

**Eiendomsinvesteringer:  
Dynamiske Krefter i Private  
Markeder.**



Lyder Aleksander Mathisen

NTNU Business School

Norwegian University of Science and Technology

A Master's Thesis submitted for the degree of  
*MSc Economics and Business Management, Major in Finance*

Norway, Trondheim 2022

NTNU Business School Faculty of Economics and Management

# Forord

Jeg ønsker å si takk til familie. Mamma, pappa, og min bror som har vært tett på meg i løpet av perioden. Jeg er veldig glad i dere.

Lyder Aleksander Mathisen  
NTNU, Norwegian University of Science and Technology  
24 May 2022

# Abstract

Investing in Real Estate seems to be an attractive investment for long-horizon investors. This study analyses the US financial market focusing on finding optimal portfolio allocation's toward Real Estate for institutional investors.

Together with other asset classes such as stocks, bonds, and a proxy for cash, this study finds evidence of how Real Estate can be attractive for investors with a long horizon perspective. Various types of Real Estate exposure are also altered, by examining the consequences for an investor choosing indirect methods such as REITs instead of traditional direct investments associated with Real Estate.

The results of this analysis also contribute to evidence for claiming that Real Estate and the stock market will approximately have the same risk when the investment horizon gets bigger.

## Sammendrag

Denne artikkelen har som formål å identifisere optimale strategiske valg for multi-asset porteføljer. I den forbindelse er fokuset på eiendom sin rolle ved å studere muligheter fra ulike scenarioer med bruk av unotert og noterte indekser som proxy. Til forskjell fra andre studier fokuserer denne artikkelen utelukkende på eiendom i sin helhet ved å analysere flere relevante former for eiendomsinvesteringer som har fått mindre fokus i litteraturen, og enda mindre sammen i sin helhet.

Analysen tar for seg og bidrar til litteraturen på tre sentrale måter. Først er det sentralt å legge til grunn tidshorisonter og avdekke hvordan korrelasjonen mellom klassene og optimaliseringsparametere endrer seg. For det andre bør det avklares diskusjonen rundt noterte investeringer, og i den forbindelse inkludere andre relevante eksponeringer for eiendom som REITs. Og til slutt svarer vi også på hva som skjer rundt allokeringen til eiendom ved bruk av robuste metoder for å estimere momenter til porteføljen.

## Innholdsfortegnelse

Introduksjon.....	2
Bakgrunn og tema .....	2
Innfallsvinkler .....	3
Oppbyggin av oppgaven .....	3
1 Litteratur.....	4
Eiendom .....	4
Eiendomsaksjer .....	4
Tidligere studier.....	5
2 Metode.....	5
Innledning.....	5
Mean-Variance Portfolio .....	5
Forutsetninger .....	6
Betingelser.....	6
Risiko- og avkastningprofil .....	7
Målsetting og investerings strategi.....	7
Dynamisk VAR modell .....	8
Egenskaper med matrisen.....	8
Betingede momenter .....	9
3 Data .....	9
Om data.....	10

	Deskriptiv statistikk .....	14
	Ncreif & Nareit .....	14
	Forskjell indekser .....	15
4	Resultater.....	20
	Portefølje Optimalisering: Del 1.....	21
	LongOnly: Standardmetoden .....	21
	VAR estimering.....	22
	Terminstrukturen risiko .....	22
	Tilbake til normalen: “ <i>mean reversion</i> ” .....	24
	Eiendom vs aksjer: <i>lavrisikoinvestering eller ikke?</i> .....	25
	REITs.....	26
	Del 2 .....	27
5	Konklusjon.....	28
	Appendix.....	29
6	Appendiks .....	29
7	Ordliste og Begrep oversikt .....	29
8	Symboler og matematiske definisjoner .....	29
	8.1 REITs & Unoterte Eiendomsinvesteringer .....	31
	References.....	32

# Introduksjon

Eiendom er av stor interesse for investorer. Spesielt institusjonelle aktører nevnt i *Strategiplan 2020-2022* (2017) viser økende interesse for eiendomsinvesteringer. Men hva er egentlig den optimale vekten eiendom i en investeringsportefølje? Og hvordan bør en investor forholde seg til børsnoterte kontra *direkte investeringer* i eiendom? Spørsmålene krever diskusjon av effektene det *private markedet* har på eiendom som aktiva klasse. Men også forskjellen porteføljen påfører seg av valget investor tar av direkte eller indirekte eksponering til eiendom (*Strategiplan 2020-2022* 2017; Lecomte 2021).

## Bakgrunn og tema

Eiendom skiller seg ut sammenlignet med aksjer eller obligasjoner. Eiendom har med tiden utviklet seg til å bli et interessant alternativ til allokering for investorer. Empirisk arbeid gjort om eiendomsinvesteringer tidligere innenfor finans, spesielt *moderne porteføljeteori & diversifisering* paradigmen, har bidratt til aksjer, obligasjoner og eiendom er de antatt mest gunstige aktiva klassene.

Eiendom har tilhørighet blant alle aktører i markedet. Signifikante forhold med eiendom avgjør hvilke vurderinger og strategi som er av betydning for den enkelte portefølje. I skrivende stund er vi alle i en tid preget av enda mer usikkerhet på grunn av den globale pandemien COVID-19. Det er særdeles viktig, men også dagsaktuelt, å søke fornuft i eiendom og rollen den bør ha i en investeringsportefølje. Den ideelle langsiktige plasseringen mot eiendom er enda ikke oppdaget, selv om forskningen har avdekket en rekke signifikante funn. Oppgaven starter med dette utgangspunktet:

***Optimal andel eiendoms kapital i en investeringsportefølje?***

## Innfallsvinkler

Oppgaven søker lys i å finne løsninger til et optimaliseringsproblem for en portefølje. Scenarier der investor kan velge mellom flere typiske aktive klasser blir avdekket. Formålet med optimaliseringen er å oppnå en økt diversifiserings effekt, ved å finne optimal andel, for en gitt horisont  $k$ , hvor alle horisontene har en unik risiko matrise. Oppgaven bruker Markowitz (1959) anerkjente modell. Opprinnelig laget for problemstillinger relatert til aksjer og obligasjoner. Eiendom har i etterkant blitt verifisert av modellen, med betingelsen om at avkastning og risiko er mulig å dokumentere separat for hver variabel. Dette tilfellet finansielle aktive klasser (Friedman 1971). Senere videreutviklet av Sharpe (1966), er det hva oppgaven legger til grunn for videre resultater.

Sentralt med eiendom er å ta stilling til flere viktige faktorer. Alternativene for eksponering, ulike segmenter, geografi, men også størrelsen på investerings kapital. At man oppnår en diversifiserings effekt med eiendom er allerede vist, men det er også andre aspekter med eiendom som kan påvirke porteføljen både positivt og negativt. Kampli (2004) poengterer eiendoms viktige egenskaper knyttet til diversifisering. Avkastning, risiko og korrelasjon med andre eiendeler nevnes. utfordringer med mulighetene for eiendom i form av noterte og unoterte investeringer, ulike segmenter, ofte lite likviditet og kapitaltunge investeringer blir i tillegg poengtert som avgjørende for optimalisering (Kampli 2004).

## Oppbygging av oppgaven

Målet er å finne den optimale eksponeringen mot eiendom. Studiet ser også på flere metoder investor kan velge i eiendomsmarkedet. Fokus i analysen er rettet mot et globalt investerings univers. *Strategiplan 2020-2022* (2017) kan brukes som et referansepunkt. Investerings profilen for direkte og indirekte eiendom er hva oppgaven på forhånd antar i analysene.

I et brev til finansdepartementet fra Norges Bank nevnes det at notert og unotert eiendom vil bli sett i sammenheng (*Strategiplan 2020-2022* 2017). Målsettingen



fremover er Eiendomsportefølje på 35 %. Både i direkte investering i eiendom og børsnoterte verdipapirer (*Strategiplan 2020-2022* 2017).

# Litteratur

## Eiendom

Det er vanskelig å skaffe store kvantum med data og tall av eiendom, sammenlignet med børsnoterte markedet, fordi handelen av eiendom foregår privat hvor det er “lukkede”/private avtaler mellom kjøper og selger. Selv om det finnes reguleringer og lov bestemmelser i eiendomsmarkedet, er effektene ikke perfekte, og har blant annet den dag i dag ikke resultert i en sentralisert database som er “lett” håndoterbare. Historisk har eiendominvesteringer vært ett mindre attraktivt emne i akademisk studier, for finansiell økonomi.

