

Tina Amalie Schei Brovold

Elevers muligheter for resonnering og bevis i en designet bevisoppgave

En kvalitativ designstudie av elevers resonnering og bevis på 6.trinn

Masteroppgave i matematikdidaktikk 5.-10. trinn

Veileder: Reidun Persdatter Ødegaard

Mai 2022

Tina Amalie Schei Brovold

Elevs muligheter for resonnering og bevis i en designet bevisoppgave

En kvalitativ designstudie av elevs resonnering og bevis på 6.trinn

Masteroppgave i matematikdidaktikk 5.-10. trinn
Veileder: Reidun Persdatter Ødegaard
Mai 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning



Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

I denne studien undersøker jeg hvilke muligheter for resonnering og bevis en egendesignet bevisoppgave gir elever på 6.trinn. Hensikten med studien er å bidra med kunnskap om hvordan design av bevisoppgaver kan gi elever muligheter for resonnering og bevis. Studiens forskningsspørsmål er: Hvilke muligheter for resonnering og bevis kan ulike karakteristikker i en bevisoppgave gi elever på 6.trinn?

Metoden som er brukt i denne studien er designforskning. Metoden knyttes til pedagogisk utdanningsforskning som er egnet for å skape en sammenheng mellom teori og praksis i skolen. Hensikten med designforskning er undersøke mulighetene for pedagogisk forbedring, noe som også er et av målene med min studie. Oppgaven elevene jobbet med ble designet på grunnlag av tre designprinsipper utviklet av Lin et al. (2012) tilpasset hypotese- og bevisoppgaver, og den designede oppgaven gjorde det mulig å undersøke elevenes arbeid med resonnering og bevis.

Studien tar utgangspunkt i en fortolkende tilnærming. Kvalitative metoder ble brukt for å observere elever i arbeid med en designet bevisoppgave. Studien bygger på observasjon og skriftlige besvarelser av ni elever på 6.trinn fordelt på tre grupper i arbeid med oppgaven. Datamaterialet ble analysert gjennom en teoretisk tematisk analyse. Analysen tar utgangspunkt i et rammeverk for elevens deltakelse i en diskurs og en modell for matematisk resonnering. Det ga muligheten til å si noe om hvordan karakteristikene i den designede oppgaven ga mulighet for resonnering og bevis.

Resultatene fra studien indikerer at ulike karakteristikker vil gi ulike muligheter for elevene i arbeid med resonnering og bevis. Det viser seg at oppgavens karakteristikker gir elevene mulighet til å delta i aktiviteter for både resonnering og bevis gjennom arbeid med ulike resonneringsprosesser, og de åpner for læring hos elevene innenfor temaet. Dersom oppgaven legger til rette for et systematisk fokus i arbeidet, får elevene mulighet til resonnering som bidrar til oppgaveløsningen. Dersom oppgaven i tillegg legger til rette for at elevene bruker visuelle representasjoner og må forklare påstander for andre, vil elevene kunne delta i en bevisprosess.

Studien kan bidra til økt kunnskap om implementering av karakteristikker i egendesignede bevisoppgaver. På et generelt grunnlag vil studien også bidra til økt kunnskap om designutvikling i designstudier og om elevens resonnering og bevis i grunnskolen.

Nøkkelord: kognisjon, matematisk resonnering, bevis, designstudie, designprinsipper.

Abstract

In this study, I investigate what possibilities for reasoning and proving a self-designed proving gives pupils in 6th grade. The purpose of the study is to contribute knowledge about how the design of proving tasks can give pupils opportunities for reasoning and proving. The research question of the study is: What possibilities for reasoning and proving can different characteristics in a proving task give pupils in 6th grade?

The method used in this study is design research. The method is linked to pedagogical educational research which is suitable for creating a connection between theory and practice in school. The purpose of design research is to examine the possibilities for pedagogical improvement, which is also one of the goals of my study. The task the pupils worked on was based on three design principles developed by Lin et al. (2012) customized for hypothesis and proving tasks, and the designed task made it possible to examine the pupils' work with reasoning and proving.

The study is based on an interpretive approach. Qualitative methods were used to observe pupils working on a designed proving task. The study is based on observation and written answers of nine pupils in 6th grade divided into three groups working on the task. The data material was analysed through a theoretical thematic analysis. The analysis is based on a framework for pupils' participation in a discourse and a model for mathematical reasoning. It provided the opportunity to say something about how the characteristics of the designed task provided an opportunity for reasoning and proof.

The results from the study indicate that different characteristics will provide different opportunities for students in work with reasoning and proving. It turns out that the characteristics of the task give the pupils the opportunity to participate in activities for both reasoning and proving through work with different reasoning processes, and they open up for learning by the pupils within the topic. If the task facilitates a systematic focus, the pupils get the opportunity for reasoning that contributes to the task solution. If the task also facilitates that the pupils use visual representations and must explain statements to others, the pupils will be able to participate in a proving process.

The study can contribute to increased knowledge about the implementation of characteristics in self-designed proving tasks. On a general basis, the study will also contribute to increased knowledge about design development in design studies and about pupils' reasoning and proving in primary school.

Key words: commognition, mathematical reasoning, proof, design research, design principles.

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på mine fem år på grunnskolelærerutdanningen ved NTNU. Disse årene har vært spennende, lærerike og ikke minst gøyale.

Jeg ønsker å takke alle som har gjort denne studien mulig. Først og fremst vil jeg takke min veileder Reidun Persdatter Ødegaard for hjelpsomme, nyttige og verdifulle tilbakemeldinger som har gjort det mulig for meg å fullføre studien. Videre vil jeg rette en takk til læreren og elevene som var villige til å delta - det kunne jeg ikke vært mer takknemlig for.

Jeg kan heller ikke være foruten å rette en stor takk til venner og medstudenter som har bidratt til å gjøre studietiden til en fantastisk opplevelse. Dere har gitt meg opplevelser for livet som jeg er utrolig glad for å ha delt med dere. Til slutt vil jeg si takk til familien som har bidratt med motiverende og oppmuntrende ord, og stått ved min side i både oppturer og nedturer gjennom hele studieløpet.

Trondheim, mai 2022

Tina Amalie Schei Brovold

Innhold

Figurer	xi
Tabeller	xi
1 Innledning	13
1.1 Bakgrunn for studien	13
1.2 Studiens formål og forskningsspørsmål	14
1.3 Oversikt over oppgaven	15
2 Teori	16
2.1 Kommognisjon	16
2.1.1 Matematisk diskurs	16
2.1.2 Matematiske ord	17
2.1.3 Visuelle mediatorer	17
2.1.4 Narrativer	18
2.1.5 Rutiner	18
2.2 Begrepsavklaring: Argumentasjon, resonnering og bevis	20
2.3 Matematisk resonnering	21
2.3.1 Prosesser for leting etter likheter og forskjeller	22
2.3.2 Prosesser for validering	22
2.3.3 Eksemplifisering	23
2.4 Tidligere forskning om elevers resonnering og bevis	24
3 Metode	26
3.1 Metodisk tilnærming	26
3.2 Designforskning	27
3.2.1 Fasene i designforskning	28
3.2.2 Begrensninger ved designforskning	29
3.3 Utvalg av forskningsdeltakere	30
3.4 Metode for datainnsamling: Observasjon	30
3.5 Design av elevenes oppgave	31
3.5.1 Designprinsipper	31
3.5.2 Den designede oppgaven	32
3.6 Metode for analyse	34
3.6.1 Transkripsjon av datamateriale	34
3.6.2 Tematisk analyse	34
3.6.3 Seks faser i den tematiske analysen	35
3.7 Analyse av datamaterialet	36
3.8 Troverdighet og autentisitet i studien	37

3.9	Studiens etiske betraktninger	39
4	Resultater	40
4.1	Fordele bananer til flest mulig aper.....	40
4.2	Finn alle mulige løsninger.....	41
4.3	Begrunnelse for funn av alle mulige løsninger	46
4.4	Forklar for en elev på 2.trinn	48
5	Drøfting	52
5.1	Studiens resultater	52
5.2	Designprinsippenes implikasjoner.....	53
5.3	Elevenes deltakelse i diskursen	54
5.4	Elevenes utfordringer med resonnering og bevis	55
5.5	Vurdering av studiens kvalitet.....	56
5.6	Videre forskning.....	57
6	Avslutning.....	59
	Referanser.....	61
	Vedlegg.....	65

Figurer

Figur 3.1: Oppgaveteksten i den designede bevisoppgaven.....	33
Figur 4.1: Karens visualisering i arbeid med deloppgave a	41
Figur 4.2: Elevene på gruppe 3 bruker kuleramma i oppgaveløsingen	45
Figur 4.3: Gruppe 1 sin besvarelse på deloppgave c.....	46
Figur 4.4: Gruppe 1 sin besvarelse på deloppgave d	48
Figur 4.5: Gruppe 2 sin besvarelse på deloppgave d	50

Tabeller

Tabell 2.1: Matematiske resonneringsprosesser av Jeannotte og Kieran (2017)	21
---	----

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for studien

Temaet for denne studien er elevers arbeid med resonnering og bevis i matematikk på barnetrinnet. Tidligere studier har vist at bevis i hovedsak har vært sett på som en isolert del av matematikken som har blitt satt i fokus sent i elevers utdanningsløp, noe Stylianides (2008) påstår er problematisk. Nå ser vi derimot en endring som gjør temaene sentrale for elever også tidligere i utdanningsløpet. I den nye læreplanen som kom i 2020 har «resonnering og argumentasjon» kommet inn som et av kjerneelementene i matematikkfaget (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det går ut på at elevene skal kunne vite at deres besvarelser ikke er tilfeldige ved å gi begrunnelser for svarene sine og kunne argumentere for at deres løsninger er gyldige. «Representasjon og kommunikasjon» er et annet kjerneelement som sier at elevene skal kunne uttrykke seg med matematisk språk for å muliggjøre for argumentasjon og resonnering i faget. Ved å se disse kjerneelementene i sammenheng, skal elevene kunne representere matematikk på måter som er mulige å kommunisere til andre, samtidig som de skal kunne begrunne og argumentere for at løsningene de gir er gyldige.

Formuleringene som blir brukt i læreplanen signaliserer at bevis og argumentasjon er sentralt i alle delene av matematikkfaget (Valenta & Enge, 2020, s. 2). Ifølge Valenta og Enge (2020, s. 1) vil arbeid med bevis i grunnskolen være med på å støtte elevenes meningsskaping i faget og skape et grunnlag for dybdeforståelse for begreper og sammenhenger. Fra lærernes side krever dette at man utarbeider oppgaver som fremmer argumentasjon og resonnering hos elevene. Det vil føre til at man også bør ha et økt fokus på argumentasjon i klasserommet generelt slik at elevene ser på dette som en naturlig del av å løse oppgaver i matematikk.

Bevis blir fremstilt som å ha en udiskuterbar rolle i matematikkfaget (Stylianides & Stylianides, 2017, s. 119). Samtidig blir implementeringen av temaet i klasserommet beskrevet som utfordrende, og som et konsept som både er «hard-to-teach» og «hard-to-learn». Problemet har blitt fremhevet, og det er utviklet kunnskap om hva som er utfordrende for elevene i arbeid med bevis, men det har blitt rettet lite fokus på hvordan man som lærer kan løse problemet (Stylianides & Stylianides, 2017).

Tidligere studier har vist at lærere har tatt avstand fra bevis i skolen, noe lærerne begrunner med at elevene møter for mange utfordringer i arbeidet med temaet (Mariotti, 2006, s. 173). Dersom lærerne ser på bevis som noe vanskelig, vil de av den årsak unngå å inkludere det i sin undervisning. Det kan gi en uheldig kjedereaksjon hvor elevene ikke tar i bruk bevis som en naturlig del av matematikkundervisning og i løsning av matematikkoppgaver. Det vil igjen kunne resultere i at elevene ikke utvikler evnen til å forsvare sine matematiske ideer, som ifølge Ellis et al. (2018, s. 180) er en viktig komponent i elevenes utvikling av meningsfull forståelse som har vist seg å ha en positiv sammenheng med elevprestasjoner.

Utfordringer som blir trukket fram i litteratur viser et økt behov for kunnskap blant forskere og matematikklærere om hvordan man kan integrere resonnering og bevis i

undervisning på en god måte. Målet med denne studien er å finne ut hvilke karakteristikk ved en oppgave som vil egne seg til nettopp dette. Flere studier har dokumentert problemer med klasseromspraksiser (Stylianides & Stylianides, 2013, s. 334) og tatt opp elevers forståelse av bevis, men det viser seg å være lite litteratur som har fokusert på undervisning og læring av bevis gjennom utvikling av klasseromsbaserte intervensjoner (Stylianides et al., 2017, s. 258). En intervensjon defineres som tiltak for å forbedre undervisningssituasjoner gjennom å finne løsninger på elevers utfordringer i undervisningssituasjoner (Stylianides & Stylianides, 2013, s. 334). Med utgangspunkt i mangelen på slike studier, har jeg valgt å gjennomføre en klasseromsbasert intervensjonsstudie for å undersøke elevers resonnering og bevis i arbeid med en designet oppgave. I min studie vil jeg bruke begrepet intervensjon for å omtale ulike tiltak som har som hensikt å forbedre læring og undervisning i matematikk, og mer spesifikt innenfor temaet resonnering og bevis. Jeg vil også, i likhet med Stylianides og Stylianides (2013), ha en bred forståelse av undervisningssituasjoner og inkludere alle situasjoner hvor læring finner sted, altså ikke kun situasjoner som skjer i elevenes klasserom.

1.2 Studiens formål og forskningsspørsmål

Matematikkoppgaver som blir brukt vil kunne være med på å begrense eller utvide elevers syn på fagstoffet de arbeider med (Stylianides, 2016, s. 24). Det viser seg likevel å være få bevisoppgaver i lærebøker i matematikk, altså blir det i liten grad lagt opp til arbeid med bevis i grunnskolen. Det er med på å forsterke hensikten og behovet for min studie hvor jeg har valgt å designe en bevisoppgave selv for å bidra til forskningsfeltet. Oppgaven består av noen spesielle karakteristikk som har til hensikt å gi elever mulighet for resonnering og bevis, og gjennom studien har jeg ønske om å komme fram til hvilke karakteristikk som vil være essensielle for hensikten. Et av studiens formål er altså å kunne gi innsikt i hvordan lærere kan designe oppgaver dersom de ønsker å fremme resonnering og bevis fra elever i matematikk.

Ut ifra beskrivelsen over har jeg formulert dette forskningsspørsmålet: *Hvilke muligheter for resonnering og bevis kan ulike karakteristikk i en bevisoppgave gi elever på 6.trinn?*

Gjennom en kvalitativ designstudie har jeg designet en bevisoppgave som tar utgangspunkt i designprinsipper presentert av Lin et al. (2012). Ved at elever jobber med bevisoppgaven jeg har designet, er målet at de blir utfordret til å resonner og bevis. Oppgaven er utformet slik at elevene må argumentere og begrunne for at løsninger de gir er gyldige, og det vil kunne føre dem inn i arbeid med resonnering og bevis. For å fremme muntlig aktivitet og for at elevene skal sette ord på tankene sine er oppgaven designet til å være en samarbeidsoppgave. Ved å studere elevenes arbeid åpner det for å få en innsikt i hvilke aspekter ved oppgaven som gir mulighet for resonnering og bevis, og på den måten vil det være mulig å vurdere hvilke karakteristikk som vil svare til studiens formål. Matematisk resonnering og bevis er to sentrale begrep i studien, og jeg vil gi definisjoner av begrepene i kapittel 2.

Studien datamateriale består av både videoopptak, lydopptak og innsamling av elevbesvarelser fra tre elevgrupper. Ved å studere elevenes samtaler og oppgaveløsning håper jeg å kunne si noe om den designede oppgavens kvalitet, og hvorvidt den gir mulighet for resonnering og bevis.

1.3 Oversikt over oppgaven

Oppgavens innhold er sammensatt av flere deler som jeg vil presentere. Først vil jeg presentere oppgavens teoretiske grunnlag i kapittel 2, som vil sette rammene for studiens teoretiske forankring. Det vil videre føre meg til presentasjonen av studiens metodiske valg. For å kunne utvikle den designede oppgaven har jeg benyttet designforskning som metode, som jeg vil presentere i kapittel 3.2. Deretter vil jeg presentere den designede oppgaven i kapittel 3.5, før jeg beskriver hvordan jeg har gått fram i analysen av datamaterialet i kapittel 3.6. Gjennom å analysere elevenes arbeid med den designede oppgaven, har jeg sett på hvordan elevenes deltakelse varierer i løpet av oppgaveløsningen. Det blir presentert i analysen i kapittel 4, og utgjør studiens resultater. Til slutt vil jeg oppsummere disse resultatene i første del av kapittel 5, før jeg drøfter ved å knytter de opp mot teori. Avslutningsvis vil jeg vurdere studiens kvalitet og foreslå videre forskning innenfor temaet.

2 Teori

I denne studien skal jeg undersøke hvilke muligheter for resonnering og bevis noen karakteristikk i en bevisoppgave kan gi elever på 6.trinn. Jeg har valgt å benytte Sfard (2008) sitt rammeverk om kognisjon. Rammeverket gir meg mulighet til å få innsikt i hvordan elever deltar i oppgavesituasjonen gjennom deres deltakelse og kommunikasjon med hverandre, som gjør det mulig å si noe om elevenes læring i arbeidet med den designede oppgaven. Jeg vil først presentere rammeverket for kognisjon, før jeg går over til en presentasjon av matematisk resonnering.

2.1 Kognisjon

Kognisjon (eng. cognition) er et begrep som har blitt introdusert av Sfard (2006, 2007, 2008) og er en sammensetning av begrepene kognisjon og kommunikasjon. Tidligere har begrepet tenking blitt presentert som en individuell aktivitet som foregår i det enkelte mennesket (Sfard, 2006, s. 158). Det har videre ført til at tenkning og kommunikasjon har blitt presentert som to adskilte aktiviteter hvor tenkning har vært en prosess som har ligget til grunn for kommunikasjonshandlinger. Kommunikasjon beskrives som mellommenneskelig (Sfard, 2008, s. 86) og innebærer alle former for kommunikasjon som skjer på tvers av individer. Kognisjon på sin side beskriver det utvidede bildet på tenkning hvor det blir sett på som en individualisert form for mellommenneskelig kommunikasjon som gjør det mulig å kommunisere med seg selv (Sfard, 2008, s. 81). Det vil si at tenkning blir sett som en kommunikasjonshandling i seg selv, og innebærer kommunikasjon som ikke nødvendigvis er mellommenneskelig. For å skape et begrep som omfavner både den delen som består av individuell kognisjon og den delen som består av mellommenneskelig kommunikasjon har Sfard (2007, s. 570) slått sammen disse ordene til begrepet *kognisjon*.

Rammeverket til Sfard (2008) har sitt utspring fra et sosiokulturelt læringssyn, og tar utgangspunkt i et syn på læring som deltakelse. Deltakelsen skjer i et sosialt fellesskap, eller et kollektiv, hvor det utføres kollektive aktiviteter som med tiden blir adaptert av individer. Dette kalles individualisering, og individualiseringen av kollektive aktiviteter resulterer i personlige versjoner av aktivitetene (Sfard, 2008, s. 80). Etter hvert vil en person være i stand til å utføre den på egen hånd, altså har læring funnet sted. Et eksempel på en slik kollektiv aktivitet er det å lære å snakke. Det begynner som en mellommenneskelig aktivitet man deltar i sammen med andre, og vil gradvis ende opp som en aktivitet man har gjort sin egen og er kvalifisert til å gjøre på egen hånd. Tilsvarende vil skje ved læring av matematikk ved at elever individualiserer det kollektive (Sfard, 2007, s. 569). Aktiviteter starter som noe man gjør kollektivt i klasserommet, og utvikler seg til å bli aktiviteter som hver enkelt elev kan utføre utenfor klasserommet. Elevene utvikler personlige versjoner for framgangsmåter og strategier som de videre kan benytte i arbeidet sitt og slik bli i stand til å gjøre disse aktivitetene individuelt.

2.1.1 Matematisk diskurs

Det finnes flere ulike typer kommunikasjon som bygger på ulike regler. Individer kan være i stand til å delta i visse typer kommunikasjon, mens det vil finnes andre typer kommunikasjon som individet ikke kan delta i (Sfard, 2008, s. 91). Disse ulike typene

kommunikasjon er diskurser. En diskurs er en type kommunikasjon hvor medlemmene av diskursen blir bragt sammen fordi de har noe til felles, samtidig som at de resterende menneskene blir ekskludert fra den. Ulik alder, interesser eller fagkunnskaper kan være eksempler på aspekter som fører til at ikke alle mennesker er i stand til å delta i all type kommunikasjon. Samtidig vil et samfunn bestå av diskurser som er overlappende, som resulterer i at man kan være deltaker i flere ulike diskursfellesskap.

En diskurs består av fire forskjellige kjennetegn, og ulike diskurser kan dermed skilles fra hverandre etter de samme kjennetegnene: bruken av sentrale ord, visuelle mediatorer, godkjente narrativer og bestemte rutiner (Sfard, 2008, s. 133). I skolen er det elever sier, måten de sier det på, det de gjør, visuelle mediatorer de bruker, måten de bruker mediatorene på og kroppsspråk elementer som sammen utfyller elevenes diskursive aktivitet (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 3). Innenfor rammeverket for kognisjon er fokuset rettet mot en matematisk diskurs (Sfard, 2008, s. 133). Med grunnlag i teorien om læring som deltakelse blir læring innad i rammeverket sett på som en endring i individets diskurs (Sfard, 2007, s. 573), og en persons læring kan dermed bli tolket ut fra personens forandring i matematisk kommunikasjon. Ved å lære matematikk vil elevenes diskurs utvides, utvikles eller endres og man vil kunne observere endringer i diskursen som signaliserer at læring har funnet sted. Gjennom å studere de fire kjennetegnene for en diskurs vil man kunne identifisere elevs diskursive utvikling. Jeg vil nå beskrive hvordan de fire kjennetegnene på en diskurs kommer til uttrykk i den matematiske diskursen.

