Andrea Midtsian & Ane Marie Røynås

En kvalitativ studie av en lærers praksis i utforskende matematikkundervisning på 3.trinn

Masteroppgave i matematikkdidaktikk, grunnskolelærerutdanning 1.-7.trinn
Veileder: Heidi Dahl
Mai 2022

Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Andrea Midtsian & Ane Marie Røynås

En kvalitativ studie av en lærers praksis i utforskende matematikkundervisning på 3.trinn

Masteroppgave i matematikkdidaktikk, grunnskolelærerutdanning 1.-7.trinn
Veileder: Heidi Dahl
Mai 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

I denne forskningsstudien har vi undersøkt utforskende matematikk i begynneropplæringen. Mer spesifikt har vi sett på hva som kjennetegner en lærers kommunikasjon i utforskende helklassesamtaler og hennes begrunnelser for å drive utforskende matematikkundervisning. Studiens to forskningsspørsmål er på bakgrunn av dette: 1) Hva kjennetegner en lærers kommunikasjon i utforskende helklassesamtaler? og 2) Hvordan begrunner læreren sin positive holdning til utforskende matematikk?

Studien er en kvalitativ enkelcasestudie gjennomført ved bruk observasjon og intervju. For å besvare første forskningsspørsmål observerte vi læreren i en helklassesamtale med fokus på hennes kommunikasjon, mens det påfølgende intervjuet er benyttet for å besvare det andre forskningsspørsmålet. Den utvalgte læreren har lang erfaring med utforskende matematikkundervisning. Hennes arbeid er inspirert av blant andre Catherine Fosnot sitt undervisningsmateriale «context for learning». Datamaterialet tilknyttet det første forskningsspørsmålet ble analysert ved hjelp av tematisk analyse og Ellis, Özgür & Reiten (2019) sitt rammeverk «Teacher moves for supporting student reasoning». Datamaterialet knyttet opp mot det andre forskningsspørsmålet ble analysert ved hjelp av åpen koding. Vi har tatt utgangspunkt i Abril et al. (2013) og PRIMAS sin vide definisjon av «utforskende undervisning», og supplert med annen litteratur som retter seg mer spesifikt mot utforskende matematikkundervisning. Sentrale begreper tilknyttet utforskende matematikkundervisning er språk- og dialog, dybdelæring og sosiomatematiske normer. Teorikapitlet er derfor viet til redegjørelse av disse begrepene.

Studiens resultat viser hvor viktig lærerens kommunikasjonsvalg er for elevers utforskning. Særlig bruk av det Ellis et al. (2019) omtaler som «grep med høyt potensial» ser ut til å være effektivt for støtte av elevers utforskning. Samtidig viser funnene våre at veletablerte sosiomatematiske normer skaper mindre behov for konsekvent bruk av grep med høyt potensial. Likevel er det viktig å påpeke at utelukkende bruk av grep med lavt potensial for støtte av elevers utforskning ligner mer på tradisjonelle kommunikasjonsmønstre, som eksempelvis IRE- og IRF-mønster. I disse er kommunikasjonen preget av læreren ønske å nå læringsmålet for timen, og støtten av elevers utforskning er ineffektiv. Men ser vi på matematikkøkta i sin helhet identifiserer vi at lærerens kommunikasjon i stor grad samsvarer med PRIMAS sin definisjon av «læreren» i utforskende matematikkundervisning. I denne definisjonen står det beskrevet at læreren skal oppmuntre til refleksjon, anerkjenne all deltakelse, stille åpne spørsmål, utfordre elevers løsninger og oppmuntre til gruppe- og helklassesamtaler (Abril et al., 2013), og ifølge den nye læreplanen er dette viktig for elevers dybdelæring (Utdanningsdirektoratet, 2019). Dybdelæring er også sentralt i lærerens begrunnelser for sin positive holdning til utforskende matematikk. Andre begrunnelser hun trekker frem i intervjuet baserer seg på at det er enklere å tilpasse undervisningen til hver enkelt og at skaper bedre grunnlag for god vurdering.

Abstract

In this study we have examined inquiry-based learning in early childhood education. More specifically, we have focused on a teacher's communication in whole-class discussions, and her reasons for preferring an inquiry-based approach in her mathematical teaching. Based on this, the study's two research questions are: 1) What characterizes a teacher's communication in whole-class discussions in an inquiry-based classroom? and 2) How does the teacher justify her positive view on inquiry-based mathematical learning?

The study is a qualitative case study conducted using qualitative research methods. Observation and interview are the methods we have used for collecting data. To answer our first research question, we observed the teacher in whole-class discussions with focus on her communication. The following interview is mainly used to answer the second research question. The teacher, who is the focus of this study, has long experience with inquiry-based mathematical teaching. Her work is inspired by, among others, Catherine Fosnot's teaching material «context for learning». The data material associated with the first research question was analysed using an approach referred to as thematic analysis, and Ellis, Özgür & Reiten's (2019) framework «Teacher moves for supporting student reasoning». The interview related to the second research question was analysed using open coding. We have used Abril et al. (2013) and PRIMAS broad definition of inquiry-based teaching as our general definition, but also supplemented with other literature. Both use of language and dialog for learning, in-depth learning and sociomathematical norm are closely connected to inquiry-based teaching. Therefore, we have devoted space to these topics in the theory chapter.

The result of our study shows how important a teacher's communication is for student inquiry. Especially use of what Ellis et al. (2019) describes as «communication choices with greater potential» seems to be effective in supporting students' inquiry. At the same time, our findings shows that well-established sociomathematical norms lets the teacher be less consistent when it comes to using «communication choices with greater potential». Nevertheless, our findings show that if the teacher only uses communication choices that according to Ellis et al. (2019) has a lower potential for supporting students' inquiry, the communication pattern appears more traditional, such as IRE- and IRF-patterns. In these cases, the support of the student's inquiry is ineffective, and is characterized by the teacher wanting to achieve her learning goal for the lesson. However, if we look at the whole lesson in its entirety, we find that the teachers communication corresponds well with PRIMAS definition of a teacher's role in an inquiry-based teaching. This definition states that the student's inquiry depends on a teacher who encourages reflection, acknowledges all contributions, asks open-ended questions, challenges students' solutions and encourages group and whole-class discussions (Abril et al., 2013), and according to LK20 this is important for students in-depth learning (Utdanningsdirektoratet, 2019). This is also something the teacher mentions in the interview as a positive argument for an inquiry-based teaching. In the interview she also highlights the fact that it is easier to adapt the teaching to each individual student, and that it makes it easier for her to give good assessments.

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på vår utdanning ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet i Trondheim. Vi ser tilbake på fem år med mange minnerike stunder, mye lærdom og nye bekjentskaper.

Vi ønsker å benytte anledningen til å takke vår veileder Heidi Dahl. Hennes støtte og gode tilbakemeldinger har vært til stor hjelp for oss i arbeidet med forskningsstudien. Vi vil også rette en takk til informanten som gjorde dette prosjektet mulig.