### Eiendom & data: To utfordringer

Eierskap av land har blitt handlet siden tidenes morgen, men ikke nødvendigvis med markeds mekanismer vi kjenner til i dag. Resultatet er forskjeller i hvordan fungerer og er organisert, rundt om i verden. Samtidig også hvordan eiendom verdsettes. Effektene gjør studier mer komplekst. Eiendoms prisindeks kan ikke lages med bruk av direkte observerte markeds transaksjoner, som man kan gjøre for aksjer og obligasjoner.

Eiendomsmarkedet omsetter også unike eiendeler, uregelmessig og sjeldent over tid. Vanskelig å lage prisindeks, egnet til å studere aktiva klassens prisdynamikk. Utfordringen er både elsket og hatet blant akademikere. For noen en barriere, andre et problem mulig å løse.

**Utfordring nr 1** er transaksjons data ofte kan være sparsomt/tynt. Spesielt for *kommersiell eiendom*. For eksempel kan ulike lokasjoner ha ulik prisdynamikk, som reflekterer tilbud og etterspørsel i det respektive markedet. *Volatilitet, syklus* og *struktur* i utvikling av indeksene kan være ulikt mellom lokasjoner på grunn

av faktorer og lokale økonomiske- og politiske rammer (D. Geltner 2015a; Delfim and Hoesli 2019; Pagliari Jr. 2017; Oikarinen et al. 2011a; Lynn and McCarthy 2012; Gatzlaff and D. M. Geltner 1998; Chen and Schintler 2017).

**Utfordring nr 2** er *støy i data* fra prisindeksen, et resultat av *tilfeldige feil* og individuelle forskjeller i transaksjons prisene. Transaksjon pris indekser for eiendom som forsøker å kontrollere for heterogeniteten, med bruk av sofistikerte statistiske metoder, har blitt utviklet av siste generasjon, og fosset har tidligere vært rettet mot husholdninger og private boliginvesteringer i eiendomsmarkedet (Gatzlaff and D. M. Geltner 1998; Chen and Schintler 2017).

## Eiendomsaksjer

Valget mellom alternativene innenfor eiendom som *REITs* eller *direkte eiendom* har stor betydning for porteføljen til investor. Fundamentalt er kan man se for seg at *REITs* og *direkte eiendom* er omtrent identiske. Samme underliggende drivere av kontantstrøm, begge inntekts drivende kommersiell eiendom. Forskjellen ligger nok i hvilken type markedsplass det omsettes i. For eksempel handles REITs på en børs og er del av et “offentlig marked”. Her reflekteres en likevektspris mellom tilbud og etterspørselssiden som beveger seg veldig raskt, og kjennetegnes av å være sensitiv mot informasjon og nyheter, av betydning for likevekten. Til sammenligning er de private markedene stille og tradisjonelle. Effekten av det bør reflektere investors avgjørelse.

D. Geltner (2015b) viser et eksempel med to tyske indekser og viser et sentralt faktum; *børspriser er sensitive*. Prisutviklingen viser dem går langsikt mot samme retting. Volatiliteten er større på børsnoterte markeder. Avstanden mellom indeksene er relativt stor på kortsikt.

Det er nærliggende og anse eiendom som en naturlig kandidat for langsiktige investeringer. Om påstanden deles av flere investorer betyr det behov for mer kunnskap om investeringer i eiendom. Det er faktisk helt avgjørende, for en optimal portefølje å analysere eiendom i forhold til effektene som kan påvirke valgene investorer må gjøre. Viktige kjennetegn er store transaksjonskostnader og

lite likvide markeder for investorer som investerer i eiendom (D. Geltner 2015b; D. Geltner 2011; Oikarinen et al. 2011a; Lynn and McCarthy 2012).

## Tidligere studier

Tidligere studier følge er Pagliari Jr. (2017); MacKinnon and Al Zaman (2009); Oikarinen et al. (2011b); Delfim and Hoesli (2019), alle ser på eiendom sin rolle sammen med *aksjer* og *obligasjoner*, også over langere tidshorisonter.

MacKinnon and Al Zaman (2009) viser i hovedsak REITS gir liten nytte i en portefølje hvor tilgang på direkte eiendom er mulig, som i institusjonelle og pensjonsfond. Men de viser at for investorer hvor *direkte eiendom* ikke er tilgjengelig, vil *REIT* fungere som et *substitutt* og av den grunn ha høye allokeringer (MacKinnon and Al Zaman 2009).

Pagliari Jr. (2017) utvider analysen med flere eiendel klasser. Konkluderer med at investors preferanse for *likviditet*, *transaksjonskostnader* og *volatilitet*, på kort sikt avgjør allokeringen mellom *unotert* eller *notert* (Pagliari Jr. 2017).

Campbell and Viceira (2005) sitt rammeverk for VAR(1) metodikken (Campbell and Viceira 2005).

# Metode

## Innledning

Formuleringen for moderne portefølje teori er seksjonens tema. I hovedsak består analysen av å minimalisere risiko, for et gitt mål avkastning. Først presenteres *mean – variance* porteføljen hvor risiko er basert på *kovarians matrisen* fra datautvalget. Etterfulgt av Campbell and Viceira (2005) sin metode for VAR modeller (Campbell and Viceira 2005).

## Mean-Variance Portfolio

Analysen viser en *minimum varians (MV) portefølje* med `longonly` betingelse. Markowitz (1959) introduserte MV portefølje rammeverket i 1953, og er i dag mer enn 60 år siden fortsatt grunnpilaren innenfor porteføljeteori (Markowitz 1959). Analysen kan gjøres på 2 måter:

- 1) maksimere avkastning for en gitt risiko mål
- 2) minimere risiko for en gitt mål for avkastning.

Denne oppgaven tar for seg *tilnærming nr to* i analysen.

## Forutsetninger

Forutsetninger som generelt antas i en MV-modell er (i) porteføljen består av både *risikable- og risikofrie eiendeler*; (ii) prisene på aktiva klassene er eksogene og gitt; (iii) investorer er pris takene og påvirker ikke prisingen av aktiva; (iv) avkastningen har en kovarians matrise.

Momenter til bruk i portefølje optimaliseringen er en vektet kovarians matrise,  $w^T \Sigma$ , hvor  $\Sigma$  er kovarians matrisen og  $w$  er vektene. Optimaliseringen er løst ved å definere et mål for avkastning,  $r$  og betingelsen om *longonly* og *fullt investert*.

## Betingelser

Et sett med regler (*constraints*) brukes i modellen. Oppgaven har gjennom å finne vektene som *minimaliserer risikoen* subjekt til et gitt nivå til avkastningen fra en likevektet portefølje. Vektoren  $r[i]$ , består av  $i$  elementer med forskjellige mål for avkastning slik at:

subjekt til (gitt betingelsene)

1)  $w = (w_1, w_2, \dots, w_N)^T > 0$  *Lange Posisjoner*.

2)  $\sum_{i=1}^N w_i = 1$ , *Fullt investert*.

3)  $w^T \Sigma \mu = x$ , *Mål avkastning*.

- **Mål for avkastning** Definert mål for avkastning i prosent standardavvik. Basert på gjennomsnittet fra en likevektet portefølje avkastning. Forventet avkastning av en portefølje bestående av  $n + 1$  risikable aktiva klasser, hvor hver aktiva har en  $w = 1/n$ .
- **Fullt Investert:** Investor må være fullt investert. Det innebærer at vi antar investor velger å investere all sin kapital mellom alternativene gitt i analysen. Summen av alle vekter må bli 1 (100%).
- **Lange Posisjoner:** Investeringene som foretas kan bare være *lange*<sup>1</sup>. Det vil si at investor ikke kan ta posisjoner som er korte. Kun lange posisjoner er tilgjengelig, og vektene fra modellen vil også kun vise positive vekter.

$X$  er aktiva avkastning,  $w^T \Sigma \mu = x$  er portefølje mål for avkastning,  $\Sigma$  er kovarians estimatet.

---

<sup>1</sup>Lange posisjoner (long) referer til investeringer hvor det foretas et kjøp av finansiell aktiva, og hvor investor tjener på oppgang i prisen av underliggende. Motsatt er korte posisjoner, til sammenligning.

## Risiko- og avkastningprofil

Modellen antar en investor som kun er interessert i å maksimere nytten til formuen  $W$ . Videre antas det er “*buy-hold investor*”, uten behov for å ha formuen  $w$  disponibel til konsum under investerings horisonten. Formuen kan være fullt investert over hele perioden, uten å påvirker investor. Rimelig å se for seg en investor som har tilgang på relativt mye kapital tid  $t$ , som må investere for økt nytte tid  $T$  (Sorensen and Trolle 2005; Campbell and Viceira 2005).

