Oscar Brandal Thorvaldsen

Fleksibilitet i addisjon og multiplikasjon

En kvantitativ studie på fleksibilitet av elever i 8. og 9. trinn.

Masteroppgave i matematikkdidaktikk 5.-10. trinn
Veileder: Tore Alexander Forbregd
Juni 2022

Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Oscar Brandal Thorvaldsen

Fleksibilitet i addisjon og multiplikasjon

En kvantitativ studie på fleksibilitet av elever i 8. og 9. trinn.

Masteroppgave i matematikkdidaktikk 5.-10. trinn
Veileder: Tore Alexander Forbregd
Juni 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Sammendrag

I denne studien har jeg undersøkt elevers evne til å velge løsningsstrategier i regneartene addisjon og multiplikasjon. Hensikten har vært å finne ut om elever er i stand til å velge løsningsstrategier fleksibelt, og om denne egenskapen er overførbar mellom to ulike matematiske tema. Kort forklart innebærer fleksibilitet at elever velger den mest hensiktsmessige løsningsstrategien for å løse et matematisk problem. Studiens problemstilling er som følger:

«I hvilken grad gjenspeiles fleksibilitet på tvers av regneartene addisjon og multiplikasjon?»

I studien er det benyttet kvantitativ metode med et selvutfyllende spørreskjema for hver av de to regneartene addisjon og multiplikasjon. Undersøkelsen ble gjennomført i to skoleklasser på ungdomstrinnet, en 8. klasse og en 9. klasse. Spørreskjemaene bestod av matematikkoppgaver i den aktuelle regnearten, hvor elevene arbeidet med oppgaver i to ulike scenarioer. Et scenario der elevene kunne velge løsningsstrategi, og et ikke-valgfritt scenario der elevene måtte bruke en spesifikk løsningsstrategi. Datamaterialet ble analysert ved bruk av Lemaire & Siegler (1995) sitt rammeverk for strategisk kompetanse. Det innebærer å bruke resultatene fra det ikke-valgfrie scenarioet til å analysere elevenes prestasjoner med ulike strategier. Deretter sammenlignes disse resultatene med elevenes strategivalg i det valgfrie scenarioet for å måle fleksibilitet. En korrelasjonsanalyse ble gjennomført for å belyse hvilken grad fleksibilitet gjenspeiles på tvers av regneartene.

Studiens resultat viser at det ikke er korrelasjon mellom elevenes individuelle fleksibilitetsnivå i addisjon og multiplikasjon. Det betyr at fleksibilitet gjenspeiles i svært liten grad på tvers av de to regneartene, og indikerer derfor at fleksibilitet ikke er en generell overførbar egenskap i matematikk.

Abstract

This study examines students’ ability to choose between different solution strategies for the arithmetic operators addition and multiplication. The purpose is to investigate whether students are able to choose solution strategies flexibly, and whether this ability is transferable between two different mathematical topics. Briefly explained, flexibility means a student's ability to choose the most appropriate strategy. The main research question for the study, is:

“To what extent does flexibility reflect across the two arithmetic operations addition and multiplication?”.

The study uses a quantitative research approach, with a survey consisting of two self-administered questionnaires; one questionnaire for each of the two arithemetic operations. The survey was conducted in two junior high school classes: one in 8th grade, and one in 9th grade. The questionnaires consisted of math problems related to the arithemetical operations. These were given in two different scenarios: a no-choice scenario where students had to use a specific strategy, and a choice scenario where students could freely choose their strategy.

The data material was analyzed using Lemaire & Siegler's (1995) framework for strategic competence, which involves using the results from the no-choice scenario to analyze students' performance with different strategies. To measure flexibility, these results are then compared with the students' strategy choices in the choice scenario. A correlation analysis was performed to find out how much flexibility is transferable between the two arithmetic operations.

The studys' results shows there is no correlation between students' flexibility in addition and multiplication. This means flexibility does not reflect across the two arithmetic operations, and therefore indicates that flexibility is not a transferable ability in mathematics.

Forord

Denne masteroppgaven i matematikkdidaktikk er gjennomført våren 2022, og markerer slutten på mine 5 år som lærerstudent ved NTNU i Trondheim. Arbeidet med masteroppgaven har vært både krevende og læringsrik. Det har gitt meg mulighet til å fordype meg i et tema jeg anser som sentralt i utvikling av en fruktbar læringsarena for dagens elever. Gjennom dette arbeidet har jeg tilegnet meg kunnskap jeg kommer til å ta med meg videre inn i lærerpraksisen.

Jeg vil rette en stor takk til veileder, Tore Alexander Forbregd, som gjennom hele skriveprosessen har fulgt meg opp og gitt konstruktive tilbakemeldinger. Jeg vil også takke venner og familie som har motivert og støttet meg gjennom hele masterløpet. Til slutt vil jeg også takke skolen og elevene som har deltatt i studien. Jeg håper de sitter igjen med en positiv og lærerik opplevelse etter å ha deltatt i undersøkelsen.

Trondheim, juni 2022

Oscar Brandal Thorvaldsen

Innhold

Figurer

Tabeller

Forkortelser/symboler

AV	Avrunding
AVO	Avrundingsoppgaver
CA	Cirka
ETC	Et cetera
NESH	Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora, juss og teologi
NSD	Norsk senter for forskningsdata
SA	Standardalgoritme
SAO	Standardalgoritme-oppgaver

1 Innledning

Matematikk er et fag som er i kontinuerlig utvikling. Det samme gjelder den pedagogiske tilnærmingen til faget i skolen. Matematikkundervisningen som gis til dagens elever er forskjellig fra den som ble gitt til tidligere generasjoner (Kilpatrick et al. 2001). I følge Torbeyns & Verschaffel (2013) har det siden slutten av forrige århundre vært en generell endring internasjonalt, når det gjelder matematikkundervisningens formål og innhold. Et mye diskutert begrep innen forskningsmiljøet er matematisk kompetanse (Niss, & Højgaard, 2019). Hva innebærer det å mestre faget matematikk, og hvordan utvikles matematisk kunnskap? Tidligere har matematikkundervisningen vært rette mot mestring av instrumentelle løsningsalgoritmer (Torbeyns & Verschaffel, 2016). Fremfor pugging av spesifikke strategier har imidlertid forskning vist at undervisning heller bør legge opp til å videreutvikle elevers kompetanse til å løse matematiske oppgaver effektivt og kreativt, med et sett av meningsfylte løsningsstrategier (Torbeyns & Verschaffel, 2013). Evnen til å velge den mest hensiktsmessige løsningsstrategien defineres som matematisk fleksibilitet (Siegler, 1996), og er i følge forskere og psykologer et sentralt aspekt i det å besitte matematisk kompetanse (Newton et al. 2020). Fleksibilitet er knyttet til en dypere forståelse av matematikk, og er derfor en avgjørende faktor for elevers utvikling i faget (Heinze et al. 2009; Newton et al. 2020).

Hovedtemaet i denne studien er matematisk fleksibilitet. I likhet med det internasjonale fokuset på fleksibilitet, presiseres det i den norske læreplanen i matematikk at elever må få utvikle varierte løsningsstrategier tidlig (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det skal fokuseres mer på strategier og fremgangsmåter enn på selve løsningene (ibid). Forskning viser at læring og undervisning i matematikk bør fokusere på de underliggende tankeprosessene bak matematisk aktivitet (Nostrati & Wæge, 2015). Et eksempel på dette er fokus på elevers fleksibilitet, med tanke på at begrepet omhandler hvordan individer velger løsningsstrategier. Forskning på de kognitive prosessene bak fleksibilitet er nyttig for å forstå hvordan individer lærer (Heinze et al. 2009). Det finnes flere ulike strategier som elever kan lære i skolen, men hvilken strategi som er best varierer fra elev til elev. Hva som er den mest effektive strategien for en bestemt elev, er ikke nødvendigvis det samme for andre elever (Newton et al. 2020). I den overordnede delen av læreplanen utdypes det blant annet at elever lærer på forskjellig måte og i ulikt tempo, og at undervisningen må tilpasses deretter (Kunnskapsdepartementet, 2019). I matematikk vil ulike løsningsstrategier gi elever mulighet til å finne den strategien som er best egnet for dem selv. Fleksibilitet er et mål på om elevene er i stand til å velge nettopp den strategien.

Tidligere studier har vist at læreren kan forme, utvikle og påvirke elevers fleksibilitet. En studie av Star og Rittle-Johnson (2008), viste for eksempel at ulike former for undervisning påvirker elevers utvikling av fleksibilitet forskjellig. Lignende funn ble også gjort i en studie av Blöte et al. (2001), som avdekket at elevers evne til å velge strategier fleksibelt var avhengig av undervisningen. Et sentralt funn fra studien er at elever må få lære varierte løsningsstrategier i en tidlig fase. Dette er viktig for at elever skal utvikle høy grad av fleksibilitet og oppnå en dypere matematisk forståelse (Blöte et al. 2001). Mye av forskningen på fleksibilitet har blitt gjennomført innenfor spesifikke matematiske tema, og da i hovedsak enkle regneoperasjoner (Torbeyns & Verschaffel, 2016). Eksempel på slike studier er Torbeyns et al (2009), Torbeyns et al. (2013), og Torbeyns et al. (2018), som undersøkte om elever er i stand til å velge fleksibelt mellom ulike strategier innen regneartene addisjon og subtraksjon. Resultat fra studiene viste at majoriteten av elevene var fleksible. Selv om det eksisterer en del forskning på emnet er den generelle kunnskapen om evnen fleksibilitet fortsatt begrenset (Heinze et al. 2009), og for å skape en generalisering er det behov for ytterligere forskning på fleksibilitet innen ulike matematiske tema (Newton et al. 2020).

Formålet med min studie er å bidra med mer kunnskap om matematisk fleksibilitet. Frem til nå har mye av forskningen på fleksibilitet basert seg på undersøkelser innenfor et spesifikt matematisk tema, for eksempel ovennevnte studier i enten addisjon og subtraksjon. Det eksisterer imidlertid mindre forskning på om det er en korrelasjon mellom elevers fleksibilitet innenfor ulike matematiske tema. Det antas at fleksibilitet er en kognitiv evne (Heinze, 2009), men betyr det at elever som er fleksible på et tema i matematikk også er det i et annet tema? Er fleksibilitet en generell overførbar egenskap i matematikk? Denne studien er en del av en forskningsgruppe med flere mastergradsstudenter som undersøker dette nærmere. I den enkelte masteroppgave vil det forskes på elevers fleksibilitet innenfor to ulike matematiske temaer, og om det eksisterer en korrelasjon mellom elevers fleksibilitetsnivå. Samlet vil masteroppgavene bidra til en generalisering vedrørende elevers fleksibilitet i spesifikke tema, samt bidra til ny forskning på om fleksibilitet er en generell overførbar evne i matematikk. Mer forskning på fleksibilitet kan bidra til større forståelse av de kognitive prosessene bak oppgaveløsning og strategivalg. Dette poengteres blant annet av Luwel et al. (2009), som påpeker at flere studier på emne fleksibilitet vil føre til at man etter hvert kan gjennomføre en større analyse av egenskapen. Mer kunnskap og forskning på egenskapen fleksibilitet er essensielt for å danne et effektivt læringsmiljø i matematikk (Heinze et al. 2009).

I matematikk har vi fire regnearter som til sammen omfatter ulike metoder for å regne med tall og dets egenskaper (Aarnes, 2020). De fire regneartene er addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon. For å besvare om fleksibilitet er en overførbar egenskap ser jeg det som hensiktsmessig å sammenligne elevers fleksibilitet innenfor to av disse fire regneartene. Som nevnt tidligere eksisterer det allerede flere studier på fleksibilitet innenfor addisjon og subtraksjon, men det finnes lite forskning på multiplikasjon og divisjon. Dette nevnes blant annet av Hickendorff et al. (2019), som påpeker at det eksisterer merkverdig lite forskning på fleksibilitet innenfor multiplikasjon og divisjon.

Addisjon og subtraksjon er inverse operasjoner av hverandre, og det samme gjelder multiplikasjon og divisjon. Det vil si at de er motsatte regneoperasjoner, og at løsningsstrategier for inverse operasjoner ligner på hverandre. Dette fremgår tydelig i studien til Hickendorff et al. (2019), hvor ulike regnestrategier innen de fire regneartene kategoriseres i addisjon/subtraksjon og multiplikasjon/divisjon. Basert på ovennevnte faktorer ser jeg det som mest interessant å undersøke korrelasjonen mellom elevers fleksibilitet på to av regneartene som ikke er inverse versjoner av hverandre. Å sammenligne fleksibilitet på to ulike regneoperasjoner er gunstig for å undersøke hvor overførbar evnen fleksibilitet er i matematikk. Denne studien vil derfor undersøke fleksibilitet på regneartene addisjon og multiplikasjon, og jeg har kommet frem til denne problemstillingen for masteroppgaven:

«I hvilken grad gjenspeiles fleksibilitet på tvers av regneartene addisjon og multiplikasjon»

Siden dette er en relativt åpen problemstilling, har jeg valgt å operasjonalisere den til å omfatte tre forskningsspørsmål som belyser ulike sider ved fleksibilitet. Dette er forskningsspørsmål som jeg kan gi et konkret svar på, og bidra til å besvare problemstillingen.

1. I hvilken grad er elever i stand til å velge løsningsstrategier fleksibelt i addisjon?
2. I hvilken grad er elever i stand til å velge løsningsstrategier fleksibelt i multiplikasjon?
3. Hvilke likheter og forskjeller finner man i 8. og 9. trinns elevers fleksibilitet i addisjon og multiplikasjon?

Med ovennevnte problemstilling og forskningsspørsmål vil min studie bidra med ytterligere forskning på fleksibilitet for addisjon. Samtidig vil jeg bidra med forskning på multiplikasjon, en regneart som har lite tidligere forskning relatert til fleksibilitet (Hickendorff et al. 2019). I tillegg vil jeg undersøke sammenhengene i elevers fleksibilitet på de to regneartene. På den måten bidrar denne studien med ny forskning innenfor fleksibilitet som ikke har blitt gjennomført tidligere.

For å undersøke elevers fleksibilitet har jeg benyttet samme metodiske rammeverk som tidligere studier på feltet. Siegler & Lemaire (1997) utviklet metoden choice/no-choice for å undersøke individers strategivalg. Metoden innebærer at elever løser oppgaver i to ulike scenarioer. Et scenario hvor man får velge løsningsstrategi og et scenario hvor man må bruke en spesifikk løsningsstrategi. Valget av dette rammeverket er basert på at det gir mulighet til å analysere elevers strategivalg opp mot deres prestasjoner med spesifikke løsningsstrategier. På den måten kan man sammenligne om elevene valgte den best egnede løsningsstrategien. I denne studien har elever på 8. trinn og 9. trinn gjennomført to separate tester designet etter rammeverket choice/no-choice. En test for addisjon og en test for multiplikasjon. For å kunne si noe om overførbarheten av fleksibilitet har jeg gjennomført en korrelasjonsanalyse av elevenes resultater i de to regneartene.

I påfølgende kapittel 2, teorikapitlet, vil jeg ytterligere redegjøre for begrepet fleksibilitet, samt gi en grundigere beskrivelse av rammeverket for studien. Jeg vil også presentere resultat fra tidligere forskning på feltet. I kapittel 3 beskrives metoden for datainnsamling og analyse. Kapittel 4 inneholder resultatene fra analysen, og i kapittel 5 drøftes funnene fra analysen opp mot teorien presentert i kapittel 2. Avslutningsvis vil jeg i kapittel 6 trekke noen konklusjoner basert på funnene i studien, samt trekke frem konkrete forslag til videre forskning.

2 Teori

I denne studien undersøker jeg sammenhengen mellom elevers fleksibilitet innenfor de to regneartene addisjon og multiplikasjon. Fleksibilitet er det sentrale begrepet i denne studien, og jeg vil i dette kapittelet gi en ytterligere redegjørelse av begrepet. Fleksibilitet løftes opp som en sentral egenskap elever må utvikle i matematikk (Newton, et al. 2020; Verschaffel et al. 2009), og regnes som en del av den matematiske kompetansen elever bør besitte i løpet skolegangen (Heinze et al. 2009). For å gi en oversiktlig redegjørelse av begrepet fleksibilitet, vil jeg starte med en gjennomgang av matematisk kompetanse, og hvilken gren av matematisk kompetanse som omfatter fleksibilitet. Deretter vil jeg i punkt 2.3 komme med en eksplisitt begrepsavklaring av fleksibilitet og andre nærliggende begreper. Videre vil jeg i punkt 2.4 presentere resultater fra tidligere forskning på fleksibilitet som grunnlag for senere diskusjon.

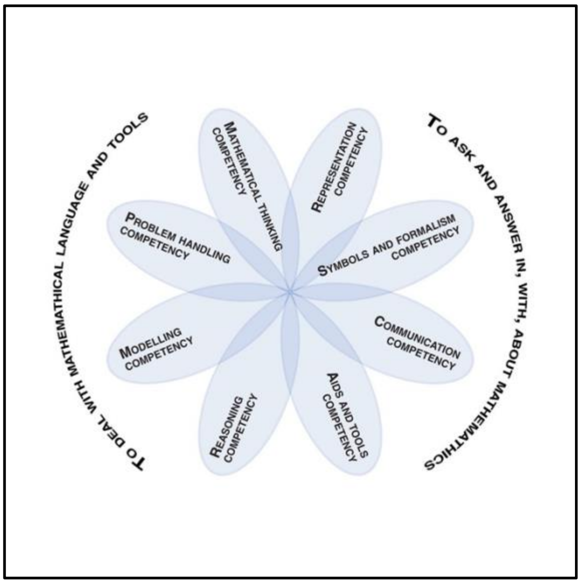
2.1 Matematisk kompetanse

Matematisk kompetanse er et begrep som har blitt mye diskutert og har fått en sterk posisjon i matematikkfaget (Niss & Højgaard, 2019). I den overordnede delen av den norske læreplanen blir kompetanse definert på følgende måte:

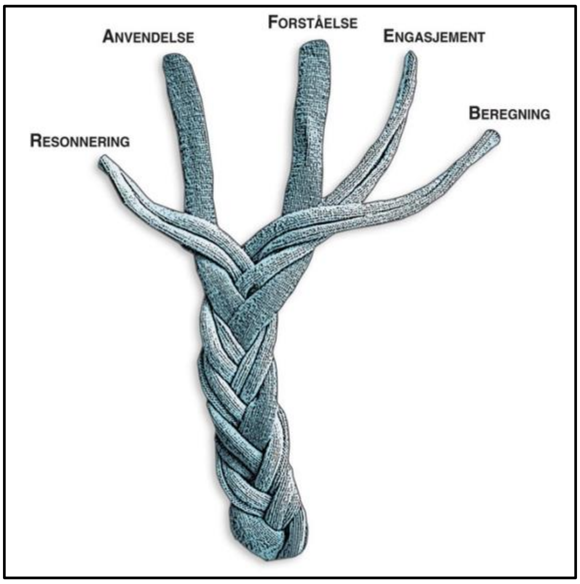
«Kompetanse er å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning» (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Når vi snakker om matematisk kompetanse, omhandler det kompetanse knyttet til en matematisk kontekst (Niss & Højgaard, 2019). For å ytterligere redegjøre for hva matematisk kompetanse innebærer har Niss & Højgaard (2019) delt begrepet inn i to hovedkategorier – «*kunne spørre og svare i, med, og om matematikk*», og «*kunne håndtere matematisk språk og redskaper*». Begge kategoriene inneholder 4 kompetanser i matematikk. Hver enkelt kompetanse er selvstendig og inngår innenfor alle matematiske områder. Kompetansene er likevel sammenflettet og overlapper hverandre, og sammen utgjør de hver sin del av den helhetlige matematiske kompetansen (Niss & Højgaard, 2019). Figur 2.1 er en egen konstruert illustrasjon som viser sammenvevingen av de 8 kompetansene. Figuren er basert på modellen til Niss & Højgaard (2019).

En annen modell som beskriver matematisk kompetanse er Kilpatrick, Swafford & Findell (2001) sin illustrasjon av 5 sammenflettede tråder (se figur 2.2). Kilpatrick et al. (2001) bruker benevningen matematisk kyndighet fremfor matematisk kompetanse. De 5 trådene representerer komponentene forståelse, beregning, strategisk kompetanse, resonnering og engasjement, som til sammen utgjør matematisk kyndighet. Hver komponent er sentral for å lære matematikk. Komponentene er sammenflettet og sammen representerer de ulike aspekter av den komplekse helheten. Figur 2.2 er en egen konstruert illustrasjon som viser flettingen av de 5 komponentene. Figuren er basert på modellen til Kilpatrick et al. (2001).



Figur 2.1: De 8 kompetansene til Niss & Højgaard (2019)



Figur 2.2: De 5 komponentene til Kilpatrick, Swafford & Findell (2001)

Det er flere likheter mellom Niss & Højgaard (2019) sin modell av matematisk kompetanse og Kilpatrick et al. (2001) sin modell av matematisk kyndighet. Kilpatrick et al. (2001) har delt begrepet inn 5 mindre komponenter, mens Niss & Højgaard (2019) har delt begrepet inn i 8 kompetanser som representerer hver sin komponent av en større helhet. Begge modellene har samme beskrivelse av hvordan komponentene henger sammen. Komponentene har et gjensidig forhold om hverandre, og er knyttet sammen til en større helhet som innebærer det å besitte og utøve matematisk kunnskap. De to modellene er to ulike tilnærminger til hva det innebærer å lære og utøve matematikk, og dermed hver sin beskrivelse av samme sak. For ordens skyld velger jeg å holde meg til kun å bruke benevningen matematisk kompetanse.