2.1.2 Matematiske ord

En matematisk diskurs kjennetegnes først og fremst ved at den består av matematiske ord og uttrykk (Sfard, 2008, s. 133). Generelt vil ord- og begrepsbruk være viktig i kommunikasjon for at man skal kunne uttrykke seg presist og direkte, og i matematikk vil matematiske ord ha en spesiell betydning siden de svarer til en presis beskrivelse av noe. Basert på definisjonen av en diskurs samt med fokus på de matematiske ordene den innebærer, vil en matematisk diskurs skape et fellesskap av mennesker som kan kommunisere sammen om matematikk og det matematikken innebærer. Elever vil kunne oppleve at den matematiske diskursen de tar del i blir bestående av begreper de har kjennskap til fra før, men med en ny betydning, men også begreper som er nye for dem som blir presentert i matematiske kontekster (Sfard, 2007, s. 571). Et eksempel på et matematisk ord er «kombinatorikk» som elever får et forhold til gjennom matematikk og matematikkundervisning i skolen, og vil dermed bli en del av den matematiske diskursen deres. Ordet blir sjeldent brukt utenfor matematikkfagfeltet, og det beskriver noe spesifikt innad i diskursen. Samtidig kan vi også finne matematiske ord i den matematiske diskursen som også tar del i andre diskurser, slik som ordet «dele» og ord relatert til mengder og former (Sfard, 2008, s. 134).

2.1.3 Visuelle mediatorer

På samme måte som at vi i dagligtale benytter oss av imaginære eller fysiske bilder av materielle ting i mellommenneskelig kommunikasjon, benytter vi oss også av dette i den matematiske diskursen (Sfard, 2008, s. 147). Sfard (2008, s. 133) kaller dette for visuelle mediatorer, som er ulike verktøy eller redskaper som vi benytter for å gjøre kommunikasjonen mellom deltakerne i en diskurs enklere. Siden matematikk er abstrakt (Duval, 2006, s. 105) vil de visuelle mediatorene i matematiske diskurser ofte være ulike fra de som blir brukt i andre diskurser. Matematiske objekter eksisterer ikke uavhengig av diskursen siden de ikke kan ses i virkeligheten, men kun kan representeres gjennom

bruk av visuelle mediatorer (Sfard, 2008, s. 135). Bruk av ulike representasjonsmåter har nettopp dette som hensikt, slik som for eksempel symbolske formler, diagrammer, tabeller, grafer og tegninger som alle er eksempler på visuelle mediatorer (Sfard, 2007, s. 571). I tillegg til disse eksemplene kommer også symbolsk notasjon som er en vanlig uttrykksmåte i en matematisk diskurs (Sfard, 2006, s. 162).

2.1.4 Narrativer

Narrativer blir definert som påstander som enten godkjennes eller forkastes, altså at de merkes som sant eller usant (Sfard, 2008, s. 134). I en diskurs vil narrativer godkjennes gjennom veldefinerte vilkår og kriterier som er spesifikt for denne diskursen, og følgelig vil det variere fra diskurs til diskurs (Sfard, 2007, s. 572). Godkjente narrativer må altså være godkjent av diskursens medlemmer (Sfard, 2006, s. 162) som avhenger av blant annet medlemmenes hva som er godkjent. Mer eksplisitt vil det i en vitenskapelig matematisk diskurs være matematiske teorier, definisjoner, bevis og teoremer som opererer som godkjente narrativer (Sfard, 2008, s. 134). I matematikklasserommet vil det være elevene som utgjør diskursens medlemmer, og narrativer vil bli godkjent etter hvert som elevene aksepterer deres sannhet.

2.1.5 Rutiner

Det siste av de fire kjennetegnene på en diskurs er rutiner. Sfard (2007, s. 572) beskriver rutiner som «veldefinerte repeterende mønstre i samtalepartnerens handlinger, karakteristiske for en gitt diskurs» (min oversettelse). Forklart på en annen måte vil rutiner være gjentakende handlingsmønstre som blir repetert i enkelte situasjoner (Sfard, 2008). Rutiner som benyttes i en matematisk diskurs kan komme til uttrykk ved at medlemmer i fellesskapet benytter ord og visuelle mediatorer som tilhører diskursen, eller at man deltar i en prosess for å godkjenne narrativer om tall eller figurer (Sfard, 2007, s. 572). Med andre ord vil rutiner overlape med bruken av de tre tidligere beskrevne kjennetegnene.

Lavie et al. (2019, s. 159) introduserer begrepet oppgavesituasjon (eng. task situation) i sammenheng med begrepet rutiner. En oppgavesituasjon betegner situasjoner der en person føler seg forpliktet til å handle. Oppgavesituasjoner kan både skapes ved at en person blir presentert for en oppgave som inviterer til en bestemt type handling av en oppgavestiller (eng. task setter), eller de kan oppstå av seg selv. I møtet med en oppgavesituasjon går utføreren gjennom en prosess for hvordan man skal handle (Lavie et al., 2019, s. 160), og dersom en person er i stand til å handle i en ny oppgavesituasjon er det takket være tidligere erfaringer fra situasjoner som anses å være tilstrekkelig lik den nåværende situasjonen. Slike tidligere situasjoner kalles presedenser, og benyttes for å rettfærdiggjøre gjentakelse av handlinger som tidligere er utført av en selv eller andre. Elever vil opparbeide seg et utvalg av presedenser etter hvert som de presenteres for ulike oppgavesituasjoner, og hva de anser som presedenser til den oppgavesituasjonen de befinner seg i vil kunne være ulikt for ulike elever. En rutine er dermed resultat av elevens tolkning av oppgaven og prosedyren eleven velger å benytte for å løse oppgaven. Det fører til at elever, til tross for at de benytter rutiner, vil kunne løse den samme oppgaven på ulike måter.

Rutiner kan skilles i to ulike perspektiv: prosessorientert og produktorientert (Lavie et al., 2019, s. 153). Innenfor de to perspektivene skilles det mellom tre ulike rutiner som kalles ritual, gjerninger (eng. deeds) og utforskning (eng. explorations) (Lavie et al., 2019, s. 166). Ritual er de rutinene som er prosessorienterte og hensikten deres er i

selve utførelsen av en handling. Gjerninger og utforskninger er på den andre siden produktorienterte og har som mål å utvikle et produkt. Rutiner skiller også i praktisk eller diskursiv, og en rutine blir beskrevet som praktisk dersom en person tolker oppgavesituasjonen som at den krever endring, omorganisering eller omplassering av objekter (Lavie et al., 2019, s. 163). Omvendt blir en rutine beskrevet som diskursiv dersom en person tolker oppgavesituasjonen som at den krever kommunikasjonshandling.

Utforskninger defineres som rutiner som kan bidra til teori, gjerne i form av et narrativ, når de er fullført (Sfard, 2008, s. 224). Rutinenes aksept blir basert på det endelige narrativets riktighet, noe som krever at det underbygges. Eksempler på matematiske utforskninger kan være rutiner som er numeriske beregninger eller rutiner for å definere eller bevise. *Gjerninger* er rutiner som innebærer praktisk handling hvor det skjer en endring i det fysiske miljøet (Sfard, 2008, s. 236-237). I motsetning til utforskninger vil gjerninger altså være handlinger som ikke bare endrer objekter, men som også gjør endringer i handlinger. Gjerninger og utforskninger er begge produktorienterte rutiner, der gjerninger innebærer de som forekommer praktisk, mens utforskninger innebærer de som forekommer diskursivt (Lavie et al., 2019, s. 163). Den siste typen rutine er *ritual*, som er de rutinene som forekommer prosessorientert, både diskursivt og praktisk. Et ritual er definert som en rutine som har som mål å lage og opprettholde et bånd til andre mennesker (Sfard, 2008, s. 241). Deltakere deltar i rutinen for å oppnå sosial godkjenning i form av en fellesskapsbyggende aktivitet gjennom at målet med rutinen ligger i selve utføringen av den (Sfard, 2008, s. 242-244). Ritualer handler altså om gjøre handlinger nøyaktig og presist. Handlinger utføres da sammen med andre og for andres skyld. Som utfører vil man ta del i ulike ritual til tross for at man ikke har fullverdig forståelse for dem, men fordi det vil resultere i en sosial tilhørighet ved at man spiller en annens handlinger.

Definisjonene på ritualer og utforskninger skaper en flytende overgang mellom de to, altså er det et spekter av ulike rutiner hvor de to nevnte befinner seg på hver sin ende av spekteret (Lavie et al., 2019, s. 166). Plasseringen av en rutine på spekteret imellom dem vil avhenge av utøverens evne til å skille prosedyren og oppgaven fra hverandre. For ritual er oppgaven og prosedyren ett, og så lenge en prosedyre forblir en del av oppgaven vil ikke en rutine kunne telle som en fullstendig utforskning.

Gjerninger og ritualer er utviklingsmessige forgjengere for utforskninger (Sfard, 2008, s. 223) og det er ønskelig at elever skal kunne utvikle utforskende matematikk (Lavie et al., 2019, s. 167). Det betyr at matematiske rutiner må utvikle seg til fullstendige utforskninger for å være virkelig nyttige, og at elevene må gjennom den rituelle deltakelsen før de kan nå den utforskende. Å hjelpe elever med å forandre ritualer til utforskninger er imidlertid en av hovedutfordringene for lærere i matematikkundervisning siden det krever observering av mange elevers prestasjoner på én og samme tid (Lavie et al., 2019, s. 171-172). Dessuten viser det seg at det er lite sannsynlig at elever tar i bruk det de har lært i matematikkundervisning utenfor skolen, som resulterer i at lærere prioriterer opplæring av prosedyrer. Rene ritualer eller rene utforskninger er derfor sjeldne hendelser i et matematikklasserom (Lavie et al., 2019, s. 166). En annen årsak er at prosessen for deritualisering, altså prosessen hvor et ritual transformeres til en utforskning, kan gå sakte og vil ikke nødvendigvis bli ferdig i løpet av tiden elevene går på skolen (Sfard, 2017, referert i Lavie et al., 2019, s. 167).

2.2 Begrepsavklaring: Argumentasjon, resonnering og bevis

For å kunne si noe om elevers arbeid med resonnering og bevis, vil det være nødvendig å definere disse begrepene. Begrepene blir gjerne brukt om hverandre og blir supplert av begrepet argumentasjon. Det er flere ulike definisjoner av disse begrepene og deres betydning kan fremstå som uklar. Blant annet kan begrepenes tilhørighet i den vitenskapelige matematikken gjøre det uklart hva som blir lagt i begrepene i matematikk på grunnskolenivå (Stylianides, 2007). Derfor skal jeg nå presentere definisjoner av begrepene som er tilpasset skolematematikken og som jeg kommer til å bruke videre i oppgaven.

For å skape en entydig forståelse for begrepene resonnering, bevis og argumentasjon har Jeannotte og Kieran (2017) gjennomført en litteraturstudie hvor de har forsøkt å organisere og definere begrepene. De har et bredt fokus ved å undersøke ulik litteratur om forståelsen av matematisk resonnering i skolematematikken, og de definerer begrepene etter en sammenfatning av denne litteraturen. Matematisk resonnering presenter de som et paraplybegrep som rommer prosessene for argumentasjon og bevis, og defineres som «en kommunikasjonsform med seg selv eller andre som åpner for å utlede matematiske ytringer basert på andre matematiske ytringer» (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 7, min oversettelse). I skolematematikken vil det si at elever gjør matematisk resonnering dersom de for eksempel i oppgaver utfordres til å ta utgangspunkt i matematikk de kan fra før, og bruker den til å bygge opp til nye påstander de kan begrunne sannheten til. Det vil kunne lede elevene mot en bevisprosess hvor de benytter matematikkens strukturelle oppbygging til å deduktivt kunne bevise nye påstander. Jeg vil gå dypere inn på hvordan Jeannotte og Kieran (2017) presenterer matematisk resonnering i kapittel 2.3.

Jeannotte og Kieran (2017, s. 12) trekker fram ulike definisjoner av bevis, og med utgangspunkt i komkognisjon definerer de det som «en matematisk resonneringsprosess som, ved å søke etter data, bekræftelser og støtte, endrer den epistemologiske verdien av et narrativ fra sannsynlig til sann» (min oversettelse). For å vise mangfoldet i de ulike definisjonene ønsker jeg også å presentere en annen definisjon av bevis. Stylianides (2007) har problematisert at bevis blir definert på en måte som ikke er overførbart til barneskolen. Han har derfor utarbeidet en definisjon av bevis som han hevder er passende i skolematematikken, og oppgir tre krav som må oppfylles av et bevis som et matematisk argument: (1) det baseres på påstander som er aksepterte av klassefelleskapet, (2) det bygger på former for resonnering som er gyldige og kjente for klassefelleskapet og (3) det uttrykkes ved bruk av uttrykksformer som er passende for klassefelleskapet (Stylianides, 2007, s. 291). Til tross for en konkret definisjon med konkrete krav, vil det kreve innsikt i klassefelleskapet for å kunne benytte definisjonen til å identifisere bevis i klasseromssituasjoner. Blant annet må det være kjent hva som er akseptert som sannheter og godkjente uttrykksmåter innad i klassen, og elevene må ha de samme referanserammene for å kunne bygge påstander som aksepteres (Stylianides, 2007, s. 291).

Et matematisk argument defineres som en sekvens påstander som verifiserer eller avkrefter en matematisk påstand (Stylianides, 2007, referert i Nordin & Boistrup, 2018, s. 16). Et argument for en påstand kan være en del av en matematisk argumentasjon, og her telles også situasjoner hvor man stiller seg spørrende til andres argumenter eller at man stiller seg kritisk til begrunnelser som matematisk argumentasjon (Krummheuer, 1995, referert i Nordin & Boistrup, 2018, s. 16). Gjennom en resonneringsprosess vil

man endre og forbedre påstandene sine som til slutt vil resultere i et argument. Flere slike argumenter vil til sammen kunne utfylle et bevis for eller mot en påstand (Nordin & Boistrup, 2018, s. 16). Det vil si at et bevis kan bygges opp og bestå av flere argumenter som begrunner påstander.

2.3 Matematisk resonnering

Litteratur om matematisk resonnering i skolen får fram at begrepet består av flere aspekter som sammen er med på å avklare hva matematisk resonnering innebærer (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 6). Blant annet skilles det mellom et strukturelt aspekt og et prosessaspekt. Det strukturelle aspektet sikter til ulike former av matematisk resonnering som skilles i formene deduktiv, induktiv og abduktiv. Disse formene er sentrale for å kunne si noe om hvordan et matematisk resonnement er bygd opp, og en påstand vil kun være sann dersom den har en deduktiv struktur. I min studie skal jeg derimot fokusere mindre på det strukturelle aspektet og avgrense meg til å se på prosessaspektet.

Jeannotte og Kieran (2017) har utviklet en modell for matematisk resonnering. Modellen er forankret i litteratur innenfor temaet matematisk resonnering i skolematematikk som gjør den relevant for min studie. Den er utarbeidet for å gjelde undervisning og læring i matematikk i både grunnskolen og på videregående, samtidig som at de understreker at deres modell kun er et forslag for én mulig fremstilling av begrepet.

Matematiske resonneringsprosesser		
Prosesser for leting etter likheter og forskjeller	Prosesser for validering	Eksemplifisering
Generalisering	Begrunne	Eksempler som støtter prosesser for leting etter likheter og forskjeller eller som støtter prosesser for validering
Utarbeide en hypotese	Utarbeide et bevis	
Identifisere et mønster	Utarbeide et formelt bevis	
Sammenligne		
Klassifisere		

Tabell 2.1: Matematiske resonneringsprosesser av Jeannotte og Kieran (2017)

Matematisk resonnering kan gjennom kognisjon ses som en diskursiv aktivitet, og prosessaspektet er en måte å forstå diskursen på gjennom å se på ulike prosesstilnærminger (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 9). Matematisk resonnering deles i 9 ulike prosesser. Åtte av disse er kategorisert innenfor en av to hovedkategorier som er enten prosesser knyttet til søk etter likheter og forskjeller, eller prosesser knyttet til validering. I situasjoner hvor elevene leter etter ulike løsninger og prøver å finne alle gyldige løsninger, jobber de i den første gjennom å prøve å lage en hypotese om at de har funnet alle løsninger. Deretter forsøker de å begrunne denne hypotesen gjennom å argumentere og begrunne, og vil da være over i en valideringsprosess. Den siste av de ni prosessene er eksemplifisering og er kategorisert alene, men som en støtte for de to andre hovedkategoriene. I tabell 2.1 er de ulike prosessene oppgitt og kategorisert innenfor de ulike hovedkategoriene.

Jeg vil nå gå inn på hvordan Jeannotte og Kieran (2017) definerer hver av de ulike prosessene for matematisk resonnering og gi en videre beskrivelse av hver prosess. Først vil jeg presentere de fem prosessene knyttet til leting etter likheter og forskjeller, deretter de tre prosessene for validering. Til slutt beskriver jeg kort eksemplifisering.

2.3.1 Prosesser for leting etter likheter og forskjeller

Generalisere (eng. generalizing): En prosess som utleder et narrativ om en mengde med matematiske objekter eller en relasjon mellom objekter i mengden fra en undergruppe av denne mengden (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 9). Med andre ord betyr det at man utarbeider et narrativ som gjelder for en større mengde enn det utvalget man har benyttet for å utarbeide generaliseringen. Det kan for eksempel skje ved at elever bruker et bestemt eksempel til å generalisere for et større utvalg av tilfeller.

Utarbeide en hypotese (eng. conjecturing): En prosess som, ved å søke etter likheter og forskjeller, trekker ut et narrativ om en eller annen regularitet med en mulig eller sannsynlig epistemisk verdi og som har potensial for matematisk teoretisering (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 10). Å søke etter en regularitet vil si å søke etter en relasjon mellom objekter eller fenomener. Hypotesen som produseres vil ha epistemisk verdi, altså sannhetsverdi, som sannsynlig eller mulig siden det vil være en usikkerhet i dens sannhet. Gjennom andre resonneringsprosesser vil det bli mulig å avgjøre om den faktisk er sann og kan teoretiseres, eller om den er usann og kan forkastes.

Identifisere et mønster (eng. identifying a pattern): En prosess som, ved å søke etter likheter og forskjeller, trekker ut et narrativ om en rekursiv relasjon mellom matematiske objekter eller relasjoner (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 10). Et mønster trenger ikke å være mulig å generalisere til en større mengde enn mengden det er observert i, noe som gjør denne prosessen ulik fra prosessen for å generalisere. For å kunne si at man har identifisert et mønster i form av en matematisk resonnering, vil det kreve at det skjer gjennom aktiv søking og at man i etterkant kan ta avstand fra mønsteret.

Sammenligne (eng. comparing): En prosess som utleder, ved å søke etter likheter og forskjeller, et narrativ om matematiske objekter eller relasjoner (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 11). Å sammenligne matematiske objekter gjør det mulig å oppdage mønster som kan gi muligheten til å utarbeide nye hypoteser basert på det identifiserte mønsteret. Denne prosessen vil ofte finne sted i forbindelse med en av prosessene generalisering eller identifisering av et mønster ved at man benytter sammenligning for å kunne ta del i de andre resonneringsprosessene. Et eksempel vil være dersom elevene bruker sammenligning av noen tilfeller for å framheve et mønster man har identifisert.

Klassifisere (eng. classifying): En prosess som utleder, ved å søke etter likheter og forskjeller mellom matematiske objekter, et narrativ om en klasse av objekter basert på matematiske egenskaper og definisjoner (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 11). Det vil si at matematiske objekter klassifiseres på grunnlag av sine egenskaper og definisjoner, som kan være fordelaktig i en strukturering av en diskurs. Denne prosessen kan skje i sammenheng med prosessene for å sammenligne, utarbeide en hypotese eller generalisere.

2.3.2 Prosesser for validering

Å validere er å kunne si noe om hvilken epistemisk verdi et narrativ har, for eksempel sann, sannsynlig, mulig eller usann (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 11). Prosesser for å validere vil dermed være behandlinger hvor man endrer verdien til en påstand i en eller annen retning gjennom å finne ut om de er sanne eller ikke. Det kan for eksempel skje ved at verdien til en påstand går fra å være sannsynlig til å bli sann, eller fra sannsynlig til usann. Den endelige konklusjonen av en validering vil kunne variere ved at den avhenger av hvilket matematisk diskursfelleskap de dukker opp i (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 11). Det vil si at påstander som bekreftes som sanne av elever i et

matematikklasserom ikke nødvendigvis vil ha den samme valideringsverdien for matematikere i forskersamfunnet og motsatt. Det vil være et viktig poeng videre i denne studien siden eventuelle valideringer vil skje på grunnlag av elevenes, altså sjetteklassingenes, vurdering av påstander.

Argumentere (eng. justifying): En prosess som, ved å søke etter data, bekreftelse og støtte, gjør det mulig å endre den epistemiske verdien av et narrativ (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 12). En slik type argumentasjon trenger ikke å være matematisk gyldig, men går ut på at man gjennom utprøving kan skape en overbevisning om at den skal endre epistemisk verdi. Det beskrives som en sosial prosess, som betyr at flere kan være del av prosessen fordi den baseres på kunnskap som er felles for deltakerne. Prosessen kan for eksempel skje ved at en elev avkrefter en annen elevs påstand slik at verdien til påstanden endres fra sannsynlig til usann. Siden det vil bli basert på begrunnelser, vil det gå innenfor prosessen for å argumentere. Elevers begrunnelser vil dermed kunne bestå av at de argumenterer for å overbevise seg selv eller andre om verdien til en påstand.

Utarbeide et bevis (eng. proving): En prosess som, ved å søke etter data, bekreftelse og støtte, endrer den epistemiske verdien av et narrativ fra sannsynlig til sann (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 12). I motsetning til prosessen for å argumentere må bevis være matematisk gyldige og ha en deduktiv oppbygging, og har derfor potensial for å teoretiseres. Bevis vil være mer detaljerte enn argumenter, men i likhet med prosessen for å argumentere er også denne prosessen en sosial prosess. Det fører til at flere ulike elementer vil ha innflytelse på prosessen. Blant annet vil det være avgjørende hvilke narrativer som er akseptert i diskursfellesskapet fra før, som varierer i ulike diskursfellesskap.

Utarbeide et formelt bevis (eng. formal proving): En prosess som, ved å søke etter data, bekreftelse og støtte, endrer den epistemiske verdien av et narrativ fra sannsynlig til sann (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 13). Som vi kan se er definisjonen på bevis og formelt bevis den samme, men ut fra videre beskrivelser av Jeannotte & Kieran (2017), skiller formelle bevis seg ut ved at de må følge strengere strukturer og være utformet basert på matematisk teori i form av aksiomer og teoremer. Det vil derfor være sannsynlig at elevene i denne studien ikke vil handle innenfor denne prosessen, men i større grad ha forutsetninger for de foregående valideringsprosessene.

2.3.3 Eksemplifisering

Den siste prosessen i modellen er *eksemplifisering (eng. exemplifying)*, som er en prosess som støtter andre matematiske resonneringsprosesser (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 14). Den kan bli gjort gjennom å utlede eksempler som hjelper til med de to ulike formene for prosesser, altså med enten søket etter likheter og ulikheter eller med søket etter validering.

