

Amelie Maria Ericson
Hallvard Kleggetveit

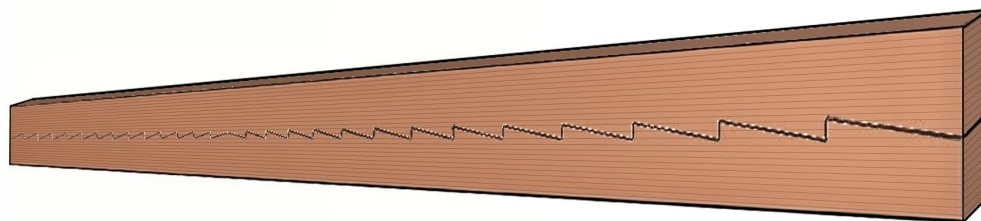
Optimaliserte trebjelker for store spenn

En studie av påvirkningen forspenning og lamelltykkelser har på kapasiteten

Bachelor i ingeniørfag - bygg

Veileder: Marthin Landgraff

Mai 2022



Optimaliserte trebjelker for store spenn

En studie av påvirkningen forspenning og lamelltykkelsen har på kapasiteten

Amelie Maria Ericson og Hallvard Kleggetveit

Gradering: Åpen

Bachelor i ingeniørfag - bygg
Innlevert: Mai 2022
Veileder: Marthin Landgraff

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for vareproduksjon og byggingsteknikk

Oppgavens tittel: Optimaliserte trebjelker for store spenn	Dato: 18.05.2022		
	Antall sider: 90		
	Antall sider vedlegg: 38		
Navn: Amelie Maria Ericson og Hallvard Kleggetveit	Masteroppgave:	Bacheloroppgave	x
Veileder: Marthin Landgraff			

Sammendrag:

Formålet med denne oppgaven er å undersøke hvordan kapasiteten til trebjelker kan påvirkes ved hjelp av alternative geometriske utforminger. Dette blir gjort for å se om det er mulighet for utstrakt bruk av norske trematerialer og på denne måten oppnå miljøforbedringer.

For å bestemme treslag og alternative geometriske utforminger, herunder forspenning og tykkelse på lameller, utføres en litteraturstudie som danner grunnlaget for hvordan kapasiteten i bjelkene kan økes. Hoveddelen av oppgaven baseres på en digital optimalisering ved bruk av analyse i elementmetodeprogrammet Abaqus sammen med optimaliseringsprogrammet Isight. Først optimaliseres geometrien for å oppnå en gunstig forspenning, deretter analyseres forspente bjelker med treslag og lamelltykkelse valgt etter litteraturstudien. Dette resulterer i *tre* optimaliserte bjelker hvorav den ene er av C30 uten bruk av lameller og de andre to består av 16 millimeters lameller av henholdsvis bjørk og gjenbrukstre av gran. Alle tre blir sammenlignet mot referansebjelker. Referansebjelkene for sammenligning er standardbjelken GL 30c og to høykapasitetstrebjelker, Hasslasher og Baubuche.

Med bakgrunn i resultatene fra analysen og diskusjonen konkluderes det med at forspenning etter det optimaliserte tannbjelkeprinsippet øker kapasiteten med omtrent 40 prosent. Videre øker kapasiteten med 12 prosent når lamelltykkelsen senkes fra 40 til 16 millimeter. Når forspenning og 16 millimeters lameller brukes samtidig blir kapasiteten avhengig av materialvalg. Bjørk med middelhøy kvalitet gir kapasiteter på det doble eller høyere sammenlignet med GL 30c. Når gjenbrukstre av gran brukes oppnås noe lavere kapasitet, men fortsatt omtrent det doble av kapasiteten til GL 30c.

Stikkord:

Tannbjelke
Lamelltykkelse
Limtre
Høykapasitetsbjelke
Gjenbrukstre
Bjørk


Forord

Denne bacheloroppgaven markerer slutten på vårt treårige studieprogram utført ved institutt for vareproduksjon og byggteknikk på NTNU i Gjøvik. Studiet er gjennomført som et deltidsstudie over en fireårs periode med studieretning konstruksjonsteknikk.

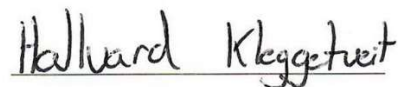
Oppgaven setter søkelys på hvordan alternative geometriske løsninger kan bidra til økt kapasitet for trebjelker med bruk av norske materialer. Gjennomføringen av oppgaven blir gjort digitalt ved bruk av analyse- og optimaliseringsprogram. For å konkretisere resultatene blir de sammenlignet mot eksisterende bjelker.

Vi ønsker å rette en takk til NTNU-ansatte som har bidratt til at denne oppgaven har latt seg gjennomføre. I den anledning ønsker vi å trekke frem Arne Ilseng og Stergios Goutianos for hjelp til bruk av analyseprogrammet Abaqus og Francesco Mirko Massaro for veiledning i bruk av optimaliseringsprogrammet Isight. Vi ønsker også å trekke frem Thomas Haavi som har hatt en stor rolle i valg av oppgave.

Til slutt ønsker vi å rette en stor takk til vår veileder ved NTNU i Gjøvik, Marthin Landgraff, for veiledning og gode innspill gjennom hele prosessen.



Amelie Maria Ericson



Hallvard Kleggetveit

Abstract

This report aims to examine how the capacity of timber beams are influenced when using prestress and changing the thickness of the lamellas. The purpose is to investigate the possibilities for extensive use of Norwegian wood, and thereby achieve the environmental benefits that follows.

To determine the wood species, the thickness of the lamellas and the method for prestress literature will be reviewed to constitute the initial design for the digital optimization of the beams. The main part of the thesis consists of a digital optimization with use of the finite element analyse program Abaqus complemented with the optimization program Isight. The first step is to optimize the geometry to achieve a favourable prestress, then prestressed beams with material and lamellar thickness according to the literature review will be analysed. This will result in *three* optimized beams where one is made of C30 without use of lamellas and the two others consist of 16 millimetres lamellas made by respectively birch and reused fir. These three are the beams that will be used to compare capacities. The reference beams for the comparison are the standard GL30c and two high-capacity beams by the product names Hasslasher and Baubuche.

Based on the results and the discussion that follows a conclusion is made where it states that prestress by using the optimized tooth beam concept will increase the capacity around 40 percent. Also, the capacity will increase by 12 percent when the thickness of the lamellas reduces from 40 to 16 millimeters. When prestress and 16 millimeters lamellas are used together the capacity will be as follows depending on the use of material, birch of good quality obtain double or higher capacity compared to GL 30c. When reused fir is chosen slightly lower capacity increase is reached, but still about the double of the GL 30c.

Innholdsfortegnelse

Forord	iv
Abstract	v
Innholdsfortegnelse	vi
Figurliste.....	ix
Tabelliste	ii
Formelliste.....	i
1 Innledning.....	1
1.1 Bakgrunn	1
1.2 Problemstilling.....	2
1.3 Avgrensing.....	2
1.4 Metoder for å løse oppgaven	2
1.5 Dokumentets oppbygning.....	3
1.6 Bruk av Standard NS-EN 14080	3
2 Teori	5
2.1 Tre som ortotrop materiale	5
2.2 Elastiske materialparametere	6
2.2.1 Elastisitetsmodul og skjærmodul	6
2.2.2 Tverrkontraksjonstallet ν	8
2.3 Bruk av tre og typer tre.....	9
2.3.1 Gran.....	9
2.3.2 Bjørk.....	10
2.3.3 Bøk	11
2.3.4 Gjenbrukstre av gran	11
2.3.5 Mekaniske og fysiske egenskaper	12
2.4 Virkesfeil	12
2.5 Omgjøring til karakteristiske verdier.....	13
2.6 Tykkelsen på lameller.....	16
2.7 Fingerskjøter.....	18
2.8 Lim.....	19
2.9 Friksjon.....	19
2.10 Spenningsfordeling	21
2.11 Tannbjelke.....	21
2.12 Forspenning og deformasjon i bjelken.....	22
2.13 Dimensjonerende kapasitet og last.....	25

2.13.1	Kapasitet.....	25
2.13.2	Last i bruddgrensetilstanden.....	26
2.13.3	Last i bruksgrensetilstanden.....	27
2.14	Elementanalyse.....	27
2.14.1	Digitale hjelpemidler.....	28
2.14.2	Mesh.....	28
3	Case og materialer.....	30
3.1	Beskrivelse av bjelkene.....	30
3.1.1	Optimaliseringsbjelke.....	30
3.1.2	Tannbjelker med 16 millimeters lameller.....	32
3.2	Materialer.....	32
3.2.1	Optimaliseringsbjelke.....	32
3.2.2	Tannbjelker med 16 millimeters lameller.....	33
3.3	Referansebjelker.....	34
3.3.1	Standard limtre.....	34
3.3.2	Bjørkebjelker av lameller.....	34
3.3.3	Bøkebjelke av finer (Baubuche).....	34
3.4	Lastsituasjoner og faktorer.....	35
4	Metode.....	37
4.1	Modellering og analyse.....	37
4.1.1	Program.....	37
4.2	Sensitivitetsanalyse.....	38
4.2.1	Usikre verdier.....	38
4.3	Bjelke for optimalisering.....	40
4.3.1	Modell.....	40
4.3.2	Materialegenskaper og interaksjon.....	42
4.3.3	Randbetingelser og laster.....	43
4.3.4	Type analyse.....	43
4.3.5	Mesh.....	43
4.3.6	Sammenføyning av bjelken.....	44
4.4	Optimalisering.....	45
4.4.1	Program.....	45
4.4.2	Utgangspunkt modell.....	45
4.4.3	Optimaliseringsteknikk.....	45
4.4.4	Parametere, begrensninger og målobjekter.....	46
4.4.5	Optimaliseringsmetodikk.....	48
4.5	Sammenligningsteknikk.....	48

4.5.1	Referansebjelker	48
4.5.2	Databruk fra Abaqus	49
4.6	Kontroll av skjærspenninger.....	50
4.7	Modulering av tannbjelker med lameller.....	52
5	Resultat og diskusjon	53
5.1	Materialvalg.....	54
5.1.1	Diskusjon.....	54
5.2	Sensitivitetsanalyse.....	55
5.2.1	Resultat.....	55
5.2.2	Diskusjon.....	56
5.3	Referansebjelker	58
5.3.1	Resultat.....	58
5.4	Optimalisering	59
5.4.1	Resultat Optimalisering 1	59
5.4.2	Endringer etter optimalisering 1	60
5.4.3	Resultat optimalisering 2.....	61
5.4.4	Diskusjon optimalisert bjelke.....	64
5.5	Sammenligning.....	66
5.5.1	Resultat, bruksgrensetilstanden.....	66
5.5.2	Diskusjon, bruksgrensetilstanden.....	68
5.5.3	Resultat, bruddgrensetilstanden	70
5.5.4	Diskusjon, bruddgrensetilstanden	73
5.6	Kontroll av skjærspenninger.....	74
5.6.1	Resultat.....	74
5.6.2	Diskusjon.....	75
5.7	Avsluttende diskusjon.....	76
5.7.1	Optimalisering og sammenligning	76
5.7.2	Usikkerheter	78
5.7.3	Økonomi, samfunn og miljø.....	82
6	Konklusjon	84
	Litteraturliste	86
	Vedlegg	90

Figurliste

Figur 2.1:	Retninger i tre og matematiske tilnærminger fra sylinderkoordinater	5
Figur 2.2:	Friksjonskraft R som følge av underlag og kraften F	20
Figur 2.3:	Spenningsfordeling for ren bøyning, symmetrisk rektangulært tverrsnitt	21
Figur 2.4:	Tannbjelke	22
Figur 2.5:	Illustrasjon av vinkelendring på grunn av bøyning	23
Figur 2.6:	Differanse mellom øvre og nedre tannplassering	24
Figur 3.1:	Optimaliseringsbjelken vist i to deler	31
Figur 3.2:	Målsetning av optimaliseringsbjelken	31
Figur 3.3:	Tannbjelker med 16 millimeters lameller vist i to deler	32
Figur 4.1:	Koordinatsystem for bruk i elementanalysen	37
Figur 4.2:	Segmentering av bjelken for å oppnå mesh med bedre struktur	39
Figur 4.3:	Tegning av mål for variablene a_i og b_i	40
Figur 4.4:	Segmentering av bjelken	44
Figur 4.5:	Mesh, oversiktsbilde av hele bjelken	44
Figur 4.6:	Utsnitt av mesh, sentrale deler av nedre bjelke	44
Figur 4.7:	Nedre bjelke bøyes oppover	45
Figur 4.8:	Øvre bjelke føres ned slik at tennene kan føres sammen	45
Figur 4.9:	Bjelken sammenpresset	45
Figur 4.10:	Observasjonsområder for optimalisering	47
Figur 4.11:	Utsnitt av bjelke, GL 30c eller Hasslacher i ubelastet tilstand.	48
Figur 4.12:	Utsnitt av Baubucke i ubelastet tilstand	49
Figur 4.13:	Utsnitt av bjelke i $L/2$ med elementer for observasjon	49
Figur 4.14:	Bjelker i gjenbrukstre og bjørk med 16 mm lameller	52
Figur 5.1:	Fargeforklaring for standard spenningsbilde	53
Figur 5.2:	Fargeforklaring for forenklet spenningsbilde	53
Figur 5.3:	Utsnitt av resultat, elementstørrelse 16 millimeter, ustrukturert mesh	56
Figur 5.4:	Utsnitt av resultat, elementstørrelse 16 millimeter, strukturert mesh	57
Figur 5.5:	Utsnitt av resultat, GL30c i bruksgrensetilstand	58
Figur 5.6:	Utsnitt av resultat, GL30c i bruddgrensetilstand	58

Figur 5.7:	Bjalkemidte etter simulering med parametere fra optimalisering 1	60
Figur 5.8:	Observasjonsområde 4, store trykkspenninger etter optimalisering 1	60
Figur 5.9:	Spenningsfordeling ved bjalkemidte etter optimalisering 2	62
Figur 5.10:	Spenningsfordeling i fiberretning ved siste tann etter optimalisering 2	63
Figur 5.11:	Resultater fra sammenligningen, stolpediagram for bruksgrensetilstanden.	66
Figur 5.12:	Utsnitt av resultat, bjørk i bruksgrensetilstanden	67
Figur 5.13:	Resultater fra sammenligningen, stolpediagram for bruddgrensetilstanden.	72
Figur 5.14:	Utsnitt av resultat, bjørk i bruddgrensetilstanden	72

Tabelliste

Tabell 2.1:	Elastiske materialegenskaper i sylinder- og kartesiske koordinater	6
Tabell 2.2:	Fysiske og mekaniske egenskaper for bjørk, bøk og gran	12
Tabell 2.3:	Fastheter for feilfrie mellomstore prøver og karakteristiske fastheter	13
Tabell 2.4:	Mekaniske egenskaper for forskjellige virketyper	16
Tabell 2.5:	Sammenstilling av studiene	17
Tabell 3.1:	Mekaniske og fysiske egenskaper for bjelkene	33
Tabell 3.2:	Mekaniske og fysiske egenskaper for referansebjelkene	35
Tabell 3.3:	Lastsituasjon for bruksgrensetilstanden og bruddgrensetilstanden	36
Tabell 4.1:	Enheter brukt i modellering og resultater i Abaqus	37
Tabell 4.2:	Materialkonstanter for bjelken som er brukt til optimalisering	43
Tabell 4.3:	Grenser for parametere for første optimalisering	46
Tabell 4.4:	Observasjonsområder med verdier for utgangspunktmodell	47
Tabell 4.5:	Materialegenskaper for bjørk og gjenbrukstre som brukes i Abaqus	52
Tabell 5.1:	Avvik $\Delta\sigma$ mellom spenninger for valgte elementer ved maksimale og minimale verdier av de usikre parametere	55
Tabell 5.2:	Resultater parametere etter optimalisering 1	59
Tabell 5.3:	Resultater spenninger for observasjonsområde 1 og 3 etter optimalisering 1	59
Tabell 5.4:	Inngangsverdier, grenser og utdata for optimalisering 2	61
Tabell 5.5:	Spenninger i observasjonsområder etter optimalisering 2	62
Tabell 5.6:	Tannstørrelser for og etter optimalisering	63
Tabell 5.7:	Resultat fra sammenligningen i bruksgrensetilstanden.	66
Tabell 5.8:	Ekstremalspenninger i tannområdet for tannbjelken med 16 millimeters lameller av bjørk.	68
Tabell 5.9:	Resultat fra sammenligningen i bruddgrensetilstanden	71
Tabell 5.10:	Resultat, kontroll av skjærkapasitet	74

Formelliste

Formel 2.1:	Elastisitetsmodul	6
Formel 2.2:	Karakteristisk elastisitetsmodul for bartre	7
Formel 2.3:	Karakteristisk elastisitetsmodul for løvtre	7
Formel 2.4:	Karakteristisk elastisitetsmodul for limtre	7
Formel 2.5:	Skjærmodul.	7
Formel 2.6:	Tverrkontraksjonstall	8
Formel 2.7:	Samband mellom tverkontraksjonstall og elastisitetsmoduler	9
Formel 2.8:	Aritmetisk middel	14
Formel 2.9:	Varians	14
Formel 2.10:	Standardavvik	14
Formel 2.11:	Reduksjonsfaktor for tester med begrenset utvalg	14
Formel 2.12:	Omvandling fra testverdier til karakteristisk verdi	14
Formel 2.13:	Omvandling fra bøyekapasitet til strekkapasitet, karakteristisk	15
Formel 2.14:	Omvandling fra bøyekapasitet til trykkapasitet, karakteristisk	15
Formel 2.15:	Forsterkningsfaktor for kapasitet, lamelltykkelse 40-25 mm	16
Formel 2.16:	Statisk friksjonskraft	20
Formel 2.17:	Kinetisk friksjon	20
Formel 2.18:	Vinkelendring i en avstand x fra ytterkant av bjelken	24
Formel 2.19:	Vinkelendring i ytterkant av bjelken	24
Formel 2.20:	Lengdeendring mellom øvre og nedre bjelkedel	24
Formel 2.21:	Skjærdeformasjon	25
Formel 2.22:	Dimensjonerende materialfasthet	25
Formel 2.23:	Høydefaktor	26
Formel 2.24:	Dimensjonerende lastsituasjon	26
Formel 2.25:	Ofte forekommende lastkombinasjon	27
Formel 4.1:	Sammenheng mellom lengden på tennene, ikke skalert	41
Formel 4.2:	Skalert lengde på tennene i nedre bjelke	41
Formel 4.3:	Middelverdi av en kvadratisk funksjon	42
Formel 4.4:	Skalert lengde på tennene i øvre bjelke	42
Formel 4.5:	Høyde på tennene	42

Formel 4.6:	Restkapasitet	50
Formel 4.7:	Relativ kapasitet	50
Formel 4.8:	Skjærkapasitet ved opplagre	51

1 Innledning

1.1 Bakgrunn

Med bakgrunn i FNs bærekraftsmål nummer 13 «*Stopp Klimaendringene*» og derav statlig satsing på kortreist- og bærekraftig materiell til bruk i byggeprosjekter ønsker vi å se nærmere på bruk av tre i større trekonstruksjoner.

Tre som bygningsmateriale har lange tradisjoner som strekker seg langt tilbake i tid. Imidlertid har bruken i Norge først og fremst blitt begrenset til mindre bygninger etter at stål og betong kom på markedet for fullt under den industrielle revolusjonen. De siste årene har dette derimot snudd, som følge av økt fokus på klima og miljø. Selv om majoriteten av nye bygg fremdeles bygges i betong og stål, blir stadig flere større bygg satt opp i tre. Denne trenden vil trolig forsterkes. Dette bekrefter også sivilingeniør i Norconsult, Simen Wahlstrøm. Han påpeker at det om kort tid kommer en revidert byggteknisk forskrift som sannsynligvis vil inneholde krav om klimagassregnskap for nye bygg, noe som sammen med føringene lagt av regjeringen for bruk av lokale ressurser tyder på økt bruk av tre fremover (Norconsult, 2022).

Overnevnte føringer stiller tre i en særposisjon, da tre er en lokal ressurs i tillegg til å ha liten klimapåkjønning. Dette kommer av at tre også er en fornybar ressurs som evner å ta opp karbondioksid gjennom hele sitt livsløp og dermed har et lavt karbonavtrykk, på samme tid som at den krever lite bearbeiding og transport. I rapport *Helhetlig miljøvurdering av byggematerialer* gjennomført av Asplan Viak for Husbanken fra 2015 blir flere byggematerialer vurdert. I overnevnte rapport konkluderes det med at forutsetningene i analysen gir store variasjoner i verdiene for karbondioksidekvivalenter, men at rangeringen er konstant ved at trekonstruksjonene har lavest utslipp (Solli, 2015, s.71). Dette understreker viktigheten av å se på mulighetene for økt bruk av tre også for konstruksjoner som i dag bygges ved hjelp av andre metoder.

1.2 Problemstilling

Underveis i studieretningen konstruksjonsteknikk har vi stadig erfart at tre som konstruksjonsmateriale har gode muligheter for å bli brukt i større bygninger og over større spenn, men at dette ofte resulterer i høye tverrsnitt eller fagverksoppbygninger. Dette kan lett oppleves som et dårligere alternativ da dagens bygninger allerede er presset på etasjehøyder og økt etasjehøyde vil føre til økt materialbruk. På dette grunnlag, sammen med et stadig økende fokus på lokal materialbruk, ønsker vi å undersøke mulighetene for å optimalisere allerede velkjente dimensjoner av tre for å få de til å fungere også over lengre spenn med store laster. Optimaliseringen skal gjøres med bærekraftige materialvalg og alternative geometriske utforminger, herunder forspenning og lamelltykkelse. Av hensyn til dagens miljøfokus og overnevnte utfordringer har vi formulert problemstillingen i følgende spørsmål:

Hvordan påvirkes kapasiteten i trebjelker ved bruk av alternative geometriske løsninger og norsk materiell sammenlignet med eksisterende bjelker?

1.3 Avgrensning

Bjelkene som skal ses på, er avstivede bjelker som ikke på noen måter kan knekke ut om akser utenom belastningsretning. De er også fritt opplagt uten forbindelser. Bjelkene er regnet for bruk i store bygg hvor det er lange spenn. Dette gjør at vi tar for oss bjelker av en bestemt lengde, høyde og bredde, og andre dimensjoner blir ikke vurdert. Det vil ikke bli gjennomført beregninger eller kontroller mot ulykkestilstanden. Bjelkene er konstruert for bruk uten store fuktpåkjenninger, noe som fører til at de kun vil bli vurdert for klimaklasse 1 og 2. I denne omgang vil det også kun ses på norske tresorter.

1.4 Metoder for å løse oppgaven

Utgangspunktet for oppgaven er et litteraturstudie hvor det undersøkes hvordan kapasiteten til trebjelker påvirkes av materialer og geometrisk utforming, herunder forspenning og lamelltykkelse. Dette danner grunnlaget for utformingen av bjelkene som skal bli optimalisert. Gjennom digital optimalisering basert på elementmetoden bestemmes den geometriske utformingen av bjelken. Deretter utføres analyser av bjelker med optimalisert

geometri og materialvalg. Avslutningsvis vil bjelkene bli vurdert i bruks- og bruddgrensetilstanden hvor hensikten er å sammenligne mot et utvalg av konvensjonelle standard- og høykapasitets-bjelker.

1.5 Dokumentets oppbygning

Oppgaven er forsøkt løst i den mest hensiktsmessige rekkefølge hvor dokumentet er bygd opp basert på seks hovedkapitler med flere underordnede kapitler. Tabeller, figurer og vedlegg er satt i *kursiv* i tekst og er referert til basert på tilhørende hovedkapittel.

Kapittel 1, INNLEDNING: Kort introduksjon til tema, bakgrunn og omfang av oppgaven.

Kapittel 2, TEORI: Skal dekke det teoretiske området som oppgaven beveger seg inn på.

Kapittel 3, CASE OG MATERIALER: Presentasjon av feltområdet og de konkrete bjelkene som skal jobbes med gjennom oppgaven.

Kapittel 4, METODE: Gir en beskrivelse av hvilke hjelpemidler og metoder som er planlagt brukt og hvordan disse skal brukes for å løse oppgaven.

Kapittel 5, RESULTAT/DISKUSJON: Kapitlet vil bli delt opp i flere underkategorier hvor resultatet for hver enkelt underkategori vil bli diskutert fortløpende i tekst da resultatet i en del, kan være styrende for neste del. Til slutt kommer en avsluttende diskusjon.

Kapittel 6, KONKLUSJON: Beskriver i hvilken grad problemstillingen ble besvart og veien videre for konseptet/oppgaven.

1.6 Bruk av Standard NS-EN 14080

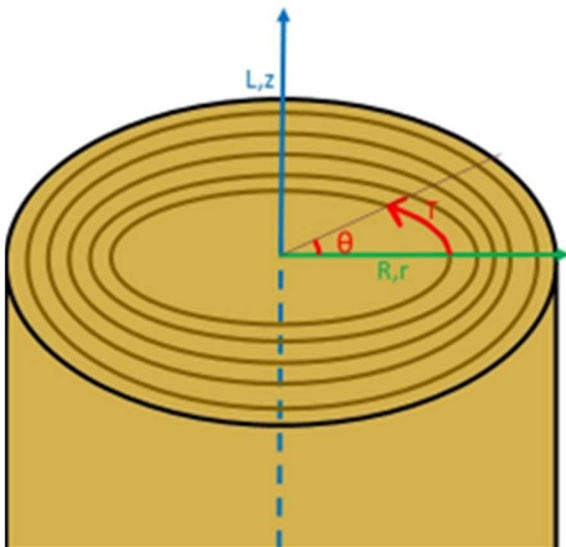
NS-EN 14080 Trekonstruksjoner: Limtre og limt laminert heltre har gitte begrensinger og omfang standarden omfatter, deriblant hvilke treslag standarden kan brukes på. Denne oppgaven omhandler også treslag som ikke inkluderes her. I tillegg gjelder *NS-EN 14080* for standard limtrebjelker, noe som ikke kan antas å være helt overførbart til en bjelke som er forspent med hjelp av tenner. Standarden blir likevel brukt som utgangspunkt flere ganger under oppgaven da den anses som en tilnærming også for andre typer treslag. For å ta hensyn

til at den ikke er designet for alle tilfeller i denne oppgaven, er den brukt konservativt og komplettert med data fra andre kilder.

2 Teori

2.1 Tre som ortotropt materiale

Bell beskriver betraktningen av tre som ortotropt i boken *Dimensjonering av trekonstruksjoner*. Samme fagområde behandles også av Bodig i *Mechanics of wood and wood composites* og følgende avsnitt bruker begge kildene. Tre er på mikronivå et komplisert anisotropt materiale med variasjoner av egenskaper i flere retninger. På detaljnivået som er nødvendig for dimensjonering av trekonstruksjoner, er det å betrakte tre som ortotropt likevel en riktig tilnærming. Dette innebærer at materialet har konstante egenskaper langs tre ortogonale retninger. I treets tilfelle uttrykkes disse matematisk med sylinderkoordinater: langsetter fiberretningen L, radielt ut fra senter av stammen R og tangentialt T som følger årringene.



Figur 2.1: Retninger i tre og matematiske tilnærminger fra sylinderkoordinater

Treets egenskaper langs R- og T-retning er ikke identiske, men de er like nok til at tre kan betraktes som et todimensjonalt ortotropt materiale til beregninger for trekonstruksjoner. Sammenlignet med avvikene knyttet til virkefeil er avvikene mellom R og T-retningene små, noe som fører til at forenklingen ikke utgjør nevneverdige forskjeller. (Bell, 2017, s.49-50; Bodig, 1993, s.87-88). Dette er en viktig forenkling som gjør det unødvendig å vite

opprikkelsen for hvert enkelt trestykke og fører til at materialkonstantene, elastisitetsmodul, skjærmodul og tverrkontraksjonstall kan settes lik i begge retninger som er ortogonale mot fiberretningen. Oversatt til et kartesisk koordinatsystem innebærer det at egenskapene er like i y og z-retning dersom x-retningen er definert som retningen til trefibrene.

Tabell 2.1:

Elastiske materialeegenskaper i sylinder- og kartesiske koordinater

E-modul			Tverrkontraksjonstall			G-modul		
Fiberretning, radiell og tangentiell retning								
E _L	E _R	E _T	ν _{LR}	ν _{LT}	ν _{RT}	G _{LR}	G _{LT}	G _{RT}
Oversatt til kartesiske koordinater								
E _x	E _y	E _z	ν _{xy}	ν _{xz}	ν _{yz}	G _{xy}	G _{xz}	G _{yz}

2.2 Elastiske materialparametere

Som beskrevet betraktes her tre som et ortotrop materiale. Bodig forklarer videre at denne definisjonen innebærer at det ikke er noen kobling mellom tøyning og skjær eller mellom skjær i forskjellige plan. Dette fører til at det kun er *tre* elastiske materialparametere per egenskap som vi må forholde oss til (Bodig,1993, s.88).

2.2.1 Elastisitetsmodul og skjærmodul

Elastisitetsmodulen er forholdet mellom spenning som materialet utsettes for og tøyningen som oppstår som følge av spenningen, hvor sammenhengen følger HOOKEs lov (Bodig,1993, s.89). Dermed kan elastisitetsmodulen bestemmes i forsøk ved å la et prøvestykke utsettes for spenning og tøyninger i *m*-retning og måle disse egenskapene, hvor en høy elastisitetsmodul betyr at tøyningen for en gitt spenning er liten. Resultatet blir at elastisitetsmodulen E_m beregnes som følger:

$$E_m = \frac{\sigma_m}{\varepsilon_m} \quad (\text{Formel 2.1})$$

hvor σ_m er spenning i *m*-retning og

ε_m er tøyning i *m*-retning.

I henhold til *NS-EN 14358 Trekonstruksjoner: Beregning og verifisering av karakteristiske verdier* finnes middel- og karakteristiske verdier for elastitetsmodulen i fiberretningen, henholdsvis $E_{0,mean}$ og $E_{0,05,i}$ på følgende måte for konstruksjonsvirke:

$$E_{0,05,mjukved} = 0,67 \cdot E_{0,mean} \quad (\text{Formel 2.2})$$

$$E_{0,05,hardved} = 0,84 \cdot E_{0,mean} \quad (\text{Formel 2.3})$$

og for limtre som følger:

$$E_{0,05} = \frac{5}{6} \cdot E_{0,mean} \quad (\text{Formel 2.4})$$

hvor $E_{0,mean}$ er middelverdien for en ubegrenset stor mengde tester.

Skjærmodulen bestemmes i samme type forsøk og uttrykker hvor mye et materiale tøyes for en gitt skjærspenning. I likhet med elastitetsmodulen, betyr en høy skjærmodul at tøyningen for en gitt spenning er liten. Dette gir følgende formel:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad (\text{Formel 2.5})$$

hvor τ er spenning og

γ er tøyning

Bodig forklarer i sammenheng med forenklingen av å betrakte tre som ortotrop materiale jevnført *kapittel 2.2.1*, at treets sterkt ortotropiske oppbygning hvor det har mye høyere elastisitet- og skjærmodul i fiberretning enn i radiell- og tangentiell retning, påvirkes modulene sterkt dersom lengderetningen til treet avviker fra fiberretningen (Bodig, 1993, s.88). Derfor må modulene defineres i forskjellige retninger og som Bell beskriver i boken *Dimensjonering av trekonstruksjoner* gjøres dette for konstruksjonstre i fiberretning og 90 grader på fiberretning, hvor E_{90} beregnes som E_0 dividert med 30 og G_0 beregnes ved E_0 dividert med 16 (Bell, 2017, s.65). Videre beregnes også G_{90} som G_0 dividert med 10 (Habtemichael, 2021, s.14).

2.2.2 Tverrkontraksjonstallet ν

Lagace viser i presentasjonen *Engineering Constants* at forholdet mellom to ortogonale normaltøyninger gir tverrkontraksjonstallet, også kalt *Poissons-tall*. Dette tallet uttrykker tøyningen i retning m som er et resultat av en tøyning i retning n ved spenning i kun n -retning (Lagace, 2002, s.4). Verdien kan dermed bestemmes i forsøk hvor et prøvestykke utsettes for en spenning i n -retning og tøyninger måles i både n - og m -retning. Lagrace presenterer følgende formel for tverrkontraksjonstallet ν_{nm} for et prøvestykke utsatt for spenning i n -retning:

$$\nu_{nm} = \frac{-\varepsilon_m}{\varepsilon_n} \quad (\text{Formel 2.6})$$

hvor ε er tøyning i henholdsvis m - og n -retning

Bell beskriver i boken *Konstruksjonsmekanikk del II Fasthetslære* at tverrkontraksjonstallet varierer mellom 0 og den teoretiske øvre grensen på 0,5. Om denne grensen overskrides innebærer det at et materiale utsatt for strekk får redusert volum (Bell, 2015, s.53). Gjennom å studere de omfattende tabellene som D.W. Green presenterer i kapittel 4 i *Wood handbook- Wood as an engineering material* kan det leses at denne grensen ikke overskrides for mykved, men for hardved er verdier mellom 0,5 og 0,7 vanlig for ν_{RT} . Fra samme tabeller kan det leses av hvordan tverrkontraksjonstallet varierer med valg av treslag og retninger mellom LT og LR. For LR retningen er variasjoner mellom treslag små. Forskjellen på verdiene i LT og spesielt i RT retning er større (Green, 1999). Om endring til kartesisk koordinatsystem utføres som beskrevet i *kapittel 2.1* er det vanlig å bruke forenklingen at $LT=RT$. Etter denne forenklingen fører verdiene fra Green til en mulig variasjon fra 0,32 til 0,7 når gran, bjørk og bøk blir vurdert. Hovedforskjellen her ligger i valg av treslag.

I boken *Mechanics of wood and wood composites* presiserer Bodig at det vil være nyttig å forholde seg til en middelvei i slike tilfeller. Med forenklingen $LR=LT$ og ν_{LT} rundet opp fra 0,37 til 0,40 for bedre overensstemmelse med verdiene i tabellene til Green får en følgende verdier: $\nu_{LT} = 0,40$ og $\nu_{RT} = \nu_{RT} = 0,44$ (Bodig, 1993, s.117).

I presentasjonen *Engineering Constants* av Lagace kan det leses at et ortotropisk materiale har seks tverrkontraksjonstall, men ikke alle er nødvendige å definere da tverrkontraksjonstallet i de forskjellige retningene i et anisotropisk, og dermed også ortotropiske materialer, er relaterte etter følgende formel (Lagace, 2002, s.4):

$$\nu_{nm}E_m = \nu_{mn}E_n \quad (\text{Formel 2.7})$$

hvor ν_{nm} er tverrkontraksjonstall i m -retning ved kraft i n -retning og E er elastisitetsmodul for henholdsvis m - og n -retning.

Dermed kan ν_{nm} alltid beregnes om ν_{mn} og elastisitetsmodulene er kjente. Derfor er antallet uavhengige tverrkontraksjonstall tre stykker. Som Bodig beskriver er det vanlig å angi ν_{LR} , ν_{LT} , og ν_{RT} , noe som også er anbefalt fordi dette er de største verdiene og derfor minst avhengige av nøyaktige målinger under testingen (Bodig, 1993, s.115).

2.3 Bruk av tre og typer tre

I Norge er det lange tradisjoner for bruk av tre som bygningsmateriale, både som fasadeløsninger ifra lauvtrær og bartrær og som konstruksjonsmateriale først og fremst fra bartrær som gran og furu (Flatland, 2012). Flatland forteller at det historisk har vært store variasjoner mellom de geografiske områdene i landet knyttet til hvordan trevirket har blitt brukt. Treslag og bruksområde er fra gammelt av erfaringsbasert, men også tilgangen til de forskjellige råstoffene har hatt stor betydning for hva som er brukt forskjellige steder i landet (Flatland, 2012). Siden denne oppgaven setter søkelys på konstruksjonselementer og optimaliseringer ved hjelp av blant annet treslagets egenskaper, vil det være nødvendig å hente ut materialdata for noen valgte typer tresorter og materialer. Disse blir bestemt ut fra ressurstilgang i Norge og de mekaniske egenskapene tresortene/materialene har. Egenskapene for de forskjellige tresortene blir sammenstilt i *tabell 2.2*. i slutten av delkapittelet.

