

Anne Lotte Ringstad

Adaptivitet i regnestrategier

En studie av elevers strategivalg i møte med subtraksjon og addisjon

Hovedoppgave i Matematikdidaktikk

Veileder: Magdalini Lada

Juni 2022

Anne Lotte Ringstad

Adaptivitet i regnestrategier

En studie av elevers strategivalg i møte med subtraksjon og addisjon

Hovedoppgave i Matematikdidaktikk
Veileder: Magdalini Lada
Juni 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Sammendrag

Jeg har i denne studien undersøkt elevers adaptivitet i henholdsvis subtraksjon og addisjon og sett på mulige sammenhenger i adaptiviteten på tvers av disse to temaene. Studiens forskningsspørsmål er: Hvor adaptiv er elever innen subtraksjon og addisjon? Og hvilken sammenheng finner vi mellom adaptivitet i subtraksjon og adaptivitet i addisjon blant elever på 8.trinn? Formålet med studien er å se på elevers adaptive valg og bruk av strategier i aritmetikk i ungdomsskolen og reflektere rundt om adaptivitet er noe som er innøvd og lært innen enkelte tema eller om det muligens kan ses på som en generell ferdighet, altså noe man kan se på tvers av tema.

For å besvare forskningsspørsmålene har jeg benyttet meg av Sieglers modell for strategiendring som definerer strategikompetanse i fire parameter (strategi repertoar, strategi fordeling, strategi effektivitet og strategivalg), i tillegg til forskningsmetoden choice/no-choice som presenterer oppgavesett i to betingelser – valgfrie og ikke valgfrie, og dessuten intervju med elevene underveis i disse oppgaveløsningene. Deltakerne var 25 elever fra 8.trinn med variert matematisk prestasjonsnivå. De løste subtraksjonsoppgaver med to strategier, direkte subtraksjon og indirekte addisjon, først i et sett der de fikk velge strategi selv og deretter i to sett med obligatorisk bruk av den ene strategien først og deretter den andre. Dette ble også gjennomført for addisjon, men med strategiene kompensasjon og sekvensiell utregning. De kvantitative funnene, samt data fra intervjuene ble deretter sammenlignet med hverandre for å se om det fantes en sammenheng mellom adaptiviteten i subtraksjon og addisjon.

Studien viser at elevene ofte tok hensyn til både tallkarakteristikkene og individuell strategikompetanse i strategivalgene sine. Derimot fant jeg ingen korrelasjon i sammenhengen mellom adaptiviteten i de to temaene som ble undersøkt. Ved å se på elevenes forklaringer av strategivalg ser vi at tallene i oppgaven og personlige variabler veies noe likt med en liten overvekt av tallkarakteristikker som begrunnelse for valg i addisjon. Ved sammenligning av 4 elever med stor spredning i adaptivitet med 4 elever med høy adaptivitet i begge tema finner vi derimot at førstnevnte gruppe i størst grad forklarer valgene sine med personlige variabler og sistnevnte med tallkarakteristikker.

Abstract

In this study I have examined students adaptivity in subtraction and addition and searched for possible connections in adaptivity across these two themes. The research question of this study is: How adaptiv are students in subtraction and addition? And what connections do we find between adaptivity in subtraction and adaptivity in addition amongst students in 8.grade? The purpose of this study is to have a look at students adaptive choice and use of strategies in arithmetic in junior high school and reflect on whether adaptivity is something that is rehearsed and learned within certain subjects or if it might be viewed upon as a general skill, that is something to be seen across themes.

In order to answer the research questions I have used Siegler's model of strategy change which defines strategy competency in four parameters (strategy repertoire, strategy distribution, strategy efficiency and strategy choice), in addition to the research method choice/no-choice which presents sets of tasks in two conditions – choice and no-choice, and also interviews with the students during the process of task solving. The participants were 25 students from 8.grade of varied mathematical levels. They solved subtraction tasks with two strategies, direct subtraction and indirect addition, first in a task set where they could choose their strategy and thereafter in two sets with obligatory use of the one strategy first and then the other. This was also conducted for addition, but with the strategies compensation and sequential calculation. The quantitative findings, and the data from the interviews were then compared to see if there was a connection to be found between adaptivity in subtraction and addition.

This study shows that students took both number characteristics and their individual strategy competency into account in their strategy choices. However, I found no correlation in the connection between adaptivity in the two themes that were examined. By looking at the students' explanations of their strategy choices we see that number characteristics and personal variables is somewhat equally distributed, with a slight advantage of number characteristics as reason for their choices in addition. By comparing 4 students with a large spread between their adaptivity data in the two themes and 4 students with high adaptivity in both themes we find that the first group highly frequently reason their choices with personal variables and the last group with number characteristics.

Forord

Etter to år markerer denne oppgaven nå slutten på min videreutdanning i matematikdidaktikk ved NTNU. Det har ofte vært tungt å ha hodet på to ulike steder, men det har samtidig vært en utrolig lærerik tid på så mange områder. Jeg sitter igjen med takknemlighet for å ha fått denne muligheten og tar med meg all kunnskapen når jeg nå retter blikket tilbake mot yrkeslivet igjen.

Først og fremst må jeg få takke elevene mine som med et smil stilte opp til all datainnsamlingen min. Hadde det ikke vært for dere hadde det ikke blitt en oppgave. Jeg må deretter få takke alle de flotte lærerne mine de siste to årene, min veileder Magdalini Lada for gode råd, samtaler og optimisme hele veien, samt Eivind Kaspersen for all teknisk hjelp og gode svar når jeg mistet oversikten.

Videre vil jeg takke familie og venner for all oppmuntring og heiarop underveis og en spesiell takk til Linda som hjalp meg å se målet og å finne motivasjonen igjen da den var som lavest.

Jeg har hele veien hatt kollegaer som har gitt meg en klapp på skuldra og støttet meg så godt de kunne i en travel hverdag og vil takke dem alle for det, spesielt til Marit for uvurderlig hjelp med statistikken.

Trondheim, juni 2022

Anne Lotte Ringstad

Innhold

Figurer	xi
Tabeller	xi
Forkortelser/symboler.....	xi
1 Innledning	12
1.1 Bakgrunn og motivasjon.....	12
1.2 Forskningsspørsmål	13
1.3 Oppgavens gang	14
2 Teori	15
2.1 Barns strategiutvikling	15
2.2 Sieglers modell av strategisk kompetanse.....	15
2.3 Fleksibilitet og adaptivitet – hva ligger i det?.....	16
2.4 Subtraksjonsstrategier	18
2.4.1 Direkte subtraksjon.....	18
2.4.2 Indirekte addisjon	18
2.5 Addisjonsstrategier	18
2.6 Tidligere forskning på adaptivitet.....	19
2.6.1 Tidligere forskning rundt subtraksjon.....	19
2.6.2 Tidligere forskning rundt addisjon	20
2.6.3 Tidligere forskning på variabler i oppgaven, subjektet og konteksten	21
3 Metode	22
3.1 Mixed method	22
3.2 Kvantitativ metode: Choice/No-Choice	24
3.2.1 Pilotering	25
3.2.2 Valg av oppgaver.....	25
3.2.3 Datainnsamling kvantitativ	26
3.2.4 Analysemetode kvantitativ	27
3.3 Kvalitativ metode: intervju	28
3.3.1 Datainnsamling kvalitativ	28
3.3.2 Analysemetode kvalitativ	29
3.4 Studiens kvalitet	30
3.4.1 Ethiske refleksjoner	31
4 Resultater og analyse	33
4.1 Kvantitativ analyse	33
4.1.1 Strategi-repertoar og fordeling	33
4.1.2 Strategi-effektivitet	35

4.1.3	Strategivalg	37
4.2	Kvalitativ analyse	39
5	Diskusjon	42
5.1	Målt strategi-repertoar, frekvens og effektivitet	42
5.2	Strategivalg og adaptivitet.....	43
5.3	Sammenheng i adaptivitet	45
5.4	Undervise i adaptivitet	46
6	Avslutning	47
6.1	Begrensninger	47
6.2	Veien videre	48
	Referanser	49
	Vedlegg	53

Figurer

Figur 1. Ulike forskningsdesign for mixed method	23
Figur 2. Sekvensielt forklarende design, etter Andersen (2017).....	24
Figur 3. Triangulert design, etter Andersen (2017)	24
Figur 4. Oversikt over prosessen i kvantitativ metode. Rett svar og brukt tid gir beste strategi for eleven, sammen med brukt strategi får vi adaptivitetsvariabel 1 eller 0 for hver oppgave. Et gjennomsnitt av disse gir adaptivitetsmål per elev.	28
Figur 6. Prosentvis fordeling av brukt strategi over de to ulike oppgavetyperne i addisjon.	35
Figur 7. Prosentvis fordeling av strategiene etter hvilken som vil være best å bruke på de ulike oppgavetyperne i subtraksjon.	37
Figur 8. Prosentvis fordeling av strategiene etter hvilken som vil være best å bruke på de ulike oppgavetyperne i addisjon.	37
Figur 9. Prosentvis adaptivitet for hele gruppen samlet i subtraksjon og addisjon.	38
Figur 10. Scatterplot over hvordan elevenes adaptivitet i subtraksjon og addisjon er statistisk forbundet – med regresjon inntegnet. Fordi noen av elevene har sammenfallende verdier på adaptivitet er enkelte av prikkene flyttet litt på, kun i den visuelle fremstillingen.	39

Tabeller

Tabell 1. Kategorier til forklaring av strategivalg	30
Tabell 2. Strategi-repertoar subtraksjon: brukt strategi i det valgfrie settet.	34
Tabell 3. Strategi-repertoar addisjon: brukt strategi i det valgfrie settet.	34
Tabell 4. Gjennomsnittlig nøyaktighet og hurtighet (sekunder) av besvarelser i no-choice betingelsene for subtraksjon.....	36
Tabell 5. Gjennomsnittlig nøyaktighet og hurtighet (sekunder) av besvarelser i no-choice betingelsene for addisjon	36
Tabell 6. Frekvensen av elevers forklaringer på hvorfor de valgte strategien de gjorde i det valgfrie settet for subtraksjon.	40
Tabell 7. Frekvensen av elevers forklaringer på hvorfor de valgte strategien de gjorde i det valgfrie settet for addisjon.	41
Tabell 8. Frekvensen av utvalgte elevers forklaring for strategivalg i de valgfrie settene.	41

Forkortelser/symboler

IA	Indirekte addisjon
DS	Direkte subtraksjon
K	Kompensasjon
S	Sekvensiell utregning

1 Innledning

1.1 Bakgrunn og motivasjon

Matematikkundervisning har de siste årene vært gjennom en endring internasjonalt når det kommer til fokus og innhold. Flere land rundt om i verden har gjennomgått en reformbevegelse i så måte og endret både mål og innhold i læreplanene sine (Torbeyns & Verschaffel, 2016). Tidligere ble det vektlagt å jobbe med standardiserte skriftlige algoritmer og rutiner, der elevene ble målt etter hvor raskt og nøyaktig de klarte å løse oppgaver i skolematematikk, såkalt rutine-ekspertise. De siste årene har det derimot vært et økende fokus på å undervise elevene i flere ulike strategier som kan brukes effektivt og strategisk på ulike matematiske problem (Torbeyns, Smedt, et al., 2009, s. 581). Dette er noe jeg som matematikklærer også ser gjenspeiler seg i lærebøkene, der de aller nyeste eksemplarene nå gjør et poeng ut av å vise flere alternative fremgangsmåter kontra eldre versjoner som stort sett tok for seg én eller to. Spesielt ser vi dette i bøkene som er revidert etter at den nye læreplanen, Kunnskapsløftet 2020, kom, der hele kapittel nå er dedikert til ulike regnestrategier. I den nye læreplanen går også utvikling, utforskning og bruk av ulike strategier igjen som kompetansemål i flere av alderstrinnene, helt fra 3.klasse. Vi ser nå blant annet at mål for opplæringa er at elevene skal kunne;

- 1) utvikle og bruke formålstjenlige strategier for subtraksjon.
- 2) utforske, bruke og beskrive ulike divisjonsstrategier.
- 3) utforske strategier for regning med desimaltal og samanlikne med reknestrategier for heile tal.
- 4) utvikle og kommunisere strategier for hovudrekning i utrekningar (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Også i kjerneelementene i læreplanen finner vi fokus på denne tenkemåten i forbindelse med undervisning «Elevane skal leggje meir vekt på strategiane og framgangsmåtane enn på løysingane» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Dette betyr at målet nå i større grad handler om at elevene skal utvikle sin *adaptive ekspertise*, som blant annet innebærer å løse matematiske problem effektivt, kreativt og fleksibelt (Torbeyns et al., 2018, s. 217). Å velge adaptivt er noe vi mennesker gjør mer eller mindre ubevisst hele tiden, og følger vi dette perspektivet er det også en viktig del av elevens læring av matematikk nettopp fordi vi ønsker at barn skal jobbe fleksibelt og kreativt med matematikk både i tenkemåte og i praksis. Å bare følge rutiner når man løser oppgaver gir en veldig begrenset kompetanse da den bare kan brukes om igjen på lignende oppgaver (Selter, 2009, s. 620). I møte med ethvert matematisk problem vil det være mange forskjellige måter å komme frem til det samme svaret. Men hvorfor skal man velge den ene strategien over den andre?

Opp gjennom årene har en rekke studier vist at mennesker i forskjellige aldre viser stor variasjon i bruken av strategier for å utføre ulike kognitive oppgaver, spesielt innen aritmetikk. De ulike strategiene i en persons repertoar varierer vanligvis med tanke på hurtighet og nøyaktighet ut fra problemene de møter. Noen strategier gir oss svaret raskere mens andre er vi mer sikre på gir oss rett svar. Dette igjen betyr at strategiene lar oss optimalisere arbeidet med et problem ved at vi tilpasser strategivalgene våre til de ulike karakteristikkene ved problemet (Luwel et al., 2009). Samtidig viser disse studiene oss alle nyansene ved å avgjøre hva som er den mest passende strategien for et gitt problem og vanskelighetene elever kan oppleve når de prøver å bli mer fleksible

og adaptive. Det er mange hensyn som må tas – blant annet til selve oppgaven, egne matematiske kunnskaper og også den sosiale settingen man befinner seg i. Dette gjenspeiler seg i resultater fra diverse forskning. Vi ser blant annet at elever ikke alltid velger den mest passende strategien for en gitt oppgave, selv om de har kunnskap om mange ulike strategier. På samme måte ser vi også at såkalte matematiske eksperter som har inngående kunnskap om flere ulike strategier heller ikke nødvendigvis velger den mest optimale (Maciejewski & Star, 2019, s. 327). Selv om det allerede eksisterer en del forskning rundt temaet om elevers valg av strategier vil mer kunnskap om *hvorfor* elever velger som de gjør bidra til å øke forståelsen vår for adaptivitet, og er derfor noe jeg også tar med videre i studien min.

Det er gjort flere studier på *adaptivitet*, spesielt på strategier innen subtraksjon men også på tema som addisjon, multiplikasjon og algebra. De fleste tidligere studier om temaet er gjennomført av Joke Torbeyns, Lieven Verschaffel og deres kolleger i Belgia, og jeg fant at det var gjort generelt lite forskning på temaet i blant annet Norge. Dette var utgangspunktet mitt for valg av retning på denne studien, ville jeg se lignende tendenser i min forskning her i Trøndelag? Jeg fant også lite forskning som ser på sammenhengen mellom adaptivitet i to ulike matematiske operasjoner. Hvis man er fleksibel på ett område er det da også gitt at man er fleksibel på et annet? Med andre ord - er adaptivitet innøvd og lært innenfor enkelte tema eller kan man muligens se på det som en generell ferdighet, noe man kan se på tvers av tema?

1.2 Forskningsspørsmål

Selv om det er gjort mye forskning på adaptivitet er det få studier som sammenligner det mellom ulike matematiske operasjoner. Dette blir også delvis bekreftet av en av de mest kjente forskerne på feltet om adaptivitet, Lieven Verschaffel;

«Selv om konseptet om adaptivitet ble introdusert for mer enn tyve år siden (...) er det gjort få forsøk i det akademiske feltet av elementær matematikk på å grundig og systematisk studere adaptiv ekspertise som en ferdighet» (Verschaffel et al., 2009, s. 336, min oversettelse)

Mye tidligere forskning finner at forkunnskaper i matematikk ser ut til å spille en viktig rolle når det handler om å bli en fleksibel problemløser. Studier viser at elever som har vansker med faget, og da lave forkunnskaper, ofte stoler på bruken av én generell metode for å løse de fleste problem, mens elever med høy forkunnskap i faget viste høyere adaptivitet (Newton et al., 2020). Ut i fra det jeg da ser gjennom tidligere forskning er det ikke unaturlig å tenke seg at man vil finne en sammenheng i adaptivitet på tvers av matematiske tema. Det vil derfor være min hypotese at elever som viser høy grad av adaptivitet i subtraksjon også vil vise dette i addisjon. Hvis det derimot viser seg at det ikke er en slik sammenheng, hva kan mulige årsaker være til det? I dette bidraget vil jeg med utgangspunkt i undersøkt sammenheng av adaptivitet reflektere rundt elevers adaptive valg og bruk av strategier i aritmetikk i ungdomsskolen.

Jeg hadde på forhånd bestemt meg for å forske på strategier innen subtraksjon, og for å kunne sammenligne dette instrumentet med et annet fulgte jeg opp den tidligere forskningen på temaet adaptivitet hvor addisjon kom opp som en naturlig forlengelse av det. Subtraksjon og addisjon ble derfor de to instrumentene jeg bruker for å undersøke adaptivitet nærmere. I denne studien ønsker jeg å se på hvilken sammenheng det er mellom elevers adaptivitet innen subtraksjonsstrategier og addisjonsstrategier. For å kunne svare på dette spørsmålet er jeg først nødt til å beregne hvor adaptive elevene er i

henholdsvis subtraksjon og addisjon hver for seg, og dette utgjør derfor mitt første forskningsspørsmål. For å svare på det siste vil jeg blant annet se på i hvilken grad vi finner en korrelasjon mellom adaptivitet i subtraksjon og addisjon. Følgende spørsmål er derfor i fokus i denne oppgaven:

1. Hvor adaptiv er elever innen subtraksjon og addisjon?
2. Hvilken sammenheng finner vi mellom adaptivitet i subtraksjon og adaptivitet i addisjon blant elever på 8.trinn?

1.3 Oppgavens gang

I teorikapittelet presenterer jeg først to ulike metaforer fra kognitiv utviklingsteori, som et bakgrunnstykke for ulike måter å se på barns utvikling av strategier på. Jeg ser spesielt på Sieglers metafor, da den er mer i tråd med nyere forskning og danner basen for studien min (Robert S. Siegler, 1998). Deretter beskriver jeg Sieglers modell av strategisk kompetanse som representerer rammeverket for analysen i denne oppgaven (Torbeyns et al., 2018). Videre definerer jeg noen av de sentrale begrepene som brukes, nemlig adaptivitet og fleksibilitet, og presenterer til slutt de ulike strategiene i addisjon og subtraksjon som er relevante i forskningen min. Jeg avslutter kapittelet med å se litt nærmere på tidligere forskning rundt temaet adaptivitet.