Modellen jeg nå har presentert gir en detaljert beskrivelse av innholdet i begrepet matematisk resonnering. Prosessaspektet består av flere ulike prosesser som skilles fra hverandre, men de henger også sammen (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 14). De påvirker hverandre og skaper en mulighet for å utvikle en matematisk diskurs. I kapittel 4 vil jeg presentere datamateriell og i den forbindelse komme inn på hvilke av de nevnte prosessene elevene benytter.

2.4 Tidligere forskning om elevers resonnering og bevis

Jeg vil nå presentere tidligere forskning på elevers arbeid med resonnering og bevis i skolematematikken. Litteraturen jeg bruker skriver om temaet på flere ulike nivå i skolen, men jeg har valgt å fokusere på studienes innhold uavhengig av hvilket nivå forfatterne har forsket på.

Det er usikkerhet i hvordan elever faktisk lærer å gi matematiske forklaringer og begrunnelser (Yackel & Hanna, 2003, s. 229). Som tidligere nevnt anses bevis som et tema som både er vanskelig å lære bort og vanskelig å lære (Stylianides & Stylianides, 2017, s. 121), og elevene møter på problemer og utfordringer knyttet til temaet.

Flere forfattere trekker fram ulike utfordringer elever møter i arbeid med resonnering og bevis. En av utfordringene er at mange elever har en misoppfatning om at et bevis i form av en generalisering kan gjøres gjennom bruk av empiriske argument, som vil si at man argumenterer for en påstand gjennom å teste noen eksempler og bruke det som validering for gyldighet i alle lignende tilfeller (Stylianides & Stylianides, 2017, s. 120). Stylianides (2008, s. 12) beskriver dette innenfor en psykologisk komponent hvor en elev kan tro at sitt argument er et bevis, selv om det fra et matematisk perspektiv er empirisk og dermed ikke godkjent som bevis. Utfordringen viser seg å ligge i hvilke begrunnelser elever vurderer som godkjente og ikke. Dette problematiseres også av Stylianides et al. (2017, s. 242-245) som skriver at elever ofte ikke er i stand til å vurdere om argumenter er korrekte og derfor lar seg overbevise av empiriske argumenter. Som et steg på veien for å løse problemet foreslår Stylianides (2007, s. 298) at argumenter som ikke er kvalifisert som bevis heller ikke skal kalles «bevis». Dersom man er bevisste og konsekvente i begrepsbruken vil det kunne hjelpe elever å forstå forskjellen på argumenter som er og ikke er godkjente som bevis.

Et annet problem som ofte blir trukket fram er forskjellen på resonneringen som matematiske bevis krever, sammenlignet med resonneringen man møter på i hverdagen (Yackel & Hanna, 2003, s. 231). Måten man beviser i matematikk er fjern fra hvordan det man beviser i andre kontekster, og er en aktivitet langt fra det elevene er vant til å drive med. Først og fremst vil hverdagslige uttalelser aksepteres og dermed godkjennes uten videre krav om begrunnelser. Hverdagslige uttalelser godkjennes gjerne på grunnlag av intuisjon og empiri, mens i matematikk vil det kreve et formelt bevis. Disse ulikhetene gjør det vanskelig for elever å lære hvordan de gir gyldige bevis i matematikk.

En tredje utfordring som er trukket fram er at elever har vanskeligheter med å la seg overbevise av deduktive bevis (Stylianides et al., 2017, s. 245). Blant annet er det studier som har vist at elever ikke lar seg overbevise av moteksempler fordi de anser det som engangstilfeller eller spesialtilfeller. Disse utfordringene gjør det vanskelig for elever å delta i aktiviteter for å bevise, fordi de ser ut til å akseptere bevis som forklarer, men ikke bevis som beviser (Yackel & Hanna, 2003, s. 232). Yackel og Hanna (2003, s. 230) refererer også til noen studier hvor de identifiserte at elevene argumenterte på grunnlag av det sosiale fellesskapet de var en del av. De så blant annet at elever sa seg enig med flinke elever og brukte det som en måte å argumentere på. På en annen side har de også trukket fram en studie som viser at elever kan resonnerer i matematikk både deduktivt og induktivt dersom de er i et klasserommiljø som støtter matematikk som resonnering. Et slikt miljø består av en forventning om at elevene forklarer og begrunner handlingene sine. De viser til en studie hvor elevene skulle lage og teste hypoteser i matematikk, som krevde et klasserommiljø hvor det var trygt for elevene å fortløpende dele sine ideer.

Elevene i studien kom med egne påstander og tolket hverandres påstander, og studien viste at elever kunne engasjere seg i matematisk resonnering.

3 Metode

I denne studien undersøker jeg hvordan karakteristikker i en bevisoppgave kan gi elever muligheten til å arbeide med resonnering og bevis. For å kunne undersøke det har jeg tatt lyd- og videoopptak av elever som samarbeider i arbeid med en designet bevisoppgave. Gjennom en deduktiv koding med utgangspunkt i designprinsipper fra Lin et al. (2012) og koder fra rammeverkene til Jeannotte og Kieran (2017) og Lavie et al. (2019) har jeg gjennomført en tematisk analyse av datamaterialet.

I dette kapitlet vil jeg først gjøre rede for metodisk tilnærming, før jeg vil gå inn på en detaljert beskrivelse av designforskning som metode. Videre vil jeg gi innsikt i utvalg av forskningsdeltakere, metode for datainnsamling, beskrivelse og presentasjon av den designede oppgaven og metode for analyse. Til slutt vil jeg gi innsikt i hvordan jeg vurderer studiens troverdighet og presentere etiske betraktninger knyttet til studien.

3.1 Metodisk tilnærming

Paradigmer er måter å velge å se verden på, altså ulike verdenssyn, og er viktige i studier for å definere hvilket perspektiv man tar som forsker (Creswell, 2014, s. 6). Studiens paradigme bestemmes ut fra studiens epistemologiske og ontologiske ståsted, som er elementer som styrer forskerens handlinger (Kivunja & Kuyini, 2017, s. 26). Epistemologi er læren om kunnskap og hvordan man forholder seg til å oppnå kunnskap om noe, mens ontologi avgjør hvilken oppfatning man har av virkeligheten. I min studie har jeg et syn på virkeligheten som baserer seg på at kunnskap ikke er målbart, men er noe som må tolkes, og at det derfor finnes flere syn på virkeligheten på grunnlag av at individer opplever den ulikt. Det fører til at studien min er plassert innenfor et fortolkende paradigme. Et av poengene innenfor dette paradigmet er at virkeligheten oppleves av hver enkelt som en subjektiv opplevelse, og at det dermed finnes en mengde ulike beskrivelser av den. Det er basert på det ontologiske synet og at forskere gjennom tolkning ønsker å oppnå innsikt i deltakernes subjektive opplevelser (Creswell, 2014, s. 7). En fortolkende forsker vil ønske å på best mulig vis forstå og beskrive verden gjennom å tolke deltakernes subjektive opplevelser. For å kunne gjøre det, må forskeren studere deltakernes virkelighet gjennom undersøkelser av datamateriale, og for meg vil det bety at jeg skal forsøke å beskrive elevenes oppgaveløsning gjennom å tolke deres samhandling, samtaler i gruppene og deres skriftlige besvarelser. Gjennom det ønsker jeg å få et helhetlig bilde over hva de har tenkt i arbeidsprosessen med oppgaven jeg har gitt dem.

Innen forskningsmetoder skiller det mellom kvalitative og kvantitative studier (Creswell, 2014, s. 4). Kvalitative studier brukes gjerne for å undersøke individers opplevelser av et fenomen, og kjennetegnes ved at de ofte bruker en induktiv tilnærming. Kvalitative studier skjer gjerne med relativt få deltakere, og datainnsamlingen skjer i deres kjente kontekst (Maxwell, 2009, s. 221). På den andre siden finner vi kvantitative studier som ofte vil være deduktive og teste en teori ved å kvantifisere data og benytte statistiske verktøy for å se etter sammenhenger mellom variabler. Her ser man gjerne på et stort utvalg og prøver gjerne å finne tendenser som kan generaliseres. Jeg har valgt å gjennomføre en kvalitativ studie hvor datainnsamlingen skjer i elevenes kjente kontekst, nemlig i deres klasserom. Som forsker skal jeg gjøre et forsøk på å sette meg inn i

elevenes opplevelse og deres perspektiv. Spesifikt i min studie prøver jeg å forstå hvordan elever resonnerer og beviser i arbeid med en designet oppgave, for å deretter beskrive hvordan oppgaven har gitt elever muligheter for resonnering og bevis. Det vil derfor være elevenes opplevelser i form av språklige og visuelle ytringer jeg vil undersøke gjennom tolkning. Til tross vil dataanalysen min bygge på en deduktiv analyse ved at jeg bruker og tester forhåndsdefinerte designprinsipper utviklet av Lin et al. (2012) og gjennom Jeannotte og Kierans (2017) beskrivelser av matematisk resonnering og Sfards (2008) kommagnisjon vurderer om designprinsippene gir ønsket resultat.

3.2 Designforskning

Enda mer spesifikt gjennomfører jeg en designstudie. I tidligere litteratur har det blitt brukt flere ulike begreper om denne typen studie. Av den grunn vil jeg presisere at jeg velger å bruke begrepet designforskning supplert med designeksperiment eller kun eksperiment, men at liknende studier også er omtalt som ingeniørforskning, formativ forskning eller utviklingsforskning (Akker et al., 2006, s. 4). Designforskning oppstod gjennom en voksende interesse for forskning på læring i komplekse omgivelser, slik som i klasserommet (Cobb et al., 2016, s. 483). Følgelig har designforskning blitt knyttet til pedagogisk utdanningsforskning, og et av hovedargumentene for å drive med det er ønsket om å øke forskningens relevans for utdanningspolitikk (Akker et al., 2006, s. 3). Designforskning vil blant annet skape en sammenheng mellom teori og praksis (Gravemeijer & Cobb, 2006, s. 46) og er definert av Barab og Squire (2004, referert i Akker et al., 2006, s. 5) som «en serie tilnærminger, med den hensikt å produsere nye teorier, artefakter, og praksiser som tar hensyn til og potensielt påvirker læring og undervisning i naturalistiske omgivelser» (min oversettelse). Slike studier er både pragmatiske og teoretiske ved at de pragmatisk innebærer å undersøke og forbedre et design for å støtte læring, og teoretisk ved at de innebærer å utvikle, teste og revidere antakelser (Gravemeijer, 1994, referert i Cobb et al., 2016, s. 481). I min studie vil jeg pragmatisk undersøke hvilke muligheter for læring tidligere definerte designprinsipper gir, og teoretisk utvikle en matematikkoppgave som kan bli tatt i bruk i undervisning.

Hensikten med å gjennomføre en designstudie er å undersøke mulighetene for pedagogisk forbedring (Cobb et al., 2003, s. 10). Det vil blant annet si at det tiltenkte resultatet av en designforskning vil være å skape noe som gir positiv virkning i lærings situasjoner gjennom å utvikle eller studere måter å jobbe på i skolen, derav bruken av navnet utviklingsstudie. En slik type forskning vil kunne være nyttig for lærere generelt siden studien har som hensikt å finne ut hvilke måter å jobbe på som gir ønsket utbytte i ulike situasjoner i skolen. Ifølge Walker (2006, s. 9) er designforskning verdifull, om ikke avgjørende, for å utvikle nye pedagogiske intervensjoner. Han hevder at god designforskning vil føre til mer og bedre læring, og at det i hovedsak er studiene hvor forskere tar en risiko det er størst sannsynlighet for at det oppnås det han kaller produktive designstudier. Å ta risiko innebærer å forstå de viktigste problemene, lage et design basert på dem før man deretter prøver det ut. Nettopp dette blir gjort i min studie. Jeg har tatt utgangspunkt i elevers utfordringer med resonnering og bevis, og har designet en oppgave med utgangspunkt i noen designprinsipper som gir oppgaven noen spesielle karakteristikk. Oppgaven har deretter blitt testet på elever for å vurdere mulighetene karakteristikkene gir. En designstudie slik som det her vil også knytte teori til praksis og være direkte overførbart til skolematematikken, og kan bidra til forskningen på hvilke oppgaver som egner seg for elever i arbeid med resonnering og bevis. Det vil også gi meg et mer detaljert bilde av hvordan jeg som lærer kan formulere og designe

oppgaver generelt, noe jeg ser på som svært relevant kunnskap å inneha i yrket som lærer.

Til tross for en lite konsekvent terminologi om designstudier er det mer sikkerhet i kjennetegn for denne typen forskning, og basert på tidligere litteratur trekker Akker et al. (2006, s. 5) fram fem kjennetegn for designforskning: (1) forskningen har som hensikt å designe en intervensjon i den virkelige verden, (2) forskningen involverer en syklisk tilnærming til design, evaluering og revidering, (3) den er prosessorientert ved at fokuset er på å forstå og å forbedre intervensjoner, (4) den er nytteorientert ved at designets verdi måles etter praktiske egenskaper i virkelige kontekster og (5) den er teoriorientert og dermed helt eller delvis designet med utgangspunkt i teoretiske forslag og bidrar til teoribygging. I mitt tilfelle vil flere av disse oppfylles. Det første vil være oppfylt ved at jeg har som mål å designe en type oppgave som er til bruk i matematikklasserommet, som her vil være min kontekst og være den «virkelige verden» som designet skal ha sin virkning i. Kjennetegn nummer fire om at designet skal være tilpasset og være anvendbar i en virkelig kontekst blir da også oppfylt, siden designet er utviklet med en ambisjon om at det skal være egnet for skolematematikken. Det andre kjennetegnet vil derimot ikke være sentral i min oppgave siden jeg kun gjennomførte design og evaluering én gang som en følge av masteroppgavens begrensninger i omfang. Det tredje er oppfylt ved at selve målet med studien er å utvikle en oppgave som et bidrag til å legge til rette for elevers arbeid med resonnering og bevis, og slik ha som mål å styrke undervisningen i det nevnte temaet. Kjennetegn fem oppfylles ved at oppgaven jeg designet tar utgangspunkt i prinsipper fra tidligere litteratur og teori om hvordan vi som lærere kan hjelpe elever til å resonnerer og bevise.

3.2.1 Fasene i designforskning

Å gjennomføre et designeksperiment vil innebære tre faser der den første er forberedelse av eksperimentet, den andre er å gjennomføre eksperimentet og den siste er å gjennomføre en retrospektiv analyse (Gravemeijer & Cobb, 2006, s. 19). I den første fasen skal man som forsker avklare studiens teoretiske hensikt. Det vil blant annet innebære hvilke læringsmål man ønsker å oppnå. I denne fasen vil det også være nyttig å anta elevenes læringsprosess og hvordan deres tenkning og forståelse utvikler seg under eksperimentet. Den andre fasen skjer etter alle forberedelser er gjort og selve gjennomføringen av eksperimentet skjer. Her vil det blant annet være nødvendig å dokumentere kontekstuelle elementer i konteksten datainnsamlingen skjer i. Den tredje og siste fasen består av en retrospektiv analyse, som er fasen der resultater blir analysert på en systematisk måte. Det går ut på å vurdere, revidere og eventuelt endre designet, som vil føre til at man ender tilbake i den første fasen og kan gjennomføre en ny syklus av fasene (Gravemeijer & Cobb, 2006, s. 37). Som nevnt i kjennetegnene på designforskning er den sykliske prosessen sentral. I disse syklusene vil læringsmålene fra den første fasen sette forventningene til den første gjennomføringen, og vil bli utgangspunktet for vurderingen av i hvilken grad elevenes prosesser samsvarer med det forskeren forutså. Deretter vil syklusen starte på ny med resultatet som utgangspunkt for forventningene til neste gjennomføring.

Den første fasen innebærer valg av teoretisk grunnlag for studien. For meg hadde det sitt utspring i problemet jeg ønsket å undersøke, altså elevers arbeid i temaet resonnering og bevis, som har blitt problematisert og brakt fram i lyset av flere ulike forfattere (Yackel & Hanna, 2003; Stylianides & Stylianides, 2017; Stylianides et al., 2017). Med tidligere forskning som bakgrunn valgte jeg å designe en oppgave basert på teoriforankrede designprinsipper med hensikt å teste prinsippenes funksjonalitet i praksis knyttet til

ønsket læringsutbytte. Oppgaven jeg har designet har som mål å gi elevene mulighet til å kunne resonnerer og bevise, som er det hypotetiske læringsutbyttet i oppgaven og da også læringsmålet.

Den andre fasen er når selve gjennomføringen av eksperimentet skjer. I denne fasen testet jeg den designede oppgaven i praksis, og opptak av gjennomføringene resulterte i studiens datamateriale. Ved å selv være til stede under de tre gjennomføringene fikk jeg innsikt i kontekstuelle elementer, og ga meg som forsker muligheten til å supplere datamaterialet med rike beskrivelser.

Den tredje fasen tar for seg analysen av innsamlet datamateriale, som for meg er analyse av videoopptak, lydopptak og kopier av elevenes skriftlige arbeid. For å opprettholde troverdigheten i analysen må man dokumentere analyseprosessen slik at den kan ettersees, samt at datamaterialet må kombineres med relevant litteratur for at analysen skal få teoretisk forankring (Gravemeijer & Cobb, 2006, s. 38). Denne fasen vil jeg komme tilbake til senere i kapittelet, hvor jeg både kommer til å beskrive hvordan jeg har gått fram i analysen av datamaterialet, og også hvordan studiens troverdighet er sikret. Når det kommer til den sykliske delen av den retrospektive analysen, har jeg som nevnt i kjennetegnene for en designstudie kun én gjennomføring av designeksperimentet. Den sykliske delen av den tredje fasen ville krevd flere gjennomføringer (Gravemeijer & Cobb, 2006, s. 25) og vil følgelig ikke direkte finne sted i studien. På en annen side kan studien min ta del i sykluser indirekte. Først og fremst har oppgaven blitt designet med utgangspunkt i designprinsipper som tidligere har vært gjennom en design- og evalueringsprosess. Slik vil denne studien gjøre en ny test på prinsippene og være en form for fortsettelse på en syklus. Samtidig kan det også ses på en annen måte ved at min oppgave og de resultatene jeg får, bli tilgjengelige for å tas i bruk av andre, og slik tas med videre inn i og bli en del av en syklisk tilnærming (Gravemeijer & Cobb, 2006, s. 43).

3.2.2 Begrensninger ved designforskning

Et problem som kan oppstå i pedagogiske designstudier er at et design som fungerer i et eksperimentelt klasserom ikke nødvendigvis vil fungere i et vanlig, typisk klasserom (Walker, 2006, s. 12). Problemet kommer av at det gjerne er en betydelig forskjell mellom de undervisningsformene som vanligvis finner sted i klasserommet sammenlignet med de undervisningsformene som blir studert i designstudier (Cobb et al., 2003, s. 10). Det kan komme av det Gravemeijer og Cobb (2006, s. 47) omtaler som kompleksiteten i en læringsøkologi, altså i den konteksten designforskning foregår i. En læringsøkologi består av mange elementer som virker sammen i et større system og har innvirkning på hverandre (Cobb et al., 2003, s. 9). Disse elementene kan være oppgavene elevene løser, diskursen de befinner seg i, normene de forholder seg til og andre midler de benytter i læringssituasjoner. Det gir en problematikk i det å kunne trekke konklusjoner basert på resultatene, siden denne kompleksiteten kan resultere i at uavhengige elementer har påvirkningskraft på studiens resultater. Mine resultater vil kun være gyldige i den gjeldende konteksten de er hentet fra, noe som vil gjøre at resultatene er snevre og spesifikke til å gjelde felt som ligner det undersøkte feltet. For å sikre studiens sikkerhet vil jeg i min studie derfor fokusere på hvilken virkning akkurat min designede oppgave har på arbeidet til et utvalg elever. Et av målene med min studie vil altså være å kunne gi en beskrivelse av hvorfor et design fungerer eller ikke, og videre vil det være relevant å foreslå tilpasninger som kan gjøre designet passende i andre omstendigheter (Cobb et al., 2003, s. 9). Det vil jeg komme tilbake til i kapittel 5.5 hvor jeg ser på

mulighetene for videre forskning med utgangspunkt i mine resultater. Jeg vil også komme tilbake til hvordan studiens troverdighet sikres helt konkret i kapittel 3.7.

3.3 Utvalg av forskningsdeltakere

For å finne forskningsdeltakere til eksperimentet tok jeg kontakt med en lærer jeg tidligere hadde jobbet med. Han jobber som matematikklærer på 6.trinn og det passet seg derfor godt med tanke på min oppgave rettet mot sjetteklassinger. Det var også hensiktsmessig siden skolens plassering gjorde det mulig å dra dit på kort varsel. Utvalget av deltakere fant jeg altså gjennom et bekvemmelighetsutvalg siden jeg har gjort det enkelt for meg selv ved å ta kontakt med noen jeg kjenner fra før (Bryman, 2016, s. 187). Jeg fikk lov til å gjennomføre studien min med hans elever, og han leverte ut samtykkeskjema (se vedlegg 2) til elevene i forkant av mitt besøk. Den aktuelle populasjonen ble liten siden den kun bestod av elevene i lærerens klasse, og det er derfor et lite utvalg av elever som hadde mulighet til å delta i studien.

Da jeg kom på skolen for å samle inn data hadde totalt 14 elever levert samtykke til å delta i studien. For å sørge for at studien verken blir for stor eller for liten (Bryman, 2016) og for å unngå å få for mye eller for lite datamateriale, bestemte jeg meg for at 9 elever skulle gjennomføre den designede oppgaven. Jeg ønsket å samle inn data fra 3 grupper med 3 elever på hver gruppe, og læreren valgte derfor ut 9 av de 14 elevene ut ifra deres mulighet til å delta i gruppearbeid. Jeg satte sammen elever i grupper i samråd med læreren på grunnlag av det samme kriteriet. Det resulterte i tre grupper med elever som her har fått fiktive navn. Gruppe 1 består av Ingrid, Karen og Erlend, gruppe 2 består av Emma, Tonje og Ella og gruppe 3 består av Espen, Jonas og Oda.

3.4 Metode for datainnsamling: Observasjon

Datainnsamlingen i denne studien har skjedd gjennom videoopptak, lydopptak og innsamling av elevbesvarelser. Disse metodene er egnet for en kvalitativ studie innenfor det fortolkende paradigmat (Mackenzie & Knipe, 2006, s. 5) siden de åpner opp for å samle mye informasjon om deltakernes tanker om virkeligheten gjennom både muntlige, skriftlige og visuelle uttrykk. En av hovedgrunnene til at forskere ofte observerer deltakerne i gjennomføring av aktiviteter, er for å se på deres oppførsel (Creswell, 2014, s. 19) og videoopptak gjør det mulig å se tilbake på elevenes kroppsspråk og atferd i ettertid av datainnsamlingen. Ved å supplere datamaterialet med visuelle uttrykk elevene viser, vil det bli mer detaljert og beskrivende. Det er sentralt i denne studien siden elevene samarbeider, noe som åpner for at de kommuniserer ved bruk av kroppsspråk. Videoopptak vil også legge til rette for undersøkelse av elevenes bruk av visuelle mediatorer utover det som kommer til uttrykk gjennom elevenes skriftlige besvarelser.