2.3.1 Gran

«Litt forenklet kan vi si at granskogen utgjør rundt halvparten av det totale volumet av tre i Norge, og omtrent halvparten av årlig samlet tilvekst av alle våre treslag» (Store Norske Leksikon, 2022, avsnitt 2).

Dette betyr at den stående mengden med tømmer av grantre er på omtrent 400 millioner kubikkmeter, og en årlig tilvekst på omtrent 12 millioner kubikkmeter. Grantre har i utgangspunktet ikke en naturlig spredning i alle deler av Norge, men finnes i de fleste lavereliggende dalstrøk, da det har vært en stor satsing på gran grunnet sin evne til å bli

hogstmoden relativt raskt om god bonitet foreligger (Store Norske leksikon, 2022). Dette gjør at granen er en stor, og ikke minst kortreist og lett tilgjengelig ressurs.

I Fokus på tre sin publikasjon *Nr. 28 Gran*, kommer det frem at granen sine fysiske og mekaniske egenskaper gjør at den blir mest brukt til bygningsmessige formål, både som eksteriør, men også i svært stor grad konstruksjonsvirke. Dette henger sammen med at granen tørker lett, har lav densitet, tømmerstokkene er i stor grad rette med lange fibre, i tillegg til å ha relativ god styrke.

2.3.2 Bjørk

I de to kommende avsnittene brukes Fokus på tre sin publikasjon *Nr. 35 Bjørk* fra 2004 av J. Bramming, K. Vadla, Trekteknisk og Skogforsk som underlag. Det finnes tre typer bjørkearter i Norge; dunbjørk, hengebjørk og dvergbjørk. Siden dvergbjørk vil ha et mindre potensial knyttet til bærende konstruksjoner, ser vi her bort fra denne typen og setter søkelys på dunbjørk og hengebjørk, videre referert til som *bjørk*. Bjørkeskogen har stor geografisk utstrekning i Norge, og finnes ifra Sørlandet og hele veien opp til Oksevågdaalen på 70,57 grader nord. I publikasjon *Nr. 35* som viser til en undersøkelse i år 2000, er det beskrevet at bjørkeskogen utgjør hele 2/3 av all lauvtreskog i Norge, noe som da utgjør omtrent 100 millioner kubikkmeter med stående tømmer og en tilvekst på omtrent 3 millioner kubikkmeter per år. Ifølge landsskogtakseringen gjennomført av Statistisk sentralbyrå har det vært en stor økning på stående tømmer på nettopp lauvtreskogen, og ved å anta at det fortsatt er en fordeling på 2/3 bjørk, vil det nå stå omtrent 167 millioner kubikkmeter med bjørkeskog (Statistisk sentralbyrå, 2021).

De fysiske og mekaniske egenskapene til bjørken vil fra et konstruksjonsperspektiv være gode, spesielt ved å se på konstruksjoner i klimaklasse 1 og 2, fordi disse konstruksjonene vil ha små variasjoner i fuktopptak som gjør at elastitetsmodulen holdes høy. Det må pekes på at bjørk har noe større volumøkning og mer vridde virkestykker enn bartre som gran og furu, noe som vil være spesielt viktig med tanke på uttørking før bearbeiding som liming, saging og valg av materiell. Dagens bruk av bjørk er i hovedsak til innredning og innredningsarbeid da det er et pent og lyst materiale, men som publikasjon *Nr.35* sier har også bjørk andre potensial som «(...) *trevirkets gode styrkeegenskaper tilsier økende etterspørsel i fremtiden. Mindre dimensjoner og lyse konstruksjoner er ofte ønskelig der hvor den bærende konstruksjonen er synlig*» (Bramming et al, 2004, s.6).

2.3.3 Bøk

Bøkeskoger er det svært lite av i Norge, da det kun er lokale områder i Sørøst-Norge samt noen mindre forekomster på Vestlandet (Fjellstad, 2017). Av denne grunn finnes det ikke tall over hvor stor tilvekst og stående tømmer det finnes av denne type skog her til lands.

Bøk har veldig gode mekaniske egenskaper, da det er sterkt og med gode bøyeegenskaper. I tillegg er det også regnet for å være pen materiell (Tretknisk, 2009). Grunnen til at en likevel ønsker å trekke frem bøk, er at treets styrke er stor og det har blitt utviklet høykapasitetsbjelker basert på bøk som også er mulig å få tak på her i Norge. Siden disse bjelkene er aktuelle for sammenligning, blir bøkbejelken og dens egenskaper presentert i *kapittel 3.3.3*.

2.3.4 Gjenbrukstre av gran

I tillegg til de tre overnevnte tresortene ønsker vi å se på hvilke muligheter det er ved bruk av gjenbrukstre. Det er mange bygninger, spesielt eldre, som innehar materiell som er enkelt å gjenbruke da forbindelsene er typiske uten spesielt mye festemidler i tillegg til at materialene ofte er egnet for formålet. Dette vil si at virke brukt i reisverk som oftest var det beste materialet. Dette bekreftes av Andreas Stenstad fra Tretknisk under et foredrag om gjenbrukstre onsdag 12. januar 2022.

Vinteren 2022 har Omtre, sammen med en bachelor-gruppe fra NTNU i Gjøvik, plukket ned et bygg med eldre materialer. Komponentene som ble plukket ned ble testet, hvor vi har fått tilgang til testresultatene. Gruppen fikk tatt ut 10 staver på omtrent 100 millimeter ganger 120 millimeter som var å regne som gode komponenter. Dette var en relativ normal størrelse på staver for denne tidsperioden, noe som bekreftes i boka *Beresystem for eldre norske trehus* ved at fire-, fem- og sekstommers materiale var det vanligste dimensjonene (Godal et al, 2018, s.25). Riktignok fantes det større dimensjoner i låven, men ikke noe som ble tatt ut helt. Konstruksjonselementene som ble brukt i testen ble plukket ut av en luftig låve oppført på sent 1800-tallet, hvor stavene hadde blitt brukt som strekkstaver. I testen ble alle stavene kjørt til brudd for å få ut en gjennomsnittlig bruddverdi. Av disse testene har vi tatt ut relevante data og verdier som blir presentert i *kapittel 2.5*.

2.3.5 Mekaniske og fysiske egenskaper

Under blir tresortene listet opp med verdier for utplukkede fysiske og mekaniske egenskaper. Verdiene en trekker frem, er verdier som kan bli brukt som grunnlag i videre beregninger og er følgende: Bøyefasthet, strekkfasthet, trykkfasthet, skjærfasthet, elastisitetsmodul og densitet ved 12 prosent fuktighet. Tallene presenteres i *tabell 2.2* og er for feilfritt virke og er hentet fra rapport *Nr. 33* fra Treteknisk i 1996 og en publikasjon fra Treteknisk i 2016, begge angående treets egenskaper.

Tabell 2.2:

Fysiske og mekaniske egenskaper for bjørk, bøk og gran

	Bjørk		Bøk		Gran		Enhet
	1996	2016	1996	2016	1996	2016	
Bøyefasthet	105	105	123	121	78	87	MPa
Strekkfasthet	137	134	135	132	90	116	MPa
Trykkfasthet parallelt fiber	50	50	55	61	43	39	MPa
Skjærfasthet	11,7	12,1	8,0	7,8	6,7	6,8	MPa
E-modul	14900	14700	13700	15700	11000	10000	MPa
Densitet	610		720		420		kg/m ³

I tabellen ovenfor kan en se en variasjon mellom dataene som er hentet ifra forskjellige tidspunkt og steder. Dette tyder på en usikkerhet, noe som også står i stil til at råstoff i tre kan være av varierende kvalitet. Av konservative grunner brukes den laveste av hver enkelt verdi videre. Dette vil ikke ha noe stor innvirkning på resultatene så lenge en fokuserer på sammenligning av flere tresorter og materiell.

2.4 Virkesfeil

Bell forklarer i boken *Dimensjonering av trekonstruksjoner* hvordan de karakteristiske fasthetene som brukes for konstruksjonstre og limtre tar høyde for virkesfeil som svekker treets fastheter. Hvilken styrkeklasse treet plasseres i er i stor grad avhengig av hvor mye virkesfeil det aktuelle stykket inneholder. Jo nærmere feilfritt virke, desto bedre strekk- og trykkfasthet og dermed også bøyefasthet. Med feilfritt virke menes trevirke uten kvister, sprekker og fiberhelling. Denne typen virke er mye brukt i testing av tre, men for

dimensjonering med trekomponenter må en i virkeligheten alltid ta hensyn til virkesfeil (Bell, 2017, s.61 og s.69).

Verdiene som kommer frem i *tabell 2.2* er som nevnt for feilfritt virke, og det vil være verdier som er for høye for styrkeberegninger. En må av denne grunn ta et valg for hvilken styrkeklasse som skal brukes videre som et utgangspunkt. I *tabell 2.3* nedenfor er karakteristiske verdier for C24, C30 og C40 hentet fra *NS-EN 338* for mykved, det vil si gran og furu. Verdien for feilfritt virke i *tabell 2.3* er de laveste verdiene hentet fra *tabell 2.2* for gran. En ser her en stor forskjell mellom bøyefastheten til konstruksjonstre og feilfritt virke. Trykkfastheten ligger på rundt 50-70 prosent av det feilfrie virket mens strekkfastheten er mye lavere. Som Bell skriver i boken *Dimensjonering av trekonstruksjoner* kommer dette av at strekkfastheten påvirkes i mye større grad enn trykkfastheten av virkesfeil slik som kvister og fiberretting. Ettersom at bøyefasthet er en nominell størrelse som kommer av kombinasjonen trykkfasthet og strekkfasthet blir også denne sterkt påvirket av virkesfeil (Bell, 2017, s.61).

Tabell 2.3:

Fastheter for mellomstore prøver av feilfritt virke og karakteristiske fastheter. Kapasitetsdata hentet fra NS-EN 338 - Fasthetsklasser s.9

	Feilfritt [MPa]	Karakteristisk [MPa]			% av feilfri kapasitet		
	Gran	C24	C30	C40	C24	C30	C40
Trykkfasthet	39	21	24	27	54	62	69
Strekkfasthet	90	14,5	19	26	16	21	29
Bøyefasthet	78	24	30	40	31	38	51

2.5 Omgjøring til karakteristiske verdier

De karakteristiske verdiene i *tabell 2.3* gjelder for gran. For bruk av bjørk, bøk og gjenbruksmaterieill vil det imidlertid være behov for andre verdier. Basert på at hardved som bøk og bjørk har teoretisk større styrke enn gran og furu, brukes et forhåndstall basert på verdiene for C24, C30 og C40 i *tabell 2.4*. C24 til C40 brukes som grunnlag siden dette vil være de normale kvalitetene brukt som limtrekomponenter av bartrevirke, og forhåndstallet er da ment som en styrkeindikator basert på at hardvedvirke er likt fordelt. Dette er riktignok en tilnærming da det også finnes styrkeklasser for hardved omtalt som D-klasser. Selv om D-klassene listet opp i *NS-EN 338* har høyere maksimal styrke, anses dette som lite relevant for

oppgaven da det ikke beskriver potensialet som finnes i de ulike treslagene. Å bruke potensialet ved et forholdstall kan derfor forsvares om det blir brukt tynne lameller og fingerskjøter slik at treets opprinnelige styrke blir videreført i størst mulig grad.

For å bestemme kapasiteten til gjenbruksmaterialet, ble det som nevnt gjennomført tester av bachelor-gruppen som tok ned den aktuelle låven. Siden verdiene som kom ut av testene er bruddverdier, må en omgjøre disse til karakteristiske verdier ved å anta en normalfordeling og varians for så å finne femprosent-fraktilen. Dette gjøres ved hjelp av formler fra *Dimensjonering av trekonstruksjoner* av Kolbein Bell fra 2017 s. 22-23. Metoden i Bell står i stil til standardmetoden fra *NS-EN 14358 Trekonstruksjoner: Beregning og verifisering av karakteristiske verdier* s.5-6.

Karakteristisk fasthet $f_{i,k}$ finnes som følger:

Finner det aritmetiske middel m_R og variansen av x $\text{Var}(x)$:

$$m_R = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad (\text{Formel 2.8})$$

$$\text{Var}(x) = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - m_R)^2 \quad (\text{Formel 2.9})$$

hvor n er antall verdier og

x er verdien.

Dette gir standardavviket:

$$\sigma_R = \sqrt{\text{Var}(x)} \quad (\text{Formel 2.10})$$

Ut fra overnevnte finnes femprosent-fraktilen, hvor k_R settes lik 1,65 ved en normalfordeling for en uendelig stor mengde. Siden dette er et relativt lite utvalg, må dette bli tatt høyde for ved å bruke følgende forenklede formel for reduksjonsfaktor k_R :

$$k_R(n) = \frac{6,5n+6}{3,7n-3} \quad (\text{Formel 2.11})$$

Deretter beregnes den karakteristiske verdien som følger:

$$R_k = m_R - k_R \cdot \sigma_R \quad (\text{Formel 2.12})$$

Verdiene for gjenbruksreet er funnet ved hjelp av bøyetest. Det betyr at egenskaper for trykk og strekk må antas ut fra opptredene bøyemoment ved brudd. I bøyetesten som ble utført, er det en 50/50 prosent fordeling på henholdsvis skjærbrudd og momentbrudd. Til tross for dette brukes dataene fra alle 10 komponentene som grunnlag for gjennomsnittsberegningen, varians og standardavvik. Dette vil være en konservativ tilnærming da det fører til at den egentlige fastheten for henholdsvis moment og skjær, ikke nødvendigvis er nådd når materialet går i brudd. Elastitetsmodulen for konstruksjonsvirke blir funnet ved hjelp av formel fra *kapittel 2.2.1*. I mangel på innsikt om hvordan testmetoden ble gjennomført, er det antatt at elastitetsmodulen som er hentet ut er i fiberretning E_0 . Den karakteristiske elastitetsmodulen for gjenbruksstre blir bestemt ut fra *formel 2.2* med bakgrunn i en konservativ antagelse, da den karakteristiske verdien vil bli høyere for bartrær ved bruk av limtrekomponenter, jevnfør *kapittel 2.2.1*, og er ment å kompensere for usikkerheten knyttet til testmetode. For å finne de karakteristiske verdiene i fiberretning for strekkfasthet $f_{t,0,k}$, trykkfasthet $f_{c,0,k}$ brukes følgende formler presentert av Bell på side 65 i *Dimensjonering av trekonstruksjoner* fra 2017:

$$f_{t,0,k} = 0,6 \cdot f_{m,k} \quad (\text{Formel 2.13})$$

$$f_{c,0,k} = 5 \cdot (f_{m,k})^{0,45} \quad (\text{Formel 2.14})$$

hvor $f_{m,k}$ er karakteristisk bøyekapasitet bestemt ut fra *formel 2.12* basert på opptredene spenninger ved brudd i testene.

De karakteristiske verdiene for gjenbruksmateriell blir beregnet i *vedlegg 2.1*. For bjørk og bøk blir de karakteristiske fasthetene bestemt ut fra forhåndstall definert i *tabell 2.3* og sammenstilt med de andre fasthetene i *tabell 2.4*. Elastitetsmodulene i *tabell 2.4* er for trevirke generelt, og har ikke noen direkte sammenheng med kvaliteter nevnt under *virke*type i tabellen.

Tabell 2.4:

Mekaniske egenskaper for forskjellige virketyper

Treslag	Stivhetsmodul		Virketype	Bøye- fasthet	Skjær- fasthet	Strekk- fasthet	Trykk- fasthet
	$E_{0,mean}$	$E_{0,05}$		$f_{m,k}$	$f_{v,k}$	$f_{t,0,k}$	$f_{c,0,k}$
Gran	10000	6700	Feilfritt virke	78	6,7	90	39
			C24	24	4	14,5	21
			C30	30	4	19	24
			C40	40	4	26	27
Bjørk	14700	12348	Feilfritt virke	105	11,7	134	50
			Tilsvarende C24	32,3	7	21,6	26,9
			Tilsvarende C30	40,4	7	28,3	30,8
			Tilsvarende C40	53,8	7	38,7	34,6
Bøk	13700	11508	Feilfritt virke	121	7,8	132	55
			Tilsvarende C24	37,2	4,7	21,3	29,6
			Tilsvarende C30	46,5	4,7	27,9	33,8
			Tilsvarende C40	62,1	4,7	38,1	38,1
Gran	12881	8630	Gjenbrukstre	50,4	3,9	30,2	29,2

2.6 Tykkelsen på lameller

Ved tynnere lameller er det mindre risiko for at virkesfeil opptrer på samme plass og på denne måten øker bøyefastheten for limtre når lamelltykkelsen minker (Crocetti, 2013, s.10). *NS-EN 14080* gir en formel som kan brukes for å finne den økte kapasiteten for lameller som er under 40 millimeter tykke. Her kan den karakteristiske bøyefastheten multipliseres med en faktor k som bestemmes etter formel (Standard Norge, 2013, s.20):

$$k = \min\{(40/t)^{0,1}; 1,05\} \quad (\text{Formel 2.15})$$

hvor t er tykkelsen på lamellene

For lameller tynnere enn 25 millimeter slår den begrensende faktoren 1,05 inn og en får derfor noe konservative verdier for tynnere lameller. Litteraturstudie viser at det er begrenset med data for limtre med tynnere lameller, men det er her brukt to studier som underlag. Studiene viser en liten nedgang i styrke når lamelltykkelsen går under 16 millimeter. Derimot viser alle data at styrkeegenskapene forbedrer seg frem til de når en størrelse på omtrent 16 millimeter (Icimoto, 2016; Kilincarslan, 2019). En tilsvarende studie av Karagöz med navn *Effects of*

layer number and finger direction on bending behavior of glulam beams er utført på lameller mellom 18 og 30 millimeter og viser en forbedring av kapasitet på tre prosent per millimeter (Karagöz, 2020, s.9). Dette bekrefter at det er hensiktsmessig å bruke lameller i størrelsesorden mellom 16 og 18 millimeter siden det ikke kan underbygges at styrkeegenskapene fortsetter å stige for tynnere lameller. Studien av Icimoto gir minst forbedringer og konkluderer med at det på grunn av økonomiske grunner er best å bruke 25 millimeter da forbedringen ikke er store nok for å argumentere for den økte kostnaden for å produsere flere lameller (Icimoto, 2016, s.54).

Med studiene presentert over som grunnlag og at det vises en kapasitetsøkning når lamelltykkelsen minker, beregnes en faktor for å kunne øke kapasiteten for de optimaliserte bjelkene. Siden studiene måler enten elastisitetsmodul eller bruddkapasitet, er det brukt en beregning av forbedring i prosent, og siden bruddkapasiteten er den med størst økning er dette på sikker side for kapasitetsberegninger. *Tabell 2.5* viser en sammenstilling av studiene som er beregnet i *vedlegg 2.2*. I tabellen leses det av at medianen gir den laveste kapasitetsøkningen, noe som fører frem til at en faktor på 1,07 kan brukes for kapasitetsøkning fra 25 til 18 millimeter. Siden alle studier ikke går ned til 16 millimeter brukes kapasitetene beregnet for 18 millimeter også på lameller av tykkelse 16 millimeter.

Tabell 2.5:

Sammenstilling av studiene

Gjennomsnitt:	
Endring per mm	1,50 %
Total kapasitetsforbedring fra 25 til 18 mm	10,47 %
Median:	
Endring per mm	1,00 %
Total kapasitetsforbedring fra 25 til 18 mm	7,00 %

Formel 2.15 gir en kapasitetsøkning med faktoren 1,05 fra lamelltykkelse 40 til 25 millimeter. En sammenstilling av faktorene på 1,05 og 1,07 gir en kapasitetsøkning på 12,35 prosent når lamelltykkelsen går fra 40 til 18 millimeter. Dermed settes forsterkningsfaktoren $k_{l,f}$ til 1,1235.

NS-EN 14080 viser også at elastisitets- og skjærmodul kan økes for komponenter bestående av 10 eller flere lameller. $E_{0,g,k}$ og $G_{g,k}$ kan multipliseres med faktoren $k_{l,m}$ lik 1,40. For at en

bjelke skal kunne regnes som limtre og dermed omfattes av formelen over må lamellene være av tykkelse mellom 6-45 millimeter (Norsk standard, 2013). Ved bruk av de minste lamellene slår dermed forsterkningsfaktoren inn allerede for 60 millimeter høye bjelker. For treslag som standarden ikke dekker, foreslås en mer konservativ metode for å finne en faktor. Den konservative metoden jevnfør *kapittel 3.2.2*, gir en faktor $k_{l,m,r}$ ved å beregne forholdstallet mellom en bjelke som har små lameller og samme trekvalitet uten små lameller. Når tall fra bøkebjelken Baubucke brukes blir resultatet at $k_{l,m,r}$ settes til 1,23. For verdier knyttet til disse utledningene, se *tabell 2.4* og *tabell 3.2*.

2.7 Fingerskjøter

Det viktigste bruksområdet for høykapasitetsbjelker er over store spenn. Disse spennene er så store at det ikke er realistisk å produsere lameller i høy kvalitet i full lengde. Av denne grunn må det brukes skjøter, og for å oppnå høyest mulig kapasitet brukes det fingerskjøter. I boken *Mechanics of wood and wood composites* av Bodig er fingerskjøten oppgitt til å ha den høyeste kapasiteten av de etablerte skjøtemetodene (Bodig, 1993, s.27). Kapasiteten til bjelker med fingerskjøter blir redusert i forhold til bjelker med kontinuerlige lameller. Denne reduksjon minker med økt antall lameller og kan minimeres dersom det brukes vertikale skjøter. Dette bekreftes av Karagöz som gjennom tester i *Effects of layer number and finger direction on bending behavior of glulam beams* påviser reduksjon knyttet til lamellskjøter. Et relevant eksempel er testing av en bjelke med fem lameller hvor det er vertikale fingerskjøter. Denne viser en reduksjon på 3,25 MPa. En annen bjelke med tre lameller fikk ved samme test en reduksjon på 6,35 Mpa (Karagöz, 2020, s.9). Dersom det forutsettes at fingerskjøter påvirker kapasiteten på samme måte som virkesfeil i limtre beskrevet i *kapittel 2.6* vil reduksjonen fortsette å minke når antall lameller økes og dermed bli svært liten for mange lameller.

I en omfattende test utført av Özçifçi kommer det frem at det er mulig å oppnå svært sterke fingerskjøter dersom dette gjøres riktig. For bøyestyrke blir verdier på over 57 MPa målt for fingerskjøter på bjørk, noe som er høyere en oppgitte karakteristisk kapasitet for bjørk jevnfør *tabell 2.4* hvor den med høyest kapasitet har bøyestyrke på 53,8 MPa. Videre konkluderer studien med at styrken til fingerskjøtene i første hånd er avhengig av treslaget, (Özçifçi, 2008, s.1).

2.8 Lim

Lim og limbruk er vesentlig når det kommer til produksjon av limtrebjelker og er regulert inn under *NS-EN 14080* med understandarder for utførelse og kontroll (Bell, 2017, s.109).

I nevnte limtrestandard kommer det frem en rekke krav både for limlinjer langs med fibrene, samt skjøter, da først og fremst fingerskjøter som nevnt i *kap.2.7*. I denne omgang vil det ikke være behov for å gå dypere inn i denne prosessen, annet enn at det er et krav om at styrken ved bruk av lim langs med fibrene skal verifiseres enten ved hjelp av en delamineringstest eller en skjærttest. I standarden er det satt verdier knyttet opp mot disse to testmetodene.

Delamineringstesten har øvre grenseverdier basert på valgt testmetode på hvor stor andel som kan være delaminert etter utførelse av test i Annex C i *NS-EN 14080*. Ved skjærttest brukes en testmetode i Annex D i samme standard for å påvise hvor stor andel av et brudd som er på grunn av ødeleggelser i treet, og på denne måten påvise skjærstyrken til treet.

Ved utførelse av en av disse testene og få resultater innenfor definerte grenser, vil limet ikke være begrensende, og en kan på denne måten argumentere for at det er trets kapasitet som vil være dimensjonerende.

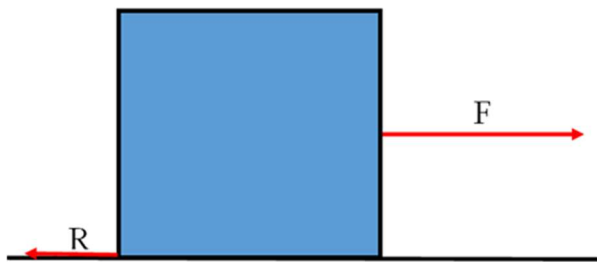
2.9 Friksjon

«Når flatene på to legemer berører hverandre og man prøver å forskyve flatene, vil det oppstå krefter mellom de to legemenes molekyler i berøringspunktene. Det er disse kreftene som er årsak til friksjon» (Ormestad, 2020, avsnitt 2).

Størrelsen på en friksjonskraft vil være avhengig av lasten mellom to flater, kraftvinkel og flatens friksjonskoeffisienter. Kraften som oppstår mellom flatene, vil kunne ha en stor påvirkning for hvordan materialet, og dermed konstruksjonselementet, oppfører seg. Det vil av denne grunn være en viktig vurdering hvor stor denne friksjonskoeffisienten skal være. Under samtale med Professor ved NTNU i Gjøvik onsdag 30. mars 2022, Arne Ilseng, påpeker han imidlertid at det ikke er noen enkel vei frem til å bestemme friksjonskoeffisienten. Grunnen til dette er, som Ilseng påpeker, at friksjon ikke er noe som bare opptrer på et punkt, men henger sammen som et system. For å bestemme

friksjonskoeffisienten nøyaktig må en dermed analysere den spesifikke situasjonen, med korrekt last og vinkel.

Det finnes to typer friksjon; *statisk friksjon* og *kinetisk friksjon*. Ormestad skriver at mens statisk friksjon er kreftene som opptrer mens noe blir fastholdt, er kinetisk eller *glidene* friksjon kreftene som oppstår på grunn av flatenes bevegelse i forhold til hverandre (Ormestad, 2020). Som nevnt er det krevende å bestemme friksjonskoeffisienten for et større system og denne vil kunne variere fra kilde til kilde. Den vil likevel i de fleste tre mot tre tilfeller ligge mellom 0,2 og 0,5, hvor den kinetiske friksjonskoeffisienten ligger i det lave intervallet og den statiske i det øvre. En tabell publisert av NTNU viser at friksjonskoeffisienter for tre mot tre er 0,2 i kinetiske tilfeller og 0,25-0,5 i statiske (NTNU, 2022). Friksjonskraften beregnes etter formler som følger under *figur 2.2*:



Figur 2.2: Friksjonskraft R som følge av underlag og kraften F

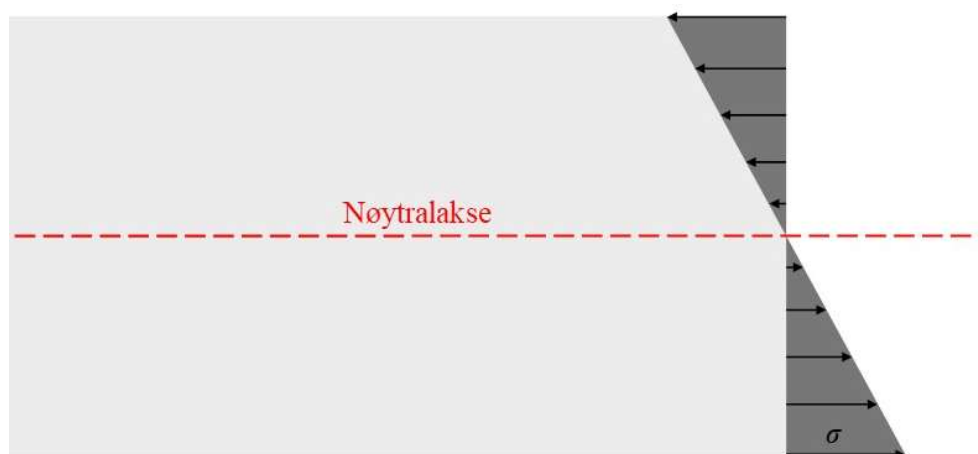
$$R_S = \mu_S \cdot F \quad (\text{Formel 2.16})$$

$$R_K = \mu_k \cdot F \quad (\text{Formel 2.17})$$

hvor R er friksjonskraft hvor indeks s står for statisk og k for kinetisk,
 μ er friksjonskoeffisient hvor indeks s står for statisk og k for kinetisk og
 F er kraft.

2.10 Spenningsfordeling

I *Konstruksjonsmekanikk del II: Fasthetslære* beskriver Bell at med hjelp av deformasjonshypotesen som sier at plane tverrsnitt forblir plane også etter bøyning, kan det vises at tøyningene er null i nøytrallaksen og øker rettlinjet når en beveger seg mot over- eller underkant av tverrsnittet. (Bell, 2015, s.81). Ettersom spenning og tøyning er lineært relaterte etter HOOKEs lov som beskrevet i *kapittel 2.2.1* blir også spenningsfordelingen en rettlinjet variasjon på samme måte som tøyningen.



Figur 2.3: Spenningsfordelingen i en bjelke med symmetrisk rektangulært tverrsnitt utsatt for ren bøyning

2.11 Tannbjelke

Tannbjelker er en konstruksjonsmetode hvor bjelkens tverrsnitt blir utnyttet i større grad og deformasjonen blir hensyntatt ved å designe en overhøyde ved hjelp av forspenning. Metoden har en historie som strekker seg langt tilbake i tid. Boka *Beresystem i eldre norske hus* viser til at «Tanna dragarar finst både i låvebygninger, kyrkjer og andre større bygg» (Godal et al, 2018, s.44). Godal forteller også at tannbjelken har et opphav som går tilbake minst 600 år i Norge. Konseptet med tannbjelker brukes også i dag av firmaet Renneubjelken AS som har en patentert fremgangsmåte for kapasitetsberegning av sin type tannbjelke. Disse bjelkene brukes i dag både i bru- og huskonstruksjoner.

Tannbjelken har fra gammelt av en bjelkeutforming som var til for å klare større spenn, noe som en kan se i de type bygninger de ble brukt. Teknikken ved utskjæring av hakk for å

overføre krefter i fiberretning kan en også se i forskjellige forbindelsesmetoder. Selve utførelsen av hakkene kan være av forskjellig utforming, men prinsippet vil være det samme.



Figur 2.4: Tannbjelke (Godal et al, 2018, s.46)

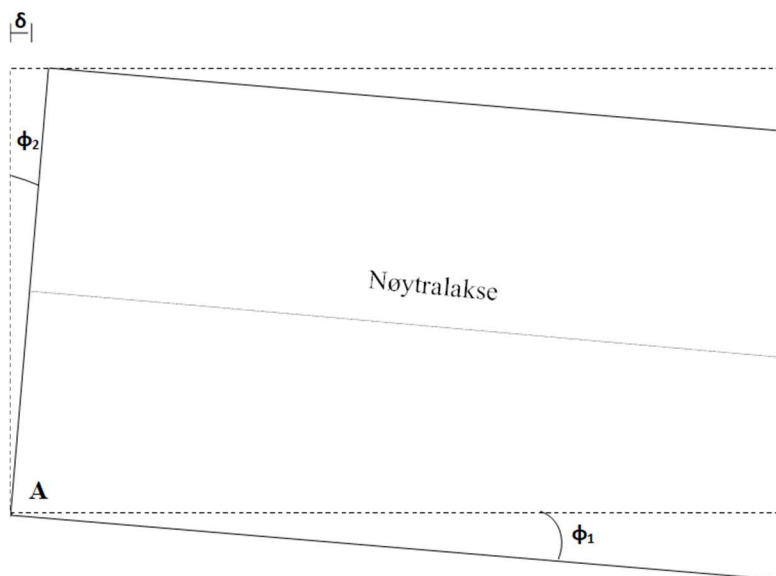
Tannbjelken blir produsert ved at bjelken blir delt inn i to deler, en øvre og en nedre del. Disse delene blir så bearbeidet ved å lage et «tannlignende mønster» i hver av bjelkedelene. Tannmønsteret i midten av bjelken er tilnærmet sammenfallende, men etter hvert som en flytter seg ut fra midten, blir mønsteret i den ene ørlite forflyttet i forhold til den andre delen. Denne forflytningen må beregnes ut fra en tenkt overhøyde på bjelken hvor overhøyden er bestemt ut fra en akseptabel nedbøyning på grunn av påført last. Bjelkene blir montert sammen ved å bøye bjelkene oppover mens de utsettes for et trykk nedover på oppleggene. På denne måten passer de sammen i en posisjon hvor bjelkene er bøyd. Ved å da slippe bjelken nedover igjen, vil bjelkene låse seg sammen og beholde en del av overhøyden og på denne måten bli forspent. Lengdeendringen i øvre bjelkedel kan beregnes som presentert i *kapittel 2.12*.

2.12 Forspenning og deformasjon i bjelken

For å oppnå forspenning i bjelken vil det være nødvendig med en kraft som tvinger bjelken til å forme seg annerledes enn hva gravitasjonen vil få den til å gjøre. Dette kan bli gjort på flere forskjellige måter, men som presentert i *kapittel 2.11* om tannbjelker, vil dette være en måte å utsette bjelken for en aksialkraft ved å bruke seg selv som motkraft. For å få effekt av tennene, må de være noe annerledes plassert i den øvre bjelken enn i den nedre.

Tannplasseringen og lengde-differansen δ , kan finnes ved å utsette bjelken med gitte mekaniske egenskaper for en kraft som medfører at en nedbøyning oppstår. En kan bruke

Naviers hypotese om at plane tverrsnitt forblir plane, og dermed anta at nøytralaksens plassering er på samme sted i tverrsnittet. Dette bekreftes også av Kolbein Bell i boken *Konstruksjonsmekanikk del II: Fasthetslære* hvor han sier at «Bjelkens nøytralakse går gjennom tverrsnittets arealsenter når tverrsnittet er homogent og materialer følger HOOKES lov og $N=0$ » (Bell, 2015, s.81). Under disse forutsetningene kan en finne bjelkens vinkelendring Φ og dermed også lengdeendringen for det aktuelle tverrsnittet. En må da se vekk i fra påvirkningen skjærdeformasjonen har siden slik deformasjon ikke faller inn under *Naviers hypotese*. Om hensikten var å finne vinkelendring på bjelkens underkant Φ_1 , ville skjærdeformasjonen også ha påvirkning, men siden hensikten er å finne vinkelendring i tverrsnittets ende Φ_2 ser en her bort fra denne.



Figur 2.5: Illustrasjon av vinkelendring på grunn av bøyning

Av denne grunn finnes tverrsnittets vinkelendring Φ_2 kun ved hjelp av deformasjon på grunn av moment. For å finne vinkelendring i tverrsnittets ende brukes John Haugans *Formler og tabeller* side 104 type 17 som et utgangspunkt og uttrykkes som følger:

$$v' = \frac{q}{24EI} \cdot (L^3 - 6Lx^2 + 4x^3) \quad (\text{Formel 2.18})$$

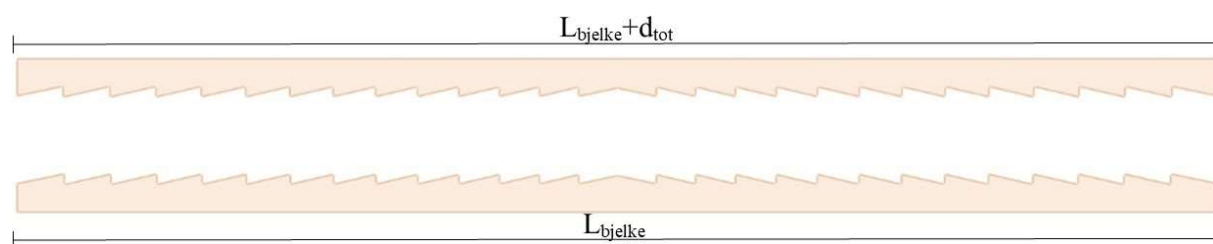
hvor q er jevnt fordelt last,
 x er avstand fra ytterkant av bjelken,
 L er lengden på bjelken målt som lengde mellom oppleggspunktenes senterlinje,
 E er elastisitetsmodulen og
 I er tverrsnittets treghetsmoment.