De forskjellige delkomponentene til de to tilnærmingene er relativ like, og dekker mange av de samme områdene. Et av disse områdene er Kilpatrick et al. (2001) sin komponent strategisk kompetanse, og Niss & Højgaard (2019) sin komponent problembehandlings-kompetanse. Kilpatrick et al. (2001) beskriver strategisk kompetanse som evnen til å formulere, beskrive og løse et matematisk problem. På lignende måte beskriver Niss & Højgaard (2019) at problembehandlingskompetanse innebærer å kunne identifisere, avgrense, spesifisere, formulere og løse matematiske problem. Med andre ord omhandler begge komponentene den delen av matematisk kompetanse som innebærer å kunne gjenkjenne et matematisk problem, tolke og representere problemet, utvikle en løsningsstrategi, og analysere løsningsstrategiens rimelighet (Kilpatrick et al. 2001; Niss & Højgaard, 2019). Som nevnt innledningsvis innebærer fleksibilitet evnen til å velge den best egnede løsningsstrategien til et matematisk problem. Fleksibilitet er derfor en sentral evne innenfor elevenes matematiske kompetanse (Heinze et al. 2009), og utfra min tolkning velger jeg å plassere fleksibilitet under Kilpatrick et al. (2001) sin komponent strategisk kompetanse, og Niss & Højgaard (2019) sin komponent problembehandlingskompetanse. Siden innholdet til komponentene etter min forståelse er relativt like, velger jeg videre i denne oppgaven å kun bruke benevningen strategisk kompetanse.

Det er verdt å påpeke at fleksibilitet ikke bare inngår i de to ovennevnte komponentene. For eksempel innebærer komponenten beregning, i følge Kilpatrick et al. (2001), kunnskap om matematiske prosedyrer. Det omhandler både kunnskap om hvordan man bruker ulike regneprosedyrer, og evnen til å bruke de fleksibelt, nøyaktig og effektivt (Kilpatrick et al. 2001). Denne komponenten er derfor også knyttet til fleksibilitet. I følge Kilpatrick et al. (2001) vil beregning utvikles når man bruker sin strategiske kompetanse til å velge effektive prosedyrer. Når man skal løse et matematisk problem bruker man sin strategiske kompetanse til å velge en løsningsstrategi som består av prosedyrer fra beregningskomponenten. Dette illustrerer hvordan komponentene som nevnt tidligere er sammenflettet. Likevel har jeg i hovedsak valgt å plassere fleksibilitet under strategisk kompetanse fordi denne komponenten er mer overordnet og omhandler selve strategivalget. Når jeg bruker benevningen strategisk kompetanse videre i denne studien innebærer det evnen til å identifisere, formulere, beskrive og løse et matematisk problem.

2.2 Strategisk kompetanse

Strategisk kompetanse innebærer kjennskap til ulike løsningsstrategier og kunnskap om strategienes gunstighet for å løse et matematisk problem (Kilpatrick et al. 2001). Et matematisk problem innebærer problemer i en matematisk kontekst, hvor det er behov for en matematisk undersøkelse for å komme frem til et svar (Niss & Højgaard, 2019). Kilpatrick et al. (2001) skiller mellom to former for matematiske problem: rutineproblem og ikke-rutineproblem. Forskjellen mellom de to problemformene er at i rutineproblem vet allerede eleven hvordan man skal løse problemet, mens i ikke-rutineproblem er det ikke umiddelbart klart for eleven hvilken løsningsstrategi man kan bruke. I følge Kilpatrick et al. (2001, s. 127) er fleksibilitet det viktigste kognitive kravet for å løse ikke-rutine baserte problem. For å løse ikke-rutineproblem må eleven finne en hensiktsmessig strategi for å løse problemet (Kilpatrick et al. 2001). Hvis fleksibilitet omfatter valg av den mest hensiktsmessige strategien vil jeg også argumentere for at fleksibilitet inngår i rutineproblem. Selv om en elev umiddelbart vet hvordan problemet skal løses betyr det ikke at eleven velger en hensiktsmessig strategi. Elever kan ha kunnskap om ulike strategier, men likevel ikke klare å implementere dem (Xu et al. 2017). Likevel vil elevers evne til å velge løsningsstrategi gradvis utvikles etter hvert som man blir eldre og opparbeider seg mer erfaring med matematikk (Siegler, 1996). Med andre ord vil elevers strategiske kompetanse utvikles over tid.

2.2.1 Løsningsstrategier

Når elever arbeider med ulike matematiske problem eksisterer det ulike fremgangsmåter for å løse problemet. De ulike fremgangsmåtene representerer forskjellige strategier. Forskning viser at elever bruker en stor variasjon av strategier i arbeid med matematiske problem som omfatter de fire regneartene: addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon (Lemaire & Siegler, 1996). En litteraturstudie av Hickendorff et al. (2019) klassifiserer elevers strategier innen de fire regneartene til to kategorier: nummerbaserte strategier og sifferbaserte strategier. Førstnevnte er strategier som tar hensyn til et talls plassverdi (Hickendorff et al. 2019). Det betyr for eksempel at i tallet 43, så vil sifferet fire representere verdien fire tiere og sifferet tre representere verdien tre enere. Sifferbaserte strategier derimot, fokuserer ikke på plassverdien. Slike strategier er hovedsakelig skriftlige standardalgoritmer (Hickendorff et al. 2019) som er bestemte strategier utviklet over århundrer for å gi effektiv og nøyaktig utregning (Verschaffel et al. 2007). Det er vanlig at elever er kjent med nummerbaserte strategier før skolen introduserer sifferbaserte strategier (Hickendorff et al. 2019), men det betyr ikke at sifferbaserte strategier som standardalgoritmer er mer effektive enn andre strategier (Verschaffel et al. 2007).

Tabell 2.1 viser en oversikt over ulike strategier i regneartene addisjon og multiplikasjon. Strategiene er hentet fra studien til Hickendorff et al. (2019). Navnene på strategiene er min egen oversettelse. Jeg har også selv valgt å navnsette de sifferbaserte strategiene som standardalgoritme. Begrunnelsen for dette valget er tatt basert på at strategiene representerer den skriftlige standardalgoritmen i den norske skolen for henholdsvis addisjon og multiplikasjon. Av de nummerbaserte strategiene innebærer sekvensiell strategi en gradvis utregning av svaret, dekomponeringsstrategi en separering av tallene til enere, tiere, hundrer etc., og avrundingsstrategi en forenkling av regnestykket ved å runde av et av tallene i oppgaven.

Regneart	**Nummerbasert**			**Sifferbasert**
Oppgave	Sekvensiell	Dekomponering	Avrunding	Standard-algoritme
Addisjon $38 + 46$	$38 + 46$ $78 + 6 = 84$	$30 + 40 = 70$ $8 + 6 = 14$ $70 + 14 = 84$	$38 + 50 = 88$ $88 - 4 = 84$	1 38 + 46 = 84
Multiplikasjon $23 \cdot 19$	$23 + 23 + 23 \ldots$ $+ 23 = 437$	$23 \cdot 10 = 230$ $23 \cdot 9 = 207$ $207 + 230 = 437$	$23 \cdot 20 = 460$ $460 - 23 = 437$	2 23 · 19 207 + 230 = 437

Tabell 2.1: Oversikt over løsningsstrategier i addisjon og multiplikasjon. Hentet fra Hickendorff et al. (2019)

2.2.2 Fire dimensjoner for strategisk kompetanse

For å analysere hvordan et individ utvikler sin strategiske kompetanse i matematikk har Lemaire & Siegler (1995) identifisert fire dimensjoner for strategisk kompetanse: strategisk repertoar, strategisk distribusjon, strategieffektivitet og strategivalg. Elevers utvikling av strategisk kompetanse kan forekomme innenfor alle de fire dimensjonene. Lemaire & Siegler (1995) definerer dette som strategisk endring, og en slik endring kan gi positivt utslag for elevens hastighet og nøyaktighet i arbeid med matematikk. Av disse fire dimensjonene så er det den siste dimensjonen strategivalg som er knyttet til matematisk fleksibilitet. Denne dimensjonen refererer til fleksibiliteten bak et individs strategivalg (Torbeyns et al. 2009a). Tabellen på neste side gir en oversikt over innholdet til de fire dimensjonene for strategisk kompetanse.

Strategisk repertoar	Strategisk distribusjon	Strategieffektivitet	Strategivalg
Utvalget av strategier et individ har tilgjengelig. Dette innebærer alle strategiene et individ kan benytte for å løse det matematiske problemet.	Frekvensen til strategiene et individ bruker. Dette innebærer hvor ofte de ulike strategiene fra strategirepertoarene blir benyttet.	Hastigheten og nøyaktigheten til hvordan hver strategi utføres. Dette innebærer hvor lang tid det tar for et individ å bruke en bestemt strategi, og hvor ofte strategien gir korrekt svar.	Avgjørelsen bak valg av strategi. Denne dimensjonen innebærer om individet er i stand til å velge den best egnede strategien.

Tabell 2.2: Fire dimensjoner for strategisk kompetanse (Siegler & Lemaire, 1995)

Jeg har valgt å bruke Lemaire & Siegler (1995) sin modell for strategisk kompetanse som overordnet teoretisk rammeverk for denne studien. Dette valget er basert på at rammeverket gir mulighet til å analysere elevers strategivalg. De fire dimensjonene omfatter ulike aspekt ved strategisk kompetanse. Å undersøke elevers strategiske repertoar, distribusjon og effektivitet gir mulighet til å analysere elevers strategivalg. Strategisk repertoar og distribusjon viser variasjonen og hyppigheten av strategier elever benytter. Strategieffektivitet gir et mål på hvor effektiv og nøyaktig strategien er. En sammensatt analyse av disse tre dimensjonene vil kunne gi et mål på innholdet i den siste dimensjonen strategivalg, og fleksibilitet er som nevnt knyttet til denne dimensjonen. Dette rammeverket for strategisk kompetanse passer dermed godt med formålet for min studie, som er å undersøke korrelasjonen mellom elevers fleksibilitet innenfor to ulike regnearter. I neste del vil jeg gi en nærmere redegjørelse av begrepet fleksibilitet.

2.3 Fleksibilitet

Innledningsvis presenterte jeg en kort og enkel definisjon av begrepet fleksibilitet, at det innebærer evnen til å velge den mest hensiktsmessige og effektive løsningsstrategien. I forskningsmiljøet på strategisk kompetanse er det likevel ingen generell enighet om hva fleksibilitet faktisk omfatter (Heinze et al. 2009). Det er ulike synspunkt på hva det innebærer å være fleksibel (Torbeyns et al. 2009a). Blöte et al. (2001) definerer fleksibilitet til å kunne velge mellom et repertoar av strategier basert på karakteristikker til det matematiske problemet. Et eksempel på dette er at man velger strategien avrunding fra Hickendorff et al. (2019), på oppgaver der det er enkelt å runde et tall opp eller ned for å forenkle regnestykket. En annen definisjon på fleksibilitet er evnen til å velge den raskeste og mest effektive løsningsstrategien (Siegler & Lemaire, 1997). I motsetning til at oppgavekarakteristikker styrer strategivalget ser denne definisjonen på fleksibilitet som et strategivalg basert på strategien man selv er raskest og mest effektiv med. De to nevnte definisjonene på fleksibilitet presenterer to ulike måter å tilnærme seg begrepet. Når jeg omtaler fleksibilitet i min studie velger jeg en mer helhetlig tilnærming som inkluderer begge tilnærmingene. For å gjøre dette ser jeg det som nødvendig å trekke frem ulike definisjoner ved begrepet.

2.3.1 Fleksibilitet og adaptivitet

Innen forskning på strategisk kompetanse i matematikk er fleksibilitet og adaptivitet to sentrale begreper som brukes i flere studier. Begrepene blir imidlertid brukt ulikt i forskningsmiljøet. I noen studier brukes begrepene synonymt om hverandre, mens i andre studier skilles det mellom dem (Heinze et al. 2009). I forskning hvor begrepene ikke benyttes som synonymer pleier fleksibilitet hovedsakelig å referere til evnen til å bytte mellom et repertoar av ulike strategier, mens adaptivitet refererer til evnen til å velge den mest hensiktsmessige strategien (Verschaffel et al. 2009). Med denne forståelsen av begrepene ligner fleksibilitet på den ovennevnte definisjonen til Blöte et al. (2001), mens adaptivitet ligner på definisjonen til Siegler & Lemaire (1997).

På bakgrunn av ovennevnte, velger jeg å se på fleksibel strategibruk (evnen til å bytte mellom et repertoar av strategier) og adaptivitet (evnen til å velge den mest hensiktsmessige løsningsstrategien) som to kategorier under det overordnede begrepet fleksibilitet. Det betyr at å være fleksibel i matematikk innebærer både kunnskap om ulike strategier, og kunnskap om hvilken strategi som er den beste strategien for et matematisk problem (Liu et al. 2018).

Hva som kjennetegner den beste strategien for å løse et matematisk problem, refererer til den strategien som er subjektivt best for et individ. Verschaffel et al. (2009, s. 344) har følgende definisjon på adaptivitet:

«Det bevisste eller ubevisste valget av den mest hensiktsmessige løsningsstrategien for et bestemt matematisk problem, for et bestemt individ, i en bestemt sosiokulturell kontekst».

Denne definisjonen vektlegger at valg av strategi ikke trenger å gjøres bevisst eller gjennom rasjonell resonnering (Siegler & Jenkins, 1989). Det betyr at et individ kan velge å bruke en løsningsstrategi uten å bevisst tenke over strategiens gunstighet eller muligheten til å benytte andre strategier (Verschaffel et al. 2009). Definisjonen tar også hensyn til individuelle faktorer i forhold til hva som er den beste løsningsstrategien. Den mest hensiktsmessige strategien er ofte den strategien som er raskest å bruke (Liu et al. 2018), men hvilken som er den raskeste strategien avgjøres etter elevenes mestring av de ulike strategiene (Verschaffel et al. 2009). Oppsummert diskuterer Verschaffel et al. (2009) at adaptivitet tar hensyn til oppgavekarakteristikker (er strategien passende til det matematiske problemet), individuelle karakteristikker (egen mestring med de ulike strategiene) og kontekstuelle karakteristikker (velge den mest effektive strategien i forhold til konteksten. For eksempel viktigheten av hastighet mot nøyaktighet). Kontekstuelle karakteristikker er også relatert til klassens sosiokulturelle normer som, refererer til hva klassekulturen ser som passende og kloke løsningsstrategier (Verschaffel et al. 2009).

2.3.2 Potensiell fleksibilitet og praktisk fleksibilitet

Med inndelingen av fleksibilitetsbegrepet til kategoriene fleksibel strategibruk og adaptivitet, innebærer fleksibilitetsbegrepet både kunnskap om strategier og evnen til å implementere strategiene i løsning av ulike matematiske problem. Dette gir et tosidig forhold til det å være fleksibel i matematikk. Resultat fra tidligere forskning viser at elever kan inneha mye kunnskap om ulike strategier, men likevel ikke være adaptive i arbeid med matematiske problem (Xu et al. 2017). I psykologien har dette tosidige forholdet blitt anerkjent som «knowledge» og «performance» (Liu et al. 2018). Jeg velger å oversette «knowledge» og «performance» til henholdsvis «kunnskap» og «gjennomføring» da dette er ordene jeg mener best representerer innholdet til begrepene. I en studie av Xu et al. (2017) ble skillet mellom kunnskap og gjennomføring utvidet til å omhandle fleksibilitet i matematikk, ved å dele fleksibilitetsbegrepet inn i potensiell fleksibilitet og praktisk fleksibilitet.

Potensiell fleksibilitet innebærer kunnskapen et individ har om ulike strategier for å løse et matematisk problem (Xu et al. 2017). Jeg velger å koble fleksibel strategibruk til potensiell fleksibilitet siden det innebærer at et individ bruker et utvalg av forskjellige strategier. Praktisk fleksibilitet er evnen til å implementere de ulike strategiene en har kunnskap om for å løse et matematisk problem (Xu et al. 2017). Resultatene i studien til Xu et al. (2017) viste at det er en korrelasjon mellom potensiell og praktisk fleksibilitet. Selv om det er korrelasjon mellom fleksibilitetskategoriene viser studien at det likevel er mulig å ha høy potensiell fleksibilitet, men lav praktisk fleksibilitet. Disse resultatene viser ikke bare at fleksibilitet kan deles inn i to distinkte kategorier, men også at det er en korrelasjon mellom dem (Wang et al. 2019). Den avgjørende faktoren for om potensiell fleksibilitet kan gjøres om til praktisk fleksibilitet er selve strategivalget (Wang et al. 2019). Basert på ovennevnt definisjon på adaptivitet av Verschaffel et al. (2009), ser jeg på overgangen fra fleksibel strategibruk til adaptivitet som indikasjon på praktisk fleksibilitet.

Selv om jeg hovedsakelig har plassert fleksibilitet under strategisk kompetanse er fleksibilitet som tidligere nevnt også koblet til andre komponenter av matematisk kompetanse. Beregningskomponenten til Kilpatrick et al. (2001) omhandler kunnskap om hvordan man bruker ulike matematiske prosedyrer. Elever som har forståelse for hvordan prosedyrene fungerer klarer ofte å adaptere de til ulike matematiske situasjoner (Kilpatrick et al. 2001). Dette er etter min mening sterkt koblet til praktisk fleksibilitet. Med større forståelse for hvordan ulike prosedyrer fungerer blir det enklere å avgjøre hvilken strategi som bør implementeres for å løse et gitt matematisk problem. Elever bruker sin strategiske kompetanse til å løse et matematisk problem, og høy praktisk fleksibilitet er avgjørende for å implementere den mest hensiktsmessige strategien. Siden beregningskomponenten refererer til beherskelse av ulike operasjoner (Kilpatrick et al. 2001), er den sterkt koblet til fasen hvor elever bruker sin praktiske fleksibilitet.

2.4 Tidligere forskning

I denne delen redegjøres det for tidligere forskning på emnet. I min studie undersøker jeg korrelasjonen mellom elevers fleksibilitet på to ulike matematiske regnearter. I mitt litteratursøk har jeg ikke greid å finne noen studier som har undersøkt dette tidligere, noe som er en av begrunnelsene for min studie. Det eksisterer likevel mange studier om fleksibilitet og studier som undersøker fleksibilitet på spesifikke matematiske regnearter. Jeg vil her referere til relevante studier på forskningsfeltet fleksibilitet, og trekke frem resultater fra studier med fokus på spesifikke regnearter i matematikk.

Siegler & Lemaire (1997) har utviklet en metoden choice/no-choice for å undersøke og måle individers strategivalg. Metoden har senere blitt mye brukt i forskning på fleksibilitet (Luwel et al. 2009). Den innebærer at deltagerne arbeider med oppgaver i to scenarioer. Et hvor de valgfritt får velge strategi, og et hvor de må bruke spesifikke strategier (Siegler & Lemaire, 1997) Resultatene i de to scenarioene sammenlignes for å analysere fleksibilitet. Hovedsakelig analyseres kategorien adaptivitet fordi det undersøkes om deltagerne i det valgfrie scenarioet valgte den strategien som individuelt ga best resultater. Studien til Siegler & Lemaire (1997) testet voksne menneskers strategivalg i multiplikasjon. Et av hovedfunnene i studien er hvor nyttig metoden er for å studere individers fleksibilitet, siden metoden gir mulighet til å adressere adaptivitet. Resultat fra studien viste også at mennesker generelt er i stand til å avgjøre hvilken strategi som er mest effektiv. Dette støttes opp av studien til Torbeyns et al. (2009a) som brukte choice/no-choice metoden til Siegler & Lemaire (1997) for å undersøke fleksibilitet på subtraksjon. Resultatene til Torbeyns et al (2009a) viste at unge voksne valgte løsningsstrategier basert på effektiviteten til løsningsstrategiene. Deltakerne avgjorde effektiviteten til en strategi basert på individuelle erfaringer og mestring med strategiene. Resultatene viste også at unge voksne greide å bruke en stor variasjon av nye og ulike strategier. Forskerne stilte derfor spørsmål vedrørende fokuset skolen har hatt på mestring av spesifikke skriftlige standardalgoritmer, fremfor læring om varierte meningsfylte løsningsstrategier.

Diskusjonen rundt skriftlige standardalgoritmer og læring om varierte løsningsstrategier er et mye omtalt tema, og Torbeyns & Verschaffel (2016) gjennomførte en studie som satt disse to kategoriene mot hverandre. De benyttet choice/no-choice metoden til å studere elevers fleksibilitet med hoderegning og skriftlige standardalgoritmer innenfor regneartene addisjon og subtraksjon. Med andre ord det Hickendorff et al. (2019) kategoriserte som nummerbasert strategier og sifferbaserte strategier. Studien til Torbeyns & Verschaffel (2016) lot elevene løse oppgavesett der halvparten av oppgavene inviterte til hoderegningsstrategier, og andre halvparten ikke inviterte til noen form for hoderegningsstrategier/nummerbaserte strategier. Resultatet viste at elevene foretrakk skriftlige standardalgoritmer og at disse strategiene var mer effektive. I Zejlić et al. (2019) sin studie på elevers strategibruk innen multiplikasjon var det også tydelig at elevene foretrakk skriftlig standardalgoritme. I følge Torbeyns & Verschaffel (2016) kan en mulig forklaring baseres på at elevene har fått mer instruksjon i skriftlige algoritmer gjennom skolegangen. Funnene er uansett nyttige i diskusjonen rundt skriftlige løsningsalgoritmer sin plass i skolen.