Venner og familie fortjener også en stor takk for god støtte underveis i prosessen! Helt til slutt må vi takke hverandre for det gode samarbeidet som har resultert i en studie vi er meget stolte av.

Trondheim, mai 2022

Andrea Midtsian & Ane Marie Røynås

Innholdsfortegnelse

Figurliste

Tabelliste

1 Innledning

Det overordnede temaet for denne studien er utforskende matematikkundervisning i begynneropplæringen, med fokus på en lærers praksis. Utforskende undervisning er ikke et nytt fenomen, og har lenge vært et tema for forskning, både nasjonalt og internasjonalt (Wæge & Nosrati, 2015). Forskningsfunn antyder at denne undervisningstilnærmingen i større grad legger til rette for dybdelæring sammenlignet med mer tradisjonelle undervisningsmetoder. Det har derfor blitt anbefalt å implementere mer utforskning i undervisning. Abril et al. (2013) støtter denne anbefalingen og baserer det på at «In our modern, fast developing society, it is no longer sufficient to prepare students for their futures by having them learn facts» (Abril et al., 2013, s. 10). Dagens elever trenger i stedet ferdigheter som «to solve non-routine problems, to analyse data, to discuss with colleagues, to communicate their results and to work autonomously» (Abril et al., 2013, s. 10). Den nye læreplanen, hvor verbet «å utforske» gjennomsyrer alle fag, gjenspeiler disse anbefalingene. Der pekes det særlig på sammenhengen mellom utforskning og dybdelæring (Utdanningsdirektoratet, 2019).

Til tross for den nye læreplanens vektlegging av utforskning, står det ingenting om lærerens rolle i slik undervisning. Ifølge Abril et al. (2013) er denne rollen krevende, og består av mange oppgaver. Læreren skal eksempelvis finne eller utvikle gode matematiske problemer og oppgaver, oppmuntre til gruppe- og helklassesamtaler, utfordre elevers løsninger og hjelpe elever til å se større matematiske sammenhenger. Samtidig skal læreren støtte og guide elever i deres utforskning (Menezes et al. 2013). Dette tidkrevende arbeidet er en årsak til at mange lærere ikke benytter seg av utforskende undervisning, mens andre årsaker baserer seg på ressursmangel eller at det er utfordrende å endre praksis (Cohen & Ball, 1990, Carlsen & Fuglestad, Hole, 2018). Det betyr ikke at lærere er motvillig til denne praksisen, faktisk ønsker mange lærere å arbeide mer utforskende (Engeln, Euler & Maass, 2013). Men ifølge Lockhart (2009) krever det mer enn bare tid og ressurser. Det krever mest av alt en endring i hvordan man forstår og oppfatter matematikk. Matematikk er en kunstform, akkurat som musikk og poesi. Det eneste som skiller matematikk fra disse, er at kulturen ikke anerkjenner matematikk som kunst. Dette har resultert i undervisningsmetoder som ikke gjenspeiler den kunstformen matematikk egentlig er. For å illustrere hvor feilaktig matematikk undervises i skolen, skildrer Lockhart (2009) følgende historie om en musikers mareritt: «Musikktimen er hvor vi tar frem skriveboken, læreren skriver opp noter på tavla, og vi kopierer dem eller transponerer dem til andre noter. Vi må forsikre oss om at vi tegner notene riktig, fordi læreren vår er veldig opptatt av at vi tegner dem korrekt. En gang hadde vi om kromatisk skala, og jeg gjorde det helt riktig. Men læreren roste meg ikke, fordi jeg hadde tegnet notene feil vei» (Lockhart, 2009, s. 16, direkte oversettelse).

Heldigvis var dette bare et mareritt for musikeren. Men i matematikklasserom er dette en realitet. Til tross for anbefalinger om mer utforskende undervisning, preges mange klasserom fortsatt av tradisjonell lærerstyrt tavleundervisning (Botten, 2016). Didaktisk forskning viser at matematikk er det faget med størst avstand mellom anbefalt og praktisert undervisning (Boaler, 2008). Årsaken til dette er sannsynligvis sammensatt. Likevel antyder forskning at lærerens kommunikasjonsferdigheter er en viktig årsak. Ifølge Rangnes & Alrø

(2016) har lærerens kommunikasjonsvalg høy korrelasjon med graden av elevers utforskning, og nettopp derfor har vi valgt å se på en lærers praksis i utforskende matematikkundervisning. Mer spesifikt har vi sett på hva som kjennetegner hennes kommunikasjon i utforskende helklassesamtaler. Tidligere forskning peker nemlig på utfordringen ved denne delen av undervisningen: det å stille gode spørsmål og respondere i øyeblikket. Å ta gode kommunikasjonsvalg i en hektisk undervisning er krevende. Ledelse av helklassesamtaler krever derfor lang erfaring (Høynes et al., 2019). Men som antydet over har vi kjennskap til en lærer som arbeider med utforskende læringsformer, og som har lang erfaring med dette.

Læreren i vår studie har de siste syv årene gått mer og mer bort fra lærebøker, og i stedet implementert utforskende kontekster i undervisningen. Disse kontekstene er hentet eller inspirert av «context for learning», utarbeidet og skrevet av blant andre Catherine Fosnot. Med disse kontekstene følger en lærerveiledning hvor blant annet helklassesamtalen står beskrevet. Læreren i vår studie bruker mye tid på denne samtalen, og uttrykker dens kritiske rolle for elevers utforskning. Hun påstår at elevenes muligheter for utforskning er avhengig av at hun kommuniserer på en bestemt måte, og at hun derfor har øvd mye på samtaleteknikken. Mye øving har ført til at det går mer og mer på automatikk. Disse kunnskapene og erfaringene anser vi som et viktig bidrag for økt kunnskap om samtaler i begynneropplæringen. Vi har derfor observert denne lærerens kommunikasjon i en utforskende helklassesamtale, samt intervjuet henne for å få en bedre forståelse for hennes arbeid med egen kommunikasjon. Som en del av dette forskningsbidraget har vi også inkludert deler av intervjuet som ikke er direkte tilknyttet lærerens kommunikasjon, og som i utgangspunktet ikke var ment til å brukes i studien. I intervjuet begynte vi å diskutere utforskende matematikk mer generelt, og læreren trakk frem flere fordeler med denne undervisningstilnærmingen. Flere av disse fordelene argumenterer mot andre læreres begrunnelser for å ikke drive utforskende undervisning, slik som beskrevet helt innledningsvis. Hennes forklaringer ga inntrykk av en holdning til matematikk som samsvarer med Lockharts (2009) sine beskrivelser av matematikk som kunstform. Samtidig ga disse forklaringene en større forståelse for hennes undervisning i sin helhet, hvor særlig etableringen av sosiomatematiske normer ble vektlagt. Vi anser derfor det utvidede intervjuets innhold som relevant for leseren, både for å forstå hele konteksten, men også for å skape økt refleksjon om arbeidet med utforskende matematikk.

