

Simon Tegnander
Sindre Skrove Stiklestad

En undersøkelse av elevers strategiske fleksibilitet i hoderegning i addisjon og subtraksjon

Masteroppgave i MGLU5204
Veileder: Trygve Solstad
Mai 2022

Simon Tegnander
Sindre Skrove Stiklestad

En undersøkelse av elevers strategiske fleksibilitet i hoderegning i addisjon og subtraksjon

Masteroppgave i MGLU5204
Veileder: Trygve Solstad
Mai 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for lærerutdanning

Sammendrag

Denne masteroppgaven undersøker noen sjetteklassingers strategiske fleksibilitet i hoderegning i addisjon og subtraksjon. Strategisk fleksibilitet innebærer å velge strategi ut fra oppgavekarakteristikker og strategienes egenskaper. Elevenes strategiske fleksibilitet ble testet gjennom å undersøke elevenes strategirepertoar, hvilke typer oppgaver strategiene ble brukt på, strategienes effektivitet og hvordan elevene valgte strategier. 24 elever i sjetteklasser regnet individuelt tre serier med oppgaver med tosifrede tall i både addisjon og subtraksjon. De tre seriene bestod av en valgbetingelse og to ikke-valgbetingelser. I valgbetingelsen kunne elevene velge mellom hoppstrategien og kompensasjonsstrategien i addisjon, og direkte subtraksjon og subtraksjon med addisjon i subtraksjon. I ikke-valgbetingelsene måtte elevene løse hver oppgave med enten hoppstrategien eller kompensasjonsstrategien i addisjon, og direkte subtraksjon eller subtraksjon med addisjon i subtraksjon. Det viste seg at elevene ikke var strategisk fleksible i addisjon og subtraksjon. Resultatene viste at nesten samtlige elever brukte begge strategiene i valgbetingelsen i addisjon, og over halvparten brukte begge strategiene i valgbetingelsen i subtraksjon. Det viste seg derimot at en betydelig andel av elevene ikke brukte subtraksjon med addisjon i det hele tatt. I både addisjon og subtraksjon tok de fleste elevene hensyn til oppgavekarakteristikker, men ikke strategienes egenskaper ved valg av strategi. I subtraksjon viste det seg at elevene hadde manglende kjennskap til strategien subtraksjon med addisjon. Resultatene blir diskutert i lys av teori på strategisk fleksibilitet og strategivalg, samt at de blir sammenlignet med tidligere forskning innenfor tematikken.

Abstract

This master thesis investigates some sixth graders strategic flexibility in addition and subtraction. Strategic flexibility involves choosing strategy based on task characteristics and the properties of strategies. Students' strategic flexibility were tested by investigating their strategy repertoire, which types of tasks the strategies were used on, the efficiency of the strategies, and how the students choose their strategies. 24 sixth graders individually computed three series of tasks with two digits in both addition and subtraction. The three series of tasks consisted of one choice condition and two no-choice conditions. In the choice condition the students could choose between the jump strategy and the compensation strategy in addition, whilst they could choose between direct subtraction and subtraction with addition in subtraction. In the no-choice conditions the students had to solve each task with either the jump strategy or the compensation strategy in addition, and with direct subtraction or subtraction with addition in subtraction. The students were not strategic flexible in addition and subtraction. The results show that almost all of the students used both strategies in addition, but just over half of the students used both strategies in subtraction. However, a significant portion of the students did not use subtraction with addition at all. The students took task characteristics into account but did not consider the properties of the strategies in either addition or subtraction. Lack of knowledge of the subtraction with addition strategy was the main result in subtraction. The results in this study will be discussed in light of theory on strategic flexibility and strategy choice, and compared to former findings within the subject.

Forord

Å samarbeide om en masteroppgave kan sammenlignes med dobbeltsculler i roing. Prosessen fra start til mål har vært lang og utfordrende, bestått av oppturer og nedturer, og dermed er det en god følelse når man sammen får båten i havn. I løpet av dette halvåret har vi sett at båten har hatt god fart når begge ror, samtidig som det har gått fremover også da vi byttet litt på. Samarbeidet har bidratt til at vi har kommet i mål, og det er på sin plass å takke våre støttespillere som har sørget for at båten ikke har gått på grunn.

Vi vil først og fremst rette en stor takk til elevene som sa seg villig til å være med på forskningsprosjektet vårt, og ikke minst til læreren som satte av tid til prosjektet og hjalp oss med tilrettelegging. Vi vil også rette en stor takk til vår veileder Trygve Solstad, som gjennom prosessen har kommet med nyttige tilbakemeldinger og konstruktiv kritikk. I tillegg ønsker vi å takke Eivind Kaspersen for nyttig hjelp med PsychoPy, og Vilde og Madelen for samarbeidet med å utforme instrumentet for datainnsamling. Til slutt ønsker vi å takke tålmodige samboere og støttende foreldre for interesse og støtte i en spennende og krevende prosess.

Mellom rotakene har vi tilegnet oss mye kunnskap om forskning generelt, akademisk skriving og måling av fenomener i skolen. Vi har i tillegg fått innsikt i didaktisk teori om strategisk fleksibilitet og viktigheten av det. Vi vil ta med oss denne kunnskapen når vi nå avslutter fem års studier med denne masteroppgaven, og gjør oss klar for yrkeslivet.

Simon Tegnander og Sindre Skrove Stiklestad

Trondheim, mai 2022

Innhold

Figurer

Tabeller

1 Innledning	1
1.1 Bakgrunn for undersøkelsen	1
1.2 Forskningsspørsmål	3
1.3 Begrepsavklaring	3
1.4 Undersøkelsens oppbygging	5
2 Teori	6
2.1.1 Læringsteori	7
2.2 Faktorer som kan påvirke strategivalg	8
2.2.1 Den doble prosess-teorien	8
2.2.2 Sosiokulturell kontekst	9
2.2.3 Bevisste eller ubevisste prosesser	9
2.3 Forskjellige perspektiver på strategisk fleksibilitet	10
2.3.1 Tilpasning til oppgavevariabler	10
2.3.2 Tilpasning til subjektvariabler	11
2.3.3 Tilpasning til kontekstvariabler	12
2.4 Komponenter for å måle strategisk kompetanse	12
2.4.1 Strategirepertoar	13
2.4.2 Strategifordeling	13
2.4.3 Strategisk effektivitet	13
2.4.4 Strategisk fleksibilitet	13
2.5 Hoderegningsstrategier i addisjon og subtraksjon	14
2.5.1 Strategier i addisjon	14
2.5.2 Strategier i subtraksjon	14
2.6 Valg/Ikke-valg	15
2.6.1 Styrker og svakheter med valg/ikke-valg som metode	16
2.7 Tidligere forskning på strategisk fleksibilitet	17
3 Metode	19
3.1 Kvantitativt forskningsdesign	19

3.2 Metode for datainnsamling	20
3.2.1 Valg/Ikke-valg som metode	20
3.2.2 Instrument	21
3.2.3 Oppgavene	21
3.2.4 Gjennomføring	23
3.2.5 Pilotundersøkelse av instrumentet	24
3.3 Utvalg	24
3.4 Metode for analyse	25
3.5 Metodologisk drøfting	25
3.5.1 Reliabilitet	26
3.5.2 Validitet	27
3.6 Ethiske vurderinger	28
4 Analyse/Resultat	31
4.1 Strategirepertoar	31
4.2 Strategifordeling	32
4.2.1 Strategifordeling i addisjon	32
4.2.2 Strategifordeling i subtraksjon	35
4.3 Strategieffektivitet	37
4.3.1 Strategieffektivitet i addisjon	37
4.3.2 Strategieffektivitet i subtraksjon	39
4.4 Strategisk fleksibilitet	40
4.4.1 Oppgavekarakteristikker	40
4.4.2 Strategiernes egenskaper	41
5 Diskusjon	44
5.1 Elevenes strategiske fleksibilitet	44
5.1.1 Strategirepertoar	44
5.1.2 Strategifordeling	45
5.1.3 Strategieffektivitet	46
5.1.4 Hvordan velger elevene strategier?	47
5.2 Didaktiske implikasjoner	48
5.3 Metodedrøfting og undersøkelsens bidrag til forskningsfeltet	50
6 Oppsummering og avslutning	52

6.1 Oppsummering av undersøkelsen	52
6.2 Begrensninger ved undersøkelsen og videre forskning	53
7 Referanseliste	54
Vedlegg	57
Vedlegg 1: Samtykkeerklæring	57
Vedlegg 2: Vurdering av NSD-søknad	60

Figurer

Figur 1: Skjermbilde av hendelsesforløpet i addisjonsinstrumentet	21
Figur 2: Strategifordeling i valgbetingelsen i addisjon	34
Figur 3: Eleveksempel på strategifordeling i valgbetingelsen i addisjon	34
Figur 4: Eleveksempel 2 på strategifordeling i valgbetingelsen i addisjon.	35
Figur 5: Strategifordeling i valgbetingelsen i subtraksjon.	36
Figur 6: Eleveksempel på strategifordeling i valgbetingelsen i subtraksjon.....	37
Figur 7: Spredningsplott for nøyaktighetsforskjeller og strategivalg i addisjon.....	42
Figur 8: Spredningsplott for hastighetsforskjeller og strategivalg i addisjon	42
Figur 9: Spredningsplott for nøyaktighetsforskjeller og strategivalg i subtraksjon	43
Figur 10: Spredningsplott for hastighetsforskjeller og strategivalg i subtraksjon	43

Tabeller

Tabell 1: Oppgavene i addisjon	22
Tabell 2: Oppgavene i subtraksjon.....	23
Tabell 3: Strategirepertoar i addisjon	32
Tabell 4: Strategirepertoar i subtraksjon	32
Tabell 5: Strategifordeling i addisjon.....	33
Tabell 6: Strategifordeling i subtraksjon	36
Tabell 7: Effektivitet i addisjon.....	38
Tabell 8: Eleveksempel, effektivitet i addisjon	38
Tabell 9: Effektivitet i subtraksjon	40

1 Innledning

I denne oppgaven undersøker vi elevers strategiske fleksibilitet i hoderegning i addisjon og subtraksjon, og deres evne til å velge effektive strategier. Innledningsvis redegjør vi for bakgrunnen til undersøkelsen. Det blir argumentert for tematikkens relevans og aktualitet, og en begrunnelse for hvorfor vi har valgt å undersøke strategisk fleksibilitet.

I delkapittelet om begrepsavklaring forklarer vi hvordan vi forstår og bruker sentrale begreper i undersøkelsen. Til slutt i innledningskapittelet vil undersøkelsens oppbygging og struktur bli forklart, for å forberede leseren på hva som kan forventes senere i teksten.

1.1 Bakgrunn for undersøkelsen

Ny kunnskap gjennom flere år med forskning har påvirket læreplanene i matematikk. Den nye læreplanen har et tydelig fokus på utvikling av strategier. Strategier blir nevnt under både kjerneelementer og grunnleggende ferdigheter i læreplanen i matematikk. Under kjerneelementet utforskning i matematikk presiseres det at elevene skal legge mer vekt på strategiene enn på løsningene. I tillegg forklares det at utvikling av regneferdigheter i matematikk handler om å analysere og løse problemer med effektive og hensiktsmessige strategier. Det blir også fremhevet at muntlige ferdigheter blant annet innebærer å kommunisere og drøfte strategier med andre (Kunnskapsdepartementet, 2019a; 2019b). Det finnes flere viktige grunner for å lære hoderegning. De fleste beregninger i voksenlivet gjøres mentalt, kognitivt arbeid utvikler innsikt i tallsystemet og utvikler ferdigheter i problemløsning, og det legger grunnlaget for suksess i senere skriftlige beregninger (Thompson, 1999). I tillegg er hoderegning forventet å styrke elevers forståelse av tall og tallrelasjoner (McIntosh, Reys & Reys, 1992; referert i Blöte et al, 2001).

Et av de store læringsmålene i skolen er å utvikle strategisk fleksibilitet, som vil si at elever har kjennskap til mange strategier og anvender dem på en passende måte når de løser ulike problemer. Det viser seg derimot at elever sjeldent blir fleksible problemløser i matematikk (Rittle et al., 2012). Tidlig på 80-tallet introduserte Giyoo Hatano et nytt skille mellom to begreper, rutineekspertise og adaptiv ekspertise. Skillet gjorde han på bakgrunn av det han mente er en forskjell på elever som kunne løse kjente problemer effektivt, såkalte rutineeksperter, og elever som også hadde konseptuell forståelse, som medførte evnen til å finne opp nye strategier når de kjente strategiene ikke var tilstrekkelig. Elevene med denne kreative evnen kalte Hatano for adaptive eksperter (Selter, 2009, s. 620). Med antagelsen om at mennesker har en indre motivasjon for å forstå, påsto Hatano et al. (1984, s. 2) at mennesker ikke nøyer seg med kun prosedyrekunnskap. Mennesker vil også finne meningen bak prosedyrene og konseptene, som blir kalt konseptuell forståelse. Menneskers forståelse av prosedyrer blir synlig når de er i stand til å forklare hvorfor de fungerer, altså å sette ord på prinsippet bak prosedyrer. Samtidig viser mennesker forståelse når de vet når en prosedyre normalt benyttes, variasjoner av den, og når den egner seg og ikke. Veien fra nybegynner til adaptiv ekspert og veien fra prosedyrekunnskap til konseptuell forståelse er lang og har mange steg på veien. Et av stegene som mennesker må gjennom for å utvikle forståelse av konsepter og prosedyrer er å utforske andre

strategier enn de strategiene de er mest kjent med. I kjølvannet av arbeidet til Hatano ble mange forskere interessert i å finne ut hvordan elever kan undervises slik at de utvikler adaptiv ekspertise. Evnen til å løse skoleoppgaver raskt og presist uten en dypere forståelse om konseptene oppgavene bygger på, var ikke lenger formålet med matematikkutdanningen. Rutineekspertise var ikke lenger like nyttig og verdifullt, da det er begrenset til kun kjente oppgavetyper (Selter, 2009, s. 620).

Flere studier har undersøkt elevers strategiske fleksibilitet og utfordrer på mange måter en opplæring i matematikk som fokuserer på rutinedrevet bruk av tradisjonelle strategier. Matematikkundervisningen skal ikke lenger kun omhandle tilegnelse av rutinemessig kompetanse, som innebærer elevers evne til å gjennomføre matematiske aktiviteter raskt og nøyaktig ved bruk av standardiserte skolelærte strategier. Matematikk i skolen bør heller fokusere på å utvikle elevenes adaptive kompetanse, som vil si elevenes evne til å løse matematiske problem effektivt, kreativt, og fleksibelt med varierte og meningsfulle strategier (Torbeyns et al., 2009). Gjeldende norsk læreplan for matematikk fremhever viktigheten av å analysere og løse problemer med hensiktsmessige strategier for å utvikle regneferdigheter i matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2019b).

Ved å sammenligne den nye læreplanen i matematikk med de tidligere læreplanene i faget, kan det virke som det matematikkpedagogiske grunnsynet har dreid i retning et prosessorientert perspektiv. Det vil si at det som anses som sentral faglig kompetanse i dag, ikke er det samme som det var for noen år tilbake. Et prosessorientert perspektiv fokuserer på å utforske problemstillinger og vektlegger matematikk som kreative og skapende prosesser, i tillegg til at det baserer seg på fagets arbeidsmåter og vektlegger menneskelig intuisjon som den drivende kraften (Lakatos, 1976, referert i Evang, 2020, s. 286). Det prosessorienterte fagsynet kommer til syne i læreplanens kjerneelementer. Elevenes utforskning og aktive bruk av matematikken skal være en del av selve kjernen i matematikkfaget. For å stimulere til kreative og skapende prosesser i et prosessorientert perspektiv, kan det virke hensiktsmessig å legge til rette for utforskning, vurdering av strategier og samarbeid (Evang, 2020, s. 287).

Fra et utdanningsperspektiv er den fleksible og adaptive bruken av strategier ansett som et sentralt aspekt av matematisk kompetanse som matematikkundervisningen bør adressere. Det antas at kunnskap om strategier og deres bruk har en sammenheng med dypere forståelse av matematiske konsepter og er svært viktig for videre læring. (Heinze et al., 2009). Flere studier har vist at strategisk fleksibilitet er et oppnåelig mål for elever på alle prestasjonsnivåer i matematikk (Torbeyns et al., 2009). Elever trenger da å få mulighet til å utvikle flere strategier for å løse problemer for å tilegne seg ferdigheter til å konsekvent bruke de mest effektive strategiene (Newton et al., 2020). Fleksibel hoderegning er et sterkt ønske som sluttprodukt i læring. Det virker som at fleksibilitet oppnås ved å lære elever et sett av strategier, og så må elevene lære hvordan de velger den mest hensiktsmessige strategien for bestemte problem (Threlfall, 2002). Flere studier påpeker at det trengs ytterligere undersøkelser som utfordrer en opplæring i matematikk som baserer seg på en rutinedrevet bruk av strategier, og på flere matematiske områder knyttet til fleksibilitet (Newton et al., 2020; Torbeyns et al., 2018).

1.2 Forskningsspørsmål

Målet med denne undersøkelsen var å få innsikt i elevers fleksible strategibruk i hoderegning. For å kunne få innsikt i elevers strategibruk kan det være hensiktsmessig å undersøke om elever velger strategier med utgangspunkt i oppgavekarakteristikker, og strategier som er effektive med tanke på hastighet og nøyaktighet. Et av kjerneelementene i læreplanen i matematikk viser at tallforståelse er en sentral del av faget. Elevene skal tidlig få utvikle varierte regnestrategier (Kunnskapsdepartementet, 2019a). På bakgrunn av det bestemte vi oss for at 6. klasse kunne være en hensiktsmessig aldersgruppe å undersøke, da det ut fra læreplanen kan antas at elevene har utviklet varierte regnestrategier i addisjon og subtraksjon. For å undersøke strategisk fleksibilitet stilles det krav til at elevene har kjennskap til og kunnskap om flere strategier, da undersøkelsen baserer seg på hvordan de velger blant strategiene. I tillegg er det gjort tidligere studier på tilsvarende aldersgrupper, og det gjorde det mulig for oss å sammenligne og se resultatene i lys av tidligere studier. Følgende forskningsspørsmål er derfor fokuset i denne undersøkelsen:

Er et utvalg 6. klasseelever strategisk fleksible i hoderegning i addisjon og subtraksjon?

For å besvare forskningsspørsmålet har vi målt strategisk fleksibilitet gjennom å analysere elevers aritmetiske løsningsstrategier i henhold til Lemaire & Siegler (1995) fire komponenter for strategisk kompetanse. Hensikten er å gi innsikt i elevenes strategirepertoar, hvilke type oppgaver strategier brukes på, effektiviteten til strategiene og hvordan elevene velger strategier. Det kan begrunnes som viktig da det kan gi forståelse av elevenes strategiske kompetanse, og om elevene forstår hvilke strategier som er hensiktsmessige. Et mål i matematikkfaget er at elevene skal ha mer fokus på strategier og framgangsmåter enn på selve svarene (Kunnskapsdepartementet, 2019a).

1.3 Begrepsavklaring

Hovedvekten i denne undersøkelsen er på begrepet strategisk fleksibilitet. Strategisk fleksibilitet har flere likhetstrekk med begrepene fleksibilitet og adaptivitet, som brukes svært forskjellig i litteraturen. For å kunne redegjøre for hva strategisk fleksibilitet er, hva det innebærer og hvordan vi mener det kan måles, er det nødvendig å først gjøre rede for de ulike definisjonene og operasjonaliseringene av begrepene fleksibilitet og adaptivitet. Dette er fordi de ulike operasjonaliseringene av begrepene påvirker og dermed legitimerer forskjellige kriterier på strategisk fleksibilitet. Til slutt vil vi i denne delen redegjøre for hvordan vi forstår begrepene fleksibilitet, adaptivitet, og strategisk fleksibilitet.

En gjennomgang av litteraturen viser at begrepene fleksibilitet og adaptivitet har forskjellige definisjoner og operasjonaliseringer (Heinze et al., 2009; Newton et al., 2020; Selter, 2009; Threlfall, 2002; Torbeyns et al., 2009; Torbeyns et al., 2018; Verschaffel et al., 2009). Verschaffel et al. (2009), Selter (2009) og Heinze et al. (2009) fant i deres gjennomgang av litteraturen at noen forfattere bruker fleksibilitet og adaptivitet som synonymer, mens andre forfattere bruker begrepene som alternativer. Hovedtendensen i litteraturen var derimot ifølge Verschaffel et al., (2009, s. 337) å benytte ett av begrepene. Begrepet fleksibilitet blir

oftest definert som evnen til å problemfritt veksle mellom forskjellige strategier, mens begrepet adaptivitet legger mer vekt på å velge den mest hensiktsmessige strategien. Kriteriene for hva som er den mest hensiktsmessige strategien er det heller ikke enighet om i litteraturen. Ifølge Heinze et al., (2009, s. 536) er svaret på hva som er relevante kriterier som bestemmer hva som er den mest hensiktsmessige strategien, noe som avgjør alle empiriske undersøkelser innenfor læring og undervisning av adaptiv bruk av strategier. Tidligere kriterier på hva som avgjør hva som er mest hensiktsmessig, har blant annet vært hastighet og nøyaktighet, vanskelighetsgrad knyttet til utførelsen av strategien, og i tillegg karakteristikk som involverer oppgave, tall og enkeltindividet (Selter, 2009, s. 620). Ellis (1997, s. 492) fremhever at valg av kognitive strategier ikke bare involverer eksplisitt kunnskap om strategier, men implisitt kunnskap om hva sosiokulturelle normer definerer som passende og adaptiv. Ifølge Selter (2009, s. 620) bør hver studie definere hvilke kriterier som ligger til grunn i henhold til den aktuelle konteksten studien gjennomføres i.

Slik som Selter (2009) og Verschaffel et al. (2009) skiller mellom begrepene fleksibilitet og adaptivitet, blir det tydelig at adaptivitet er mer omfattende sammenlignet med fleksibilitet, eller slik som Selter (2009, s. 620) skriver: "På en måte er kreativitet og fleksibilitet kravene til adaptivitet, eller for å si det på en annen måte: Adaptivitet er avledet av kreativitet og fleksibilitet, karakterisert av de spesifikke elementene av hva som er hensiktsmessig". Verschaffel et al. (2009, s. 339) hevder at det trolig er ingen som vil bruke begrepet adaptivitet om strategisk fleksibilitet eller strategivariasjon. Til tross for at det å besitte et repertoar av forskjellige strategier og ha evnen til å veksle problemfritt mellom disse kan bli sett på som et steg mot adaptivitet, så er det ikke et godt nok grunnlag for å kalle det adaptivitet dersom det kun benyttes forskjellige strategier på en serie med matematiske problem. Det er fordi en kan veksle problemfritt mellom forskjellige strategier uten å handle adaptivt, samtidig som å kun bruke én strategi for en hel serie med talloppgaver, kan i noen tilfeller være mer adaptivt enn å veksle mellom forskjellige kjente strategier. Verschaffel et al., (2009, s. 343) foreslo en definisjon på hva det vil si å være adaptiv i sine valg av strategier, basert på sine teoretiske og metodiske refleksjoner: "Med et adaptivt valg av strategi mener vi det bevisste eller ubevisste valget og bruken av den mest hensiktsmessige løsningsstrategien på et gitt matematisk objekt eller problem, for et gitt individ, i en gitt sosiokulturell kontekst". Samtidig poengterer Verschaffel et al. (2009) at de benyttet det doble begrepet fleksibilitet og adaptivitet som det overordnede begrepet, men begrepet fleksibilitet ble brukt for bruken av flere strategier, og begrepet adaptivitet ble brukt for å gjøre hensiktsmessige strategivalg.

Selter (2009, s. 620) støtter seg på skillet mellom begrepene som Verschaffel et al. (2009) redegjør for, men mener likevel at definisjonen av adaptivitet mangler kreativitetselementet. Det hevdes derfor at begrepet adaptivitet må inneholde kreativitetselementet, som innebærer å finne opp nye strategier eller modifisere eksisterende strategier. Det begrunnes med at det til tross for at en kan argumentere for at å finne opp nye strategier er et spesielt tilfelle av strategiveksling (eller fleksibilitet), burde skillet mellom kreativitet og adaptivitet medføre at det er forskjell mellom å fleksibelt bruke kjente strategier og kreativt utvikle nye strategier. Selter (2009, s. 620) foreslår derfor å modifisere Verschaffel et al. (2009) sine definisjoner på begrepene:

- Kreativitet er evnen til å skape nye eller modifisere strategier.
- Flexibilitet er evnen til å bytte problemfritt mellom forskjellige strategier.
- Adaptivitet er evnen til å benytte hensiktsmessige strategier som individet har kreativt utviklet eller valgt fleksibelt (Selter, 2009, s. 620).

På bakgrunn av at det eksisterer en rekke ulike definisjoner og operasjonalisering av begrepene fleksibilitet og adaptivitet, så var vi nødt til å ta et valg for å definere og forstå begrepet som ligger til grunn for undersøkelsen. Derfor har vi valgt å støtte oss på to definisjoner av strategisk fleksibilitet, og de to definisjonene dekker fleksibilitet og adaptivitet, med unntak av kreativitetselementet. Undersøkelsen er inspirert av Torbeyns et al. (2009) sin studie på strategisk fleksibilitet, og vi har dermed tilnærmet oss en lik forståelse av strategisk fleksibilitet. Den ene definisjonen på strategisk fleksibilitet innebærer å velge mellom forskjellige strategier med utgangspunkt i karakteristikken til oppgavene (Blöte et al., 2001, s. 628). Den andre definisjonen vi benytter oss av er der strategisk fleksibilitet blir sett på som å velge den strategien som raskest fører til det mest nøyaktige svaret på en oppgave (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84).