## Målsetting og investerings strategi

Analysen starter med en investor som tar en avgjørelse for porteføljen over en investerings horisont med  $k$  perioder i lengde. Investoren velger en *mean-variance* optimal portefølje, hvor portefølje momenter er estimert for horisontene.  $R0t$  er avkastningen til kontanter i periode  $t$ , og  $Rit$  er avkastningen til aktiva  $i$  for periode  $t$ .

I modellen brukes avkastning i *reelle termer*. La  $r0t = \ln(1 + R0t) \sim \ln(1 + \pi)$  være *real-avkastningen* til kontanter, hvor  $\pi$  er *inflasjon*. Avkastning for aktiva  $i$  er definert som *mer-avkastningen* over kontanter,  $xit = \ln(1 + Rit) \sim \ln(1 + \pi) \sim r0t = rit \sim r0t$ .  $xit$  er *mer-avkastningen* til aktiva  $i$  både i *reelle* og *nominelle termer*.

Alle variablene i analysen er satt sammen i en  $m \times 1$  vektor  $zt$ , hvor fet-skrift indikerer vektor eller matrise.  $xt$  er en  $n \times 1$  vektor med *mer-avkastning* fra  $n$  *aktiva-klasser* med  $i$  i analysen. Inkludert *kontanter*, velger investor optimal portefølje mellom  $n + 1$  risikable eiendeler.  $St$  er en vektor av  $m - n - 1$

## Utgangspunktet

Analysen estimerer en  $k \times k$  matrise ved bruk av en VAR(1) tilnærming <sup>2</sup>. Estimateresultatene blir brukt til å predikere avkastning  $h$  horisonter. Resultatene fra prediksjonen gir mulighet til å definere  $h$  unike kovarians matriser, som kan brukes til å løse optimale porteføljer for enhver horisont  $h$ .

---

<sup>2</sup>Alle egenverdier fra VAR(1) estimering er ulik 0. Modellen oppfyller krav om multivariat stasjonæritet.

En data matrise  $z$ , bestående av  $n + 1$  aktiva klasser og  $m$  *faktor variabler* er oppgavens utgangspunkt <sup>3</sup>. Totalt er  $k$  *endogene* variabler med i modellen, hvor  $k = 8$ . Felles for alle referansestudier nevnt innledningsvis er bruken av Campbell and Viceira (2005) sitt rammeverk for VAR(1) modeller for estimering av finansiell data (Campbell and Viceira 2005; MacKinnon and Al Zaman 2009; Rehring 2012; Delfim and Hoesli 2019).

Basert på VAR resultatene gir modellen oss en *kovariansmatrise* som inneholder informasjon om *variansen* og *kovariansen* mellom aktiva klassene. Vi er i utgangspunktet kun interessert i aktiva klassene, og vil derfor kun hente matrisene til de totalt 5 variablene. De 3 andre variablene som representerer faktorvariabler er ikke av interesse etter estimering.

*faktor variabler* brukt til å predikere aktiva avkastning.

## Dynamisk VAR modell

Med bruk av  $n + 1$  risikable aktiva klasser og en proxy <sup>4</sup> for pengemarkedet, tar vi med 3 ekstra *faktor variabler*, godt egnet til å predikere avkastning.

Sentralt rundt VAR estimering er hvilket forhold investor har til risiko, og hvilke forutsetninger som legges til grunn ved bruk av denne metoden. Det er stor forskjell sammenlignet ved å estimere gjennomsnitt fra utvalget. For det første vet investor det at risikoen fortsatt vil være konstant over tid, men den vil være annerledes over langere tidshorisonter. Det medfører også at risikoen kan forandre seg, og det betyr da at risikoen kan være større, men også mindre basert på resultatene. Med andre ord, risikoen er ikke gitt. Den er ikke flat, slik som den ofte fremstilles ved å skalere kun opp til årlig basis.

---

<sup>3</sup>I denne oppgaven er  $n + 1 = 4$ , og  $m = 3$

<sup>4</sup>“*Proxy*” brukes om en observerbar eller målbar størrelse som kan brukes til å gi informasjon om eller et mål på en annen størrelse (som man ikke har data for)



## Egenskaper med matrisen

En sentral antagelse som legges til grunn angående egenskaper ved matrisene i VAR metodikken, er at vi kan bruke en tilnærming som kalles “*Cholesky Decomposition*”. Det vil si at det er fornuftig å anta kovarians matrisene fra VAR modellen som positive definitte, som vil si at alle reelle tall er forskjellig fra null: med andre ord det er et standardavvik langs diagonalen for hver matrise. En slik antagelse er nærliggende og forsvarlig å ta for økonomiske modeller, men må vurderes dersom teknikk brukes i andre fagdisipliner <sup>5</sup>. I tillegg antar vi det er kontinuerlig korrelasjon mellom variablene, som gjenspeiles i at matrise elementene utenfor diagonalen også vil være forskjellig fra 0. Se Gilli et al. (2019) sitt kompendium for detaljerte beskrivelser rundt matrise egenskapene og spesifikasjoner (Gilli et al. 2019, s.40; Pfaff et al. 2008).

## Betingede momenter

Analysen baserer seg kun på de to første momentene til distribusjonen for data <sup>6</sup>. Disse to momentene er *forventet avkastning* og *varians*. Høyere dimensjoner dekkes ikke i analysen, og av den grunn ikke tatt med i betraktning for resultatene. Parameteren til bruk for løsningen av porteføljer tar inn forhåndsdefinerte verdier fra datautvalget. Se Gilli et al. (2019) for flere detaljer og informasjon angående tekniske spesifikasjoner om optimalisering modellen valgt ut (Gilli et al. 2019, s.384).

Modellen tar inn historisk data fra finansmarkedene. Basert på data predikeres forventningsverdier av avkastning,  $r$ , for hver horisont  $h$ .  $rh$  betegner forventet *predikert avkastning*, betinget til horisont  $h$ . Formålet er å beregne risikoen, representert med kovariansmatrise fra variansen til avkastningen predikert. Det gjøres derfor tydelig at denne analysen kun bruker kovarians matrisen, som mål

---

<sup>5</sup> *Cholesky Decomposition* har tydelig forutsetninger, og må forsvares basert på datautvalget, variabler og problemstilling. Fag som økonomi har en antagelse om standardavvik, som er “unormalt” sammenlignet med antagelser fra andre fagdisipliner. Teknikken vil fungerer uansett oppgave, men betraktninger man foretar om matrisen som vil være avgjørende.

<sup>6</sup> Modell navnet til analyseverktøyet oppgaven bruker. En kvadratisk lineær tilnærming er fornuftig i dette tilfellet. Se (original by Berwin A. Turlach R port by Andreas Weingessel <Andreas.Weingessel@ci.tuwien.ac.at> Fortran contributions from Cleve Moler dpodi/LINPACK) 2019).

for risiko, som den betingede parameteren i portefølje optimaliseringen. Den andre parameteren som er forventet avkastning er ubetinget, og vi velger simpelthent å ta et veid gjennomsnitt fra aktiva klassene som mål. Vi analysierer avkastningen og skalerer den kun med  $h$ , altså antall horisonter. Avkastningstål vil er en lineær funksjon av antall horisonter.

# Data

I denne seksjonen er formålet å bli kjent datautvalget. Kapitlet er organisert slik: Først tar vi for oss data og deskriptiv statistikk. Spesifikasjoner med datautvalget, begrunnelse og vurderinger for valg av tidsserier. Etterfulgt av eiendoms data fra *Ncreif* med deskriptiv statistikk og oppsummeringer nederst.

