikk 2T og 2P, Vg2 studieførebuande utdanningsprogram* (Utdanningsdirektoratet, 2010a),
- *Læreplan i matematikk 2T og 2P* (Utdanningsdirektoratet, 2013a),
- *Læreplan i matematikk 2P* (Utdanningsdirektoratet, 2016a),
- *Læreplan i fellesfaget matematikk 2T-Y og 2P-Y, Vg3 påbygging til generell studiekompetanse* (Utdanningsdirektoratet, 2009a),
- *Læreplan i matematikk fellesfag 2T-Y og 2P-Y, Vg3 påbygging til generell studiekompetanse* (Utdanningsdirektoratet, 2013b) og
- *Læreplan i matematikk fellesfag 2P-Y, Vg3 påbygging til generell studiekompetanse* (Utdanningsdirektoratet, 2016b),

og forkortingane *MAT1-01*, *MAT1-02*, *MAT1-03*, *MAT1-04*, *MAT2-01*, *MAT3-01*, *MAT4-01*, *MAT5-01*, *MAT5-02*, *MAT5-03*, *MAT6-01*, *MAT6-02* og *MAT6-03* som i denne oppgåva høvesvis vil bli nytta til å referere til desse dokumenta, er identiske med dei sokalla læreplankodane tilhøyrande dei ulike av desse læreplanane. Som nemnt er ikkje alle dei tretten læreplanane frå LK06 læreplanar berre for matematikkfag i vidaregåande opplæring. Dei fire læreplanane *MAT1-01*, *MAT1-02*, *MAT1-03* og *MAT1-04* er i tillegg læreplanar for matematikk i grunnskulen. I denne studien er ikkje dei delane av desse læreplanane som gjeld eksklusivt for grunnskulen gjort til gjenstand for analyse, men resten av dokumenta – både dei delane som gjeld eksklusivt for matematikkfag i vidaregåande opplæring og dei delane som gjeld for fag både i grunnskulen og i vidaregåande opplæring – er gjort til gjenstand for analyse. For kvar av dei ni læreplanane frå LK06 som, til skilnad frå desse fire, er læreplanar berre for matematikkfag i vidaregåande opplæring, er det – på same måte som for dei fire R94-læreplanane presenterte ovanfor – slik at heile dokumenta er analyserte. Også for kvar av dei sju analyserte læreplanane frå læreplanverket LK20 er det slik at heile dokumentet er analysert, ettersom kvar av dei er læreplanar berre for matematikkfag i vidaregåande opplæring. Det er læreplanane

- *Læreplan i matematikk X* (Utdanningsdirektoratet, 2021d),
- *Læreplan i matematikk for realfag (matematikk R)* (Utdanningsdirektoratet, 2021b),
- *Læreplan i matematikk for samfunnsfag (matematikk S)* (Utdanningsdirektoratet, 2021c),
- *Læreplan i matematikk fellesfag 2P* (Utdanningsdirektoratet, 2021a),
- *Læreplan i matematikk fellesfag 2P-Y – Vg3 påbygging til generell studiekompetanse* (Utdanningsdirektoratet, 2022),
- *Læreplan i matematikk fellesfag vg1 praktisk (matematikk P)* (Utdanningsdirektoratet, 2020a) og
- *Læreplan i matematikk fellesfag vg1 teoretisk* (Utdanningsdirektoratet, 2020b)

som utgjer utvalet av analyserte læreplanar frå LK20, og forkortingane *MAT02-02*, *MAT03-02*, *MAT04-02*, *MAT05-04*, *MAT06-04*, *MAT08-01* og *MAT09-01* vil i denne oppgåva bli nytta til høvesvis å referere til desse sju læreplanane. I likskap med forkortingane for LK06-læreplanane som er presenterte ovanfor, er også desse forkortingane for LK20-læreplanane identiske med læreplankodane som høyrer til dei ulike læreplanane.

3.1.2 Lærebøker – utveljing og analyserte delar

I tillegg til å stille spørsmål ved læreplanutvikling gjennom overgangane mellom læreplanverka R94, LK06 og LK20, spør problemstillinga – slik det kjem fram gjennom formuleringa i innleiingskapittelet – om korleis denne utviklinga kan plasserast i ein kontekst ved hjelp av lærebøker. Meir spesifikt spør problemstillinga om

korleis læreplanutvikling med omsyn til føringar lagde for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, kan kontekstualiserast gjennom kunnskapsinnhald om eksponentialfunksjonar som er formidla i lærebøker. For i studien å gjere kvalitative, empiriske undersøkingar som kan generere resultat om slikt kunnskapsinnhald formidla i lærebøker, er det utført analysar av utvalt innhald formidla i tre utvalde lærebøker.

Utveljingsprosessen som leidde fram både til desse tre lærebøkene og til kva delar av dei som skulle analyserast i detalj i studien, var influert av mange omsyn. For det fyrste bygde han, som nemnt i innleiinga, på eit val om å analysere lærebøker berre frå eitt fag. Bakgrunnen for dette valet er at metoden nytta i denne studien, nemleg kvalitativ dokumentanalyse, samanlikna med kvanitative metodar inneber avgrensingar med omsyn til kor mykje datamateriale som kan handterast (Robson & McCartan, 2016, s. 462). Vidare innebar utveljingsprosessen av lærebøker eit val om kva for eit fag det skulle analyserast lærebøker for. I tillegg til å vere påverka av eit ynskje om å velje eit fag som, trass i endringar, kan seiast å ha eksistert som del av alle dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20, er dette valet teke med utgangspunkt i resultat frå analysen som i studien er gjort av læreplanar. Det er problemstillinga si formulering om kontekstualisering av læreplanutvikling ved hjelp av lærebøker som er bakgrunnen for valet om på denne måten å late lærebokanalysen byggje på læreplananalysen, og dette valet utgjer eit utgangspunkt for diskusjonane som vil fylgje i diskusjonskapittelet i denne oppgåva av korleis resultat frå lærebokanalysen kan kontekstualisere utviklingstrekk ved læreplanar som kjem til syne gjennom læreplananalysen. I analysekapittelet vil dei resultatata frå læreplananalysen som har vore med å danne grunnlaget for utveljinga av lærebøker og kva delar av dei som skulle analyserast i detalj, bli gjort greie for etter at metodane for læreplananalysen som ligg til grunn for desse resultatata, er presenterte i eit seinare delkapittel her i metodekapittelet. Men allereie her i underdelkapittelet om utval av analyserte dokument i lærebokanalysen, vil eg – for i detalj å kunne grunnkje dei vala som ligg til grunn for dette utvalet – kort trekkje fram dei aspekta ved desse resultatata som valet om kva lærebøker og kva delar av desse som skulle analyserast, byggjer på.

Som det vil kome fram gjennom skildringa i eit seinare delkapittel her i metodekapittelet av metodane som i studien er nytta i lærebokanalysen, så består denne analysen av to delar. Den fyrste delen er ein innleiande analyse av alle dei analyserte delane av dei tjuetjue læreplanane som er presenterte i førre underdelkapittel, og denne delen er utført som ei identifisering av ei rekkje formuleringar som uttrykkjer dei ulike læreplanane sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar. Ei samling av desse formuleringane er presentert i Vedlegg A i denne oppgåva, og som det kjem fram gjennom presentasjonen der inneheld denne samlinga formuleringar som uttrykkjer føringar for faget 2MX eller R1 både frå ein R94-læreplan, ein LK06-læreplan og ein LK20-læreplan. Dei av desse formuleringane som er identifiserte frå ein del av ein R94-læreplan som legg føringar for faget 2MX, er identifiserte frå læreplanen SF2000 og lyder

- *kunne rekne med eksponentialfunksjonar,*
- *kjenne den naturlege eksponentialfunksjonen e^x ,*

-
- kunne uttrykke eksponentiell vekst på dei to måtane a^x og e^{kx} ,
 - kjenne bakgrunnen for regresjon med eksponentialfunksjonar,
 - kunne derivere eksponentialfunksjonar og
 - kunne berekne bestemte og ubestemte integral av eksponentialfunksjonar.

I likskap med den femte av desse handlar også den formuleringa som i den innleiande analysen av læreplanar er identifisert frå ein del av ein LK06-læreplan som legg føringar for faget R1, om derivasjon. Denne formuleringa er

- kunne bruke formalar for den deriverte til potens-, eksponential- og logaritme-funksjonar og derivere summer, differansar, produkt, kvotientar og samansettingar av desse funksjonane,

og ho er identifisert frå læreplanen MAT3-01. Også frå den delen av ein LK20-læreplan som legg føringar for faget R1 er berre éi formulering identifisert, nemleg formuleringa

- kunne modellere og analysere eksponentiell og logistisk vekst i reelle datasett

som er identifisert frå læreplanen MAT03-02. I likskap med den tredje formuleringa presentert ovanfor som er identifisert frå ein R94-læreplan, handlar ho om eksponentiell vekst, men til skilnad frå denne R94-formuleringa omtaler ho aktivitetar som modellering og analyse.

Som nemnt har læreplananalysen i tillegg til den innleiande analysen med identifisering av formuleringar, hatt ein andre del. Denne andre delen består av ein analyse av formuleringane som er genererte gjennom fyrste del i form av ei tematisk koding som – slik det vil kome fram gjennom analysekapittelet i denne oppgåva – synleggjer utviklingstrekk ved føringar uttrykte i formuleringane gjennom overgangane frå R94 til LK06 og vidare til LK20. Eitt av desse utviklingstrekk har å gjere med det som i denne tematiske kodinga er gjeve nemninga *kalkulasjonsaktivitetar* og som kan eksemplifiserast gjennom aktiviteten derivasjon der eksponentialfunksjonar på eitt eller anna vis inngår. Dette utviklingstrekket handlar om at føringar om at elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar skal innebere sokalla kalkulasjonsaktivitetar, er til stades både som del av læreplanverket R94 og som del av LK06, men ikkje som del av LK20, og utviklingstrekket kan eksemplifiserast gjennom at formuleringane for faga 2MX og R1 – som presentasjonen over syner – uttrykkjer føringar som inneber derivasjon i samband med eksponentialfunksjonar både for R94 og for LK06, men ikkje for LK20. Ved hjelp av kalkulasjonsaktiviteten derivasjon kan altså dette utviklingstrekket på denne måten eksemplifiserast gjennom utvikling knytt spesielt til læreplanar for faget 2MX og R1, og valet om i studien å analysere lærebøker frå nettopp faget 2MX og R1 for å kontekstualisere læreplanutvikling knytt til alle matematikkfaga i vidaregåande opplærning, byggjer mellom anna på dette høvet til

å eksemplifisere læreplanutviklinga generelt gjennom utvikling med omsyn til 2MX og R1 spesielt.

Eit anna av utviklingstrekk som kjem til syne gjennom den tematiske kodinga i andre del av læreplananalysen og som er med å danne grunnlaget for dette valet, handlar om det som gjennom denne kodinga får nemninga *studiumsaktivitetar*. Modellering og analyse der eksponentialfunksjonar spelar ei eller anna rolle er døme på slike studiumsaktivitetar, og utviklingstrekket handlar om at føringar som inneber at elevar skal kunne utføre det som vert kalla studiumsaktivitetar utgjør ein meir dominerande del av føringane i LK20 for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar enn av dei tilsvarande føringane i R94 og LK06. Ein del av denne utviklinga består av at modellering og analyse av eksponentiell og logistisk vekst, som formuleringane presenterte ovanfor syner, er del av føringane for elevar sin kunnskap knytt til faget R1 i LK20, medan ingen sokalla studiumsaktivitetar – som det seinare i denne oppgåva vil kome fram gjennom skildringar av innhaldet i nemninga studiumsaktivitetar – er del av tilsvarande føringar verken for 2MX i R94 eller for R1 i LK06. Måten også utviklingstrekket knytt til studiumsaktivitetar – på liknande måte som det tidlegare nemnde utviklingstrekket knytt til kalkulasjonsaktivitetar – utifrå dette kan eksemplifiserast gjennom utvikling med omsyn berre til faget 2MX og R1 er også del av grunnlaget for valet om i studien å kontekstualisere læreplanutvikling gjennom analyse av lærebøker frå faget 2MX og R1, eit grunnlag som i tillegg fylgjande observasjon inngår i. Etersom både ei formulering presentert ovanfor som er identifisert frå ein R94-læreplan og formuleringa presentert ovanfor som er identifisert frå ein LK20-læreplan omtalar objektet eksponentiell vekst samstundes som at ingen av dei presenterte R94-formuleringane til skilnad frå den presenterte LK20-formuleringa nemner sokalla studiumsaktivitetar, gjev valet om å analysere lærebøker frå faget 2MX og R1 høve til å samanlikne kunnskapsinnhald som er formidla i ei lærebok utforma etter ein læreplan med føringar i form av studiumsaktivitetar med omsyn til eit visst objekt, nemleg eksponentiell vekst, med ei anna lærebok som er utforma etter ein annan læreplan som legg føringar i samband med det same objektet, men i form av andre typar aktivitetar enn studiumsaktivitetar. Denne observasjonen er saman med avgrensingsomsyn grunnlaget for at den delen av utveljinga av kva delar av dei analyserte lærebøkene som skulle analyserast i detalj som – slik det vil kome fram gjennom skildringar seinare i dette underdelkapittelet – byggjer på dei nemnde lærebokanalysefunna knytt til studiumsaktivitetar, er valt utført berre med utgangspunkt i eksponentiell vekst i staden for med utgangspunkt både i eksponentiell og logistisk vekst.

Som skildra over gjev altså valet om å analysere lærebøker utforma etter læreplanar frå dei ulike læreplanverka for faget 2MX og R1, høve til å kontekstualisere funn frå læreplananalysen generelt på bakgrunn av at funn frå denne analysen kan illustrerast og eksemplifiserast gjennom analysefunn knytt til føringar frå læreplanar spesielt for dette faget. Ein annan fordel ved valet om å analysere lærebøker nettopp frå dette faget er at det for faget R1 berre er éin læreplan som legg føringar både frå LK06 og frå LK20, men ei ulempe er at det – som det kjem fram i presentasjonen ovanfor av formuleringar – ikkje er nokon formuleringar som i den innleiande læreplananalysen er identifiserte frå dei delane av R94-læreplanen SF1994 som legg føringar knytt til faget 2MX. Trass i dette er faget 2MX og R1 valt som utgangspunkt for utvalet av

dei analyserte lærebøkene på bakgrunn mellom anna av at det – som det også kjem fram gjennom presentasjonen ovanfor av formuleringar – likevel er slik at formuleringar frå læreplanar tilhøyrande alle tre læreplanverka, for dette faget er tekne med i den innleiande analysen, og at kontekstualisering av læreplanutvikling gjennom overgangane både frå R94 til LK06 og frå LK06 til LK20 dermed likevel er mogeleg gjennom analysar av lærebøker for dette faget.

Eit val som er gjort med den nemnde mangelen på identifiserte formuleringar knytt til faget 2MX frå læreplanen SF1994 som grunngjeving, er valet om å late vere å analysere læreboka utforma etter denne læreplanen som er gjeven ut på same forlag som dei tre lærebøkene som – slik det er kome fram i innleiingskapittelet i denne oppgåva og snart skal i større detalj skal gjerast greie for her i metodekapittelet – er analyserte i studien, nemleg forlaget *Aschehoug*. Valet om å analysere lærebøker som alle er gjevne ut på same forlag, byggjer på eit ynskje om færrest mogeleg skilnader mellom dei analyserte lærebøkene som er knytt til andre aspekt ved bøkene enn at dei er utforma etter læreplanar frå ulike læreplanverk, samt på den tidlegare nemnde ulempa ved kvalitativ dokumentanalyse som inneber at denne metoden medfører avgrensingar i samband med kor stort datamateriale som kan analyserast. I utgangspunktet kunne undersøkingar av lærebøker både frå fleire forlag og for fleire fag vore interessante, men dette er altså ikkje gjort i denne studien på grunn av at den nytta metoden har gjort avgrensing av kor mykje datamateriale som skal undersøkjast, naudsynt. Dei tre bøkene som er analyserte i studien er, som nemnt i innleiingskapittelet i oppgåva, lærebøkene *Matematikk 2MX* (Erstad et al., 2001), *Matematikk R1* (Heir et al., 2007) og *Matematikk R1* (Borgan et al., 2021) som høvesvis er utforma etter R94-læreplanen SF2000, LK06-læreplanen MAT3-01 og LK20-læreplanen MAT03-02, og desse bøkene vil seinare i denne oppgåva høvesvis vil bli refererte til som *R94-læreboka*, *LK06-læreboka* og *LK20-læreboka*.

I etterkant av fullføringa av prosessen som leidde fram til avgjerda om at utvalet av lærebøker som skulle analyserast i studien skulle bestå av tre lærebøkene, heldt arbeidet knytt til lærebokanalysen fram med utveljing av kva delar av desse bøkene som i studien skulle analyserast i detalj. Til grunn for denne utveljinga ligg formuleringa i problemstillinga som nemner kunnskapsinnhald om eksponentialfunksjonar formidla i lærebøker, saman med valet om å bruke ATD som teoretisk rammeverk og valet om spesifikt å bruke den teoretiske konstruksjonen prakseologiar som verktøy for å utføre analysar med mål om å karakterisere nettopp kunnskapsinnhald knytt til eksponentialfunksjonar formidla i lærebøker. Lærebokanalysen legg teorien presentert i førre kapittel om kunnskap, relasjonar, aktivitet og prakseologiar i ATD som inneber at prakseologiar kan brukast som ein modell for aktivitet og med det også for kunnskap, til grunn i den forstand at det er på bakgrunn av denne teorien at analyseresultata knytt til prakseologiar i denne oppgåva vil bli vurderte som eigna til å karakterisere kunnskapsinnhald formidla i lærebøker og gjennom dette som relevante i samband med å gje svar på problemstillinga for studien. På bakgrunn av denne teoretiske tilnærminga er det i studien oppgåver i lærebøker som er analyserte, noko som samsvarer med at oppgåver i lærebøker – som det kom fram i bakgrunns litteraturredelkapittelet ovanfor – er gjort til gjenstand for prakseologiske analysar både hjå González-Martín et al. (2013), Wijayanti og Winsløw (2017) og Takeuchi og Shinno (2020). Men med utgangspunkt i at det i denne studien ikkje

er kunnskapsinnhald som generelt kan knytast til dei analyserte lærebøkene, men kunnskapsinnhald som er formidla i desse lærebøkene eg ynskjer å karakterisere, er det i denne studien til skilnad frå mellom anna hjå Takeuchi og Shinno (2020), berre lærebokoppgåver i ein kategori eg har valt å kalle *dømeoppgåver* som er valde ut til å bli analyserte i detalj.

Nemninga dømeoppgåver siktar slik eg nyttar henne i denne studien, til utdrag frå læreboktekstar som tilfredsstillar to krav, og det fyrste av desse er at det aktuelle tekstutdraget i læreboka inngår i ein tekstboks som er avgrensa som eit nummerert døme. Det andre kravet er at utdraget anten inneheld både ei oppgåve i form av eit spørsmål, eit forslag til løysing av denne oppgåva som inneber arbeid fram til eit svar på spørsmålet og ei konkluderande utsegn for oppgåva, eller inneheld både ei oppgåve i form av ei utsegn om ein ynskt utført aktivitet og eit forslag til løysing av denne oppgåva som inneber utføring av den aktuelle aktiviteten. Analysen som i denne studien er gjort med omsyn til lærebøker, vil bli omtalt som ein analyse av dømeoppgåver, og han består – slik det vil kome fram gjennom skildringar seinare i dette metodekapitlet – av karakterisering med omsyn både til praksis-blokka og til logos-blokka av prakseologiane som i lærebøkene er formidla gjennom dei analyserte dømeoppgåvene. Den delen av dømeoppgåveanalysen som handlar om praksis-blokker er eksklusivt ein analyse av dei utvalde dømeoppgåvene, medan det i analysedelen som handlar om logos-blokker i tillegg er teke omsyn til tekst formidla i teoridelar av lærebøkene som er plasserte i same lærebokdelkapittel som dei aktuelle dømeoppgåvene. Utveljinga av kva dømeoppgåver som skulle gjerast til gjenstand for analyse i studien, er i stor grad bygd på dei høva som det gjennom skildringa over av nokre utvalde resultat frå lærebokanalysen, kjem fram at ein analyse av lærebøker for faget 2MX og R1 på bakgrunn av aspekt ved dei identifiserte formuleringane av føringar tilhøyrande dette faget frå dei ulike læreplanverka, gjev til kontekstualisering av funn frå den generelle læreplananalysen. Eitt av desse høva er knytt til derivasjon, medan det andre er knytt til eksponentiell vekst, og alle dømeoppgåvene som er analyserte i denne studien er valde ut på bakgrunn anten av det eine eller av det andre av desse høva. I det fylgjande vil både utveljingsprosessen og deretter utvalet av analyserte dømeoppgåver knytt til høvet som handlar om derivasjon bli presentert, før både utveljingsprosessen og deretter utvalet av analyserte dømeoppgåver knytt til høvet som handlar om eksponentiell vekst blir gjort greie for.

Utveljinga av dømeoppgåver knytt til derivasjon er utført med utgangspunkt i at alle dei tre utvalde lærebøkene er strukturerte i kapittel som er delte inn i delkapittel som igjen er delte inn i avsnitt med overskrifter på eit nivå under dekapittelnivået. Som resultat frå ein fyrste del av prosessen med utveljing av dømeoppgåver knytte til derivasjon er, etter ein gjennomgang av alle overskriftene i alle dei tre lærebøkene både for kapittel, delkapittel og avsnitt på nivået under dekapittelnivå, alle avsnitta med overskrifter som høyrer til i minst éin av dei to fylgjande kategoriane identifiserte. Den fyrste kategorien består av dei avsnitta som anten er på delkapittelnivå eller på nivået under delkapittelnivå, der eksponentialfunksjonar eksplisitt er nemnt i avsnittoverskrifta og som er underordna ei overskrift som eksplisitt nemner derivasjon, medan den andre kategorien består av dei avsnitta som har ei overskrift som nemner både derivasjon og eksponentialfunksjonar eksplisitt. Dei avsnitta som

er identifiserte som tilhøyrande minst éin av desse kategoriane er

- delkapittelet «4.9 DEN DERIVERTE AV e^x OG $\ln x$ » i R94-læreboka (Erstad et al., 2001, s. 160–165),
- delkapittelet «5.2 DERIVASJON AV e - OG \ln -FUNKSJONER» i LK06-læreboka (Heir et al., 2007, s. 206–215),
- avsnittet «Den naturlige eksponentalfunksjonen» i delkapittelet «3B Noen derivasjonsregler» i LK20-læreboka (Borgan et al., 2021, s. 124–130) og
- avsnittet «Bevis for at $(e^x)' = e^x$ » i delkapittelet «3F Kjernerregelen» i LK20-læreboka (Borgan et al., 2021, s. 148–152),

og utvalet av dømeppgåver som på bakgrunn av læreplananalysefunn knytt til derivasjon og kalkulasjonsaktivitetar er gjort til gjenstand for analyse i studien, består av alle dei dømeppgåvene som både inngår i eitt av desse avsnitta og i tillegg eksplisitt nemner minst éin eksponentialfunksjon. Dømeppgåvene som er del av dette utvalet er dømeppgåvene som i lærebøkene er formidla i

- «Eksempel 1» i delkapittel 4.9 i R94-læreboka (Erstad et al., 2001, s. 161),
- «Eksempel 2» i delkapittel 4.9 i R94-læreboka (Erstad et al., 2001, s. 161),
- «Eksempel 3» i delkapittel 4.9 i R94-læreboka (Erstad et al., 2001, s. 161),
- «Eksempel 4» i delkapittel 4.9 i R94-læreboka (Erstad et al., 2001, s. 162),
- «Eksempel 5» i delkapittel 4.9 i R94-læreboka (Erstad et al., 2001, s. 162),
- «Eksempel 9» i delkapittel 4.9 i R94-læreboka (Erstad et al., 2001, s. 165),
- «Eksempel 1» i delkapittel 5.2 i LK06-læreboka (Heir et al., 2007, s. 207),
- «Eksempel 2» i delkapittel 5.2 i LK06-læreboka (Heir et al., 2007, s. 208),
- «Eksempel 3» i delkapittel 5.2 i LK06-læreboka (Heir et al., 2007, s. 208),
- «Eksempel 4» i delkapittel 5.2 i LK06-læreboka (Heir et al., 2007, s. 208),
- «Eksempel 5» i delkapittel 5.2 i LK06-læreboka (Heir et al., 2007, s. 209),
- «Eksempel 6» i delkapittel 5.2 i LK06-læreboka (Heir et al., 2007, s. 210),
- «Eksempel 11» i delkapittel 5.2 i LK06-læreboka (Heir et al., 2007, s. 215),
- «Eksempel 12» i delkapittel 3F i LK20-læreboka (Borgan et al., 2021, s. 151),

og disse dømepågåvene vil i denne oppgåva høvesvis bli refererte til ved hjelp av forkortingane *R94-dv-a*, *R94-dv-b*, *R94-dv-c*, *R94-dv-d*, *R94-dv-e*, *R94-dv-f*, *LK06-dv-a*, *LK06-dv-b*, *LK06-dv-c*, *LK06-dv-d*, *LK06-dv-e*, *LK06-dv-f*, *LK06-dv-g* og *LK20-dv-a* som både reflekterer kva læreplanverk dei ulike dømepågåvene høyrer til og at dei er valde ut i samband med læreplananalysefunn knytt til derivasjon.

Også prosessen med utveljing av dømepågåver knytt til eksponentiell vekst er utført med utgangspunkt i måten dei tre analyserte lærebøkene er strukturerte i kapittel, delkapittel og avsnitt på nivået under delkapitteinivå. Etter ein gjennomgang av alle overskriftene i kvar av desse tre bøkene på kvart av desse tre nivåa, er alle avsnitta med overskrifter som både nemner eksponentiell vekst eksplisitt og i tillegg tilfredsstillende at ingen underordna overskrifter verken på delkapitteinivå eller på nivået under delkapitteinivå nemner eksponentiell vekst eksplisitt, identifiserte. Resultatet frå gjennomgangen er at

- delkapittelet «2.2 EKSEMPLER PÅ EKSPONENTIELL VEKST» i R94-læreboka (Erstad et al., 2001, s. 42–49) og
- avsnittet «Eksponentiell vekst» i delkapittelet «7C Vekst og modeller» i LK20-læreboka (Borgan et al., 2021, s. 316–326)

er identifiserte, og utvalet av dømepågåver som på bakgrunn av læreplananalysefunn knytt til eksponentiell vekst og studiumsaktivitetar er valde ut til å bli analyserte i studien, består av alle dømepågåvene som inngår i eitt av desse avsnitta. Etersom eit tilleggsresultat frå gjennomgangen av overskrifter på tre nivå i samband med eksponentiell vekst er at verken overskrifta for det eine eller overskrifta for det andre av avsnitta som er identifiserte i denne gjennomgangen, er underordna noka overskrift verken på kapitteinivå eller på delkapitteinivå som eksplisitt nemner eksponentiell vekst, er det i dei tre aktuelle bøkene på dei tre aktuelle overskriftsnivåa, berre desse to avsnitta som har overskrifter som eksplisitt nemner eksponentiell vekst. Dømepågåvene som inngår i desse avsnitta, og som altså er analyserte i studien, er dømepågåvene som er formidla i

- «Eksempel 5» i delkapittel 2.2 i R94-læreboka (Erstad et al., 2001, s. 46–47)
- «Eksempel 10» i delkapittel 7C i LK20-læreboka (Borgan et al., 2021, s. 318).

Desse vil i denne oppgåva høvesvis bli refererte til ved hjelp av forkortingane *R94-ev-a* og *LK20-ev-a* som i tillegg til å reflektere kva læreplanverk dei høyrer til, reflekterer at dei er valde ut i samband med eksponentiell vekst. Saman med dømepågåvene som tildegare i dette underdelkapittelet er presenterte og som er valde ut i samband med derivasjon, utgjer desse to dømepågåvene som er valde ut i samband med eksponentiell vekst dei delane av dei tre analyserte lærebøkene som i denne studien er analyserte i detalj. Metoden for denne analysen vil bli skildra seinare i dette metodekapittelet, etter at fyrst metodiske aspekt ved studien knytt til den epistemologiske referansemodellen og deretter metoden knytt til lærebokanalysen er gjort greie for.

3.2 Metode og epistemologisk referansem modell

Som innleiingskapittelet i denne oppgåva har peika på og som presentasjonen i teori- kapittelet av litteratur om tidlegare utførte prakseologiske analysar har synt sentrale delar av bakgrunnen for, er det som vert kalla ein epistemologisk referansem modell (ERM) i studien denne oppgåva rapporterer frå utforma for eksponentialfunksjonar og nytta som verktøy i to ulike, men relaterte dokumentanalysar – ein læreplanana- lyse og ein lærebokanalyse – som er utførte med mål om saman å kunne kaste lys over ei problemstilling som handlar om eksponentialfunksjonar i norsk vidaregåande opplæring. Både grunngjevingar knytt til kvifor ein slik ERM er utforma og nytta i denne studien, skildringar av metoden denne utforminga er utført ved hjelp av og grunngjevingar knytt til denne metoden å utforme ein ERM gjennom vil i dette delkapittelet bli lagde fram. Seinare i metodekapittelet vil det som del av skildrin- gar av metodane nytta i analysane av læreplanar og lærebøker, kome fram fleire detaljar kring korleis ERM-en for eksponentialfunksjonar utforma i studien er nytta som verktøy i desse metodane, og i fyrste delkapittel i analysekapittelet vil sjølve ERM-en frå studien bli lagt fram.

Tilrådinga frå Aksnes (2021) om utforming av prakseologiske analysar som søker å karakterisere logos-blokka ved prakseologiar ved hjelp av inspirasjon frå Takeuchi og Shinno (2020) sin metode, samt at metoden deira for å oppnå nettopp dette aktivt nyttar ein epistemologisk referansem modell for det aktuelle matematiske temaet, er utgangspunktet for og ein sentral grunn til at ein ERM for eksponentialfunksjonar er nytta som analyseverktøy i denne studien. Ein annan del av grunngjevinga for utforming og bruk av ein slik modell i denne studien kjem til uttrykk gjennom ei metodologisk tilråding som Bosch og Gascón (2014) uttrykkjer for studiar som tek utgangspunkt i ATD og for prakseologiske analysar. Denne tilrådinga formulerer dei ved hjelp av omgrep og teoretiske strukturar frå den tidlegare nemnde subteori- en av ATD som vert kalla didaktisk transposisjonsteori og med utgangspunkt i at «teaching and learning processes always include some content or piece of knowledge to be taught and learnt» (Bosch & Gascón, 2014, s. 70–71). I tråd med høvet til å skilje mellom ulike versjonar av slike kunnskapsstykke både i ulike institusjonar og for ulike posisjonar innanfor same institusjon som didaktisk transposisjonsteori, slik det er kome fram i teori- kapittelet i denne oppgåva, gjev, byggjer den nemnde tilrådinga frå Bosch og Gascón (2014) på skiljet i didaktisk transposisjonsteori mellom sokalla «scholarly knowledge», «knowledge to be taught», «taught knowledge» og «learned knowledge» (s. 71). Den fyrste av desse typene kunnskap knyter dei når det er snakk om matematisk kunnskap til institusjonen dei kallar «the mathematical communi- ty», og dei knyter den andre typen kunnskap til utdanningssystemet som institu- sjon og gjev skildringar som gjev grunnlag for å forstå læreplanar og lærebøker som svært relevante dokument i samband med slik kunnskap, medan dei knyter dei to siste kunnskapstypene til klasserommet som institusjon (Bosch & Gascón, 2014, s. 70–71). Desse tre institusjonane inngår i den nemnde tilrådingsformuleringa som er med å danne grunnlaget for i denne studien av kunnskap om eksponentialfunksjo- nar i læreplanar og lærebøker – dokument som kan knytast til utdanningssystemet som institusjon – å utforme ein epistemologisk referansem modell for kunnskap om eksponentialfunksjonar. Formuleringa vert innleidd med ei tilråding om å «take into account the “scholarly knowledge” produced by mathematicians or other scientists

who are recognized as the “experts of the matter” and appears as a source of legitimation of the knowledge to be taught» (Bosch & Gascón, 2014, s. 71) og held fram i form av fylgjande utsegn:

However, scholarly knowledge should not be considered as the unique reference to which all school mathematical praxeologies are referred to. In order to avoid adopting a particular and “scholarly biased” viewpoint, researchers in didactics need to elaborate their own “reference models” ... from which to consider the empirical data of the three corresponding institutions: the mathematical community, the educational system, and the classroom. (Bosch & Gascón, 2014, s. 71)

På bakgrunn av dette har eg i studien av kunnskap om eksponentialfunksjonar i dokument som kan forståast som kjelder til empirisk materiale knytt til utdannings-systemet, nemleg læreplanar og lærebøker, for det fyrste utforma ein referansemodell for denne kunnskapen der det som kan kallast «scholarly knowledge» (Bosch & Gascón, 2014, s. 71) er inkorporert gjennom bruk – slik det vil kome fram i presentasjonen i analysekapittelet av sjølve ERM-en – mellom anna av kjelder som Briggs og Cochran (2011) si lærebok *Calculus* og Griffiths og Hilton (1970) si lærebok *A comprehensive textbook of classical mathematics: A contemporary interpretation*. I tillegg er referansemodellen influert av egne vurderingar mellom anna gjennom at ikkje berre éi eller eit lite utval kjelder i utforminga av modellen er nytta som utgangspunkt for å svare på eit spørsmål om kva kunnskap om eksponentialfunksjonar er. Dette spørsmålet er kasta lys over ved hjelp av tilvisingar til ei rekkje ulike kjelder, og vala knytt både til kva aspekt ved kunnskap om eksponentialfunksjonar som er handsama, undersøkt og skildra i størst detalj i samband med ERM-en for denne studien, og til kva kjelder som skulle nyttast og studerast mest grundig i utforminga av denne modellen, utgjer aspekt ved utforminga av ERM-en der egne vurderingar har spelt ei rolle. På denne måten er referansemodellen også min referansemodell, slik Bosch og Gascón (2014) tilrår, og det er med utgangspunkt i denne modellen eg i studien har undersøkt empiriske data frå læreplanar og lærebøker som kan knytast til det norske utdanningssystemet og til norsk vidaregåande opplæring.

Sjølve omgrepet epistemologisk referansemodell (*reference epistemological model*) er handsama i detalj hjå Chevallard (2014) som både skildrar kva ein ERM er og trekkjer fram viktige aspekt ved kva ein ERM kan og skal kunne brukast til. Eitt av desse aspekta handlar om at ein ERM er «a tool to interrogate and challenge what had been, up to then, largely taken for granted and left unquestioned» og om at «the presence and use of an REM makes explicit, and open to debate and reflection» (Chevallard, 2014, s. 2). I lys av dette er eit essensielt aspekt både ved grunnleggjeringa for og bruken av ein ERM i denne studien, saman med høvet til å generere analyseresultat med omsyn til logos-blokka ved praskeologiar, at ERM-en – slik det vil kome fram seinare i metodekapittelet i skildringa av denne analysen – gjer vurderingar gjorde i den innleiande læreplananalysen av kva som er kunnskap om eksponentialfunksjonar, meir eksplisitte og dermed lettare å kritisere, diskutere og undersøkje vidare. Den epistemologiske referansemodellen er mellom anna på denne måten eit verktøy for å stille spørsmål, utan å påstå at han sjølv har alle svar. Slik Chevallard (2014) skriv det er ein ERM «always an open system that is bound to

evolve» og aldri «complete», men alltid «open to change» (s. 3). På bakgrunn av dette er altså ikkje ERM-en som er presentert i denne oppgåva ei forsøksvis fullstendig framstilling av kva eksponentialfunksjonar og kunnskap om eksponentialfunksjonar er, men han er eit verktøy som er brukt som referanse i dokumentanalysane i denne studien og som er meint å gjere eksplisitt kva epistemologisk forståing knytt til eksponentialfunksjonar som ligg til grunn for denne bruken.

Metoden for utforming i denne studien av ein epistemologisk referansemodell er, som avsnitta over syner, prega av tilrådingar og omsyn formidla mellom anna hjå Bosch og Gascón (2014) og Chevallard (2014) knytt til kvifor og korleis ein ERM er viktig. Men sjølve konstruksjonen av ein slik modell for eksponentialfunksjonar er i denne oppgåva bygd på eit metodologisk perspektiv presentert hjå Bosch (2015) for forskning innanfor ATD knytt til matematisk kunnskap som skal lærast og undervisast. «In spite of the dominant viewpoint on mathematics brought about by the scholar and the school institution, ... the ATD starts questioning “what is being taught”», skriv ho og illustrerer ved mellom anna å peike på at «the attention is first put on what is learnt and taught, its nature (what it is made of), origin (where it comes from) and function (what it is for)», samt stille spørsmålet «What legitimates its teaching?» (Bosch, 2015, s. 55). Med utgangspunkt i dette er arbeidet i denne studien med utforminga av ein ERM for eksponentialfunksjonar, gjennomført med utgangspunkt i fylgjande fire spørsmål: Kva er opphavet og historia til denne kunnskapen? Kva er naturen til denne kunnskapen? Kva legitimerer undervisning av denne kunnskapen i norsk vidaregåande opplæring? Og kva applikasjonar har denne kunnskapen, altså kva kan han brukast til? Litteratursøk er i studien utført med omsyn til ulike av desse spørsmåla, og aspekt ved alle spørsmåla er tekne med i sjølve ERM-en, noko som mellom anna er reflektert i strukturen til modellen slik han blir presentert i analysekapittelet i denne oppgåva.

Eit anna aspekt ved utforminga av ERM-en om eksponentialfunksjonar enn at dei fire spørsmåla baserte på Bosch (2015) dannar utgangspunktet, er knytt til den innleiande læreplananalysen. Som det vil bli gjort greie for i detalj i neste delkapittel, innebar denne analysen ein gjennomgang av alle dei analyserte delane av dei analyserte læreplanane som resulterte i ei samling av formuleringar som for kvar av dei analyserte læreplanane uttrykkjer alle føringane denne læreplanen legg for elevane sin kunnskap knytt til eksponentialfunksjonar. Gjennom denne analysen er det gjort mange vurderingar av om konkrete setningar og målformuleringar frå dei ulike læreplanane skal tolkast som relevante for kunnskap knytt til eksponentialfunksjonar. I tvilstilfelle er det i samband med ei slik vurdering gjort litteratursøk for å undersøkje om temaa i det aktuelle læreplanutdraget til dømes er ein applikasjon for eksponentialfunksjonar, og dersom dette er tilfellet er den aktuelle applikasjonen lagt til i den delen av ERM-en for eksponentialfunksjonar som er knytt til kva denne kunnskapen kan brukast til. På denne måten er ikkje berre den innleiande læreplananalysen utforma utifrå ERM-en, men gjennom ein vekselverknad har i tillegg den innleiande analysen medverka til utforminga av den epistemologiske referansemodellen. Ytterlegare detaljar om metode knytt både til den innleiande læreplananalysen og resten av læreplananalysen vil bli presenterte i neste delkapittel i metodekapittelet, før ei skildring av metoden for lærebokanalysen den ERM-en er nytta i samband med teknologi og teori, fylgjer i delkapittelet etterpå.

3.3 Metode for læreplananalyse

Om dokumentanalyse skriv Bowen (2009) med tilvising til Labuschagne at denne metoden genererer data i form av «excerpts, quotations, or entire passages» som vidare blir organiserte i tema og kategoriar (s. 28). Denne todelinga av ein dokumentanalyseprosess kjem i samband med læreplananalysen i denne studien til uttrykk gjennom ei todeling av denne analysen i ein innleiande læreplananalyse og ein andre analysedel som består av det som kan kallast ei tematisk koding av resultatata frå den innleiande læreplananalysen. I lys av perspektiv presenterte hjå Robson og McCartan (2016, s. 467–481) knytt til tematisk koding som metode, kan den innleiande læreplananalysen forståast som del av ein innleiande fase av ei tematisk koding av det empiriske materialet som dei analyserte læreplandokumenta og delane av læreplandokument utgjer, og denne forståinga er i dette delkapittelet lagt til grunn for ein presentasjon fyrst av metodane som i studien er nytta i den fyrste delen av læreplananalysen og dernest av metodane som i studien er nytta i den andre delen av læreplananalysen. Trass i dette vil dei to delane av læreplananalysen i denne oppgåva bli omtalte som ein innleiande læreplananalyse og ei tematisk koding av resultatata frå denne, og presentasjonen i dette delkapittelet av metodane for kvar av desse delane vil bli supplert med eksplisitte skildringar av dei aspekta ved forskingsdesignet for studien som er grunnlaget for at læreplananalysen i studien er vurdert som relevant med omsyn til å svare på den delen av problemstillinga som stiller spørsmål ved utvikling knytt til læreplanar. Som det vil kome fram gjennom desse skildringane er teorien presentert i førre kapittel knytt til omgrepet relasjonar innanfor ATD, heilt sentral i samband med desse aspekta ved forskingsdesignet for studien, og på bakgrunn av dette – og som ein parallell til bruken av nemninga prakseologisk analyse om lærebokanalysane i studien – vil eg i denne oppgåva omtale lærebokanalysen som ein relasjonell analyse.

3.3.1 Metode for innleiande analyse av læreplanar

Den innleiande læreplananalysen er utført som ein del av den fyrste av dei tre fasane «familiarizing yourself with the data», «generating initial codes» og «identifying themes» som Robson og McCartan (2016, s. 469) nemner for tematisk koding i deskriptive studiar. I tråd med deira tilrådingar for denne fasen er datamaterialet som er analysert i denne analysen, altså alle dei læreplandokumenta og delane av læreplandokument som tidlegare i dette kapittelet er presenterte som analyserte i lærebokanalysen, som del av den innleiande læreplananalysen arbeidd grundig med og aktivt lese fleire gonger med blick for mønster medan notatar knytt til idéar for koding og tema er tekne (Robson & McCartan, 2016, s. 469–471). Men trass i at noko liknande ikkje er del av skildringane hjå Robson og McCartan (2016, s. 469–471) knytt til gjennomføring av den fyrste av dei tre nemnde fasane dei omtaler, er den innleiande læreplananalysen i denne studien utforma på ein slik måte at han inneber ei generering gjennom ein spesifikk metode av det eg har valt å kalle formuleringar. Den innleiande analysen munnar ut i ei formuleringssamling som er lagt ved denne oppgåva i Vedlegg A og som presenterer alle dei formuleringane som i denne analysen er identifiserte for kvar av dei tjuefire læreplanane som er analyserte i studien. Kvar

formulering er anten eit direkte sitat frå den aktuelle læreplanen, ei omsetjing til nynorsk av ei direkte sitat på bokmål frå den aktuelle læreplanen, ein forkorta versjon av eit utdrag frå den aktuelle læreplanen, ei samansetjing av sitat frå to ulike delar av same læreplan som læreplanen sjølv knyter saman, eller ei samansetjing av fleire av desse alternativa, og formuleringssamlinga er utforma for kvar av dei analyserte matematikklæreplanane forsøksvis å innehalde alle føringane denne læreplanen legg for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar. Bakgrunnen for dette målet er fyrste del av problemstillinga for studien som set fokus på kva føringar ulike læreplanar legg for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, og metoden som er designa for gjennom formuleringssamlinga å oppnå dette, byggjer på to grunnleggjande føresetnader.