1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål

Til tross for godt forskningsbelegg på at utforskende undervisning er betydningsfullt for elevers dybdelæring i matematikk, ser det ut til at flere lærere synes det er utfordrende å benytte seg av denne undervisningsformen (Cohen & Ball, 1990, Fuglestad, 2010, Hole, 2018). Det er derfor interessant å undersøke hvordan en lærer som har lang erfaring med å bruke utforskende kontekster mestrer og begrunner denne praksisen. På bakgrunn av dette har vi utformet to forskningsspørsmål.

Det første forskningsspørsmålet baserer seg på det som ser ut til å være avgjørende for å skape gode muligheter for utforskning, nemlig lærerens kommunikasjon. Som nevnt har denne læreren brukt mye tid på å utvikle egnet samtaleteknikk, og har i intervjuet uttrykt at «det ikke går an å arbeide annet enn utforskende med den nye læreplanen». Implisitt forteller hun at undervisningen hennes er utelukkende utforskende. På bakgrunn av dette har vi formulert følgende forskningsspørsmål: *Hva kjennetegner en lærers kommunikasjon i utforskende helklassesamtaler?* Når det gjelder begrunnelser for denne undervisningstilnærmingen, herunder hvilke fordeler utforskende matematikkundervisning bringer med seg, har vi utformet det andre forskningsspørsmålet slik: *Hvordan begrunner læreren sin positive holdning til utforskende matematikk?*

For å besvare disse forskningsspørsmålene har vi som nevnt benyttet oss av observasjon og intervju. Vi observerte først en helklassesamtale med fokus på lærerens kommunikasjon. Dataene fra observasjonen er analysert med Ellis, Özgür & Reiten (2019) sitt rammeverk «Teacher moves for supporting student reasoning» (TMSSR). Dette rammeverket omhandler lærerkommunikasjon som støtter elevers resonnering. Resonnering er ikke synonymt med utforskning, men vi vil argumentere for at begrepene kan sidestilles. Rammeverket presenterer en rekke prosesser som også er gjeldende i utforskende matematikkundervisning, for eksempel: å dele ideer, reflektere, forklare og argumentere. Disse likhetene vitner om at begrepene er nært beslektet. Andre eksisterende rammeverk forholder seg i liten grad til en utforskende undervisningstilnærming, og vi anser derfor Ellis et al. (2019) sitt rammeverk som mest passende. Når det gjelder intervjuet er dette analysert ved bruk av åpen koding med et mål om å identifisere begrunnelser for lærerens positive holdning til utforskende matematikkundervisning.

1.3 Studiens struktur

Denne studien tematiserer utforskende matematikk i begynneropplæringen, hvor vi har sett på en lærers kommunikasjon i helklassesamtaler og hennes begrunnelser for å drive utforskende undervisning. Teorikapitlet er derfor viet til litteratur om utforskende matematikkundervisning, sentrale begreper innenfor denne undervisningstilnærmingen, samtalens betydning for læring og rammeverket for analysen. For å gjøre rede for hva utforskende matematikkundervisning er, har vi benyttet oss av PRIMAS sin modell. Denne modellen består av fem ulike kategorier med kjennetegn på utforskende matematikkundervisning, og vil bli gjort ytterligere rede for i teorikapitlet. Som antydet innledningsvis er det en nær sammenheng mellom utforskende undervisning og dybdelæring. Vi vil derfor gjøre rede for hva som menes med dybdelæring, både generelt og i matematikk. I forlengelsen av dette vil vi også beskrive formativ vurdering grunnet dens aktualitet i utforskende undervisning.

Slik forskningsspørsmålet lyder er kommunikasjon et sentralt begrep i denne studien. Vi vil derfor beskrive samtalens betydning for læring, før vi ser nærmere på helklassesamtalen. Et annet sentralt begrep i utforskende matematikkundervisning er sosiomatematiske normer. Vi vil derfor gjøre rede for sosiomatematiske normer og dens rolle i klasseromsdiskursen, før vi avslutningsvis presenterer rammeverket. Vi har benyttet oss av Ellis et al. (2019) sitt «Teacher moves for supporting student reasoning»

Det tredje kapitlet er metodekapitlet, hvor vi starter med å beskrive forskningsdesignet. Denne studien er en kvalitativ casestudie, og i den forbindelse har vi beskrevet hvilke konsekvenser det har hatt for vår forskningsprosess. Metodekapitlet tar videre for seg metoden for datainnsamling: observasjon og intervju. I denne sammenhengen beskriver vi blant annet hvilken rolle vi hadde som observatører og utformingen av intervjuguiden. Metodekapittel 3.3 består av utvalg, som er en erfaren matematikklærer. I denne delen gis det en beskrivelse av hvordan vi kom kontakt med henne, og hvilke kunnskaper og erfaringer hun har med utforskende matematikkundervisning. Videre presenteres konteksten elevene arbeidet med da vi observerte dem. Her vil vi gjøre rede for læringsmålet for timen og det matematiske innholdet i økta. Det påfølgende delkapittelet består av en beskrivelse av analysemetode tilknyttet begge forskningsspørsmålene, hvor vi også gir et spesifikt eksempel på hvordan gjennomføringen foregikk. Avslutningsvis vil vi drøfte studiens gyldighet, pålitelighet og etiske betraktninger.

Resultatet presenteres i det fjerde kapitlet. Det første delkapittelet er viet til analysen tilknyttet første forskningsspørsmål. Her har vi tatt for oss én kategori om gangen, og trukket frem de kommunikasjonsgrepene som enten oppstår hyppigst eller som har høyest potensial for støtte av elevers utforskning. Det neste delkapittelet inneholder funnene fra intervjuet, hvor vi har belyst lærerens begrunnelser for sine positive holdninger til utforskende matematikkundervisning. Oppgaven avsluttes med drøfting, hvor vi i likhet med kapittel 4 har delt det i to. Først drøfter vi funnene tilknyttet det første forskningsspørsmålet, før vi drøfter funn tilknyttet det andre forskningsspørsmålet. Selv om disse behandles i separate deler, vil intervjuet også benyttes til å underbygge funn fra observasjonen.

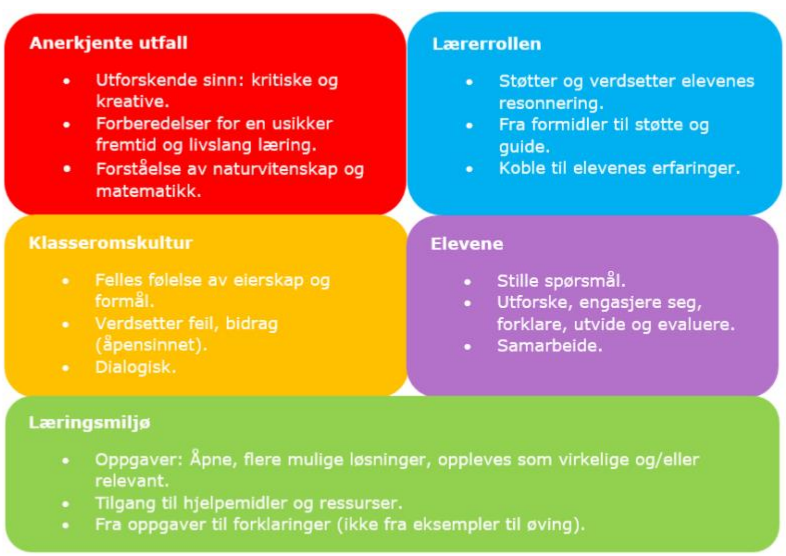
Vedlagt ligger samskrivingsdokument, godkjenning fra NSD, informasjonsskriv og samtykkeerklæring til både læreren, og foresatte og elever, oppgaven fra matematikkøkta og intervjuguide.