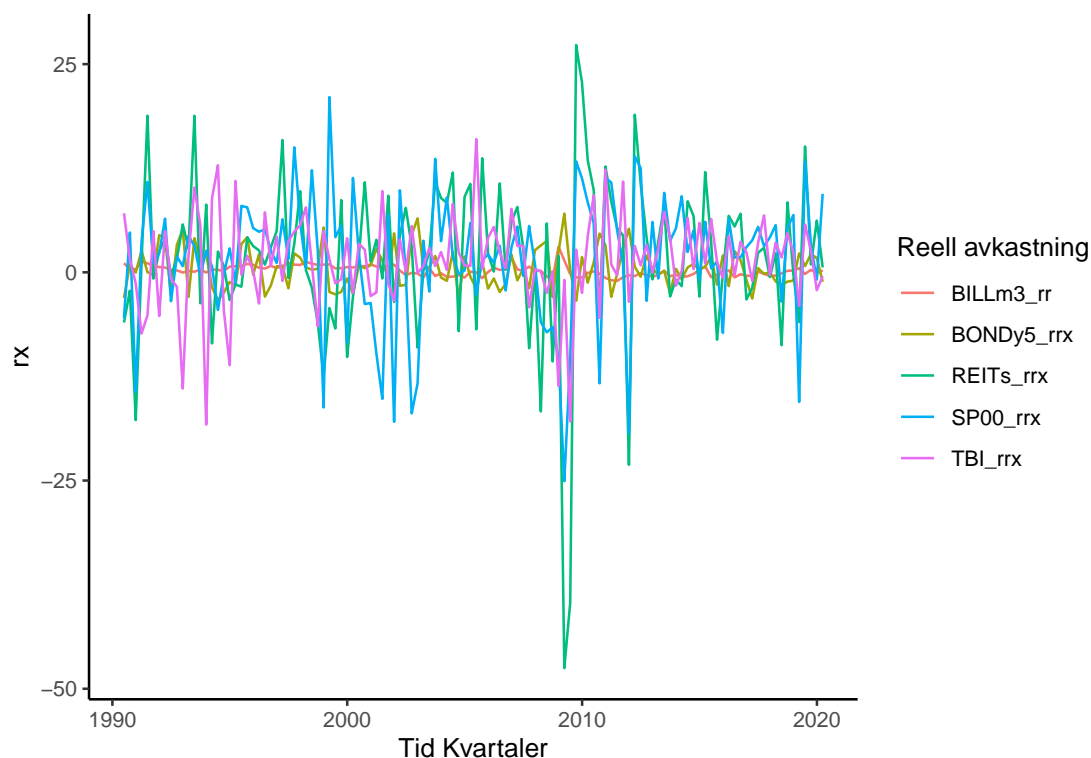
## Om data

Resultatene fra analysen er basert på kvartalsvis data i perioden Q3 1990 - Q1 2020, for det amerikanske markedet (USA). Tidsperioden er valgt med hensyn på tilgang av eiendoms data indeksen for direkte eiendom *NCREIF / TBI* (2021) *Kontanter (T-bill)*, *aksjer*, *obligasjoner* og *eiendom (direkte og notert)* er investeringer tilgjengelig for investor i analysen. Aksjemarkedet er representert med SP500, gir investor eksponering til en stor nok del av aksjemarkedet i USA.

For obligasjoner, omtales «Bonds» fremover, er indeksverdier fra en langsiktig statsobligasjons (5års) med i analysen. Likt som Campbell and Viceira (2005a), Rehring (2012) og MacKinnon and Al Zaman (2009) er *dividende avkastning* («Dividende Yield»), og *termin differansen* fra avkastningen til en *langsiktig obligasjon*, og en *kortsiktig obligasjon*, videre kalt «Yield Spread». Totalt tre faktorvariabler. Godt egnet til å predikere aktiva avkastning (Campbell and Viceira 2005a; Rehring 2012; MacKinnon and Al Zaman 2009).

## Deskriptiv statistikk

Inngående datasett består av tidsserier av finansielle aktiva klasser, og forklaringsvariabler til bruk for estimering. 1 viser deskriptiv statistikk. Disse forklar-



**Figure 1:** Viser avkastningen for alle variablene i datautvalget. Det er den reelle avkastningen for aktivaklassene; T.Bill, SP500, Bond, TBI og REITs. For faktorvariablene UNRATE, M2, DIV.YIELD, TS vises i ln endringsform. All data er kvartalsvis og gjelder for perioden q1 1990 - q1 2020

**Table 1:** Deskriptiv Statistikk

Variable	N	Mean	Std. Dev.	Min	Pctl. 25	Pctl. 75	Max
TBILL	120	0.21	0.631	-1.031	-0.301	0.643	3.076
SP500	120	1.579	7.829	-25.075	-0.888	5.908	21.045
BOND	120	0.486	2.341	-3.416	-1.277	2.052	7.046
TBI	120	1.448	5.435	-18.276	-0.85	4.334	15.99
REITs	120	1.763	9.875	-47.525	-1.85	7.77	27.292
IP	120	0.434	1.244	-5.779	0.188	1.173	2.476
M2	120	1.327	0.709	-0.289	0.958	1.684	4.449
TBYLD	120	2.65	2.176	-0.01	0.252	4.781	7.698
TS	120	1.186	0.839	-0.781	0.601	1.719	3.083
DIVYLD	120	2.037	0.554	1.104	1.723	2.169	3.681
UNRATE	120	5.65	1.508	3.537	4.497	6.579	9.44

ingsvariablene egner seg, basert på tidligere empiri, godt til å predikere aktiva klassene med i analysen <sup>1</sup>.

All data i populasjons utvalget i forbindelse med denne undersøkelsen er oppgitt i kvartalsvis frekvens. Resultatene viser hva man kan forvente fra de respektive klassene med tanke på avkastning og risiko. Det samme gjelder deskstiv informasjon fra faktorvariabler, som gir tilnærmet de samme gjennomsnittsverdiene og standardavvik. Tallene viser samme fordelings egenskaper, sammenlignet med Delfim and Hoesli (2019) og MacKinnon and Al Zaman (2009) resultater, hvor begge benyttet kvartals data i sin analyse.

Data er regnet transformert fra for å kunne taes i bruk i modellen. For aktivasiden er inngående data *totalavkastningindekser*. Fra indeksene beregnes log avkastningen for alle  $n + 1$ . Log avkastningen beregnes først, så real avkastningen for kontanter (TBILL), ved å justere for inflasjon,  $\pi$ .

I denne oppgaven er kvartalsvis *log* endring i *KPI indeksen*, for det amerikanske markedet tatt i bruk som en inflasjons proxy. *rit* betegner den *reelle avkastningen* til aktiva klasse  $i$ . Videre betegner *r0t* den *reelle avkastningen* til kontanter, til brukt som benchmarking for en risikofri investering.

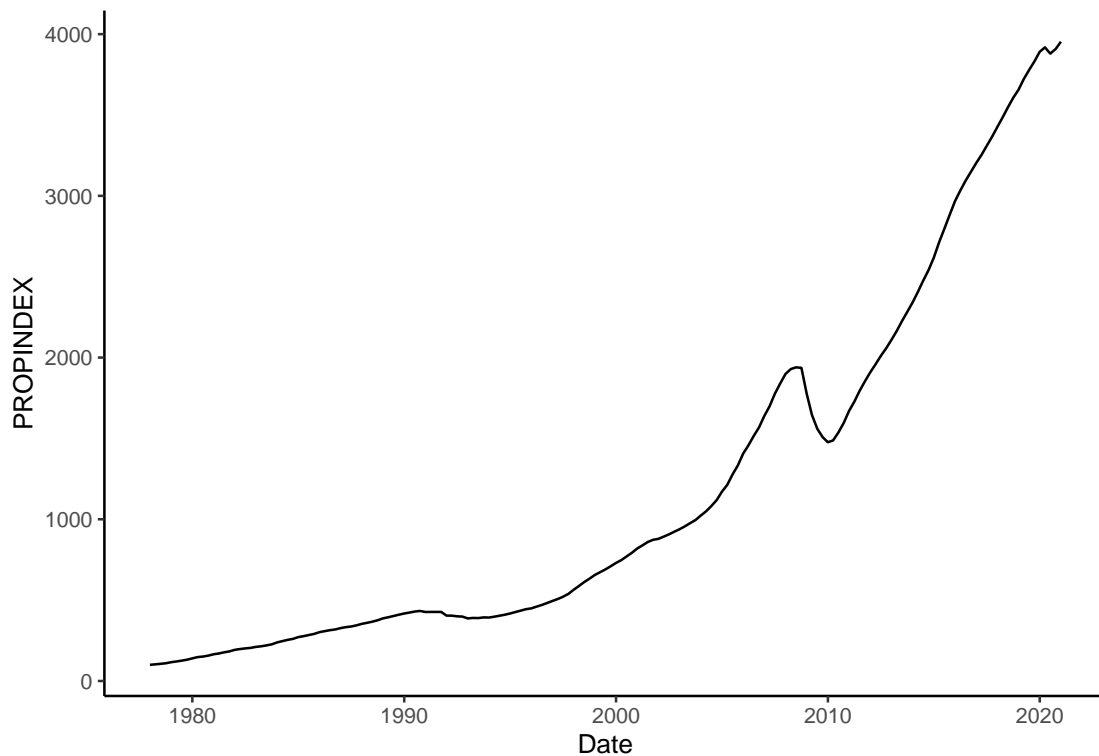
## Ncreif & Nareit

Eiendoms data er representert med prisindeks Ncreif TBI. <sup>2</sup> laget av Ncreif. Indeksen er valgt fordi den representerer markedet for *institusjonelle aktører* i USA. Temaet spisses inn mot *kommersiell eiendom*. Analysen dekker ikke *private boliginvesteringer* og *husholdninger*. Investerings universet *Strategiplan 2020-2022* (2017) er naturlig å bruke som referansepunkt. Husholdningene i eiendomsmarkedet er større enn *kommersielle markedet* er. I tillegg har data fra boliginvesteringer egenskaper som *multiplikatoreffekter*. Ikke er tilstedte i det *kommersielle markedet*.