Datamaterialet samlet jeg inn i løpet av en halv skoledag hvor elevene hadde ordinære fag, og jeg kunne fritt ta de ut fra undervisningen. For elevene på den siste gruppa resulterte det i at gjennomføringa skjedde i en matematikktime, mens de andre to gruppene gikk glipp av andre fag. Datainnsamlingen fant sted utenfor elevenes ordinære undervisning, og jeg tok med én og én elevgruppe på et grupperom mens de andre elevene deltok i ordinær undervisning. Å ta med elevene på et lukket grupperom gjorde det mulig å sikre at elevene som ikke hadde samtykket ikke tok del verken muntlig eller visuelt. Elevene som deltok slapp også å bli forstyrret i arbeidet og kunne ta seg den tiden de trengt, samt slapp jeg unna bakgrunnsstøy på lydopptaket.

For å samle inn datamaterialet var det viktig å plassere opptaksutstyret på en hensiktsmessig måte. Lydopptaket ble gjort med en diktafon som jeg plasserte på bordet hvor elevgruppa jobbet for å fange opp det elevene uttrykte muntlig. Videokameraet plasserte jeg slik at det fanget opp elevenes kroppsspråk og eventuelle andre visuelle uttrykk. For de to første gruppene stod kameraet på en hylle og filmet ned på elevene, mens den siste gruppa hadde kameraet på enden av bordet de var plassert rundt. Jeg deltok selv med en lederrolle. Til tross for at jeg var en passiv observatør, ga jeg meg selv oppgaven om å være voksenperson og den ansvarlige for elevgruppene som deltok i studien. Det innebar å gi elevene informasjon om hvorfor det ble tatt video- og lydopptak, og å gi en introduksjon til hva de skulle gjøre. Blant annet ga jeg informasjon om at oppgaven var en samarbeidsoppgave, at den bestod av fire deloppgaver og at jeg var til stede dersom de lurte på noe. Det gjorde til at jeg delvis var aktiv i datainnsamlingen, men jeg tok ikke rollen som en aktiv og hjelpende lærer i oppgavesituasjonen. Ved å være til stede vil man få bedre kjennskap til datamaterialet og deltakerne. Man kjenner konteksten som inngår i situasjonen, og man kan få et bedre grunnlag for å analysere. På en annen side vil det kunne være problematisk med tanke på den personlige tilknytningen man får til deltakerne, som gjør at man må være ekstra oppmerksom på å holde seg objektiv i analysen.

3.5 Design av elevenes oppgave

En designstudie hvor man undersøker elevers læring vil kreve to verktøy: et tolkingsrammeverk som gjør det mulig å gi mening til deltakernes aktivitet, og et sett designprinsipper som kan lede utviklingen av spesifikke design (Cobb et al., 2016, s. 484). Som nevnt vil kommagisning være rammeverket i analysen i denne studien, og jeg vil nå presentere designprinsippene som har formet designet på oppgaven jeg har gitt elevene. Den designede oppgaven presenterer jeg i kapittel 3.5.2.

3.5.1 Designprinsipper

Lin et al. (2012) har utviklet designprinsipper som er tiltenkt oppgavedesign i matematikk. Et designprinsipp er designet med utgangspunkt i teori og er derfor teoretiske, i tillegg til at de har en praktisk funksjon blant annet som kriterier for evaluering av oppgaver. Ved å se på designforskning og litteratur om oppgavedesign har Lin et al. (2012, s. 323) kommet frem til og foreslått designprinsipper innenfor temaet matematisk resonnering, og oppfordrer til videre empirisk forskning med bruk av disse designprinsippene for å teste deres validitet. Jeg har derfor valgt å benytte noen av disse designprinsippene i min egen oppgave, og har valgt å bruke to designprinsipper beregnet for bevisoppgaver og et designprinsipp beregnet for oppgaver om hypoteser.

Det første designprinsippet er det som er beregnet for hypoteseoppgaver, og er at elevene skal lage hypoteser ved å engasjere seg gjennom observasjon (Lin et al., 2012, s. 310). Å observere betyr her aktiviteter som innebærer målrettet eller systematisk fokus på spesifikke tilfeller for å skape forståelse eller gjøre generaliseringer. Sagt på en annen måte skal elevene lage en hypotese ut ifra det de ser gjennom systematisk søking og leting. Ofte er det nyttig å benytte visualiseringer for å lette observeringen for elevene for å kunne lette prosessen for å systematisere arbeidet.

Det andre prinsippet jeg har valgt ut er «uttrykke argumenter med flere representasjonsmåter» (Lin et al., 2012, s. 320, min oversettelse) og er at elevene skal kunne representere et argument ved bruk av flere ulike representasjoner. Det har vist seg at elever kan ha problemer med å bevise gjennom symbolsk notasjon, og det kan

være mulig å løse ved å oppfordre elevene til å benytte muntlig språk som en inngang til bevis (Lin et al., 2012, s. 320). Gjennom dette designprinsippet skal man dermed sørge for at elevene kan uttrykke argumenter med flere ulike representasjoner - deriblant både språklige representasjoner i skriftlig eller muntlig form, og visuelle representasjoner i form av tegning eller kroppsspråk.

Det tredje prinsippet jeg har valgt er «fremme skiftende roller mens man engasjeres i en oppgave» (Lin et al., 2012, s. 320, min oversettelse). Bell et al. (1993, referert i Lin et al., 2012, s. 320) identifiserte dette designprinsippet, som han underbygger med at det å la elever forklare og undervise hverandre vil kunne bidra til læring og kunnskapsbygging. Det går ut på at elevene blir satt i en rolle hvor de blir bedt om å evaluere om en begrunnelse er god nok i form av om den er tydelig, fullstendig og riktig. Et eksempel vil være dersom elevene blir presentert for en påstand som de skal vurdere om de aksepterer eller ikke, og slik settes i en ansvarsrolle. En annen måte det kan bli gjort er ved å reversere tradisjonelle roller slik at eleven blir satt i posisjon som en forklarer for andre medelever.

3.5.2 Den designede oppgaven

I denne studien har jeg designet en bevisoppgave med ønske om at den skal gi elevene mulighet for resonnering og bevis, og det å benytte designprinsippene fra Lin et al. (2012) ga meg et utgangspunkt for å kunne designe en oppgave som oppnår målet. Oppgaven jeg har designet er inspirert av en oppgave som jeg fant på en nettside (Matematikk.org, u.å.). Oppgaven jeg tok inspirasjon fra er ifølge nettsiden noe de kaller en tekstnøtt som kan passe elever fra 5.trinn til og med elever på 10.trinn, sannsynligvis med forbehold at man tilrettelegger oppgaven i ulike vanskelighetsgrader for de ulike trinnene. Derfor tok jeg meg friheten til å bruke den som utgangspunkt for mitt eget design. Deres oppgave lyder slik: *Femten bananer deles ut blant et ukjent antall aper. Hver ape får minst en banan. Ingen aper får det samme antall bananer. Hvor mange aper kan vi på det meste dele disse bananene på?*

Med utgangspunkt i den oppgaven, læreplanen i matematikk og med designprinsippene som grunnlag, videreutviklet jeg oppgaven til å bli en bevisoppgave. Oppgaven hentet fra nettet forandret jeg med grunnlag i de tre nevnte designprinsippene og det resulterte i en oppgave bestående av fire deloppgaver. Jeg utformet den ferdige oppgaven, og oppgaveteksten er gjengitt i figur 3.1. På oppgavearket elevene fikk utdelt var det satt av god plass for hver oppgave for å gi plass til nedskrivninger og eventuelle tegninger. Det ga to deloppgaver på hver side av arket. Elevenes oppgaveark er gitt i vedlegg 1.

Hver deloppgave har ulik hensikt som sammen utfyller helheten av eksperimentet. Oppgaveteksten og deloppgave a er tilnærmet direkte hentet fra inspirasjonskilden, med en innført endring i antall bananer. Med hensyn til de resterende deloppgavene var det fornuftig å justere ned antallet bananer fra 15 til 10 for å gi oppgaven et mindre omfang og i større grad bli overkommelig for elevene.

I deloppgave b blir elevene bedt om å finne alle mulige måter bananene kan fordeles. Her er tanken at elevene skal utforske og finne ut flere løsninger og ikke ta til takke med den ene de fant i deloppgave a. Fortsatt gjelder antall aper som en ukjent slik at de kan oppgi flere ulike kombinasjoner med ulikt antall aper. Ved å be elevene finne alle mulige løsninger, åpner det for et behov for at de jobber strukturert og systematisk for å sikre at de får med seg alle. Det stammer fra designprinsippet om hypoteser som sier at elevene skal engasjeres i observasjon og jobbe systematisk for at de skal kunne gå videre til en

forståelse eller generalisering. Her er hensikten at de skal kunne lage et narrativ for at de har funnet alle mulige løsninger, noe de gjerne gjør gjennom et systematisk arbeid med søking og leting.

Oppgave: Deling av bananer

10 bananer skal deles ut til et ukjent antall aper. Hver ape må få minst 1 banan, men ingen aper kan ha det samme antallet bananer.

- a) Hvor mange aper kan på det meste få banan?
- b) Hvilke andre måter kan bananene fordeles? Finn alle mulige løsninger.
- c) Hvordan kan dere være sikre på at det ikke finnes flere løsninger enn de dere har funnet? Forklar og vis med tegning.
- d) Hvordan ville dere forklart at dere fant alle løsningene for en elev på 2.trinn? Forklar og vis med tegning.

Figur 3.1: Oppgaveteksten i den designede bevisoppgaven

Siden oppgaven er en samarbeidsoppgave, er det lagt opp til bruk av språklige representasjoner gjennomgående i alle deloppgavene. De må sette ord på tankene sine og kommunisere med de andre på gruppa. Det er også lagt opp til at de skal skrive språklige besvarelser på oppgavearket, og på den måten vil oppgaven i seg selv frembringe språklige representasjoner. For å oppfylle designprinsippet om at de skal benytte flere ulike representasjoner, vil det være et behov for visuelle representasjoner i tillegg. Det frembringes i deloppgave c og d hvor elevene oppfordres til å benytte tegning i forklaringene sine. I deloppgave c blir de også bedt om å begrunne hvordan de kan være sikre på at de har funnet alle løsninger. Det vil fremme argumentasjon og skaper et behov for resonnering og bevis. Den siste deloppgaven har i tillegg sitt opphav fra designprinsippet om skiftende roller. Elevene skal her sette seg i en posisjon som «lærer» for andre elever, og det blir deres nye rolle. Her er det et ønske om at elevene skal komme med argumenter for at de har funnet alle løsninger, ikke prosessen på hvordan de fant løsningene. Derfor er den formulert som «at dere fant alle løsninger» og ikke «hvordan dere fant alle løsninger» med ønske om at elevene skal oppfatte denne forskjellen.

Oppsummert består den designede oppgaven av én deloppgave uavhengige av designprinsippene, og tre som er direkte utviklet med utgangspunkt i hvert sitt designprinsipp. Hensikten med min designede oppgave er å fremme elevenes resonnering og bevis ved hjelp av identifiserbare deler av oppgaven, altså de delene hvor designprinsippene kommer til uttrykk. Samtidig vil de ulike designprinsippene kunne komme til uttrykk andre steder enn kun der jeg har lagt til rette for det, og det vil derfor være aktuelt å analysere elevenes arbeid med alle deloppgavene. Det vil også være nyttig for å få et helhetlig inntrykk av elevenes tolkning og arbeid generelt, og hvordan arbeidet eventuelt varierer og utvikler seg i løpet av oppgaveløsningen.

3.6 Metode for analyse

For å analysere datamaterialet har jeg gjort en deduktiv analyse med inspirasjon fra kodingsprosesser beskrevet av Braun og Clarke (2006) som tematisk analyse. Jeg vil først beskrive hvordan jeg transkriberte datamaterialet, og videre beskrive tematisk analyse og hvordan det har blitt gjort i min studie.

3.6.1 Transkripsjon av datamateriale

Alle opptak fra datainnsamlingen ble transkribert, som vil si at talespråk har blitt transformert til skriftspråk (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 205). I og med at datamaterialet består av både lyd og video, kan det også gis detaljer om observerbare handlinger som skjer i det mellommenneskelige samspeillet. Eksempler på slik kommunikasjon kan være håndbevegelser, peking, ansiktsuttrykk og kroppsspråk, men andre elementer som tonefall og bruk av ironi kan også være nyttige elementer som kan avgjøre tolkningen av talespråk. I transkripsjonsutdragene i denne studien vil disse gjennom bruken av en transkripsjonsnøkkel bli atskilt fra verbale uttrykk i en dobbel parentes. I tillegg vil det være markering av pauser i deltakernes samtaler oppgitt i antall sekunder, og avbrytelser som finner sted er markert ved bruk av tre punktum. I denne overgangen fra lyd og bilde til tekst, vil man få god innsikt i datamaterialet og det er derfor fordelaktig å gjøre transkriberingen selv slik at man blir kjent med eget datamateriale. Samtidig er det viktig å være oppmerksom på subjektive oppfattelser i tolkningen som vil kunne avgjøre hvordan transkripsjonen blir og påfølgende avgjøre reliabiliteten (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 211). Det vil ikke være mulig å holde seg fullstendig objektiv i transkriberingen, og det medfører at det allerede her vil skje en begynnelse på analysen.

Etter at jeg transkriberte lyd- og videoopptak består datamaterialet av totalt tre transkripsjoner, én for hver gruppe, og et oppgaveark med elevbesvarelse for hver deltaker. I transkripsjonen har elevene fått fiktive navn slik at de har blitt anonymisert. Utdrag fra selve transkripsjonene vil bli presentert i kapittel 4.

3.6.2 Tematisk analyse

Analyseprosessen etter transkriberingen startet i form av en tematisk analyse. Det er en grunnleggende metode for kvalitativ analyse, og er en metode for å «identifisere, analysere og rapportere mønster i data» (Braun & Clarke, 2006, s. 78-79, min oversettelse). Den er fleksibel ved at den har teoretisk frihet og dermed er et nyttig analyseverktøy som kan gi gode beskrivelser av data. Metoden er også enkel å lære og gjennomføre, og dermed egnet for forskere uavhengig av erfaring med og forkunnskaper om analyse (Braun & Clarke, 2006, s. 97). Valget har gitt meg mulighet til å gjøre en ryddig analyse og gi en velorganisert presentasjon av data.

Det skiller mellom å gjøre en tematisk analyse induktivt eller deduktivt (Braun & Clarke, 2006, s. 83). Ved å ha en induktiv tilnærming er temaene knyttet til og drevet av datamaterialet. En deduktiv tilnærming vil på den andre siden være drevet av forskerens teoretiske interesse, og kalles derfor teoretisk tematisk analyse (Braun & Clarke, 2006, s. 84). En teoretisk tematisk analyse vil gi en mindre detaljert beskrivelse av datamaterialet, men vil kunne gi tema som er direkte knyttet til et forhåndsbestemt forskningsspørsmål. Jeg har valgt å gjøre en teoretisk tematisk analyse hvor jeg har en deduktiv tilnærming med forhåndsbestemte koder som datamaterialet kategoriseres inn i. For å kunne svare på forskningsspørsmålet mitt har jeg fokusert på å identifisere og kategorisere situasjoner i datamaterialet hvor designprinsippene har kommet til syne,

framfor å kvantifisere datamaterialet og lage tema basert på hvilke elementer som uttrykkes mest eller oftest (Braun & Clarke, 2006, s. 82). Prosessen for hvordan jeg identifiserte og kategoriserte beskriver jeg ytterligere i kapittel 3.6.4.

3.6.3 Seks faser i den tematiske analysen

Braun og Clarke (2006, s. 87) skiller tematisk analyse inn i seks ulike faser som legger grunnlaget for hvordan den tematiske analysen kan gjennomføres. De poengterer at deres faser kun er et forslag for mulig fremgangsmåte, og at metoden er fleksibel ved at den må tilpasses både forskningsspørsmål og datamateriale. Analyseprosessen må heller ikke skje i den oppgitte rekkefølgen siden prosessen gjerne er rekursiv og går fram og tilbake. Jeg vil nå gi en beskrivelse av hver av disse fasene og forklare hvordan jeg selv har gjennomført fasene i min studie.

Den første fasen i tematisk analyse er å gjøre seg kjent med dataene (Braun & Clarke, 2006, s. 87), og som tidligere beskrevet er transkribering av datamateriale en form for begynnelse på analyseprosessen. Transkriberingen skjer i den første fasen, i tillegg til å lytte til lydopptak og se videoopptak, som er aktiviteter som gir god kjennskap til innholdet i datamaterialet. Ved å selv være deltakende i datainnsamlingen, hadde jeg også forhåndskunnskap om dataene før transkriberingen. Datamaterialet mitt består av video- og lydopptak fordelt på de tre gruppene, og transkriberingen gjorde jeg ved å lytte til lydopptakene supplert med beskrivelser fra videoopptakene.

I tillegg til å lytte og lese gjennom data, gikk jeg også gjennom transkripsjonen flere ganger i etterkant med hensikt om å ta notater av innhold og søke etter interessante momenter. Det går under fase to i tematisk analyse, hvor man som forsker skal kode interessante trekk systematisk, og samle relevante data (Braun & Clarke, 2006, s. 87). Denne fasen vil være til hjelp for å organisere datamaterialet ved å notere tanker, refleksjoner eller stikkordsoppsummeringer i margen (Johannessen et al., 2018, s. 285). Til tross for at jeg i utgangspunktet hadde en deduktiv tilnærming, gikk jeg også gjennom datamaterialet uten å ta hensyn til teori. Det ga meg muligheten til å bemerke interessante momenter som ikke var direkte knyttet til forskningsspørsmålet mitt, og jeg fikk en god oversikt over innholdet i datamaterialet.

Fase tre i analysen er å søke etter tema (Braun & Clarke, 2006, s. 89) ved at koder som har noe til felles fra fase to samles og kategoriseres inn i potensielle tema. Et tema er da en gruppe med data som har noe til felles, og temaene skal sammen utgjøre svaret på forskningsspørsmålet (Johannessen et al., 2018, s. 280). Jeg har valgt å gjøre tre søk i form av tre sykluser hvor jeg i hver syklus benyttet ulike sett med forhåndsbestemte koder. I den første runden var de forhåndsbestemte kodene direkte basert på de tre designprinsippene oppgavedesignet tok utgangspunkt i. Jeg gikk gjennom datamaterialet og identifiserte situasjoner hvor kodene, altså designprinsippene, kom til uttrykk. I den andre syklusen gikk jeg gjennom datamaterialet på nytt, men nå med hensikt å identifisere situasjoner hvor elevene benytter ulike resonneringsprosesser. Til slutt hadde jeg en tredje syklus hvor jeg tok utgangspunkt i kommagisning for å beskrive elevenes deltakelse. I denne syklusen begrenset jeg meg til å kun se på de utdragene eller utsagnene som allerede hadde blitt markert i den første eller andre syklusen for å gjøre omfanget mindre. Ved å se på de utdragene som var markert i alle syklusene kunne jeg lage meg et bilde over hvilket designprinsipp som ga mulighet til de ulike resonneringsprosessene, og videre hvordan disse to elementene var relatert til elevenes deltakelse.

Den fjerde fasen i analysen er en gjennomgang av de potensielle temaene fra fase tre for å skape et bilde over kodingen som analysen har ført til (Braun & Clarke, 2006, s. 91). I denne fasen gikk jeg gjennom utdragene fra de tre syklusene i fase tre og vurderte hvor relevante de var for å kunne besvare forskningsspørsmålet. Mer spesifikt var utdragene som var markert i både syklus en og to mest betydelige for å kunne svare på forskningsspørsmålet siden det var utdrag hvor elevene både arbeidet innenfor et designprinsipp og hvor det også foregikk en resonneringsprosess. Det gjorde at utdrag som kun var markert i en av syklusene ikke passet inn i temaene mine, siden de ikke kan være med på å svare på forskningsspørsmålet mitt.

Fase fem er å definere og navngi temaene (Braun & Clarke, 2006, s. 92). En del av den fleksibiliteten i en tematisk analyse ligger i de mangfoldige metodene man kan benytte for å velge tema i datamaterialet så lenge man er konsekvent i valgene (Braun & Clarke, 2006, s. 83). Å navngi temaene var noe som ble til av seg selv siden jeg tok utgangspunkt i forhåndsbestemte koder. Jeg har valgt å kalle dem *systematisk fokus*, *bruk av visuelle mediatorer* og *skiftende roller*. For å gjøre temaene entydige, var det viktig å definere deres innhold. Det gjorde jeg gjennom å forsikre at jeg hadde vært konsekvent i analysen slik at koder innenfor hvert tema var kategorisert på likt grunnlag og at hvert utdrag hadde et innhold som tilsvarer operasjonaliseringen.

Den sjettede og siste fasen er å produsere rapporten (Braun & Clarke, 2006, s. 93), altså å beskrive de endelige resultatene av analysen. Det presenterer jeg i kapittel 4.

3.7 Analyse av datamaterialet

Jeg vil nå gi en beskrivelse av hvordan jeg har operasjonalisert datamaterialet, altså gi en beskrivelse av hvordan jeg har definert og identifisert ulike elementer i datamaterialet (Bryman, 2016, s. 149). Ved å operasjonalisere, vil det være enklere å sørge for at analysen er konsekvent gjennom hele analyseprosessen. Derfor vil jeg beskrive hvordan jeg har kategorisert utdrag i de tre temaene fra fase fem i den tematiske analysen.

Det første temaet er *systematisk fokus*, og under dette temaet har jeg kategorisert de situasjonene hvor elevene har uttrykt systematikk i arbeidet eller forklaringene sine. Det kan komme til uttrykk gjennom at elevene presenterer arbeidsmetoden sin eller de ulike løsningsforslagene på en systematisk måte, enten muntlig eller skriftlig.