1.4 Undersøkelsens oppbygging

Denne undersøkelsen består av totalt seks kapitler. I andre kapittel blir det redegjort for undersøkelsens vitenskapsteoretiske utgangspunkt og læringsteori. Videre presenteres faktorer som kan påvirke strategivalg og forskjellige perspektiver på strategisk fleksibilitet. Deretter blir det gjort rede for rammeverket som ligger til grunn i undersøkelsen, før hoderegningstrategiene som brukes i testinstrumentet presenteres. Til slutt blir det inkludert teori om valg/ikke-valg som metode, og noen sentrale funn fra tidligere studier på strategisk fleksibilitet. Teorien har vært sentral for å undersøke forskningsspørsmålet, for utvikling av instrumentet som brukes til å undersøke elevers strategiske fleksibilitet og for å analysere og diskutere resultatene. I kapittel tre presenteres de metodiske valgene som er gjort i forbindelse med undersøkelsen. Der blir det redegjort for måleinstrumentet, valg/ikke-valg som metode og undersøkelsens troverdighet og pålitelighet vil bli diskutert. I tillegg blir det redegjort for etiske betraktninger. Videre kommer analysekapittelet hvor sentrale resultater og funn presenteres i henhold til komponentene i rammeverket. Deretter kommer diskusjonskapittelet hvor resultatene i analysen blir diskutert opp mot presentert teori, samtidig som analyseresultatene blir diskutert i sammenheng med mulige didaktiske implikasjoner. Til slutt blir undersøkelsen oppsummert og forslag til videre forskning presenteres.

2 Teori

I dette kapitlet posisjonerer vi oss innenfor et postpositivistisk paradigme og redegjør for konstruktivisme som læringssyn. Videre redegjøres det for hvilke faktorer som har betydning for hvordan elever lærer seg å bli strategisk fleksible. Deretter blir det redegjort for ulike perspektiver på hva det vil si å være strategisk fleksibel. Bakgrunnen for det er å vise hvilke faktorer vi kan måle og ikke, og begrunne hvilken kunnskap denne undersøkelsen kan gi innsikt i. Det blir også redegjort for komponentene vi bruker for å måle strategisk fleksibilitet, og der støtter vi oss på rammeverket til Lemaire & Siegler (1995). Videre følger en detaljert beskrivelse av hoderegningstrategiene hopp- og kompensasjonsstrategi i addisjon og direkte subtraksjon og subtraksjon med addisjon i subtraksjon.

2.1 Vitenskapsteoretisk utgangspunkt

Vi har valgt et paradigme for å fastsette intensjonen, motivasjonen og forventningene til undersøkelsen (Mackenzie & Knipe, 2006). Et paradigme uttrykker et synspunkt på hvordan en kan innhente vitenskapelig kunnskap om virkeligheten (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 45). Denne undersøkelsen plasserer seg innenfor et postpositivistisk paradigme, noe som er vanlig for forskere som benytter kvantitativ metode (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 91). Innenfor det postpositivistiske paradigmet er utgangspunktet at virkeligheten ofte kan defineres som noe som er tilgjengelig der ute. Virkeligheten må fortolkes for at det skal kunne gi mening, men det betyr ikke nødvendigvis at fortolkningen gir et korrekt bilde av virkeligheten. Innenfor et postpositivistisk syn kan virkeligheten deles inn i tre forskjellige typer. En fysisk virkelighet, en mental virkelighet, og en virkelighet bestående av objektiv kunnskap. Virkelighetene er involvert i et samspill. I elevgruppen vi undersøker vil det være et fysisk samspill mellom lærer og elever. Læreren vil mest sannsynlig reflektere rundt dette samspillet og danne sine egne oppfatninger, og det er den mentale virkeligheten. Kunnskapen fra dette kan konkretiseres i form av en teori om hvordan ting er og hva som har skjedd. Den objektive kunnskapen omhandler ikke om det en person sier er sant eller ikke, men når det er formulert, så kan det undersøkes empirisk om et utsagn stemmer eller ikke. Tilnærmingen er i tillegg kritisk, noe som innebærer at det er vanskelig å bevise at noe er sant. Dersom vi skal forsøke å vise at noe er sant, kan vi sette oss i en vanskelig situasjon der vi kun velger ut informasjon om den delen av virkeligheten som støtter en viss fortolkning, og det kan være en etisk utfordring (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 52).

En utfordring med forskning er nøytraliteten til forskeren. I et postpositivistisk syn vil forskeren aldri være helt nøytral. Det er vi som har utformet problemstillingen og oppgavene til instrumentet. Det er vi som har gjennomført undersøkelsen og tatt alle metodiske valg. Det kan bety at det er elementer av personlige og sosiale verdier knyttet til disse valgene. På en annen side så er jo målet med undersøkelsen å bringe sann kunnskap til feltet. I et postpositivistisk syn er refleksjon over hvordan vi selv former kunnskapen viktig. Derfor var det sentralt for denne undersøkelsen at vi var tydelige på vårt perspektiv, hvilke normer og verdier vi har og hvordan datainnsamlingen kan ha påvirket det vi ønsker å frembringe kunnskap om. På bakgrunn av det har det blitt lagt vekt på reliabilitet og validitet i metodekapitlet. Postpositivismen støtter konstruktivismen i synet på at det er

utfordrende, men ikke umulig å frembringe sann kunnskap. Virkeligheten vil stadig være i endring, og da er det muligheter for at nye perspektiver kan gi nytt syn på hva som er sant. I tillegg er postpositivistene klar på at det finnes en virkelighet som gjelder i ulike kontekster og på tvers av personer. Det vil si at det kan etableres kunnskap om at noe, under et sett med forutsetninger, er mer sannsynlig enn noe annet. Eksempelvis at vi kan si at utvalget i denne undersøkelsen sannsynligvis er mer strategisk fleksible i den ene regnearten under forutsetningene som lå til grunn i denne undersøkelsen (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 52-53).

2.1.1 Læringsteori

Undersøkelsen er gjennomført med et konstruktivistisk læringssyn og med inspirasjon i bølgemodellen (eng: the wave model) til Siegler (1996). Det setter noe av rammene for fokuset i undersøkelsen og analysen av resultatene. Læring i et konstruktivistisk perspektiv omhandler Jean Piaget sin forståelse om at kunnskap oppstår gjennom menneskelig aktivitet, og at kunnskapen konstrueres aktivt av et individ når omgivelsene blir tatt stilling til og bearbeidet. Perspektivet til Piaget representerer en individualistisk variant av konstruktivisme, og det blir antatt at individene selv konstruerer kunnskap (Säljö, 2016, s. 60). Denne undersøkelsen tar sikte på et perspektiv der elevene selv konstruerer kunnskap om strategier når de brukes aktivt over tid. Ifølge Piaget er prosessene assimilasjon og akkomodasjon sentrale for kognitiv utvikling og tilpasning. Assimilasjon omhandler at individer tar til seg inntrykk og erfaringer og får de til å passe inn i etablerte kognitive strukturer og skjemaer. Det vil si at det fylles på med erfaringer med forbindelse til tidligere kunnskap. Eksempelvis at en elev løser en oppgave og får den til å passe inn i etablerte skjemaer med strategier. Akkomodasjon involverer en endring i tenkemåte, som vil si en omorganisering av de kognitive skjemaene. Et individ akkommoderer når det gjør seg erfaringer som ikke stemmer overens med tidligere kunnskap. Det kan innebære at en elev løser en oppgave, og ser at en etablert strategi ikke lenger er effektiv og nøyaktig. På denne måten kan eleven tilegne seg en ny strategi, som gir en endring i hastighet og nøyaktighet. Assimilasjon og akkomodasjon er prosesser som foregår samtidig, og det kan være tilfeller hvor den ene eller andre prosessen dominerer (Säljö, 2016, s. 60-61).

Siegler (1996) sin overlappende bølgeteori innebærer at barn tenker på flere måter samtidig i utviklingen, i motsetning til teorier som begrenser seg til at barn tenker på en måte i hvert steg av sin utvikling. I bølgeteorien er kognitiv endring og utvikling forespeilet som en sammenhengende endring av alternativ tenking, heller enn å bytte en tenkemåte med en annen (Siegler, 1996, s. 87). Uansett om det tas hensyn til aritmetikk, språk, moral eller sosialt samspill, så eksisterer flere tilnærminger samtidig over lengre tid. Det skjer store og små endringer konstant, heller enn viktige endringer som begrenser seg til avgrensede perioder. I tillegg involverer kognitiv utvikling tilegnelsen av nye måter å tenke på. Det vil si endring i hastighet, nøyaktighet, i hvilken grad de ulike tilnærmingerne er automatisert og utvidelsen av problemer som kan løses med dem (Siegler, 1996, s. 112).

Når man skal undersøke elevers strategibruk blir det naturlig å undersøke endringer i hastighet og nøyaktighet, samt hvilke problemer som løses med hvilke strategier. Ifølge bølgeteorien er det en overlappende bruk og utvikling av nye strategier, og det kan dermed

være hensiktsmessig og interessant å se resultatene i lys av tidligere forskning på området, både i tilsvarende og andre aldersgrupper. Det kan eksistere flere strategier i elevenes repertoar over lengre tid, og endringene kan vise seg i hastighet og nøyaktighet så vel som tilegnelse av nye strategier. Et annet tegn på utvikling og læring kan være at elevene velger hensiktsmessige strategier til bestemte type oppgaver. Utviklingen kan vise seg i en positiv endring i hastighet og nøyaktighet.

2.2 Faktorer som kan påvirke strategivalg

Etter gjennomgang av litteratur ser det ut til at det er et bredt spekter av faktorer som kan påvirke elevers strategivalg. På bakgrunn av dette har vi valgt å inkludere kognitive og sosiokulturelle faktorer, og i tillegg hva som kjennetegner bevisste og ubevisste valg. Det er inkludert med hensikt for å bedre kunne forstå og analysere fenomenet som undersøkes.

De siste tiårene er det gjort mye forskning innenfor fleksibilitet, spesielt på de kognitive prosessene som ligger bak strategivalg, men også på andre faktorer som kan påvirke strategivalg. Fremveksten av kognitiv psykologi på 80- og 90-tallet førte til det Verschaffel et al., (2009, s. 336) omtaler som en mer finkornet analyse av mekanismene, og prosessene som ligger bak fleksibilitet. Den kognitive psykologen Robert Siegler og hans kollegaer utviklet en rekke modeller over hvordan barn velger adaptivt mellom strategier i visse oppgaver innenfor aritmetikk, i tillegg til hvordan de benyttet seg av nye strategier. Disse modellene, også referert til som datamodeller, førte til en ambisiøs og teoretisk eksplisitt redegjørelse av strategisk adaptivitet i elementær aritmetikk. I tillegg bidro forskning innenfor kognitiv psykologi med nyttige bidrag knyttet til de automatiserte og de kontrollerte prosessene knyttet til valg av strategi.

2.2.1 Den doble prosess-teorien

Et eksempel på en teori innen fleksibilitet med opphav i kognitiv psykologi er den doble prosess-teorien, som tilsier at individers kognisjon og oppførsel opererer parallelt i to forskjellige moduser, som kalles System 1 (S1) og System 2 (S2), og som omtrent samsvarer med antagelser om intuitiv og analytisk tenkning (Kahneman et al., 1982; Stanovich & West, 2000, referert i Verschaffel et al., 2009, s. 336). S1 karakteriseres som å være rask, automatisk og ubevisst. Dette er fordi S1-prosessen benyttes når det er likheter eller samsvar mellom oppgavene og lagrede protokoller, som kan være individets erfaringer med oppgaver der en strategi gjentatte ganger har blitt brukt vellykket. S2-prosessen er på mange måter motsatt fra S1 og kjennetegnes ved at de er langsomme, bevisste, og relativt fleksible, fordi de er basert på de underliggende oppgavestrukturere og adskilt fra den overfladiske konteksten. I hovedsak fører S1-prosessen til riktige svar, men i noen tilfeller må S2-prosessen aktiveres for å overstyre svaret som genereres fra S1-prosessen, for å kunne gi riktig svar. Ifølge modellen er det å aktivere S2-prosessen når det er nødvendig, nøkkelen til fleksibilitet.

2.2.2 Sosiokulturell kontekst

Forskning i senere tid hevdet derimot at for å forstå selve essensen bak adaptivitet måtte perspektivet utvides fra det rent kognitive (Bruner, 1986; referert i Verschaffel et al., 2009, s. 336). Hatano & Oura (2003, referert i Verschaffel et al. 2009, s. 336) utvidet det veletablerte kognitive perspektivet på utviklingen av adaptiv ekspertise, med å i tillegg inkludere de affektive og sosiokulturelle aspektene. Det ble gjort med grunnlag i observasjoner av at prosessen med å utvikle adaptiv ekspertise alltid forekommer i spesifikke sosiokulturelle kontekster, og henger sammen med endring i interesser, verdier og identitet. De inkluderte i tillegg at prosessen støttes av andre mennesker og artefakter.

Boaler (2000, s. 118) mente at fokuset burde være på den brede konteksten matematikkforskningen foregår i. Det vil si å ikke kun fokusere på konseptene og strategiene som elevene lærer, men også miljøet de produseres i. Det har også blitt diskutert hvordan sosiokulturelle faktorer kan påvirke elevers strategirepertoar og deres valg av strategier. Elever kan med alder og erfaring utvikle en kunnskapsbase som inneholder informasjon om hastigheten og nøyaktigheten til ulike strategier, i tillegg til at elevene utvikler kunnskap om de sosiokulturelle normene i klasseromsfellesskapet de er en del av. Hva klasseromsfellesskapet anser som hensiktsmessig og adaptivt vil dermed også påvirke elevers valg av strategi (Ellis, 1997, s. 492).

2.2.3 Bevisste eller ubevisste prosesser

Litteraturen tyder også på at det heller ikke er enighet i hvilken grad valg av strategi er en bevisst eller en ubevisst prosess. Verschaffel et al. (2009, s. 343) definerer et adaptivt valg av strategi som enten et bevisst eller et ubevisst valg. Det finnes tydelige bevis for at prosessen kan være både bevisst og ubevisst. Flere forskere mener at metakognitive prosesser, slik som årvåkenhet og tilsiktet kontroll, er med på å regulere valg av strategi, og dermed også fleksibilitet og adaptivitet. Eksempelvis er det åpenbart at de metakognitive prosessene er involvert i hverdagssituasjoner, slik som å regne ut hvor mye tips en skal gi, eller når elever må gjøre beregninger for å finne svaret på en tekstoppgave. I slike tilfeller kan eleven velge å benytte hoderegning, skriftlige algoritmer, eller bruke kalkulator.

Til tross for at det ikke er enighet om i hvilken grad prosessene er bevisste eller ubevisste, hevdes det at det er enighet om at prosessen involverer en viss grad av bevissthet, altså bevisst årvåkenhet og kontroll (Verschaffel et al., s. 338). Det gjelder spesielt i situasjoner der valg av strategi knyttes til oppgaver som representerer et genuint problem for problemløseren, og da vil prosessene være påvirket av metakognitiv kunnskap, verdier, og metakognitive ferdigheter omkring årvåkenhet og kontroll (Ishida, 2002, referert i Verschaffel et al., 2009, 338). Likevel er det flere bevis som støtter opp under at prosessene også kan være ubevisste. Dette gjelder særlig i situasjoner hvor en gjør raske og enkle strategivalg, for eksempel å addere eller subtrahere med tall opp til 20. I de tilfellene har det vist seg at individers valg av strategi ikke er et resultat av å bevisst vurdere valg, eller som følge av årvåkenhet over faktorer som hadde innflytelse på valgene, men at i disse tilfellene er prosessene mer autonome og implisitte (Cary & Reder, 2002; Ellis, 1997; Siegler, 1996, referert i Verschaffel et al., 2009, s. 338).

2.3 Forskjellige perspektiver på strategisk fleksibilitet

Det finnes en rekke forskjellige definisjoner og operasjonaliseringer av begrepene fleksibilitet og adaptivitet. Forskningen har dermed fokusert på ulike faktorer som påvirker strategivalg, som for eksempel de kognitive og de sosiokulturelle faktorene. På lik linje har også strategisk fleksibilitet ulike definisjoner og operasjonaliseringer i litteraturen (Verschaffel et al., 2009, s. 339). Det medfører at det er ulike perspektiver på hva det vil si å være strategisk fleksibel, i tillegg til ulike perspektiver på hvilke faktorer som er med å påvirke individers strategifleksibilitet. Disse faktorene deler Verschaffel et al. (2009) i tre kategorier; tilpasning til oppgavevariabler, tilpasning til subjektvariabler, og tilpasning til kontekstvariabler. Forskjellene mellom kategoriene blir sett i lys av de ulike tilnærmingene til begrepet, de ulike kriteriene det medfører, og spesielt i forskjellene mellom det kognitive og det sosiokulturelle aspektet.

2.3.1 Tilpasning til oppgavevariabler

Den første kategorien, tilpasning til oppgavevariabler, involverer at individer velger strategier i relasjon til oppgavekarakteristikkene. I denne sammenheng har også begrepet strategisk fleksibilitet blitt definert og operasjonalisert ved flere anledninger. Verschaffel et al., (2009, s. 339) trekker frem eksempler på forskere som har kommet med definisjoner på strategisk fleksibilitet i henhold til denne kategorien. Van der Heijden (1993, s. 80, referert i Verschaffel et al., 2009, s. 339) kommer med følgende definisjon strategisk fleksibilitet: "Fleksibilitet innen strategibruk involverer den fleksible adopteringen av løsningsprosedyrer i henhold til oppgavekarakteristikkene". Blöte et al. (2001, s. 628) definerer strategisk fleksibilitet på lignende måte: "En elev er en strategisk problemløser om han eller hun velger løsningsprosedyrer i henhold til oppgavekarakteristikkene til problemet ...". I henhold til denne definisjonen, kan en elev regnes som en fleksibel problemløser dersom eleven velger en strategi i henhold til oppgavekarakteristikkene. Det innebærer at en elev velger å benytte kompensasjonsstrategien i oppgaver der det er siffer 8 eller 9 på enerplassen, eller at det benyttes subtraksjon med addisjon i oppgaver der differansen er liten. Videre kan en fleksibel bruk av strategier som er passende til oppgavens tallkarakteristikk, være tilstrekkelig for å indikere at en elev besitter konseptuell forståelse sammen med strategisk fleksibilitet. Det trenger derimot ikke å indikere mangel på konseptuell forståelse dersom en elev benytter samme strategi for ulike typer problemer. Det betyr ikke nødvendigvis at de ikke kjenner til alternative strategier, men at de føler det er mer hensiktsmessig å benytte en standard strategi.

Thompson (1999) sitt perspektiv på strategisk fleksibilitet var også relatert til oppgavekarakteristikkene. En av fire hovedgrunner for å fokusere på hoderegning i skoleundervisningen var at hoderegning førte til bedre prestasjoner i problemløsning. Thompson (1999, s. 147) la vekt på at hoderegning innebærer å velge hensiktsmessige strategier basert på de faktiske tallene i oppgavene. Perspektivene på strategisk fleksibilitet som omhandler tilpasning til oppgavevariabler hadde til felles å skille mellom forskjellige strategier for å addere og subtrahere med tallsiffer opp til 100. Ved å benytte analyser av styrkene og svakhetene med disse strategiene, kunne forskerne definere visse

oppgavetyper sammen med kombinasjoner av strategier som fleksible, og andre som ikke fleksible.

Operasjonaliseringen av fleksibilitet knyttet til oppgavekarakteristikker kan anses som mer sofistikert enn operasjonaliseringen av fleksibilitet som kun dreier seg om å bruke flere strategier. Likevel påpekte Verschaffel et al. (2009, s. 339) flere problemer med denne operasjonaliseringen, ved at den er for enkel for å kunne omhandle hele konseptet av fleksibilitet, siden den kun er basert oppgavekarakteristikker. Altså om en elev bruker subtraksjon med addisjon på en oppgave der differansen er liten. Det er fordi at operasjonaliseringene til Van der Heijden (1993) og Blöte et al. (2001) kan medføre at de strategiprosessene som blir klassifisert som fleksible, i noen tilfeller kan være ikke-fleksible og motsatt. Threlfall (2002, s. 39) har kritisert dette, og mener at det er utfordrende å fastslå hva kriteriene for valg av hoderegningsstrategier faktisk kan være. Selv om noen oppgaver ser ut til å passe noen strategier mer enn andre, kan ikke valg av strategi handle bare om oppgavekarakteristikker. Kunnskapen til den enkelte er også svært viktig. I skriftlige oppgaver kan en elev ta en pause i løsningen for å utarbeide en underrutine, mens hoderegningsstrategier må tilpasses det som allerede er kjent. Regnesekvensen i hoderegning kan ikke bli for kompleks, da vil utførelsen bryte sammen.

2.3.2 Tilpasning til subjektvariabler

Kritikken av perspektivet som operasjonaliserer strategisk fleksibilitet i henhold til oppgavekarakteristikker, som Threlfall (2002) og Verschaffel et al. (2009) kommer med, dreier seg blant annet om at perspektivet er for snevert, som med andre ord vil si at de mener en ikke kan definere strategisk fleksibilitet kun i henhold til oppgavekarakteristikker. Derfor presenterer Verschaffel et al. (2009) to andre kategorier som de mener trenger å være med i de omfattende begrepene adaptivitet og fleksibilitet. En av kategoriene, tilpasning til subjektvariabler, har blitt mye undersøkt og modellert av kognitive psykologer, blant annet av Robert Siegler og hans kollegaer.

En av datamodellene som er i tråd med denne kategorien, er Strategy Choice and Discovery Simulation (SCADS), utviklet av Shrager & Siegler (1998). SCADS er en datasimuleringsmodell, som blant annet illustrerer utviklingen av barns evner til å velge adaptivt mellom eksisterende strategier, og hvordan de oppdager nye nyttige strategier (Shrager & Siegler, 1998, s. 405). Ifølge SCADS-modellen, er et barns valg av bestemte strategier for bestemte problem, avhengig av hvor rask og nøyaktig den strategien er for det problemet, og for det barnet. Det går derfor foran valget av eventuelt andre strategier som er tilgjengelig i strategirepertoaret til barnet (Verschaffel et al., 2009, s. 340). En simulering, eller en gjennomføring med SCADS, vil derfor alltid velge og bruke den strategien som fører til den mest gunstige kombinasjonen av hurtighet og nøyaktighet, for en spesifikk sum. Det er basert på oppsamlet talldata på hurtighet og nøyaktighet i databasen til systemet.

SCADS reflekterer et mer komplekst syn på strategivalgprosessen sammenlignet med perspektivet på oppgavekarakteristikker. SCADS involverer også mulighetene i selve oppgaven, men i relasjon til egenskapene til individet som løser oppgaven, og særlig i

hvilken grad individet mestrer de spesifikke strategiene (Verschaffel et al., 2009, s. 340). I senere tid har også Newton et al. (2020) funnet ut at elever med både høye og lave forkunnskaper i matematikk, har en preferanse for effektive strategier, og at de i tillegg evaluerer strategienes effektivitet. Samtidig er det naturlig at kunnskap om flere metoder generelt utvikles før bruk av effektive metoder, siden det ikke kan forventes at en elev bruker noe den ikke vet.

2.3.3 Tilpasning til kontekstvariabler

Den siste kategorien som Verschaffel et al. (2009) trekker frem er tilpasning til kontekstvariabler. Utviklingen og innholdet i denne kategorien henger i stor grad sammen med fremveksten av det sosiokulturelle perspektivet. Det sosiokulturelle perspektivet førte med seg flere nye faktorer som også bør vurderes innenfor forskning på fleksibilitet og adaptivitet. Det vil si at fleksibilitet og adaptivitet ifølge det perspektivet er mer komplisert enn bare kognitive datamodeller, slik som SCADS. Studier innenfor det sosiokulturelle perspektivet foreslår derfor at individer ikke kun fleksibelt velger strategier på bakgrunn av oppgavekarakteristikker eller strategiene egenskaper og ytelse, men også på bakgrunn av variabler knyttet til den sosiokulturelle konteksten (Verschaffel et al., 2009, s. 341).

Et eksempel på en variabel knyttet til den sosiokulturelle konteksten kan være hva elever i et klasseromsfellesskap anser som hensiktsmessig og fleksibelt i en gitt situasjon. Likevel er det ikke første gangen strategivalg er blitt analysert i henhold til variabler knyttet til konteksten. Det har også blitt gjort av kognitive psykologer i flere studier, og på en rekke områder som dekker flere oppgavedomener (Verschaffel et al., 2009, s. 341). Det ser vi eksempel på i boken *Emerging Minds*, skrevet av Robert Siegler (1996), hvor han diskuterer prosessen bak endring i barns tenkning. I boken diskuteres det blant annet på hvilke måter barns valg av strategier er adaptive. En av flere faktorer som trekkes frem, er at barn reagerer hensiktsmessig i henhold til endring i omstendighetene, altså situasjoner som fører til endring i vektleggingen av for eksempel hastighet eller nøyaktighet (Siegler, 1996, s. 145).