Et annet funn fra studien til Torbeyns & Verschaffel (2016) viser at elever ikke er fleksible når det gjelder å tilpasse valg av løsningsstrategi etter karakteristikker i oppgavene. Lignende funn kom også frem i studien til Torbeyns et al. (2009b), der det ikke var noen tegn til at elevene tilpasset sine strategivalg etter oppgavekarakteristikker. Likevel viser resultatene til Torbeyns & Verschaffel (2016) at elevene generelt sett er mer effektive og nøyaktige med standardalgoritmer enn hoderegningsstrategier. Studien viser derfor at elevene er fleksible i regneartene addisjon og subtraksjon, siden de velger den mest hensiktsmessige strategien basert på individuelle prestasjoner og mestring. Disse resultatene samsvarer med ovennevnte studier til Siegler & Lemaire (1997) og Torbeyns et al. (2009a). En studie som tar dette et steg videre er Torbeyns et al. (2018) som også undersøkte om det er en korrelasjon mellom fleksibilitet og elevenes prestasjonsnivå i matematikk. Studien får lignende resultat på elevers fleksibilitet. Samtidig viser studien at både høyt presterende og lavt presterende elever er fleksible. At det ikke er en korrelasjon mellom fleksibilitet og ferdighetsnivå i matematikk er en sterk kontrast til tidligere antagelser (Torbeyns et al. 2018).

Resultatene fra Torbeyns et al. (2009a); Torbeyns & Verschaffel (2016); Torbeyns et al. (2018) viser at elever er i stand til å velge løsningsstrategier fleksibelt innen addisjon og subtraksjon. Likevel eksisterer det studier som indikerer det motsatte. I studien til Torbeyns et al. (2009) kommer det frem at elever verken tilpasser strategiene etter oppgavekarakteristikker eller individuelle prestasjoner. Det kan være flere forklaringer på denne kontrasten i funn fra ulike studier på fleksibilitet. For eksempel undersøker de ovennevnte studiene fleksibilitet på samme regneart, mens strategiene elevene får velge mellom er ulike. Torbeyns & Verschaffel (2016) undersøkte som tidligere nevnt skriftlige standardalgoritmer og hoderegningsstrategier. De andre studiene undersøkte ulike nummerbaserte strategier for begge regneartene addisjon og subtraksjon. Variabler som erfaring med strategiene, egenskaper ved strategiene, og undervisningen om strategiene, kan påvirke elevenes fleksibilitet (Torbeyns 2009b). Det kom også tydelig frem i Zejlić et al. (2019) sin studie at elevene ikke valgte effektive løsningsstrategier innen regnearten multiplikasjon. Det eksisterer mindre forskning på fleksibilitet i multiplikasjon enn i addisjon og subtraksjon (Hickendorff et al. 2019), men det kan likevel indikere at fleksibilitet er mer utfordrende innen multiplikasjon. Samtidig regnes multiplikasjon som en mer konseptuelt utfordrende regneart (Robinson 2017). I likhet med Torbeyns (2009b) drøfter også Zejlić et al. (2019) at både undervisning og lærere påvirker elevers fleksibilitet. Dersom undervisningen ikke legger opp til læring om forskjellige strategier bortfaller muligheten for at elever kan sammenligne og avgjøre effektiviteten til ulike strategier (Zejlić et al. 2019).

At undervisning er sentralt for elevers fleksibilitet støttes opp fra flere studier. Både Star & Rittle-Johsnon (2008) og Blöte et al. (2001) kom frem til at ulike former for undervisning påvirker elever sin utvikling av fleksibilitet. Dette støttes også av Newton et al. (2020) som også fant ut at utvikling av fleksibilitet skjer gradvis. Noen aspekter ved fleksibilitet utvikles før andre. Lignende utvikling av fleksibilitet diskuteres også av Liu et al. (2018). Resultat fra studien til Xu et al. (2017) viser at elever ofte har kunnskap om flere strategier og derfor innehar høy potensiell fleksibilitet, men likevel har utfordringer med å implementere strategiene og derfor innehar lav praktisk fleksibilitet. I følge Liu et al. (2018) virker det som om potensiell fleksibilitet utvikles før praktisk fleksibilitet, og det er derfor viktig at undervisning i matematikk legger opp til utvikling innen begge aspektene av fleksibilitet.

3 Metode

Jeg har i denne studien undersøkt om fleksibilitet er en overførbar egenskap mellom to regnearter i matematikk. For å besvare problemstillingen har jeg studert elevers fleksibilitet i addisjon og multiplikasjon, og undersøkt om det er en korrelasjon mellom elevers nivå av fleksibilitet i de to regneartene. I dette kapittelet vil jeg beskrive de metodiske valgene jeg har tatt for å studere elevers fleksibilitetsnivå. Jeg vil utdype metoden for datainnsamling og analyse, samt redegjøre for studiens troverdighet og etiske vurderinger.

3.1 Filosofisk posisjonering og metodisk tilnærming

Forskning innebærer en systematisk undersøkelse hvor data samles, analyseres og tolkes for å beskrive og forstå et fenomen (Mackenzie & Knipe, 2006). Det eksisterer ulike metodiske tilnærminger til forskning, og forskningstilnærmingen innebærer valg av filosofisk ståsted, forskningsdesign og forskningsmetode (Cresswell, 2014). For å gjennomføre et forskningsprosjekt må forskeren ta stilling til hvordan man ser på verden. Et sentralt spørsmål er den epistemologiske problemstillingen vedrørende hva som innebærer akseptabel kunnskap (Bryman, 2016). Det er forskerens verdenssyn, også kalt paradigme (Cresswell, 2014), som avgjør intensjonen, motivasjonen og forventningene til studien (Mackenzie & Knipe, 2006).

I denne studien har jeg plassert meg innenfor det filosofiske paradigmet pragmatismen. I pragmatismen står forskningsspørsmålet som det mest sentrale. Forskningsspørsmålet er viktigere enn metoden og skal drive forskningen fremover. Valg av metode prioriteres ut fra de metodene som ansees mest hensiktsmessig til å besvare forskningsspørsmålet. (Mackenzie & Knipe, 2006). Innen forskning eksisterer det i hovedsak to typer metoder: kvantitativ- og kvalitativ metode. En tredje metodetype, blandede metoder, innebærer å kombinere kvalitativ og kvantitativ metode. Blandede metoder er en vanlig metodisk tilnærming innenfor pragmatismen. Forskningsspørsmålet er det sentrale, og derfor kan både kvalitativ og kvantitativ metode benyttes om nødvendig.

I min studie ønsker jeg å bidra med forskning innenfor begrepet fleksibilitet. Problemstillingen er avgrenset til å undersøke om egenskapen fleksibilitet er overførbar mellom to matematiske regnearter. Det viktigste for meg er å benytte en metode som gir meg mulighet til å sammenligne fleksibilitet i de to regneartene. Jeg ser det derfor som mest hensiktsmessig å benytte kvantitativ metode, siden det er en strukturell studie som åpner for muligheten til å undersøke en sammenheng (Ringdal, 2018). Problemstillingen min er utledet fra teori innen fleksibilitet, og en kvantitativ undersøkelse vil hjelpe meg med å kartlegge fleksibilitet hos en større grupper elever. Et slikt forskningsdesign vil kunne gi meg tallbaserte rådata slik at jeg kan analysere om det eksisterer en statistisk sammenheng. På den måten vil jeg kunne uttale meg om problemstillingen, og om fleksibilitet er en generell overførbar egenskap i matematikk.

Innen pragmatismen er det vanlig å benytte blandede metoder siden man benytter alle metoder som anses nødvendig for å besvare forskningsspørsmålet (Bryman, 2016). Selv om jeg plasserer meg innen pragmatismen har jeg kun valgt å bruke kvantitativ metode. Jeg ser det ikke som nødvendig å bruke flere metoder for å besvare min problemstilling. Samtidig ser jeg det som hensiktsmessig å bruke begge metoder for videre forskning på det overordnede begrepet fleksibilitet. Som drøftet i teorikapittelet kan fleksibilitetsbegrepet deles inn i flere kategorier. Luwel et al. (2009), poengterte at det er behov for flere studier på fleksibilitet for å kunne gjøre en større analyse av egenskapen. Jeg ser det som viktig å benytte de metodene som kan gi best mulig resultat, uavhengig om det er kvantitativt eller kvalitativt. Dette er bakgrunnen for at jeg plasserer meg innen pragmatismen da jeg ser det som nødvendig å bruke både kvalitative og kvantitative tilnærminger for den samlede forskningen på fleksibilitet.

3.2 Utvalg

Innen forskning ønsker man å kunne si noe om en gruppe mennesker, en populasjon, som undersøkelsen skal uttale seg om (Ringdal 2018). Populasjonen for denne studien er norske skoleelever. Det er ikke mulig å inkludere alle individer i populasjonen, og det er derfor nødvendig å trekke et utvalg fra populasjonen som skal delta i studien. For at jeg skal kunne trekke slutninger og generalisere resultatene i studien er det nødvendig med et representativt utvalg (Ringdal, 2018). Man vil aldri kunne få et 100% representativt utvalg (Bryman, 2016), men jeg har tatt hensyn til flere faktorer slik at utvalget mitt skal bli så representativt som mulig og dermed gi et godt bilde av populasjonen.

Faktorer som personlige avgjørelser, tilgjengelighet, og studiens kriterier er beslutninger som påvirker utvalgets representativitet (Bryman, 2016). Det har vært viktig for meg å sette kriterier for utvalget som både gir tilstrekkelig datamateriale til å besvare studiens problemstilling, samt ivaretar representativiteten. Det første kriteriet jeg satte for utvalget er at deltagerne måtte være elever fra ungdomstrinnet. Bakgrunnen for dette kriteriet er at min studie er en undersøkelse av fleksibilitet på regneartene addisjon og multiplikasjon. Multiplikasjon er en vanskeligere regneart å beherske enn addisjon (Robinson, 2017), og kan derfor være utfordrende for enkelte elever på barneskolen. For at utvalget mitt skal være representativt, er det viktig at både høyt presterende og lavt presterende elever klarer å svare tilstrekkelig på undersøkelsen. Hvis ikke vil jeg få en skjevhet i utvalget og kan dermed ikke trekke generaliserbare slutninger (Ringdal, 2018). Med multiplikasjon som den ene regnearten er det større sannsynlighet for at alle elevene klarer å fullføre undersøkelsen på høyere klassetrinn. Det første kriteriet for mitt utvalg er derfor at deltagerne i studien må være ungdomsskoleelever.

Et annet kriteriet for mitt utvalg er antall respondenter. Et stort utvalg gir mer presise resultat enn et lite utvalg (Ringdal, 2018). For at jeg skal få et tilstrekkelig datamateriale, har jeg derfor satt et kriteriet på å undersøke fleksibilitet i flere skoleklasser. For å oppnå et representativt utvalg er det nødvendig å foreta et sannsynlighetsutvalg. Det innebærer at alle personer i en populasjon har en kjent sannsynlighet for å trekkes ut (Ringdal, 2018). Selv om et sannsynlighetsutvalg er ønskelig for å kunne generalisere resultatene, har det ikke vært mulig å gjennomføre på grunn av faktoren tilgjengelighet. Jeg er en student ved NTNU i Trondheim og har verken nok tid eller økonomi til å besøke skoler fra hele landet for datainnsamling. Jeg har derfor foretatt et bekvemmelighetsutvalg, som er en form for ikke-sannsynlighetsutvalg hvor utvalget trekkes ut fra hva som er tilgjengelig (Bryman, 2016).

Forespørsel om deltagelse i studien ble sendt til ungdomsskoler i fylkene Trøndelag og Nordland. Det var kun én av skolene som svarte på henvendelsen. Utvalget i studien er derfor ungdomsskoleelever fra en skole i Nordland fylke. Det er en sentrumsskole som resultatmessig ligger på gjennomsnittet for nasjonale prøver i matematikk. Jeg fikk mulighet til å gjennomføre studien i en klasse på 8. trinn og en på 9. trinn. Totalt deltok 48 elever i studien. Siden jeg gjennomfører et bekvemmelighetsutvalg vil det påvirke studiens representativitet, noe jeg vil diskutere videre under punkt 3.5.

3.3 Metode for datainnsamling

Jeg har valgt å bruke Siegler & Lemaire (1997) sitt metodiske rammeverk choice/no-choice som forskningsdesign i studien. Ved hjelp av rammeverket har jeg utarbeidet en anonym test i form av et selvutfyllende spørreskjema. Dette er en av de vanligste metodene innen kvantitativ forskning (Ringdal 2018), og spørreskjemaet er standardisert slik at alle deltagerne får de samme spørsmålene (Bryman, 2016).

3.3.1 Choice/no-choice

Flere studier har benyttet Lemaire & Siegler (1997) sitt metodiske rammeverk choice/no-choice for å undersøke individers fleksibilitet (Luwel et al. 2009). Rammeverket innebærer en undersøkelse hvor deltakerne løser oppgaver i to ulike scenario. Et scenario hvor de kan velge løsningsstrategi, og et scenario hvor de må bruke spesifikke løsningsstrategier (Siegler & Lemaire, 1997). I begge scenarioene måles deltagernes tidsbruk på hver oppgave, samt nøyaktighet i form av riktig eller galt svar. I det valgfrie scenarioet registreres også hvilken løsningsstrategi deltagerne valgte. Det valgfrie scenarioet gir derfor mulighet til å studere hvilke løsningsstrategier en person velger å benytte, og det ikke-valgfrie scenarioet gir mulighet til å studere personens effektivitetsnivå med forskjellige strategier. Dette åpner opp for å analysere om elever er adaptive i sitt strategivalg (Siegler & Lemaire, 1997). Det ikke-valgfrie scenarioet gir data på hvilken strategi et individ presterer best med, og det kan sammenlignes med resultatene fra det valgfrie scenarioet for å se om den mest hensiktsmessige strategien ble valgt (Verschaffel et al. 2009). Dette er bakgrunnen for at jeg har valgt choice/no-choice som mitt metodiske rammeverk, siden metoden kan gi meg et mål på elevenes adaptivitet. Samtidig er det en anerkjent metode innen forskningsmiljøet (Luwel et al. 2009).

Med choice/no-choice som metodisk rammeverk har jeg laget to spørreskjema, et for addisjon og et for multiplikasjon. På den måten får jeg separate data for de to regneartene. Et mål på elevenes adaptivitet i addisjon, og et mål på elevenes adaptivitet i multiplikasjon. Dette gir meg mulighet til å besvare problemstillingen ved å gjennomføre en statistisk korrelasjonstest av resultatene i de to regneartene. En nærmere beskrivelse av analysemetoden blir gitt under punkt 3.4. Utformingen av de to spørreskjemaene er identiske. De består av et oppgavesett med matematikkoppgaver for den aktuelle regnearten. Oppgavesettet starter med én serie matematikkoppgaver i det valgfrie scenarioet, og avslutter med to serier matematikkoppgaver i det ikke-valgfrie scenarioet. Antall serier i det ikke-valgfrie scenarioet avgjøres utfra antall strategier som studien skal omfatte (Luwel et al. 2009), og jeg har valgt ut to strategier. Spørreskjemaet starter med det valgfrie scenarioet for å unngå at elevenes strategivalg påvirkes av det ikke-valgfrie scenarioet (Verschaffel, 2013).

3.3.2 Valg av løsningsstrategier

For å designe oppgavesettene har jeg fulgt samme oppsett som tidligere studier på fleksibilitet med metoden choice/no-choice. Studier som for eksempel Torbeyns et al. (2009a), Torbeyns et al. (2018), Torbeyns & Verschaffel (2016) undersøkte fleksibilitet på regneartene addisjon og/eller subtraksjon. Felles for studiene er at de setter to strategier innenfor regnearten opp mot hverandre, og analyserer elevenes adaptivitet i bruk av de to aktuelle strategiene. I min studie har jeg derfor også valgt to strategier innen regneartene addisjon og multiplikasjon. Som diskutert i teorikapittel, punkt 2.2.1, finnes det flere ulike strategier elever kan bruke for å løse et matematisk problem. I tabell 2.1 presenterte jeg Hickendorff et al. (2020) sine funn av ulike strategier innen addisjon og multiplikasjon. For å designe oppgaver til de to scenarioene har jeg valgt to av strategiene fra tabellen.

Valget av de to strategiene jeg bruker i oppgavesettet er basert på egen tolkning av hvilke strategier jeg mener er mest hensiktsmessig å prøve ut i et norsk klasserom. Dette er et personlig valg som vil påvirke resultatene i studien, siden jeg ikke undersøker alle strategiene i de to regneartene. Det vil si at min studie om fleksibilitet er overførbar mellom regneartene addisjon og multiplikasjon, er avgrenset til disse to strategiene. Det er mulig at en undersøkelse som benytter to andre strategier vil gi ulike resultater. I denne studien har jeg valgt en nummerbasert strategi og en sifferbasert strategi. Den sifferbaserte strategien er standardalgoritmen som læres i norske klasserom. Jeg forhørte meg også med læreren til elevene i utvalget mitt, som bekreftet at standardalgoritmen er den strategien elevene har lært i addisjon og multiplikasjon. Dersom elevene ikke hadde hatt kjennskap til standardalgoritmen, ville de ikke hatt tilstrekkelig erfaring til å vurdere strategiens gunstighet. I tillegg ville det potensielt ført til at elevene ikke ville vært i stand til å utføre oppgavene i det ikke-valgfrie scenarioet, og da ville jeg ikke fått fullstendige resultater. Tidsrammen for undersøkelsen gav heller ikke rom for at jeg eller skolen kunne lære elevene helt nye strategier. Valg av standardalgoritme og en nummerbasert strategi gir meg også muligheten for å undersøke om standardalgoritmen faktisk er den mest effektive strategien for elevene. Dette kan gi relevante data for diskusjonen rundt læring av varierte løsningsstrategier.

Den nummerbaserte strategien jeg har valgt for denne studien er avrunding. Det er en strategi som bygger på tallforståelse ved å runde et av tallene opp eller ned til nærmeste tier/hundrer. Denne formen for tallforståelse skal elevene ha kjennskap til fra tidligere matematikkundervisning. Dette nevnes ikke eksplisitt i dagens læreplan i matematikk, men ble nevnt under flere kompetansemål i den tidligere utgåtte læreplanen. Der innebærer flere av kompetansemålene at elever skal kunne bruke ulike metoder for overslagsregning (Kunnskapsdepartementet, 2013). En prosedyre i overslagsregning dreier seg om å runde et tall opp eller ned til en tilnærmet verdi. Jeg ser det som hensiktsmessig at strategien bygger på matematisk kompetanse elevene allerede skal besitte. I tillegg antar jeg at det gjør det enklere for elevene å forstå strategien hvis de ikke har vært innom den tidligere. Selv om elevene kanskje ikke spesifikt har brukt denne strategien på de matematiske problemene min studie omfatter, så har de fortsatt erfaring med prosedyrene bak strategien. Dette er viktig med tanke på tiden jeg hadde til rådighet for å gjennomføre selve undersøkelsen. Videre i denne studien vil jeg bruke forkortelsene SA for standardalgoritme, og AV for avrunding.

3.3.3 Oppgavesett

Oppgavesettet i de to spørreskjemaene er bygget opp i tre serier, hvor hver serie inneholder 10 matematikkoppgaver. Den første serien er det valgfrie scenarioet, og her kan elevene fritt velge mellom strategiene SA og AV. Elevene kan velge å kun bruke en av strategiene på alle oppgavene, eller variere strategibruken med å bytte mellom strategiene fra oppgave til oppgave. De to siste seriene er i det ikke-valgfrie scenarioet. I den ene serien må elevene benytte strategien SA, og i den andre serien må elevene bruke strategien AV.

Matematikkoppgavene er delt inn i to kategorier: AV-oppgaver og SA-oppgaver. De to kategoriene er laget for at oppgavene skal legge opp til en av strategiene. Det gir mulighet til at elevene kan velge løsningsstrategi basert på oppgavekarakteristikker. For eksempel kan det være naturlig å bruke strategien AV hvis det er enkelt å runde av et tall til nærmeste tier, men hvis det er vanskelig å runde av kan strategien SA være gunstig. For at nytten til begge strategiene skal være likestilt, er oppgavene delt inn i en 50/50 ratio mellom SA- og AV-oppgaver.

Oppbyggingen av oppgavesettene og karakteristikkene for oppgavene er helt like for addisjon og multiplikasjon. Den eneste forskjellen er at jeg har valgt å bruke tresifrede tall for addisjonsoppgavene og tosifrede tall for multiplikasjonsoppgavene. Jeg valgte tresifrede tall for addisjon siden dette er hva Torbeyns & Verschaffel (2013) bruker i sin studie. Å bruke samme type oppgaver som denne studien åpner muligheten for å sammenligne resultatene. Det er også en fordel at oppgavedesignet har blitt benyttet med suksess i tidligere forskning. Innen multiplikasjon foreligger det mindre forskning, og jeg har derfor selv valgt antall siffer oppgavene skal inneholde. Siden tresifrede tall med multiplikasjon kan være utfordrende for en del elever, har jeg valgt å kun bruke tosifrede tall. Det er viktig at alle deltagerne har mulighet til å svare tilstrekkelig på oppgavene med begge strategiene (SA og AV). Slik jeg ser det er multiplikasjonsoppgaver med tosifrede tall mer oppnåelig for alle elever, og derfor det mest hensiktsmessige oppgavedesignet for multiplikasjonsdelen i undersøkelsen.