I metodekapittelet viser jeg hvordan mixed method kan hjelpe meg å finne svar på forskningsspørsmålet ved å benytte meg av både en kvalitativ og en kvantitativ metode i prosjektet for å måle adaptivitet i to ulike tema, samt se på sammenhengen mellom dem. Her forklarer jeg choice/no-choice, som er metoden benyttet for å undersøke elevenes adaptivitet, mens den kvalitative delen består av korte intervju av elevenes strategivalg underveis. Videre i kapittelet gjør jeg rede for gjennomføring av begge undersøkelsene og analysemetodene jeg benyttet før jeg avslutter med å drøfte studiens kvalitet og noen forskningsetiske utfordringer.

I resultatdelen viser jeg, med utgangspunkt i rammeverket, hvordan elevene bruker de ulike strategiene, både med tanke på hyppighet og effektivitet. Deretter presenteres funnene over adaptivitet for hele gruppen i både subtraksjon og addisjon og jeg viser hvordan det ser ut til å være lite målbar sammenheng mellom disse to temaene. I den kvalitative delen analyseres elevenes egne forklaringer på strategivalgene sine. Jeg har spesielt sett på 8 elever som representerer såkalte ytterpunkt i funnene mine hvor det ser ut til å være en tydelig forskjell i forklaringene. Gjennom diskusjonen skal jeg koble funnene mine mot teorien jeg har presentert. Der vil jeg også presentere mulige forklaringer til hvorfor vi ikke finner en målbar sammenheng, samt diskutere hvordan man kan legge til rette for å utvikle generell adaptivitet.

2 Teori

2.1 Barns strategiutvikling

Det finnes ulike metaforer for å beskrive barns kognitive utvikling. Den første, og mest kjente, er **trappe-metaforen** hvor kognitive utviklingsteoretikere mener at barn på hvert alderstrinn har en bestemt mental struktur, en bestemt prosesserings-grense, en bestemt teori, strategi eller regel som gir opphav til en bestemt type adferd. Tanken er at barn tenker på en bestemt måte i en gitt periode, deretter skjer det en plutselig endring i måten å tenke på, et såkalt nytt trinn i trappa, og så tenker de på en ny og mer avansert måte i en gitt periode, og så videre (Robert S. Siegler, 1998, s. 84). Et eksempel på en slik matematisk utvikling rundt enkel addisjon vil for eksempel være, gitt oppgaven $3 + 7$, at 4-5 åringer alltid vil telle fra én, 5-8 åringer vil telle fra det største tallet og eldre barn vil hente frem svaret fra minnet (Robert S. Siegler, 1998, s. 86). Denne trappe-metaforen er kjent fra Piagets arbeid med barns kognitive utvikling, og spesielt brukt i didaktikken i matematikk siden Piaget mente at dette er et modningsfag.

Denne beskrivelsen av barns kognitive utvikling går, i følge Robert S. Siegler, i mot dagens kunnskap om måten barn tenker på. Siegler spesialiserte seg i kognitiv utvikling av problemløsning hos barn og argumenterte for en annen metafor som er mer nyttig for å forstå endringer i utvikling, det han kaller en **serie med overlappende bølger**. Her representerer hver bølge en strategi, teori eller måte å tenke på. Forskjellen her er at i stedet for å påstå at barn bruker bare én måte å tenke på i hvert steg i utviklingen gir de overlappende bølgene et bilde av flere ulike måter å tenke på ved hvert punkt på tidslinjen, barn kan med andre ord bruke flere ulike strategier samtidig. En annen forskjell er at kognitive endringer her vises som frekvenser av ulike måter å tenke på og som er i stadig endring, i stedet for at en måte erstatter en annen (Robert S. Siegler, 1998). Dette ser vi også i forskning hvor elever kan ha kunnskap om bedre måter å løse problemer på som de ikke bruker, eller de kan bruke dem av og til men ikke konsekvent. Hans metafor får støtte av Newton (2020) som mener at matematisk fleksibilitet ikke er lineær av natur og dermed i tråd med Sieglers teori om overlappende bølger. Elever vil etter hvert som de bruker ulike metoder på ulike problem lære hvilken metode som er mest adaptiv for en gitt situasjon. Siegler med flere argumenterte da for, med bakgrunn i denne informasjonen, at elevene vil begynne å bruke den mest passende metoden og nøyaktigheten og hurtigheten deres vil begynne å øke. Sieglers metafor brukes ofte for å forklare elevens overgang fra mindre til mer sofistikerte metoder og fra ukorrekte til korrekte (Newton et al., 2020).

2.2 Sieglers modell av strategisk kompetanse

En modell for strategiendring fremstilt av Lemaire og Siegler (1995) blir ofte brukt for å beskrive og analysere kjennetegn på barns strategier. Her skiller man mellom fire parameter som beskriver den strategiske kompetansen deres, og hvor endringer i hvilken som helst av dem kan føre til generelle forbedringer i både hurtighet og nøyaktighet. Parameterne det er snakk om er a) hvilke strategier som brukes, b) når hver strategi

brukes, c) hvordan hver strategi brukes og d) hvordan strategiene velges. Jeg skal her gi en liten redegjørelse for hver av disse parameterne.

Hvilke strategier som brukes, refereres også til som *strategi repertoar* av Torbeyns og Verschaffel (Torbeyns et al., 2018, s. 216), og involverer de ulike prosedyrene man bruker for å løse aritmetiske oppgaver. På mange områder bruker barn, i følge Siegler, flere ulike strategier samtidig over tid i utviklingen sin, og endringer av disse strategiene handler både om å tilegne seg nye og å kvitte seg med gamle. Her vil tilegnelsen av strategier som gir raskere og/eller mer nøyaktig svar og det å forlate gamle strategier som gir langsomme og/eller unøyaktige svar føre til generell forbedring i både hurtighet og nøyaktighet (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84). Undervisning vil kunne føre til endring i strategi repertoaret, men etterhvert som man øver mye og mestrer de strategiene man allerede har tilgjengelig vil man også kunne klare å rette oppmerksomheten mot det å se etter snarveier og å selv utvikle alternativer og nye strategier igjen (Torbeyns et al., 2018, s. 216).

Når hver strategi brukes, refereres til som *strategi fordeling* av Torbeyns og Verschaffel (2018), og involverer hvor ofte disse strategiene blir brukt, altså den relative frekvensen av hver strategi. Selv om barn bruker de samme strategiene over tid vil det å øke frekvensen av bruken av den raskeste og mest nøyaktige strategien kunne føre til en generell forbedring i hurtighet og nøyaktighet (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84).

Hvordan hver strategi brukes, refereres til som *strategi effektivitet* av Torbeyns og Verschaffel (2018), og defineres som nøyaktigheten og hurtigheten av en utført strategi. I følge Lemaire og Siegler (1995) involverer det både kvantitative og kvalitative kjennetegn ved utførelsen. Uansett hvilken strategi som benyttes vil erfaringen med problemløsningen vanligvis føre til forbedring i selve utførelsen. Blant annet har forskning utført av Siegler (1987) vist at hurtighet og nøyaktighet økte ved bruk av samme strategi over tid hos små barn, altså en generell forbedring i strategiens effektivitet (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84).

Hvordan hver strategi velges, også referert til som *strategivalg* av Torbeyns og Verschaffel (2018), handler om hvilken strategi man bruker på hvert problem. Kan elevene mange strategier for å løse et gitt problem må de ta en avgjørelse om hvilken de skal bruke i hvert tilfelle. En gitt strategi kan være raskere og mer nøyaktig for én type problem, mens en annen strategi kan være raskere og mer nøyaktig for andre (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84). Denne parameteren handler til syvende og sist om individuelle strategivalg, altså i hvilken grad man velger strategien som er mest effektiv for en selv.

I følge denne modellen vil utviklingen av strategisk kompetanse innebære endringer i disse fire parameterne. Dette gir oss et rammeverk for å forstå de generelle forbedringer i hurtighet og nøyaktighet som karakteriserer læring. Det er også dette rammeverket jeg legger til grunn for oppgaven min videre når jeg skal beskrive og analysere karakteristikkene til elevenes valg av strategier.

2.3 Fleksibilitet og adaptivitet – hva ligger i det?

Termene *fleksibilitet* og *adaptivitet* brukes ofte om hverandre i litteraturen. I følge Verschaffel er det ingen som bruker begrepet adaptivitet kun for å referere til bruken av

flere strategier, men noen forfattere bruker begge begrep om samme fenomen mens andre bruker begrepet fleksibilitet der adaptivitet ville vært mer passende ut fra definisjoner (Verschaffel et al., 2009). I denne studien har jeg valgt å holde meg til definisjonene Verschaffel et al. bruker (2009, s. 338). Der fleksibilitet hovedsakelig refererer til å veksle mellom ulike regnestrategier, handler *adaptivitet* om å kunne veksle mellom ulike regnestrategier og velge den mest passende metoden når man skal løse et problem. Selv om det å kunne ulike strategier og mestre veksling mellom dem er et essensielt skritt på veien mot adaptivitet er ikke det i følge Verschaffel (2009) sett på som bevis for adaptivitet. Noen kan veksle elegant mellom ulike strategier uten å gjøre dette adaptivt, samtidig kan det å bruke kun én strategi på en hel serie oppgaver for andre være mer adaptivt enn å veksle mellom mange. Flere forfattere definerer enkelte kombinasjoner av matematisk problem og strategi som adaptive og andre ikke basert på tallkarakteristikkene. Threlfall kritiserer denne forenklingen og mener at flere faktorer må tas med i konseptet om adaptivitet.

Som i en rekke andre kontekster hvor man må ta et valg, er det vanskelig å avgjøre hva kriteriene for valg av en utregningsmetode faktisk er. Selv om noen problemer ser ut til å passe enkelte strategier bedre enn andre, kan ikke valg bare handle om tallkarakteristikkene i problemet (Verschaffel et al., 2009, s. 339, min oversettelse).

Det er ikke alltid tydelig hva det betyr at en metode er den mest passende for en gitt oppgave. Et vanlig perspektiv er at den passende strategien er den mest effektive, med tanke på for eksempel hvor lang tid det tar å løse oppgaven. Den mest passende strategien kunne også vært den mest pålitelige, den som gir minst sjanse for feil eller den som er mest verdsatt i konteksten eleven befinner seg i (Maciejewski & Star, 2019, s. 327). Siegler argumenterer for at i den grad en spesifikk strategi velges til å løse en oppgave av et spesifikt barn avhenger av hvor nøyaktig og hurtig denne strategien er for denne oppgaven og for dette spesifikke barnet, i motsetning til andre strategier i barnets repertoar. Karakteristikkene i oppgaven må altså ses i sammenheng med egenskaper hos den som skal løse oppgaven, spesielt, i følge Verschaffel, hvor godt eleven mestrer den spesifikke strategien (Verschaffel et al., 2009, s. 340). Hva som anses som den mest passende metoden avhenger altså i følge Siegler, Newton, Verschaffel og flere andre forskere ikke bare av tallkarakteristikkene i problemet men også av subjekt og kontekst: om det er hurtighet, nøyaktighet, enkelhet eller personlige preferanser som teller (Newton et al., 2020; Rittle-Johnson et al., 2012; Verschaffel et al., 2009). Skolens og lærerens preferanser kan også spille inn her - hva er det som verdsettes som effektive strategier i klassen, hva undervises det i og hva sier læreboka? Vi får da en definisjon av *adaptivitet* som

”Evnen til å kreativt utvikle eller fleksibelt velge, og bruke, en optimal løsningsstrategi på et gitt matematisk problem ut fra oppgave, individet og den gitte sosiokulturelle konteksten” (Selter, 2009, s. 619).

Kort oppsummert er da fleksibilitet evnen til å veksle mellom ulike strategier, mens adaptivitet er evnen til å bruke passende strategier eleven har valgt fleksibelt. Det må i denne sammenheng også nevnes at forskning utført av blant annet Siegler viser at i enkle og raske strategivalg, for eksempel i enkle addisjons- og subtraksjonsoppgaver opp til 20, kommer strategivalget ikke nødvendigvis fra nøye vurderinger av valgmuligheter og en bevissthet rundt hva som påvirker dette valget, men heller fra automatiserte prosesser. Siegler argumenterer med dette for at en strategi ikke nødvendigvis alltid brukes på grunn av et rasjonelt valg, men kan også være valgt og utført uten involvering av bevisstheten (Verschaffel et al., 2009, s. 338).

2.4 Subtraksjonsstrategier

Subtraksjonsproblemer kan ifølge Torbeyns løses med flere ulike typer strategier. Disse strategiene kan igjen klassifiseres inn i to ulike men komplementære klassifiseringer av framgangsmåter basert på enten manipulasjonen av tallene i problemet, det såkalte tallperspektivet, eller basert på modellen av operasjonen som velges, det såkalte operasjonelle perspektivet (Torbeyns et al., 2018, s. 217). Jeg har i denne oppgaven valgt å konsentrere meg om strategier innen det operasjonelle perspektivet hvor vi skiller vi mellom to typer strategier: *direkte subtraksjon* (DS) og *indirekte addisjon* (IA).

2.4.1 Direkte subtraksjon

I den første gruppen av strategier, direkte subtraksjon, finner vi blant annet *dekomponering* eller oppdelings-metoden hvor enere, tiere, hundrere og så videre deles opp og behandles hver for seg. For eksempel $76 - 25$, hvor man tar $70 - 20 = 50$ og deretter $6 - 5 = 1$, og svaret blir $50 + 1 = 51$. En annen metode vi finner her er den *sekvensielle* metoden, også kalt hoppe-metoden, hvor man tar utgangspunkt i minuenden og trekker fra subtrahendens hundrere, tiere og enere sekvensielt fra denne. Et eksempel på dette er $86 - 25$, hvor man tar $86 - 20 = 66$ og $66 - 5 = 61$. Den siste metoden vi finner i denne gruppen med framgangsmåter er varierende strategier, og da typisk *kompensasjon*, hvor man runder av et av tallene og deretter kompenserer ved å trekke fra eller legge til det tallet man brukte til å runde av med. Et eksempel på dette er $62 - 39 = 62 - 40 + 1 = 22 + 1 = 23$ (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009, s. 90).

2.4.2 Indirekte addisjon

Den andre typen strategi er den komplementære *indirekte addisjon* (IA) (Torbeyns et al., 2018, s. 217). Med denne strategien finner man svaret på et subtraksjonsstykke ved å se etter hvor mye man må legge til subtrahenden for å komme til minuenden. Et eksempel på dette er $81 - 69 = ?$; $69 + 10 = 79$, $79 + 2 = 81$, så svaret blir $10 + 2 = 12$. Man teller seg rett og slett oppover. Denne typen strategi har vært undersøkt og beskrevet av flere, blant annet Selter (2009) som kalte strategien sammenlegging eller fullføring. Andre igjen har kalt den legge til- eller fyll opp-strategi, jobbe fremover eller fullføringsmetode (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009, s. 80). Direkte subtraksjon vil altså være den operasjonelle modellen av subtraksjon som "tar bort", mens subtraksjon ved hjelp av addisjon, ifølge Selter, vil være den operasjonelle modellen som "bygger bro over forskjellen" (Selter et al., 2012). I følge tidligere forskning er Indirekte addisjon den mest effektive og nøyaktige metoden å bruke når avstanden mellom tallene er liten fordi den krever færre eller mindre steg i utregningen enn direkte subtraksjon (Peters et al., 2012).

2.5 Addisjonsstrategier

Når det gjelder addisjonsstrategier skiller det oftest mellom *Sekvensiell utregning* hvor man legger sammen tiere først, og deretter enere. Et eksempel på dette er $36 + 25 = ?$, $30 + 20 = 50$, $6 + 5 = 11$, så svaret blir $50 + 11 = 61$. Eller man tar utgangspunkt i det første tallet og legger til tiere og deretter enere fra det andre tallet. Den andre strategien som brukes oftest er *kompensasjon* hvor man, på samme måte som i subtraksjon, runder av et av tallene eller begge, for eksempel $48 + 36 = 50 + 36 - 2 = 84$. Denne strategien kan brukes effektivt på både addisjon og subtraksjon med tall som har 8 eller 9 på enerplassen, dette fordi det bare er å legge til eller trekke fra neste tier, og deretter kompensere ved å legge til eller trekke fra 1 eller 2. Kompensasjon kan også brukes på

tall som ikke slutter på 8 eller 9, men det vil nok virke mindre effektivt å løse slike problem med denne strategien fordi den store forskjellen mellom tallet på enerplassen og den neste tieren må til slutt kompenseres for ved å trekke fra eller legge til et større tall (Torbeyns, Smedt, et al., 2009, s. 582).

2.6 Tidligere forskning på adaptivitet

Det er opp gjennom årene gjort mye forskning på temaet fleksibilitet og adaptivitet. Kunnskap om flere ulike strategier har for eksempel blitt målt ved å be elever løse problemer på ulike måter eller evaluere et problem som allerede er løst på en ukonvensjonell måte. Elevers bruk av strategier har blitt målt med frekvensen av fremgangsmåtene de bruker, mens deres preferanse for strategier er undersøkt ved å enten bruke en choice/no-choice tilnærming, der elevene noen ganger blir bedt om å bruke en gitt metode og noen ganger den metoden de foretrekker, eller gjennom å spørre elevene rett ut hvilken metode som er best og hvorfor (Newton et al., 2020, s. 505). Jeg skal her gjøre rede for noe av den sentrale forskningen på temaene jeg er innom i studien min.

2.6.1 Tidligere forskning rundt subtraksjon

Det har vært gjort mange studier på barns regnestrategier innen subtraksjon, men disse har tidligere ifølge Torbeyns (2009) hovedsakelig konsentrert seg om styrker og svakheter mellom to strategier, ofte dekomponering og sekvensiell metode, og med hvilken frekvens og effektivitet barn bruker disse to strategiene. Mye nyere forskning har konsentrert seg rundt bruken av indirekte addisjon og direkte subtraksjon, og ofte i forbindelse med metoden choice/no-choice. Flere studier viser at den raskeste og mest treffsikre metoden når tallene har liten avstand mellom seg er å telle seg oppover, altså metoden indirekte addisjon. Forskning viser videre at barn ofte ikke lærer denne strategien på skolen og lærere uttrykker i intervju at de sjelden underviser i strategien. I tillegg har skolebøkene sjelden med oppgaver med liten avstand mellom tallene, noe som i seg selv kunnet fremmet utviklingen av denne strategien hos elevene, eller lagt opp til gjennomgang av strategien i timene på skolen. Men studier viser også at elevene allikevel bruker strategien i økende grad senere i skoleløpet, og Torbeyns og hans kolleger fant at unge voksne skiftet fleksibelt mellom indirekte addisjon og direkte subtraksjon basert på både tallkarakteristikker og individuell strategikompetanse. Blant voksne finner vi dessuten at flesteparten bruker IA til tross for at de ikke har fått opplæring i det (Torbeyns, Ghesquière, et al., 2009). Samtlige studier diskuterer derfor for at indirekte addisjon må få større oppmerksomhet i undervisningssammenheng og at det må forskes mer på bruken av denne strategien.