2.4 Komponenter for å måle strategisk kompetanse

I likhet med tidligere studier på strategisk fleksibilitet (Torbeyns et al, 2009; Torbeyns et al., 2018), så har vi valgt å benytte Lemaire & Siegler (1995) fire komponenter for strategisk kompetanse, som rammeverk for å måle strategisk fleksibilitet. De fire komponentene for strategisk kompetanse er strategirepertoar, strategifordeling, strategieffektivitet og strategisk fleksibilitet. Ved å benytte komponentene for strategisk kompetanse ble det mulig å innhente detaljert kunnskap når det ble undersøkt hvilke strategier elevene brukte, når de brukte dem og hvordan de ble utført. Lemaire & Siegler (1995, s. 83) hevder at det kan være nyttig å skille mellom fire komponenter av strategisk kompetanse. Endringer i en av disse komponentene kan påvirke hastighet og nøyaktighet i matematisk aktivitet. Dette omhandler hvilke strategier som brukes, når hver strategi brukes, hvordan hver strategi utføres og hvordan strategiene blir valgt.

2.4.1 Strategirepertoar

Hvilke strategier som brukes, strategirepertoar, omhandler de spesifikke fremgangsmåtene som tas i bruk for å løse problemer. Elever kan bruke flere strategier over lengre perioder i deres utvikling. Endringer i hvilke strategier elever bruker inkluderer både utvikling av nye strategier og at de slutter å benytte gamle. Elevene er i gradvis utvikling og studier som indikerer forbedringer i hastighet og nøyaktighet kan tyde på at elevene tar i bruk nye strategier som gir raskere og mer nøyaktige løsninger og at de slutter å bruke strategier som er langsomme og unøyaktige (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84). I denne undersøkelsen blir strategirepertoar benyttet som et parameter for å vise hvilke strategier en elevene brukte i en serie med oppgaver.

2.4.2 Strategifordeling

Når hver strategi brukes, strategifordeling, innebærer både hyppigheten til hver strategi og hvilke oppgaver og problemer strategien brukes på. Elever mestrer i tidlig alder elementære regneoppgaver ved hjelp av ulike strategier. Etter hvert som elevene bruker strategiene mer og mer, vil de mest sannsynlig mestre dem bedre. Det kan gi betydelige forbedringer i hastighet og nøyaktighet. Selv om elever bruker det samme settet med strategier senere i læringen på skolen, så kan økende bruk av de raskeste og mest nøyaktige strategiene bidra til en generell forbedring i hastighet og nøyaktighet. I denne undersøkelsen vil parameteret strategifordeling være til hjelp for å identifisere hvilke strategier som brukes på bestemte type oppgaver, og i tillegg vise den totale fordelingen på hvilke strategier som blir brukt (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84).

2.4.3 Strategisk effektivitet

Hvordan hver strategi utføres, strategisk effektivitet, involverer både kvantitative og kvalitative egenskaper ved utførelse av en strategi. Erfaring innenfor problemløsning kan føre til en forbedret utførelse innen en gitt strategi. Dersom en elev tilegner seg og lærer å håndtere en strategi i 1. klasse, så vil sannsynligvis denne eleven øke hastigheten og nøyaktigheten ved bruk av samme strategi senere i sitt opplæringsløp. Selv om elever bruker samme sett av strategier på de samme type problemene senere i sin læring, så vil hastigheten og nøyaktigheten forbedres dersom elevene utfører strategiene mer effektivt (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84). Strategisk effektivitet måles ved at instrumentet som ble benyttet i datainnsamlingen registrerte hastighet og nøyaktighet på elevenes oppgaveløsning. På denne måten kan det være mulig å beskrive elevenes strategiske effektivitet på ulike type oppgaver, og senere bruke det til å få innsikt i hvordan de valgte strategier.

2.4.4 Strategisk fleksibilitet

Hvordan strategier velges, strategisk fleksibilitet, involverer beslutninger om hvilken strategi en elev skal benytte på et spesifikt problem. Når elever er kjent med flere strategier for å løse et gitt sett med problemer, må de ta et valg for hvilken strategi de skal ta i bruk hver gang de møter et problem. Enkelte ganger er den ene strategien raskere eller mer nøyaktig for noen problemer, mens en annen strategi er raskere eller mer nøyaktig for

andre problemer. Dersom elever lærer seg å velge strategier som er effektive og nøyaktige for spesifikke problem, så kan det resultere i generelt raskere og mer nøyaktige utførelser (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84). Dette parameteret kan gi en indikasjon på tilpasningsevnen og den strategiske fleksibiliteten til elevene når de velger hvilken strategi som skal brukes. Modellen hevder i tillegg at et strategivalg kan kalles adaptivt dersom en elev velger en strategi som raskest gir et nøyaktig svar på et problem.

2.5 Hoderegningsstrategier i addisjon og subtraksjon

Flere studier har gjort analyser av hoderegningsstrategier elever bruker for å løse flersifrede problem i addisjon og subtraksjon. Det har ført til tre klasser av strategier: dekomponering, sekvensielle og varierende strategier (Beishuizen, 1999; Bløte, Klein & Beishuizen, 2000; Bløte, Van der Burg & Klein, 2001; Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema & Empson, 1997; Fuson, 1992; Fuson et al., 1997; Selter, 2001, Torbeyns, Verschaffel & Ghesquière, 2006; Verschaffel et al., 2007; referert i Torbeyns et al., 2009, s. 582). I denne undersøkelsen blir det fokusert på sekvensielle og varierende strategier i addisjon, nærmere bestemt hoppstrategien og kompensasjonsstrategien. I subtraksjon har vi valgt å fokusere på hoppstrategien i direkte subtraksjon og subtraksjon med addisjon.

2.5.1 Strategier i addisjon

Sekvensielle strategier, eller hoppstrategien, starter beregningsprosessen med et udelt heltall, og deretter behandles tierne og enerne til det andre heltallet sekvensielt. Eksempelvis $35+28=$ __; $35+20=55$, $55+8=63$.

Variierende strategier innebærer å tilpasse tallene i summen for å forenkle regnestykket, basert på egen forståelse av tallrelasjoner og egenskapene til regneoperasjonene. Kompensasjonsstrategien er et typisk eksempel på denne typen strategier, og det innebærer avrunding av det ene heltallet til neste multiplum av 10, og deretter kompenseres forskjellen. For eksempel $35+28=$ __; $35+30-2=65-2=63$.

Analyser av egenskapene til kompensasjonsstrategien indikerer at den kan brukes effektivt på problemer i addisjon og subtraksjon der enerplassen har siffer 8 eller 9, fordi det da krever at en elev adderer eller subtraherer neste multiplum av 10 og deretter kompenseres ved å trekke fra eller legge til 1 eller 2. Kompensasjonsstrategien kan derimot brukes på problemer som ikke har 8 eller 9 på enerplassen, men da virker det mindre effektivt å bruke denne strategien (Torbeyns et al., 2009, s. 582).

2.5.2 Strategier i subtraksjon

Elever kan benytte flere strategier ved løsning av flersifrede problemer i subtraksjon. Strategiene kan klassifiseres i to ulike, men komplementære klasser. Strategiene klassifiseres på bakgrunn av manipuleringen av tallene i problemet, tallperspektivet, og på bakgrunn av modellen som benyttes til løsningen, operasjonsperspektivet (Torbeyns et al., 2018, s. 217). Tallperspektivet involverer tre typer strategier. Nedbrytning, sekvensielle og varierende strategier. I denne undersøkelsen blir det fokusert på sekvensielle strategier,

altså hoppstrategien, innenfor de to operasjonsperspektivene. Sekvensielle strategier starter beregningsprosessen med den udelte minuenden, og deretter deles subtrahenden inn i eksempelvis hundrere, tiere og enere og behandles sekvensielt. For eksempel $87-44=$ __; $87-40=47$, $47-4=43$.

Operasjonsperspektivet baserer seg på modellen i operasjonen som ligger til grunn for løsningsprosessen. Perspektivet skiller mellom to sentrale typer av strategier, direkte subtraksjon og subtraksjon med addisjon. Direkte subtraksjon innebærer en rett fram bruk av subtraksjon for å løse et problem. Det involverer en direkte subtraksjon av subtrahenden fra minuenden. For eksempel $87-44=$ __; $87-40=47$, $47-4=43$.

I motsetning til direkte subtraksjon, så karakteriseres subtraksjon med addisjon ved å benytte en komplementær operasjon, altså med bruk av addisjon, for å løse et subtraksjonsproblem. Strategien går ut på å bestemme hvor mye som må legges til subtrahenden for at den skal bli lik minuenden. For eksempel $87-44=$ __; $44+36=80$, $80+7=87$, $36+7=43$ (Torbeyns et al., 2018, s. 217).

Subtraksjon med addisjon antas å være mest effektivt på subtraksjonsproblemer med små differanser, for eksempel 92-88. Direkte subtraksjon antas å være mest effektivt på subtraksjonsproblemer der differansen er stor, eksempelvis 93-17. Ifølge Selter et al. (2012, referert i Torbeyns et al., 2018, s. 218) så passer direkte subtraksjon med en operasjonsmodell i subtraksjon der det trekkes fra. Subtraksjon med addisjon korresponderer imidlertid med en modell der man skal finne forskjellen. Både direkte subtraksjon og subtraksjon med addisjon kan gjennomføres på ulike måter, altså med nedbryting, sekvensielle og varierende strategier.

2.6 Valg/Ikke-valg

Valg- og ikke-valg-metoden (eng: Choice/No-Choice Method) ble introdusert med mål om å oppnå objektive målinger av ytelsesegenskaper til strategier. Majoriteten av tidligere studier på 80- og 90-tallet som har undersøkt strategivalg har benyttet seg av valg-metoden (eng: the choice method). Undersøkelser som benyttet seg av denne metoden presenterte et sett med problemer, vurderte strategibruk for hvert enkelt problem, og målte deretter tid og nøyaktighet. Mye av motivasjonen for å måle tid og nøyaktighet, kom fra tidligere forskning på adaptive strategivalg. Forskningen viste at adaptive strategivalg kan indikeres ut fra en positiv korrelasjon mellom bruken av en strategi på ethvert problem, og hastighet og nøyaktighet strategien medfører på det samme problemet. I tillegg viste forskningen at mennesker i alle aldre og på flere problemområder, slik som i aritmetikk og lesing, gjorde valg av strategier på bakgrunn av ytelsen til strategiene. Modeller på valg av strategier, som the adaptive strategy choice model (ASCM) av Siegler & Shipley, ACT-R av Lovett & Anderson og the adaptive decision maker av Payne, Bettman & Johnson, var derfor basert på antakelsen om at ytelsen til en strategi ofte er avgjørende i valget av strategier. For å kunne si noe om valg av strategier var det derfor nødvendig å samle inn objektive estimater av ytelsen til strategiene, for å deretter kunne utlede kvantitative prognoser på strategivalg (Siegler & Lemaire, 1997, s. 71).

Problemet med valg-metoden var at den genererte subjektive data. Siegler & Lemaire (1997, s. 71-72) trekker frem flere eksempler på hvordan valg-metoden er subjektiv på grunn av seleksjonseffekter. Seleksjonseffektene involverer selve problemene strategiene brukes på og personene som bruker hver strategi oftest. Om for eksempel en mindre nøyaktig strategi brukes på enkle problemer, mens en mer nøyaktig strategi brukes på mer utfordrende problemer, vil dataene kunne gi et feilaktig bilde. Da kan den mindre nøyaktige strategien virke mer nøyaktig, siden den mer nøyaktige strategien benyttes på mer utfordrende problemer. Et annet eksempel er dersom elever med høy måloppnåelse velger strategi 1 og elever med lav måloppnåelse velger strategi 2, så kan det resultere i at strategi 1 indikerer bedre ytelse enn strategi 2, på grunn av forskjellene i ferdigheter blant personene som benytter seg av dem. I kjølvannet av denne problematikken foreslo Siegler & Lemaire (1997) en ny metode som de kalte valg/ikke-valg metoden. Hensikten med denne nye metoden, var å unngå seleksjonseffektene og dermed kunne samle inn objektive data.

Valg/ikke-valg metoden er laget for å kunne samle inn nødvendige data som trengs for å kunne avgjøre hvor mye valg av strategier varierer i sammenheng med ytelsen til strategiene, i tillegg til data som kan si noe om andre faktorer som har innflytelse på strategivalg. Metoden innebærer å teste deltakere under to forskjellige betingelser. Den ene betingelsen er når deltakere får velge strategi selv (valg), mens den andre betingelsen er når deltakerne må bruke en gitt strategi (ikke-valg). Poenget med ikke-valg betingelsen er å innhente objektive estimater av ytelsesegenskapene til en strategi. Om en vil sammenligne to strategier, vil det bli to underkategorier til ikke-valg betingelsen. En underkategori hvor deltakerne må bruke en av strategiene og en underkategori hvor deltakerne må bruke den andre strategien. De objektive estimatene kan deretter sammenlignes og analyseres, som vil kunne si noe om hvilken grad forskjellen i ytelsen mellom strategiene kan knyttes til valg blant strategiene. Samtidig vil sammenligning av ytelsen i valg og ikke-valg betingelsene, kunne si noe om en eventuell fordel ved valg av strategi (Siegler & Lemaire, 1997, s. 72).

2.6.1 Styrker og svakheter med valg/ikke-valg som metode

For å kunne vurdere styrker og svakheter med valg- og ikke-valg-metoden har vi valgt å støtte oss på Luwel et al. (2009) sin kritiske diskusjon som gjelder valg/ikke-valg-metoden. Metoden tar eksplisitt sikte på å gi objektive vurderinger av ytelsesegenskapene til strategier. Rene målinger for strategisk effektivitet er avgjørende for å gi forståelse av hvordan elever velger blant ulike strategier, spesielt siden ytelsen strategiene tilfører anses som sentralt i prosessen med valg av strategi. Sammenligningen av valg- og ikke-valg-betingelsene gjør det mulig å undersøke tilpasningsevnen til elevenes strategivalg på et detaljert nivå. Uten å samle inn data for både valg- og ikke-valg-betingelser blir det svært utfordrende å forstå hvorfor elevene bruker flere strategier, hvordan de velger strategier, og hvorfor strategier blir brukt hyppigere. Dermed blir det mulig å undersøke om flere strategier gir bedre ytelse enn bare en, fordi noen strategier er mer effektive på noen problemer og motsatt (Luwel et al., 2009, s. 360). På en annen side finnes det utfordringer med metoden. For det første kan det være utfordrende å avgjøre om deltakerne bruker den strategien de skal bruke i ikke-valg-betingelsene. Videre kan det være en utfordring å ha en

pålitelig vurdering av strategibruk for hvert problem, men det kravet kan oftere oppfylles i aritmetikk-problemer der strategiene er lettere å kjenne igjen. Videre har kravet om at antall ikke-valg-betingelser skal være likt antall strategier i valgbetingelsen medført at valg-betingelsen erstattes av en avgrenset valgbetingelse eller en flervalgsbetingelse. Som et resultat av det kan forskningen avsløre bare et delvis eller forenklet bilde av strategisk fleksibilitet med tanke på hvordan det foregår i en virkelig verden. Det har også vært flere endringer knyttet til mål for utvikling av strategier siden studien til Siegler & Lemaire (1997). I tillegg kan det være mulig forstyrrende effekter knyttet til valg av strategier, som kan påvirke ulikt i de ulike betingelsene. Luwel et al. (2009, s. 361) poengterer derimot at metoden er et verdifullt verktøy for å undersøke elevers strategibruk, dersom den brukes med fornuftighet knyttet til dens mulige styrker og svakheter.

2.7 Tidligere forskning på strategisk fleksibilitet

Torbeyns et al. (2009) undersøkte elever i 3. klasse om deres bruk av kompensasjonsstrategien og hoppstrategien. Bakgrunnen for undersøkelsen var at matematikkundervisningen ikke lenger skulle dreie seg om rutineekspertise, men heller fremme utviklingen av elevers adaptive ekspertise. Det vil si elevers evne til å løse matematiske oppgaver kreativt, effektivt og fleksibelt med et bredt spekter av meningsfulle strategier (Baroody & Dowker, 2003; Hatano, 1982, 2003, referert i Torbeyns et al., 2009, s. 581). Studien undersøkte også elevenes generelle matematiske prestasjonsnivå, for å finne ut om det er oppnåelig for elever på alle matematiske prestasjonsnivå å bli strategisk fleksible.

Studien viste at de fleste elevene hadde begge strategiene i sitt repertoar. Elevene tok i bruk kompensasjonsstrategien først etter en eksplisitt introduksjon, og brukte da strategien spontant og effektivt. Videre indikerte undersøkelsen at 3. klasseelever med ulik kompetanse i matematikk brukte kompensasjonsstrategien spontant og effektivt med tall opp til 100 etter å ha fått en eksplisitt instruksjon i strategien. Kompensasjonsstrategien resulterte i raskere svar uten tap i nøyaktighet sammenlignet med hoppstrategien, også på oppgaver uten 8 eller 9 på enerplassen. I tillegg viste studien at elevene ikke tilpasset sine strategivalg fleksibelt til den antatte karakteristikken i oppgavene. Knyttet til vår undersøkelse vil det si at en addisjonsoppgave med 8 eller 9 på enerplassen har en antatt karakteristik som vil si at kompensasjonsstrategien er den mest effektive strategien. I subtraksjon vil det eksempelvis innebære at oppgaver med liten differanse har en karakteristik som fremkaller subtraksjon med addisjon.

Både Torbeyns et al. (2018) og Smedt et al. (2010) viser til tidligere studier som har indikert at voksne effektivt og fleksibelt benytter subtraksjon med addisjon på flersifrede subtraksjonsproblemer. Likevel vektlegger de fleste land direkte subtraksjon i undervisningen. Smedt et al. (2010, s. 212) forklarer at subtraksjon med addisjon er en strategi som har vært brukt svært sjelden blant elever i skolen, men at voksne bruker strategien ofte og effektivt. Smedt et al. (2010, s. 212-213) fant ut av frekvensen av subtraksjon med addisjon økte hos 3. klassinger da elevene ble opplært i den. I tillegg gjorde elevene det mer nøyaktig og like raskt som ved bruk av direkte subtraksjon. Som

ventet ble subtraksjon med addisjon brukt hyppigst på oppgaver med liten differanse. I oppgaver med middels og stor differanse var fordelingen med subtraksjon med addisjon mindre klar. Det kan være flere grunner til at subtraksjon med addisjon er en strategi som har blitt brukt svært sjelden blant elever i skolen. For det første har flere teoretikere hevdet at oppdagelse og bruk av en ny strategi er svært usannsynlig uten grunnleggende forståelse av det underliggende matematiske prinsippet. Eksempelvis $7-3=x$ og $3+x=7$. En annen grunn til at direkte subtraksjon har blitt benyttet hyppigst kan være at elever har en sterk assosiasjon mellom minustegnet og direkte subtraksjon. I tillegg kan tiden og innsatsen det tar å bytte fra en strategi til en annen innenfor en oppgave være en grunn til at en strategi benyttes hyppig.

Torbeyns et al. (2018) undersøkte 6. klassinger med varierende matematisk kompetansenivå, og deres strategibruk i subtraksjon. I motsetning til tidligere studier fant Torbeyns et al. (2018, s. 226) ut at elever i 6. klasse har subtraksjon med addisjon i sitt strategirepertoar, og at de brukte strategien ofte, effektivt og fleksibelt. Det ble heller ikke observert forskjeller blant elever på tvers av ulike matematiske kompetansenivå. Funnene i studien utfordrer matematisk undervisning som fokuserer på rutiner knyttet til direkte subtraksjon. En mulig grunn til funnene i studien kan være at det var 6. klassinger som ble studert, i motsetning til tidligere studier som undersøkte yngre elever. Elevene hadde dermed øvd seg på flersifrede subtraksjonsproblemer over flere år, og kan dermed ha blitt kapable til å håndtere direkte subtraksjon så effektivt at andre strategier kunne etableres.

En annen årsak kan være at subtraksjon med addisjon som strategi ble nevnt som en mulig strategi før elevene gjorde testen. Selv om elevene gjennom matematikkopplæringen hadde øvd mye på direkte subtraksjon-strategien, så gjennomførte de denne strategien saktere enn subtraksjon med addisjon i ikke-valg-betingelsene. Subtraksjonsoppgaver med både liten og stor differanse ble utført raskere med bruk av subtraksjon med addisjon-strategien (Torbeyns et al., 2018, s. 226).

Torbeyns et al. (2018, s. 227) nevner flere mulige grunner til funnene om den sterke effektiviteten til subtraksjon med addisjons-strategien. For det første er systemet med naturlige tall oppbygd i en additiv rekkefølge, og leder på denne måten til prioriteringen av subtraksjon med addisjon. I tillegg er det studier som har vist at yngre barn presterer bedre når de teller oppover sammenlignet med å telle nedover. Videre har flere studier indikert at forståelse i addisjon blir tilegnet raskere og løst mer effektivt enn tilsvarende i subtraksjon. En annen mulig grunn er at elever ofte blir introdusert for addisjon før subtraksjon, og at en tidligere og mer intensiv øving i addisjon kan bidra til at addisjon er mer kjent enn subtraksjon. Studien indikerte også at elevene tilpasset sine strategivalg til både karakteristikkene i oppgavene og til deres individuelle hastighet på strategiene.

3 Metode

3.1 Kvantitativt forskningsdesign

For å måle omfanget og hyppigheten av fenomenet strategisk fleksibilitet, valgte å benyttes oss av en kvantitativ tilnærming. Bakgrunnen for at vi valgte en kvantitativ tilnærming var at komponentene i undersøkelsens rammeverk er målbare. Gjennom å måle elevenes strategirepertoar, strategifordeling og strategieffektivitet, kunne vi få innsikt i den siste komponenten, strategisk fleksibilitet. Målingene av elevenes strategirepertoar, strategifordeling og strategieffektivitet kunne dermed gi oss innsikt i undersøkelsens forskningsspørsmål, altså strategisk fleksibilitet og hvordan elevene velger strategier. I denne undersøkelsen har det blitt tatt utgangspunkt i strategisk fleksibilitet som et sosialt fenomen, og formålet var å omsette fenomenet til tallmessige størrelser som senere kunne behandles med statistiske analyser (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 89).

Undersøkelsen følger en deduktiv tilnærming, da vi på forhånd definerte ut fra teori hvilken type informasjon som skulle innhentes. Vi bestemte på forhånd at vi skulle innhente informasjon om de fire komponentene for strategisk kompetanse, samtidig som teori og definisjoner på strategisk fleksibilitet ble utgangspunktet for dataene som kunne svare på forskningsspørsmålet. Noe av hensikten med kvantitative data er at en forsker ønsker å standardisere informasjon. Det betyr at enheter og informasjon føres inn i forhåndsdefinerte kategorier, og dette er både styrker og svakheter ved metoden (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 165). I denne undersøkelsen var det som skulle måles forhåndsdefinert, samtidig som det var klargjort hvilke kategorier informasjonen skulle inn i. Kvantitative studier handler altså om at sentrale begreper blir kategorisert og presisert før datainnsamlingen kan gjennomføres. For denne undersøkelsen innebærer det at vi var nødt til å legge vekt på å kategorisere begreper på forhånd, for å gjøre det mulig å standardisere informasjon i form av tall. Det ble gjort ved å bruke rammeverket til Lemaire & Siegler (1995), som vi redegjorde for i kapittel 2.4, som grunnlag for kategoriseringen. Komponentene i rammeverket ga oss en mulighet til å gjøre en analyse av datamaterialet, der vi kunne trekke inn flere enheter, og dermed sammenligne elevenes valg, effektivitet og nøyaktighet med de ulike strategiene (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 166).

Virkeligheten ble undersøkt på kun ett tidspunkt, og undersøkelsen er basert på en tverrsnittsundersøkelse. Fordelene med et slikt design er at det kan gi en presis beskrivelse av elevenes strategiske fleksibilitet på ett gitt tidspunkt. I tillegg kan det vise hvordan de ulike strategiene varierer sammen på ett gitt tidspunkt. Undersøkelsen kan være godt egnet til å se hvordan hastighet og nøyaktighet blir påvirket av strategivalg, og hvilke faktorer som påvirker strategivalgene, som for eksempel oppgavekarakteristikker. På en annen side er dette designet relativt svakt når det gjelder muligheter for å forklare årsak og virkning, i og med at et slikt design involverer kun ett bestemt tidspunkt. Forskningsspørsmålet i denne undersøkelsen handler derimot om å få innsikt i elevens strategiske fleksibilitet. For å undersøke om elever tar hensyn til oppgavekarakteristikker og effektive strategier i addisjon og subtraksjon, anså vi det som hensiktsmessig å gjennomføre en

tverrsnittundersøkelse. For å besvare forskningsspørsmålet var det ikke nødvendig å undersøke elevene på ulike tidspunkt, da undersøkelsen ikke tok sikte på å forklare årsak og virkning, men heller gi en beskrivelse av et fenomen for en bestemt aldersgruppe (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 80-81).