---

<sup>1</sup>Om ikke annet er spesifisert, så er data hentet ut fra Eikon databasen.

<sup>2</sup>Ncreif sin takst/verdsettelse- baserte indeks «NPI» er den mest anerkjente. TBI indeksen er likevel en gjenganger i tidligere akademiske undersøkelser angående eiendom og porteføljeteori (MacKinnon and Al Zaman 2009; Campbell and Viceira 2005b; Rehring 2012; Delfim and Hoesli 2019; Pagliari Jr. 2017; Oikarinen et al. 2011).



**Figure 2:** Ncreif sin Property indeks i perioden Q1 1978 til Q4 2020. Grafen er laget med indekscursene

**Table 2:** Ncreif Eiendomindeks

Variable	N	Mean	Std. Dev.	Min	Pctl. 25	Pctl. 75	Max
NPI	172	2.182	2.033	-8.29	1.6	3.21	6.19
TBI	144	2.211	5.743	-16.12	-0.108	5.657	18.14

For mer detaljer se referanser (Geltner 2015a; Geltner 2015b; Geltner 2011; Wilson 2021; Lecomte 2021; Ross and Zisler 1991).

## Forskjell indekser

NPI indeksen fra Ncreif representerer hele det kommersielle eiendomsmarkedet i USA. Det er likevel forskjeller mellom indeksene.

Indeksen laget av Ncreif er valgt for oppgavens formål. TBI indeksen ser ut til å ha bedre forutsetninger til å løse utfordringene eiendoms data generelt kjennetegnes med fra tidligere. *Analytiske formål*, samtidig også *porteføljeteori*.

Under vises **NPI** og **TBI** indeksen, en mer “treg” og kanskje noe sesong tung

**Table 3:** Ncreif Eiendomdata

Variable	N	Mean	Std. Dev.	Min	Pctl. 25	Pctl. 75	Max
VALUE	110	1.708	4.141	-17.26	1.542	3.513	10.11
OPPORTUNISTIC	98	2.445	5.896	-26.23	0.698	4.178	18.68
CORE	140	2.095	2.792	-13.44	1.727	3.67	6.33
NATIONAL	144	2.211	5.743	-16.12	-0.108	5.657	18.14
EAST	105	2.625	5.006	-15.76	0	5.57	17.68
WEST	105	2.997	5.248	-16.95	0.37	5.77	19.38
SOUTH	105	2.685	5.004	-15.72	0.02	5.29	18.02
MIDWEST	105	2.137	4.887	-15.62	-0.39	4.79	16.49
APARTMENT	105	2.762	5.141	-15.9	-0.06	5.38	18.73
RETAIL	105	2.747	5.319	-15.76	-0.03	5.16	21.98
INDUSTRIAL	105	2.822	5.167	-16.35	0.03	5.65	18.22
OFFICE	105	2.453	4.875	-16.05	-0.29	5.45	16.65

NPI indeks. For å unngå bias og auto korrelasjon velges TBI. Også mye brukt i litteraturen se (Geltner 2015a; Geltner 2015b; Geltner 2011; Wilson 2021; Lecomte 2021; Ross and Zisler 1991).

# Resultater

I denne seksjonen blir resultatene fra analysen presentert. Resultatene er splittet opp i to deler: Først med bruk av standard fremgangsmåte i figur 1, estimeres *longonly* porteføljer. Andre del av analysen i tabell 3, bruker en VAR(1) modell og estimerer ny porteføljer til sammenligning.

Resultatene viser hvordan årlig risiko, målt i standardavvik, utvikler seg etter hvert som investerings horisont  $k$  blir større. Hvert punkt  $k$  viser den årlige risikoen, i **figur 2**. VAR(1) modellen fra tabell 3 brukes for å estimere parametrene i modellen. Fra tabell 3 predikeres også risikoen for flere investeringhorisonter. Hver horisont  $k$  har en unik kovarians matrise mulig å bruke i portefølje modelleringen.

## Portefølje Optimalisering: Del 1

### LongOnly: Standardmetoden

1 viser en oppsummering av *longonly* modeller. Fra tre ulike scenarioer viser figuren hvordan vektingen til hver av aktiva klassene endrer seg i sammenheng med risikonivået. Øverst er direkte eiendomsinvesteringer eneste alternativ tilgjengelig, sammen med aksjer og obligasjoner. Eiendom har en relativt liten andel for lav risiko preferanse. Horisontalt med x-aksen (*target return*) blir vektingen større for både eiendom og aksjer.

## VAR estimering

### Terminstrukturen risiko

I figur 2 ser vi for  $k = 1$  ser kjent SP500 med omkring 15 % årlig standardavvik. Det er også hva man forventer fra historiske utviklingen i aksjeindeksen. REITs, som også omsettes på aksjemarkedet, har noe høyere risiko med omkring 17.91, høyeste risikoen av totalt de fem aktiva klassene med i analysen.



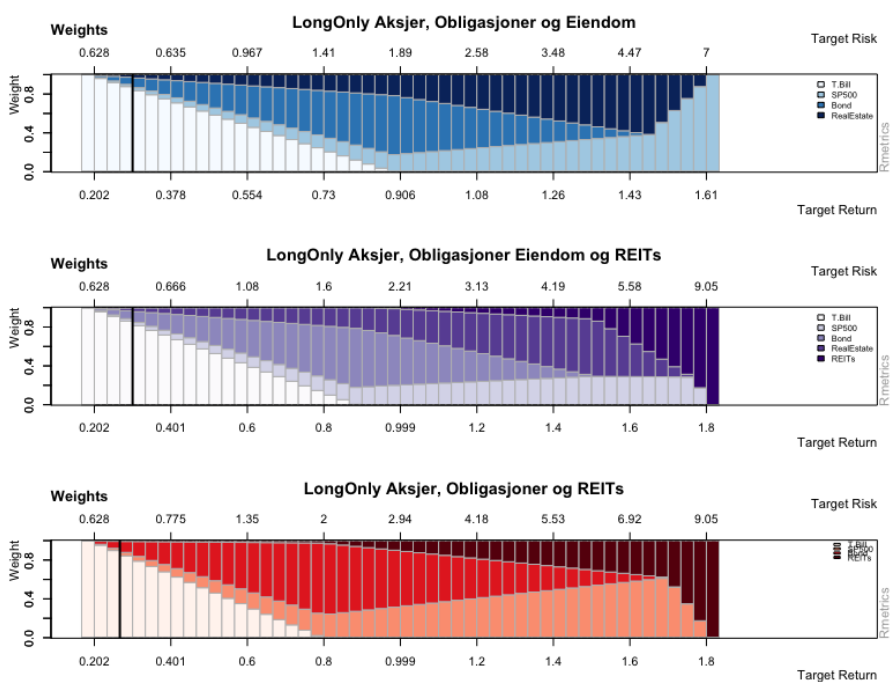


Figure 1: Optimale porteføljevæker fra tre ulike scenarier. Estimering er gjort med bruk av gjennomsnittsverdiene fra utvalget. Ingen andre transformeringer er gjort. Øverst: Scenario 1, kun direkte eiendom er tilgjengelig. Midten: Direkte eiendom og REITs er begge mulig å investere i. Nederst: Kun REITs er mulig eiendomsinvestering