Det andre temaet er *bruk av visuelle mediatorer*, som er at elevene skal benytte både språklige og visuelle representasjoner i arbeidet. Elevene møter et behov for å uttrykke seg muntlig gjennom deres deltakelse i gruppearbeid, og på den måten vil de naturligvis gi språklige ytringer i form av muntlige utsagn gjennomgående i hele oppgavesituasjonen. Situasjonene jeg kategoriserer innenfor dette temaet vil derfor kjennetegnes ved at elevene bruker visuelle mediatorer for å supplere de språklige utsagnene de gir med hensikt å lette kommunikasjonen. Det vil si at det kun er representasjoner som er ment for å være redskaper - både fysiske eller tegnet - i oppgaveløsningen som kategoriseres innenfor dette designprinsippet etter definisjonen på visuelle mediatorer (Sfard, 2008, s. 133). Dersom en elev tegner en tegning som ikke har en hensikt i oppgaveløsningen, vil det dermed ikke være tellende innenfor dette temaet.

Det tredje temaet er *skiftende roller*. Her er de situasjonene hvor elevene evaluerer hverandres påstander og argumenter kategorisert, siden elevene da vil sette seg i en rolle hvor de må forklare de andre på gruppa hvorfor de eventuelt avkrefter utsagn. I

tillegg er også utdrag der elevene ellers forklarer, beskriver eller argumenterer for å overbevise seg selv eller de andre på gruppa kategorisert her.

I resultatkapittelet vil jeg gi en beskrivelse og begrunnelse for hvorfor ulike utsagn jeg presenterer er beskrevet innenfor en bestemt type resonneringsprosess og type deltakelse. Jeg vil likevel gi en beskrivelse for hvordan jeg har gått fram i kategoriseringen. For å avgjøre hvilken resonneringsprosess elevene har jobbet innenfor, har jeg tatt utgangspunkt i definisjonene i kapittel 2.3. Her vil jeg poengtere kategoriseringer innenfor prosessen for å *utarbeide et bevis*. Denne prosessen skiller seg fra prosessen *utarbeide formelt bevis* ved at påstander, argumenter og bevis må godkjennes av det gitte fellesskapet. Det kan knyttes til Stylianides (2007, s. 291) sin definisjon av bevis i skolematematikken baseres på det gitte fellesskapets godkjenning. I denne studien består fellesskapet av elevene, og et bevis trenger dermed ikke å være et matematisk, formelt bevis for å være kategorisert innenfor prosessen for å *utarbeide et bevis*.

Når det kommer til elevenes deltakelse, skiller jeg mellom rituell, gjerning og utforskende. Det er sjeldent at ritual eller utforskninger forekommer i ren form i skolen (Lavie et al., 2019, s. 166), og derfor har jeg kategorisert etter hvilken type rutine elevenes handlinger sammenfaller best med grunnlag i definisjonene. Derfor kan det være at ikke alle utdragenes kategorisering er like innlysende, og at utdraget skulle vært plassert et sted mot midten av spekteret. Noen andre hadde med andre ord ikke nødvendigvis kategorisert på samme måte som jeg har gjort. Her kan det derfor ses som en fordel at jeg var til stede under datainnsamlingen og har gjort transkriberingen selv som har gitt meg god kjennskap til materialet og derfor kunne jeg kategorisere elevenes deltakelse på grunnlag av en dypere innsikt enn det utdragene viser. Generelt sett har jeg tatt utgangspunkt i at ritual er noe elevene gjør fordi de føler en sosial forventning til det, utforskninger er når prosedyren er uavhengig av oppgaven, mens gjerninger er situasjoner der det skjer en endring i handlinger eller miljøet. Noen ganger har jeg også valgt å kategorisere ulike utsagn i det samme utdraget forskjellig.

3.8 Troverdighet og autentisitet i studien

I alle studier er det viktig å sikre studiens kvalitet (Bryman, 2016, s. 383). For mange studier er det vanlig å argumentere for studiens kvalitet gjennom reliabilitet og validitet. Tatt i betraktning at jeg har et fortolkende paradigme i denne studien, vil det ikke være like relevant å snakke om reliabilitet og validitet, siden de er elementer som omhandler målbare kilder og dermed i større grad sammenfaller med kvantitative studier. Derfor har det blitt utviklet alternative kriterier for kvalitative studier, og disse går under begrepene troverdighet og autentisitet (Guba & Lincoln, 1994, referert i Bryman, 2016, s. 384). Jeg skal nå presentere hva de innebærer og hvordan de tas hensyn til i min studie.

Å sikre troverdighet er delt i fire ulike kriterier: kredibilitet, overførbarhet, pålitelighet og bekreftbarhet (Guba & Lincoln, 1994, referert i Bryman, 2016, s. 384, min oversettelse). Kredibilitet er at man som forsker har benyttet god praksis og at man sjekker med deltakerne om tolkninger er riktige. Det kan bli gjort ved å samtale med deltakerne eller sørge for en triangulering hvor sosiale fenomener er studert på flere ulike måter. Overførbarhet innebærer at studien inkluderer gode, vide og presise beskrivelser av den konteksten funnene kommer fra. Det vil gi bedre innsikt i hvorfor studiens resultater har blitt slik de ble, og det vil gjøre det mulig for andre forskere å overføre studien til nye kontekster. Påliteligheten sikres ved at forskeren sørger for å ta vare på alt materiell og dokumenter i løpet av hele studien, slik at det blir mulig å gå tilbake og se om prosedyrer

har blitt fulgt. Det siste kriteriet er bekreftbarhet, hvor forskeren skal kunne vise at forskningen er gjort så objektiv som mulig ved at forskeren ikke har latt seg påvirke av personlige verdier eller gjort andre tilretteleggelser som åpenbart vil påvirke forskningen og resultater.

Ved å samle inn data i form av lyd- og videoopptak vil jeg kunne få et godt bilde av elevenes uttrykkelser og få et grunnlag for mine tolkninger av deres kommunikasjon. Slik er det sørget for en form for triangulering, som vil være den mest egnede måten å sørge for kredibilitet i min forskning. Siden deltakerne i studien er barn er ikke tolkninger ettergått med deltakerne, men det gir en god grunn til å følge gode praksiser ellers i forskningen. Det vil blant annet bestå av anonymisering av datamateriale og ivaretagelse av materialet som dukker opp i løpet av forskningen min. Sistnevnte vil også være nødvendig for å kunne sørge for studiens pålitelighet. Bekreftbarheten i min studie er utfordret på grunn av mitt fortolkende paradigme hvor resultater vil kunne påvirkes av mine tolkninger som forsker. Ved å være oppmerksom på denne utfordringen vil det allikevel være enklere å holde seg objektiv i tolkninger, og jeg vil være bevisst på å ikke verken legge til uekte eller fjerne relevante data. Når det kommer til overførbarhet, vil det være viktig at forskningen min beskrives nøyaktig. Det er ikke mulig å gjenskape de kontekstuelle omstendighetene datamaterialet mitt kommer fra, og det vil være ulikheter i alle kontekster som kan påvirke utfall i ulike retninger (LeCompte & Goetz, 1982, referert i Bryman, 2016, s. 383). På en annen side er det verken ønskelig eller mulig å kunne gjøre en fullstendig replikering av et designeksperiment, men det vil være ønskelig å produsere et resultat som kan tilpasses andre situasjoner og være en referanseramme for andre lærere (Gravemeijer & Cobb, 2006, s. 45). Ved at jeg gir rike beskrivelser av og begrunnelser for gjennomføringen av eksperimentet, beskriver utvelgelsen av deltakere og gir detaljerte beskrivelser om metode for analysen vil mitt eksperiment kunne overføres til andre sammenhenger og slik bli overførbart.

Autentisiteten i studien er knyttet til om forskningen bidrar med noe, altså om den har noen politisk virkning (Guba & Lincoln, 1994, referert i Bryman, 2016, s. 386). Det vil blant annet innebære om den bidrar med noe for deltakerne, og her skilles det mellom fem ulike kriterier. Siden deltakerne i denne studien er barn, vil forskningen i liten grad kunne bidra med noe for dem, og resultatene av studien vil i større grad være rettet mot og dermed være relevant for lærere eller andre voksne i skole- eller forskningssektoren. Derfor er det kun i datainnsamlingssituasjonen elevene blir gitt muligheten til at kravene for autentisitet oppfylles. Det første kravet er rettferdighet, hvor kravet ligger i at deltakernes ulike synspunkt skal komme fram, og i min studie er det sikret gjennom elevenes mulighet til å uttrykke seg både muntlig og skriftlig og at de slik kan uttrykke sine meninger i oppgaveløsningssituasjonen. Dette kan også knyttes til kravet om opplysende autentisitet, som krever at forskningen bidrar til at deltakerne forstår hverandre bedre. Gjennom dialog og kommunikasjon i elevgruppa har de mulighet til å forklare for hverandre og slik forstå hverandre bedre. Det kan også gi muligheten til at de får en bedre forståelse av sin egen situasjon, og det inngår i et tredje krav kalt ontologisk autentisitet. De to siste kravene er katalytisk autentisitet og taktisk autentisitet, som går ut på at forskningen skal bidra til at deltakerne ønsker å skape endring og at deltakerne settes i stand til å endre. Ved å samtykke til å bidra i studien, blir elevene gitt muligheten til å bidra til endring, men det er sannsynlig at det ikke er derfor de deltar. De blir også bedt om å løse oppgaven på en vanlig måte, og det vil derfor ikke jobbes direkte mot å skape en endring. Disse kravene vil derfor ikke være like relevante i min studie.

3.9 Studiens etiske betraktninger

For å sørge for at forskning blir gjort på en god, forsvarlig og vitenskapelig måte, er det sentralt å benytte seg av forskningsetiske retningslinjer gitt av Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH, 2016).

Retningslinjene utdyper ansvaret forskere har og hvilke hensyn og forpliktelser de må ta hensyn til for å kunne sikre forskningens integritet. Jeg vil nå gå inn på aspekter knyttet til studiens formål, personvern av forskningsdeltakere og håndteringen av datamateriell, og beskrive hvordan jeg har fulgt dem i min studie.

Siden studien inkluderer innsamling av lyd- og videoopptak, skriftlige besvarelser og personopplysninger, var det med hensyn til deltakerne meldepliktig. Det første jeg gjorde i forskningsprosessen var derfor å melde studien til vurdering av Norsk senter for forskningsdata (NSD). I mellomtiden opprettet jeg kontakt med læreren og fikk klarsignal til å gjennomføre datainnsamling hos han. Da NSD godkjente (se vedlegg 3), delte læreren ut informasjonsskrivet og samtykkeskjema til elevene som informerte foreldre om studiens hensikt, informasjon om hva elevene ville delta i rent praktisk, informasjon av behandlingen av personopplysninger og kontaktinformasjon for eventuelle spørsmål og muligheten for å trekke samtykket. En slik åpenhet sørger for en god vitenskapelig praksis hvor deltakerne informeres om studiens formål (NESH, 2016). Ved at min studie er en designstudie, vil den ha som formål å kunne styrke undervisningspraksiser i skolen. Det bidrar til å forsterke forskningens nytte ved at studiens mål frembringes av selve metoden i studien. Deltakerne i studien vil dermed ikke utsettes for unyttig eller urimelig forskning, siden studien tester et teoribasert design som vil være et bidrag til videreutvikling av praksiser i skolen.

Det er forskningsetisk å beskytte studiers deltakere (NESH, 2016). Først og fremst er det viktig å innhente samtykke. Det gjelder spesielt dersom deltakerne er barn, slik de er i min studie. Elevene er under myndighetsalder og derfor var informasjonsskrivet rettet mot foresatte og deres samtykke. For å ta hensyn til elevenes frivillighet til å delta, måtte også de gi skriftlig samtykke. Elevene selv fikk også ansvaret om å levere tilbake skrivet med underskriftene, og dermed hadde de et valg om å ikke levere samtykket. Å beskytte deltakerne i studien vil også bety å ivareta deres anonymitet slik at det ikke er mulig å spore studien tilbake til de som har deltatt (NESH, 2016). For å sørge for at elevene i min studie ikke er gjenkjennbare fra datamaterialet, har jeg anonymisert skolens navn og geografiske beliggenhet, og gitt elevene fiktive navn.

Et annet viktig etisk aspekt knyttet til deltakernes personvern er datahåndteringen (NESH, 2016). Her har jeg fulgt Norges teknisk-naturvitenskapelige universitets (NTNU) retningslinjer for håndtering og lagring av personopplysninger. Alt eksisterende materiell har blitt oppbevart på passordbeskyttet skylagring så lenge studien har pågått, mens opptak ble slettet fortløpende etter å ha blitt transkribert. Som belyst i informasjonsskrivet skal heller ikke datamaterialet benyttes til noe annet enn akkurat denne studien, og slik vil sletting av datamateriale hindre muligheten for gjenbruk (NESH, 2016).

4 Resultater

I denne studien har jeg undersøkt elevers arbeid med resonnering og bevis gjennom følgende forskningsspørsmål: Hvilke muligheter for resonnering og bevis kan ulike karakteristikk i en bevisoppgave gi elever på 6.trinn?

I dette kapittelet vil jeg presentere resultatene fra analyseprosessen, og det er forskningsspørsmålet som har styrt analysen. Det vil si at jeg har analysert med hensyn til hvilke muligheter karakteristikkene i oppgaven har gitt, og kategorisert datamaterialet i temaene *systematisk fokus, bruk av visuelle mediatorer og skiftende roller*. Temaene forekommer samtidig flere steder, og det var ikke mulig å knytte utdrag til kun ett tema. For å gjøre presentasjonen av de ulike funnene best mulig strukturert og systematisk, vil jeg derfor presentere funn etter hvilken deloppgave de hører til. Siden det er en progresjon i deloppgavene, er det også hensiktsmessig å kunne presentere utdragene kronologisk. Jeg vil presentere utdrag fra elevenes muntlige og skriftlige arbeid og gi en beskrivelse av hvorfor utdrag er kategorisert i de ulike temaene. Videre vil jeg beskrive hvilke resonneringsprosesser elevene arbeidet med og hva som kjennetegner deltakelsen deres i arbeid med hver resonneringsprosess.

Når det kommer til elevenes deltakelse i rutiner, er deltakelsen diskursiv gjennomgående i tilnærmet hele oppgavesituasjonen siden de kommuniserer med hverandre i gruppearbeidet. Unntakene er elevenes arbeid i den siste deloppgaven som resulterer i en praktisk deltakelse, og i presentasjonen av de utdragene vil jeg begrunne hvorfor. Utover dette vil jeg ikke poengtere at elevenes deltakelse er diskursiv. Derimot vil jeg poengtere om elevene deltar rituelt eller utforskende, altså skille mellom prosessorienterte og produktorienterte rutiner.

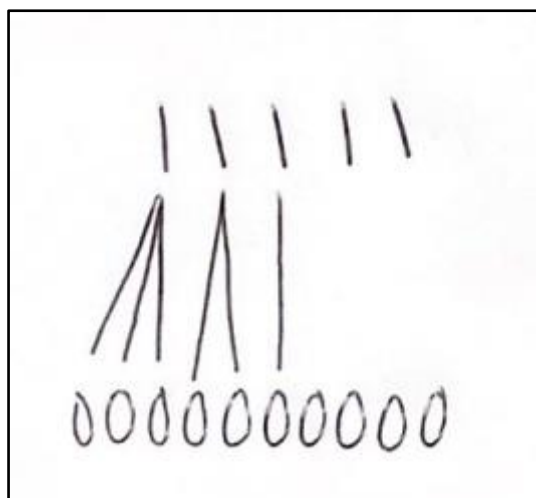
4.1 Fordele bananer til flest mulig aper

I oppgavens første deloppgave skulle elevene finne ut hvor mange aper som på det meste kunne få banan. Det var ti bananer som skulle deles ut, og det var et krav om at ingen aper kunne få det samme antallet bananer.

I denne deloppgaven var elevenes arbeid likt på tvers av gruppene, og det var kun prosessen for å *utarbeide hypotese* elevene jobbet med. Utdraget jeg har valgt å ta med for å presentere denne resonneringsprosessen er hentet fra gruppe 1 sitt arbeid. De innleder oppgaven med å sammen i gruppa skape en felles forståelse for hva oppgaveteksten betyr før de går over til å lete etter mulige løsninger.

- 11 Ingrid: Blir det ikke to hver da?
- 12 Karen: Men de kan ikke få det samme antallet, det blir ikke to hver
- 13 Ingrid: Ehm
- 14 Karen: Hva med hvis det er fem bananer. Fire, tre ... ((holder opp fingrene sine foran seg og bruker dem til å telle))
- 15 Erlend: Hva slags heksegreier er det dere holder på med? ((hermer etter fingerbevegelsene))
- 16 Karen: Okei, okei, okei, vent da, hvis vi tar kladdeark da. En, to, tre, fire, fem. Her er banan en, to, tre, fire, fem, seks, sju, åtte, ni, ti ((tegner fem streker for å symbolisere fem aper, og ti streker under som symboliserer bananene)). Hvis den får en, to, tre, den får en,

to, den får en, nei det går ikke ((puster tungt ut)). Fordi hvis de to får to så ...



Figur 4.1: Karens visualisering i arbeid med deloppgave a

Utdraget viser temaene *systematisk fokus* og *bruk av visuelle mediatorer*. I linje 11 gir Ingrid et løsningsforslag hvor hun ikke har tatt hensyn til kravet om at apene ikke kan få det samme antallet bananer. Karen avkrefter løsningsforslaget til Ingrid i linje 12, og de oppnår en felles forståelse av oppgaveteksten. De endrer den epistemiske verdien til påstanden Ingrid gir fra sannsynlig til usann, altså kommer de seg nærmere narrativet om at de har funnet alle løsningene. Videre jobber de mot et narrativ som gjør det mulig å svare på oppgaven, og benytter tegning og telling på fingrene som visuelle mediatorer for å enklere kunne søke etter løsninger. Karen resonnerer høyt samtidig som hun tegner, og prøver seg fram for å finne en løsning som vil være gyldig. Hun tegnet originalt på oppgavearket sitt, men valgte å viske det ut etterpå for å få plass til å skrive. Det var likevel mulig å skimte tegningen under skrifta, og supplert av det hun sa høyt i linje 16 var det mulig å gjenskape tegningen tilsvarende slik hun lagde den.

Visualiseringen er gjengitt av meg i figur 4.1. Der kan vi se at hun har tegnet fem tellestreker som representerer fem aper, og under har hun tegnet ti ovaler som tilsvarer de ti bananene som skal fordeles. Hun gjorde et forsøk på å fordele bananene til de fem apene, men stoppet da hun hadde kommet så langt som tegningen viser da hun oppdaget at det ville blitt flere aper med to bananer hver dersom hun delte de gjenværende bananene på to. Visualiseringen og ytringen Karen gir i linje 16 viser at hun jobber systematisk i søket ved at hun har en systematikk i måten hun velger å dele bananene på. Hun tar i bruk disse visuelle mediatoene uoppfordret, som tyder på at hun føler et behov for å bruke ulike representasjonsmåter for å gjøre det mulig å resonnerer. Gruppas arbeid mot et narrativ gir en utforskende deltakelse.

4.2 Finn alle mulige løsninger

Den andre deloppgaven ba elevene finne alle mulige måter bananene kunne fordeles på dersom ingen aper får det samme antallet bananer, men her var antallet aper ubetydelig. Innenfor denne deloppgaven har jeg identifisert flere ulike resonneringsprosesser.

Dette utdraget er hentet fra gruppe 1 hvor Karen prøver å finne ut om de har funnet alle løsningene.

- 120 Karen: Det finnes jo flere muligheter, men ... Fordi to aper, da har vi tatt alle mulighetene. Tre aper, har vi tatt to muligheter, men det finnes jo flere enn to muligheter da! På tre aper? Det finnes jo hvert fall flere på fire aper! Vi prøver på fire ...

Dette utdraget viser temaet *systematisk fokus* hvor Karen har systematisert antallet løsninger etter antall aper i de ulike løsningene. Hun påstår at de har funnet alle løsningene hvor det er to aper, som er riktig, og bruker den informasjonen til å sammenligne og påstå at det må finnes flere løsninger som har tre og fire aper. Det viser at hun arbeider med prosessen for å *sammenligne* for å avgjøre om de har funnet alle mulige løsninger. Systematiseringen gjør det mulig for henne å bruke sammenligning, og systematiseringen blir indirekte en årsak til at hun fortsetter arbeidet etter å finne flere mulige løsninger. Prosessen for sammenligning skjer gjerne i sammenheng med andre prosesser, og i dette utdraget er det knyttet til prosessen for å *identifisere et mønster*. Idet Karen sammenligner, ser hun på mønsteret i den rekursive relasjonen mellom antall løsninger for de ulike antallene med aper. Deltakelsen hennes kan beskrives som både rituell og utforskende. På den rituelle siden uttrykker hun et ønske om å finne alle løsninger. Det kan knyttes til et ønske om å svare riktig på oppgaven for å kunne oppnå sosial godkjenning fra de på gruppa eller oppgavestiller. På den andre siden jobber hun utforskende ved at hun arbeider mot et narrativ som sier at hun har funnet alle løsningene.

Etter at gruppa har jobbet en stund med å finne flere løsninger, påstår Karen i linje 142 at hun ikke kommer på flere løsninger. Deretter fortsetter hun likevel å resonnerer høyt for resten av gruppa og fortsetter prosessen for finne flere.

- 141 Ingrid: Seks pluss en og tre?
142 Karen: Ja. Jeg kan ikke komme på flere! Men kan seks ...
143 Ingrid: Okei, nå må hjernene våre jobbe litt
144 Karen: Hva med seks pluss ... pluss ... Okei
145 Ingrid: Du tegna en sånn ... Så gjorde du sånn, sånn og sånn ... ((hermer etter det Karen har skrevet)) Okei. Prøv med sju da?
146 Karen: Sju apa?
147 Ingrid: Ja?
148 Karen: Tror ikke det går
149 Ingrid: Hvorfor ikke?
150 Karen: Jeg vet ikke, jeg tror bare, men vi kan jo teste da ((tegner tellestreker))

Dette utdraget viser temaet *systematisk fokus* siden gruppa systematisk leter etter løsninger. De går fra å lete etter løsninger med tallet seks, til å lete etter løsninger med sju aper. Ingrid uttrykker i linje 143 og 145 et ønske om å finne flere løsninger, og Karen viser også i linje 150 at hun er villig til å fortsette å lete til tross for utsagnet i linje 142. Det viser at elevene jobber videre mot et narrativ om at de har funnet alle mulige løsninger, altså befinner de seg i prosessen for å *utarbeide hypotese*. Basert på at Ingrid i linje 145 hermer etter arbeidet til Karen, har hun en rituell deltakelse. Ved å herme etter utfører hun prosedyren for å svare på oppgaven fordi det er en sosial forventning om at hun gjør det, og er noe hun gjør for å oppnå sosial aksept i gruppa. Karens uttalelse i linje 150 gir derimot inntrykk av at hun har en utforskende deltakelse. Hun har sagt at hun ikke tror det vil fungere med sju aper, men hun velger likevel å prøve, og det fører gruppa nærmere narrativet om at de har funnet alle løsningene og de med større sikkerhet kan si at de har funnet alle mulige løsninger. Ved å sammenligne elevenes kommunikasjon i dette utdraget og utdraget i deloppgave a, kan vi se en endring i

elevenes diskursive aktivitet som viser læring. De har gått fra å snakke kontekstnært om deling av bananer, til å nå kommunisere løsninger som et sett kombinasjoner av tall som vi kan se i linje 141.