3.2 Metode for datainnsamling

Kvantitativ metode involverer relativt lukkede former for datainnsamling. Dette innebærer at vi på forhånd definerte hvilken informasjon som skulle samles inn. Altså målinger av hyppighet, nøyaktighet og hastighet av to strategier i addisjon og to strategier i subtraksjon (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 165). Vi vil nå gå konkret inn på valg/ikke-valg som metode, instrumentet som ble benyttet til datainnsamlingen, og valgene som ble tatt ved utformingen av oppgaver i instrumentet.

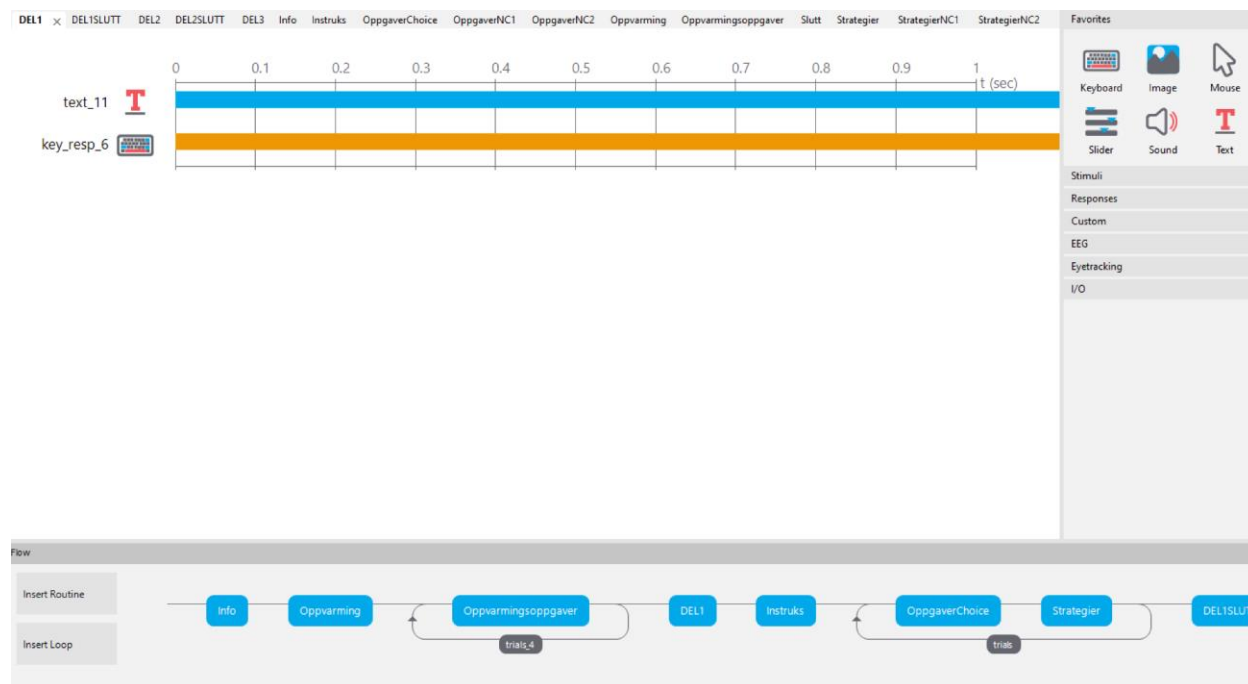
3.2.1 Valg/Ikke-valg som metode

Denne undersøkelsen fulgte valg/ikke-valg som metode i likhet med lignende tidligere studier på strategisk fleksibilitet i addisjon og subtraksjon (Torbeyns et al., 2009; Torbeyns et al., 2018). Metoden ble valgt for å kunne samle inn nødvendige data for å kunne avgjøre hvordan valg av strategier varierer i sammenheng med ytelsen til strategiene. I tillegg kunne vi samle inn data som ga informasjon om andre faktorer som påvirker strategivalg, som karakteristikkene i oppgavene. I valgbetingelsen fikk elevene velge mellom hoppstrategi og kompensasjonsstrategi i addisjon, og mellom direkte subtraksjon og subtraksjon med addisjon i subtraksjon. I de to påfølgende ikke-valg-betingelsene var elevene nødt til å bruke en av strategiene. Det ga oss objektive data som etterpå kunne analyseres og sammenlignes. Det gjorde det mulig å si noe om hvordan forskjellen i ytelsen mellom strategiene kunne knyttes til valg av strategier i valg-betingelsen (Siegler & Lemaire, 1997, s. 72). De rene målingene for strategisk effektivitet, altså hastighet og nøyaktighet, kan være avgjørende for å gi innsikt i hvordan elever velger strategi. Vi sammenlignet effektiviteten i ikke-valg-betingelsene, og kunne på bakgrunn av disse dataene se hvordan elevene valgte strategi i valg-betingelsen. Denne sammenligningen, i tillegg til å se på oppgavekarakteristikkene, gjorde det mulig å undersøke tilpasningsevnen til elevenes strategivalg.

En utfordring i ikke-valg-betingelsene var å vite sikkert om elevene brukte riktig strategi. For å redusere sannsynligheten for at de brukte en annen strategi, så ble det lagt inn en påminnelse om hvilken strategi som skulle brukes i hver oppgave i ikke-valg-betingelsene. En annen mulig svakhet var at kravet om likt antall ikke-valg-betingelser som antall strategier i valg-betingelsen gjorde at det ble inkludert kun to strategier i hver regneart i instrumentet. Det gjorde at valg-betingelsen ble en avgrenset valgbetingelse, men det ble vurdert som nødvendig da undersøkelsens metode gjorde at dette måtte være definert og utformet på forhånd. Den avgrensede valgbetingelsen kan gjøre at resultatet av denne undersøkelsen vil være et delvis forenklet bilde av strategisk fleksibilitet, da vi kan anta at elevene har flere strategier i sitt repertoar. Vi kan derimot si noe om elevenes strategiske fleksibilitet i de strategiene som faktisk var inkludert i instrumentet (Luwel et al., 2009).

3.2.2 Instrument

Instrumentet ble utformet i PsychoPy, som er en programvare laget for å utføre undersøkelser innenfor nevrovitenskap. PsychoPy er basert på programmeringsspråket Python, som er kjent for å være tydelig og enkelt å lese. Hovedfunksjonene til PsychoPy er å håndtere både visuelle stimuli og timing (Peirce, 2007). Det var en av grunnene for at vi valgte programmet, siden vi enkelt kunne lage oppgaver, informasjon og instruksjoner på fullskjerm, samtidig som programmet målte tiden deltakerne brukte på å svare på oppgavene. I tillegg lagrer programmet relevante data fra hver deltaker, blant annet hvilke taster de trykker på, om de trykker feil og hvilken strategi de benytter seg av. Informasjonen lagres i tabeller som enkelt kan leses i Microsoft Excel. En annen nyttig funksjon i PsychoPy er muligheten til å konvertere undersøkelser til å kunne gjennomføres på internett, altså i nettleseren. Det gjøres via en funksjon i programmet, som konverterer undersøkelsen til å bli kompatibel til å kunne gjennomføres på pavlovia.org. Vi benyttet oss av denne muligheten fordi det gjorde det mulig å gjennomføre undersøkelsen med flere deltakere samtidig, og det gjorde undersøkelsen mulig å gjennomføre med tanke på tidsperspektivet.



Figur 1: Skjermbilde av hendelsesforløpet i addisjonsinstrumentet

3.2.3 Oppgavene

Elevne fikk tildelt tre serier med 10 oppgaver i addisjon og tre serier med 10 oppgaver i subtraksjon. Seriene bestod av en valgbetingelse og to ikke-valg-betingelser. I addisjon var hver serie bygd opp progressivt fra oppgaver med hensikt om å fremkalle hoppstrategi, og deretter til å fremkalle kompensasjonsstrategi. Oppgavene i hver serie hadde lik oppbygging, men enkelte siffer var byttet ut slik at det reduserte sjansen for at elevne kunne gjenkjenne oppgaver og svar. De fem første oppgavene i hver serie inneholdt i

starten relativt lave siffer på enerplassen, og aldri sifrene 8 eller 9 på enerplassen. For eksempel $22+43=65$ ($22+40=62$, $62+3=65$). Disse oppgavene kan antas å fremkalle hoppstrategien (Torbeyns et al., 2009, s. 584). De fem siste oppgavene i hver serie i addisjon var bygd opp ved at minst et av leddene inneholdt 8 eller 9 som siffer på enerplassen, som ifølge Torbeyns et al. (2009, s. 582) kan gjøres effektivt ved bruk av kompensasjonsstrategien, fordi det enkelt krever at en elev adderer neste multiplum av 10 og deretter kompenserer ved å subtrahere 1 eller 2. For eksempel $48+39=87$ ($48+40=88$, $88-1=87$).

Oppgavene var bygd opp på samme måte i subtraksjon, der hver serie startet med oppgaver som kan antas å fremkalle direkte subtraksjon, og etter hvert oppgaver som i større grad kan antas å fremkalle subtraksjon med addisjon. Det vil si at de første oppgavene involverte store differanser, og differansen minket for hvert problem. Som nevnt i teoridelen, så kan store differanse-problem fremkalle direkte subtraksjon, og små differanse-problem kan fremkalle subtraksjon med addisjon. På den første oppgaven i de tre seriene var den gjennomsnittlige differansen 92. På oppgave 5 var differansen litt større enn subtrahenden, og på oppgave 6 var differansen litt mindre enn subtrahenden. Det ble gjort med hensikt for å kunne gi en indikasjon når det lønner seg å bytte strategi. Elevene fikk oppgavene i tilfeldig rekkefølge for å redusere sjansene for at de identifiserte noe slags mønster i oppgavene. Den siste oppgaven i de tre seriene inneholdt store tall på minuend og subtrahend, med en liten differanse. Torbeyns et al. (2018, s. 218) skriver at subtraksjon med addisjon antas å være mest effektivt på subtraksjonsproblemer med små differanser. For å unngå at elevene benyttet andre strategier, som faller utenfor direkte subtraksjon og subtraksjon med addisjon, så ble det ikke inkludert subtraksjonsproblemer med 0, 5 og 9 på enerplassen. For å sikre oss mest mulig lik vanskelighetsgrad i de tre seriene, så sikret vi at differansen på tilsvarende oppgaver i hver serie var relativt lik, men det ble byttet ut enkelte siffer med hensikt om at oppgaver og tilhørende svar ikke skulle være gjenkjennelige (Torbeyns et al., 2018).

Oppgave	Hopp						Kompensasjon			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valg	$51+22=73$	$32+43=75$	$23+54=77$	$43+36=79$	$57+24=81$	$43+28=71$	$15+68=83$	$22+49=71$	$58+19=77$	$69+19=88$
Ikke-valg <i>Hoppstrategi</i>	$41+22=63$	$42+33=75$	$43+34=77$	$53+26=79$	$77+14=81$	$63+28=81$	$25+48=73$	$32+39=71$	$48+39=87$	$49+29=78$
Ikke-valg <i>Kompensasjon</i>	$31+22=53$	$62+23=85$	$63+24=87$	$73+16=89$	$37+44=81$	$43+38=81$	$45+38=83$	$52+29=81$	$18+29=57$	$59+39=98$

Tabell 1: Oppgavene i addisjon

Oppgave	Direkte subtraksjon					Indirekte addisjon				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valg	92-1=91	87-4=83	76-14=62	66-23=43	57-23=34	52-27 =25	63-37=26	74-58=16	81-72=9	92-88=4
Ikke-valg <i>Direkte subtraksjon</i>	94-2=92	88-6=82	77-14=63	67-26=41	58-24=34	53-28 = 25	62-38=24	73-57=16	82-73=9	93-88=5
Ikke-valg <i>Subtraksjon med addisjon</i>	96-3=93	87-6=81	78-16=62	68-27=41	58-27=31	54-28 = 26	61-36=25	72-58= 14	83-76=7	91-86=5

Tabell 2: Oppgavene i subtraksjon

3.2.4 Gjennomføring

I forkant av datainnsamlingen ble det utformet to instrumenter i PsychoPy, ett for addisjon og ett for subtraksjon. Gjennomføringen ble gjort gruppevis med 8 elever i hver gruppe. Elevene gjennomførte addisjonsoppgavene før matpause og subtraksjonsoppgavene etter matpausen. Instrumentet ble konvertert til en lenke i Pavlovia, og gjennomføringen ble gjort i klasserom med gruppene på 8 til stede. I forkant av testen ble elevene introdusert for strategiene. Det ble gjennomført en introduksjon på 15 minutter i både addisjon og subtraksjon, på samme dag som testene ble gjennomført. I addisjon ble det gjennomgått hoppstrategi og kompensasjonsstrategi. Der ble det gjennomgått eksempler der både den ene og andre kan anses som mest effektiv, men vi la ingen føringer på når det kan være hensiktsmessig å bruke en bestemt strategi. Introduksjonen ble gjennomført på tilsvarende måte i subtraksjon, men her ble det tydeliggjort at det kun var hoppstrategien som skulle benyttes, både ved direkte subtraksjon og subtraksjon med addisjon. Det var for å sikre at det kun ble benyttet to strategier, da det er flere strategier som kan benyttes innenfor operasjonsperspektivet i subtraksjon (Torbeyns et al., 2018, s. 217).

Før elevene startet testen, ble de introdusert for hvordan valg og ikke-valg fungerer. Det ble også lagt føringer på at de skulle gjennomføre oppgavene så raskt som mulig, men at nøyaktigheten på svarene var det viktigste. For å skille mellom elevsvarene, så fikk elevene tildelt fiktive navn. Vi kunne benyttet tall på elevene, men vi ønsket å redusere sjansene for skrivefeil og at vi dermed ikke kunne skilt mellom deltakerne. Elevene fikk tildelt oppgavene i tilfeldig rekkefølge, men ved å legge opp oppgavene på en måte som gradvis skal fremkalle en annen strategi, så kunne vi være i stand til å identifisere når elevene burde byttet strategi med tanke på hastighet og nøyaktighet, og ved å se på karakteristikkene i oppgavene. Hver serie med oppgaver startet med informasjon om hvilken strategi som var gjeldende for serien. Elevene fikk ikke benytte penn og papir, og ble etter hver oppgave bedt om å registrere hvilken strategi de benyttet. Også i ikke-valg-oppgavene ble elevene spurt om de husket å benytte riktig strategi. I tillegg fikk elevene to øvingsoppgaver før testen startet. Det var for å gjøre elevene kjent med instrumentet, og hvordan de tastet inn svar og gikk videre til neste oppgave. Hensikten med det var å unngå at elever var uheldige og trykket seg videre, eller andre forstyrrelser som kunne påvirke målingen. Som anbefalt i Siegler & Lemaire (1997), startet alle elever med valg-oppgavene, og gjennomførte deretter de to seriene med ikke valg-oppgaver. Måleinstrumentet registrerte elevenes strategibruk,

samt nøyaktighet og hastighet i hver serie. Etter at elevene hadde fullført alle seriene, ble dataene lagret internt.

3.2.5 Pilotundersøkelse av instrumentet

I forkant av undersøkelsen ble det gjennomført en pilotundersøkelse. Ifølge Bryman (2016, s. 187) kan det være nødvendig å gjennomføre en test av instrumentet før det benyttes i en undersøkelse, på en gruppe som ikke er involvert i selve undersøkelsen. Det ble derfor gjennomført en pilotundersøkelse der deltakerne var medstudenter. Det gjorde det mulig å gjøre en vurdering på hvilke utfordringer instrumentet kunne skape for elevene som skulle gjennomføre undersøkelsen. Vi forsøkte å redusere sjansene for misforståelser og uklarheter, og ønsket derfor hjelp av andre øyne for innspill (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 183). Pilotundersøkelsen gjorde at vi fikk gode innspill. Vi endret blant annet en del på informasjonen i forkant av oppgavene, slik at det ble minst mulig, men likevel tydelig. I tillegg gjorde det at vi informerte om at det var kun tastene på datamaskinen som skulle benyttes, da en del av pilotene brukte berøringsflaten til å trykke på feltet der de skulle skrive inn svaret på oppgaven. Vi så på dataene at dette påvirket hastigheten i starten av testen, noe som gjorde dataene på de oppgavene ubrukelige. Dermed bidro pilotundersøkelsen til at vi kunne redusere sjansene for å få ubrukelige data.

3.3 Utvalg

På bakgrunn av ressursene og tilgjengeligheten vi hadde til denne undersøkelsen, ble det foretatt et bekvemmelighetsutvalg. Det at vi brukte et bekvemmelighetsutvalg begrenser generaliserbarheten av undersøkelsen vår, men på en annen side kan undersøkelsen være et fundament for videre forskning eller ses i sammenheng med tidligere forskning (Bryman, 2016, s. 187).

Utvalget bestod av 24 elever på 6. trinn. Samtlige elever på trinnet ble invitert til å delta, og det ble formulert et frivillig samtykkeskjema med informasjon om vår undersøkelse. 6. trinn ble valgt av flere grunner. For det første ga dette trinnet muligheten til å ha et betydelig antall deltakere, da den første muntlige avtalen vi hadde ikke ga oss det, mye på grunn av trinnsammensetning og Covid19-situasjonen. I tillegg involverer kjerneelementene i læreplanen i matematikk at tallforståelse er et av kunnskapsområdene i faget, og at elevene tidlig skal få utvikle varierte regnestrategier (Kunnskapsdepartementet, 2019). På bakgrunn av dette kan det argumenteres for at elever på 6. trinn skal være i stand til å benytte ulike strategier for hoderegning i addisjon og subtraksjon. Dermed kan utvalget være relevant for å undersøke om de har tilegnet seg strategisk fleksibilitet i hoderegning. Videre har vi identifisert at lignende studier har undersøkt både tilsvarende og yngre aldersgrupper (Torbeys et al., 2009; 2018). Oppsettet og oppgavene i instrumentet ble utformet med inspirasjon fra de nevnte undersøkelsene, og det bidro til at 6. trinn virket som et relevant utvalg. Vi hadde ingen innsikt i hvordan elevene hadde arbeidet med hoderegningstrategier i addisjon og subtraksjon tidligere i opplæringsløpet. Derfor fikk deltakerne en introduksjon på de to strategiene de skulle bruke i både addisjon og subtraksjon i forkant av gjennomføringen.

3.4 Metode for analyse

Datamaterialet ble analysert i flere steg. Informasjonen fra datamaterialet ble automatisk generert og lagret i Excel, slik at vi fikk totalt 48 Excel-dokumenter med data etter at elevene hadde gjennomført oppgavene. Det første vi gjorde var å identifisere hvilke strategier som ble brukt i valgbetingelsene. Det ble gjort for å bestemme hvorvidt elevene hadde begge strategiene i valgbetingelsene i sine strategirepertoar.

Videre beregnet vi elevenes strategifordeling i valgbetingelsen, ved å undersøke om elevene tok hensyn til antatte oppgavekarakteristikker ved valg av strategi. Utformingen av oppgavene gjorde det mulig å vise når elevene burde byttet strategi i valgbetingelsen, i henhold til antatt optimal strategifordeling. I tillegg analyserte vi elevenes effektivitet med bruk av de ulike strategiene i ikke-valg-betingelsene. Det ble gjort ved å undersøke hastigheten og nøyaktigheten i ikke-valg-betingelsene, og på ulike oppgavetyper. På strategifordeling og strategieffektivitet ble det først gjort univariate analyser. Vi foretok mål på sentraltendens ved å beregne gjennomsnitt, og mål på spredning ved å beregne standardavvik (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 197).

For å avgjøre om det var noen forskjeller i effektivitetsdatene som var statistisk signifikante, så gjennomførte vi flere bivariate analyser. Gjennomsnittsverdiene fra den univariate analysen ble brukt i t-tester. T-testene ble gjennomført på nøyaktighets- og hastighetsforskjeller mellom ulike oppgavetyper og ulike strategier. Det ga oss en pekepinn på om det var noen ekte forskjeller i elevenes strategiske effektivitet (Torbeys et al., 2009).

Analysen av effektivitetsdataene og strategifordelingen gjorde det mulig for oss å si noe om hva elevene tar hensyn til når de velger strategier, og i tillegg kunne knytte de til definisjonene som ligger til grunn i undersøkelsen. Vi foretok altså en vurdering av elevenes strategiske fleksibilitet på to måter. Vi undersøkte om elevene tok hensyn til oppgavekarakteristikkerne i valgbetingelsen, altså om det ble brukt forventet hensiktsmessige strategier i henhold til bestemte oppgavekarakteristikker. I tillegg ble elevenes strategiske fleksibilitet vurdert på grunnlag av deres strategiprestasjoner i ikke-valg-betingelsene (Torbeys et al., 2009). Det ble gjort ved å beregne korrelasjonen mellom frekvensen av strategiene i valgbetingelsen og effektivitetsforskjellene i ikke-valg-betingelsene. Korrelasjonsmålet ga dermed informasjon om samvariasjonen mellom valg av strategier i valgbetingelsen og strategiernes effektivitet i ikke-valg-betingelsene (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 206).

3.5 Metodologisk drøfting

Tidligere i dette kapittelet har det blitt redegjort for den metodiske prosessen i undersøkelsen. Kvaliteten på undersøkelsen vil nå bli diskutert, og ifølge Postholm & Jacobsen (2018, s. 219) omhandler det hvordan kunnskapen i undersøkelsen er produsert. For å diskutere hvordan undersøkelsen og datainnsamlingen kan ha formet resultatene, vil begrepene reliabilitet og validitet bli diskutert. De to begrepene er kriterier for denne undersøkelsens troverdighet (Postholm & Jacobsen, s. 223).

3.5.1 Reliabilitet

Reliabilitet handler i stor grad om hvorvidt resultater kan reproduseres på forskjellige tidspunkt av forskjellige forskere. Dermed kan en undersøkelse på et annet tidspunkt, såkalt test-retest, være en indikator på reliabilitet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 223). Det er også i tråd med det positivistiske perspektivet på virkeligheten, altså at det finnes en objektiv og stabil virkelighet som er mulig å måle. Denne undersøkelsen ble som nevnt gjort med post-positivisme som vitenskapsteoretisk utgangspunkt, som vil si at det ikke trenger å bety at målingen er lite troverdig dersom det er ulike resultater på test og retest. Det kan bety en endret situasjon, eller at det undersøkes noe annet. Dette samsvarer med vårt epistemologiske utgangspunkt, nemlig at ren objektivitet ikke kan oppnås. Det legges til rette for replikering av studien gjennom åpenhet om oppgaver, og en detaljert beskrivelse av instrumentet og gjennomføringen av undersøkelsen. På denne måten styrker vi den eksterne reliabiliteten, slik at andre kan gjennomføre en lignende studie med samme metode (Bryman, 2016, s. 383).

Med tanke på relasjon mellom forsker og forskningsdeltaker, så bestemmes relasjonen i utgangspunktet gjennom instrumentet. Vi hadde derimot fysisk nærhet til deltakerne gjennom introduksjon av strategiene. I denne situasjonen ble det derimot ikke fokusert på hva elevene sa, det var kun en enkel introduksjon fra vår side, der hensikten var å informere om instrumentet. Instrumentet bestod av regneoppgaver, og inneholdt i så måte ikke ledende spørsmål. Det var kun svaret på oppgaven som skulle føres inn. I steget etter skulle elevene registrere hvilken strategi de benyttet, og der var det kun to valg. En potensiell svakhet kan være at enkelte elever ikke benyttet riktig strategi. Instrumentet baserte seg i stor grad på elevenes ærlighet når det gjaldt hvilken strategi de brukte. Det ble i tillegg endret begreper med hensikt om at deltakerne lettere kunne forstå dem. Derfor ble det brukt forenklingsstrategi istedenfor kompensasjonsstrategi i instrumentet for addisjon. På lik linje ble det brukt subtraksjon med addisjon istedenfor indirekte addisjon i instrumentet for subtraksjon (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 225).

En annen utfordring i denne undersøkelsen kan ha vært konteksten den ble gjennomført i. Lignende studier har tidligere gjennomført datainnsamlingen individuelt (Torbeys et al., 2009; 2018). På bakgrunn av tilgjengelig tid ble denne undersøkelsen gjennomført felles for elevene. Det innebar at elevene fikk tildelt en lenke til undersøkelsen, og det kan ha medført noen utfordringer. For det første kan elever ha blitt forstyrret av hverandre. I tillegg kan det ha blitt mindre oppfølging for elever som misforstod oppgaver eller selve programmet, sammenlignet med om det hadde blitt gjennomført individuelt. Dette ble imidlertid forsøkt forebyggt gjennom en grundig gjennomgang av instrumentet og strategiene, med god hjelp av erfaringene som pilotundersøkelsen ga. I tillegg ble det sørget for at det ikke var noen uavklarte spørsmål før elevene satte i gang med undersøkelsen. Videre kan bekvemmelighetsutvalget nevnes som en mulig svakhet. Det er utfordrende å få et bekvemmelighetsutvalg til å være representativt for en hel populasjon. Datamaterialet som ble generert i denne undersøkelsen ga derfor ikke generaliserbare funn, men kan på en annen side være et godt grunnlag for videre forskning (Bryman, 2016, s. 187).

En styrke ved instrumentet i PsychoPy var at programmet lagret samtlige data på det som skulle måles. Undersøkelsen var derfor ikke avhengig av menneskelige faktorer som hukommelse, notater og tolkning. Etter at elevene hadde gjennomført undersøkelsen, fikk vi data på hastighet, nøyaktighet og valg av strategi i Excel-filer. På denne måten ble ikke rådataene i denne undersøkelsen påvirket av menneskelige faktorer (Postholm & Jacobsen, 2018).