Studier utført av Peters med flere på barn på 3. til 6. trinn viser derimot noen motstridende resultater. I én studie på subtraksjonsoppgaver fra 20 til 100 fant de at elevene brukte begge strategiene og også brukte dem på oppgavene som var mest passende i forhold til effektivitet. En annen studie av samme forskerteam, med samme metode men med subtraksjonsoppgaver fra 0 til 20, viste derimot at ingen av elevene brukte strategien indirekte addisjon. En forklaring på disse funnene kan i følge Peters komme fra størrelsen på tallene brukt i de to studiene og måten subtraksjon blir undervist på i Belgia. Ofte lærer barn her kun direkte subtraksjon som strategi i subtraksjonsoppgaver opp til 20, mens på talloppgaver fra 20 til 100 blir de etter hvert gitt instruksjon i flere strategier (Peters et al., 2012). Forskjellen kan derfor muligens forklares ut fra den sosiokulturelle konteksten hvor elevene har blitt lært hva som i

skolesammenheng verdsettes som strategi på talloppgaver under 20. Funnene til Peters' første studie sammenfaller heller ikke med tidligere studier gjort av Torbeyns med flere (2009). Han fant også at elevene ikke brukte indirekte addisjon i sin studie, selv ikke etter instruksjon i denne strategien. Denne forskjellen kan i følge Peters forklares med metoden for datainnsamling, der Torbeyns brukte muntlig rapportering og Peters brukte ulike ikke-muntlige metoder (Peters et al., 2012, s. 506). Det er tidligere stilt spørsmål ved validiteten av muntlig rapportering for å fange opp strategibruk, der argumentene er at fordi indirekte addisjon utføres veldig raskt og nesten automatisk kan barn ha vanskelig med å forklare eller artikulere nøyaktig hvordan de kom frem til svaret. Det argumenteres i denne sammenheng for at det trengs mer forskning på en direkte sammenligning av muntlige og ikke-muntlige metoder for datainnsamling for å kunne forklare slike motstridende resultater (Peters et al., 2012, s. 497).

I følge Torbeyns er også tidligere forskning på indirekte addisjon noe begrenset. Ingen tilgjengelige studier har gjort et systematisk forsøk på å analysere strategiutførelsen på subtraksjonsoppgaver med ulike karakteristikk, for eksempel på oppgaver som systematisk skiller seg fra hverandre med tanke på avstanden mellom minuend og subtrahend. Metodene som brukes i de ulike studiene på indirekte addisjon differensierer ikke mellom mulige årsaker for at IA ikke brukes – med andre ord, brukes det ikke av elevene rett og slett fordi de ikke mestrer strategien eller fordi de foretrekker en annen i repertoaret sitt (Torbeyns, De Smedt, et al., 2009, s. 81)?

2.6.2 Tidligere forskning rundt addisjon

Tidligere studier på barns bruk av addisjon er ofte gjort i sammenheng med subtraksjon. Studiene konsentrerer seg da rundt strategien kompensasjon og viser at elevene som kommer fra klasser hvor kunnskap om ulike strategier verdsettes og stimuleres helt fra starten av matematikkopplæringen, bruker kompensasjon effektivt på addisjonsoppgaver med 8 eller 9 på enerplassen. De samme studiene viser også at elevene som hadde blitt undervist på den mer tradisjonelle måten med fokus på en spesifikk sekvensiell strategi, foretrakk denne og brukte nesten ikke kompensasjon, selv ikke med 8 eller 9 på enerplassen (Torbeyns, Smedt, et al., 2009). Samtidig må det sies at disse studiene har ikke sammenlignet nøyaktighet og hurtighet for kompensasjonsstrategien med tilsvarende effektivitetsdata i sekvensiell strategi på ulike oppgavetyper, og dermed er ikke den antatte effektiviteten av denne strategien over andre strategier blitt empirisk validert her. Det ble derimot gjort en studie av Torbeyns (2009) som viste at etter instruksjon i kompensasjonsstrategien brukte de fleste elevene denne strategien effektivt på addisjonsoppgaver opp til 100. Noe uventet fant de at de to ulike oppgavetyper ble løst med samme nøyaktighet ved bruk av kompensasjon og at denne strategien også ble brukt like ofte på begge oppgavetyper, noe som indikerer at elevene ikke tilpasset strategivalget sitt til tallkarakteristikkene i oppgavene. I tillegg fant de at kompensasjon resulterte i hurtigere svar enn ved sekvensiell utregning, selv på oppgaver uten 8 eller 9 på enerplassen. Ikke bare viser disse funnene at kompensasjon er effektiv sammenlignet med den sekvensielle strategien med tanke på tallkarakteristikk, men de viser også at elever ikke velger denne strategien basert på sin individuelle strategikompetanse. Kun noen få av de matematisk sterkeste elevene gjorde det. Det legges frem mulige forklaringer både i elevenes opplevde effektivitet av en strategi og måten undervisningen blir organisert på i klasserommet. Det blir samtidig av Torbeyns og hans kolleger her bedt om at fremtidige studier repliserer funnene og tester de mulige forklaringene lagt frem i denne forskningen (Torbeyns, Smedt, et al., 2009, s. 589).

I tillegg til undervisning som forklarende faktor for hvorfor elever velger strategier som de gjør når de løser et problem, er det som tidligere nevnt også andre faktorer som kan være med på å forklare bruken av ulike metoder. Dette gjelder blant annet tallkarakteristikkene i oppgavene, personlige variabler – slik som forkunnskaper eller hva man foretrekker, og kontekstuelle eller sosiokulturelle faktorer.

2.6.3 Tidligere forskning på variabler i oppgaven, subjektet og konteksten

Mye tidligere forskning har fokusert på at fleksibel bruk av strategier defineres av tallkarakteristikkene i oppgaven, der et strategivalg ble sett på som fleksibelt så lenge det kunne relateres til oppgavetypen (for eksempel at $27 + 99$ løses ved kompensasjon). Forskerne skiller her mellom ulike strategier for subtraksjon og addisjon og analyserer så styrkene og svakhetene til de forskjellige for å lage ulike kombinasjoner av strategityper med problemtyper som kan defineres som adaptive eller ikke. Denne type forskning har fått kritikk for at en slik kombinasjon av strategi med tilhørende problem som blir definert som fleksibel kan for en spesifikk elev eller i en gitt situasjon bli nettopp det motsatte. Det argumenteres av flere, blant annet Torbeyns og Verschaffel, for at adaptivitet ikke kan operasjonaliseres av tallkarakteristikk alene, men at subjektive og kontekstuelle variabler også må tas med i betraktningen (Verschaffel et al., 2009, s. 339).

Subjektive variabler har blitt mye og systematisk forsket på som faktorer for strategivalg, blant annet av Siegler, Lemaire, Torbeyns og Verschaffel. Disse mener at når det gjelder prosessen med strategivalg må karakteristikker i oppgaven ses i forbindelse med karakteristikker hos eleven som skal løse oppgaven, og da spesielt hvor godt hun eller han mestrer strategien i fokus, føler seg trygg på denne og opplever den som effektiv (Verschaffel et al., 2009, s. 340). For å kunne studere denne prosessen med strategivalg som inkludere både tallkarakteristikk og subjektive variabler er metoden choice/no-choice, utviklet av Siegler & Lemaire i 1997, mye brukt i forskning. Denne forklares nærmere i metoddelen av oppgaven min.

Strategivalg basert på kontekstuelle variabler har også blitt forsket på i mange ulike matematiske områder. Tidligere var kontekstuelle faktorer av kognitive forskere blant annet sett på som ulike krav til oppgavene, tidsbegrensninger og krav til arbeidshukommelsen – faktorer som lett kunne manipuleres og kontrolleres i et eksperiment. Med fremveksten av det sosiokulturelle perspektivet har synet på slike kontekstuelle faktorer endret seg noe. Det er blant annet gjort forsøk med barn som jobber som gateselgere og som viser at de løste aritmetikk i denne situasjonen ved hjelp av hoderegning, og raskere og med mye høyere nøyaktighet enn når de måtte løse de samme oppgavene på skolen der de brukte skriftlige algoritmer. Dette viser at konteksten folk befinner seg i er med å avgjøre hvilken strategi man bruker. Forskning på dette området av blant annet Ellis, Rogoff og Star viser at elevers strategivalg også bestemmes av karakteristikker i den sosiokulturelle konteksten. Slike karakteristikker inkluderer hvilke regneverktøy som er tilgjengelig, for eksempel kalkulator, linjal og tabeller, hvilken type løsningsstrategi verdsettes i klasserommet eller test konteksten i tillegg til nøyaktighet og hurtighet, for eksempel eleganse, originalitet eller enkelhet og til slutt viktigheten av å gjøre det bra på testen eller skolen generelt. Det anbefales på dette grunnlaget å være mer bevisst slike kontekstuelle variabler i forskningssammenheng (Verschaffel et al., 2009, s. 342).

3 Metode

I studien min ønsker jeg å undersøke sammenhengen mellom elevers adaptivitet innen to ulike instrument – addisjon og subtraksjon. Valget av metode er hovedsakelig tatt med bakgrunn i forskningsspørsmålet mitt, men det er også en del praktiske forhold som ligger bak. For å svare på forskningsspørsmålet har jeg valgt å gjennomføre det som kan karakteriseres som en *mixed method*. Det vil si at jeg har samlet inn både kvantitative og kvalitative data, for på denne måten å få en større innsikt og mer nyansert forståelse enn hvis jeg kun hadde samlet inn én type data (Andersen, 2017). For å samle inn de kvantitative dataene har jeg gjennomført en såkalt choice/no-choice test som består av ulike regneoppgaver med addisjon og subtraksjon. I den kvalitative delen benyttet jeg et intervju, dette for at elevene skal få forklart tankene og fremgangsmåtene sine muntlig mens de utfører et utvalg oppgaver. Forklaringene deres er fortløpende kategorisert og registrert i et avkryssningsskjema over de ulike strategier og begrunnelse for valget deres. Det er i tillegg notert ned enkelte utsagn elevene har kommet med som forklaring på valget de har tatt. Selv om dette ikke er en del av forskningsspørsmålet ønsker jeg å undersøke det for bedre å forstå sammenhengen mellom de to temaene subtraksjon og addisjon. På denne måten får jeg et større og mer unikt innblikk i prosessen i problemløsingen deres samt begrunnelsen for valg av strategi, i motsetning til om jeg kun hadde samlet inn kvantitative data over strategieffektivitet. I dette kapittelet presenteres begrunnelsen for mine metodiske valg og design, datainnsamling og operasjonaliseringer. Kapittelet avsluttes med en vurdering av studiens reliabilitet og validitet.

3.1 Mixed method

Det finnes fordeler og ulemper ved alle typer forskningsdesign. Kvantitativ forskning har den styrken at man kan teste allerede konstruerte teorier eller hypoteser om hvordan et fenomen fremstår/opptrer. Denne type forskning gir oss presise numeriske data og ved å standardisere informasjonen kan man ha et stort antall informanter. På den andre siden er det ikke sikkert forskerens kategorier og teorier reflekterer deltakernes forståelse. Forskingen kan i tillegg få et noe generelt og overfladisk preg hvor man ikke vil få frem de individuelle variasjonene (Johnson & Onwuegbuzie, 2004). Ved å bare gjennomføre kvantitative undersøkelser kunne jeg ha generalisert funnene mine. Dersom halvparten av elevene viser adaptivitet på tvers av tema og halvparten ikke gjør det, kan disse resultatene nøytralisere hverandre og jeg kan derfor gå glipp av noen interessante enkeltfunn blant elevene. I kvalitativ forskning derimot, kan man gå i dybden på et mindre antall tilfeller, vektlegge flere detaljer og dermed få en bedre beskrivelse og et innblikk i tankene til den enkelte elev. Men fordi det ofte er tidkrevende, og på grunn av mengden data, velger man gjerne få deltakere og funnene lar seg nødvendigvis ikke generalisere til andre elever eller settinger (Johnson & Onwuegbuzie, 2004).

Ved å velge mixed method som forskningsdesign har jeg muligheten til å plukke ut de metodiske fremgangsmåtene som passer best for å svare på forskningsspørsmålet mitt, samtidig som ulempene fra hver metode blir forminskert. «Research methods should follow research questions in a way that offers the best chance to obtain useful answers» (Johnson & Onwuegbuzie, 2004, s. 17). I følge Johnson er mixed method en kreativ form

for forskning som lar forskeren være pragmatisk og bruke flere tilnæringsmåter for å besvare sine forskningsspørsmål (2004). Dette er da også et av de metodologiske prinsippene som gjør at mixed method skiller seg fra andre tilnæringer – en såkalt *metodologisk eklektisisme*. Det handler om å være fri til å velge og integrere de mest passende teknikkene fra både kvalitative metoder, kvantitative metoder og mixed methods, altså verktøyene vi selv mener er best, for å kunne undersøke fenomenet vi er interessert i enda grundigere (Teddlie & Tashakkori, 2022, s. 10). Det er med andre ord mange forskningsspørsmål og kombinasjoner av spørsmål som best og mest fullstendig besvares gjennom mixed method som forskningsdesign (Johnson & Onwuegbuzie, 2004).

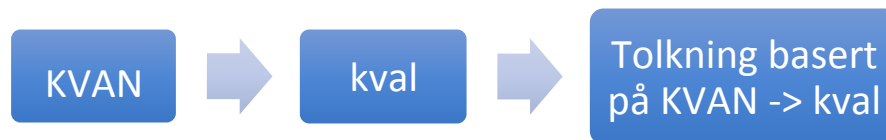
Det finnes mange måter å kombinere kvalitative (KVAL) og kvantitative (KVAN) metoder på, som vist i Figur 1 hvor vi ser 9 ulike forskningsdesign for mixed method. For å konstruere et slikt design må forskeren først og fremst ta to viktige avgjørelser: om man skal holde seg hovedsakelig i et dominerende paradigme (dominant status) eller ikke (equal status), og om man skal gjennomføre metodene parallelt (concurrent) eller sekvensielt (sequential). Metoden som står med store bokstaver, er den dominerende i studien. (Johnson & Onwuegbuzie, 2004, s. 22).

		Time Order Decision	
		Concurrent	Sequential
Paradigm Emphasis Decision	Equal Status	QUAL + QUAN	QUAL → QUAN QUAN → QUAL
	Dominant Status	QUAL + quan QUAN + qual	QUAL → quan qual → QUAN QUAN → qual quan → QUAL

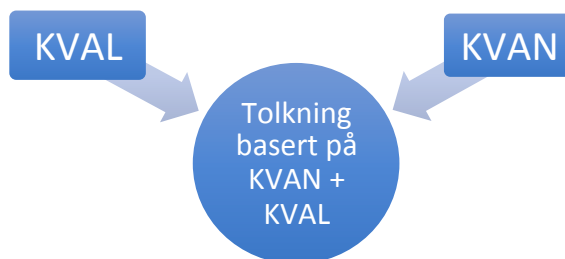
Figur 1. Ulike forskningsdesign for mixed method

Jeg har i denne oppgaven valgt et såkalt sekvensielt forklarende design (Andersen, 2017), slik det er vist i Figur 2. Her vil forskeren først analyserer data fra en kvantitativ del og deretter bruke disse dataene for å kunne gå mer i detalj i en kvalitativ del av forskningen. Her er de kvantitative dataene viktigst og står derfor med store bokstaver. Den kvantitative delen av denne studien er i størst grad med på å besvare forskningsspørsmålet mitt, men blir i tillegg brukt til å velge ut de elevene som presenteres i den kvalitative delen. Ut fra resultatene jeg fikk gjennom analysen av choice/no-choice undersøkelsen gjorde jeg et utvalg av informantene for å analysere de kvalitative dataene tilhørende disse. De kvalitative dataene brukes med andre ord for å tolke og forstå det kvantitative resultatet. På den andre siden ble innsamlingen av både kvantitative og kvalitative data gjennomført parallelt. Designet kan derfor ligne noe mer på triangulering, hvor man typisk samler både kvalitative og kvantitative data omtrent samtidig og integrerer informasjonen i et overordnet resultat (Andersen, 2017). Rekkefølgen for analyse i triangulering er vist i Figur 3. I denne studien har jeg, slik jeg

ser det, brukt begge typer forskningsdesign. Det første jeg gjorde var å samle inn data parallelt, og vi kan derfor si at triangulering ble gjennomført først, men fordi jeg trengte mer informasjon for å diskutere forskningsspørsmålene ble det deretter også gjennomført et slags sekvensielt forklarende design. Denne studien havner nok, på bakgrunn av dette, et sted mellom sekvensielt forklarende design og triangulering.



Figur 2. Sekvensielt forklarende design, etter Andersen (2017).



Figur 3. Triangulert design, etter Andersen (2017)

Mixed method har som nevnt over den fordelen at ulempene fra rene kvalitative og kvantitative studier forminskes, men det vil samtidig være en krevende metode å gjennomføre for meg som uerfaren forsker. Først og fremst må man ha oversikt over styrkene og svakhetene til både kvantitativ og kvalitativ forskning for å kunne være i posisjon til å mikse og kombinere strategier. Det krever i tillegg mye tid å samle inn og analysere data i flere omganger (Johnson & Onwuegbuzie, 2004). Kvantitative forskningsmetoder var også helt nytt for meg, og noe jeg heller ikke hadde erfaring med som student. Dette kan resultere i at de kvalitative og kvantitative funnene blir stående hver for seg og blir lite integrerte. Det blir derfor viktig å bruke modellene av sekvensielt forklarende design og av triangulering til å tolke de kvalitative resultatene.