For å designe AV- og SA-oppgaver har jeg benyttet samme oppgavekarakteristikker som studien til Torbeyns & Verschaffel (2013). Hver enkelt oppgave består av to tall, som skal adderes i addisjonsundersøkelsen og multipliseres i multiplikasjonsundersøkelsen. AV-oppgavene er designet etter to karakteristikker. Den første karakteristikken innebærer at det er enkelt å runde opp eller ned det ene av de to tallene i oppgaven. Slike tall slutter på et av følgende siffer: 1, 2, 8 eller 9. I multiplikasjonsundersøkelsen er dette tall som kun er 2 verdier fra nærmeste tier, og i addisjonsundersøkelsen er dette tall som kun er 2 verdier fra nærmeste hundrer. Den andre karakteristikken innebærer at det andre tallet i oppgaven slutter på en verdi som er minimum 26 fra nærmeste hundrer. For addisjonsundersøkelsen omfatter det alle tresifrede tall som slutter på alt fra 26 til 74. For multiplikasjonsundersøkelsen som inneholder tosifrede tall vil dette si alle tallene fra 26 til 74. Eksempler på AV-oppgaver i multiplikasjon er $36 \cdot 19$ og $27 \cdot 31$, og eksempler i addisjon er $134 + 399$ og $267 + 402$.

I den andre oppgavetypen SA, har jeg også brukt lignende karakteristikker som Torbeyns & Verschaffel (2013). Den første karakteristikken er at begge tallene i oppgavene er minimum 26 verdier fra nærmeste tier (i multiplikasjonsundersøkelsen) eller hundrer (i addisjonsundersøkelsen). Den andre karakteristikken er at enerverdien i tallet ikke inneholder sifrene 0, 1, 2, 5, 8 og 9. Disse to karakteristikkene er laget for å unngå at oppgavene skal legge til rette for enkel utregning med AV-strategien.

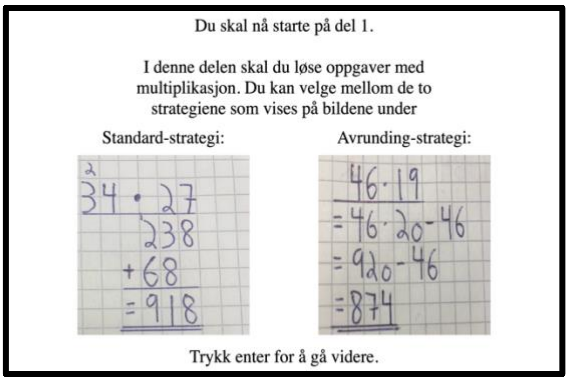
En felles karakteristikk for begge oppgavetypene er at alle oppgavene i addisjonsundersøkelsen krever overgang mellom tiere og enere. For at oppgavene i alle seriene skal ha relativ lik vanskelighetsgrad, har jeg brukt relativt samme verdier i de 3 oppgavesettene. Ingen av oppgavene i studien er nøyaktig like, for å forhindre at deltagerne har mulighet til å støtte seg på tidligere utregninger eller svar. I tillegg er oppgavene sortert slik at to lignende oppgaver aldri kommer rett etter hverandre. Det innebærer at to etterfølgende oppgaver aldri har nøyaktig samme overgang mellom verken enere, tiere eller hundrere.

Oppsummert omfatter hele studien to spørreskjema, ett for addisjon og ett for multiplikasjon. Begge spørreskjemaene inneholder et oppgavesett med 3 serier matematikkoppgaver for den aktuelle regnearten. Hver serie inneholder 10 matematikkoppgaver, og totalt oppgaver per spørreskjema blir derfor 30.

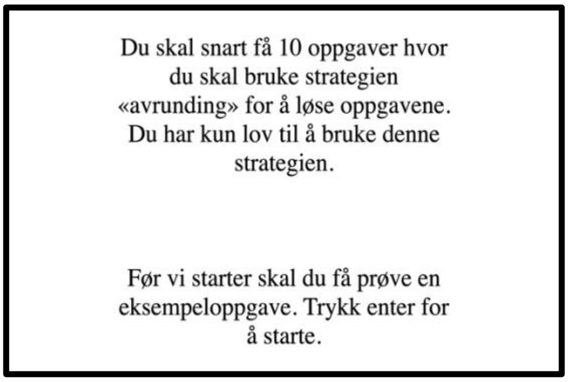
3.3.4 Gjennomføring av metode

Flere tidligere studier på fleksibilitet med bruk av rammeverket choice/no-choice har gjennomført undersøkelsen på en og en elev om gangen. På den måten er det mulig å sikre at alle elevene gjennomfører undersøkelsen korrekt, samt kommunisere verbalt underveis. Basert på min og skolens tilgjengelighet var det ikke nok tid til å gjennomføre undersøkelsen med en og en elev. I stedet har jeg derfor valgt at alle elevene tar testen samtidig i klasserommet. Dette medfører enkelte komplikasjoner for studiens troverdighet, noe jeg vil utdype nærmere i punkt 3.5.

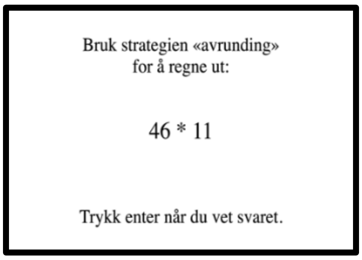
Undersøkelsen er designet med programmet Psychopy. Det er et digitalt program som gir mulighet til å gjennomføre eksperimentet digitalt. Deltagerne bruker en datamaskin eller Ipad for å besvare spørreskjemaet. Verktøyet Psychopy gir også mulighet til å måle nøyaktig tid elevene bruker på hver eneste oppgave. I tillegg kan alle elevene gjennomføre undersøkelsen samtidig. Undersøkelsen er individuell, og den enkelte elev besvarer selv spørsmålene på sin datamaskin eller Ipad. Siden undersøkelsen benytter selvutfyllende spørreskjema, er det ikke mulig å administrere hvordan deltagerne besvarer undersøkelsen (Bryman, 2016). Dermed er det viktig at undersøkelsen har tydelige instruksjoner og er enkel å gjennomføre (Bryman, 2016). Undersøkelsen er derfor nøye beskrevet og elevene får alltid tydelig beskjed om hvordan de besvarer oppgavene. Figur 3.1 og 3.2 viser informasjonen deltagerne får før hver serie med oppgaver starter, og figur 3.3, 3.4 og 3.5 er eksempler på hvordan oppgavene er utformet. Elevene får en og en oppgave presentert på skjermen, og programmet tar tiden elevene bruker på å løse oppgaven. De tre seriene med oppgaver starter også med en eksempeloppgave. Designet for eksempeloppgaven er identisk med oppgavene til den aktuelle serien slik at deltagerne får erfart hvordan undersøkelsen fungerer.



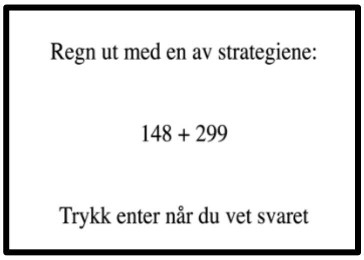
Figur 3.1: Eksempel på informasjon elevene får underveis i undersøkelsen



Figur 3.2: Eksempel på informasjon elevene får før et oppgavesett



Figur 3.3: Eksempel på oppgave i ikke-valgfritt scenario



Figur 3.4: Del 1 av eksempel på oppgave i valgfritt scenario

Figur 3.5: Del 2 av eksempel på oppgave i valgfritt scenario

For å forsikre meg om at undersøkelsen var gjennomførbar valgte jeg å kjøre en pilottest før jeg startet datainnsamling. En pilottest gir innblikk i hvordan deltagere responderer på de to valgte strategiene, og om undersøkelsen er oversiktlig nok til selvutfylling. Jeg fikk ikke mulighet til å gjennomføre pilottesten på elever på ungdomstrinnet, men fikk testet den på 8 lærerstudenter ved NTNU. Pilottesten viste at gjennomføringen av metoden for studien fungerte. Alle testdeltagerne syntes spørreskjemaet var enkelt og oversiktlig, og det var ingen komplikasjoner knyttet til å besvare undersøkelsen. Det var derimot utfordrende å arbeide med to oppgavesett rett etter hverandre. Totalt tilsvarer undersøkelsen 60 oppgaver, og det var slitsomt for alle deltagerne å regne så mange oppgaver. Jeg har derfor valgt å dele opp undersøkelsen slik at den gjennomføres over to separate dager. Den første dagen gjennomfører deltagerne spørreskjema for addisjon, og neste dag gjennomføres spørreskjema for multiplikasjon.

Hensikten med undervisningstimen er å gi elevene erfaring med begge strategiene i addisjon og multiplikasjon. Målet med timen er også å presentere strategiene likeverdig, slik at det blir opp til elevene selv å velge hvilken strategi de foretrekker. Elevene får i løpet av undervisningstimen løse oppgaver med begge strategiene. Samtidig får de også i oppgave å sammenligne strategiene. Denne aktiviteten legger opp til at de selv skal kunne drøfte hvilken strategi de foretrekker. Om de foretrekker samme strategi hver gang, eller om de foretrekker en bestemt strategi utfra oppgavekarakteristikker. Undervisningen legger opp til at elevene opparbeider nok erfaring med strategiene, slik at de har tilstrekkelig kunnskap til å vurdere begge strategiene når undersøkelsen gjennomføres.

Addisjonsundersøkelsen er nesten en replikasjon av Torbeyns & Verschaffel (2013) sin studie. Jeg bruker samme metodiske rammeverk og samme karakteristikker for addisjonsoppgavene. Multiplikasjonsundersøkelsen er basert på det metodiske designet for addisjonsundersøkelsen. Likevel så jeg det som nødvendig å fokusere mer på denne undersøkelsen i pilottesten siden ingen tidligere studier har gjennomført dette tidligere. Under pilottesten lagde jeg derfor to oppgavesett for multiplikasjon. Et oppgavesett hvor jeg fulgte nøyaktig samme kriterier som for addisjon, og et oppgavesett hvor jeg la inn et kriterium hvor tallene i AV-oppgaver hadde en tierverdi på maksimum 50. Bakgrunnen for dette kriteriet er at avrundingsstrategien er mer utfordrende med høye tierverdier. Utfra pilottestens resultater og deltagernes tilbakemeldinger var det også tydelig at det ble utfordrende når tallene i AV-oppgavene var for store. Jeg valgte derfor å legge til det aktuelle kriteriet for AV-oppgaver i studiens multiplikasjonsundersøkelse. Et unntak fra denne reglen er hvis det er enkelt å runde opp til nærmeste hundrer, for eksempel sifrene 98 eller 99.

3.4 Metode for analyse

Analyse av datamaterialet er en tosidig prosess. Først må rådataen analyseres for å få et statistisk mål på deltagernes fleksibilitet i addisjon og multiplikasjon. Det innebærer en separat analyse for de to regneartene. Deretter gjennomføres en statistisk korrelasjonsanalyse mellom resultatene fra fleksibilitetsanalysen av de to regneartene.

3.4.1 Rådata

Det digitale programmet Psychopy lagrer alle elevenes besvarelser. Programmet setter opp et excel-dokument for hver enkelt deltager som gjennomførte undersøkelsen. Dette er rådataen for studien, og programmet produserer et excel-ark for addisjon og et excel-ark for subtraksjon. Rådataen består av elevenes besvarelser og tidsbruk i det ikke-valgfrie scenarioet, samt hvilken strategi som ble valgt i det valgfrie scenarioet. Siden programmet lagrer tidsbruken og besvarelsene til elevene i det ikke-valgfrie scenarioet, har jeg mulighet til å analysere deres prestasjoner med begge strategiene. Deretter kan jeg bruke rådataene fra det valgfrie scenarioet til å undersøke om elevene valgte den strategien de mestret best. Med andre ord undersøke om elevene er adaptive i sitt strategivalg. På den måten vil jeg kunne besvare de to forskningsspørsmålene om elever klarer å velge løsningsstrategier fleksibelt i addisjon og multiplikasjon. Det er derimot verdt å påpeke at rådataen kun gir meg mulighet til å besvare forskningsspørsmålene i lys av adaptivitet, og som forklart i teorikapittelet er adaptivitet en kategori under det overordnede begrepet fleksibilitet.

Det siste forskningsspørsmålet utledet fra problemstillingen går ut på hvilke forskjeller og likheter det er på fleksibilitet mellom 8. trinn og 9. trinn. Excel-dokumentet som Psychopy produserer for hver enkelt elev registrerer også klassetrinn, kjønn og måloppnåelse eleven tastet inn i starten av undersøkelsen. Dette åpner opp muligheten til å se på likheter og forskjeller mellom de tre nevnte kategoriene, og dermed også besvare det siste forskningsspørsmålet.

3.4.2 Analysemetode for adaptivitet

I denne delen av analysen har jeg benyttet Lemaire & Sieglers (1995) rammeverk for strategisk kompetanse. Datamaterialet analyseres etter de 4 dimensjonene: strategisk repertoar, strategisk distribusjon, strategieffektivitet, og strategivalg. Lemaire & Siegler (1995) argumenterer for at en slik analyse vil gi objektive resultater på effektiviteten rundt ulike løsningsstrategier. Disse 4 dimensjonene analyseres separat for de to regneartene addisjon og multiplikasjon. Siden Psychopy registrerer datamaterialet i Excel ser jeg det som naturlig å benytte Excel i analysen. I kvantitativ forskning er det vanlig å benytte statistiske programpakker for analyse (Ringdal, 2018), og Excel inneholder en slik programpakke med alle funksjonene jeg trenger for å analysere adaptivitet.

Datamaterialet fra det valgfrie scenarioet danner grunnlaget for analysen av strategisk repertoar og strategisk distribusjon. I excel-dokumentet er det oppført hvilken strategi elevene har valgt, og ved hjelp av Excel har jeg analysert prosentandelen elevene benyttet de to løsningsstrategiene. Undersøkelsen inneholdt to ikke-valgfri scenario som omfattet hver sin strategi. Disse to ikke-valgfrie scenarioene er grunnlaget for analysen av strategieffektivitet. Med excel har jeg analysert strategieffektivitet gjennom to variabler: nøyaktighet og hastighet. Med Excel analyseres nøyaktighet etter elevenes prosentandel korrekte besvarelser, og hastighet analyseres ved å regne ut total gjennomsnittstid for de to strategiene. I tillegg utregnes deltagernes gjennomsnittstid med strategiene på de to spesifikke oppgavetypene.

Den siste dimensjonen strategivalg, analyseres ved å sammenligne resultatene fra det valgfrie scenarioet og det ikke-valgfrie scenarioet. I teorien presiserte jeg at et adaptivitet innebærer at et individ velger den mest hensiktsmessige strategien. Et sentralt aspekt ved å velge den mest hensiktsmessige strategien er å ta hensyn til egen mestring (Verschaffel et al. 2009). Det er nødvendig med et statistisk mål som sammenligningsgrunnlag for å kunne diskutere problemstillingen som omhandler i hvilken grad fleksibilitet gjenspeiles på tvers av de to regneartene. For å analysere elevenes adaptive strategivalg har jeg derfor laget et poengsystem som gir elevene poeng for hver gang de velger den mest hensiktsmessige strategien. Resultatene fra analysen på de tre foregående dimensjonene strategisk repertoar, distribusjon- og effektivitet brukes til å analysere strategivalg. Analysen av strategieffektivitet viser hvilken strategi som er mest hensiktsmessig for hver spesifikke elev, og analysen av strategidistribusjon viser hvilken strategi elevene brukte. Det var totalt 10 oppgaver i det valgfrie scenarioet der deltagerne fikk velge strategi. Det betyr at elevene får en adaptiv poengscore fra 0-10 utfra antall ganger de valgte den mest hensiktsmessige strategien.

Den mest hensiktsmessige strategien for en spesifikk elev analyseres utfra prestasjonene i det ikke-valgfrie scenarioet. Det er to variabler knyttet til strategieffektivitet: nøyaktighet og hastighet. Elevene får poeng hvis de har valgt den strategien som ga mest nøyaktige resultater. Hvis eleven er like nøyaktig med begge strategier, så er det hastigheten som avgjør hvilken strategi som er mest effektiv. Det innebærer at jeg har valgt å prioritere nøyaktighet før hastighet i analysen. Bakgrunnen for dette valget er at jeg ser det som viktigere å svare korrekt på oppgaver enn raskt på oppgaver. For eksempel vil en karakter på eksamen måles etter antall riktige oppgaver eleven løste, og ikke hvor raskt eleven svarte på oppgavene. Det er med andre ord mer hensiktsmessig å bruke en strategi som gir korrekte besvarelser.

3.4.3 Analysemetode for korrelasjon

Analysemetoden jeg bruker for å måle adaptivitet er ikke benyttet i tidligere studier på fleksibilitet. Jeg har valgt å bruke denne metoden for analyse, siden det gir meg et spesifikt statistisk mål på hver enkelt elevs adaptivitet innenfor de to regneartene. Det er behov for et slikt statistisk mål for å kunne analysere elevenes individuelle korrelasjon på fleksibilitet. Adaptivitetsanalysen gir meg to separate poengscorer, en for addisjon og en for multiplikasjon. Dette er to intervall-variabler siden det er en fast avstand mellom verdiene (Bryman, 2016) som måles fra 0-10. Jeg har valgt å gjennomføre en lineær regresjon, fordi det er en analysemetode som undersøker korrelasjonen mellom to slike variabler (Ringdal, 2018). Jeg har også brukt Pearsons r korrelasjonskoeffisient for å få en spesifikk verdi på hvor positiv eller negativ sammenhengen er (Bryman, 2016) mellom elevenes adaptivitetsnivå i de to regneartene.

3.5 Forskningskvalitet

Et sentralt aspekt ved forskning handler om hvordan gjennomføringen av en studie kan påvirke resultatene. To sentrale kriterier for forskningskvalitet innen kvantitativ forskning er reliabilitet og validitet (Bryman, 2016). Kriteriene er essensielle for en studies troverdighet.

3.5.1 Reliabilitet

For å ivareta reliabilitet er det vært viktig at studien gir konsistente resultat og målinger (Bryman, 2016), slik at den er pålitelig (Ringdal, 2018). Jeg valgte derfor å benytte metoden choice/no-choice siden det er en anerkjent metode for å forske på fleksibilitet, og har blitt suksessfullt brukt i flere tidligere studier (Luwel et al. 2009). I tillegg har jeg brukt samme oppgavekarakteristikker som studien til Torbeyns og Verschaffel (2013). Valget av et slikt forskningsdesign styrker reliabiliteten i min studie. Siden dette er en mye brukt metode innen forskningsmiljøet er studien min etterprøvbar og enkel for andre forskere å replisere, hvis ønskelig.

En forskjell fra min studie og tidligere studier på fleksibilitet, er at jeg valgte å gjennomføre undersøkelsen på alle elevene i en klasse samtidig. Dette medførte at elevene fylte ut svarene i undersøkelsen selv, uten at jeg hadde direkte mulighet til å kontrollere om de gjennomførte den korrekt. Det er derfor mulig for elevene å ikke følge informasjonen som ble gitt i undersøkelsen. For eksempel kan en elev bruke forskjellige strategier i det ikke-valgfrie scenarioet, selv om undersøkelsen poengterer at det kun skal brukes en bestemt strategi. Dette kan medføre at reliabiliteten i studien svekkes siden noen elevbesvarelser har en sannsynlighet for å ikke være pålitelige. For å sikre at dette ikke skulle påvirke studiens resultater, fikk elevene utdelt et kladdeark. Elevene skulle løse hver enkelt oppgave på kladdearket før de skrev inn svaret på det digitale spørreskjemaet i dataprogrammet Psychopy. I etterkant har jeg analysert kladdearkene for å undersøke om oppgavene i de ikke-valgfrie scenarioene er løst med korrekt strategi, og på den måten ivaretatt studiens reliabilitet. Det var kun et tilfelle der en elev ikke hadde brukt riktig strategi i det ikke-valgfrie scenarioet. Resultatene fra denne eleven ble derfor fjernet fra analysen.

Et siste grep jeg prioriterte for å ivareta reliabiliteten til studien, var gjennomføringen av en pilottest. Jeg vurderte det som nødvendig å utføre en pilottest siden det, som tidligere nevnt, ikke er benyttet selvutfyllende spørreskjema i tidligere studier på emnet. Pilottesten ga meg mulighet til å teste ut studien, samt rette opp eventuelle feil eller uklarheter. En pilottest var også nødvendig siden multiplikasjonsundersøkelsen ikke har blitt gjennomført av noen tidligere studier.

3.5.2 Validitet

For å sikre studiens validitet har jeg hovedsakelig forholdt meg til de tre underkategoriene målingsvaliditet, indre validitet og ytre validitet (Bryman, 2016). Målingsvaliditet er relatert til reliabilitet (Bryman, 2016), noe jeg diskuterte i forrige punkt 3.5.1. Høy reliabilitet er derfor en forutsetning for validiteten til en studie (Ringdal, 2018).