Den fyrste av desse føresetnadene består av den tolkinga som i studien er lagt til grunn av kva frasen “føringar lagt av ein læreplan for elevar sin kunnskap” vil seie, og han byggjer på den forståinga av kunnskap og relasjonar som mengder av aktivitetar som det til sist i underdelkapittelet i teorikapittelet i denne oppgåva som handlar om relasjonar i ATD, kjem fram at er føresett i denne studien. Den nemnde tolkinga inneber at alt ein læreplan for eit matematikkfag i norsk vidaregåande opplæring normativt uttrykkjer om kunnskapen til elevar som tek faget, altså alle føringane ein læreplan for eit matematikkfag i norsk vidaregåande opplæring legg for kunnskapen til elevar som tek faget, vert sett på som utsegner som er med å fastsetje kva kunnskap elevar i norsk vidaregåande opplæring som tek det aktuelle matematikkfaget ideelt sett skal ha utifrå perspektivet til utdanningssystemet for norsk vidaregåande opplæring som institusjon. Formulert på ein annan måte med utgangspunkt i identiteten mellom relasjonar og kunnskap som er presentert i teorikapittelet i denne oppgåva, inneber altså denne tolkinga at alt ein læreplan for eit matematikkfag i norsk vidaregåande opplæring normativt uttrykkjer om elevar som tek faget sin kunnskap vert sett på som utsegner som seier noko om korleis det kognitive universet $\Gamma_I(p) = \{(o, R_I(p, o)) | R_I(p, o) \neq \emptyset\} = \{(o, k_I(p, o)) | k_I(p, o) \neq \emptyset\}$ tilhøyrande posisjonen p som elev i det aktuelle matematikkfaget innanfor utdanningssystemet for norsk vidaregåande opplæring som institusjon I , ser ut. På bakgrunn av den ATD-baserte kunnskapsforståinga som ligg til grunn i studien, inneber i tillegg denne tolkinga at alt ein læreplan for eit matematikkfag i norsk vidaregåande opplæring seier om korleis den institusjonelle relasjonen og kunnskapsstykket $R_I(p, o) = k_I(p, o)$ – altså mengda som består av alle aktivitetane som ein person x som okkuperer posisjonen p i institusjonen I ideelt sett skal kunne utføre der objektet o spelar ei eller anna rolle – ser ut, er føringar den aktuelle læreplanen legg for elevar sin kunnskap om det aktuelle objektet o . Set ein desse perspektiva saman, kjem det fram at frasen “føringar lagt av ein læreplan for elevar sin kunnskap” dersom det er snakk om ein læreplan for eit matematikkfag innanfor utdanningssystemet for norsk vidaregåande opplæring som institusjon I , i studien er tolka som identisk med frasen “utsegner frå ein læreplan som seier noko om korleis det kognitive universet $\Gamma_I(p)$ for posisjonen p som elev i det aktuelle faget, ser ut”.

Med utgangspunkt i denne tolkinga som føresetnad og målet om å generere ei formuleringssamling som uttrykkjer alle føringane dei ulike analyserte læreplanane legg for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, er identifiseringa av formuleringar i den innleiande læreplananalysen utført som ei gjennomarbeiding av det

analyserte datamaterialet der det for eikvar utsegn i datamaterialet er blitt identifisert ei formulering viss og berre viss utsegna er vurdert som at ho seier noko om korleis ei viss delmengd av det kognitive universet $\Gamma_I(p)$ der institusjonen I er utdanningssystemet for norsk vidaregåande opplæring og p er posisjonen i denne institusjonen som elev i det aktuelle matematikkfaget, ser ut. Kva slags element som inngår i denne delmengda er, som del av utforminga av metoden for identifisering av formuleringar, fastsett utifrå at målet for den innleiande læreplananalysen er at formuleringssamlinga skal uttrykkje alle føringane dei analyserte læreplanane legg for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar i staden for å vere at formuleringssamlinga skal uttrykkje alle føringane dei analyserte læreplanane legg for elevar sin kunnskap generelt. Denne fastsetjinga av typar delmengdelement er gjort på bakgrunn av eit val som er teke med utgangspunkt i ATD-teori presentert i teorikapitlet som inneber at aktivitetar der eit matematisk objekt som til dømes eksponentialfunksjonar spelar ei rolle inngår, utgjør relasjonar til og dermed kunnskap om dette objektet, og dette valet inneber at det matematiske fokuset i denne studien vil vere eksponentialfunksjonar som matematiske objekt, spesifikke einiskildeksponentialfunksjonar og typar av eksponentialfunksjonar som matematiske objekt, samt applikasjonar av eksponentialfunksjonar som matematiske objekt. Med andre ord vil studien inkludert formuleringidentifiseringa i den innleiande læreplananalysen, fokusere på eksponentialfunksjonar generelt, einiskilde og visse typar av eksponentialfunksjonar og bruk av desse typane objekt. I tillegg til som nemnt å byggje på teori, byggjer valet om dette fokuset også både på det innleiande arbeidet med å bli kjend med datamaterialet for læreplananalysen og på den epistemologiske referansemodellen for eksponentialfunksjonar som er utforma i studien, og det legg grunnlaget for at spesifiseringa av metoden for identifisering av formuleringar frå læreplanar kan fullførast. Metoden som i den innleiande analysen av læreplanar er nytta til å identifisere formuleringar som uttrykkjer føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, er utført som ei gjennomarbeiding av alle utsegner i datamaterialet som er analysert i denne analysen der ei formulering for eikvar utsegn er identifisert viss og berre viss utsegna er vurdert som at ho seier noko om korleis fylgjande delmengd av det kognitive universet $\Gamma_I(p)$ fastsett ved at institusjonen I er utdanningssystemet for norsk vidaregåande opplæring og p er posisjonen som matematikkelev i denne institusjonen, ser ut: $\{(o, R_I(p, o) \in \Gamma_I(p) \mid \text{objektet } o \text{ er eksponentialfunksjonar av ein viss type } \vee \text{ objektet } o \text{ er ein spesiell eksponentialfunksjon } \vee o \text{ er objektet eksponentialfunksjonar } \vee \text{ objektet } o \text{ er eit objekt som i ERM-en for eksponentialfunksjonar eksplisitt er nemnt som ein applikasjon av eksponentialfunksjonar}\} \subseteq \Gamma_I(p)$.

Som nemnt i førre delkapittel er ERM-en og den innleiande læreplananalysen i denne studien utforma gjennom ein vekselverknad spesielt i samband med applikasjonar av eksponentialfunksjonar, og i gjennomgangen av datamaterialet som formuleringssamlinga er generert gjennom er det for det fyrste ved kvart tilfelle av uvisse knytt til om ei utsegn i dette materialet seier noko om korleis den delen av delmengda nemnt over som handlar om applikasjonar ser ut, gjort ei vurdering av om ein relatert applikasjon av eksponentialfunksjonar eksplisitt skal leggjast til i ERM-en. I tillegg er alle vurderingane som er gjorde med omsyn til om utsegner frå datamaterialet seier noko om korleis den nemnde delmengda ser ut, gjorde ved hjelp av den epistemologiske referansemodellen slik at også tanken om at ERM-en kan brukast til

å avgjere kva som er kunnskap om eksponentialfunksjonar, saman med den tidlegare nemnde føresetnaden som byggjer på forståing av kunnskap og rolla til læreplanar i utdanningssystem utifrå ATD-teori om institusjonelle relasjonar, utgjer ein grunnleggjande føresetnad for formuleringssidentifiseringa. Desse to føresetnadene, teorien dei er bygd på og måten dei inneber ei tolking av problemstillinga for studien, utgjer saman med sjølvmetoden for identifiseringa i den innleiande læreplananalysen av formuleringar som er samla i Vedlegg A til denne oppgåva, essensen av den delen av forskingsdesignet for studien som er grunnlaget for at denne formuleringssamlinga i studien er handsama som tilstrekkeleg å studere for å karakterisere den læreplanutviklinga som problemstillinga stiller spørsmål om. Døme på konkrete vurderingar gjorde i arbeidet med den innleiande læreplananalysen og identifiseringa av formuleringar vil saman med resultatata frå denne delen av lærebokanalysen, bli lagde fram seinare i denne oppgåva – i analysekapittelet. Før dette vil metodekapittelet bli fullført mellom anna i form av ein presentasjon i neste underdelkapittel av metoden for den delen av læreplananalysen som byggjer på resultatata frå den innleiande læreplananalysen.

3.3.2 Metode for tematisk koding av formuleringssamling

Framhaldet av læreplananalysen etter den innleiande læreplananalysen som inneber ei gjennomføring av Robson og McCartan (2016, s. 469) sin fyrste fase for tematisk koding i deskriptive studiar, består av ei gjennomføring av dei to siste av desse tre fasane som ei tematisk koding av formuleringssamlinga som er generert gjennom den innleiande læreplananalysen. Den fyrste av desse to fasane handlar om generering av initiale kodar frå det analyserte materialet som i denne delen av læreplananalysen altså er samlinga av formuleringar i Vedlegg A til denne oppgåva, medan den andre handlar om kategorisering av desse kodane i ulike kategoriar eller tema (Robson og McCartan, 2016, s. 467–476). Framstillinga av tematisk koding hjå Robson og McCartan (2016, s. 467–481) er utgangspunktet for gjennomføringa av den tematiske kodinga av formuleringssamlinga frå den innleiande læreplananalysen, og på bakgrunn av problemstillinga for studien er metoden for denne analysen utforma med mål om at resultatata skal karakterisere føringane dei analyserte læreplanane frå ulike læreplanverk legg for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar slik at dei legg til rette for karakterisering også av utvikling knytt til desse føringane gjennom overgangar mellom læreplanverk. Som Robson og McCartan (2016) peiker på er tematisk koding «not necessarily wedded to a particular theoretical framework», men kan brukast «within different theoretical frameworks» (s. 468), og med utgangspunkt i dette er metoden for den tematiske kodinga av formuleringssamlinga utifrå det nemnde målet utforma i samspel med teori frå ATD som kan nyttast til å karakterisere kunnskap og føringar i læreplanar for elevar sin kunnskap om visse objekt.

Meir konkret er den tematiske kodinga av formuleringssamlinga utført på bakgrunn av tolkinga av kva “føringar lagt av ein læreplan for elevar sin kunnskap” vil seie presentert i førre underdelkapittel, den teoretiske identiteten $k_I(p, o) = R_I(p, o)$ mellom kunnskap og relasjonar for posisjonar p innanfor institusjonar I , forståinga

både av eit kunnskapsstykke $k_I(p, o)$ og av ein institusjonell relasjon $R_I(p, o)$ som mengda av aktivitetar ein person x i posisjonen x i ein institusjon I ideelt sett skal kunne utføre der objektet o spelar ei rolle, og fylgjene denne forståinga har for kva eit kognitivt univers $\Gamma_I(p)$ for ein posisjon p i ein institusjon I består av. Utifrå desse perspektiva kan nemleg dei føringane dei analyserte læreplanane legg for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar karakteriserast gjennom karakterisering, under føresetnad av at institusjonen I er utdanningssystemet for norsk vidaregåande opplæring og at p er posisjonen som matematikkelev i denne institusjonen, av kva formuleringane identifiserte i den innleiande læreplananalysen uttrykkjer om element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der o er éin eller fleire eksponentialfunksjonar, om fyrstekoordinaten i element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der éin eller fleire eksponentialfunksjonar spelar ei rolle i utføring av minst éin aktivitet a som inngår i relasjonen i andrekoordinaten og om dei aktivitetane som inngår i ein relasjon i ein andrekoordinat i element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ som tilfredsstillar at éin eller fleire eksponentialfunksjonar spelar ei rolle i det å utføre aktivitetane. På bakgrunn av at formuleringssamlinga gjennom den innleiande læreplananalysen er generert på ein slik måte at fokus på dei aspekta ved desse elementa og koordinatane som handlar om insitusjonar og posisjonar ikkje er naudsynte i den andre delen av læreplananalysen, er difor den tematiske kodinga av formuleringssamlinga utforma nettopp for å karakterisere desse elementa og koordinatane i høve til dei to andre aspekta, nemleg objekt og aktivitetar der éin eller fleire eksponentialfunksjonar spelar ei rolle. Dette er gjort gjennom at denne tematiske kodinga er delt inn i ein objektfokusert del og ein aktivitetsfokusert del.

Utifrå at den tematiske kodinga av formuleringssamlinga frå den innleiande læreplananalysen som skildra over er bygd på teoretiske perspektiv og konstruksjonar, kan han – i lys av skildringar hjå Robson og McCartan (2016, s. 471) – karakteriserast som driven av teori. Men som det vil kome fram seinare i dette underdelkapittelet er verken dei initielle kodane eller kategoriane for desse kodane førehandsfastsette utifrå teori, men drivne fram av datamaterialet utifrå den teoretiske tilnærminga om å setje fokus på objekt og aktivitetar som nemnt ovanfor. Mellom anna byggjer kodinga på ein observasjon frå den innleiande læreplananalysen om at kvar av formuleringane identifiserte i den innleiande læreplananalysen inneheld både eitt eller fleire objekt som anten er ein spesifikk eksponentialfunksjon, ein type eksponentialfunksjonar, eksponentialfunksjonar generelt eller nært knytt til ein applikasjon av eksponentialfunksjonar, og eitt eller fleire verb som uttrykkjer noko om tilhøvet mellom dette eller desse objekta og ein person i posisjonen som matematikkelev i utdanningssystemet for norsk vidaregåande opplæring. Både den objektfokuserte og den aktivitetsfokuserte kodinga byggjer på denne observasjonen gjennom utforming av initielle kodar med utgangspunkt høvesvis i desse objekta og verba, og med utgangspunkt i dette kan den tematiske kodinga av formuleringssamlinga – i lys av skildringar hjå Robson og McCartan (2016, s. 471) – i tillegg til å karakteriserast som driven av teori, også karakteriserast som driven av data.

Som det kjem fram gjennom skildringa over av målet med den tematiske kodinga av formuleringane frå den innleiande læreplananalysen og måten dette målet reflekterer problemstillinga for studien, samt skildringa av korleis og kvifor denne kodinga er utført for å kunne karakterisere dei to aspekta objekt og aktivitetar som er relevante

i samband med føringar lagt av læreplanar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, er ikkje føremålet med den tematiske kodinga av formuleringssamlinga generert gjennom den innleiande læreplananalysen «to code the content of the entire data set», men «simply coding to identify sepcific features of the data set» (Robson & McCartan, 2016, s. 472). Gjennom det teoretiske grunnlaget for at metoden for denne analysen er utforma slik han er med fokus på objekt og aktivitetar og gjennom metoden – som vil bli gjort greie for i detalj seinare i dette underdelkapittelet – gjennomføringa både av den objektfokuserte og den aktivitetsfokuserte tematiske kodinga, gjer forskingsdesignet for studien det mogeleg gjennom den tematiske kodinga av formuleringssamlinga å identifisere innhald frå det analyserte datamaterialet og generere resultat som er relevante med omsyn til essensen av det den aktuelle delen av problemstillinga handlar om, nemleg utvikling knytt til kunnskap om eksponentialfunksjonar. Trass i at også undersøkingar med fokus også på fleire aspekt ved føringar i læreplanar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar enn dei som er sett fokus på i denne læreplananalysen kunne vore interessante, er avgrensing til dette fokuset valt i denne studien nettopp av omsyn til at avgrensing har vore naudsynt. På denne måten er den ulempa ved tematisk koding som inneber at «the potential range of things that can be said about your data is broad» og at dette «can be inhibiting to the researcher trying to decide what aspects of their data to focus on» (Robson & McCartan, 2016, s. 470) handtert gjennom eit fokus på dei to aspekta objekt og aktivitetar ved kunnskapen omtalt i problemstillinga som frå ein teoretisk ståstad kan forståast som dei mest essensielle aspekta ved kunnskap og i tråd med Robson og McCartan (2016) si påpeiking av at ein som analytikar i tematisk koding ikkje treng å kode alt, men berre ser etter «extracts relevant to [ones] analysis» (Robson & McCartan, 2016, s. 473).

Både for den objektfokuserte og for den aktivitetsfokuserte delen av den vidare analysen av formuleringane identifiserte i den innleiande læreplananalysen, er den tematiske kodinga med utgangspunkt i dei tre nemnde fasane skildra hjå Robson og McCartan (2016, s. 469) utført gjennom at initielle kodar fyrst har blitt genererte og deretter organiserte i kategoriar. Identifiseringa av slike kategoriar å organisere dei initielle kodane i er gjennom ein iterativ prosess med grafiske framstillingar som til dømes matriser som hjelpemiddel, med inspirasjon frå ulike teknikkar presenterte hjå Robson og McCartan (2016, s. 475–476) for slik temaidentifisering, utført ved hjelp både av observasjon av repetisjon mellom dei initielle kodane av like eller liknande omgrep og konsept, retting av merksemd mot omgrep og konsept nemnde i datamaterialet på ein i utgangspunktet uventa eller ukjend måte, søking etter likskapar og skilnader mellom dei initielle kodane både generelt på eit abstrakt nivå og spesielt knytt til initielle kodar som er genererte frå formuleringar tilhøyrande ulike læreplanverk, og retting av merksemd mot aspekt ved dei initielle kodane som kan tolkast og plasserast i ein kontekst ved hjelp av det teoretiske rammeverket for studien og den presenterte bakgrunns litteraturen for studien. Denne prosessen er for kvar av dei to analysedelane, den objektfokuserte og den aktivitetsfokuserte, utført med utgangspunkt i ei samling genererte initielle kodar for den aktuelle analysedelen, og genereringa av desse initielle kodane er utført med ein kombinasjon av valet om å fokusere på objekt og aktivitetar og omgrep nytta i sjølve datamaterialet som utgangspunkt.

I den objektfokuserte tematiske kodinga vart éin eller fleire initielle kodar på bakgrunn av kjennskap til datamaterialet som vart oppnådd gjennom den innleiande læreplananalysen og i tråd med skildringar over av den tematiske kodinga av formuleringssamlinga, for kvar formulering genererte utifrå spørsmålet om kva denne formuleringa eksplisitt peikar på som fyrstekoordinatar i ordna par $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ som anten er éin eller fleire eksponentialfunksjonar og som fyrstekoordinatar i element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der éin eller fleire eksponentialfunksjonar spelar ei rolle i utføring av minst éin aktivitet i $R_I(p, o)$. I samband med den fyrstnemnde av desse typane fyrstekoordinatar er objekt som eksplisitt er nemnde i formuleringane nytta som initielle kodar også når desse objekta i grammatisk forstand ikkje utgjær direkte objekt, men i staden er byggjesteinar for direkte objekt, i ei setning eller leddsetning som inngår i formuleringa. Dei initielle kodane som er genererte i samband med den sistnemnde av desse typane fyrstekoordinatar er objekt som verken er éin eller fleire eksponentialfunksjonar, men som er nemnde – anten i objektform eller i form av ein aktivitet i infinitivform – i dei aktuelle formuleringane og som i tillegg eksplisitt er nemnde i ERM-en for eksponentialfunksjonar anten som ein applikasjon eller som eit objekt som kan handsamast gjennom ein applikasjon av eksponentialfunksjonar. Objektkodar er nemninga som i denne oppgåva vil bli nytta om dei initielle kodane genererte i den objektfokuserte tematiske kodinga av formuleringssamlinga frå den innleiande læreplananalysen, og i andre del av denne kodinga vart det som i oppgåva vil bli kalla objektkategori identifiserte som kategoriar å organisere objektkodane i. Metoden for karakterisering av desse kodane er, som peika på ovanfor, utforma med utgangspunkt i ein kombinasjon av teknikkar nemnde hjå Robson og McCartan (2016, s. 475–476), og som det vil kome fram gjennom presentasjonen i analysekapittelet av resultatata frå læreplananalysen er desse inspirerte mellom anna av kjennskapen til datamaterialet som vart oppnådd allereie i den innleiande læreplananalysen og som også er reflektert i delmengda nytta i metoden for identifisering av formuleringar i den innleiande læreplananalysen.

I likskap med den objektfokuserte tematiske kodinga er den aktivitetsfokuserte tematiske kodinga innleidd med generering av minst éin initiell kode for kvar av formuleringane identifiserte i den innleiande læreplananalysen, men i den aktivitetsfokuserte analysen er alle desse initielle kodane verb som anten er nytta i formuleringane eller kan samanfatte aktivitetar som er nemnde i formuleringane. På bakgrunn av dette vil desse initielle kodane i denne oppgåva bli omtalte som verbkodar, og utgangspunktet for valet om å bruke verb som initielle kodar er introduksjonen av konstruksjonen instituelle relasjonar som noko som består av “måtar” å relatere til objekt, samt eksemplifiseringa av slike måtar gjennom samansetjingar av verb og objekt med eller utan bruk også av ein preposisjon. For dei formuleringane som inneheld fleire verb er det gjort ei vurdering av kva som er hovudaktiviteten eller eventuelt dei likestilte hovudaktivitetane i formuleringa der eit objekt koda i den objektfokuserte kodinga spelar ei rolle, før kvart verb som siktar til noko som er vurdert som ein hovudaktivitet, er generert som verbkode. I praksis er desse vurderingane gjort mellom anna ved at verbet “kunne” aldri er generert som verbkode trass i at mange formuleringar uttrykkjer at elevar skal kunne utføre ulike typar aktivitetar, og ved at for formuleringar som uttrykkjer at elevar skal kunne bruke visse verktøy til å utføre ein viss aktivitet, så er ikkje verbet “bruke”, men eit verb som høyrer til aktiviteten generert som verbkode. Alle dei genererte verbkodane er verb

som for dei aktuelle formuleringane uttrykkjer noko om tilhøvet mellom ein person i posisjonen som matematikkelev i utdanningssystemet for norsk vidaregåande opplæring, og dei objekta som for dei same formuleringane er genererte som objektkodar i den objektfokuserte tematiske kodinga, og i andre del av den aktivitetsfokuserte tematiske kodinga er kategoriar for å organisere desse verbkodane identifiserte gjennom inspirasjon frå teknikkane nemnde ovanfor som er presenterte hjå Robson og McCartan (2016, s. 475–476) og med utgangspunkt i kjennskapen til datamaterialet oppnådd gjennom den innleiande læreplananalysen. Med utgangspunkt i den teori-baserte forståinga av relasjonar som aktivitetar som ligg til grunn i denne oppgåva er desse kategoriane gjevne nemninga aktivitetskategoriar, og som analysekapittelet vil syne samanfattar dei ulike aksjonsverb i typar aktivitetar og verb som ikkje er vurderte som aksjonsverb, i ei gruppe verb som ikkje er forstått som uttrykk for aktivitetar.

Måten metoden både for den objektfokuserte og den aktivitetsfokuserte tematiske kodinga av formuleringar frå den innleiande læreplananalysen i denne studien er sett ut i livet, vil i denne oppgåva ytterlegare bli gjort greie for gjennom presentasjon i analysekapittelet i oppgåva både av døme på objekt- og verbkodar som er genererte frå visse formuleringar og av dei identifiserte objekt- og aktivitetskategoriane og kva initielle kodar som er underordna kvar av desse. I tillegg er ei oversikt over alle objektkodane og alle verbkodane som er genererte i læreplananalysen, samt over kva formuleringar kvar av desse kodane er genererte for og kva læreplanverk desse formuleringane høyrer til, lagt ved denne oppgåva i Vedlegg B. Resultata frå resten av læreplananalysen i analysekapittelet i oppgåva vil bli presenterte ved hjelp av grafiske framstillingar i tabellar som syner utvikling gjennom overgangane mellom læreplanverka R94, LK06 og LK20, og på denne måten vil presentasjonen legge til rette for observasjon av korleis resultata frå læreplananalysen knytt til kvar av dei identifiserte kategoriane har relevans i samband med problemstillinga for studien.

3.4 Metode for lærebokanalyse

Metodane som i lærebokanalysen i denne studien er nytta med mål om å generere resultat som er relevante for den delen av problemstillinga for studien som handlar om lærebøker, vil i dette delkapittelet bli gjort greie for. Som skildra tidlegare i metodekapittelet er det eit utval dømepoppgåver frå lærebøker som utgjør datamaterialet som er gjort til gjenstand for analyse i denne delen av studien, og med utgangspunkt i måten problemstillinga for studien trekkjer fram kunnskapsinnhald om eksponentialfunksjonar formidla i lærebøker, så er det meir spesifikt med mål om å karakterisere kunnskapsinnhald formidla i dei aktuelle dømepoppgåvene at metoden for lærebokanalysen er utforma. Det er gjennom påverknaden skildra tidlegare i metodekapittelet av resultat frå læreplananalysen i studien på valet av kva dømepoppgåver som skulle analyserast i lærebokanalysen i studien, at lærebokanalysen er utforma for å kunne kontekstualisere den læreplanutviklinga knytt til eksponentialfunksjonar som er forsøkt karakterisert i læreplananalysen. Men utforminga av metoden for analysen av dei utvalde dømepoppgåvene for å nå målet om å kunne karakterisere kunnskapsinnhaldet i desse dømepoppgåvene slik at læreplan-

utviklinga med utgangspunkt i problemstillinga for studien kan kontekstualiserast ved hjelp av kunnskapsinnhald om eksponentialfunksjonar formidla i lærebøker, er gjort ved hjelp av den teoretiske konstruksjonen prakseologiar. Meir spesifikt er det gjort ved å utforme analysen av dømeoppgåvene som ein prakseologisk analyse med utgangspunkt i metoden nytta hjå Takeuchi og Shinno (2020) som er introdusert i bakgrunns litteraturkapittelet i denne oppgåva, samt ved delvis i tillegg å nytte tematisk koding inspirert av framstillinga hjå Robson og McCartan (2016, s. 467–481) for å kunne gjere samanlikningar mellom lærebøker som høyrer til ulike læreplanverk med omsyn til spesifikke tema. I dette delkapittelet vil i det fyrste underdelkapittelet ei overordna oversikt over korleis lærebokanalysen er inndelt og kva metodar som er nytta, bli presentert saman med dei aspekta ved forskingsdesignet for studien som gjer lærebokanalysen eigna til å generere resultat som er relevante i samband med problemstillinga for studien. Deretter vil ytterlegare detaljar knytte til metoden for dei ulike delane av lærebokanalysen bli presenterte i seinare underdelkapittel.

3.4.1 Lærebokanalyse – metodeoversikt og forskingsdesign

Analysen av dømeoppgåver i lærebokanalysen er utført med mål om å karakterisere prakseologiane formidla i kvar av dømeoppgåvene, og som det vil bli gjort nærare greie for seinare i dette delkapittelet er praksis-blokkene i desse prakseologiane forsøkt karakteriserte gjennom tematisk koding utført med utgangspunkt i dei tre fasane nemnde i førre delkapittel som Robson og McCartan (2016, s. 469) skildrar for tematisk koding i deskriptive studiar for kvar av dei to delane av praksis-blokka, nemleg oppgåvetypar og teknikkar. Med utgangspunkt mellom anna i råd frå Robson og McCartan (2016, s. 469–471) er den fyrste fasen utført slik at kjennskap til dømeoppgåvene er oppnådd gjennom å lese fleire gonger både dømeoppgåvene og relatert lærebokinnhald som er plassert i nærleiken av dømeoppgåvene, med spesielt fokus på spørsmål om kva dømeoppgåvene syner av karaktertrekk, likskapar og skilnader i høve både til oppgåvetypar, teknikkar, teknologiar og teoriar utifrå skildringane knytt til kvart av desse omgrepa og samanhengane mellom dei i teorikapittelet i denne oppgåva. Både i samband med oppgåvetypeomgrepet og i samband med teknikkomgrepet er initielle kodar som del av den andre fasen genererte frå dømeoppgåvene med inspirasjon både frå Robson og McCartan (2016, s. 467–481) si framstilling av tematisk koding generelt og den andre fasen spesielt og frå Takeuchi og Shinno (2020) sin metode for analyse med omsyn til praksis-blokka ved lærebokoppgåver. Etter inspirasjon frå Takeuchi og Shinno (2020) sin metode og Robson og McCartan (2016, s. 468) si framstilling av ulike måtar å namngje kodar i tematisk koding, er i denne oppgåva dei initielle kodane knytt til oppgåvetypar og dei initielle kodane knytt til teknikkar kalla fyrstenivåkategoriar og gjevne merkelappar høvesvis på forma T_i der $i \in \mathbb{N}$ og på forma τ_i der $i \in \mathbb{N}$. Til skilnad frå hjå Takeuchi og Shinno (2020) er i denne studien i tillegg alle fyrstenivåkategoriane med omsyn til oppgåvetypar som del av den tredje fasen av ei tematisk koding inspirert av Robson og McCartan (2016, s. 469–476) sine tilrådingar om å identifisere tema mellom anna gjennom fokus på repetisjonar, likskapar og ulikskapar, organiserte i det som i denne oppgåva vil bli kalla andrenivåkategoriar. På same måte er i tillegg fyrstenivåkategoriane knytt til teknikkar organiserte i andrenivåkategoriar i ein

tredje fase av tematisk koding basert på tilrådingar frå Robson og McCartan (2016, s. 469–476) som er utført med inspirasjon også frå Takeuchi og Shinno (2020) sine samlekategoriar for identifiserte teknikkar.

I tillegg til at fyrstenivåteknikkategoriene i lærebokanalysen er organiserte i andrenivåteknikkategoriar i ei tematisk koding, er det som del av lærebokanalysen for kvar av fyrstenivåteknikkategoriene med utgangspunkt i ATD-teori mellom anna om samanhengen mellom teknikkar og teknologiar presentert i teorikapittelet i denne oppgåva også gjort ei vurdering av om denne kategorien høyrer til under ein teknologisk diskurs som kjem til uttrykk gjennom den epistemologiske referansesmodellen som i denne oppgåva er utforma for eksponentialfunksjonar. Vidare er det dessutan for kvar av dei fyrstenivåteknikkategoriene som i denne vurderinga er vurderte som tilhøyrande ein teknologisk diskurs gjeven av ERM-en for eksponentialfunksjonar, på liknande måte som hjå Takeuchi og Shinno (2020) gjort ei vurdering av kva element ved den epistemologiske referansesmodellen for det matematiske temaet for studien den aktuelle teknologiske diskursen består av eller spring utifrå. Ein teknologikategori som etter inspirasjon frå Takeuchi og Shinno (2020) er gjeven ein merkelapp på forma θ_i der $i \in \mathbb{N}$, er identifisert for kvar av dei teknologiske diskursane som svarer til eit element i ERM-en for eksponentialfunksjonar som i desse vurderingane er vurderte som overordna ein av dei genererte fyrstenivåteknikkategoriene. Ved hjelp av teori presentert i teorikapittelet i denne oppgåva knytt til omgrepet teori som del av prakseologiar innanfor ATD, er vidare den delen av den prakseologiske analysen av dømeppgåver som søker å karakterisere logos-blokker fullført ved at kategoriar med merkelappar på forma Θ_i der $i \in \mathbb{N}$ er identifiserte for teoretiske diskursar som teknologikategoriene er organiserte under. Også denne delen av analysen knytt til logos-blokker er utført med inspirasjon frå tilsvarande del av metoden hjå Takeuchi og Shinno (2020), og på tilsvarande måte som at vurderingar av korleis teknikkar kan grunnjevast, forklarast eller forståeggjerast utifrå element i ERM-en for eksponentialfunksjonar leidde fram til dei identifiserte teknologikategoriene, er teorikategoriene utforma utifrå tolkingar basert på den same ERM-en av korleis teknologiske diskursar kan grunnjevast, forklarast eller forståeggjerast utifrå idéar i ERM-en for eksponentialfunksjonar.

Som skildringa over av strukturen i metoden for lærebokanalysen i denne studien syner, er altså denne metoden bygd på teorien presentert i teorikapittelet i denne oppgåva knytt til prakseologiar. Gjennom fyrstenivåoppgåvetypekategoriene, fyrstenivåteknikkategoriene, teknologikategoriene og teorikategoriene kan prakseologiane i alle dei analyserte dømeppgåvene karakteriserast med omsyn til kvar av dei fire delane oppgåvetypar, teknikkar, teknologiar og teoriar. Med utgangspunkt i at fyrstenivåteknikkategoriene knytte spesielt til eksponentialfunksjonar, samt fyrstenivåoppgåvetypekategoriene dei kan knytast til, gjennom analysen er organiserte under teknologikategoriar og teorikategoriar, legg desse delane av lærebokanalysen grunnlaget for samanlikning av prakseologiar spesielt med omsyn til sentrale aspekt ved logos-blokka tilhøyrande dømeppgåver frå lærebøker utforma etter ulike læreplanverk. Ettersom prakseologiar slik det er gjort greie for i teorikapittelet i denne oppgåva, samstundes kan forståast som modellar for aktivitetar som er element i kunnskap, altså for kunnskapsinnhald, gjev på denne måten forskingsdesignet for studien høve til kontekstualisering av læreplanutvikling gjennom

kunnskapsinnhald knytt til logos-blokka som er formidla i lærebøker. I tillegg legg forskingsdesignet for studien til rette for kontekstualisering av læreplanutvikling ved hjelp av kunnskapsinnhald knytt til praksis-blokka som er formidla i lærebøker gjennom den tematiske kodinga som genererer andrenivåkategoriar for organisering både av fyrstenivåoppgåvetypekategoriar og av fyrstenivåteknikkategoriar. Desse andrenivåkategoriane gjev nemleg høve til samanlikning av prakseologiar frå dømeoppgåver i lærebøker utforma etter ulike læreplanverk med omsyn til sentrale aspekt ved praksis-blokka i desse prakseologiane. Altså legg kombinasjonen av metodane og det teoretiske grunnlaget for lærebokanalysen, ettersom praksis-blokker og logos-blokker for dømeoppgåver til saman utgjer prakseologiar som kan forståast som kunnskapsinnhald formidla i lærebøker, høve til kontekstualisering av læreplanutvikling ved hjelp av lærebøker slik problemstillinga for studien stiller spørsmål om.

Etter introduksjonen over til den overordna strukturen i metoden for lærebokanalysen som er utført i studien, vil i det fylgjande fyrst metoden for den tematiske kodinga knytt til oppgåvetypar bli utdjupa i eit andre underdelkapittel i dette delkapittelet. Deretter vil den tematiske kodinga knytt til teknikkar bli utdjupa i underdelkapittelet som fylgjer, og til sist i delkapittelet vil metoden for den delen av den prakseologiske analysen av dei utvalde dømeoppgåvene som er knytt til logos-blokka bli utdjupa i eit avsluttande underdelkapittel. Til saman vil på denne måten dette delkapittelet leggje fram metoden for heile analysen i denne studien av dei dømeoppgåvene som – slik det er skildra tidlegare i metodekapittelet – er valde ut til å bli analyserte i lærebokanalysen i studien. Gjennom presentasjonane i dei tre underdelkapitla i dette delkapittelet vil det i større detalj bli gjort greie for korleis kategoriseringane, vurderingane og tolkingane som utgjer denne analysen er utførte, og ytterlegare detaljar knytt til avgjerder som er utførte i samband med desse undersøkingane vil seinare i oppgåva – i analysekapittelet – kome fram saman med presentasjonen av resultata frå lærebokanalysen.

3.4.2 Metode for tematisk koding knytt til oppgåvetypar

Etter gjennom ein innleiande fase å ha oppnådd kjennskap til dømeoppgåvene som utgjer datamaterialet analysert i lærebokanalysen, er ni fyrstenivåkategoriar for oppgåvetypar genererte som del av den tematiske kodinga i samband med denne delen av prakseologiomgrepet. Desse ni kategoriane er gjevne merkelappane $T_1, T_2, T_3, \dots, T_9$ og på tilsvarande måte som hjå Takeuchi og Shinno (2020) utgjer fyrstenivåkategoriane med desse merkelappane det som vert kalla oppgåvetypar. Dei er utforma med utgangspunkt i dei teoretiske føresetnadene innanfor ATD og dei teoretiske skildringane knytt til omgrepet oppgåvetype som er presenterte i teorikapittelet i denne oppgåva, og kvar av dei analyserte dømeoppgåvene er kategoriserte som ei oppgåve av nøyaktig éin av desse typane. I likskap med i metoden hjå Takeuchi og Shinno (2020) er i metoden også i denne studien ei oppgåvetypeskildring som del av analysen utforma for kvar av kategoriane med ein merkelapp på forma T_i der $i \in \mathbb{N}$, og for kvar fyrstenivåoppgåvetypekategori vil i analysekapittelet i denne oppgåva både merkelappen, oppgåvetypeskildringa og den dømeoppgåva eller ei liste

av dei dømepågåvene som er kategoriserte som oppgåver av den aktuelle typen, bli presenterte.

Som del av ein tredje fase av den tematiske kodinga knytt til oppgåvetypar, er det i lærebokanalysen identifisert fem andrenivåoppgåvetypekategori. Minst éin av fyrstenivåoppgåvetypekategoriane er i analysen underordna kvar av desse andrenivåkategoriane, og kvar fyrstenivåoppgåvetypekategori er i analysen underordna nøyaktig éin andrenivåoppgåvetypekategori. Med utgangspunkt i ATD-teori presentert i teorikapittelet ovanfor, er kvar av andrenivåoppgåvetypekategoriane gjevne ei nemning som uttrykkjer noko om kva slags aktivitet som inngår i det å utføre oppgåver som kan kategoriserast under denne andrenivåkategorien, og dette reflekterer at desse kategoriane som del av den tredje fasen Robson og McCartan (2016, s. 469–476) skildrar er utforma med fokus spesielt på kva slags aktivitetar oppgåver av ulike typar bed den som skal utføre dei om å gjennomføre. Både nemningane gjevne dei ulike andrenivåoppgåvetypekategoriane og kva fyrstenivåoppgåvetypekategoriar som er underordna dei ulike andrenivåoppgåvetypekategoriane vil bli presentert i analysekapittelet i denne oppgåva, og dette vil bli gjort på ein måte som legg til rette for karakterisering av utvikling med omsyn til kvar av desse andrenivåkategoriane gjennom overgangane mellom læreplanverka R94, LK06 og L20.

3.4.3 Metode for tematisk koding knytt til teknikkar

Kjennskap til dømepågåvene som utgjer datamaterialet for lærebokanalysen er i ein innleiande fase av den tematiske kodinga som er knytt til omgrepet teknikk, utført gjennom aktiv lesing av dette datamaterialet med fokus på teknikkane som er nytta i løysingsforslaga i dømepågåvene og på korleis desse teknikkane kan delast opp og forståast som samansette av ulike delar. Bakgrunnen for dette fokuset er dei teoretiske føresetnadene og skildringane frå ATD som er knytte spesielt til teknikkar i prakseologiar og inndeling av aktivitetar i oppgåver av typar med tilhøyrande teknikkar, og som er presenterte i teorikapittelet i denne oppgåva. På bakgrunn av denne kjennskapen er atten fyrstenivåkategoriar for det som i denne oppgåva er gjevne nemninga teknikkelement, genererte og gjevne merkelappane $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_{18}$. Kvar av desse fyrstenivåteknikkategoriane er, på liknande måte som dei tilsvarende kategoriane i analysen til Takeuchi og Shinno (2020), gjevne både eit kategorinamn og ei skildring av kva eit teknikkelement som er kategorisert i denne kategorien inneber. Nemninga teknikkelement siktar til ein spesifikk del av ein teknikk som kan brukast til å løyse ei oppgåve av ein viss type, og slik analysekapittelet i denne oppgåva vil syne er det for kvar av dei analyserte dømepågåvene slik at minst to ulike fyrstenivåteknikkategoriar i analysen er identifiserte for ulike teknikkelement nytta i denne dømepågåva. I analysekapittelet vil også merkelappen, kategorinamnet og skildringa bli presentert for kvar fyrstenivåteknikkategori, saman med fyrstenivåoppgåvetypekategorien for kvar av dei dømepågåvene som inneheld eit teknikkelement som er plassert i den aktuelle fyrstenivåteknikkategorien.

Eit sentralt aspekt ved metoden for genereringa av fyrstenivåteknikkategoriane som del av ei tematisk koding utført med dei analyserte dømepågåvene som datamateriale, er at denne kategoriseringa ikkje søkjer å karakterisere teknikkane som inngår

i prakseologiane i dei aktuelle dømeoppgåvene fullstendig. Kategoriane med merkelappar på forma τ_i der $i \in \mathbb{N}$ er verken utforma med mål om at éin slik kategori skal svare til éin fyrstenivåoppgåvetypekategori, eller med mål om at alle dei atten av desse kategoriane til saman skal fange opp alle elementa av teknikkar som er nytta i dei analyserte dømeoppgåvene. Til dømes er fyrstenivåteknikkategoriar verken identifiserte for teknikkelement som addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon av reelle tal og av algebraiske uttrykk eller for teknikkelement som utrekning av logaritmar av positive tal og andre numeriske operasjonar. Men derimot er til dømes bruk av derivasjonsreglar både for eksponentialfunksjonar og for andre typar funksjonar kategoriserte, slik det vil kome fram gjennom analysekapittelet i denne oppgåva. Vala av kva teknikkelement nytta i dømeoppgåver som skulle kategoriserast, er for det fyrste gjorde med utgangspunkt i ERM-en for eksponentialfunksjonar for forsøksvis å fange opp alle teknikkelementa som utifrå denne ERM-en kan forklarast, grunngjevast eller forståeleggjertast som element i ein teknikk for å løyse oppgåver av dei aktuelle typane, altså oppgåver av dei typane som fyrstenivåoppgåvetypekategorien for dømeoppgåvene der det aktuelle teknikkelementet er nytta svarer til. Vidare er desse vala gjorde for forsøksvis å fange opp også alle teknikkelementa som i minst  i dømeoppgåve kan seiast å vere overordna eit teknikkelement som kan grunngjevast utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar, alle teknikkelementa som for andre typar funksjonar kan seiast å svare til dei teknikkelementa som kan grunngjevast utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar, og dessutan andre teknikkelement som kan seiast å vere sentrale for å få utført oppgåver av dei typane som fyrstenivåoppgåvetypekategoriane for dømeoppgåvene der desse teknikkelementa er nytta, svarer til.

I tillegg til fyrstenivåteknikkategoriar er som del av den tematiske kodinga knytt til omgrepet teknikkar også fem andrenivåkategoriar knytt til teknikkar utforma, og desse er utforma som andrenivåteknikkategoriar som fyrstenivåteknikkategoriane kan organiserast under. Kvar av andreniv teknikkategoriane er i analysen gjevne ei nemning som vil bli presentert i analysekapittelet i denne oppgåva, og der vil det for kvar av andreniv teknikkategoriane i tillegg bli lagt fram ei oversikt over kva fyrstenivåkategoriar som i analysen er underordna denne andrenivåkategorien og over kva for nokre av desse fyrstenivåkategoriane som er identifiserte for minst eitt teknikkelement fr  minst  i dømeoppgåve fr  læreboka tilhøyrande kvart av dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20. P  denne måten vil framstillinga leggje til rette for karakterisering av utvikling gjennom overgangane mellom desse læreplanverka knytt til kvar av andrenivåkategoriane for teknikkar i prakseologiar formidla i dømeoppgåver i lærebøker. Som det vil kome fram av denne framstillinga er minst éin av fyrstenivåteknikkategoriane underordna kvar av andreniv teknikkategoriane, og kvar av fyrstenivåteknikkategoriane er underordna nøyaktig éin andrenivåteknikkategori. I tillegg er andreniv teknikkategoriane, slik nemningane for desse kategoriane reflekterer, med utgangspunkt i ATD-teori knytt til teknikkar presentert i teorikapittelet i denne oppgåva og som del av den tredje fasen for tematisk koding skildra hjå Robson og McCartan (2016, s. 469–476), utforma som kategoriar for organisering av fyrstenivåteknikkategoriar som har fellestrekk i samband med kva slags aktivitetar utføring av ein slik teknikk inneber.

3.4.4 Metode for analyse knytt til logos-blokker

I likskap med måten den prakseologiske analysen skildra hjå Takeuchi og Shinno (2020) er utført på, er den prakseologiske analysen i denne studien av dømeppgåver i lærebøker utført ved at aspekt knytte til praksis-blokka fyrst er karakteriserte, før logos-blokker tilhøyrande ulike identifiserte praksis-blokker er tolka med utgangspunkt i ein epistemologisk referansemodell for det matematiske temaet for studien. Til grunn for denne analysen ligg, som nemnt tidlegare i dette delkapittelet og til skilnad frå metoden hjå Takeuchi og Shinno (2020), ei vurdering som med utgangspunkt i ATD-teori mellom anna om samanhengen mellom teknikkar og teknologiar presentert i teorikapittelet i denne oppgåva, er gjort for kvar av fyrstenivåteknikkategoriane av om denne teknikkategorien kan organiserast under ein teknologisk diskurs som spring utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar. For kvar av dei fyrstenivåteknikkategoriane som er vurderte som tilhøyrande ein teknologisk diskurs som spring utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar som er utforma i denne studien, er eitt spesifikt element i denne ERM-en identifisert som utgangspunkt for kvar av dei teknologiske diskursane denne fyrstenivåteknikkategorien er vurdert som organisert under, og kvar av desse teknologiske diskursane er gjevne merkelappar på forma θ_i der $i \in \mathbb{N}$. Totalt er på denne måten seks teknologikategoriar med merkelappar $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_6$ genererte, og for kvar av desse er ei formulering av det tilhøyrande elementet frå ERM-en for eksponentialfunksjonar utforma. Metoden for denne delen av den prakseologiske analysen av dømeppgåver er utforma med utgangspunkt i metoden hjå Takeuchi og Shinno (2020) som inneber liknande vurderingar og organiseringar av teknikkategoriar under teknologiske diskursar som spring utifrå spesifikke element ved ein epistemologisk referansemodell, og i analysekapittelet i denne oppgåva vil for kvar av teknologikategoriane både den utforma formuleringa av det tilhøyrande ERM-elementet og alle fyrstenivåteknikkategoriane som er organiserte under denne teknologikategorien, bli presenterte. I tillegg vil det der kome fram at somme fyrstenivåteknikkategoriar berre er organiserte under éin teknologisk diskurs som spring utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar, medan somme fyrstenivåteknikkategoriar er organiserte under fleire ulike slike teknologikategoriar.