3.2 Kvantitativ metode: Choice/No-Choice

For å samle inn kvantitative data har jeg benyttet meg av en metode kalt *Choice/No-choice*. Dette er en metode fremstilt av Siegler og Lemaire (1997) for å empirisk undersøke menneskers strategikompetanse i møte med matematiske problemer, og er benyttet på ulike områder inkludert multiplikasjon, addisjon, subtraksjon og mengdebedømmelse. Metoden har som mål å inkludere både oppgavekarakteristikker og egenskaper hos den som skal utføre oppgavene i prosessen med strategivalg, spesielt hvor godt vedkommende mestrer de gitte strategiene (Verschaffel et al., 2009). Med denne metoden blir deltakerne vurdert i to ulike betingelser; en valgfri betingelse (Choice) hvor de får velge strategien de vil bruke for å løse hvert problem, og to ikke-valgfrie betingelser (No-choice) hvor de må løse alle problemene med en gitt strategi. Fordi deltakerne i no-choice betingelsen ikke kan velge strategi basert på verken

problemet foran seg eller individuelle preferanser, er tanken at resultatet vil være rent objektive data for effektiviteten til strategiene som er i fokus. Med denne metoden vil man i tillegg kunne analysere *adaptiviteten* i deltakernes strategivalg basert på deres individuelle strategikompetanse ved å sammenligne strategivalgene i choice betingelsen med de individuelle effektivitetsdataene samlet inn i no-choice betingelsene. (Torbeyns et al., 2018; Torbeyns & Verschaffel, 2013). Med andre ord, tar elevene hensyn til sin egen mestring av og kompetanse i de ulike strategiene når de selv velger mellom dem i den valgfrie betingelsen? For å unngå at strategivalgene i den valgfrie betingelsen blir påvirket av noen slags overføringseffekt fra de ikke-valgfrie betingelsene, anbefaler Siegler og Lemaire at man utfører den valgfrie betingelsen først (Torbeyns & Verschaffel, 2013). Slik ble det også gjennomført i min studie. Elevene fikk løse oppgavene med en valgfri metode først, deretter et sett med én bestemt strategi, så et sett med den andre strategien. Jeg måler effektiviteten, i dette tilfellet tiden det tar fra eleven får oppgaven presentert til svaret er gitt, og i tillegg registreres nøyaktigheten på svaret, altså om svaret er rett eller galt.

3.2.1 Pilotering

Pilotstudier er ofte en viktig del av et forskningsprosjekt, og kan gjennomføres på forskjellige måter avhengig av hensikten med piloteringen (Cohen et al., 2011). I prosjektet mitt ble det gjennomført to pilotstudier av den kvantitative metoden for datainnsamling. Hensikten var å sjekke om programmet for å utføre testen virket som det skulle, få en indikasjon på tidsbruk og samtidig få noen tilbakemeldinger på hvordan oppgavene kunne tolkes og løses. Den første piloten ble gjennomført av en lærerkollega og en tilbakemelding jeg fikk her var at instruksjonene mellom oppgavene var utydelige. For å unngå forvirring og unødvendig tidsbruk i testsituasjonen ble ordlyden i instruksene derfor endret noe. Den andre piloten ble gjennomført av en medstudent i etterkant av disse endringene, og tilbakemeldingene var slik at jeg valgte å ikke gjøre noen videre endringer på testen.

3.2.2 Valg av oppgaver

Elevene ble presentert for tre sett med 8 tosifrede oppgaver opp til 100, først for subtraksjon (se figur 4) og deretter for addisjon. Oppgavene er designet slik at noen er tenkt å fremme den ene strategien, direkte subtraksjon, og noen den andre strategien, indirekte addisjon. Jeg skiller derfor mellom *subtraksjonsoppgaver med liten avstand* mellom tallene (L); liten avstand mellom minuend og subtrahend og en ensifret differanse, og *subtraksjonsoppgaver med stor avstand* mellom tallene (S); stor avstand mellom minuend og subtrahend og en tosifret differanse. I tillegg har jeg inkludert fire bufferoppgaver med middels avstand mellom tallene (M), som ikke var tenkt å fremme verken den ene eller den andre strategien. Disse oppgavene ble inkludert for at det ikke skulle være et markant skille mellom oppgaver med liten avstand og stor avstand mellom tallene, slik at det ble tydelig for elevene at det var en ny strategi som skulle benyttes. Oppgavene med liten avstand var tenkt å stimulere for strategien *indirekte addisjon*, og oppgavene med stor avstand for *direkte subtraksjon*.

Addisjonsoppgavene (se figur 5) var delt i to kategorier - regnestykkene som var ment å fremme *kompensasjon* (K); sifrene 8 eller 9 på enerplassen til minst ett av tallene, og de som skulle fremme *sekvensiell utregning* (S); siffer mellom 2 og 7 på enerplassen til begge tallene.

Alle disse kjennetegnene beskrevet ovenfor for både subtraksjon og addisjon og som fremmer ulike strategier, utgjør det jeg refererer til som *tallkarakteristikkene* ved oppgaven. Dette er et ord jeg bruker videre i oppgaven og i det legger jeg hvordan tallene fremstår i oppgaver i aritmetikk og hvordan de av natur innbyr til ulike operasjoner. Dette gjelder i denne sammenheng både tallene alene, slik som tallet 19 som i en addisjonsoppgave ofte blir rundt opp til 20, og tallene som en helhet i et regnestykke. Et eksempel på det siste vil være for eksempel $81 - 77$ hvor avstanden mellom tallene er så liten og subtrahenden så stor at jeg velger å telle meg oppover for å finne svaret.

På bakgrunn av tidligere forskning på samme område, lå det tre kriterier til grunn for hver av de tre settene; (1) oppgavene ble presentert i tilfeldig rekkefølge for å unngå en naturlig ledende rekkefølge på strategiene, (2) svaret på hvert problem kunne ikke utledes fra den forrige oppgaven og (3) ingen oppgaver ble repetert (Peters et al., 2012; Torbeyns et al., 2018; Torbeyns & Verschaffel, 2013).

3.2.3 Datainnsamling kvantitativ

Jeg har i denne studien samlet inn data i min egen klasse på 8.trinn. Det krever mye tid å samle inn og analysere data i flere omganger (Johnson & Onwuegbuzie, 2004), så for å begrense arbeidsmengden noe med hensyn til dette hadde jeg på forhånd bestemt meg for en informantgruppe på kun 25 elever. Alle elevene i klassen fikk tilbud om å delta hvorav samtlige som leverte skriftlig samtykke fra foreldrene ble inkludert. Opprinnelig var det da 27 deltakere, men antallet ble redusert til 25 på grunn av frafall. Alle deltakerne ble innledningsvis anonymisert ved hjelp av et tildelt kodeord. Elevene ble tatt med ut av klasserommet og testet en og en i et stille rom, i første omgang for subtraksjonsoppgaver, deretter en gang til for addisjonsoppgaver noen dager senere. Alle oppgavene ble presentert på en bærbar Mac. Jeg brukte programmet PsychoPy (PsychoPy.org, 2022), et dataprogram designet for å lage eksperimenter i atferdsvitenskap med presis kontroll av stimuli og responstid (Peirce et al., 2019). Ved hjelp av programmerte looper ble oppgavene presentert med sorte tall på en helt hvit bakgrunn, der elevene også skulle skrive inn svaret. Oppgaven ble på skjermen til eleven hadde skrevet dette inn og trykket på Enter på tastaturet. Programmet registrerte elevens svar og tok tiden på hver respons. Tiden startet å gå da oppgaven kom på skjermen og stoppet da eleven trykket Enter. Hvert oppgavesett startet med en kort skriftlig forklaring på hvilken strategi eleven skulle bruke, samt hvilke taster de skulle benytte på tastaturet. Dette ble også gjengitt muntlig av meg.

Alle elevene i studien fikk presentert regneoppgavene i tre sett med 8 oppgaver i hver og måtte regne disse i hodet før de skrev inn svaret, de hadde ingen skriveredskaper tilgjengelig. I det første settet (choice) fikk de selv velge hvilken av de to strategiene de ønsket å bruke for hver oppgave, og i de to neste settene (no-choice) ble de bedt om å følge først den ene strategien, deretter den andre. I subtraksjonsoppgavene ble direkte subtraksjon presentert som første strategi, deretter indirekte subtraksjon. I addisjonsoppgavene kom kompensasjonsstrategien først, deretter sekvensiell utregning. Elevene ble instruert i å løse alle oppgavene så nøyaktig og raskt som de fikk til.

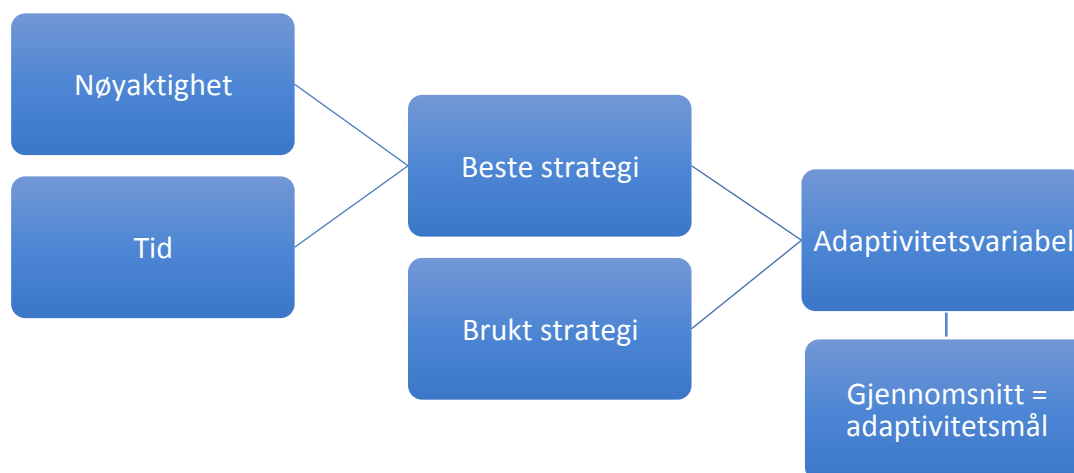
Fordi elevene i denne klassen kommer fra ulike barneskoler hadde jeg ingen kunnskap om hvilke strategier for hoderegning de hadde lært fra før. Elevene fikk derfor hver og en i forkant av testen en kort instruksjon i de to strategiene jeg måler for hvert instrument, disse strategiene skal de alle i tillegg ha noe kjennskap til fra før da vi har gått gjennom dem i timene på skolen i høst. For subtraksjonsoppgavene demonstrerte jeg først

dekomponering og sekvensiell utregning for direkte subtraksjon, og deretter metoden indirekte addisjon. For addisjonsoppgavene demonstrerte jeg først kompensasjon og deretter sekvensiell utregning. Strategiene under forsøket var illustrert med eksempler på stegvis utregning på et A4 ark (se vedlegg 1). Dette arket lå ved siden av eleven under hele datainnsamlingen slik at de både ble minnet på hvilke strategier de fikk lov til å bruke og samtidig lettere kunne peke ut strategien de hadde brukt under intervjuet i etterkant av hvert problem i choice betingelsen.

3.2.4 Analysemetode kvantitativ

Datamaterialet jeg får ut fra den kvantitative delen er CSV-filer som jeg bruker Excel til å behandle og analysere ved hjelp av formler og deskriptiv statistikk. Kun elevenes oppgitte svar, altså *nøyaktighet*, og brukt tid på hver oppgave, altså *hurtighet*, ble inkludert i datasettet, i tillegg til informantens kodeord og rekkefølgen oppgavene ble presentert i. Elevenes strategikompetanse ble vurdert ved hjelp av to fremgangsmåter. Først ble det vurdert om elevene tar hensyn til tallkarakteristikkene i oppgavene ved å se på frekvensen av de to ulike strategiene som var brukt, i begge de to valgfrie settene. Deretter så jeg på individuell strategikompetanse ved å sammenligne frekvensen av strategivalgene i choice betingelsen med de individuelle effektivitetsdataene samlet inn i no-choice betingelsene. Dette ga meg et forholdstall på adaptiviteten til hver elev. Til slutt ble disse tallene på adaptivitet sammenlignet på tvers av tema for hele gruppen. Se figur 4 for oversikt over denne prosessen.

En rekke variabler ble opprettet for å kunne kvantifisere og sammenligne innsamlet data. Dette inkluderer også såkalte dummyvariabler, som kan anta kun to størrelser: 0 eller 1 (Thrane, 2018). Jeg har på hver elev laget en nominal variabel for om svaret deres er rett utregnet, med verdien 1 for hver rette besvarte oppgave og fravær av denne verdien, altså 0, på oppgaver som er besvart feil. Ut fra innhentet informasjon om hvilken strategi eleven brukte på hver oppgave i choice-settet har jeg benyttet meg av en variabel på nominalnivå, variabelen *brukt strategi*, for å navngi disse til henholdsvis strategi 1 eller 2 (Thrane, 2018). Med hjelp av no-choice oppgavene fant jeg ut hvilken strategi som var den mest effektive, altså den beste strategien, for akkurat denne eleven - først ut fra *nøyaktighet* (rett svar) og deretter *hurtighet* (tid). Ved å sammenligne oppgavene som var tenkt å fremme de samme strategiene i de to ulike settene plukket jeg ut den av de to som først og fremst ga rett svar. Ga begge strategiene rett svar, var det tiden brukt på oppgaven som avgjorde. Jeg fikk da en ny nominal variabel for hvilken strategi eleven burde brukt på de ulike oppgavetyper, altså variabelen *beste strategi* med verdiene 1 og 2 ut fra strategitype. En fjerde variabel, *adaptivitet*, ble til slutt opprettet. Har elevene i choice-settet brukt den strategien som de to no-choice settene forteller meg at de burde brukt, med tanke på *nøyaktighet* og *effektivitet*, får denne variabelen verdien 1, i motsatt fall, verdien 0. Adaptivitet ble da målt for hver elev ved å regne ut gjennomsnittet av disse verdiene, og jeg endte opp med en variabel på forholdstallsnivå, kalt *adaptivitetsmål*, hvor «scoren» hos elevene er ulike desimaltall mellom 0 og 1. Å betrakte ordinalvariablene «å være adaptiv innen subtraksjon/addisjon» på forholdstallsnivå, gir nye og bedre analysemuligheter. Siden dette er en studie med to variabler på forholdstallsnivå, både for subtraksjon og addisjon, passet det følgelig med regresjon (Thrane, 2018, s. 70).



Figur 4. Oversikt over prosessen i kvantitativ metode. Rett svar og brukt tid gir beste strategi for eleven, sammen med brukt strategi får vi adaptivetsvariabel 1 eller 0 for hver oppgave. Et gjennomsnitt av disse gir adaptivetsmål per elev.

Gjennomsnittstallene jeg fikk på hvor adaptive hver elev er innen hvert av de to temaene ble på nytt lagt inn i et skjema i Excel som variabler på adaptivitet for henholdsvis subtraksjon og addisjon. Ved hjelp av disse gjennomførte jeg en regresjonsanalyse for å finne ut om, og eventuelt i hvor sterk grad, de to variablene er statistisk forbundet med hverandre. Når både avhengig og uavhengig variabel er på forholdstallsnivå, som i dette tilfellet, gir det oss muligheten til å sette de opp som to akser hvor data kan plottes inn grafisk. Jeg valgte derfor i denne studien å illustrere funnene med et scatterplot med regresjonslinje inntegnet (Thrane, 2018). Korrelasjonen mellom disse to variablene ble regnet ut for hele gruppen samlet. Jeg ville på denne måten få svar på både hvor adaptive elevene er hver for seg innen subtraksjon, hvor adaptive de er innen addisjon og til slutt en samlet vurdering på om vi ser en sammenheng i adaptivitet mellom disse to temaene for gruppen som en helhet.

Anonymiserte rådata blir publisert åpent i Dataverse.no etter publisering.

3.3 Kvalitativ metode: intervju

For å sikre større reliabilitet på elevenes rapportering av hvilken strategi de benyttet i det valgfrie settet benyttet jeg meg av et kort intervju av alle deltakerne underveis. Tidligere forskning viser at selvrapporing kan være vanskelig for elevene, da de ikke nødvendigvis selv forstår hvilken strategi de har benyttet. En mulig begrunnelse kan være at strategien går raskt og nesten automatisk, og uten at elevene nødvendigvis er bevisst hvordan de gikk fram (Peters et al., 2012, s. 497). Etter hver oppgave i choice-settet måtte derfor eleven beskrive for meg hvordan de hadde tenkt da de regnet ut oppgaven. I tillegg ønsket jeg å gå nærmere inn på hvert av svarene deres, for å finne ut hvorfor de valgte akkurat denne spesifikke strategien. Videre i dette kapitlet vil jeg redegjøre for hvordan datainnsamlingen og analysen ble foretatt.

3.3.1 Datainnsamling kvalitativ

Intervju som metode er ikke bare velprøvd men også den mest utbredte tilnærmingen til kvalitativ forskning, og er blitt en veldig vanlig måte å innhente kunnskap om menneskers meninger, holdninger og opplevelser på. Gjennom intervjuet prøver man som forsker å få et innblikk i intervjuobjektets egne opplevelser av et fenomen, fra deres

ståsted, og i dette tilfellet hvordan elevene hadde tenkt og hvorfor (Brinkmann & Tanggaard, 2012). Et forskningsintervju kan være alt fra relativt ustrukturert med få planlagte spørsmål, til det helt stramt strukturerte med styrende spørsmål og man skal følgelig på bakgrunn av det gitte forskningsprosjektet alltid velge den intervjuformen som passer best (Brinkmann & Tanggaard, 2012, s. 24).

Intervjuene i studien min var først og fremst ment for å utdype de kvantitative funnene, og for at svarene fra de ulike respondentene skulle være sammenlignbare valgte jeg derfor å benytte meg av et strukturert intervju. Denne intervjuformen kan være velegnet når man har bruk for svar fra mange respondenter og for enkelt å kunne kategorisere og kvantifisere dem (Brinkmann & Tanggaard, 2012). I et strukturert intervju er spørsmålenes innhold og rekkefølge fastlagt, og det er ofte klare svaralternativer for hvert av dem. Denne metoden for datainnsamling innebærer at alle respondentene stilles nøyaktig samme spørsmål, og det er dette som gjør at svarene blir ekvivalente og sammenlignbare (Malt & Grønmo, 2020).

For å belyse problemstillingen enda mer ønsket jeg å se på hvorfor elevene valgte akkurat de strategiene de gjorde. Etter hver oppgave i choice-settet i den kvantitative delen av prosjektet måtte derfor elevene stoppe opp og svare på spørsmålene; «Hvordan gikk du frem for å løse oppgaven?» og «Hvorfor brukte du nettopp denne strategien her?». Jeg tolket forklaringene deres fortløpende, kategoriserte det første svaret til en av de to strategiene de kunne velge mellom og registrerte svaret i et eget avkrysningsskjema (se vedlegg 2). Spørsmål to ble også kategorisert fortløpende. Tidligere forskning som har søkt å forklare valgene man gjør når man løser et problem legger noen viktige faktorer til grunn for disse valgene. I følge Newton og Rittle-Johnson et al. inkluderer disse faktorene en oppfattet effektivitet av strategien, noe som avgjøres av for eksempel færre steg i utregningen eller redusert kognitiv påkjenning. De andre faktorene er karakteristikkene i oppgaven, personlige variabler som for eksempel kunnskap om strategiene eller matematikk generelt og til slutt kontekstuelle faktorer som for eksempel tilgjengelige hjelpemidler, lokasjon og forventninger fra omgivelsene (Newton et al., 2020; Rittle-Johnson et al., 2012). Verschaffel opererer i sine studier med de tre faktorene karakteristikkene i oppgaven, personlige variabler og den sosiokulturelle konteksten for å forklare elevenes strategivalg i aritmetikk. Jeg har med bakgrunn i dette laget to kategorier som sier noe om karakteristikkene i oppgaven, to kategorier som sier noe om personlige variabler og en kategori som står åpen og kan inkludere eventuelle kontekstuelle faktorer eller mulig oppfattet effektivitet av strategien. Disse kategoriene blir forklart lengre ned. I tillegg ble det notert ned enkelte utsagn elevene kom med spontant som forklaring på valget de tok. Elevene fikk ikke innsyn i kategoriene på forhånd, men om noen stod fast på dette spørsmålet ble et par av kategoriene lest opp som eksempler.