Det neste utdraget er hentet fra gruppe 2 sitt arbeid. De kommer fram til løsningen med fire aper relativt fort i deloppgave a, og gruppa konkluderer med at de skal skrive ned den samme løsningen på deloppgave b. Tonje kom da med denne uttalelsen idet alle på gruppa satt og skrev.

59 Tonje: Det er litt rart at en, to, tre, fire blir ti

Her ser jeg det nødvendig å påpeke at første formulering av løsningen var oppgitt i rekkefølgen «to, tre, fire, en». Deretter har Tonje systematisert tallene i stigende rekkefølge, og utdraget viser derfor temaet *systematisk fokus*. Systematiseringen av tallene i løsningen har så ledet Tonje til observasjonen som hun velger å poengtere høyt i gruppa. Prosessen hun arbeider med er dermed prosessen for å *identifisere et mønster*. Mønsteret som er identifisert er den rekursive relasjonen mellom løsningene de finner og summen ti. Siden Tonjes observasjon kommer direkte som et resultat av deres arbeid med deloppgaven og hun ikke gir et narrativ i forbindelse med uttalelsen er deltakelsen hennes rituell. Det er heller ingen som sier noe mer om dette mønsteret etter Tonjes poengtering.

Videre i oppgaveløsingen fortsetter elevene på gruppe 2 å lete etter ulike kombinasjoner som kan være mulige løsninger.

64 Emma: Fire ... Nei vent da ... Fire ... Fire og seks? Det går ...
65 Tonje: Fire og seks? Ja?
66 Emma: Det går jo det?
67 Tonje: Ja
68 Emma: Fordi det står jo ikke hvor mange aper
69 Tonje: Ja. Fire og seks ((sier høyt samtidig som hun skriver ned)). Fem og fem?
70 Emma: Ja. Nei! For da får de det samme
71 Tonje: Sant det! ((visker ut det hun har rukket å skrive)). Ja
72 Emma: Fire og ... Fire ...
73 Tonje: Eller, tre og sju?
74 Emma: Ja. Ja! ((alle skriver ned))

Utdraget viser hvordan elevene systematisk leter etter løsninger, som viser temaet *systematisk fokus*. Først nevner de løsningen «fire og seks», så «fem og fem» og «tre og sju», som viser at de har funnet et system i hvordan de kan finne gyldige løsninger med to aper. I linje 64 kan vi se at Emma resonnerer høyt, tar litt pause mens hun tenker seg om og til slutt gir et mulig løsningsforslag Tonje bekrefter. I linje 73 kommer også Tonje med et løsningsforslag som Emma bekrefter på samme måte. Ved å lete etter løsninger er de innenfor prosessen for å *utarbeide hypotese* hvor de jobber mot narrativet om at de har funnet alle løsningene. De formulerer et narrativ, og på den måten er deltakelsen deres utforskende. Utsagnet til Emma i linje 70 kan også plasseres innenfor prosessen for å *argumentere* siden hun gir en begrunnelse for at ikke alle regnestykkene er gyldige løsninger gjennom å avkrefte Tonjes løsningsforslag. Tonje gir i linje 71 uttrykk for at Emmas argument er nok til å overbevise henne, og de endrer dermed den epistemiske verdien til påstanden om at fem og fem vil gi en gyldig løsning fra sannsynlig til usann.

Før jeg går videre med å presentere det neste utdraget, vil jeg beskrive konteksten det er hentet fra. Vi er nå over på gruppe 3 sitt arbeid med deloppgaven. I forkant av denne situasjonen har de brukt tid på å sette seg inn i oppgaven og uttrykt usikkerhet om de har forstått oppgaveteksten. Etter bekreftelse fra meg som forsker om at de er på riktig spor, kom de i gang med å finne ulike løsninger. Jonas har i mellomtiden hentet ei kuleramme som han har tatt med til bordet, og tatt i bruk den øverste raden med kuler. I figur 4.2 kan vi se hvordan elevene fordeler kulene i ulike formasjoner ved bruk av kuleramma, og at den slik har et sentralt fokus i oppgaveløsingen. Utdraget begynner i linje 68 med Jonas som benytter kuleramma og lager en formasjon av kulene samtidig som han forklarer høyt for de andre på gruppa ved å referere til kuleformasjonen på kuleramma.

- 68 Jonas: Okei, så går det an å dele den opp i to, nei, tre, fire, en, to, ikke sant? ((bruker kuleramma og setter kulene i den formasjonen)) Fordi dette er ti til sammen ((peker på en rekke med kuler på kuleramma)). Ser du? Eller, så går det an sånn! ((flytter på en kule slik at det blir en ny formasjon på kuleramma))
- 69 Espen: Det går an til masse!
- 70 Jonas: Også ... ((lager en ny formasjon))
- 71 Espen: Jamen nei, da må ... ((retter på formasjonen til Jonas slik at det ikke er noen grupperinger av kuler som har like))
- 72 Jonas: Åja ... Eller så går det an sånn! Eller så kan det være en som ... En, to ...

Ved at elevene har tatt i bruk kuleramma i arbeidet, viser utdraget temaet *bruk av visuelle mediatorer*. Kuleramma fungerer som en visuell mediator siden de bruker den som et hjelpemiddel i oppgaveløsingen og for å lette kommunikasjonen mellom elevene. Kulene representerer de ti bananene som skal fordeles, og grupperingene av kuler representerer antallet bananer hver ape til få. Utdraget viser også temaet *skiftende roller*. Det er basert på ordvalgene Jonas tar, slik som å si «ikke sant» og «ser du». Han signaliserer at han har tatt rollen som en forklarer, og dermed har skiftet rolle. Jonas arbeider med prosessen for å *generalisere* i linje 68 hvor han benytter kuleramma til å argumentere for hvorfor «tre, fire, en, to» vil være en løsning ettersom raden av kuler består av ti kuler. Espen uttrykker at han henger med på begrunnelsen ved å si at han ser hvordan oppgaven vil gi mange mulige løsninger. Jonas prøver videre å lage en ny formasjon med kulene i linje 70, og her får vi bekreftet at Espen har fortsatt kulerammes rolle i oppgaveløsingen ved at han justerer på formasjonen Jonas laget, slik at ingen av grupperingene av kuler inneholder det samme antallet kuler. Det tyder på at forklaringen Jonas ga var god. På den måten får de utledet et narrativ om at kuleramma vil kunne vise gyldige løsninger avhengig av formasjonene de lager, og dermed får de generalisert. På samme tid vil også utsagnene i utdraget være en del av prosessen for å *utarbeide hypotese*. I hele utdraget utforsker elevene og tar del i en resonneringsprosess på leting etter kombinasjoner som vil være gyldige løsninger for hvordan bananene kan fordeles til aper av ulikt antall. Elevenes deltakelse er altså utforskende siden de gjennom resonneringsprosessene jobber mot narrativer. Det er også basert på at Jonas forklarer de andre på gruppa og tar i bruk kuleramma på eget initiativ. Hans prosedyre for å løse oppgaven er gjort uavhengig av oppgaven og han har dermed skilt oppgaven og prosedyren fra hverandre.



Figur 4.2: Elevene på gruppe 3 bruker kuleramma i oppgaveløsingen

Grappa fortsetter å bruke kuleramma i oppgaveløsingen, og de leter stadig etter flere gyldige løsninger. I det neste utdraget benytter elevene kuleramma for å finne ut om det er mulig å finne en løsning hvor det er fem aper som får bananer.

- 129 Espen: Men på fem aper, da må vi ha noe med fem så da må vi liksom ...
130 Jonas: Da må vi ha en ...
131 Espen: Da må alle få ...
132 Jonas: Det går ikke an at det er fem aper!
133 Espen: Én ... To. En, to, tre ... Nei ((bruker kuleramma og setter de i grupper etter hvert som han sier tall, men bruker opp alle kulene før han når fem grupperinger))
134 Jonas: Nei ser du, det går ikke med fem! Så det må være fem ... Under fem

I likhet med det foregående utdraget viser dette utdraget temaet *skiftende roller* basert på at Jonas uttrykker seg ved å si «ser du». I tillegg kommer han også med en påstand i linje 132 som fungerer som opplysende informasjon han presenterer for de andre på gruppa, altså skifter han rolle ved å forklare for dem. Ved å benytte kuleramma kan Espen la seg overbevise om at det ikke er mulig å finne en løsning med fem aper, og utdraget er derfor en del av temaet *bruk av visuelle mediatorer*. Grappa jobber med narrativet om at det er mulig å finne en løsning med fem aper, men ved å benytte kuleramma får de avkreftet narrativet. Det gir at de arbeider innenfor prosessen for å *argumentere* ved at de får endret narrativets epistemiske verdi til usann. Espen identifiserer hvordan det ikke vil være mulig å ha fem aper fordi det er færre kuler enn det som er nødvendig for å kunne lage fem ulike grupperinger av kuler. Utdraget bekrefter derfor at elevene har forstått at de gyldige løsningene i deloppgave b vil være de løsningene hvor de kan gruppere kulene i grupper med ulikt antall, og at kravet om at ingen aper kan ha det samme antallet bananer gjør det umulig å finne en kombinasjon som vil gi banan til fem aper. Det vil si at prosessen for å *identifisere et mønster* også kommer til uttrykk ved at de identifiserer den rekursive relasjonen mellom tallet ti og de løsningene som finnes ved bruk av visualisering i form av kuleramma. I likhet med utdraget over er elevenes deltakelse også her utforskende på grunn av deres egne initiativ til å benytte kuleramma i oppgaveløsingen gjør det mulig for dem å jobbe mot et narrativ om at de har alle løsningene.

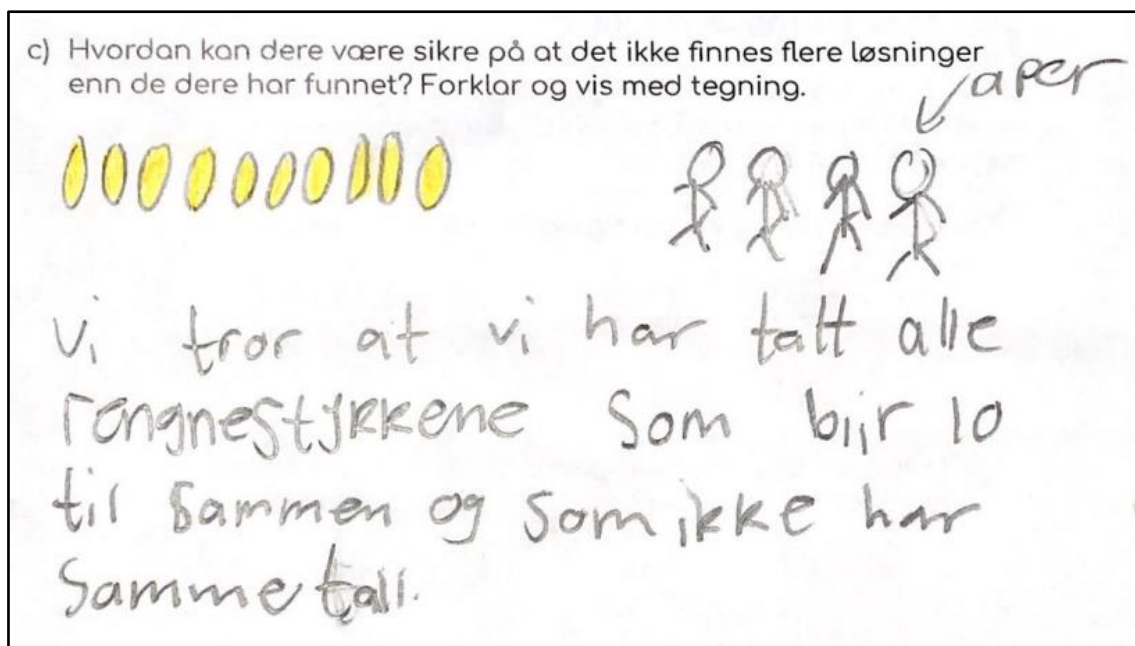
4.3 Begrunnelse for funn av alle mulige løsninger

I den tredje deloppgaven skulle elevene forklare og vise med tegning hvordan de kunne være sikre på at det ikke finnes flere løsninger enn de løsningene de fant i deloppgaven før.

I det neste utdraget snakker gruppe 1 om hvordan de skal besvare deloppgaven. Karen foreslår at de tegner bananer og strekmenn og at de i tillegg skriver en forklaring.

- 199 Karen: Vi kan jo ta, å først tegne ti bananer også noen strekmenn også kan vi skrive at vi tror vi har tatt alle regnestykkene som blir ti
200 Ingrid: Mhm. Så vi bare tegn ...
201 Karen: Vi har jo ikke gjort det fordi fem pluss fem, men, som blir ti og ikke er samme tall ...
202 Erlend: Ja ...
203 Karen: Kan vi jo skrive da

Utdraget viser temaet *skiftende roller* ved at Karen i linje 201 og 203 legger fram argumenter på en måte som vil være forklarende for en utenforstående som ser oppgavearket deres. Utsagnene utgjør et argument som underbygger narrativet om at de har alle mulige løsninger. På den måten får gruppa begrunnet narrativet, som vil si at de får endret den epistemiske verdien til narrativet til sann. Det gir at elevene her er i prosessen for å *utarbeide et bevis* om at de har funnet alle løsningene. De begrunner på en matematisk gyldig måte ved å argumentere for at de tror de har funnet alle løsningene som vil oppfylle kravene oppgaven setter for hva som er gyldige løsninger. Tegningen de her blir enige om å tegne er ikke med på å svare på oppgaven i noen annen grad enn at det oppfylder kravet om å ha med en tegning. Bruken av en visuell representasjon har altså her ikke en hensikt om å være et hjelpemiddel slik det må være dersom det skal være en visuell mediator. Tegningene som gruppa lagde her, var dermed preget av en rituell deltakelse hvor elevene tegnet fordi oppgaven etterspurte det. Argumentene Karen gir er på den andre siden utforskende fordi de underbygger narrativet om at de har funnet alle løsningene. Deres endelige besvarelse kan ses i figur 4.3.



Figur 4.3: Gruppe 1 sin besvarelse på deloppgave c

De to neste utdragene er hentet fra gruppe 2, og det første starter med Emma som leser oppgaveteksten i linje 102.

- 102 Emma: Er det noe på baksiden også ja ... Hvordan kan dere være sikre på at det ikke finnes flere løsninger enn de dere har funnet? ((de ler)) Forklar og vis med tegning ((leser neste deloppgave)). Hva skal vi skrive? Vi finner ikke ...
- 103 Tonje: Flere
(14 s)
- 104 Emma: Hvis det hadde vært et større tall, da hadde det vært flere løsninger!

Dette utdraget viser temaet *skiftende roller*. Emmas utsagn i linje 104 har en informerende karakter og vil være opplysende for de andre på gruppa, altså har hun tatt rollen som en forklarer. Hun jobber med prosessen for å *identifisere et mønster*, og mønsteret som her er identifisert blir gitt av Emma som en påstand i linje 104. Arbeidet de har gjort så langt i oppgaven har ledet henne til å forstå sammenhengen mellom antallet bananer og antallet løsninger de har funnet. Det viser at hun har forstått hvordan antallet kombinasjoner, her i form av addisjonsstykker, bestående av et sett ulike tall vil øke dersom den totale summen øker. Med andre ord har hun identifisert den rekursive relasjonen mellom tallet ti og de gyldige løsningene de fant i deloppgave b. Det er tenkelig at deres oppdagelse av løsningen med fire aper har gjort dem oppmerksom på at kombinasjonene er begrenset til å bestå av maksimalt fire tall, men at det ville vært mulig med flere dersom de hadde flere enn ti bananer. Det kan ses i sammenheng med Emmas tidligere uttalelse (se linje 59 under deloppgave b) hvor hun også gir en uttalelse om det samme mønsteret, og uttalelsen i linje 104 understreker dermed at hun har forstått denne sammenhengen. På den måten tar hun også del i prosessen for å *generalisere*. Hun utleder et narrativ om at de ikke finner flere løsninger på grunnlag av den rekursive relasjonen i mønsteret, og generaliserer ved å si at et større tall, altså en større mengde enn utvalget i oppgaven, ville gitt flere mulige løsninger. Emmas deltakelse er derfor utforskende ved at hun underbygger et narrativ og at utsagnet ikke direkte besvarer deloppgaven de jobber med, og dermed ikke en del av prosedyren for å besvare oppgaven. Med andre ord er prosedyren og oppgaven hver for seg slik det vil være for en utforskning.

Etter Emmas uttalelse i linje 104 var det noen pauser hvor ingen på gruppa sa noe mens de funderte på hvordan de skulle besvare oppgaven, og henviste seg til meg som forsker og spurte hvordan de skulle gjøre det. De viste til at de hadde illustrert løsningene i deloppgave b, og at de derfor ikke følte et behov for å gjøre det samme på denne deloppgaven. Jeg sa det var greit, men ønsket at de satt ord på hvorfor de mente de hadde funnet alle løsningene.

- 117 Forsker: Men, ja, har dere snakket noe sammen da? Om hvorfor vi kan si at det ikke er flere?
- 118 Emma: Fordi vi finner ikke flere
- 119 Tonje: Kommer ikke på flere

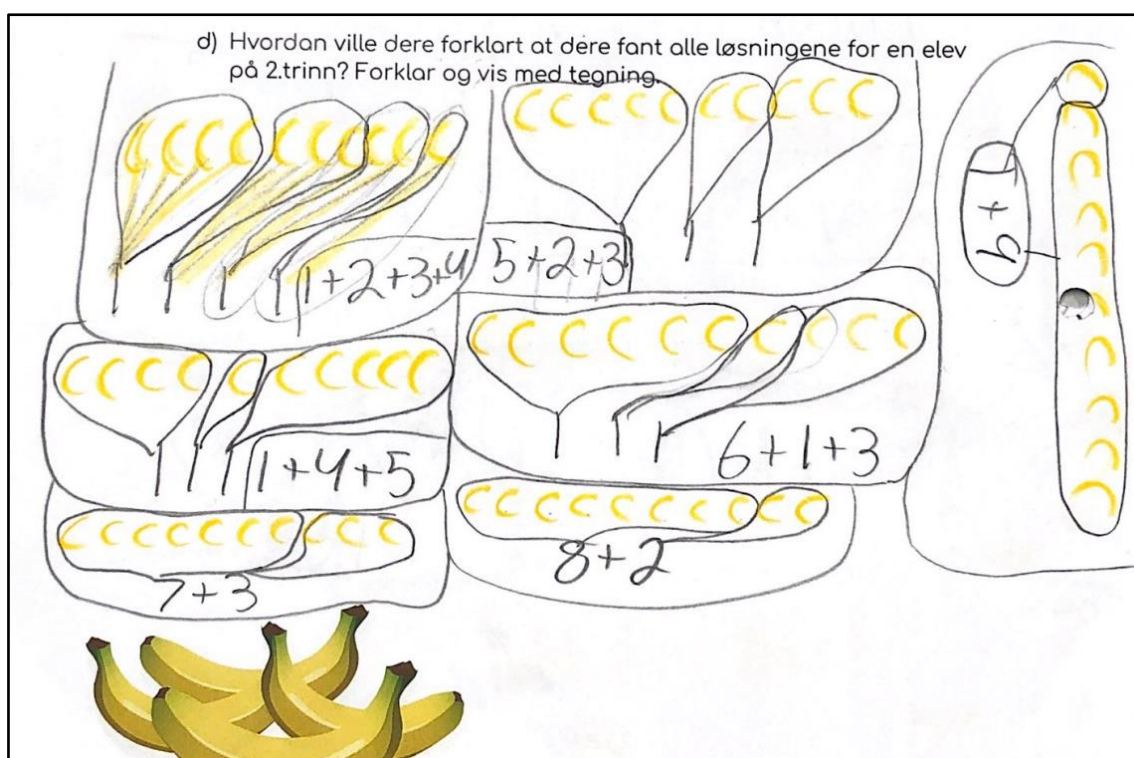
Elevene besvarer oppgaven gjennom at de ikke finner flere løsninger, og utdraget går under temaet *systematisk fokus*. Det er basert på at elevene har jobbet systematisk i søket etter å finne alle løsningene, som fører dem til begrunnelsene de gir i linje 118 og 119. I søket har de prøvd og feilet, og på dette tidspunktet har de opptil flere ganger resonnert seg fram til og foreslått løsningsforslag som de allerede hadde notert seg. Det bidrar til at de får troen på at de har funnet alle løsningene. Her vil altså deres

systematiske arbeidsprosess bidra til at de ikke kommer på eller klarer å finne flere løsninger, og slik fungere som et argument for narrativet om at de har alle. Derfor befinner de seg i prosessen for å *argumentere*. I motsetning til utdraget før, er deltakelsen her rituell siden de besvarer oppgaven etter å ha blitt oppfordret av meg som forsker, altså for å oppnå sosial aksept av meg som oppgavestiller.

4.4 Forklar for en elev på 2.trinn

Den siste deloppgaven skulle elevene forklare og vise med tegning hvordan de ville forklart at de fant alle løsningene for en elev på 2.trinn.

Det første utdraget jeg vil presentere under denne deloppgaven er hentet fra gruppe 1. De bestemmer seg raskt for at de skal tegne alle regnestykkene de fant i deloppgave b, for så å gi en forklaring i tillegg. Tegningen er gitt i figur 4.4. De brukte lang tid på tegningen hvor de sørget for å få tegnet alle løsningene, og utdraget er hentet fra siste del av oppgaven hvor elevene gir forklaringen. Gruppen tar i bruk rollespill, og Erlend får i oppgave å spille en elev på 2.trinn mens Karen forklarer.