Også metoden for det som står att av den prakseologiske analysen i studien etter at dei seks teknologikategoriane er genererte, er utforma med utgangspunkt i den tilsvarende delen av metoden for den prakseologiske analysen presentert hjå Takeuchi og Shinno (2020). På liknande måte som at dei organiserer teknologikategoriane dei har identifisert under ein teorigategori ved hjelp av ei tolking av desse teknologikategoriane som er gjort utifrå den epistemologiske referansemodellen for det matematiske temaet for studien deira (Takeuchi & Shinno, 2020, s. 801–802), er to teorigategoriar i den prakseologiske analysen av dømeppgåver i denne studien utforma som teorigategoriar dei seks identifiserte teknologikategoriane er organiserte under. Desse to teorigategoriane er gjevne merkelappane Θ_1 og Θ_2 og er utforma både ved hjelp av ATD-teori presentert i teorikapittelet i denne oppgåva knytt til teoriomgrepet og samanhengen mellom teoriomgrepet og teknologiomgrepet og utifrå tolkingar som er gjorde med utgangspunkt i den epistemologiske referansemodellen for eksponentialfunksjonar. Meir spesifikt er kvar av dei to teorigategoriane på bakgrunn av ERM-en om eksponentialfunksjonar identifiserte som sentrale teoretiske idéar som

kan vere med å gjere dei underordna teknologiske diskursane forstålege, generere dei, rettferdiggjere dei og kontrollere dei, og i analysen er kvar av teorigatoriane gjevne eit kategorinamn som siktar til den aktuelle slike idéen. Teorigatoriane er utforma slik at minst éin av teknologikategoriane er underordna kvar av desse to kategoriane og slik at kvar av teknologikategoriane er underordna nøyaktig éin av dei to teorigatoriane, og gjennom analysekapittelet i denne oppgåva vil det kome fram kva teknologikategoriar som er underordna kva teorigatoriar. Der vil i tillegg kategorinamna og merkelappane for kvar av teorigatoriane bli presenterte saman med ei oversikt som gjer det mogeleg å karakterisere utvikling gjennom læreplanverkovergangan mellom R94, LK06 og LK20 knytt til både teknologikategoriar og kvar av dei to teorigatoriane ved for kvart av dei tre læreplanverka å presentere alle teknologikategoriane underordna kvar teorigatori som gjennom ein underordna fyrstenivåteknikkategori er representerte i ei analysert dømeoppgåve frå ei lærebok utforma etter dette læreplanverket.

3.5 Reflekerande perspektiv knytt til metode

Metodane som – slik det er skildra i dei føregåande delkapitla i dette metodekapittelet – i denne studien er nytta for å gjere undersøkingar med mål om å generere resultat som kan nyttast til å svare på problemstillinga for studien, vil i dette delkapittelet bli sett på med eit reflekterande blikk. Utvalde perspektiv frå Bowen (2009) og Robson og McCartan (2016) på kvalitativ dokumentanalyse og tematisk koding som metodar er tidlegare i oppgåva viste til som grunnlag for nokre metodiske val som er gjorde i studien, og i dette delkapittelet vil fleire metodiske perspektiv både frå Bowen (2009) og Robson og McCartan (2016) danne grunnlag for refleksjon knytt til kor eigna og nyttige metodane i studien er til å generere resultat som kan nyttast til å gje svar på problemstillinga for studien. Både fordelar og ulemper knytt til både dokumentanalyse, tematisk koding og kvalitative analysar utført av ein menneskeleg analytiker vil bli trekte inn i denne refleksjonen som har som mål å leggje til rette for kritisk vurdering av resultatane genererte gjennom metodane i studien og korleis og i kva grad dei kan vere med å svare på problemstillinga.

I tillegg til dei tidlegare nemnde fordelane ved dokumentanalyse som gjer denne metoden eigna til å studere historisk utvikling, har dokumentanalyse som metode ein fordel ved å vere meir effektiv og mindre tidkrevjande samanlikna med andre metodar (Bowen, 2009, s. 31). Dette kan mellom anna knytast til at data som inngår i dokument, slik Bowen (2009) skriv, «have already been gathered» slik at «what remains is for the content and quality of the documents to be evaluated» (s. 31). Men «documentation is sometimes not retrievable, or retrievability is difficult» (Bowen, 2009, s. 32) og dette har i denne studien synt seg gjeldande i form av ein krunglete og vanskeleg prosess med innsamling av alle dei analyserte læreplanane og i form av at dokumentasjon for at ikkje fleire enn dei tjuefire analyserte læreplanane har vore gjeldande som matematikk-læreplanar for vidaregåande opplæring i Noreg som del av R94, LK06 eller LK20, ikkje er funne i studien. Ei anna potensiell ulempe med dokumentanalyse som metode som Bowen (2009) peikar på er at dokument «usually do not provide sufficient detail to answer a research question» ettersom

dei ikkje er produserte med forskning som føremål. Med utgangspunkt i dette kan det argumenterast for at bruk av andre metodar kan vere nyttig i samband med undersøkingar knytt til den historiske utviklinga problemstillinga i denne studien set fokus på, trass i at denne problemstillinga eksplisitt nemner både læreplanar og lærebøker som dokument.

Enno ei utfordring ved dokumentanalyse er spørsmålet om kor mange dokument ein skal analysere, eit spørsmål som Bowen (2009, s. 33) peikar på som legitimt og møter ved mellom anna å trekkje fram at «it is generally better to have access to a wide array of documents providing a preponderance of evidence, especially when the study is relying heavily or solely on documents» (s. 33) slik studien skildra i denne oppgåva gjer. I tråd med denne tilrådinga er alle læreplandokumenta som, så vidt det er oppnådd kjennskap til gjennom denne studien, høyrer til i den kategorien av læreplanar som problemstillinga for studien stiller spørsmål ved, analyserte i denne studien. Men utvalet både av lærebøker og delar av lærebøker som er analyserte i studien er, i strid med denne tilrådinga, svært avgrensa. I samband med dokumentanalysar der berre eit avgrensa utval relevante dokument er analyserte, slik tilfellet altså er for lærebokanalysen i denne studien, trekkjer Bowen (2009) fram med tilvising til Yin at «an incomplete collection of documents suggests ‘biased selectivity’» (s. 32). På bakgrunn av dette og formuleringa av problemstillinga for studien, kan ikkje resultatane frå lærebokanalysen vurderast som gjeldande for lærebøker generelt utover akkurat dei dømeoppgåvene som er analyserte i denne studien, men likevel kan dei ha nytte mellom anna som utgangspunkt for nye spørsmål og nye undersøkingar.

I samband med spørsmål knytt til om datamateriale undersøkt i kvalitative analysar er representativt, trekkjer Robson og McCartan (2016, s. 479) fram mellom anna «random sampling», «triangulation through multiple methods of data collection» og «constructing data display matrices» saman med «seeking data for empty or weakly sampled cells» (s. 479) som måtar å styrkje representativitet. At ingen av desse måtane er nytta i denne studien utgjer enno eit argument for at datamaterialet spesielt i lærebokanalysen ikkje er representativt for lærebøker for faget 2MX og R1 generelt, samt for at resultatane frå analysen av dømeoppgåver ikkje kan generaliserast. I tillegg til utfordringar knytt til mangel på representative data trekkjer Robson og McCartan (2016) fram at «your analysis may be biased, not only because you are drawing inferences from non-representative processes, but also because of your own biases as an information processor» (s. 479), og dei viser i samband med dette mellom anna til fylgjande veikskapar ved menneskelege analytikarar som analysane i denne studien kan vere influerte av. Kvalitative analysar utført av menneske kan lide under motstand mot endring av oppfatningar som kjem frå fyrsteintrykk og informasjon frå tidleg i analyseprosessen (Robson & McCartan, 2016, s. 462). Dessutan har menneske som analytikarar «a tendency to ignore information conflicting with hypotheses already held and to emphasize information that confirms them» (Robson & McCartan, 2016, s. 462) og til i for stor grad å ha tillit til avgjerder og vurderingar dei i ein analyseprosess allereie har gjort (Robson & McCartan, 2016, s. 462).

Slik veikskapane nemnde over syner kan ein menneskeleg analytikar ha uynskt påverknad på resultatane frå kvalitative analysar som dei som er utførte i denne studien. Men ettersom analysane i denne studien er dokumentanalysar, er ikkje sjølve

datamaterialet påverka av analytikaren, for slik Bowen (2009) formulerer det er nemleg dokument «‘unobtrusive’ and ‘non-reactive’», altså «unaffected by the research process» (s. 31). Som fylgje av dette er «reflexivity», noko som «requires an awareness of the researcher’s contribution to the construction of meanings attached to social interactions and acknowledgment of the possibility of the investigator’s influence on the research», oftast ikkje er ei utfordring ved dokumentanalyse slik det er for andre typar kvalitative analysemetodar (Bowen, 2009, s. 31). Ei heller er endring av det som skal studerast for dokumentanalyse, i motsetnad til for ein del andre kvalitative analysemetodar, eit problem ettersom dokument ikkje vert endra av at ein forskar studerer dei (Bowen, 2009, s. 31). Dette gjer dokument «suitable for repeated reviews» (Bowen, 2009, s. 31), noko som igjen gjer funn frå dokumentanalyse generelt og denne studien spesielt eigna for i vidare forskning å bli forsøkt genererte på ny i tråd med fylgjande tilråding frå Robson og McCartan (2016) knytt til å produsere pålitelege resultat i kvalitativ forskning:

If a finding can be repeated in a different context or data set, then it is more dependable. Given that once you find a relationship or develop a theory, there is a strong tendency for you to find confirming evidence (and to ignore disconfirming evidence), it is even better if someone else, not privy to your findings, confirms it. Note that this is a particular type of triangulation. (s. 480)

Vidare argumentasjon for at ein veikskap ved denne studien er mangel på triangulering og samstundes for at bruk av fleire metodar kan vere nyttig i eventuell vidare forskning knytt til temaa for denne studien, kan byggjast både utifrå Robson og McCartan (2016, s. 479) si generelle tilråding om bruk av triangulering for å styrkje kvaliteten av kvalitativ forskning og utifrå to perspektiv på dokumentanalyse og triangulering som Bowen (2009) legg fram som fylgjer. «Document analysis is often used in combination with other qualitative research methods as a means of triangulation—‘the combination of methodologies in the study of the same phenomenon’» (Bowen, 2009, s. 28) skriv han med tilvising til Denzin, og i tillegg uttrykkjer han med tilvising til Yin at «the qualitative researcher is expected to draw upon multiple (at least two) sources of evidence; that is, to seek convergence and corroboration through the use of different data sources and methods. Apart from documents, such sources include interviews, participant or non-participant observation, and physical artifacts» (Bowen, 2009, s. 28).

Som nemnt tidlegare i dette delkapittelet medfører kvalitativ analyse utført av menneske fleire potensielle ulemper, og éi av desse er at mengda datamateriale som kan handterast er avgrensa (Robson & McCartan, 2016, s. 462). Dette er ein viktig del av bakgrunnen for at ikkje meir omfattande undersøkingar er gjorde i denne studien, og det har hatt fylgjer mellom anna for avgrensinga av mengda analysert datamateriale frå lærebøker, ettersom analyse av alle læreplandokumenta som er funne i den kategorien av læreplanar som problemstillinga for studien handlar om, er prioritert. Eit anna aspekt ved metodane nytta i studien som er knytt til studien sine avgrensingar, ikkje med omsyn til kor mykje datamateriale som er analysert, men med omsyn til kva aspekt ved det analyserte datamaterialet som er sett fokus på,

er knytt til at tematisk koding som metode er svært fleksibel (Robson & McCartan, 2016, s. 470). Ettersom denne fleksibiliteten medfører at mykje kan seiast om eit datamateriale ved hjelp av tematisk koding slik at val om kva aspekt ved eit datamateriale som skal fokuserast på kan vere utfordrande (Robson & McCartan, 2016, s. 470), så kan ikkje resultata frå analysane i denne studien forståast som fullstendige representasjonar av dei kunnskapsføringane og det kunnskapsinnhaldet som problemstillinga stiller spørsmål ved. Aspekt som, slik skildringa av metoden for læreplananalysen tidelgare i dette metodekapittelet syner, i denne studien ikkje er sett fokus på ved føringane i dei analyserte læreplanane for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, er mellom anna kontekst for aktivitetar og verktøy til bruk i utføring av aktivitetar, og på liknande måtar er også aspekt ved kunnskapsinnhald om eksponentalfunksjonar formidla i dei analyserte lærebøkene og dømeoppgåvene valde å ikkje bli fokuserte på i denne studien. Likevel kan metodane nytta i studien på bakgrunn av måten forskingsdesignet både for læreplananalysen og for lærebokanalysen er basert på eit samspel mellom teori frå ATD om kva kunnskap består av og metoden tematisk koding som «provides a means of summarizing key features of large amounts of qualitative data» (Robson & McCartan, 2016, s. 470), seiast å rette fokus mot aspekt ved dei analyserte dokumenta som er essensielle i høve til problemstillinga for studien. Med utgangspunkt i dette gjev i tillegg bruken av ATD som teoretisk rammeverk for studien, høve også til tolking av resultat frå analysane av læreplanar og lærebøker trass i at tematisk koding som metode i seg sjølv «frequently [is] limited to description or exploration with little attempt made at interpretation» (Robson & McCartan, 2016, s. 470).

Kapittel 4

Analyse

Resultata frå dei analysane og undersøkingane som i denne studien ved hjelp av metodane skildra i førre kapittel er utførte med mål om å generere resultat som kan kaste lys over problemstillinga for studien, vil bli presenterte i dette kapitlet. I tillegg vil ytterlegare detaljar knytt til vurderingar som er gjorde mellom anna i samband med koding og kategorisering i desse analysane bli formidla saman med analytiske kommentarar knytt til resultat både frå ulike delar av læreplananalysen og frå ulike delar av lærebokanalysen. Innleiingsvis i kapitlet vil den epistemologiske referansmodellen for eksponentialfunksjonar som er utforma og nytta i studien bli presentert før resultata, fyrst frå læreplananalysen og deretter frå lærebokanalysen, blir lagde fram etter tur.

4.1 Epistemologisk referansmodell

Den epistemologiske referansmodellen for det matematiske temaet eksponentialfunksjonar som er utforma i denne studien og som er nytta som verktøy i analysar av innhald i læreplanar og lærebøker med mål om å generere resultat med relevans for problemstillinga for studien, vil i dette delkapitlet bli presentert gjennom to underdelkapittel. På bakgrunn av grunnlaget for utforminga av denne ERM-en som er gjort greie for i førre kapittel, gjer det fyrste av desse underdelkapitla greie for aspekt ved kunnskap om eksponentialfunksjonar som er knytt til den matematiske historia, opphavet og naturen til denne kunnskapen, medan det andre kastar lys over spørsmål om kvifor denne kunnskapen har ein legitim plass mellom det som vert undervist i norsk vidaregåande opplæring og gjer greie for viktige applikasjonar av denne kunnskapen. Til saman formidlar på denne måten dei to underdelkapitla i dette delkapitlet den modellen som i denne studien er referert til i samband med spørsmål om kva kunnskap om eksponentialfunksjonar er, altså den epistemologiske referansmodellen for eksponentialfunksjonar.

4.1.1 Eksponentialfunksjonar – opphav og natur

Som del av eit kapittel med tittel «A brief history of the exponential function» (Engel & Nagel, 2000, s. 497) introduserer Hahn og Perazzoli det dei kallar den skalare eksponentialfunksjonen gjennom notasjonen $t \mapsto \exp(ta)$. Allereie frå opphavet, skriv dei, var særleg to spesielle eigenskapar ved denne funksjonen årsaker til at han vart viktig (Engel & Nagel, 2000, s. 497). Den fyrste dei nemner av desse eigenskapane er knytt til operasjonane addisjon og multiplikasjon høvesvis av argument og funksjonar, og han består av at funksjonallikninga

$$f(t + s) = f(t) \cdot f(s) \tag{4.1}$$

er tilfredsstilt av denne funksjonen (Engel & Nagel, 2000, s. 497). Eit essensielt aspekt ved naturen til den skalare eksponentialfunksjonen er altså at addisjon av argument for denne funksjonen svarer til multiplikasjon av funksjonsuttrykk slik denne likninga uttrykkjer, og dette medfører mellom anna at $\exp(x + y) = \exp(x) \cdot \exp(y) \forall x, y \in \mathbb{R}$. Også det andre essensielle aspektet ved den skalare eksponentialfunksjonen som Hahn og Perazzoli trekkjer fram som viktig allereie frå opphavet til denne kunnskapen, uttrykkjer dei gjennom ei likning der ein viss operasjon inngår, men i samband med denne eigenskapen er det i staden for addisjon og multiplikasjon, operasjonen derivasjon som er i fokus (Engel & Nagel, 2000, s. 497). Eigenskapen består av at den skalare eksponentialfunksjonen tilfredsstiller differensiallikninga

$$\frac{du(t)}{dt} = au(t), \tag{4.2}$$

og dette impliserer mellom anna at funksjonen $t \mapsto \exp(t)$ er identisk med sin eigen derivert, altså at $(\exp(x))' = \exp(x) \forall x \in \mathbb{R}$ (Engel & Nagel, 2000, s. 497).

Eigenskapen uttrykt ved Likning 4.1 vart historisk sett fyrst systematisk utnytta av John Napier, skriv Hahn og Perazzoli (Engel & Nagel, 2000, s. 497–498) som vidare peikar på at idéen om at «the growth rate of an amount of money under the influence of continuously calculated compound interest is proportional, at any time, to the amount attained at that time» (Engel & Nagel, 2000, s. 498) var utgangspunktet for eigenskapen uttrykt ved Likning 4.2. I samband med denne idéen og eigenskapen trekkjer dei i tillegg fram Leonhard Euler som på bakgrunn av tidlegare resultat viste at

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{t}{n}\right)^n = e^t \tag{4.3}$$

der $e = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/n)^n$ (Engel & Nagel, 2000, s. 498). Ei grundig handsaming utover det nemnde kapittelet av Hahn og Perazzoli (Engel & Nagel, 2000, s. 497–508), av opphav og historie til kunnskap knytt til eksponentialfunksjonar både i samband

med Napier, logaritmar og eigenskapen uttrykt ved Likning 4.1 og i samband med Euler, potensering, eigenskapen uttrykt ved Likning 4.2 og idéen om renterente som ligg til grunn for denne er gjeven i Cajori (1913a, 1913b, 1913c, 1913d, 1913e, 1913f, 1913g) sin serie av artiklar med tittel «History of the exponential and logarithmic concepts». Spesifikke aspekt ved opphav, historie og natur knytt til eksponentialfunksjonar handsama i denne artikkelserien vil ikkje bli trekte fram her, men derimot vil eit utval perspektiv på eksponentialfunksjonar sin natur som Euler (1748/1988) sjølv formidlar, i det fylgjande bli lagde fram.

I *Introduction to Analysis of the Infinite: Book I* skriv Euler (1748/1988) i kapittelet «On Exponentials and Logarithms» (s. 75): «First of all we will consider exponentials, or powers in which the exponent itself is a variable» (s. 75). Med dette introduserer han ein handsaming av kunnskap mellom anna knytt til det som med moderne terminologi, slik det vil kome fram gjennom perspektiv presenterte seinare i dette delkapittelet, kan kallast eksponentialfunksjonar. Kva Euler (1748/1988) legg i termen «exponentials» (s. 75) klargjer han ved å trekkje fram at anten berre eksponenten, eller både eksponenten og grunntalet kan vere varaiblar i slike objekt, og som dømenotasjon for det fyrste av desse to alternativa innfører han symbolet « a^z » (s. 75). Som perspektiv formidla seinare i dette delkapittelet vil gjere klart er det dette tilfellet som har størst fellestrekk med det som med moderne terminologi vert kalla eksponentialfunksjonar, og Euler (1748/1988, s. 75–76) gjer greie for kva han ser på som naturen til den typen objekt han siktar til med symbolet a^z der a er ein konstant og z ein reell variabel, ved å gjere greie for kva han legg i dette symbolet i kvart av tilfella som med moderne notasjon kan uttrykkjast som at $z \in \mathbb{N}$, $z \in \{-1, -2, -3, \dots\}$, $z = 0$, $z \in \mathbb{Q}$ og $z \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Med utgangspunkt i at «the exponent z stands for all determined numbers» (Euler, 1748/1988, s. 75) konkluderer han fyrst med at det er klart at «at least all positive integers can be substituted for z to give determined values» (Euler, 1748/1988, s. 75), før han gjennom døme vidare syner at han for tilfellet $z \in \{-1, -2, -3, \dots\}$ ser på a^{-z} som identisk med $1/a^z$ (Euler, 1748/1988, s. 75). «If $z = 0$, then we have $a^0 = 1$ » (Euler, 1748/1988, s. 75) skriv han vidare og gjer det deretter klart at han med symbolet a^z høvesvis siktar til symbola \sqrt{a} , $a^{\frac{1}{3}}$, $a^{\frac{2}{3}}$, $a^{\frac{1}{4}}$, $a^{\frac{3}{4}}$ osv. i tilfella $z = \frac{1}{2}$, $z = \frac{1}{3}$, $z = \frac{2}{3}$, $z = \frac{1}{4}$, $z = \frac{3}{4}$ osv. (Euler, 1748/1988, s. 75–76). «These symbols can have two or more values, since the extraction of roots gives several values» (Euler, 1748/1988, s. 76) skriv han vidare, men fylgjer opp med å presisere at «we will consider only their primary value, that is the real positive values since a^z is to be thought of as a single valued function» (Euler, 1748/1988, s. 76). Etter vidare presiseringar knytt til tilfella der z i form mellom anna av ei påpeiking av at « $a^{\frac{5}{2}}$ lies between a^2 og a^3 » trass i at « $a^{\frac{5}{2}}$ is equal to both $a^2\sqrt{a}$ and $-a^2\sqrt{a}$ » (Euler, 1748/1988, s. 76), handsamar han tilfella der $z \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ved med tilvising til tilfellet der z er ein brøk, å skrive: «In like manner we let z take irrational values, even though it is more difficult to understand this concept. However, we consider only real values for z . Thus $a^{\sqrt{7}}$ has a value which lies between a^2 and a^3 » (Euler, 1748/1.988, s. 76).

I etterkant av denne handsaminga tek Euler (1748/1988, s. 76–91) føre seg ei rekke andre aspekt ved kunnskap om eksponentialfunksjonar både gjennom teoretisk handsaming og gjennom døme, og i den teoretiske handsaminga held han fram som

fulgjer. Dersom $a = 1$ er $a^z = 1$, og «if $a > 1$, then a^z will have greater value if the value of z is greater than it was originally and as z goes to infinity, so also a^z increases to infinity» skriv Euler (1748/1988, s. 76) og gjer på denne måten greie for a^z når a tek verdier større enn eller lik null. Vidare gjer han greie for a^z for ulike verdier av z ved å peike på at $a^0 = 1$ og på at «if $z < 0$, then the values of a^z becomes less than 1 and as z goes to $-\infty$, a^z goes to 0» (Euler, 1748/1988, s. 76). Deretter trekkjer han fram at «if $a < 1$ but still positive, then the values of a^z decrease when z increases above 0. The exponential increases as z increases in the negative direction» (Euler, 1748/1988, s. 76). Vidare handsamar Euler (1748/1988, s. 76–77) tilfella der $a \leq 0$. For tilfella $a = 0 \wedge z > 0$ og $a = 0 \wedge z = 0$ peikar han på at a^z høvesvis tek verdiane 0 og 1, og for tilfella $a = 0 \wedge z < 0$, $a < 0 \wedge z \in \mathbb{Z}$, $a < 0 \wedge z \in \mathbb{Q}$ og $a < 0 \wedge z \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ gjer han observasjonar som leier han til etterpå å konkludere som fylgjer: «After having considered the inconveniences associated with a negative value for a , we decide that a will be a positive number» (Euler, 1748/1988, s. 77).

Under ein føresetnad av at $a > 1$ måler Euler (1748/1988) før han avslutningsvis i den teoretiske handsaminga introduserer $y = a^z$ som funksjon, eit bilete av likninga $y = a^z$ ved å formulere fylgjande skildring:

If we let $y = a^z$, and for z substitute all real numbers, which lie between $-\infty$ and $+\infty$, then y takes all positive real values between 0 and $+\infty$. If z goes to ∞ , then y also goes to ∞ , if $z = 0$, then $y = 1$ and when z goes to $-\infty$, y goes to 0. On the other hand, for any positive value assigned to y , there is a real value corresponding to z such that $a^z = y$. If a negative value is given to y , there is no corresponding real value for z . (s. 77)

På bakgrunn av denne skildringa innfører endeleg Euler (1748/1988) ein eksponentialfunksjon ved å uttrykkje at «if $y = a^z$, then y is a function of z , and the extent to which y depends on z is easily understood from the nature of exponents» (s. 77), og to av nokre få eigenskapar han eksplisitt trekkjer fram ved slike funksjonar er samanhengane $vy = a^{x+z}$ og $\frac{v}{y} = a^{x-z}$ som gjeld dersom $v = a^x$ og som svarer til eigenskapen uttrykt tidlegare i dette underdelkapittelet gjennom likninga 4.1.

Mange av aspekta Euler trekkjer fram på vegen fram mot denne innføringa av ein eksponentialfunksjon, kan ein kjenne att frå kunnskapen om eksponentialfunksjonar i moderne matematikk, og ein introduksjon til denne kunnskapen er gjeven mellom anna av Weisstein (u.å.b). Han formulerer for det fyrste fylgjande definisjon: «The most general form of “an” exponential function is a power-law function of the form

$$f(x) = ab^{cx+d}, \quad (4.4)$$

where a , c , and d are real numbers, b is a positive number, and x is a real variable» (Weisstein, u.å.b). I denne oppgåva er denne definisjonen ein del av grunnlaget for forståinga av kva som ligg i nemninga *eksponentialfunksjonar*, medan nemninga *den naturlege eksponentialfunksjonen* er nytta for å referere til den funksjonen

Weisstein (u.å.b) omtaler som «the exponential function», definerer som

$$\exp(x) \equiv e^x, \quad (4.5)$$

der $e = 2.718\dots$ er grunntalet til den naturlege logaritmen og peikar på at av og til «in elementary contexts» vert kalla «the “natural exponential function”». Som funksjon av reelle tal har den naturlege eksponentialfunksjonen den eigenskapen at $\exp(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$, men slik Weisstein (u.å.b) trekkjer fram, og Krantz (1999, s. 7–12) definerer og gjer greie for i detalj i hans «Handbook of complex variables», er denne funksjonen i tillegg til å vere definert for alle reelle tal, også definert med det komplekse planet \mathbb{C} som definisjonsmengd.

Hjå Griffiths og Hilton (1970, s. 507–513) vert moderne definisjonar i samband med eksponentialfunksjonar som funksjonar av reelle tal gjevne på ein måte som skil seg noko frå dei presenterte definisjonane hjå Weisstein (u.å.b). Der vert nemleg den naturlege eksponentialfunksjonen $\exp : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ definert som den inverse funksjonen til logaritmfunksjonen $\log : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ som er definert ved at

$$\log x = \int_1^x (1/t)dt \quad (4.6)$$

$\forall x > 0$ (Griffiths & Hilton, 1970, s. 507–510). På bakgrunn av dette peikar Griffiths og Hilton (1970, s. 510) mellom anna på at

$$\exp(\log s) = s \forall s > 0 \wedge \log(\exp t) = t \forall t \in \mathbb{R}, \quad (4.7)$$

før dei vidare held fram med å gje ein definisjon som legg grunnlaget for forståing av eksponentialfunksjonar også på ei meir generell form. Dette gjer dei ved, under føresetnad av at $a > 0$, å definere

$$a^x = \exp(x \log a) \quad (4.8)$$

$\forall x \in \mathbb{R}$, og som ein konsekvens av denne definisjonen, samt samanhengen $\log e = 1$ som dei har vist tidlegare, formulerer dei samanhengen $e^x = \exp(x)$ (Griffiths & Hilton, 1970, s. 507–512).

Introduksjonen til eksponentialfunksjonar hjå Griffiths og Hilton (1970) er, mellom anna saman med dei refererte definisjonane frå Weisstein (u.å.b), med å danne grunnlaget for forståinga i denne oppgåva av kva eksponentialfunksjonar er. Men til skilnad frå hjå Griffiths og Hilton (1970) er logaritmfunksjonen definert ved hjelp av Likning 4.6 i denne oppgåva referert til med nemninga *den naturlege logaritmen* og symbolet \ln . I denne oppgåva er i tillegg ein viktig del av grunnlaget for forståinga av eksponentialfunksjonar skiljet i moderne matematikk mellom matematiske *funksjonar* og matematiske *operasjonar*. Matematiske funksjonar, inkludert eksponentialfunksjonar, er relasjonar som «uniquely associates members of one set

with members of another set» (Stover & Weisstein, u.å.b), og fylgjeleg er eksponentialfunksjonar som matematiske objekt relasjonar mellom mengder. Ettersom relasjonar og prosessar ikkje kan vere identiske er dermed objektet eksponentialfunksjonar ikkje identisk til dømes med operasjonen potensering som kan definerast som «the process of taking a quantity b (the base) to the power of another quantity e (the exponent)» (Weisstein, u.å.c). Difor er ikkje kunnskap om potensering generelt, men berre kunnskap om eksponentialfunksjonar som relasjonar, i denne oppgåva inkludert i forståinga av kva kunnskap om eksponentialfunksjonar er.

Avslutningsvis i handsamlinga av logartimar og eksponentialfunksjonar hjå Griffiths og Hilton (1970) omtaler dei det som på norsk kan kallast eksponentiell vekst og eksponentiell nedgang, og peikar samstundes på nokre sentrale kvalitative eigenskapar ved den naturlege eksponentialfunksjonen gjennom fylgjande formulering:

Thus we have the important result that e^x grows faster than any power of x as $x \rightarrow \infty$. This rapid **exponential growth** governs many physical and biological processes. Similarly, e^{-x} decays faster than any power of x^{-1} as $x \rightarrow \infty$; the mass of a radioactive substance tends to decay exponentially in time, while an unchecked increase of population tends to grow exponentially in time. (s. 513)

Som denne formuleringa peikar mot, har eksponentialfunksjonar viktige applikasjonar i samband med eksponentielle vekst- og nedgangsfenomen mellom anna innanfor fysikken og biologien, og både slike og andre bruksområde for kunnskap om eksponentialfunksjonar vil saman med legitimering av denne kunnskapen sin plass i norsk vidaregåande opplæring, vere tema for neste underdelkapittel i denne epistemologiske referansemodellen.

4.1.2 Eksponentialfunksjonar – legitimitet og applikasjonar

Ein viktig bakgrunn for legitimiteten til den plassen eksponentialfunksjonar har og bør ha i norsk vidaregåande opplæring, kan byggjast på samanhengen som mot slutten av førre delkapittel kjem fram, mellom eksponentialfunksjonar og eksponentiell vekst. Mellom anna kan skildringane i innleiingskapittelet i denne oppgåva av ein samanheng mellom føremålsparagrafen i opplæringslova, matematiske modellar og tilhøve menneske dei siste åra har vore tvungne til å leve under på grunn av ein pandemi som skuldast eit virus, med dette som bakgrunn forståast som eit argument som har hatt ein særskild relevans dei siste åra, for legitimering av undervisning om eksponentialfunksjonar. Men ved hjelp av ei rekkje perspektiv på nytteverdien av kunnskap om eksponentialfunksjonar som Bartlett (1976) legg fram i ein presentasjon han formulerer sitatet av han som er gjeve att i innleiingskapittelet i denne oppgåva som tema for, kan undervisning om eksponentialfunksjonar legitimerast på eit mykje breiare grunnlag enn dette.

Med feiringa av 200-årsjubileet for USA som kontekst trekkjer Bartlett (1976, s. 393) fram fenomenet *vekst* som eit gjennomgåande tema i den 200 år lange historia han ser attende på. «Our population, our industries, and our consumption of

resources have all grown enormously, and are continuing to grow» (Bartlett, 1979, s. 393) skriv han, og fylgjer opp ved å setje fokus på spørsmålet «“Can we continue in the future to grow as we have grown in the past?”» (Bartlett, 1979, s. 393). Som kommentar til dette spørsmålet ytrar han deretter fylgjande to setningar som gjev legitimitet også i dag, meir enn fire tiår seinare, til undervisning om og ein plass i opplæringa for kunnskap om eksponentialfunksjonar: «The answer to this vital question can be found in the mathematics of the exponential function. *The mathematics of growth is the mathematics of the exponential function.*» (Bartlett, 1976, s. 393). Grunnlaget for denne legitimiteten kjem fram gjennom Bartlett (1976) sin argumentasjon i resten av artikkelen der han mellom anna med eit kritisk blikk ved hjelp av matematisk kunnskap om eksponentialfunksjonar og eksponentiell vekst set fokus på og syner problematiske aspekt ved veksande ressursbruk, som i lys til dømes av skildringane knytt til det tverrfaglege temaet *berekraftig utvikling* i overordna del av læreplanverket (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 14) har relevans for viktige spørsmål også i dagens samfunn. Desse skildringane tek nemleg «utgangspunkt i aktuelle samfunnsutfordringar som krev engasjement og innsats frå enkeltmenneske og fellesskapen i lokalsamfunnet, nasjonalt og globalt» (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 12) og uttrykkjer mellom anna det fylgjande.

Berekraftig utvikling som tverrfagleg tema i skolen skal leggje til rette for at elevane kan forstå grunnleggjande dilemma og utviklingstrekk i samfunnet og korleis dei kan handterast. Berekraftig utvikling handlar om å verne om livet på jorda og ta vare på behova til menneske som lever i dag, utan å øydeleggje moglegheitene framtidige generasjonar har til å dekkje sine behov. Ei berekraftig utvikling byggjer på forståinga av samanhengen mellom sosiale, økonomiske og miljømessige forhold. Levestøttet og ressursbruken til menneska har konsekvensar lokalt, regionalt og globalt. (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 14)

På bakgrunn av dette kan perspektiva Bartlett (1976) legg fram på eksponentialfunksjonar, eksponentiell vekst og tydinga av kunnskap om dette i samband med samfunnsutviklingsutfordringar mellom anna knytt til ressursbruk, samla sett forståast som eit argument med tyngd for at kunnskap om eksponentialfunksjonar har ein viktig plass også i norsk vidaregåande opplæring i dag. Vidare kan denne plassen legitimerast også på bakgrunn av nytteverdien denne kunnskapen, slik det vil bli gjort greie for i det som står att av dette underdelkapittelet, har i form av applikasjonar på ei rekkje bruksområde.

Kunnskap om eksponentialfunksjonar har mange bruksområde og eit grunnleggjande slikt bruksområde er knytt til matematisk modellering av fenomen både frå naturen og samfunnet som inneber vekst eller nedgang av storleikar med utvikling som kan skildrast eller tilnærmast ved hjelp av eksponentielle samanhengar (Briggs & Cochran, 2011, s. 409–415; Stover & Weisstein, u.å.a.; Weisstein, u.å.a.). Slik til dømes Briggs og Cochran (2011, s. 409–415) gjer greie for i eit delkapittel om eksponentielle modellar, kan storleiksutviklingar, anten i form av vekst eller i form av nedgang, som har konstant relativ endringsrate, noko som svarer til proporsjonalitet mellom absolutt endringsrate, også kalla berre endringsrate, og storleiksverdi, skildrast – eller uttrykt med eit anna ord modellerast – ved hjelp av eksponentialfunksjonar på

fylgjande måte. Dersom y_0 er ein parameter som står for startverdien av ein storleik y som med aukande verdiar av ein variabel t utviklar seg med ein konstant relativ endringsrate som parameteren k står for frå eit startpunkt definert ved at $t = 0$, så tilfredsstillar ein eksponentialfunksjon på forma

$$y(t) = y_0 e^{kt} \quad (4.9)$$

kvar av dei fire fylgjande eigenskapane:

- (i) funksjonsverdien $y(0) = y_0$ i startpunktet $t = 0$ er lik startverdien y_0 ,
- (ii) den absolutte endringsraten $\frac{dy}{dt} = \frac{dy(t)}{dt} = ky(t) = ky$ er proporsjonal med storleiksverdien y
- (iii) den relative endringsraten $\frac{1}{y} \frac{dy}{dt} = \frac{1}{y(t)} ky(t) = k$ er konstant lik k og
- (iv) under føresetnad av at $y_0 > 0$ så veks funksjonen $y(t)$ med aukande t -verdiar viss $k > 0$ og minkar med aukande t -verdiar viss $k < 0$ (Briggs & Cochran, 2011, s. 409–415).

Altså kan funksjonen definert ved Likning 4.9 i ein slik situasjon skildre den aktuelle storleiksutviklinga og ein applikasjon av eksponentialfunksjonar består av at storleiksutviklingar både i form av eksponentiell vekst og i form av eksponentiell nedgang, som har konstant relativ endringsrate kan modellerast ved hjelp av eksponentialfunksjonar. Meir konkret er denne applikasjonen av kunnskap om eksponentialfunksjonar innanfor økonomifaget aktuell i form av modellering av vekstprosessar med renterente ettersom slike prosessar har eksponentiell vekst som grense (Stover & Weisstein, u.å.a). I naturen er eksponentiell vekst vanleg mellom anna i «physical processes such as population growth in the absence of predators or resource restrictions» (Stover & Weisstein, u.å.a), og fylgjeleg er også modellering av slik populasjonsvekst ein konkret applikasjon av eksponentialfunksjonar. Ein annan konkret applikasjon av eksponentialfunksjonar som er knytt til naturen, men som i motsetnad til modellering av populasjonsvekst inneber modellering av eksponentiell nedgang, er modellering av den fysiske prosessen radioaktiv nedbryting og bruk av slike modellar til å datere historiske funn (Briggs & Cochran, 2011, s. 414; «Exponential function», 2020; Weisstein, u.å.a).

Ein applikasjon av eksponentialfunksjonar som består av at også andre typar storleiksutviklingar enn eksponentiell vekst og eksponentiell nedgang kan modellerast med modellar der eksponentialfunksjonar inngår er modellering av populasjonsvekstfenomenet logistisk vekst som i tråd med skildringar hjå Weisstein (u.å.d) kan skildrast av ei differensiallikning på forma

$$\frac{dx}{dt} = rx(1 - x) \quad (4.10)$$

som er utforma med r som ein parameter og x som ein funksjon av ein variabel t , og som under føresetnad av at $x_0 = x(0)$ har løysinga

$$x(t) = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{x_0} - 1\right) e^{-rt}} \quad (4.11)$$

der ein eksponentialfunksjon inngår. Kunnskap om eksponentialfunksjonar har også applikasjonar i samband med differensiallikningar meir generelt. Mellom anna er fyrsteordens lineære differensiallikningar éin av fleire typar differensiallikningar med løysingar som generelt er applikasjonar av eksponentialfunksjonar, og kunnskap om eksponentialfunksjonar er nytta i løysing av fyrsteordens lineære differensiallikningar både med og utan konstante koeffisientar dersom ein ser bort ifrå partielle differenti-
allikningar (Munkhammar, u.å; Weisstein, u.å.e).

4.2 Læreplananalyse

I dette delkapittelet vil resultatata frå undersøkingane som i denne studien er utførte med mål om å kaste lys over spørsmålet stilt i problemstillinga om læreplanutvikling med omsyn til føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, bli presenterte saman med analytiske kommentarar til desse resultatata og ytterlegare detaljar knytt til vurderingar som er gjorde i prosessen som har leidd fram til desse resultatata. På bakgrunn av at læreplananalysen slik det er kome fram i metodekapittelet i denne oppgåva er delt inn i ein innleiande læreplananalyse og ei todelt tematisk koding som byggjer på resultatata frå denne innleiande analysen er i dette delkapittelet fyrst resultat, vurderingar og kommentarar knytt til den innleiande læreplananalysen lagde fram, før tilsvarande aspekt ved kvar av dei to delane av den tematiske kodinga, altså ved den objektfokuserte tematiske kodinga og ved den aktivitetfokuserte tematiske kodinga, deretter er framstilte i to underdelkapittel som svarer til desse to delane. Til saman legg på denne måten dette delkapittelet fram dei dokumentanalyseresultatata frå studien som har relevans for spørsmålet problemstillinga for studien stiller om korleis matematikk læreplanar i vidaregåande opplæring sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar har utvikla seg gjennom overgangane mellom læreplanverka R94, LK06 og LK20.

4.2.1 Innleiande læreplananalyse

Resultata frå den innleiande læreplananalysen som i studien er utført som fyrste del av ein dokumentanalyse av læreplanar består, slik det er gjort greie for i metodekapittelet i denne oppgåva, av ei samling formuleringar som er lagt ved denne oppgåva i Vedlegg A. I dette vedlegget er for kvar av dei tjuetve læreplanane som er analyserte i studien alle dei formuleringane som i den innleiande læreplananalysen er genererte frå denne læreplanen, lista opp, og kvar formulering som i dette vedlegget er nemnt i ei slik liste er i tillegg gjeven eit nummer. Nummereringa er utført på ein slik måte at kvar formulering som ein stad i vedlegget er inkludert i ei slik liste av formuleringar som er genererte frå ein læreplan, er gjeven eit nummer som

ikkje noka anna formulering som er inkludert i vedlegget, verken frå same læreplan eller frå ein annan læreplan, er tildelt. I tilfelle der ei formulering generert frå ein læreplan er identisk med ei formulering generert frå ein annan læreplan, er fylgjeleg denne formuleringa i vedlegget inkludert både i formuleringslista for den eine og i formuleringslista for den andre av desse læreplanane og gjeven to ulike formuleringsnummer, eitt som svarer til formuleringa som generert frå den eine læreplanen og eit anna som svarer til formuleringa som generert frå den andre læreplanen. Til dømes er formuleringa *kunne løyse enkle likningar med eksponentialfunksjonar både med rekning og med digitale hjelpemiddel* som i den innleiande læreplananalysen er generert både frå læreplanen MAT1-01 og frå læreplanen MAT1-02, i Vedlegg A ført opp både i formuleringslista for MAT1-01 med formuleringsnummeret 30 og i formuleringslista for MAT1-02 med formuleringsnummeret 33. Slik dette dømet illustrerer svarer altså kvart formuleringsnummer i formuleringssamlinga i Vedlegg A til éi spesifikk formulering som ei formulering som i den innleiande læreplananalysen er generert frå ein spesifikk læreplan.

Slik det er kome fram i metodekapittelet i denne oppgåva er den innleiande læreplananalysen utført på ein slik måte at somme av formuleringane i samlinga i Vedlegg A er direkte sitat frå læreplanen dei er genererte frå, medan andre er omsetjingar av slike sitat, forkorta versjonar av slike sitat, samansetjingar av sitat frå ulike stader i ein og same læreplan eller kombinasjonar av fleire av desse alternativa. Eit døme på ei formulering som er eit direkte sitat frå læreplanen ho er generert frå er formuleringa som i Vedlegg A er ført opp med nummeret 58 og på forma *kunne bruke digitale verktøy til å undersøkje kombinasjonar av polynomfunksjonar, rotfunksjonar, potensfunksjonar og eksponentialfunksjonar som beskriv praktiske situasjonar, ved å bestemme nullpunkt, ekstremalpunkt og skjeringpunkt og finne gjennomsnittleg vekstfart og tilnæringsverdiar for momentan vekstfart*. Denne formuleringa er generert frå utdraget «eleven skal kunne ... bruke digitale verktøy til å undersøkje kombinasjonar av polynomfunksjonar, rotfunksjonar, potensfunksjonar og eksponentialfunksjonar som beskriv praktiske situasjonar, ved å bestemme nullpunkt, ekstremalpunkt og skjeringpunkt og finne gjennomsnittleg vekstfart og tilnæringsverdiar for momentan vekstfart» (Utdanningsdirektoratet, 2016b, s. 5) frå læreplanen MAT6-03. Vurderinga som ligg bak at denne formuleringa er teken med i formuleringssamlinga byggjer – utifrå målet formidla i metodekapittelet i denne oppgåva, om at formuleringssamlinga skal innehalde alle føringane dei analyserte læreplanane legg for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar – mellom anna på at ho er tolka som ei føring for elevar sin kunnskap utifrå den delen av dette utdraget som ikkje er teken med i sjølve formuleringa i Vedlegg A. Liknande vurderingar ligg bak genereringa av kvar av formuleringane i formuleringssamlinga i Vedlegg A, og for kvar av desse formuleringane er i tillegg på liknande måte ord og uttrykk som i læreplanane normativt knyter innhaldet i formuleringane til elevane sin kunnskap, utelatne frå sjølve formuleringane slik dei er lista opp i formuleringssamlinga.