3.3.2 Analysemetode kvalitativ

Elevenes svar på hvilken strategi de hadde brukt i choice-settet ble kodet om til variabelen *brukt strategi* med verdiene 1 og 2 (henholdsvis strategi 1 og strategi 2) og deretter plottet inn i Excel sammen med tilhørende respondents data fra den kvantitative delen. Her ble, som beskrevet tidligere, denne variabelen for *brukt strategi* sammen med data for nøyaktighet og effektivitet fra no-choice settene brukt til å danne den nye nominale variabelen for hvilken strategi som for hver elev var *beste strategi* på de ulike oppgavetyperne.

Målet med analysen av intervjudelen var først og fremst å tolke og forstå hvordan elevene hadde gått frem i problemløsingen. Deretter var målet om mulig å få et innblikk i hvorfor de valgte de strategiene de gjorde, for å se om dette kunne belyse svarene som ville dukke opp i den kvalitative delen. Analysen av *hvorfor* elevene hadde brukt de spesifikke strategiene startet allerede under datainnsamlingen, da jeg her måtte tolke utsagnene for å kategorisere dem inn under de ulike kodene. For å gjøre jobben lettere hadde jeg på forhånd definert ulike koder som kunne dekke de svarene jeg antok ville dukke opp. Slike begrepsdrevne koder lages ofte ut fra teori eller bestemte hypoteser som forskeren ønsker å teste (Brinkmann & Tanggaard, 2012), som i dette tilfellet hvor jeg ønsket å se på om valgene ble gjort ut fra karakteristikkene i taloppgavene eller ut fra personlige variabler, slik som vane eller trygghet på strategien. I oppgavesettet for subtraksjon var kategoriene «*Liten avstand*» (mellom tallene), «*Stor avstand*» (mellom tallene), «*Kan den best*» og «*Vant til å bruke den*». I oppgavesettet for addisjon var kategoriene «*Nær neste tier*», «*Ikke nær neste tier*», «*Kan den best*» og «*Vant til å bruke den*». Det var også tatt med muligheten for å krysse av på «*Annet*» i begge settene, om noen av svarene ikke skulle passe inn i de forhåndsbestemte kategoriene. Se oversikt over kategoriene i tabell 1. Frekvensen av hver besvart kategori ble til slutt regnet ut og oppsummert i en tabell.

TEMA	Tallkarakteristikk		Personlige variabler		Annet
Subtraksjon	Liten avstand	Stor avstand	Kan den best	Vant til å bruke	
Addisjon	Nær neste tier	Ikke nær neste tier	Kan den best	Vant til å bruke	

Tabell 1. Kategorier til forklaring av strategivalg

Til analysen av den kvalitative delen gjorde jeg til slutt et utvalg basert på resultatene i den kvantitative delen. Ut fra resultatene jeg fikk gjennom analysen av adaptivitet i choice/no-choice undersøkelsen valgte jeg ut fire informanter med stor spredning i adaptivitet mellom subtraksjon og addisjon, samt fire informanter med gjennomgående høy adaptivitet i begge settene for å analysere og sammenligne de kvalitative dataene tilhørende disse to grupperingene.

3.4 Studiens kvalitet

Sentralt i all forskning er kravene om validitet og reliabilitet. Validitet, eller gyldighet, forteller om vi faktisk måler det teoretiske begrepet vi prøver å måle. Her er det, i følge Thrane (2018), kun sunn fornuft, argumentasjon og tidligere forskning som avgjør. Måter å øke validiteten på i et forskningsprosjekt er å utføre nøyaktige datainnsamlinger, tilpasse måleinstrumentet og utføre nøyaktige statistiske behandlinger (Cohen et al., 2011, s. 179). Jeg har i den kvantitative delen benyttet meg av en innsamlingsmetode for data som er vel brukt i tidligere forskning på samme tema og dermed også har blitt validert (Torbeyns, Smedt, et al., 2009; Torbeyns & Verschaffel, 2013, 2016). Jeg tar derfor utgangspunkt i at den interne validiteten er noenlunde sikret, men jeg har allikevel gjort noen grep, beskrevet lengre ned, for å høyne den så mye som mulig.

Reliabilitet, eller pålitelighet, handler om presisjonen på variablene som er brukt og om målefeilene eller unøyaktighetene her. Om gjentatte målinger viser samme resultat har man høy reliabilitet. Det er flere faktorer som kan påvirke reliabiliteten til en test – lengden på testen, motivasjon og seriøsitet hos respondentene og måten testen blir rettet på kan alle påvirke reliabiliteten. I tillegg kan en elev krysse av feil i et svarskjema, eller den som skal registrere svarene kan skrive inn feil tall i matrisen (Thrane, 2018). Ideelt sett skulle jeg kjørt testen to ganger på elevene og funnet korrelasjonskoeffisienten for de to for å sjekke styrken på den interne reliabiliteten, men dette ville blitt for tidkrevende. For å holde oppe reliabilitet og validitet i forskningsprosjektet mitt har jeg blant annet gjennomført pilotstudier for å sjekke at testen måler det jeg ønsket at den skulle måle, holdt antall oppgaver til maksimalt 8 i hvert sett for å sikre best mulig motivasjon og innsats hos elevene, selv registrert besvarelsene deres på type strategi ut fra muntlige besvarelser, revidert statistikken i samråd med en kollega i matematikk og i selve oppgaven vært åpen om datainnsamling, koding og analyse av testresultater.

Reliabilitet i den kvalitative delen er vanskeligere å forsvare enn i den kvantitative undersøkelsen. Fordi et intervju er skapt i en sosial konstruksjon kan man ikke nødvendigvis gjenskape et intervju og forvente å få samme svar. Samspillet mellom intervjuer og intervjuperson er avgjørende for den kunnskapen man oppnår og forskjellige former for relasjoner i intervjuet kan skape kunnskap om forskjellige ting (Brinkmann & Tanggaard, 2012, s. 22). Det jeg mener er med på å styrke troverdigheten i min studie er at jeg har intervjuet mine egne elever. Fordi jeg kjenner elevene godt kunne jeg tilpasse intervjusituasjonen til hver enkelt på lik linje med en erfaren intervjuer som kan tilpasse stilen til hvordan intervjuinteraksjonen forløper (Brinkmann & Tanggaard, 2012). Over tid har det i denne relasjonen mellom meg og elevene også oppstått en tillit som førte til at jeg kunne skape en trygg situasjon for dem og samtidig stole på at jeg fikk ærlige svar tilbake fra elevene. For å styrke reliabiliteten i studien ytterligere har jeg forsøkt å være åpen ved å gi en nøyaktig beskrivelse av fremgangsmåtene gjennom hele prosessen og ved å bruke sitater fra elevene for å vise hvordan jeg valgte å gå frem i både koding og analyse.

3.4.1 Ethiske refleksjoner

All forskning må forholde seg til forskningsetiske retningslinjer utarbeidet av Den nasjonale forskningsetiske komité (NESH), noe som innebærer at en del forholdsregler må tas, spesielt må man være varsom overfor barn og andre sårbare grupper. «Barn og unge som deltar i forskning, har særlige krav på beskyttelse» (Ringdal, 2018, s. 62). Fordi jeg skulle behandle personopplysninger ble det ved oppstart av prosjektet aller først søkt om godkjenning av Norsk senter for forskningsdata (NSD). I tråd med retningslinjene til NESH var det videre viktig å presisere overfor elevene mine at det ikke var lagt noe press på dem om å delta, og at det ikke medførte noen negative sanksjoner hvis de ikke ville. I rollen som både lærer og forsker følte jeg at jeg måtte trå varsomt i så måte, slik at elevene ikke følte seg presset til noe de ikke ønsket å være med på. Jeg sendte på forhånd mail med informasjon til de foresatte og sendte med elevene et samtykkeskjema hjem slik at både de og foreldrene skulle få tilstrekkelig informasjon om formålet til prosjektet, hva jeg skulle samle inn, hvem som skulle få tilgang til informasjonen og hva jeg skulle bruke det til. Der stod det også presisert at elevene kunne trekke seg i etterkant om de ville. Samtykkeerklæringen ligger som vedlegg 3.

Under gjennomføringen av testene med tilhørende intervju fikk elevene utdelt hvert sitt kodenavn som de skrev inn i dataprogrammet og som dermed ble knyttet til de tilhørende data i Excel. Det samme kodenavnet noterte jeg på svarskjemaet under intervjuet slik at disse kunne kobles sammen under analysen. Nøkkel med både fornavn og kodenavn ble kun benyttet for å sjekke om alle besvarelser var kommet inn og ble ellers oppbevart adskilt fra oppgavebesvarelsene. I presentasjon av prosjektet er all data i henhold til NSDs retningslinjer blitt anonymisert.

En utfordring jeg noterte meg med tanke på forskning på egen praksis var den ujevne maktbalansen i intervjusituasjonen. Dette er i følge Brinkmann og Tanggaard (2012) noe man finner i de fleste intervjusituasjoner men kanskje spesielt der forskeren har to roller. Elevene skulle ikke dele noe personlig med meg, slik som holdninger eller erfaringer, men var allikevel i en situasjon hvor de måtte prestere foran læreren sin. Jeg forsøkte å ta hensyn til dette ved å sette meg overfor eleven slik at jeg ikke så selve gjennomføringen av de matematiske oppgavene. Fordi rekkefølgen på oppgavene i testen også ble stokket om for hver elev hadde jeg heller ikke innsyn i hvilken oppgave de ga meg forklaring til i intervjudelen. Dette ble også presisert overfor elevene, slik at de skulle føle seg tryggere i situasjonen, og det ble større sannsynlighet for å få troverdige svar.

4 Resultater og analyse

I dette kapittelet presenteres resultatene fra datainnsamlingen, hvor subtraksjon og addisjon går gjennom separat under hvert punkt. Mitt første forskningsspørsmål var «Hvor adaptive er elever innen subtraksjon og addisjon», hvor jeg ønsker å finne en målbar verdi for hver elev og hele gruppen samlet. For å svare på dette spørsmålet har jeg først sett på strategi-repertoaret og fordelingen i gruppen, altså hvilke strategier benytter elevene seg av når de får velge selv. Deretter har jeg undersøkt strategienes effektivitet, altså hvor nøyaktige og raske svar produseres med de ulike strategiene. For å finne hva som vil være den beste strategien å bruke på de ulike oppgavetyperne for elevene i denne gruppen har jeg sett på og kombinert resultatene nevnt ovenfor. Elevenes adaptivitet er til slutt fremstilt på bakgrunn av beste strategi og brukt strategi. Funnene struktureres og presenteres først og fremst gjennom det teoretiske rammeverket for strategisk kompetanse av Siegler og Lemaire, men vil også representeres ved hjelp av deskriptiv statistikk. Diagrammene underveis er innsamlet data som jeg har brukt for å komme frem til besvarelse på forskningsspørsmålet mitt – «Hvilken sammenheng finner vi mellom adaptivitet i subtraksjon og adaptivitet i addisjon blant elever på 8.trinn?» Dette spørsmålet besvares blant annet med et scatterplot til slutt i den kvantitative delen. Her viser jeg hvordan elevene på gruppenivå ikke ser ut til å ha noen målbar sammenheng i adaptivitet mellom de to temaene som er undersøkt.

For om mulig å belyse forskningsspørsmålet enda bedre presenterer jeg videre elevenes egne begrunnelser for valg av strategier fra den kvalitative delen av undersøkelsen min. Til slutt vil jeg plukke ut og se nærmere på hva åtte elever som enten har stor spredning i eller scorer høyt på adaptivitet mellom de to temaene subtraksjon og addisjon, oppgir som begrunnelser for sine strategivalg. Ved å se på elevenes egne forklaringer samt de åtte elevene som skiller seg ut håper jeg å få en bedre forståelse av funnene mine og se på mulige forklaringer til hvorfor jeg ikke fant en sammenheng.

4.1 Kvantitativ analyse

4.1.1 Strategi-repertoar og fordeling

I det valgfrie settet for subtraksjon ble begge strategiene brukt minst én gang av de fleste elevene. Bare 3 elever (12%) brukte kun *direkte subtraksjon*, 1 elev (4%) brukte kun *indirekte addisjon* og 21 elever (84%) brukte begge strategiene, se tabell 2 for oversikt. Når det gjelder strategifordeling brukte elevene oftere *direkte subtraksjon* (63,5%) enn *indirekte addisjon* (36,5%) på subtraksjonsoppgavene i det valgfrie settet. I figur 5 ser vi hvordan bruken av de to strategiene fordeler seg prosentvis over de tre ulike oppgavetyperne for subtraksjon i det valgfrie settet. Oppgavetyperne finner vi på x-aksen og representerer fra venstre stor avstand, middels avstand og liten avstand mellom tallene i oppgaven. Ser vi på figuren kan det se ut som om flere oppgaver som i utgangspunktet fremmer indirekte addisjon ble løst med direkte subtraksjon, dette ser vi tydelig på oppgavene med liten avstand. På oppgavene med stor avstand ble de aller fleste (84%) løst med strategien direkte subtraksjon. Oppgavene med middels avstand ble løst hovedsakelig med direkte subtraksjon (63%), mens på oppgavene med liten avstand mellom tallene ble de fleste (64%) løst med strategien indirekte addisjon.

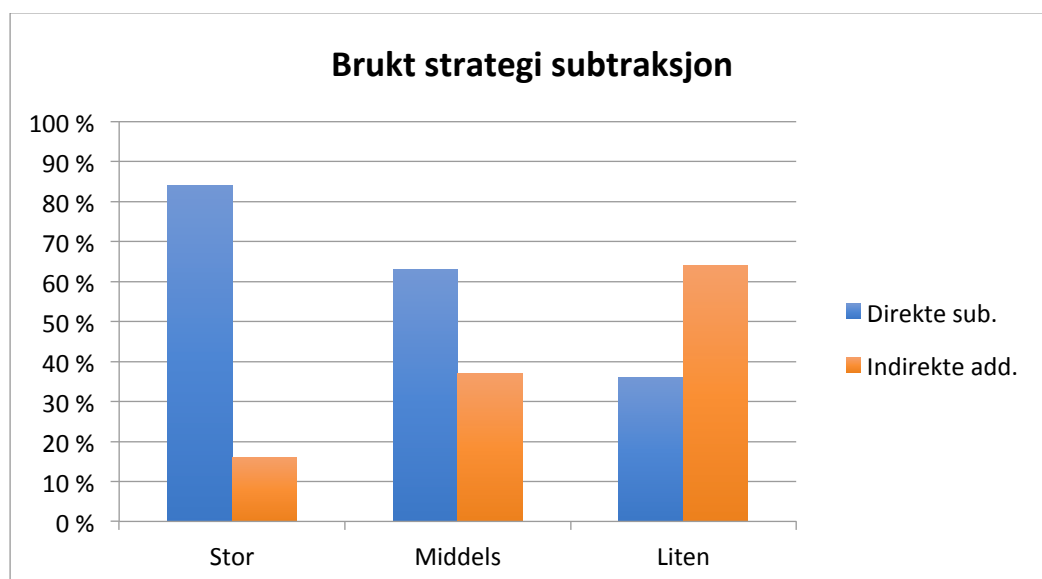
	Kun dir. subtraksjon	Kun ind. addisjon	Begge strategier
Elever i %	12 %	4 %	84%

Tabell 2. Strategi-repertoar subtraksjon: brukt strategi i det valgfrie settet.

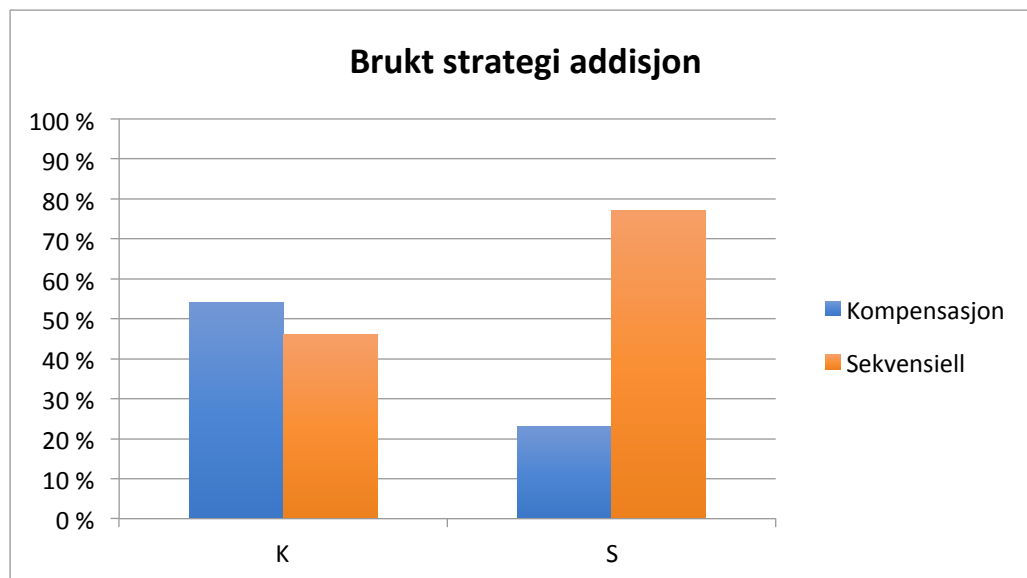
	Kun kompensasjon	Kun sekvensiell	Begge strategier
Elever i %	0 %	8 %	92%

Tabell 3. Strategi-repertoar addisjon: brukt strategi i det valgfrie settet.

I det valgfrie settet for addisjon ble begge strategiene brukt minst én gang av de fleste elevene. Ingen elever brukte kun *kompensasjon*, bare 2 elever (8%) brukte kun *sekvensiell utregning* og 23 elever (92%) brukte begge strategiene, se tabell 3 for oversikt. Strategifordelingen viste at elevene oftere brukte *sekvensiell utregning* (61,5%) enn *kompensasjon* (38,5%) på addisjonsoppgavene i det valgfrie settet. Også her viser disse tallene sammen med diagrammet under (figur 6) at flere av oppgavene som fremmer den ene strategien, kompensasjon, ble løst med den andre, sekvensiell utregning. Figur 6 viser hvor mange prosent av oppgavene som ble løst med hver av strategiene i de to ulike oppgavetyperne for addisjon. Her ser vi at oppgavene som var tenkt å fremme kompensasjon ble løst med denne strategien i 54% av tilfellene, og på oppgavene som skulle fremme sekvensiell utregning ble 77% av disse løst med denne strategien.