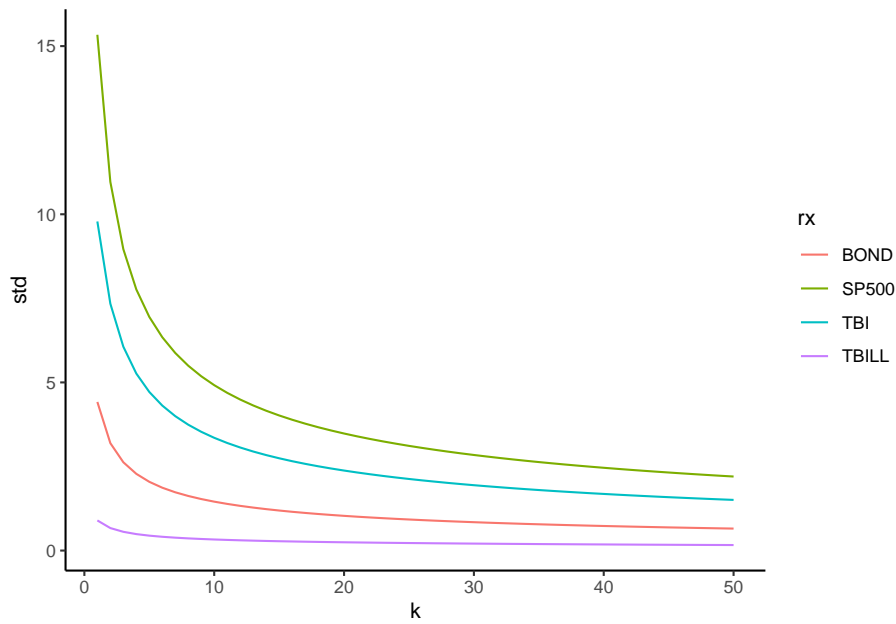


Figure 2: Kontanter, aksjer, obligasjoner og direkte eiendom (tbi) over investeringshorisonter fra 1 kvartal til 45 kvartal. Standardavvikene er regnet ut basert på diagonal termene fra kovariansmatrisen til hver horisont  $k$ . Variansen for en gitt horisont  $k$  er skalert med horisonten  $k$ , og deretter multiplisert med 4. Kvadratrotten av dette produktet tilsvarer annualisert standardavvik for hver horisont vist på grafen. Predikasjonen av horisontene 1 til 45, er basert på inngående VAR(1)-estimer

VAR Resultater

	Dependent variable:							
	TBILL (1)	SP500 (2)	BOND (3)	TBI (4)	y REITs (5)	TBYLD (6)	TS (7)	DIVYLD (8)
TBILL.11	0.231** (0.092)	-1.879 (1.574)	0.797* (0.453)	-0.313 (1.004)	-6.489*** (1.838)	-0.029 (0.081)	-0.133 (0.082)	-0.011 (0.032)
SP500.11	-0.009 (0.008)	0.050 (0.131)	-0.032 (0.038)	-0.012 (0.084)	0.075 (0.153)	-0.0001 (0.007)	0.008 (0.007)	-0.007** (0.003)
BOND.11	-0.038* (0.022)	0.195 (0.372)	-0.009 (0.107)	-0.085 (0.237)	-0.274 (0.434)	-0.031 (0.019)	0.041** (0.019)	-0.018** (0.008)
TBI.11	-0.012 (0.008)	0.062 (0.142)	0.010 (0.041)	-0.251*** (0.091)	-0.079 (0.166)	0.011 (0.007)	-0.014* (0.007)	0.0001 (0.003)
REITs.11	0.006 (0.006)	-0.072 (0.101)	0.018 (0.029)	0.158** (0.064)	-0.052 (0.117)	0.001 (0.005)	-0.005 (0.005)	0.008*** (0.002)
TBYLD.11	0.141*** (0.028)	0.121 (0.484)	-0.011 (0.139)	-0.109 (0.309)	1.194** (0.565)	0.978*** (0.025)	0.010 (0.025)	-0.002 (0.010)
TS.11	-0.021 (0.064)	-0.622 (1.096)	0.596* (0.316)	-0.037 (0.699)	1.471 (1.280)	0.090 (0.056)	0.846*** (0.057)	-0.019 (0.023)
DIVYLD.11	-0.011 (0.092)	-0.974 (1.574)	0.237 (0.453)	-2.294** (1.004)	-3.657** (1.838)	-0.102 (0.081)	0.061 (0.082)	0.970*** (0.032)
const	-0.133 (0.180)	4.300 (3.087)	-0.809 (0.889)	6.618*** (1.969)	5.929 (3.604)	0.110 (0.158)	0.056 (0.162)	0.090 (0.064)
Observations	119	119	119	119	119	119	119	119
R2	0.487	0.034	0.091	0.182	0.173	0.966	0.770	0.915
Adjusted R2	0.449	-0.036	0.025	0.123	0.113	0.963	0.753	0.909
Residual Std. Error (df = 110)	0.466	7.976	2.298	5.089	9.314	0.409	0.418	0.165
F Statistic (df = 8; 110)	13.029***	0.482	1.377	3.059***	2.881***	388.587***	46.018***	148.559***

Note: \*p<0.1; \*\*p<0.05; \*\*\*p<0.01

Figure 3: VAR(1) oppsummeringstabell. Estimert med variablene tbill (kontanter), sp500 (aksjer), bond (obligasjoner), tbi (eiendom direkte) og REITs (eiendom-saksjer). Faktorvariablene div.yld (avkastning dividende), ts (termin differanse obligasjoner) og UNRATE (arbeidsledighet).

3 har vi eiendoms indeksen TBI som har en årlig risiko på rundt 9 %. Ut i fra estimatene ser det ut til at eiendoms indeksen ligger seg mellom aksjemarkedet og obligasjons/cash markedet når det kommer til risiko. Dette stemmer bra med hva vi også på forhånd antar om eiendoms investeringer.

Som antatt finner vi obligasjoner omkring nederst, med risiko på 4 % etterfulgt av den naturligvis laveste TBILL på 1,5 %. Slik vi har antatt på forhånd.

### Tilbake til normalen: “*mean reversion*”

Figur 2 viser hvordan risikoen utvikler seg. Som vi poengterte er det ved horisont = 1 relativt standard av hva vi antar og er kjent med å se av risiko parametere for aktiva klassene. Men når  $k$  øker, avtar risikoen. Den krymper. For eksempel har vi når  $k = 10$ , har risikoen avtatt til 4.92 for aksjer. 3.35 i eiendomsinvesteringer. Årlig basis, standardavvik.

Det samme skjer for de andre aktiva klassene også, men spesielt SP500 og TBI har “dramatisk” reduksjon i årlig risiko, etterhvert som horisontene øker.<sup>1</sup>

Til forskjell fra resultatene i de nevnte studiene, kan en mulig forklaring basert på resultatene fra VAR(1) modellen indikere en svak positiv korrelasjon mellom aksjer Maverick (n.d.) og Dividende Yield, etterfulgt av negativ prediksjon for laget Dividende Yield på aksjer, gjøre seg gjeldene her. En økning i Dividende Yield predikerer fall i aksjemarkedet, som på kort sikt resulterer i høyere risiko. Campbell and Viceira (2005) og MacKinnon and Al Zaman (2009) fikk estimater med motsatt rekkefølge; altså negativ korrelasjon og positiv prediksjon fra laget Dividende Yield på aksjer. Begge med data fra SP500 Total Return indeks.

Helling tilbake mot gjennomsnittet finner sted også i obligasjoner, men av vesentlig mindre grad enn i aksjer. Over lenger horisonter nærmer risikoen til obligasjoner seg nivået vi observerer kontanter harmonerer rundt. På horisont  $k = 45$  viser grafen et estimert årlig standardavvik på omtrent 0.75 % for obligasjoner og 0.18 % for kontanter. Kontanter forblir den minst risikable investerings-klassen gitt denne figuren, som også gjenspeiler lignende funn fra MacKinnon and Al Zaman (2009) sine resultater for akkurat disse to aktiva klassene.

### Eiendom vs aksjer: *lavrisikoinvestering eller ikke?*

Spesielt av interesse er termin strukturen til eiendom, og da særlig direkte investeringer. Figur 4 viser eiendom er ser ut til å være mindre risikabelt for

<sup>1</sup>Som beskrevet i Campbell and Viceira (2005), har vi sjekket av egenverdiene til VAR(1) modellen. Egenverdiene er under +1. Modellen er stabil og oppfylder multivariat AR(1)-lignende krav til stationaritet.