2 Teori

Teorikapitlet innledes med en redegjørelse for hva utforskende matematikkundervisning er og sentrale begreper tilknyttet denne undervisningstilnærmingen. Videre vil vi presentere samtalens betydning for læring og helklassesamtalen, før vi gjør rede for begrepene klasseromsdiskurs og sosiomatematiske normer. Avslutningsvis vil vi presentere rammeverket vi har brukt i analysen tilknyttet første forskningsspørsmål.

2.1 Utforskende matematikkundervisning

Utforskende undervisningsformer, ofte omtalt som inquiry-basert undervisning, har sitt opphav fra John Dewey (1933). Hans pedagogikk er mest kjent gjennom sitt uttrykk «learning by doing», som handler om at elever skal lære gjennom erfaringer. Fuglestad (2010) supplerer innholdet i denne tilnærmingen med å beskrive at det handler om å undre, utforske, stille spørsmål, eksperimentere og søke etter kunnskap. Men til tross for denne pedagogikkens relativt lange levetid, domineres fortsatt mange klasserom av mer tradisjonelle undervisningsmetoder. I stedet forstår mange lærere utforskning som et krydder for å gjøre undervisningen mer spennende (Hundeland, 2011). Dette tankegodset gjør det ifølge Carlsen og Fuglestad (2012) vanskelig å drive god utforskning. Utforskning må ikke forstås som en metode, men en holdning. Det er derfor gjort en rekke forsøk på å endre matematikkundervisningen gjennom blant annet forsknings- og utviklingsprosjekter. Et av disse er det EU-finansierte PRIMAS-prosjektet (promoting inquiry-based learning in mathematics and science across Europe), som har et mål om å implementere utforskende undervisning i europeiske klasserom (Abril et al., 2013). PRIMAS har utarbeidet en modell som oppsummerer kjennetegn ved utforskende undervisning. Modellen er inndelt i fem hovedkategorier med en rekke underpunkter. Oversatt til norsk er de fem kategoriene: *anerkjente utfall, lærerrollen, klasseromskultur, elevene og læringsmiljø* (Abril et al., 2013, s. 8).



Figur 1: Modell av kjennetegn ved utforskende undervisning, hentet fra Abril et al. (2013), direkte oversettelse.

De *anerkjente utfallene* karakteriseres av egenskaper som er viktig i en lite forutsigbar fremtid. I et raskt utviklende samfunn er ikke lenger faktakunnskap like viktig. Skolen må derfor legge til rette for undervisning som skaper utforskende elever. Dette innebærer blant annet utvikling av kritisk og kreativ tenkning, men også andre aspekter som er viktig for livslang læring (Abril et al., 2013). Disse beskrivelsene er i tråd med det som er beskrevet i den nye læreplanen, LK20. Et av læreplanens kjerneelementer i matematikk er *utforskning,* hvor utforskning beskrives som kritisk i forberedelsene for deltakelse i arbeids- og samfunnsliv. Videre vektlegger læreplanen kritisk tenkning, akkurat som figuren over. Denne vektleggingen handler ikke kun om å skape gode matematikere. Det handler også om å ruste elevene til å gjøre egne valg og evnen til å ta stilling til viktige spørsmål i livet (Utdanningsdirektoratet, 2019). Disse beskrivelsene understreker viktigheten av å forstå utforskning som en generell holdning, og ikke som et potensielt krydder for kjedelig undervisning.

Elevene i utforskende undervisning karakteriseres ved at de skal ha evnen til å samarbeide, diskutere og kommunisere ulike løsninger seg imellom. De skal undre seg, stille spørsmål, utforske ulike løsninger og være engasjert (Abril et al., 2013). Disse nøkkelordene finner vi igjen i Utdanningsdirektoratets (2019) definisjon av utforskning:

> «Å utforske handler om å oppleve og eksperimentere og kan ivareta nysgjerrighet og undring. Å utforske kan bety å sanse, søke, oppdage, observere og granske. I noen tilfeller betyr det å undersøke ulike sider av en sak gjennom åpen og kritisk drøfting. Å utforske kan også bety å teste eller prøve ut og evaluere arbeidsmetoder, produkter eller utstyr» (s.16)

Når elevene engasjerer seg i matematikk på denne måten viser de tegn på utvikling av kompetanse (Utdanningsdirektoratet, 2019). Men for at elevene skal kunne utvikle denne kompetansen er de avhengig av en *lærer* som oppmuntrer til refleksjon og som anerkjenner all deltakelse. Læreren må derfor ha evnen til å blant annet stille åpne spørsmål, utfordre elevers løsninger og oppmuntre til gruppe- og helklassesamtaler. Denne evnen er viktig for å legge til rette for dybdelæring (Abril et al., 2013). Det er nemlig en sterk sammenheng mellom utforskende matematikkundervisning og dybdelæring. I begrepet ligger det å lære noe så godt at man kan se de større matematiske sammenhengene, og at man reflekterer over egen læringsprosess og kan bruke denne kunnskapen i nye ukjente situasjoner (Utdanningsdirektoratet, 2019)

Klasseromskulturen kjennetegnes av en dialogisk tilnærming hvor alle innspill skal anerkjennes. I vår forskningsstudie er særlig dialogen viktig. Det er i dialogen kommunikasjonen oppstår, og derfor spiller dialogen en viktig rolle for læring av matematikk (Menezes et al., 2013). Klasseromskulturen i et utforskende klasserom kjennetegnes også av en felles følelse av eierskap til den matematiske aktiviteten som skjer i klasserommet, hvor alle har et felles mål (Abril et al., 2013).

Læringsmiljøet kjennetegnes av en induktiv tilnærming, hvor elevene gjennom utforskning skal oppdage grunnleggende og kjente matematiske prinsipper (Abril et al., 2013). En induktiv tilnærming blir i læreplanen trukket frem som viktig for at elever skal bli bevisst sin egen læring (Utdanningsdirektoratet, 2019). Da er det viktig at elever får arbeide med ulike problemer, og gjerne virkelighetsnære kontekster. Kontekstene skal være åpne og lagt til rette for flere mulige løsningsstrategier, noe som også trekkes frem i læreplanen (Abril et al., 2013, Utdanningsdirektoratet, 2019). Elevene må derfor få muligheten til å bruke ulike konkretiseringsmateriell og andre ressurser (Abril et al., 2013).