Figur 5. Prosentvis fordeling av brukt strategi over de tre ulike oppgavetyperne i subtraksjon.



Figur 5. Prosentvis fordeling av brukt strategi over de to ulike oppgavetyperne i addisjon.

4.1.2 Strategi-effektivitet

For å se på effektiviteten av hver strategi ble nøyaktighet og hurtighet på besvarelsene målt og analysert mellom de to ikke-valgfrie settene (no-choice). Hurtighet ble målt i sekunder og inkluderer alle svar, også feil besvarte oppgaver. Det første instrumentet som ble analysert var subtraksjon. Her ble betingelsene direkte subtraksjon og indirekte addisjon samt oppgavetype (Liten, Middels eller Stor avstand mellom tallene) sammenlignet for hver elev. Tabell 1 viser hvordan nøyaktighet og hurtighet innen subtraksjon er gjennomsnittlig beregnet for hele klassen.

Ser vi på nøyaktighet observerer vi at oppgavene oftere ble løst rett når direkte subtraksjon ble brukt på oppgaver med stor avstand (S) mellom tallene (92%) sammenlignet med når indirekte addisjon ble brukt (78%) på samme type oppgaver. Tilsvarende er det større nøyaktighet på oppgaver med liten avstand (L) når indirekte addisjon brukes (88%) sammenlignet med direkte subtraksjon (84%). Vi ser også denne forskjellen på oppgaver med middels avstand (M) mellom tallene. Ser vi på hurtighet observerer vi at oppgaver med liten avstand mellom tallene ble løst raskere enn oppgaver med stor avstand både i betingelsen direkte subtraksjon og betingelsen indirekte addisjon. Tabell 1 viser også at obligatorisk bruk av strategien direkte subtraksjon i tillegg til større nøyaktighet også resulterte i raskere respons på både oppgaver med stor avstand (92%) og middels avstand (81%) mellom tallene sammenlignet med obligatorisk bruk av indirekte addisjon, som resulterte i henholdsvis 78% og 74% nøyaktighet. Derimot ser vi en stor forskjell mellom de to betingelsene på oppgaver med liten avstand mellom tallene, indirekte addisjon gir raskere respons på L-oppgaver sammenlignet med strategien direkte subtraksjon.

	No-choice Direkte Subtraksjon		No-choice Indirekte Addisjon	
	Nøyaktighet	Hurtighet	Nøyaktighet	Hurtighet
Stor	92 %	13.35	78 %	20.83
Middels	81 %	12.32	74 %	17.17
Liten	84 %	11.46	88 %	8.62

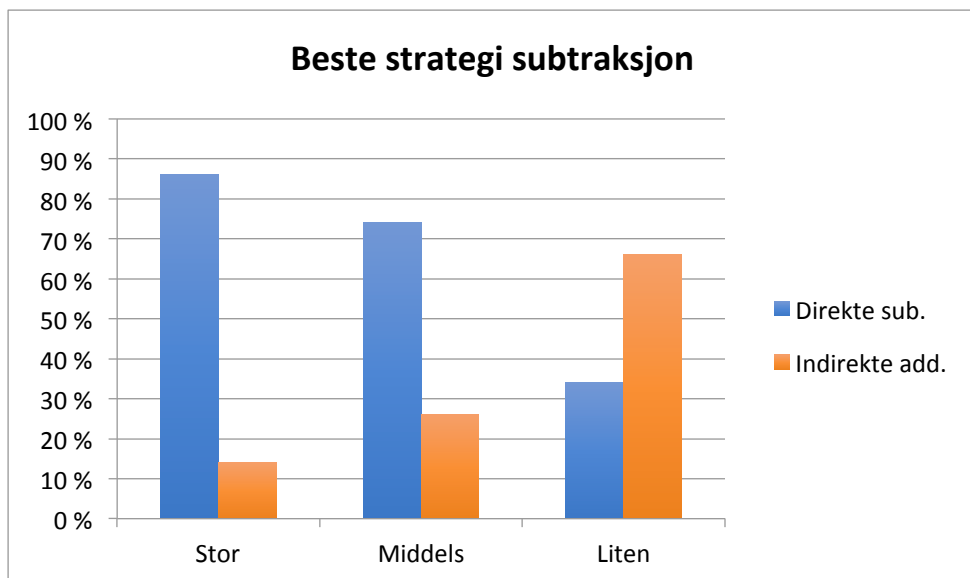
Tabell 4. Gjennomsnittlig nøyaktighet og hurtighet (sekunder) av besvarelser i no-choice betingelsene for subtraksjon

Det andre instrumentet som ble analysert var addisjon. Her ble betingelsene kompensasjon og sekvensiell utregning samt de to ulike oppgavetyperne (oppgaver som fremmet kompensasjon (K) eller sekvensiell utregning (S)) sammenlignet for hver elev. Tabell 2 viser hvordan nøyaktighet og hurtighet innen addisjon er gjennomsnittlig beregnet for hele klassen. Selv om forskjellene er små ser vi ut fra tallene i tabellen at betingelsen obligatorisk sekvensiell utregning ga større nøyaktighet enn obligatorisk kompensasjon, og dette finner vi på begge oppgavetyperne. Det betyr at både K-oppgaver og S-oppgaver ble besvart mer nøyaktig når elevene måtte bruke sekvensiell utregning enn når de måtte bruke kompensasjon. Ser vi på hurtighet observerer vi at oppgavene som fremmet kompensasjon ble utført raskere med obligatorisk kompensasjon enn med obligatorisk sekvensiell utregning. Oppgavene som fremmet sekvensiell utregning ble utført tilnærmet likt mellom obligatorisk kompensasjon og obligatorisk sekvensiell utregning med tanke på hurtighet (henholdsvis 11.13 mot 11.10 sekunder).

	No-choice Kompensasjon		No-choice Sekvensiell utregning	
	Nøyaktighet	Hurtighet	Nøyaktighet	Hurtighet
K-oppgaver	89 %	12.49	91 %	13.96
S-oppgaver	92 %	11.13	94 %	11.10

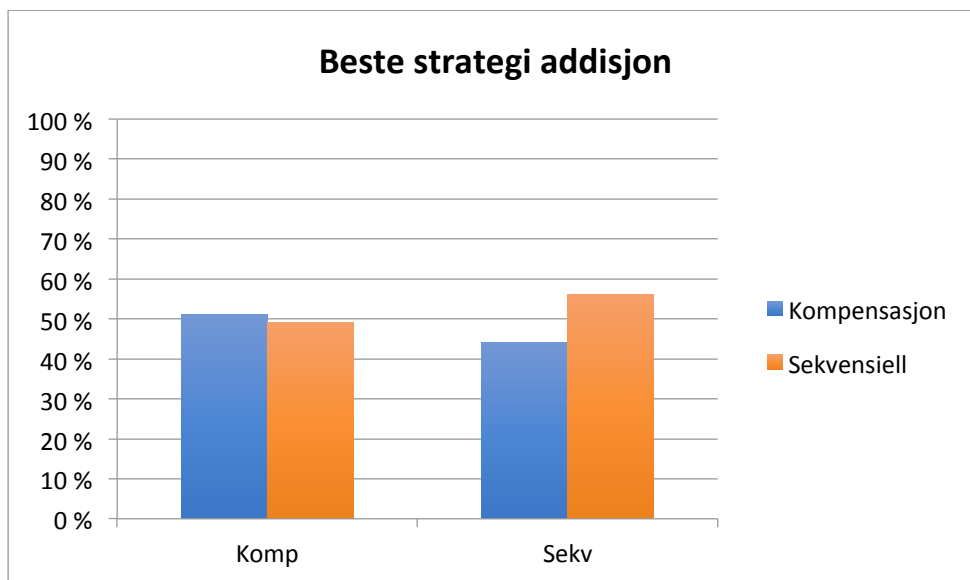
Tabell 5. Gjennomsnittlig nøyaktighet og hurtighet (sekunder) av besvarelser i no-choice betingelsene for addisjon

Disse tallene i parameteren Strategi-effektivitet lar oss danne en oversikt over hva som vil være den beste strategien å bruke på de ulike oppgavetyperne i både subtraksjon og addisjon for denne gruppen elever. Ved å sammenligne hurtighet og nøyaktighet på de samme oppgavetyperne i no-choice settene finner vi hva som er den mest effektive strategien for hver elev, altså den *beste strategien*. Funnene samlet for hele gruppen på hver oppgavetype ser vi i figur 7 for subtraksjon og figur 8 for addisjon. Av figur 7 ser vi at den beste strategien å bruke på oppgaver med stor avstand mellom tallene vil i 86% av oppgavene være direkte subtraksjon. For oppgaver med middels avstand vil det i 74% av tilfellene være best å bruke direkte subtraksjon, mens i oppgaver med liten avstand vil den beste strategien være indirekte addisjon for 66% av dem.



Figur 6. Prosentvis fordeling av strategiene etter hvilken som vil være best å bruke på de ulike oppgavetyperne i subtraksjon.

Figur 8 viser oss at det er langt mindre forskjeller i resultatene for beste strategi på addisjon. Den beste strategien på oppgaver som fremmer kompensasjon er, for denne gruppen elever, i 51% av tilfellene strategien kompensasjon mens for oppgavene som fremmer sekvensiell utregning vil den beste strategien være nettopp denne i 56% av oppgavene.

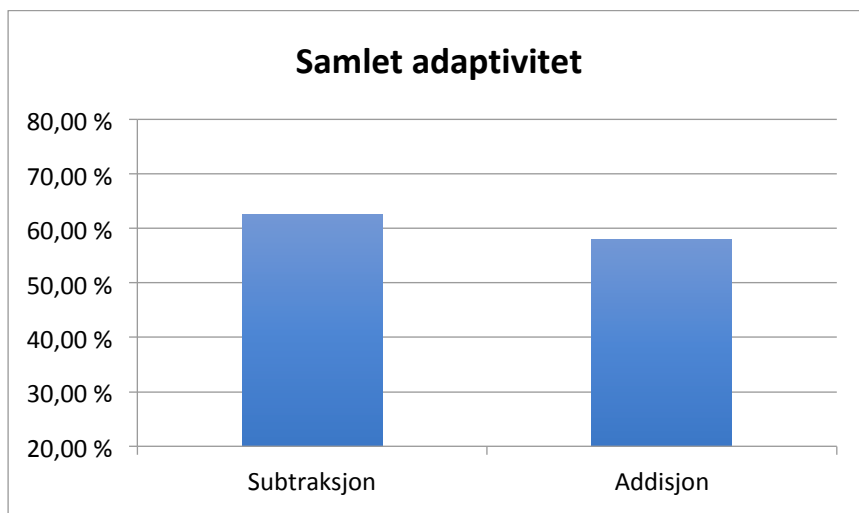


Figur 7. Prosentvis fordeling av strategiene etter hvilken som vil være best å bruke på de ulike oppgavetyperne i addisjon.

4.1.3 Strategivalg

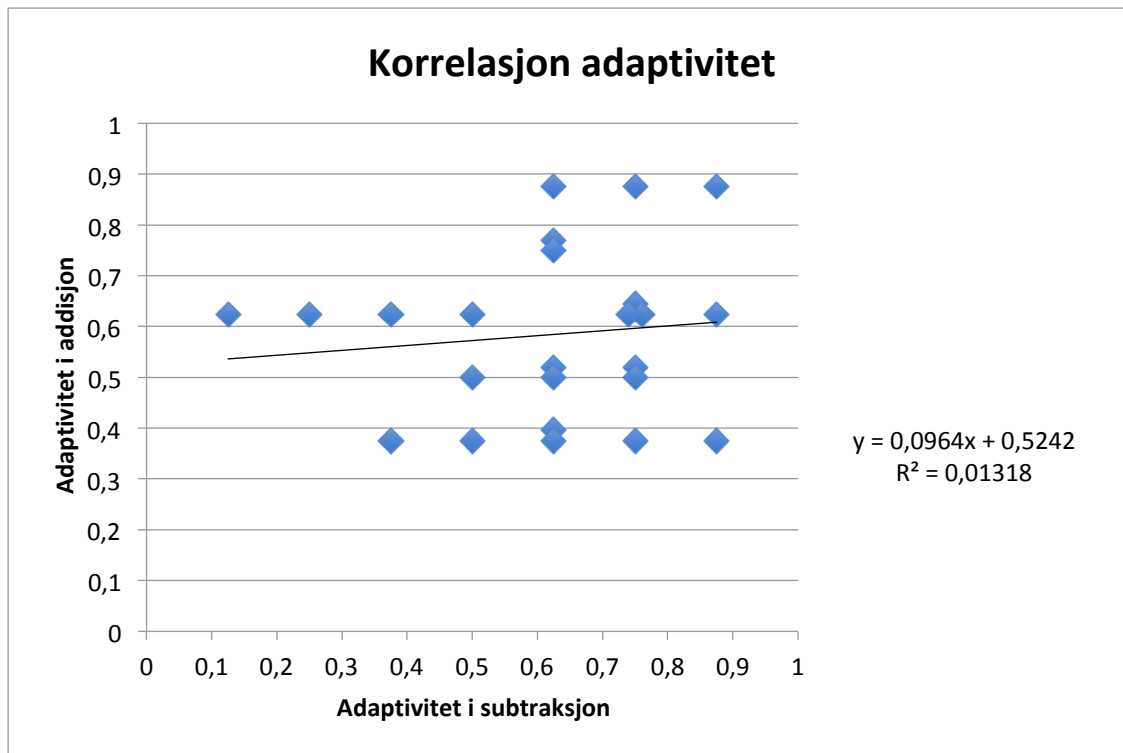
Denne parameteren handler om individuelle strategivalg, altså i hvilken grad man velger strategien som er mest effektiv for en selv. Her ble adaptiviteten i deltakernes strategivalg basert på deres individuelle strategikompetanse. Dette ble gjort, som beskrevet tidligere, ved å sammenligne strategivalgene i choice betingelsen med elevens

beste strategi, igjen basert på de individuelle effektivitetsdataene for nøyaktighet og hurtighet samlet inn i no-choice betingelsene. Analysen ble gjort for både subtraksjon og addisjon og resultatet ble et desimaltall mellom 0 og 1 for hver elev i hvert av instrumentene, som her er gjort om til prosent for enklere å presentere data. Resultatet viser en stor spredning i adaptivitet hos elevene på alt fra 12,5% til 87,5% hvor de med høyest score fleksibelt har valgt den strategien de *burde* valgt ut fra effektivitet, altså sin individuelle *beste strategi*, på de fleste oppgavene. Lav score indikerer at eleven i den valgfrie betingelsen ikke har valgt strategien som for denne eleven ville gitt hurtigst og mest nøyaktig svar på de fleste oppgavene. Gjennomsnittlig adaptivitet for hele gruppen samlet ser vi i figur 9 hvor resultatet for adaptivitet i subtraksjon ble 62,5% og i addisjon ble 58%.



Figur 8. Prosentvis adaptivitet for hele gruppen samlet i subtraksjon og addisjon.

For å se på sammenhengen mellom adaptivitet i subtraksjon og addisjon for elevene ble det gjennomført en regresjonsanalyse. Her ønsket jeg å se i hvor sterk grad de to variablene hos hver enkelt elev var statistisk forbundet med hverandre. Korrelasjonen mellom disse to variablene ble regnet ut for hele klassen samlet, og presenteres her ved hjelp av et scatterplot i figur 10 der subtraksjon er satt til å være den uavhengige variabelen.



Figur 9. Scatterplot over hvordan elevenes adaptivitet i subtraksjon og addisjon er statistisk forbundet – med regresjon inntegnet. Fordi noen av elevene har sammenfallende verdier på adaptivitet er enkelte av prikkene flyttet litt på, kun i den visuelle fremstillingen.

Prikkene i plottet representerer elevene, og vi ser allerede på måten «prikkskyen» fordeler seg at vi ikke har en klar statistisk sammenheng i dataene. Det var i utgangspunktet en forventet positiv korrelasjon mellom variablene adaptivitet i subtraksjon og adaptivitet i addisjon, hvor lav verdi på den ene variabelen ville gi lav verdi på den andre variabelen, og høy verdi på den ene variabelen ville gi høy verdi på den andre. Den opprinnelige hypotesen min var at elever som viser høy grad av adaptivitet i subtraksjon også vil vise dette i addisjon. En utregning av korrelasjonskoeffisienten r ga verdien 0,1059 som forteller oss at det er en positiv korrelasjon mellom de to variablene men at denne er marginal. Hypotesen må derfor, noe uventet, forkastes. For å oppsummere funnene på enklest mulig måte har jeg satt inn en regresjonslinje i plottet. Denne brukes som en slags gjennomsnittslinje og kan rent praktisk forutsi verdier på den avhengige variabelen (her: addisjon) basert på verdier for den uavhengige variabelen (her: subtraksjon). I diskusjonen vil jeg sammenligne dette resultatet med elevenes forklaringer på valg av strategi, samt se tilbake på tidligere forskning på elevers strategikompetanse, som kan være med på å forklare funnene. Vi ser også av diagrammet at det er noen ytterpunkter i plottet, hvor punktene, altså elevene, har verdier som skiller seg ut ved veldig lave eller veldig høye tall. Disse har jeg sett nærmere på i den kvalitative analysen.

4.2 Kvalitativ analyse

Ytringene fra elevene på spørsmål om hvordan de løste oppgavene ble enten klassifisert som strategi 1 eller strategi 2 for både subtraksjon og addisjon, og deretter brukt videre i den kvantitative analysen. Svarene deres på hvorfor de brukte akkurat denne strategien ble klassifisert til en av de fem forhåndsbestemte kategoriene. Utsagnene deres ble først

og fremst tolket ut i fra om de snakket om tallene i oppgaven eller om seg selv. I settet med subtraksjonsoppgaver har utsagn som «Det var et lite tall som skulle trekkes fra så det så jeg med en gang» og «Det ville ta litt tid å telle opp fra et så lite tall» blitt kategorisert til forklaringen Stor avstand (mellom tallene). Videre utsagn som «Jeg så at de var så nærme, så tenkte det var lettere å bare telle» blitt kategorisert til forklaringen Liten avstand (mellom tallene). Ofte var svaret «Jeg kan den best, så den er enklest» eller bare «jeg er bare vant til å bruke den» og disse ble naturlig nok kategorisert inn i henholdsvis Kan den best, og Vant til å bruke. Kategorien Annet ble krysset av ved utsagn som «Jeg liker denne metoden», «Vet ikke, den bare virket lettere» og «Jeg ville bare prøve denne metoden».

I settet med addisjonsoppgaver ble utsagn som «Jeg runder alltid av når tall slutter på 9», og «Ene tallet var så nært et rundt og fint tall» kategorisert til forklaringen Nær neste tier. Videre utsagn som «3 og 7 – det blir fort litt mye tall å holde styr på hvis man runder av», «Det var ganske små enere, langt unna neste tier» og «Lave enere» ble kategorisert til forklaringen Ikke nær neste tier. Også i dette settet svarte flere «Kan den metoden best» eller «Jeg er bare vant til å bruke den» og disse ble kategorisert i forklaringene Kan den best og Vant til å bruke. Kategorien Annet ble krysset av ved utsagn som «Jeg føler det går fortere på denne måten», «Det var to like enere så det var så lett å se hva svaret ble» og «Jeg liker metoden».