Eit døme på ei formulering som i den innleiande læreplananalysen er generert som ei direkte omsetjing til nynorsk av eit sitat på bokmål frå ein læreplan er formuleringa *vite korleis matematikk kan brukast til å datere historiske funn* som er nummer 9 i Vedlegg A og som er ei omsetjing av sitatet «vite hvordan matematikk kan brukes til å datere historiske funn» (Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet, 1999, s.

8) frå læreplanen FAF1999. Slik dette dømet eksemplifiserer dei vurderingane som er gjorde i den innleiande læreplananalysen i samband med omsetjing, eksemplifiserer fylgjande døme dei vurderingane som er gjorde i samband med forkorting. Formuleringa *kunne bruke digitale hjelpemiddel til å drøfte eksponentialfunksjonar* som er nummer 52 i Vedlegg A er generert som ein forkorta versjon av sitatet «kunne ... bruke digitale hjelpemiddel til å drøfte polynomfunksjonar, rasjonale funksjonar, eksponentialfunksjonar og potensfunksjonar» (Utdanningsdirektoratet, 2009a, s. 5) frå læreplanen MAT6-01. Forkortinga som i dette tilfellet er gjort i formuleringsgenereringa byggjer på at det aktuelle sitatet er tolka som at det omtaler bruk av hjelpemiddel til å drøfte polynomfunksjonar, bruk av hjelpemiddel til å drøfte rasjonale funksjonar, bruk av hjelpemiddel til å drøfte eksponentialfunksjonar og bruk av hjelpemiddel til å drøfte potensfunksjonar som fire separate aktivitetar, og på at berre den tredje av desse aktivitetane er vurdert som relevant i samband med kunnskap om eksponentialfunksjonar.

Dei vurderingane som i den innleiande læreplananalysen er gjorde i samband med inkludering og ekskludering av formuleringar som kan setjast saman av utdrag frå to ulike delar av ein og same læreplan, kan eksemplifiserast ved hjelp av vurderingar som er gjorde i samband med to sokalla kompetansemål for faget matematikk R2 frå læreplanen MAT3-01. I dette læreplandokumentet er opplistinga av kompetansemål for kvart av faga dokumentet er læreplan for strukturert i sokalla hovudområde, og for faget R2 handlar eitt av desse hovudområda om funksjonar. Før sjølve kompetansemåla for R2 er lista opp, er ei skildring av hovudområdet om funksjonar for dette faget gjeven, og i denne skildringa inngår mellom anna fylgjande sitat: «Sentrale funksjoner som inngår i hovedområdet, er polynomfunksjoner, potensfunksjoner, rasjonale funksjoner, logaritmefunksjoner, eksponentialfunksjoner, periodiske funksjoner og sammensetninger av dem» (Utdanningsdirektoratet, 2006b, s. 3). Trass i at dette sitatet eksplisitt nemner eksponentialfunksjonar er ikkje noka formulering generert frå dette sitatet åleine, og bakgrunnen for det er at sitatet på grunn av manglande tilknytning til eleven og eleven sin kunnskap er tolka som at det i seg sjølv ikkje legg noka føring for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar. Likevel er dette sitatet ein del av grunnlaget for genereringa i den innleiande læreplananalysen av ei formulering som er inkludert i Vedlegg A til denne oppgåva.

Saman med det nemnde sitatet om sentrale funksjonar i hovudområdeskildringa for hovudområdet om funksjonar for faget matematikk R2 i læreplanen MAT3-01, utgjør kompetansemålet «eleven skal kunne ... beregne integraler av de sentrale funksjonene ved antiderivasjon og ved hjelp av variabelskifte, ved delbrøkopp spalting med lineære nevner og ved delvis integrasjon» (Utdanningsdirektoratet, 2006b, s. 6) frå den same læreplanen og frå det same hovudområdet for det same faget – eit kompetansemål som inneber ei tilknytning til eleven – grunnlaget for genereringa av formuleringa som er lista opp som nummer 40 i Vedlegg A til denne oppgåva. Vurderinga som ligg til grunn for inkluderinga av denne formuleringa basert på dei to gjengjevne sitata frå læreplanen MAT3-01 byggjer mellom anna på at det fyrste sitatet er tolka som at det, med hovudområdet om funksjonar i faget R2 som kontekst, medfører at eksponentialfunksjonar inngår i nemninga dei sentrale funksjonane, samstundes som at det andre sitatet er tolka som at det legg føringar for elevar sin kunnskap om alle dei funksjonane som inngår i denne nemninga. Formuleringa som på bakgrunn

av denne tolkinga er generert i den innleiande læreplananalysen er i Vedlegg A inkludert på forma *kunne berekne integral av polynomfunksjonar, potensfunksjonar, rasjonale funksjonar, logaritmefunksjonar, eksponentialfunksjonar, periodiske funksjonar og samansetjingar av dei, ved antiderivasjon og ved hjelp av variabelskifte, ved delbrøkopp spalting med lineære nemnarar og ved delvis integrasjon* og består på denne måten av ei samansetjing av uttrykksformer frå dei to ulike sitata frå læreplanen MAT3-01 ho er inkludert på grunnlag av.

Inkluderinga i formuleringssamlinga i Vedlegg A av denne formulering nummer 40 står i kontrast til at inga formulering i den innleiande læreplananalysen er inkludert på bakgrunn av det nemnde sitatet frå skildringa i læreplanen MAT3-01 knytt til hovudområdet om funksjonar for faget R2 sett i samanheng med kompetansemålet «eleven skal kunne ... formulere en matematisk modell ved hjelp av sentrale funksjoner på grunnlag av observerte data, bearbeide modellen og drøfte resultat og framgangsmåte» (Utdanningsdirektoratet, 2006b, s. 6) knytt til hovudområdet om funksjonar for faget R2 frå den same læreplanen. Bakgrunnen for manglande inkludering i dette tilfellet er at det sistnemnde kompetansemålsitatet frå læreplanen MAT3-01 i motsetnad til det fyrstnemnde kompetansemålsitatet frå den same læreplanen ikkje omtaler dei sentrale funksjonane i bestemt form, men i staden omtaler sentrale funksjonar i ubestemt form og difor ikkje er tolka som ei føring som naudsynleg gjeld for elevar sin kunnskap om kvar av dei sentrale funksjonane. Det er tolka som at ein elev sin kunnskap til dømes tilfredsstillir dette kompetansemålet dersom eleven kan utføre dei aktivitetane kompetansemålet nemner for polynomfunksjonar og rasjonale funksjonar som i fylgje det fyrstnemnde sitatet frå læreplanen MAT3-01 i likskap med eksponentialfunksjonar er sentrale funksjonar i den aktuelle konteksten, og fylgjeleg som at det at ein elev kan utføre dei aktuelle aktivitetane for eksponentialfunksjonar ikkje er naudsynt for at eleven sin kunnskap skal tilfredsstillir kompetansemålet.

Slik det er kome til syne i metodekapittelet i denne oppgåva er det for kvar utsegn i dei analyserte læreplanane gjort ei vurdering av om denne utsegna, eventuelt sett saman med andre utsegner frå den same læreplanen, seier noko om korleis delmengda $\{(o, R_I(p, o) \in \Gamma_I(p) \mid \text{objektet } o \text{ er eksponentialfunksjonar av ein viss type } \vee \text{ objektet } o \text{ er ein spesiell eksponentialfunksjon } \vee o \text{ er objektet eksponentialfunksjonar } \vee \text{ objektet } o \text{ er eit objekt som i ERM-en for eksponentialfunksjonar eksplisitt er nemnt som ein applikasjon av eksponentialfunksjonar}\} \subseteq \Gamma_I(p)$ av det kognitive universet $\Gamma_I(p)$ der institusjonen I er utdanningssystemet for norsk vidaregåande opplæring og p er posisjonen som matematikkelev i denne institusjonen, ser ut. På grunnlag av desse vurderingane er ei formulering for kvar utsegn generert viss og berre viss utsegna er vurdert som at ho seier noko om denne delmengda, og desse vurderingane som er essensielle i den innleiande læreplananalysen vil i det fylgjande bli eksemplifiserte både gjennom døme knytt til formuleringar som er inkluderte i Vedlegg A til denne oppgåva, og gjennom døme knytt til utsegner som inga formulering i Vedlegg A er generert frå. Som grunnlag både for desse eksemplifiseringane og for resten av dette analysekapittelet vil det bli føresett at symbola I og p høvesvis står for utdanningssystemet for norsk vidaregåande opplæring som institusjon og posisjonen som matematikkelev i denne institusjonen.

Formuleringa *kjenne den naturlege eksponentialfunksjonen e^x* som i Vedlegg A er

inkludert frå læreplanen SF2000 som nummer 22, er eit døme på ei formulering som i den innleiande læreplananalysen er generert fordi utsegnene «Elevene skal kjenne den naturlige eksponential- og logaritmefunksjonen» og «Elevene skal ... kjenne ... den naturlige eksponentialfunksjonen e^x » (Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet, 2000, s. 23) ho byggjer på er vurderte som at dei seier noko om korleis eit element $(o, R_I(p, o))$ der objektet o er éin spesiell eksponentialfunksjon ser ut. Bakgrunnen for dette er at den naturlege eksponentialfunksjonen utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar som er presentert i førre delkapittel, er forstått som éin spesiell eksponentialfunksjon, og elementet dei aktuelle utsegnene er vurderte som at dei seier noko om er elementet $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der objektet o er den naturlege eksponentialfunksjonen. Eit døme på ei formulering som i motsetnad til formuleringa som i Vedlegg A er inkludert som nummer 22, i den innleiande læreplananalysen ikkje er generert berre fordi læreplanutdraget ho spring utifrå er vurdert som at det spesielt seier noko om korleis eit element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der o er éin spesiell eksponentialfunksjon ser ut, men fordi læreplanutdraget ho spring utifrå er vurdert som at det meir generelt seier noko om korleis elementet $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der o er objektet eksponentialfunksjonar ser ut er formuleringa som i det same vedlegget er inkludert som nummer 61. Denne formuleringa er nemleg generert frå læreplanen MAT09-01 fordi utsegna «eleven skal kunne ... utforske og beskrive eigenskapane ved polynomfunksjonar, rasjonale funksjonar, eksponentialfunksjonar og potensfunksjonar» (Utdanningsdirektoratet, 2020b, s. 5) ho byggjer på utifrå bruken av omgrepet eksponentialfunksjonar i ubunden form, er vurdert som at ho seier noko om korleis dette elementet $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der o er objektet eksponentialfunksjonar ser ut, og i Vedlegg A er ho inkludert på forma *kunne utforske og beskrive eigenskapane ved eksponentialfunksjonar*.

I tillegg til formuleringar som i den innleiande læreplananalysen er genererte fordi utsegnene dei byggjer på er vurderte som at dei seier noko om korleis element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der o anten er éin spesiell eksponentialfunksjon eller objektet eksponentialfunksjonar generelt ser ut, inneheld også formuleringssamlinga i Vedlegg A til denne oppgåva formuleringar som er genererte fordi utsegnene dei byggjer på er vurderte som at dei trass i ikkje å seie noko om elementet $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der alle eksponentialfunksjonar inngår i objektet o ser ut, likevel seier noko om eit element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der fleire enn éin spesiell eksponentialfunksjon inngår i objektet o . Desse formuleringane er inkluderte fordi læreplanutsegnene dei byggjer på er vurderte som at dei seier noko om korleis eit element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der objektet o er eksponentialfunksjonar av ein viss type ser ut, og to døme på slike formuleringar er formuleringane *kjenne eksponentialfunksjonar med grunntal e* og *kunne derivere eksponentialfunksjonar med grunntal e* som høvesvis er førte opp som nummer 19 og nummer 20 i Vedlegg A og som er bygde på fylgjande utsegn frå læreplanen SF1994: «Elevene skal ... kjenne logaritmefunksjonar og eksponentialfunksjonar med grunntal e og kunne derivere disse» (Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet, 1994, s. 12).

I tråd med måten metoden for den innleiande læreplananalysen som nemnt ovanfor byggjer på vurderingar knytte til delmengda $\{(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p) \mid \text{objektet } o \text{ er eksponentialfunksjonar av ein viss type} \vee \text{ objektet } o \text{ er éin spesiell eksponentialfunksjon} \vee o \text{ er objektet eksponentialfunksjonar} \vee \text{ objektet } o \text{ er eit objekt som}$

i ERM-en for eksponentialfunksjonar eksplisitt er nemnt som ein applikasjon av eksponentialfunksjonar $\} \subseteq \Gamma_I(p)$, er ein del av formuleringane i formuleringssamlinga i Vedlegg A inkluderte der fordi utsegnene dei byggjer på er vurderte som at dei seier noko om korleis eit element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der o er eit objekt som i ERM-en presentert i førre delkapittel eksplisitt er nemnt som ein applikasjon av eksponentialfunksjonar eller som eit essensielt objekt i ein aktivitet som utgjer ein applikasjon av eksponentialfunksjonar, ser ut. Både formuleringa *kunne rekne med renterente* som i Vedlegg A er ført opp som nummer 2 og formuleringa *kunne modellere og analysere eksponentiell og logistisk vekst i reelle datasett* som i det same vedlegget er ført opp som nummer 60 er døme på slike formuleringar. Desse formuleringane er høvesvis genererte frå utsegnene «Elevene skal ... kunne regne med rente og rentesrente» (Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet, 1993, s. 7) frå læreplanen FAF1993 og «eleven skal kunne ... modellere og analysere eksponentiell og logistisk vekst i reelle datasett» (Utdanningsdirektoratet, 2021c, s. 7) frå læreplanen MAT04-02, og bakgrunnen for at kvar av dei er inkluderte er omtalen i samband med applikasjonar i den epistemologiske referansesmodellen for eksponentialfunksjonar høvesvis av objektet renterente og av objekta eksponentiell vekst og logistisk vekst.

Ei rekkje av dei vurderingane som i den innleiande læreplananalysen er gjorde av om læreplanutsegner seier noko om korleis visse typar element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ ser ut, har hatt som resultat at ikkje noka formulering er generert frå den aktuelle utsegna. Mellom anna har dette blitt resultatet av vurderingar knytt til utsegner som omtaler aktivitetar eller kunnskap knytt til renter generelt, vekstrate generelt, differensiallikningar generelt og modellering generelt. Bakgrunnen for det er at trass i at eksponentialfunksjonar utifrå ERM-en i førre delkapittel har applikasjonar i samband både med renter, vekstrate, differensiallikningar og modellering i visse samanhengar, så gjev ikkje denne ERM-en, i fylgje vurderingane gjort i den innleiande læreplananalysen, tilstrekkeleg grunnlag for å kunne påstå at eksponentialfunksjonar generelt er eit naudsynt verktøy i utføring av dei aktivitetane eller i samband med den kunnskapen som i læreplanane er omtalt i samband med renter, vekstrate, differensiallikningar og modellering. På tilsvarende bakgrunn er også ein del utsegner som omtaler kunnskap og aktivitetar knytt til funksjonar generelt, latne vere å bli generert noka formulering frå ettersom føringane dei legg for elevar sin kunnskap om funksjonar er vurderte som at dei kan tilfredsstillast med kunnskap om andre typar funksjonar enn eksponentialfunksjonar.

Også utsegner som til dømes sitatet «eleven skal kunne ... regne med logaritmer og bruke dem til å ... løse ... logaritmelikningar» (Utdanningsdirektoratet, 2006c, s. 4) frå læreplanen MAT4-01, som legg føringar for elevar sin kunnskap som inneber at elevar skal kunne løyse logaritmelikningar eller liknande, er latne vere å generere noka formulering frå i den innleiande læreplananalysen. Bakgrunnen for det er at slike aktivitetar utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar utforma i denne studien, ikkje er tolka som applikasjonar av eksponentialfunksjonar som matematisk objekt, men av den matematiske operasjonen potensering som til skilnad frå eksponentialfunksjonar ikkje er ein funksjon. Ei heller er det i den innleiande læreplananalysen generert formuleringar frå utsegner på grunnlag av omtale i utsegnene av objekt som eksponentialuttrykk, potensar generelt, potensar med rasjonale eksponentar,

tal på standardform, komplekse tal på eksponentiell form og rekkjer. Grunngevinga også for dette byggjer på den epistemologiske referansemodellen for eksponentialfunksjonar utforma i studien, og meir spesifikt byggjer ho på at trass i at alle desse objekta kan ha samband med eksponentialfunksjonar til dømes som byggjesteinar for representasjonar av eksponentialfunksjonar, så er kvart av dei utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar forstått anten som eit tal, eit algebraisk uttrykk eller ei rekke, og fylgjeleg som ein annan type matematisk objekt enn objekttypen funksjonar som eksponentialfunksjonar høyrer til i.

4.2.2 Objektfokusert tematisk koding av formuleringar

I tråd med skildringar i metodekapittelet i denne oppgåva er det i den objektfokuserte tematiske kodinga som i studien er utført av formuleringane som er genererte gjennom den innleiande læreplananalysen, utifrå desse formuleringane genererte initiale kodar som er gjevne fellesnemninga objektkodar. I tillegg er det, som skildra i metodekapittelet, i denne tematiske kodinga generert tema med fellesnemninga objektkategoriar som desse objektkodane er organiserte under, og resultatata frå den objektfokuserte tematiske kodinga av formuleringssamlinga består av dei genererte objektkodane, dei genererte objektkategoriene, fordelinga av objektkodar mellom dei ulike objektkategoriene og fordelinga av objektkodar frå dei ulike objektkategoriene mellom formuleringar genererte frå dei ulike læreplanverka R94, LK06 og LK20. Desse resultatata er framstilte i Tabell 4.1 der dei genererte objektkategoriene i venstre kolonne er lista opp i fire rader som er skilde frå kvarandre ved hjelp av horisontale linjer. Slik kolonneoverskriftene *R94-objektkodar*, *LK06-objektkodar* og *LK20-objektkodar* for dei tre kolonnane som i tabellen er plasserte til høgre for objektkategorikolonnen lengst til venstre siktar til, er i kvar av desse tre kolonnane alle dei objektkodane som i den objektfokuserte tematiske kodinga er genererte frå ei formulering som i den innleiande læreplananalysen er generert frå ein læreplan frå det læreplanverket som er nemnt i overskifta for kolonnen, lista opp. Denne opplistinga er i kvar av desse kolonnane fordelt på fire rader som svarer til dei fire objektkategoriene som er presenterte i venstre kolonne i tabellen, og fordelinga i kvar kolonne av objektkodar mellom dei ulike radene er utført slik at kvar av dei fire cellene som inneheld objektkodar i kolonnen inneheld alle dei objektkodane som er genererte frå formuleringar frå det læreplanverket som kolonneoverskrifta nemner eksplisitt som i den objektfokuserte tematiske kodinga er plasserte i den objektkategorien som i tabellen er nemnt i venstre kolonne i den rada som den aktuelle cella er plassert i. Kvar celle i tabellen som svarer til eit læreplanverk og ein objektkategori inneheld altså alle dei objektkodane som er genererte med utgangspunkt i ein læreplan frå dette læreplanverket og som i tillegg er kategoriserte som tilhøyrande denne objektkategorien. Dermed inneheld kvar rad i tabellen til saman alle dei objektkodane frå den objektfokuserte tematiske kodinga som er organiserte under den objektkategorien som er nemnt lengst til venstre i rada, og i tillegg syner kvar rad i tabellen fordelinga for kvar objektkategori av objektkodar organiserte under denne kategorien mellom dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20. I kvar celle i tabellen som svarer til ein objektkategori som ingen av dei objektkodane som er genererte frå formuleringar frå læreplanar frå det læreplanverket som kolonnen cella er plassert i

er organiserte under, er ein tankestrek sett inn.

Tabell 4.1: Resultata frå den objektfokuserte tematiske kodinga av formuleringssamlinga frå den innleiande læreplananalysen.

objekt-kategoriar	R94-objektkodar	LK06-objektkodar	LK20-objektkodar
spesifikke eksponential-funksjonar	$e^x, e^{kx}, a^x, 10^x$, eksponential-funksjonar med grunntal e	–	–
eksponential-funksjonar generelt	eksponential-funksjonar, eksponential-funksjonar med vilkårleg grunntal	eksponential-funksjonar	eksponential-funksjonar
generelle vekstfenomen og samanhengar	eksponentiell vekst, eksponentielle vekstforløp, eksponentielle samanhengar	eksponentiell vekst, logistisk vekst	eksponentiell vekst, logistisk vekst
spesifikke applikasjonar	differensial-likningar, renterente, datering	differensial-likningar	–

I tillegg til at alle objektkodane som er genererte i den objektfokuserte tematiske kodinga som skildra over er inkluderte i Tabell 4.1, er ei oversikt for kvar av desse objektkodane over kva formuleringar frå den innleiande læreplananalysen denne objektkoden er generert frå å finne i Vedlegg B til denne oppgåva. Genereringa i den objektfokuserte tematiske kodinga av objektkodar frå formuleringane i formuleringssamlinga i Vedlegg A til denne oppgåva, er – som skildra i metodekapittelet – utført på bakgrunn av vurderingar knytte til føremålet med denne genereringa, og for å tydeleggjere korleis denne genereringa er utført vil det i det fylgjande bli lagt fram døme som er knytte til ulike aspekt ved genereringa av objektkodar som er trekte fram i metodekapittelet i denne oppgåva, i form av objektkodar og formuleringar dei er genererte frå.

Som nemnt i metodekapittelet i denne oppgåva tilfredsstillar ikkje kvar av formuleringane frå den innleiande læreplananalysen at ein objektkode generert frå denne formuleringa består av eit direkte sitat frå den same formuleringa, men formuleringa *kjenne eksponentialfunksjonar med vilkårleg grunntal* som i Vedlegg A er lista opp som nummer 14 er eit døme på motsett tilfelle. Ho tilfredsstillar nemleg at ein objektkode som er utforma som eit direkte sitat frå henne, nemleg objektkoden *eksponentialfunksjonar med vilkårleg grunntal*, er generert frå henne, og i tillegg er ho eit døme på ei formulering som berre éin objektkode er generert frå. På denne måten

skil ho seg til dømes frå formuleringa som i Vedlegg A er lista opp som nummer 60. Frå denne formuleringa er nemleg begge dei to objektkodane *eksponentiell vekst* og *logistisk vekst* genererte, og som den fyrste av desse to objektkodane saman med forma *kunne modellere og analysere eksponentiell og logistisk vekst i reelle datasett* som formuleringa er ført opp på i Vedlegg A syner, er denne formuleringa i tillegg eit døme på ei formulering som tilfredsstillar at ein objektkode som ikkje er eit direkte sitat frå formuleringa er generert som objektkode frå formuleringa.

I tråd med metoden skildra i førre kapittel i denne oppgåva er den objektfokuserte tematiske kodinga utført på ein slik måte at for somme formuleringar er ein objektkode generert på bakgrunn av at den aktuelle formuleringa er tolka som at ho inneber at det objektet som er generert som objektkode, utgjer ein fyrstekoordinat i eit ordna par $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ som er element i det kognitive universet $\Gamma_I(p)$, samstundes som at objektet består av anten éin eller fleire eksponentialfunksjonar. Eitt døme på ein objektkode og ei formulering som tilfredsstillar at objektkoden frå denne formuleringa er generert på denne måten er objektkoden e^x og formuleringa *kjenne den naturlege eksponentialfunksjonen e^x* som i Vedlegg A er inkludert som nummer 22, og eit anna døme er objektkoden *eksponentialfunksjonar* og formuleringa *kunne bruke digitale verktøy til å framstille og analysere kombinasjonar av polynomfunksjonar, rotfunksjonar, rasjonale funksjonar, eksponentialfunksjonar og potensfunksjonar* som er gjeven formuleringnummeret 38 i Vedlegg A. Trass i skilnader knytt til den grammatiske rolla objektet som objektkoden siktar til har i formuleringa i desse to tilfella, er likevel dei aktuelle objekta på bakgrunn av ATD-teori presentert i teorikapittelet i denne oppgåva i begge desse tilfella tolka som fyrstekoordinatar i ordna par $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ i det aktuelle kognitive universet $\Gamma_I(p)$.

Ein annan type tolkingar av formuleringar som andre objektkodar, slik det er kome fram i metodekapittelet i denne oppgåva, er genererte på bakgrunn av er formuleringstolkingar som består av at den aktuelle formuleringa er tolka som at ho både inneber at det objektet som objektkoden siktar til er ein fyrstekoordinat i eit element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ og uttrykkjer at ein aktivitet som éin eller fleire eksponentialfunksjonar spelar ei rolle i utføring av, inngår i andrekoordinaten $R_I(p, o)$ i det same elementet. Objektkoden *eksponentiell vekst* og formuleringa *kunne modellere og analysere eksponentiell og logistisk vekst i reelle datasett* som i Vedlegg A er nummer 60 er eitt døme på ein objektkode og ei formulering som tilfredsstillar at objektkoden er generert frå formuleringa på denne måten, og eit anna døme på ein objektkode og ei formulering som tilfredsstillar dette er objektkoden *differensiallikningar* og formulering nummer 17 i Vedlegg A som ser ut som fylgjer: *kunne løyse fyrsteordens, lineære differensiallikningar med konstante koeffisientar*. Formuleringa i det fyrste av desse tilfella er på bakgrunn av applikasjonane nemnde i ERM-en i førre delkapittel av eksponentialfunksjonar i samband med modellering av eksponentiell vekst, tolka som at ho inneber at modellering av eksponentiell vekst er ein aktivitet som både inngår i andrekoordinaten $R_I(p, o)$ i eit ordna par $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der objektet o er eksponentiell vekst og i tillegg tilfredsstillar at eksponentialfunksjonar spelar ei rolle i utføring av denne aktiviteten. I det andre tilfellet er formuleringa på ein liknande måte, men her med utgangspunkt i applikasjonen nemnt i ERM-en for eksponentialfunksjonar knytt til løysing av visse typar differensiallikningar,

tolka som at ho inneber at løysing av differensiallikningar med konstante koeffisientar er ein aktivitet som eksponentialfunksjonar spelar ei rolle i utføring av og som i tillegg inngår i ein relasjon $R_I(p, o)$ som utgjer andrekoordinaten i eit element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der fyrstekordinaten o er objektet differensiallikningar med konstante koeffisientar.

Som tabellen 4.1 som er introdusert ovanfor syner er det i dei fire objektkategoriene *spesifikke eksponentialfunksjonar*, *eksponentialfunksjonar generelt*, *generelle vekstfenomen og samanhengar* og *spesifikke applikasjonar* at objektkodane er organiserte i den objektfokuserte tematiske kodinga. Med ERM-en presentert i førre delkapittel som grunnlag er dei objektkodane som er plasserte i dei to fyrste av desse kategoriene vurderte som at dei består av éin, fleire eller alle eksponentialfunksjonar, medan dei objektkodane som er plasserte i dei to siste av desse kategoriene derimot er vurderte som objekt som er essensielle i applikasjonar av eksponentialfunksjonar som er nemnde eksplisitt i ERM-en i førre delkapittel. Vidare er dei to fyrstnemnde objektkategoriene skilde frå kvarandre ved at dei objektkodane som er plasserte i den fyrste av desse kategoriene, som til dømes e^{kx} og 10^x , er vurderte som at dei består av anten éin eller fleire eksponentialfunksjonar, men ikkje av alle eksponentialfunksjonar eller av eksponentialfunksjonar generelt, medan dei objektkodane som i likskap med objektkoden *eksponentialfunksjonar* er plasserte i den andre objektkategorien nettopp er vurderte som at dei består av alle eksponentialfunksjonar eller av eksponentialfunksjonar generelt.

Dei objektkodane som, i likskap mellom anna med objektkoden *eksponentiell vekst*, er plasserte i objektkategorien *generelle vekstfenomen og samanhengar* er, samanlikna med objektkodane som er plasserte i objektkategorien *spesifikke applikasjonar*, vurderte som meir generelle fenomen og samanhengar som innanfor ulike fagfelt som til dømes biologi og økonomi kan materialiserast i ulike konkrete situasjonar. Til dømes er objektkoden *eksponentiell vekst* på bakgrunn av ERM-en som er utforma i studien vurdert som eit generelt vekstfenomen som mellom anna konkret kan materialiserast som uavgrensa vekst av ein populasjon av ein biologisk art og som grensetilfelle av vekst med renterente innanfor økonomifaget. Samanlikna med objektkodane i objektkategorien *generelle vekstfenomen og samanhengar* som, slik dette er eit døme på, er vurderte som fenomen og samanhengar som utgjer abstraksjonar av konkrete tilfelle frå ulike område, er objektkodane som er plasserte i objektkategorien *spesifikke applikasjonar* vurderte som meir konkrete applikasjonar og bruksområde for eksponentialfunksjonar. På bakgrunn av den nemnde vurderinga knytt til objektkoden *eksponentiell vekst*, kjem denne skilnaden mellom kategoriene *generelle vekstfenomen og samanhengar* og *spesifikke applikasjonar* mellom anna til syne gjennom objektkoden *renterente* som døme på ein objektkode som til skilnad frå objektkoden *eksponentiell vekst* er plassert i den sistnemnde av desse to kategoriene.

Resultata frå den objektfokuserte tematiske kodinga syner, slik dei er framstilte i Tabell 4.1 fleire utviklingstrekk ved føringar lagt av læreplanar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar gjennom overgangane mellom læreplanverka R94, LK06 og LK20. Mellom anna syner dei at *spesifikke eksponentialfunksjonar* som objekt er til stades i R94, men verken er ført vidare i LK06 eller innført på nytt i LK20. Vidare syner dei at *spesifikke applikasjonar* som objekt er til stades både i R94 og i LK06,

men ikkje er ført vidare til LK20. I tillegg syner dei at både *eksponentialfunksjonar generelt* og *generelle vekstfenomen og samanhengar*, inkludert spesielt *eksponentiell vekst*, som objekt er til stades i alle dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20.

4.2.3 Aktivitetsfokuserert tematisk koding av formuleringar

På tilsvarande måte som at resultatane presenterte i førre underdelkapittel frå den objektfokuserte tematiske kodinga består av objektkodar, objektkategori, fordeling av objektkodar mellom ulike objektkategori og fordeling for kvar av objektkategori av objektkodar mellom dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20, består resultatane frå den aktivitetsfokuserte tematiske kodinga av formuleringane samla i Vedlegg A av verbkodar, aktivitetskategori, fordeling av verbkodar mellom ulike aktivitetskategori og fordeling for kvar av desse aktivitetskategori av verbkodar mellom dei tre læreplanverka. Desse resultatane er framstilte i Tabell 4.2 der dei fire aktivitetskategori som er genererte i læreplananalysen er lista opp i venstre kolonne, medan kvar av dei tre kolonnane til høgre for denne, slik kolonneoverskriftene *R94-verbkodar*, *LK06-verbkodar* og *LK20-verbkodar* peikar mot, svarer til eitt av dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20. I tabellen er dei fire radene som – i tråd med opplistinga i venstre kolonne – svarer til kvar sin av dei fire aktivitetskategori skilde frå kvarandre med horisontale linjer, og i kvar rad er i dei tre kolonnane lengst til høgre alle verbkodane frå læreplananalysen som er kategoriserte som tilhøyrande den aktivitetskategori rada svarer til, lista opp. Denne opplistinga er fordelt mellom dei tre kolonnane på ein slik måte at kvar celle i desse tre kolonnane som er plassert på ei rad som svarer til ein aktivitetskategori, inneheld alle dei verbkodane som i den aktivitetsfokuserte tematiske kodinga både er genererte frå ei formulering som er generert frå ein læreplan frå det læreplanverket som kolonnen cella er plassert i svarer til og samstundes er organiserte under den objektkategori som rada svarer til. På denne måten inneheld kvar av dei tre kolonnane til høgre i tabellen alle dei verbkodane som i læreplananalysen er genererte frå ei formulering som er generert frå det læreplanverket kolonnen svarer til, og ein tankestrek er i tabellen sett inn i kvar celle som svarer til eit læreplanverk og ein aktivitetskategori som tilfredsstillar at ingen av verbkodane som er genererte frå ei formulering frå dette læreplanverket er kategoriserte som tilhøyrande denne aktivitetskategori.

Slik skildringa over av Tabell 4.2 syner ligg ei oversikt over kva formuleringar kvar av verbkodane frå den aktivitetsfokuserte tematiske kodinga er genererte frå, til grunn for fordelinga i denne tabellen av verbkodar mellom dei tre kolonnane til høgre i denne tabellen, og ei slik oversikt er lagt fram i Vedlegg B til denne oppgåva. Ei rekkje vurderingar er, som skildra i metodekapittelet i denne oppgåva, med utgangspunkt i føremålet med den aktivitetsfokuserte tematiske kodinga, gjorde som bakgrunn for genereringa av verbkodar frå formuleringar i Vedlegg A. Desse vurderingane vil, med mål om å tydeleggjere korleis dei er utførte, i det fylgjande bli eksemplifiserte gjennom døme knytt til ulike aspekt som er nemnde i den delen av metodekapittelet som skildrar genereringa av verbkodar i den aktivitetsfokuserte tematiske kodinga.

I tråd med skildringa i metodekapittelet av korleis verbkodane er genererte frå formuleringar i formuleringssamlinga i Vedlegg A er somme av verbkodane genererte i form

Tabell 4.2: Resultata frå den aktivitetsfokuserte tematiske kodinga av formuleringssamlinga frå den innleiande læreplananalysen.

aktivitetskategoriar	R94- verbkodar	LK06- verbkodar	LK20- verbkodar
uspesifiserte aktivitetar	kjenne vite	–	–
kommunikasjonsaktivitetar	uttrykkje beskrive	framstille teikne	beskrive
kalkulasjonsaktivitetar	rekne derivere integrere løyse	rekne derivere integrere løyse	–
studiumsaktivitetar	studere finne	finne drøfte undersøkje analysere modellere	analysere modellere utforske

av direkte sitat frå formuleringane dei er genererte frå. Eit døme som illustrerer dette er verbkoden *derivere* som i den aktivitetsfokuserte tematiske kodinga mellom anna er generert frå formuleringa *kunne derivere polynomfunksjonar, potensfunksjonar, eksponentialfunksjonar og logaritmefunksjonar, samt summar, differensar, produkt og kvotientar av desse funksjonane* som i Vedlegg A er lista opp som nummer 44. Verbkoden *derivere* kan som døme i tillegg illustrere det aspektet ved metoden for generering av verbkodar som inneber at somme verbkodar er genererte frå formuleringar utan å vere direkte sitat frå den aktuelle formuleringa, men i staden som samanfatteringar av aktivitetar nemnde i formuleringane. Ei anna av formuleringane denne verbkoden er generert frå er nemleg formuleringa *kunne bruke formlar for den deriverte til potens-, eksponential- og logaritmefunksjonar og derivere summar, differansar, produkt, kvotientar og samansetjingar av desse funksjonane* som er gjeven formuleringssnummeret 39 i Vedlegg A og som verbkoden *derivere* både er eit direkte sitat frå, men også utgjør ei samanfattering av ein aktivitet frå. Som generert frå formuleringa *kunne berekne bestemte og ubestemte integral av eksponentialfunksjonar* som er nummer 26 i Vedlegg A er også verbkoden *integrere* eit døme på ein verbkode som er generert som ei samanfattering av ein aktivitet nemnt i ei formulering han er generert frå.

Frå formuleringar som inneheld fleire verb er éin eller fleire verbkodar som nemnt i metodekapittelet, generert utifrå vurderingar knytt til kva som er hovudaktiviteten eller hovudaktivitetane i formuleringa. Eit døme på ei formulering med fleire verb der berre eitt verb er tolka som at det siktar til ein hovudaktivitet i formuleringa og dermed er generert som verbkode frå formuleringa, er formuleringa *kunne bruke digitale verktøy til å undersøkje kombinasjonar av polynomfunksjonar, rotfunksjonar, potensfunksjonar og eksponentialfunksjonar som beskriv praktiske situasjonar, ved å bestemme nullpunkt, ekstremalpunkt og skjæringspunkt og finne gjennomsnittleg*

vekstfart og tilnæringsverdiar for momentan vekstfart som verbkoden *undersøkje* er den einaste genererte verbkoden frå og i som i Vedlegg A er lista opp som formulering nummer 48. I formuleringa *kunne modellere og analysere eksponentiell og logistisk vekst i reelle datasett* er aktivitetane “kunne modellere eksponentiell og logistisk vekst i reelle datasett” og “kunne analysere eksponentiell og logistisk vekst i reelle datasett” tolka som likestilte hovudaktivitetar, og på bakgrunn av det er både verbkoden *modellere* og verbkoden *analysere* genererte frå denne formuleringa som er ført opp som nummer 60 i Vedlegg A.

Slik det er kome fram i metodekapittelet i denne oppgåva er verbkodane i den aktivitetsfokuserede tematiske kodinga genererte som verb som uttrykkjer noko om tilhøvet uttrykt i formuleringane dei er genererte frå, mellom ein person i posisjonen p i institusjonen I og dei objekta som er genererte som objektkodar frå desse formuleringane. Til dømes er verbkoden *kjenne* som er den einaste verbkoden generert frå formuleringa *kjenne omgrepet eksponentiell vekst* som i Vedlegg A er inkludert som nummer 5, på bakgrunn av utdraga «Elevene skal ... kjenne begrepene lineær og eksponentiell vekst» (Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet, 1999, s. 8) og «Elevene skal ... kjenne begrepene lineær og eksponentiell vekst» (Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet, 1999, s. 10) frå læreplanen FAF1999 som den aktuelle formuleringa er generert frå, utforma som uttrykk for at formulering nummer 5 i Vedlegg A er tolka som at ho uttrykkjer at ein del av tilhøvet mellom ein person i posisjonen p i institusjonen I og objektet *eksponentiell vekst* som er den einaste objektkoden generert frå denne formuleringa, består av at dette er eit objekt ein person i denne posisjonen skal kjenne eller ha kunnskap om, altså av at dette er eit objekt som inngår som fyrstekoordinat i eit ordna par $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ i det kognitive universet $\Gamma_I(p)$.

Også verbkoden *modellere* er som generert frå formuleringa *kunne modellere eksponentiell og logistisk vekst ved å bruke eksponentialfunksjonar og logaritmefunksjonar* som i Vedlegg A er gjeven formuleringnummeret 45, utforma som uttrykk for aspekt ved det tilhøvet ei formulering han er generert frå uttrykkjer mellom ein person i posisjonen p i institusjonen I og dei objekta som frå den same formuleringa er genererte som objektkodar. På grunnlag av at formulering nummer 45 i Vedlegg A er generert frå utdraget «elevene skal kunne ... modellere eksponentiell og logistisk vekst ved å bruke eksponentialfunksjoner og logaritmefunksjoner» (Utdanningsdirektoratet, 2006c, s. 5–6) frå læreplanen MAT4-01, er nemleg denne formuleringa tolka som at ho uttrykkjer at tilhøvet mellom ein person i den aktuelle posisjonen og objekta *eksponentiell vekst*, *logistisk vekst* og *eksponentialfunksjonar*, inneber at modellering er ein aktivitet som skal inngå i kunnskapen ein person i den aktuelle posisjonen har om kvart av desse objekta. Altså er den aktuelle formuleringa, samstundes som at dei objektkodane som er genererte frå henne er *eksponentiell vekst*, *logistisk vekst* og *eksponentialfunksjonar*, tolka som at ho inneber at modellering som aktivitet skal inngå både i andrekoordinaten i eit ordna par $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der o er eksponentiell vekst, i andrekoordinaten i eit ordna par $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der o er logistisk vekst og i andrekoordinaten i eit ordna par $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der o er eksponentialfunksjonar, og det er med dette som bakgrunn at det er *modellere* som er generert som verbkode frå denne formuleringa.

Dei kategoriane som i den aktivitetsfokuserede tematiske kodinga er genererte for å

organisere verbkodane som er genererte frå formuleringane i Vedlegg A til denne oppgåva er, slik det kjem fram i Tabell 4.2, aktivitetskategoriane *uspesifiserte aktivitetar*, *kommunikasjonsaktivitetar*, *kalkulasjonsaktivitetar* og *studiumsaktivitetar*. Ein sentral del av bakgrunnen for organiseringa av dei genererte verbkodane nettopp i desse kategoriane byggjer på det som i læreplananalysen er vurdert som ein hovudskilnad mellom dei verbkodane som er plasserte i aktivitetskategorien *uspesifiserte aktivitetar* og dei verbkodane som ikkje er plasserte i denne aktivitetskategorien, men i ein annan aktivitetskategori. Denne hovudskilnaden består av at alle verbkodane som ikkje er plasserte i aktivitetskategorien *uspesifiserte aktivitetar* i læreplananalysen er vurderte som at dei er aksjonsverb, altså som at dei er verb som skildrar ein aktivitet, medan dei to verbkodane *kjenne* og *vite* som er plasserte i aktivitetskategorien *uspesifiserte aktivitetar* derimot er vurderte som verb som ikkje skildrar nokon aktivitet og fylgjeleg også som verbkodar som ikkje er aksjonsverb. Slik dømet nemnt ovanfor knytt til genereringa av *kjenne* som verbkode for formulering nummer 5 i Vedlegg A til denne oppgåva illustrerer, er verbkodane i aktivitetskategorien *uspesifiserte aktivitetar* vurderte som at dei plasserer objekt o nemnde i formuleringane dei er genererte frå som fyrstekoordinatar i element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ utan å uttrykkje noko om innhaldet av aktivitetar i relasjonen i den tilhøyrande andrekoordinaten, og dette er bakgrunnen for at desse verbkodane er organiserte i ein kategori som er gjeven nemninga *uspesifiserte aktivitetar*. Som kontrast til dette er kvar av verbkodane som er vurderte som aksjonsverb og fylgjeleg plasserte i ein av dei tre kategoriane *kommunikasjonsaktivitetar*, *kalkulasjonsaktivitetar* og *studiumsaktivitetar* plasserte i ein kategori med ei nemning som siktar til ein viss type aktivitetar, og bakgrunnen for dette er at desse verbkodane slik dømet nemnt ovanfor knytt til genereringa av verbkoden *modellere* frå formulering nummer 45 i Vedlegg A til denne oppgåva illustrerer, er vurderte som at dei både plasserer objekt o nemnde i formuleringane dei er genererte frå som fyrstekoordinatar i element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ og seier noko om kva aktivitetar som skal inngå i relasjonane i dei tilhøyrande andrekoordinatane $R_I(p, o)$.

Grunnlaget for organiseringa av dei verbkodane som er vurderte som aksjonsverb i tre ulike aktivitetskategoriar byggjer på vurderingar som er gjorde av kva typar aktivitetar dei ulike av desse verbkodane uttrykkjer at skal inngå i relasjonar i andrekoordinatar i element $(o, R_I(p, o)) \in \Gamma_I(p)$ der o er objekt frå formuleringane dei er genererte frå. Gjennom desse vurderingane er dei verbkodane som, i likskap mellom anna med verbkodane *teikne* og *uttrykkje*, er plasserte i aktivitetskategorien *kommunikasjonsaktivitetar*, vurderte som at dei svarer til aktivitetar som inneber å kommunisere om matematikk anten gjennom grafiske representasjonar, algebraiske representasjonar, naturleg språk eller på meir generelt grunnlag slik verbkoden *framstille* er eit døme på. Dei verbkodane som ikkje er kategoriserte som *kommunikasjonsaktivitetar*, men er kategoriserte anten som *kalkulasjonsaktivitetar* eller *studiumsaktivitetar* er derimot vurderte som at aktivitetane dei svarer til ikkje fyrst og fremst er knytt til kommunikasjon om matematikk, men til andre typar aktivitetar.