2.1.1 Dybdelæring i utforskende matematikklasserom

Et av hovedargumentene for å drive utforskende læringsformer er at det ikke lenger er tilstrekkelig å forberede elever på fremtiden ved å lære dem fakta (Abril et al., 2013). I stedet må skolen sørge for å legge til rette for dybdelæring, slik at elever utvikler den kompetansen som trengs i fremtidens samfunn (Gilje, Landfald & Ludvigsen, 2018). Men hva menes egentlig med dybdelæring? Og hva slags kompetanse trengs i fremtiden? Utdanningsdirektoratet (2019a) definerer begrepet slik:

> «som det å gradvis utvikle kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i fag og mellom fagområder. Det innebærer at vi reflekterer over egen læring og bruker det vi har lært på ulike måter i kjente og ukjente situasjon, alene eller sammen med andre» (s.1).

Denne kunnskapen er viktig i en fremtid hvor vi ikke vet hva slags kunnskap som trengs. Men det vi derimot vet er at den skaper muligheter for å overføre det vi lærer i dag til å mestre ukjente situasjoner (Gilje, Landfald & Ludvigsen, 2018). Ifølge Fullan, Quinn & McEhchen (2018) handler det om å skape tilpasningsdyktige elever.

Å gi en nøyaktig og fullstendig definisjon av dybdelæring i matematikk er ingen enkel sak. Men Nosrati & Wæge (2018) har trukket frem fem viktige komponenter som er basert på forskningsbaserte modeller for læring i matematikk. Den første er *begrepsmessig forståelse,* som innebærer å kunne mer enn bare prosedyrer og isolerte fakta. Elever må kunne forstå hvorfor en matematisk ide er viktig, og kunne se de i sammenheng med allerede etablerte ideer (Nosrati & Wæge, 2018). Videre består dybdelæring i matematikk av *prosedyrekunnskap,* som innebærer kunnskap om matematiske prosedyrer og evnen til å utføre dem fleksibelt, hensiktsmessig og nøyaktig. Tradisjonell undervisning har vært kritisert grunnet for mye fokus på denne kunnskapen. Det er derfor viktig å understreke at denne kunnskapen bør følges av begrepsmessig forståelse. Det betyr at elevene må vite og forstå hvorfor prosedyren fungerer (Nosrati & Wæge, 2018). Den tredje komponenten er *anvendelse,* som handler om å kunne utvikle løsningsstrategier, gjenkjenne og formulere matematiske problemer, samt representere dem på forskjellige måter. Dette er sentrale ferdigheter for å mestre problemløsning, hvor man også ofte forklarer hvordan man har tenkt, vurderer og ser sammenhenger. Disse ferdighetene omtales som *resonnering,* som er den fjerde komponenten. Den siste og femte komponenten er *metakognisjon* og *selvregulering.* Metakognisjon innebærer refleksjon over det man lærer, hvordan man lærer og hensikten med det. Når man blir bevisst egen læring og læringsprosess, blir det også enklere å regulere dem. Denne evnen skaper muligheter for at elever kan styre sin egen læringsprosess (Nosrati & Wæge, 2018). Denne femte komponenten er særlig tilknyttet lærerens vurderingsarbeid. Å involvere elever i vurderingsarbeid skaper mer bevissthet og refleksjon rundt forhold som hvor de er i læringsprosessen, hva målet er og hvordan de på best mulig måte kan komme dit (Kunnskapsdepartementet, 2020).

2.1.2 Formativ vurdering

Smith (2009) tar i bruk begrepene *testing culture* (testkultur) og *assessment culture* (vurderingskultur) for å beskrive to ulike syn på vurdering. Disse baserer seg på ulike oppfatninger om hva som er hensikten med vurderinger. Testkulturen kan ses i sammenheng med tradisjonell lærerstyrt undervisning hvor fokuset er rettet mot prosedyrekunnskap, og ikke mot læringsprosessen i sin helhet. I en testkultur vurderes nemlig elevene i hvilke ferdigheter og kunnskaper de har etter endt undervisning (Smith, 2009; Imsen, 2016). En slik kultur kan i verste fall føre til opplæring og forberedelser av tester, og at læringen blir satt til side til fordel for gode resultater på standardiserte tester (Smith, 2009). Denne vurderingens hensikt er ikke i tråd med LK20 sine beskrivelser av vurdering (Utdanningsdirektoratet, 2019), som i stedet ligner på beskrivelsene av en vurderingskultur. I motsetning til å fokusere på produktet av læringen, er hensikten med en vurderingskultur å se på hele læringsprosessen. I denne sammenhengen forstås vurdering som nøkkelen til all læring, og det å fremme læring blir sett på som vurderingens hovedfunksjon (Smith, 2009). Når det vurderes *for* læring er det særlig fire forskningsbaserte prinsipper som er sentrale i vurderingsprosessen. Elevenes forutsetninger for å lære vil styrkes dersom de 1) får delta i vurdering av eget arbeid og reflektere over egen læring og faglig utvikling, 2) forstår hva de skal lære og hva som er forventet av dem, 3) får vite hva de mestrer, og 4) får råd om hvordan de skal arbeide videre for å øke sin kompetanse (Utdanningsdirektoratet, 2022).

Vurdering som har som hensikt å støtte opp under elevenes læring underveis i læringsprosessen omtales ofte som *formativ vurdering,* eller underveisvurdering. Motsatt av dette er *summativ vurdering,* som brukes om vurdering som gis i etterkant av elevenes arbeid som en sluttvurdering (Bell & Cowie, 2002). Det er den førstnevnte, formativ vurdering, som er gjeldende under LK20 sine kompetansemål i matematikk etter 3.trinn. Her står det beskrevet at læreren skal gjøre en underveisvurdering av elevene som «skal bidra til å fremme læring og til å utvikle kompetanse i matematikk» (Utdanningsdirektoratet, 2019). Ifølge Fjørtoft & Sandvik (2016) er det viktigste ved dette arbeidet å identifisere elevers sterke og svake sider slik at læreren kan planlegge og eventuelt endre undervisningen. Dermed handler vurdering også i stor grad om tilpasset opplæring.