Alle svarene fra intervjudelen ble kategorisert inn i disse ferdige kodene. Frekvensen av hver besvart kategori ble til slutt regnet ut og oppsummert i tabell 3 for subtraksjon og tabell 4 for addisjon. Her ser vi at de som valgte strategi ut fra tallkarakteristikk i oppgaven utgjør 49,5% i settet for subtraksjon, og 53% i settet for addisjon. Strategi valgt ut fra subjektive årsaker, altså personlige variabler, utgjør henholdsvis 41,5% i subtraksjon og 38,5% i addisjon. Vi ser altså en liten overvekt av forklaringer av strategivalg ut fra karakteristikkene i selve oppgaven.

Forklaringer	Antall besvarelser i %
1. Karakteristikk i oppgaven	49,5 %
Stor avstand	24,5 %
Liten avstand	25,0 %
2. Personlige variabler	41,5 %
Kan den best	13,5 %
Vant til å bruke den	28,0 %
3. Annet	9,0 %

Tabell 6. Frekvensen av elevers forklaringer på hvorfor de valgte strategien de gjorde i det valgfrie settet for subtraksjon.

Forklaringer	Antall besvarelser i %
1. Karakteristikk i oppgaven	53,0%
Nær neste tier	29,5 %
Ikke nær neste tier	23,5 %
2. Personlige variabler	38,5 %
Kan den best	15,0%
Vant til å bruke den	23,5%
3. Annet	8,5 %

Tabell 7. Frekvensen av elevers forklaringer på hvorfor de valgte strategien de gjorde i det valgfrie settet for addisjon.

Jeg har på bakgrunn av analysen av adaptivitet på tvers av tema (vist i figur 10) plukket ut de elevene som skilte seg mest ut, de såkalte ytterpunktene i scatterplotet. Dette er de 4 elevene som hadde størst spredning i adaptivitet mellom subtraksjon og addisjon og de 4 som scoret høyest på adaptivitet i begge tema. Deres forklaringer på valg av strategi er analysert og kategorisert på nytt i de to hovedkategoriene 1) Karakteristikk i oppgaven og 2) Personlige variabler. De få gangene der kategorien Annet var krysset av kunne alle utsagnene kategoriseres til en av disse to og sitatene fra elevene avgjorde hvor forklaringene ble plassert. Sitater som «Liker metoden» og «Synes det er en enkel måte å regne på» ble kodet til Personlige variabler, mens svarene «Det var to like tall på enerplassen, så det var lett å se hva det ble» eller «Enerne var 9+9, og det vet jeg blir 18 så da tok jeg bare tierne etterpå» ble kodet til Karakteristikk i oppgaven.

Vi ser av oversikten i tabell 5 at elevene med stor spredning i adaptivitet har en overvekt av subjektive forklaringer på 68,8%, og begrunner strategivalgene med karakteristikk i oppgaven i bare 31,2% av tilfellene. Elevene med høy adaptivitet viser til karakteristikk i oppgaven som hyppigst begrunnelse for strategivalg med 61% mens 39% av besvarelsene gjaldt subjektive forklaringer. Ved gjennomgang av strategirepertoaret deres ser vi en jevn fordeling av brukte strategier i begge gruppene. Begge gruppene brukte også sekvensiell utregning hyppigere enn avrunding på addisjonsoppgavene og direkte subtraksjon hyppigere enn indirekte addisjon på subtraksjonsoppgavene, på lik linje med informantgruppen som en helhet.

Forklaringer	Stor spredning i adaptivitet	Høy adaptivitet i begge tema
	Antall besvarelser	Antall besvarelser
Karakteristikk i oppgaven	31,2%	61%
Personlige variabler	68,8%	39 %

Tabell 8. Frekvensen av utvalgte elevers forklaring for strategivalg i de valgfrie settene.

5 Diskusjon

I denne studien forsøker jeg å gi svar på hvor adaptive elever på 8.trinn er innen subtraksjon og addisjon, samt undersøke om vi finner en sammenheng i adaptiviteten mellom disse to temaene. I dette kapittelet vil jeg diskutere disse resultatene opp mot den presenterte teorien, og forsøke å se på hvilke betydninger resultatene kan ha for undervisning og læring av ulike strategier i skolen.

5.1 Målt strategi-repertoar, frekvens og effektivitet

Analysen av subtraksjonsoppgavene viste at strategi-repertoaret for de fleste elevene inkluderer indirekte addisjon, da hele 84% brukte begge strategiene. Dette står i kontrast til enkelte tidligere studier av både Torbeyns, Selter, Heinze og flere, der et mindretall av elevene, om noen i det hele tatt, tok i bruk denne strategien i det valgfrie settet (Torbeyns et al., 2018). Dette blir forklart blant annet med at det sjelden undervises i denne strategien men også at barn kan ha vanskeligheter med å forklare hvordan de kom frem til svaret i og med at dette er en rask og nesten automatisk strategi. En av forklaringene til funnene mine kan da være en følge av designet på studien. Jeg demonstrerte og forklarte hvordan indirekte addisjon kunne brukes for å løse subtraksjonsproblemer i starten av det valgfrie settet, noe som kan ha hjulpet elevene til å ordlegge seg og forklare hvordan de gikk frem når de hadde løst oppgaven og skulle muntlig rapportere fremgangsmåten. En annen forklaring kan være alderen på elevene i gruppen min. Da andre tidligere studier ofte har konsentrert seg rundt elever fra 2.til 4.trinn, enkelte studier opp til 6.trinn, har denne studien benyttet elever på 8.trinn som naturlig nok har øvd på subtraksjonsoppgaver mye lengre. Selv om de i utgangspunktet skulle blitt hovedsakelig undervist i strategien direkte subtraksjon vil man i følge Torbeyns (2018), etter hvert som man mestrer de strategiene man har tilgjengelig, kunne klare å rette oppmerksomheten mot det å se etter snarveier og selv utvikle alternativer eller muligens være åpen for nye strategier.

Frekvensen av brukt strategi og fordelingen av denne på de ulike oppgavetyperne viser at elevene oftere velger direkte subtraksjon på oppgaver med stor avstand mellom tallene og i større grad velger indirekte addisjon på oppgaver med liten avstand mellom tallene. Dette indikerer at elevene i stor grad tilpasser strategiene sine til tallkarakteristikkene i oppgavene for subtraksjon. Samtidig ser det ut til at flere oppgaver som i utgangspunktet fremmer indirekte addisjon ble løst med direkte subtraksjon. Dette kan også forklares med at selv om barn bruker den samme strategien over tid vil det, i følge Siegler (1995), kunne føre til en generell forbedring i hurtighet og nøyaktighet. Så lenge de ikke har tilegnet seg en strategi som gir raskere og mer nøyaktig svar vil de heller ikke kvitte seg med gamle strategier og bruker derfor denne strategien som de kjenner best og stoler på vil gi dem svaret effektivt. Torbeyns fant i en av sine siste studier at bruken av indirekte addisjon førte til både hurtigere og mer nøyaktige svar enn direkte subtraksjon på både oppgaver med liten avstand og med stor avstand. I funnene mine stemte ikke dette for oppgaver med stor avstand, men derimot var det et tydelig skille i oppgaver med liten avstand, der elevene svarte både raskere og mer nøyaktig ved bruk av indirekte addisjon. Noe av årsaken til disse funnene kan forklares med ulike

matematiske og psykologiske perspektiver. Det er blant annet vist at det for små barn er lettere å telle oppover enn nedover noe som legger føringer for en naturlig addisjonsprosess, alle naturlige tall er konstruert av tallet foran og dermed definert på en additiv måte og i tillegg lærer barn på skoler verden rundt først hvordan de legger sammen tall, og først etter at de mestrer denne strategien godt lærer de subtraksjon (Torbeyns et al., 2018). Vi er rett og slett noe flinkere til å addere enn å subtrahere. Dette funnet er sammen med tidligere studier med på å utfordre dagens undervisning, som fokuserer mye på å mestre direkte subtraksjon, til å ha mer fokus på alternative strategier slik som indirekte addisjon.

Analysen av addisjonsoppgavene viste også her at både sekvensiell utregning og kompensasjon ble brukt av nesten alle elevene. Dette stemmer også med flere tidligere studier der elever fra klasser hvor ulike strategier stimuleres helt fra starten, eller der elevene har fått instruksjon i kompensasjonsstrategien før testing, bruker denne strategien effektivt på addisjonsoppgaver. Også her fikk elevene demonstrert og forklart hvordan strategiene kunne brukes i starten av det valgfrie settet. Frekvensen og fordelingen av brukt strategi på de ulike oppgavetyperne viser at elevene oftere velger sekvensiell utregning fremfor kompensasjon og at 46% av oppgavene med tall som slutter på 8 eller 9 ble løst med sekvensiell utregning, noe som tyder på at oppgaver som i utgangspunktet var tenkt å fremme kompensasjon ble løst med denne strategien i bare vel halvparten av tilfellene. Dette indikerer at elevene i mindre grad tok hensyn til tallkarakteristikkene i oppgavene som fremmet kompensasjon når de valgte strategi for addisjon. Dette stemmer overens med tidligere funn gjort av blant annet Torbeyns, der de fant at oppgavetyperne ble løst med samme nøyaktighet ved bruk av kompensasjon og at denne strategien også ble brukt like ofte på begge oppgavetyperne (Torbeyns, Smedt, et al., 2009). Også i mine funn ser vi tendenser til det samme, der nøyaktigheten for de to strategiene er veldig lik – 89% for kompensasjon mot 91% for sekvensiell utregning.

5.2 Strategivalg og adaptivitet

I analysen av hva som er den mest effektive strategien innen subtraksjon for elevene, altså beste strategi, på de ulike oppgavetyperne ser vi at det er direkte subtraksjon som vil være mest effektiv på oppgaver med stor avstand mellom tallene for de fleste elevene. I motsatt ende, på oppgaver med liten avstand mellom tallene, er det hovedsakelig indirekte subtraksjon som er mest effektiv som strategi. Sammenligner vi disse resultatene med strategiene de faktisk brukte ser vi at de er noenlunde sammenfallende. Det er litt mindre bruk av strategien indirekte addisjon på oppgaver med liten avstand mellom tallene enn målt hurtighet og nøyaktighet tilsier at det burde være. Det er også mindre bruk av direkte subtraksjon på oppgaver med stor avstand mellom tallene enn hurtighet og nøyaktighet viser oss at det burde være, men i begge oppgavetyperne er det snakk om kun 2% forskjell mellom brukt strategi og den beste hyppigheten for denne strategien. På oppgaver med middels avstand er det 7% hyppigere bruk av direkte subtraksjon enn det burde være i forhold til elevenes hurtighet og nøyaktighet.

Jeg undersøkte med disse funnene om elevene tilpasset strategiene sine til tallkarakteristikkene i oppgavene ved å se på frekvensen av brukt strategi og fordelingen av denne på de ulike oppgavetyperne. Vi ser av tallene og diagrammene i parameteren Strategi-repertoar og fordeling, altså brukt strategi, at når det gjelder subtraksjonsoppgaver i det valgfrie settet valgte elevene oftere indirekte addisjon på oppgaver med liten avstand mellom tallene og direkte subtraksjon på oppgaver med stor

avstand mellom tallene. Dette indikerer at elevene tilpasset strategivalgene sine til tallkarakteristikkene i oppgavene. Dette ser vi også i de kvalitative resultatene der elevenes forklaringer på valgt strategi i 49,5% av oppgavene dreier seg om karakteristikkkene i oppgaven. Ved å sammenligne brukt strategi og beste strategi ser vi også at det bare er 2% variasjon mellom funnene for oppgaver med stor avstand og oppgaver med liten avstand. Dette forteller oss at elevene også fleksibelt valgte strategi ut fra sin individuelle strategikompetanse for disse oppgavetyperne. Unntaket er oppgavene med middels avstand mellom tallene, der det var 7% variasjon mellom beste strategi og faktisk brukt strategi. Dette kan indikere at det er lettere for elevene å tilpasse strategi til oppgave ut fra individuell strategikompetanse når tallkarakteristikkene er tydeligere for dem. Den gjennomsnittlige adaptiviteten for denne gruppen elever i subtraksjon endte på 62,5%.

I analysen av hva som er den mest effektive strategien innen addisjon for elevene, altså beste strategi, på de ulike oppgavetyperne ser vi at det er kompensasjon som vil være den mest effektive strategien på oppgaver med tall som slutter på 8 eller 9. På oppgaver med tall som ikke slutter på 8 eller 9 vil det for denne gruppen elever være sekvensiell utregning som er mest effektivt. Sammenligner vi disse resultatene med det de faktisk brukte ser vi at funnene ikke er sammenfallende. Det er litt hyppigere bruk av strategien kompensasjon på oppgaver som fremmer nettopp denne strategien enn målt hurtighet og nøyaktighet tilsier at det burde være, 3% forskjell mellom brukt strategi og den beste hyppigheten for denne strategien. På oppgaver med tall som ikke slutter på 8 eller 9 er sekvensiell utregning brukt på langt flere oppgaver enn målt hurtighet og nøyaktighet tilsier at den burde brukes, 21% forskjell mellom brukt strategi og den beste hyppigheten for denne strategien. Dette forteller oss at elevene burde brukt kompensasjon i langt større grad også på oppgavene som ikke slutter på 8 eller 9.

Av tallene og diagrammene i parameteren Strategi-repertoar og fordeling, altså brukt strategi, ser vi at når det gjelder subtraksjonsoppgaver i det valgfrie settet valgte elevene oftere kompensasjon på oppgaver med tall som sluttet på 8 eller 9 og sekvensiell utregning på oppgaver med tall som ikke sluttet på 8 eller 9. Dette indikerer at elevene tilpasset strategivalgene sine noe til tallkarakteristikkene i oppgavene. Dette ser vi også i de kvalitative resultatene der elevenes forklaringer på valgt strategi i 53% av oppgavene dreier seg om karakteristikkkene i oppgaven. Alle elevene tok derimot ikke hensyn til sin individuelle strategikompetanse når de valgte strategi til addisjonsoppgavene. Det ser vi både av adaptiviteten som for hele gruppen var gjennomsnittlig lavere her enn i settet med subtraksjonsoppgaver, men også om vi sammenligner diagrammene for brukt strategi og beste strategi. I følge tallene på beste strategi burde andelen som brukte kompensasjon i den valgfrie delen vært noe høyere. En mulig forklaring på det kan vi se i oversikten over effektivitet mellom kompensasjon og sekvensiell utregning. Selv om det er en liten forskjell i nøyaktighet og hurtighet mellom disse to, er den forskjellen så liten at den muligens ikke er relevant for elevene. Det vil si at den opplevde forskjellen på bruken av kompensasjon og sekvensiell utregning for elevene kan være så liten at den ikke ble tatt med i beregningen deres under strategivalgene. Dette er også en teori fremsatt av Torbeyns (2009) på hans tidligere forskning rundt samme tema, der han fikk samme resultat.

Funnene her er et bidrag til vår forståelse rundt mekanismene som ligger til grunn for elevens strategivalg, der vi ser at disse valgene ikke bare gjøres ut i fra tallkarakteristikkene men også ut fra individuell strategikompetanse. Resultatene viser blant annet at til tross for opplæring i ulike regnestrategier, bruker noen av elevene kun

én strategi, gjerne den de kjenner best, selv om oppgaven i høy grad antas å invitere dem til å bruke en annen, og mer effektiv strategi. Dette betyr allikevel ikke at de ikke er adaptive. Parameteren strategivalg handler om individuelle strategivalg, altså i hvilken grad man velger strategien som er mest effektiv for en selv, og som nevnt tidligere har Siegler vist at ved bruk av samme strategi over tid kan barn få en generell forbedring av både hurtighet og nøyaktighet for denne strategien. For noen kan derfor det å bruke kun én strategi på en hel serie oppgaver være mer adaptivt enn å veksle mellom mange. Dette så jeg også da jeg gikk gjennom elevenes data i den kvalitative delen av oppgaven, der en av de fire elevene med høy adaptivitet i begge tema brukte kun én strategi på alle addisjonsoppgavene.

5.3 Sammenheng i adaptivitet

Ved å regne ut korrelasjonen mellom adaptivitet i subtraksjon og adaptivitet i addisjon fant jeg at det var bortimot ingen statistisk sammenheng mellom de to. Funnet var noe uventet da hypotesen min var at elever med høy adaptivitet på den ene området ville vise høy adaptivitet på det andre også. Jeg har ingen tidligere forskning å støtte meg på når det gjelder sammenheng i adaptivitet på tvers av tema. Men fordi forskning viser at elevenes kunnskap om og fleksible bruk av alternative strategier ofte stammer fra undervisning som verdsetter og stimulerer til bruk av flere strategier helt fra starten av matematikkopplæringen kunne man anta at denne hypotesen stemte. Det ville for eksempel vært unaturlig om en slik type undervisning begrenset seg til bare subtraksjon.

Det kan være flere årsaker til denne mangelen i sammenheng på målt adaptivitet i funnene mine. En av de første begrunnelsene jeg la merke til visuelt sett er elevene som utgjør ytterpunktene i scatterplotet, to med lave tall på subtraksjon og to med lave tall på addisjon. Dette er elever som enten scorer relativt høyt på adaptivitet i addisjon men veldig lavt på subtraksjon, eller motsatt. Mye av forklaringen på den flate regresjonslinjen ligger hos disse elevene så det var naturlig å se nærmere på innsamlede data tilhørende dem. At de scorer lavt på adaptivitet vil si at eleven i den valgfrie betingelsen ikke har valgt strategien som for denne eleven ville gitt hurtigst og mest nøyaktig svar på de fleste oppgavene. En mulig forklaring kan ligge i deres generelle matematiske forkunnskaper, samt en preferanse for effektivitet. Forskning viser at elever har en preferanse for effektive metoder allerede før de har kunnskap om ulike metoder. I følge Newton er derimot elever som har vansker med matematikk mindre opptatt av hurtighet enn nøyaktighet. Det kan derfor være at disse elevene opplever den mentale innsatsen ved å tilegne seg en ny strategi som for stor, når de allerede kan en strategi som gir dem rette svar (Newton et al., 2020). På denne måten begrenser de sin egen fleksibilitet med tanke på strategifordeling og -valg. Elevenes forklaringer gir også støtte til denne tanken da de i nesten 70% av oppgavene begrunner valgene sine med personlige variabler som «Jeg er vant til å bruke denne metoden», «Kan den best», «Liker metoden» og «Synes det er en enkel måte å regne på». Fordi jeg ikke har tatt hensyn til elevenes matematiske kompetanse i studien min kan jeg ikke dra noen slutninger ut fra denne teorien, men dette er noe jeg mener burde undersøkes videre.