3.5.2 Validitet

For å diskutere undersøkelsens interne validitet, eller indre gyldighet, så ser vi på to forhold. Det første forholdet omhandler hvorvidt det er samsvar mellom den virkeligheten vi hevder vi studerer og analyserer, og begrepene vi tar i bruk for å beskrive virkeligheten. Vi må være kritiske til gyldigheten til begrepene som dannes i undersøkelsen, og Postholm & Jacobsen (2018, s. 229) kaller dette begrepsmessig gyldighet. Begrepsmessig gyldighet er knyttet til begrepet operasjonalisering, og denne undersøkelsen starter med to fenomener, altså strategisk fleksibilitet og adaptivitet. Hensikten var dermed at det måtte utformes et instrument som kunne måle strategisk fleksibilitet. Dette ble operasjonalisert med støtte i rammeverket til Lemaire & Siegler (1995) og deres fire komponenter for strategisk kompetanse, samt vår tolkning av begrepet adaptivitet, som innebærer bruk av effektive og hensiktsmessige strategier. Videre ble det hentet inspirasjon fra tidligere studier som har undersøkt strategisk fleksibilitet og adaptivitet. Der ble det undersøkt betingelser i ulike serier med oppgaver, og benyttet en metode med valg/ikke-valg som gjør det mulig å måle strategisk fleksibilitet. Teorien bak strategiene som elevene skulle benytte ble hentet fra de samme studiene. Det bidro til at vi var i stand til å se når det var hensiktsmessig å bytte strategi, samtidig som det kunne identifiseres hastighet og nøyaktighet i datamaterialet, og i tillegg faktorer som kan ha påvirket elevenes valg av strategi (Torbeyns et al., 2009; 2018).

Videre kan det diskuteres hvorvidt operasjonaliseringene i undersøkelsen utgjør et fornuftig hele. Dette kalles konvergerende gyldighet, og det er viktig at operasjonaliseringene henger sammen når det skal måles et abstrakt fenomen (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 231). Vi har tatt utgangspunkt i tidligere forskning som har operasjonalisert begrepene fleksibilitet, strategisk fleksibilitet og adaptivitet i henhold til faktorer som har vist seg å kunne være gyldig for å få kunnskap om de aktuelle begrepene (Lemaire & Siegler, 1995; Selter, 2009; Smedt et al., 2010; Torbeyns et al., 2009; Torbeyns et al., 2018; Verschaffel et al., 2009). De samme operasjonaliseringene ble brukt i denne undersøkelsens metode for datainnsamling, på lik linje med tidligere studier. Samtidig finnes det ulike operasjonaliseringer av strategisk fleksibilitet og adaptivitet. For det første vektlegger forskere forskjellige kriterier for hva det vil si å være strategisk fleksibel. I denne studien ble det tatt utgangspunkt i to av perspektivene på strategisk fleksibilitet, og det medførte derfor at det er sannsynlig at vi på mange måter ikke fullt dekker omfanget av begrepet. Når det gjelder begrepet adaptivitet er det også aspekter i det begrepet som vi i denne studien ikke hadde mulighet til å undersøke. Det gjelder særlig kreativitetselementet, som Selter (2009) mener hører til under adaptivitetsbegrepet. Vi hadde ikke innsikt om elevene kreativt utviklet regnestrategiene, eller om de lærte seg strategiene på dagen for datainnsamling. For å kunne svare på dette, hadde det vært nødvendig med kvalitative

datainnsamlingsmetoder, for eksempel intervju. Som nevnt tidligere er det også flere faktorer som kan påvirke strategivalg. En del av disse faktorene hadde ikke vi mulighet til å samle informasjon om, for eksempel de sosiokulturelle normene i miljøet elevene befant seg i. Det kan være at de sosiokulturelle normene vektla og aksepterte visse strategier i hoderegning, som vi ikke hadde innsikt i (Ellis, 1997).

En annen faktor som kan kritiseres er at valgbetingelsen i instrumentet ble en avgrenset valgbetingelse, der elevene kun fikk velge mellom to ulike strategier. Det ble derimot gjort i hensyn til kravet om at det skal være likt antall ikke-valg-betingelser som antall strategier brukt i valgbetingelsen.

Det andre forholdet vi ser på for å diskutere undersøkelsens indre gyldighet omhandler om vi har grunnlag for å uttale oss om årsak og virkning på bakgrunn av undersøkelsen som er gjennomført. I forskning er det ofte ikke bare et ønske om å beskrive og forstå, men i tillegg forklare hvorfor noe forekommer. Postholm & Jacobsen (2018, s. 233) forklarer at det i kvantitative studier er fort gjort å forstå en korrelasjon, eller samvariasjon, som en sammenheng. Det er derimot viktig å være klar over det at to forhold varierer sammen, ikke betyr at de nødvendigvis henger sammen. Som nevnt tidligere er denne undersøkelsen en tverrsnittsundersøkelse, foretatt på ett bestemt tidspunkt. Da kan vi ikke uttale oss om bakenforliggende årsaker til strategivalg, eksempelvis hvilken type undervisning elevene har hatt eller hvilke matematiske ferdigheter de besitter, og heller ikke faktorer i den sosiokulturelle konteksten. Vi kan derimot uttale oss om strategivalg påvirket av oppgavekarakteristikker og ytelsesegenskapene til strategiene, som har blitt tilgjengelig gjennom operasjonalisering og utforming av instrumentet for datainnsamling.

Ekstern validitet omhandler spørsmål om resultatene fra den spesifikke forskningskonteksten kan generaliseres (Bryman, 2016, s. 42). Dermed må det diskuteres hvorvidt funnene fra konteksten i denne undersøkelsen kan overføres til andre kontekster, eksempelvis et annet trinn på en annen skole. Ifølge Postholm & Jacobsen (2018, s. 240) er statistisk generalisering sentralt i kvantitativ forskning, og det omhandler i hvilken grad et funn i denne undersøkelsen sitt utvalg kan overføres til en hel populasjon. En hensiktsmessig måte å gjennomføre dette på er å ta et tilfeldig utvalg fra en liste som involverer samtlige i en populasjon. I og med at vi har foretatt et bekvemmelighetsutvalg med relativt få deltakere, har vi ikke grunnlag for å kunne generalisere funnene utenfor denne undersøkelsen sin unike kontekst. Dette var heller ikke formålet med studien. Vi ville undersøke hvorvidt noen elever er strategisk fleksible og adaptive i sine strategivalg i addisjon og subtraksjon. Hvorvidt det er en sammenheng eller hva som er sammenhengen, har vi ikke grunnlag for å kunne si noe om i denne undersøkelsen. Likevel kan undersøkelsen bidra til videre forskning.

3.6 Etiske vurderinger

For å diskutere de etiske vurderingene som er tatt før og underveis i denne undersøkelsen, har vi valgt å støtte oss på Postholm & Jacobsen (2018) og den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (2021), heretter omtalt som NESH. Ifølge Postholm og Jacobsen (2018, s. 246) bør de etiske prinsippene i forskning ivaretas i forkant

av forskningen, underveis i forskningsprosessen og i teksten som skrives tilknyttet forskningen.

I forkant av denne undersøkelsen ble det diskutert hvordan vi kunne ivareta etiske prinsipper. Åpenhet mellom forskerne i forskergruppen var det første som ble tatt opp. Forskergruppen bestod av flere veiledere og forskere ved NTNU, samt flere masterstudenter. Undersøkelsesområdet, problemstillinger og forskningsspørsmål ble diskutert i åpenhet, i tillegg til forskningsmetoder og forskningsdesign - og hvilke data som normalt samles inn ved bruk av disse metodene. Det ble også opplyst i detalj av forskerne i forskergruppen om fremtidige planlagte prosjekter innenfor samme område i matematikk, noe som undersøkelsene av masterstudentene kunne bidra med. Likevel ble det ikke lagt andre føringer enn det aktuelle forskningsområde. Problemstilling og forskningsspørsmål var åpent og ble diskutert i fellesskap. Dette er viktig etiske prinsipper innenfor det kollegiale ansvaret, som både studenter, forskningsinstitusjoner og ansatte er pliktig til å følge. Det medfører blant annet å ivareta individuell frihet, reell uavhengighet og institusjonell autonomi (NESH, 2021). Andre måter det kollegiale fellesskapet fulgte etiske prinsipper, var diskusjoner om åpenhet om data. Diskusjonen gikk ut på at samtlige har et ansvar om å tilgjengeliggjøre data og resultater, samtidig som det må balanseres mot forskningsetiske hensyn (NESH, 2021). Derfor kom vi fram til en konsensus om at data og resultater som har potensiale til å utvikle kunnskap og legge til rette for etterprøvbarehet skulle deles. Det er spesielt viktig for å kunne sammenligne resultater i lignende studier, og derfor relevant i vår forskergruppe ettersom flere av undersøkelsene undersøkte det samme. Ettersom flesteparten av undersøkelsene masterstudentene i forskergruppen gjennomførte var kvantitative, diskuterte vi hvilke etiske prinsipper et slikt forskningsdesign ofte medfører. Personidentifiserende materialer, slik som samtykkeskjema i vårt tilfelle, må aldri deles. Det er derfor særlig viktig hvordan og hvor slikt datamateriale oppbevares, i henhold til godkjente plattformer for lagring av data. I forkant av undersøkelsen ble vårt forskningsprosjekt meldt inn til norsk senter for forskningsdata, NSD. De leverer personverntjenester til norske forsknings- og utdanningsinstitusjoner. Formålet var å sørge for at forskningen fikk lovlig tilgang til personverndata. Søknaden ble meldt inn 26.11.2021 og vurdert godkjent 21.12.2021. I denne undersøkelsen var det kun samtykkeskjemaene som var klassifisert som personverndata (NTNU, 2022).

Underveis i undersøkelsens prosess har vi vært nødt til å vurdere gevinstene vi kunne oppnå med problemene deltakerne kunne oppleve. Postholm & Jacobsen (2018, s. 247) forklarer at det er tre krav knyttet til forholdet mellom forsker og forskningsdeltakere som er utgangspunktet for forskningsetikken i Norge. Det er informert samtykke, krav på privatliv og krav til riktig presentasjon av data. Når det gjelder informert samtykke er den grunnleggende forutsetningen at det skal være frivillig å delta i undersøkelsen. På bakgrunn av dette ble det i forkant av undersøkelsen formulert et informasjonsskriv til elevene og deres foresatte. Der var det detaljert informasjon om hensikten med undersøkelsen, hva vi skulle undersøke og hva undersøkelsen medførte for elevene. I tillegg ble det presisert flere ganger at det var helt frivillig å delta, og at de på hvilket som helst tidspunkt kunne trekke seg. Den som undersøkes må selv være i stand til å bestemme sin deltakelse i undersøkelsen. Deltakernes alder tatt i betraktning, ble det sendt et skriv til deres foresatte.

Bakgrunnen var at deres foresatte kunne bistå med evnen til å vurdere fordeler og ulemper med å delta i undersøkelsen.

For at elevene og deres foresatte frivillig skulle velge om de ville delta i undersøkelsen, var det nødvendig med tilstrekkelig informasjon om undersøkelsens hensikt. Det ble formulert at det skulle undersøkes strategisk fleksibilitet, men det ble ikke gitt konkret informasjon om selve oppgavene, da det kunne ha påvirket elevenes handlinger i undersøkelsen. Derfor ble essensen av undersøkelsen beskrevet, og i tillegg hvordan resultatene skulle benyttes. Videre var det også viktig å sørge for at elevene hadde forstått informasjonen de fikk i forkant. Hovedtrekkene i undersøkelsen ble derfor gjengitt i forkant av undersøkelsen, og det ble nok en gang understreket at de når som helst kunne trekke seg (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 249).

Med tanke på kravet til privatliv var vi nødt til å drøfte følsomheten i informasjonen knyttet til hvem vi undersøkte. Blant følsomme opplysninger nevnes rase, religion, politiske syn, seksuelle forhold og helseforhold. I denne undersøkelsen ble det registrert hastighet og nøyaktighet på ulike strategier, og det kan derfor argumenteres for at det ikke var følsom informasjon som ble registrert.

Det ble også gjort tiltak for å unngå identifisering av enkeltpersoner i datamaterialet. I samarbeid med elevenes lærer fikk elevene tildelt fiktive navn, og selv ikke vi som har gjort undersøkelsen kunne identifisere enkeltelever i datamaterialet. Det var læreren som fordelte de fiktive navnene til elevene, og vi fikk dermed aldri innsikt i dette. Det ble heller ikke spurt etter subjektive meninger og følelser, og derfor ble det valgt å vise til hvilket trinn undersøkelsen er gjort på, med tanke på relevansen til undersøkelsen (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 250-251).

I undersøkelsen har vi forsøkt å presentere resultatene på en fullstendig måte. Svarfordelinger på valg av strategi har blitt satt inn i en større sammenheng, og det samme har blitt gjort med dataene på nøyaktighet og hastighet. Som nevnt tidligere, bidro instrumentet til at vi fikk lagret samtlige data av det elevene foretok seg i undersøkelsen. På bakgrunn av det ble det mulig å gjengi resultatene i en fullstendig sammenheng. Det var heller ikke slik at det var en enkeltelev som skilte seg ut i datamaterialet. Resultatene ble sett i en større sammenheng, hensikten med undersøkelsen var ikke å sammenligne enkeltelever, men heller å tilføre kunnskap om elevers strategiske fleksibilitet og adaptivitet i addisjon og subtraksjon (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 252).

4 Analyse/Resultat

For å kunne svare på om et utvalg sjetteklassinger er strategisk fleksible i addisjon og subtraksjon, ble dataene analysert i henhold til Lemaire & Siegler (1995) fire komponenter for strategisk kompetanse (Kapittel 2.4). Vi presenterer først elevenes *strategirepertoar*, altså hvilke strategier de brukte for å løse oppgavene i valgbetingelsen. Videre presenteres *strategifordelingen* i valgbetingelsen hvor vi identifiserer hyppigheten til strategiene på hver oppgave. Deretter presenterer vi elevenes *strategieffektivitet*, altså hastigheten og nøyaktigheten til de ulike strategiene i ikke-valg-betingelsene. Da blir også hastighet og nøyaktighet på de ulike oppgavetyperne presentert. Til slutt blir elevenes *strategiske fleksibilitet* knyttet til strategivalgene i valgbetingelsene presentert, på bakgrunn av tilpasning til oppgavekarakteristikker og strategienes egenskaper.

4.1 Strategirepertoar

Strategirepertoar omhandler de spesifikke strategiene som brukes for å løse oppgaver (Lemaire & Siegler, 1995). For å analysere elevenes strategirepertoar ble strategibruken til samtlige elever i valgbetingelsen registrert. Strategibruken ble deretter samlet i en tabell som viser hvilke strategier elevene brukte i valgbetingelsen. Strategibruken i valgbetingelsen indikerer hvorvidt elevene har strategiene i sitt strategirepertoar.

Tabell 3 viser at de fleste elevene brukte begge strategiene (96%) minst en gang i valgbetingelsen i addisjon. De resterende elevene brukte hoppstrategien (4%) på samtlige oppgaver. Verdt å merke seg er det betydelig mer enn i Torbeyns et al. (2009) sin studie, som viste at 68% av tredjeklassinger hadde både hoppstrategien og kompensasjonsstrategien i sitt repertoar.

Som vist i tabell 4, brukte over halvparten (58%) av elevene begge strategiene minst en gang i valgbetingelsen i subtraksjon, noe som er tilnærmet identisk med Torbeyns et al. (2018) sin undersøkelse på de samme strategiene. Til forskjell fra den nevnte undersøkelsen, så brukte elevene direkte subtraksjon vesentlig oftere enn subtraksjon med addisjon. De resterende elevene brukte enten direkte subtraksjon (38%) eller subtraksjon med addisjon (4%) på samtlige oppgaver. Det vil si at 38% av elevene ikke har subtraksjon med addisjon i sitt strategirepertoar, i motsetning til Torbeyns et al. (2018) sine resultater som viste at elever i 6. klasse hadde subtraksjon med addisjon i sitt strategirepertoar, og i tillegg brukte strategien ofte.

Ved å sammenligne elevenes strategirepertoar i addisjon og subtraksjon, så viser resultatene at over en tredjedel færre elever brukte begge strategiene i valgbetingelsen i subtraksjon enn i addisjon. Det gir en indikasjon på at det er mer utfordrende for elevene å bytte mellom strategiene i subtraksjon enn i addisjon.

Gruppe	Hopp	Kompensasjon	Hopp & Kompensasjon
Alle	4,17	0,00	95,83

Notat. Tabellen viser prosentandelen av elever som brukte kun hoppstrategien, kun kompensasjonsstrategien, eller begge strategiene i valgbetingelsen i addisjon

Tabell 3: Strategirepertoar i addisjon

<i>Gruppe</i>	<i>Direkte subtraksjon</i>	<i>Subtraksjon med addisjon</i>	<i>Direkte subtraksjon & subtraksjon med addisjon</i>
<i>Alle</i>	<i>37,50</i>	<i>4,17</i>	<i>58,33</i>

Notat. Tabellen viser prosentandelen av elever som brukte kun direkte subtraksjon, kun subtraksjon med addisjon, eller begge strategiene i valgbetingelsen i subtraksjon.

Tabell 4: Strategirepertoar i subtraksjon

4.2 Strategifordeling

Strategifordeling innebærer både hyppigheten til hver strategi og hvilke oppgaver strategiene brukes på (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84). For å vurdere elevenes strategifordeling ble det analysert frekvens på bruk av hoppstrategi på oppgavene 1-5 og kompensasjonsstrategi på oppgavene 6-10 i valgbetingelsen i addisjon, og bruk av direkte subtraksjon på oppgavene 1-5 og subtraksjon med addisjon på oppgavene 6-10 i valgbetingelsen i subtraksjon.

4.2.1 Strategifordeling i addisjon

En del av det å være strategisk fleksibel er å velge strategi med utgangspunkt i oppgavekarakteristikkene (Torbeys et al., 2009). I valgbetingelsen i addisjon brukte

elevene hoppstrategi på 74% av oppgavene 1-5, som var oppgavetyper som var antatt å fremkalle hoppstrategi. På oppgavene 6-10, som var antatt å fremkalle kompensasjonsstrategi, ble kompensasjonsstrategien brukt på 63% av oppgavene. Den totale strategifordelingen indikerer dermed at elevene brukte en strategi i henhold til oppgavekarakteristikker på 69% av oppgavene. Et interessant aspekt ved dette funnet er at det er en forskjell fra Torbeyns et al. (2009) sin studie, som viste at 3. klassinger ikke tilpasset sine strategivalg til den antatte karakteristikken i oppgavene.

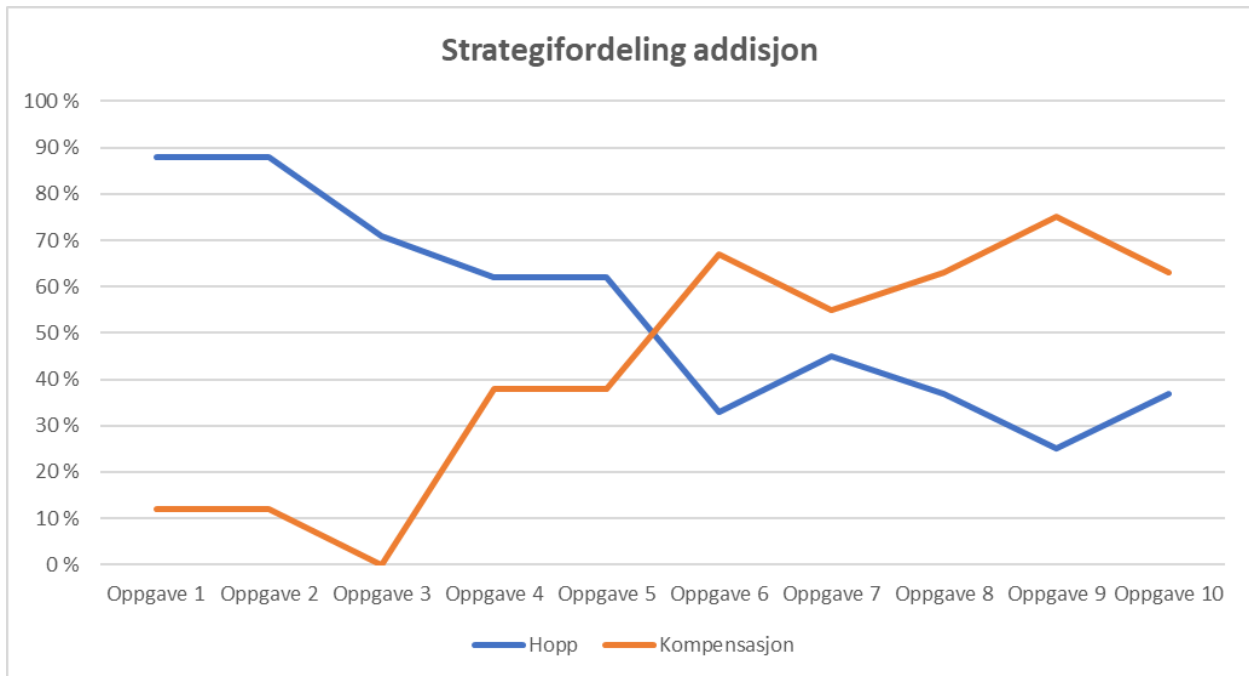
Opgavene ble utformet med mål om å fremkalle hoppstrategi til å gradvis skulle fremkalle kompensasjonsstrategi. Ved antatt optimal strategifordeling burde elevene byttet strategi etter oppgave 5. Figur 2 viser at det er nettopp denne strategifordelingen de fleste elevene bruker for addisjonsoppgavene. Linjene i diagrammet krysser hverandre etter oppgave 5, som betyr at fra og med oppgave 6 og utover velger de fleste, og gradvis flere elever kompensasjonsstrategi. Det er derimot litt variasjon i når elevene bytter strategi, men trenden er at de fleste bytter strategi etter oppgave 5.

I addisjon var det flere elever som hadde en antatt optimal strategifordeling, og vi velger derfor å inkludere et eksempel for å vise hvordan en antatt optimal strategifordeling ser ut. Figur 3 viser et elev eksempel der en elev har brukt hoppstrategi på de fem første oppgavene og kompensasjonsstrategi på de fem siste oppgavene. Eleven har dermed tatt hensyn til de antatte oppgavetyper ved valg av strategi på samtlige oppgaver i valgbetingelsen. I addisjon var det flere elever som hadde en antatt optimal strategifordeling, mens det i subtraksjon var ingen slike tilfeller. For å dokumentere noe av variasjonen i enkeltelevers besvarelser velger å vise en strategifordeling som ikke er antatt å være optimal med tanke på teori om strategiene og oppgavetyper. Figur 4 viser at eleven ofte bytter strategi, men ikke i henhold til antatte oppgavekarakteristikker. Selv om de fleste elevene ser ut til å bytte strategi gradvis etter oppgave 5, så viser det seg at en god del elever har en strategifordeling som er antatt å ikke være optimal.

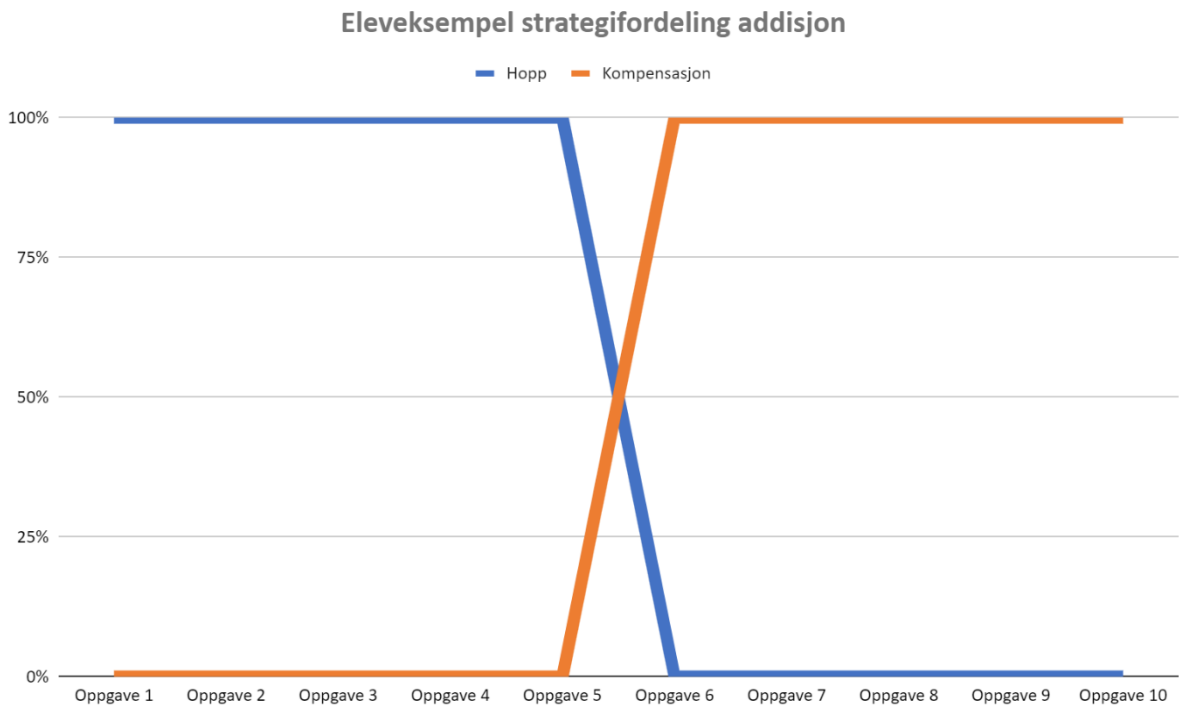
HO 1-5		KO 6-10		Total	
G	SA	G	SA	G	SA
74,16	23,20	63,46	32,66	68,81	21,94

Notat. Prosentvis strategifordeling i henhold til oppgavetype. HO 1-5: Hoppstrategi oppgave 1-5, KO 6-10: Kompensasjonsstrategi oppgave 6-10, G: Gjennomsnitt, SA: Standardavvik.