2.2 Samtalens betydning for læring

Som tidligere antydet foregår det fortsatt mye tradisjonell lærerstyrt tavleundervisning i norske klasserom. I matematikk kjennetegnes slik undervisning av tavleundervisning og løsning av rutineoppgaver (Alrø og Skovmose, 2002), og omtales også ofte som oppgave- og lærebokstyrt grunnet lærebokas sterke posisjon (Wæge, 2007). Kommunikasjonen i tradisjonell undervisning kjennetegnes som regel av et IRE- eller IRF-mønster. Dette er et kommunikasjonsmønster eller en tredelt sekvens der læreren først initierer samtalen, ofte ved å stille et spørsmål. Elevene skal deretter respondere på spørsmålet, før læreren evaluerer eller gir en feedback på elevenes respons (Wells, 1999). Det er den siste sekvensen i kommunikasjonsmønsteret som skiller et IRE- og IRF-mønster fra hverandre. Hvis den siste sekvensen bærer preg av at læreren evaluerer elevens svar vil det karakteriseres som et IRE-mønster, mens hvis læreren i større grad følger opp elevenes svar påpeker Wells (1999) at det er mer passende å kalle det et IRF-mønster. Dette kan læreren gjøre ved å enten utdype elevens respons eller stille et nytt spørsmål som hjelper eleven videre. Felles for begge mønstrene er at de verdsetter ferdigheter som pugging og hukommelse, mens å vite hvorfor eller å se sammenhenger er mindre viktig (Nosrati & Wæge, 2015). Denne måten å samtale om matematikk på legger dermed i liten grad til rette for dybdelæring. En alternativ tilnærming til samtale, som baserer seg på mer dialogisk kommunikasjon finner vi i Vygotskys læringsteori.

Vygotskys sosiokulturelle læringsteori baserer seg på en tanke om at læring skal skje i samarbeid og i dialog med andre (Goos, 2004). Mennesker er sosiale og kulturelle skapninger, og er dermed avhengig av kommunikasjon for å oppnå læring. Vygotsky la særlig vekt på hva barn potensielt kan oppnå av matematisk utvikling med støtte fra et rikt og støttende miljø. Individer er dermed avhengig av andre i sin læring- og utviklingsprosess. Dette avhengighetsforholdet forklares med begrepet «proksimal utviklingssone» som betegner det som ligger mellom det eleven mestrer på egenhånd og det eleven kan oppnå med hjelp av en «mer kunnskapsrik annen» (Goos, 2004). Læring i matematikk er derfor avhengig av språket og sosial interaksjon (Klemp, 2020). Men det krever også at det som skal læres ligger over elevers kunnskapsnivå, slik at de kan oppnå utvikling. Læreren har derfor en kritisk oppgave med å bruke sin kommunikasjon og interaksjon til å utfordre elever innenfor den proksimale utviklingssonen.

2.2.1 Helklassesamtalen

I helklassesamtalen er alle elever deltakende, og kan derfor med fordel brukes for å la elever presentere tanker og løsningsstrategier (Boaler & Humphreys, 2005). Men for at en helklassesamtale skal være produktiv er det ikke nok at læreren kun legger til rette for deling av tanker og ideer. Læreren må også oppmuntre til diskusjoner og hjelpe elever med å se større matematiske sammenhenger (Wæge, 2015). Disse kjennetegnene er også sentrale i formatet av helklassesamtaler læreren i vår studie er inspirert av. Hun er inspirert av «math congress» som står beskrevet i Catherine Fosnot sitt undervisningsmateriale, hvor elever etter endt selvstendig utforskning skal samles i lyttekrok. Her skal de vise frem løsningen i form av eksempelvis en tegning som skal brukes til å forklare hvordan de har tenkt. Målet er å få frem ideer og løsningsstrategier, samt se sammenhenger i de ulike løsningsstrategiene. Deling av ideer og løsningsstrategier vil potensielt hjelpe elever med å revidere og omstrukturere sine tenkemåter (Fosnot & Dolk, 2001, sitert i Gulaker, 2018). Detaljene i løsningsstrategiene vil variere, og læreren har derfor en viktig oppgave med å løfte frem de løsningene som best legger til rette for at elevene skal forstå matematikken bak konteksten (Gulaker,2018). Samtidig skal læreren i en helklassesamtale sørge for at alle elever er inkludert, hvor det å bygge på elevers innspill ser ut til å være svært effektivt (Christensen & Stokke, 2015). Men for å mestre dette kreves evnen til å identifisere gode matematiske øyeblikk og bruke dem produktivt (Klemp, 2020). Her spiller særlig lærerens valg av kommunikasjon en sentral rolle.

Hvordan læreren velger å kommunisere er viktig for det språklige samspillet, og har stor innvirkning på hva som vil skje videre i undervisningen (Drageset, 2014). Selv om det ikke finnes en entydig oppskrift på hvordan lærere bør kommunisere, eksisterer det en rekke rammeverk som kan fungere veiledende. Et velkjent eksempel er Chapin et al. (2009) og Kazemi & Hintz (2014) som sammen beskriver syv ulike samtalegrep: gjenta, repetere, resonnere, tilføye, vente, snu og snakk, og endre. Flere av disse minner om grep fra både Drageset (2014) og Ellis et al. (2019) sine rammeverk. Felles for disse grepene er et mål om rik toveis kommunikasjon. Men for å oppnå rik toveis kommunikasjon vektlegges også betydningen av autentiske spørsmål (Christensen & Stokke, 2015). Fuglestad (2010) peker særlig på hvorfor-spørsmål, da disse ser ut til å være spesielt virkningsfulle. Når elevene må forklare hvorfor løsningen deres er riktig vil det skape en naturlig diskusjon (Fuglestad, 2010). Men det forutsetter samtidig at læreren har god nok matematisk kunnskap til å forstå elevenes bidrag, slik at bidraget kan bli et utgangspunkt for diskusjon. I denne sammenhengen peker Nilssen & Høynes (2020) på viktigheten av å ikke vurdere bidraget som rett eller galt, men i stedet oppmuntre til flere synspunkter.

Til tross for all denne kunnskapen, både om helklassesamtalens natur og lærerens kommunikasjon, tyder mye på at tradisjonelle undervisningsmetoder fortsatt dominerer (Nilssen & Høynes, 2020). Hvorfor det er slik er det vanskelig å gi et entydig svar på. Likevel er det gjennomført en rekke studier som har forsøkt å gi svar på dette spørsmålet. Noen av begrunnelsene baserer seg på at det er utfordrende å endre praksis, at det krever for mye tid og ressurser, og at det ikke ruster elevene godt nok til eksamen (Cohen & Ball, 1990, Carlsen & Fuglestad, 2010, Hole, 2018). Vi er ikke uenig i disse påstandene. Likevel har vi en hypotese om at mange av utfordringene er et resultat av manglende kontinuitet. Med det mener vi at klasseromsdiskursen, herunder de sosiomatematiske normene ikke er godt nok etablert. I det neste delkapitlet vil vi derfor gjøre rede for klasseromsdiskurs og sosiomatematiske normer, og deres viktige rolle i utforskende matematikkundervisning.