Ved å sette $x = 0$ blir vinkelendring i punkt A som følger:

$$\Phi_2 = \frac{qL^3}{24EI} \quad (\text{Formel 2.19})$$

Ved å bruke tidligere nevnte forutsetning om at nøytralaksen ligger i tverrsnittets arealsenter, sammen med at for små vinkelendringer blir forskjellen mellom hypotenusen og hosliggende side i en trekant liten, finnes δ ved hjelp av Φ_2 og tverrsnittets halve høyde. Siden dette er en situasjon som opptrer på begge sider av bjelken, må en multiplisere med to som gir δ_{tot} som er lengdeendringen mellom den øvre og nedre bjelkedel forutsatt at begge bjelkene har samme tverrsnitt:

$$\delta_{tot} = \frac{qL^3}{24EI} \cdot \frac{h}{2} \quad (\text{Formel 2.20})$$



Figur 2.6: Differanse mellom øvre og nedre tannplassering

Dette viser at differansen mellom tannplasseringen på øvre og nedre bjelke er avhengig av:

- lasten q ut fra en gitt lastsituasjon i en nedbøyingstilstand
- lengde L mellom oppleggspunktenes senterlinje
- tverrsnittets stivhetsmodul E
- tverrsnittets høyde h

- tverrsnittets treghetsmoment I

Disse konstantene vil være avhengig av hverandre og bestemmes ut fra en normal konstruksjonsberegning og materialdata. Det skal allikevel bemerkes at for en slik bjelke hvor en har mulighet til å konstruere med overhøyde, vil en ofte forekommende lastkombinasjon $q_{ofte\ forekommende}$ være å foretrekke. Dette siden denne gir mulighet for tilnærmet null nedbøyning i en normal situasjon om en inkluder sammenpressing i tennene etter *formel 2.21*. I enkelte tilfeller vil det kanskje være nødvendig å inkludere skjærdeformasjon d_v etter følgende formel hentet fra personlige notater i emnet BYGG2351 Fleretasjes trehus:

$$d_v = d_{tot} \cdot 0,96 \frac{h^2}{L} \cdot \frac{E}{G} \quad (\text{Formel 2.21})$$

hvor d_{tot} er deformasjon grunnet moment,
 h er tverrsnittets totale høyde,
 E er elastitetsmodul i lokal x-retning og
 G er skjærmodul.

2.13 Dimensjonerende kapasitet og last

2.13.1 Kapasitet

Gjennom hele *kapittel 2.13.1* brukes *NS-EN 1995 Eurokode 5: Prosjektering av trekonstruksjoner* fra Norsk standard år 2010. Dimensjonerende materialfasthet f_d bestemmes etter følgende formel fra side 22 i nevnte standard:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_M} \cdot k_{mod} \quad (\text{Formel 2.22})$$

hvor f_k er karakteristisk materialfasthet,
 γ_M er materialfaktor og
 k_{mod} er fasthetsfaktor.

Materialfaktoren tar hensyn til variasjoner i dimensjonen som skal brukes og avvik i materialegenskaper og utførelse, og har bestemte verdier for forskjellige trematerialer. For

limtre er faktoren satt til 1,15 samtidig som den er 1,25 for konstruksjonstre som vist på side 2 i nasjonalt tillegg til *NS-EN 1995*. Fasthetsfaktoren tar hensyn til både lastvarighet og klimaforhold gjennom tabell 3.1 på side 26 i nevnte standard. For kontroll av skjærkapasitet må det regnes med et effektivt tverrsnitt for å ta hensyn til eventuelle sprekkdannelser på grunn av temperatur- og fuktvariasjoner. Av denne grunn multipliseres bredden b med reduksjons faktoren k_{rc} som er 0,8 for limtre etter endringsblad A1 til Nasjonalt tillegg for *NS-EN 1995*.

Lave bjelker er forholdsvis sterkere enn høye når de utsettes for strekk og bøyning i fiberretningen, derfor kan f_d multipliseres med en ekstra korrigerende faktor for bjelker lavere enn 600 millimeter. Høydefaktoren k_h beregnes for limtre ved hjelp av følgende formel fra side 25 i nevnte standard:

$$k_h = \min \left\{ \left(\frac{600}{h} \right)^{0,1} \right. \\ \left. 1,1 \right. \quad \text{(Formel 2.23)}$$

hvor h er høyden på bjelken.

2.13.2 Last i bruddgrensetilstanden

For dette avsnitt brukes standarden *Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner* utgitt av Norsk standard i 2016. Standarden presenterer to formler for å beregne dimensjonerende last. Hvilken formel som brukes for å beregne dimensjonerende last er avhengig av hvor stor egenvekten er i forhold til nyttelasten. For jevnt fordelt last utledes det med hjelp av standarden at dette blir gjeldende når egenvekten er lavere enn tre ganger nyttelasten. Dette er normalsituasjonen for trekonstruksjoner og den aktuelle formelen blir som følger etter at verdier er satt inn i formel 6.10b på side 38 i nevnte standard:

$$q_d = 1,20 \cdot G_k + 1,50 \cdot Q_{k,l} + 1,05 \cdot Q_{k,i} \quad \text{(Formel 2.24)}$$

hvor G_k er karakteristisk egenlast,

$Q_{k,l}$ er dominerende nyttelast og

$Q_{k,i}$ er øvrige nyttelaster.

Ved kontroll av skjærkapasitet for en bjelke er det mulig å gjøre en *skjærkraftreduksjon*. I slike tilfeller kan en i følge 6.1.7 i *NS-EN 1995* se bort fra last i en avstand lik tverrsnittshøyden fra opplegget fordi en kan anta at denne kraften går direkte i opplegget.

2.13.3 Last i bruksgrensetilstanden

I bruksgrensetilstanden anvendes det tre forskjellige lastkombinasjoner ut fra konsekvensene en nedbøyning av den gitte bjelken vil få (Norsk Standard, 2016c). Som det beskrives i *kapittel 2.12* vil den *ofte forekommende kombinasjonen* være egnet å bruke i denne situasjonen og uttrykkes som følger fra formel 6.15b på side 40 i nevnte standard:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,i} + \sum_{j > 1} \psi_{2,i} \cdot G_{k,i} \quad (\text{formel 2.25})$$

Hvor $G_{k,j}$ er egenlast,

$Q_{k,i}$ er dominerende nyttelast,

$\psi_{n,i}$ er kombinasjonsfaktor hvor n styrer valget av ψ og i er nyttelastnummer.

I dagens standard stilles det ingen krav om hvor stor nedbøyning som er tillatt for en *ofte forekommende* kombinasjon i bruksgrensetilstanden da dette i henhold til *NS-EN 1990*, tabell NA.A1 (904) er styrt individuelt i prosjektet. Det er derimot gitt anbefalinger i *NS-EN 1995-1-1* i tabell 7.2 om at endelig nedbøyning inklusiv kryp burde ligge mellom 250/L og 350/L for en bjelke mellom to opplegg.

2.14 Elementanalyse

I en elementanalyse omgjøres først geometrien til en samling elementer hvor elementene bindes sammen med noder. I analysen beregnes forskyvninger i nodene, deretter kan spenninger og tøyninger beregnes (Dassault Systèmes, 2008, s.25).

2.14.1 Digitale hjelpemidler

Abaqus

Abaqus er et avansert elementanalyseprogram fra Dassault Systèmes. I denne oppgaven brukes *Abaqus CAE 2021*, heretter referert til som *Abaqus*. I programmet kan brukeren lage modeller hvor en blant annet kan definere geometri, materialparameterer og interaksjon mellom deler av modellen. Basert på modellen og brukerens analysevalg kan Abaqus utføre analyser som kan presentere og visualisere resultater. Siden programmet er basert på programmeringsspråket *Python*, er det mulig å utføre hele eller deler av moduleringen og analysen ved hjelp av koding. Programmet har ingen enheter lagt inn, det er derfor opp til brukeren å definere disse. For å få riktige resultater er det viktig at enhetene er kompatible og at bruken er konsistent.

Python

Python er et programmeringsspråk utviklet av Guido van Rossum på 1990-tallet. Deretter har det blitt utviklet flere nyere versjoner (Vernon, 2010, s.4). I denne oppgaven brukes *Python 2*, heretter referert til som *Python*. Dette valget er gjort da det kun er denne versjonen som er kompatibel med Abaqus.

Isight

Isight er et simuleringsbasert program som kan håndtere inngående verdier fra et stort utvalg av programvare. I denne oppgaven brukes *Isight 2021*, heretter omtalt som kun *Isight*. Programmet baserer seg på automatisering av et stort antall simuleringer og kan blant annet optimalisere parametere etter gitte mål i resultatene. En av programvarene Isight er kompatibel med er Abaqus og av denne grunn kan brukes som et optimaliseringsverktøy i en optimaliseringsprosess.

2.14.2 Mesh

Et nettverk laget av elementer og noder, heretter omtalt som *mesh*, brukes for å kunne analysere ved hjelp av elementmetoden. For å oppnå resultater som er mest mulig relevante for en virkelig situasjon, er utformingen av meshen svært vesentlig. Produsenten av Abaqus,

Dassault Systèmes, påpeker at det er fire viktige faktorer som må hensyntas ved bruk av mesh (Dassault Systèmes, 2008, s.33 og s.83-89). De er som følger:

- Bruk av små elementer gir bedre nøyaktighet,
- strukturen på mesh,
- elementtype har påvirkning på nøyaktigheten og
- dersom det er kompatibelt med geometrien bør firkantete elementtyper brukes.

Under samtale med Professor Arne Ilseng onsdag 6. april 2022, forklarer han at selv om det ofte blir nøyere resultater ved små elementstørrelser, er det ikke nødvendig å sette de svært små i alle tilfeller siden simuleringen likevel har usikkerheter. Ilseng peker også på at om elementene blir for små, kan de ikke lenger ses som plane fordi størrelsesforholdet mellom tykkelsen og utbredelsen blir for liten. Med en størrelse på omtrent fire millimeter for de små elementene skal dette ikke utgjøre noen problemer for en elementtykkelse på en millimeter. Ilseng forklarer videre at elementtyper med redusert integrasjon kan gi mindre nøyaktige resultat, men at det også kan forkorte tiden for analysen.

3 Case og materialer

3.1 Beskrivelse av bjelkene

For å oppnå bjelker med høyere kapasitet enn for eksisterende bjelker finnes det flere metoder. Den ene metoden er ved å forandre spenningsfordelingen i bjelken. Som vises i *kapittel 2.10* er det stor forskjell på opptredende spenning gjennom tverrsnittet, da spenningen er null i tverrsnittets nøytralakse, og en kan her se et eksempel på dårlig materialutnyttelse. En løsning for å oppnå en bedre spenningsfordeling er å benytte seg av forspenning med hjelp av prinsippet om tannbjelker som beskrevet i *kapittel 2.11*. Denne løsning optimaliseres etter bjelkebeskrivelsen som presenteres i *kapittel 3.1.1*.

En kan også oppnå økt kapasitet ved å øke kapasiteten på materialet. Siden oppgaven legger til grunn at materialet skal være norsk, er valg av treslag og kvalitet styrt etter utbredelse og forekomst i landet. For å øke kapasiteten for en gitt trekvalitet har lamelltykkelse som beskrives i *kapittel 2.6* betydelig innvirkning. Hvordan treslag og lamelltykkelse brukes for å ytterligere øke kapasiteten til den optimaliserte bjelken utdypes i *kapittel 3.1.2*.

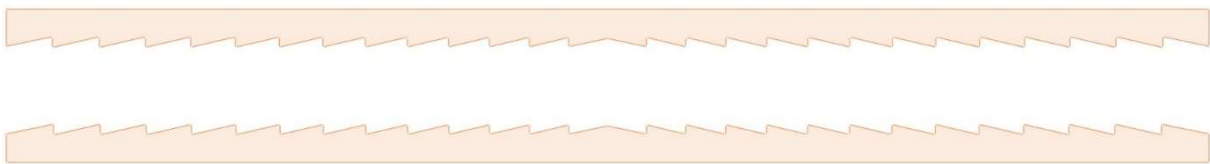
3.1.1 Optimaliseringsbjelke

Bjelken består av to bjelkedeler som til sammen danner en bjelke ved sammenpressing. Her forutsettes det at hver bjelkedel er *en* sammenhengende del gjennom hele bjelkens lengde. I hver del er det skjært ut tenner langs den ene kanten, og de holdes sammen etter prinsippet om tannbjelker beskrevet i *kapittel 2.11*. Om det skal oppstå betydelig virkesfeil i en tann, vil kapasiteten til hele bjelken bli svekket. For å sikre at det er tilstrekkelig materiale rundt eventuelle virkesfeil, bør derfor tennene ha en viss størrelse. Av denne grunn er antall tenner satt til 28, basert på en gjennomsnittlig tannlengde på 300 millimeter. Dette ses som nødvendig da variasjon i tannstørrelsen raskt fører til at minste tann blir betydelig kortere enn gjennomsnittet. Videre er spissene på tennene avrundede med radius på fem millimeter for å få en jevnere fordeling av spenning og for å unngå skarpe kanter.

Bjelkens oppførsel er også avhengig av friksjonen som oppstår mellom tennene når bjelkedelene føres mot hverandre og det blir lagt på last. Som beskrevet i *kapittel 2.9* er

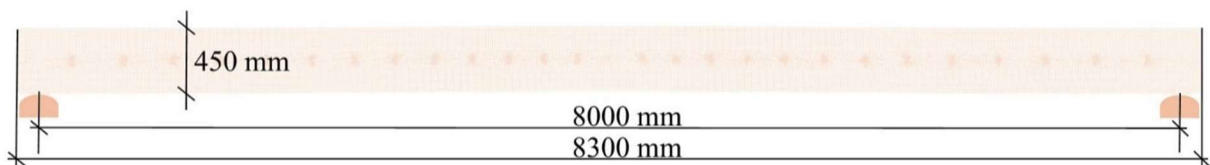
friksjonskoeffisienter svært vanskelig å bestemme, da dette vil være systemavhengig. I denne omgang vil det være for lite tid og for stort omfang å sette en slik koeffisient nøyaktig, spesielt med tanke på at parameterne og materielltyper vil variere. Hvor stor friksjonskoeffisienten blir er også sterkt påvirket av hvordan treet er bearbeidet, og om det er gjort tiltak for å forhindre høye friksjonskoeffisienter. Det vil derfor bli gjort noen forenklinger for å oppnå et håndterbart intervall for friksjonen, samtidig som det blir kjørt sensitivitetsanalyser som beskriver usikkerheten knyttet opp mot bestemt friksjon, noe som blir beskrevet i *kapittel 4.2.1*.

I sensitivitetsanalysen blir det brukt en nedre friksjonskoeffisient på 0,2 og en øvre på 0,3. Disse verdiene kommer av det er antatt at treet har blitt bearbeidet såpass mye at det kan gå utenfor området som statisk friksjon normalt ligger innunder. Av denne grunn sjekkes det litt på undersiden av 0,25 som er normal nedre verdi for μ_s og litt på oversiden. Den endelige friksjonskoeffisienten brukt i analysen blir bestemt etter sensitivitetsanalysen er kontrollert.



Figur 3.1: Optimaliseringsbjelken vist i to deler

For at bjelken skal få valide resultater bør urealistiske fastholdninger unngås fordi dette vil kunne føre til høyere og konsentrerte spenninger. Av denne grunn er bjelken fritt opplagt i begge ender på opplegg av tre. Basert på teorien i *kapittel 2.9* settes friksjonskoeffisienten mellom bjelke og opplegg til 0,5 siden en kan anta at kontaktflaten mellom bjelken og opplegget er ruere enn mellom bjelkedelene. Bredden på bjelken er 200 millimeter, øvrige mål på bjelken er som vist i *figur 3.2*. Av disse målene følger $I = 1\,518\,750\,000\text{ mm}^4$.

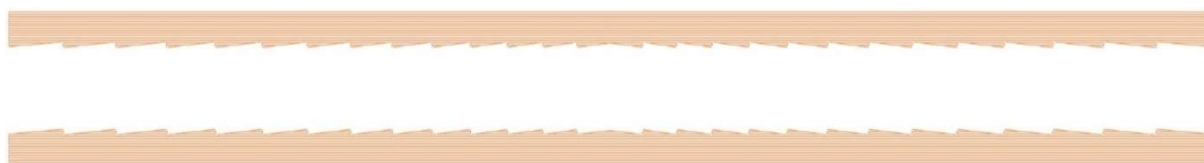


Figur 3.2: Målsetting av optimaliseringsbjelken

3.1.2 Tannbjelker med 16 millimeters lameller

Optimaliseringen av bjelken nevnt i *kapittel 3.1.1* utføres på en mest mulig generell måte. Av det geometriske resultatet fra optimaliseringen vil det også bli konstruert bjelker av annen materialkvalitet hvor lastsituasjoner og mål er identiske med optimaliseringsbjelken. Av denne grunn introduseres her to bjelker til for å kunne se på effekten av optimaliseringen sammen med bruk av materialer av høyere kvalitet og lameller. Lamellene har tykkelse på 16 millimeter, valgt som følge av teorien fremstilt i *kapittel 2.6* som viser at maksimal styrke oppnås for lameller rundt denne størrelsen.

Kapittel 2.7 om fingerskjøter beskriver at det er mulig å oppnå fingerskjøter med høy kapasitet hvor fingerskjøten har lavere påvirkning på kapasiteten med minkende lamelltykkelse. Samlet fører dette til at bjelkene med 28 lameller utført i trekvaliteter med høy kapasitet får en meget liten kapasitetsreduksjon dersom det forutsettes en høy kvalitet på utførelse av fingerskjøtene. Som beskrevet i *kapittel 2.8* er det med riktig valg av lim og god utførelse av limningsprosessen mulig å oppnå limlinjer som har høyere kapasitet enn treet. Derfor ses det bort fra kapasitetsreduksjoner knyttet til limlinjer og fingerskjøter.



Figur 3.3: Tannbjelker med 16 millimeters lameller vist i to deler

3.2 Materialer

3.2.1 Optimaliseringsbjelke

Optimaliseringsbjelken utføres i C30 kvalitet. Materialparametere er bestemt med utgangspunkt i verdier fra side 7 i *NS-EN 338* som gir samtlige verdier foruten G_{90} . Denne er derfor beregnet etter beskrivelse i *kapittel 2.2.1*. Avslutningsvis sammenstilles alle verdiene i *tabell 3.1* for å oppnå oversiktlig informasjon for kommende optimalisering og analyser.

3.2.2 Tannbjelker med 16 millimeters lameller

Bjelkene med 16 millimeters lameller utføres i to versjoner, der den ene er av bjørk og den andre av gjenbrukstre av gran. Materialvalg for disse er med bakgrunn i hva som kom frem av styrkeegenskaper i *tabell 2.4* og med hensyn på norske og bærekraftige materialer. Disse valgene underbygges i *kapittel 5.1*.

Materialparametere er bestemt med utgangspunkt i gitte verdier fra *tabell 2.2* og *tabell 2.4*. G_{90} og E_{90} er deretter beregnet etter beskrivelse i *kapittel 2.2.1*. Jevnfør *kapittel 2.6* kan elastisitets- og skjærmodulene for bjelkene med lameller multipliseres med en forsterkningsfaktor. Her brukes den mest konservative av faktorene presentert som $k_{l,m,r}$ og settes lik 1,23. Ved bruk av forsterkningsfaktoren blir verdiene for skjærmodulen så pass høye verdier at det er usikkert om dette blir realistiske tall. Av denne grunn settes det et tak på 850 MPa for G_0 for å fjerne usikkerheten. Videre settes forsterkningsfaktor $k_{l,f}$ for strekk- og trykkfastheter for bjelkene med 16 millimeters lameller til 1,1235 grunnet vurderingen i *kapittel 2.6*. Alle verdier sammenstilles til slutt i *tabell 3.1* for å oppnå oversiktlig informasjon for kommende optimalisering og analyser.

Tabell 3.1:

Mekaniske og fysiske egenskaper for bjelkene

		Bjørk	Gjenbrukstre	C30	Enhet
Strekkfasthet	$f_{t,0,k}$	38,7	30,2	19	Mpa
Trykkfasthet	$f_{c,0,k}$	34,6	29,2	24	Mpa
Skjærfasthet	$f_{v,k}$	7,0	3,9	4	Mpa
Midlere E-modul	$E_{0,mean}$	18080	15840	12000	Mpa
Karakteristisk E-modul	$E_{0,0.05}$	15070	13200	8000	Mpa
Midlere E-modul	$E_{90,mean}$	600	530	400	Mpa
Karakteristisk E-modul	$E_{90,0.05}$	500	440	270	Mpa
Midlere G-modul	G_{mean}	850	850	750	Mpa
Karakteristisk G-modul	$G_{0,0.05}$	710	660	500	Mpa
Midlere G-modul	$G_{90,mean}$	85	85	75	Mpa
Karakteristisk G-modul	$G_{90,0.05}$	71	66	50	Mpa
Midlere densitet	ρ_{mean}	610	490	460	kg/m ³
Karakteristisk densitet	$\rho_{0.05}$	510	410	380	kg/m ³

3.3 Referansebjelker

For å kunne referere til noe kjent og håndfast skal de optimaliserte bjelkene sammenlignes med tre referansebjelker som eksisterer på dagens marked. I tillegg til den mest brukte limtrebjelken i Norge er det valgt ut to høykapasitetsbjelker. Siden det finnes tilgjengelig data for materialegenskaper for disse bjelkene, er disse brukt istedenfor komponentbaserte verdier.

3.3.1 Standard limtre

Det vil være mulig å spesialbestille limtre i forskjellige kvaliteter og utførelser. Likevel finnes det en *standard limtre* i Norge. Denne vil være i styrkeklasse GL 30c og i gran utførelse med lameller på 45 millimeters høyde og forskjellige bredder etter bestilling (Moelven, 2022).

3.3.2 Bjørkebjelker av lameller

I Norge har det som nevnt under *kapittel 2.3.2* vært liten tradisjon for bruk av bjørk til konstruksjonskomponenter. I andre europeiske land derimot, er det en bredere tradisjon for dette. I den østeriske bedriften *Hasslacher Norica Timber* produseres det limtrebjelker av bjørk, med utsalg blant annet i Østerrike, Tyskland og Russland (Hasslacher, 2022).

3.3.3 Bøkebjelke av finer

Moelven i Norge er også forhandler av bøkebjelker av finer produsert av Pollmeier i Tyskland. Disse bjelkene går inn under navnet Baubuche. Ifølge Moelvens hjemmesider har disse stor styrke på grunn av bøketreets egenskaper kombinert med svært tynne lameller på 3,7 millimeter. Bjelkene er regnet for å være svært eksklusive og vil være i styrkeklasse GL75.

En sammenstilling av materialfasthetene og egenskaper for de nevnte referansebjelkene er vist under i *tabell 3.2*. Verdiene er hentet fra *NS-EN 14080* og Hasslacher- og Pollmeisters hjemmesider.

Tabell 3.2:

Mekaniske og fysiske egenskaper for referansebjelkene

		GL 30c	Hasslacher	Baubuche	Enhet
Strekfasthet	$f_{t,0,k}$	19,5	24,0	60,0	Mpa
Trykkfasthet	$f_{c,0,k}$	24,5	30,0	59,4	Mpa
Skjærfasthet	$f_{v,k}$	3,5	4,9	4,5	Mpa
Midlere E-modul	$E_{0,mean}$	13000	15000	16800	Mpa
Karakteristisk E-modul	$E_{0,05}$	10800	12600	15300	Mpa
Midlere E-modul	$E_{90,mean}$	430	500	560	Mpa
Karakteristisk E-modul	$E_{90,0,05}$	360	420	510	Mpa
Midlere G-modul	G_{mean}	650	850	850	Mpa
Karakteristisk G-modul	$G_{0,05}$	440	710	760	Mpa
Midlere G-modul	$G_{90,mean}$	65	85	85	Mpa
Karakteristisk G-modul	$G_{90,0,05}$	44	71	76	Mpa
Midlere densitet	ρ_{mean}	430	620	800	kg/m ³
Karakteristisk densitet	$\rho_{0,05}$	390	600	730	kg/m ³

3.4 Lastsituasjoner og faktorer

Etter teorien presentert i *kapittel 2.13.3* kommer det frem verdier for faktorene presentert i dette avsnittet som et resultat av den *ofte forekommende* kombinasjonen. Som nevnt i samme delkapittel er det normalt å bruke maksimal nedbøyning på mellom L/250 og L/350. I henhold til forelesningsnotater fra faget *BYGG2351 Fleretasjers trehus* er L/300 ansett som normal og settes av denne grunn som et nedbøyningskrav i gjeldene situasjonen. Erfaringsmessig vil nedbøyning på lange spenn være det som er vanskeligst å oppnå, i tillegg til å være svært styrende for geometrien i bjelken. Av denne grunn blir bjelken optimalisert i bruksgrensetilstanden.

For langtidslast og klimaklasse 1 eller 2 er verdien for k_{mod} lik 0,7. Høydefaktoren k_h beregnes til 1,03 etter *formel 2.23*. Videre settes materialfaktoren γ_M til 1,15 som er faktoren som brukes for limtre. Materialfaktoren velges for limtre, da en legger til grunn at virkesfeil og dimensjonsfeil blir håndtert etter normale limtreproduksjons-metoder.

Tabell 3.3:

Lastsituasjon for bruksgrensetilstanden og bruddgrensetilstanden

Bruksgrensetilstanden					
		q_{of}	Lastbredde	q_k	q_k/b
		kN/m	m	kN/m	MPa
<i>q_{EL}</i>	2,7	6,36	5,0	31,8	0,159
<i>q_{NL}</i>	3,0				
Ψ_1	0,5				
Ψ_2	0,3				
<i>k_{def}</i>	0,6				
Bruddgrensetilstanden 6.10.b.					
		STR	Lastbredde	q_d	q_d/b
		γ_{EL}/γ_{NL}	m	kN/m	MPa
<i>q_{EL}</i>	2,7	1,2	5,0	16,2	0,081
<i>q_{NL}</i>	3,0	1,5	5,0	22,5	0,113
<i>q_{d,tot}</i>				38,7	0,194

4 Metode

4.1 Modellering og analyse

4.1.1 Program

Programmet som brukes til modellering og analyse er elementmetodeprogrammet *Abaqus*. Geometrien kodes i programmeringsspråket *Python*. Mer informasjon om Abaqus og Python er presentert i *kapittel 2.14.1*.

Enheter

Tabell 4.1 viser enhetene som er brukt for inngående og utgående verdier i programmet.

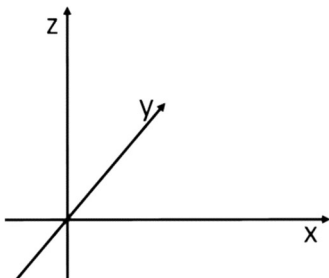
Tabell 4.1:

Enheter brukt i modellering og resultater i Abaqus

Lengde	Kraft	Spenning	Tid
mm	N	MPa	s

Koordinatsystemer

Koordinatsystemet som brukes er et kartesisk system som defineres både globalt og lokalt. Aksene står som vist i *figur 4.1*, hvor x-aksen er horisontal for det globale systemet og parallell med fiberretningen til treet for det lokale systemet. Det globale systemet er det som Abaqus bruker som standard og det lokale må defineres i programmet. Abaqus bruker notasjonen 1, 2, og 3 for de lokale retningene x, y og z.



Figur 4.1: Koordinatsystem for bruk i elementanalysen

4.2 Sensitivitetsanalyse

Påliteligheten til resultatet av elementmetodeanalysen er avhengige av at verdiene som brukes er riktige. Det er usikkerheter knyttet til flere av disse, og for å klargjøre hvordan resultater avhenger av disse, utføres en sensitivitetsanalyse. Dersom resultatet er sterkt avhengig av en eller flere verdier, må det tas hensyn til dette gjennom å sette inn tiltak for å få ned usikkerheten rundt disse. Hvis det ikke er mulig, må usikkerheten for disse legges til grunn når konklusjonen trekkes.

Analysen utføres ved at en verdi endres om gangen og alle andre verdier holdes konstante. Resultatene sammenlignes gjennom å se på spenning etter *von Mises-kriteriet* i åtte elementer jevnt fordelt fra overkant til underkant i bjelkens senterlinje. Von Mises er som kjent ikke gyldig for ortotropiske materialer, men brukes her som en forenkling for å fange opp spenninger i flere retninger. Resultatene kan derfor ikke betraktes som gyldige for faktiske spenninger i bjelken, men er til for bruk gjennom sensitivitetsanalysen. Plasseringen i senterlinjen argumenteres for med at de største spenningene oppstår her og er derfor det mest relevante området med tanke på hvordan og hvilke verdier som er av betydning. Sammenligninger og beregninger av differanser utføres i regneark, se *vedlegg 4.1* og er basert på rapporter fra Abaqus.

4.2.1 Usikre verdier

Tverrkontraksjonstall

Tverrkontraksjonstallet har som beskrevet i *kapittel 2.2.2* store variasjoner. Det er derfor viktig å se hvilke påvirkninger det har på sluttresultatet og om analysen må utføres med presise verdier for hvert enkelt treslag. Verdiene som brukes i sensitivitetsanalysen, har bakgrunn i *kapittel 2.2.2*.

Minimumsverdier: $v_{LT} = 0,28$ $v_{RT} = v_{RT} = 0,32$

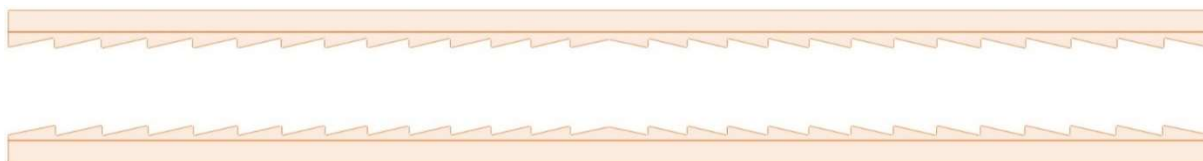
Maksimumsverdier: $v_{LT} = 0,43$ $v_{RT} = v_{RT} = 0,60$

Middelverdier: $v_{LT} = 0,40$ $v_{RT} = v_{RT} = 0,44$.

Mesh

Sensitivitetsanalysen skal blant annet undersøke om det er store forskjeller på sluttresultatet i analysen som en følge av størrelsen på elementene. I tillegg ses det også på effekten av strukturen på *mesh* og valg av elementtype.

Analysen utføres på følgende elementstørrelser, som defineres som *average global seed size* i Abaqus: 40 millimeter, 30 millimeter, 20 millimeter og 15 millimeter. Videre utføres det analyser med full integrasjon og struktur for de mest aktuelle elementstørrelsene. Elementene bør etter teorien jevnfør *kapittel 2.14.2* være av firkantet type og basere seg på plan spenning. Teorien nevnt ovenfor beskriver at det er usikkert om elementtypen bør ha redusert integrasjon. Av denne grunn er det valgt å utføre sensitivitetsanalysen på elementer av type *CPS4* som står for *4-node bilinear plane stress quadrilateral* og en tilsvarende med redusert integrasjon *CPS4R*. Strukturen styres ved å segmentere bjelken. Av de fire segmentene er to av disse i området med tenner og de to andre er fra øvre og nedre del av resterende bjelke, noe som vises på *figur 4.2*.



Figur 4.2: Segmentering av bjelken for å oppnå mesh med bedre struktur

Elastisitetsmodul og skjærmodul

For å se hvilken effekt elastisitetsmodulen har på faktiske spenninger i bjelkemitte, brukes grenseverdiene hentet fra *tabell 2.4*. Selv om det vil kunne oppstå større variasjoner mellom elastisitetsmodulene vil dette være med på å lage et bilde av påvirkningen store endringer i elastisitetsmodulen har. På samme måte blir det gjort for skjærmodulen, da med verdier hentet fra *NS-EN 388* for C18 og C40 for å sette verdier som i størst mulig grad dekker intervallet som skal ses på. Disse verdiene er henholdsvis $G_{mean,C18} = 560$ MPa og $G_{mean,C40} = 880$ MPa. Verdiene representere variasjoner mellom treslag og store usikkerheter i andre faktorer som påvirker elastisitets- og skjærmodulen. Derfor kan sensitivitetsanalysen i tillegg til å gi en indikasjon på avvik mellom beregning og den virkelige bjelken, også gi en pekepinn på hvor stor innvirkning valg av treslag og kvalitet har på bjelkens totale kapasitet.

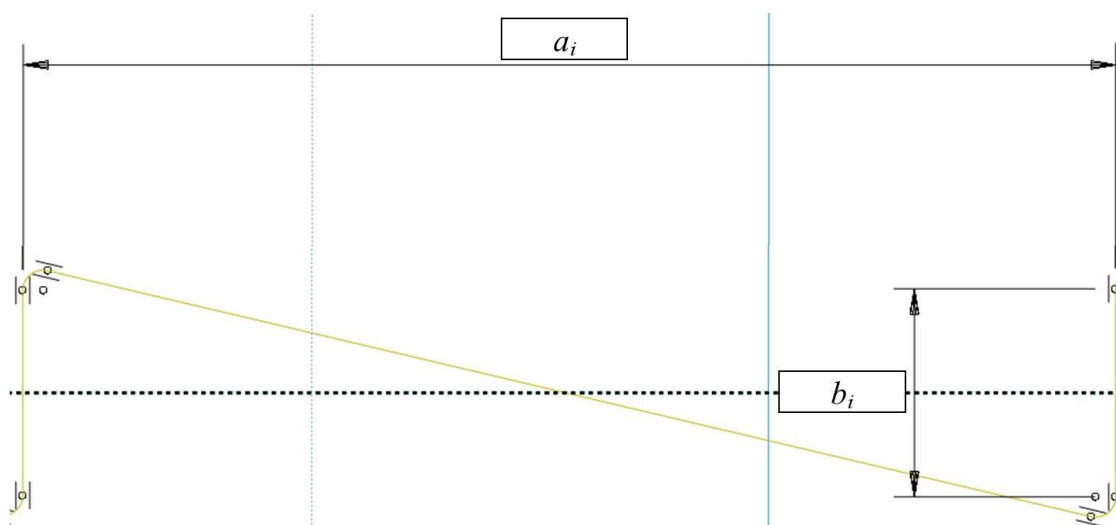
Friksjonskoeffisient

Friksjon er, som beskrevet i *kapittel 3.1.1*, en usikker parameter, da den er vanskelig å fastsette. Derfor kjøres sensitivitetsanalyse for laveste og høyeste estimerte verdier som motiveres i *kapittel 3.1.1* som er 0,2 og 0,3. Sensitivitetsanalysen skal her se på om det er nødvendig å utføre analyser for begge disse ytterpunkter, eller om friksjonskoeffisienten kan settes lik for alle materialer uten å tilføre for store usikkerheter til resultatet.

4.3 Bjelke for optimalisering

4.3.1 Modell

Det brukes en 2D-modell med tykkelse på én millimeter. Geometrien til tennene modelleres med koding i *Python* fra *vedlegg 4.2* hvor geometrien tegnes opp og parameterne knyttes til geometrien. Gjennom prosessen skal verdiene på lengden a_i og høyden b_i , hvor indeks i står for tannnummer regnet fra bjelkens senterlinje, optimaliseres.



Figur 4.3: Tegning av mål for variablene a_i og b_i

Det forutsettes at det er en sammenheng mellom størrelsen på tennene hvor de øker i lengde utover i bjelken fra midten. Denne sammenhengen er basert på at det antas å opptre en gradvis høyere skjærspenning når en beveger seg ut mot opplagrene. Dette fører til større krefter mellom de vertikale delene av tennene, og dermed bør også skjærarealet avhengig av lengden på tennene øke. Økningen utover er representert med parameteren *perturbasjon*. For å forsterke forskjellen utover er denne simulert opphøyet med n , se *formel 4.1*. I tidligfasen av

simuleringene viser det seg at ved å sette n lik 1,05 blir det en ønsket forsterkning på samme tid som den er innenfor et fornuftig område som kan håndteres av *perturbasjon*. Av nevnte grunn settes n konstant lik 1,05.

For å oppnå nedbøyning nær null ved lastsituasjon *ofte forekommende*, og dermed minst mulig krumning i vanlig bruk, er det tatt utgangspunkt i nedbøyningen av en bjelke med standard tverrsnitt for lastsituasjon vist i *tabell 3.3*. Denne kombinasjonen utgjør grunnlaget for overhøyden til modellen. Ønsket lengdeendring mellom den øvre og nedre bjelkedel oppnås ved beregninger fra *formel 2.20*. Resultatet gir 18 millimeter, noe som brukes som total lengdeøkning for tennene i øvre bjelkedel. Variabelen L_2 settes til 4159 millimeter, da denne er halvparten av lengdeøkningen summert med lengden av halve bjelken. Deretter defineres en formel for å styre sammenhengen mellom lengden på tennene:

$$x_i = x_{i-1} \cdot (1 + \text{perturbasjon } a)^n \quad (\text{Formel 4.1})$$

hvor x_i er en ikke skalert lengde på tann nummer i regnet fra senter av bjelken, *perturbasjon* a er lengdeøkning per tann og n er faktor for å forsterke lengdeøkningen når en beveger seg fra midten.