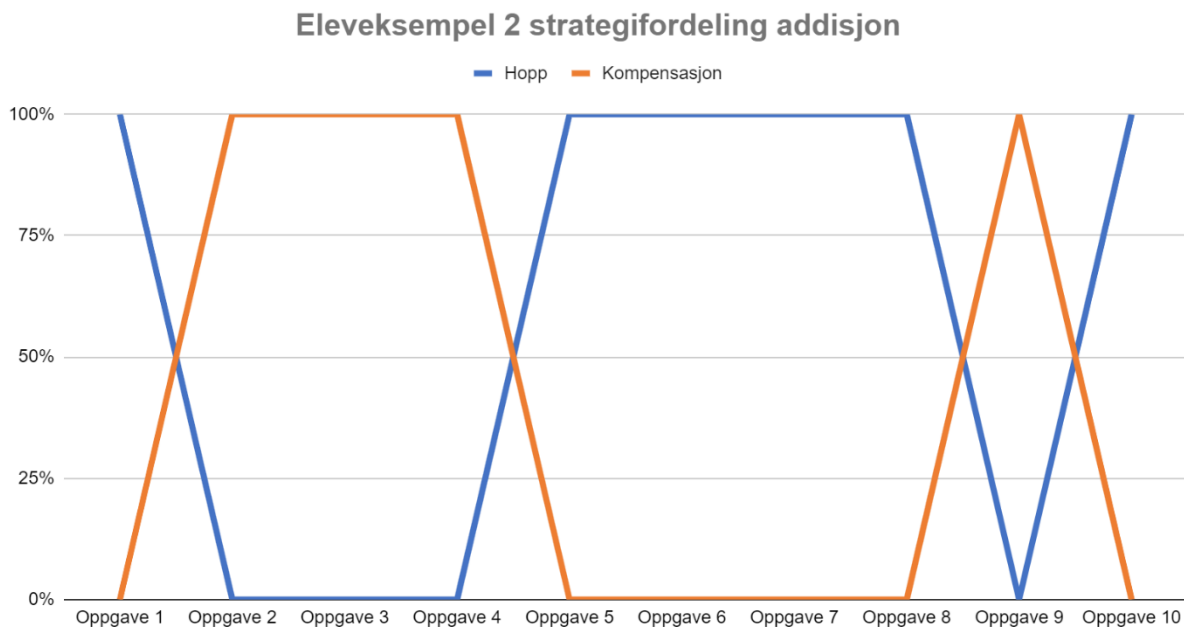
Tabell 5: Strategifordeling i addisjon



Figur 2: Strategifordeling i valgbetingelsen i addisjon



Figur 3: Eleveksempel på strategifordeling i valgbetingelsen i addisjon



Figur 4: Eleveksempel 2 på strategifordeling i valgbetingelsen i addisjon.

4.2.2 Strategifordeling i subtraksjon

Tidligere studier har pekt på at de fleste land har vektlagt direkte subtraksjon i matematikkundervisningen, og som følge har subtraksjon med addisjon blitt brukt sjeldent blant elever i skolen (Smedt et al., 2010; Torbeyns et al., 2018). I valgbetingelsen i subtraksjon brukte elevene direkte subtraksjon på 84% av oppgavene 1-5, som var antatt å fremkalle direkte subtraksjon. Derimot ble subtraksjon med addisjon brukt på kun 28% av oppgavene som var antatt å fremkalle subtraksjon med addisjon. Det betyr at det var en vesentlig forskjell i strategibruk i henhold til antatte oppgavekarakteristikker i direkte subtraksjon og subtraksjon med addisjon. Resultatene skiller seg fra Smedt et al. (2010) som viste at subtraksjon med addisjon ble brukt hyppigst på oppgaver med liten differanse, mens denne undersøkelsen viser at den ble brukt på under en tredjedel av oppgavene med liten differanse.

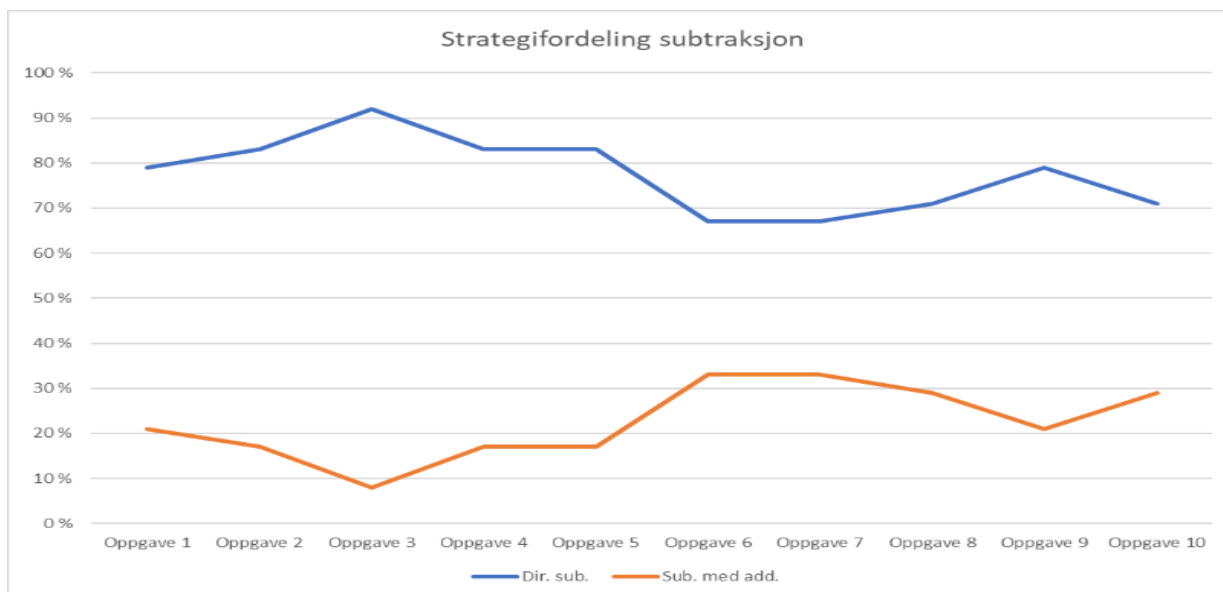
Den totale strategifordelingen viser at litt over halvparten (56%) av elevene brukte en strategi i henhold til oppgavekarakteristikker i valgbetingelsen i subtraksjon. I likhet med oppgavene i addisjon, så var oppgavene i subtraksjon utformet for å kunne vise når elevene burde byttet strategi, og figur 5 viser når elevene byttet strategi i valgbetingelsen. Figuren viser at linjene aldri krysser hverandre. Det vil si at det totalt sett er en klart høyere frekvens med bruk av direkte subtraksjon enn subtraksjon med addisjon i hele oppgavesettet i valgbetingelsen. Figuren viser derimot en liten økning i bruk av subtraksjon med addisjon etter oppgave 5, som vil si at subtraksjon med addisjon brukes litt oftere på oppgaver med små differanser enn oppgaver med store differanser. Vi velger derfor å inkludere et eleveksempel som viser at en elev bruker subtraksjon med addisjon fra og med oppgave 6, altså på oppgaver med små differanser. Figur 6 viser derimot at eleven ikke har

en antatt optimal strategifordeling, da eleven bytter til subtraksjon med addisjon på oppgave 4, men tilbake til direkte subtraksjon på oppgave 5. Eksempelet skiller seg imidlertid fra den totale strategifordelingen, der de fleste elevene har brukt direkte subtraksjon på oppgaver med små differanser.

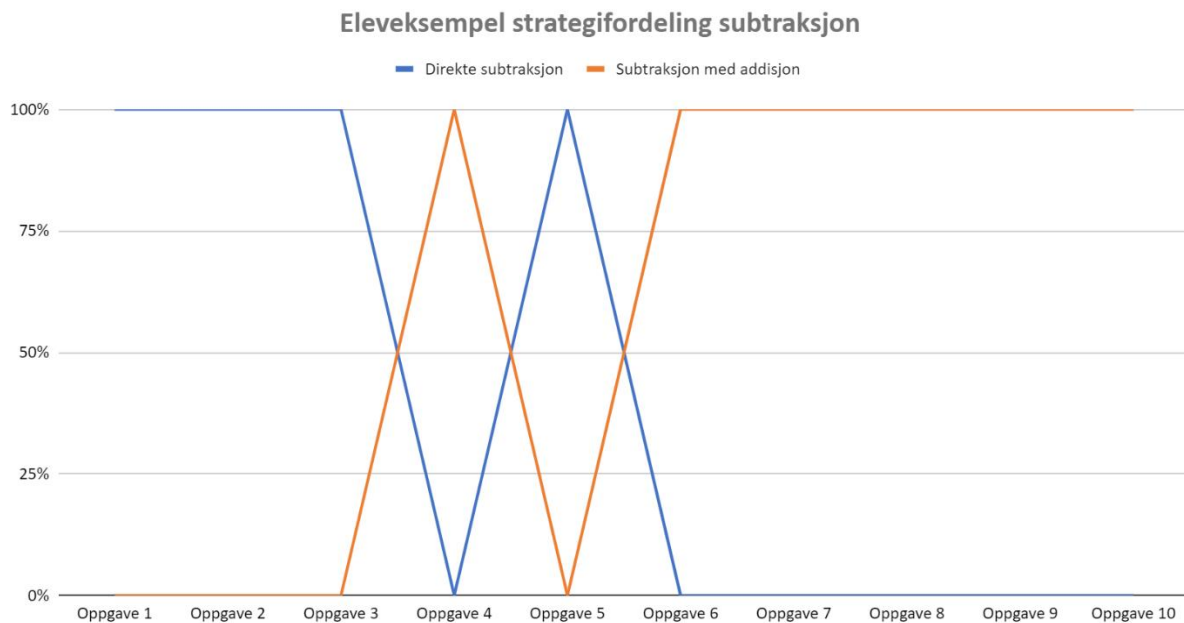
DS 1-5		SMA 6-10		Total	
G	SA	G	SA	G	SA
84,17	24,83	28,33	33,32	56,25	13,13

Notat. Prosentvis strategifordeling i henhold til oppgavetype. DS 1-5: Direkte subtraksjon oppgave 1-5, SMA 6-10: Subtraksjon med addisjon oppgave 6-10, G: Gjennomsnitt, SA: Standardavvik

Tabell 6: Strategifordeling i subtraksjon



Figur 5: Strategifordeling i valgbetingelsen i subtraksjon.



Figur 6: Eleveksempel på strategifordeling i valgbetingelsen i subtraksjon

4.3 Strategieffektivitet

Strategisk effektivitet omhandler hvordan hver strategi utføres, og involverer strategienes nøyaktighet og hastighet (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84). For å vurdere elevenes strategiske effektivitet blir nøyaktigheten og hastigheten til de ulike strategiene i ikke-valgbetingelsene presentert. Det ble analysert ved å undersøke og sammenligne nøyaktighet og hastighet til de ulike strategiene på ulike oppgavetyper. Nøyaktigheten ble beregnet ved å bruke 0 ved galt svar og 1 ved riktig svar, og vises som andel riktige svar ved gjennomsnitt i desimaltall.

4.3.1 Strategieffektivitet i addisjon

Tidligere analyser av kompensasjonsstrategien har vist at den kan brukes effektivt på oppgaver der enerplassen har siffer 8 eller 9. Strategien kan derimot brukes på oppgaver som ikke har 8 eller 9 på enerplassen, men da virker det mindre effektivt å bruke kompensasjonsstrategien (Torbeyns et al. 2009, s. 582). I addisjon inneholdt samtlige oppgavetyper for kompensasjonsstrategi siffer 8 eller 9 på enerplassen. Elevene var raskere på oppgavetyper for hoppstrategi (14,5 sekunder) enn på oppgavetyper for kompensasjonsstrategi (18,6 sekunder) med bruk av hoppstrategi, og denne forskjellen var statistisk signifikant ($P=0,046$). Analysen av elevenes strategieffektivitet i addisjon viste at hastighetsforskjellen mellom oppgavetyper for hopp- og kompensasjonsstrategi ved bruk av hoppstrategi var den eneste signifikante forskjellen. De små forskjellene i elevenes strategieffektivitet skiller seg fra Torbeyns et al. (2009) sin undersøkelse av

tredjeklassinger, som viste at elevene var mer effektive med bruk av kompensasjonsstrategi. Derimot viser eleveksempelet i tabell 8 at det var enkeltelever som var effektive med kompensasjonsstrategi. Eksempelet viser at eleven var vesentlig raskere på oppgavetyper for kompensasjonsstrategi enn på oppgavetyper for hoppstrategi ved bruk av kompensasjonsstrategi ($p=0,008$). Resultatene viser imidlertid en tendens til at elevene er raskere og mer nøyaktige med bruk av strategier i henhold til oppgavetyper, men forskjellene er relativt små og ikke statistisk signifikant.

Oppgavetype	Hoppstrategi				Kompensasjonsstrategi				Total			
	Hastighet		Nøyaktighet		Hastighet		Nøyaktighet		Hastighet		Nøyaktighet	
	G	SA	G	SA	G	SA	G	SA	G	SA	G	SA
HO 1-5	14,50	5,62	0,92	0,12	19,11	7,72	0,81	0,18	16,81	6,67	0,86	0,15
KO 6-10	18,64	5,86	0,88	0,20	16,64	4,86	0,88	0,17	17,64	5,36	0,88	0,18
Total	16,57	5,74	0,90	0,16	17,88	6,29	0,85	0,17	17,23	6,02	0,87	0,17

Notat. Hastighet og nøyaktighet i addisjon. HO 1-5: Hoppstrategi oppgave 1-5, KO 6-10: Kompensasjonsstrategi oppgave 6-10, G: Gjennomsnitt, SA: Standardavvik.

Tabell 7: Effektivitet i addisjon

Oppgavetype	Hoppstrategi		Kompensasjonsstrategi		Total	
	Hastighet	Nøyaktighet	Hastighet	Nøyaktighet	Hastighet	Nøyaktighet
	G	G	G	G	G	G
HO 1-5	18,56	1,00	33,67	0,80	26,10	0,90
KO 6-10	18,69	1,00	17,92	1,00	18,30	1,00
Total	18,63	1,00	25,80	0,90	22,22	0,95

Notat. Eleveksempel, hastighet og nøyaktighet i addisjon. HO 1-5: Hoppstrategi oppgave 1-5, KO 6-10: Kompensasjonsstrategi oppgave 6-10, G: Gjennomsnitt.

Tabell 8: Eleveksempel, effektivitet i addisjon

4.3.2 Strategieeffektivitet i subtraksjon

Subtraksjon med addisjon antas å være mest effektivt på oppgaver med små differanser, mens direkte subtraksjon antas å passe med en operasjonsmodell der det trekkes fra, altså oppgaver med større differanser (Torbeyns et al., 2018). Oppgavene 1-5 inneholdt en differanse som var større enn subtrahenden, mens oppgavene 6-10 inneholdt en differanse som var mindre enn subtrahenden. Elevene hadde en større nøyaktighet på oppgavetyper for direkte subtraksjon (0,73) enn oppgavetyper for subtraksjon med addisjon (0,52) i ikke-valg-betingelsen med subtraksjon med addisjon ($P=0,013$). Det var litt overraskende at det var signifikant større nøyaktighet på oppgaver med store differanser med bruk av subtraksjon med addisjon, siden strategien antas å være mest effektiv på oppgaver med små differanser.

I ikke-valg-betingelsen med direkte subtraksjon var det imidlertid større nøyaktighet for oppgavetyper for direkte subtraksjon (0,85) enn oppgavetyper for subtraksjon med addisjon (0,61) ($P=0,024$). Elevene var samtidig vesentlig raskere på oppgavetyper for direkte subtraksjon med bruk av direkte subtraksjon ($P=0,035$). Det er i kontrast til Torbeyns et al. (2018), der subtraksjonsoppgaver med både liten og stor differanse ble utført raskere med bruk av subtraksjon med addisjon-strategien. Elevene var også mer nøyaktige med direkte subtraksjon (0,85) enn med subtraksjon med addisjon (0,73) på oppgavetyper som var antatt å fremkalle direkte subtraksjon ($P=0,03$). Resultatene viser dermed at elevene totalt sett var betydelig mer effektive med bruk av direkte subtraksjon på oppgaver med større differanser. Det stemmer overens med teori som hevder at direkte subtraksjon passer med en operasjonsmodell der det trekkes fra, altså oppgaver med større differanser.

Totalt sett var nøyaktigheten vesentlig større for oppgavetyper for direkte subtraksjon (0,80) sammenlignet med den totale nøyaktigheten for oppgavetyper for subtraksjon med addisjon (0,56) ($P=0,0003$). I gjennomsnitt var elevene åtte sekunder raskere på oppgavetyper for direkte subtraksjon enn på oppgavetyper for subtraksjon med addisjon ($P=0,006$). Disse resultatene viser altså oppgavetyperne med bruk av begge strategiene. De store forskjellene på både nøyaktighet og hastighet viser at elevene hadde langt større utfordringer med oppgaver med små differanser enn oppgaver med større differanser.

Oppgavetype	Direkte subtraksjon				Subtraksjon med addisjon				Total			
	Hastighet		Nøyaktighet		Hastighet		Nøyaktighet		Hastighet		Nøyaktighet	
	G	SA	G	SA	G	SA	G	SA	G	SA	G	SA
DS 1-5	11,14	4,23	0,85	0,25	13,18	6,59	0,73	0,30	12,16	5,41	0,80	0,28
SMA 6-10	21,85	10,76	0,61	0,33	18,26	8,89	0,52	0,39	20,05	9,83	0,56	0,36
Total	16,50	7,50	0,74	0,29	15,72	7,74	0,63	0,35	16,11	7,62	0,68	0,32

Notat. Hastighet og nøyaktighet i subtraksjon. DS 1-5: Direkte subtraksjon oppgave 1-5, SMA 6-10: Subtraksjon med addisjon oppgave 6-10, G: Gjennomsnitt, SA: Standardavvik.

Tabell 9: Effektivitet i subtraksjon

4.4 Strategisk fleksibilitet

Fleksibiliteten til elevenes strategivalg har blitt vurdert i tre deler. Det ble først redegjort for hvilke strategier elevene hadde i sitt strategirepertoar, og deretter ble det undersøkt hvorvidt elevene tok hensyn til oppgavekarakteristikker i sine strategivalg ved å beregne frekvensen av strategiene på de ulike oppgavetyperne. Til slutt ble fleksibiliteten til elevenes strategivalg vurdert på bakgrunn av elevenes strategiprestasjoner ved å sammenligne frekvensen av strategiene i valgbetingelsen og effektivitetsdataene i ikke-valg-betingelsene.

4.4.1 Oppgavekarakteristikker

Den ene definisjonen på strategisk fleksibilitet innebærer å velge mellom forskjellige strategier kun med utgangspunkt i karakteristikken til oppgavene (Torbeys et al. 2009). I addisjon brukte elevene en strategi i henhold til oppgavekarakteristikken på over to tredjedeler av oppgavene. Det var forskjellig fra Torbeys et al. (2009) sin studie som undersøkte tredjeklassinger, og denne aldersforskjellen kan muligens være en forklaring på forskjellen i antatt optimal strategifordeling. Videre viste det seg at flesteparten av elevene byttet strategi når de burde, med tanke på de antatte oppgavekarakteristikken. Det gir et bilde på at de fleste elevene fleksibelt har valgt strategier med utgangspunkt i karakteristikken til oppgavene i addisjon. Eleveksemplet i figur 6 viser en elev som er strategisk fleksibel i henhold til å velge mellom strategier kun med utgangspunkt i oppgavekarakteristikken, da eleven har tatt hensyn til oppgavekarakteristikker i samtlige oppgaver i valgbetingelsen i addisjon. I subtraksjon var det litt over halvparten av elevene som tilpasset sine strategivalg i henhold til oppgavekarakteristikken.

Tidligere undersøkelser av sjetteklassinger sine strategivalg i subtraksjon har vist at elevene tilpasset sine strategivalg til karakteristikkene i oppgavene (Torbeyns et al., 2018). Det som derimot er verdt å merke seg er at elevene ikke tilpasset sine strategivalg på oppgavetyper for subtraksjon med addisjon, og det er et interessant funn da det tidligere har vært kritikk mot de fleste lands nedprioritering av subtraksjon med addisjon-strategien (Smedt et al., 2010; Torbeyns et al., 2018).

Ved å sammenligne strategifordelingen i addisjon og subtraksjon, så viser det at elevene i større grad er strategisk fleksible i sine strategivalg i addisjon, når det gjelder å velge strategi med utgangspunkt i karakteristikkene i oppgavene. I addisjon byttet de fleste elevene strategi etter oppgave 5, altså i henhold til oppgavekarakteristikkene, mens i subtraksjon var det ingen tydelig tendens til bytting av strategi.

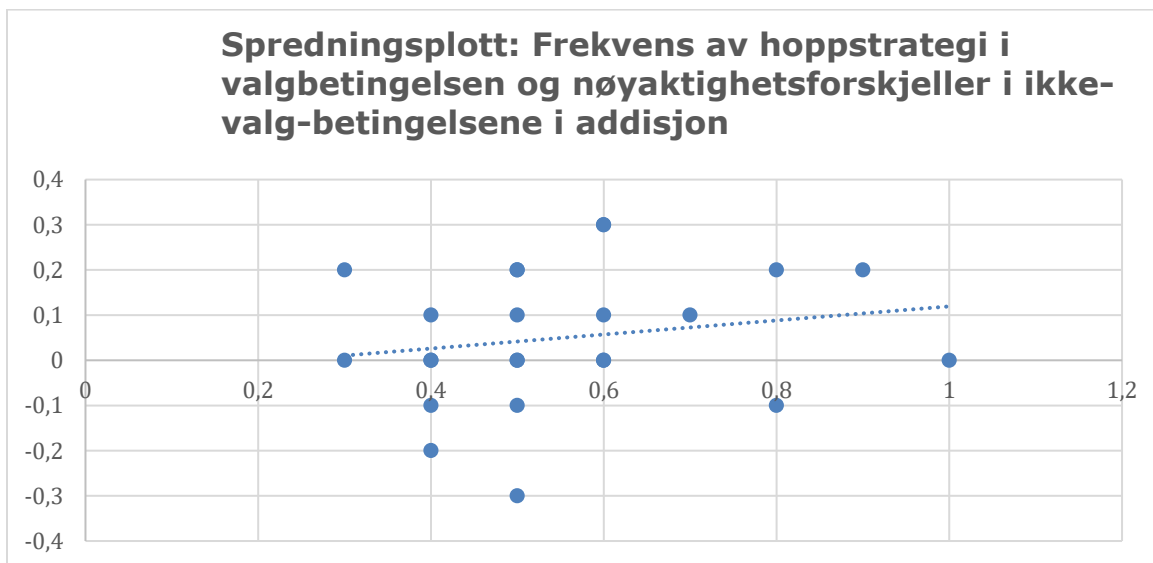
4.4.2 Strategienes egenskaper

Den andre definisjonen på strategisk fleksibilitet innebærer å velge den strategien som raskest fører til det mest nøyaktige svaret på problemet (Lemaire & Siegler, 1995, referert i Torbeyns et al., 2009, s. 3). For å vurdere dette ble hastighets- og nøyaktighetsdataene i ikke-valg-betingelsene sammenlignet med strategivalgene i valgbetingelsen. Vi beregnet korrelasjonen mellom frekvensen av strategier i valgbetingelsen og effektivitetsdataene i ikke-valg-betingelsene.