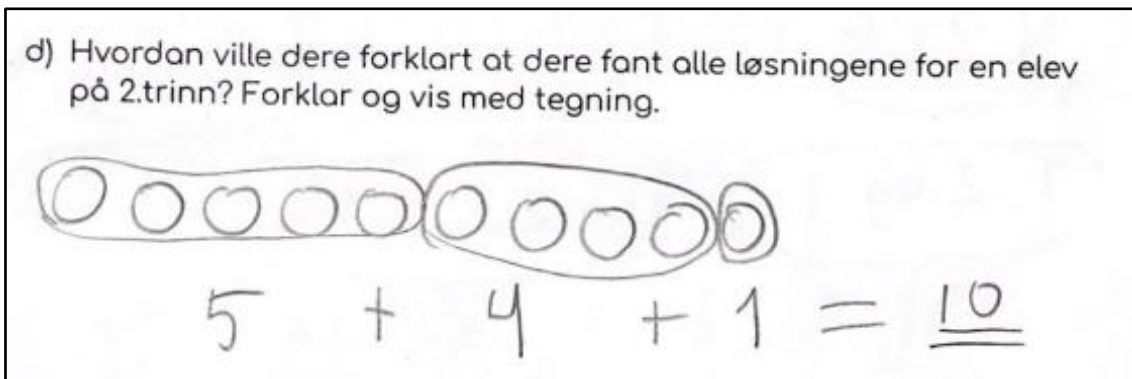
Figur 4.4: Gruppe 1 sin besvarelse på deloppgave d

- 394 Karen: Okei okei, lat som du er en unge nå. Så har jeg blyanten. Her har du en pluss to pluss tre pluss fire ((peker med blyanten mot tegningene hun har lagd))
- 395 Erlend: Ja! ((med babystemme, de andre ler))
- 396 Karen: Og, vi skal, vi har ti bananer og fire personer
- 397 Erlend: Ja det stemmer ((med barnestemme))
- 398 Karen: Men, de fire personene kan ikke få like mange bananer hver!
- 399 Erlend: Ååh
- 400 Karen: Skjønte du?
- 401 Erlend: Ja ((alle ler))

- 402 Karen: Og slik er det på alle de andre også, her er det fortsatt ti bananer og det er tre personer, og de kan ikke få like mange bananer hver ((peker på en annen mulig løsning))
- 403 Erlend: Ahh nå skjønner jeg
- 404 Karen: Og her og, her skal de ikke få like mange bananer hver, så da tok vi en og ni. Litt urettferdig, men ... ((peker på enda en ny løsning))
- 405 Erlend: Veldig urettferdig, jeg vil være den som får ni jeg
- 406 Karen: Ja, også står det at de ikke kan få mindre enn én. Og hva er mindre enn én da?
- 407 Erlend: Null
- 408 Karen: Ja, så den kan ikke få null bananer, den ene kan ikke få ti og den andre kan ikke få null. Samme her og. Tre personer, her får den ene fire, den ene en og den andre fem. Sju pluss tre, det blir ti. Åtte pluss to, ja. Og der og.

I linje 394 kan vi se at Karen tar i bruk tegningen aktivt ved å peke på en av løsningene som hun bruker som et eksempel for å forklare, og utdraget viser dermed temaet *bruk av visuelle mediatorer*. Videre i linje 398 forklarer hun kravet om at ingen kan få det samme antallet bananer, og i linje 400 forsikrer hun seg om at «eleven» forstår det. Det er dermed også en del av temaet *skiftende roller* basert på måten gruppa velger å benytte rollespill og gir forklaringer de ser som hensiktsmessige for en yngre elev. Blant annet velger Karen å benytte benevnelsen «banan» når hun presenterer de ulike løsningene. Dersom vi ser tilbake på for eksempel linje 141 fra den samme gruppa under deloppgave b, kan vi se hvordan elevene har skapt en felles kommunikasjonsform hvor de gjør seg forstått av de andre på gruppa ved å kun si «seks pluss en og tre». I motsetning velger de her å formulere hele setninger slik vi kan se i linje 402. Det viser en forandring i elevenes diskursive aktivitet. I linje 406 aktiviserer hun også «eleven» i samtalen ved å stille spørsmål. Gruppa viser at de lever seg inn i oppgaven med et reelt mål om å gi en forklaring som er forståelig for en elev på 2.trinn. Karens nøyaktige og detaljerte forklaringer vil være begrunnelser for hvordan de fant løsningene. De vil dermed være i prosessen for å *utarbeide et bevis* ved at de får validert narrativet om at de har funnet alle løsningene, både gjennom forklaring, men også ved bruk av en visuell mediator. Det gjør også at deltakelsen er utforskende, siden de underbygger narrativet om at de har funnet alle løsningene gjennom å nøyaktig beskrive hvordan de har jobbet for å finne gyldige løsninger. På en annen side har elevene en praktisk deltakelse i oppgaveløsingen ved at de benytter rollespill. Deltakelsen skiller seg fra de diskursive rutinene ved at elevene ikke bare deltar diskursivt gjennom kommunikasjon med de andre på gruppa, men at de har en praktisk deltakelse i oppgaveløsingen. Den måten Erlend velger å forandre stemmen sin samt Karens aktive peking på visualiseringene, resulterer i endringer i handlinger og i miljøet og deltakelsen kan beskrives som en gjerning.

Utdraget jeg nå skal presentere er hentet fra arbeidet til gruppe 2, hvor de later som at de forklarer hvordan de har funnet løsningene for en elev på 2.trinn. De har satt seg i rollen som underviser, og formulerer seg på en måte som de mener er passende for å gjøre seg forstått av et yngre barn.



Figur 4.5: Gruppe 2 sin besvarelse på deloppgave d

- 140 Tonje: Okei, så én runding er én banan
 141 Emma: Ja
 142 Tonje: Og apene kan ikke få samme antallet bananer
 143 Emma: Og du bestemmer selv hvilket tall de skal få hver, men det kan ikke gå over ti
 144 Tonje: Nei. Og det kan ikke være mindre enn én
 145 Emma: Som for eksempel, fem, fire, en. Da får en banan fem, nei ((de ler)). En ape fem bananer, en ape en banan, og en ape fire bananer. Og fire pluss en pluss fem er ti

Dette utdraget viser temaet *skiftende roller* siden elevene formulerer seg for å gjøre seg forstått. De sørger for å forklare kravene om hvordan bananene kan fordeles, og de benytter benevnelsen «banan» på lik måte som elevene i det forrige utdraget. I forklaringen sin henviser Tonje i linje 140 til tegningen de har lagd for å utfylle forklaringen. Ved at de benytter visualiseringen aktivt i forklaringen som en visuell mediator, er utdraget også innenfor temaet *bruk av visuelle mediatorer*. Visualiseringen er gitt i figur 4.5 hvor vi kan se at de har tegnet ti små sirkler som tilsvarer bananer, som de har gruppert i tre større sirkler. I linje 143 referer også Emma til tegningen ved å forklare at tallene ikke skal «gå over ti» og «ikke være mindre enn én», noe de viser betydningen av ved å supplere tegningen med skriftlige symboler. De velger å forklare prosessen for å finne løsninger generelt i linje 142 til 144, og deretter benytter de et eksempel på en løsning som de baserer den videre forklaringen på. Med grunnlag i de generelle forklaringene kan Emma argumentere for at eksempelet er en gyldig løsning ved å si at antallet bananer de ulike apene har til sammen vil være ti. Det vil si at de arbeider med prosessen for å *argumentere*.

Deltakelsen til elevene er rituell siden deloppgaven eksplisitt spør etter en forklaring av at de fant alle løsningene, og svarene de gir er dermed et resultat av kravet om en oppgavebesvarelse. De tar også hensyn til å gjøre seg forstått for en yngre elev slik oppgaven krever.

Det siste utdraget jeg skal ta for meg er hentet fra gruppe 3. De benytter også rollespill, hvor Jonas spiller 2.klassingen og Espen er forklarer.

- 172 Oda: Hva er det du skal? ((spør Jonas, som har gått ute på gulvet og satt seg på kne for å late som han er et barn))
 173 Espen: Okei kan jeg bare starte?
 174 Jonas: Hei hei ((sier det med babystemme))
 175 Espen: På bildet ser vi at det er fire bananer, så derfor tenker vi at det er

fire aper sånn at ... De har ti bananer som skal deles på fire! Så det kan være at en får en banan, en får to banan, og en får tre banan og en får fire bananer

Ved å ta gruppas formuleringer og bruk av rollespill i betraktning, viser også dette utdraget som *skiftende roller* på samme grunnlag som de to foregående utdragene. Espen tar rollen som forklarer og gir i linje 175 gruppas begrunnelse for deres løsninger. Han arbeider med prosessen for å *argumentere* i dette utdraget ved at han gir argumenter for hvordan de fant løsningen han bruker som eksempel. Rollespillet bidrar til at Espen, i likhet med elevene på de andre gruppene, benytter enheten «banan» for å gjøre seg forstått. Han benytter også et spesifikt eksempel, noe som tyder på at elevene vurderer det til å være tilnærming som kan gjøre det enklere for andreklassingen å forstå oppgaven og løsningen. Som utdraget viser har rollespillet ført til at elevene har en praktisk deltakelse. De lever seg inn i oppgaven og tar i bruk rollespill for å gjøre konteksten mest mulig realistisk. Jonas har gjort forandringer i handlinger og miljø ved å flytte seg ut på gulvet, og deltakelsen er dermed en gjerning.

5 Drøfting

I denne studien har jeg undersøkt hvilke muligheter for resonnering og bevis noen karakteristikkene i en bevisoppgave gir elever på 6.trinn. I kapittel 4 presenterte jeg hvordan elevenes deltakelse varierte i forbindelse med de ulike resonneringsprosessene som kom til uttrykk. I dette diskusjonskapittelet vil jeg først gi en oppsummering av resultatene av studien i kapittel 5.1. Deretter vil jeg drøfte funnene opp mot tidligere forskning og aktuell teori i, før jeg til slutt vil vurdere studiens kvalitet i kapittel 5.4 og videre forskning i kapittel 5.5.

5.1 Studiens resultater

Jeg vil nå redegjøre for resultatene fra analysen av elevenes arbeid med den designede bevisoppgaven. Hensikten med denne studien var å undersøke hvordan ulike karakteristikkene i en bevisoppgave gir mulighet for resonnering og bevis.

Jeg identifiserte at elevene brukte flere ulike resonneringsprosesser gjennom ulike deltakelse. Totalt benyttet elevene seks av de ni mulige resonneringsprosessene, hvorav fire er knyttet til søk etter likheter og forskjeller og to er prosesser for validering. Innenfor de ulike resonneringsprosessene varierer elevenes deltakelse mellom både rituell, gjerning og deltakende. Resultatene fra studien viser at designprinsippene på ulikt vis gir elevene mulighet for resonnering og bevis, og jeg vil nå gå inn på resultatene innenfor hvert tema.

Det første temaet er *systematisk fokus* som er knyttet til designprinsipp 1 hvor elevene skal jobbe systematisk for å skape forståelse (Lin et al., 2012, s. 310). Temaet har ført til resonneringsprosessene *utarbeide hypotese*, *identifisere mønster*, *sammenligne* og *argumentere*. Til tross for at det førte til mange ulike resonneringsprosesser er det dette temaet som i størst grad inneholder utdrag hvor elevenes deltakelse er rituell. Likevel kommer temaet til uttrykk mange ganger, og i den deloppgaven det var tiltenkt, som viser at elevene har et systematisk fokus i letingen etter mulige løsninger. Det signaliserer at et systematisk fokus var nyttig for å hjelpe elevene i oppgaveløsningen, men bidro i liten grad til utforskende deltakelse hos elevene.

Det andre temaet er *bruk av visuelle mediatorer* som er knyttet til designprinsipp 2 hvor elevene skal uttrykke argumenter ved bruk av flere representasjonsmåter (Lin et al., 2012, s. 320). Dette temaet identifiserte jeg i flere av deloppgavene, men det ble aldri identifisert alene som eneste tema. I deloppgave a kom det til uttrykk samtidig som *systematisk fokus*, og her arbeider elevene med resonneringsprosessen *utarbeide hypotese*. Det var ikke lagt til rette for designprinsippet der, men det kom til uttrykk gjennom et behov for å visualisere fra elevene sin side. Oppgaven fikk likevel elevene til å ta i bruk visuelle mediatorer i arbeidet og utvider diskursen gjennom en utforskende deltakelse.

I deloppgave b og d forekom temaet *bruk av visuelle mediatorer* samtidig som temaet *skiftende roller*, som tar utgangspunkt i situasjoner hvor elevene skifter rolle ved å forklare eller undervise andre (Lin et al., 2012, s. 320). I de utdragene er det resonneringsprosessene *identifisere et mønster*, *generalisere*, *argumentere* og *utlede et bevis* som elevene arbeider med, som viser at elevene har tatt del i flere ulike

resonneringsprosesser. Utdragene viser at elevene har tatt i bruk visuelle mediatorer for å kommunisere matematiske ideer med hverandre, altså har de individualisert aktiviteten. I et av eksemplene er elevenes deltakelse rituell og et annet viser en gjerning, men i de resterende er den utforskende. Det tyder på en diskursiv utvikling hos elevene som har ført til læring.

Temaet *skiftende roller* identifiserte jeg alene i situasjoner hvor elevene tok del i resonneringsprosessene *identifisere et mønster*, *generalisering*, *argumentere* og *utarbeide et bevis*. Det er de samme prosessene som i situasjonene hvor temaet kommer til uttrykk sammen med temaet *bruk av visuelle mediatorer*, men skiller seg her ut ved at elevene ikke benyttet visuelle mediatorer i resonneringen. I et av utdragene for temaet har elevene en praktisk deltakelse som er en gjerning. Likevel var elevenes deltakelse også her i hovedsak utforskende og elevene har gitt uttrykk for diskursiv utvikling ved å delta i vurdering av narrativer.

For å oppsummere, viser denne studien at designprinsippene gir elevene mulighet til å jobbe med ulike resonneringsprosesser i arbeidet med den designede oppgaven. Designprinsipp 1 gir elevene mulighet til å jobbe med matematisk resonnering i hovedsak gjennom prosesser for leting etter likheter og forskjeller. Det har i mindre grad ført til diskursiv utvikling hos elevene, men har gitt dem mulighet til å finne gyldige løsninger og vært sentralt for å gi elevene mulighet til resonnering. Designprinsipp 2 og designprinsipp 3 har også ført til flere ulike resonneringsprosesser, både prosesser for leting etter likheter og forskjeller og prosesser for validering. Et fellestrekk er at elevenes deltakelse er beskrevet som utforskende i tilnærmet alle utdragene hvor disse designprinsippene kommer til uttrykk. De har med andre ord ført til læring i form av en diskursiv utvikling hvor de har individualisert rutiner for godkjenning av narrativer og endret sin matematiske kommunikasjon. Elevene benytter visuelle mediatorer for å argumentere, men blant annet i deloppgave c velger noen å vise tilbake til visualiseringer fra de foregående deloppgavene fremfor å produsere nye. Designprinsipp 2 ga dermed ikke fullstendig ønsket utbytte på tiltenkt deloppgave, men ga likevel elevene mulighet til resonnering og bevis gjennom argumentering ved bruk av visualiseringer i de andre deloppgavene. Designprinsipp 3 har også gitt elevene mulighet for resonnering og bevis hvor de argumenterer uten visualiseringer. Summert har begge designprinsippene gitt elevene mulighet til å delta utforskende i aktiviteter for resonnering og gjennom valideringsprosessene har elevene fått mulighet til å bevise.

5.2 Designprinsippenes implikasjoner

Resultatene viser at elevene jobber innenfor flere av designprinsippene samtidig. Lin et al. (2012, s. 310) påstår at det kan være fornuftig å benytte visualiseringer i systematisk arbeid, og mine resultater bekrefter det og viser at elevene i flere tilfeller bruker visuelle mediatorer når de jobber systematisk for å lete etter løsninger. Det arbeidet gjør at de opparbeider seg et grunnlag de kan basere argumentasjon på. Også det bekrefter teori som påstår at visualiseringer vil være nyttige for å fremme argumentasjon (Lin et al., 2012, s. 320). Sammenhengen mellom designprinsippene blir da at systematikk og visuelle mediatorer leder elevene til mulige løsninger, som de kan argumentere for ved bruk av de visuelle mediatores gjennom skiftende roller. Det indikerer en flytende overgang mellom designprinsippene.

Det viser seg at designprinsippene flere ganger kom til uttrykk andre steder enn de var tiltenkt. Det virker som at oppgaven i seg selv fremmer et behov for blant annet visualisering ved at elevene tar i bruk tegning, kuleramme og telling på fingrene. De

både leter etter løsninger og uttrykker argumenter og påstander, og de visuelle mediatores har en hensikt utover det å oppfylle kravet om å vise med tegning slik oppgaven spør etter. Behovet for visualisering er der og det ser ut til å være noe ved selve oppgaven som fungerer, uavhengig av de formuleringene jeg gjorde for å implementere designprinsippene i oppgaven. Det kan blant annet komme av at oppgaven er en bevisoppgave, og at ulike representasjonsmåter gjør prosessen for å resonnerer og bevise enklere (Sfard, 2008, s. 135). Dersom elevene ikke er vant til å jobbe med slike typer oppgaver, vil det være rimelig å anta at elevene gjør oppgaven mer tilgjengelig deriblant gjennom bruk av visualiseringer. Det kan begrunnes av matematikkens abstrakte egenskap hvor objekter ikke eksisterer uavhengig av diskursen (Duval, 2006, s. 105). For eksempel benytter elevene visualiseringer allerede i deloppgave a, noe jeg tolker som at de benytter verktøy for å gjøre oppgaveteksten mer tilgjengelig. Ifølge Sfard (2008, s. 135) er nettopp dette hensikten med å bruke visuelle mediatorer.

Det motsatte skjer i deloppgave c, hvor det var lagt til rette for at elevene skulle benytte visuelle mediatorer, men ingen av gruppene gjorde det. I resultatene kunne vi se gruppe 3 sin besvarelse på deloppgaven hvor de hadde tegnet en tegning. Tegningen hadde verken som hensikt å representere matematiske objekter eller lette kommunikasjonen mellom elevene på gruppa, og er dermed ikke kvalifisert som en visuell mediator (Sfard, 2008, s. 133). Formuleringen «vis med tegning» kan dermed ses som overflødig siden elevene likevel velger å benytte visualiseringer uoppfordret i de andre deloppgavene for å kunne visualisere matematiske objekter og underbygge narrativer. Det indikerer at designprinsippene har en hensikt i bevisoppgaver (Lin et al., 2012, s. 323), men man kan stille spørsmål til om oppgaven kunne hatt det samme potensialet fordi den er en bevisoppgave, uten en bevisst tilrettelegging for designprinsippene.

5.3 Elevenes deltakelse i diskursen

Ritual og utforskning er i hver sin ende av et spekter av rutiner med en flytende overgang mellom dem (Lavie et al., 2019, s. 166), og dermed kan det være problematisk å plassere elevenes deltakelse i enten ritual eller utforskning. Blant annet viser resultatene at jeg har valgt å beskrive ulike elevs utsagn som ulike typer rutiner selv om de finner sted i samme del av oppgaveløsingen. Lavie et al. (2019) beskriver et ønske om at elever deltar utforskende i matematikkundervisning. Ifølge Sfard (2008, s. 233) er gjerninger og rituell deltakelse forstadier til utforskende deltakelse, og resultatene fra analysen viser at elever deltar både som en gjerning, rituell og utforskende i løpet av oppgaveløsingen. Det er flere situasjoner hvor elevene gir uttrykk for en utforskende deltakelse, som signaliserer at de har utviklet rutiner knyttet til resonnering og bevis. Samtidig, siden elevene må gjennom en rituell deltakelse for å nå den utforskende, vil det være forståelig at elevene tar del i rituell deltakelse. Elevene viser tegn på at de er i en fase for deritualisering, og det kan ses som en konsekvens av at deritualiseringen går sakte og at elevene på flere områder ikke oppnår en utforskende deltakelse før de er ferdige med sin skolegang (Sfard, 2017, referert i Lavie et al., 2019, s. 167).

Det er også tenkelig at det er elementer som kan ha påvirket elevenes deltakelse, deriblant oppgavesituasjonen elevene befinner seg i. Lavie et al. (2019, s.159) betegner oppgavesituasjoner som de situasjonene hvor en person føler seg forpliktet til å handle. Å føle seg forpliktet til å handle antyder en følelse av rituell deltakelse hvor handlinger blir gjort basert på en sosial forventning, noe elevene i studien kan ha følt gjennom at jeg som forsker opptre som en oppgavestiller som krever besvarelser fra dem. På den

måten kan funnet mitt om at elevene i flere situasjoner deltok rituelt være et resultat av elevenes ønske om å oppnå sosial godkjenning fra fellesskapet, slik Sfard (2008, s. 242) beskriver. For å kunne løse oppgaven, er det tenkelig at oppgavesituasjonen var med på å avgjøre elevenes aktivitet. I møtet med oppgaver vil elevene utføre rutiner de kjenner til med utgangspunkt i de presedensene de har opparbeidet seg, og vil handle basert på lignende situasjoner de kjenner til (Lavie et al., 2019, s. 160). Om elevene deltar rituelt eller deltakende kan med andre ord avgjøres av hvilke presedenser de velger å handle ut ifra og hva de anser som målet med å løse oppgaven.

Et kjennetegn på elevenes kommunikasjon som er gjennomgående i datamaterialet er måten elevene søker bekreftelse av de andre på gruppa. Elevene som gir et løsningsforslag viser usikkerhet til sitt eget forslag, og de andre elevene bekrefter eller avkrefter forslaget. Det kan knyttes til rituelle rutiner hvor elevene deltar i arbeidet for å bli akseptert og en del av et sosialt fellesskap (Sfard, 2008, s. 241), noe de kan oppnå ved å søke bekreftelse fra noen de anser som flinkere enn seg selv og bekrefte argumenter på bakgrunn av det (Yackel & Hanna, 2003, s. 230). Eleven kan på den måten delta i gruppearbeidet til tross for manglende forståelse for oppgaven, men de vil likevel kunne oppnå sosial godkjenning ved å bidra rituelt (Sfard, 2008, s. 242-244). Samtidig virker det som at elevene oppfatter klassemiljøet som trygt siden de tør å dele forslagene sine og lar medelever vurdere dem (Yackel & Hanna, 2003, s. 230).