Deretter skaleres verdiene for å få endelige lengder a_i , som brukes på tennene på nedre bjelke etter følgende formel:

$$a_i = \frac{x_i}{\sum_0^{13} x_i} \cdot \frac{1}{2} \quad (\text{Formel 4.2})$$

Når tennene i øvre bjelke skaleres med L_2 istedenfor lengden av halve bjelken L_1 blir disse tennene lengre og skaper en spenning når de presses sammen med tennene i nedre bjelkedel. For at spenningen skal kunne variere mellom tennene, inkluderes også parameteren *perturbasjon ekstra*, hvor denne faktoren på lik linje med *perturbasjon*, må skaleres slik at totallengden på bjelken skal bli riktig. Siden tallene for *perturbasjon ekstra* er meget små, er det tilstrekkelig å gjøre dette med en tilnærming. Ved konstant størrelse på tenner blir den generelle formelen for middelværdi m av en kvadratisk funksjon gjeldende:

$$m = \int_0^\beta \alpha x^2 dx \cdot \frac{1}{\beta \cdot \alpha \cdot \beta^2} = \frac{1}{3} \quad (\text{Formel 4.3})$$

hvor α og β er vilkårlige konstanter.

Ved 14 tenner per bjelkehalvdel gir dette at ($1 + \text{perturbasjon ekstra}$) skal opphøyes i 4,67. Siden tennene blir større lengre ut fra bjelkemidte, blir middelveiden noe høyere enn den generelle formelen viser. For å kompensere for dette brukes tallet 6 istedenfor 4,67 og gir da en god nok tilnærming. Dermed blir den endelige formelen for lengden på tennene i den øvre bjelken som følger:

$$a_{2,i} = L_2 \cdot \frac{x_i}{\sum_0^{13} x_i} \cdot \frac{(1 + \text{extra_perturbasjon})^i}{(1 + \text{extra_perturbasjon})^6} \quad (\text{Formel 4.4})$$

Tannhøyde b defineres som avstanden mellom punktene hvor de vertikale linjene går over til krummede hjørner og gir virkelig høyde for tennene lik $b + 2 \cdot 5$ millimeter siden radius for krumningen jevnfør *kapittel 3.1.1* er satt til 5 millimeter. Høyden settes lik for øvre og nedre bjelke og m settes konstant lik 1,05 med samme motivering som for n . Dette gir følgende formel for tannhøyde b :

$$b_i = b_{2,i} = b_{i-1} \cdot (1 + \text{perturbasjon } b)^m \quad (\text{Formel 4.5})$$

hvor b_i er høyde på tann nummer i regnet fra senter av bjelken,

$\text{perturbasjon } b$ er høydeøkning per tann og

m er faktor for å forsterke høydeøkningen når en beveger seg fra midten.

4.3.2 Materialelegenskaper og interaksjon

Treet er modulert som elastisk ortotropisk materiale definert med elastiske konstanter. Det blir som nevnt brukt et kartesisk koordinatsystem, noe som for tre innebærer forenklinger beskrevet i *kapittel 2.1*. Verdier for elastisitet- og skjærmoduler er hentet fra *tabell 3.1* og for valg av tverrkontraksjonstall se *kapittel 4.2.1*. For å gjøre det mest mulig oversiktlig presenterer disse verdiene sammen i *tabell 4.2*.

Tabell 4.2:

Materialkonstanter for bjelken som er brukt til optimalisering

E ₁	E ₂	E ₃	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}	G ₁₂	G ₁₃	G ₂₃
12000	400	400	0,40	0,44	0,44	750	75	75

Interaksjonen er definert som kontakt mellom ytterdelene av tennene. Kontakt normalt på flater er satt til *hard*, der det forutsettes at delene ikke går inn i hverandre. Tangentiell kontakt er definert med en friksjonskoeffisient på 0,225 basert på at friksjonens lave påvirkning presentert i resultatdelen av sensitivitetsanalysen som motiveres i *kapittel 5.2.2*.

4.3.3 Randbetingelser og laster

Bjelken er lagt opp på buede støtter av typen *analytisk fast*, noe som innebærer at oppleggene hverken deformeres eller analyseres. Kontaktflatene holdes på plass av friksjonen. Lasten er definert som *jevnt trykk* og er basert på lastsituasjonen i bruksgrensetilstanden som er beskrevet i *tabell 3.3*.

4.3.4 Type analyse

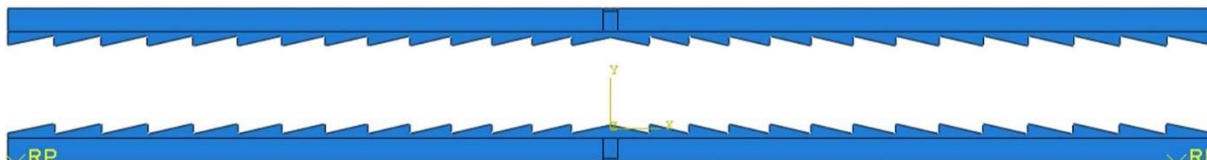
På grunn av de relativt store deformasjonene som opptrer i tre når maksimalkapasiteten er nådd, blir analysemetode satt til *ikke lineær* for å hensynta disse deformasjonene. (Simula, 2017)

I analysen brukes *automatisk tids trinninndeling*. Dette betyr at analysen av et trinn av beregningene avsluttes, dersom det ikke finnes en konvergerende løsning innen en angitt maksimal tid. For å begrense tidsbruken på beregningene settes maksimumsverdien ned fra standardverdien på 1 sekund til 0,3 sekunder. Lengden på det første trinnet settes på samme tid til 0,1 sekund.

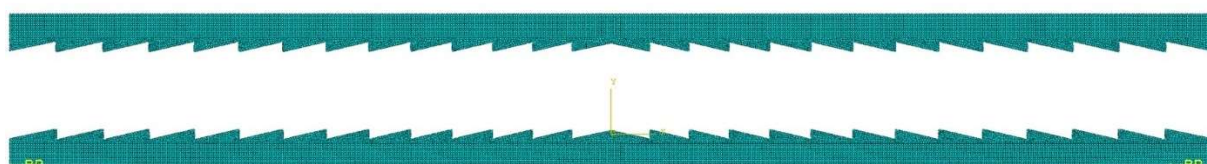
4.3.5 Mesh

Som sensitivitetsanalysen diskuterer i *kapittel 5.2.2*, vises det som nødvendig å bruke strukturert mesh for å få korrekte resultater. Bjelken er derfor segmentert jevnfør *kapittel 4.2.1*. I *figur 4.4* vises i tillegg til hovedsegmenteringen også små segmenter i senter av bjelken. Disse er utformet for å beholde ønsket struktur på områder for å enkelt avlese

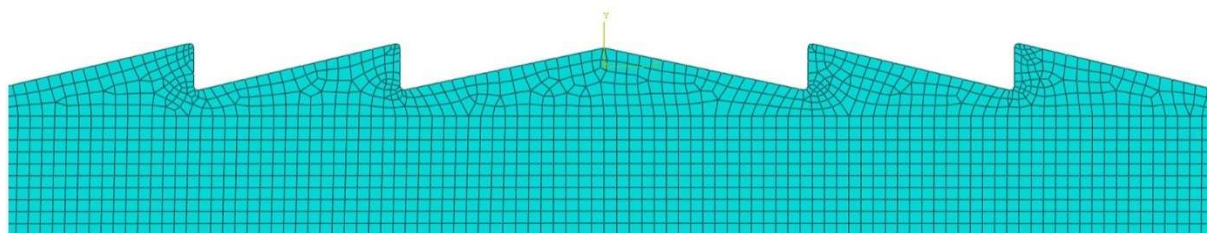
resultater. Det er valgt elementer av type *CPS4* siden denne viste best resultater etter sensitivitetsanalysen som beskrives nærmere i *kapittel 5.2.2*.



Figur 4.4: Segmentering av bjelken



Figur 4.5: Mesh, hele bjelken

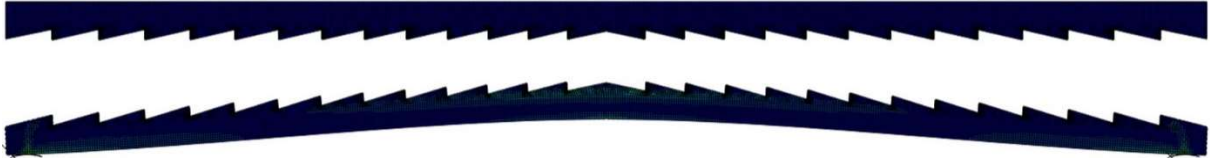


Figur 4.6: Utsnitt av mesh

4.3.6 Sammenføyning av bjelken

For å føre sammen øvre og nedre bjelkehalvdel bøyes først den nedre delen oppover på en slik måte at åpningene mellom tennene blir større. Deretter føres den øvre bjelkedelen nedover mot den nedre. Siden åpningene mellom tennene i nedre bjelkedel i bøyd tilstand er større en avstanden mellom tennene i den øvre, vil det nå være mulig å føre delene sammen uten bruk av store krefter. Sammenføyningen resulterer i forspenning og overhøyde avhengig av geometrien på tennene når bjelkedelene senkes ned sammen.

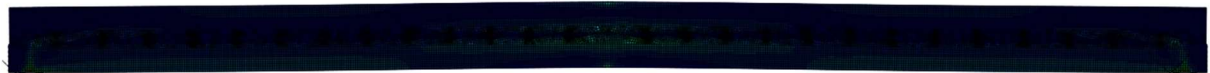
Bøyningen oppover jevnfør *figur 4.7* er overdreven i moduleringen for å unngå problemer med sammenføyning når geometrien forandres under optimaliseringen. I en virkelig situasjon vil det være tilstrekkelig med betraktelig mindre bøyning av nedre bjelkedel.



Figur 4.7: Nedre bjelkedel bøyes oppover



Figur 4.8: Øvre bjelkedel føres ned slik at tennene kan føres sammen



Figur 4.9: Bjelken sammenpresset

4.4 Optimalisering

4.4.1 Program

For optimaliseringen blir programmet *Isight* brukt i kombinasjon med *Abaqus*.

4.4.2 Utgangspunkt modell

For at en optimaliseringsprosess skal fungere i *Isight*, må det være gjennomført en analyse av et utgangspunkt, da utført som en modell i *Abaqus*. Denne modellen er i tråd med forutsetninger jevnfør *kapittel 4.3* og bruker startverdier for parametere listet opp i *kapittel 4.4.4*.

4.4.3 Optimaliseringsteknikk

I optimaliseringsvinduet i *Isight* er det mulig å velge blant en rekke forskjellige teknikker for gjennomføringen av optimaliseringen. For hver av teknikkene er det angitt en beskrivelse av

hvilken type optimaliseringer de forskjellige er egnet for. Under samtale med postdoktor ved Institutt for konstruksjonsteknikk Francesco Mirko Massaro, påpeker Massaro at det i en mindre optimalisering som her vil være tilstrekkelig å velge en av teknikkene hvor beskrivelsen dekker behovet uten videre diskusjon. *Hooke-Jeeves* er en optimaliseringsteknikk som egner seg godt for lineære og ulineære design og brukes derfor videre. For å raskt finne ytterpunkter og samtidig sikre at jobben blir gjennomført uten stopp, blir det gjort noen endringer ved å endre relativ stegstørrelse fra 0,02 til 0,5 og maksimalt antall mislykkede forsøk fra 5 til 20.

Når Isight kjører optimaliseringen vil programmet forsøke å nå lavest mulige *objektfunksjon*. Objektfunksjonen er summen av hvilken grad målene i optimaliseringen blir oppnådd hvor en lav objektfunksjon vil være bedre enn en høy sett fra et optimaliseringsperspektiv. I optimaliseringen blir det ikke brukt skaleringsfaktorer siden alle målobjekter har noenlunde samme verdi innenfor de definerte grensene presentert i neste delkapittel.

4.4.4 Parametere, begrensninger og målobjekter

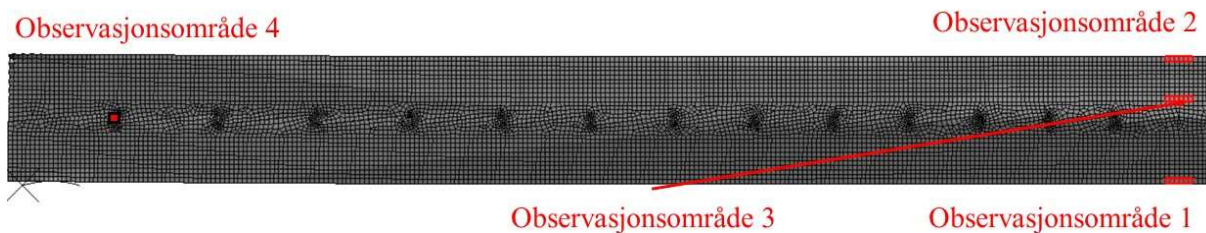
Parameterne som ble presentert, har behov for begrensninger for å kunne brukes i en optimaliseringsprosess. Startverdiene sammen med grenseverdier er bestemt av å se sammenhenger fra kodingen i *Python* og hvor stor påvirkning de forskjellige parameterne har på skissen i bjelkemodelleringen og vises i *tabell 4.3* under.

Tabell 4.3:

Grenser for parametere for utgangspunkt optimaliseringen

Parameter	Startverdi	Nedre grense	Øvre grense
<i>b</i>	55	20	90
<i>perturbasjon a</i>	0,015	0	0,030
<i>perturbasjon b</i>	0,015	0	0,030
<i>perturbasjon ekstra</i>	0	-0,00015	0,00015

For at parameterne skal variere og finne optimalløsninger, må det settes områder hvor det søkes spenninger innenfor gitte grenser. Disse blir plassert i området hvor høy spenning vil kunne opptre og har avgjørende betydning for hvordan parameterne vil oppføre seg. Av denne grunn blir det plassert *tre* observasjonsområder ved bjelkemidte og *ett* bak ytterste tann jevnfør *figur 4.10*.



Figur 4.10: Observasjonsområder for optimalisering

Observasjonsområdene har spenningsverdier målt i MPa etter gjennomføring av utgangspunkt-modell i *Abaqus*. Av hvert observasjonsområde blir det tatt ut to eller tre elementer som blir målepunkter videre for *Isight*. Hensikten er deretter at optimaliseringsmetoden skal arbeide seg nærmere definerte grenser. I *observasjonsområde 1* settes det nedre og øvre grense hvor hensikten er å minimere spenningen i underkant bjelke. For å unngå falske resultater i optimaliseringsprosessen, settes den nedre grensen her til 10 MPa. *Observasjonsområde 2* er her ikke i bruk da det vil være av større interesse å tilpasse seg en spenning i *observasjonsområde 3* hvor det blir satt en målverdi som skal søkes gjennom optimaliseringsprosessen. Utgangspunktverdien er her satt til -20 MPa siden hensikten ikke er minst mulig spenning, men jevnest mulig spenning gjennom tverrsnittet. Avlesninger av spenningsbilde etter utgangspunktmodellen i *Abaqus* medfører at det også er mulig å sette øvre og nedre grense for *observasjonsområde 4*. Da hovedmålet i første omgang vil være å redusere spenningen i midtspennet, settes det ingen begrensinger i dette området før senere i prosessen.

Tabell 4.4:

Observasjonsområder med verdier for utgangspunktmodell for optimalisering

	Målverdi	Nedre grense	Øvre grense	Retning	Enhet
Observasjonsområde 1	-	10	50	Minimer	MPa
Observasjonsområde 2	-	-	-	-	
Observasjonsområde 3	-20	-	-	Målsone	MPa
Observasjonsområde 4	-	-	-	-	

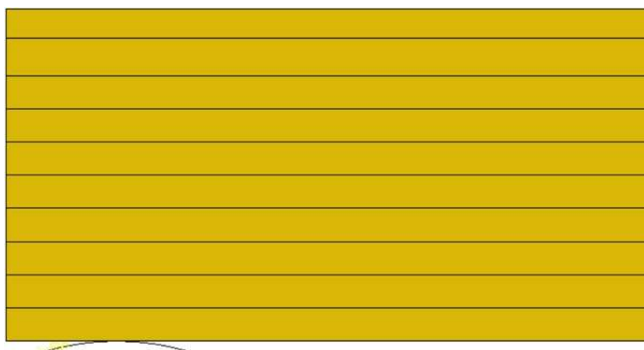
4.4.5 Optimaliseringsmetodikk

Parameterne optimaliseres først hver for seg basert på verdiene bestemt i observasjonsområdene. Etter første runde med de fire parameterne, heretter kalt *optimalisering 1*, blir de optimaliserte verdiene tatt med tilbake til *Abaqus* for å se hvordan bjelken oppfører seg spenningsmessig og med tanke på deformasjon. På dette tidspunkt må en ta stilling til om en skal endre verdiene i observasjonsområdene. En slik endring vil kunne påvirke enkelte parametere, men vil også gjøre at det kan bli bruk for andre grenseverdier og målområder for parameterne. Ved endring kjøres optimaliseringsprosessen en gang til for de aktuelle parameterne, før alle parametere settes sammen i en siste optimalisering hvor alle har mulighet til å variere i samme prosess, men da med smalere grenseintervall. Alt av endringer som blir gjort etter optimalisering 1, blir omtalt som *optimalisering 2*.

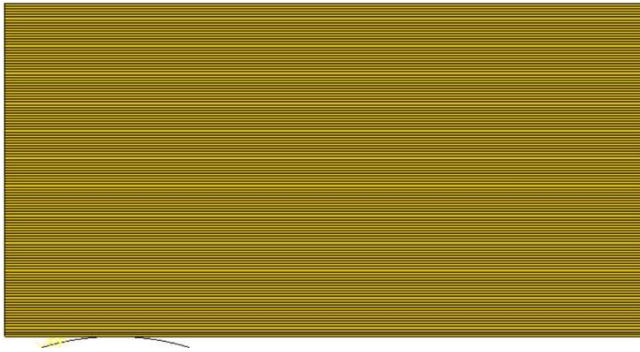
4.5 Sammenligningsteknikk

4.5.1 Referansebjelker

Referansebjelkene blir modulert opp på samme måte som de optimaliserte. Dette blir gjort for å gi mest mulig kompatible resultat for sammenligning av bjelkenes kapasitet. Analysen av disse bjelkene er gjort med samme metode som for de egenmodulerte, med unntak av selve sammenføyningsdelen, fordi det ikke er et behov for denne type bjelker. Lastsituasjoner benyttet for optimaliseringsbjelken blir også brukt for referansebjelkene. Inngående verdier for materialdata i *Abaqus* blir hentet fra *tabell 3.1*. Bjelkene fremstilles visuelt i *figur 4.11* og *figur 4.12*, hvor GL 30c og Hasslacher bjørkebjelke har samme utforming, mens Baubuche har en tettere lamellfordeling.



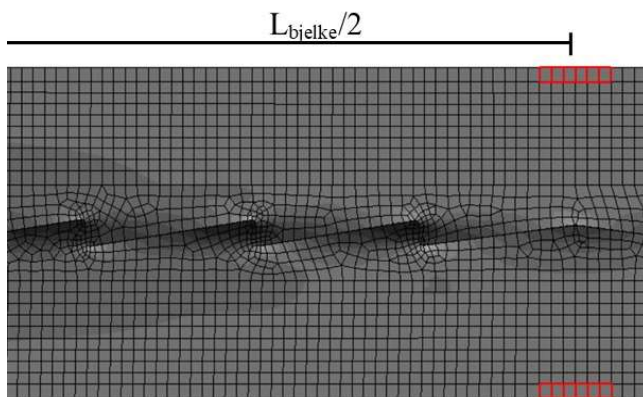
Figur 4.11: Utsnitt av bjelke i type GL 30c eller Hasslacher bjørkebjelke i ubelastet tilstand



Figur 4.12: Utsnitt av Bøkebjelke i finer (Baubuche) i ubelastet tilstand

4.5.2 Databruk fra Abaqus

Dataene som blir hentet ut fra *Abaqus* baserer seg på opptredende spenninger i fiberretningen S_{11} og deformasjoner U_2 . Selv om det er varierende geometri i bjelkene, er spenningen og deformasjonen hentet ut på samme sted. Det er seks elementer på henholdsvis øvre og nedre kant som brukes. Dette er noen av de samme elementene som også ble brukt under optimaliseringsprosessen. I tillegg er det et observasjonspunkt i overkant av opplegg for å utelukke deformasjon som vil ha innvirkning på deformasjonskoordinatene ved midtspennet.



Figur 4.13: Utsnitt av bjelke i $L/2$ med elementer for observasjon

Sammenligning av bjelkene vil bli gjort i både bruksgrensetilstanden og bruddgrensetilstanden siden en overgang fra den ene til den andre tilstanden ikke nødvendigvis er lineær. Den ulineære forskjellen kan blant annet ses ved at den karakteristiske elastisitetsmodul for hardved har et annet forhold til midlere elastisitetsmodul $E_{0,mean}$ enn for mykved jevnfør *kapittel 2.2.1*. I bruksgrensetilstanden vil verdier for både deformasjon og spenninger være en del av sammenligningsgrunnlaget, mens bruddgrensetilstanden kun vil sette søkelys på spenninger i de definerte områdene.

Sammenligningene blir gjort ved å ta ut gjennomsnittlig opptredende spenning i nevnte observasjonsområder for å sette de opp mot treets fasthet for trykk og strekk $f_{c,o,(k/d)}$ og $f_{t,0,(k/d)}$. I tillegg blir $L/300$ satt som tillatt nedbøyning for bjelkene i bruksgrensetilstanden. Ut fra dette settes det opp en restkapasitet hvor positive verdier tyder på tilstrekkelig kapasitet og negative verdier tyder på brudd eller utenfor bestemte kriterier. Det blir også laget en relativ kapasitet ut fra referansebjelken i GL 30c utførelse som blir referert til som $Rel_{kap,0}$. For den *relative kapasiteten* er verdier under én dårligere enn GL 30c mens verdier over én tyder på bedre. Formlene for å beregne restkapasitet $R_{kap,i}$ og relativ kapasitet Rel_{kap} er som følger:

$$R_{kap,i} = 1 - \left(\frac{\sigma_o}{R_i} \right) \quad (\text{Formel 4.6})$$

Hvor i refererer til gitt treslag og
 0 til referansebjelken GL 30c,
 σ_o er opptredende spenning og
 R_i er kapasitet for gitt treslag i .

$$Rel_{kap,i} = Rel_{kap,0} - (R_{kap,0} - R_{kap,i}) \quad (\text{Formel 4.7})$$

hvor i refererer til gitt treslag og
 0 til referansebjelken GL 30c.

4.6 Kontroll av skjærspenninger

Med jevnt fordelt last blir skjærkraften for en standardbjelke størst nær oppleggene. Etter reduksjon av skjærkraften ved opplegg etter beskrivelse i *kapittel 2.13.2* uttrykkes skjærkapasiteten R_τ som følger:

$$R_{\tau} = \frac{3}{2} \cdot \frac{q_d \left(\frac{L}{2} - h \right)}{b \cdot h} \quad (\text{Formel 4.8})$$

Hvor L er avstanden mellom oppleggene,
 b er tverrsnittsbredde,
 h er tverrsnittshøyde og
 q_d er dimensjonerende last.

For tannbjelkene må skjærkraften i tillegg til den vanlige kontrollen også kontrolleres lokalt ved tennene. Jevnfør *kapittel 4.3.1* øker spenningen som fører til skjærkraft i tannområdet utover i bjelken, noe som gjør at det er tann nummer to regnet fra ytterkanten som får de største spenningene. Grunnen til at det ikke er ytterste tann som er mest kritisk, er at denne tannen har større muligheter til å bevege seg i lokal x-retning ut mot kanten. Det er derfor tann nummer to fra kanten av bjelken som kontrolleres for skjærkraftkapasitet.

Denne skjærkontrollen blir gjort ved å lese av trykkspenninger i bruddgrensetilstand på elementene langs med den vertikale kanten av den høyest belastede tannen. For hvert element multipliseres spenningene med lengden av elementet mot den vertikale kanten. Dette gir en kraft per element. Ved summering av disse finnes kraften som skal tas opp som skjær i tannens lengde. Kraften fordeles jevnt utover skjærarealet og gir den opptredende skjærkraften. Den opptredende spenningen kontrolleres mot dimensjonerende kapasitet for respektive trekvaliteter.

Følgende antagelser er gjort for skjærkontroll:

Virket forutsettes fritt for sprekker når bjelken blir brukt i klimaklasse 1 og 2. Siden oppgaven er avgrenset til disse klimaklassene ses det her bort fra sprekkfaktoren k_{cr} presentert i *kapittel 2.13.1*. Spenninger rundt nedre spiss av tennene blir ikke inkludert fordi det oppstår strekk og ikke trykk her. Dette ville gitt en lavere total kraft og det vil dermed være konservativt å ekskludere denne spenningen. I tillegg er lengden brukt i skjærkontrollen lengden av tannen $a_i - 2 \cdot r$ og fører til at området nærmest tennene *ikke* er med på å ta opp skjærkraft og er dermed en konservativ antakelse.

4.7 Modellering av tannbjelker med lameller

Det moduleres to bjelker med utgangspunkt i den optimaliserte bjelken, disse har utforming etter beskrivelsen i *kapittel 3.1*.



Figur 4.14: Bjelker i gjenbrukstre og bjørk med 16 mm lameller

Disse bjelkene utføres som nevnt i gjenbrukstre og bjørk. Begge bjelkene er av materialer av høyere kvalitet enn hva som er brukt under optimaliseringen. Av denne grunn må materialeegenskapene endres i *Abaqus* med bakgrunn i *tabell 3.1*. Som følge av en endret elastisitetsmodul i fiberretting må også L_2 endres. Endringen for L_2 kommer som følge av *formel 2.20* som er avhengig av elastisitetsmodulen. Verdier for L_2 blir 4155 og 4156 millimeter for henholdsvis bjørk og gjenbrukstre. Tallene er avrundet nedover til hele millimeter. For å gjøre det mest mulig oversiktlig presenteres disse verdiene sammen i *tabell 4.5*.

Tabell 4.5:

Materialeegenskaper for bjørk og gjenbrukstre som brukes i *Abaqus*

	E_1	E_2	E_3	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}	G_{12}	G_{13}	G_{23}
Bruksgrensetilstanden									
Bjørk	18080	600	600	0,40	0,44	0,44	850	85	85
Gjenbrukstre	15840	530	530	0,40	0,44	0,44	850	85	85
Bruddgrensetilstanden									
Bjørk	15070	500	500	0,40	0,44	0,44	710	71	71
Gjenbrukstre	13200	440	440	0,40	0,44	0,44	660	66	66

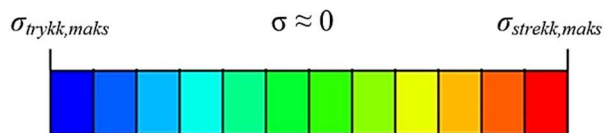
5 Resultat og diskusjon

Informasjon angående kapittel 5

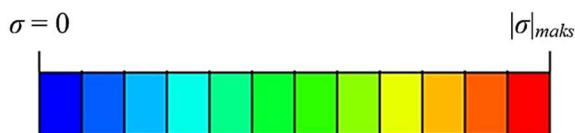
Som nevnt i *kapittel 1.5* er resultatene for et tema, ofte styrende for neste tema i denne oppgaven. Av denne grunn er dette kapitlet bygget opp med resultater først og fremst i figur- og tabellform i tillegg til en kort beskrivelse av resultatet, med påfølgende diskusjon rundt det som kommer frem av resultatet. I noen tilfeller vil det derfor være resultater som dukker opp i diskusjonen som ikke er presentert konkret annet enn i form av tabeller og figurer. Når diskusjonen rundt temaet er ferdig, går en videre til neste tema med samme oppbygning. Til slutt kommer en avsluttende diskusjon i *kapittel 5.7* som trekker sammen alle temaene og diskuterer sammenhenger og konsekvenser av valg som har blitt argumentert for underveis.

Tolkning av spenningsbilder fra Abaqus

Spenningsbildet som presenteres i resultatene, følger et fargemønster hvor blå farge viser lave verdier og rød viser høye verdier. For *standard spenningsbilde* vises trykk som blå og strekk som rød og grønn indikerer lav spenning. For *forenklet spenningsbilde* hvor en ikke ser forskjell på trykk og strekk, vises farger basert på absoluttverdi som gjør at områder med lite eller ingen spenning vises som blå og områder med høyt trykk eller strekk vises som røde.



Figur 5.1: Fargeforklaring for standard spenningsbilde



Figur 5.2: Fargeforklaring for forenklet spenningsbilde

5.1 Materialvalg

5.1.1 Diskusjon

For å avgjøre hvilke materiell som er mest hensiktsmessig for bruk i bjelkene, må det ses på fra et helhetsperspektiv hvor styrkeegenskapene blir vurdert sammen med treets bærekraft i Norge.

Gran

Gran er det, som beskrevet i *kapittel 2.3.1*, god forekomst av i Norge, men har sammenlignet med andre treslag lav mekanisk styrke. Dette fører til at materialet ikke er ideelt for bruk i en høykapasitetsbjelke. Om bruksområdet for bjelkene var klimaklasse 3, ville granen stilt noe sterkere da den har liten volumendring ved fuktendringer og dermed tåler variasjoner godt. Siden det ikke rettes fokus på dette i denne oppgaven, har styrkeegenskapene så stor betydning at nyprodusert gran faller ut.

Bøk og bjørk

Styrkeegenskapene til bøken presentert i *tabell 2.4* gir et bilde av et meget sterkt treslag. Med bærekrafttanken lagt til grunn bør en imidlertid være skeptisk til bruk av bøk i Norge. Som beskrevet i *kapittel 2.3.3* er det nemlig en svært liten forekomst av denne her til lands, og med en grunnleggende tanke om å bruke norske og fornybare materialer vil det være et lite potensial. Bjørk derimot er det god forekomst av og sammenlignet med bøk er strekkfastheten marginalt bedre og skjærfastheten mye høyere. Siden det er små forskjeller, konkluderes det med at tanken om norsk materiell veier tungt nok for å velge bjørk foran bøk, selv om den viktige trykkfastheten er lavere enn for bøk.

Gjenbruksmateriale av gran

Som nevnt ovenfor, har ikke granen i seg selv stor styrke sammenlignet med andre. Likevel, som omtalt i *kapittel 2.3.4*, ble gamle materialer brukt som konstruksjonskomponenter ofte sortert ut som de beste av utvalget, noe tallene i *tabell 2.4* er med på å underbygge med å langt overstige C40 kvalitet. Gjenbruksmateriale er også et godt alternativ sett fra et

bærekraftig ståsted i den grad at det gir muligheter til å bruke materialer om igjen. Ved å bruke materialer flere ganger vil det være mulig å spare naturen for unødvendige inngrep og på samme tid få god kvalitet i retur. Som beskrevet i *kapittel 2.3.4*, kan utvalget på store dimensjoner være begrenset, noe som gjør materialet enklere å bruke i en bjelke som er bygget opp av 16 millimeters lameller enn ellers. En skal likevel være oppmerksom på at bredden på tverrsnittet kan bli problematisk for de største dimensjonene, jevnfør *kapittel 2.3.4*, siden de normale dimensjonene normalt ikke overgår seks tommer. For tverrsnitt smalere enn seks tommer kan likevel gjenbrukstre av gran være et like godt alternativ som bjørk på grunnlag av bærekraftperspektivet, selv om styrkeegenskapene som vises i *tabell 2.4* er en god del lavere.

5.2 Sensitivitetsanalyse

5.2.1 Resultat

Fullstendige resultater er presentert i *vedlegg 4.1*. Nedenfor presenteres spenningsavvik $\Delta\sigma$, i bjelkens senterlinje når de usikre verdiene går fra minimale til maksimale verdier. Maksimale $\Delta\sigma$ er avviket for det element hvor forskjellen er størst mens gjennomsnittet er basert på alle åtte elementene. Disse avvikene presenteres i *tabell 5.1* og brukes som grunnlag for fastsettelse av verdier som brukes i simuleringen og for diskusjon av usikkerheter.

Tabell 5.1:

Avvik $\Delta\sigma$ mellom spenninger for valgte elementer ved maksimale og minimale verdier av de usikre verdiene

	Maksimalt $\Delta\sigma$	Gjennomsnitt $\Delta\sigma$	
	MPa	MPa	%
Tverrkontraksjonstall	0,02	0,006	0,04
Mesh	8,58	2,88	13,97
Strukturert mesh	5,60	1,33	7,30
Elastisitetsmodul	3,51	3,51	17,90
Skjærmodul	4,86	1,16	5,72
Friksjon	0,41	0,09	0,51

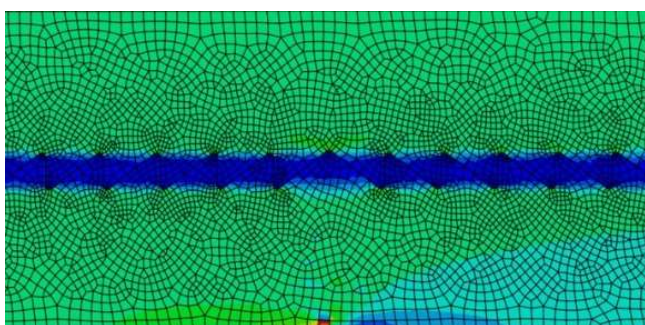
5.2.2 Diskusjon

Tverrkontraksjonstallet

I *tabell 5.1* viser analysen at det er liten endring i spenning om tverrkontraksjonstallet endres. Dette viser at bjelken kan moduleres med gjennomsnittsverdiene fra Bodig uten at det tas ytterligere hensyn til usikkerheten. En kan dermed si at tverkontraksjonstallet ikke trenger å endres for andre treslag. Verdiene settes til: $\nu_{LT} = 0,40$ og $\nu_{RT} = \nu_{RT} = 0,44$.

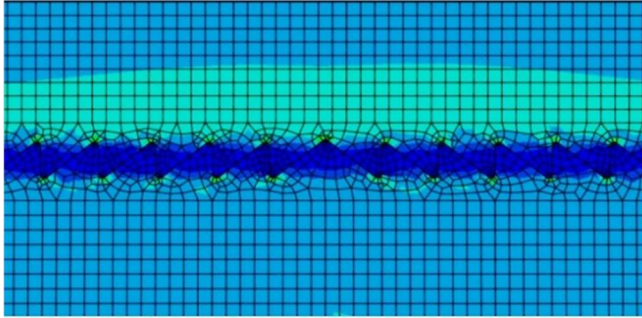
Mesh

Resultatet av analysen presentert i *tabell 5.1* viser betydelig endring i spenninger når størrelsen på elementene varieres. Både gjennomsnittsavviket og det maksimale avviket er stort. Siden det største avviket gjelder elementet i underkant hvor maksimal spenning oppstår, er dette spesielt viktig. *Abaqus* klarer ikke å gjennomføre en analyse med elementstørrelser på 15 millimeter, men klarte imidlertid på 16 millimeter. Derfor ble 16 millimeter den minste dimensjonen som ble kjørt.



Figur 5.3: Utsnitt av resultatet for elementstørrelse 16 og ustrukturert mesh. Forenklet spenningsbilde hvor en ikke ser forskjell på trykk og strekk

Resultatene av disse analysene viser at med bruk av full integrasjon og med en mer systematisk mesh, forsvinner problemet med store og uventede spenningskonsentrasjoner på samme tid som spenningene opptrer med symmetri om global z-akse. Tallene i *tabell 5.1* viser også at avvikene reduseres til rundt halvparten ved bruk av strukturert mesh.



Figur 5.4: Utsnitt av resultatet for elementstørrelse 16 og strukturert mesh. Forenklet spenningsbilde hvor en ikke ser forskjell på trykk og strekk

Med bakgrunn i resultatene av sensitivitetsanalysen vil det dermed være hensiktsmessig å bruke strukturert mesh. Elementene bør bestå av elementtype *CPS4* som beskrevet i *kapittel 4.2.1*, da denne passer godt for analysen og bruker full integrasjon, noe som diskusjonen over viser er nødvendig for gode resultater. Elementstørrelsen på 16 millimeter brukes av den grunn at avvik som kommer av størrelsen på elementer er stor. Selv med en strukturert mesh fører det til for store usikkerheter å bruke en elementstørrelse større. Analysen viser også at desto mindre elementstørrelsen er, jo bedre utnyttelse blir det av tennene.