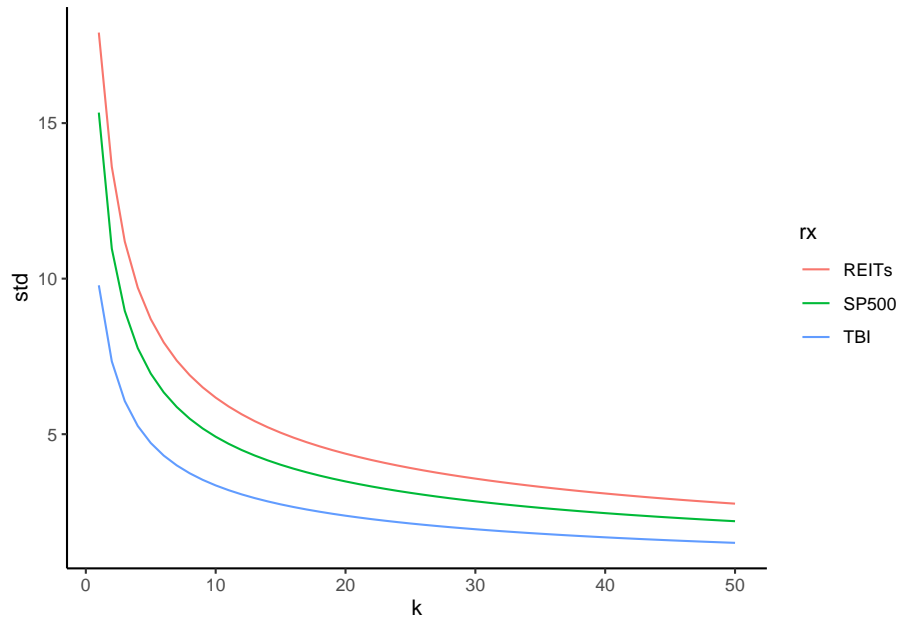


Figure 4: Terminstrukturen for REITs SP500 og Direkte Eiendom. .

investorer med lengere tidshorisonter. For korte horisonter er eiendom et sted mellom aksjer og obligasjoner fra en risiko perspektiv, som også er forventet ut ifra hvordan eiendoms omtale blant investorer (Kampli 2004) . MacKinnon and Al Zaman (2009) fikk også tilnærmet identiske resultater, fra samme type undersøkelse.

Selv om risikoen for eiendoms investeringer avtar over lenger horisonter i figur 4 og 2, er graden av «*mean-reversion*» også i dette tilfellet mindre sammenlignet med aksjer. For lenger tidshorisonter vil risikoen til eiendom og aksjer bli tilnærmet det samme. MacKinnon and Al Zaman (2009) kommenterte eiendom sin noe overraskende tangering mot aksjemarkedet sine nivåer over lenger tidshorisonter, kan være overraskelse for noen investorer (MacKinnon and Al Zaman 2009).

At eiendomsinvesteringer og aksjemarkedet på lang sikt tenderer mot lik risiko avviser et argumentet ofte brukt om eiendom: “en lavrisikoinvestering sammenlignet med aksjer”. I hvertfall fra et langsiktig perspektiv. Samme konklusjonen trekkes her også basert på 4 og 2. Konsistent med resultater fra historisk empiri på feltet Rehring (2012).

En mulig forklaring på eiendom sin utvikling kan gjøres basert på VAR(1) modellens i figur 3 resultater. Korrelasjonsmatrisen viser positiv (svak) korrelasjon mellom eiendom og REITs, som er den børsnoterte varianten av eiendomsinvesteringer. Dette mønsteret mellom eiendom og aksjer kommer også tydelig

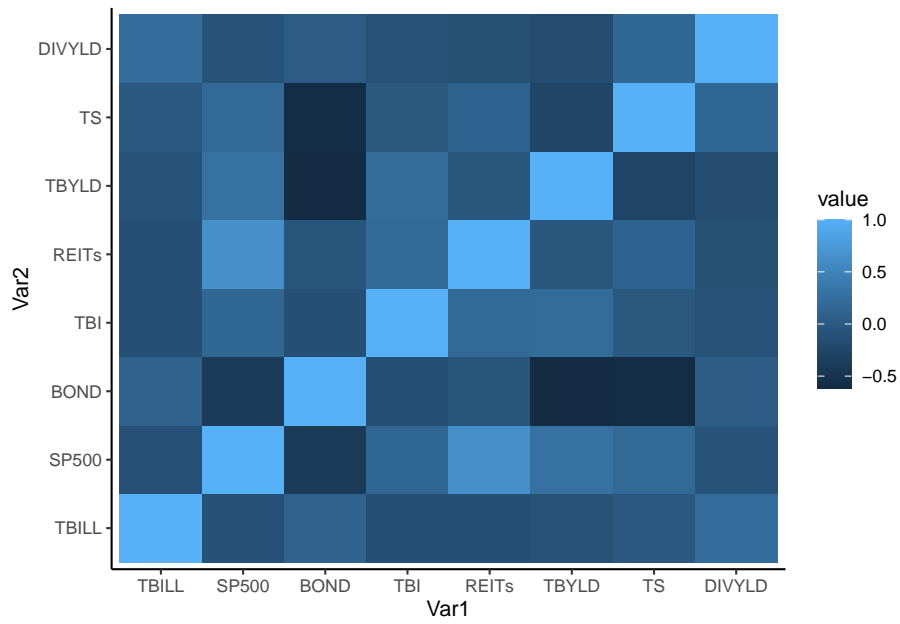


Figure 5: Korrelasjonsmatrisen fra VAR(1) estimatene.

frem i R Rehring (2012) sitt studiet, basert på resultater fra en VAR(1) modell av årlig frekvens eiendoms data i en i investeringsportefølje og påfølgende sjekk av terminstruktur for samme type aktiva klasser (Rehring 2012) . Økende utvikling i kurs for REITs, som sett og vis er aksjemarkedet samtidig, vil også ofte medføre eiendom i samme retning. Sammenspillet er ikke stort isolert sett, men gitt at REITs i tillegg predikerer positiv verdi på eiendom basert på et kvartals historikk, gir grunnlag til å legge merke til foreholdet, som en mulig forklaring på eiendom og aksjer sin utbrodering i terminstrukturen for risiko.

## REITs

Det har lenge vært kjent at det muligens er et ko-integrert forhold mellom direkte eiendom og REITs, fordi begge to tilsynelatende består av det samme. Allikevel er det relativt bred uenighet rundt hvilken grad vi kan betrakte denne relasjonen, og om den er av vesentlig betydning. REITs er i prinsippet eiendomsinvesteringer, argumenteres det for i litteraturen. Faktumet at aksje- og kapital markedene sine «krefter» har for stor påvirkning på kursutviklingen til REITs at det i praksis ikke vil være gyldig å betrakte direkte eiendom og REITs som det samme. Se (Oikarinen, Hoesli, and Serrano 2011; Geltner 2015; Wilson, n.d.).

Gitt eiendoms investeringer sitt tilsynelatende momentum i kursutvikling, er det nærliggende å anta enda kraftigere økning i risiko over enda lenger tidshorisonter. Som resultatene viser skjer altså ikke det. Den langsiktige “mean reversion” i eiendom kan forklares med resultater fra VAR(1) modellen. Korrelasjonsmatrisen viser positiv relasjon med nominell Yield fra T-bills. Det forklarer seg best med nominell Tbill.yield sin rolle som proxie mot dynamikk i inflasjonen, som også er konsistent med eiendom sitt godt kjente renome som «*inflasjons hedge*» blant investorer Kampli (2004). Men samtidig er det viktig å legge merke til at nominell Tbill er negativt assosiert med eiendom en periode i etterkant. Av den grunn kan det forklare det faktum at vi ser et tydelige «mean reversion» tendenser for eiendom. Resultatene vist i denne seksjonen er konsistente med MacKinnon and Al Zaman (2009).

## Del 2

Inspirert av MacKinnon and Al Zaman (2009), brukers samme «*target-returns*», foreslått i MacKinnon and Al Zaman (2009). 1.2 %, 1.9 %, 2.8 % og 3.4 %. Valgt fordi disse avkastningsålene reflekterer en stor variasjon av risiko toleranse, og samtidig korresponderer dem til gjennomsnittet av nominell avkastning for kontanter, obligasjoner og den klassiske *60/40 porteføljen* med aksjer/obligasjoner. Med disse avkastningsålene i sikte, vises porteføljeløsninger med horisonter på 1, 4 og 11 i 6 nedenfor.