Indre validitet er knyttet til spørsmålet om kausalitet. Kan man stole på en konklusjon som korporerer en årsakssammenheng mellom to variabler (Bryman, 2016)? I denne studien undersøker jeg om det eksisterer en korrelasjon mellom elevenes adaptivitetsnivå i addisjon og multiplikasjon. I oppgaven tar jeg høyde for om det eksisterer andre årsakssammenhenger til resultatene. En faktor som kan påvirke både resultat og konklusjon, er målefeil (Podsakoff et al. 2003). Det er forskerens ansvar å forsikre seg om at målefeil ikke påvirker forskningen (Ringdal, 2018). Å redusere sannsynligheten for målefeil har derfor vært et sentralt fokus gjennom hele arbeidet i denne studien. Metode og utforming av spørreskjemaene for addisjon og multiplikasjon er basert på tidligere studier av fleksibilitet. Det har derfor vært viktig å replisere instrumentet til Torbeyns & Verschaffel (2013) sin studie så nøyaktig som mulig. I analyseprosessen har jeg også gjennomført flere kontrollsjekker i sorteringen av datamaterialet for å forhindre målefeil.

Et moment som svekker den indre validiteten i min studie, er frafall. Et systematisk frafall kan være en trussel mot en studies indre validitet (Ringdal, 2018). I min studie var det kun 29 av 48 elever som fullførte både undersøkelsen i addisjon og multiplikasjon. For å besvare forskningsspørsmålet og gjennomføre korrelasjonsanalysen er det nødvendig med resultat fra begge regneartene. Det betyr at elever som kun gjennomførte én av undersøkelsene ikke gir tilstrekkelige data. Disse tilfellene er derfor ikke en del av analysen. I frafallet var det hovedsakelig lavt presterende elever som ikke greide å gjennomføre undersøkelsene. Det var kun én lavt presterende elev jeg fikk tilstrekkelige data på til å gjennomføre analysen av adaptivitet, noe som derfor svekker den indre validiteten.

Ytre validitet innebærer om studiens resultater kan generaliseres (Bryman, 2016). En sentral faktor når det gjelder ytre validitet er om utvalget i studien er representativt. Som beskrevet tidligere har jeg benyttet et ikke-sannsynlighetsbasert utvalg, og det kan derfor diskuteres om den ytre validiteten ivaretas. Dataene mine blir ikke helt representative og kan derfor ikke generaliseres. Likevel vil studien gi nyttige og interessante data som kan brukes som et springbrett til fremtidig forskning (Bryman, 2016).

3.6 Forskningsetikk

Ved gjennomføring av en studie må man forholde seg til etiske retningslinjer for vitenskapelig praksis (Ringdal, 2018). I denne studien forholder jeg meg til de generelle forskningsetiske retningslinjene utarbeidet av Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora, juss og teologi (NESH).

Deltakerne i min studie er et utvalg elever på ungdomstrinnet. Dette innebærer at deltakerne er under myndighetsalder. Det har derfor vært viktig for meg at både elevene og deres foresatte har fått tilstrekkelig informasjon om prosjektet og at deltakelsen er frivillig. Læreren i de aktuelle klassene har derfor gitt informasjon til både elevene og foresatte i god tid før datainnsamlingen.

I tillegg til fokus de på forskningsetiske retningslinjer har jeg meldt inn forskningsprosjektet til Norsk senter for forskningsdata (NSD). Prosjektet med referansekode 644744, ble godkjent den 01.02.2022, til å gjennomføres anonymt. Jeg har lagt vekt på at innhenting og lagring av all data i datainnsamlingen anonymiseres. For å sikre anonymitet, fikk hver elev utdelt et spesifikt nummer fra klassens lærer. Jeg har ikke hatt tilgang til å se hvilket nummer elevene fikk tildelt. Elevene skrev inn nummeret sitt på kladdearkene, og i det digitale spørreskjemaet (Psychopy). På denne måten kan jeg sammenligne resultatene til den enkelte elev i de to regneartene, samtidig som jeg opprettholder studiens reliabilitet ved å analysere kladdearkene. I dataanalysen er numrene til elevene kryptert. Det betyr at elevnumrene som presenteres i analysen ikke er de samme numrene som elevene fikk utdelt.

Siden undersøkelsen er anonym, har jeg ikke innhentet noen form for identifiserbare data. I tillegg til at elevene har fått tildelt et eget nummer, har de i det digitale spørreskjemaet fått spørsmål om å fylle ut kjønn, klassetrinn og måloppnåelse. Jeg har valgt å inkludere disse opplysningene siden det kan gi meg flere kategorier til å analysere resultatene. Læreren har taushetsplikt når det kommer til opplysninger om måloppnåelse. Jeg har derfor lagt inn dette som et spørsmål elevene selv fyller ut. Elevene skriver inn enten høy, middels eller lav måloppnåelse. Det var ikke et krav om utfyllelse av måloppnåelse, og elevene fikk beskjed om at de selv velger om de ønsker å skrive det inn.

I tillegg til frivillig deltakelse utdyper NESH (u.å.) under retningslinje 15 at deltakere skal ha reell mulighet til å avbryte eller trekke seg fra undersøkelsen hvis ønskelig. For at elevene skal ha mulighet til å trekke seg har læreren beholdt oversikten over elevenes ulike nummer. Elevene har derfor hatt mulighet til å kontakte læreren for å avbryte eller trekke seg fra undersøkelsen. Læreren til eleven vil da kontakte meg, og jeg kan slette resultatene til den aktuelle eleven ved at jeg får tilsendt hvilket nummer som skal fjernes. Av de totalt 48 deltagerne i undersøkelsen var det kun 2 elever som ønsket å trekke seg i etterkant.

4 Resultater

Problemstillingen i denne studien er:

«I hvilken grad gjenspeiles fleksibilitet på tvers av regneartene addisjon og multiplikasjon?».

I dette kapittelet vil jeg presentere analysen av elevenes fleksibilitet på de to regneartene, samt resultatene fra korrelasjonsanalysen. Jeg har benyttet Lemaire & Siegler (1995) sine fire dimensjoner for strategisk kompetanse som utgangspunkt. Analysen er delt i inn i 3 deler hvor jeg starter med å presentere resultatene til analysen av de to første dimensjonene strategirepertoar- og distribusjon. Deretter går jeg gjennom analysen av dimensjonen strategieffektivitet. Til slutt gjennomgås analysen av dimensjonen strategivalg som er direkte koblet opp mot forskningsspørsmålene og problemstillingen. Her vil elevenes valg av løsningsstrategi innenfor de to regneartene analyseres, og jeg vil undersøke om det eksisterer en statistisk korrelasjon i fleksibilitet.

4.1 Strategirepertoar og strategidistribusjon

De to første dimensjonene for strategisk kompetanse er strategirepertoar- og distribusjon. Som nevnt i teorikapittelet innebærer repertoar hvilke strategier elevene har tilgjengelig, mens distribusjon omfatter frekvensen strategiene blir benyttet. I valget av et valgfritt/ikke-valgfritt design er det bare de to strategiene avrunding og standardalgoritme jeg undersøker. Det betyr at elevene kan besitte et større repertoar av løsningsstrategier, men at fokus i denne studien kun er rettet mot de to nevnte strategiene. Oppgavesettet til det valgfrie scenarioet danner grunnlaget for denne delen av analysen. Her er elevenes individuelle frekvens med bruk av strategiene analysert. I tillegg har jeg analysert den gjennomsnittlige frekvensen de to strategiene ble brukt i addisjon og multiplikasjon. Dette er gjort etter kategoriene kjønn, klassetrinn, og ferdighetsnivå.

4.1.1 Individuelle strategivalg

Tabell 4.1, viser frekvensen hver enkelt elev benytter de to strategiene AV og SA. Frekvensen er regnet ut i prosent, og den største prosentandelen er uthevet i tabellen. Kolonnen «elev» står for nummeret til en spesifikk elev. I kolonnen «kjønn» står J, for jente, G for gutt, og U for ukjent. Betegnelsen ukjent er brukt på de elevene som ikke ønsket å oppgi kjønn. I kolonnen «nivå» presenteres elevenes ferdighetsnivå i matematikk hvor L står for lav måloppnåelse, M for middels måloppnåelse og H for høy måloppnåelse. Tabellen viser kun resultatene til elevene som gjennomførte både addisjon- og multiplikasjonsundersøkelsen.

Elev	Kjønn	Nivå	Trinn	Addisjon		Multiplikasjon	
				AV	SA	AV	SA
1	J	M	8	50%	50%	20%	**80%**
2	J	M	8	10%	**90%**	**90%**	10%
3	J	M	8	0%	**100%**	0%	**100%**
4	J	M	8	0%	**100%**	0%	**100%**
5	J	H	8	40%	**60%**	20%	**80%**
6	J	H	8	0%	**100%**	0%	**100%**
7	J	H	8	0%	**100%**	0%	**100%**
8	J	H	8	0%	**100%**	0%	**100%**
9	G	M	8	0%	**100%**	0%	**100%**
10	G	M	8	0%	**100%**	**100%**	0%
11	G	M	8	0%	**100%**	30%	**70%**
12	G	H	8	50%	50%	**60%**	40%
13	G	H	8	40%	**60%**	50%	50%
14	U	M	8	50%	50%	40%	**60%**
15	U	M	8	50%	50%	50%	50%
16	U	M	8	**100%**	0%	**90%**	10%
17	J	M	9	0%	**100%**	**80%**	20%
18	J	M	9	20%	**80%**	40%	**60%**
19	J	M	9	20%	**80%**	10%	**90%**
20	J	M	9	0%	**100%**	**100%**	0%
21	J	H	9	50%	50%	30%	**70%**
22	J	H	9	50%	50%	50%	50%
23	G	L	9	40%	**60%**	**80%**	20%
24	G	M	9	50%	50%	**90%**	10%
25	G	M	9	50%	50%	50%	50%
26	G	M	9	50%	50%	40%	**60%**
27	G	M	9	0%	**100%**	**60%**	40%
28	G	H	9	40%	**60%**	50%	50%
29	G	H	9	0%	**100%**	**100%**	0%

Tabell 4.1: Analyse av elevenes individuelle strategivalg.

4.1.2 Strategidistribusjon i addisjon

Tabell 4.2, er en oversikt som viser frekvensen der elevene benyttet de to strategiene i regnearten addisjon. I addisjon valgte 55% av elevene å bruke begge strategiene. Det varierte mellom enkeltelevene når det gjaldt hvor ofte hver strategi forekom, men begge strategiene ble brukt på minst en oppgave i den valgfrie delen. Det betyr at 45% av elevene valgte å kun forholde seg til en løsningsstrategi. Av disse 45% var det bare én elev som brukte avrundingsstrategien. Resten av elevene som kun brukte en løsningsstrategi, valgte å kun bruke standardalgoritmen. Det var liten forskjell mellom middels og høyt ferdighetsnivå siden ca. like stor prosentandel valgte å bytte mellom de to strategiene. Forskjellen mellom klassetrinn og kjønn var derimot større. 69% av elevene på 9. trinn valgte å bruke begge strategiene, mens i 8. trinn var det kun 44% av elevene. Det var også flere gutter (58%) som valgte å bruke begge strategiene enn jenter (36%).

Gruppe	Flere strategier	Kun 1 strategi
8. trinn	44%	**56%**
9. trinn	**69%**	31%
Middels ferdighetsnivå	**55%**	45%
Høyt ferdighetsnivå	**60%**	40%
Gutter	**58%**	42%
Jenter	36%	**64%**
Alle	**55%**	45%

Tabell 4.2: Gjennomsnittlig strategidistribusjon i addisjon

4.1.3 Strategidistribusjon i multiplikasjon

Tabell 4.3, er en oversikt som viser frekvensen de to strategiene ble benyttet i regnearten multiplikasjon. Hele 69% av alle elevene brukte begge strategiene minst en gang i løpet av den valgfrie delen. Det var også en vesentlig forskjell mellom de to klassetrinnene. Hele 85% av elevene i 9. trinn valgte å bruke begge strategiene. I 8. trinn var det litt over halvparten av elevene (56%) som valgte å bruke begge strategiene. En større prosentandel elever med middels ferdighetsnivå varierte strategibruken mer enn elever med høyt ferdighetsnivå. Det var også en høyere andel gutter som valgte å benytte begge strategiene (75%) enn andelen jenter (57%).

Gruppe	Flere strategier	Kun 1 strategi
8. trinn	**56%**	44%
9. trinn	**85%**	15%
Middels ferdighetsnivå	**72%**	28%
Høyt ferdighetsnivå	**60%**	40%
Gutter	**75%**	25%
Jenter	**57%**	43%
Alle	**69%**	31%

Tabell 4.3: Gjennomsnittlig strategidistribusjon i multiplikasjon

4.1.4 Sammenligning av strategisk distribusjon

Strategidistribusjonen innen de to regneartene addisjon og multiplikasjon inneholder relativt like tendenser innenfor de ulike kategoriene. Innen begge regneartene valgte flesteparten av elevene å variere strategibruken. Det er likevel tydelig at flere elever valgte å bruke begge strategiene i multiplikasjon (69%) enn i addisjon (55%). Innen alle kategoriene trinn, kjønn og ferdighetsnivå, brukte majoriteten av elevene begge strategiene i multiplikasjon. Dette var ikke tilfellet i addisjon. I 8. trinn valgte majoriteten av elevene å holde seg til kun en strategi. Det var også tilfellet for jenter. Majoriteten av jentene i studien prioriterte en strategi i addisjon, mens i multiplikasjon valgte majoriteten å bruke begge strategiene.

4.2 Strategieffektivitet

Den tredje dimensjonen for strategisk kompetanse er strategieffektivitet. Som tidligere beskrevet i teorikapittelet innebærer strategieffektivitet hastigheten og nøyaktigheten til en løsningsstrategi. Disse to parameterne er individuelle for person til person. Resultatene fra de to oppgavesettene i det ikke-valgfrie scenarioet danner grunnlaget for analyse av strategieffektivitet. Her er elevenes individuelle strategieffektivitet analysert. I tillegg har jeg analysert gjennomsnittlige resultater for strategieffektivitet med strategiene i de to regneartene.

Hastighet er analysert ved å regne ut den enkelte elevs gjennomsnittshastighet med de to strategiene AV og SA. Den totale gjennomsnittshastigheten med strategiene regnes ut innen begge regneartene addisjon og multiplikasjon. I tillegg er elevenes gjennomsnittshastighet med de to strategiene regnet ut for begge oppgavetypene. Nøyaktighet er analysert ved å regne ut deltagernes prosentvise korrekte besvarelser. Her er også den totale prosentandelen korrekte besvarelser med begge strategiene analysert, og prosentandel korrekte besvarelser i de to oppgavetypene.

4.2.1 Individuelle resultater på strategieffektivitet

På de fire neste sidene presenteres analysen av de individuelle resultatene for hver enkelte elev. Tabell 4.4 og 4.5 viser resultatene på strategieffektivitet i addisjon, og tabell 4.6 og 4.7 viser resultatene på strategieffektivitet i multiplikasjon. Det er kun resultatene til elevene som fullførte undersøkelsene i begge regneartene som presenteres i tabellene.

Før jeg presenterer de fire tabellene vil jeg gi en kort beskrivelse av kategorier og forkortelser. Kolonnene «elev», «kjønn» og «nivå» er de samme som i tabell 4.1. Det betyr at elevnummeret representerer den samme eleven i hver enkelt tabell. Som drøftet i metodekapittelet opprettholder dette muligheten til å ha oversikt over hver enkelte elevs resultater i de ulike delene av studien, samtidig som anonymiteten ivaretas. Tabellene er delt inn i kategoriene «avrunding» og «standardalgoritme». Kolonnene under «avrunding» presenterer resultatene i oppgavesettet der strategien avrunding måtte benyttes på alle oppgaver. På samme måte presenterer kolonnene under «standardalgoritme» resultatene på oppgavesettet der strategien standardalgoritme måtte benyttes. Tiden er oppgitt i sekunder hvor jeg har avrundet til kun én desimal, og nøyaktighet er oppgitt i prosentandel korrekte besvarelser. «Total» står for sammenlagte resultater i begge oppgavetypene. «AVO» står for Avrundingsoppgaver, og er resultatene i oppgavetypen som legger opp til avrundingsstrategien. «SAO» står for standardalgoritme-oppgaver, og er resultatene i oppgavetypen som legger opp til strategien standardalgoritme.

Addisjon – 8. trinn															
Elev	Kjønn	Nivå	Avrunding						Standardalgoritme						
			Tid			Nøyaktighet			Tid			Nøyaktighet			
			Total	AVO	SAO	Total	AVO	SAO	Total	AVO	SAO	Total	AVO	SAO
1	J	M	44,5	31,1	57,9	90%	100%	80 %	20,3	17,3	23,3	80%	60%	100%
2	J	M	22,8	16,6	28,9	90%	100%	80%	14,9	14,0	15,7	100%	100%	100%
3	J	M	22,1	17,2	27,0	70%	100%	40%	19,2	16,5	21,9	100%	100%	100%
4	J	M	34,6	25,5	43,7	60%	60%	60%	22,1	18,3	26,0	90%	80%	100%
5	J	H	35,1	11,2	58,9	60%	80%	40%	13,9	12,6	14,2	100%	100%	100%
6	J	H	38,1	29,1	47,1	80%	100%	60%	18,3	15,6	21,0	100%	100%	100%
7	J	H	32,5	20,2	44,8	80%	80%	80%	15,4	13,7	17,2	80%	100%	60%
8	J	H	41,7	21,7	61,8	100%	100%	100%	15,1	13,3	16,9	80%	80%	80%
9	G	M	30,8	26,4	35,2	80%	80%	80%	19,8	14,9	24,7	90%	100%	80%
10	G	M	23,2	23,8	22,7	10%	20%	0%	19,2	17,1	21,4	100%	100%	100%
11	G	M	36,1	29,9	42,4	80%	80%	80%	30,0	27,5	30,5	80%	80%	80%
12	G	H	10,1	4,2	16,0	80%	80%	80%	17,7	17,9	17,5	80%	60%	100%
13	G	H	24,9	8,5	41,3	90%	100%	80%	13,3	7,8	18,9	100%	100%	100%
14	U	M	37,8	23,5	52,2	50%	80%	20%	26,1	23,3	28,9	70%	60%	80%
15	U	M	19,5	11,7	27,3	40%	20%	60%	16,7	13,2	16,2	90%	100%	80%
16	U	M	13,6	7,3	20	90%	80%	100%	18,9	9,1	28,8	60%	40%	80%

Tabell 4.4: Strategieffektivitet i addisjon for 8. trinn

Addisjon – 9. trinn														
Elev	Kjønn	Nivå	Avrunding						Standardalgoritme					
			Tid			Nøyaktighet			Tid			Nøyaktighet		
			Total	AVO	SAO	Total	AVO	SAO	Total	AVO	SAO	Total	AVO	SAO
17	J	M	37,6	31,2	43,9	100%	100%	100%	16,3	14,6	18,1	100%	100%	100%
18	J	M	27,2	13,6	40,8	50%	80%	20%	9,5	8,7	10,2	90%	100%	80%
19	J	M	27,1	23,7	30,5	80%	100%	60%	25,7	26,7	24,6	100%	100%	100%
20	J	M	54,7	35,6	73,8	100%	100%	100%	16,7	15,6	17,7	100%	100%	100%
21	J	H	18,6	8,6	28,6	60%	80%	40%	12,3	12,1	12,5	100%	100%	100%
22	J	H	26,6	14,7	38,5	100%	100%	100%	15,9	14,7	17,1	100%	100%	100%
23	G	L	34,4	25,6	43,2	80%	80%	80%	24,7	22,3	27,2	100%	100%	100%
24	G	M	52,0	40,0	64,0	80%	100%	60%	22,1	20,2	24,0	80%	60%	100%
25	G	M	37,8	33,1	42,5	90%	80%	100%	16,7	16,7	16,7	90%	80%	100%
26	G	M	48,6	40,6	56,7	90%	100%	80%	26,2	22,4	29,9	90%	100%	80%
27	G	M	53,0	34,6	71,5	100%	100%	100%	22,3	21,0	23,6	100%	100%	100%
28	G	H	16,3	9,4	23,2	70%	80%	60%	11,8	10,0	13,6	100%	100%	100%
29	G	H	10,8	7,6	13,9	100%	100%	100%	9,4	5,4	13,4	90%	100%	80%