Elastitetsmodul

Som kan leses av *tabell 5.1*, er det store forskjeller på opptredende spenninger når elastitetsmodulen forandres fra 10 000 MPa til 14 700 MPa. Dette tyder på at valg av treslag og kvalitet er sentralt for å få valide resultater. Disse resultatene bør imidlertid ikke ses som usikkerheter i seg selv siden usikkerheten til elastitetsmodulen er like stor for referansebjelkene som for tannbjelkene.

Skjærmodul

Skjærmodul på 880 MPa sammenlignet med 560 MPa gir ikke like store avvik som eksempelvis elastitetsmodulen, men likevel betydelige. Store deler av avviket kommer av at spenningen varierer med 22 prosent for elementet i underkant av bjelken. Siden dette er et kritisk område, er det viktig at den optimaliserte bjelken kontrolleres for riktig skjærmodul for den aktuelle trekvaliteten. På samme måte som for elastisitetsmodulen, er dette forventede avvik.

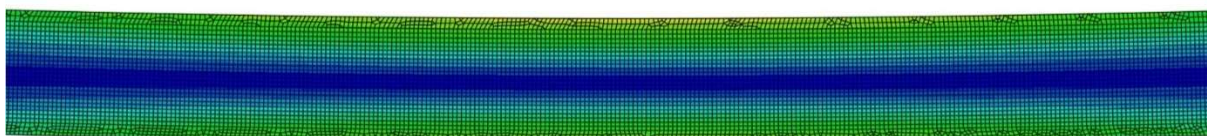
Friksjonskoeffisient

Når friksjonen varieres fra 0,2 til 0,3, skjer det ingen store forandringer i spenninger, og en kan dermed si at friksjonen ikke utgjør en stor usikkerhet for sluttresultatet. Siden forskjellen er liten, velges en friksjon litt lavere enn middelveiden, da dette sparer beregningstid i *Abaqus* uten å tilføre signifikant usikkerhet. Friksjonskoeffisienten settes av denne grunn til 0,225.

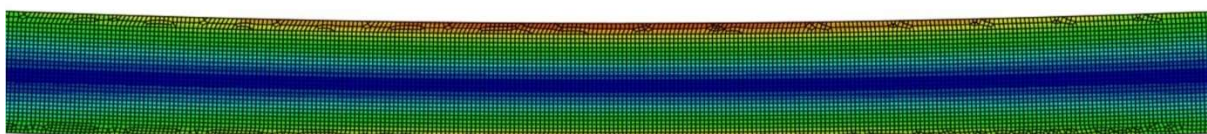
5.3 Referansebjelker

5.3.1 Resultat

Spenningsfordelingen presenteres for GL 30c i *figur 5.5* og *5.6* for å kunne brukes som en visuell sammenligning med tannbjelkene. Spenningen er her presentert hvor en ikke ser forskjell på trykk og strekk og fordelt mellom 0 og 35 MPa i bruksgrensetilstanden og mellom 0 og 43 MPa i bruddgrensetilstanden.



Figur 5.5: GL 30c i bruksgrensetilstand, utsnitt på omtrent 5 meter av midterste del av av bjelken. Forenklet spenningsbilde hvor enn ikke ser forskjell på trykk og strekk



Figur 5.6: GL 30c i bruddgrensetilstand, utsnitt på omtrent 5 meter av midterste del av bjelken. Forenklet spenningsbilde hvor enn ikke ser forskjell på trykk og strekk

I både bruks- og bruddgrensetilstanden ser en at spenningen er null i nøytralaksen, med økende spenninger utover i bjelketverrsnittet. Forskjellen mellom spenningen i bjelkemidte er lineær med utgangspunkt i spenningen i nøytralaksen og kantene. Dermed er spenningen i et punkt i tverrsnittet avhengig av avstanden fra området som ses på til nøytralaksen, jevnfør

kapittel 2.10 for et normalt spenningsbilde. Av dette kan en også se at soner med lavere spenninger blir større ut mot oppleggene.

5.4 Optimalisering

Resultatene fra optimaliseringen vil være av høy nøyaktighet med svært mange desimaler. Siden det er mindre viktig å få frem denne nøyaktigheten her, presenteres de kun med inntil to desimaler. Gjennom analysen og optimaliseringen har det imidlertid blitt brukt fullt ut med alle desimaler.

5.4.1 Resultat Optimalisering 1

Som presentert i kapittel 4.4. brukes kun observasjonsområde 1 og 3 for optimalisering 1. Likevel kan resterende observasjonsområder bli brukt som en pekepinn for å påvise nødvendige endringer. Under ligger resultatene for parameterne, samt verdier oppgitt i MPa for tre av elementene i hvert observasjonsområde. Notasjonen $S_{i,j}$ refererer til observasjonsområde i og element j .

Tabell 5.2:

Resultater parametere etter optimalisering 1

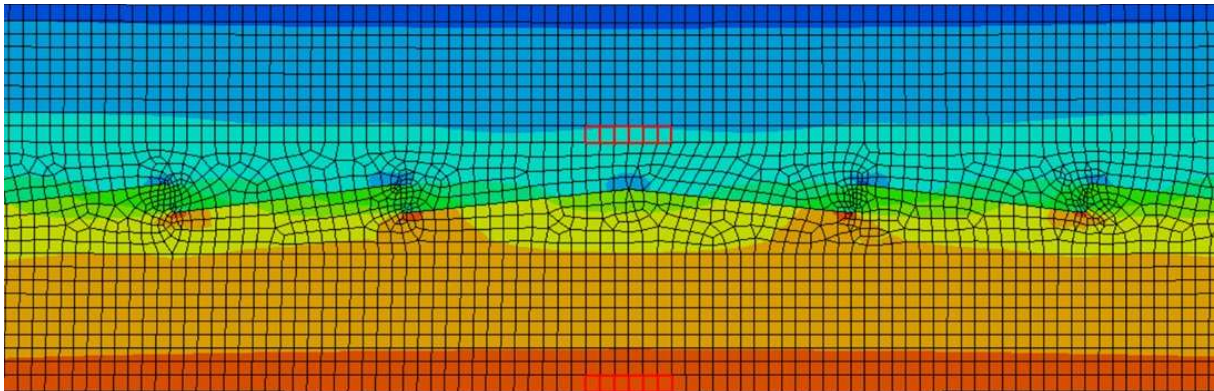
	Inngangsverdi	Optimalisert verdi	Nedre grense	Øvre grense
b	55,00	22,74	20	90
$perturbasjon$	$1,50E^{-2}$	$1,68E^{-2}$	0	0,03
$perturbasjon b$	$1,50E^{-2}$	$1,50E^{-2}$	0	0,03
$perturbasjon ekstra$	0	$-1,45E^{-4}$	$-1,50E^{-4}$	$1,50E^{-4}$

Tabell 5.3:

Resultater for opptredene spenninger for observasjonsområde 1 og 3 etter optimalisering 1

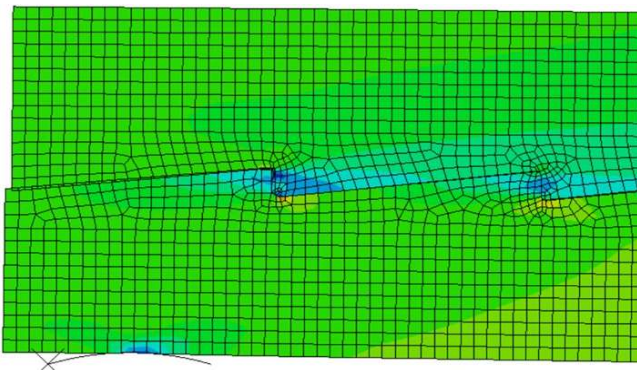
	Optimalisert verdi	Nedre grense	Øvre grense	Mål	Retning
$S_{1,1}$	27,14	10	50	-	Minimer
$S_{1,2}$	27,24	10	50	-	Minimer
$S_{1,3}$	27,24	10	50	-	Minimer
$S_{3,1}$	-20,38	-	-	-20	Målsum
$S_{3,2}$	-20,21	-	-	-20	Målsum
$S_{3,3}$	-20,19	-	-	-20	Målsum

De rød-markerte områdene på *figur 5.7* viser observasjonsområde 1 og 3 etter innsetting av parameterverdiene fra optimalisering 1 i *Abaqus*. En kan her se at observasjonsområde 1 nederst på bjelken har relativt høy opptredene spenning sammenlignet med resten av tverrsnittet. Observasjonsområde 3 har derimot noe lavere spenning enn hva den øverste delen av bjelken har. En merker seg også en deformasjon på 43 millimeter i bjelkemitte.



Figur 5.7: Visning av bjelkemitte etter simulering med parametere fra optimalisering 1. Standard spenningsbilde

Ved å se på *observasjonsområde 4* bak ytterste tann kan en også se en spenningsoppbygning i tannområdet. Det blir her påvist verdier over et større område på omtrent 30 MPa, men med negativ akkumulasjon innover mot midten, altså med mindre spenning for hver tann innover mot bjelkemitte.



Figur 5.8: Observasjonsområde 4 med store trykkspenninger etter optimalisering 1 ut fra et standard spenningsbilde

5.4.2 Endringer etter optimalisering 1

Som vist i *figur 5.7* og *figur 5.8* vil det være hensiktsmessig å søke et annet spenningsbilde enn hva som kom ut av *optimalisering 1*. Dette gjøres ved å gjøre ytterligere endringer i

grenser og inkludere *observasjonsområde 4* i *Isight*. For å oppnå et jevnere spenningsbilde i tannområdet senkes den nedre grensen for *perturbasjon ekstra* siden den optimaliserte verdien er svært nær grenseverdien. Det blir også åpnet opp for et større intervall for *perturbasjon* og *perturbasjon b* siden *observasjonsområde 4* vil kunne påvirke disse parameterne kraftig. Tannhøyde *b* låses da det ikke ses som nødvendig å variere med denne parameteren en gang til. Alle definerte grenser kommer frem i resultat for *optimalisering 2* sammen med da optimaliserte parametere og resulterende spenninger.

5.4.3 Resultat optimalisering 2

Endringer påpekt i *kapittel 5.4.2* ble gjennomført for parameterne som presenteres i *tabell 5.4*. Alle parameterne utenom tannhøyde *b* ble kjørt gjennom optimaliseringsprosessen individuelt en gang til, referert til som inngangs- og grenseverdier *1*. I tillegg ble det gjennomført et smalere intervall for parameterne *perturbasjon a* og *perturbasjon b* når de kjørte på samme tid, referert til som *2* i *tabell 5.4*. Inngående parameterverdier i *2* er da utgående verdier etter *1*.

Tabell 5.4:

Inngangsverdier, grenser og utdata for optimalisering 2

	Inngangsverdi		Optimalisering 2	Øvre grense		Nedre grense	
	1	2		1	2	1	2
<i>b</i>	22,74	22,74	22,74	-	-	-	-
<i>perturbasjon a</i>	1,68E ⁻²	4,26E ⁻²	4,50E⁻²	0,05	4,50E ⁻²	0	3,50E ⁻²
<i>perturbasjon b</i>	1,50E ⁻²	4,80E ⁻²	5,30E⁻²	0,05	5,50E ⁻²	0	4,50E ⁻²
<i>perturbasjon ekstra</i>	1,45E ⁻⁴	-3,45E ⁻⁴	-3,45E⁻⁴	0	-	-5,00E ⁻⁴	-

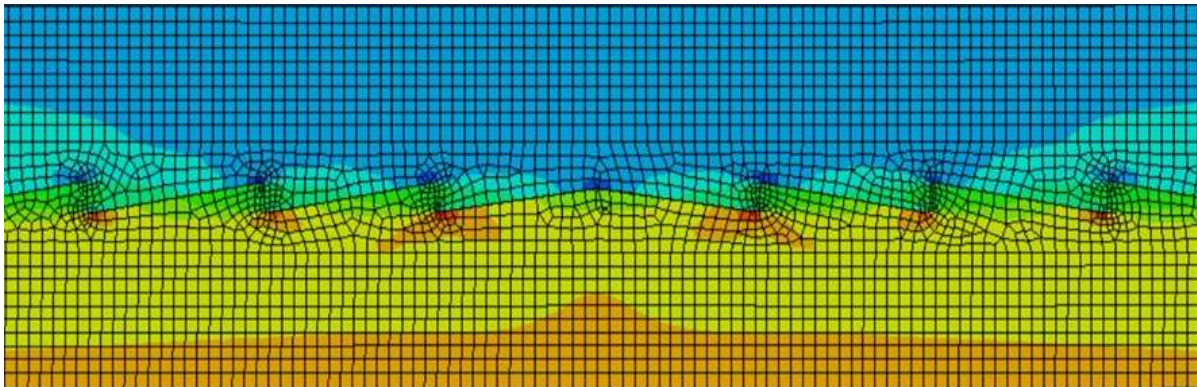
Resultatene av endringer på parameterne i tillegg til inkludering og bruk av *observasjonsområdet 4*, gav spenninger som presentert i *tabell 5.5*. Resultatene er også vist til visuelt hvor det er tatt ut nye utsnitt av bjelkemidte i *figur 5.9* og siste tann i *figur 5.10*.

Tabell 5.5:

Opptredene spenninger i observasjonsområder etter optimalisering 2

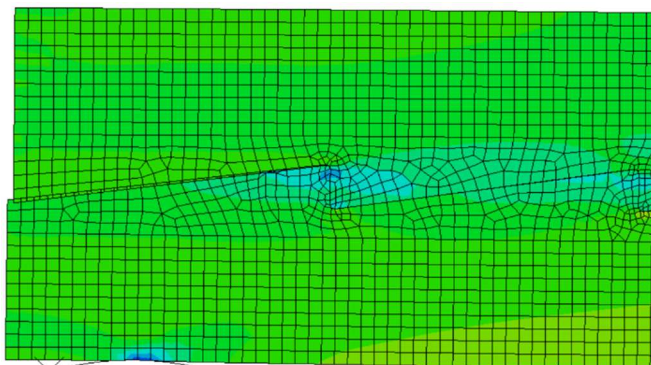
	Optimalisert verdi	Nedre grense	Øvre grense	Mål	Retning
S _{1,1}	23,99	10	50	-	Minimer
S _{1,2}	24,10	10	50	-	Minimer
S _{1,3}	24,26	10	50	-	Minimer
S _{3,1}	-23,99	-	-	-22	Målsum
S _{3,2}	-24,00	-	-	-22	Målsum
S _{3,3}	-23,74	-	-	-22	Målsum
S _{4,1}	-11,04	-25	-8	-	Maksimer
S _{4,2}	-11,36	-25	-8	-	Maksimer

Ved å sammenligne *figur 5.9* mot *figur 5.7* kan en se en tydelig endring hvor område i øvre og nedre kant av bjelken er likere resten av tverrsnittet. På samme tid skal en merke seg at områdene rundt tennene fremdeles har høye spenninger nær midten.



Figur 5.9: Spenningsfordeling ved bjelkemitte etter optimalisering 2 ut fra et standard spenningsbilde

Tannhøyde b for siste tann har her blitt større på grunn av økende størrelse på *perturbasjon* b . Dette har ført til en jevnere spenning rundt siste tann jevnfør *figur 5.8* og *figur 5.10*.



Figur 5.10: Spenningsfordeling i fiberretning ved siste tann etter optimalisering 2 ut fra standard spenningsbilde

Parameterendringene medfører at tannstørrelsene har endret seg kraftig fra utgangspunktet. Under presenteres tannstørrelser for første og siste tann i både nedre- og øvre bjelkedel. For en prinsippsskisse for hvordan måltakingen av lengde a_i og høyde b_i er utført se *figur 4.3*. Optimaliseringen har gjennom endring av tannstørrelsen som vises i *tabell 5.6* resultert i en spenningsreduksjon fra omtrent 30 til 24 MPa i observasjonsområde 1.

Tabell 5.6:

Tannstørrelser for og etter optimalisering

	Tann nr. 1		Tann nr. 14	
	Lengde	Høyde	Lengde	Høyde
Før optimalisering				
Øvre bjelkedel	264,00	55,87	332,04	67,39
Nedre bjelkedel	263,91	55,87	331,30	67,39
Etter optimalisering				
Øvre bjelkedel	216,69	24,01	393,30	46,04
Nedre bjelkedel	215,78	24,01	393,39	46,04
Effekt av optimalisering, differanse i tannstørrelse				
Øvre bjelkedel	-47,31	-31,86	61,26	-21,35
Nedre bjelkedel	-48,13	-31,86	62,09	-21,35

5.4.4 Diskusjon optimalisert bjelke

Ved å først se på parameterne som har vært gjennom optimaliseringsprosessene, kan en se at alle parametere utenom *perturbasjon a* holder seg unna grenseverdiene som presentert i *tabell 5.4*. Denne legger seg imidlertid på grenseverdien også etter *optimaliseringsprosess 2*. En kan av denne grunn stille spørsmål ved om parameteren er fullt optimalisert. Grunnen til at *perturbasjon a* stadig søker høyere verdier, kan være at *observasjonsområde 4*, som er bak ytterste tann, er fastlåst til bjelkedelen og uavhengig av parametervariasjonen. Siden *perturbasjon a* styrer lengdeendringen for a_i , vil en større verdi føre til at lengde på ytterste tann a_n blir stadig større. Dette gjør at *observasjonsområde 4* kommer lenger unna det kritiske området hvor bjelkedelene møtes i tannkoplingen og derav blir spenningen mindre. *Isight* vil på dette grunnlag forsøke å skyve tannen så langt mot midten som mulig frem til 8 MPa i trykkspenning er oppnådd som da er målsummen. Observasjoner om at trykkspenningen i *observasjonsområde 3* ved bjelkemidte øker ved høyere verdier for *perturbasjon a*, førte derfor til at nevnte parameter legges på grensen, men ikke høyere da bjelkemidte allerede er et kritisk område.

Tannhøyde b er et resultat av *optimaliseringsprosess 1* og er eneste parameter som blir låst av denne prosessen, noe som er i strid med hva som ble sagt under *kapittel 4.4.5*. Fastlåsing av parameter b ble sett på som hensiktsmessig da optimaliseringen viste en gjentagende trend om å søke denne verdien. Tannhøyde b har likevel påvirkning på om størrelsen er tilstrekkelig for å tåle den totale kraften i tennene, noe som håndteres ved *perturbasjon b* utover i bjelken og en skjærkontroll gjennomført i bruddgrensetilstanden. Det vil være vanskelig å kontrollere om tannhøyde b er tilstrekkelig før *perturbasjon a* i lokal x-retning er bestemt, siden denne vil avgjøre lengden skjærkontrollen skal gjennomføres på. En kan da stille spørsmål ved om det burde være en definert grenseverdi i optimaliseringen som baserte seg på et forhold mellom første tannlengde fra midten a_0 og tannhøyden som var basert på dimensjonerende skjærkapasitet. En slik grenseverdi vil bare være relevant for bjelken som gikk gjennom optimaliseringen og ses derfor som lite relevant.

Etter optimaliseringen har den opptredende spenningen omtrent samme absoluttverdi i 24 MPa området for både *observasjonsområde 1* og *3*. Selv om dette er en høyere trykkspenning enn hva målområdet er satt til for *observasjonsområde 3*, er dette å anta som en optimalløsning siden en kan anta at denne type bjelke har tilnærmet lik spenning gjennom hele tverrsnittet ved bjelkemidte. For å bekrefte dette under optimaliseringsprosessen burde

også *observasjonsområde 2* være inkludert, men ble ikke gjennomført fordi det ble ansett som viktigere at *observasjonsområdet 3* ble begrensende.

Sammenstilt kan en se at optimaliseringen har ført til en reduksjon på omtrent 6 MPa for *observasjonsområde 1*, noe som tilsvarer en reduksjon på 20 prosent. Dette fører til en vesentlig kapasitetsforbedring for bjelken, og en kan dermed si at optimaliseringen har hatt ønsket effekt. Som presentert i *kapittel 2.11* produserer Rennebubjelken AS tannbjelker idag. Hvor stor effekt det er av optimaliseringen målt mot Rennebubjelken AS sin patenterte beregningsmetode, er usikkert da vi ikke fikk tak i en eksempelbjelke herfra. Likevel er det vanskelig å argumentere for at bjelken kan optimaliseres ytterligere med samme materialkvalitet. Forklaringen til forbedringen ligger i at den optimaliserte geometrien på tennene oppnår en jevnere spenningsfordeling hvor materiale over hele bjelkens tverrsnitthøyde utnyttes fullt ved bjelkemidte. Dette bekreftes ved at opptredende spenning i *observasjonsområde 3* like over tennene er i samme størrelsesorden som i *observasjonsområde 1*.

5.5 Sammenligning

5.5.1 Resultat, bruksgrensetilstanden

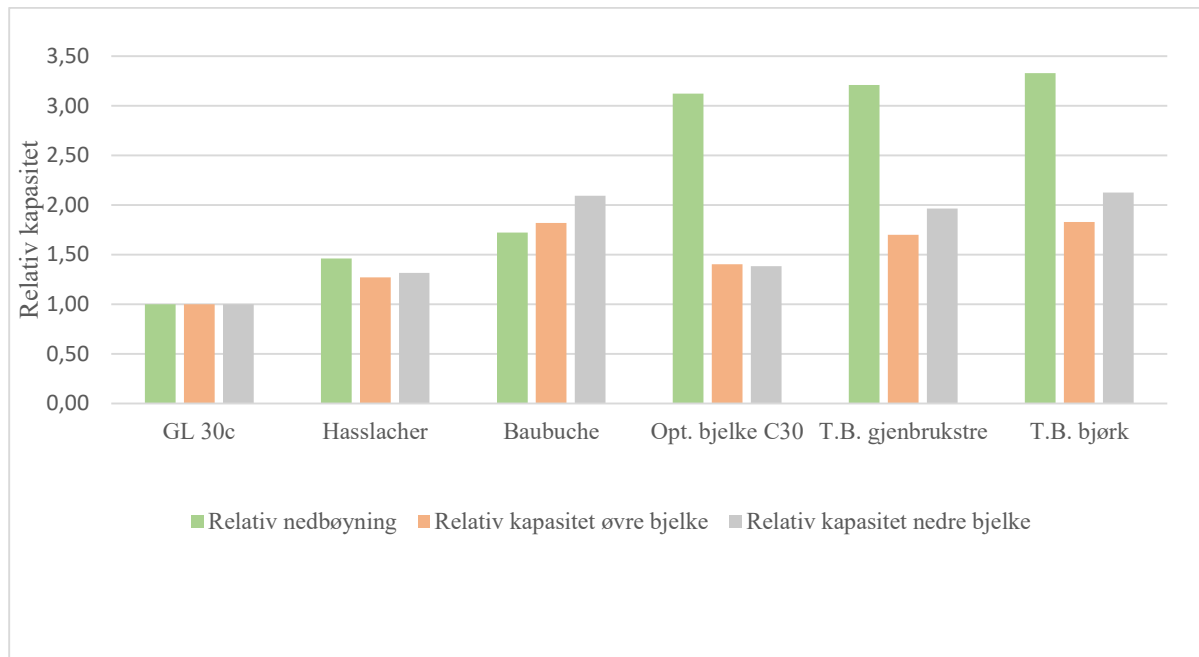
I tabell 5.7 er sammenligningen mellom de forskjellige type bjelkene gjennomført for bruksgrensetilstanden. Ut fra denne type lastsituasjon og størrelsene på laster kan en se at ordinære bjelker uten preprodusert overhøyde er langt unna å klare det gitte nedbøyningskravet på L/300 oppgitt i kapittel 3.4. Også den optimaliserte bjelken i C30 kvalitet kommer utenfor det gitte kravet for nedbøyning, mens de to tannbjelkene av gjenbrukstre og bjørk har en restkapasitet på henholdsvis 7 og 19 prosent. Ved å se på kapasiteten knyttet til fasthet har hverken GL 30c, Hasslacher eller optimalisert bjelke i C30 kvalitet tilstrekkelig kapasitet. Derimot har Baubuche og tannbjelke i utførelsene gjenbrukstre og bjørk svært god margin. Inngående data og resultater presentert for hver enkelt bjelke finnes i vedlegg 5.1.

Tabell 5.7:

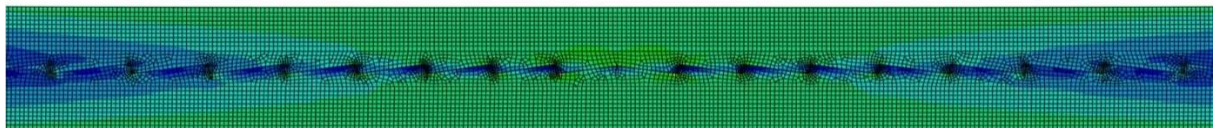
Resultat fra sammenligningen av de optimaliserte bjelkene og referansebjelkene i bruksgrensetilstanden

Bruksgrensetilstanden						
	Ned- bøyning	Rest- kapasitet	Relativ nedbøyning	Opptredene spenning	Rest- kapasitet	Relativ kapasitet
GL 30c						
Øvre bjelkedel	-	-	-	-34,9	-0,42	1
Nedre bjelkedel	83,8	-2,14	1	32,1	-0,65	1
Hasslacher						
Øvre bjelkedel	-	-	-	-34,6	-0,15	1,27
Nedre bjelkedel	71,5	-1,68	1,46	31,9	-0,33	1,32
Baubuche						
Øvre bjelkedel	-	-	-	-35,9	0,4	1,82
Nedre bjelkedel	64,5	-1,42	1,72	33,2	0,45	2,09
Opt. Bjelke C30						
Øvre bjelkedel	-	-	-	-24,5	-0,02	1,4
Nedre bjelkedel	27,2	-0,02	3,12	24	-0,26	1,38
T.B. Gjenbrukstre						
Øvre bjelkedel	-	-	-	-23,8	0,27	1,7
Nedre bjelkedel	24,9	0,07	3,21	23,1	0,32	1,97
T.B. Bjørk						
Øvre bjelkedel	-	-	-	-23,2	0,4	1,83
Nedre bjelkedel	21,7	0,19	3,33	22,7	0,48	2,12

Stolpediagrammet i figur 5.11 har en grafisk fremstilling av den *relative kapasiteten* fra tabell 5.7 som er knyttet til bruksgrensetilstanden. Som presentert i kapittel 4.5.2 er utgangspunktet for den relative kapasiteten en standard limtre i GL 30c kvalitet.



Figur 5.11: Resultater fra sammenligningen av de optimaliserte bjelkene og referansebjelkene



Figur 5.12: Bjørk i bruksgrensetilstand, utsnitt på omtrent 5 meter av midtre del av bjelken. Forenklet spenningsbilde hvor enn ikke ser forskjell på trykk og strekk

Spenningsfordelingen i de tre tannbjelkene er nærmest identisk og med forholdsvis like verdier. Rundt 90 prosent av bjelkenes mest sentrale 2,5 meter har spenninger fra 20 til 25 MPa. I tillegg oppstår det høye spenninger svært nær tannspissene. Siden dette er verdier som er relativt høye, men også veldig lokale, blir disse tatt ut og omtalt som *ekstremalspenninger*. De høyeste ekstremalspenningene oppstår i brukstilstanden for tannbjelken med 16 millimeters lameller av bjørk og er presentert i tabell 5.8.

Tabell 5.8:

Ekstremalspenninger i tannområdet for tannbjelken med 16 millimeters lameller av bjørk

Ekstremalspenninger i tannområdet		
MPa	Antall noder	Plassering
50-53	4	spiss av 1.-2. tann rundt midten
45-50	5	spiss av 1.-2. tann rundt midten
40-45	4	spiss av 1.-3. tann rundt midten
30-40	35	spiss av sentrale tenner

5.5.2 Diskusjon, bruksgrensetilstanden

Nedbøyning

Som resultatet viser, er nedbøyningen for tannbjelkene med 16 millimeters lameller 25 millimeter eller mindre, mens optimaliseringsbjelken ligger noe over dette. Selv om nedbøyningen er forskjellig for tannbjelkene hvor den med høyest styrke har lavest nedbøyning, er det likevel en forholdsvis *liten* forskjell. Den lave variasjonen kan forklares med at nedbøyningen blir kontrollert med hjelp av parameteren L_2 styrt av *formel 2.20*. Resultatene viser at beregningene for å bestemme L_2 har gitt gode resultater knyttet til nedbøyningen med en kraftig økning i relativ kapasitet. Likevel ble det forutsatt null nedbøyning, noe som ikke står helt i stil til hva som faktisk oppstår. En av grunnene til dette er at teorien som gir *formel 2.20* er utformet etter forutsetninger som ser bort fra skjærdeformasjonen. I tillegg komprimeres materialet i området rundt tennene, noe som vil føre til ytterligere deformasjon.

Konsekvensen av å se bort fra skjærdeformasjoner og kompresjoner blir større for treslag med lav skjær- og elastisitetsmodul, og dermed oppstår et lite avvik mellom trekvalitetene. Med en liten korrigering av formelen er det mulig å oppnå en tilnærmet identisk nedbøyning for alle kvaliteter. Dette kan ses ved å bruke *formel 2.1* for en gjennomsnittlig tannlengde på 300 millimeter og *formel 2.21* for skjærdeformasjon i kombinasjon med L_2 . En ny $L_{2,ny}$ vil da bli like i underkant av 2 millimeter lenger for optimaliseringsbjelken i C30 kvalitet. Det er rimelig å anta at en slik lengdeøkning ville kompensert for de største delene av nedbøyningen. For å kunne fastslå dette, vil det likevel være nødvendig med en komplett analyse i Abaqus for å se hvilken påvirkning dette ville hatt på spenningsbildet.

Tannbjelkene med 16 millimeters lameller er de eneste som klarer kravet på L/300. Her må det nevnes at referansebjelkene kan produseres med overhøyde for å komme innenfor kravet. Det vil da være et spørsmål om en slik overhøyde vil være hensiktsmessig ved varierende laster. Tannbjelken vil håndtere dette på en bedre måte siden den er konstruert med et jevnere spenningsbilde og dermed vil ha en lavere deformasjon.

Materialutnyttelse

Som vist på *figur 5.12*, er spenningen for tannbjelkene med 16 millimeters lameller jevnt fordelt med en variasjon på rundt fem MPa i sentrale deler av i bjelken. Sammenlignet med referansebjelken som vises i *figur 5.5*, hvor variasjonen av samme område ligger på nesten 30 MPa, har tannbjelken med 16 millimeters lameller mye jevnere spenning og dermed bedre utnyttelse av materialet.

Strek- og trykkapasitet

Resultatene viser at tannbjelken med 16 millimeters lameller av bjørk kommer ut med størst restkapasitet for strekk- og trykkapasitet. Restkapasitet i bruksgrensetilstand kan ikke brukes for å dimensjonere bjelker, og dermed er det ikke de konkrete tallene som er av interesse her. Det som derimot er interessant, er observasjonen av at tannbjelken med 16 millimeters lameller av bjørk har høyere kapasitet enn høykapasitetsbjelken Baubuche. Strekkfasthetene ligger på henholdsvis 43 og 60 MPa for tannbjelken og Baubuche og viser dermed at den optimaliserte geometrien mer enn kompenserer for materialkvalitetsforskjellen.

For å se på effekten av kun forspenningen uten påvirkning fra materialvalg eller lamelltykkelse, kan en sammenligning mellom referansebjelken i GL 30c og optimaliseringsbjelken i C30 utføres. Selv om materialegenskapene ikke er identiske, er de tilstrekkelig like for å gi en tilnærming av effekten av forspenningen. Fra den relative kapasiteten til den optimaliserte bjelken i C30 kvalitet fra *tabell 5.7* blir kapasitetsøkningen fra forspenning alene omtrent 40 prosent.

Ekstremalspenninger

I *tabell 5.8* kan en se at det oppstår store spenninger for et antall noder i direkte tilknytning til spissene på de mest sentrale tennene. Spenningene oppstår symmetrisk om bjelkemidte, noe som indikerer at dette er reelle spenninger og må tas i betraktning. Det er totalt 13 noder som

overstiger 40 MPa, hvor nesten alle av disse er utsatt for strekk. Siden den karakteristiske strekkkapasiteten for aktuell bjørkekvalitet ligger på 43 MPa kan det forventes lokal varig deformasjon rundt disse. For de 35 nodene med spenninger på 30-40 MPa kan det antas at varig deformasjon opptrer i noen av nodene, da spesielt for gjenbrukstreet.

Selv om disse spenningene fører til en deformasjon rundt spissen av tennene, avtar spenningene raskt rundt de aktuelle nodene og det totale antall noder med høye verdier er lavt. Derfor ser en ikke at dette skal ha nevneverdig påvirkning på bjelkens oppførsel globalt sett. Det bør nevnes at det totale antall noder i modellen er på over 18 000 og at de med ekstremalverdier er 48 av disse.

5.5.3 Resultat, bruddgrensetilstanden

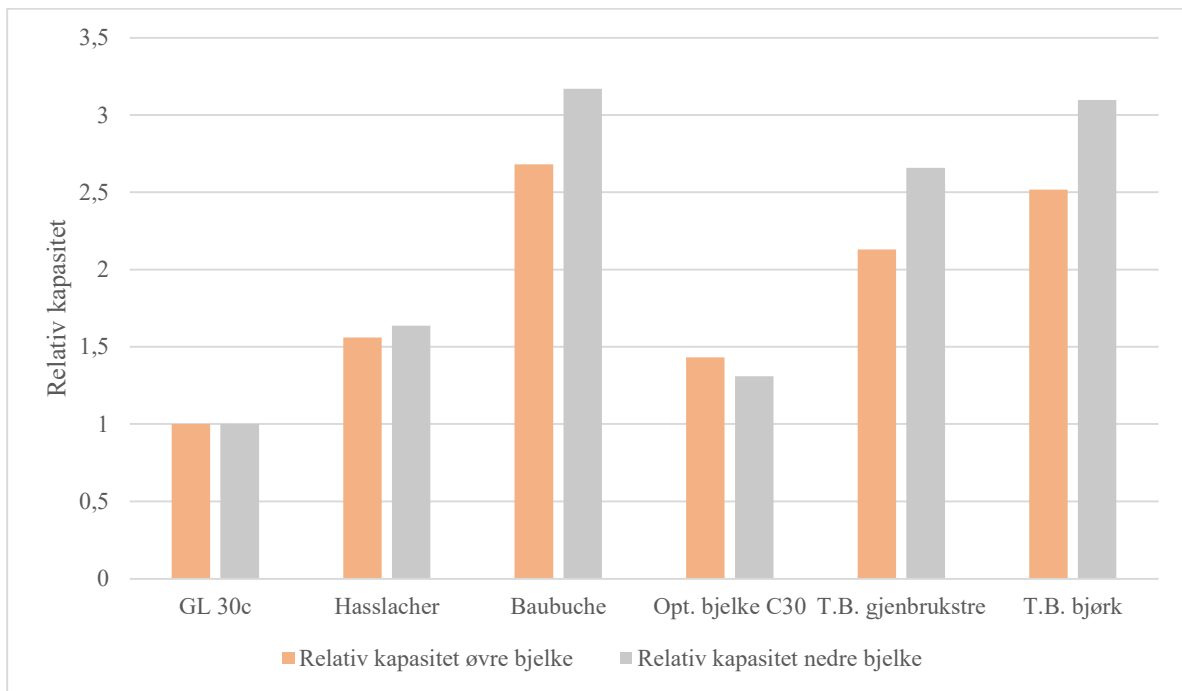
Alle modeller ble som nevnt i *kapittel 3.3.* angående lastsituasjoner, også kjørt i en bruddgrensetilstand. Dette for å simulere hva som skjer om en utsetter bjelkene for ytterligere last enn hva tannbjelkene egentlig er konstruert for. Resultatet i *tabell 5.9.* viser at hverken referansebjelkene eller tannbjelkene har tilstrekkelig kapasitet for denne type last med oppgitte fasthetsegenskaper. Den relative kapasiteten er likevel mye høyere enn i bruksgrensetilstanden, da spesielt for Baubuche og tannbjelker i gjenbrukstre og bjørk. Inngående data og resultater presentert for hver enkelt bjelke finnes også for bruddgrensetilstanden i *vedlegg 5.1.*

Tabell 5.9:

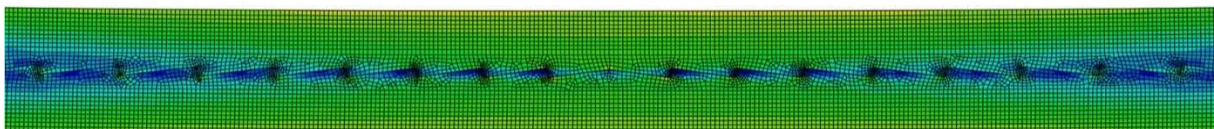
Resultat fra sammenligningen av de optimaliserte bjelkene og referansebjelkene i bruddgrensetilstanden

Bruddgrensetilstanden			
	Opptredende spenning	Rest- kapasitet	Relativ kapasitet
GL 30c			
Øvre bjelkedel	-43,3	-1,9	1
Nedre bjelkedel	32,1	-2,26	1
Hasslacher			
Øvre bjelkedel	-42,8	-1,34	1,56
Nedre bjelkedel	39,4	-1,62	1,64
Baubuche			
Øvre bjelkedel	-44,2	-0,22	2,68
Nedre bjelkedel	40,9	-0,09	3,17
Opt. Bjelke C30			
Øvre bjelkedel	-36,1	-1,47	1,43
Nedre bjelkedel	35,1	-1,95	1,31
T.B. Gjenbrukstre			
Øvre bjelkedel	-35,4	-0,77	2,13
Nedre bjelkedel	34	-0,6	2,66
T.B. Bjørk			
Øvre bjelkedel	-32,8	-0,39	2,52
Nedre bjelkedel	31,6	-0,16	3,10

I likhet med bruksgrensetilstanden, blir også bruddgrensetilstanden fra *tabell 5.9.* presentert grafisk i *figur 5.13* ved bruk av et stolpediagram som viser den relative kapasiteten.