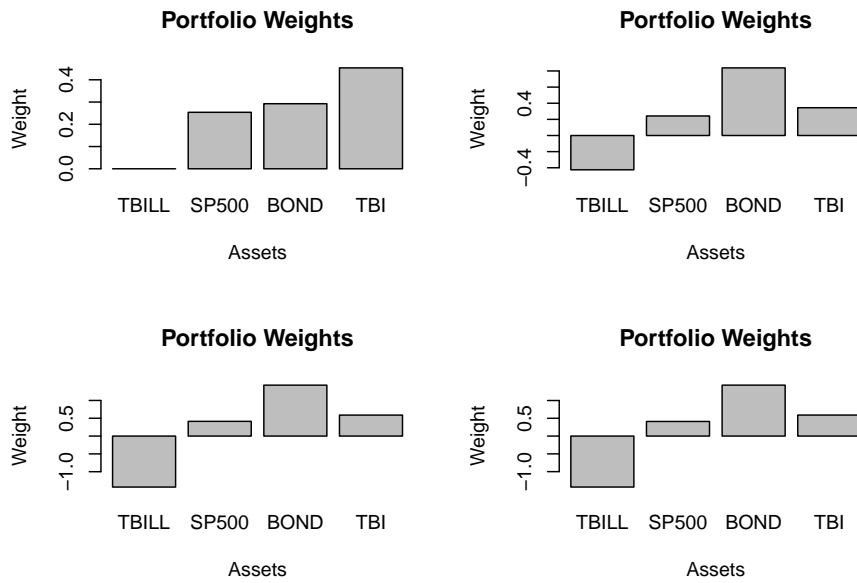


Figure 6: Viser løsninger for avkastningsmål 1,2 og 1,9 i prosent



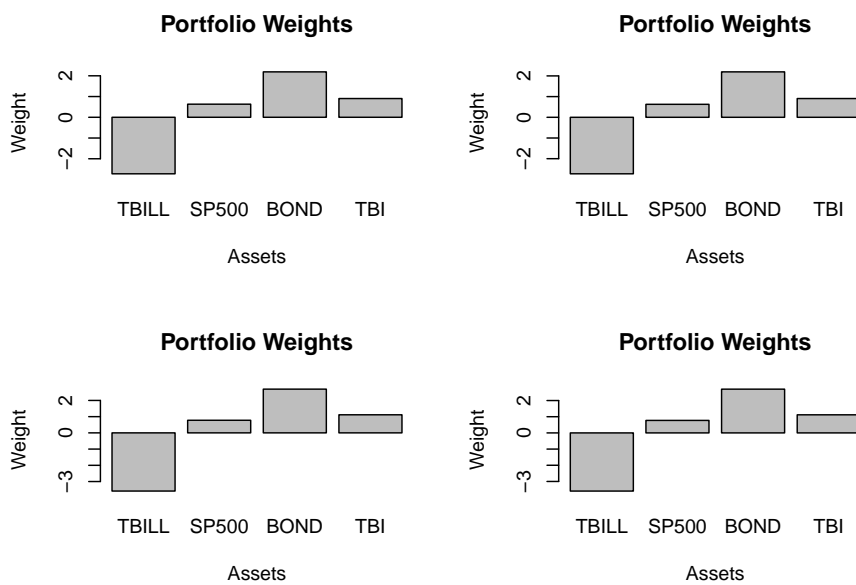


Figure 7: Viser løsninger for avkastningsmål 2,8 og 3,4 i prosent

# Konklusjon

Dette studiet estimerer optimale porteføljevækt for ulike scenarioer. Først estimerer vi en *longonly modell* rett fra datautvalget, “*standardmetoden*”. Viser hvordan vektingen eiendom endret seg i takt med risikopreferansen til investor. Høyere risiko viser en større andel av direkte eiendominvesteringer og REITs.

Deretter estimeres en VAR(1) modell fra datautvalget. Estimatet brukes til å predikere  $k$  horisonter. Kovariansmatrisen til alle horisonter,  $k$ , av interesse brukes til å modellere optimale porteføljevækt sopesikt for horisonten.

Resultatene er i samsvar med tidligere studier. Eiendom har over større tidshorisonter en avtagende risiko. Som i utgangspunktet er bra for porteføljen. Resultatene viser også her at også SP500 aksjeinvesteringer har tilnærmet lik utvikling i risikonivå. På sikt er eiendom og SP500 like risikable. Investors preferanse for risiko likviditet og transaksjonskostnader vil avgjør valget.

Eiendom sin rolle som en “*naturlig kandidat for langsiktige investeringer*” ser ut til å være for godt til å være sant.

## References

Berwin A. Turlach R port by Andreas Weingessel <Andreas.Weingessel@ci.tuwien.ac.at> Fortran contributions from Cleve Moler dpodi/LINPACK), S. original by. (2019). *Quadprog: Functions to solve quadratic programming problems*. <https://CRAN.R-project.org/package=quadprog>

Campbell, J. Y., & Viceira, L. M. (2005a). The term structure of the risk-return trade-off. *Financial Analysts Journal*, 61(1), 34–44. <https://doi.org/10.2469/faj.v61.n1.2682>

Campbell, J. Y., & Viceira, L. M. (2005b). The term structure of the risk-return trade-off. *Financial Analysts Journal*, 61(1), 34–44. <https://doi.org/10.2469/faj.v61.n1.2682>

Chen, Z., & Schintler, L. A. (2017). *Big data for regional science*. Taylor & Francis Limited.

Delfim, J.-C., & Hoesli, M. (2019a). Real estate in mixed-asset portfolios for various investment horizons. *The Journal of Portfolio Management*, 45(7), 141–158. <https://doi.org/10.3905/jpm.2019.45.7.141>

Delfim, J.-C., & Hoesli, M. (2019b). Real estate in mixed-asset portfolios for various investment horizons. *The Journal of Portfolio Management*, 45(7), 141–158. <https://doi.org/10.3905/jpm.2019.45.7.141>

Friedman, H. C. (1971). Real estate investment and portfolio theory. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 861–874.

Gatzlaff, D. H., & Geltner, D. M. (1998). A repeat-sales transaction-based index of commercial property. Available at SSRN 75075.

Geltner, D. (2011). A simplified transactions based index (TBI) for NCREIF production. *MIT Center for Real Estate & Geltner Associates LLC*.

Geltner, D. (2015a). Real estate price indices and price dynamics: An overview from an investments perspective. *Annual Review of Financial Economics*, 7, 615–633.

Geltner, D. (2015b). Real estate price indices and price dynamics: An overview from an investments perspective. *Annual Review of Financial Economics*, 7, 615–633.

Gilli, M., Maringer, D., & Schumann, E. (2019). *Numerical methods and optimization in finance*. Academic Press.

Kampli, M. (2004). Eiendom og porteføljestyring [Journal Article]. *Praktisk Økonomi Og Finans*, 21(3), 45–54.

Lecomte, P. (2021a). *New frontiers in real estate finance: The rise of micro markets*. Routledge.

Lecomte, P. (2021b). *New frontiers in real estate finance: The rise of micro markets*. Routledge.

Lynn, D. J., & McCarthy, W. (2012). Real estate mathematics: Applied analytics and quantitative methods for private real estate investment. *Real Estate Issues*, 37(1), 53.

MacKinnon, G. H., & Al Zaman, A. (2009). Real estate for the long term: The effect of return predictability on long-horizon allocations. *Real Estate Economics*, 37(1), 117–153.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1540-6229.2009.00237.x>

Markowitz, H. M. (1959). Portfolio selection, 1952]: Portfolio selection [Journal Article]. *Journal of*.

Maverick, J. B. (n.d.). *Stocks growth stocks top stocks value stocks dividend stocks tech stocks investing stocks what is the average annual return for the s&p 500?*

NBIM. (2017). In *Norges Bank Investment Management*. <https://www.nbim.no/>

NCREIF TBI. (n.d.). Retrieved September 9, 2021, from <https://www.ncreif.org/data-products/tbi/>

Oikarinen, E., Hoesli, M., & Serrano, C. (2011a). The long-run dynamics between direct and securitized real estate [Journal Article]. *Journal of Real Estate Research*, 33(1), 73–104.

Oikarinen, E., Hoesli, M., & Serrano, C. (2011b). The long-run dynamics between direct and securitized real estate. *Journal of Real Estate Research*, 33(1), 73–104.

Pagliari Jr., J. L. (2017). Another take on real estate's role in mixed-asset portfolio allocations. *Real Estate Economics*, 45(1), 75–132.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1111/1540-6229.12138>

Pfaff, B., & others. (2008). VAR, SVAR and SVEC models: Implementation within r package vars. *Journal of Statistical Software*, 27(4), 132.

Rehring, C. (2012). Real estate in a mixed-asset portfolio: The role of the investment horizon. *Real Estate Economics*, 40(1), 65–95.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1540-6229.2011.00306.x>

Ross, S., & Zisler, R. (1991). Risk and return in real estate [Journal Article]. *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, 4(2), 175. <https://doi.org/10.1007/BF00173123>

Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance [Journal Article]. *The Journal of Business*, 39(1), 119–138.

Sorensen, C., & Trolle, A. B. (2005). *Dynamic asset allocation and latent variables*. working paper, Copenhagen Business School.

Wilson, G. A. (n.d.-a). As inflation looms, here's how real estate and farmland have protected investors. In *The Conversation*. Retrieved September 9, 2021, from <http://theconversation.com/as-inflation-looms-heres-how-real-estate-and-farmland-have-protected-investors-155854>

Wilson, G. A. (n.d.-b). *As inflation looms, here's how real estate and farmland have protected investors*. <http://theconversation.com/as-inflation-looms-heres-how-real-estate-and-farmland-have-protected-investors-155854>

Würtz, D., Chalabi, Y., Chen, W., & Ellis, A. (2009). *Portfolio optimization with r/rmetrics*. Rmetrics.