Dei aktivitetane som verbkodane kategoriserte som *kalkulasjonsaktivitetar* er vurderte som at dei i staden for fyrst og fremst å bestå av det som kan kallast kommunikasjon, fyrst og fremst er karakteriserte ved å innebere utrekning eller kalkulasjon anten i form av spesifikke matematiske operasjonar slik verbkodane *derivere* og *in-*

tegrere i denne kategorien er døme på, eller i form av kalkulasjon på meir generelt grunnlag slik verbkoden *rekne* er eit døme på. Også verbkoden *løyse* er plassert i kategorien *kalkulasjonsaktivitetar* og bakgrunnen for det er at aktivitetane denne verbkoden svarer til utifrå måten formuleringane denne verbkoden er generert frå er knytte til løysing av likningar av ulike slag, er vurderte som aktivitetar som kan forståast som kalkulasjon eller utrekningar i form av løysing av likningar.

Aktivitetskategorien *studiumsaktivitetar* inneheld i likskap med kategorien *kalkulasjonsaktivitetar* verbkodar som er vurderte som knytte til aktivitetar som ikkje fyrst og fremst er knytte til kommunikasjon. Likevel er aktivitetane dei verbkodane som, slik verbkodane *drøfte* og *undersøkje* er døme på, er plasserte i kategorien *studiumsaktivitetar* svarer til, med utgangspunkt i formuleringane dei aktuelle verbkodane er genererte frå vurderte som at dei kvalitativt skil seg frå dei aktivitetane som verbkodane i kategorien *kalkulasjonsaktivitetar* svarer til. Denne skilnaden består av at aktivitetane som svarer til kategorien *studiumsaktivitetar* er vurderte som at dei på fylgjande måte er mindre førehandsdefinerte, mindre lukka og meir frie enn dei aktivitetane som svarer til kategorien *kalkulasjonsaktivitetar*. Dersom til dømes ein elev får i oppgåve å utføre ein aktivitet som svarer til ein verbkode i kategorien *studiumsaktivitetar*, altså til dømes får i oppgåve å *studere* noko, å *utforske* noko eller å *analysere* noko, står han – i fylgje den vurderinga som ligg til grunn for skiljet mellom dei to kategoriane *kalkulasjonsaktivitetar* og *studiumsaktivitetar* – friare til sjølv å velje kva han konkret vil gjere for å utføre denne oppgåva enn dersom han hadde fått i oppgåve å utføre ein aktivitet som svarer til ein verbkode i kategorien *kalkulasjonsaktivitetar*. Kva det inneber å utføre oppgåva er i mindre grad definert før eleven får oppgåva, og i større grad influert av eleven sine egne val og vurderingar. Får ein elev i oppgåve å *analysere* ein funksjon vel han kanskje å gjere dette ved å derivere og integrere funksjonen, eller kanskje vel han i staden å analysere funksjonen ved til dømes å rekne ut funksjonsverdiar i ei rekkje punkt og finne alle punkta som svarer til visse funksjonsverdiar ved å løyse likningar der funksjonsuttrykket inngår. Ein tilsvarende valfridom har ikkje eleven dersom oppgåva han får til dømes er å *derivere* eller *integrere* ein funksjon, eller meir generelt er å utføre ein aktivitet som svarer til ein verbkode i kategorien *kalkulasjonsaktivitetar*. Slike aktivitetar er – i fylgje vurderinga som ligg til grunn for skiljet mellom kategoriane *studiumsaktivitetar* og *kalkulasjonsaktivitetar* – meir lukka i form av at valfridomen og handlingsrommet for dei som skal utføre aktivitetane er mindre dersom handlingane deira skal kunne seiast å ha bestått av å utføre dei aktuelle aktivitetane.

Slik resultata frå den aktivitetsfokuserte tematiske kodinga er framstilte i Tabell 4.2 syner dei fleire utviklingstrekk gjennom overgangane mellom læreplanverka R94, LK06 og LK20 knytt til kva føringar som er lagde av matematikk læreplanar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar. For det fyrste syner dei at verbkodar som er kategoriserte som *uspesifiserte aktivitetar* og som altså er med å definere føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar utan å spesifisere kva slags aktivitetar denne kunnskapen skal bestå av, inngår i R94-læreplanar, men verken i LK06-læreplanar eller i LK20-læreplanar. Vidare syner dei at både sokalla *kommunikasjonsaktivitetar* og sokalla *studiumsaktivitetar* er del av læreplanar sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar i alle dei tre aktuelle læreplanverka. Med omsyn til kategorien *studiumsaktivitetar* syner dei i tillegg at

av alle verbkodane frå eitt læreplanverk er ein større del kategoriserte som *studiumsaktivitetar* for LK20 enn for LK06 og for R94, og i tillegg syner dei spesielt at verbkoden *modellere* ikkje er generert frå R94, men både frå LK06 og frå LK20. Dessutan syner resultatane at av verbkodar plasserte i kategorien *kalkulasjonsaktivitetar*, spesielt mellom anna koden *derivere*, er nøyaktig dei same kodane genererte frå R94 og frå LK06, og i tillegg syner dei at LK20 ikkje legg nokon føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar i form av *kalkulasjonsaktivitetar*.

4.3 Lærebokanalyse

Funna frå lærebokanalysen som i denne studien med utgangspunkt i spørsmålet stilt i problemstillinga for studien om kontekstualisering av ei viss læreplanutvikling ved hjelp av kunnskapsinnhald om eksponentialfunksjonar formidla i lærebøker for faget 2MX og R1, er utført av eit utval dømepågåver frå lærebøker for dette faget vil i dette delkapittelet bli lagde fram. På ein måte som liknar framlegginga i førre delkapittel av funna frå læreplananalysen i studien, vil desse lærebokanalysefunna i dette delkapittelet bli gjort greie for gjennom ein presentasjon av resultatane frå undersøkingane i lærebokanalysen saman med utdjupingar knytt til vurderingar og tolkingar som er gjorde i denne analysen og analytiske kommentarar til funn frå desse undersøkingane. Etter tur vil dette i tre underdelkapittel som fylgjer i dette delkapittelet bli gjort for funna frå kvar av fylgjande tre lærebokanalysedelar som, slik det er kome fram i metodekapittelet i denne oppgåva, til saman utgjør heile lærebokanalysen i studien: den tematiske kodinga knytt til oppgåvetypar, den tematiske kodinga knytt til teknikkar og analysen knytt til logos-blokker. Til saman vil på denne måten dette delkapittelet presentere dei dokumentanalyseresultatane frå studien som for det fyrste har relevans for karakterisering av kunnskapsinnhald om eksponentialfunksjonar formidla i lærebøker for faget 2MX og R1, og som for det andre på grunnlag av prosessen som er skildra i metodekapittelet i denne oppgåva og ligg bak utvalet av dømepågåver som er analyserte i lærebokanalysen og måten denne prosessen er bygd på funn frå læreplananalysen som er gjort greie for i førre delkapittel, i tillegg har relevans som kontekst for den læreplanutviklinga som er omtalt i problemstillinga for studien.

4.3.1 Tematisk koding knytt til oppgåvetypar

I den tematiske kodinga som i lærebokanalysen i denne studien er utført av eit utval dømepågåver frå lærebøker er det, som skildra i metodekapittelet i denne oppgåva, generert ni fyrstenivåoppgåvetypekategoriar som kvar er tildelt ein merkelapp på forma T_i der $i \in \mathbb{N}$. Desse kategoriane er genererte på ein slik måte at for kvar av dei analyserte dømepågåvene er éin av dei identifisert som oppgåvetype for den oppgåva som inngår i den aktuelle dømepågåva i form anten av eit spørsmål eller ei utsegn om ein aktivitet som er ynskt utført, og for kvar av dei ni fyrstenivåoppgåvetypekategoriane er det, for å tydeleggjere kva slags oppgåver denne ka-

tegorien omfattar, i lærebokanalysen utforma ei oppgåvetypeskildring som høyrer til kategorien. Resultata frå den delen av lærebokanalysen som er knytt til dei genererte fyrstenivåoppgåvetypekategoriene består av desse oppgåvetypeskildringane, kva merkelapp kategorien som kvar av dei høyrer til er tildelt og kva dømepoppgåver som kvar av dei ni fyrstenivåoppgåvetypekategoriene er identifisert som oppgåvetype for oppgåva frå. Desse resultata er framstilte i Tabell 4.3 som er utforma slik at radene i tabellen er separerte med horisontale linjer, slik at dei ni merkelappane for fyrstenivåoppgåvetypekategoriar er lista opp i ni celler i venstre kolonne i tabellen og slik at tabellen inneheld ni rader som kvar svarer til den fyrstenivåoppgåvetypekategorien som merkelappen plassert lengst til venstre i rada høyrer til. Tabellen har til saman tre kolonnar, og i den midtre av desse er på kvar rad som svarer til ein fyrstenivåoppgåvetypekategori den oppgåvetypeskildringa som i lærebokanalysen er utforma for den kategorien rada svarer til, plassert. På kvar rad som svarer til ein fyrstenivåoppgåvetypekategori er i tillegg i cella lengst til høgre i tabellen dømepoppgåveforkortingane introdusert i metodekapittelet for alle dei dømepoppgåvene som den aktuelle kategorien i lærebokanalysen er identifisert som oppgåvetype for oppgåva i nemnde.

Som det er kome fram i metodekapittelet i denne oppgåva er genereringa av fyrstenivåoppgåvetypekategoriene utført på bakgrunn av teori om prakseologiar presentert i teorikapittelet i denne oppgåva. For ytterlegare å tydeleggjere korleis genereringa av desse kategoriene, organiseringa av oppgåver frå dømepoppgåver i desse kategoriene og formuleringa for desse kategoriene av oppgåvetypeskildringar med utgangspunkt i desse oppgåvene er utført, vil i det fylgjande nokre dømme bli trekte fram. Éi av oppgåvene fyrstenivåoppgåvekategorien T_1 er identifisert som kategori for oppgåva «Vi vil derivere funksjonen $f(x) = e^{4x}$ » (Heir et al., 2007, s. 207) som inngår i dømepoppgåva LK06-dv-a, og saman med oppgåvetypeskildringa *gjeve eit polynom $g(x)$, å derivere ein funksjon f med funksjonsuttrykk $e^{g(x)}$* som er utforma for kategorien T_1 ho er plassert i er ho med å illustrere tilhøvet mellom dei generaliserte oppgåvetypeskildringane og dei konkrete oppgåvene dei høyrer til. Erstatting av einskilde polynom med polynom generelt er, slik både dette paret av oppgåve og oppgåvetypeskildring og fylgjande tilsvarande par som er knytt til kategorien T_2 eksemplifiserer, eit trekk ved fleire tilhøve mellom oppgåver og oppgåvetypeskildringar tilhøyrande same fyrstenivåoppgåvetypekategori: oppgåva «Vi vil finne eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til funksjonen ... $f(x) = (x + 1)e^{-x}$ » (Erstad et al., 2001, s. 161) i dømepoppgåva R94-dv-c og oppgåvetypeskildringa *gjeve eit fyrstegradspolynom $g(x)$ og eit tal $k \in \mathbb{R}$, å finne dei eventuelle topp- og botnpunkta på grafen til ein funksjon f med funksjonsuttrykk $f(x) = g(x)e^{kx}$.*

I tillegg til å illustrere generalisering frå einskilde polynom til polynom generelt illustrerer dette sistnemnde paret av oppgåve og oppgåvetypeskildring tilhøyrande kategorien T_2 også generalisering frå einskilde tal til reelle tal generelt som aspekt ved utforming av oppgåvetypeskildringar, og denne generaliseringa kjem også til uttrykk gjennom at oppgåva «I begynnelsen av en influensaepidemi var antall nye smittede per døgn tilnærmet gitt ved $g(t) = 500 \cdot 1,17^t$, der t er antall døgn etter at epidemien startet. ... Vi vil regne ut $g'(4)$ » (Heir et al., 2007, s. 209) frå dømepoppgåva LK06-dv-e er plassert i fyrstenivåoppgåvetypekategorien T_3 som oppgåvetypeskildringa *gjeve eit tal $b \in \mathbb{R}$, eit tal $C \in \mathbb{R}$ og eit tal $a \in \mathbb{R}$ slik at $a > 0$, å rekne ut $f'(b)$ under*

Tabell 4.3: Resultata frå genereringa av fyrstenivåoppgåvetypekategoriar i den tematiske kodinga knytt til oppgåvetypar.

merkelapp	skildring	dømeoppgåver
T_1	gjeve eit polynom $g(x)$, å derivere ein funksjon f med funksjonsuttrykk $e^{g(x)}$	R94-dv-a, R94-dv-b, LK06-dv-a, LK06-dv-b, LK06-dv-c
T_2	gjeve eit fyrstegradspolynom $g(x)$ og eit tal $k \in \mathbb{R}$, å finne dei eventuelle topp- og botnpunkta på grafen til ein funksjon f med funksjonsuttrykk $f(x) = g(x)e^{kx}$	R94-dv-c, LK06-dv-d
T_3	gjeve eit tal $b \in \mathbb{R}$, eit tal $C \in \mathbb{R}$ og eit tal $a \in \mathbb{R}$ slik at $a > 0$, å rekne ut $f'(b)$ under føresetnad av at f er ein funksjon med funksjonsuttrykk $f(x) = C \cdot a^x$	R94-dv-d, LK06-dv-e
T_4	gjeve eit tal $C \in \mathbb{R}$ og eit tal $a \in \mathbb{R}$ slik at $a > 0$, å derivere ein funksjon f med funksjonsuttrykk $f(x) = C \cdot a^x$	R94-dv-e, LK06-dv-f
T_5	gjeve $r \in \mathbb{R}$ som ein parameter, å utleie eit uttrykk for den deriverte av ein funksjon f med funksjonsuttrykk $f(x) = x^r$ når $x > 0$	R94-dv-f
T_6	å utleie derivasjonsregelen $(x^r)' = r \cdot x^{r-1}$ for $x > 0$ der $r \in \mathbb{R}$ er ein parameter	LK06-dv-g
T_7	å prove derivasjonsregelen $(e^x)' = e^x$	LK20-dv-a
T_8	i ein kontekst frå verda, å avgjere kor stor ein vekst av ein storleik har vore per tids- eining, når fylgjande opplysningar er gjevne: startverdien for storleiken og ein verdi for storleiken etter ei viss tid	R94-ev-a
T_9	i ein kontekst frå verda, å lage ein eksponentiell modell for verdien av ein storleik t tidseiningar etter eit starttidspunkt, når fylgjande opplysningar er gjevne: startverdien for storleiken og ein verdi for storleiken etter ei viss tid	LK20-ev-a

føresetnad av at f er ein funksjon med funksjonsuttrykk $f(x) = C \cdot a^x$ er utforma for. Fokuset i genereringa av fyrstenivåoppgåvetypekategoriane på detaljar knytt til kva oppgåvene i dei analyserte dømeoppgåvene bed den som skal utføre dei om å gjere eller oppnå kjem mellom anna til uttrykk gjennom at ein annan kategori enn kategorien T_3 som denne sistnemnde oppgåvetypeskildringa og oppgåva høyrer til i, nemleg kategorien T_4 , er generert med fylgjande oppgåvetypeskildring som oppgåvetype mellom anna for oppgåva «Vi vil ... derivere funksjonen $g(t)$ » (Heir et

al., 2007, s. 210) frå dømepoppgåva LK06-dv-f som viser til oppgåva sitert ovanfor for definering av funksjonen ho nemner: *gjeve eit tal $C \in \mathbb{R}$ og eit tal $a \in \mathbb{R}$ slik at $a > 0$, å derivere ein funksjon f med funksjonsuttrykk $f(x) = C \cdot a^x$.*

At oppgåva «I dette eksempelet skal vi utlede den deriverte av x^r for $x > 0$ » (Erstad et al., 2001, s. 165) frå dømepoppgåva R94-dv-f og oppgåva «Fra før av kjenner du regelen $(x^r)' = r \cdot x^{r-1}$. I dette eksempelet skal vi utlede regelen for $x > 0$ » (Heir et al., 2007, s. 215) frå dømepoppgåva LK06-dv-g i den tematiske kodinga knytt til oppgåvetypar er plasserte i to ulike fyrstenivåoppgåvetypekategori, nemleg høvesvis dei to kategoriane T_5 og T_6 som høvesvis er gjevne oppgåvetypeskildringane *gjeve $r \in \mathbb{R}$ som ein parameter, å utleie eit uttrykk for den deriverte av ein funksjon f med funksjonsuttrykk $f(x) = x^r$ når $x > 0$ og å utleie derivasjonsregelen $(x^r)' = r \cdot x^{r-1}$ for $x > 0$ der $r \in \mathbb{R}$ er ein parameter* illustrerer fokuset på kontekst i form av kva som er gjeve som utgangspunkt for oppgåver i denne delen av lærebokanalysen. Samanlikna med oppgåvetypeskildringa *å prove derivasjonsregelen $(e^x)' = e^x$ som er utforma for kategorien T_7 som oppgåva «Bevis at $(e^x)' = e^x$ » (Borgan et al., 2021, s. 151) frå dømepoppgåva LK20-dv-a er plassert i, illustrerer vidare desse to oppgåvetypeskildringane også måten verb som skildrar aktivitetar har vore i fokus i denne delen av læreplananalysen.*

Vidare illustrasjon av fokuset i genereringa av fyrstenivåoppgåvetypekategori både på kva som er gjeve som bakgrunnsinformasjon for oppgåver i dømepoppgåver og på nøyaktig kva oppgåvene bed den som skal utføre dei om å gjere eller oppnå, kan gjevast med utgangspunkt i kategoriane T_8 og T_9 gjennom oppgåvene «Det lille fjellandet Nepal i Himalaya har stor befolkningsvekst. I 1981 var befolkningen 15 millioner, og i 2001 var den 23,6 millioner. ... Hvor stor har den årlige befolkningsveksten vært i prosent?» (Erstad et al., 2001, s. 46) og «I 1859 innførte Thomas Austen 24 kaniner til Australia. Ti år senere var det omtrent 2 millioner kaniner i landet. Lag en eksponentiell modell for antall kaniner i Australia t år etter 1859» (Borgan et al., 2021, s. 318) som høvesvis er passerte i desse to kategoriane og høvesvis er henta frå dømepoppgåvene R94-ev-a og LK20-ev-a. Desse oppgåvene syner saman med oppgåveskildringane *i ein kontekst frå verda, å avgjere kor stor ein vekst av ein storleik har vore per tidseining, når fylgjande opplysningar er gjevne: startverdien for storleiken og ein verdi for storleiken etter ei viss tid og i ein kontekst frå verda, å lage ein eksponentiell modell for verdien av ein storleik t tidseiningar etter eit starttidspunkt, når fylgjande opplysningar er gjevne: startverdien for storleiken og ein verdi for storleiken etter ei viss tid* dei høvesvis er gjevne også korleis generalisering frå konkrete situasjonar til formuleringa “i ein kontekst frå verda” er nytta i genereringa av fyrstenivåoppgåvetypekategori, og i tillegg illustrerer dei saman med desse skildringane generalisering frå konkrete storleikar til storleikar meir generelt.

Slik det er kome fram i metodekapittelet i denne oppgåva er det i den tematiske kodinga knytt til oppgåvetypar ikkje berre generert fyrstenivåoppgåvetypekategori, men også generert andrenivåoppgåvetypekategori for organisering av desse fyrstenivåkategoriane. Resultata frå denne delen av den tematiske kodinga er framstilte i Tabell 4.4 der dei genererte andrenivåoppgåvetypekategoriane er lista opp i venstre kolonne på ein slik måte at kvar av dei svarer til éi rad i tabellen. På kvar av desse radene er merkelappane for alle dei fyrstenivåoppgåvetypekategoriane som i lærebokanalysen er kategoriserte i den andrenivåoppgåvetypekategorien som rada

svarer til lista opp, og denne opplistinga er fordelt på tre kolonnar som kvar svarer til eitt av læreplanverka R94, LK06 og LK20. I kvar celle i tabellen som er plassert i ei rad som svarer til ein andrenivåoppgåvetypekategori og i ei kolonne som svarer til eit læreplanverk er merkelappane for alle dei fyrstenivåoppgåvetypekategoriane som både er organiserte under den aktuelle andrenivåoppgåvetypekategorien og er identifiserte som oppgåvetype for ei oppgåve i minst éi dømepoppgåve frå ei lærebok frå det aktuelle læreplanverket, lista opp, og i slike celler der ingen merkelappar for fyrstenivåoppgåvetypekategoriar er nemnde er ein tankestrek sett inn. Gjennom denne utforminga syner Tabell 4.4 både fordelinga av mellom andrenivåoppgåvetypekategoriane av fyrstenivåoppgåvetypekategoriane og i tillegg fordelinga for kvar av andrenivåoppgåvetypekategoriane av fyrstenivåoppgåvetypekategoriane mellom dei analyserte dømepoppgåvene frå dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20.

Tabell 4.4: Resultata frå organiseringa i den tematiske kodinga knytt til oppgåvetypar, av fyrstenivåoppgåvetypekategoriane i andrenivåoppgåvetypekategoriar.

andrenivåkategori	R94	LK06	LK20
derivasjonsoppgåve	T_1, T_3, T_4	T_1, T_3, T_4	–
optimeringsoppgåve	T_2	T_2	–
utleiingsoppgåve	T_5	T_6	T_7
veksteigenskapstalfestingsoppgåve	T_8	–	–
modelleringsoppgåve	–	–	T_9

Dei fem andrenivåoppgåvetypekategoriane som i lærebokanalysen er genererte i den tematiske kodinga knytt til oppgåvetypar er, slik Tabell 4.4 syner, kategoriene *derivasjonsoppgåve*, *optimeringsoppgåve*, *utleiingsoppgåve*, *veksteigenskapstalfestingsoppgåve* og *modelleringsoppgåve*. Skilnadene mellom dei fyrstenivåoppgåvetypekategoriane som er organiserte i kvar av desse andrenivåkategoriene er knytte til kva slags aktivitetar utføring av oppgåver som inngår i desse fyrstenivåoppgåvetypekategoriane består av, og andrenivåoppgåvetypekategoriane er utforma som samlekategoriar for oppgåver i fyrstenivåoppgåvetypekategoriar med utgangspunkt i fellestrekk og skilnader mellom dei ulike oppgåvetypeskildringane i Tabell 4.3 knytt til kva som skal til for å ha utført oppgåver av typar med dei ulike skildringane. Vurderingane som ligg til grunn for plasseringa av somme fyrstenivåoppgåvetypekategoriar i same andrenivåoppgåvetypekategori og andre i ulike slike andrenivåkategoriar vil i det fylgjande bli illustrerte ved hjelp av eit utval dømepoppgåve.

Trass i at oppgåvetypeskildringane for dei to fyrstenivåkategoriene T_8 og T_9 har fellestrekk mellom anna i form av at begge inneheld formuleringar som “i ein kontekst frå verda” og “når fylgjande opplysningar er gjevne: startverdien for storleiken og ein verdi for storleiken etter ei viss tid”, er kategoriene T_8 og T_9 i den tematiske kodinga knytt til oppgåvetypar organiserte i to ulike andrenivåoppgåvetypekategoriar, nemleg høvesvis i kategorien *veksteigenskapstalfestingsoppgåve* og *modelleringsoppgåve*. Bakgrunnen for dette organiseringsvalet er at dei to kategoriene T_8 og T_9 trass i visse likskapar er vurderte som essensielt ulike i form av at den aktiviteten som må til for å utføre ei oppgåve av typen T_8 , slik den tilhøyrande oppgåvetypeskildringa sin bruk av formuleringa “å avgjere kor stor ein vekst av ein storleik har vore” syner,

består av å talfeste ein eigenskap ved ein vekst og på den måten av å finne svar på eit spørsmål om den aktuelle veksten i den opphavlege konteksten, medan den aktiviteten som må til for å utføre ei oppgåve av typen T_9 , slik den tilhøyrande oppgåvetypeskildringa sin bruk av formuleringa “å lage ein eksponentiell modell for verdien av ein storleik” syner, ikkje inneber å svare på eit spørsmål om veksten i den opphavlege konteksten til dømes ved å talfeste ein eigenskap ved veksten, men berre av å lage ein modell som skildrar veksten matematisk. Slik nemningane *veksteigenskapstalfestingsoppgåve* og *modelleringsoppgåve* reflekterer er denne vurderinga bakgrunnen også for utforminga nettopp av desse nemningane, og på liknande måtar som for kategoriane med desse nemningane er vurderingar knytte til essensen ved oppgåver og kva som må til for å ha utført dei, grunnlaget både for utforming av nemningar for og fordelinga av fyrstenivåoppgåvetypekategoriar mellom også dei tre andre andrenivåoppgåvetypekategoriene.

Mellom anna er andrenivåoppgåvetypekategoriene *derivasjonsoppgåve* og *optimeringsoppgåve* trass i likskapar mellom dei dømeoppgåvene som inneheld oppgåver som er kategoriserte i dei fyrstenivåkategoriene som er plasserte i desse to andrenivåoppgåvetypekategoriene som i neste underdelkapittel vil kome fram gjennom presentasjonen av resultatata frå den tematiske kodinga som i lærebokanalysen er utført knytt til teknikkar, genererte som to ulike kategoriar som høvesvis organiserer oppgåver som er vurderte som at essensen i dei og krava for å ha utført dei består av derivasjon og av optimering. Kvar av fyrstenivåteknikkategoriene som er organiserte i andrenivåkategorien *derivasjonsoppgåve*, slik mellom anna kategoriene T_3 og T_4 er døme på, er i analysen vurderte som at utføring av oppgåver av typane som svarer til desse fyrstenivåkategoriene består av å finne den deriverte av ein funksjon, anten i eit punkt – slik til dømes oppgåver i kategorien T_3 på bakgrunn av bruken i den tilhøyrande oppgåvetypeskildringa av formuleringa “å rekne ut $f'(b)$ ” er vurderte – eller som ein funksjon – slik til dømes oppgåver i kategorien T_4 på bakgrunn av bruken i den tilhøyrande oppgåvetypeskildringa av formuleringa “å derivere ein funksjon f ” er vurderte. I motsetnad til oppgåvene som er organiserte i fyrstenivåoppgåvetypekategoriar som er plasserte i andrenivåkategorien *derivasjonsoppgåve*, er dei oppgåvene som via ein fyrstenivåoppgåvetypekategori er organiserte under andrenivåoppgåvetypekategorien *optimeringsoppgåve* ikkje på denne måten vurderte som at dei handlar om derivasjon, men i staden vurderte som at det å utføre dei består av å optimere ein funksjon i form av å finne dei eventuelle topp- og botnpunkta til ein funksjon, slik bruken av formuleringa “å finne dei eventuelle topp- og botnpunkta på grafen til ein funksjon f ” i oppgåvetypeskildringa for fyrstenivåkategorien T_2 illustrerer noko av grunnlaget for.

Til skilnad frå dei oppgåvene som er organiserte under ein fyrstenivåoppgåvetypekategori plassert i ein av andrenivåoppgåvetypekategoriene *derivasjonsoppgåve*, *optimeringsoppgåve*, *veksteigenskapstalfestingsoppgåve* og *modelleringsoppgåve* er dei oppgåvene som er vurderte som oppgåver av ein type som svarer til ein fyrstenivåkategori som er organisert under andrenivåoppgåvetypekategorien *utleiingsoppgåve* vurderte som at det å utføre dei består av å utleie ein matematisk samanheng som anten er gjeven på førehand – slik oppgåvene i kategorien T_6 i tråd med bruken i den tilhøyrande oppgåvetypeskildringa av formuleringa “å utleie derivasjonsregelen $(x^r)' = r \cdot x^{r-1}$ ” er døme på – eller ikkje er gjeven på førehand – slik oppgåvene

i kategorien T_5 i tråd med bruken i den tilhøyrande oppgåvetypeskildringa av formuleringa “å utleie eit uttrykk for den deriverte av ein funksjon ... $f(x) = x^r$ ” er døme på. Trass i at oppgåvetypeskildringa tilhøyrande fyrstenivåoppgåvetypekategorien T_7 til skilnad frå oppgåvetypeskildringane for kategoriane T_5 og T_6 ikkje nyttar verbet “utleie” eksplisitt, er også denne kategorien som har oppgåvetypeskildringa *å prove derivasjonsregelen* $(e^x)' = e^x$ i den tematiske kodinga knytt til oppgåvetypar plassert i andrenivåkategorien *utleiingsoppgåve*. Til grunn for dette organiseringsvalet ligg ei vurdering som inneber at prov blir forstått som ein aktivitet som trass i å vere underlagt strengare krav til stringens enn utleiingsaktivitetar generelt er underlagde, likevel er ein form for utleiingsaktivitet.

Framstillinga i Tabell 4.7 av resultata frå den tematiske kodinga som i samband med prakseologidelen oppgåvetypar i studien er utført av dømeoppgåver frå tre læreøker, syner fleire funn som i lys av forståinga lagt til grunn i denne studien av lærebøker som empiri som gjev uttrykk for tolkingar av læreplandokument, er interessante som kontekst for den læreplanutviklinga som læreplananalysen i studien er utført for å karakterisere. Desse resultata frå den tematiske kodinga knytt til oppgåvetypar som – med mål om å generere resultat som er relevante som kontekst for utviklinga av læreplanføringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar gjennom overgangane mellom R94, LK06 og LK20 – er utført av dømeoppgåver frå ei lærebok utforma utifrå ein læreplan frå læreplanverket R94, ei lærebok utforma utifrå ein læreplan frå læreplanverket LK06 og ei lærebok utforma utifrå ein læreplan frå læreplanverket LK20, inneber nemleg fylgjande funn som – slik det vil kome fram gjennom diskusjonskapittelet i denne oppgåva – har relevans i samband med den aktuelle læreplanutviklinga. Oppgåver av typar som svarer til fyrstenivåoppgåvetypekategoriar organiserte i andrenivåoppgåvetypekategorien *derivasjonsoppgåve* er til stades både i analyserte dømeoppgåver frå ei lærebok tilhøyrande R94 og i analyserte dømeoppgåver frå ei lærebok tilhøyrande LK06, men ikkje i nokon av dei analyserte dømeoppgåvene frå ei lærebok tilhøyrande LK20, og det same gjeld oppgåver av typar som svarer til fyrstenivåoppgåvetypekategoriar organiserte i andrenivåoppgåvetypekategorien *optimeringsoppgåve*. I motsetnad til under andrenivåkategoriane *derivasjonsoppgåver* og *optimeringsoppgåver* er det under andrenivåoppgåvetypekategorien *utleiingsoppgåve* organisert minst ei oppgåve frå ei dømeoppgåve frå ei lærebok utforma utifrå kvart av dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20, og på denne måten er kategorien *utleiingsoppgåve* til stades for alle dei tre læreplanverka. Funna synte i Tabell 4.4 med omsyn til andrenivåoppgåvetypekategoriane *veksteigenskapstalfestingsoppgåve* og *modelleringsoppgåve* inneber at den fyrste av desse på ein slik måte er til stades for R94, men ikkje for LK20, medan den andre av dei er til stades for LK20, men ikkje for R94.

4.3.2 Tematisk koding knytt til teknikkar

Slik det er kome fram i metodekapittelet i denne oppgåva er dei analyserte dømeoppgåvene ikkje berre analyserte gjennom ei tematisk koding knytt til den delen av praksis-blokka i prakseologiar som vert kalla oppgåvetypar, men også gjennom ei tematisk koding knytt til den andre delen av praksis-blokka i prakseologiar, nem-

leg den delen som vert kalla teknikkar. I tråd med skildringa i metodekapitlet er som del av denne tematiske kodinga atten fyrstenivåteknikkategoriar som kvar representerer eit teknikelement, altså ein spesifikk del av ein teknikk tilhøyrande ein oppgåvetype, genererte frå dei delane av dei analyserte dømeoppgåvene som består av forslag til løysing av dei oppgåvene som er uttrykte i dømeoppgåvene, og desse fyrstenivåteknikkategoriane er gjevne merkelappar på forma τ_i der $i \in \mathbb{N}$. Som del av denne tematiske kodinga knytt til teknikkar er det for kvar av desse fyrstenivåteknikkategoriane både utforma eit kategorinamn, ei teknikelementschildring og ei oversikt over kva fyrstenivåoppgåvetypekategoriar som er identifiserte som oppgåvetypar for dei oppgåvene som er uttrykte i dei dømeoppgåvene som denne fyrstenivåteknikkategorien er generert frå, og resultata frå denne delen av lærebokanalysen er presenterte i tabellane 4.5 og 4.6.

Dei to tabellane 4.5 og 4.6 inneheld til saman atten rader som er skilde frå kvarandre med horisontale linjer og som kvar svarer til éin av dei genererte fyrstenivåteknikkategoriane, og lengst til venstre på kvar av desse radene er merkelappen for den av dei atten fyrstenivåteknikkategoriane som rada svarer til nemnt. Kvar av dei atten fyrstenivåteknikkategoriane svarer til éi rad i éin av desse to tabellane og i kvar av tabellane er på kvar rad i den midtre kolonnen under kolonneoverskrifta *kategorinamn: skildring* kategorinamnet og teknikelementschildringa som er utforma for den fyrstenivåteknikkategorien som rada svarer til presentert ved at kategorinamnet er presentert før eit kolon, medan skildringa er presentert etter det same kolonet. I den høgre kolonnen er i kvar av dei to tabellane 4.5 og 4.6 på kvar rad ei liste av merkelappar for fyrstenivåoppgåvetypekategoriar ført inn og for kvar av fyrstenivåteknikkategoriane som er genererte i lærebokanalysen består lista i høgre kolonne i den rada i ein av desse to tabellane som svarer til denne fyrstenivåteknikkategorien av ei opplisting av merkelappane for alle dei fyrstenivåoppgåvetypekategoriane som i lærebokanalysen er identifiserte som oppgåvetypar for oppgåver i dømeoppgåver som denne fyrstenivåteknikkategorien er identifisert for minst eitt teknikelement i. Ettersom eit resultat frå genereringa i lærebokanalysen av fyrstenivåoppgåvetypekategoriar og fyrstenivåteknikkategoriar er at det for kvar fyrstenivåoppgåvetypekategori er slik at nøyaktig dei same fyrstenivåteknikkategoriane er identifiserte for teknikelement i kvar av dei dømeoppgåvene denne fyrstenivåoppgåvetypekategorien er identifisert som oppgåvetype for oppgåva i, kjem det dermed til saman frå dei tre tabellane 4.5, 4.6 og 4.3 fram kva fyrstenivåteknikkategoriar som i lærebokanalysen er identifiserte for teknikelement i kva dømeoppgåver. Frå dei to tabellane 4.5 og 4.6 kjem i tillegg, slik det vil bli kome attende til i neste underdelkapittel, resultat frå lærebokanalysen knytt til logos-blokker fram ved at dei fyrstenivåteknikkategoriane som er presenterte i Tabell 4.5 er dei som er vurderte som tilhøyrande ein teknologisk diskurs som spring utifrå ERM-en utforma i studien, medan dei fyrstenivåteknikkategoriane som er presenterte i Tabell 4.6 er dei som er vurderte som at dei ikkje høyrer til nokon slik teknologisk diskurs.

Tabell 4.5: Resultata frå genereringa i den tematiske kodinga knytt til teknikkar av dei fyrstenivåteknikkategoriene som er vurderte som at dei høyrer til ein teknologisk diskurs som spring utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar som er utforma i studien.

merkelapp	kategorinamn: skildring	fyrstenivå-oppgåvetypar
τ_1	e^x -derivasjonsteknikk: substitusjon av uttrykk på forma $(e^x)'$ med uttrykk på forma e^x , der x er ein variabel	T_1, T_5, T_6
τ_2	e^{kx} -derivasjonsteknikk: substitusjon av uttrykk på forma $(e^{kx})'$ med uttrykk på forma ke^{kx} , der k er eit tal $k \in \mathbb{R}$ og x er ein variabel	T_2, T_3
τ_3	e^{kx} -forteiknsteknikk: teikning av forteiknslinje for eit uttrykk på forma e^{kx} , der k er eit tal $k \in \mathbb{R}$ og x er ein variabel	T_2
τ_4	e -potensteknikk: substitusjon av eit uttrykk på forma a med eit uttrykk på forma $e^{\ln a}$, der $a > 0$ anten er ein variabel eller eit reelt tal	T_3, T_5, T_6
τ_5	eksponentaddisjonsteknikk: substitusjon av uttrykk på forma $e^a \cdot e^b$ med uttrykk på forma e^{a+b} , eller av uttrykk på forma $(e^a)^b$ med uttrykk på forma $e^{b \cdot a}$, der kvart av symbola a og b anten står for ein variabel eller for eit reelt tal	T_3, T_5, T_6
τ_6	a^x -derivasjonsteknikk: substitusjon av uttrykk på forma $(a^x)'$ med uttrykk på forma $a^x \cdot \ln a$, der a er eit tal $a > 0$ og x er ein variabel	T_4
τ_7	ln-teknikk: substitusjon av uttrykk på forma a med uttrykk på forma $\ln e^a$, der a anten er ein variabel eller eit reelt tal $a \in \mathbb{R}$	T_7
τ_8	velje eksponentiell vekst-teknikk: val om å tolke ei utvikling som er skildra i naturleg språk utan at ein type vekst er spesifisert, som eksponentiell vekst	T_8
τ_9	$C(1 + p/100)^t$ -modellteknikk: oppsetjing av ein funksjon f med funksjonsuttrykk på forma $f(t) = C(1 + p/100)^t$ som modell for ein eksponentiell vekst av ein storleik, der variabelen t står for tid etter eit starttidspunkt, parameteren C står for startverdien av storleiken, og parameteren p står for prosenten som svarer til veksten per tidseining	T_8
τ_{10}	Ce^{kt} -modellteknikk: oppsetjing av ein funksjon f med funksjonsuttrykk på forma $f(t) = Ce^{kt}$ som ein eksponentiell modell for ein vekst av ein storleik, der variabelen t står for tid etter eit starttidspunkt, parameteren C står for startverdien av storleiken, og k er ein parameter	T_9

Tabell 4.6: Resultata frå genereringa i den tematiske kodinga knytt til teknikkar av dei fyrstenivåteknikkategoriene som er vurderte som at dei ikkje høyrer til nokon teknologisk diskurs som spring utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar som er utforma i studien.

merke- lapp	kategorinamn: skildring	fyrstenivå- oppgåvetypar
τ_{11}	kjerneregeltknikk: substitusjon av uttrykk på forma $(f(g(x)))'$ med uttrykk på forma $f'(g(x)) \cdot g'(x)$, der f og g er funksjonar, medan x er ein variabel	T_1, T_5, T_6
τ_{12}	polynomderivasjonsteknikk: substitusjon av uttrykk på forma $f'(x)$ med uttrykk på forma $g(x)$, der f og g er funksjonar av x slik at f er ein polynomfunksjon samstundes som at $g = f'$	T_1, T_2, T_7
τ_{13}	produktderivasjonsteknikk: substitusjon av uttrykk på forma $(f(x) \cdot g(x))'$ med uttrykk på forma $f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$, der f og g er funksjonar av ein variabel x	T_2
τ_{14}	forteiknslinjeteknikk: bruk av forteiknslinjer til å resonnerer kring forteiknet til eit produkt av funksjonsuttrykk og til å trekkje slutningar om ekstremalpunkt utifrå forteiknet til den deriverte av ein funksjon	T_2
τ_{15}	fyrstegradspolynomforteiknsteknikk: teikning av forteiknslinje for eit fyrstegradsuttrykk	T_2
τ_{16}	konstantfaktorderivasjonsteknikk: substitusjon av uttrykk på forma $(k \cdot f(x))'$ med uttrykk på forma $k \cdot f'(x)$, der k er ein konstant $k \in \mathbb{R}$ og f er ein funksjon av ein variabel x	T_3, T_4, T_5, T_6
τ_{17}	$\ln x$ -derivasjonsteknikk: substitusjon av uttrykk på forma $(\ln x)'$ med uttrykk på forma $1/x$, der x er ein variabel	T_5, T_6, T_7
τ_{18}	kjend funksjonsverdi-likningsteknikk: oppsetjing av ei likning på forma $C = f(a)$ og løysing av denne med omsyn til ein parameter b , der f er ein funksjon med eit funksjonsuttrykk der parameteren b inngår, medan talet $a \in \mathbb{R}$ er ein argumentverdi og talet $C \in \mathbb{R}$ er den kjende funksjonsverdien for f i a	T_8, T_9

Til grunn for genereringa av fyrstenivåteknikkategoriane som er presenterte i tabellane 4.5 og 4.6 ligg, slik det er kome fram gjennom skildringar i metodekapittelet i denne oppgåva, ei rekkje vurderingar knytt mellom anna til kva slags teknikkelement som forsøksvis er fanga opp i desse kategoriane og til utforming av teknikkelementsildringar med utgangspunkt i sitat frå dømeoppgåver. Utan mål verken om detaljert å gjere greie for korleis desse vurderingane er utførte i samband med kvar av dei atten fyrstenivåteknikkategoriane eller mål om eksplisitt å nemne alle desse fyrstenivåteknikkategoriane vil i det fylgjande eit utval døme knytt til vurderingar gjorde i genereringa av fyrstenivåteknikkategoriar bli presenterte, og føremålet er å tydeleggjere korleis denne genereringa er utført. For presentasjon av dei ulike fyrstenivåteknikkategoriane og resultatane knytt til kvar av dei viser eg til dei tidlegare introduserte tabellane 4.5 og 4.6.

Slik det er kome fram i førre underdelkapittel er fyrstenivåoppgåvetypekategorien T_2 i lærebokanalysen identifisert som oppgåvetype mellom anna for oppgåva i dømeoppgåva R94-dv-c, og i løysingsforslaget som i denne dømeoppgåva er presentert for oppgåva uttrykt i den same dømeoppgåva, inngår – på bakgrunn av føresetnaden $\ll f(x) = (x+1)e^{-x} \gg$ (Erstad et al., 2001, s. 161) mellom anna fylgjande utrekning: $\ll f'(x) = (x+1)' \cdot e^{-x} + (x+1) \cdot (e^{-x})' = 1 \cdot e^{-x} + (x+1) \cdot (-1 \cdot e^{-x}) = e^{-x} - x \cdot e^{-x} - e^{-x} = -x e^{-x} \gg$ (Erstad et al., 2001, s. 161). Dei fyrstenivåteknikkategoriane som i lærebokanalysen er identifiserte for teknikkelement frå denne utrekninga er kategorien τ_2 med kategorinamnet e^{kx} -derivasjonsteknikk og teknikkelementsildringa *substitusjon av uttrykk på forma $(e^{kx})'$ med uttrykk på forma ke^{kx} , der k er eit tal $k \in \mathbb{R}$ og x er ein variabel*, kategorien τ_{12} med kategorinamnet *polynomderivasjonsteknikk* og kategoriskildringa *substitusjon av uttrykk på forma $f'(x)$ med uttrykk på forma $g(x)$, der f og g er funksjonar av x slik at f er ein polynomfunksjon samstundes som at $g = f'$* og kategorien τ_{13} med kategorinamnet *produktderivasjonsteknikk* og teknikkelementsildringa *substitusjon av uttrykk på forma $(f(x) \cdot g(x))'$ med uttrykk på forma $f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$, der f og g er funksjonar av ein variabel x* . Slik teknikkelementsildringane for desse tre kategoriane syner er den sistnemnde av dei generert utifrå overgangen synt i fyrste likskapsteikn i den siterte utrekninga frå dømeoppgåva R94-dv-c, medan kategoriane τ_{12} og τ_2 er genererte frå overgangane synte i andre likskapsteikn med omsyn høvesvis til fyrste faktor i fyrste ledd og andre faktor i andre ledd. På liknande måtar er alle dei atten fyrstenivåteknikkategoriane genererte frå spesifikke delar, sokalla teknikkelement, ved teknikkane nytta i analyserte dømeoppgåver, og på denne måten illustrerer dette dømet på ei utrekning og kva teknikkelement som er genererte som fyrstenivåteknikkategoriar frå henne korleis slike kategoriar i læreplananalysen er genererte også meir generelt. I tillegg illustrerer dette dømet korleis visse teknikkelement medvite ikkje er genererte fyrstenivåteknikkategoriar frå. Som nemnt i metodekapittelet i denne oppgåva er det mellom anna late vere å generere fyrstenivåteknikkategoriar frå teknikkelement som addisjon og multiplikasjon av reelle tal og algebraiske uttrykk, og dette utgjør mangelen på generering frå overgangane synte i dei to siste likskapsteikna i utrekninga sitert ovanfor av fyrstenivåteknikkategoriar eit døme på.