Figur 5.13: Resultater fra sammenligningen av de optimaliserte bjelkene og referansebjelkene i bruddgrensetilstanden



Figur 5.14: Bjørk i bruddgrensetilstand, utsnitt på omtrent 5 meter av midten av bjelken. Forenklet spenningsbilde hvor enn ikke ser forskjell på trykk og strekk

Spenningsfordelingen er nær på identisk for de tre tannbjelkene og av denne grunn presenteres kun bilde av bjørken. Rundt 90 prosent av bjelkenes mest sentrale 2,5 meter har spenninger fra 22 til 32 MPa. Det oppstår store spenninger meget lokalt i tannområdet, men på grunn av at disse er lavere enn for bruksgrensetilstanden, utdypes de ikke videre her.

5.5.4 Diskusjon, bruddgrensetilstanden

Materialutnyttelse

Som det kommer frem i *figur 5.13*, er spenningen for tannbjelkene med 16 millimeters lameller jevnt fordelt med en variasjon på rundt 10 MPa i de sentrale deler av i bjelken, hvor de høyeste verdiene opptrer ytterst langs kantene. Sammenlignet med referansebjelken i bruddgrensetilstanden fra *figur 5.6*, hvor variasjonen av samme område ligger på nesten 40 MPa, har tannbjelken med 16 millimeters lameller et jevnere spenningsbilde også i bruddgrensetilstanden og dermed en bedre utnyttelse av materialet.

Strek- og trykkapasitet

Resultatene viser at ingen av bjelkene har tilstrekkelig kapasitet for den gitte lastsituasjonen. Siden lastsituasjonen som en går ut fra i *kapittel 3.4* har en lastbredde på fem meter i tillegg til et relativt stort spenn, er det heller ikke forventet av en bjelke med 450 millimeter høyde i bruddgrensetilstanden. Som resultatene viser, er en langt ifra hva som går for en GL 30c med en negativ restkapasitet på mellom 1,9 og 2,26 for henholdsvis øvre- og nedre bjelkedel. Likevel vil det være interessant å vurdere tiltak for tannbjelkene som kunne ført til at også bruddgrensetilstanden ble oppnådd for valgt bjelketverrsnitt. Dette er noe som vil bli videre diskutert i *kapittel 5.7*.

Siden sammenligning mot eksisterende bjelker står sentralt i oppgaven er den relative kapasiteten svært relevant. I sammenligningen kommer Baubuche ut med den høyeste kapasiteten, noe som ikke var tilfellet i bruksgrensetilstanden. Dette kan forklares med at tannbjelken er optimalisert i bruksgrensetilstanden. Ved en optimalisering i bruddgrensetilstanden ville kapasiteten for tannbjelken ha økt, uten at en kan konkludere med at tannbjelken med 16 millimeters lameller ville fått en kapasitet som overstiger Baubuche.

Ekstremalspenninger

Som nevnt under *kapittel 5.5.3*, er det ikke hentet ut ekstreme spenninger for bruddgrensetilstanden siden disse var mindre enn i bruksgrensetilstanden. Grunner til at dette oppstår, kan være sammensatt og kan også være koplet til usikkerhet. En mulig løsning kan likevel baseres på en normal spenningsituasjon for en bjelke jevnfør *kapittel 2.10*. I et normalt tilfelle hvor en antar at bjelkene ikke er sammenkoblet, vil den øvre bjelkedelen

oppleve trykk og den nedre bjelkedelen oppleve strekk. Etter hvert som bjelkene bøyes ytterligere fra bruksgrensetilstanden, vil ytterlammene for hver enkelt av bjelkedelene ta en forholdsvis større andel av spenningene enn hva området rundt tennene gjør. Dette underbygges ved å sammenligne resultater fra henholdsvis bruks- og bruddgrensetilstanden hvor det blir spesifisert at forskjellene internt i de sentrale deler av bjelken øker ved å gå fra bruks- til bruddgrensetilstand. En vil da få en intern kraft i bjelkene som er med på å gjøre den nederste bjelken ørlite lenger, mens den øvre bjelken blir presset mer sammen. Siden dette er et samvirke vil da ekstremalspenningene kunne minke rundt tennene frem til en viss nedbøyning er nådd.

5.6 Kontroll av skjærspenninger

5.6.1 Resultat

Resultatene etter beregninger i *vedlegg 5.2* presenteres i *tabell 5.10* og viser at restkapasiteten er lavest for skjærspenninger i tannområdet. Gjenbrukstre har i dette området en negativ restkapasitet, mens øvrige kontroller for gjenbrukstre og bjørk gir positiv restkapasitet. Fordi optimaliseringsbjelken i C30 kvalitet er langt fra å ha kapasitet for trykk og strekk er det ikke relevant å kontrollere for skjær.

Tabell 5.10:

Resultat av kontroll for skjærkapasitet

	Spenning	Lengde	Trykkraft	Skjær	Rest- kapasitet
	[Mpa]	[mm]	[N]	[Mpa]	
T.B Bjørk, skjærkontroll ved opplegg					
				2,29	46 %
T.B Gjenbrukstre, skjærkontroll ved opplegg					
				2,29	4 %
T.B Bjørk, skjærkontroll i tannområde					
Element 1	25,92	7,27	188		
Element 2	17,15	14,54	249		
Element 3	22,13	14,54	322		
Element 4	21,75	7,27	158		
Element 5	33,02	5	165		
Σ			1082	2,96	31 %
T.B Gjenbrukstre, skjærkontroll i tannområde					
Element 1	25,64	7,27	186		
Element 2	18,65	14,54	271		
Element 3	20,76	14,54	302		
Element 4	23,99	7,27	174		
Element 5	28,7	5	144		
Σ			1077	2,95	-24 %

5.6.2 Diskusjon

Som forventet og tatt høyde for i *kapittel 4.3.1*, øker spenningen som fører til skjærkraft i tannområdet utover i bjelken. Det viser seg også at spenningene på vertikale delene avtar raskere enn arealet som opptar spenningene innover mot midten av bjelken minker. Dette fører til at det er riktig å kontrollere skjærspenningene for tann nummer to fra kanten av bjelken. Her er det god restkapasitet for bjelken av bjørk, men for gjenbrukstre er det ikke tilstrekkelig. Ettersom restkapasiteten er mindre negativ for skjærkapasitet enn for trykk- og strekkspenninger, innebærer det at skjærfastheten likevel ikke blir dimensjonerende.

5.7 Avsluttende diskusjon

5.7.1 Optimalisering og sammenligning

Ut fra resultatene og diskusjonene i bruks- og bruddgrensetilstanden kan en se at det er en jevnere spenningsfordeling gjennom tverrsnittet for bruksgrensetilstanden. Dette henger sammen med at bjelkene er konstruert og optimalisert ut fra denne tilstanden, og bærer da preg av det. Det kan av denne grunn være aktuelt å se på om det er mulig å gjøre en mindre endring slik at begge grensetilstander blir ivaretatt.

Vurdering i begge grensetilstander

Som omtalt i *kapittel 5.5.4*, så minker ekstremalspenningene noe med økende deformasjon. Ved å fortsatt bruke en *ofte forekommende* kombinasjon som søker en nedbøyning på omtrent halve høyden av tillatt nedbøyning, i dette tilfellet rundt 13 millimeter, vil spenningen i tverrsnittet fordele seg jevnere. På samme tid vil også tannbjelken fungere i en bruksgrensetilstand med varierende laster uten å få store deformasjoner hverken oppover eller nedover. Små lengdeendringer på øvre bjelke L_2 for de forskjellige elastitetsmodulene har stort utslag på deformasjonen til bjelkene. En kan derfor anta at den reduserte deformasjonen på 13 millimeter kan oppnås ved å inkludere skjærdeformasjon i d_{tot} jevnført *kapittel 2.12*. På denne måten kan det konstrueres en formel for deformasjon som fungerer forholdsvis likt for alle elastitetsmoduler, samtidig som bjelken vil kunne bli mer funksjonell i begge grensetilstander.

Elastitetsmodulens påvirkning på et jevnt spenningsbilde

På et tidlig stadium i oppgaven ble det bestemt at det skulle brukes komponentbaserte oppbygninger på de selvproduserte bjelkene ved å se materialegenskaper fra et konstruksjonsvirkeperspektiv. Dette valget har betydning for materialegenskaper som eksempelvis nevnt i *kapittel 2.1* hvor det er forskjellige fremgangsmåter for å bestemme den karakteristiske elastitetsmodulen for en bjelke fra et limtreperspektiv og konstruksjonsvirke av mykved og hardved. Ved å lese av verdiene for elastitetsmodul oppgitt i *tabell 3.3* kan en se at både GL 30c- og Hasslacherbjelken bruker omregningsformel for limtre. Baubuche bruker derimot en høyere omregningsfaktor på 0,91 fra midlere til karakteristisk verdi. Ved å

ta disse verdiene i betraktning kan en se at spesielt bjelken i gjenbrukstre har konservative verdier for karakteristisk elastitetsmodul da den bruker en omregningsfaktor på 0,67.

Dette utgjør en usikkerhet knyttet til om gjenbrukstreet kunne hatt noe lavere spenningsverdier i bruddgrensetilstanden siden bjelken ville hatt en mindre deformasjon ved høyere elastitetsmodul. Siden dette var et konservativt valg og det ikke hadde noen ytterligere påvirkning på bjørkebjelken med 16 millimeters lameller, anses dette som et *riktig* valg siden gjenbrukstreets kvalitet vil kunne variere kraftig og en ikke kjenner nok til bruken av gjenbrukstre.

Alle resultater peker på at de optimaliserte tannbjelkene er forholdsvis bedre i bruksgrensetilstanden enn i bruddgrensetilstanden sammenlignet med høykapasitetsbjelken Baubuche. På samme tid er den relative kapasiteten høyere i bruddgrensetilstanden for alle bjelketyper enn hva den er i bruksgrensetilstanden foruten tannbjelken i C30 kvalitet da begge grensetilstander har forholdsvis lik relativ kapasitet mot GL 30c. En grunn til dette kan være at gjennom optimaliseringsprosessen har det blitt søkt etter et jevnt spenningsbilde i bjelken. Når da deformasjonen blir større enn den tilstanden hvor spenningen er lik gjennom hele tverrsnittet ved midtspennet, vil soner i øvre- og nedre del ta en større andel av disse kreftene som dermed gir et spenningsbilde hvor spenningene er høyest i kantene. For tannbjelkene i gjenbrukstre og bjørk er det en høyere elastitetsmodul som kompenserer noe for den ekstra nedbøyningen, noe som gjør at yttersonene blir mindre påvirket ved en høyere last. På samme måte blir det med Baubuche hvor det er en liten differanse mellom den karakteristiske elastitetsmodulen og middelveidien, noe som gjør at denne får en relativt mindre økning i spenning på ytterkantene.

Disse vurderingene lagt til grunn viser at optimalisering i bruksgrensetilstanden vil ha et bedre helhetsbilde ved høyere elastitetsmodul. På samme tid vises det at også differansen mellom midlere- og karakteriske verdier har innvirkning på resultatene. I slike tilfeller bør en forsøke å begrense deformasjonen i bruksgrensetilstanden, slik at spenningen ikke øker betydelig ved overgang til bruddgrensetilstanden. På denne måten kan et jevnt spenningsbilde komme begge grensetilstander til gode. Det er likevel viktig å presisere at ut fra diskusjonen ovenfor, bør optimaliseringen fortsatt gjennomføres i bruksgrensetilstanden siden økt deformasjon hverken vil fungere i bruksgrensetilstanden eller i bruddgrensetilstanden på grunn av de påfølgende høye spenningene.

Endringer for å klare bruddgrensetilstanden

I og med at ingen av bjelkene er tilstrekkelige med tanke på gitt lastsituasjon i bruddgrensetilstanden, kan det vurderes å utføre andre endringer som kan gjøre at de blir kapable. Et av tiltakene er å øke bredden på tannbjelken. Siden spenningen er jevnt fordelt over hele bjelken, gir økt bredde meget god effekt på kapasitetsøkningen sammenlignet med en bjelke uten forspenning. Dette er en viktig forskjell på en tannbjelke og bjelker med mer konvensjonelle tverrsnitt, da det ofte er høyden på bjelken som begrenses av etasjehøyden. En kan også velge materialer av høyere kvalitet siden det er en direkte sammenheng mellom kvaliteten på treet som brukes i tannbjelkene og kapasiteten til bjelken. Dette ses tydelig på forskjellen mellom relativ kapasitet mellom de to tannbjelkene med 16 millimeter lameller. Ved å øke kvaliteten gjennom å velge bjørk av høyere klasse, vil også kapasiteten til bjelken øke. Bruk av samme materiale og lamellstørrelser som i Baubuche ville gitt en meget sterk bjelke. Dette er likevel noe som i denne omgang ikke blir oppfordret til i tråd med bruk av norsk materiell fra *kapittel 5.1.1*.

5.7.2 Usikkerheter

I alle tilfeller vil det være umulig å modellere en eksakt modell som tar hensyn til alle praktiske situasjoner som oppstår i virkeligheten. Det vil derfor være en generell usikkerhet som ligger bak selve forenklingen ned til en modell. For å kunne bestemme i hvilken grad resultater presentert tidligere er valide, må en derfor vurdere usikkerhetene knyttet til både modell i *Abaqus* og forutsetninger knyttet til materialeegenskaper.

Optimalisering

Det er bare tannbjelken i C30 kvalitet som er kjørt gjennom optimaliseringsprosessen. Av denne grunn kan en stille spørsmål ved om parameterne som er brukt for tannbjelkene med 16 millimeters lameller, er optimale for aktuell materialkvalitet. Siden optimaliseringen skjer ved at det søkes lavest mulig spenning i gitte områder, er det sannsynlig at en optimalisering for alle bjelketypene ville gitt lavere spenningsverdier gjennom tverrsnittet for søkt grensetilstand. På samme tid kunne det også ha påvirket spenningsbilde i en negativ retning for den av grensetilstandene som ikke blir brukt i optimaliseringsprosessen. Totalbildet er at en optimalisering basert på en lengdeøkning på øvre bjelkedel L_2 , er et svært godt utgangspunkt, da denne har stor betydning for bjelkens deformasjon og spenningsbilde. Parameterverdiene funnet for C30 kan derfor anses som en god nok tilnærming hvor

bjelkespennet er likt. Ved andre lengder og annet antall tenner, vil det imidlertid være nødvendig å optimalisere bjelken nok en gang.

Modell

I modelleringsfasen er det først og fremst usikkerheten knyttet til type *mesh* og elementstørrelse som er av stor betydning. Som sensitivitetsanalysen viser, kan en se at utnyttelsen av tennene øker når elementstørrelsen minker. Ut fra dette kan det derfor antas at usikkerheten knyttet til elementstørrelse i analysen er til kapasitetens fordel ved at treets virkelige oppbygning er på mikronivå og det tas derfor ikke hensyn til denne usikkerheten. På samme tid er elementstørrelsen lagt på et minimumsnivå for å opprettholde et realistisk resultat.

I resultatdelen av analysen vil *ekstremalspenninger* og størrelsene på disse være en usikkerhet som har betydning på bjelkens funksjonalitet. Som tidligere brukes ekstremalspenninger om høye spenninger som oppstår i umiddelbar nærhet til tannspissene. Hva som vurderes som akseptable størrelser og hvilken utstrekning dette gjelder vil her ha stor betydning. I tråd med oppgitte verdier for feilfritt virke for alle nevnte tresorter fra *tabell 2.2* kan en se at verdiene for strekkfasthet er langt over hva vi her omtaler som ekstremalspenninger, mens trykkfastheten ligger nærmere en grenseverdi. Verdiene for feilfritt virke går imidlertid ikke å argumentere for i konstruksjonssammenheng. En kan derimot anta at trefibrene rundt ekstremalspenningene fungerer som et system og fordeler spenningene jevnere i en virkelig situasjon. Dette er en svakhet med bjelkene slik de er modulert, fordi det ikke er oppgitt verdier for når tøyningen flytter seg ut av det elastiske området. Dette gjør at enkeltelementer tar opp urealistiske spenninger som følge av manglende kraftfordeling og av denne grunn oppstår ekstremalspenningene. Dette, sammen med usikkerheten til sikker side for elementstørrelse, gir grunnlag for å anta at ekstremalspenningene kan ses bort fra som dimensjonerende verdier. En skal likevel være klar over at de oppstår i modellen, og ekstremalspenningene er noe som må avkrefte eller bekrefte ved fullskalatester av bjelken.

Materialeegenskaper

Den relative kapasiteten er knyttet opp mot GL 30c bjelken. Siden det er gjort en forenkling hvor hele tverrsnittet har samme kvalitet, råder det en usikkerhet om verdiene ut av analysen er eksakte for denne bjelken. Usikkerheten handler først og fremst om at i en standard GL 30c

blir det brukt ytterlameller i klasse T22 jevnfør med *NS-EN 14080*, noe som gir en strekkfasthet som er 2,5 MPa høyere enn hva GL 30c her er oppgitt til. På samme tid har resterende lameller mye lavere styrke enn hva som er oppgitt for den globale bjelken, da både i form av fasthet, men også spesielt for elastitetsmodul. Som diskutert tidligere har elastitetsmodul stor betydning for hvor stor spenning som oppstår ytterst i tverrsnittet, da høyere deformasjon gir høyere spenninger. Av denne grunn kan en likevel anse den relative kapasiteten som gyldig siden differansen på 2,5 MPa er antatt å bli utjevnet av forskjellen på elastitetsmodulen i resten av bjelken.

Materialeegenskaper for optimaliseringsbjelken i C30 kvalitet har ikke nevneverdige usikkerheter knyttet til seg. Verdier som er brukt for denne, er hentet fra *NS-EN 338 Fasthetsklasser* og anses som valide. Sensitivitetsanalysen viser at tverrkontraksjonstallet og friksjonen ikke har nevneverdig påvirkning, jevnfør *tabell 5.1*, og det stilles derfor ikke noen videre spørsmål rundt usikkerheten til denne bjelken.

For tannbjelkene med 16 millimeters lameller er det derimot konstruert egne verdier for både fasthet, elastitetsmodul og skjærmodul. Som påpekt i *kapittel 5.7.1* er det brukt lavere verdi for den karakteristiske elastitetsmodulen enn tilsvarende bjelker med små lameller, noe som vil være å se på som konservativt. Det ble derimot brukt en forsterkningsfaktor $k_{l,m,r}$ presentert i *kapittel 2.6* som vil fungere som en bidragsyter til økt elastitetsmodul. Som beskrevet i samme kapittel kommer $k_{l,m}$ opprinnelig fra *NS-EN 14080*, noe som gjør at bruken av denne faktoren *ikke* er gyldig for tannbjelken med 16 millimeters lameller av bjørk. Dette kommer av at nevnte standard ikke er gjeldene for materialer av bjørk, og standarden kan derfor ikke brukes direkte.

Begrensingen i standarden for bjørk er plassert under kapittelet som omhandler lim og limbruk. Dette tyder på at det kan stilles spørsmål ved treets egenskaper for liming av større trebjelker. Det ble imidlertid presisert i *kapittel 1.6* at nevnte standard ville bli brukt som et underlag hvor det var naturlig, selv hvor standarden ikke var gyldig. I kombinasjon med at limtre av bjørk er i bruk i Europa i dag, antas derfor $k_{l,m,r}$ som en gyldig faktor. Dette fører til at verdiene for elastitet- og skjærmodulen for tannbjelkene med 16 millimeters lameller kan argumenteres for, og siden standarden gjelder for gran generelt, kan verdiene for tannbjelken av gjenbrukstre bli sett på som konservative.

Fasthetsfaktoren k_{lf} introdusert i *kapittel 2.6*, er brukt utover standarden, da den maksimale grensen er oppgitt til 1,05. Likevel brukes 1,1235 basert på studier gjort på nettopp dette feltet. Fordi en går utenfor verdier oppgitt i standarden, kan dette anses som en usikkerhet. Faktoren kan likevel argumenteres for ved å se på lignende prinsipp i eksempelvis Baubuche som har stor fasthet grunnet tynne lameller.

I *kapittel 3.2.1* er det beskrevet at det ses bort fra reduksjon av kapasiteten grunnet fingerskjøter. Dette er motivert i *kapittel 2.7* med at reduksjon ved optimal utførelse og et stort antall lameller er liten. Selv om reduksjonen er liten, medfører forenklingen likevel en usikkerhet.

Den største usikkerheten knyttet til materialeegenskaper vil være de karakteristiske fasthetene brukt i oppgaven for begge tannbjelker med 16 millimeters lameller. For gjenbrukstreet er det brukt standard metode for å bestemme den karakteristiske fastheten, og vil være gyldig for *dette* materialutvalget. Det vil likevel være store forskjeller når det kommer til gjenbrukstre generelt, og en styrkesortering ved bruk av gjenbruksmateriell vil derfor være helt essensielt og må utføres på lik linje som med nytt virke. For tannbjelken med 16 millimeters lameller av bjørk er fasthetene basert på forhåndstall jevnfør *tabell 2.3* og er bygget på at det er en sammenheng mellom utvalg og kvalitet mot andre tresorter, og en forenkling som kan stilles spørsmål ved. Likevel er det store forskjeller på de karakteristiske verdiene som er brukt og for feilfritt virke. Av denne grunn kan en argumentere for at siden bjelkene kan skjøtes og det blir brukt tynne lameller, kan det uavhengig av utvalget finnes kvaliteter som også overgår de verdiene som nå er brukt. Dette sammen med det store potensialet i bjørken gjør at verdiene som er brukt er troverdige.

Skjærkontroll

Jevnfør *kapittel 4.6* ble det bestemt å se vekk fra sprekkfaktoren k_{cr} , og kategoriseres derfor her som en usikkerhet fordi det medfører et avvik fra standarden. Valget ble begrunnet med klimaklassene som her ble vurdert jevnfør *kapittel 1.3*. I tillegg er det naturlig å anta at ved mindre lameller som brukt for bjørk og gjenbrukstre, vil det forekomme svært lite sprekker. Dette fordi svekket material fjernes i tilvirkningsprosessen og at det er mindre fare for sprekkdannelse på tvers av limlinjer. Likevel er det fortsatt en risiko for avskjæring langs med fibrene i det kritiske området rundt tennene og langs etter limlinjer. Av denne grunn bør det konstrueres en ny verdi for k_{cr} som er bedre tilpasset høykapasitetsbjelker med få lameller.

En ny faktor *kcr* bør da ta hensyn til høyere materialkvalitet og flere lameller som gjør skjærbrudd på tvers og langsetter fibre mindre sannsynlig og bør bestemmes til å være mellom 0,8-1,0 basert på overnevnte. For å begrense omfanget av oppgaven og at samtlige antagelser i forbindelse med skjærkraft ellers er utført konservative, anses antakelsen som akseptabel, men velvitende om at en slik faktor bør konstrueres og brukes.

5.7.3 Økonomi, samfunn og miljø

Som det kan ses av de statlige føringene jevnfør *kapittel 1.1* om bruk av tre i bygg hvor det er mulig, er utstrakt bruk av tre noe som kommer både samfunn og miljø til gode. Siden bjelkene egner seg godt med norsk materiell, vil dette kunne bidra til en positiv effekt på det norske samfunnet. Det er et potensiale for at tidligere importerte høykapasitetsbjelker, nå kan bli erstattet av bjelker med materiell fra Norge og på denne måten skape arbeidsplasser lokalt. Gjennom å utvikle flere alternativer som gjør det enklere å bygge stort i tre, vil det også ha betydning for hva som forsøkes prosjektert i tre. Ved å bruke tannbjelkene med 16 millimeters lameller, kanskje med materialer av enda høyere kvaliteter som diskutert i *kapittel 5.7.1*, åpnes mulighetene opp for å bruke tre hvor det tidligere ikke var mulig.

Prosessen med utskjæring av tenner fører til at det må beregnes en høyere kostnad på tannbjelkene som er optimalisert i denne studien sammenlignet med standard limtrebjelker. For tannbjelkene med 16 millimeters lameller må det også regnes en høyere kostnad for tilvirkning og liming av lameller, siden disse er tynnere enn lamellene som utgjør en standard limtrebjelke. Isolert sett kan derfor ikke disse tannbjelkene ses som en økonomisk bedre løsning en standard limtrebjelker om en ser på samme dimensjon. Om en derimot ser på bjelken som en del av et system, er det mulig å påvise økonomiske fordeler fordi en kan øke avstanden mellom bjelkene eller redusere tverrsnittshøyden, og dermed oppnå redusert materialbruk. I mindre bygg som hus og hytter vil bruk av optimaliserte tannbjelker derfor være mindre aktuelt, og det er mer sannsynlig å ha økonomiske gevinster i større bygg.

Redusert materialbruk er et av stegene for å kunne nå FN's bærekraftsmål nummer 13 presentert i *kapittel 1.1*. Riktignok er dette avhengig av at det brukes materialer som da er bærekraftige. Jevnfør *kapittel 2.3* kan en se en økning i stående skog i Norge som gjør det mulig å utnytte treet ytterligere. Dette betyr at Norge befinner seg i en situasjon hvor det er mulig å oppnå en bærekraftig forvaltning ved å bruke naturressursene effektivt og har dermed

bærekraftig materiell til rådighet. I tillegg til å benytte seg av stående skog, vil utnyttelse av gjenbruksmateriale spare miljøet for overforbruk og ha en positiv effekt på lang sikt.

Selv om vi befinner oss i en tid hvor bruk av tre som konstruksjonsmateriale nærmest er synonymt med et klimavennlig alternativ, vil det alltid være viktig med totalvurderinger. Det vil alltid være tilfeller hvor det er mer hensiktsmessig å bruke sterkere alternativer som er mindre elastiske og med høyere styrkeegenskaper. Det er da viktig å skille på bruk av tre fordi det er et godt alternativ, og bruk av tre fordi det *skal* brukes tre.

Dessverre er det vanskelig å sammenligne materialvalg direkte mot hverandre, siden en konstruksjon ofte vil bære preg av hvilken materiell som er brukt, både konstruksjonsmessig, estetisk og funksjonelt. Det vil derimot være enklere å sammenligne mot klimaavtrykket til alternativet, spesielt når en snakker om større bygg. For påvisning av det faktiske klimaavtrykket er det spesielt viktig med en komplett livsløpsanalyse hvor vurderinger mot alternativet blir gjort, og en får luket ut alternativer hvor tre *skal* brukes. Om en derimot får kombinert tre som et godt alternativ fra et konstruksjonsmessig, estetisk og funksjonelt perspektiv sammen med lavt klimaavtrykk, er valget mye enklere.

6 Konklusjon

Den optimaliserte geometriske utformingen i form av forspenning etter tannbjelkeprinsippet gir en jevn spenningsfordeling over hele bjelkens tverrsnitt og bidrar dermed til en økning for bjelkens bøyekapasitet. Etter at usikkerheten er vurdert, kan det konkluderes med at forbedringen for en bjelke i noenlunde tilsvarende materiale er omtrent 40 prosent.

Nedbøyningen er det som får den største effekten av forspenningen med deformasjoner på omtrent 1/3 av referansebjelkene. For å kompensere for dette må referansebjelkene produseres med en overhøyde som risikeres å bli så stor at bjelkene ikke kan brukes i ubelastet tilstand av komforthensyn. Her oppnås en fordel med rettere bjelker ved bruk av det optimaliserte tannbjelkeprinsippet. Dermed kan nedbøyningskravet på $L/300$ oppnås uten uhensiktsmessig overhøyde også for lengre spenn.

Lamelltykkelsen har direkte påvirkning på kapasiteten og øker med 12 prosent når tykkelsen går fra 40 til 16 millimeter. Ved å holde lamelltykkelsen konstant gjennom hele tverrsnittet og bruke kvaliteter av bjørk av middelshøy kvalitet, kan kapasiteten minimum dobles. Det samme gjelder gjenbrukstre, men da noe lavere og en kan anta omtrent en dobling i kapasiteten. Begge materialtyper antas å kunne skaffes lokalt i Norge.

Når usikkerheter tas i betraktning, er forskjellene i resultatene mellom tannbjelken med 16 millimeters lameller av bjørk og referansebjelken Baubuche for små til å si noe sikkert om hvilken som har høyest kapasitet. Det en derimot ser er at den geometriske utformingen kompenserer for bruk av sterkere materiale. Dermed er det med norske materialer mulig å konstruere en bjelke med lavere fasthet, men likevel få omtrent samme kapasiteten som Baubuche. For tannbjelkene finnes det også en bonuseffekt hvor bjelken får en kraftig økt kapasitet med økte bredde, noe konvensjonelle tverrsnitt ikke får på samme måte. Av denne grunn kan en si at tannbjelken er mer fleksibel i hvilken tverrsnittsdimensjon som kan brukes.

Med bakgrunn i overnevnte, sammen med bærekraftstanken om internasjonal og statlig satsing på bruk av lokale materialer, kan vi konkludere med en god kapasitetsøkning for bjelker med optimalisert geometri i kombinasjon med norsk materiale og disse kan med fordel velges fremfor andre høykapasitetsbjelker.

Videre arbeid

For å bestemme den digitale modellens endelige nøyaktighet, bør det utføres fullskaletester i laboratorium hvor spenningsbildet og deformasjon blir avlest også i tannspissene hvor ekstremalspenninger oppstår.

I en reel situasjon kan en i mange tilfeller forvente at bjelkene kobles til slisseplater i søylene. Av denne grunn burde det bli gjennomført undersøkelser for hvordan dette løses praktisk, og hvilken effekt det har på spenningsfordelingen i bjelken. Dette er en prosess som bør gjennomføres både med digitale hjelpemidler og laboratorietester.

Siden tresorter som er brukt under gjennomføring av oppgaven, antas å ha mulighet for enda bedre materialeegenskaper, bør det kartlegges hvor høy kvalitet som er realistisk å oppnå for norsk tre, og da også finne ut hvilken betydning en ytterlige reduksjon av lamelltykkelsen ville hatt på kapasiteten. Det vil også være av interesse å inkludere materialforekomster i andre nordiske land, da dette er mye av samme marked og ikke har stor påvirkning på bærekraften i produktet.

Ved å legge sammen de tre overnevnte avsnittene, bør det gjennom videre undersøkelser forsøkes å finne ut om bjelkene reelt kan brukes som et alternativ til stål og betong og hvor store dimensjoner dette gjelder.

Litteraturliste

Bell, K. (2015) *Konstruksjonsmekanikk del II Fasthetslære*. Bergen: Fagbokforlaget.

Bell, K. (2017), *Dimensjonering av trekonstruksjoner*. Bergen: Fagbokforlaget

Bodig, J. og Jayne, B.A (1993) *Mechanics of wood and wood composites* 2.utg Malabar Florida: Krieger Publishing Company

Bramming, J. *et al.* (2004) *Bjørk*. (Fokus på tre Nr.35). Oslo: TreFokus&Treteknisk. Tilgjengelig fra: <http://www.trefokus.no/resources/filer/fokus-pa-tre/35-Bjork.pdf> (Hentet: 29.03.2022).

Crocetti, R. *et al.* (2013) *Limtreboka*. Oversatt fra Design of glulam structures (The Handbook) av K. Bell. 2 utg. Norske Limtreprodusenters Forening

Dassault Systèmes (2008) *Getting Started with Abaqus* Providence: Dassault Systèmes Simulia Corp

Fjellstad, K.B. (2017) *Bøk*. Tilgjengelig fra: <https://www.nibio.no/tema/skog/skoggenetiske-ressurser/treslag-i-norge/b%C3%B8k> (Hentet: 29. mars 2022).

Flatland, R. (2012) *Tradisjonsbasert trebruk*. (Fokus på tre Nr.43). Oslo: TreFokus&Treteknisk. Tilgjengelig fra: <http://www.trefokus.no/resources/filer/fokus-pa-tre/41-Tradisjonsbasert-trebruk.pdf> (Hentet: 29.03.2022).

Flæte, P.O., Mjåland, O., Kilde, V., Treteknisk. (2011) *Furu*. (Fokus på tre Nr.34). Oslo: TreFokus&Treteknisk. Tilgjengelig fra: <http://www.trefokus.no/resources/filer/fokus-pa-tre/34-Furu.pdf> (Hentet: 29.03.2022).

Godal, J.B. *et al.* (2018) *Beresystem i eldre norske hus*. 3.utgave. Bergen: Fagbokforlaget

Gran. (2022) *Store norske leksikon*. Tilgjengelig fra: <https://snl.no/gran> (Hentet: 29.03.2022).

Green, D.W, Winandy, J.E. og Kretschman, D.E. (1999) *Mechanical Properties of Wood Wood handbook—Wood as an engineering material* Madison: U.S. Department of Agriculture, Forest Service

Habtemichael, S.A (2021) BYGG2351 Dimensjonering av limte krysslagte massivtreelement (CLT) dekke *Fleretasjes trehus*

Hasslacher (2022) *Glue laminated timber*. Tilgjengelig fra: <https://www.hasslacher.com/glue-laminated-timber> (Hentet 12.04.2022)

Haugan, J. (2011) *Formler og tabeller*. Bekkestua: NKI Forlaget AS.

Icimoto, F.H. (2016) *Influence of Lamellar Thickness on Strength and Stiffness of Glued Laminated Timber Beams of Pinus oocarpa* Tilgjengelig fra: https://www.researchgate.net/publication/298421765_Influence_of_Lamellar_Thickness_on_Strength_and_Stiffness_of_Glued_Laminated_Timber_Beams_of_Pinus_oocarpa (Hentet 31 mars 2022)

Karagöz, I.U. (2020) *Effects of layer number and finger direction on bending behavior of glulam beams* Tilgjengelig fra: <https://bioresources.cnr.ncsu.edu/resources/effects-of-layer-number-and-finger-direction-on-bending-behavior-of-glulam-beams/> (Hentet 31 mars 2022)

Kilde, V. (2011) *Gran*. (Fokus på tre Nr.28). Oslo: TreFokus&Tretknisk. Tilgjengelig fra: <http://www.trefokus.no/resources/filer/fokus-pa-tre/28-Gran.pdf> (Hentet: 29.03.2022).

Kilincarslan, S. og Turker, Y.S. (2019) *The Effect of Different Parameters on Strength Properties of Glulam Timber Beams* Tilgjengelig fra: https://www.researchgate.net/publication/338188328_The_Effect_of_Different_Parameters_on_Strength_Properties_of_Glulam_Timber_Beams (Hentet 31 mars 2022)

Kucera, B., NISK, Myhra, H.H. og NTI (1996) *Egenskaper hos de viktigste norske lauvtrær*. (33). Sted ukjent: Tretknisk. Tilgjengelig fra: <https://www.tretknisk.no/resources/filer/publikasjoner/rapporter/Rapport-33.pdf> (Hentet: 07.04.2022).