2.3 Klasseromsdiskurs og sosiomatematiske normer

Klasseromsdiskurs handler om hvordan læreren og elevene kommuniserer i klasserommet. En sentral del av klasseromsdiskursen er hvilke sosiale og sosiomatematiske normer som preger klassen. Ifølge Yackel & Cobb (1996) vil sosiomatematiske normer komme til uttrykk gjennom samspillet mellom lærer og elever i undervisning. Sosiale og sosiomatematiske normer er de «underliggende» spillereglene i klasserommet. Sosiomatematiske normer skiller seg fra vanlige sosiale normer i klasserommet ved at de er spesifikke for det matematiske aspektet ved elevens aktivitet (Yackel & Cobb, 1996). De knyttes til hvordan en snakker sammen og arbeider med matematikk (Rangnes & Alrø, 2016). Sosiale normer regulerer elevenes deltakelse i diskusjoner, og sosiomatematiske normer er knyttet til kvaliteten på deres matematiske bidrag (Partanen & Kaasila, 2014). Yackel & Cobb (1996) beskriver at sosiomatematiske normer kan være det fellesskapet aksepterer eller beskriver som gode og effektive matematiske løsninger, samt det fellesskapet aksepterer som matematisk argument. Med andre ord kan det sies å være implisitte og eksplisitte retningslinjer for hva som blir verdsatt og akseptert i arbeidet med matematikk innenfor klasseromsdiskursen.

Lærerens kommunikasjon i begynneropplæringen vil kunne ha innvirkning på hvilke sosiomatematiske normer som blir etablert i klasserommet. Boaler (2008) trekker frem at måten elevene snakker med hverandre på uten lærerens tilstedeværelse, vil være preget av hvordan læreren tidligere har kommunisert med elevene. Dette vil igjen påvirke hvordan klasseromsdiskursen blir. Da sosiomatematiske normer er implisitte, og det i stor grad vil varierer hvor hyppig de blir initiert eller vedtatt i ulike klasserom, er det vanskelig å gi spesifikke eksempler på sosiomatematiske normer (Morrison et al., 2021). I en intervensjonsstudie gjennomført av Morrison et al. (2021) har de likevel klart å identifisere og beskrive noen spesifikke sosiomatematiske normer som i løpet studien ble etablert. To eksempler fra denne studien er 1) at elevene automatisk skulle tenke at de skulle finne andre og raskere måter å løse oppgaven på, og 2) at de ikke skulle telle én om gangen, men heller bruke strukturer på 5 og 10. Andre sosiomatematiske normer som gjør seg gjeldende i utforskende matematikkundervisning kan tenkes å inneholde elementer som vi finner igjen i definisjoner og kjennetegn på utforskende undervisning. Med utgangspunkt i PRIMAS sin modell kan sosiomatematiske normer i et utforskende matematikklasserom handle om at deltakerne skal være nysgjerrige og ha en undersøkende tilnærming. Det kan handle om å bruke forskjellige kreative strategier, presentere problemløsning, forklare, argumentere, resonnere, komme med innvendinger og gjøre eksplisitte generaliseringer. Uavhengig av hva slags sosiomatematiske normer som etableres, foregår denne utviklingen av sosiomatematiske normer i løpet av de første årene på skolen (Yackel & Cobb, 1996).

2.4 Analytisk rammeverk: Teacher moves for supporting student reasoning

Lærerens kommunikasjon i matematikk er forsket mye på, både internasjonalt og i Norge. Mye av forskningen antyder at IRE- eller IRF-mønsteret fortsatt er gjeldende i mange klasserom. Dette blir ofte omtalt som Topaze-effekten, og innebærer at læreren starter med å stille et nokså lukket spørsmål, elevene svarer før læreren til slutt gir bekreftende eller avkreftende respons (Rangnes & Alrø, 2016, Drageset, 2014). Ifølge Drageset (2014) er resultatet av en slik kommunikasjon at elevene blir mer opptatt av å finne det svaret læreren ønsker, enn å utforske. Drageset (2014) har derfor utviklet et rammeverk for å kunne observere hvordan lærere driver helklassesamtaler. Dette rammeverket inneholder tre hovedkategorier av kommunikasjonsgrep med hver sine underkategorier. Kommunikasjonsgrepene som presenteres i dette rammeverket er å finne igjen i nærmest hele vårt datamateriale. Samtidig er rammeverket begrenset til kun kategorisering, og heller ikke spesifikt utviklet for utforskende kommunikasjon. Selv om TMSSR også baserer seg på kategorisering, er det i større grad basert på kommunikasjonsmønstre som vi finner igjen i utforskende matematikkundervisning.

Ellis et al. (2019) sitt rammeverk er utviklet for å støtte og veilede lærere i deres kommunikasjon. Rammeverket kategoriserer kommunikasjonsgrep med utgangspunkt i hvor godt det støtter elevers resonnering. Det er totalt fire kategorier. Disse kategoriene er basert på ulike kommunikasjonsgrep med ulike funksjoner. Felles for alle kategoriene er at de støtter elevers matematiske resonnering: fremkalle elevers matematiske resonnement, respondere på elevers matematiske resonnement, støtte elevers matematiske resonnement og utvide elevers matematiske resonnement. Under hver kategori er det ulike grep som er plassert på en skala fra lavt til høyt. Plasseringen er basert på deres potensial for å støtte elevers resonnering (Ellis et al., 2019). Selv om noen av grepene har et høyere potensial enn andre, påpeker Ellis et al. (2019) at lærere ikke må være engstelig for å bruke grep av lavere potensial. I noen tilfeller er man avhengig av å bruke disse. På samme tid hevder Ellis et al. (2019) viktigheten av å se på fordelingen mellom kategoriene, og innenfor hver kategori. Tidligere studier viser at elever oppnår mer effektiv støtte når kommunikasjonsgrepene fordeles mellom alle fire kategoriene (Ellis et al., 2019).

Fremkalle elevers matematiske resonnement		**Respondere på elevers matematiske resonnement[1]**	
← Lavt	Høyt →	← Lavt	Høyt →
Fremkalle svar	Fremkalle ideer	Rette på elevers feil	Oppmuntre elever til å rette opp egen feil
Fremkalle fakta eller prosedyrer	Fremkalle forståelse	Be elever gjenta	Re-representere
Spørre om tydeliggjøring	Spørre om forklaring	Validere riktig svar	
Forstå elevers resonnering			
Vurdere elevers forståelse			
Støtte elevers matematiske resonnement		**Utvide elevers matematiske resonnement**	
← Lavt	Høyt →	← Lavt	Høyt →
Fokusere på et aspekt	Tilby veiledning	Oppmuntre til evaluering	Oppmuntre til resonnering
Stille ledende spørsmål	Bygge på elevers bidrag	Etterspørre presisjon	Oppmuntre til refleksjon
Topaze-effekt	Oppmuntre til flere løsningsstrategier	Bryte ned begrunnelse	Etterspørre argumentasjon
Gi prosedyreforklaringer	Tilby konseptuell forklaring		Etterspørre generalisering
Gi oppsummerende forklaringer	Tilby alternative løsningsstrategier		
Gi informasjon			

Tabell 1: *Teacher moves for supporting student reasoning (TMSSR)* fra Ellis et al. (2019), direkte oversettelse.