Som et sammenligningsgrunnlag tok jeg med tilsvarende innsamlede data for fire elever som scoret høyt på adaptivitet i både subtraksjon og addisjon. Jeg hadde håpet å se en forskjell på de to gruppene, men ble allikevel overrasket over funnene. Disse elevenes forklaringer til sine strategivalg forklares hovedsakelig ut i fra tallkarakteristikker i oppgavene, der 61% av strategivalgene begrunnes blant annet med at det var «Stor avstand mellom tallene», «Liten avstand mellom tallene», «Tallene var nær neste tier»

eller «Det var to like tall på enerplassen, så det var lett å se hva det ble». På grunn av den store forskjellen i tallene ser det ut til å kunne indikere at elever med stor spredning i adaptivitet velger strategi ut fra personlige variabler og elever med høy adaptivitet på begge områder velger strategi ut fra tallkarakteristikker i oppgaven. Utvalget på 8 elever er naturlig nok for lite til å dra noen slutninger, men funnene er såpass interessante at dette er noe som burde undersøkes videre i fremtidige studier.

5.4 Undervise i adaptivitet

Forskning viser som nevnt at elever har en preferanse for effektive metoder før de i det hele tatt har kunnskap om ulike metoder. De må altså bli gitt mulighet til å generere flere metoder. Det ble blant annet i studier av Newton funnet at elever som ikke hadde kunnskap om ulike regnestrategier klarte å bli enige om hvilken av to gitte metoder som var best for å løse en oppgave. Det argumenteres her for at elever klarer å plukke opp hvilken metode som involverer enklere tall eller har færre steg i utregningen ved hjelp av visuelle ledetråder, og at de ser ut til å verdsette slike karakteristikker i strategier (Newton et al., 2020). Disse funnene får støtte fra Peters med flere (2012) som fant at det i starten av en problemløsning gjøres en sammenligning av den ene strategien over den andre. Denne sammenligningen gjøres naturlig nok ikke med presis utregning av tallene, men er i følge Peters en slags automatisk og rask estimering.

Men en ting er å peke ut den mest effektive strategien, noe annet er det å hente frem den mest passende strategien i møte med et problem. Kunnskap om ulike metoder må derfor ligge i bunnen først for å bli adaptive. I følge Rittle-Johnson (2012) vil tidlig instruksjon i kun én metode føre til en sterk preferanse for å bruke akkurat denne metoden som kan være vanskelig å komme over senere. Her er det meste av forskningen enige om at elevene må eksponeres for mange ulike strategier. Det argumenteres blant annet for at det kan være effektivt å sammenligne den metoden de har lært med en annen mer effektiv metode de ikke kjenner til, og at slik sammenligning av to eksempler er en fremgangsmåte som forskning har vist er effektiv for å fremme fleksibilitet (Newton et al., 2020). Når det gjelder elever med lav matematisk kompetanse kan denne fremgangsmåten, der en strategi er tydelig mer effektiv enn den andre, også hjelpe dem med å se og forstå verdien av å kunne mer enn én metode. Dette kan igjen muligens motivere dem til å lære og ta i bruk flere metoder. Et eksempel på dette kom frem i den kvalitative delen av studien min da en av elevene forklarte sine valg av indirekte addisjon som strategi med «Jeg ville bare prøve denne metoden» og videre med «Jeg likte denne metoden». Det presiseres av flere forfattere at en slik sammenligning bare er gunstig for de elevene som allerede har forkunnskaper om en av strategiene i sammenligningen, og at elevene derfor burde gjøres godt kjent med en metode først før de møter på flere for å sammenligne effektivitet.

6 Avslutning

Det har de siste årene vært gjort et forsøk på å reformere matematikkundervisning internasjonalt, og i den forbindelse er det satt stort fokus på viktigheten av å forbedre barns adaptive ekspertise. Enkelte strategier er da ofte fremhevet som spesielt effektive strategier med tanke på karakteristikken i oppgavene. Dette gjelder blant annet kompensasjon i forbindelse med addisjonsoppgaver hvor tallene slutter på 8 eller 9 og indirekte addisjon i forbindelse med subtraksjonsoppgaver hvor tallene i oppgaven kun har en liten avstand mellom seg. I studien min har jeg sett på kompensasjon opp mot sekvensiell strategi og indirekte addisjon opp mot direkte subtraksjon, målt bruken og effektiviteten av disse strategiene for deretter å se i hvor stor grad elevene bruker dem adaptivt. Funnene er deretter sammenlignet for å se om vi finner noen slags sammenheng mellom adaptiviteten til elevene i subtraksjon og addisjon. I innledningen la jeg frem en hypotese om at elever med høy adaptivitet i subtraksjon også ville vise høy adaptivitet i addisjon, og gjennom analyse og diskusjon har jeg prøvd å finne ut om dette stemmer. Jeg fant ingen korrelasjon mellom disse to temaene for adaptivitet, men ved å se på forklaringene til elevene for deres strategivalg indikerer funnene at det kan være en forskjell i om man begrunner valgene sine med tallkarakteristikker i oppgaven eller med individuelle variabler. Denne påvirkningen på elevenes adaptivitet er i så fall noe som må undersøkes nærmere i fremtidige studier.

Denne studien komplementerer tidligere forskning ved å bringe frem mer informasjon og data om frekvensen, effektiviteten og adaptiviteten i elevers bruk av strategier i subtraksjon og addisjon. Den har dessuten lagt et lite grunnlag for videre studier på hvorvidt vi kan se på adaptivitet som en generell ferdighet, altså noe man kan se på tvers av tema.

6.1 Begrensninger

Den første begrensningen jeg vil trekke frem fra studien min er utvalgsstørrelsen. Det heter seg jo at store utvalg alltid er å foretrekke fremfor små i og med at standardfeilen blir lavere når utvalgsstørrelsen øker, feilmarginen minker og man får mer presisjon i omtalen av en populasjon (Thrane, 2018). Utvalget mitt på 25 informanter gjør det vanskelig å generalisere funnene og trekke slutninger, men er heller med på å gi en indikasjon for resultatene. Det kan også tenkes at med et større utvalg ville muligens korrelasjonen mellom adaptivitet i subtraksjon og addisjon vært høyere, da de såkalte ytterpunktene ville blitt mindre tydelige med flere datapunkter i scatterplotet.

I en av studiene til Torbeyns med flere (2009) ble det funnet at kompensasjon resulterte i hurtigere svar enn ved sekvensiell utregning selv på oppgaver uten 8 eller 9 på enerplassen. Det er også verdt å reflektere over om jeg kanskje hadde fått et annet resultat dersom grensen for hva som definerer kompensasjons-oppgaver hadde blitt flyttet ned til 7 på enerplassen?

I starten av det valgfrie settet demonstrerte og forklarte jeg hvordan blant annet indirekte addisjon kunne brukes for å løse subtraksjonsproblemer, dette for at elevene skulle vite hvilke strategier de kunne bruke og lettere skulle kjenne igjen fremgangsmåten sin når de forklarte strategivalget sitt. Det er viktig å tenke over at

dette også kan ha skapt en sosiokulturell forventning om at elevene skulle bruke denne strategien, som igjen stimulerte dem til å bruke den eller bare rapportere det selv om den ikke var lært.

Å bruke choice/no-choice metoden innebærer at forskeren må designe en no-choice betingelse for hver strategi som brukes i choice betingelsen. Dette igjen fører til at i de fleste studier med denne metoden vil choice betingelsen naturlig nok være en betingelse med begrensede valgmuligheter. Deltakerne får dermed bare velge mellom noen få utvalgte strategier i stedet for å ha fullstendig valgfrihet i denne betingelsen, og funnene i parameteren strategi-repertoar gir sånn sett ikke et helt reelt bilde.

6.2 Veien videre

Fremtidige undersøkelser burde adressere begrensningene i denne studien. For eksempel har undersøkelsene mine begrenset seg til sammenhengen mellom subtraksjon og addisjon, så det vil være viktig å gjenskape studien innen andre områder for å kunne generalisere. I tillegg representerer denne studien kun et lite bidrag til et tema som det finnes lite eller ingen forskning på, og det er viktig at studien gjenskapes i sin helhet og at det gjøres flere systematiske studier på sammenhengen i adaptivitet men da på større utvalg for å få et mer presist bilde. Det vil også være interessant å se om elevenes forkunnskaper i matematikk, altså matematiske kompetanse, vil kunne gi variasjoner i funnene i en slik studie.

Videre vil det være interessant å se på forskjellen som ble funnet i forklaringene hos de 8 elevene i den siste kvalitative delen av studien. Funnene gir gode indikasjoner på at det er noen variabler her som må undersøkes nærmere, men utvalget mitt og størrelsen på studien var for lite til det.

Referanser

- Andersen, J. (2017). «Mixed methods»-design i helseforskning. *Sykepleien*, 64738, e-64738. <https://doi.org/10.4220/Sykepleiens.2017.64738>
- Brinkmann, S., & Tanggaard, L. (2012). *Kvalitative metoder empiri og teoriutvikling*. Gyldendal akademisk.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research methods in education* (7th ed). Routledge.
- Johnson, R. B., & Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed Methods Research: A Research Paradigm Whose Time Has Come. *Educational Researcher*, 33(7), 14–26. JSTOR.
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10.trinn*. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>
- Lemaire, P., & Siegler, R. S. (1995). *Four Aspects of Strategic Change: Contributions to Children's Learning of Multiplication*. 15.
- Luwel, K., Onghena, P., Torbeyns, J., Schillemans, V., & Verschaffel, L. (2009). Strengths and weaknesses of the choice/no-choice method in research on strategy use. *European Psychologist*, 14(4), 351–362. <https://doi.org/10.1027/1016-9040.14.4.351>
- Maciejewski, W., & Star, J. R. (2019). Justifications for choices made in procedures. *Educational Studies in Mathematics*, 101(3), 325–340. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09886-7>
- Malt, U., & Grønmo, S. (2020). Strukturert intervju. I *Store norske leksikon*. https://snl.no/strukturert_intervju
- Newton, K. J., Lange, K., & Booth, J. L. (2020). Mathematical Flexibility: Aspects of a Continuum and the Role of Prior Knowledge. *The Journal of Experimental Education*, 88(4), 503–515. <https://doi.org/10.1080/00220973.2019.1586629>
- Peirce, J., Gray, J. R., Simpson, S., MacAskill, M., Höchenberger, R., Sogo, H., Kastman, E., & Lindeløv, J. K. (2019). PsychoPy2: Experiments in behavior made easy.

- Behavior Research Methods*, 51(1), 195–203. <https://doi.org/10.3758/s13428-018-01193-y>
- Peters, G., De Smedt, B., Torbeyns, J., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2012). Children's use of addition to solve two-digit subtraction problems. *British Journal of Psychology*, n/a-n/a. <https://doi.org/10.1111/bjop.12003>
- Ringdal, K. (2018). *Enhet og mangfold samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode*. Fagbokforl.
- Rittle-Johnson, B., Star, J. R., & Durkin, K. (2012). Developing procedural flexibility: Are novices prepared to learn from comparing procedures?: Developing procedural flexibility. *British Journal of Educational Psychology*, 82(3), 436–455. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02037.x>
- Robert S. Siegler. (1998). *Emerging Minds: The Process of Change in Children's Thinking: Bd. 1st Oxford University Press pbk. ed.* Oxford University Press; eBook Collection (EBSCOhost). <https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=nlebk&AN=140865&site=ehost-live>
- Selter, C. (2009). Creativity, flexibility, adaptivity, and strategy use in mathematics. *ZDM*, 41(5), 619–625. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0203-7>
- Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M., & Hußmann, S. (2012). Taking away and determining the difference—A longitudinal perspective on two models of subtraction and the inverse relation to addition. *Educational Studies in Mathematics*, 79(3), 389–408. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9305-6>
- Teddlie, C., & Tashakkori, A. (2022). *SAGE Handbook of Mixed Methods in Social & Behavioral Research* (Av pages 1-42; 2. utg.). SAGE Publications, Inc. <https://doi.org/10.4135/9781506335193>
- Thrane, C. (2018). *Kvantitativ metode en praktisk tilnærming*. Cappelen Damm akademisk.
- Torbeyns, J., De Smedt, B., Stassens, N., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2009). Solving Subtraction Problems by Means of Indirect Addition. *Mathematical*

Thinking and Learning, 11(1-2), 79–91.

<https://doi.org/10.1080/10986060802583998>

Torbeyns, J., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2009). Efficiency and flexibility of indirect addition in the domain of multi-digit subtraction. *Learning and Instruction*, 19(1), 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.12.002>

Torbeyns, J., Peters, G., De Smedt, B., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2018). Subtraction by addition strategy use in children of varying mathematical achievement level: A choice/no-choice study. *Journal of Numerical Cognition*, 4(1), 215–234. <https://doi.org/10.5964/jnc.v4i1.77>

Torbeyns, J., Smedt, B., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2009). Jump or compensate? Strategy flexibility in the number domain up to 100. *ZDM*, 41(5), 581–590. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0187-3>

Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2013). Efficient and flexible strategy use on multi-digit sums: A choice/no-choice study. *Research in Mathematics Education*, 15(2), 129–140. <https://doi.org/10.1080/14794802.2013.797745>

Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2016). Mental computation or standard algorithm? Children's strategy choices on multi-digit subtractions. *European Journal of Psychology of Education*, 31(2), 99–116. <https://doi.org/10.1007/s10212-015-0255-8>

Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J., & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24(3), 335–359. <https://doi.org/10.1007/BF03174765>

Vedlegg

Vedlegg 1: Forklaringsark over strategiene i testen

Vedlegg 2: Talloppgavene brukt i testen

Vedlegg 3: Samtykkeskjema

Vedlegg 4: Eksempel på innsamlet data for elev i testen

Vedlegg 1: Forklaringsark over strategier

SUBTRAKSJON

① Direkte subtraksjon (Tær/eneer først)

$$\boxed{46 - 12}$$

$$40 - 10 = 30$$

$$6 - 2 = 4$$

$$\underline{\underline{34}}$$

② Indirekte addisjon (Telle oppover)

$$\boxed{53 - 45}$$

$$\text{fra } 45 \text{ til } 50 \rightarrow 5$$

$$\text{fra } 50 \text{ til } 53 \rightarrow 3$$

$$= \underline{\underline{8}}$$

ADDISJON

① Kompensasjon (Runde av først)

$$\boxed{48 + 36}$$

$$50 + 36 = 86$$

$$86 - 2 = \underline{\underline{84}}$$

② Sekvensiell (Tiere først)

$$\boxed{36 + 25}$$

$$30 + 20 = 50$$

$$6 + 5 = 11$$

$$= \underline{\underline{61}}$$

$$36 + 20 = 56$$

$$56 + 5 = \underline{\underline{61}}$$

Vedlegg 2: Talloppgavene

Subtraksjon:

Stor avstand for DS, liten avstand for IA

Choice	No-choice 1 (DS):	No-choice 2 (IA):
92 - 3 89 (DS)	97 - 25 72 (DS)	92 - 8 84 (DS)
75 - 8 67 (DS)	78 - 26 52	73 - 7 66
83 - 31 52 (DS)	66 - 17 49	63 - 11 52
74 - 48 26 (DS)	44 - 12 32	84 - 46 38
86 - 67 19 (IA)	92 - 68 24 (IA)	72 - 48 24 (IA)
61 - 49 12 (IA)	93 - 82 11	62 - 49 13
72 - 67 5 (IA)	52 - 44 8	71 - 65 6
91 - 88 3 (IA)	61 - 57 4	72 - 67 5

Addisjon:

Minst ett av tallene har enere 8 eller 9 (som vil fremkalle avrunding/kompensasjon) for K.

Choice:	No-choice 1 (K):	No-choice 2 (S):
39 + 49 (K)	32 + 59 (K)	43 + 39 (K)
26 + 59 (K)	38 + 16	48 + 36
48 + 26 (K)	69 + 23	39 + 47
23 + 68 (K)	78 + 17	23 + 58
17 + 27 (S)	36 + 24 (S)	54 + 35 (S)
54 + 37 (S)	23 + 33	67 + 24
45 + 42 (S)	46 + 45	17 + 75
86 + 13 (S)	83 + 16	56 + 23

Vedlegg 3: Samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet

”Fleksibilitet i regnestrategier”

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt. I dette skrivet gir jeg deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Bakgrunn og formål

Skoleåret 2021/2022 skal jeg, Anne Lotte Ringstad, skrive master i matematikdidaktikk ved NTNU. Siden jeg er ansatt som lærer ved Hoeggen skole har jeg fått lov til å bruke 8.trinn i dette arbeidet. Masteren min handler om fleksibilitet i matematikk, som blant annet betyr å kunne veksle mellom ulike metoder og velge den mest effektive metoden når man skal løse et problem. Dette er noe vi mennesker gjør mer eller mindre ubevisst hele tiden og som vi prøver å øve på i matematikkfaget. Jeg ønsker å undersøke om det er en sammenheng i hvor fleksible elever er innenfor ulike oppgavetyper i matematikk/hoderegning. Hvis de er fleksible i én type oppgave, er de da også fleksible i en annen?

Hva innebærer det for deg å delta?

Å delta i prosjektet innebærer at du skal løse noen regneoppgaver, deretter tar vi en kort samtale rundt oppgavene. Jeg tar lydopptak og notater fra denne samtalen. Ved ønske om å se intervjuguide på forhånd er det bare å ta kontakt.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Dette gjør du ved å ta kontakt med meg. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke påvirke ditt forhold til skolen eller ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Det er bare jeg som skriver masteren og min veileder ved NTNU som har tilgang til datamaterialet. Jeg vil bare bruke opplysningene om deg til formålene jeg har fortalt om i dette skrivet. I forbindelse med intervjuet vil jeg samle inn navn for det rent praktiske, samt notater og eventuelle tegninger vi bruker i samtalen. Lydopptakene vil bli transkribert og brukt i oppgaven men alt blir anonymisert slik at verken elever eller skole kan gjenkjennes. Alt materialet vil bli slettet med en gang oppgaven er ferdigstilt i løpet av mai 2022.

Personvern

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke. På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Som deltaker har du til en hver tid rett til innsyn i, og kopi av, de personopplysningene jeg har registrert om deg samt få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende.

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, kan du ta kontakt med meg eller min veileder ved NTNU, Magdalini Lada: magdalini.lada@ntnu.no

Spørsmål om behandling av dataene kan også rettes til personvernombudet ved NTNU, Thomas Helgesen: thomas.helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Anne Lotte Ringstad
Anne-lotte.ringstad@ou.trondheim.kommune.no / 928 82 861

Samtykkeerklæring

Vi, både elev og foresatte, har mottatt og forstått informasjon om prosjektet "Fleksibilitet i regnestrategier", og har fått anledning til å stille spørsmål. Vi samtykker dermed til at

_____ kan:
navn på elev

- delta i oppgavesett
- delta i intervju

(Signatur elev, dato)

(Signatur foresatte, dato)