Tabell 4.5: Strategieffektivitet i addisjon for 9. trinn

Multiplikasjon – 8. trinn														
			Avrunding						**Standardalgoritme**					
Elev	**Kjønn**	**Nivå**	**Tid**			**Nøyaktighet**			**Tid**			**Nøyaktighet**		
			Total	**AVO**	**SAO**	**Total**	**AVO**	**SAO**	**Total**	**AVO**	**SAO**	**Total**	**AVO**	**SAO**
1	J	M	75,2	55,4	95,5	20%	20%	20%	30,0	25,6	34,4	80%	100%	60%
2	J	M	48,0	31,6	64,4	80%	80%	80%	34,1	31,3	37,0	90%	100%	80%
3	J	M	80,7	47,1	114,3	60%	100%	20%	39,8	29,5	50,1	90%	100%	80%
4	J	M	51,6	31,6	71,6	90%	100%	80%	35,3	33,4	37,2	100%	100%	100%
5	J	H	54,0	32,4	75,6	30%	40%	20%	34,9	32,0	37,9	70%	80%	60%
6	J	H	63,8	39,6	88,0	90%	100%	80%	26,0	23,7	28,4	80%	80%	80%
7	J	H	63,1	35,6	90,7	90%	100%	80%	27,9	26,0	29,8	100%	100%	100%
8	J	H	73,6	33,7	113,5	50%	80%	20%	24,0	22,9	25,0	90%	80%	100%
9	G	M	74,4	38,5	110,3	70%	60%	80%	29,4	25,8	32,9	90%	100%	80%
10	G	M	26,6	15,6	37,6	10%	20%	0%	24,3	24,9	23,7	0%	0%	0%
11	G	M	41,6	33,3	49,9	20%	20%	20%	26,3	25,4	27,3	0%	0%	0%
12	G	H	44,6	19,4	69,8	70%	100%	40%	45,2	46,5	43,9	50%	80%	20%
13	G	H	26,6	14,1	39,2	50%	0%	100%	19,2	9,4	30,0	20%	0%	40%
14	U	M	49,3	29,6	69,0	10%	20%	0%	39,2	34,8	43,5	50%	80%	20%
15	U	M	63,4	31,2	95,6	60%	100%	20%	30,6	27,2	34,1	100%	100%	100%
16	U	M	37,3	27,5	47,1	50%	100%	0%	30,0	28,5	31,5	20%	40%	0%

Tabell 4.6: Strategieffektivitet i multiplikasjon for 8. trinn

Multiplikasjon – 9. trinn														
Elev	Kjønn	Nivå	Avrunding						Standardalgoritme					
			Tid			Nøyaktighet			Tid			Nøyaktighet		
			Total	AVO	SAO	Total	AVO	SAO	Total	AVO	SAO	Total	AVO	SAO
17	J	M	65,6	45,7	85,6	60%	60%	60%	46,1	39,9	52,4	70%	40%	100%
18	J	M	39,6	23,8	55,4	80%	80%	80%	22,1	18,7	25,5	80%	80%	80%
19	J	M	37,2	37,7	36,7	90%	100%	80%	41,1	34,9	47,3	80%	100%	60%
20	J	M	65,7	33,9	97,5	30%	60%	0%	53,5	36,2	70,8	50%	60%	40%
21	J	H	38,7	23,3	54,2	90%	80%	100%	19,3	19,0	19,6	100%	100%	100%
22	J	H	62,6	23,5	101,7	70%	100%	40%	32,1	24,0	40,2	100%	100%	100%
23	G	L	39,9	31,5	48,4	20%	20%	20%	80,9	67,6	94,2	90%	100%	80%
24	G	M	97,0	55,9	138,0	70%	80%	60%	45,4	42,3	48,5	70%	80%	60%
25	G	M	49,6	29,9	69,3	100%	100%	100%	32,0	28,4	35,2	100%	100%	100%
26	G	M	64,2	38,3	90,0	20%	40%	0%	40,6	36,9	44,3	90%	100%	80%
27	G	M	70,7	39,4	102,1	90%	100%	80%	66,6	62,6	70,5	100%	100%	100%
28	G	H	24,7	16,6	32,9	80%	100%	60%	18,9	16,8	21,1	60%	60%	60%
29	G	H	38,1	22,8	53,4	60%	80%	40%	34,5	22,8	46,3	30%	60%	0%

Tabell 4.7: Strategieffektivitet i multiplikasjon for 9. trinn

4.2.2 Strategieffektivitet i addisjon

I tabell 4.8, vises oversikten over gjennomsnittlig strategieffektivitet i addisjon. I det samlede resultatet til alle elevene, er standardalgoritme både en raskere og mer nøyaktig løsningsstrategi. Standardalgoritme gir 91% korrekte svar i forhold til avrunding med 78%. Totalt sett er også bruk av SA ca. 13 sekunder raskere enn AV. Dette er også tilfellet i begge oppgavetypene. SA er også i gjennomsnitt den mest effektive strategien innenfor alle kategoriene.

Gruppe	Oppgavetype	Avrunding		Standardalgoritme	
		Nøyaktighet	Hastighet	Nøyaktighet	Hastighet
8. trinn	AV	79%	19,24	85%	15,76
	SA	65%	39,20	90%	21,44
	Total	72%	29,21	88%	18,81
9. trinn	AV	92%	24,48	95%	16,18
	SA	77%	43,93	95%	19,12
	Total	85%	34,21	95%	17,66
Middels	AV	82%	25,86	87%	17,62
	SA	68%	43,39	92%	22,34
	Total	75%	34,61	89%	20,15
Høyt	AV	90%	13,52	94%	12,31
	SA	74%	37,41	92%	16,23
	Total	82%	25,47	93%	14,31
Gutter	AV	83%	23,64	90%	16,93
	SA	75%	39,38	93%	21,78
	Total	79%	31,50	92%	19,43
Jenter	AV	91%	25,86	94%	15,26
	SA	69%	44,73	94%	18,31
	Total	80%	33,09	94%	16,82
Alle	AV	85%	21,59	90%	15,94
	SA	70%	41,32	92%	20,40
	Total	78%	31,45	91%	18,29

Tabell 4.8: Gjennomsnittlig strategieffektivitet i addisjon.

Til tross for at strategien SA i gjennomsnitt er den mest effektive strategien, gjelder ikke dette alle elevene. Dette kommer ikke tydelig frem i tabell 4.8, siden tabellen kun viser gjennomsnittlig strategieffektivitet i de ulike kategoriene. Tabellene 4.4 og 4.5 viser derimot individuell strategieffektivitet, og de tabellene viser noen tilfeller av enkeltelever der SA ikke er den mest effektive strategien. Det er noen få eksempler på elever der strategien AV er mest effektiv. Samtidig er det flere eksempler på elever der den mest effektive strategien er avhengig av oppgavetype. Med andre ord er det flere eksempler der AV strategien er mest effektiv på AV-oppgaver og SA strategien er mest effektiv på SA-oppgaver. Dette betyr at det er stor variasjon når det gjelder hvilken strategi som er den mest effektive for den enkelte elev.

4.2.3 Strategieffektivitet i multiplikasjon

Tabell 4.9, viser analysen av gjennomsnittlig strategieffektivitet i multiplikasjon. Totalt er strategien SA mer effektiv enn AV. Resultatene viser at SA gir i gjennomsnitt 71% nøyaktighet, og AV gir 59% nøyaktighet. SA er også nesten 20 sekunder raskere enn AV. Totalt for alle elevene er dette også tilfellet på begge oppgavetypene, men på AV-oppgaver er det bare 2 sekunder ulikhet i hastighet.

Selv om strategien SA i gjennomsnitt er den mest effektive strategien er det stor variasjon på individnivå. Ser vi tilbake på tabellene 4.6 og 4.7, er det eksempler på noen elever der AV er den mest effektive strategien. Det er også flere eksempler på elever der den mest effektive strategien er basert på oppgavetype. Ser vi på kategoriene i tabell 4.9, er heller ikke SA alltid den mest effektive strategien. De tilfellene hvor AV i gjennomsnitt enten er mer nøyaktig eller raskere er markert i rødt. For 9. trinn er for eksempel AV en raskere løsningsstrategi. Dette er også tilfellet for guttene, hvor strategien AV er 5 sekunder raskere enn strategien SA. I nesten alle kategoriene er SA den mest nøyaktige strategien. Det er kun for høyt presterende elever at AV er mer nøyaktig. Resultatene viser derfor at det er ulikheter i hva som er den mest effektive strategien både på individnivå og gruppenivå.

Gruppe	Oppgavetype	Avrunding		Standardalgoritme	
		Nøyaktighet	Hastighet	Nøyaktighet	Hastighet
8. trinn	AV	65%	32,26	71%	27,94
	SA	41%	76,98	57%	34,17
	Total	53%	54,61	64%	31,01
9. trinn	AV	77%	**32,48**	83%	34,62
	SA	55%	74,25	74%	47,38
	Total	66%	53,35	78%	41,01
Middels	AV	69%	35,89	77%	32,57
	SA	43%	79,41	63%	41,46
	Total	56%	57,65	70%	37,02
Høyt	AV	**78%**	26,1	74%	24,32
	SA	58%	71,9	66%	32,22
	Total	68%	48,98	70%	28,2
Gutter	AV	60%	**28,43**	65%	33,33
	SA	42%	66,81	48%	40,66
	Total	51%	47,62	57%	37,01
Jenter	AV	79%	35,35	87%	28,36
	SA	54%	81,73	81%	38,26
	Total	66%	58,53	84%	33,30
Alle	AV	70%	32,36	77%	30,39
	SA	48%	75,75	65%	40,09
	Total	59%	54,05	71%	35,49

Tabell 4.9: Gjennomsnittlig strategieffektivitet i multiplikasjon.

4.2.4 Sammenligning av strategieffektivitet

Det er relativt like tendenser i strategieffektivitet for de to regneartene. For majoriteten av elevene var standardalgoritme den mest effektive strategien i både addisjon og multiplikasjon. Det er også tydelig at addisjon generelt sett er en enklere regneart for elevene, med tanke på at både hastighet og nøyaktighet er bedre i addisjon enn i multiplikasjon. Resultatene viser også at det er større variasjon i hvilken strategi som er mest effektiv innen multiplikasjon enn addisjon. For noen av kategoriene er ikke alltid SA i gjennomsnitt den mest effektive strategien i multiplikasjon. Dette er i motsetning til addisjon der SA er i gjennomsnitt er den mest effektive strategien for alle kategoriene.

Tabell 4.10 er en analyse av hvor ofte de to strategiene er mest effektive for elevene. Tabellen viser prosentandelen for når SA og AV er den mest effektive strategien, og prosentandelen elever der det var mest effektivt å bruke begge strategiene. Det er relativt like tendenser innen de to regneartene når det gjelder hvilken strategi som er mest effektiv. Standardalgoritme er generelt den mest effektive strategien for majoriteten av elevene. For ca. en fjerdedel av elevene er det mest effektivt å benytte begge strategiene, og derfor velge strategi basert på oppgavetype. Avrunding er den mest effektive strategien for bare et fåtall av elevene.

Strategi	**Addisjon**	**Multiplikasjon**
Avrunding	7%	17%
Standardalgoritme	69%	55%
Begge	24%	28%

Tabell 4.10: Prosentvis oversikt over hvilken strategi som er mest effektiv for elevene

4.3 Strategivalg

Den siste dimensjonen, strategivalg, omhandler som tidligere beskrevet i teoridelen, individets valg av beste løsningsstrategi. Dette innebærer spørsmålet om hvorvidt elevene velger den løsningsstrategien som er individuelt best for den enkelte. Selv om den øvrige analysen viser at SA i gjennomsnitt er den beste strategien innen begge regneartene, viser som nevnt resultatene at dette ikke gjelder for alle elevene. Strategivalg analyseres etter om elevene i det valgfrie scenarioet velger den strategien som analysen av det ikke-valgfrie scenarioet viser er mest effektiv. Deltagerne får tildelt en adaptiv poengscore fra 0-10 basert på antall ganger de velger den mest effektive strategien. Det gis én adaptiv poengscore i addisjon, og én i multiplikasjon.

I analysen av adaptivitetspoeng tas det hensyn til om eleven bruker riktig strategi på riktig plass. Analysen av strategieffektivitet viser hvilken strategi som er best å bruke i de to oppgavetypene. For noen er alltid SA eller AV den mest effektive strategien, mens for andre er det mest effektivt å bytte mellom strategiene. Hvis en elev bytter mellom strategiene får eleven poeng hvis det blir ble gjort på rett oppgavetype i forhold til individuell strategieffektivitet. Det betyr at en elev som bytter 50% mellom begge strategiene kan oppnå alt fra 0 til 10 poeng basert på om strategiene blir brukt på riktig plass.

4.3.1 Ekstra kriterier for adaptivitetsanalyse

I metodekapittelet påpekte jeg at nøyaktighet prioriteres før hastighet når det gjelder å analysere den mest effektive løsningsstrategien. Gjennom analysen av datamaterialet ser jeg likevel behov for å legge til to ekstra kriterier for analysen av adaptivitet.

I datamaterialet er det eksempler på elever som har 0% riktige besvarelser med bruk av begge strategiene. Det betyr at ingen av strategiene er effektive siden eleven ikke klarer å løse noen av oppgavene. Selv om hastighet viser hvilken strategi som er raskest, vil jeg argumentere for at det er irrelevant for å analysere om eleven velger den mest hensiktsmessige strategien. Det er ikke hensiktsmessig å bruke en strategi som man ikke mestrer. Dersom begge strategiene er ineffektive er det derfor etter min mening umulig å avgjøre hvilken strategi som faktisk er den mest hensiktsmessige for eleven.

Det ene kriteriet går ut på at besvarelser der begge strategiene gir 0% riktige svar på en oppgavetype, ikke kan være en del av datamaterialet i adaptivitetsanalysen Av de 29 elevene som gjennomførte undersøkelsene i begge regneartene er derfor 3 besvarelser fjernet fra adaptivitetsanalysen. Dette gjelder nummer 10, 13 og 16, og deres resultater er ikke inkludert i de kommende tabellene 4.11, 4.12 og figur 4.1.

Et siste moment for analysen av strategivalg, er tilfellene der det er ekstremt liten tid som skiller mellom hva som er den mest hensiktsmessige strategien. For eksempel situasjoner der begge strategiene er like nøyaktig og det bare skiller noen få sekunder i hastighet. En svakhet med analyseverktøyet er at det ikke tar hensyn til disse situasjonene. Dersom den ene strategien bare er et sekund raskere, men eleven har valgt en annen strategi, resulterer det i null adaptive poeng. Dette er en svakhet med analysemetoden, siden et sekund er en ekstremt liten forskjell og kan forklares gjennom naturlig variasjon. Samtidig er det relativt få oppgaver som danner grunnlaget for analysen. Dette medfører sannsynlighet for at dataen ikke nødvendigvis er normalfordelt. For at analyseverktøyet ikke skal påvirkes i nevneverdig grad av slike situasjoner, har jeg lagt til et siste kriterium for analysen.

Det andre kriteriet går ut på at begge strategiene AV og SA vil regnes som like effektive, hvis strategiene er like nøyaktige og forskjellen i hastighet er maksimum 3 sekunder. Det betyr at eleven får maks adaptivitetspoeng i valget av strategi på den spesifikke oppgavetypen. Det er 2 slike tilfeller i addisjon: Nummer 13 og 19. I multiplikasjon er det 3 slike tilfeller: Nummer 4, 19 og 25. Nummer 13 er, som tidligere nevnt, allerede fjernet fra adaptivitetsanalysen. Når det gjelder nummer 4, 19 og 25, analyseres adaptivitetspoeng i lys av ovennevnt kriterium.

4.3.2 Analyse av adaptivitet

Tabell 4.11 viser resultatene for gjennomsnittlige adaptivitetspoeng. Analysen viser at elevene i gjennomsnitt oppnår en høyere poengscore i addisjon enn multiplikasjon. Gjennomsnittlig poengscore i addisjon er 7,7, og gjennomsnittlig poengscore i multiplikasjon er 6,8. Det er ingen nevneverdige ulikheter i adaptivitetspoeng innen de tre kategoriene trinn, kjønn og nivå. I gjennomsnitt oppnår elevene på 8. trinn ca. et halvt poeng mer enn elevene på 9. trinn i begge regneartene. På begge klassetrinn er guttene og jentene like adaptive i addisjon, men jentene oppnådde 0.7 poeng mer i multiplikasjon. Elever med middels ferdighetsnivå oppnår ca. 2 poeng høyere score i addisjon enn elever med høyt ferdighetsnivå, men i multiplikasjon er tilfellet motsatt.

Tabell 4.12, er en oversikt over alle elevenes individuelle adaptivitetspoeng i addisjon og multiplikasjon. De to kolonnene med grønn markering viser elevenes adaptivitetspoeng. Analysen viser at det er stor variasjon i elevenes adaptivitetsnivå. Av de totalt 26 elevene er det 6 elever som får nøyaktig lik score innenfor begge regneartene. Det tilsvarer bare 23% av elevene. Flere elever oppnår relativt lik adaptiv poengscore. Ca. 50% av elevene har maksimum 2 poeng i forskjell mellom addisjon og multiplikasjon.

Kategori	Addisjon	Multiplikasjon
8. trinn	7.9	7.1
9. trinn	7.5	6.5
Middels	8.6	6.3
Høyt	6.3	8.2
Gutt	7.7	6.5
Jente	7.8	7.2
Total	7,7	6,8

Tabell 4.11: Gjennomsnittlige adaptivitetspoeng

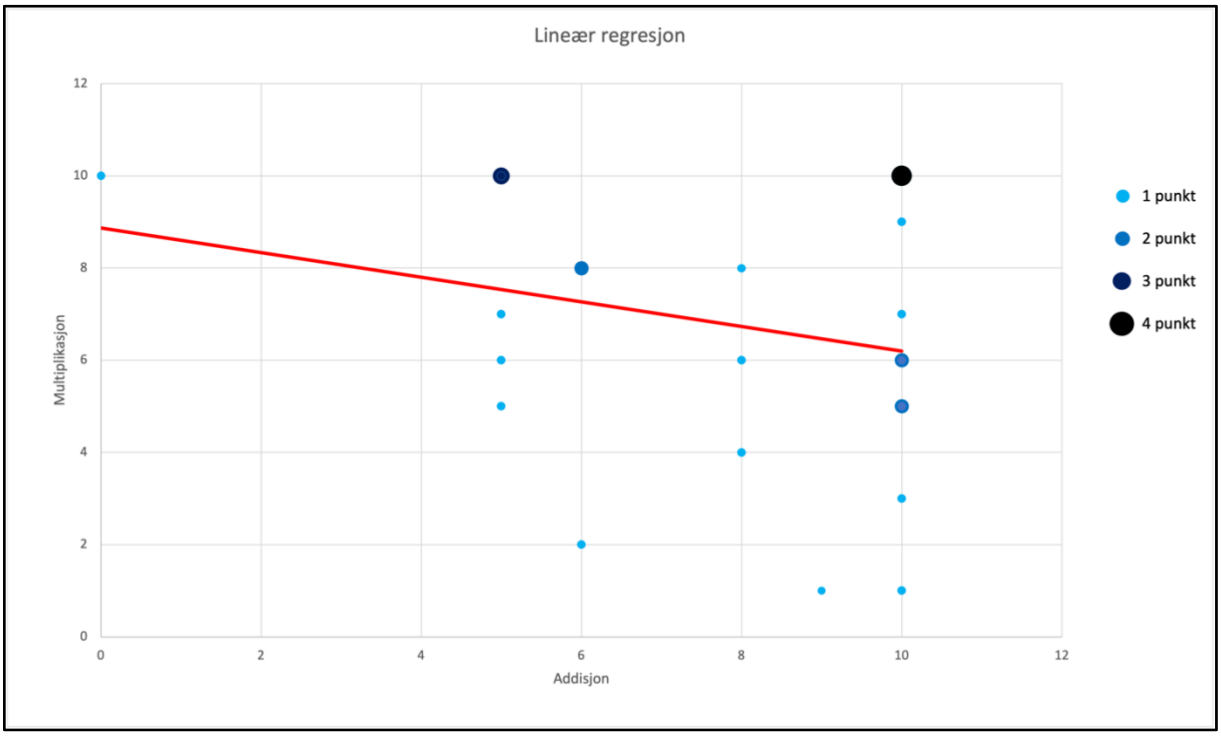
Elev	Kjønn	Trinn	Nivå	Adaptiv poengscore	
				Addisjon	Multiplikasjon
1	J	8	M	8	8
2	J	8	M	9	1
3	J	8	M	10	10
4	J	8	M	10	10
5	J	8	H	6	8
6	J	8	H	10	5
7	J	8	H	5	10
8	J	8	H	0	10
9	G	8	M	10	10
11	G	8	M	10	3
12	G	8	H	10	6
14	U	8	M	10	6
15	U	8	M	5	5
17	J	9	M	10	7
18	J	9	M	8	6
19	J	9	M	8	4
20	J	9	M	10	5
21	J	9	H	5	7
22	J	9	H	10	10
23	G	9	L	6	2
24	G	9	M	10	1
25	G	9	M	5	10
26	G	9	M	5	6
27	G	9	M	10	9
28	G	9	H	6	8
29	G	9	H	5	10

Tabell 4.12: Analyse av elevenes individuelle adaptivitetspoeng i de to regneartene.

4.3.3 Korrelasjonsanalyse

En Pearsons r korrelasjonsanalyse er gjennomført på elevenes adaptive poengscore i addisjon og multiplikasjon. Desto nærmere koeffisienten er 0, desto svakere er korrelasjonen (Bryman, 2016). Pearsons r gir en korrelasjonskoeffisient på minus 0,24. Det vil si en veldig lav negativ korrelasjon. Siden verdien er såpass lav tyder det på at det ikke eksisterer en korrelasjon mellom elvenes adaptive strategivalg innenfor addisjon og multiplikasjon.

Figur 4.1 viser den lineære regresjonsanalysen hvor adaptivscorene for addisjon og multiplikasjon utgjør verdiene på x- og y-aksen. Punktene i spredningsdiagrammet viser elevenes kombinerte adaptivitetspoeng for de to regneartene. Siden noen elever oppnådde nøyaktig samme adaptivitetspoeng i både addisjon og multiplikasjon, vil noen av punktene overlappe. Dette illustreres ved at desto flere punkter som overlapper, desto større og mørkere er punktet i diagrammet. Spredningsdiagrammet viser at punktene er spredt utover og bekrefter at korrelasjonen er svært lav.