I tillegg til dei nemnde illustrasjonane den siterte utrekninga frå dømeoppgåva R94-dv-c saman med det faktum at kategoriane τ_2 , τ_{12} og τ_{13} utgjør alle fyrstenivåteknikkategoriane som er genererte med utgangspunkt i henne gjev både av

genereringa av slike kategoriar generelt og av mangelen på generering av slike kategoriar for visse slag teknikkelement, utgjer genereringa av kvar av desse tre kategoriane frå denne utrekninga eit døme på eit aspekt ved metoden for genereringa av fyrstenivåteknikkategoriar som eksplisitt er nemnt i metodekapittelet i denne oppgåva. Genereringa av fyrstenivåteknikkategorien e^{kx} -derivasjonsteknikk frå denne utrekninga er nemleg gjort på bakgrunn av at fyrstenivåteknikkategoriar, slik det er kome fram i metodekapittelet i denne oppgåva, forsøksvis er genererte for alle teknikkelement i dei analyserte dømeoppgåvene som er vurderte som tilhøyrande ein teknologisk diskurs som spring utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar som er utforma i studien, og som valet om å presentere denne kategorien τ_2 i Tabell 4.5 i staden for i Tabell 4.6 reflekterer, er denne fyrstenivåteknikkategorien – slik det vil bli kome attende til i neste underdelkapittel – vurdert som at han høyrer til ein slik teknologisk diskurs.

Vidare er fyrstenivåteknikkategorien *polynomderivasjonsteknikk* med utgangspunkt i genereringa av kategorien τ_2 frå den nemnde utrekninga frå dømeoppgåva R94-dv-c, generert frå den same utrekninga fordi teknikkelementet han er generert frå er vurdert som at det i denne utrekninga for ein annan type funksjonar enn eksponentialfunksjonar svarer til teknikkelementet kategorien τ_2 er generert frå. Bakgrunnen for denne genereringa av kategorien τ_{12} er målet som i metodekapittelet eksplisitt er uttrykt om i fyrstenivåkategoriseringa å fange opp alle teknikkelement som for andre typar funksjonar enn eksponentialfunksjonar kan seiast å svare til teknikkelement som høyrer til ein teknologisk diskurs som spring utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar. Eit anna mål som er uttrykt der er eit mål om i den same kategoriseringa i tillegg å fange opp alle teknikkelement som kan seiast å vere overordna eit teknikkelement som kan grunnjvest utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar, og på bakgrunn av at teknikkelementet fyrstenivåteknikkategorien *produktderivasjonsteknikk* er generert frå er vurdert som at det i den siterte utrekninga frå dømeoppgåva R94-dv-c er overordna teknikkelementet som kategorien τ_2 er generert frå samstundes som at kategorien τ_2 er vurdert som at han kan grunnjvest utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar, er det dette målet som er utgangspunktet for at fyrstenivåkategorien τ_{13} er generert frå denne utrekninga.

Enno eit mål som i metodekapittelet er uttrykt for kva slags teknikkelement fyrstenivåteknikkategoriseringa skal fange opp inneber at teknikkelement som kan seiast å vere sentrale for å få utført oppgåver av dei typane som fyrstenivåoppgåvetypane for oppgåvene i dømeoppgåvene dei er nytta i løysingsforslag i svarer til, forsøksvis er fanga opp i denne kategoriseringa. Eit døme på ein fyrstenivåteknikkategori som er generert med dette som utgangspunkt er kategorien τ_{18} som er gjeven kategorinamnet *kjend funksjonsverdi-likningsteknikk*. Han er mellom anna identifisert med utgangspunkt i eit teknikkelement nytta i dømeoppgåva R94-ev-a, og fyrstenivåoppgåvetypekategorien som er identifisert som oppgåvetype for oppgåva i denne dømeoppgåva er kategorien T_8 som er gjeven oppgåvetypeskildringa *i ein kontekst frå verda, å avgjere kor stor ein vekst av ein storleik har vore per tidseining, når fylgjande opplysningar er gjevne: startverdien for storleiken og ein verdi for storleiken etter ei viss tid*. Slik denne oppgåvetypeskildringa reflekterer er det å avgjere eller talfeste storleiken på den aktuelle veksten sentralt for å få utført oppgåver av denne typen, og det er med utgangspunkt i dette at fyrstenivåteknikkategorien

τ_{18} er generert frå det teknikelementet nytta i dømeoppgåva R94-ev-a som han er generert frå. Gjennom dette teknikelementet kan nemleg – slik det kjem fram frå teknikelementschildringa *oppsettning av ei likning på forma $C = f(a)$ og løysing av denne med omsyn til ein parameter b , der f er ein funksjon med eit funksjonsuttrykk der parameteren b inngår, medan talet $a \in \mathbb{R}$ er ein argumentverdi og talet $C \in \mathbb{R}$ er den kjende funksjonsverdien for f i a* for kategorien τ_{18} – ein parameter fastsettast, og i bruken av dette teknikelementet i dømeoppgåva R94-ev-a er det nettopp storleiken på den aktuelle veksten som denne parameteren svarer til. Altså er bruken av dette teknikelementet i løysingsforslaget i denne dømeoppgåva sentral for å få utført oppgåva i dømeoppgåva fordi fastsettning av slik vekst som nemnt over er sentralt for å få utført oppgåver av den aktuelle typen, og difor er ein fyrstenivåteknikkategori – i tråd med det nemnde målet uttrykt i metodekapittelet – generert for dette teknikelementet.

I tråd med skildringar i metodekapittelet i denne oppgåva er det som del av den tematiske kodinga som i lærebokanalysen er utført knytt til teknikkar, i tillegg til generering av fyrstenivåteknikkategoriar generert fem andrenivåteknikkategoriar som fyrstenivåteknikkategoriene er organiserte i, og resultata både frå genereringa av andrenivåteknikkategoriar og frå organiseringa av fyrstenivåteknikkategoriene i dei genererte andrenivåteknikkategoriene er framstilte i Tabell 4.7. Der er dei fem andrenivåteknikkategoriene i venstre kolonne presenterte på kvar si rad som er skild frå dei andre radene ved hjelp av horisontale linjer, og på denne måten svarer kvar av andrenivåteknikkategoriene til éi rad i denne tabellen. Vidare er tabellen utforma slik at dei tre kolonnane til høgre for venstre kolonne i tabellen svarer til kvart sitt av dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20, og i kvar celle i tabellen som er plassert i ein kolonne som svarer til eit læreplanverk og ei rad som svarer til ein andrenivåteknikkategori er merkelappane for kvar av dei fyrstenivåteknikkategoriene som tilfredsstillar fylgjande krav lista opp: fyrstenivåteknikkategorien er organisert under den aktuelle andrenivåteknikkategorien, og i tillegg er fyrstenivåteknikkategorien identifisert for minst eitt teknikelement nytta i minst éi av dei dømeoppgåvene som i lærebokanalysen er analyserte frå det aktuelle læreplanverket. Ettersom det – som tidlegare nemnt – er slik at frå teknikelement i kvar dømeoppgåve som inngår i eit par av dømeoppgåver som inneheld oppgåver som er underordna same fyrstenivåoppgåvetypekategori, er nøyaktig dei same fyrstenivåteknikkategoriene som dei fyrstenivåteknikkategoriene som er identifiserte frå teknikelement i den andre dømeoppgåva i det aktuelle paret identifiserte, er dette ekvivalent med at Tabell 4.7 er bygd opp slik at kvar celle som svarer til éin andrenivåteknikkategori og eitt læreplanverk inneheld alle fyrstenivåteknikkategorimerkelappane som anten i Tabell 4.5 eller i Tabell 4.6 er plasserte i same rad som minst éin av dei fyrstenivåoppgåvetypemerkelappane som i Tabell 4.4 er plassert i kolonnen for det aktuelle læreplanverket. På denne måten er i kvar rad i Tabell 4.7 merkelappane for alle dei fyrstenivåteknikkelementa som er organiserte under den andrenivåteknikkategorien som rada svarer til lista opp, og i tillegg syner tabellen for kvar andrenivåteknikkategori korleis dei teknikkelementa som er organiserte under denne andrenivåteknikkategorien er fordelt mellom analyserte dømeoppgåver frå lærebøker utforma utifrå ulike læreplanverk. I kvar celle i tabellen som er plassert i ei rad som svarer til ein andrenivåteknikkategori som ingen av dei fyrstenivåteknikkategoriene som er identifiserte for teknikelement nytta i minst éi analysert dømeoppgåve frå ei

lærebok utforma etter det læreplanverket kolonnen cella er plassert i svarer til, er organiserte under, er ein tankestrek sett inn.

Tabell 4.7: Resultata frå organiseringa i den tematiske kodinga knytt til teknikkar, av fyrstenivåteknikkategoriene i andrenivåteknikkategoriar.

andrenivåkategori	R94	LK06	LK20
derivasjonsteknikk	$\tau_1, \tau_2, \tau_6, \tau_{11},$ $\tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{16}, \tau_{17}$	$\tau_1, \tau_2, \tau_6, \tau_{11},$ $\tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{16}, \tau_{17}$	τ_{12}, τ_{17}
forteiknsanalyseteknikk	$\tau_3, \tau_{14}, \tau_{15}$	$\tau_3, \tau_{14}, \tau_{15}$	–
manipulasjonsteknikk	τ_4, τ_5	τ_4, τ_5	τ_7
modelleringsteknikk	τ_8, τ_9	–	τ_{10}
parameterfastsetjingsteknikk	τ_{18}	–	τ_{18}

Slik Tabell 4.7 syner er det kategoriene *derivasjonsteknikk*, *forteiknsanalyseteknikk*, *manipulasjonsteknikk*, *modelleringsteknikk* og *paramterefastsetjingsteknikk* som er dei fem andrenivåteknikkategoriene som er genererte i den tematiske kodinga knytt til teknikkar, og kvar av desse andrenivåkategoriene er utforma for organisering av teknikkelement med fellestrekk knytt til kva slags aktivitetar bruk eller utføring av desse teknikkelementa består av eller inneber. Til dømes er den fyrstnemnde kategorien *derivasjonsteknikk*, slik det kjem fram frå teknikkelementschildringane i tabellane 4.5 og 4.6 for dei fyrstenivåteknikkategoriene som slik Tabell 4.7 syner er underordna denne andrenivåkategorien, utforma slik at det å utføre eit teknikkelement i denne andrenivåkategorien består av å substituere eit symbol for den deriverte av ein funksjon med eit uttrykk for den deriverte av funksjonen, noko som kan forståast som å bruke ein derivasjonsregel. Dette fellestrekket kan mellom anna eksemplifiserast ved hjelp av fyrstenivåteknikkategoriene τ_1 med kategorinamnet *e^x -derivasjonsteknikk* og τ_{16} med kategorinamnet *konstantfaktorderivasjonsteknikk* som begge er underordna andrenivåkategorien *derivasjonsteknikk* og som høvesvis er gjevne teknikkelementschildringa *substitusjon av uttrykk på forma $(e^x)'$ med uttrykk på forma e^x* , der x er ein variabel og teknikkelementschildringa *substitusjon av uttrykk på forma $(k \cdot f(x))'$ med uttrykk på forma $k \cdot f'(x)$* , der k er ein konstant $k \in \mathbb{R}$ og f er ein funksjon av ein variabel x .

I motsetnad til andrenivåteknikkategorien *derivasjonsteknikk* er ikkje andrenivåteknikkategorien *forteiknsanalyseteknikk* utforma som ein samlekategori for teknikkelement som kan forståast som bruk av derivasjonsreglar gjennom substitusjon av uttrykk, men som ein samlekategori for teknikkelement som er knytte til kartlegging av forteiknet til uttrykk. Han er, slik teknikkelementschildringane i tabellane 4.5 og 4.6 for dei fyrstenivåteknikkategoriene som i fylgje Tabell 4.7 er underordna denne andrenivåkategorien syner, utforma slik at for kvart av teknikkelementa som høyrer til ein fyrstenivåteknikkategori som er underordna andrenivåkategorien *forteiknsanalyseteknikk* så inneber det å utføre dette teknikkelementet å kartleggje forteiknet til eit uttrykk som anten er eit funksjonsuttrykk for ein eksponentialfunksjon, eit produkt av funksjonsuttrykk eller eit fyrstegradsuttrykk. Grunnlaget for denne kategoriseringa kjem mellom anna til uttrykk gjennom fylgjande teknikkelementschildring for kategorien τ_3 som er underordna andrenivåteknikkategorien *forteiknsanalysetek-*

nikk som reflekterer forteiknskartlegging i form av teikning av forteiknslinje: *teikning av forteiknslinje for eit uttrykk på forma e^{kx} , der k er eit tal $k \in \mathbb{R}$ og x er ein variabel*. I tillegg kjem det mellom anna til uttrykk gjennom teknikkelementschildringa bruk av forteiknslinjer til å resonnere kring forteiknet til eit produkt av funksjonsuttrykk og til å trekkje slutningar om ekstremalpunkt utifrå forteiknet til den deriverte av ein funksjon for kategorien τ_{14} som også er underordna denne andrenivåkategorien i form av at denne teknikkelementschildringa reflekterer kartlegging av forteikn både i form av bruk av forteiknslinjer og i form av resonnering kring forteikn ved hjelp av forteiknslinjer.

Dei fyrstenivåteknikkategoriene som er organiserte i andrenivåteknikkategorien *manipulasjonsteknikk* er plasserte der fordi det å utføre ein av dei består av å substituere eit uttrykk som består av tal, variablar, potensar, logaritmar, summer, og/eller produkt med eit anna uttrykk som består av tal, variablar, potensar, logaritmar, summer, og/eller produkt, og slike aktivitetar kan kallast manipulasjon av uttrykk. Dette fellestrekket ved og omtalen av somme av dei teknikkelementa det i lærebokanalysen er generert fyrstenivåteknikkategoriar for er grunnlaget både for genereringa av andrenivåkategorien *manipulasjonsteknikk* og for nemninga for denne kategorien, og til saman syner oversikta i Tabell 4.7 over kva fyrstenivåteknikkategoriar som er underordna denne andrenivåkategorien og teknikkelementschildringane presenterte i Tabell 4.5 for desse fyrstenivåteknikkategoriene kva denne kategoriseringa bygger på. Korleis det nemnde fellestrekket ved teknikkelement i andrenivåkategorien *manipulasjonsteknikk* er forstått kan mellom anna eksemplifiserast gjennom at teknikkelementschildringa *substitusjon av uttrykk på forma $e^a \cdot e^b$ med uttrykk på forma e^{a+b} , eller av uttrykk på forma $(e^a)^b$ med uttrykk på forma $e^{b \cdot a}$, der kvart av symbola a og b anten står for ein variabel eller for eit reelt tal* for fyrstenivåteknikkategorien τ_5 som er organisert i denne andrenivåkategorien er forstått som substitusjon av eit uttrykk som består av tal, variablar, potensar og produkt med eit uttrykk som består av tal, variablar, potensar og summer eller av eit uttrykk som består av tal, variablar og potensar med eit uttrykk som består av tal, variablar, potensar og produkt. Vidare kan denne forståinga også eksemplifiserast ved at fylgjande teknikkelementschildring for ein annan fyrstenivåteknikkategori, nemleg kategorien τ_7 , som også er organisert i andrenivåkategorien *manipulasjonsteknikk* er forstått som substitusjon av eit uttrykk som består av tal eller variablar med eit uttrykk som består av tal, variablar, potensar og logaritmar: *substitusjon av uttrykk på forma a med uttrykk på forma $\ln e^a$, der a anten er ein variabel eller eit reelt tal $a \in \mathbb{R}$* .

Det fellestrekket alle teknikkelementa som svarer til fyrstenivåteknikkategoriar som er kategoriserte i andrenivåteknikkategorien *modelleringsteknikk* er vurderte å ha og som er grunnlaget for genereringa av denne andrenivåkategorien og organiseringa i han av fyrstenivåteknikkategoriar er at det å utføre dei består av å utføre ein aktivitet som kan inngå i det å lage ein matematisk modell for ein vekst skildra i naturleg språk. Eit døme på kva slags teknikkelement som er vurderte å ha dette karaktertrekket kjem fram frå teknikkelementschildringa i Tabell 4.5 av fyrstenivåteknikkategorien τ_8 som er gjeven kategorinamnet *velje eksponentiell vekst-teknikk* og som, slik Tabell 4.7 syner, er organisert i andrenivåteknikkategorien *modelleringsteknikk*. Denne teknikkelementschildringa ser nemleg ut som fylgjer og er vurdert som at ho skildrar ein aktivitet som til dømes kan inngå i det å lage ein eksponentiell modell utifrå

ein vekst som er skildra i naturleg språk utan presisering av at veksten er eksponentiell: *val om å tolke ei utvikling som er skildra i naturleg språk utan at ein type vekst er spesifisert, som eksponentiell vekst*. Utanom fyrstenivåteknikkategorien τ_8 er det, slik Tabell 4.7 syner, dei to fyrstenivåteknikkategoriane τ_9 og τ_{10} som er organiserte i andrenivåkategorien *modellerings-teknikk*, og slik kategorinamna til desse fyrstenivåteknikkategoriane, som høvesvis er $C(1 + p/100)^t$ -*modellteknikk* og Ce^{kt} -*modellteknikk*, peikar mot og teknikelementschildringane deira som er presenterte i Tabell 4.5 detaljert gjer greie for, består desse teknikkategoriane i visse kontekstar av høvesvis å setje opp eksponentielle modellar på forma $f(t) = C(1 + p/100)^t$ og på forma $f(t) = Ce^{kt}$, og dette er også ein sentral del av grunnlaget for at dei er vurderte som at dei kan inngå å å lage matematiske modellar for vekst i visse situasjonar.

I den femte andrenivåteknikkategorien, nemleg kategorien *parameterfastsetjingsteknikk* er fyrstenivåteknikkategorien τ_{18} slik Tabell 4.7 syner den einaste fyrstenivåteknikkategorien som er organisert. I tråd med refereringa tidlegare i dette underdelkapittelet av teknikkementschildringa frå Tabell 4.6 for denne kategorien τ_{18} består utføring av teknikelement i denne kategorien av å fastsetje ein parameter på ein viss måte, og det er dette som er grunnlaget både for genereringa av andrenivåteknikkategorien *parameterfastsetjingsteknikk* og for utforminga av nemninga for denne kategorien.

Frå framstillinga i Tabell 4.7 av resultatata frå den tematiske kodinga som i lærebokanalysen er utført av dømeoppgåver i samband med prakseologidelen teknikkar kjem fleire funn som, i lys av synet på lærebøker som kjelde til empiri for tolkingar av læreplandokument, er interessante som kontekst for utviklinga karakterisert gjennom læreplananalysen i studien av føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, fram. Mellom anna kjem det gjennom fyrste og tredje rad i tabellen fram at av dei teknikelementa som er nytta i dei dømeoppgåvene som i denne studien er valde ut til å bli analyserte på bakgrunn av at dei er knytte til derivasjon og eksponentialfunksjonar, er minst eitt frå den analyserte læreboka tilhøyrande kvart av dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20 vurdert som at utføring av det består av å utføre ein *derivasjonsteknikk*, samstundes som at minst eitt frå den analyserte læreboka tilhøyrande kvart av dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20 er vurdert som at utføring av det består av å utføre ein *manipulasjonsteknikk*. Vidare syner tabellen at berre teknikelement nytta i analyserte dømeoppgåver valde ut på grunnlag av tilknytning til derivasjon og eksponentialfunksjonar frå læreboka utforma etter ein R94-læreplan og læreboka utforma etter ein LK06-læreplan er kategoriserte i kategorien *forteiknsanalyseteknikk* som er ein kategori av teknikelement som det inneber kartlegging av forteikn å utføre. Dessutan syner tabellen at av teknikelementa nytta i kvar dei to dømeoppgåvene R94-ev-a og LK20-ev-a som i denne studien er valde ut til å bli analyserte på bakgrunn av tilknytning til eksponentiell vekst, så er minst eitt kategorisert som at det å utføre det består av å utføre ein *modellerings-teknikk* og minst eitt karakterisert som at det å utføre det består av å utføre ein *parameterfastsetjingsteknikk*. Oppsummert er kvar av andrenivåteknikkategoriane *parameterfastsetjingsteknikk* og *modellerings-teknikk* til stades både i ei analysert dømeoppgåve knytt til R94 og i ei analysert dømeoppgåve knytt til LK20, andrenivåteknikkategorien *forteiknsanalyseteknikk* ikkje til stades i noka

analysert dømepgøve knytt til LK20, men bode i ei analysert dømepgøve knytt til LK06 og ei analysert dømepgøve knytt til R94, og andrenivåkategoriane *manipulasjonsteknikk* og *derivasjonsteknikk* til stades i analyserte dømepgøver frå alle dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20.

4.3.3 Analyse knytt til logos-blokker

I den delen av analysen av dømepgøver som i denne studien er utført i samband med logos-blokka i prakseologiar er det, slik det er kome fram i skildringar i metodetokapittelet i denne oppgøva, generert seks teknologikategoriar med merkelappar på forma θ_i der $i \in \mathbb{N}$ som kvar svarer til ein teknologisk diskurs som spring utifrå eitt element i den epistemologiske referansmodellen for eksponentialfunksjonar som er utforma i studien og som i tillegg er identifisert som teknologisk diskurs for minst ein av fyrstenivåteknikkategoriane presenterte i førre underdelkapittel. Som tidlegare skildra er det for kvar av fyrstenivåteknikkategoriane gjort ei vurdering av om denne kategorien høyrer til nokon teknologisk diskurs som spring utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar eller ikkje, og dei av desse kategoriane som er vurderte som tilhøyrande ein slik diskurs er dei som er presenterte i Tabell 4.5. Resultata frå genereringa i lærebokanalysen av teknologikategoriar består på bakgrunn av dette av kva teknologikategoriar som er identifiserte som teknologiske diskursar for kva for nokre av dei fyrstenivåteknikkategoriane som er presenterte i Tabell 4.5, samt av kva for eit element frå ERM-en som er identifisert som utgangspunkt for kvar av desse teknologikategoriane. Desse resultata er framstilte i Tabell 4.8. Der er merkelappane for dei seks genererte teknologikategoriane lista opp i venstre kolonne på seks rader som er skilde frå kvarandre med horisontale linjer, og i den midtre kolonnen i tabellen er på kvar rad med ein teknologikategorimerkelapp til venstre i rada det tilhøyrande elementet frå ERM-en for eksponentialfunksjonar lagt fram i fyrstedelkapittel i dette analysekapittelet, formulert. På denne måten syner tabellen kva element frå denne ERM-en kvar av dei seks teknologikategoriane er identifiserte som at dei spring utifrå som teknologiske diskursar. Vidare syner i tillegg Tabell 4.8 kva for nokre av fyrstenivåteknikkategoriane frå Tabell 4.5 kvar av dei seks genererte teknologikategoriane er identifiserte som teknologiske diskursar for ved på kvar rad i tabellen der ein teknologikategorimerkelapp er nemnt i venstre kolonne å liste opp i høgre kolonne alle dei fyrstenivåteknikkategoriane som i lærebokanalysen er organiserte som underordna den teknologiske diskursen som teknologikategorimerkelappen i venstre kolonne på rada svarer til.

Dei vurderingane som ligg til grunn for genereringa av dei seks teknologikategoriane presenterte i Tabell 4.8 er utførte med utgangspunkt mellom anna i tolkingar baserte på ERM-en for eksponentialfunksjonar som er utforma i studien, og for å tydeleggjere kva vurderingar som ligg til grunn for resultata presenterte i den same tabellen vil i det fylgjande aspekt ved vurderingane som er gjorde av korleis desse teknologikategoriane er teknologiske diskursar som kan forklare, grunngje og forståeleggjere kvar av dei fyrstenivåteknikkategoriane som er organiserte under dei bli gjort greie for. Til grunn for genereringa av teknologikategorien θ_1 som teknologisk diskurs for fyrstenivåteknikkategorien τ_1 som er gjeven teknikkelementsildringa *substitu-*

Tabell 4.8: Resultata frå genereringa av teknologikategoriar i analysen knytt til logos-blokker.

merke- lapp	ERM- element	fyrstenivåteknikk- kategoriar
θ_1	$(e^x)' = e^x \forall x \in \mathbb{R}$	τ_1, τ_2, τ_6
θ_2	$e^x > 0 \forall x \in \mathbb{R}$	τ_3
θ_3	$a = e^{\ln a} \forall a > 0 \wedge b = \ln(e^b) \forall b \in \mathbb{R}$	τ_4, τ_6, τ_7
θ_4	$e^x \cdot e^y = e^{x+y} \forall x, y \in \mathbb{R}$	τ_5, τ_6
θ_5	visse typar storleiksutviklingar kan modellerast som eksponentiell vekst	τ_8
θ_6	numeriske eigenskapar ved eksponentiell vekst svarer til parametrar i modellar for eksponentiell vekst	τ_9, τ_{10}

sjon av uttrykk på forma $(e^x)'$ med uttrykk på forma e^x , der x er ein variabel, ligg det direkte høvet til å grunngje denne fyrstenivåteknikkategorien utifrå eigenskapen $(e^x)' = e^x \forall x \in \mathbb{R}$ ved den naturlege eksponentialfunksjonen, samt måten denne eigenskapen er gjort greie for i ERM-en utforma for eksponentialfunksjonar i denne studien. På liknande, men ikkje like direkte måte består grunnlaget for idenfisering av θ_1 også som teknologisk diskurs for fyrstenivåteknikkategoriane τ_2 og τ_6 som, slik det kjem fram frå Tabell 4.5, høvesvis består av substitusjon av uttrykk på forma $(e^{kx})'$ med uttrykk på forma ke^{kx} og av substitusjon av uttrykk på forma $(a^x)'$ med uttrykk på forma $a^x \cdot \ln a$, av høvet til høvesvis å grunngje desse to fyrstenivåteknikkategoriane ved hjelp av ei utrekning på forma

$$\frac{d}{dx}(e^{kx}) = \frac{d}{du}(e^u) \frac{d}{dx}(kx) = \frac{d}{du}(e^u) \cdot k = e^u \cdot k = e^{kx} \cdot k = ke^{kx} \quad (4.12)$$

der $u(x) = kx$ og der ERM-elementet $(e^x)' = e^x \forall x \in \mathbb{R}$ kan nyttast til å grunngje overgangen ved tredje likskpsteikn og ved hjelp av ei utrekning på forma

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}(a^x) &= \frac{d}{dx}((e^{\ln a})^x) = \frac{d}{dx}(e^{x \ln a}) = \frac{d}{du}(e^u) \frac{d}{dx}(x \ln a) = \frac{d}{du}(e^u) \cdot \ln a = \\ &e^u \cdot \ln a = e^{x \ln a} \cdot \ln a = (e^{\ln a})^x \cdot \ln a = a^x \cdot \ln a = a^x \cdot \ln a \end{aligned} \quad (4.13)$$

der $u(x) = x \ln a$ og der ERM-elementet $(e^x)' = e^x \forall x \in \mathbb{R}$ kan nyttast til å grunngje overgangen ved femte likskapsteikn. I tillegg til på denne måten å danne grunnlaget for identifiseringa av θ_6 som teknologisk diskurs for τ_6 dannar utrekninga 4.13 også grunnlaget for identifiseringa av teknologikategoriane θ_3 og θ_4 som høvesvis svarer til ERM-elementa $a = e^{\ln a} \forall a > 0 \wedge b = \ln(e^b) \forall b \in \mathbb{R}$ og $e^x \cdot e^y = e^{x+y} \forall x, y \in \mathbb{R}$, som teknologiske diskursar for fyrstenivåteknikkategorien τ_6 ettersom den fyrstnemnde av desse kan nyttast til å grunngje overgangane ved fyrste likskapsteikn og nest siste

likskapsteikn i denne utrekninga, samstundes som den andre av dei – på bakgrunn av at samanhengen $(e^a)^b = e^{b \cdot a} \forall a, b \in \mathbb{R}$ kan forståleggjerast og grunngevest mellom anna med utgangspunkt i eigenskapen $e^x \cdot e^y = e^{x+y} \forall x, y \in \mathbb{R}$ som er omtalt i ERM-en for eksponentialfunksjonar – kan nyttast som del av grunngeving eller forståleggjing for overgangane ved andre likskapsteikn og tredje siste likskapsteikn i den same utrekninga. Høvet til å grunngeve samanhengen $(e^a)^b = e^{b \cdot a} \forall a, b \in \mathbb{R}$ ved hjelp mellom anna av eigenskapen $e^x \cdot e^y = e^{x+y} \forall x, y \in \mathbb{R}$ som medfører at

$$(e^x)^n = \prod_{i=1}^n e^x = e^{\sum_{i=1}^n x} = e^{nx} \forall (x, n) \in (\mathbb{R}, \mathbb{N}), \quad (4.14)$$

er også grunnlaget for at fyrstenivåteknikkategorien τ_5 som er gjeven fylgjande teknikkelementschildring er organisert under den teknologiske diskursen θ_4 : *substitusjon av uttrykk på forma $e^a \cdot e^b$ med uttrykk på forma e^{a+b} , eller av uttrykk på forma $(e^a)^b$ med uttrykk på forma $e^{b \cdot a}$, der kvart av symbola a og b anten står for ein variabel eller for eit reelt tal*. På liknande måte som at fyrstenivåteknikkategorien τ_6 som skildra over er vurdert som at han kan grunngevest ved hjelp av teknologikategorien θ_3 som spring utifrå ERM-elementet $a = e^{\ln a} \forall a > 0 \wedge b = \ln(e^b) \forall b \in \mathbb{R}$, er i lærebokanalysen også τ_4 som er gjeven teknikkelementschildringa *substitusjon av eit uttrykk på forma a med eit uttrykk på forma $e^{\ln a}$, der $a > 0$ anten er ein variabel eller eit reelt tal* og τ_7 som er gjeven teknikkelementschildringa *substitusjon av uttrykk på forma a med uttrykk på forma $\ln a^e$, der a anten er ein variabel eller eit reelt tal* $a \in \mathbb{R}$ organiserte som tilhøyrande θ_3 fordi dei høvesvis er vurderte å direkte kunne grunngevest utifrå dette ERM-elementet. Vidare er fyrstenivåteknikkategorien τ_3 som er gjeven teknikkelementschildringa *teikning av forteiknslinje for eit uttrykk på forma e^{kx} , der k er eit tal $k \in \mathbb{R}$ og x er ein variabel* organisert under teknologikategorien θ_2 som svarer til ERM-elementet $e^x > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ fordi dette ERM-elementet er vurdert som mogeleg å bruke som grunngeving i teikning av den aktuelle typen forteiknslinjer på bakgrunn av at det, ettersom $a \cdot b \in \mathbb{R} \forall a, b \in \mathbb{R}$, medfører at $e^{kx} > 0 \forall k, x \in \mathbb{R}$.

Vurderingane som ligg til grunn for genereringa av teknologikategoriene θ_5 og θ_6 byggjer på den delen av ERM-en om eksponentialfunksjonar presentert i fyrste delkapittel i dette analysekapittelet som handlar om eksponentiell vekst, og i samband med genereringa av teknologikategorien θ_5 er det spesielt den delen av denne ERM-en som gjev uttrykk for at visse typar utviklingar, slik som vekst med konstant relativ endringsrate og til dømes uavgrensa populasjonsvekst, utgjer eller kan modellerast som eksponentiell vekst som er relevant. Det er nemleg høvet til forklaring og forståleggjing av det teknikkelementet som er nytta i ei analysert dømepågåve og som er kategorisert i fyrstenivåteknikkategorien τ_8 med nemninga *velje eksponentiell vekst-teknikk* og teknikkelementschildringa *val om å tolke ei utvikling som er skildra i naturleg språk utan at ein type vekst er spesifisert, som eksponentiell vekst* ved hjelp av desse aspekta ved ERM-en for eksponentialfunksjonar som er utforma i studien at kategorien θ_5 er generert som teknologikategori, identifisert som teknologisk diskurs for fyrstenivåteknikkategorien τ_8 og knytt til fylgjande ERM-elementformulering: *visse typar storleiksutviklingar kan modellerast som eksponentiell vekst*. Eit anna aspekt ved den delen av ERM-en for eksponentialfunksjonar som er knytt til ekspo-

nentiell vekst er, saman med fyrstenivåteknikkategoriene τ_9 og τ_{10} , grunnlaget for genereringa av teknologikategorien θ_6 . Dette aspektet er i ERM-en i fyrste delkapittel i dette analysekapittelet spesielt kome til uttrykk i samband med ei skildring av korleis visse typar utviklingar kan modellerast ved hjelp av ein funksjon på forma $y(t) = y_0 e^{kt}$, og det er i lærebokanalysen knytt til logos-blokka i prakseologiar oppsummert i fylgjande formulering som er utforma for det ERM-elementet som teknologikategorien θ_6 svarer til: *numeriske eigenskapar ved eksponentiell vekst svarer til parametrar i modellar for eksponentiell vekst*. Dei to fyrstenivåteknikkategoriene τ_9 og τ_{10} er slik både kategorinamna og teknikkelementschildringa *oppsetjing av ein funksjon f med funksjonsuttrykk på forma $f(t) = C(1 + p/100)^t$ som modell for ein eksponentiell vekst av ein storleik, der variabelen t står for tid etter eit starttidspunkt, parameteren C står for startverdien av storleiken, og parameteren p står for prosenten som svarer til veksten per tidseining* og teknikkelementschildringa *oppsetjing av ein funksjon f med funksjonsuttrykk på forma $f(t) = Ce^{kt}$ som ein eksponentiell modell for ein vekst av ein storleik, der variabelen t står for tid etter eit starttidspunkt, parameteren C står for startverdien av storleiken, og k er ein parameter* dei høvesvis er gjevne syner, knytte til modellering i form av funksjonar i to ulike format. Likevel har dei – slik desse teknikkelementschildringane også syner – til felles at det å utføre dei består av å setje opp som modell for ein eksponentiell vekst ein funksjon med eit funksjonsuttrykk som inneheld visse parametrar som står for visse veksteigenskapar, og det er på grunnlag av høvet ERM-en for eksponentialfunksjonar gjennom ERM-elementet som er formulert som tilhøyrande teknologikategorien θ_6 , gjev til forståeggjering og grunngeving av nettopp slike aktivitetar at denne kategorien θ_6 er generert og identifisert som teknologisk diskurs for τ_9 og τ_{10} .

Som skildra i metodekapittelet i denne oppgåva er det i den delen av lærebokanalysen som er knytt til logos-blokka i prakseologiar etter at teknologikategoriar er genererte slik at fyrstenivåteknikkategoriar er organiserte under dei, generert to teorikategoriar som dei genererte teknologikategoriene er organiserte under, og kvar av desse er både gjeven ein merkelapp og eit kategorinamn. Resultata frå denne delen av lærebokanalysen knytt til logos-blokka er framstilte i Tabell 4.9 som er bygd opp med to rader som er skilde frå kvarandre med ei horisontal linje og som kvar svarer til éin av dei to genererte teorikategoriene. Til venstre på kvar av desse radene er merkelappen og kategorinamnet for den teorikategorien rada svarer til førte inn før og etter eit kolon, og i dei tre kolonnane lengst til høgre er på kvar rad til saman alle dei teknologikategoriene som er organiserte under den teorikategorien rada svarer til lista opp. Fordelinga av denne opplistinga på tre kolonnar er bygd opp slik at kvar kolonne svarer til eitt av dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20 og slik at i kvar celle som er plassert på ei rad som svarer til ein teorikategori og i ein kolonne som svarer til eit læreplanverk så er alle dei teknologikategoriene som både er underordna den aktuelle teorikategorien og tilfredsstillar at minst éin av dei fyrstenivåteknikkategoriene som i fylgje Tabell 4.8 er underordna denne teknologikategorien, er identifisert for minst éi analysert dømepoppgåve frå ei læreboka utforma etter det aktuelle læreplanverket, lista opp. Etersom kvart par av dømepoppgåver som inneheld ei oppgåve underordna same fyrstenivåoppgåvetypekategori – som nemnt fleire gonger tidlegare – også har fått dei same fyrstenivåteknikkategoriene identifiserte for seg, så er dette ekvivalent med at Tabell 4.9 for kvar kombinasjon av teorikategori og læreplanverk, listar opp alle dei teknologikategoriene som både er underordna den aktuelle teorikategorien

og tilfredsstillar at minst éin av dei fyrstenivåteknikkategoriene som i fylgje Tabell 4.8 er underordna denne teknologikategorien, i Tabell 4.5 er sett i samanheng med minst éin fyrstenivåoppgåvetypekategori som i fylgje Tabell 4.3 er identifisert for minst éi oppgåve frå det aktuelle læreplanverket. Vidare er Tabell 4.9 utforma slik at i kvar celle som svarer til ein teorikategori og eit læreplanverk som tilfredsstillar at ingen av dei teknologikategoriene som er underordna denne teorikategorien er identifiserte som teknologisk diskurs for ein fyrstenivåteknikkategori som er identifisert for eit teknikelement nytta i ei dømepoppgåve frå ei lærebok utforma etter dette læreplanverket, er ein tankestrek sett inn.

Tabell 4.9: Resultata frå genereringa av teorikategoriar i analysen knytt til logos-blokker saman med ei oversikt over fordelinga av teknologikategoriar mellom læreplanverka R94, LK06 og LK20.

merkelapp: teorikategori	R94	LK06	LK20
Θ_1 : den naturlege eksponentialfunksjonen	$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$	$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$	θ_3
Θ_2 : eksponentiell vekst	θ_5, θ_6	–	θ_6

Slik Tabell 4.9 syner er dei to teorikategoriene Θ_1 og Θ_2 som er genererte i lærebokanalysen i denne studien, høvesvis gjevne kategorinamna *den naturlege eksponentialfunksjonen* og *eksponentiell vekst*, og desse kategorinamna peikar mot to teoretiske idéar som kjem fram i ERM-en for eksponentialfunksjonar som er utforma i denne studien og som er grunnlaget for genereringa av teorikategoriene Θ_1 og Θ_2 fordi dei, utifrå den same ERM-en, er tolka som forståeleggjjerande, genererande, rettferdiggjjerande og kontrollerande for somme av teknologikategoriene som er genererte i lærebokanalysen. Grunnlaget for genereringa av teorikategorien Θ_1 er meir spesifikt at kvar av dei fire teknologikategoriene $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ og θ_4 utifrå ERM-elementa som er formulerte for dei og som alle består av eigenskapar ved den naturlege eksponentialfunksjonen, er vurderte som at dei spring utifrå teori om *den naturlege eksponentialfunksjonen* i den epistemologiske referansemodellen for eksponentialfunksjonar presentert i fyrste delkapittel i dette analysekapitlet. På bakgrunn av dette er teorikategorien Θ_1 generert nettopp som ein teori om *den naturlege eksponentialfunksjonen* som kvar av teknologikategoriene $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ og θ_4 er organiserte under. Teorikategorien Θ_2 er på liknande måte generert med utgangspunkt i at begge dei to teknologikategoriene θ_5 og θ_6 utifrå ERM-elementa som er formulerte for dei og som begge eksplisitt nemner og er knytte til aspekt ved “eksponentiell vekst”, er vurderte som at dei spring utifrå teori om *eksponentiell vekst* som inngår i ERM-en for eksponentialfunksjonar utforma i denne studien. Dette er grunnlaget for at kategorien Θ_2 er generert som ein teori nettopp om *eksponentiell vekst* og for at dei to teknologikategoriene θ_5 og θ_6 er organiserte under han.

Den samla framstillinga i tabellane 4.8 og 4.9 av resultata frå den delen av lærebokanalysen som i denne studien er utført av dømepoppgåver frå lærebøker knytte til tre ulike læreplanverk med omsyn til logos-blokka i prakseologiar, syner fleire aspekt ved kunnskapen formidla i dei aktuelle dømepoppgåvene som er interessant som kontekst for den læreplanutviklinga som er stilt spørsmål ved i problemstillinga for studien. For det fyrste syner Tabell 4.9 at teori om den naturlege eksponentialfunksjonen er til stades som teoretisk diskurs for teknologiske diskursar for

fyrstenivåteknikkategoriar i prakseologiar formidla i dømeoppgåver frå lærebøker utforma etter alle dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20. Saman med Tabell 4.8 syner han meir spesifikt at teknologiske diskursar knytte til at $(e^x)' = e^x \forall x \in \mathbb{R}$, at $e^x > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ og at $e^x \cdot e^y = e^{x+y} \forall x, y \in \mathbb{R}$ berre er til stades i analyserte dømeoppgåver frå lærebøker knytte til R94 og LK06, medan ein teknologisk diskurs knytt til at $a = e^{\ln a} \forall a > 0 \wedge b = \ln(e^b) \forall b \in \mathbb{R}$ inngår i prakseologiar formidla i analyserte dømeoppgåver knytte til alle dei tre læreplanverka. Vidare syner Tabell 4.9 at teori om eksponentiell vekst i prakseologiar er til stades som teoretisk diskurs for teknologiske diskursar for fyrstenivåteknikkategoriar identifiserte for teknikkelement i dømeoppgåver frå lærebøker utforma både etter R94 og etter LK20, og saman med Tabell 4.8 syner han i tillegg det fylgjande. Både for ein prakseologi formidla i ei dømeoppgåve frå ei lærebok utforma etter R94 og for ein prakseologi formidla i ei dømeoppgåve frå ei lærebok utforma etter LK20 er ein teknologisk diskurs knytt til at numeriske eigenskapar ved eksponentiell vekst svarer til parametrar i modellar for eksponentiell vekst identifisert, medan ein teknologisk diskurs knytt til at visse typar storleiksutviklingar kan modellerast som eksponentiell vekst berre er identifisert for ein prakseologi formidla i ei dømeoppgåve frå ei lærebok utforma etter R94, og ikkje frå nokon prakseologi formidla i ei analysert dømeoppgåve frå ei lærebok utforma etter LK20.

Kapittel 5

Diskusjon

Etter at resultatene frå dei undersøkingane som ved hjelp av metodane som er gjort greie for i metodekapittelet i denne oppgåva er lagde fram i førre kapittel, altså i analysekapittelet i oppgåva, vil i dette diskusjonskapittelet både desse resultatene og metodane for undersøkingane som har leidd fram til dei bli diskuterte på ein måte som byggjer både på innleiingskapittelet, teorikapittelet, metodekapittelet og analysekapittelet i oppgåva. Utgangspunktet for diskusjonen kring funn og metodar i studien i dei to fyrste delkapitla i dette diskusjonskapittelet er problemstillinga for studien som spør om korleis visse læreplanar sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar har utvikla seg gjennom overgangane mellom læreplanverka R94, LK06 og LK20 og om korleis kunnskapsinnhald formidla i visse lærebøker kan kontekstualisere denne utviklinga, og diskusjonen i desse to delkapitla knytt til metodar og resultat er ein diskusjon av korleis undersøkingane i studien kan medverke til å gje svar på denne problemstillinga. I det fyrste delkapittelet følgjer ein diskusjon av korleis analysefunna frå dokumentanalysane utførte i studien kan kaste lys over dei spørsmåla som er stilte i problemstillinga for studien, før det i delkapittelet etter følgjer ein diskusjon kring korleis metodane og forskingsdesignet i studien har hatt nytte for å generere resultat med relevans for å kaste lys over desse spørsmåla. Avslutningsvis i kapittelet følgjer eit tredje delkapittel som med mål om å situere denne studien i ein kontekst som femner vidare enn forskning på læreplandokument for matematikkfag i vidaregåande opplæring som del av R94, LK06 og LK20 og lærebøker for matematikkfaget 2MX og R1 utforma etter desse læreplanverka, vil supplere diskusjonen kring analyseresultat og metodar i dei to føregåande delkapitla ved å diskutere relevansen av denne studien med omsyn både til metodar og funn i samband med ulike av dei fem læreplannivåa hjå Engelsen (2015, s. 27–28) som er gjort greie for i teorikapittelet i denne oppgåva. På denne måten vil i dette delkapittelet nytten av studien bli diskutert både med forskingsfeltet læreplanforskning som kontekst og med læreplanarbeid som mellom anna inkluderer undervisning og læring om det matematiske temaet for studien, altså eksponentialfunksjonar, som kontekst slik at nytten av metodane og analysefunna i studien gjennom diskusjonskapittelet til saman vil bli diskutert både med omsyn til problemstillinga og i ein vidare kontekst.