Lagace, P.A (2002) *Engineering Constants* tilgjengelig fra: <https://www.scribd.com/document/66164814/Unit-5?fbclid=IwAR2CfwBhNt-dRk6ksG8uzhyxOgs316Q7t9Fk383jxXbVTRZhfS-3XwRWE5M> (hentet 07.01.2022)

Landsskogtakseringen. (2021) *Statistisk sentrabyrå*. Tilgjengelig fra: <https://www.ssb.no/jord-skog-jakt-og-fiskeri/skogbruk/statistikk/landsskogtakseringen> (Hentet: 29.03.2022).

Larsen, H.J (2014) *Strength og fingerjoints i C. F. L. Prins (red) Production, marketing and use of Finger-Jointed Sawnwood* 3.utg (2014) Hauge, Netherlands: Martinnus Nijhoff/dr W. Junk Publishers

Moelven (2022) *Standard limtre gran*. Tilgjengelig fra: <https://www.moelven.com/no/no/limtre/standard-limtre/> (Hentet: 11.04.2022)

Norconsult (2022) *Vil gi bedre råd om bruk av tre*. Tilgjengelig fra: URL (Hentet:13.05.2022).

Norsk Standard (2010) *NS-EN 1995 Eurokode 5: Prosjektering av trekonstruksjoner*. Tilgjengelig fra : <https://www.standard.no/no/Nettbutikk/produktkatalogen/Produktpresentasjon/?ProductID=436137> (Hentet 02.02.2022)

Norsk Standard (2013) *NS-EN 14080 Trekonstruksjoner Limtre og limt laminert heltre Krav* Tilgjengelig fra: <https://www.standard.no/no/Nettbutikk/produktkatalogen/Produktpresentasjon/?ProductID=866055> (Hentet 20.januar 2022)

Norsk Standard (2016a) *NS-EN 384 Mekaniske egenskaper for enklere tverrsnitt*. Tilgjengelig fra: <https://www.standard.no/en/PDF/FileDownload/?redir=true&filetype=Pdf&category=1> (Hentet: 12.04.2022)

Norsk Standard (2016b) *NS-EN 14358 Trekonstruksjoner: Beregning og verifisering av karakteristiske verdier*. Tilgjengelig fra: <https://www.standard.no/en/PDF/FileDownload/?redir=true&filetype=Pdf&category=1> (Hentet: 12.04.2022)

Norsk Standard (2016c) *NS-EN 1990 Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner*. Tilgjengelig fra: <https://www.standard.no/no/Nettbutikk/produktkatalogen/Produktpresentasjon/?ProductID=814830> (Hentet 03.05.2022)

NTNU (2022) *Friksjonskoeffisienter for ulike material* Tilgjengelig fra: <https://folk.ntnu.no/johnof/05a-tabell-over-friksjonskoeffisientar.pdf> (Hentet: 11.04.2022).

Ormestad, H. (2022) *Friksjon, Store norske leksikon*. Tilgjengelig fra: <https://snl.no/friksjon> (Hentet: 09.04.2022).

Pollmeier (2022) *BauBuche GL 75*. Tilgjengelig fra: https://www.pollmeier.com/dam/jcr:5b0f8e97-5cc5-42b0-a488-843766b7d6a1/EN_Beam%20BauBuche%20GL75_Declaration%20of%20Performance.pdf (Hentet 12.04.2022)

Regjeringen (2018) *Bærekraftsmålene*. Hentet fra: <https://www.regjeringen.no/no/tema/fns-barekraftsmal/ansvarlig-forbruk-og-produksjon/id2590201/?expand=factbox2596947> (Hentet 12.05.2022)

Simula (2017) *Linear and nonlinear procedures* tilgjengelig fra: <https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAECAERefMap/simacae-c-simconcurprocs.html> (hentet 20.januar 2022)

Solli, C, Nordby A.S og Dahlstrøm O (2015) *Helhetlig miljøvurdering av byggematerialer* Trondheim: Husbanken Tilgjengelig fra: <https://biblioteket.husbanken.no/arkiv/dok/Komp/helhetlig%20miljovurdering%20av%20byggematerialer.pdf> (Hentet 12.05.2022)

Treteknisk (2009) *Lauvtrevirkets egenskaper*. (Fokus på tre Nr.18). Oslo: TreFokus&Treteknisk. Tilgjengelig fra: <http://www.trefokus.no/resources/filer/fokus-pa-tre/18-Lauvtrevirkets-egenskaper.pdf> (Hentet: 29.03.2022).

Treteknisk (2016) *Egenskaper av ulike treslag*. Tilgjengelig fra: https://treteknisk.no/resources/Treteknisk_Egenskaper-av-ulike-treslag.pdf (Hentet: 07.04.2022).

Vernon L.C (2010) *The quick Python Guide* Greenwich: Manning Publication Co.

Özçifçi A. og Yapıcı F. (2008) *Structural performance of the finger-jointed strength of some wood species with different joint configurations* Tilgjengelig fra:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095006180700092X#!> (Hentet:
01.04.2022)

Vedlegg

Vedlegg 2.1: Karakteristiske verdier for gjenbruksmateriell

Vedlegg 2.2: Sammenstilling av studier på effekten av lamelltykkelse

Vedlegg 4.1: Sensitivitetsanalyse

Vedlegg 4.2: Koding av geometrien til tennene i Python

Vedlegg 5.1: Inngående data og resultater av analyse

Vedlegg 5.2: Kontroll av skjærkraft

Vedlegg 2.1

Test nr	Namn	E-Modul	Bøyefasthet	Skjærfasthet	Densitet	Årsak til brudd
1	S5	11496	63,2	5,0	460	Bøy
2	S9	12991	73,6	6,0	564	Bøy
3	S8	13395	68,9	5,5	491	Skjær
4	S3	12484	63,9	5,4	527	Skjær
5	S1	13874	73,2	5,9	489	Trykk
6	S7	15106	77,4	6,2	513	Skjær
7	S4	12860	56,7	4,4	456	Bøy
8	S10	12846	56,9	4,4	500	Bøy
9	S2	11488	60,9	4,9	466	Skjær
10	S6	12267	58,2	4,5	451	Skjær/åring
Gjennomsnitt		12881	65,3	5,2	491,7	

Beregninger gjenbruksmateriell:

Bøyefasthet		
Gjennomsnitt	m_R	65,3
Varians	$Var(X)$	51,1
Standardavvik	σ_R	7,2
Faktor fraktilverdi	k_R	2,09
Bøyefasthet	$f_{m,k}$	50,4

Skjærfasthet		
Gjennomsnitt	m_R	5,2
Varians	$Var(X)$	0,4
Standardavvik	σ_R	0,6
Faktor fraktilverdi	k_R	2,09
Skjærfasthet	$f_{v,k}$	3,9

Mekaniske egenskaper gjenbrukstre		
Gj. Stivhetsmodul	$E_{0,mean}$	12881
Stivhetsmodul	$E_{0,05}$	8630,069
Bøyefasthet	$f_{m,k}$	50,4
Skjærfasthet	$f_{v,k}$	3,9
Strekkfasthet	$f_{t,0,k}$	30,2
Trykkfasthet	$f_{c,0,k}$	29,2

Vedlegg 2.2

Studie nr. 1 (Karagöz, 2020)

	Bruddkapasitet [Mpa]	
	30 mm lameller	18 mm lameller
Uten skjøter	20,53	22,54
Vertikale fingerskjøter	13,9	17,89
	14,18	19,29
	13,52	18,29
Horisontale skjøter	6,88	14,14
	10,09	14,72
	9,53	16,18
Σ	88,63	123,05
Gjennomsnitt:		
Kapasitet	12,66	17,58
Endring per mm	0,410	
Endring per mm i prosent	3,24 %	

Studie nr. 2 (Icimoto, 2016)

	25 mm lameller	16,7 mm lameller
E-modul [Mpa]	12762	13028
Endring per mm	32,05	
Endring per mm prosent	0,25 %	

Studie nr. 3 (Kilincarslan, 2019)

	25 mm lameller	16,7 mm lameller
E-modul [Mpa]	12650	13700
Endring per mm	126,51	
Endring per mm prosent	1,00 %	

Sammenstilling av studiene

Gjennomsnitt:	
Endring per mm	1,50 %
Total kapasitetsforbedring fra 25 til 18 mm	10,47 %
Median:	
Endring per mm	1,00 %
Total kapasitetsforbedring fra 25 til 18 mm	7,00 %

Vedlegg 4.1

Minimumsverdier: $v_{LT} = 0,28$ $v_{RT} = v_{RT} = 0,32$

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises
				[mpa]
Øvre bjelke-1	2446	CPS4R	1	17,3963
Øvre bjelke-1	12203	CPS4R	1	18,1651
Øvre bjelke-1	11153	CPS4R	1	19,1804
Øvre bjelke-1	8453	CPS4R	1	19,7586
Nedre bjelke-1	9828	CPS4R	1	15,7117
Nedre bjelke-1	12779	CPS4R	1	16,4595
Nedre bjelke-1	5570	CPS4R	1	15,3318
Nedre bjelke-1	1774	CPS4R	1	14,7443

Middelverdier: $v_{LT} = 0,40$ $v_{RT} = v_{RT} = 0,44$

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises		
				Int. Pt.	$\Delta v_{maks-min}$	
					[mpa]	[%]
Øvre bjelke-1	2446	CPS4R	1	17,3947	-0,0016	-0,01 %
Øvre bjelke-1	12203	CPS4R	1	18,1649	-0,0002	0,00 %
Øvre bjelke-1	11153	CPS4R	1	19,1826	0,0022	0,01 %
Øvre bjelke-1	8453	CPS4R	1	19,7628	0,0042	0,02 %
Nedre bjelke-1	9828	CPS4R	1	15,706	-0,0057	-0,04 %
Nedre bjelke-1	12779	CPS4R	1	16,4664	0,0069	0,04 %
Nedre bjelke-1	5570	CPS4R	1	15,3327	0,0009	0,01 %
Nedre bjelke-1	1774	CPS4R	1	14,7269	-0,0174	-0,12 %
Gjennomsnittsavvik					0,0049	0,03 %

Maksimalverdier: $v_{LT} = 0,43$ $v_{RT} = v_{RT} = 0,60$

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises		
				Int. Pt.	$\Delta v_{maks-min}$	
					[mpa]	[%]
Øvre bjelke-1	2446	CPS4R	1	17,3945	-0,0018	-0,01 %
Øvre bjelke-1	12203	CPS4R	1	18,1649	-0,0002	0,00 %
Øvre bjelke-1	11153	CPS4R	1	19,1831	0,0027	0,01 %
Øvre bjelke-1	8453	CPS4R	1	19,7637	0,0051	0,03 %
Nedre bjelke-1	9828	CPS4R	1	15,7045	-0,0072	-0,05 %
Nedre bjelke-1	12779	CPS4R	1	16,4681	0,0086	0,05 %
Nedre bjelke-1	5570	CPS4R	1	15,3331	0,0013	0,01 %
Nedre bjelke-1	1774	CPS4R	1	14,7232	-0,0211	-0,14 %
Gjennomsnittsavvik					0,006	0,04 %

Seed size=16

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises
				[mpa]
Øvre bjelke-1	3025	CPS4R	1	4,93726
Øvre bjelke-1	19058	CPS4R	1	1,20042
Øvre bjelke-1	16889	CPS4R	1	7,83911
Øvre bjelke-1	3034	CPS4R	1	14,4538
Nedre bjelke-1	17561	CPS4R	1	17,1826
Nedre bjelke-1	6246	CPS4R	1	16,8936
Nedre bjelke-1	5056	CPS4R	1	18,9697
Nedre bjelke-1	1173	CPS4R	1	50,2452

Seed size=20

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises
				[mpa]
Øvre bjelke-1	2446	CPS4R	1	17,3989
Øvre bjelke-1	12203	CPS4R	1	18,1658
Øvre bjelke-1	11153	CPS4R	1	19,1804
Øvre bjelke-1	8453	CPS4R	1	19,7592
Nedre bjelke-1	9828	CPS4R	1	15,7163
Nedre bjelke-1	12779	CPS4R	1	16,4615
Nedre bjelke-1	5570	CPS4R	1	15,3299
Nedre bjelke-1	1774	CPS4R	1	14,7312

Seed size=30

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises
				[mpa]
Øvre bjelke-1	2154	CPS4R	1	19,9337
Øvre bjelke-1	9913	CPS4R	1	19,7767
Øvre bjelke-1	8654	CPS4R	1	19,8243
Øvre bjelke-1	2158	CPS4R	1	20,9669
Nedre bjelke-1	7415	CPS4R	1	11,4958
Nedre bjelke-1	8581	CPS4R	1	19,6566
Nedre bjelke-1	4460	CPS4R	1	19,6369
Nedre bjelke-1	1028	CPS4R	1	20,7661

Seed size=40

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises	
				Int. Pt.	Δ seed size ₄₀₋₂₀
				[mpa]	[%]
Øvre bjelke-1	1758	CPS4R	1	19,6803	2,28 11,59 %
Øvre bjelke-1	1760	CPS4R	1	19,6638	1,50 7,62 %
Øvre bjelke-1	7620	CPS4R	1	19,6937	0,51 2,61 %
Øvre bjelke-1	5934	CPS4R	1	20,1294	0,37 1,84 %
Nedre bjelke-1	3082	CPS4R	1	19,5226	3,81 19,50 %
Nedre bjelke-1	8082	CPS4R	1	19,0189	2,56 13,45 %
Nedre bjelke-1	1113	CPS4R	1	18,7797	3,45 18,37 %
Nedre bjelke-1	1112	CPS4R	1	23,3081	8,58 36,80 %
Gjennomsnittsavvik				2,88	13,97 %

Seed size=16, redusert integrasjon

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises [mpa]
Øvre bjelke-1	3025	CPS4R	1	4,9373
Øvre bjelke-1	19058	CPS4R	1	1,2004
Øvre bjelke-1	16889	CPS4R	1	7,8391
Øvre bjelke-1	3034	CPS4R	1	14,4538
Nedre bjelke-1	17561	CPS4R	1	17,1826
Nedre bjelke-1	6246	CPS4R	1	16,8936
Nedre bjelke-1	5056	CPS4R	1	18,9697
Nedre bjelke-1	1173	CPS4R	1	50,2452

Seed size=16, ikke redusert integrasjon

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises			
				Int. Pt.	Gjennomsnitt [mpa]	Åredusertt integrasjon	
						[%]	
Øvre bjelke-1	3025	CPS4	1	18.5974			
Øvre bjelke-1	3025	CPS4	2	18.598			
Øvre bjelke-1	3025	CPS4	3	18.6681			
Øvre bjelke-1	3025	CPS4	4	18.6708	18,64	13,70	73,51 %
Øvre bjelke-1	19058	CPS4	1	19.0512			
Øvre bjelke-1	19058	CPS4	2	19.0495			
Øvre bjelke-1	19058	CPS4	3	18.9948			
Øvre bjelke-1	19058	CPS4	4	18.9916	19,02	17,82	93,69 %
Øvre bjelke-1	16889	CPS4	1	19.5078			
Øvre bjelke-1	16889	CPS4	2	19.5669			
Øvre bjelke-1	16889	CPS4	3	19.4874			
Øvre bjelke-1	16889	CPS4	4	19.5537	19,53	11,69	59,86 %
Øvre bjelke-1	3034	CPS4	1	20.046			
Øvre bjelke-1	3034	CPS4	2	20.0763			
Øvre bjelke-1	3034	CPS4	3	20.1081			
Øvre bjelke-1	3034	CPS4	4	20.1467	20,10	5,65	28,09 %
Nedre bjelke-1	17561	CPS4	1	17.5835			
Nedre bjelke-1	17561	CPS4	2	18.2972			
Nedre bjelke-1	17561	CPS4	3	17.3841			
Nedre bjelke-1	17561	CPS4	4	18.0656	17,83	0,65	3,63 %
Nedre bjelke-1	6246	CPS4	1	18.1319			
Nedre bjelke-1	6246	CPS4	2	18.2398			
Nedre bjelke-1	6246	CPS4	3	18.1649			
Nedre bjelke-1	6246	CPS4	4	18.2992	18,21	1,32	7,23 %
Nedre bjelke-1	5056	CPS4	1	17.3488			
Nedre bjelke-1	5056	CPS4	2	17.7085			
Nedre bjelke-1	5056	CPS4	3	17.5465			
Nedre bjelke-1	5056	CPS4	4	17.8621	17,62	-1,35	-7,66 %
Nedre bjelke-1	1173	CPS4	1	18.2683			
Nedre bjelke-1	1173	CPS4	2	18.4902			
Nedre bjelke-1	1173	CPS4	3	41.1729			
Nedre bjelke-1	1173	CPS4	4	41.0111	29,73	-20,52	-69,01 %
Gjennomsnittsavvik							42,83 %

Seed size=20

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises [mpa]
Øvre bjelke-1	2446	CPS4R	1	17,3989
Øvre bjelke-1	12203	CPS4R	1	18,1658
Øvre bjelke-1	11153	CPS4R	1	19,1804
Øvre bjelke-1	8453	CPS4R	1	19,7592
Nedre bjelke-1	9828	CPS4R	1	15,7163
Nedre bjelke-1	12779	CPS4R	1	16,4615
Nedre bjelke-1	5570	CPS4R	1	15,3299
Nedre bjelke-1	1774	CPS4R	1	14,7312

Seed size=20, ikke redusert integrasjon

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises		
				Int. Pt.	Gjennomsnitt [mpa]	Δredusert integrasjon [%]
Øvre bjelke-1	2446	CPS4	1	18.0383		
Øvre bjelke-1	2446	CPS4	2	18.0369		
Øvre bjelke-1	2446	CPS4	3	17.8803		
Øvre bjelke-1	2446	CPS4	4	17.88	17,96	0,56 3,12 %
Øvre bjelke-1	12203	CPS4	1	18.6032		
Øvre bjelke-1	12203	CPS4	2	18.4342		
Øvre bjelke-1	12203	CPS4	3	18.5856		
Øvre bjelke-1	12203	CPS4	4	18.43	18,51	0,34 1,86 %
Øvre bjelke-1	11153	CPS4	1	19.3822		
Øvre bjelke-1	11153	CPS4	2	19.3582		
Øvre bjelke-1	11153	CPS4	3	19.298		
Øvre bjelke-1	11153	CPS4	4	19.2718	19,33	0,15 0,77 %
Øvre bjelke-1	8453	CPS4	1	20.2356		
Øvre bjelke-1	8453	CPS4	2	20.2055		
Øvre bjelke-1	8453	CPS4	3	20.2111		
Øvre bjelke-1	8453	CPS4	4	20.1849	20,21	0,45 2,23 %
Nedre bjelke-1	9828	CPS4	1	17.3577		
Nedre bjelke-1	9828	CPS4	2	16.2543		
Nedre bjelke-1	9828	CPS4	3	16.7028		
Nedre bjelke-1	9828	CPS4	4	15.2736	16,40	0,68 4,17 %
Nedre bjelke-1	12779	CPS4	1	17.337		
Nedre bjelke-1	12779	CPS4	2	17.359		
Nedre bjelke-1	12779	CPS4	3	17.4355		
Nedre bjelke-1	12779	CPS4	4	17.4628	17,40	0,94 5,39 %
Nedre bjelke-1	5570	CPS4	1	16.447		
Nedre bjelke-1	5570	CPS4	2	16.3839		
Nedre bjelke-1	5570	CPS4	3	16.3375		
Nedre bjelke-1	5570	CPS4	4	16.3056	16,37	1,04 6,35 %
Nedre bjelke-1	1774	CPS4	1	15.2962		
Nedre bjelke-1	1774	CPS4	2	12.8278		
Nedre bjelke-1	1774	CPS4	3	15.4256		
Nedre bjelke-1	1774	CPS4	4	12.8995	14,12	-0,61 -4,33 %
Gjennomsnittsavvik					0,60	3,53 %

Seed size=15, ikke redusert integrasjon

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises	
				Int. Pt.	Gjennomsnitt
				[mpa]	
Øvre bjelke-1	8330	CPS4	1	17.4828	
Øvre bjelke-1	8330	CPS4	2	17.3479	
Øvre bjelke-1	8330	CPS4	3	17.4851	
Øvre bjelke-1	8330	CPS4	4	17.3486	17,40
Øvre bjelke-1	19410	CPS4	1	18.5475	
Øvre bjelke-1	19410	CPS4	2	18.5216	
Øvre bjelke-1	19410	CPS4	3	18.4374	
Øvre bjelke-1	19410	CPS4	4	18.426	18,49
Øvre bjelke-1	15402	CPS4	1	19.5556	
Øvre bjelke-1	15402	CPS4	2	19.4634	
Øvre bjelke-1	15402	CPS4	3	19.561	
Øvre bjelke-1	15402	CPS4	4	19.4638	19,51
Øvre bjelke-1	10998	CPS4	1	20.2583	
Øvre bjelke-1	10998	CPS4	2	20.3241	
Øvre bjelke-1	10998	CPS4	3	20.3757	
Øvre bjelke-1	10998	CPS4	4	20.4336	20,35
Nedre bjelke-1	18854	CPS4	1	15.7338	
Nedre bjelke-1	18854	CPS4	2	17.1718	
Nedre bjelke-1	18854	CPS4	3	15.867	
Nedre bjelke-1	18854	CPS4	4	17.1368	16,48
Nedre bjelke-1	19560	CPS4	1	16.8971	
Nedre bjelke-1	19560	CPS4	2	16.9162	
Nedre bjelke-1	19560	CPS4	3	16.7965	
Nedre bjelke-1	19560	CPS4	4	16.8082	16,86
Nedre bjelke-1	7726	CPS4	1	15.7273	
Nedre bjelke-1	7726	CPS4	2	15.7227	
Nedre bjelke-1	7726	CPS4	3	15.8489	
Nedre bjelke-1	7726	CPS4	4	15.8416	15,79
Nedre bjelke-1	18062	CPS4	1	15.7281	
Nedre bjelke-1	18062	CPS4	2	15.75	
Nedre bjelke-1	18062	CPS4	3	19.2951	
Nedre bjelke-1	18062	CPS4	4	19.3213	17,53

Seed size=16, strukturert

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises			
				Int. Pt.	Gjennomsnitt	Δstruktur	
						[mpa]	[%]
Øvre bjelke-1	5586	CPS4	1	17.2821			
Øvre bjelke-1	5586	CPS4	2	17.2822			
Øvre bjelke-1	5586	CPS4	3	17.4661			
Øvre bjelke-1	5586	CPS4	4	17.4663	17,38	-1,26	-7,25 %
Øvre bjelke-1	3562	CPS4	1	18.2206			
Øvre bjelke-1	3562	CPS4	2	18.4049			
Øvre bjelke-1	3562	CPS4	3	18.2204			
Øvre bjelke-1	3562	CPS4	4	18.405	18,31	-0,71	-3,88 %
Øvre bjelke-1	5646	CPS4	1	19.441			
Øvre bjelke-1	5646	CPS4	2	19.2279			
Øvre bjelke-1	5646	CPS4	3	19.4402			
Øvre bjelke-1	5646	CPS4	4	19.227	19,34	-0,19	-0,98 %
Øvre bjelke-1	2038	CPS4	1	20.341			
Øvre bjelke-1	2038	CPS4	2	20.355			
Øvre bjelke-1	2038	CPS4	3	20.3342			
Øvre bjelke-1	2038	CPS4	4	20.3457	20,34	0,24	1,18 %
Nedre bjelke-1	6140	CPS4	1	16.4902			
Nedre bjelke-1	6140	CPS4	2	17.2137			
Nedre bjelke-1	6140	CPS4	3	15.6481			
Nedre bjelke-1	6140	CPS4	4	16.8092	16,54	-1,29	-7,80 %
Nedre bjelke-1	1298	CPS4	1	16.8445			
Nedre bjelke-1	1298	CPS4	2	16.8447			
Nedre bjelke-1	1298	CPS4	3	16.6563			
Nedre bjelke-1	1298	CPS4	4	16.6566	16,75	-1,46	-8,72 %
Nedre bjelke-1	3374	CPS4	1	15.6256			
Nedre bjelke-1	3374	CPS4	2	15.6269			
Nedre bjelke-1	3374	CPS4	3	15.4874			
Nedre bjelke-1	3374	CPS4	4	15.4888	15,56	-2,06	-13,24 %
Nedre bjelke-1	4931	CPS4	1	14.1941			
Nedre bjelke-1	4931	CPS4	2	14.1216			
Nedre bjelke-1	4931	CPS4	3	11.8768			
Nedre bjelke-1	4931	CPS4	4	11.7759	13,00	-16,73	-128,69 %
Gjennomsnittsavvik						2,99	21,47 %

Seed size=20, strukturert

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises			
				Int. Pt.	Gjennomsnitt	Δ20-16	
						[mpa]	
Øvre bjelke-1	5617	CPS4	1	18.0786			
Øvre bjelke-1	5617	CPS4	2	18.0787			
Øvre bjelke-1	5617	CPS4	3	18.2			
Øvre bjelke-1	5617	CPS4	4	18.2002	18,14	0,76	4,19 %
Øvre bjelke-1	3593	CPS4	1	18.6943			
Øvre bjelke-1	3593	CPS4	2	18.8176			
Øvre bjelke-1	3593	CPS4	3	18.6941			
Øvre bjelke-1	3593	CPS4	4	18.8176	18,76	0,45	2,40 %
Øvre bjelke-1	5677	CPS4	1	19.541			
Øvre bjelke-1	5677	CPS4	2	19.3871			
Øvre bjelke-1	5677	CPS4	3	19.5406			
Øvre bjelke-1	5677	CPS4	4	19.3866	19,47	0,13	0,67 %
Øvre bjelke-1	2025	CPS4	1	20.4604			
Øvre bjelke-1	2025	CPS4	2	20.0771			
Øvre bjelke-1	2025	CPS4	3	20.5193			
Øvre bjelke-1	2025	CPS4	4	20.0962	20,29	-0,05	-0,25 %
Nedre bjelke-1	5293	CPS4	1	18.2407			
Nedre bjelke-1	5293	CPS4	2	18.2862			
Nedre bjelke-1	5293	CPS4	3	18.2324			
Nedre bjelke-1	5293	CPS4	4	18.2761	18,26	1,72	9,42 %
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	1	17.5369			
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	2	17.5383			
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	3	17.3764			
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	4	17.3778	17,46	0,71	4,07 %
Nedre bjelke-1	2288	CPS4	1	16.7648			
Nedre bjelke-1	2288	CPS4	2	16.7676			
Nedre bjelke-1	2288	CPS4	3	16.7939			
Nedre bjelke-1	2288	CPS4	4	16.7967	16,78	1,22	7,27 %
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	1	16.4139			
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	2	16.4723			
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	3	20.7187			
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	4	20.7961	18,60	5,60	30,11 %
Gjennomsnittsavvik						1,33	7,30 %

E=14700

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises	
				Int. Pt.	Gjennomsnitt
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	1	15.2615	
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	2	15.2615	
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	3	14.6498	
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	4	14.6498	14,95
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	1	18.4554	
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	2	18.4553	
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	3	17.8321	
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	4	17.8321	18,14
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	1	21.8434	
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	2	21.8433	
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	3	21.1641	
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	4	21.1641	21,50
Øvre bjelke-1	208	CPS4	1	24.4195	
Øvre bjelke-1	208	CPS4	2	24.4206	
Øvre bjelke-1	208	CPS4	3	23.5802	
Øvre bjelke-1	208	CPS4	4	23.5814	24,00
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	1	22.238	
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	2	22.87	
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	3	22.239	
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	4	22.8611	22,55
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	1	19.0897	
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	2	19.0904	
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	3	18.3701	
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	4	18.3708	18,73
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	1	16.616	
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	2	16.617	
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	3	15.9009	
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	4	15.9019	16,26
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	1	12.6537	
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	2	12.7093	
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	3	13.917	
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	4	14.022	13,32

E=10000

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises			
				Int. Pt.	Gjennomsnitt	$\Delta E_{14700-10000}$	
						[mpa]	[%]
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	1	19.6223			
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	2	19.6223			
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	3	19.6948			
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	4	19.6948	19,66	-4,71	-23,96 %
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	1	19.2407			
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	2	19.2407			
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	3	19.308			
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	4	19.308	19,28	-1,14	-5,91 %
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	1	18.9929			
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	2	18.9928			
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	3	19.0194			
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	4	19.0193	19,00	2,5	13,16 %
Øvre bjelke-1	208	CPS4	1	19.0244			
Øvre bjelke-1	208	CPS4	2	19.0251			
Øvre bjelke-1	208	CPS4	3	18.9688			
Øvre bjelke-1	208	CPS4	4	18.9695	19,00	5	26,32 %
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	1	17.6852			
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	2	17.5274			
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	3	17.6906			
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	4	17.5354	18,56	3,99	21,50 %
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	1	17.7749			
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	2	17.7766			
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	3	17.8187			
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	4	17.8204	17,80	0,93	5,22 %
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	1	17.9456			
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	2	17.9491			
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	3	17.956			
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	4	17.9595	17,95	-1,69	-9,42 %
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	1	18.5077			
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	2	18.5962			
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	3	24.3037			
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	4	24.4102	21,45	-8,13	-37,90 %
Gjennomsnittsavvik						3,51	17,92 %

G=560

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.		S, Mises
					Int. Pt. Gjennomsnitt
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	1	18.1364	
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	2	18.1364	
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	3	18.0295	
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	4	18.0295	18,09
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	1	18.7131	
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	2	18.7131	
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	3	18.5925	
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	4	18.5924	18,65
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	1	19.47	
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	2	19.4699	
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	3	19.3009	
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	4	19.3008	19,39
Øvre bjelke-1	208	CPS4	1	20.2273	
Øvre bjelke-1	208	CPS4	2	20.2282	
Øvre bjelke-1	208	CPS4	3	19.9357	
Øvre bjelke-1	208	CPS4	4	19.9366	20,09
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	1	18.0212	
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	2	18.1588	
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	3	18.0244	
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	4	18.1598	18,09
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	1	17.2082	
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	2	17.2093	
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	3	17.0407	
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	4	17.0418	17,13
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	1	16.6478	
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	2	16.6497	
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	3	16.4682	
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	4	16.4702	16,56
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	1	15.7451	
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	2	15.8038	
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	3	19.01	
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	4	19.1114	17,42

G=880

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.		S, Mises			
					Int. Pt.	Gjennomsnitt	$\Delta G_{880-560}$	
							[mpa]	
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	1	18.6957				
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	2	18.6957				
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	3	18.6027				
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	4	18.6027	18,65	0,56	3,00 %	
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	1	19.1159				
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	2	19.1159				
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	3	19.0351				
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	4	19.0351	19,08	0,43	2,25 %	
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	1	19.6055				
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	2	19.6056				
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	3	19.4926				
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	4	19.4927	19,55	0,16	0,82 %	
Øvre bjelke-1	208	CPS4	1	20.0963				
Øvre bjelke-1	208	CPS4	2	20.0982				
Øvre bjelke-1	208	CPS4	3	19.9167				
Øvre bjelke-1	208	CPS4	4	19.9186	20,01	-0,08	-0,40 %	
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	1	18.9519				
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	2	18.8503				
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	3	18.9578				
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	4	18.858	18,90	0,81	4,29 %	
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	1	18.2995				
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	2	18.3016				
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	3	18.1759				
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	4	18.178	18,24	1,11	6,09 %	
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	1	17.8974				
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	2	17.9021				
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	3	17.7302				
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	4	17.735	17,82	1,26	7,07 %	
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	1	18.0533				
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	2	18.2145				
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	3	26.3476				
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	4	26.4878	22,28	4,86	21,81 %	
Gjennomsnittsavvik						1,16	5,72 %	

f=0,2

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises	
				Int. Pt.	Gjennomsnitt
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	1	17.8389	
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	2	17.8389	
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	3	17.6899	
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	4	17.6899	17,77
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	1	18.5953	
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	2	18.5952	
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	3	18.4448	
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	4	18.4447	18,52
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	1	19.489	
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	2	19.4889	
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	3	19.2943	
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	4	19.2942	19,39
Øvre bjelke-1	208	CPS4	1	20.3093	
Øvre bjelke-1	208	CPS4	2	20.3102	
Øvre bjelke-1	208	CPS4	3	20.0149	
Øvre bjelke-1	208	CPS4	4	20.0158	20,17
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	1	17.9333	
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	2	18.0061	
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	3	17.9375	
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	4	18.0093	17,97
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	1	17.0079	
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	2	17.0091	
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	3	16.8128	
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	4	16.814	16,91
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	1	16.3537	
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	2	16.3561	
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	3	16.1402	
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	4	16.1426	16,25
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	1	15.5303	
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	2	15.5917	
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	3	19.5281	
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	4	19.6118	17,57

f=0,3

Part Instance	Element ID	Type	Int. Pt.	S, Mises			
				Int. Pt.	Gjennomsnitt	$\Delta f_{0,3-0,2}$	
						[mpa]	[%]
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	1	17.7568			
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	2	17.7568			
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	3	17.599			
Øvre bjelke-1	3528	CPS4	4	17.599	17,68	0,09	0,51 %
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	1	18.5544			
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	2	18.5544			
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	3	18.3964			
Øvre bjelke-1	2283	CPS4	4	18.3964	18,48	0,04	0,22 %
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	1	19.4888			
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	2	19.4887			
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	3	19.2858			
Øvre bjelke-1	1038	CPS4	4	19.2857	19,39	0,00	0,00 %
Øvre bjelke-1	208	CPS4	1	20.3410			
Øvre bjelke-1	208	CPS4	2	20.3420			
Øvre bjelke-1	208	CPS4	3	20.0371			
Øvre bjelke-1	208	CPS4	4	20.0381	20,19	-0,02	-0,10 %
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	1	17.9215			
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	2	18.0082			
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	3	17.9257			
Nedre bjelke-1	4051	CPS4	4	18.0111	17,97	0,00	0,00 %
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	1	16.9538			
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	2	16.9549			
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	3	16.7513			
Nedre bjelke-1	1040	CPS4	4	16.7525	16,85	0,06	0,36 %
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	1	16.2741			
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	2	16.2762			
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	3	16.0575			
Nedre bjelke-1	1872	CPS4	4	16.0597	16,17	0,08	0,49 %
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	1	15.3382			
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	2	15.3989			
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	3	18.896			
Nedre bjelke-1	3120	CPS4	4	18.9843	17,16	0,41	2,39 %
Gjennomsnittsavvik						0,09	0,51 %