Figur 4.1: Spredningsskjema for adaptivitetspoeng i addisjon og multiplikasjon

Pearsons r korrelasjonsanalyse av kategoriene kjønn, klassetrinn og ferdighetsnivå får et tilnærmet likt resultat som i den generelle korrelasjonsanalysen. Det er lav negativ korrelasjon for både gutter, jenter, 8. trinn og 9. trinn, med en korrelasjonskoeffisient som ligger mellom -0.2 og -0.3. Når det gjelder kategorien ferdighetsnivå er korrelasjonskoeffisienten til elever med middels måloppnåelse -0.03. Korrelasjonskoeffisienten til elever med høy måloppnåelse ligger derimot på -0.5 Dette viser tegn til en litt negativ korrelasjon, men fortsatt ikke høy nok til å angi det som en klar korrelasjon i adaptivitetsnivå.

4.4 Oppsummering av funn fra analysen

Analysen av strategidistribusjon avdekker store variasjoner mellom elevene når det gjelder hvilke strategier de foretrekker å bruke. I regnearten addisjon foretrekker ca. halvparten av elevene å bruke kun en strategi, mens den andre halvdelen foretrekker å variere strategibruken. I multiplikasjon velger ca. to tredjedeler av elevene å bytte mellom strategiene, noe som betyr at det er en større andel elever som varierer strategibruken i multiplikasjon enn addisjon.

Analysen av strategieffektivitet viser at standardalgoritme stort sett er den mest effektive strategien i begge regneartene. For majoriteten av elevene er dette både den raskeste og mest nøyaktige løsningsstrategien. Et sentralt funn derimot er at for ca. en fjerdedel av elevene, er det mest hensiktsmessig å bytte strategier. Dette funnet indikerer at elevene presterer forskjellig med bruk av strategiene, og at det varierer fra elev til elev hvilken strategi som er mest hensiktsmessig å benytte.

Adaptivitetsanalysen indikerer at elevene viser relativt høy grad av adaptivitet i addisjon med en gjennomsnittlig poengscore på 7.7. Poensgscoren på 6,8 i multiplikasjon er mindre, men likevel et resultat som indikerer at elevene også er litt adaptive i denne regnearten. Resultatene fra Pearsons r korrelasjonskoeffisient og den lineære regresjonsanalysen, viser at det ikke er noen korrelasjon i elevenes adaptivitetsnivå i de to regneartene. Dette gjelder også de tre kategoriene kjønn, ferdighetsnivå og klassetrinn der det er en negativ ikke-eksisterende korrelasjon i adaptivitet. Dette funnet indikerer at adaptivitet i liten grad gjenspeiles på tvers av regneartene.

5 Diskusjon

I dette masterprosjektet har jeg undersøkt elevers evne til å velge løsningsstrategier fleksibelt i matematikk. Problemstillingen for studien var:

«I hvilken grad gjenspeiles fleksibilitet på tvers av regneartene addisjon og multiplikasjon?»

I kapittel 4 analyserte jeg elevers fleksibilitet i regneartene addisjon og multiplikasjon, samt gjennomførte en statistisk korrelasjonstest for å belyse problemstillingen. I dette kapittelet vil jeg besvare studiens problemstilling og forskningsspørsmål ved å drøfte resultatene fra analysen opp mot relevant teori som ble redegjort for i kapittel 2. Jeg vil først drøfte mine funn i lys av tidligere forskning på fleksibilitet. Deretter vil jeg i punkt 5.2 drøfte det metodiske rammeverket for studien, før jeg i punkt 5.3 drøfter resultatene fra korrelasjonsanalysen opp mot problemstillingen. Avslutningsvis vil jeg drøfte studiens kvalitet i punkt 5.4.

5.1 Sammenligning og diskusjon opp mot tidligere studier

Studiens design er basert på Siegler & Lemaire (1997) sitt metodiske rammeverk choice/no-choice. Det er derfor naturlig å sammenligne mine funn med tidligere studier som har benyttet dette rammeverket. Som nevnt i teorikapittelet, er det gjennomført flere studier på fleksibilitet i regnearten addisjon enn i multiplikasjon (Hickendorff et al. 2019). Det betyr at addisjonsdelen i min studie er mer sammenlignbar med andre studier enn multiplikasjonsdelen.

I denne studien har jeg brukt samme oppgavekarakteristikker som i studien til Torbeyns & Verschaffel (2013). Oppbyggingen av oppgavesettene er en replika av deres studie. Forskjellen er at i min studie måtte elevene bruke avrundingsstrategien, mens i deres studie kunne elevene velge mellom flere mentale nummerbaserte strategier. Mine resultater i strategidistribusjon i regnearten addisjon, viser at litt over halvparten av elevene velger å bruke begge strategiene minst én gang i den valgfrie delen. Dette er tilnærmet likt resultat som i Torbeyns & Verschaffels (2013) undersøkelse der resultatet også var litt over halvparten. Blant elevene som kun bruker en strategi, viser mine resultat at alle elevene bortsett fra én elev bruker standardalgoritmen i addisjon. Dette står i kontrast til Torbeyns & Verschaffel (2013) sin studie der det er litt større fordeling mellom elevene i forhold om de bare bruker standardalgoritme eller bare bruker en nummerbasert strategi. Det er verdt å påpeke at jeg her sammenligner resultatene fra addisjonsdelen i min studie, med resultatene fra Torbeyns & Verschaffels (2013) undersøkelse som omfatter både addisjon og subtraksjon. Det er interessant at denne studien i relativt stor grad får lignende resultater. For det første styrker det validiteten til addisjonsdelen i denne studien. I tillegg tyder det på at elevenes valg av løsningsstrategi er relativt lik i addisjon og subtraksjon, siden addisjonsdelen i denne studien får tilnærmet like resultat med en studie som omfatter både addisjon og subtraksjon. Sannsynligvis henger dette sammen med at addisjon og subtraksjon er inverse operasjoner, og at løsningsstrategiene ligner på hverandre. Når løsningsstrategiene ligner på hverandre er det naturlig at elevene foretrekker de samme strategiene for de inverse regneartene, og derfor samsvarer resultatene i strategidistribusjon. Et annet sentralt moment er at Torbeyns & Verschaffel (2013) sin studie ble gjennomført på fjerde trinn, mens min ble gjennomført på ungdomsskolen. At resultatene for strategidistribusjon er relativt like tyder på at variasjonen i strategidistribusjon ikke nødvendigvis påvirkes av alder. Dette støttes også opp av at det i min studie ikke var noen nevneverdige forskjeller mellom 8. trinn og 9. trinn.

Analysen av strategidistribusjon innen multiplikasjon viser at hele 69% av elevene velger å benytte begge strategiene. Denne delen av studien har ikke noen direkte sammenligningsgrunnlag, siden jeg utfra mitt litteratursøk ikke fant noen lignende studier i fleksibilitet. Siegler & Lemaire (1997) sin studie introduserte metoden choice/no-choice og forsket også på fleksibilitet i multiplikasjon. Her er imidlertid kalkulator satt opp som en strategi, og resultatene viser at det var den mest brukte strategien. Ser vi på resultat fra andre studier på fleksibilitet med et choice/no-choice design i andre regnearter som addisjon og subtraksjon, er det tydelig at resultatene for strategidistribusjon er relativt like. Torbeyns et al. (2009a), Torbeyns et al. (2009b), Torbeyns et al. (2018) og Torbeyns & Verschaffel (2016) er alle studier hvor rundt halvparten av elevene velger å bruke flere strategier. Det er interessant at resultatene i denne studien i multiplikasjon viser at over to tredjedeler av elevene velger å bruke flere strategier, og at det dermed er flere elever som velger å gjøre dette i multiplikasjon enn addisjon.

Hvorfor flere elever varierer strategibruken i multiplikasjon enn i addisjon har jeg ikke grunnlag til å svare på. Likevel antar jeg at det har en sammenheng med de to løsningsstrategienes gunstighet i de respektive regneartene. Resultat i strategieffektivitet, viser at standardalgoritme er den gjennomsnittlig beste strategien for elevene i addisjon. Dette er også tilfelle innenfor alle de tre kategoriene alder, kjønn og trinn. I multiplikasjon er det imidlertid tre tilfeller der avrundingsstrategien enten var raskere eller mer nøyaktig. Det indikerer at AV oftere er gunstigere å bruke for elever i multiplikasjon enn i addisjon. Sannsynligvis betyr dette at oppgavekarakteristikker utgjør et større utslag på strategieffektivitet i multiplikasjon. Ser man på gjennomføring av standardalgoritmen i de to regneartene, så er det tydelig at strategien inneholder flere mellomsteg på multiplikasjonsoppgaver enn i addisjonsoppgaver. Derfor er det potensielt mer kognitivt krevende å bruke standardalgoritme i multiplikasjon enn addisjon. Det åpner opp muligheten for at det er flere tilfeller i multiplikasjon hvor det er gunstig for elever å bruke avrundingsstrategien basert på oppgavekarakteristikker.

Hvis strategien AV oftere er gunstig å bruke i regnearten multiplikasjon enn i addisjon, vil sannsynligvis flere elever velge å bruke strategien på multiplikasjonsoppgaver. Dette er tilfellet hvis elevene er bevisst over egen mestring og samtidig er adaptive i sin strategibruk. Da vil flere elever se nytten av å variere strategibruken. Den gjennomsnittlige poengscoren for adaptivitet indikerer relativt høy grad av adaptivitet, noe som dermed kan være en forklaring på hvorfor flere elever varierer strategibruken i multiplikasjon fremfor addisjon. Det kan ikke med sikkerhet bekreftes at dette er årsaken til forskjellen i strategidistribusjonen mellom regneartene, men resultatene for strategieffektivitet og adaptivitet gir en indikasjon på at det kan være en medvirkende årsak. Likevel vil det være behov for mer spesifikk forskning på strategienes gunstighetsområder for å bekrefte eller forkaste denne årsaksforklaringen. Det kan også være nyttig å gjennomføre kvalitative intervju hvor man ber deltakerne begrunne sitt strategivalg. En annen mulig årsak kan forklares med at multiplikasjon regnes som en mer utfordrende regneart (Robinson, 2017). Hvis en elev har utfordringer med å løse oppgaver i multiplikasjon vil det sannsynligvis medføre større usikkerhet i strategivalget.

Da kan det være naturlig å prøve flere av strategiene. Dette blir ren spekulasjon fra min side, men enda et moment som fremtidige studier kan forholde seg til.

Det som kommer tydelig frem, både i denne studien og tidligere nevnte studiers resultater i strategidistribusjon, er variasjonen i hvordan elevene tilnærmet seg matematikkoppgavene. Dette henger sammen med anerkjennelsen om at elever velger å løse oppgaver forskjellig (Hickendorff et al. 2019), og indikerer dermed betydningen av å inkorporere varierte løsningsstrategier i matematikkundervisningen. Et sentralt punkt i den overordnede delen av læreplanen er å tilpasse opplæringen til alle elever (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det eksisterer mange ulike løsningsstrategier på de forskjellige matematiske temaene, og det er stor variasjon i hvilke strategier elever vil foretrekke. Å presentere et stort utvalg av strategier i undervisningen gir flere elever mulighet til å finne en strategi de mestrer. Elever er forskjellige og lærer på ulike måter. Ved å benytte ulike løsningsstrategier i matematikkundervisningen ivaretar man læreplanens punkt om tilpasset opplæring.

Det er interessant at strategidistribusjonen viser hvordan majoriteten av elever foretrekker å benytte begge løsningsstrategiene, til tross for at de gjennom skolegangen i hovedsak har lært standardalgoritmen. Her er det verdt å nevne at undervisningstimen, før gjennomføring av undersøkelsen, kan ha påvirket elevenes strategivalg. Zejlić et al. (2019), Star & Rittle-Johnson (2008) og Blöte et al. (2001) påpeker at undervisning påvirker elevers fleksibilitet. Forskjellige undervisningsformer vil ha ulik påvirkning på elevers utvikling av fleksibilitet (Blöte et al. 2001). I undervisningstimen jeg gjennomførte for elevene, presenterte jeg de to strategiene studien omfatter. Læreren i de to klassene bekreftet at elevene hadde lært og var vant til å bruke standardalgoritmen. Selv om strategien avrunding bygger på tidligere kunnskap elevene skal besitte, er det likevel ikke en strategi elevene har lært å bruke spesifikt på addisjons- og multiplikasjonsoppgaver. Det medførte at jeg måtte legge et større fokus på læring av strategien AV enn arbeid med strategien SA. I gjennomgangen av strategien AV fikk elevene informasjon om hvor strategien potensielt kan være nyttig å bruke. Gjennom hele undervisningstimen understreket jeg tydelig at elevene selv må avgjøre hvilken strategi de foretrekker av SA og AV. Likevel er det ikke utenkelig at en større vektlegging av strategien AV kan ha påvirket elevenes strategivalg. Skjevheten i strategienes vektlegging kan kanskje få elever til å tro at AV er strategien som bør prioriteres. Dette er også litt avhengig av de sosiokulturelle normene i klasserommet som i følge Verschaffel et al. (2009) har innvirkning på elevers fleksibilitet. Siden jeg ikke kjenner klassene i studien, har det ikke vært mulig å vurdere de kontekstuelle faktorene. Det er likevel verdt å påpeke at studiens resultater påvirkes av undervisningstimen og da muligens også av slike kontekstuelle faktorer. For å få innsikt i slike kontekstuelle faktorer kan det være en idé for fremtidige studier å gjennomføre et kvalitativt intervju av elevenes lærer.

Studien til Star & Rittle-Johnson (2008), viser at det ofte tar tid før elever klarer å bruke en ny strategi effektivt. Dette kommer også tydelig frem i resultatene til min studie ved at standardalgoritmen i gjennomsnitt var den beste strategien i både addisjon og multiplikasjon. Det betyr at elevene i denne studien potensielt sett ikke fikk nok tid til å opparbeide seg erfaring med begge strategiene, og derfor i gjennomsnitt mestrer standardalgoritmen best. Å ta hensyn til egen mestring er et sentralt moment innen fleksibilitet (Verschaffel et al. 2009). Skjevfordelingen av erfaring med strategiene kan potensielt føre til at elevene ikke er klar over hvilken strategi de faktisk mestrer best. At standardalgoritme viser seg å være den mest effektive løsningsstrategien, både i form av nøyaktighet og hastighet var derfor forventet. Resultatene i studiene til Torbeyns & Verschaffel (2013), og Torbeyns & Verschaffel (2016) viser også at standardalgoritmen er den mest effektive strategien.

To av forskningsspørsmålene jeg stiller i studien går ut på om elever klarer å velge løsningsstrategier fleksibelt i addisjon og multiplikasjon. Resultat fra analysen av elevenes strategivalg, viser at elevene oppnår relativt høy score på adaptivitet i addisjon med 7,7 av 10 poeng. Som drøftet i teorikapittelet er adaptivitet en kategori under fleksibilitet. Det betyr at elevene innen denne delen av fleksibilitetsbegrepet er i stand til å velge løsningsstrategi fleksibelt i addisjon. Poengscoren i multiplikasjon er ikke like høy med 6,8 av 10 poeng. Dette resultatet indikerer likevel at elevene til en viss grad er fleksible i multiplikasjon. Poengscoren indikerer at elevene i gjennomsnitt er adaptive i to tredjedeler av oppgavene. Elevene er derfor i gjennomsnitt relativt fleksible i begge regneartene. Som diskutert i teorikapittelet er lignende resultater i fleksibilitet funnet i studiene til Torbeyns et al. (2009a), Torbeyns & Verschaffel (2016) og Torbeyns et al. (2018).

Det siste forskningsspørsmålet jeg stiller for å belyse problemstillingen er hvilke forskjeller og likheter det er mellom 8. og 9. trinns elevers fleksibilitet. Adaptivitetsanalysen i studien viser at det bare skiller ca. 0.5 poeng mellom 8. trinn og 9. trinn. Dette er tilfelle i både addisjon og multiplikasjon. Det betyr at det nesten ikke er noen forskjell i elevenes adaptivitetsnivå i de to klassetrinnene. Selv om forskjellen i adaptivitet er svært liten, er det likevel interessant at det er elevene fra 8. trinn som oppnår høyest adaptivitetspoeng. Det kan være flere forklaringer til dette. Før studien ble gjennomført fortalte klassenes lærer, at elevene fra 8. trinn var faglig meget sterke. Det kan være en mulig årsak, men adaptivitetsanalysen relatert til ferdighetsnivå indikerer at det ikke er noen forskjell mellom høyt presterende og middels presterende elever. Torbeyns et al. (2018) har fått lignende resultater i sin forskning, som viser at det ikke er sammenheng mellom fleksibilitet og ferdighetsnivå. Resultatene fra min studie viser heller ingen store forskjeller i adaptivitet mellom gutter og jenter. Generelt er forskjellene innen kategoriene kjønn, klassetrinn og ferdighetsnivå såpass lave at jeg ikke ser noen grunn til at disse faktorene påvirker fleksibilitet i nevneverdig grad.

5.2 Metodediskusjon

I dette masterprosjektet har jeg valgt å bruke Siegler & Lemaire (1997) sitt metodiske rammeverk choice/no-choice. Som diskutert i metodekapittelet er dette valget basert på at det gir mulighet for forskning på fleksibilitet, og har også blitt brukt i flere tidligere studier (Heinze et al. 2009). Valget av dette rammeverket medfører likevel noen begrensinger når det gjelder å undersøke fleksibilitet. Med rammeverket begrenses undersøkelsen til i hovedsak å omfatte kun to løsningsstrategier innen de to regneartene. Det betyr at det valgfrie scenarioet ikke lenger er en situasjon der elevene fritt kan velge mellom alle løsningsstrategier. Elevenes mulighet for fleksibel strategibruk er begrenset til kun de strategiene jeg valgte for studien. Det kan derfor stilles spørsmål til hvor fritt det valgfrie scenarioet faktisk er. Denne kritikken nevnes av blant annet Luwel et al. (2009) som påpeker at en slik restriksjon av strategier medfører at kompleksiteten i det kognitive strategivalget reduseres.

Metodevalget har resultert i at jeg kun har fått undersøkt en mindre del av det store bilde. Fleksibilitet er et omfattende begrep og består av flere kategorier, slik jeg redegjorde for i teorikapittelet. Med et choice/no-choice design har jeg valgt å avgrense studien til å undersøke kategorien adaptivitet. Det betyr at når jeg drøfter problemstillingen i punkt 5.3, så er det gjennom funn på en mindre del av fleksibilitetsbegrepet. Andre sentrale kategorier, som for eksempel potensiell og praktisk fleksibilitet har jeg ikke mulighet til å belyse. Det kan argumenteres for at jeg burde hatt med flere strategier i studien. Det ville innebære å inkludere flere ikke-valgfrie scenarioer, noe som kunne blitt en stor utfordring med tanke på tidsaspektet jeg og skolen hadde til rådighet for å gjennomføre studien. På grunn av begrensningene som følge av metodevalget, kan jeg ikke uttale meg helhetlig om det overordnede begrepet fleksibilitet. Det betyr at jeg kun har mulighet til å drøfte om fleksibilitet er overførbart i matematikk i lys av adaptivitet. Mine resultater kan besvare problemstillingen til studien, men bare innen kategorien adaptivitet. Dette gjør at det er behov for ytterligere forskning på andre sider av fleksibilitetsbegrepet for å kunne generalisere i forhold til hvor overførbar egenskapen fleksibilitet faktisk er.

Utfra mitt litteratursøk har jeg som tidligere påpekt, ikke greid å finne noen tidligere studier som har undersøkt adaptivitet på to strategier i multiplikasjon, eller forsket på om det eksisterer en korrelasjon i mellom elevers fleksibilitet i to matematiske tema. Gjennomføringen av multiplikasjonsdelen i studien fungerte uten store utfordringer. Resultatene i addisjon og multiplikasjon har også flere likheter med tidligere studier på fleksibilitet, som drøftet i punkt 5.1. Noe som likevel kan diskuteres er valg av standardalgoritme som en av strategiene i undersøkelsen. Som nevnt i metodekapittelet var det på grunn av tilgjengelighet, viktig å velge to strategier som bygde på elevenes tidligere kunnskap. Likevel kan det stilles spørsmål ved hvor adaptive elevene er når de har mulighet til å velge standardalgoritme, som er en strategi de alltid har brukt.

Undervisningstimen før selve undersøkelsen ble holdt for å best mulig likestille de to strategiene AV og SA. Dette var viktig for at elevene ikke bare skulle velge den strategien de hadde best kjennskap til, men vurdere begge strategiene i sitt strategivalg. Til tross for undervisningstimen, er likevel standardalgoritme den klart mest effektive strategien for majoriteten av elevene. I tillegg er det klart flere elever som bare bruker standardalgoritme fremfor avrunding. Basert på resultatene ser jeg i etterkant at det kunne vært gunstig med flere undervisningstimer. Det ville gitt elevene mer erfaring med strategiene, og på den måten likestilt strategiene enda mer. Med tanke på at elevene hadde såpass liten erfaring er det flere faktorer som kan ha påvirket deres strategivalg. For eksempel at man lener seg på den strategien man alltid har brukt. Da vurderer man kanskje ikke den andre strategien som potensielt sett kan være mer hensiktsmessig. En annen faktor som jeg drøftet tidligere, kan være kontekstuelle faktorer, eller at man bevisst ønsker å bruke den nye strategien som ble lært bort i undervisningstimen. Uansett vil jeg argumentere for at én undervisningstime var nok til at elevene fikk tilstrekkelig kunnskap og forståelse for begge strategiene. Resultatet fra det ikke-valgfrie scenarioet viser at elevene var i stand til å løse oppgavene relativt nøyaktig med både avrundingsstrategien og standardalgoritmen.