5.1 Analyseresultat og problemstillinga

På bakgrunn av den ATD-baserte forståinga av kunnskap om eksponentialfunksjonar og ein læreplan sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar som er lagt til grunn i denne studien er det – slik presentasjonen i førre kapittel av resultat frå læreplananalysen syner – gjennom den relasjonelle læreplananalysen i denne studien kome fram fleire utviklingstrekk knytt til problemstillinga sitt spørsmål om korleis matematikklæreplanane for vidaregåande opplæring sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar har utvikla seg gjennom overgangane mellom læreplanverka R94, LK06 og LK20. Mellom anna er det kome fram at matematikklæreplanane i R94 inneber føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar som uttrykkjer at elevane skal ha kunnskap om visse objekt som er knytte til eksponentialfunksjonar utan å spesifisere kva slags aktivitetar elevane skal kunne utføre i samband med desse objekta, medan alle føringane i matematikklæreplanar frå LK06 og LK20 for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar både uttrykkjer at elevane skal ha kunnskap om visse objekt som er knytte til eksponentialfunksjonar og spesifiserer kva aktivitetar dei skal kunne utføre i samband med desse objekta. Dette utviklingstrekket kan sjåast i samanheng med det læreplanhistoriske utviklingstrekket nemnt med tilvising til Andreassen og Tiller (2021) i teorikapittelet i denne oppgåva som inneber at R94 i likskap med tidlegare læreplanverk, men til skilnad frå dei seinare læreplanverka LK06 og LK20, er innhaldsorientert i den forstand at det legg vekt på kunnskap i form av innhald i staden for å legge vekt på kva elevane skal kunne gjere med innhaldet.

Eit anna utviklingstrekk knytt til kontrasten mellom R94 og dei to læreplanverka LK06 og LK20 ved matematikklæreplanar sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar som er kome fram i læreplananalysen i denne studien og som kan setjast i samanheng med dette læreplanhistoriske utviklingstrekket, er funnet som inneber at læreplanar frå R94 legg føringar som uttrykkjer at elevar skal ha kunnskap om spesifikke eksponentialfunksjonar, medan verken læreplanar frå LK06 eller læreplanar frå LK20 gjer dette. På denne måten er altså LK06 og LK20 mindre detaljstyrande enn R94 med omsyn til innhaldet i elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar. Eit liknande utviklingstrekk som er knytt til kontrasten mellom dei to læreplanverka R94 og LK06 og læreplanverket LK20 og som også kan forståast som utvikling i retning av mindre detaljstyring, er funnet som inneber at matematikklæreplanar frå dei to fyrste av desse spesifiserer at meir konkrete applikasjonar enn applikasjonar knytte til generelle vekstfenomen og samanhengar skal vere del av elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, medan slike spesifiseringar knytt til konkrete applikasjonar ikkje er del av føringane for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar i matematikklæreplanar frå LK20.

Trass i utviklinga frå R94, via LK06 og til LK20 i retning av mindre detaljstyring skildra ovanfor og frå innhaldsfokuserte til kompetansebaserte læreplanar trekt fram i teorikapittelet i denne oppgåva med tilvising til Andreassen og Tiller (2021) legg både matematikklæreplanane frå LK06 og matematikklæreplanane frå LK20 i likskap med matematikklæreplanane frå R94 føringar som inneber at elevar skal ha kunnskap om eksponentialfunksjonar generelt og om generelle vekstfenomen og samanhengar som er knytte til eksponentialfunksjonar. Desse meir generelle objekta

har med andre ord blitt førte vidare gjennom dei aktuelle læreplanverkoverganga-
ne trass både i at føringar som ikkje spesifiserer aktivitetar, innhaldsfokusering,
føringar som spesifiserer visse eksponentialfunksjonar og føringar som spesifiserer
meir konkrete applikasjonar ikkje har blitt førte vidare på same måte.

Eit anna karaktertrekk ved føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunk-
sjonar som er til stades i læreplanane frå R94 og som har blitt ført vidare både
gjennom overgangen til LK06 og gjennom overgangen til LK20, er spesifisering av
kva aktivitetar elevar skal kunne utføre med objekt som er knytte til eksponential-
funksjonar. Spesielt er føringar som spesifiserer at elevar skal kunne kommunisere
– eller utføre kommunikasjonsaktivitetar – i samband med objekt som er knytte til
eksponentialfunksjonar til stades både i R94, LK06 og LK20. Men føringar om kalk-
ulasjonsaktivitetar, altså utrekningar der eksponentialfunksjonar spelar ei rolle, har
gjennom overgangane frå R94 til LK06 og frå LK06 til LK20 hatt ei anna utvikling
enn føringane om kommunikasjonsaktivitetar. Eit viktig funn frå analysane i denne
studien er at føringar om at ein del av elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjo-
nar skal vere utføring av ei rekkje kalkulasjonsaktivitetar, mellom anna derivasjon,
er lagde i matematikklæreplanane frå R94 og at nøyaktig dei same kalkulasjonsak-
tivetane er uttrykte som del av elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar i
læreplanane frå LK06, medan ingen kalkulasjonsaktivitetar er uttrykte som del av
den kunnskapen elevar skal ha om eksponentialfunksjonar i matematikklæreplanane
frå LK20. Føringar om kalkulasjonsaktivitetar i samband med eksponentialfunksjo-
nar er altså vidareførte frå R94 til LK06, men fjerna frå LK06 til LK20.

Utviklinga av læreplanar sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunk-
sjonar frå R94 til LK06 og vidare til LK20 kan i tillegg, utifrå funn i læreplananaly-
sen i denne studien, karakteriserast ved at føringar som inneber at elevar i samband
med eksponentialfunksjonar skal kunne utføre sokalla studiumsaktivitetar som er
aktivitetar som er friare og i mindre grad lukka og førehandsdefinserte enn kalku-
lasjonsaktivitetar, i likskap med føringar om kommunikasjonsaktivitetar i samband
med eksponentialfunksjonar er lagde av læreplanar frå alle dei tre læreplanverka,
men har fått ein meir dominerande plass i LK20 enn tidlegare. Denne utviklinga
med omsyn til dominans skuldast mellom anna at føringar om kalkulasjonsaktivi-
tetar i elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar er fjerna ved overgangen til
LK20, og ho kan – i lys av skildringa basert på perspektiv presenterte hjå Che-
vallard (2015) i teorikapittelet i denne oppgåva av ein grunntanke i det didaktiske
paradigmet PSV som inneber at for at ein person skal lære noko om eit objekt, til
dømes eksponentialfunksjonar, så må han studere det – forståast som uttrykk for ei
utvikling i retning av paradigmet PSV. I samband med studiumsaktivitetar er eitt
av fleire interessante funn frå læreplananalysen at føringar som inneber at elevar
skal kunne utføre studiumsaktiviteten modellering i situasjonar der eksponential-
funksjonar spelar ei rolle ikkje er til stades i matematikklæreplanane frå R94, men
er innførte som føringar i LK06 og førte vidare i LK20. På bakgrunn av måtane
modellar knytte til eksponentialfunksjonar – slik det mellom anna kan grunnjevast
utifrå ERM-en for eksponentialfunksjonar i denne oppgåva og perspektiv presenterte
i innleiingskapittelet i oppgåva – kan brukast som verktøy for å svare på spørsmål
om fenomen innanfor ulike felt som til dømes biologi og fysikk, kan dette utviklings-
trekket i lys mellom anna av målet for paradigmet som inneber å stille spørsmål til

verda som er nemnt i teorikapittelet i denne oppgåva med tilvising til Chevallard (2015), om at personar som møter spørsmål studerer desse spørsmåla for å kome til verdifulle svar forståast som uttrykk for utvikling i retning av PSV som del av den læreplanutviklinga problemstillinga stiller spørsmål ved, i det minste dersom føringane om modellar blir materialiserte ved at elevar bruker modellar til å svare på spørsmål innanfor ulike felt.

Slik det er kome fram i innleiingskapittelet i denne oppgåva stiller problemstillinga for studien ikkje berre spørsmål ved læreplanutvikling men også ved korleis kunnskapsinnhald om eksponentialfunksjonar formidla i lærebøker for matematikkfaga 2MX og R1 kan kontekstualisere den utviklinga som har funne stad ved overgangane mellom R94, LK06 og LK20 med omsyn til føringar lagde i matematikk læreplanar for vidaregåande opplæring for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar. På bakgrunn av den ATD-baserte kunnskapsforståinga som er lagt til grunn i studien kan kunnskapsinnhald om eksponentialfunksjonar formidla i slike lærebøker kontekstualisere utviklingstrekk ved føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar på fleire måtar, og sentrale funn med omsyn til dette vil bli lagde fram i det fylgjande. Med utveljingsprosessen for analyserte dømepoppgåver og fokuset i denne prosessen på læreplanutviklingstrekk knytt til derivasjon som dømepoppgåve på ein kalkulasjonsaktivitet og til modellering knytt til eksponentiell vekst som dømepoppgåve på ein studiumsaktivitet består desse funna av resultat frå den prakseologiske lærebokanalysen som spesielt er relevante for kontekstualisering av læreplananalysefunna knytt til derivasjon, kalkulasjonsaktivitetar, modellering, studiumsaktivitetar og eksponentiell vekst som er oppsummerte ovanfor som svar på den delen av problemstillinga for studien som stiller spørsmål ved læreplanutvikling.

Som kontekst for at føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar inneber aktiviteten derivasjon både under R94 og under LK06, men ikkje under LK20 er det interessant at lærebokanalysen syner at oppgåvetypar i kategorien derivasjonsoppgåver i likskap med aktiviteten derivasjon er til stades både under R94 og under LK06, men ikkje under LK20, samstundes som at teknikkar i kategorien derivasjonsteknikkar er til stades både under R94, under LK06 og under LK20. Dei delane av lærebøker som er analyserte i denne studien syner altså med omsyn til aspekt ved praksis-blokka i kunnskapsinnhald dei formidlar om eksponentialfunksjonar som tydeleg kan knytast til ein spesifikk kalkulasjonsaktivitet som inngår i læreplanføringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, nemleg derivasjon, at gjennom læreplanverkovergangane frå R94 til LK06 og vidare til LK20 svarer lærebokutviklinga med omsyn til oppgåvetypar til læreplanutviklinga med omsyn til aktiviteten i den forstand at oppgåvetypar knytt til den aktuelle aktiviteten er fjerna frå lærebøker der den aktuelle aktiviteten er fjerna frå læreplanføringane. Samstundes syner dei at lærebokutviklinga med omsyn til teknikkar gjennom dei same læreplanverkovergangane ikkje svarer til læreplanutviklinga knytt til den aktuelle aktiviteten, men at teknikkar knytt til den aktuelle aktiviteten er til stades i ei lærebok også etter at den aktuelle aktiviteten er fjerna frå læreplanføringane.

I samband med praksis-blokker som består av optimeringsoppgåver og forteiknsanalyseteknikkar som på ein noko mindre direkte måte enn praksis-blokker med derivasjonsoppgåver som oppgåvetype og derivasjonsteknikkar som teknikkar kan knytast til kalkulasjonsaktiviteten derivasjon, men som likevel kan forståast som at

dei heng saman med denne aktiviteten ettersom både derivasjon og forteiknsanalyse er viktige verktøy i optimering og slik det mellom anna kjem fram gjennom at dei tre teknikelementa i kategorien forteiknsanalyseteknikk berre er nytta i samband med den einaste fyrstenivåoppgåvetypen som er kategorisert som optimeringsoppgåve, syner lærebokanalysen i denne studien i motsetnad til i samband med praksis-blokker der derivasjonsoppgåver og derivasjonsteknikkar inngår, ei lærebokutvikling som svarer til læreplanutviklinga; I likskap med derivasjon som aktivitet i læreplanføringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar er både optimeringsoppgåver og forteiknsanalyseteknikkar i dømeoppgåver til stades under R94 og under LK06, men ikkje under LK20. Eit funn frå lærebokanalysen som i mindre grad enn funnet om derivasjonsoppgåver og optimeringsoppgåver som oppgåvetypar kan knytast til eit spesifikt læreplanutviklingstrekk identifisert i læreplananalysen i denne studien, anten knytt til ein aktivitet eller knytt til eit objekt, er funnet som inneber at utleiingsoppgåver er til stades i analyserte lærebokoppgåver både frå R94, frå LK06 og LK20. Likevel kan dette funnet utifrå det teoretiske rammeverket for studien forståast som eit uttrykk for den menneskelege tendensen til å spørje om kvifor som det i teorikapitlet i denne oppgåva er gjort greie for at Chevallard (2019) uttrykkjer, set i samanheng med forståing av kvifor ein teknikk strekkjer til for å løyse ei oppgåve av ein viss type og nyttar som utgangspunkt for utvikling innanfor ATD av teorien om logos-blokker for praksis-blokker.

Eit lærebokanalysefunn som i samband med logos-blokka ved prakseologiar er relevant som kontekst spesielt for det læreplanutviklingstrekket som inneber at både R94-læreplanane og LK06-læreplanane uttrykkjer at det i elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar skal inngå både kalkulasjonsaktivitetar generelt og derivasjon spesielt, medan LK20-læreplanane verken uttrykkjer at derivasjon eller nokon andre kalkulasjonsaktivitetar skal innngå i elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, er det funnet frå lærebokanalysen som inneber at teknologiske diskursar spring utifrå ERM-elementa $(e^x)' = e^x \forall x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ og $e^x \cdot e^y = e^{x+y} \forall x, y \in \mathbb{R}$ er del av prakseologiar formidla i lærebøker frå R94 og frå LK06, men ikkje frå LK20. Utviklinga gjennom overgangane mellom dei tre aktuelle læreplanverka samsvarer altså for desse tre teknologiske diskursane og ERM-elementa dei er knytte til med utviklinga i læreplanar gjennom dei same læreplanverkovergangane knytt til føringar for kalkulasjonsaktiviteten derivasjon. På denne måten har altså fleire eigenskapar ved den naturlege eksponentialfunksjonen som utgjer sentrale delar av det som utifrå den epistemologiske referansemodellen for eksponentialfunksjonar som er utvikla i denne studien kan kallast kunnskap om eksponentialfunksjonar og er knytt til naturen til eksponentialfunksjonar, anten medvite eller umedvite blitt førte vidare i teknologidelen av kunnskapsinnhald formidla i lærebøker for faget 2MX og R1 gjennom overgangen frå R94 til LK06 der derivasjon som aktivitet er blitt ført vidare i læreplanføringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, og anten medvite eller umendvite blitt fjerna frå teknologidelen av kunnskapsinnhald formidla i lærebøker for faget 2MX og R1 gjennom overgangen frå R94 til LK06 der derivasjon som aktivitet er blitt fjerna frå læreplanføringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar. Som kontrast til dette er ein teknologisk diskurs knytt til ERM-elementet $a = e^{\ln a} \forall a > 0 \wedge b = \ln(e^b) \forall b \in \mathbb{R}$ som i tråd med den epistemologiske referansemodellen utforma i studien er nært knytt til ein mogeleg definisjon av den naturlege eksponentialfunksjonen som den inverse funksjonen til

den naturlege logaritmefunksjonen, del av teknologiar i kunnskapsinnhald formidla i dømeoppgåver i lærebøker utforma både utifrå R94, LK06 og LK20.

Læreplanutviklingstrekket knytt til studiumsaktivitetar generelt og modellering spesielt kan i likskap med læreplanutviklingstrekket knytt til kalkulasjonsaktivitetar generelt og derivasjon spesielt kontekstualiserast ved hjelp av lærebokanalysefunn både med omsyn til oppgåvetypar, teknikkar og tekologiske diskursar. På liknande måte som at derivasjonsoppgåver er identifiserte i lærebøker frå nøyaktig dei læreplanverka der derivasjon inngår i matematikklæreplanane sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, er ei modelleringsoppgåve identifisert i analysen av ei lærebok utforma etter LK20 der modellering inngår i matematikklæreplanane sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, medan inga modelleringsoppgåve er identifisert i analysen av ei lærebok utforma etter R94 der modellering ikkje inngår i matematikklæreplanane sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar. Eit samsvar mellom aktivitetar i læreplanføringar og oppgåvetypar i lærebøker er altså funne både i samband med modellering og i samband med derivasjon, og enno eit likskapstrekk mellom analysefunna knytt til desse to aktivitetane er knytt til teknikkar. Lærebokanalysen syner nemleg at modelleringsteknikkar – trass i at modellering inngår som aktivitet i læreplanføringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar i LK20, men ikkje i R94 – på liknande måte som at lærebokanalysen som nemnt syner at derivasjonsteknikkar inngår i dømeoppgåver frå lærebøker utforma etter tre læreplanverk samstundes som at derivasjon som aktivitet berre inngår i føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar i to av desse læreplanverka, er identifiserte for teknikelement både frå ei dømeoppgåve frå ei lærebok utforma etter LK20 og frå ei dømeoppgåve frå ei lærebok utforma etter R94.

Med omsyn til oppgåvetypar syner funna frå lærebokanalysen at den dømeoppgåva frå ei lærebok utforma etter R94 som er vald ut på bakgrunn av læreplananalysefunnet om modellering som nemnt ikkje er ei modelleringsoppgåve, men ei veksteigenskapstalfestingsoppgåve, samt at ikkje noka veksteigenskapstalfestingsoppgåve er identifisert frå den analyserte læreboka utforma etter LK20, og dette er interessant som kontekst spesielt for lærebokutviklinga knytt til modellering og studiumsaktivitetar mellom anna i lys av at det som skildra over er mogeleg å forstå den auka dominansen i LK20 av slike aktivitetar som uttrykk for ei utvikling i retning av paradigmet PSV. Dersom ein forstår perspektiva frå Chevallard (2015) knytt til eit paradigmeskifte frå PVV til PSV presenterte i teorikapittelet i denne oppgåva slik at matematiske objekt som til dømes eksponentialfunksjonar – med mål om at elevar ikkje skal oppleve slike objekt som meningslause eller vanskelege å forstå nytten av eller poenget med – i PSV i motsetnad til i PVV blir del av dei objekta elevar har kunnskap om fordi elevar studerer eller utfører aktivitetar for å finne svar på spørsmål ikkje om matematikk, men om verda meir generelt, kan nemleg dette utviklingstrekket forståast som utvikling i motsett retning av retninga mot PSV dersom ein forstår oppgåver som er løyste når eigenskapen ved ein vekst i ein kontekst frå verda er fastsett som spørsmål om verda, medan oppgåver som er løyste når ein modell er laga kan forståast som spørsmål om matematikk i større grad enn om verda generelt.

Eit anna utviklingstrekk som er kome til syne i lærebokanalysen i studien som der-

som ein legg denne forståinga av perspektiva til Chevallard (2015) som er presenterte i teorikapittelet i denne oppgåva til grunn, kan forståast som utvikling ikkje i retning av PSV, men i motsett retning, er utviklingstrekket knytt til logos-blokka i prakseologiar formidla i lærebøker som inneber at ein teknologisk diskurs som er knytt til at visse typar storleiksutviklingar kan modellerast som eksponentiell vekst er identifisert for ein prakseologi i ei dømeoppgåve frå ei lærebok utforma etter R94, medan ikkje nokon teknologisk diskurs som er knytt til dette er identifisert for prakseologiar i dømeoppgåver i den analyserte læreboka utforma etter LK20. Dette kan forståast som utvikling i motsett retning av mot PSV dersom ein tek utgangspunkt i at kunnskap som gjer elevar i stand til å vurdere i kva situasjonar eksponentielle modellar kan brukast er ein viktig del av kunnskap om eksponentialfunksjonar dersom føremålet med denne kunnskapen skal vere å finne verdifulle svar på spørsmål til verda. Vidare er eit anna lærebokanalysefunn knytt til logos-blokka i prakseologiar som er interessant som kontekst for læreplanutviklingstrekket knytt til modellering og studiumsaktivitetar funnet som trass i at modellering som aktivitet er del av læreplanar sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar under LK20, men ikkje under R94, inneber at både i ei dømeoppgåve frå ei lærebok utforma etter R94 og i ei dømeoppgåve frå ei lærebok utforma etter LK20 er ein teknologisk diskurs som er knytt til at numeriske eigenskapar ved eksponentiell vekst svarer til parametrar i modellar for eksponentiell vekst identifisert.

I likskap med lærebokanalysefunna knytt til teknologiar er også lærebokanalysefunna knytte til teoriar interessante som kontekst for læreplanutviklingstrekk knytte til derivasjon som kalkulasjonsaktivitet og modellering som studiumsaktivitet. Trass i at berre læreplanføringane frå R94 for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, og verken dei tilsvarande føringane frå LK06 eller frå LK20, eksplisitt presiserer at spesifikke eksponentialfunksjonar inkludert den naturlege eksponentialfunksjonen skal inngå som eitt av dei objekta elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar er kunnskap om, syner nemleg desse mellom anna at teori om den naturlege eksponentialfunksjonen er del av prakseologiar i dømeoppgåver frå lærebøker utforma etter alle dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20. Ein måte å forstå dette funnet byggjer på at den epistemologiske referansmodellen utforma i denne studien syner at kunnskap om den naturlege eksponentialfunksjonen har ein viktig plass i kunnskapen om eksponentialfunksjonar generelt, samt på at eksponentialfunksjonar generelt, slik lærebokanalysen syner, inngår som objekt læreplanføringar presiserer at elevar skal ha kunnskap om både i R94, LK06 og LK20.

Vidare er eit anna av lærebokanalysefunna knytt til teori interessant som kontekst for det utviklingstrekket ved læreplanføringar som inneber at generelle vekstfenomen og samanhengar inkludert eksponentiell vekst i føringane i matematikklæreplanane både frå R94, LK06 og LK20 er presisert som eit objekt elevar skal ha kunnskap om som del av kunnskapen deira om eksponentialfunksjonar. Dette lærebokanalysefunnet syner nemleg at teori om eksponentiell vekst er til stades i prakseologiar i dømeoppgåver frå lærebøker utforma både etter R94 og etter LK20 – altså i begge dei dømeoppgåvene som er valde ut til å bli analyserte på bakgrunn av læreplanfunn om modellering og eksponentiell vekst – og på denne måten samsvarer altså utviklinga i prakseologiar formidla i lærebøker med utviklinga i læreplanar, noko som står i motsetnad til funnet nemnt over som inneber at teori om den naturlege eksponen-

tialfunksjonen har blitt verande i prakseologiar formidla i lærebøker også etter at den naturlege eksponentialfunksjonen ikkje lenger eksplisitt er nemnd i læreplanar sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar.

I tråd med at lærebokanalysen i denne studien berre er utført som ein analyse av eit avgrensa utval lærebøker frå faget 2MX og R1 og som ein analyse av avgrensa delar av dei utvalde lærebøkene er det, i lys av problemstillinga for studien og på bakgrunn av funna presenterte ovanfor om korleis resultat frå lærebokanalysen kan kontekstualisere den læreplanutviklinga problemstillinga stiller spørsmål om, mellom anna interessant å stille fylgjande spørsmål. Kan det samsvaret og det manglande samsvaret som er identifisert mellom utviklinga knytt til aktiviteten derivasjon i læreplanføringar og utviklinga knytt til oppgåvetypar og teknikkar, samt logos-blokker for desse praksis-blokkene, som har samband med denne aktiviteten generaliserast til samsvar og manglande samsvar mellom kalkulasjonsaktivitetar generelt og prakseologiar som kan knytast til dei? Vidare er det med tanke på problemstillinga interessant å stille spørsmål ved om funna frå lærebokanalysen knytt til eksponentiell vekst er representative for utvikling med omsyn til handsaminga i lærebøker av eksponentiell vekst når studiumsaktiviteten modellering i samband med eksponentiell vekst blir innført i læreplanar som lærebøkene er utforma etter. Dessutan er det, på bakgrunn av funna som inneber samsvar mellom oppgåvetypar i lærebøker og aktivitetane derivasjon og modellering i læreplanar og mangel på tilsvarende samsvar mellom teknikkar i lærebøker og aktivitetane derivasjon og modellering i læreplanar, interessant å stille spørsmål ved om oppgåvetypar i prakseologiar i lærebøker generelt utviklar seg meir likt aktivitetar i læreplanar enn teknikkar i prakseologiar i lærebøker gjer.

5.2 Metodar og problemstillinga

Som eit supplement til delkapittelet om refleksjon kring metodar i metodekapittelet i denne oppgåva vil i dette delkapittelet eit utval aspekt ved dei metodane som er nytta i studien bli kommenterte med omsyn til nytten deira eller utfordringar ved dei med tanke på å generere resultat med relevans for å svare på problemstillinga for studien. Dei metodane som i studien er nytta for å generere resultat som er relevante for å gje svar på spørsmålet stilt i problemstillinga om utvikling knytt til visse føringar i visse læreplanar har, slik det er kome fram i analysekapittelet og i førre delkapittel i diskusjonskapittelet, resultert i funn som kan nyttast til å karakterisere den aktuelle utviklinga. Ein sentral del av bakgrunnen for dette er at alle dei læreplanane som det i studien er oppnådd kjennskap til at har vore gjeldande som matematikklæreplanar under læreplanverka R94, LK06 og LK20 er analyserte i studien, og difor er spørsmål knytt til om funna frå læreplananalysen kan generaliserast irrelevante med tanke på problemstillinga. Likevel er spørsmål om funna frå analysen kan genererast på ny i vidare forskning som nemnt i metodekapittelet interessante med tanke på i kva grad funna frå denne analysen er til å lite på.

Som tidlegare nemnt er ei utfordring med den tematiske kodinga nytta i læreplananalysen at denne metoden medfører at noko innhald formidla i dei analyserte do-

kumenta går tapt, samstundes som at ein styrke med denne metoden er at han er nyttig for å oppsummere viktige aspekt ved det som er formidla i dei analyserte dokumenta. Det teoretiske rammeverket for studien og spesielt bruken av teori om relasjonar, objekt, aktivitetar, personar og institusjonar har i analysen av læreplanar som, slik det er kome fram i teorikapittelet, er målstyrte på den måten at elevane er subjekt i målformuleringane, synt seg nyttig som eit verktøy mellom anna for å sikre at dei aspekta ved innhaldet i dei analyserte læreplanane som er fanga opp i den tematiske kodinga er relevante for den utviklinga som problemstillinga med tanke på læreplanar stiller spørsmål om, nemleg utvikling knytt til føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar. Likevel har mykje potensielt interessant innhald frå dei analyserte dokumenta blitt utelate spesielt i den tematiske kodinga av formuleringar frå den innleiande læreplananalysen der berre objekt og aktivitetar vart fokuserte på. På bakgrunn av dette består ei mogeleg betring, med tanke på å kunne generere resultat med relevans for den delen av problemstillinga som er knytt til læreplanar, av metoden for læreplananalysen av ei utvikling av denne metoden slik at han i tillegg til å karakterisere objekt og aktivitetar karakteriserer kva læreplanføringane uttrykkjer om infrastruktur – ein teoretisk konstruksjon innanfor ATD som slik det er kome fram i teorikakittelet i denne oppgåva er knytt til verktøy som skal til for at oppgåvetypar skal setjast ut i livet. Ved ei slik vidareutvikling kan det bli mogeleg i tillegg til å fange opp sentrale objekt og hovudaktivitetar i føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, å fange opp også presiseringar til dømes i form av at digitale hjelpemiddel skal brukast eller at spesifikke matematiske operasjonar skal inngå, av korleis hovudaktivitetane skal utførast.

Eitt av områda der det teoretiske rammeverket har synt seg nyttig er genereringa i den innleiande læreplananalysen av formuleringar med relevans for læreplanane sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, og i denne delen av læreplananalysen har også bruken av ein epistemologisk referansemodell for eksponentialfunksjonar synt seg som eit nyttig verktøy for å generere resultat med relevans for problemstillinga i studien. Trass i ulik oppbygging av læreplanane frå dei ulike læreplanverka med omsyn mellom anna til grunnleggjande ferdigheiter, kjerneelement og tverrfaglege tema som i tråd med skildringar i teorikapittelet i denne oppgåva er del av somme av dei analyserte læreplanane, men ikkje alle, har metoden for den innleiande læreplananalysen som kombinerer det teoretiske rammeverket med ERM-en generert det som er vurdert som relevante formuleringar frå læreplanar frå alle læreplanverka og medverka til transparens mellom anna utifrå at berre applikasjonar som er nemnde eksplisitt i ERM-en er vurderte som relevante. Som skildra i metodekapittelet har den innleiande læreplananalysen også vore nyttig som del av utforminga av ERM-en i studien, trass i ein del utfordringar som oppstod i vekselverknaden mellom utforminga av ERM-en for eksponentialfunksjonar og utføringa av den innleiande læreplananalysen. Viktige utfordringar i denne vekselverknaden er knytte til vurderingar som er gjorde med omsyn til om aktivitetar som til dømes løysing av differensiallikningar generelt og undersøking knytt til binomiske fordelingar og sannsynsmodellar skulle nemnast som applikasjonar i ERM-en for eksponentialfunksjonar. På grunn av avgrensa tid i dette prosjektet mellom anna til litteratursøk som grunnlag for desse vurderingane er mi vurdering at ERM-en for eksponentialfunksjonar utforma i denne studien klart må sjåast som ufullstendig og ikkje ferdig utvikla, noko som er i tråd med perspektiv på epistemologiske refe-

ransemodellar presenterte hjå Chevallard (2014) som er nemnde i metodekapittelet i denne oppgåva. Som ei vidareutvikling av metodane nytta i denne studien vil eg, på bakgrunn av dette, foreslå vidareutvikling spesielt av ERM-en for eksponentialfunksjonar både generelt og spesielt knytt til applikasjonar mellom anna i samband med differensiallikningar og sannsynsfordelingar.

Slik det er kome fram i førre delkapittel er det gjennom metodane nytta i lærebokanalysen i studien generert resultat som karakteriserer kunnskapsinnhald om eksponentialfunksjonar formidla i lærebøker for matematikkfaga 2MX og R1 på ein slik måte at dette kunnskapsinnhaldet kan nyttast til å kontekstualisere utviklinga av matematikklæreplanar sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar gjennom læreplanverkovertgangane mellom R94, LK06 og LK20. På denne måten har lærebokanalysen i denne studien som tillegg til læreplananalysen vore nyttig med tanke på å medverke til svar på problemstillinga for studien. Ein viktig del av bakgrunnen for dette er utforminga av lærebokanalysen som ein prakseologisk analyse som karakteriserer kunnskapsinnhald ved å karakterisere prakseologiar, og slik det for den prakseologiske analysen hjå González-Martín et al. (2013), som nemnt i teorikapittelet i denne oppgåva, kan konkluderast med at bruk av ATD-teori generelt og teori om prakseologiar spesielt har vore nyttig for analyse mellom anna av innhald i lærebøker, kan det også for studien skildra i denne oppgåva konkluderast med at ATD som teoretisk rammeverk og teori om prakseologiar som verktøy for lærebokanalysen har vore nyttig for analyse av kunnskapsinnhald formidla i lærebøker.

På liknande måte som det for den prakseologiske analysen presentert hjå Takeuchi og Shinno (2020) som nemnt i teorikapittelet i denne oppgåva kan konkluderast med at større presisjon er oppnådd med omsyn til logos-blokka i prakseologiar enn mellom anna i dei prakseologiske analysane hjå González-Martín et al. (2013) og hjå Wijayanti og Winsløw (2017), kan det vidare for denne studien i tillegg konkluderast med at både praksis-blokker og logos-blokker er karakteriserte med ein viss presisjon slik dette kjem til syne gjennom presentasjonen av resultatata frå lærebokanalysen i analysekapittelet i denne oppgåva. Grunnlaget for at også logos-blokker er blitt karakteriserte er, slik det er kome fram gjennom metodekapittelet og analysekapittelet, bruken som er inspirert av metoden nytta hjå Takeuchi og Shinno (2020), i tolkingar og vurderingar i analysen knytt til logos-blokker av ein epistemologisk referansemodell for det matematiske temaet for studien. Ved å gje høve til karakterisering både av praksis-blokker og logos-blokker i prakseologiar i kunnskapsinnhald formidla i lærebøker har det teoretiske rammeverket saman med bruken av ein epistemologisk referansemodell og valet om å analysere dømeoppgåver der prakseologiar vert formidla, medverka til kontekstualisering i tråd med problemstillinga for studien av utviklingstrekk knytt til læreplanføringar på ein nyansert måte som tek omsyn både til oppgåvetypar, teknikkar, teknologiske diskursar og teoretiske diskursar. Samstundes utgjer bruken i metoden for lærebokanalysen av ein epistemologisk referansemodell for eksponentialfunksjonar også, med utgangspunkt i perspektiva frå Chevallard (2014) som er nemnde ovanfor, som er lagde fram i teorikapittelet i denne oppgåva og som inneber at ein epistemologisk referansemodell alltid kan utviklast vidare og ikkje kan sjåast som fullstendig eller ferdig utvikla, eit høve til betring av denne metoden gjennom utvikling av denne ERM-en.

Eit anna aspekt ved metoden for studien som gjev potensial for betring med tanke på å kunne generere resultat som kan kaste lys over spørsmålet stilt i problemstillinga for studien om korleis ei viss læreplantutvikling gjennom overgangane mellom R94, LK06 og LK20 kan kontekstualiserast ved hjelp av kunnskapsinnhald om eksponentialfunksjonar formidla i lærebøker for 2MX og R1 er knytt til kva empirisk materiale som er analysert i lærebokanalysen. Slik det er kome fram i metodekapittelet er for det fyrste utvalet av analyserte lærebøker for dette faget svært avgrensa, og for det andre er utvalet av analyserte utdrag frå dei lærebøkene som er gjort til gjenstand for analyse også svært avgrensa. På bakgrunn av dette er ikkje metoden for lærebokanalysen i studien eigna til å generere resultat som kan svare på korleis kunnskapsinnhald i lærebøker for 2MX og R1 generelt kan brukast til å kontekstualisere den læreplanutviklinga som er stilt spørsmål om i problemstillinga. Likevel kan resultatane frå lærebokanalysen nyttast som utgangspunkt for spørsmål kring om dei er representative for lærebøker for 2MX og R1 meir generelt, og med mål om å kunne kontekstualisere den læreplanutviklinga problemstillinga for studien stiller spørsmål om ved hjelp av det kunnskapsinnhaldet som er formidla i lærebøker for 2MX og R1 meir generelt, er utviding av det analyserte datamaterialet til større delar av lærebøker og til fleire lærebøker ei viktig mogeleg vidareutvikling av metoden for lærebokanalysen som er i tråd mellom anna med tilrådingar knytt til repetisjon av funn presenterte i delkapittelet om refleksjon i metodekapittelet i denne oppgåva.

Slik det er kome fram i førre delkapittel i dette analysekapittelet har metodane for lærebokanalysen i denne studien spesielt synt seg nyttige for å gje kontekst knytt til visse delar av funna frå læreplananalysen. Dette kan forståast utifrå metoden for utveljing av dei dømeoppgåvene som er analyserte i lærebokanalysen, og i tillegg legg det grunnlaget for ei mogeleg vidareutvikling av metoden ved, med mål om å generere resultat i form av kontekst som er interessant i høve til fleire aspekt ved læreplanutviklinga enn utvalde aspekt knytt til derivasjon som døme på ein kalkulasjonsaktivitet og modellering som døme på ein studiumsaktivitet, å nytte fleire funn frå læreplananalysen som utgangspunkt for utveljing av dømeoppgåver. Vidare er ei anna mogeleg vidareutvikling av metodane for studien, utifrå at utveljingsprosessen av dømeoppgåver med utgangspunkt i utvalde læreplananalysefunn i denne studien mellom anna byggjer på overskrifter på ein måte som verken er grunngeven teoretisk eller metodologisk, knytt nettopp til prosessen med utveljing av dei dømeoppgåvene som er analyserte i lærebokanalysen. Denne mogelege vidareutviklinga byggjer på erfaringane frå studien med ein epistemologisk referansemodell som nyttig i den innleiande læreplananalysen til identifisering frå eit dokument av formuleringar som er relevante i samband med eksponentialfunksjonar, samt på vidareutviklingshøvet nemnt over for metoden for lærebokanalysen knytt til utviding av datamateriale til heile lærebøker og fleire lærebøker. Ho består av eit forslag om å utvikle metoden for utveljing av dømeoppgåver slik at heile lærebøker som del av denne prosessen vert analyserte på ein slik måte at dømeoppgåver og andre utdrag som formidlar kunnskapsinnhald om eksponentialfunksjonar vert identifiserte og valde ut ved hjelp av ein epistemologisk referansemodell for eksponentialfunksjonar.

5.3 Diskusjon med omsyn til fem læreplannivå

I tillegg til at både funna frå dokumentanalysane i denne studien og metodane som er nytta i studien slik dei to føregåande delkapitla syner, har relevans med omsyn til problemstillinga for denne studien, har dei også relevans både innanfor forskning på læreplanar og lærebøker meir generelt, samt for undervisning og læring om eksponentialfunksjonar. Som skildra i teorikapittelet i denne oppgåva skisserer Engelsen (2015) dei fem læreplannivåa *ideane sin læreplan*, *den formelle læreplanen*, *den oppfatta læreplanen*, *den operasjonaliserte læreplanen* og *den erfarte læreplanen* som saman gjev høve til ei læreplanteoretisk forståing av læreplanomgrepet som i dette delkapittelet vil bli nytta til å diskutere relevansen av funn og metodiske aspekt ved denne studien i ein kontekst som femner vidare enn problemstillinga for studien, mellom anna ved å omtale profesjonsrelevansen av studien for læraryrket.

På bakgrunn av skildringa i teorikapittelet i denne oppgåva av læreplannivået *ideane sin læreplan* som eit læreplannivå knytt til dei idéane som mellom anna i debatt om utdanning og undervisning vert fremja, kan perspektiva på didaktiske paradigme og argumentasjonen for eit paradigmeskifte frå PVV til PSV som med tilvising til Chevallard (2015) er trekt fram i det same kapittelet, forståst som situerte på dette læreplannivået. Men er desse perspektiva og argumenta mellom dei idéane som faktisk får påverknad på utforming av læreplanar, slik det er peika på i skildringa av læreplannivået *ideane sin læreplan* at somme idéar får, eller er dei mellom dei som ikkje får påverknad? Ettersom denne studien er deskriptiv er ingen årsakssamanhengar forsøkt etablerte, men som det er kome fram i fyrste delkapittel i dette diskusjonskapittelet kan resultat frå denne studien knytt til studiumsaktivitetar forståast som teikn på utvikling i retning av paradigmet PSV, samstundes som at resultat knytt til lærebøker si handsaming av studiumsaktiviteten modellering kan forståast som teikn på utvikling i motsett retning. I tillegg til dei utviklingstrekk som med omsyn til paradigmeskiftet frå PVV til PSV er kommenterte tidlegare i dette kapittelet kan til dømes læreplanutviklinga bort frå spesifikke eksponentialfunksjonar og uspesifiserte aktivitetar forståast som ei potensiell utvikling bort frå paradigmet PVV som inneber å vitje verk på ein måte som i fylgje Chevallard (2015) som nemnt i teorikapittelet gjev for lite merksemd mellom anna til nytten til verka. Vidare er eit interessant spørsmål om analysefunnet knytt til fjerning med overgangen til LK20 av kalkulasjonsaktivitetar, funnet som kanskje er det tydelegaste frå den aktivitetsfokuserte læreplananalysen, kan forståast som utvikling i retning av PSV og bort frå PVV. Med dette som utgangspunkt saman med funna som tidlegare i diskusjonskapittelet er knytte til didaktiske paradigme, kan det i vidare forskning til dømes vere interessant å undersøkje om den utviklinga som denne studien har funne med omsyn til både studiumsaktivitetar og kalkulasjonsaktivitetar vil få fylgjer for undervisning og læring i norsk vidaregåande opplæring i matematikk som inneber at elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar i større grad vil bestå av å kunne utførte aktivitetar der eksponentialfunksjonar spelar ei rolle for å finne verdifulle svar på spørsmål om verda. Spesielt saman med funn frå slik forskning kan nemleg også funna frå denne studien ha verdi mellom anna for vurderingar knytt til korleis nye læreplanar kan utformast med utvikling frå PVV til PSV som intensjon.

I tillegg til perspektiv kring didaktiske paradigme kan også perspektiv på lære-

plantenking både hjå Engelsen (2015) og hjå Hovdenak og Stray (2015) som er introduserte i teorikapittelet i denne oppgåva knyttast til læreplannivået *ideane sin læreplan*. Til dei perspektiva som er trekte fram frå Engelsen (2015) i samband med dette høyrer mellom anna idéstrøymingar knytt til reduksjon med overgangen til LK06 av detaljstyring av innhald slik at mellom anna lærebokforfattarane si makt over val av innhald vert styrkt. I lys av dette har funna frå denne studien relevans mellom anna gjennom at dei syner ei vidareføring frå LK06 til LK20 av mindre detaljstyring med omsyn til innhald enn i R94 ved at spesifikke eksponentialfunksjonar verken inngår i dei karakteriserte føringane i LK20 eller i LK06, men inngår i dei karakteriserte føringane i R94. Dessutan har dei relevans ved å syne vidare reduksjon av detaljstyring av innhald frå LK06 til LK20 gjennom funnet som inneber at spesifikke applikasjonar er inkluderte i dei karakteriserte føringane frå både R94 og LK06, men ikkje frå LK20. På bakgrunn av dette kan lærebokforfattarar si makt over innhaldsval forståast som potensielt større under både LK06 og LK20 enn under R94, noko som er interessant i lys mellom anna av at funn frå denne studien som det er uvisst om er representative for lærebøker meir generelt og for fleire matematiske tema enn eksponentialfunksjonar, inneber at utvikling gjennom læreplanverkovergangar med omsyn til oppgåvetypar som tydeleg kan knytast til aktivitetar som inngår i læreplanføringar, i større grad samsvarer med læreplanutviklinga med omsyn til desse aktivitetane enn teknikkar som tydeleg kan knytast til dei.

Som introdusert i innleiingskapittelet i denne oppgåva er læreplananalysen i denne studien utforma som ein analyse av læreplanar på læreplannivået *den formelle læreplanen*. Medverknadene frå denne studien til forskning på dette læreplannivået består mellom anna av funna frå læreplananalysen som er gjort greie for i analysekapittelet og som er knytte spesielt til føringar i læreplanar for elevar sin kunnskap om det matematiske temaet eksponentialfunksjonar. Eit anna aspekt ved medverknadene frå denne studien til forskning på læreplannivået *den formelle læreplanen* meir generelt er ikkje knytt til eksponentialfunksjonar spesielt, men til metodar for læreplanforskning med omsyn til spesifikke matematiske tema eller objekt, noko eksponentialfunksjonar er eit døme på. Gjennom denne studien er det nemleg medverka til utvikling av metodar for analyse med omsyn til eit spesifikt matematisk tema av læreplandokument frå læreplanverk som er prega av målstyring, som ved hjelp av teori frå ATD om kunnskap, relasjonar, objekt, posisjonar og institusjonar, samt ein ERM om det matematiske temaet, har generert resultat som karakteriserer dei føringane dei analyserte læreplanane legg for elevane sin kunnskap om det matematiske temaet. Difor kan metodane for læreplananalysen som i denne studien er bygd opp som ein kombinasjon av ein innleiande, ein objektfokusert og ein aktivitetsfokusert analyse, forsøksvis tilpassast andre matematiske tema enn eksponentialfunksjonar og på den måten nyttast som utgangspunkt for systematisk og ATD-basert dokumentanalyse av læreplanar med omsyn til føringar for elevar sin kunnskap også om andre matematiske objekt.

På liknande måte som at læreplananalysen i denne studien er utført som ei undersøking knytt til læreplannivået *den formelle læreplanen* er, som nemnt i innleiingskapittelet i denne oppgåva, lærebokanalysen i studien utført som ei undersøking knytt til læreplannivået *den oppfatta læreplanen*. Dette er som tidlegare nemnt gjort

på bakgrunn av ei forståing av lærebøker som empiri som gjev uttrykk for tolkingar av læreplandokument, og saman med skildringar i teorikapittelet knytt mellom anna til læreplannivået *den oppfatta læreplanen* utgjer dette grunnlaget for at lærebøker i denne studien er forstått som empiri knytt til dette læreplannivået. Utifrå denne forståinga er funna frå lærebokanalysen som, slik det er kome fram i analysekapittelet og tidlegare i diskusjonskapittelet i denne oppgåva, både karakteriserer eigenskapar og utviklingstrekk ved kunnskapsinnhald formidla i lærebøker og set desse i samanheng med føringar og utvikling av føringar i læreplanar, relevante med omsyn til læreplannivået *den oppfatta læreplanen* både for R94, LK06 og LK20 som læreplanar på nivået *den formelle læreplanen*. Som tidlegare nemnt er resultatata frå lærebokanalysen i denne studien særskilt eigna som utgangspunkt for nye spørsmål, og med omsyn til læreplannivået *den oppfatta læreplanen* kan slike spørsmål mellom anna handle om kor representative tilhøva mellom utvikling knytt til aktivitetar i læreplanføringer og utvikling knytt til dei ulike delane av prakseologiar i lærebøker som resultatata frå denne studien – slik det er kome fram både i fyrste delkapittel i dette diskusjonskapittelet og i analysekapittelet – inneber, er med tanke ikkje berre på eksponentialfunksjonar, men for matematiske tema meir generelt.