Vedlegg 4.2

```
7
8 #Norske navn brukt i oppgaven oversatt til motsvarende engelske navn brukt i
  scriptet er som følger:
9 #L1 = l_beam
10 #L2 = l_beam_u
11 #a = ai
12 #b = bi
13 #perturbasjon a = perturbation
14 #perturbasjon ekstra = perturbation_b
15 #n = n
16 #m = m
17
18
19
20
21 # -*- coding: mbcs -*-
22 from part import *
23 from material import *
24 from section import *
25 from assembly import *
26 from step import *
27 from interaction import *
28 from load import *
29 from mesh import *
30 from optimization import *
31 from job import *
32 from sketch import *
33 from visualization import *
34 from connectorBehavior import *
35 mdb.models['Model-1'].ConstrainedSketch(name='__profile__', sheetSize=8000.0)
36
37 #-----START VALUES
38
39 #Startvalues for writing the list to draw the geometry
40 l_beam=4150          #length of HALF the beam,
  lower
41 l_beam_u=4159       #length of HALF the beam, upper
42 a=0                 #startpoint x-value
43 b=60                #startpoint y-value, also equal to the length of the first
  teeth
44
45                     #b is the same for upper and lower
46 perturbation=0.00   #belongs to a
47 perturbation_b=0.00 #belongs to b, is the same for upper and lower
48 n= 1.0              #belongs to a
49 m= 1.0              #belongs to b, is the same for upper and lower
50
51 #start values for the while loop
52 da=300              #almost the same as the length of the first tooth
53                     #(almost)= were to put the second point
54 tot_l=a
55 lista=[]
56 listb=[]
57
58 lista.append(a)
59 listb.append(b)
60
61 #as long as the total length is lower than l_beam, add one more a and b
62 while tot_l<l_beam:
63
64     da=da*(1+perturbation)**n
65     a=a+da
66     lista.append(a)
67     lista.append(a)
68     b=b*(1+perturbation_b)**m
69
70
```

```

70     b_n=b*-1
71     listb.append(b_n)
72     listb.append(b)
73     tot_l=tot_l+da
74
75     #Scale the list a so that the tooth will match up with the total length
76     scale=l_beam/tot_l
77     lista_scale=[i*scale for i in lista]
78
79     #-----DRAW
80     #draw the line to mirror about
81     mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].ConstructionLine(point1=(0.0,
82         1000.0), point2=(0.0, -1000.0))
83
84     #draw line on x-axis
85     mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].ConstructionLine(point1=(0.0,
86         0.0), point2=(5000.0, 0.0))
87
88     #add fixed points, vertices 0 and 1
89     mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].Spot(point=(-100, 200))
90     mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].Spot(point=(100, 200))
91     mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].FixedConstraint(entity=
92         mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].vertices[1])
93     mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].FixedConstraint(entity=
94         mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].vertices[0])
95
96     #_____LOWER BEAM_____
97
98     #Draw teeth from the list
99     for i in range(len(lista_scale)-2):
100         mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].Line(point1=(lista_scale[i],
101             listb[i]), point2=(lista_scale[i+1], listb[i+1]))
102
103     #Fillet corners
104     for i in range(len(lista_scale)-3):
105         mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].FilletByRadius(curve1=
106             mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].geometry[i+4], curve2=
107             mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].geometry[i+5],
108             nearPoint1=(lista_scale[i]-10, listb[i]/1.5), nearPoint2=(lista_scale[i],
109             listb[i]/2), radius=5.0)
110
111     mdb.models['Model-1'].sketches.changeKey(fromName='__profile__', toName=
112         'Sketch-1')
113
114     #constrain first point
115     mdb.models['Model-1'].ConstrainedSketch(name='__edit__', objectToCopy=
116         mdb.models['Model-1'].sketches['Sketch-1'])
117
118     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].EqualDistanceConstraint(entity1=
119         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[1], entity2=
120         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[0], midpoint=
121         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[2])
122
123     #constrain vetical
124     lines
125
126     mdb.models['Model-1'].ConstrainedSketch(name='__edit__', objectToCopy=
127         mdb.models['Model-1'].sketches['Sketch-1'])
128     for i in range(2,int(len(lista_scale)/2)+1):
129         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].VerticalConstraint(entity=
130             mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[i*2+1])
131
132     #-----DIMENSIONS
133
134     #Assign HORIZONTAL dimensions
135     #first teeth
136     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].HorizontalDimension(textPoint=(
137         lista_scale[0], 300), value=(lista_scale[1]), vertex1=
138         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[2], vertex2=
139         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[len(lista_scale)+6])
140
141     #middel teeth

```

```

138 for i in range((int(len(lista_scale)/2))-2):
139     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].HorizontalDimension(textPoint=(
140         lista_scale[2*i+2]-50, 350), value=lista_scale[2*i+3]-lista_scale[2*i+1], vertex1=
141         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[i*10+len(lista_scale)+6],
142         vertex2=
143         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[i*10+len(lista_scale)+6+10])
144 #last teeth
145 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].HorizontalDimension(textPoint=(
146     lista_scale[-1]-50, 300), value=lista_scale[-1]-lista_scale[-3], vertex1=
147
148     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[len(lista_scale)+6+(int(len(li
149     sta_scale)/2-2)*10)], vertex2=
150     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[len(lista_scale)])
151 #Assign VERTICAL dimensions
152 for i in range((int(len(lista_scale)/2))-1):
153     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].VerticalDimension(textPoint=(
154         lista_scale[2*i+2]-50, 800), value=listb[2*i+2], vertex1=
155         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[i*10+len(lista_scale)+6],
156         vertex2=
157         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[i*10+len(lista_scale)+2])
158 #placement of middel point
159 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].VerticalDimension(textPoint=(
160     -100, 0), value=listb[0], vertex1=
161     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[2], vertex2=
162     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[len(lista_scale)+2])
163
164 #placement of last point
165 for i in range((int(len(lista_scale)/2)-2), (int(len(lista_scale)/2)-1)):
166     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].VerticalDimension(textPoint=(
167         l_beam+100, 0), value=listb[-1], vertex1=
168         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[i*10+len(lista_scale)+6],
169         vertex2=
170         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[len(lista_scale)])
171 #center around x-axis
172 for i in range((int(len(lista_scale)/2))-1):
173     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].SymmetryConstraint(entity1=
174         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[i*10+len(lista_scale)+2],
175         entity2=
176         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[i*10+len(lista_scale)+6],
177         symmetryAxis=
178         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[3])
179
180
181 #-----PARAMETERS
182 #Assigning parameter names, expressions and values in to "Parameter Manager"
183
184
185 #funktion parameters n, m, pertubation, exstra pertubation, pertubation_b
186 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='1.05', name=
187     'n')
188
189 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='0.04', name=
190     'pertubation', previousParameter='n')
191
192 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='0.00034', name=
193     'extra_pertubation', previousParameter='pertubation')
194
195 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='1.05', name=
196     'm', previousParameter='extra_pertubation')
197
198 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='(1+extra_pertubation)
199 **6', name=
200     'h', previousParameter='m')
201
202 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='0.053', name=

```

```

202     'perturbation_b',previousParameter='h')
203
204
205
206 #x-values
207 #x
208 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='300', name=
209     'x',previousParameter='perturbation_b')
210
211 #x0
212 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='x*(1+perturbation)**n'
213     ,
214     name='x0',previousParameter='x')
215 #x1-xi
216 for i in range(1,int(len(lista_scale)/2)):
217     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='x'+
218         str(i-1)+'*(1+perturbation)**n',
219         name='x' + str(i),previousParameter='x'+ str(i-1))
220
221 #sum x
222 #ASSIGN MANUALLY, the correct x1+x2+...+xi, i= number of teeth -1
223 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='x0+x1+x2+x3+x4+x5+x6+
224     x7+x8+x9+x10+x11+x12+x13', name=
225     'sum_x',previousParameter='x'+ str(int(len(lista_scale)/2)-1))
226
227 #a-values
228 #a
229 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='x', name=
230     'a',previousParameter='sum_x')
231
232 #a0
233
234 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='x0*'+str(l_beam)+'/su
235     m_x',
236     name='a0', path='dimensions['+str(len(lista_scale)-3)+']',previousParameter='a')
237
238 #a1-ai
239 for i in range(1,int(len(lista_scale)/2)):
240     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='x'+
241         str(i)+'*'+str(l_beam)+'/sum_x',
242         name='a' + str(i),
243         path='dimensions['+str(len(lista_scale)-3+i)+']',previousParameter='a'+ str(i-1))
244
245 #b values
246 #b
247 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='90', name=
248     'b',previousParameter='a'+ str(int(len(lista_scale)/2)-1))
249
250 #b0
251 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='b*(1+perturbation_b)**
252     m',
253     name='b0',path='dimensions['+str(len(lista_scale)-3+(int(len(lista_scale)/2)))+']'
254     ,previousParameter='b')
255
256 #b1-bi
257 for i in range(1,int(len(lista_scale)/2)-1):
258     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='b'+
259         str(i-1)+'*(1+perturbation_b)**m',
260         name='b' +
261         str(i),path='dimensions['+str(i+len(lista_scale)-3+(int(len(lista_scale)/2)))+']',
262         previousParameter='b'+ str(i-1))
263
264 #b_middle
265 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='b', name=
266     'b_middle',path='dimensions['+str(len(lista_scale)-3+(int(len(lista_scale)/2)+(int
267         (len(lista_scale)/2)-1)))+']',previousParameter='b'+
268         str(int(len(lista_scale)/2)-2))
269
270 #b_last
271 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='b'+
272     str(int(len(lista_scale)/2)-2), name=

```

```

257     'b_last',path='dimensions['+str(1+len(lista_scale)-3+(int(len(lista_scale)/2)+(int
258         (len(lista_scale)/2)-1)))+'],'previousParameter='b_middle')
259 #-----FIX THE x- AND y-axis
260
261 #fix the x-axis
262 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].DistanceDimension(entity1=
263     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[3], entity2=
264     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[0], textPoint=(
265     -277.077453613281, 240.679473876953), value=200.0)
266
267 #fix the y-axis
268 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].DistanceDimension(entity1=
269     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[1], entity2=
270     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[2], textPoint=(
271     18.8611812591553, 214.98193359375), value=100.0)
272
273
274 #-----MIRROR
275 #mirror all geometry,
276 for i in range((len(lista_scale)*2)-3):
277     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].copyMirror(mirrorLine=
278     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[2],
279     objectList=(mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[i+2],))
280
281 #fillet middle "corner"
282 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].FilletByRadius(curve1=
283     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[4], curve2=
284     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[4+55], nearPoint1=(
285     16.194860458374, 33.9598770141602), nearPoint2=(-9.03512001037598,
286     35.5595169067383), radius=5.0)
287
288
289
290 # _____ UPPER BEAM _____
291
292
293 #Draw teeth from the list
294 for i in range(len(lista_scale)-2):
295     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Line(point1=(lista_scale[i],
296     listb[i]+600), point2=(lista_scale[i+1], listb[i+1]+600))
297
298 #define the number of geometries and vertices in lower beam
299 nr_g=113
300 nr_v=293     #number of vetrices in lower beam.
301             #MANUALLY CHANGE IF NUMBER OF TEETH CHANGES
302 #Fillet corners len(lista_scale)-3
303 for i in range(len(lista_scale)-3):
304     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].FilletByRadius(curve1=
305     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[i+nr_g], curve2=
306     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[i+1+nr_g],
307     nearPoint1=(lista_scale[i]-10, listb[i]/1.5+600), nearPoint2=(lista_scale[i],
308     listb[i]/2+600), radius=5.0)
309
310 #constrain midpoint
311 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].EqualDistanceConstraint(entity1=
312     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[1], entity2=
313     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[0], midpoint=
314     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[nr_v+2])
315
316 #vertical constrain lines 2,int(len(lista_scale)/2)+1 Diffrent from the fist beam,
317 for i in range(0,len(lista_scale)-4,2):
318     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].VerticalConstraint(entity=
319     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[i+1+nr_g])
320
321
322 #-----DIMENSIONS
323 #Assign ___HORIZONTAL___ dimensions

```

```

324 #first teeth,
325 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].HorizontalDimension(textPoint=(
326     260.993347167969, 770.628051757813), value=300.0, vertex1=
327     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[nr_v+2], vertex2=
328     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[nr_v+35])
329
330 #middel teeth
331 for i in range((int(len(lista_scale)/2))-2):
332     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].HorizontalDimension(textPoint=(
333         lista_scale[2*i+2]-50, 900), value=lista_scale[2*i+3]-lista_scale[2*i+1], vertex1=
334         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[i*10+len(lista_scale)+6+nr_v],
335         vertex2=
336         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[i*10+len(lista_scale)+6+10+nr_v])
337
338 #last teeth
339 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].HorizontalDimension(textPoint=(
340     lista_scale[-1]-50, 900), value=lista_scale[-1]-lista_scale[-3], vertex1=
341     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[len(lista_scale)+6+(int(len(lista_scale)/2-2)*10)+nr_v], vertex2=
342     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[len(lista_scale)+nr_v])
343
344 #Assign VERTICAL dimensions
345 for i in range((int(len(lista_scale)/2))-1):
346     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].VerticalDimension(textPoint=(
347         lista_scale[2*i+2]-50, 800), value=listb[2*i+2], vertex1=
348         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[i*10+len(lista_scale)+6+nr_v],
349         vertex2=
350         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[i*10+len(lista_scale)+2+nr_v])
351
352 #placement of middel point
353 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].VerticalDimension(textPoint=(
354     -100, 0), value=listb[0], vertex1=
355     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[nr_v+2], vertex2=
356     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[nr_v+len(lista_scale)+2])
357
358 #placement of last point
359 for i in range((int(len(lista_scale)/2)-2), (int(len(lista_scale)/2)-1)):
360     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].VerticalDimension(textPoint=(
361         l_beam+100, 0), value=listb[-1], vertex1=
362         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[nr_v+i*10+len(lista_scale)+6],
363         vertex2=
364         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[nr_v+len(lista_scale)])
365
366 #Draw line to senter upper teeth about
367 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].copyMove(objectList=(
368     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[3], ), vector=(0.0,
369     600.0))
370
371 #fix the line above
372 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].DistanceDimension(entity1=
373     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[0], entity2=
374     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[166], textPoint=(
375     -276.486450195313, 588.061218261719), value=400.0)
376
377 #center around x-axis
378 for i in range((int(len(lista_scale)/2))-1):
379     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].SymmetryConstraint(entity1=
380         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[nr_v+i*10+len(lista_scale)+2],
381         entity2=
382         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].vertices[nr_v+i*10+len(lista_scale)+6],
383         symmetryAxis=
384         mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[166])

```

```

380
381 #-----PARAMETERS
382 nr_d=83      #number of dimensions in lower beam.
383             #MANUALLY CHANGE WHEN NUMBER OF TEETH CHANGES
384 #a0_u
385
386 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='x0'+str(l_beam_u)+'/'
sum_x/h',
387             name='a0_u', path='dimensions['+str(nr_d+1)+''],previousParameter='b_last')
388
389 #a1_u-ai_u
390
391 for i in range(1,int(len(lista_scale)/2)):
392     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='x'+
str(i)+'*'+str(l_beam_u)+'*(1+extra_pertubation)**'+str(i)+'/sum_x/h',
393     name='a'+ str(i)+'_u',
394     path='dimensions['+str(nr_d+1+i)+''],previousParameter='a'+ str(i-1)+'_u')
395
396 #b0_u
397 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='b*(1+pertubation_b)**
m',
398
399     name='b0_u',path='dimensions['+str(nr_d+(int(len(lista_scale)/2)+1))+'],previousP
arameter='a'+str(int(len(lista_scale)/2)-1)+'_u')
400
401 #b1_u-bi_u
402 for i in range(1,int(len(lista_scale)/2)-1):
403     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='b'+
str(i-1)+'*(1+pertubation_b)**m',
404     name='b'+
str(i)+'_u',path='dimensions['+str(i+nr_d+(int(len(lista_scale)/2)+1))+'],previou
sParameter='b'+ str(i-1)+'_u')
405
406 #b_middle_u
407 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='b', name=
'b_middle_u',path='dimensions['
408     +str(nr_d+(int(len(lista_scale)/2)+1)+(int(len(lista_scale)/2)-1) +']'
,previousParameter='b'+ str(int(len(lista_scale)/2)-2)+'_u')
409
410 #b_last_u
411 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Parameter(expression='b'+
str(int(len(lista_scale)/2)-2), name=
412     'b_last_u',path='dimensions['
413     +str(1+nr_d+(int(len(lista_scale)/2)+1)+(int(len(lista_scale)/2)-1) +']'
,previousParameter='b_middle_u')
414
415 #-----MIRROR
416 #mirror all geometry, CHANGED TO -3
417 for i in range((len(lista_scale)*2)-3):
418     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].copyMirror(mirrorLine=
419     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[2],
420     objectList=(mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[nr_g+i],))
421
422 #fillet middle "corner"
423 #use 54 instead og 55 because upper beam have 1 less geometry, the y-axis is only
deffined once
424 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].FilletByRadius(curve1=
425     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[nr_g], curve2=
426     mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].geometry[nr_g+54], nearPoint1=(
13.8912048339844, 630.183776855469), nearPoint2=(-10.8531188964844,
632.726135253906), radius=5.0)
427
428 # _____ CUT LINES _____
429
430 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Line(point1=(-4160.79411113806,
431     564.594187755362), point2=(-4151.79763105395, -35.4058122446229))
432 mdb.models['Model-1'].sketches['__edit__'].Line(point1=(4160.79411113806,
433     564.594187755362), point2=(4151.79763105395, -35.4058122446228))
434
435 mdb.models['Model-1'].sketches.changeKey(fromName='__edit__', toName=

```

Vedlegg 5.1

Inndata		Enhet
L	8000	mm
$H_{\text{tverrsnitt}}$	450	mm
$B_{\text{tverrsnitt}}$	200	mm
$I_{\text{tverrsnitt}}$	1518750000	mm ⁴
Lastbredde	5	m

Bruksgrensetilstanden					
		$q_{\text{ofte forekom}}$	Lastbredde	q_k	$q_{k/B}$
		[kN/m]	[m]	[kN/m]	[N/mm ²]
q_{EL}	2,7	6,36	5	31,8	0,159
q_{NL}	3				
Ψ_1	0,5				
Ψ_2	0,3				
$k_{\text{def}} \text{ (kl.klasse 1)}$	0,6				
Bruddgrensetilstanden 6.10.b.					
		STR	Lastbredde	q_d	$q_{d/B}$
		γ_{EL}/γ_{NL}	[m]	[kN/m]	[N/mm ²]
q_{EL}	2,7	1,2	5	16,2	0,081
q_{NL}	3	1,5	5	22,5	0,113
$q_{d,tot}$				38,7	0,194

GL 30c		
Inndata		Enhet
$f_{t,0,k}$	19,5	N/mm ²
$f_{c,0,k}$	24,5	N/mm ²
$f_{t,0,d}$	12,22	N/mm ²
$f_{c,0,d}$	14,91	N/mm ²
K_{mod}	0,7	Langtidslast
γ_m	1,15	
K_{sys}	1	
k_h	1,03	

Inndata GL 30c						
	E1	E2 og E3	Nu12	Nu13 og Nu 23	G12	G13 og G23
Bruksgrense	13000	300	0,4	0,44	650	65
Bruddgrense	10800	250	0,4	0,44	540	54

Bruksgrensetilstanden GL 30c						
	Last	Deformasjon			Restkap.	Relativ nedbøyning
	q_k/b	Ant. noder	Gj. Snitt	L/300		
Nedre bjelkedel	0,159	7,00	83,9			
Opplager	0,159	7,00	0,1			
Totalt	-	-	83,8	26,67	-2,14	1,00

Bruksgrensetilstanden GL 30c						
	Last	Opptredene spenning		Kapasitet	Restkap.	Relativ kapasitet
	q_k/b	Ant. noder	Gj. Snitt	[N/mm ²]		
Nedre bjelkedel	0,159	7	32,1	19,50	-0,65	1
Øvre bjelkedel	0,159	7	-34,9	-24,50	-0,42	1

Bruddgrensetilstanden GL 30c						
	Last	Opptredene spenning		Kapasitet	Restkap.	Relativ kapasitet
	q_d/b	Ant. noder	Gj. Snitt	[N/mm ²]		
Nedre bjelkedel	0,194	7	39,8	12,22	-2,26	1
Øvre bjelkedel	0,194	7	-43,3	-14,91	-1,90	1

Baubucke		
Inndata		Enhet
$f_{t,0,k}$	60	N/mm ²
$f_{c,0,k}$	59,4	N/mm ²
$f_{t,0,d}$	37,59	N/mm ²
$f_{c,0,d}$	36,16	N/mm ²
K_{mod}	0,7	Langtidslast
γ_m	1,15	
K_{sys}	1	
k_h	1,03	

Inndata Baubucke						
	E1	E2 og E3	Nu12	Nu13 og Nu 23	G12	G13 og G23
Bruksgrense	16800	470	0,4	0,44	850	85
Bruddgrense	15300	400	0,4	0,44	760	76

Bruksgrensetilstanden Baubucke						
	Last	Deformasjon			Restkap.	Relativ nedbøyning
	q_k/b	Ant. noder	Gj. Snitt	L/300		
Nedre bjelkedel	0,159	7,00	64,60			
Opplager	0,159	7,00	0,10			
Totalt	-	-	64,50	26,67	-1,42	1,72

Bruksgrensetilstanden Baubucke						
	Last	Opptredene spenning		Kapasitet	Restkap.	Relativ kapasitet
	q_k/b	Ant. noder	Gj. Snitt	[N/mm ²]		
Nedre bjelkedel	0,159	7	33,2	60,00	0,45	2,09
Øvre bjelkedel	0,159	7	-35,9	-59,40	0,40	1,82

Bruddgrensetilstanden Baubucke						
	Last	Opptredene spenning		Kapasitet	Restkap.	Relativ kapasitet
	q_d/b	Ant. noder	Gj. Snitt	[N/mm ²]		
Nedre bjelkedel	0,194	7	40,9	37,59	-0,09	3,17
Øvre bjelkedel	0,194	7	-44,2	-36,16	-0,22	2,68

Hasslacher		
Inndata		Enhet
$f_{t,0,k}$	24	N/mm ²
$f_{c,0,k}$	30	N/mm ²
$f_{t,0,d}$	15,04	N/mm ²
$f_{c,0,d}$	18,26	N/mm ²
K_{mod}	0,7	Langtidslast
γ_m	1,15	
K_{sys}	1	
k_h	1,03	

Inndata Hasslacher						
	E1	E2 og E3	Nu12	Nu13 og Nu 2	G12	G13 og G23
Bruksgrense	15000	650	0,4	0,44	850	65
Bruddgrense	12600	540	0,4	0,44	710	54

Bruksgrensetilstanden Hasslacher						
	Last	Deformasjon			Restkap.	Relativ nedbøyning
	q_k/b	Ant. noder	Gj. Snitt	L/300		
Nedre bjelkede	0,159	7,00	71,60			
Opplager	0,159	7,00	0,10			
Totalt	-	-	71,50	26,67	-1,68	1,46

Bruksgrensetilstanden Hasslacher						
	Last	Opptredene spenning		Kapasitet	Restkap.	Relativ kapasitet
	q_k/b	Ant. noder	Gj. Snitt	[N/mm ²]		
Nedre bjelkede	0,159	7	31,9	24,00	-0,33	1,32
Øvre bjelkede	0,159	7	-34,6	-30,00	-0,15	1,27

Bruddgrensetilstanden Hasslacher						
	Last	Opptredene spenning		Kapasitet	Restkap.	Relativ kapasitet
	q_d/b	Ant. noder	Gj. Snitt	[N/mm ²]		
Nedre bjelkede	0,194	7	39,4	15,04	-1,62	1,64
Øvre bjelkede	0,194	7	-42,8	-18,26	-1,34	1,56

Optimaliseringsbjelke C30		
Inndata		Enhet
$f_{t,0,k}$	19	N/mm ²
$f_{c,0,k}$	24	N/mm ²
$f_{t,0,d}$	11,90	N/mm ²
$f_{c,0,d}$	14,61	N/mm ²
K_{mod}	0,7	Langtidslast
γ_m	1,15	
K_{sys}	1	
k_h	1,03	
k_L	-	

Inndata Optimaliseringsbjelke C30						
	E1	E2 og E3	Nu12	Nu13 og Nu 23	G12	G13 og G23
Bruksgrense	12000	400	0,4	0,44	750	75
Bruddgrense	8000	270	0,4	0,44	500	50

Bruksgrensetilstanden optimaliseringsbjelke C30						
	Last	Deformasjon			Restkap.	Relativ nedbøyning
	q_k/b	Ant. noder	Gj. Snitt	L/300		
Nedre bjelkedel	0,159	7,00	25,90			
Opplager	0,159	7,00	0,10			
Totalt	-	-	25,80	26,67	0,03	3,18

Bruksgrensetilstanden optimaliseringsbjelke C30						
	Last	Opptredene spenning		Kapasitet	Restkap.	Relativ kapasitet
	q_k/b	Ant. noder	Gj. Snitt	[N/mm ²]		
Nedre bjelkedel	0,159	7	24	19,00	-0,26	1,38
Øvre bjelkedel	0,159	7	-24,4	-24,00	-0,02	1,41

Bruddgrensetilstanden optimaliseringsbjelke C30						
	Last	Opptredene spenning		Kapasitet	Restkap.	Relativ kapasitet
	q_d/b	Ant. noder	Gj. Snitt	[N/mm ²]		
Nedre bjelkedel	0,194	7	35,1	11,90	-1,95	1,31
Øvre bjelkedel	0,194	7	-36,1	-14,61	-1,47	1,43

Bjørk		
Inndata		Enhet
$f_{t,0,k}$	43,48	N/mm ²
$f_{c,0,k}$	38,87	N/mm ²
$f_{t,0,d}$	27,24	N/mm ²
$f_{c,0,d}$	23,66	N/mm ²
K_{mod}	0,7	Langtidslast
γ_m	1,15	
K_{sys}	1	
k_h	1,03	
k_L	1,12	

Multiplisert k_L

Multiplisert k_L

Faktor lamelltykkelse

Inndata bjørk						
	E1	E2 og E3	Nu12	Nu13 og Nu 2	G12	G13 og G23
Brukgrense	18080	600	0,4	0,44	850	85
Bruddgrense	15190	510	0,4	0,44	850	85

Nødvendig karakteristisk verdi	
$f_{t,0,k,min}$	44,90
$f_{c,0,k,min}$	-46,60

Bruksgrensetilstanden bjørk						
	Last	Deformasjon			Restkap.	Relativ nedbøyning
	q_k/b	Ant. noder	Gj. Snitt	L/300		
Nedre bjelkedel	0,159	7,00	20,50			
Opplager	0,159	7,00	0,10			
Totalt	-	-	20,40	26,67	0,24	3,38

Bruksgrensetilstanden bjørk						
	Last	Opptredene spenning		Kapasitet	Restkap.	Relativ kapasitet
	q_k/b	Ant. noder	Gj. Snitt	[N/mm ²]		
Nedre bjelkedel	0,159	7	22,6	43,48	0,48	2,13
Øvre bjelkedel	0,159	7	-23,1	-38,87	0,41	1,83

Bruddgrensetilstanden bjørk						
	Last	Opptredene spenning		Kapasitet	Restkap.	Relativ kapasitet
	q_d/b	Ant. noder	Gj. Snitt	[N/mm ²]		
Nedre bjelkedel	0,194	7	31,6	27,24	-0,16	3,10
Øvre bjelkedel	0,194	7	-32,8	-23,66	-0,39	2,52

Gjenbrukstre gran		
Inndata		Enhet
$f_{t,0,k}$	33,9297	N/mm ²
$f_{c,0,k}$	32,8062	N/mm ²
$f_{t,0,d}$	21,26	N/mm ²
$f_{c,0,d}$	19,97	N/mm ²
K_{mod}	0,7	Langtidslast
γ_m	1,15	
K_{sys}	1	
k_h	1,03	
k_L	1,12	

Multiplisert k_L

Multiplisert k_L

Faktor lamelltykkelse

Inndata gjenbrukstre gran						
	E1	E2 og E3	Nu12	Nu13 og Nu 23	G12	G13 og G23
Bruksgrense	15840	530	0,4	0,44	850	85
Bruddgrense	10610	350	0,4	0,44	660	66

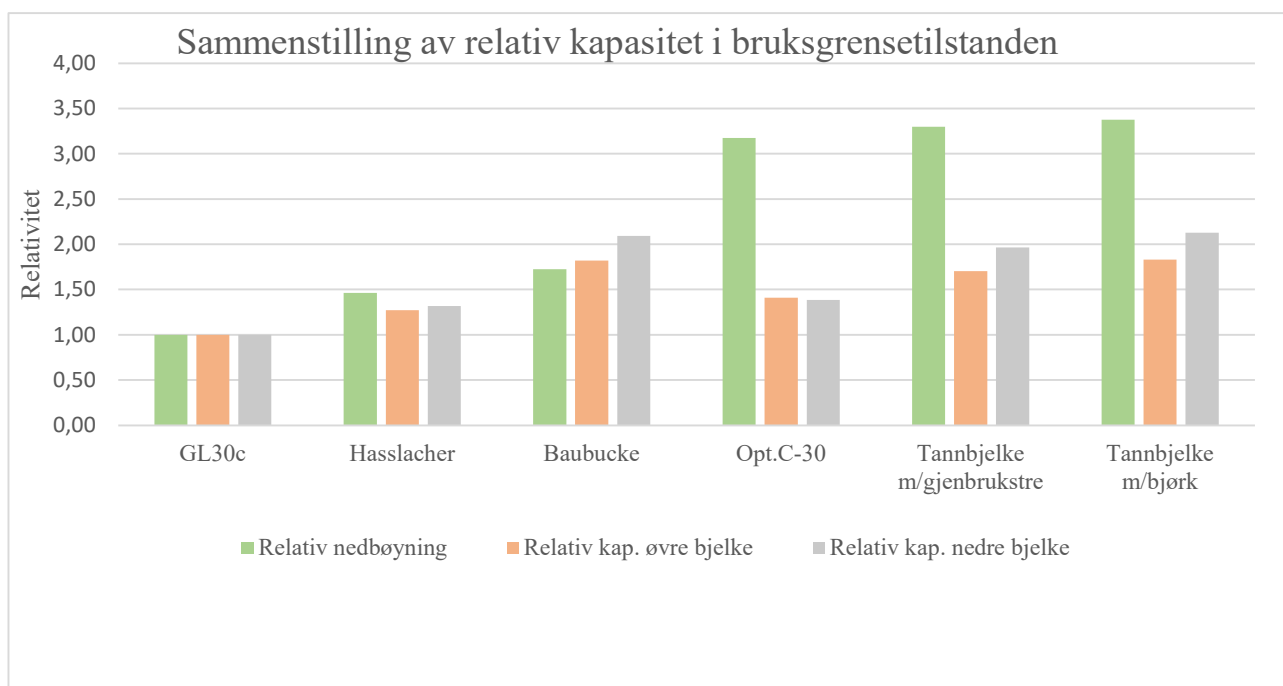
Bruksgrensetilstanden gjenbrukstre gran						
	Last	Deformasjon			Restkap.	Relativ nedbøyning
	q_k/b	Ant. noder	Gj. Snitt	L/300		
Nedre bjelkedel	0,159	7,00	22,60			
Opplager	0,159	7,00	0,10			
Totalt	-	-	22,50	26,67	0,16	3,30

Bruksgrensetilstanden gjenbrukstre gran						
	Last	Opptredene spenning		Kapasitet	Restkap.	Relativ kapasitet
	q_k/b	Ant. noder	Gj. Snitt	[N/mm ²]		
Nedre bjelkedel	0,159	7	23,1	33,93	0,32	1,97
Øvre bjelkedel	0,159	7	-23,7	-32,81	0,28	1,70

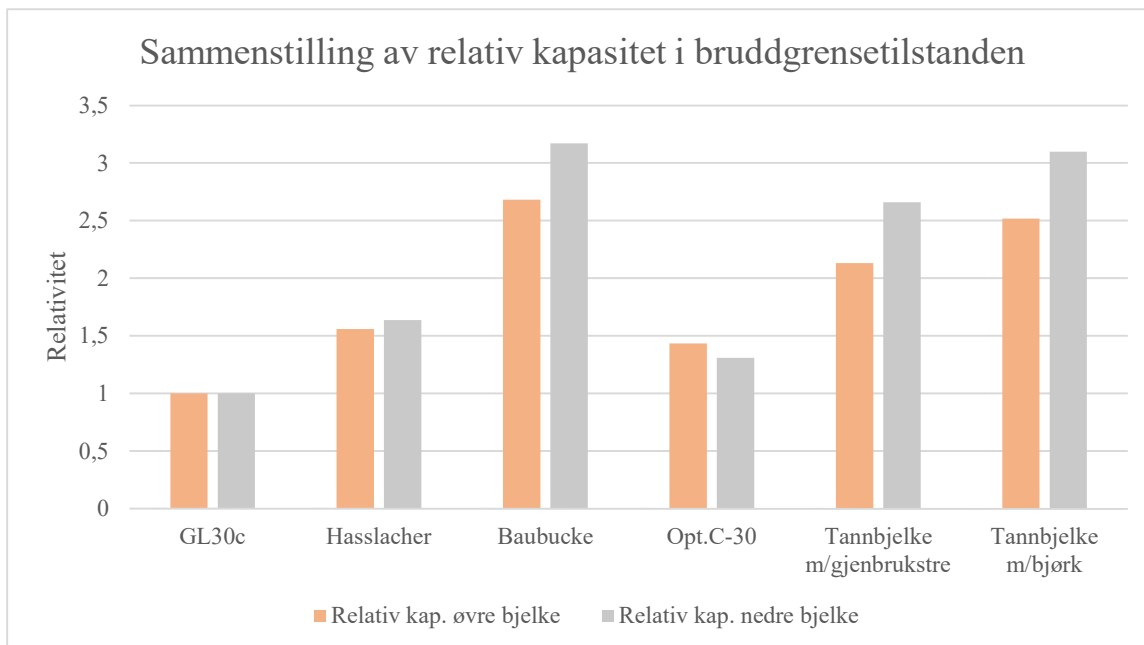
Bruddgrensetilstanden gjenbrukstre gran						
	Last	Opptredene spenning		Kapasitet	Restkap.	Relativ kapasitet
	q_d/b	Ant. noder	Gj. Snitt	[N/mm ²]		
Nedre bjelkedel	0,194	7	34	21,26	-0,60	2,66
Øvre bjelkedel	0,194	7	-35,4	-19,97	-0,77	2,13

Sammenstilling

	Bruksgrensetilstanden					
	Deformasjon	Restkap.	Relativ nedb.	Opptredene spenning	Restkap.	Relativ kap.
GL30c						
Øvre bjelkedel	-	-	-	-34,9	-0,42	1
Nedre bjelkedel	83,8	-2,14	1,00	32,10	-0,65	1
Hasslacher						
Øvre bjelkedel	-	-	-	-34,6	-0,15	1,27
Nedre bjelkedel	71,50	-1,68	1,46	31,90	-0,33	1,32
Baubuche						
Øvre bjelkedel	-	-	-	-35,9	0,40	1,82
Nedre bjelkedel	64,50	-1,42	1,72	33,20	0,45	2,09
Opt. Bjelke C-30						
Øvre bjelkedel	-	-	-	-24,4	-0,02	1,41
Nedre bjelkedel	25,80	0,03	3,18	24,00	-0,26	1,38
T.B. Gjenbrukstre						
Øvre bjelkedel	-	-	-	-23,7	0,28	1,70
Nedre bjelkedel	22,50	0,16	3,30	23,10	0,32	1,97
T.B. Bjørk						
Øvre bjelkedel	-	-	-	-23,1	0,41	1,83
Nedre bjelkedel	20,40	0,24	3,38	22,60	0,48	2,13



	Bruddgrensetilstanden		
	Opptredene spenning	Restkapasitet	Relativ kapasitet
GL30c			
Øvre bjelkedel	-43,3	-1,90	1
Nedre bjelkedel	32,10	-2,26	1
Hasslacher			
Øvre bjelkedel	-42,8	-1,34	1,56
Nedre bjelkedel	39,40	-1,62	1,64
Baubuche			
Øvre bjelkedel	-44,2	-0,22	2,68
Nedre bjelkedel	40,90	-0,09	3,17
Opt. Bjelke C-30			
Øvre bjelkedel	-36,1	-1,47	1,43
Nedre bjelkedel	35,10	-1,95	1,31
T.B. Gjenbrukstre			
Øvre bjelkedel	-35,4	-0,77	2,13
Nedre bjelkedel	34,00	-0,60	2,66
T.B. Bjørk			
Øvre bjelkedel	-32,8	-0,39	2,52
Nedre bjelkedel	31,60	-0,16	3,10



Vedlegg 5.2

Geometri og last			
Bjelke			
Dimensjonerende last	q_d	38,7	N/mm
Avstand mellom opplegg	L	8000	mm
tversnittshøyde	h	450	mm
tversnittsbredde	b	200	mm
Tenner			
Krummningsradie	r	5	mm
Lengde	$a-2r$	365,5	mm
høyde	b	43,6	mm

Faktorer	
Materialfaktor	1,15
k_{mod}	0,7

Kapasiteter	Karakteristisk	Dimensjonerende
T.B Bjørk	7	4,26
T.B gjennbrukstre	3,9	2,37

	Spenning [Mpa]	Lengde [mm]	Trykkraft [N]	Skjær [Mpa]	Rest- kapasitet
T.B Bjørk, skjærkontroll ved opplegg					
				2,29	46 %
T.B Gjennbrukstre, skjærkontroll ved opplegg					
				2,29	4 %
T.B Bjørk, skjærkontroll i tannområde					
Element 1	25,92	7,27	188		
Element 2	17,15	14,54	249		
Element 3	22,13	14,54	322		
Element 4	21,75	7,27	158		
Element 5	33,02	5	165		
Σ			1082	2,96	31 %
T.B Gjennbrukstre, skjærkontroll i tannområde					
Element 1	25,64	7,27	186		
Element 2	18,65	14,54	271		
Element 3	20,76	14,54	302		
Element 4	23,99	7,27	174		
Element 5	28,7	5	144		
Σ			1077	2,95	-24 %