Elevenes læring ses gjennom forandring i deres matematiske kommunikasjon, og kommer til uttrykk gjennom diskursiv utvikling hvor de utvider, endrer eller utvikler diskursen gjennom diskursens fire kjennetegn (Sfard, 2007, s. 573). Et eksempel som viser at elevene har endret sin diskursive aktivitet er elevenes måte å ordlegge seg på, altså at de forandrer bruken av ord og uttrykk. I begynnelsen av oppgaveløsingen jobber de tett opp mot oppgavens kontekst og kommuniserer ved å snakke om fordeling av bananer. Videre viser de en diskursiv utvikling hvor de løsriver seg fra konteksten og i stedet snakker matematisk ved å diskutere mulige tallkombinasjoner som til sammen blir ti. Da har de gått over til å tenke matematisk på problemet, og ikke lenger kontekstavhengig med «observerbare» løsninger knyttet til aper og bananer. Det gir uttrykk for at elevene har individualisert aktiviteten for å kommunisere matematikk med både seg selv og andre, og fra et deltakerperspektiv vil det si at elevene har lært (Sfard, 2008, s. 80). Til slutt i oppgaveløsingen går elevene tilbake til å snakke i konteksten med bananer for å kunne gjøre seg forstått for eleven på 2.trinn. Dette fenomenet er gjennomgående for alle gruppene og det tyder på at elevene føler et behov for å forandre måten de kommuniserer for å kunne gjøre seg forstått av andre. Årsaken kan være elevenes vurdering av presedenser (Lavie et al., 2019, s. 160), hvor de anser deling av bananer som en relaterbar situasjon siden det er et begrep de har kjennskap til fra andre diskurser enn matematikk (Sfard, 2007, s. 571). Det kan gjøre det enklere for eleven på 2.trinn å forstå enn dersom de ga en matematisk forklaring på oppgavens løsninger.

5.4 Elevenes utfordringer med resonnering og bevis

I resultatene kan vi se at elevene i den siste deloppgaven ga empiriske argumenter. Den designede oppgaven ber elevene om å finne alle mulige måter bananene kan fordeles gjennom å systematisk søke og lete etter dem, og deretter at de skal begrunne at de fant alle. I elevenes besvarelser kan vi se at argumentasjonen deres er empirisk, for eksempel slik gruppe 1 har visualisert alle mulighetene på deloppgave d og henviser til eksemplene når de påstår at de har funnet alle mulighetene. Det vil bekrefte påstanden

om at elever gjerne støtter seg til empiriske argumenter fordi de anser det som godkjent argumentasjon (Stylianides & Stylianides, 2017; Stylianides et al., 2017). Samtidig vil det være utfordrende å knytte mine resultater til teorien. Antallet gyldige løsninger i den designede oppgaven elevene jobber med er endelig, som betyr at det er et gitt antall mulige løsninger. Den legger dermed opp til at empirisk argumentasjon vil være godkjent siden den ikke kan generaliseres. Dersom elevene baserer seg på et systematisk arbeid hvor de har funnet løsningene kan de empiriske argumentene kvalifisere som bevis, siden det ifølge Stylianides (2007, s. 291) vil være godkjent som et bevis fordi forklaringen vil være godkjent innenfor klassefellesskapet. Det vil si at elevene kan gi empiriske argument for at de har funnet alle mulige løsninger, siden de empirisk vil kunne komme fram til de totalt ti mulige løsningene. Den designede oppgaven vil med andre ord ikke kunne vise argumentasjon som ikke er empirisk, som vil si at elevenes utfordring med godkjenning av empiriske argumenter bør bli undersøkt på andre måter enn det jeg har gjort i denne studien. På en annen side er det bra at elevene viser argumentasjon, uavhengig av om den er empirisk, siden det uttrykker at elevene er i en prosess hvor de utvikler sin evne til å forsvare matematiske ideer. Det vil ifølge Ellis et al. (2018, s. 180) bety at elevene utvikler meningsfull forståelse, som også belyses gjennom læreplanens kjerneelementer som sier at elevene skal vite at sine besvarelser ikke er tilfeldige (Kunnskapsdepartementet, 2019).

I elevenes besvarelser kan vi se at de uttrykker usikkerhet i om de har funnet alle løsningene. Gruppe 2 sier de ikke «finner flere» og gruppe 1 sier de «tror» de har funnet alle løsningene, og det er vanskelig for dem å påstå noe med sikkerhet. Elevene lar seg altså ikke overbevise, og aksepterer ikke narrativet eller beviset på at de har funnet alle løsningene. Det viser et eksempel på og kan knyttes til utfordringen med at elever ikke godtar bevis som beviser, kun bevis som forklarer (Yackel & Hanna, 2003, s. 232). Årsaken kan være at elevene vet at matematiske begrunnelser krever detaljerte begrunnelser for at det skal oppfylle et bevis (Yackel & Hanna, 2003, s. 231). Det tyder på at elevene føler de mangler en forklaring som kan bekrefte at de har alle løsningene. I den siste deloppgaven gjelder det samme, hvor noen av elevene gir en forklaring på hvordan de har gått fram i oppgaveløsingen, framfor å gi en forklaring eller begrunnelse for hvordan de kan si at de har alle løsningene. En mulig måte de kunne oppnådd det med, er dersom de hadde argumentert ved å henvise til en struktur i oppgaveløsingen som kunne bekreftet at de har jobbet systematisk i søket. Slik kunne de blitt overbevist om at det ikke er flere løsninger å oppdage.

5.5 Vurdering av studiens kvalitet

I denne studien har jeg gjennomført en kvalitativ analyse hvor jeg har analysert datamateriale fra tre gruppers arbeid med en bevisoppgave. Siden studien kun har testet karakteristikker i én oppgave, vil jeg ikke kunne trekke konklusjoner på generelt grunnlag om hvilke muligheter de gir utover den oppgaven jeg har testet. Utvalget forskningsdeltakere er heller ikke stort, og alle deltakerne kommer fra samme klasse. Det betyr at studiens resultater vil være begrenset til denne elevgruppen og den konteksten de er hentet fra, og resultatene som forekom kunne vært annerledes ved bruk av den samme oppgaven i en annen elevgruppe.

Flere metodiske valg har også lagt begrensninger for studiens kvalitet. Basert på studiens fortolkende paradigme, vil resultatene være konsekvenser av mine tolkninger som forsker. Det er derfor viktig å nevne at de tolkningene jeg har gjort kan være påvirket av min subjektive tolkning av elevenes arbeid i oppgavesituasjonen. En annen

forsker kunne derfor tolket datamaterialet ulikt. I et neste steg i undersøkelsen av karakteristikkene kunne det vært hensiktsmessig å i tillegg gjennomføre intervju med elevene for å ha muligheten for å få et mer detaljert og nyansert bilde av elevenes opplevelse. For meg har mitt profesjonelle og vitenskapelige skjønn vært avgjørende for å gjøre tolkninger mest mulig objektive og for å sørge for at elevenes arbeid blir presentert på en rettferdig og forsvarlig måte. Ved at jeg gjennomførte en deduktiv analyse vil også analysen være direkte basert på og knyttet til teori, noe som gjør undersøkelsen mer objektiv enn dersom jeg hadde basert analysen på en åpen koding uavhengig av tidligere litteratur.

I analyseprosessen har valget av rammeverk vært sentralt. Gjennom det kognitivt rammeverket til Sfard (2008) og Jeannotte og Kieran (2017) sin modell for matematisk resonnering har jeg fått muligheten til å identifisere aspekter i den designede oppgaven som fremmer arbeid og læring hos elevene. På den måten ble det mulig å vurdere hvilke aspekter som vil være essensielle for å designe gode resonnerings- og bevisoppgaver. Analysen er basert på de nevnte teoriens syn på hvordan læring og utvikling kan observeres hos elever. Andre rammeverk som baseres på et annet syn på læring ville altså kunne ført til en annen oppfatning av datamaterialet. Samtidig har mine valg vært forankret i at de ga mulighet til å se på elevenes arbeid i resonnering og bevis som gjorde det mulig å besvare studiens forskningsspørsmål.

Disse aspektene ved studien er viktige å belyse, men jeg vil likevel påstå at denne studien er et viktig bidrag til forskningsfeltet innenfor utviklingen av bevisoppgaver. Studien viser at oppgaver som legger til rette for et systematisk fokus, bruk av visuelle mediatorer og skiftende roller vil kunne gi en positiv innvirkning på elevens arbeid innenfor temaet. I et fremtidig fokus kan mine resultater være til veiledning for lærere som ønsker å designe eller gjennomføre lignende oppgaver i undervisning.

5.6 Videre forskning

På grunnlag av masterens tidsbegrensning gjennomførte jeg datainnsamling én gang, til tross for at designstudier gjerne gjennomføres i flere sykluser. Siden jeg har beskrevet både prosessen for å samle data samt analyseprosessen min, er det likevel mulig for andre forskere å gjøre den samme eller lignende undersøkelser i andre omstendigheter og med andre elever. Det vil si at studien min kan være utgangspunktet for en ny syklus i designforskning.

Dersom min studie skal tas videre i en ny syklus, er det flere elementer som det er mulig å endre. Først og fremst viser mine resultater at det kan være hensiktsmessig å gjøre forandringer i selve oppgaveteksten. Blant annet viste det seg at oppfordringen om «vis med tegning» ikke hadde fullstendig ønsket effekt. Oppgaveteksten kan altså bli omformulert slik at designprinsippene kan komme til uttrykk på andre måter. Det er også mulig å legge til rette for bruk av visuelle mediatorer ved å enten sette inn tabeller, tallinjer eller andre visualiseringer på oppgavearket eller ved å presentere elevene for konkrete de kan benytte i oppgaveløsningen. En annen mulighet er å gjøre endringer i oppgavesituasjonens omstendigheter, for eksempel hvis studien bli gjennomført i en vanlig klasseromssituasjon hvor elevene ikke blir tatt med på et grupperom. Da kan elevenes lærer være aktiv i oppgavesituasjonen og veilede elevene i arbeidet. Da vil elevene ha mulighet til å stille spørsmål, og de kan kontinuerlig få bekreftelse av arbeidet de gjør.

Som et neste steg i undersøkelser innenfor området er det også mulig å studere designprinsippene gjennom andre oppgaver enn den jeg har designet. Jeg har sett hvordan designprinsippene kommer til uttrykk både hver for seg og samtidig i den designede oppgavens deloppgaver. De hadde altså innvirkning på hverandre. En mulighet for å få bedre innsikt i designprinsippene hver for seg hadde vært å designe en hel oppgave for hvert av prinsippene - for eksempel en hel oppgave hvor det er tiltenkt at elevene skal kunne skape forståelse gjennom et systematisk fokus, altså jobbe innenfor designprinsipp 1. Da vil det være mulig å vurdere ytterligere om elevenes deltakelse forholder seg rituell innenfor dette designprinsippet, eller om også dette designprinsippet har potensiale for å skape utforskende deltakelse blant elevene. Det vil kunne gi mer detaljerte resultater og åpner for en dypere innsikt hvilke muligheter hver karakteristikk gir.

Ut ifra disse momentene viser studien min at den kan være et utgangspunkt for og tas i bruk i en ny syklus. Slik vil min studie legge grunnlaget og muliggjøre for å videreutvikle pedagogisk praksis ytterligere innenfor resonnering og bevis.

6 Avslutning

Formålet med denne studien var å kunne si noe om hvilke muligheter for resonnering og bevis noen karakteristikkene i en oppgave ga for elever på 6.trinn. Karakteristikkene har jeg vurdert basert på elevenes deltakelse i en matematisk diskurs.

Formålet med denne studien har vært å bidra med kunnskap om hvordan man som lærer kan utforme matematikkoppgaver med hensikt om å aktivisere elever i matematisk resonnering og bevis. Denne studien har vist at elever i stor grad kan engasjeres i matematisk resonnering dersom de blir gitt oppgaver hvor det legges til rette for, og at arbeidet innenfor resonneringsprosesser vil gi muligheter for arbeid med bevis. Det vil si at lærere kan muliggjøre for resonnering og bevis gjennom de oppgavene de gir til elever, og karakteristikkene jeg har testet kan legge et grunnlag for hvordan bevisoppgaver kan designes av lærere for elever på mellomtrinnet.

Studien har vist hvordan matematisk resonnering kommer til uttrykk i elevenes arbeid, og funnene har vist at alle tre karakteristikkene førte til resonnering hos elevene. Ved å legge til rette for at elevene jobber systematisk, vil elevene kunne delta i resonnering gjennom leting etter likheter og forskjeller. Videre vil oppgaver som legger til rette for bruk av visuelle mediatorer og at elevene skifter rolle til forklarer, også kunne føre til resonnering. I tillegg åpner de sistnevnte karakteristikkene for å gi elevene mulighet til å jobbe med bevis. Det viser at den designede oppgavens karakteristikkene vil kunne gi elevene mulighet for resonnering, men at de i ulik grad muliggjør for bevis.

Samtidig er det viktig å bemerke at resultatene fra denne studien ikke lar seg generalisere i stor grad. Den designede oppgaven er testet på kun ni elever, og karakteristikkene kan ha en annen effekt i andre elevgrupper. Likevel har studien bidratt med innsikt i hvilke muligheter karakteristikkene kan føre til.

Med et fremtidig fokus ville det vært interessant å undersøke ytterligere hvilke muligheter karakteristikkene kan gi. Det kan man gjøre ved å ta i bruk karakteristikkene i andre oppgaver innenfor temaet resonnering og bevis. Resultater og funn fra denne studien kan også være utgangspunktet for forbedringer og revideringer som kan øke kvaliteten på den designede oppgaven, og som kan legge et grunnlag for en ny syklus i en designstudie. Ved å benytte det kognognitive rammeverket til Sfard (2008) og Jeannotte og Kierans (2017) modell for matematisk resonnering vil det være mulig å sammenligne resultatene med denne studien.

Arbeidet med denne masteroppgaven har gjort det mulig for meg å utvikle kunnskap innenfor temaet resonnering og bevis i matematikk. Denne kunnskapen tar jeg nå med meg inn i en framtid som lærer.

Referanser

- Akker, J., Gravemeijer, K., McKenney, S. & Nieveen, N. (2006). Introducing educational design research. I J. Van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Red.). *Educational design research* (s. 29-63). Routledge.
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77–101.
<https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Bryman, A. (2016). *Social research methods* (5.utg). Oxford University Press.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
<https://doi.org/10.3102/0013189X032001009>
- Cobb, P., Jackson, K. & Dunlap, C. (2016). Design research: An analysis and critique. I D. Kirshner & L. D. English (Red.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 481-503). Routledge.
- Creswell, J. W. (2014). *Research Design: Qualitative, Quantitative and Mixed Methods Approaches* (4.utg.). Sage.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1/2), 103–131.
<https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Ellis, A., Özgür, Z. & Reiten, L. (2018). Teacher moves for supporting student reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 31(2), 107–132.
<https://doi.org/10.1007/s13394-018-0246-6>
- Gravemeijer, K. & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. I J. Van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Red.). *Educational design research* (s. 29-63). Routledge.
- Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 1-16.
<https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>
- Johannessen, L. E. F., Rafoss, T. W. & Rasmussen, E. B. (2018). *Hvordan bruke teori? Nyttige verktøy i kvalitativ analyse*. Universitetsforlaget.
- Kivunja, C. & Kuyini, A. B. (2017). Understanding and applying research paradigms in educational contexts. *International Journal of Higher Education*, 6(5), 26–41.
<http://doi.org/10.5430/ijhe.v6n5p26>
- Kunnskapsdepartementet (2019). Kjerneelementer. *Læreplan i matematikk (MAT01.05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.
<https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer>
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Gyldendal akademisk.
- Lavie, I., Steiner, A. & Sfard, A. (2019). Routines we live by: From ritual to exploration. *Educational Studies in Mathematics*, 101(2), 153–176.
<https://doi.org/10.1007/s10649-018-9817-4>
- Lin, F.-L., Yang, K.-L., Lee, K.-H., Tabach, M. & Stylianides, G. (2012). Principles of task design for conjecturing and proving. I G. Hanna & M. de Villiers (Red.), *Proof and proving in mathematics education: The 19th ICMI study* (s. 305-325). Springer Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6_13

- Mackenzie, N. & Knipe, S. (2006). Research dilemmas: Paradigms, methods and methodology. *Issues in Educational Research*, 16(2), 193–205.
- Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education. I A. Gutiérrez & P. Boero (Red.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (s. 173–204). Sense Publishers.
- Matematikk.org. (u.å.). *Tekstnøtt: Deling av bananer*. Hentet 13. mai 2022 fra <https://www.matematikk.org/tekstnott.html?tid=105031#>
- Maxwell, J. A. (2009). Designing a qualitative study. I Bickman, L. & Rog, D. J. (Red.), *The SAGE Handbook of Applied Social Research Methods* (2.utg., s. 214-253). SAGE Publications, Inc.
- NESH. (u.å.). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. Forskningsetikk. Hentet 13. mai 2022 fra <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/>
- Nordin, A.-K. & Boistrup, L. B. (2018). A framework for identifying mathematical arguments as supported claims created in day-to-day classroom interactions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 51, 15-27. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.06.005>
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1-36.
- Sfard, A. (2006). Participationist discourse on mathematics learning. I *New mathematics education research and practice* (s. 153-170). Brill Sense.
- Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *The Journal of the Learning Sciences*, 16(4), 565-613. <https://doi.org/10.1080/10508400701525253>
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511499944>
- Stylianides, A. J. & Stylianides, G. J. (2013). Seeking research-grounded solutions to problems of practice: Classroom-based interventions in mathematics education. *ZDM*, 45(3), 333-341. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0501-y>
- Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289-321. <https://doi.org/10.2307/30034869>
- Stylianides, A. J. (2016). *Proving in the Elementary Mathematics Classroom*. Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780198723066.001.0001>
- Stylianides, G. J. & Stylianides, A. J. (2017). Research-based interventions in the area of proof: The past, the present, and the future. *Educational studies in mathematics*, 96(2), 119-127. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9782-3>
- Stylianides, G. J. (2008). An analytic framework of reasoning-and-proving. *For the learning of mathematics*, 28(1), 9-16.
- Stylianides, G. J., Stylianides, A. J. & Weber, K. (2017). Research on the teaching and learning of proof: Taking stock and moving forward. I J. Cai (Red.), *Compendium for research in mathematics education* (s. 237–266). National Council of Teachers of Mathematics.
- Valenta, A. & Enge, O. (2020). *Bevisrelaterte kompetanser i læreplanen LK20 for matematikk i grunnskolen*. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.5617/adno.8195>

- Walker, D. (2006). Toward productive design research. I J. Van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Red.). *Educational design research* (s. 29-63). Routledge.
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 458.
<https://doi.org/10.2307/749877>
- Yackel, E. & Hanna, G. (2003). Reasoning and proof. I J. Kilpatrick, W. Martin & D. Schifter (Red.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (s. 227-236). National Council of Teachers of Mathematics.

Vedlegg

Vedlegg 1: Oppgavearket til elevene

Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vedlegg 3: Godkjenning fra NSD

Vedlegg 1: Oppgavearket til elevene

Oppgave: Deling av bananer

10 bananer skal deles ut til et ukjent antall aper. Hver ape må få minst 1 banan, men ingen aper kan ha det samme antallet bananer.

a) Hvor mange aper kan på det meste få banan?



b) Hvilke andre måter kan bananene fordeles? Finn alle mulige løsninger.

a) Hvordan kan dere være sikre på at det ikke finnes flere løsninger enn de dere har funnet? Forklar og vis med tegning.

b) Hvordan ville dere forklart at dere fant alle løsningene for en elev på 2.trinn? Forklar og vis med tegning.



Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vil ditt barn delta i forskningsprosjektet

“Argumentasjon og bevis i matematikk”

Dette er et spørsmål til deg om dine barn kan og ønsker å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se på hvordan barn argumenterer for sine løsninger i matematikk på barneskolen. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Prosjektet er en del av en mastergrad i matematikdidaktikk ved grunnskolelærerutdanning for 5-10 på NTNU. Forskningsarbeidet vil presenteres i en masteroppgave til våren.

I prosjektet skal elever løse matematikkoppgaver i små grupper, med hensikt om å undersøke hvordan elever begrunner sine besvarelser og deres argumentering for hvorfor deres løsning er riktig. Formålet med prosjektet er så å finne ut hvilke type matematikkoppgaver som vil være nyttige å bruke i undervisning for å fremme argumentasjon og begrunnelser fra elevene.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Institutt for lærerutdanning (ILU) ved NTNU er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Ditt barn går i klassen som er valgt ut etter henvendelse fra oss om skolen har mulighet til å stille en klasse til rådighet for dette prosjektet.

Hva innebærer det for deg å delta?

Deltakelse i prosjektet innebærer at eleven, i en liten gruppe sammen med et par andre elever, skal jobbe med noen matematikkoppgaver. Dette vil ta omtrent en undervisningstime, hvor masterstudenten vil være til stede med elevene for å observere. Det vil gjøres videoopptak av arbeidet, som blir transkribert og elevenes navn blir erstattet med fiktive navn slik at det blir anonymisert.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Det vil ikke påvirke ditt forhold til skolen/lærer om du deltar eller ikke. De elevene som velger å ikke delta vil følge vanlig undervisning i de timene prosjektet vil foregå.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Personopplysninger vil kun være tilgjengelig for student og veileder i prosjektet, og de vil oppbevares kryptert og utilgjengelig for uvedkommende.

Skriftlige og muntlige utdrag fra elevenes besvarelser vil bli brukt i masteroppgaven. Deltakerne vil være anonymisert og det vil ikke være mulig å kjenne de igjen siden både skolens og elevens navn vil byttes ut med fiktive navn.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes i mai 2022. Video- og lydopptakene transkriberes og anonymiseres så snart som mulig etter opptak, og deretter vil de bli slettet.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU, Institutt for lærerutdanning har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- NTNU, Institutt for lærerutdanning ved Reidun Persdatter Ødegaard, på epost: reidunp@ntnu.no
- Masterstudent Tina Amalie Schei Brovold, på epost: tabovol@stud.ntnu.no
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen, på epost: thomas.helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Reidun Persdatter Ødegaard
(Forsker/veileder)

Tina Amalie Schei Brovold
(Student)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet "Argumentasjon og bevis i matematikk" og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- At mitt barn deltar i matematisk arbeid hvor det blir gjennomført lyd- og videooptak.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet 25.mai 2022.

(Elevens navn)

(Signert av elev, dato)

(Signert av foresatt, dato)

Vedlegg 3: Godkjenning fra NSD

05.05.2022, 13:04

Meldeskjema for behandling av personopplysninger



Vurdering

Referansenummer

556795

Prosjekttittel

Master - argumentasjon og bevis i matematikk

Behandlingsansvarlig institusjon

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) /
Institutt for lærerutdanning

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Reidun Persdatter Ødegaard, reidunp@ntnu.no, tlf: 92269548

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Tina Amalie Schei Brovold, tinabrovold@gmail.com, tlf: 40764342

Prosjektperiode

01.01.2022 - 25.05.2022

Vurdering (1)

22.02.2022 - Vurdert

OM VURDERINGEN

Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige personopplysninger frem til 25.05.22.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 nr. 11 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse, som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

For alminnelige personopplysninger vil lovlig grunnlag for behandlingen være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 a.

PERSONVERNPRINSIPPER

Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen:

- om lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet.

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Vi vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må prosjektansvarlig følge interne retningslinjer/rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilken type endringer det er nødvendig å melde:

<https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema>

Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

Vi vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Marianne Høgetveit Myhren

Lykke til med prosjektet!