Eitt av funna frå studien som kan danne utgangspunkt for slike spørsmål knytt til læreplannivået *den oppfatta læreplanen* er funnet som inneber at utviklinga både for oppgåvetypar knytt til derivasjon og for oppgåvetypar knytt til modellering i større grad en utviklinga for teknikkar knytt til desse to aktivitetane samsvarer med utviklinga i læreplanføringer med omsyn til derivasjon og modellering som aktivitetar. På bakgrunn av presentasjonen i teorikapittelet i denne oppgåva av teori frå ATD om prakseologiar og postulat som er med å danne grunnlaget for denne teorien, kan dette funnet tolkast som uttrykk for at alle aktivitetar kan delast inn i oppgåver samstundes som at alle oppgåver er av ein oppgåvetype som generelt blir uttrykt ved hjelp av eit aksjonsverb og eit direkte objekt. Med dette som utgangspunkt er undersøkingar av om funnet som kan tolkast slik kan generaliserast både til aktivitetar, matematiske tema og lærebøker meir generelt interessante også i lys av grunnlaget for teorien om prakseologiar, i tillegg til uavhengig av dette å vere interessante som historisk bakgrunn for medviten utforming av nye læreplanar og tolking av både nye og gjeldande læreplanar.

I lys av skildringa i teorikapittelet i denne oppgåva der læreplannivået *den oppfatta læreplanen* vert sett i samanheng med måten ikkje berre lærebokforfattarar, men både lærarar generelt og andre tolkar læreplanen, kan lærebøker – trass i å kunne forståast som empiri knytt til *den oppfatta læreplanen* – ikkje forståast som tilstrekkeleg datamateriale for å kunne karakterisere læreplannivået *den oppfatta læreplanen*. Vidare undersøkingar for betre å kunne kontekstualisere den historiske utviklinga knytt til læreplandokument som problemstillinga for denne studien stiller spørsmål om ved hjelp av empiri knytt til læreplannivået *den oppfatta læreplanen*, kan på bakgrunn av dette utførast som studiar også av anna empirisk materiale enn lærebøker, og i tråd med tilrådingar i delkapittelet om refleksjon i metodekapittelet i denne oppgåva kan med fordel fleire metodar enn berre dokumentanalyse nyttast mellom anna i slike undersøkingar. Mellom anna kan til dømes intervju av lærarar vere interessant.

Slik det er kome fram i teorikapittelet i denne oppgåva inneber læreplannivået *den*

operasjonaliserte læreplanen eit fokus på sjølve opplæringa samstundes som at opplæringa i samband med dette nivået vert sett på frå læraren sin synsvinkel. På bakgrunn av dette kjem gjennom relevansen med tanke på dette læreplannivået av funna frå studien denne oppgåva rapporterer frå, viktige aspekt både ved profesjonsrelevansen for læraryrket av studien og ved nytten av funna frå studien for undervisning om eksponentialfunksjonar fram. I tråd med tankar som i innleiingskapitlet i denne oppgåva er presenterte som grunnlag for utforminga av studien består desse aspekta av kunnskapsgrunnlag lærarar kan nytte til å ta medvitne avgjerder mellom anna i utforming av undervisning, og nytten til eit slikt kunnskapsgrunnlag kan mellom anna grunngjevast ved hjelp av påpeikinga hjå Engelsen (2015) nemnt i teorikapitlet i denne oppgåva av at læreplanforskning syner at fullstendig samsvar mellom formuleringsnivået og realiseringsnivået på læreplanområdet er sjeldant.

Relevansen av denne studien med omsyn til læreplannivået *den operasjonaliserte læreplanen* er mellom anna knytt til funnet som inneber at aktiviteten derivasjon med overgangen til LK20 er fjerna frå matematikk læreplanane i vidaregåande opplæring sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar. Som kontekst for dette funnet syner resultatane frå lærebokanalysen som nemnt mellom anna at derivasjonsoppgåver ikkje er identifiserte frå den analyserte læreboka utforma etter LK20 slik dei er frå dei analyserte lærebøkene utforma etter R94 og LK06. I tillegg syner dei at av dei fire teknologiske diskursane som er knytte til naturen til kunnskap om eksponentialfunksjonar ved at dei spring utifrå eigenskapar ved den naturlege eksponentialfunksjonen og som både i ei lærebok utforma etter R94 og i ei lærebok utforma etter LK06 er identifiserte som del av prakseologiar formidla i dømeoppgåver som er knytte både til eksponentialfunksjonar og til derivasjon, er berre éin teknologisk diskurs identifisert som del av ein prakseologi i ei dømeoppgåve knytt til derivasjon og eksponentialfunksjonar i ei lærebok utforma etter LK20. Ettersom berre éin av dei tre teknologiske diskursane som på denne måten er fjerna med overgangen til LK20 eksplisitt er knytt til derivasjon av den naturlege eksponentialfunksjonen utgjer desse funna til saman eit viktig kunnskapsgrunnlag for lærarar som skal ta avgjerder om kva prakseologiar dei vil formidle, late elevane arbeide med og forsøksvis tileigne seg som del av undervisninga deira om eksponentialfunksjonar. Bakgrunnen for det er at dei syner at fråver av prakseologiar der oppgåvetypene tydeleg er knytte til kalkulasjonsaktiviteten derivasjon i den analyserte læreboka utforma etter LK20 opptrer saman med fråver av teknologiske diskursar knytt til sentrale aspekt ved naturen til eksponentialfunksjonar. Utifrå dette kan lærarar som skal ta val om kva prakseologiar knytt til eksponentialfunksjonar dei skal inkludere i undervisninga med dette som grunnlag vere medvitne om at desse funna utgjer eit døme på ein situasjon der å velje bort prakseologiar der oppgåvetypene er tydeleg knytte til ein kalkulasjonsaktivitet ville medført at også teknologiske diskursar knytt til sentrale aspekt ved naturen til eksponentialfunksjonar som ikkje er direkte knytte til denne kalkulasjonsaktiviteten, ville blitt valde bort.

Også i samband med funnet frå studien som inneber at studiumsaktiviteten modellering til skilnad frå i R94, i LK20 er del av læreplanføringane for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar har studien i samband med læreplannivået *den operasjonaliserte læreplanen* relevans som kunnskapsgrunnlag for utforming av undervisning. Denne relevansen byggjer på at resultatane frå lærebokanalysen som kontekst for det-

te funnet mellom anna syner at ein teknologisk diskurs som spring utifrå at visse typar storleiksutviklingar kan modellerast som eksponentiell vekst og soleis i møte med konkrete utviklingar i konkrete situasjonar kan nyttast til å avgjere om desse utviklingane kan modellerast som eksponentiell vekst eller ikkje, er identifisert i ein prakseologi i ei lærebok utforma etter R94, men ikkje er identifisert i nokon prakseologi i den analyserte læreboka som er utforma etter LK20. Mellom anna gjennom desse funna gjev funna frå studien eit døme på at trass i at aktiviteten modellering kan forståast som svært viktig i samband med å kunne bruke matematikk til å finne verdifulle svar på spørsmål om verda, kan innføring i læreplanføringar av aktiviteten modellering knytt til eksponentiell vekst opptre saman med fjerning frå prakseologiar i lærebøker av ein teknologisk diskurs som er avgjerande for i konkrete situasjonar å kunne finne verdifulle svar på spørsmål om verda ved hjelp av ein modell av eksponentiell vekst. På bakgrunn mellom anna av perspektiva som i ERM-en om eksponentialfunksjonar i denne oppgåva er inkluderte om legitimering av denne kunnskapen sin plass i opplæring og utdanning, gjev dette grunn til medvit hjå lærarar knytt til korleis undervisning om eksponentialfunksjonar vert utforma. Har ein som mål at elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar skal kunne brukast til modellering i verkelege situasjonar syner dette dømet nemleg at medvitne val gjorde av lærarar knytt til kva prakseologiar elevar får møtt i undervisning om eksponentialfunksjonar, trass i at modellering med LK20 er innført som læreplanføring i samband med eksponentiell vekst, kan vere viktige med tanke på om elevane får møtt teknologiske diskursar som er naudsynte for slik modellering i verkelege situasjonar.

Læreplannivået *den erfarte læreplanen* set, slik det er kome fram i teorikapittelet i denne oppgåva, i likskap med læreplannivået *den operasjonaliserte læreplanen* fokus på oppøringa, men i læreplannivået *den erfarte læreplanen* vert oppløringa i staden for å bli sett på frå synsvinkelen til lærarar, sett på frå synsvinkelen til andre – til dømes elevar – som erfarer henne. Utifrå eit val om i denne diskusjonen knytt til læreplannivået *den erfarte læreplanen* å ta utgangspunkt i eleven sin synsvinkel, vil i det fylgjande aspekt knytte til kva funn frå studien har å seie for elevar si læring om eksponentialfunksjonar bli trekte fram som del av relevansen av studien med tanke på dette læreplannivået. Funna frå læreplananalysen i denne studien som inneber at kalkulasjonsaktivitetar som del av føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar er til stades både i R94 og i LK06, men ikkje i LK20, samt at studiumsaktivitetar mellom anna på bakgrunn av denne utviklinga knytt til kalkulasjonsaktivitetar, i LK20 har ein meir dominerande plass enn i R94 og LK06 mellom dei aktivitetane som inngår i læreplanane sine føringar for eksponentialfunksjonar, kan som nemnt tidlegare i dette diskusjonskapittelet forståast som utvikling i retning av paradigmat PSV utifrå perspektiv presenterte i teorikapittelet i denne oppgåva som Chevillard (2015) legg fram knytt til læring og studering. I lys av at læringssynet i desse perspektiva inneber at både høve til å studere til dømes eksponentialfunksjonar og det å stanse opp for å vurdere spørsmål som oppstår er naudsynt for å kunne lære noko om eksponentialfunksjonar, kan desse funna tolkast som at LK20 potensielt legg betre til rette for at elevar får lære om eksponentialfunksjonar enn R94 og LK06. Bakgrunnen for dette er knytt til skildringa i analysekapittelet av aktivitetskategorien studiumsaktivitetar. Ho inneber mellom anna at elevar som utfører studiumsaktivitetar har større valfridom og på den måten i større

grad opptrer som subjekt når dei utfører studiumsaktivitetar enn når dei utfører kalkulasjonsaktivitetar, og utifrå tolkinga nemnt ovanfor kan spørsmål knytte til i kva grad elevar under LK20 faktisk vil få større valfridom og høve til å studere eksponentialfunksjonar i den forstand Chevallard (2015) bruker dette verbet i samband med paradigmet PSV, vere eit interessant utgangspunkt for vidare forsking.

Kapittel 6

Konklusjon

I studien skildra i denne oppgåva er, ved hjelp av dokumentanalysar med ATD som teoretisk rammeverk, fleire utviklingstrekk ved utviklinga av matematikklæreplanar i norsk vidaregåande opplæring sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar gjennom læreplanverkovergangane mellom R94, LK06 og LK20 komme fram saman med kontekst spesielt for somme av desse utviklingstrekk i form av karakteriseringar av kunnskapsinnhald formidla i ei lærebok for faget 2MX i R94, ei lærebok for faget R1 i LK06 og ei lærebok for faget R1 i LK20. Eitt av hovudfunna frå studien er at føringane både i matematikklæreplanane frå R94 og i matematikklæreplanane for vidaregåande opplæring frå LK06 uttrykkjer at kalkulasjonsaktivitetar som til dømes derivasjon, integrasjon og rekning skal inngå i elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar, medan føringane i matematikklæreplanane frå LK20 for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar ikkje uttrykkjer at nokon kalkulasjonsaktivitetar skal inngå i desse føringane. Vidare er eit hovudfunn frå studien at på bakgrunn mellom anna av dette har studiumsaktivitetar som til dømes modellering og utforsking ein meir dominerande plass mellom dei aktivitetane som inngår i matematikklæreplanar sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar i matematikklæreplanane for vidaregåande opplæring frå LK20 enn i matematikklæreplanane for vidaregåande opplæring frå R94 og LK06. Dessutan er eit interessant funn frå studien at både spesifikke eksponentialfunksjonar og uspesifiserte aktivitetar er del av matematikklæreplanar for vidaregåande opplæring sine føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar i R94, men verken i LK06 eller i LK20.

I tillegg er eit viktig funn frå studien at både R94, LK06 og LK20 inneheld føringar som uttrykkjer at kunnskap om eksponentialfunksjonar generelt og generelle vekstfenomen og samanhengar som til dømes eksponentiell vekst skal vere del av elevar sin kunnskap. Dette funnet er interessant mellom anna i lys av at kunnskap om eksponentialfunksjonar sin plass i norsk vidaregåande opplæring i følgje den epistemologiske referansemodellen utforma i denne studien kan legitimerast ikkje berre på bakgrunn av nytten han har i møte mellom anna med pandemiar som den covid-19-pandemien som er ein viktig del av motivasjonen for fokuset i denne studien nettopp på eksponentialfunksjonar, men også utifrå nytten av kunnskap om eks-

ponentialfunksjonar og eksponentiell vekst i samband mellom anna med viktige og aktuelle spørsmål i samfunnet knytt til ressursbruk, berekraftig utvikling, økonomi og miljø.

På bakgrunn av denne legitimeringa er spørsmål om korleis læreplanane sine føringar om eksponentialfunksjonar og eksponentiell vekst kjem til uttrykk i opplæringa viktige med tanke på om undervisning og læring om eksponentialfunksjonar vert realisert slik at elevar sine prakseologiar knytt til eksponentialfunksjonar faktisk kan brukast for å finne verdifulle svar på spørsmål i konkrete og verkelege situasjonar der denne kunnskapen i fylgje denne legitimeringa er viktig. Slike spørsmål er ikkje handsama i detalj i denne studien, men kan vere eit viktig utgangspunkt for vidare forskning, og både som bakgrunn for eventuell slik forskning og som kunnskapsgrunnlag for lærarar som skal utforme undervisning kan funn frå denne studien som kontekstualiserer læreplanutvikling ved hjelp av lærebøker vere nyttige. Dette gjeld mellom anna eit hovudfunn som inneber at utvikling gjennom læreplanverkovergangar i samband med oppgåvetypar i lærebøker som nært kan knytast anten til kalkulasjonsaktiviteten derivasjon eller til studiumsaktiviteten modellering, ser ut til å samsvare med utvikling i læreplanføringar knytt til den aktuelle av desse aktivitetane. Vidare gjeld det viktige funn knytt til at teknologiske diskursar som spring utifrå viktige eigenskapar både ved den naturlege eksponentialfunksjonen og ved eksponentiell vekst ikkje er identifiserte i kunnskapsinnhald formidla i ei lærebok utforma etter LK20, trass i å ha vore del av slikt kunnskapsinnhald formidla i lærebøker utforma etter tidlegare læreplanar. Dessutan er funnet frå studien om at LK20 utifrå eit læringssyn knytt til paradigmet som inneber å stille spørsmål til verda, potensielt kan legge betre til rette for elevar si læring om eksponentialfunksjonar enn LK06 og R94 interessant med tanke på legitimeringa nemnt ovanfor.

Metoden for læreplananalysen som i denne studien er utført som ein relasjonell dokumentanalyse delt inn i ein innleiande læreplananalyse utført med ein ERM for det matematiske temaet for studien som verktøy, ei tematisk koding med fokus på objekt og ei tematisk koding med fokus på aktivitetar, har synt seg nyttig for å generere resultat om læreplanar sine føringar for elevar sin kunnskap om eitt spesifikt matematisk tema. Grunnlaget for denne metoden er mellom anna ATD-teori knytt til kunnskap, institusjonar, posisjonar, objekt, relasjonar, aktivitetar og kognitive univers, og ein medverknad frå denne studien til læreplanforskning meir generelt er erfaringane frå denne studien nettopp med metoden som er nytta i læreplananalysen spesielt knytt til måten denne metoden byggjer på teori frå ATD. Vidare har bruken i denne studien av tematisk koding saman med inspirasjon frå metoden skildra hjå Takeuchi og Shinno (2020) – ein metode som mellom anna inneber bruk av ein ERM som utgangspunkt for tolking og karakterisering av logos-blokker ved prakseologiar – i utforming av ein metode for prakseologisk analyse av dømeoppgåver i lærebøker, synt seg nyttig for å generere resultat som både karakteriserer praksis-blokker og logos-blokker i prakseologiar. Likevel er ein viktig veikskap ved metodane i denne studien knytt nettopp til lærebokanalysen. I motsetnad til i læreplananalysen er i lærebokanalysen nemleg eit svært avgrensa utval av det empiriske materialet som er relevant utifrå problemstillinga for studien analysert, og på bakgrunn av dette er ein viktig konklusjon knytt til resultatata frå lærebokanalysen at dei ikkje kan forståast som representative for lærebøker for faga 2MX og R1 utover akkurat dei

lærebokutdraga som er analyserte i denne studien. Difor må funna frå lærebokanalysen forståast som nyttige for å kontekstualisere den utviklinga av læreplanføringar som er karakterisert gjennom læreplananalysen i studien, i kraft av å syne mogelege tolkingar av læreplanføringar frå ulike læreplanverk. På denne måten har dei saman med funna frå læreplananalysen om utviklingstrekk gjennom overgangane mellom R94, LK06 og LK20 nytte som kunnskapsgrunnlag for medvitne val både om utforming av undervisning innanfor rammene av eit læreplanverk som til dømes LK20, om utvikling av føringar for elevar sin kunnskap om eksponentialfunksjonar i nye læreplanverk og om utforming av vidare forskning på samanhengen mellom læreplan-nivået *den formelle læreplanen* og dei andre fire læreplannivåa som med tilvising til Engelsen (2015) er presenterte i teorikapittelet i denne oppgåva.

Referansar

- Aksnes, O. S. (2021). *Kva inneber omgrepet «utforsking» i LK20? Ein ATD-basert analyse av læreplanen og eit læreverk for matematikk 1T* [Upublisert rapport frå ein studie i emnet RFEL3100]. Noregs teknisk-naturvitskaplege universitet, Trondheim.
- Andreassen, S.-E. & Tiller, T. (2021). *Rom for magisk læring? En analyse av læreplanen LK20*. Universitetsforlaget.
- Bartlett, A. A. (1976). The exponential function – Part 1. *The Physics Teacher*, 14(393), 393–401. <https://doi.org/10.1119/1.2339436>
- Borgan, Ø., Borge, I. C., Engeseth, J., Heir, O., Moe, H., Norderhaug, T. T. & Vie, S. M. (2021). *Matematikk R1* (4. utg). Aschehoug undervisning.
- Bosch, M. (2015). Doing research within the anthropological theory of the didactic: The case of school algebra. I S. J. Cho (Red.), *Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (s. 51–69). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_4
- Bosch, M. & Gascón, J. (2014). Introduction to the anthropological theory of the didactic (ATD). I A. Bikner-Ahsbals & S. Prediger (Red.), *Networking of theories as a research practice in mathematics education* (s. 67–83). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-05389-9_5
- Bowen, G. A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal*, 9(2), 27–40. <https://doi.org/10.3316/QRJ0902027>
- Briggs, W. L. & Cochran, L. (2011). *Calculus*. Pearson.
- Cajori, F. (1913a). History of the exponential and logarithmic concepts. *The American Mathematical Monthly*, 20(1), 5–14. <https://doi.org/10.2307/2973509>
- Cajori, F. (1913b). History of the exponential and logarithmic concepts. *The American Mathematical Monthly*, 20(2), 35–47. <https://doi.org/10.2307/2974078>
- Cajori, F. (1913c). History of the exponential and logarithmic concepts. *The American Mathematical Monthly*, 20(3), 75–84.

<https://doi.org/10.2307/2973441>

- Cajori, F. (1913d). History of the exponential and logarithmic concepts. *The American Mathematical Monthly*, 20(4), 107–117.
<https://doi.org/10.2307/2972960>
- Cajori, F. (1913e). History of the exponential and logarithmic concepts. *The American Mathematical Monthly*, 20(5), 148–151.
<https://doi.org/10.2307/2972412>
- Cajori, F. (1913f). History of the exponential and logarithmic concepts. *The American Mathematical Monthly*, 20(6), 173–182.
<https://doi.org/10.2307/2973069>
- Cajori, F. (1913g). History of the exponential and logarithmic concepts. *The American Mathematical Monthly*, 20(7), 205–210.
<https://doi.org/10.2307/2974104>
- Chevallard (2014, 26. november). A note on the notion of reference epistemological model (REM). Upublisert notat.
- Chevallard, Y. (2015). Teaching mathematics in tomorrow's society: A case for an oncoming counter paradigm. I S. J. Cho (Red.), *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*, 173–187. Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_13
- Chevallard, Y. (2019). Introducing the anthropological theory of the didactic: An attempt at a principled approach. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 12, 71–114.
https://www.jasme.jp/hjme/download/05_Yves%20Chevallard.pdf
- Engbretsen, S. & Osnes, A. N. (2020). Matematiske modeller under en pandemi. *Tidsskrift for Den norske legeförening*, 140(18), 1854–1856.
<https://doi.org/10.4045/tidsskr.20.0876>
- Engel, K.-J., & Nagel, R. (2000). *One-Parameter Semigroups for Linear Evolution Equations*. Springer. <https://doi.org/10.1007/b97696>
- Engelsen, B. U. (2015). *Kan læring planlegges? Arbeid med læreplaner – hva, hvordan, hvorfor* (7. utg.). Gyldendal akademisk.
- Erstad, G., Heir, O., Bjørnsgård, I., Borgan, Ø. & Pålsgård, J. (2001). *Matematikk 2MX*. Aschehoug.
- Euler, L. (1988). *Introduction to analysis of the infinite: Book I* (J. D. Blanton, Oms.). Springer. (Opphavleg utgjeven 1748)
<https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1021-4>
- Exponential function. (2020, 10. desember). I *Encyclopedia Britannica*. Henta 27. mai 2022 frå <https://www.britannica.com/science/exponential-function>
- González-Martín, A. S., Giraldo, V. & Souto, A. M. (2013). The introduction of real numbers in secondary education: An institutional analysis of textbooks.

-
- Research in Mathematics Education*, 15(3), 230–248.
<https://doi.org/10.1080/14794802.2013.803778>
- Griffiths, H. B. & Hilton, P. J. (1970). *A comprehensive textbook of classical mathematics: A contemporary interpretation*. Springer.
<https://doi.org/10.1007/978-1-4612-6321-0>
- Heir, O., Erstad, G., Borgan, Ø., Moe, H. & Skrede, P. A. (2007). *Matematikk R1*. Aschehoug.
- Hovdenak, S. S. & Stray, J. H. (2015). *Hva skjer med skolen? En kunnskapssosiologisk analyse av norsk utdanningspolitikk fra 1990-tallet og frem til i dag*. Fagbokforlaget.
- Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet. (1993). *Læreplan for videregående opplæring. Matematikk: Felles allment fag for alle studieretninger*.
<https://www.nb.no/items/71c01d2eb9b7ce035925294ac52611d5?page=179>
- Kirke-, utdannings og forskningsdepartementet. (1994). *Læreplan for videregående opplæring. Matematikk: Studieretningsfag i studieretning for allmenne og økonomiske/administrative fag*. <https://web.archive.org/web/20001009061148/http://skolenettet.nls.no:80/dok/lp/matte2.html>
- Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet. (1999). *Læreplan for videregående opplæring. Matematikk: Felles allment fag i alle studieretninger*. <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/utgatt/utgatt-lareplanverk-for-vgo-R94/>
- Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet. (2000). *Læreplan for videregående opplæring. Matematikk: Studieretningsfag i studieretning for allmenne, økonomiske og administrative fag*. <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/utgatt/utgatt-lareplanverk-for-vgo-R94/>
- Krantz, S. G. (1999). *Handbook of complex variables*. Birkhäuser Boston, MA.
<https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1588-2>
- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordna del – verdier og prinsipper for grunnopplæringa*. Regjeringen. https://www.regjeringen.no/contentassets/53d21ea2bc3a4202b86b83cfe82da93e/overordna-del—verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringa_nynorsk.pdf
- Munkhammar, J. (u.å.). Integrating factor. I *MathWorld*. Henta 30. mai 2022 frå <https://mathworld.wolfram.com/IntegratingFactor.html>
- Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskolen og den videregående opplæringa (LOV-1998-07-17-61)*. Lovdata. <https://lovdata.no/lov/1998-07-17-61>
- Robson, C. & McCartan, K. (2016). *Real world research* (4. utg.). Wiley.
- Stover, C. & Weisstein, E. W. (u.å.a). Exponential growth. I *MathWorld*. Henta 27. mai 2022 frå <https://mathworld.wolfram.com/ExponentialGrowth.html>
- Stover, C. & Weisstein, E. W. (u.å.b). Function. I *MathWorld*. Henta 27. mai 2022
-

frå <https://mathworld.wolfram.com/Function.html>

- Takeuchi, H. & Shinno, Y. (2020). Comparing the lower secondary textbooks of Japan and England: A praxeological analysis of symmetry and transformations in geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(4), 791–810.
<https://doi.org/10.1007/s10763-019-09982-3>
- Thune, T. (2021, 24. juni). Norsk utdanningshistorie. I *Store norske leksikon*.
<https://snl.no/.versionview/1439918>
- Tjernshaugen, A., Hiis, H., Bernt, J. F., Braut, G. S & Bahus, V. B. (2022, 12. april). Koronapandemien. I *Store medisinske leksikon*.
<https://sml.snl.no/.versionview/1580699>
- Utdanningsdirektoratet. (2006a). *Læreplan i matematikk* (MAT1-01).
<http://www.udir.no/kl06/MAT1-01>
- Utdanningsdirektoratet. (2006b). *Læreplan i matematikk for realfag – programfag i utdanningsprogram for studiespesialisering* (MAT3-01).
<http://www.udir.no/kl06/MAT3-01>
- Utdanningsdirektoratet. (2006c). *Læreplan i matematikk for samfunnsfag – programfag i utdanningsprogram for studiespesialisering* (MAT4-01).
<http://www.udir.no/kl06/MAT4-01>
- Utdanningsdirektoratet. (2006d). *Læreplan i matematikk X – programfag i utdanningsprogram for studiespesialisering* (MAT2-01).
<http://www.udir.no/kl06/MAT2-01>
- Utdanningsdirektoratet. (2009a). *Læreplan i fellesfaget matematikk 2T-Y og 2P-Y, Vg3 påbygging til generell studiekompetanse* (MAT6-01).
<http://www.udir.no/kl06/MAT6-01>
- Utdanningsdirektoratet. (2009b). *Læreplan i matematikk fellesfag* (MAT1-02).
<http://www.udir.no/kl06/MAT1-02>
- Utdanningsdirektoratet. (2010a). *Læreplan i fellesfaget matematikk 2T og 2P, Vg2 studieførebuande utdanningsprogram* (MAT5-01).
<http://www.udir.no/kl06/MAT5-01>
- Utdanningsdirektoratet. (2010b). *Læreplan i matematikk fellesfag* (MAT1-03).
<http://www.udir.no/kl06/MAT1-03>
- Utdanningsdirektoratet. (2013a). *Læreplan i matematikk 2T og 2P* (MAT5-02).
<http://www.udir.no/kl06/MAT5-02>
- Utdanningsdirektoratet. (2013b). *Læreplan i matematikk fellesfag 2T-Y og 2P-Y, Vg3 påbygging til generell studiekompetanse* (MAT6-02).
<http://www.udir.no/kl06/MAT6-02>
- Utdanningsdirektoratet. (2013c). *Læreplan i matematikk fellesfag* (MAT1-04).
<http://www.udir.no/kl06/MAT1-04>

-
- Utdanningsdirektoratet. (2016a). *Læreplan i matematikk 2P* (MAT5-03).
<http://www.udir.no/kl06/MAT5-03>
- Utdanningsdirektoratet. (2016b). *Læreplan i matematikk fellesfag 2P-Y, Vg3 påbygging til generell studiekompetanse* (MAT6-03).
<http://www.udir.no/kl06/MAT6-03>
- Utdanningsdirektoratet. (2020a). *Læreplan i matematikk fellesfag vg1 praktisk (matematikk P)* (MAT08-01). <https://www.udir.no/lk20/MAT08-01>
- Utdanningsdirektoratet. (2020b). *Læreplan i matematikk fellesfag vg1 teoretisk (matematikk T)* (MAT09-01). <https://www.udir.no/lk20/MAT09-01>
- Utdanningsdirektoratet. (2021a). *Læreplan i matematikk fellesfag 2P* (MAT05-04).
<https://www.udir.no/lk20/MAT05-04>
- Utdanningsdirektoratet. (2021b). *Læreplan i matematikk for realfag (matematikk R)* (MAT03-02). <https://www.udir.no/lk20/MAT03-02>
- Utdanningsdirektoratet. (2021c). *Læreplan i matematikk for samfunnsfag (matematikk S)* (MAT04-02). <https://www.udir.no/lk20/MAT04-02>
- Utdanningsdirektoratet. (2021d). *Læreplan i matematikk X* (MAT02-02).
<https://www.udir.no/lk20/MAT02-02>
- Utdanningsdirektoratet. (2022). *Læreplan i matematikk fellesfag 2P-Y – Vg3 påbygging til generell studiekompetanse* (MAT06-04).
<https://www.udir.no/lk20/MAT06-04>
- Weisstein, E. W. (u.å.a). Exponential decay. I *MathWorld*. Henta 27. mai 2022 frå
<https://mathworld.wolfram.com/ExponentialDecay.html>
- Weisstein, E. W. (u.å.b). Exponential function. I *MathWorld*. Henta 27. mai 2022
frå <https://mathworld.wolfram.com/ExponentialFunction.html>
- Weisstein, E. W. (u.å.c). Exponentiation. I *MathWorld*. Henta 27. mai 2022 frå
<https://mathworld.wolfram.com/Exponentiation.html>
- Weisstein, E. W. (u.å.d). Logistic equation. I *MathWorld*. Henta 27. mai 2022 frå
<https://mathworld.wolfram.com/LogisticEquation.html>
- Weisstein, E. W. (u.å.e). Second-order ordinary differential equation. I *MathWorld*.
Henta 30. mai 2022 frå <https://mathworld.wolfram.com/Second-OrderOrdinaryDifferentialEquation.html>
- Wijayanti, D. & Winsløw, C. (2017). Mathematical practice in textbooks analysis: Praxeological reference models, the case of proportion. *REDIMAT*, 6(3), 307–330. <https://doi.org/10.17583/redimat.2017.2078>

Vedlegg

A Samling av formuleringar

Dette vedlegget presenterer ei liste over alle formuleringane som er identifiserte i den innleiande analysen av læreplanar. For dei av formuleringane som er henta frå læreplanar anten for faget 2MX tilhøyrande R94, for faget R1 tilhøyrande LK06 eller for faget R1 tilhøyrande LK20, er ein parentes som indikerer både faget og læreplanverket lagt til etter sjølve formuleringa i lista under. Lista er organisert etter kva læreplandokument dei ulike formuleringane er henta frå, og læreplandokumentene er i deloverskriftene for lista indikerte ved hjelp av dei læreplankodane som er introduserte i metodekapittelet for bruk i denne rapporten. I tillegg indikerer overskriftene kva læreplanverk dei aktuelle læreplanane høyrer til. Også dei læreplanane som ingen formuleringar er identifiserte for, er tekne med i lista under. For desse er mangelen på identifiserte tilfelle markert med ein tankestrek.

Liste over alle formuleringane som utgjer resultata frå den innleiande læreplananalysen:

Formuleringane frå R94-læreplanen FAF1993:

1. kjenne omgrepet eksponentiell vekst
2. kunne rekne med renterente
3. kjenne nokre applikasjonar av omgrepet eksponentiell vekst i økonomi og naturfag

Formuleringane frå R94-læreplanen FAF1999:

4. kunne bruke lommereknaeren til å studere praktiske problem knytt til funksjonar bygd opp ved hjelp av potensfunksjonar, eksponentialfunksjonar og dei fire rekningsartane
5. kjenne omgrepet eksponentiell vekst
6. vite om nokre vanlege døme på eksponentiell vekst
7. kunne bruke regresjon på lommereknaeren til å finne eksponentielle samanhengar i praktiske situasjonar

-
8. kunne bruke briggske logaritmar og n-terøter til å løyse enkle likningar knytt til eksponentialfunksjonar i praktiske døme
 9. vite korleis matematikk kan brukast til å datere historiske funn
 10. kunne bruke lommereknaren til å studere funksjonar bygd opp ved hjelp av potensfunksjonar, eksponentialfunksjonar og dei fire rekningsartane
 11. kunne beskrive eksponentielle vekstforløp matematisk
 12. vite om nokre vanlege døme på eksponentielle vekstforløp

Formuleringane frå R94-læreplanen SF1994:

13. kunne rekne med eksponentialfunksjonar
14. kjenne eksponentialfunksjonar med vilkårleg grunntal
15. kunne derivere eksponentialfunksjonar
16. kjenne bruken av eksponentialfunksjonar i naturfag, teknologi og samfunnsfag
17. kunne løyse fyrsteordens, lineære differensiallikningar med konstante koeffisientar
18. kjenne eksponentialfunksjonen 10^x og samanhengen mellom denne funksjonen og logaritme funksjonen med grunntal 10
19. kjenne eksponentialfunksjonar med grunntal e
20. kunne derivere eksponentialfunksjonar med grunntal e

Formuleringane frå R94-læreplanen SF2000:

21. kunne rekne med eksponentialfunksjonar (2MX, R94)
22. kjenne den naturlege eksponentialfunksjonen e^x (2MX, R94)
23. kunne uttrykkje eksponentiell vekst på dei to måtane a^x og e^{kx} (2MX, R94)
24. kjenne bakgrunnen for regresjon med eksponentialfunksjonar (2MX, R94)
25. kunne derivere eksponentialfunksjonar (2MX, R94)
26. kunne berekne bestemte og ubestemte integral av eksponentialfunksjonar (2MX, R94)
27. kjenne den naturlege eksponentialfunksjonen
28. kunne derivere den naturlege eksponentialfunksjonen
29. kunne berekne enkle integral av eksponentialfunksjonar

Formuleringane frå LK06-læreplanen MAT1-01:

30. kunne løyse enkle likningar med eksponentialfunksjonar både med rekning og med digitale hjelpemiddel
31. kunne bruke digitale hjelpemiddel til å drøfte eksponentialfunksjonar
32. kunne rekne praktiske oppgåver med eksponentiell vekst

Formuleringane frå LK06-læreplanen MAT1-02:

33. kunne løyse enkle likningar med eksponentialfunksjonar både med rekning og med digitale hjelpemiddel
34. kunne bruke digitale hjelpemiddel til å drøfte eksponentialfunksjonar

Formuleringane frå LK06-læreplanen MAT1-03:

35. kunne løyse enkle likningar med eksponentialfunksjonar både med rekning og med digitale hjelpemiddel
36. kunne bruke digitale hjelpemiddel til å drøfte eksponentialfunksjonar

Formuleringane frå LK06-læreplanen MAT1-04:

37. kunne løyse enkle likningar med eksponentialfunksjonar både ved rekning og med digitale verktøy
38. kunne bruke digitale verktøy til å framstille og analysere kombinasjonar av polynomfunksjonar, rotfunksjonar, rasjonale funksjonar, eksponentialfunksjonar og potensfunksjonar

Formuleringane frå LK06-læreplanen MAT2-01:

–

Formuleringane frå LK06-læreplanen MAT3-01:

39. kunne bruke formlar for den deriverte til potens-, eksponential- og logaritmefunksjonar og derivere summar, differansar, produkt, kvotientar og samansetjingar av desse funksjonane (R1, LK06)
40. kunne berekne integral av polynomfunksjonar, potensfunksjonar, rasjonale funksjonar, logaritmefunksjonar, eksponentialfunksjonar, periodiske funksjonar og samansetjingar av dei, ved antiderivasjon og ved hjelp av variabelskifte, ved delbrøkopp spalting med lineære nemnarar og ved delvis integrasjon
41. kunne løyse lineære fyrsteordens differensiallikningar ved rekning og gjere greie for nokre viktige bruksområde

Formuleringane frå LK06-læreplanen MAT4-01:

42. kunne teikne grafen til eksponentialfunksjonar både med og utan digitale hjelpemiddel
43. kunne bruke regresjon til å finne ein tilnærma polynomfunksjon, potensfunksjon eller eksponentialfunksjon
44. kunne derivere polynomfunksjonar, potensfunksjonar, eksponentialfunksjonar og logaritmefunksjonar, samt summar, differensar, produkt og kvotientar av desse funksjonane
45. kunne modellere eksponentiell og logistisk vekst ved å bruke eksponentialfunksjonar og logaritmefunksjonar

Formuleringane frå LK06-læreplanen MAT5-01:

46. kunne rekne praktiske oppgåver med eksponentiell vekst

Formuleringane frå LK06-læreplanen MAT5-02:

47. kunne rekne praktiske oppgåver med eksponentiell vekst
48. kunne bruke digitale verktøy til å undersøkje kombinasjonar av polynomfunksjonar, rotfunksjonar, potensfunksjonar og eksponentialfunksjonar som beskriv praktiske situasjonar, ved å bestemme nullpunkt, ekstremalpunkt og skjeringspunkt og finne gjennomsnittleg vekstfart og tilnærmingsverdiar for momentan vekstfart

Formuleringane frå LK06-læreplanen MAT5-03:

49. kunne rekne praktiske oppgåver med eksponentiell vekst
50. kunne bruke digitale verktøy til å undersøkje kombinasjonar av polynomfunksjonar, rotfunksjonar, potensfunksjonar og eksponentialfunksjonar som beskriv praktiske situasjonar, ved å bestemme nullpunkt, ekstremalpunkt og skjeringspunkt og finne gjennomsnittleg vekstfart og tilnærmingsverdiar for momentan vekstfart

Formuleringane frå LK06-læreplanen MAT6-01:

51. kunne løyse enkle likningar med eksponentialfunksjonar, både med rekning og med digitale hjelpemiddel
52. kunne bruke digitale hjelpemiddel til å drøfte eksponentialfunksjonar
53. kunne rekne praktiske oppgåver med eksponentiell vekst

Formuleringane frå LK06-læreplanen MAT6-02:

54. kunne løyse enkle likningar med eksponentialfunksjonar, både ved rekning og med digitale verktøy
55. kunne rekne praktiske oppgåver med eksponentiell vekst
56. kunne bruke digitale verktøy til å undersøkje kombinasjonar av polynomfunksjonar, rotfunksjonar, potensfunksjonar og eksponentialfunksjonar som beskriv praktiske situasjonar, ved å bestemme nullpunkt, ekstremalpunkt og skjeringspunkt og finne gjennomsnittleg vekstfart og tilnærmingsverdiar for momentan vekstfart

Formuleringane frå LK06-læreplanen MAT6-03:

57. kunne rekne praktiske oppgåver med eksponentiell vekst
58. kunne bruke digitale verktøy til å undersøkje kombinasjonar av polynomfunksjonar, rotfunksjonar, potensfunksjonar og eksponentialfunksjonar som beskriv praktiske situasjonar, ved å bestemme nullpunkt, ekstremalpunkt og skjeringspunkt og finne gjennomsnittleg vekstfart og tilnærmingsverdiar for momentan vekstfart

Formuleringane frå LK20-læreplanen MAT02-02:

–

Formuleringane frå LK20-læreplanen MAT03-02:

59. kunne modellere og analysere eksponentiell og logistisk vekst i reelle data-sett (R1, LK20)

Formuleringane frå LK20-læreplanen MAT04-02:

60. kunne modellere og analysere eksponentiell og logistisk vekst i reelle data-sett

Formuleringane frå LK20-læreplanen MAT05-04:

–

Formuleringane frå LK20-læreplanen MAT06-04:

–

Formuleringane frå LK20-læreplanen MAT08-01:

–

Formuleringane frå LK20-læreplanen MAT09-01:

61. kunne utforske og beskrive eigenskapane ved eksponentialfunksjonar

B Objektkodar, verbkodar og formuleringar

Dette vedlegget syner ei oversikt over kva objektkodar og verbkodar som i den tematiske kodinga i læreplananalysen er genererte frå kva formuleringar frå formuleringssamlinga presentert i Vedlegg A. I Tabell B.1 er alle objektkodane som er genererte i den objektfokuserte tematiske kodinga av formuleringane genererte gjennom den innleiande læreplananalysen i studien, lista opp slik at kvar rad i tabellen svarer til éi av desse objektkodane. I kvar rad i tabellen er i tillegg formuleringsnummera frå formuleringssamlinga i Vedlegg A til alle dei formuleringane som den objektkoden som er nemnt i denne raden er generert frå, lista opp i tre kolonnar som svarer til kva læreplanverk desse formuleringane er genererte frå læreplanar frå. På denne måten gjev Tabell B.1 til saman ei oversikt over alle objektkodane som er genererte i studien, over kva formuleringar kvar av desse er genererte frå og over korleis desse formuleringane for kvar objektkode er fordelte mellom dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20. Ein tankestrek er i kvar av kolonnene i tabellen som svarer til eit læreplanverk, sett inn på kvar rad som svarer til ein objektkode som ikkje er generert frå noka formulering frå det aktuelle læreplanverket.

Tabell B.1: Oversikt over kva objektkodar som i den tematiske kodinga av formuleringane frå den innleiande læreplananalysen, er genererte frå kva formuleringar.

	formuleringar			
	R94	LK06	LK20	
e^x	22,27,28	–	–	
e^{kx}	23	–	–	
a^x	23	–	–	
10^x	18	–	–	
objektkodar	eksponentialfunksjonar med grunntal e	19,20	–	–
	eksponentialfunksjonar	4,8,9,13,15,16, 21,24,25,26,29	30,31,33,34,35,36, 37,38,39,40,42,43, 44,45,48,50,51,52, 54,56,58	61
	eksponentialfunksjonar med vilkårleg grunntal	14	–	–
	eksponentiell vekst	1,3,5,6	32,45,46,47, 49,53,55,57	59,60
	eksponentielle vekstforløp	11,12	–	–
	eksponentielle samanhengar	7	–	–
	logistisk vekst	–	45	59,60
	differensiallikningar	17	41	–
	renterente	2	–	–
	datering	9	–	–

På tilsvarande måte som Tabell B.1 syner ei oversikt over fordelinga mellom objektkodane genererte i læreplananalysen av formuleringar frå formuleringssamlinga i Vedlegg A, syner Tabell B.2 ei oversikt over fordelinga mellom alle verbkodane som er genererte i denne analysen av formuleringar frå denne formuleringssamlinga. Dei ulike verbkodane genererte i den aktivitetfokuserete tematiske kodinga er i Tabell B.2 lista opp slik at kvar rad svarer til éin av desse kodane, og på kvar rad er formuleringssnummera frå Vedlegg A for alle dei formuleringane som verbkoden rada svarer til er generert frå. Denne opplistinga er fordelt på tre kolonner som svarer til kvart sitt av dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20 slik at kvar celle i tabellen som svarer til ein verbkode og eit læreplanverk inneheld formuleringssnummera for alle dei formuleringane frå det aktuelle læreplanverket som den aktuelle verbkoden er generert frå. I kvar celle som svarer til ein verbkode som ikkje er generert frå noka formulering frå læreplanverket som svarer til kolonnen cella er plassert i, er ein tankestrek sett inn. Til saman gjev på denne måten tabellen B.2 ei oversikt over alle verbkodane som er genererte i læreplananalysen studien, over kva formuleringar kvar av desse er genererte frå og over fordelinga av desse formuleringane for kvar verbkode mellom dei tre læreplanverka R94, LK06 og LK20

Tabell B.2: Oversikt over kva verbkodar som i den tematiske kodinga av formuleringane frå den innleiande læreplananalysen, er genererte frå kva formuleringar.

		formuleringar		
		R94	LK06	LK20
verbkodar	kjenne	1,3,5,14,16,18, 19,22,24,27	–	–
	vite	6,9,12	–	–
	uttrykkje	23	–	–
	beskrive	11	–	61
	framstille	–	38	–
	teikne	–	42	–
	rekne	2,13,21	32,46,47,49, 53,55,57	–
	derivere	15,20,25,28	39,44	–
	integrere	26,29	40	–
	løyse	8,17	30,33,35,37, 41,51,54	–
	studere	4,10	–	–
	finne	7	43	–
	drøfte	–	31,34,36,52	–
	undersøkje	–	48,50,56,58	–
	analysere	–	38	59,60
	modellere	–	45	59,60
	utforske	–	–	61