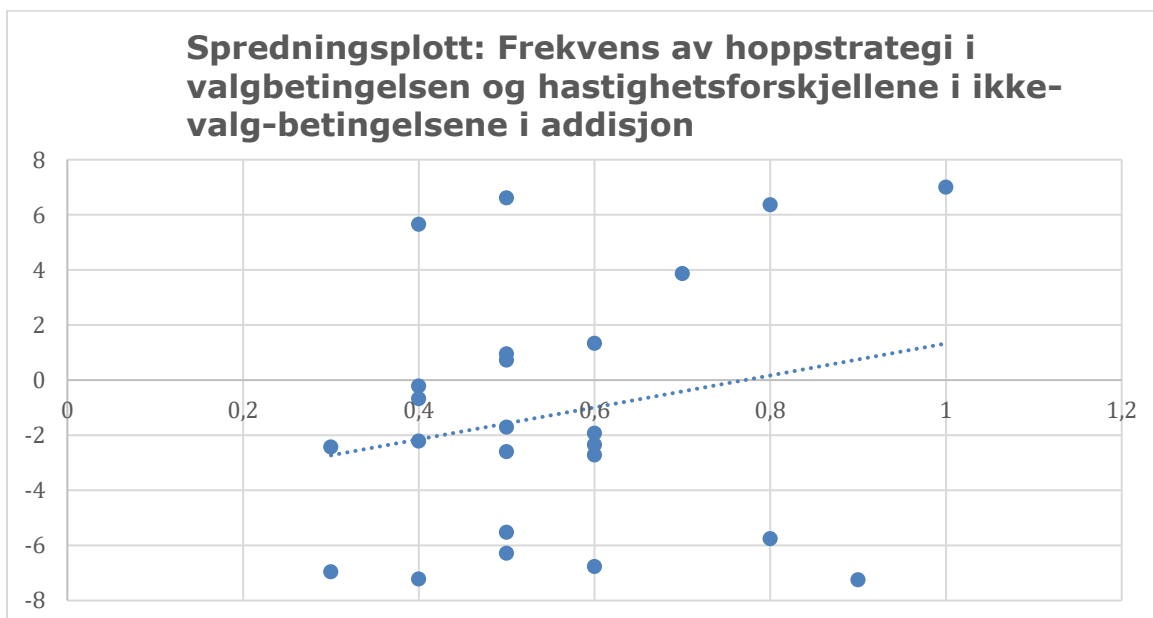
Elevers valg av bestemte strategier for bestemte oppgaver kan avhenge av hvor rask og nøyaktig strategien er for oppgaven og elevene selv (Shrager & Siegler, 1998). Resultatene viser at elevene i liten grad tok hensyn til strategienes egenskaper ved valg av strategi i valgbetingelsen. For det første var det en lav positiv korrelasjon mellom frekvensen av hoppstrategien i valgbetingelsen og nøyaktighetsforskjellene i de to ikke-valg-betingelsene ($r=0,19$). Det var i tillegg en lav positiv korrelasjon på hastighet i addisjon ($r=0,23$). Spredningsplottene for nøyaktighet (figur 7) og hastighet (figur 8) i addisjon viser at det var flere betydelige utstikkere i datamaterialet. Det medfører at vi ikke kan si at elevene var strategisk fleksible i henhold til definisjonen om å velge strategien som raskest fører til riktig svar på en oppgave. Det ser dermed ut til at elevene ikke velger de mest effektive strategiene, og det skiller seg fra Newton et al. (2020) sin studie, som viste at elevene hadde en preferanse for effektive strategier. Vi foretok også en beregning av korrelasjon for elevksempelen i tabell 8. Det viste seg at det var en moderat positiv korrelasjon mellom frekvensen av strategier i valgbetingelsen og nøyaktighetsforskjellene i ikke-valg-betingelsene ($r=0,33$). Korrelasjonen var enda sterkere når det gjaldt valg av strategi på bakgrunn av hastighetsdataene ($r=0,53$). Det vil si at det finnes enkeltelever i utvalget som tar hensyn til strategienes egenskaper ved valg av strategier.

Elevene tok heller ikke hensyn til strategienes egenskaper ved valg av strategi i subtraksjon. Det var en lav positiv korrelasjon mellom frekvensen av direkte subtraksjon i valgbetingelsen og nøyaktighetsforskjellene i de to ikke-valg-betingelsene ($r=0,22$). Det var ingen korrelasjon når det gjaldt valg av strategi i henhold til hastighet ($r=0,09$). Elevene var dermed ikke strategisk fleksible med tanke på å velge strategi på bakgrunn av strategienes

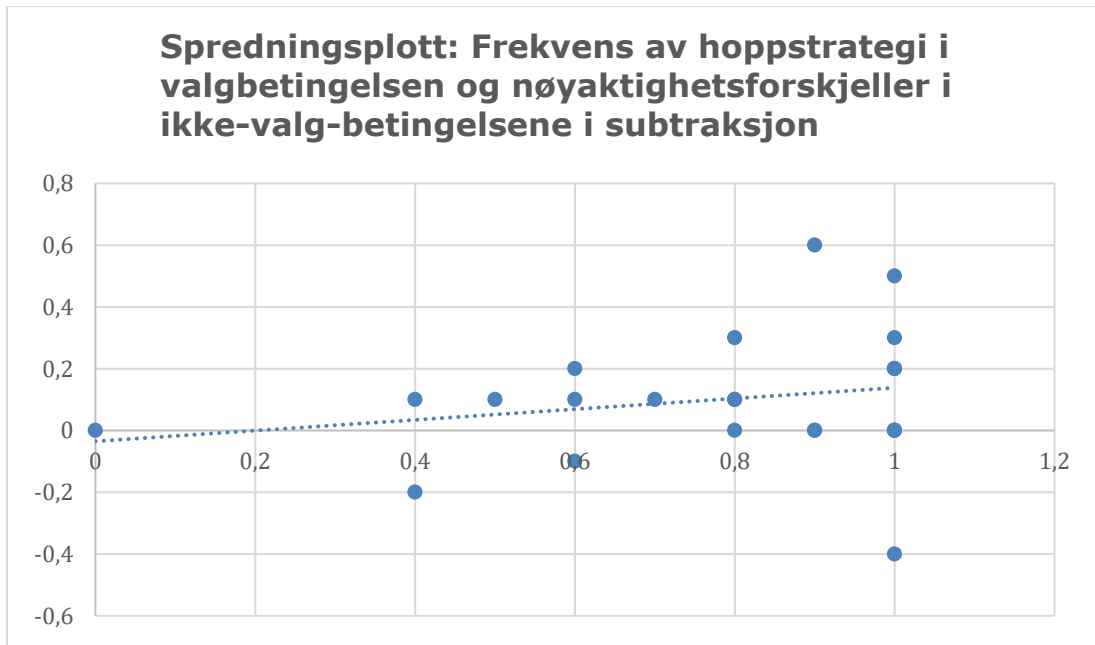
egenskaper. Spredningsplottene for nøyaktighet (figur 9) og hastighet (figur 10) i subtraksjon viser at det var flere betydelige utstikkere i datamaterialet. Den fraværende korrelasjonen når det gjelder valg av strategi i henhold til hastighet skyldes elevenes høye frekvens på bruk av direkte subtraksjon i valgbetingelsen, men de er raskere i ikke-valg-betingelsen med subtraksjon med addisjon. Det kan tyde på at en god del av elevene ikke har kjennskap med, eller ferdigheter til, å bruke subtraksjon med addisjon. Det viser seg i analysen av elevenes strategirepertoar, som viste at over en tredjedel av elevene ikke brukte strategien i det hele tatt. I tillegg viste strategifordelingen at få elever tok hensyn til oppgavetyper for subtraksjon med addisjon ved valg av strategi.



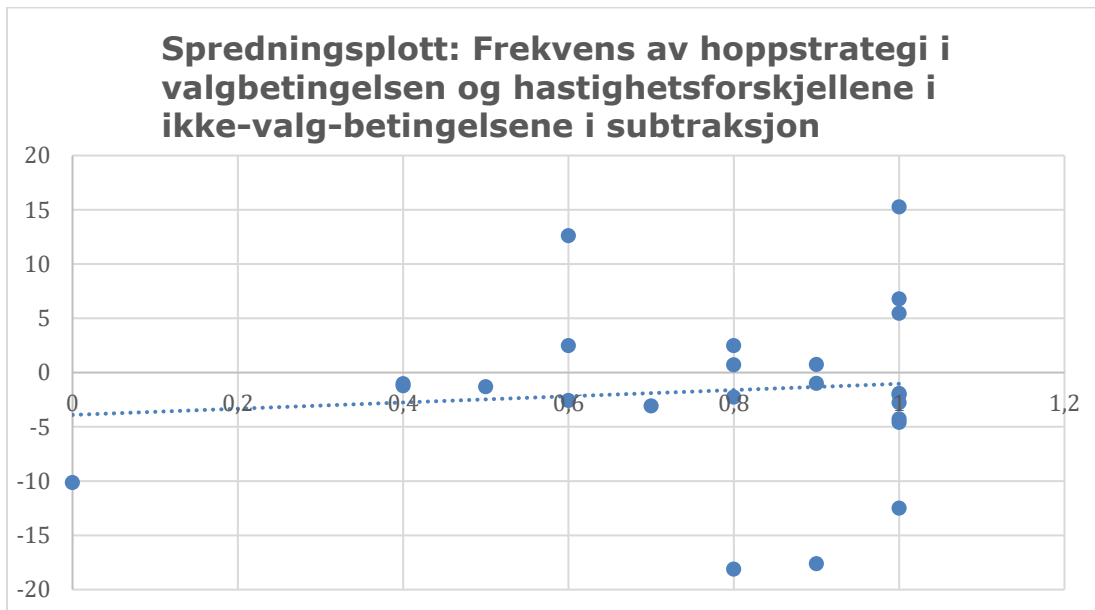
Figur 7: Spredningsplott for nøyaktighetsforskjeller og strategivalg i addisjon



Figur 8: Spredningsplott for hastighetsforskjeller og strategivalg i addisjon



Figur 9: Spredningsplott for nøyaktighetsforskjeller og strategivalg i subtraksjon



Figur 10: Spredningsplott for hastighetsforskjeller og strategivalg i subtraksjon

5 Diskusjon

Denne undersøkelsen har som hensikt å gi svar på om et utvalg sjetteklasseselever er strategisk fleksible i hoderegning i addisjon. For å besvare forskningsspørsmålet har vi besvart flere komponenter knyttet til strategisk kompetanse. Derfor ble komponentene strategirepertoar, strategifordeling og strategieffektivitet analysert i forrige kapittel.

Analysen viste at de fleste elevene hadde begge strategiene i både addisjon og subtraksjon i sitt strategirepertoar, men det var derimot betydelig færre elever som brukte begge strategiene i subtraksjon. Vi så at de fleste elevene tilpasset sine strategivalg til oppgavekarakteristikker, men strategien subtraksjon med addisjon skilte seg ut som en strategi der de ikke tok hensyn til oppgavekarakteristikker.

Som helhet viste analysen på strategieffektivitet at det var små forskjeller i dataene fra addisjonsdelen, mens det i subtraksjon viste seg at elevene hadde utfordringer med oppgaver med små differanser og oppgaver som var antatt å fremkalle subtraksjon med addisjon. Videre viste analysen at elevene ikke valgte effektive strategier hverken i addisjon eller subtraksjon. I diskusjonskapittelet vil vi diskutere resultatene opp mot presentert teori, og deretter vil vi drøfte mulige didaktiske implikasjoner. I tillegg vil studiens begrensinger bli diskutert, samt muligheter for videre forskning på området.

5.1 Elevenes strategiske fleksibilitet

5.1.1 Strategirepertoar

Analysen av elevenes strategirepertoar viste at flesteparten av elevene hadde begge strategiene i både addisjon og subtraksjon i sitt strategirepertoar. Det viste seg derimot at hele 96% av elevene brukte begge strategiene i addisjon, noe som er en betydelig forskjell fra resultatene i Torbeyns et al. (2009) sin studie, der de undersøkte tredjeklassinger. En mulig årsak til at flere elever brukte begge strategiene kan være aldersforskjellen. Elever kan med alder og erfaring utvikle en egen database som inneholder informasjon om egenskapene til ulike strategier (Ellis, 1997). Endringer i hvilke strategier elever bruker inkluderer både utvikling av nye strategier og at de slutter å bruke gamle strategier (Lemaire & Siegler, 1995). Det er derfor en mulighet for at elevene har utviklet flere strategier, og samtidig har utviklet sin bruk av gamle strategier. Elever utvikler seg naturligvis mye mellom tredje- og sjetteklasse, og det er dermed grunn til å tro at de samtidig utvikler deres ferdigheter i hoderegning og tallforståelse. Det trenger ikke nødvendigvis å bety at de på et bestemt tidspunkt slutter å bruke en strategi og begynner å bruke en ny, men heller at de gjennom skoleløpet utvikler tallforståelse og dermed en bedre forståelse av strategiernes egenskaper. Denne forklaringen kan stemme overens med Siegler (1996) sin teori om at kognitiv endring og utvikling er forespeilet som en sammenhengende endring av alternativ tenking, heller enn å bytte en tenkemåte med en annen. Elever kan ha en overlappende bruk og utvikling av nye strategier. At en så stor andel av elevene bruker begge strategiene kan dermed skyldes at de har blitt eksponert for begge strategiene

tidligere i utdanningsløpet, og at de har tilegnet seg erfaringer og ferdigheter som gjør at de mestrer begge strategiene.

Til sammenligning brukte 58% av elevene begge strategiene i subtraksjon. Noe overraskende viste elevenes strategirepertoar i subtraksjon at over en tredjedel av elevene ikke brukte subtraksjon med addisjon, i motsetning til Torbeyns et al. (2018), der sjetteklasseelever brukte subtraksjon med addisjon oftest. En mulig årsak til at en betydelig andel elever ikke brukte subtraksjon med addisjon kan være at undervisningen vektlegger direkte subtraksjon. Vi merker oss i tillegg at det er små undersøkelser, og også fra forskjellige land. Det kan innebære ulikheter i både læreplaner og undervisning. Videre kan det også være forskjeller mellom sjetteklasser i Norge. Det kan derfor være interessant å finne ut mer om konteksten, altså normer i klasserommet og hvordan undervisningen fokuserer på strategibruk.

Dersom elevene ikke har en grunnleggende forståelse av det underliggende matematiske prinsippet, kan det forklare hvorfor bruken av subtraksjon med addisjon er fraværende hos såpass mange elever (Smedt et al., 2010). Subtraksjon med addisjon kan kreve en forståelse av komplementære operasjoner, ettersom strategien innebærer bruk av addisjon for å løse en oppgave i subtraksjon. Minustegnet kan også gi en sterk assosiasjon til direkte subtraksjon, og det kan føre til at elever er avhengige av en eksplisitt introduksjon i subtraksjon med addisjon.

En annen grunn til at så mange elever ikke bruker subtraksjon med addisjon, kan være at de ikke håndterer direkte subtraksjon så effektivt at andre strategier kan etableres (Säljö, 2016; Torbeyns et al., 2018).

5.1.2 Strategifordeling

Analysen av strategifordelingen viste at elevene tilpasset sine strategivalg i henhold til oppgavekarakteristikker i addisjon, og elevene viste seg dermed å være strategisk fleksible med tanke på å velge strategi med utgangspunkt i oppgavekarakteristikker (Blöte et al., 2001). Elevene tilpasset strategier med utgangspunkt i oppgavekarakteristikker i størst grad med hoppstrategi. Det kan tyde på at elevene har mest erfaringer med hoppstrategi, og at de håndterer strategien og i tillegg kjenner til strategiens egenskaper. Det betyr at elevene når elevene ser en oppgave, så tar de til seg inntrykk og erfaringer som får det til å passe med allerede etablerte strategier (Säljö, 2016). Det kan kobles til S1 i doble prosess-teorien, som karakteriseres som å være rask og automatisert. Prosessen brukes når det er samsvar mellom oppgavene og elevenes erfaringer med oppgaver der en strategi gjentatte ganger har blitt brukt vellykket (Verschaffel et al., 2009).

Analysen viser at elevene velger hoppstrategi på oppgaver som er antatt å passe strategien, og at de bytter strategi når de får oppgaver som er antatt å passe kompensasjonsstrategi. En mulig forklaring kan dermed være at elevene har erfaringer der de har brukt strategiene vellykket i henhold til oppgavetyper tidligere, og at de kobler oppgavekarakteristikkene til strategienes egenskaper. I subtraksjon tilpasset over halvparten av elevene sine strategivalg i henhold til oppgavekarakteristikker, men det var relativt få elever som tilpasset i henhold til oppgaver med små differanser med bruk av subtraksjon med addisjon.

Det skiller seg fra tidligere studier der subtraksjon med addisjon ble brukt hyppigst på oppgaver med små differanser, og i tillegg ofte, effektivt og fleksibelt (Smedt et al., 2010; Torbeyns et al., 2018). En naturlig forklaring på det kan være komponenten på elevenes strategirepertoar, der det viste seg at over en tredjedel av elevene ikke brukte subtraksjon med addisjon i det hele tatt. Dermed blir det logisk at det var mange elever som ikke tilpasset strategier i henhold til antatte oppgavekarakteristikker med subtraksjon med addisjon.

Det var derimot mange elever som tilpasset strategiene til oppgavekarakteristikker med direkte subtraksjon, men ettersom over en tredjedel av elevene kun brukte direkte subtraksjon, så står ikke det funnet så sterkt. Den soleklare trenden i subtraksjon var at strategien subtraksjon med addisjon ble veldig lite brukt, og av mange ikke brukt i det hele tatt. For det første kan vi dermed ikke si at elevene var strategisk fleksible med tanke på å velge strategier i henhold til oppgavekarakteristikker. På en annen side kan forklaringen ligge i elevenes strategirepertoar, og at de har lite erfaring med subtraksjon med addisjon. Det gjør at vi kan se relevansen i kritikken av det rutinemessige fokuset på direkte subtraksjon i skolen, når såpass mange elever ikke bruker strategien i det hele tatt, og enda færre velger strategien i henhold til oppgavekarakteristikker.

5.1.3 Strategieffektivitet

Analysen av effektivitetsdataene viste at det var små forskjeller i hastighet og nøyaktighet i addisjon, mens det var flere signifikante forskjeller i subtraksjon. Den eneste signifikante forskjellen i addisjon var at elevene var raskere med bruk av hoppstrategi i henhold til oppgavekarakteristikker. Det var et forventet funn ut ifra teori om strategienes egenskaper (Torbeyns et al., 2009). Totalt sett var det små forskjeller i effektivitetsdataene i addisjon. Trenden var at elevene var hårfint raskere og mer nøyaktig med bruk av strategier i henhold til oppgavekarakteristikker. De små forskjellene betyr at elevene presterte jevnt med begge strategiene, og det kan tyde på at de var kjent med å bruke begge strategiene fra tidligere.

Mens det var relativt jevne effektivitetsdata i addisjon, så viste analysen av effektivitetsdataene i subtraksjon at det var flere signifikante forskjeller. Resultatene viser at elevene var langt mindre effektive på oppgaver med små differanser enn på oppgaver med store differanser. Elevene hadde i tillegg betydelig større utfordringer med bruk av subtraksjon med addisjon enn direkte subtraksjon. I utgangspunktet forventes det at subtraksjon med addisjon skal være en effektiv strategi på oppgaver med små differanser, og resultatene fra effektivitetsdataene i subtraksjon var derfor noe overraskende. Utfordringene med strategien subtraksjon med addisjon kan forstås i sammenheng med kritikken av nedprioriteringen av strategien i skolen. Samtidig fant Torbeyns et al. (2018) ut det motsatte, nemlig at sjetteklassinger bruker subtraksjon med addisjon effektivt etter en eksplisitt introduksjon. Det er verdt å nevne at vi ga en introduksjon i begge strategiene før elevene gjennomførte testen, men hensikten med det var å presentere hvilke strategier som kunne brukes i testen. Det var derfor ikke noen grundig og eksplisitt introduksjon, og det skiller seg nok fra Torbeyns et al. (2018). Samtidig fikk elevene vite at de kunne bruke den,

i tillegg til et eksempel. Likevel var det få som brukte strategien, og den var heller ikke effektiv for elevene.

5.1.4 Hvordan velger elevene strategier?

Analysen i sin helhet har vist at elevene ikke er strategisk fleksible i addisjon og subtraksjon, med utgangspunkt i de to definisjonene som vi har lagt til grunn. I både addisjon og subtraksjon har de fleste elevene valgt strategier med utgangspunkt i oppgavekarakteristikkene. Elevene valgte derimot ikke strategiene som raskest ga det mest nøyaktige svaret (Torbeyns et al., 2009).

Analysen av datamaterialet i addisjon viste at det var kun små forskjeller i elevenes effektivitet med begge strategiene. Samtidig viste det seg at elevene tok hensyn til oppgavekarakteristikker. Derimot var det kun en svak positiv korrelasjon når det gjaldt elevenes tilpasning av strategivalg i henhold til strategienes effektivitet. Det vil si at elevene var strategisk fleksible i henhold til definisjonen om å velge strategi med utgangspunkt i oppgavekarakteristikker, men ikke til strategienes effektivitet. Derfor ønsker vi å diskutere hvorvidt effektivitetsdatene alene gir svar på elevenes strategiske fleksibilitet. I og med at elevene valgte strategier i henhold til oppgavekarakteristikker, så ville større forskjeller i effektivitetsdatene bidratt til en høyere korrelasjon mellom valg av strategi i valgbetingelsen og effektivitetsforskjeller i ikke-valg-betingelsene. For å eksemplifisere dette, så hadde elevene en jevn nøyaktighet og hastighet i ikke-valg-betingelsen for kompensasjonsstrategi, på både oppgavetyper for hoppstrategi og oppgavetyper for kompensasjonsstrategi. Spørsmålet blir da om de jevne effektivitetsdataene skyldes at de behersker begge strategiene godt, eller om de ikke utnytter strategienes egenskaper i stor nok grad. Analysen viste at det var stor spredning i datamaterialet, men at det var enkeltelever som var strategisk fleksible i addisjon.

Grunnen til at enkelte er strategisk fleksible og andre ikke, kan henge sammen med alder og erfaring. Å lære seg å utnytte strategienes egenskaper når det gjelder effektivitet kan henge sammen med elevenes kognitive utvikling, erfaringer og endringer i tenkemåter (Siegler, 1996). Elevene er i konstant kognitiv utvikling gjennom undervisning i skolen, og det er hele tiden endringer i tenkemåter. Det kan vise seg i endring i hastighet og nøyaktighet, men også i hvilken grad strategier er automatisert og utvidelsen av oppgaver som kan løses med dem (Siegler, 1996). S1-modusen i den doble prosess-teorien karakteriseres også som å være rask og automatisk, og brukes når det er samsvar mellom oppgaver og elevens erfaringer med strategier (Verschaffel et al., 2009). Det kan derfor se ut til at alder og erfaring kan bidra til en økt strategisk fleksibilitet, ved at elevene tilegner seg ferdigheter og kunnskap om hastigheten og nøyaktigheten til ulike strategier. Beslutningene vedrørende strategivalg kan derfor bli påvirket av tidligere erfaringer når strategier har blitt brukt vellykket. Elevene lærer seg å velge strategier som er effektive for spesifikke problem, og det kan føre med seg generelt raskere og mer nøyaktige utførelser (Lemaire & Siegler, 1995).

Samtidig viser analysen at elevene ikke er strategisk fleksible i subtraksjon. Resultatene viser at elevene tar hensyn til oppgavekarakteristikker med kun en strategi, og i tillegg er

det en betydelig andel elever som ikke har subtraksjon med addisjon i sitt strategirepertoar. Samlet sett ser det ut til å være utfordringer med strategien subtraksjon med addisjon som fører til at elevene ikke behersker oppgaver med små differanser i like stor grad, og samtidig gir lavere hastighet på den type oppgaver. Noe overraskende er det at disse resultatene er forskjellig fra Torbeyns et al. (2018), der sjetteklasseelever brukte subtraksjon med addisjon ofte, fleksibelt og effektivt. Dermed blir det naturlig å diskutere hvorfor elevene i denne undersøkelsen ser ut til å ha utfordringer med strategien subtraksjon med addisjon og oppgaver med små differanser.

For det første kan oppgaver med små differanser bli utfordrende dersom elevene ikke kjenner til eller behersker subtraksjon med addisjon, som forventes å være den mest effektive strategien på denne type oppgaver. Effektivitetsdataene viser en betydelig nedgang i hastighet på oppgaver med små differanser. For å eksemplifisere det kan vi se for oss at en elev ser oppgaven 92-88, men ikke har subtraksjon med addisjon i sitt strategirepertoar. Da vil eleven mest sannsynlig trekke 88 fra 92, i stedet for å telle seg opp fra 88 til 92. Det kan forklare den økte tidsbruken og nedgangen i nøyaktighet på oppgaver med små differanser, fordi de fleste elevene brukte en strategi som ikke antas å være den mest effektive.

Selv om det har blitt rettet kritikk mot et rutinepreget fokus på direkte subtraksjon i skolen, så er det derimot studier som har funnet ut at elever bruker subtraksjon med addisjon ofte og effektivt etter å ha fått en eksplisitt introduksjon. I tillegg viser det seg at voksne bruker strategien ofte, effektivt og fleksibelt (Smedt et al., 2010; Torbeyns et al., 2018). En mulig årsak til elevenes utfordring med subtraksjon med addisjon kan dermed innebære at de ikke har blitt introdusert for strategien. Dersom elevene ikke har kjennskap til strategien fra før, så blir det naturligvis utfordrende å få oppgaver til å passe med, og utnytte strategiens egenskaper (Säljö, 2016).

Det er naturlig at kunnskap om flere metoder må utvikles før bruk av effektive metoder, siden det ikke kan forventes at elevene bruker noe ikke har kunnskap om (Newton et al., 2020). Videre kan det bety at elevene ikke behersker direkte subtraksjon i stor nok grad til å kunne utvikle og ta i bruk andre strategier. Selv om resultatene indikerer at elevene tar hensyn til oppgavekarakterstikker når de bruker direkte subtraksjon, så veier fraværet av bruk av subtraksjon med addisjon i mot dette funnet. Det er en betydelig andel elever som bruker kun direkte subtraksjon, og på bakgrunn av det kan vi ikke si at de er fleksible, selv når de tar hensyn til oppgavetyper med direkte subtraksjon.