Siden jeg valgte å gjennomføre en undervisningstime før undersøkelsen, innebærer det flere faktorer som potensielt kan påvirke elevenes fleksibilitet. Dette støttes opp av den nevnte forskningen til Star & Rittle-Johnson (2008) og Blöte et al. (2001), som viser at elevers fleksibilitet påvirkes av læreren og undervisningen. Dette metodevalget og de ovennevnte faktorene trenger nødvendigvis ikke å være negative for studien. Adaptivitet innebærer å velge den mest effektive strategien (Verschaffel et al. 2009). Det betyr at elevene i min studie måtte vurdere og ta hensyn til disse faktorene for å være adaptive. Likevel skaper det utfordringer for elevene å være adaptive når de har fått lite øvelse med strategiene. Hvis elevene har mindre kunnskap om strategiene blir det naturligvis vanskeligere for dem å vite hvilken strategi de mestrer best. Til tross for at undervisningstimen gikk ut på at elevene skulle sammenligne strategiene tror jeg det ville vært hensiktsmessig å gi elevene enda mer tid. Potensielt sett ville det gjort det enklere for elevene å vise adaptivitet. Likevel er det ikke sikkert at det ville påvirket resultatene. Det kunne uansett vært interessant å gjennomføre en studie der man tester begge deler ved å undersøke både før og etter en viss mengde undervisning. Resultat fra studien viser at adaptivitet trolig er en lite overførbar egenskap, men kanskje den ville vært overførbar dersom elevene fikk mer trening med strategiene.

5.3 Drøfting av problemstilling og implikasjoner for undervisning

Problemstillingen i studien stiller spørsmål vedrørende hvilken grad fleksibilitet gjenspeiles på tvers av de to matematiske regneartene addisjon og multiplikasjon. Korrelasjonsanalysen av den adaptive poengscoren er derfor det mest sentrale funnet i denne studien. Resultatet viser at det er en svært lav (negativ) korrelasjon. Korrelasjonen er såpass lav at den ikke kan regnes som signifikant. Basert på min analyse blir et eksplisitt svar på problemstillingen i denne studien at fleksibilitet i svært liten grad gjenspeiles på tvers av de to regneartene. Denne studien indikerer derfor at fleksibilitet ikke er en overførbar egenskap i matematikk. Svaret på forskningsspørsmålet er likevel ikke så svarthvitt.

Som tidligere drøftet har denne studien i hovedsak forsket på fleksibilitet gjennom adaptivitet. Selv om denne studien indikerer at adaptivitet ikke er overførbart, kan det likevel være at andre sider ved fleksibilitetsbegrepet i større grad gjenspeiles på tvers av ulike matematiske tema. For eksempel når det gjelder praktisk og potensiell fleksibilitet. Et vanlig problem er at elevene har kunnskap om ulike strategier, men ikke er i stand til å velge den mest effektive strategien (Lemaire & Siegler, 1995). Med andre ord besitter elever høy potensiell fleksibilitet, men lav praktisk fleksibilitet (Liu et al. 2018). I teorikapittelet påpekte jeg at adaptivitet er et tegn på høy praktisk fleksibilitet. Det betyr at adaptivitet kan være en utfordring for elever, og dermed fører til lav praktisk fleksibilitet. At funnene i min studie viser at elever besitter ulik grad av adaptivitet innenfor to ulike matematiske regnearter kan muligens ha en sammenheng med elevenes potensielle og praktiske fleksibilitet. Dette er ikke noe jeg kan svare på, men et sentralt punkt å forske videre på. Å undersøke hvordan disse to kategoriene av fleksibilitet gjenspeiles innenfor ulike matematiske tema vil kunne bidra til å belyse resultatene i min studie. Fremtidige studier om fleksibilitet bør derfor også inkludere undersøkelser av potensiell og praktisk fleksibilitet, siden det vil gi et mer nyansert bildet av det overordnede begrepet fleksibilitet. For å finne ut hvordan fleksibilitet bør implementeres i matematikkundervisningen er det nødvendig å forske på alle kategoriene innen fleksibilitetsbegrepet.

Fleksibilitet regnes som en sentral del av matematisk kompetanse (Verschaffel et al. 2011), og bør være et tema som adresseres i klasserommet (Heinze et al. 2009). Resultat fra analysen viser at elevene i gjennomsnitt er i middels til høy grad adaptive innen begge regneartene. Poengscoren er 7,7 for addisjon og 6,8 for multiplikasjon. Til tross for at den gjennomsnittlige adaptive poengscoren er relativ lik i regneartene, viser korrelasjonsanalysen at det ikke eksisterer noen sammenheng mellom elevenes individuelle adaptivitetsnivå. Det betyr at majoriteten av elevene viser ulikt nivå av fleksibilitet innen de to regneartene. Elevene som trekker opp gjennomsnittet til 7,5 i addisjon, er ikke de samme elevene som trekker opp snittet til 6,8 i multiplikasjon og vice versa. I kjerneelementene til matematikkfaget, poengteres det at elever tidlig må få utvikle varierte løsningsstrategier (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det innebærer å utvikle sin strategiske kompetanse, som i følge Kilpatrick et al. (2001) består av kunnskap om varierte strategier, og kunnskap om strategienes bruksområder og gunstighet. Siden det var få tilfeller hvor elevenes adaptivitetsnivå samsvarte i addisjon og multiplikasjon, indikerer min studie at denne kunnskapen ikke er direkte overførbar mellom ulike matematiske tema. Det betyr at elevenes strategiske kompetanse ikke er generell, men mer relatert til den spesifikke matematiske regnearten. Dette er relevant informasjon i forhold til hvilken måte fleksibilitet skal være en del av matematikkundervisningen.

Studiene til Star & Little-Johnson (2008) og Blöte et al. (2001), viser at undervisning påvirker elevers fleksibilitet. Undervisningen er derfor et sentralt moment for at elever skal utvikle sin strategiske kompetanse slik at de kan benytte løsningsstrategier fleksibelt. Innen forskning på matematikkundervisning vies det stadig mer oppmerksomhet på hvordan man kan utvikle elevers evne til å løse problemer fleksibelt (Xu et al. 2017). Mine funn tyder på at fleksibilitet ikke er overførbart, og derfor bør kanskje undervisning ta utgangspunkt i at fleksibilitet ikke er noe som kan undervises på generell basis. I stedet bør fleksibilitet være et sentralt fokus innenfor hvert av de spesifikke temaene som gjennomgås i matematikkfaget. En lærer må være bevisst på undervisning som fremmer fleksibilitet, og kan ikke forvente at elever uten videre er i stand til å velge hensiktsmessige løsningsstrategier. Selv om elevene har høy strategisk kompetanse innenfor et matematisk tema, betyr det ikke at de innehar denne kompetansen i et annet. Derfor bør fleksibilitet generelt være implementert i matematikkundervisningen. Nå mener jeg ikke at hver undervisningstime spesifikt skal fokusere på fleksibilitet, men at elevene gradvis får mulighet til å utvikle fleksibilitet og sin strategiske kompetanse innen alle matematiske tema. På den måten vil sannsynligvis elevene mestre å velge løsningsstrategier fleksibelt på flere matematiske områder.

For at dagens skole på best mulig måte skal kunne utvikle elevers strategiske kompetanse er det nødvendig å vite hvordan fleksibilitet bør implementeres i skolen. Forskningsresultat fra denne studien, samt eventuell fremtidig forskning på andre sider ved fleksibilitetsbegrepet, vil kunne bidra til å kartlegge og generalisere egenskapen fleksibilitet. Likevel er det også nødvendig med studier som forsker på ulike undervisningsformer som fremmer utvikling innen fleksibilitet. Studier som Star & Little Johnson (2008), viser at instruksjonsundervisning fremmer bruk av effektive strategier, og at utforskende undervisning fremmer bruk av varierte strategier. To sentrale moment som kjennetegner fleksibilitet. Når min studie viser at adaptivitet ikke er overførbart, reiser det nye spørsmål til hvordan undervisningen bør bygges opp for å utvikle elevers fleksibilitet til å omfatte flere matematiske tema. Et sentralt spørsmål her er hvilke undervisningsformer som bør prioriteres innen de forskjellige matematiske temaene. Kanskje instruksjonsundervisning er mer gunstig i addisjon og subtraksjon, mens utforskende undervisning er mer gunstig i multiplikasjon og divisjon? Hvilke undervisningsformer fremmer utvikling av fleksibilitet best i andre matematiske tema som for eksempel algebra og geometri? Dette er viktige spørsmål fremtidig forskning bør undersøke nærmere.

Denne studien leder til flere spørsmål når det gjelder hvordan fleksibilitet bør implementeres i matematikkundervisningen. Likevel er det verdt å nevne at utvalget i denne studien bare var en 8. klasse og en 9. klasse. Resultatene i denne studien kan ikke generaliseres, og det er derfor behov for flere studier som sammenligner fleksibilitet innenfor ulike matematiske tema. Både addisjon og multiplikasjon, som denne studien har fokusert på, men også andre områder i matematikkfaget. Kanskje fleksibilitet gjenspeiles i større grad mellom to andre matematiske tema. Med andre ord kreves det fortsatt mye forskning på fleksibilitet før vi vet hvordan vi best mulig kan hjelpe elevene til å utvikle denne egenskapen. Læreplanen påpeker at elevene tidlig må få utvikle varierte løsningsstrategier (Kunnskapsdepartementet, 2019), men for å få til dette er det nødvendig å implementere fleksibilitet i undervisningen. Lærere må være bevisst på undervisning som fremmer fleksibilitet. Hvis man underviser om forskjellige strategier, så er det ikke nødvendigvis slik at elevene automatisk lærer å bruke de fleksibelt. Undervisningen må legge til rette for at elevene lærer å bruke strategiene adaptivt, og det trengs ytterligere forskning for å finne ut av hvordan vi skal skape et effektivt læringsmiljø som fremmer fleksibilitet. Dette er spesielt viktig med tanke på at mine funn indikerer at elevers evne til å bruke løsningsstrategier fleksibelt ikke er generell.

5.4 Vurdering av studiens kvalitet

De metodiske valgene bak studien har gitt meg mulighet til å undersøke elevers adaptivitet på to regnearter i matematikk. Det har gitt meg et utgangspunkt til å kunne uttale meg om fleksibilitet er overførbart mellom to matematiske tema. Det er likevel begrensninger knyttet til hva jeg generelt kan si om fleksibilitet siden det er andre sider ved begrepet jeg ikke har undersøkt.

Det er også viktig å understreke at jeg ikke kan uttale meg på et generelt grunnlag, siden utvalget i studien er relativt lite for en kvantitativ studie. Det var også frafall av elever med lav måloppnåelse i matematikk, men basert på funn om at det ikke er en sammenheng mellom ferdighetsnivå og fleksibilitetsnivå, i denne studien og annen forskning, har dette formodentlig vis ikke så mye å si for studiens validitet og kvalitet. Det er likevel verdt å påpeke at ferdighetsnivå er selvrapportert fra elevene, noe som påvirker validiteten av dette funnet til en viss grad. Resultatene i studien kan uansett ikke regnes som helt representative for populasjonen. I en masteroppgave er det derimot vanskelig å oppnå et representativt utvalg, men selv et ikke-representativt utvalg kan bidra med interessante funn til forskningsfeltet (Bryman, 2016).

Jeg mener at denne studien er et sentralt bidrag til forskningsfeltet, fordi den gir indikasjoner på at fleksibilitet ikke er en generell overførbar egenskap i matematikk. Studien viser at elevers evne til å velge løsningsstrategier fleksibelt, kan variere utfra det matematiske temaet. I tillegg bidrar studien til forskning på fleksibilitet innen regneartene addisjon og multiplikasjon, samt kunnskap om elevers mestring av strategiene standardalgoritme og avrunding. Studien kan derfor bidra med verdifull informasjon til hvordan fleksibilitet bør fokuseres på i skolen. Samtidig kan studien fungere som et springbrett til å kartlegge hvor overførbart fleksibilitet er i matematikk.

6 Konklusjon

Bakgrunnen for denne studien var å bidra til ytterlige kunnskap om egenskapen fleksibilitet. Formålet var å undersøke om fleksibilitet er en overførbar egenskap i matematikk. Analysen av adaptivitet i addisjon og multiplikasjon viste at elevenes fleksibilitetsnivå ikke gjenspeiles på tvers av regneartene. Resultatet antyder at elevers evne til å velge hensiktsmessige løsningsstrategier avhenger av det matematiske temaet. Dette indikerer at fleksibilitet ikke er overførbart. Likevel er det behov for flere studier før det er mulig å generalisere hvor overførbar fleksibilitet faktisk er i matematikk.

Gjennom drøftingen i diskusjonskapittelet, identifiserte jeg flere områder med behov for videre forskning. Her er en oppsummering med 3 konkrete forslag jeg ser på som fornuftig at fremtidige studier undersøke nærmere:

1. Det er nødvendig at fremtidig forskning tar for seg flere sider av fleksibilitetsbegrepet. Min studie undersøkte i hovedsak adaptivitet, som er en kategori under det overordnede begrepet fleksibilitet. Det betyr at denne studien bare besvarer problemstillingen i lys av adaptivitet. For at vi skal kunne identifisere hvor overførbart fleksibilitet er i matematikk, er det derfor behov for ytterligere studier som setter søkelys på andre sider ved fleksibilitet. For eksempel potensiell og praktisk fleksibilitet.
2. Det er nødvendig å forske videre på om fleksibilitet er overførbart mellom andre matematiske tema. Her tenker jeg ikke bare på de fire regneartene, men også tema som geometri, sannsynlighet, algebra etc. Det vil bidra til å kartlegge hvor overførbart fleksibelt faktisk er.
3. For at lærere skal kunne hjelpe elever med å utvikle fleksibilitet, er det nødvendig med forskning som identifiserer hvordan fleksibilitet kan implementeres i skolen. Mine funn tyder på at fleksibilitet ikke er overførbart, og jeg har derfor i diskusjonskapittelet argumentert for at fleksibilitet bør være et fokus innen alle matematiske tema. Dermed blir det behov for forskning som studerer hvilke undervisningsmetoder som fremmer utvikling av fleksibilitet.

Arbeidet med denne masteroppgaven har gitt meg nyttig kunnskap som jeg kommer til å ta med meg videre inn i lærerpraksisen. Det har gitt meg innsikt i hvordan elever bruker ulike løsningsstrategier for å løse matematiske problem, og forståelse for kompleksiteten bak et strategivalg. Etter min mening er dette helt essensiell kunnskap dagens lærere bør ha kjennskap til. Det er nødvendig kunnskap for at vi lærere skal kunne hjelpe dagens elever til å oppnå den matematiske kompetansen som samfunnet trenger.

Referanser

Aarnes, J. F. (2020, 30. januar) *Aritmetikk.* Store Norske Leksikon. https://snl.no/aritmetikk

Blöte, A. W., Van der Burg, E. & Klein, A. S. (2001). Students' flexibility in solving two-digit addition and subtraction problems: Instruction effects. *Journal of Educational Psychology, 93*(3), 627-638. https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.3.627

Bryman, A. (2016). *Social research methods* (5. utg.). Oxford University Press.

Creswell, J. W. (2014*). Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4. utg.). SAGE

Heinze, A., Star, J. R. & Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM Mathematics Education 41*(5), 535-540. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0214-4

Hickendorff, M., Torbeyns, J. & Verschaffel, L. (2019). Multi-digit addition, subtraction, multiplication, and division strategies. I A Fritz, V. G. Haase, P. Räsänen (Red.), *International handbook of mathematical learning difficulties* (s. 543-560). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_32

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* The National Academies Press.

Kunnskapsdepartementet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag* (MAT1-04). Fastsatt som forskrift. https://www.udir.no/kl06/MAT1-04

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen.* Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/?lang=nob

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan I matematikk* (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

Lemaire, P. & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology, General, 124*(1), 83-97. https://doi.org/10.1037/0096-3445.124.1.83

Liu, R.-D., Wang, J., Star, J. R., Zhen, R., Jiang, R.-H. & Fu, X-C. (2018). Turning potential flexibility into flexible performance: Moderating effect of self-efficacy and use of flexible cognition. *Frontiers in Psychology, 9,* 646. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00646

Luwel, K., Onghena, P., Torbeyns, J., Schillemans, V. & Verschaffel, L. (2009). Strengths and weaknesses of the choice/no-choice method in research on strategy use. *European Psychologist, 14*(4), 351-362. https://doi.org/10.1027/1016-9040.14.4.351

NESH. (u.å.). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi.* Forskningsetikk. Hentet 7. april 2022, fra: https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/

Newton, K. J., Lange, K. & Booth, J. L. (2020). Mathematical flexibility: Aspects of acontinuum and the role of prior Knowledge. *The Journal of ExperimentalEducation, 88(4),* 503-515. https://doi.org/10.1080/00220973.2019.1586629

Nostrati, M. & Wæge, K. (2015). Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. *Matematikksenteret.* Hentet fra: https://utdanningsforskning.no/artikler/2015/sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-og-undervisning-i-matematikk/

Niss, M. & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studiesin Mathematics, 102*(1), 9-28. https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9

Mackenzie, N. & Knipe, S. (2006) Research dilemmas: paradigms, methods and methodolofy. *Issues in Educational Research, 16*(2), 193-205.

Podsakoff, P. M., MacKenzie, S. B., Lee, J.-Y. & Podsakoff, N. P. (2003). Common method biases in behavioral research: a critical review of the literature and recommended remedies. *Journal of applied psychology, 88*(5), 879-903. https://doi.org/10.1037/0021-9010.88.5.879

Ringdal, K. (2018). *Enhet og mangfold: samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode* (4. utg.). Fagbokforlaget.

Robinson, K. M. (2017). The understandingo f additive and multiplicative arithmetic concepts. I D. C. Geary, D. B. Berch, R. Ochsendrof, K. M. Koepke (Red.), *Acquisition of complex arithmetic skills and higher-order mathematics concepts* (s. 21-46). Elsevier. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-805086-6.00002-3

Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: The process of change in children's thinking.* Oxford University Press.

Siegler, R. S. & Jenkins, E. A. (1989). *How children discover new strategies.* Erlbaum.

Siegler, R. S. & Lemaire, P. (1997). Older and younger adults' strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASC Musing the choice/no-choice method. *Journal of Experimental Psychology. General, 126*(1), 71-92. https://doi.org/10.1037/0096-3445.126.1.71

Star, J. R. & Rittle-Johnson, B. (2008). Flexibility in problem solving: The case of equation solving. *Learning and instruction, 18*(6), 565-579. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.09.018

Torbeyns J., De Smedt, B., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2009a). Jump or compensate? Strategi flexibility in the number domain up to 100. *ZDM Mathematics Education, 41*(5), 581-590. DOI:10.1007/s11858-009-0187-3

Torbeyns, J., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2009b). Efficiency and flexibility of indirect addition in the domain of multi-digit subtraction. *Learning and instruction, 19*(1), 1-12, https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.12.002

Torbeyns, J. & Verschaffel, L. (2013). Efficient and flexible strategy use on multi-digit sums: A choice/no-choice study. *Research in Mathematics Education 15*(2), 129-149. https://doi.org/10.1080/14794802.2013.797745

Torbeyns, J. & Verschaffel, L. (2016). Mental computation or standard algorithm? Children's strategy choices on multi-digit subtractions. *European Journal of Psychology of Education, 31*(2), 99-116. https://doi.org/10.1007/s10212-015-0255-8

Torbeyns, J., Peters, G., Smedt, B., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2018). Subtraction by addition strategy use in children of varying mathematical achievement Level: A choice/no-choice study. *Journal of numerical cognition. 4*(1). 215-234. https://doi.org/10.5964/jnc.v4i1.77

Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J. & Van Dooren, W. (2009). Conceptualising, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology, 24*(3), 335-359. http://doi.org/10.1007/BF03174765

Verchaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. I F. K. Lester J.r. (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 557-628). Information Age Publishing.

Wang, J., Liu, R.-D., Star, J. R., Liu, Y. & Zhen, R. (2019). The moderating effect of regulatory focus in the relationship between potential flexibility and practical flexibility. *Contemporary Educational Psychology, 56*, 218-227. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2019.01.013

Xu, L., Lu, R.-D., Star, J. R., Wang, J., Liu, Y. & Zhen, R. (2017). Measures of potential flexibility and practical flexibility in equation solving. *Frontiers in psychology, 8,* 1368. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01368

Zeljić, M., Boričić, M. D. & Đokić, O. (2019) Multiplication strategies: Progressive development and (or) systematic teaching, *International Symposium Elementary Mathematics Teaching*, 418-427. Hentet fra:

https://www.researchgate.net/publication/335700591_MULTIPLICATION_STRATEGIES_PROGRESSIVE_DEVELOPMENT_AND_OR_SYSTEMATIC_TEACHING