5.2 Didaktiske implikasjoner

Formålet med denne studien var å undersøke sjetteklassingens strategiske fleksibilitet i hoderegning i addisjon og subtraksjon. Vi valgte å undersøke dette fordi både læreplaner i matematikk og relevant litteratur fremhever viktigheten av hoderegning og strategisk fleksibilitet. Et av kjerneelementene i den nye læreplanen for matematikk er å fokusere på hvorfor strategiene fungerer og ikke kun på løsningene. Det vektlegges også å løse problemer med hensiktsmessige og effektive strategier (Kunnskapsdepartementet, 2019a).

Gjennom matematikkfagets kjerneelementer kommer et mer prosessorientert fagsyn til syne. Fokuset i matematikkundervisningen skal ikke lenger være på produktet, men heller på prosessen. Når det gjelder strategibruk, vil det ikke lenger medføre et fokus på å bruke en standard strategi, men heller å utforske flere strategier og undersøke hvordan og hvorfor ulike strategier fungerer. Det handler om at matematikken skal inneholde kreative og skapende prosesser, og elevenes aktive bruk av matematikken skal være en del av kjernen i matematikkfaget. For å stimulere til kreative og skapende prosesser i matematikken kan det være hensiktsmessig å legge til rette for utforsking, vurdering av strategier og samarbeid (Evang, 2020).

Til tross for at utvalget i denne undersøkelsen kun hadde gjennomført ett skoleår med den nye læreplanen, ser vi at den forrige læreplanen også fokuserte på strategibruk i hoderegning. I forrige læreplan står det at elevene etter 7. årstrinn skulle ha utviklet, brukt og diskutert metoder for hoderegning (Utdanningsdirektoratet, 2013). Resultatene i denne undersøkelsen viser at elevene ikke er strategisk fleksible i hverken addisjon eller subtraksjon. Derfor vil vi i denne delen diskutere mulige didaktiske implikasjoner som vi mener kan bidra til å nå flere av kompetansemålene i læreplanen, stimulere til strategisk fleksibilitet og ut fra teori være inngangsbilletten til utviklingen av adaptiv ekspertise

I subtraksjon er en mulig forklaring elevenes utfordringer med strategien subtraksjon med addisjon. Elevene har tilsynelatende ikke fått muligheten til å analysere og diskutere egenskapene til subtraksjon med addisjon. Analyse og diskusjon i klasserommet kan være en god mulighet for elevene å bedre forstå komplementære operasjoner. Samtidig kan de utvikle kunnskap om to regnearter, gjennom analyse av en hoderegningsstrategi i subtraksjon. Subtraksjon med addisjon er ikke bare en effektiv hoderegningsstrategi, men strategien kan ha et potensiale til å øke tallforståelse og dermed føre til matematisk utvikling (Torbeyns et al., 2018).

Tidligere forskning viser at elever som tidlig i utdanningsløpet stimuleres til å fleksibelt bruke ulike strategier, fleksibelt velger blant flere strategier (Torbeyns et al., 2009). Dersom elever lærer seg flere strategier i ung alder, kan de gjennom kognitiv utvikling også utvikle sine strategiferdigheter. Ved å ha en kunnskapsbase som inneholder flere strategier kan elevene utvikle kunnskap om hvordan strategiene brukes og når det er hensiktsmessig å bruke strategiene på bakgrunn av deres egenskaper (Ellis, 1997). Det kan gi forbedringer i både nøyaktighet og hastighet, og det kan i tillegg medføre generelt mer effektive løsninger i matematikk. Å vise elevene at det finnes et mangfold av strategier og at strategiene er effektive på ulike oppgavetyper, kan skape en kultur i klasserommet der elevene blir kritiske til etablerte rutiner og strategier, og samtidig stimulere til utvikling av strategisk fleksibilitet. Fra et utdanningsperspektiv er strategisk fleksibilitet og adaptiv bruk av strategier sett på som et viktig aspekt som matematikkundervisningen bør adressere, og kunnskap om strategier er svært viktig for videre læring og tilegnelse av dybdelæring av matematiske konsepter (Heinze et al., 2009).

Å utvikle strategisk fleksibilitet har vist seg å være oppnåelig for elever på alle matematiske prestasjonsnivå. Det kan gi mange muligheter i undervisningen, spesielt når det har vist seg at sammenligning og diskusjon om strategier kan være hensiktsmessig for å utvikle

strategisk forståelse og strategisk fleksibilitet (Rittle et al., 2012). For det første kan det være et springbrett til inkludering av alle elever i fellesskapet i matematikklasserommet, ved at alle får delta i diskusjoner og ha muligheter til å utvikle sin strategiske fleksibilitet. Videre kan det bidra til å stimulere elevenes muntlige ferdigheter, gjennom å ta del i den matematiske diskursen og diskutere mulige løsninger og ulike strategier.

Matematisk språk er sentralt i matematikkfaget, og ved å fokusere på sammenligning og diskusjon om strategier kan elevene få muligheten til å utvikle både matematisk språk og strategisk fleksibilitet. Dersom det stimuleres til klasseromsdiskusjoner knyttet til strategibruk og løsninger, kan det føre til utvikling av elevenes adaptive ekspertise. Grunnen til at klasseromsdiskusjoner kan stimulere til utvikling av elevenes adaptive ekspertise er fordi tidligere studier indikerer at diskusjon om strategier kan være hensiktsmessig for å utvikle strategisk fleksibilitet (Rittle et al., 2012). For å legge til rette for kreativitet og skapertrang må elevene få tid og mulighet til å tenke, reflektere og stille matematiske spørsmål (Kunnskapsdepartementet, 2019c). Klasseromsdiskusjoner kan derfor bidra til deling av erfaringer, og erfaringer ser ut til å være sentralt for å beherske ulike strategier. Det kan i tillegg stimulere elevenes kreative evne og vilje til å selv utvikle og ta i bruk strategier, som er i tråd med matematikkfagets relevans og sentrale verdier.

5.3 Metodedrøfting og undersøkelsens bidrag til forskningsfeltet

I denne undersøkelsen ble det benyttet kvantitativ metode for å besvare forskningsspørsmålet. Det ble utformet et testinstrument med valg/ikke-valg som metode. Valget om å bruke valg/ikke-valg som metode ble tatt på bakgrunn av at en rekke studier på strategisk fleksibilitet har brukt metoden, samtidig som vi kunne bruke Lemaire & Siegler (1995) fire komponenter for strategisk kompetanse i analysen. Det bidro til at vi fikk innsikt i elevenes strategirepertoar, strategifordeling og strategieffektivitet gjennom analyse av datamaterialet. På bakgrunn av det var det mulig å få innsikt i hvordan elevene valgte strategier, og dermed deres strategiske fleksibilitet i addisjon og subtraksjon. Fordelen med valg/ikke-valg som metode var at det ga oss objektive vurderinger av egenskapene til strategiene, og sammenligningen av valg- og ikke-valg-betingelsene gjorde det mulig å undersøke tilpasningsevnen til elevenes strategivalg på et detaljert nivå (Luwel et al., 2009).

En utfordring med metoden har vært å avgjøre med full sikkerhet om deltakerne brukte den strategien de skulle bruke i ikke-valg-betingelsene. Det ble derimot lagt et ekstra spørsmål i instrumentet der deltakerne fikk spørsmål om de husket å bruke riktig strategi. Deltakerne som svarte at de brukte feil strategi ble fjernet fra datamaterialet. En annen utfordring var kravet om at antall ikke-valg-betingelser skal være likt antall strategier i valgbetingelsen. Som et resultat av det gir denne undersøkelsen et forenklet bilde av elevenes strategiske fleksibilitet, da vi naturligvis ikke kan utelukke at de har flere strategier i sitt strategirepertoar i addisjon og subtraksjon.

En del av motivasjonen og bakgrunnen for denne undersøkelsen var kritikken av rutinepreget strategibruk. Definisjonene denne undersøkelsen har lagt til grunn for

strategisk fleksibilitet, kan oppfattes som rutinepreget. Det vil si at elever velger strategi i henhold til oppgavekarakteristikker, og at de velger den raskeste og mest nøyaktige strategien. Det kan høres rutinepreget ut ved at elevene løser kjente problemer effektivt. Det kan derimot argumenteres for at det er en forskjell på rutineekspertise og elevers evner til å velge strategier på bakgrunn av deres kunnskap om hvordan og hvorfor strategiene fungerer. Evnen til å vurdere karakteristikkene til tallopgaver sammen med egenskapene til ulike strategier, kan vitne om god tallforståelse og strategisk kompetanse, så vel som at det dreier seg om rutineekspertise. Ut fra de forskjellige definisjonene på fleksibilitet, adaptivitet og strategisk fleksibilitet er det naturlig å anta at strategisk fleksibilitet er et kriterie for utviklingen av adaptiv ekspertise. Vi ser også en kobling mellom beskrivelsen av adaptiv ekspertise og den nye læreplanen sitt mer prosessorienterte perspektiv (Evang, 2020; Verschaffel et al., 2009). Det prosessorienterte perspektivet for matematikkundervisning stiller krav til utforskning, kreativitet og vurdering av strategivalg. Derfor kan videre forskning på strategisk fleksibilitet, der kreativitetselementet inkluderer, gi et enda bedre bilde på hvordan det ligger an med elevers utvikling av adaptiv ekspertise.

Ved å gjennomføre denne undersøkelsen har vi belyst sentrale aspekter ved strategisk fleksibilitet, og begrunnet hvorfor det er en viktig del av matematisk kompetanse. Undersøkelsen gir innsikt i norske elevers bruk av bestemte strategier i addisjon og subtraksjon, og deres strategiske fleksibilitet i de to regneartene. I tillegg bidrar undersøkelsen med innsikt i elevenes strategirepertoar, noe som kan være nyttig informasjon for matematikklærere i skolen. Blant annet kan funnet om at elevene har utfordringer med bruk av subtraksjon med addisjon bidra til nyttige refleksjoner blant matematikklærere og forskere. Når en strategi som antas å være effektiv på oppgaver med små differanser blir brukt lite og unøyaktig, så bør det undersøkes hvorvidt det gjelder generelt, og eventuelt hvorfor elever har utfordringer med strategien. Det kan bidra til større bevissthet hos matematikklærere, og føre med seg endringer knyttet til undervisning om strategibruk i subtraksjon. Gjennom å benytte valg/ikke-valg som metode, i likhet med tidligere studier på strategisk fleksibilitet, bidrar undersøkelsen til sammenligning av funn på tvers av aldersgrupper og land. Det finnes svært lite forskning på strategisk fleksibilitet på norske elever og generelt lite forskning hvordan norske elever velger strategier.

Videre har vi vært åpne om undersøkelsens metode, gjennom å dele oppgaver og gi en detaljert beskrivelse av fremgangsmåten. Det kan bidra til videre forskning og replikering av undersøkelsen. En replikering av undersøkelsen kan være nyttig for å se om funnene gjelder på tvers av sjetteklasser, men også for å sammenligne ulike aldersgrupper. En sammenligning av ulike aldersgruppers strategibruk kan gi ytterligere innsikt i elevers utvikling når det gjelder strategisk kompetanse. I tillegg kan det være nyttig å inkludere blandede metoder for å få innsikt i kontekstvariabler knyttet til elevers strategibruk (Verschaffel et al., 2009). Ved å få innsikt i læreres meninger og undervisning kan vi få et mer helhetlig bilde av elevers strategiske fleksibilitet.

6 Oppsummering og avslutning

6.1 Oppsummering av undersøkelsen

I denne undersøkelsen har vi undersøkt sjetteklasseselevers strategiske fleksibilitet i addisjon og subtraksjon. Undersøkelsen ble gjennomført med bruk av valg/ikke-valg som metode, og gjennom teori om strategisk fleksibilitet har det blitt klart at hoderegning og strategisk fleksibilitet er en sentral del av matematikk. Læreplanen i matematikk viser at det skal legges mer vekt på strategiene enn løsningene, og et av de store læringsmålene i skolen er å utvikle strategisk fleksibilitet, som vil si at elever har kjennskap til mange strategier og bruker dem hensiktsmessig for å løse ulike problemer (Kunnskapsdepartementet, 2019a).

Fra et utdanningsperspektiv er den fleksible og adaptive bruken av strategier ansett som et sentralt aspekt av matematisk kompetanse som matematikkundervisningen bør adressere. Det antas at kunnskap om strategier og deres bruk har en sammenheng med dypere forståelse av matematiske konsepter og er svært viktig for videre læring. (Heinze et al., 2009). I tillegg har flere studier vist at strategisk fleksibilitet er oppnåelig for elever på alle prestasjonsnivåer i matematikk (Torbeyns et al., 2009).

Siden det finnes mange ulike definisjoner av strategisk fleksibilitet, ble det viktig for oss å begrunne vår forståelse av begrepet. Vi tok derfor utgangspunkt i to definisjoner for å svare på forskningsspørsmålet. I denne undersøkelsen innebar strategisk fleksibilitet å velge strategi både i henhold til oppgavekarakteristikker og å velge strategien som raskest fører til nøyaktig svar (Torbeyns et al., 2009). Vi konkluderte i denne undersøkelsen med at elevene ikke var strategisk fleksible i verken addisjon eller subtraksjon. Samtidig hadde de fleste elevene alle strategiene i sitt strategirepertoar. Det som imidlertid skilte seg ut, var at over en tredjedel av elevene ikke hadde subtraksjon med addisjon i sitt strategirepertoar. Effektivitetsdatene i subtraksjon viste også at elevene hadde utfordringer med subtraksjon med addisjon og oppgavetyper knyttet til strategien. I addisjon var det små forskjeller på effektivitet. De fleste elevene valgte strategi i henhold til oppgavekarakteristikker, mens det var en svak positiv korrelasjon i henhold til å velge strategi som raskest førte til nøyaktig svar. Det betyr at vi ikke kan si at elevene var strategisk fleksible i henhold til definisjonene vi la til grunn i denne undersøkelsen.

På bakgrunn av resultatene har vi diskutert mulige didaktiske implikasjoner. For det første bør elevene introduseres for flere strategier i ung alder, og få tid og mulighet til å bruke strategiene på et mangfold med oppgaver, og dermed gjøre seg verdifulle erfaringer på når strategier er passende å bruke. Forskning viser at elever fleksibelt velger blant strategier dersom de stimuleres til å fleksibelt bruke ulike strategier tidlig i utdanningsløpet (Torbeyns et al., 2009). Videre har det vist seg at strategisk fleksibilitet er et oppnåelig mål for alle prestasjonsnivåer i matematikk, og det kan gi flere muligheter i undervisningen. Det kan legges til rette for klasseromsdiskusjoner om strategibruk og strategiegenskaper. Klasseromsdiskusjoner om strategier kan være et springbrett til kritisk tenking og

kreativitet, og det har i tillegg vist seg å være positivt for elevers strategiske fleksibilitet å sammenligne og diskutere strategier (Rittle et al., 2012). Gjennom å lære elevene ulike strategier, når det er passende å bruke dem og legge til rette for diskusjon og sammenligning av strategier, kan det forhåpentlig være til hjelp på veien mot å bli strategisk fleksibel.

6.2 Begrensninger ved undersøkelsen og videre forskning

En begrensning ved undersøkelsen er det lave antallet forskningsdeltakere. Ved et større antall deltakere kan vi få innsikt i om resultatene gjelder generelt for sjetteklassinger. Vi vet nå at et utvalg sjetteklassinger ikke er strategisk fleksible i hoderegning i addisjon og subtraksjon, og en større studie vil i større grad kunne avdekke om det gjelder for sjetteklassinger generelt.

Videre gir undersøkelsen innsikt i kun to av tre faktorer knyttet til strategisk fleksibilitet, tilpasning til oppgavekarakteristikker og strategieffektivitet. Undersøkelsen mangler innsikt i sosiokulturelle faktorer. Det kan være interessant å få undersøkt hvordan sosiokulturelle faktorer preger elevers strategibruk. Normer i klasserommet og undervisningsmetoder kan ha betydning for elevers strategiske fleksibilitet, og en studie som får innsikt i alle tre faktorene for strategisk fleksibilitet kan gi et mer helhetlig bilde.

Vi har også sett at kreativitetselementet i adaptiv ekspertise bør undersøkes, da læreplanen i matematikk har blitt mer prosessorientert og fokuserer på kreativitet og utforsking (Evang, 2020). Vi ønsker å oppfordre til mer oppmerksomhet på strategisk fleksibilitet på forskningsfeltet, men at sosiokulturelle faktorer og kreativitetselementet bør inkluderes i videre forskning. Da kan vi som lærere bli bedre rustet til å hjelpe elever med å kreativt utvikle og beherske et mangfold av strategier.

7 Referanseliste

- Blöte, A. W., Van der Burg, E., & Klein, A. S. (2001). Student`s flexibility in solving two digit addition and subtraction problems: Instruction effects. *Journal of Educational Psychology*, 93(3), 627-638. <http://doi.org/10.1037/0022-0663.93.3.627>
- Boaler, J. (2000). Exploring Situated Insights into Research and Learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 113-119. <https://doi.org/749822>
- Bryman, A. (2016). *Social research methods* (5.utg.). Oxford university press.
- De nasjonale forskningsetiske komiteer. (2021, 16. desember). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/>
- Ellis, S. (1997). Strategy Choice in Sociocultural Context. *Developmental Review*, 17(4), 490-524. <https://doi.org/10.1006/drev.1997.0444>
- Evang, H. (2020). Matematikk for livet: elevens myndiggjøring som didaktisk rettesnor. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, 104(3), 783-796. <https://doi.org/10.18261/issn.1504-2987-2020-03-06>
- Hatano, G. & Ingaki, K. (1984). Two courses of expertise. *乳幼児発達臨床センター年報*, 6, 27-36. https://eprints.lib.hokudai.ac.jp/dspace/bitstream/2115/25206/1/6_P27-36.pdf
- Heinze A, Star, J.R, Verschaffel L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM Mathematics Education* 41, 535-540. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0214-4>
- Kunnskapsdepartementet. (2019a). Kjerneelementer (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob>
- Kunnskapsdepartementet. (2019b). Grunnleggende ferdigheter (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/grunnleggende-ferdigheter?lang=nob>
- Kunnskapsdepartementet. (2019c). Fagets relevans og sentrale verdier (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

<https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier?lang=nob>

- Lemaire, P. & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124(1), 83-97. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.124.1.83>
- Luwel, K., Onghena, P., Torbeyns, J., Schillemans, V., & Verschaffel, L. (2009) Strengths and weaknesses of the choice/no-choice method in research on strategy use. *European Psychologist*, 14(4), 351-362. <http://doi.org/10.1027/1016-9040.14.4.351>
- Mackenzie, N., & Knipe, S. (2006) Research dilemmas: Paradigms, methods and methodology. *Issues in Educational Research*, 16(2), 193-205. <https://www.iier.org.au/iier16/mackenzie.html>
- Newton, K. J., Lange, K., & Booth, J. L. (2020). Mathematical flexibility: Aspects of a continuum and the role of prior knowledge. *Journal of Experimental Education*, 88(4), 503-515. <https://doi.org/10.1080/00220973.2019.1586629>
- NTNU. (2022, 18. februar). *Lagringsguide*. <https://i.ntnu.no/wiki/-/wiki/Norsk/Lagringsguide>
- Peirce, J. W. (2007). PsychoPy - Psychophysics software in Python. *Journal of Neuroscience Methods*, 162(1-2), 8-13. <https://doi.org/10.1016/j.jneumeth.2006.11.017>
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen Damm Akademisk.
- Rittle, J. B., Star, J. R., & Durkin, K. (2012). Developing procedural flexibility: Are novices prepared to learn from comparing procedures? *British Journal of Educational Psychology*, 82(3), 436–455. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02037.x>
- Selter, C. (2009). Creativity, flexibility, adaptivity, and strategy use in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 41(5), 619-625. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0203-7>
- Shrager, J., & Siegler, R. S. (1998). SCADS: A model of Children's Strategy Choices and Strategy Discoveries. *Psychological Science*, 9(5), 405-410. <https://doi.org/10.1111/1467-9280.00076>

- Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds*. Oxford University Press.
- Siegler, R. S. & Lemaire, P. (1997). Older and younger adults' strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method. *Journal of Experimental Psychology: General*, 126(1), 71-92.
<https://doi.org/10.1037/0096-3445.126.1.71>
- Smedt, B. D., Torbeyns, J., Stassens, N., Ghesquiere, P. & Verschaffel, L. (2010). Frequency, efficiency and flexibility of indirect addition in two learning environments. *Learning and instruction*, 20(3), 205-215.
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2009.02.020>
- Säljö, R. (2016). *Læring - en introduksjon til perspektiver og metaforer*. Cappelen Damm AS.
- Thompson, I. (1999). Getting your head around mental calculation. I I. Thompson (Red.), *Issues in teaching numeracy in primary schools* (s. 145-156). Open University Press.
- Torbeyns, J., Peters, G., Smedt, B. D., Ghesquiere, P. & Verschaffel, L. (2018). Subtraction by Addition Strategy Use in Children og Varying Mathematical Achievement Level: A Choice/No-Choice Study. *Journal of Numerical Condition*, 4(1), 215-234. <http://doi.org/10.5964/jnc.v4i1.77>
- Torbeyns, J., Smedt, B. D., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2009). Jump or compensate? Strategy flexibility in the number domain up to 100. *ZDM Mathematics Education*, 41(1), 581-590. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0187-3>
- Threlfall, J. (2002). Flexible Mental Calculation. *Educational Studies in Mathematics*, 50, 29-47. <https://doi.org/10.1023/A:1020572803437>
- Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for kunnskapsløftet 2006.
<https://www.udir.no/kl06/mat1-04/hele/kompetansemaal/kompetansemal-etter-7.-arssteget>
- Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J., & Van Dooren, W. (2009). Conceptualising, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24(3), 335-359.
<http://doi.org/10.1007/BF03174765>

Vedlegg

Vedlegg 1: Samtykkeerklæring

Vil du delta i forskningsprosjektet vårt om matematisk fleksibilitet?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke sammenhengen mellom fleksibilitet i to ulike regnearter, addisjon og subtraksjon. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Matematisk fleksibilitet er evnen til å fleksibelt velge passende strategier. I dette prosjektet skal vi undersøke sammenhengen mellom fleksibilitet i addisjon og subtraksjon. Dette gjør vi gjennom et forhåndslaget instrument, hvor deltakerne får oppgaver knyttet til addisjon og subtraksjon.

Forskningsspørsmålene vi skal undersøke er:

1. Hva er sammenhengen mellom elevens strategiske fleksibilitet i addisjon og subtraksjon?
2. Er elever kapable til å velge hensiktsmessige strategier i addisjon og subtraksjon?

Forskningsprosjektet er i forbindelse med vår masteroppgave. Resultatene fra dette forskningsprosjektet kan bli benyttet i videre forskning ved NTNU.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

NTNU er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Vi foretar et bekvemmelighetsutvalg. Det er ett ikke-sannsynlighetsutvalg, som vil si at valget av deltakere gjøres på bakgrunn av tilgjengelighet og de som samtykker kan delta.

Henvendelsen sendes til alle på trinnet, men det er som nevnt, helt frivillig å delta.

Hva innebærer det for deg å delta?

- Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at du gjennomfører et sett med oppgaver. Det vil ta deg cirka 20-30 minutter.
- Foresatte kan få se oppgavesettet i forkant om det er ønskelig. Ta kontakt om dette er aktuelt.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

De som velger å ikke delta i prosjektet, vil følge ordinær undervisning.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Vi anonymiserer dataene umiddelbart. De anonymiserte dataene vil være tilgjengelig for vår veileder, og kan benyttes i videre forskning ved NTNU. Vi benytter koding på dataene og navn vil under ingen omstendigheter komme til syne.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Vi vil anonymisere dataene ved innhenting. Navn er kun nødvendig for samtykke og vil aldri deles. Ved prosjektslutt (25.05.2022) vil de anonymiserte dataene arkiveres, med formål om videre forskning.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- NTNU ved Trygve Solstad (veileder), 95258917, trygve.solstad@ntnu.no
- Sindre Stiklestad (student), 41471695, sindrestikles@gmail.com
- Simon Tegnander (student), 95867131, simontegnander@gmail.com
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen, 93079038, Thomas.helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Trygve Solstad (veileder)

Sindre Stiklestad & Simon Tegnander (studenter)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *matematisk fleksibilitet*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i oppgavebasert eksperiment
- at mine resultater kan benyttes i videre forskning av NTNU

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

(Signert av foresatt, dato)

Vedlegg 2: Vurdering av NSD-søknad

Vurdering

Referansenummer
286702

Prosjekttittel
Masteroppgave matematikdidaktikk

Behandlingsansvarlig institusjon
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) / Institutt for lærerutdanning

Prosjektperiode
10.01.2022 - 01.10.2022

[Meldeskjema](#)

Dato	Type
14.02.2022	Standard

Kommentar
Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 21.12.2021 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige personopplysninger frem til 25.05.2022.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være de foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1 f) og sikkerhet (art. 32).

Microsoft OneDrive er databehandler i prosjektet. NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon

<https://meldeskjema.nsd.no/vurdering/61977c8e-d359-486b-9056-01da28305b2/1>

1/2

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

<https://www.nsd.no/personverntjenester/fyll-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema>. Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos NSD: Sturla Herfindal

Lykke til med prosjektet!