De fire kategoriene er ikke hierarkiske. Likevel påpeker Ellis et al. (2019) at *støtte- og utvide elevers matematiske resonnement* er de to kategoriene som ser ut til å være mest effektive for å støtte elevers matematiske resonnering. Felles for alle grepene med høyt potensial er at det er elevers deltakelse som settes i sentrum, ikke lærerens formidling. For eksempel under *fremkalle elevers matematiske resonnement* kan læreren både fremkalle svar på et gitt spørsmål (fremkalle svar), og stille et spørsmål som fremkaller ideer om en matematisk ide (fremkalle ideer). Den sistnevnte, som har et høyere potensial, legger mer til rette for elever i sentrum enn den førstnevnte med lavere potensial. Samtidig understreker Ellis et al. (2019) at grep med høyere potensial ikke alltid vil fungere på ønsket måte. Det er mange elementer ved undervisningen som kan påvirke utfallet, og dermed vil ikke et og samme grep gi det samme resultatet hver gang.

Fremkalle elevers matematiske resonnement

Fremkalle elevers matematiske resonnement omhandler kommunikasjonsgrep hvor læreren forsøker å lokke frem, identifisere, tydeliggjøre og forstå elevers ideer og bidrag. Ved å fremkalle elevers resonnering, får læreren mulighet til å forstå, vurdere og tydeliggjøre elevers ideer. Læreren får altså innsikt i elevers matematiske forståelse (Ellis et al., 2019). I tabellen under presenteres denne kategoriens kommunikasjonsgrep med tilhørende definisjon.

	Grep	Definisjon
Lavt potensial	Fremkalle svar	Stille et spørsmål for å fremkalle svar på et gitt spørsmål
	Fremkalle fakta eller prosedyrer	Be elever om å gjenta kjente fakta eller prosedyrer
	Spørre om tydeliggjøring	Stille et spørsmål for å tydeliggjøre elevers bidrag
	Forstå elevers resonnering	Forsøke å forstå elevers løsning, forklaring eller resonnering
	Vurdere elevers forståelse	Stille et spørsmål for å vurdere elevers forståelse for det matematiske innholdet
Høyt potensial	Fremkalle ideer	Stille et spørsmål eller flere for å fremkalle elevers ideer for en løsningsstrategi eller matematisk ide
	Fremkalle forståelse	Vurdere elevers forståelse og forsøke å identifisere elevers tankesett i resonneringsprosessen
	Spørre om forklaring	Be elever forklare hva hun eller han har tenkt, forklare resonnement eller dele sin resonneringsprosess

Tabell 2: Kommunikasjonsgrep i kategorien *fremkalle elevers matematiske resonnement*, fra Ellis et al. (2019), direkte oversettelse.

Respondere på elevers matematiske resonnement

Når lærere tar imot elevers innspill, kan de respondere på ulike måter. Læreren kan validere elevers respons ved å bekrefte eller avkrefte løsningen, eller ved å oppmuntre elever til å selv vurdere eget innspill (Ellis et al., 2019). Ulike grep innenfor denne kategorien brukes ofte i etterkant av *fremkalle elevers matematiske resonnement*, slik at både læreren og medelever kan få innsikt i elevenes resonneringsprosess. I tabellen under gis en grundigere beskrivelse av grep og tilhørende definisjon.

	Grep	Definisjon
Lavt potensial	Rette på elevers feil	Rette på elevers feil eller gjenta med et riktig svar
	Gjenta høyt	Gjenta elevers ide, enten verbalt eller skriftlig, for å gjøre ideen synlig for alle
	Be elever gjenta	Be elever gjenta medelevers ide eller løsning
	Validere riktig svar	Aktivt bekrefte elevers ide ved å gjenta, omformulere eller legge til informasjon til elevers innspill
Høyt potensial	Oppmuntre elever til å rette opp egen feil	Oppmuntre elever til å adressere egen feil
	Re-representere	En type gjentakelse hvor læreren formulerer en alternativ representasjon av en elevs strategi for å gjøre den tilgjengelig for alle. Læreren kan organisere eller formalisere elevers innspill.

Tabell 3: Kommunikasjonsgrep i kategorien *respondere på elevers matematiske resonnement*, fra Ellis et al. (2019), direkte oversettelse.

Støtte elevers matematiske resonnement

Lærere kan respondere på elevers ideer ved å bygge på deres tenkning, bidra med informasjon eller forklaringer, gi alternative løsningsstrategier eller ved å oppmuntre elevene til å utvikle andre løsninger. Disse kommunikasjonsgrepene oppstår typisk når lærere forsøker å hjelpe elever med å utvikle gode resonnement. Grepene innenfor denne kategorien kan hjelpe elever til å engasjere seg i matematisk resonnering ved å få dem til å identifisere mønstre, sammenligne eller klassifisere ideer. Det kan også innebære å oppsummere elevers ideer eller introdusere meningsfull informasjon til samtalen (Ellis et al., 2019, s. 122).

	Funksjon	Grep	Definisjon
Lavt potensial	**Guidende grep**	Fokusere på et aspekt	Rette elevers oppmerksomhet ved å indikere at de bør fokusere på et bestemt aspekt ved en oppgave, ide eller løsning
		Stille ledende spørsmål	Stille ledende spørsmål for å hjelpe elever i riktig retning
		Topaze-effekt	Bryt ned en oppgave i mindre deler og reduser kompleksiteten ved å stille enklere spørsmål, og/eller avslør svaret gjennom spørsmål som stilles
	Tilbydende grep	Gi prosedyreforklaringer	Gi forklaring på en prosedyre for hvordan man løser et problem ved å vise strukturen i løsningen
		Gi oppsummerende forklaringer	Oppsummer endelige tanker om en oppgave eller et problem, eller tilby en oppsummering av informasjon om oppgaven
		Gi informasjon	Tilby generell informasjon (i stedet for å tilby informasjon om en spesifikk oppgave)
Høyt potensial	**Guidende grep**	Tilby veiledning	Tilby hint, en potensiell strategi eller en annen form for konseptuell støtte uten å gi det fulle svaret
		Bygge på elevers bidrag	Bygg på elevers tidligere bidrag for å støtte ny forståelse, eller oppmuntre elever til å bygge på medelevers bidrag
		Oppmuntre til flere løsningsstrategier	Oppmuntre til flere løsningsstrategier
	Tilbydende grep	Tilby konseptuell forklaring	Tilby en forklaring som er grunnleggende konseptuell, ofte fokusert på å forklare hvorfor
		Tilby alternative løsningsstrategier	Tilby en ny eller annerledes måte å løse et problem på

Tabell 4: Kommunikasjonsgrep i kategorien *støtte elevers matematiske resonnement*, fra Ellis et al. (2019), direkte oversettelse.

Som det fremkommer i tabellen, skiller denne kategorien seg ut fra de tre andre. Denne kategorien er todelt i *guidende-* og *tilbydende grep. Guidende grep* innebærer at læreren tilbyr støtte underveis i resonnementet. I tilfeller hvor læreren begrenser resonneringsprosesser, herunder bryter ned eller stiller lukkede spørsmål, har grepet lavt potensial (Ellis et al., 2019). Under *tilbydende grep* kan læreren gi nye ideer, presentere fakta eller bidra med konseptuelle forklaringer. I tilfeller der læreren eksplisitt forteller elever hva eller hvordan noe skal gjøres, har dette grepet lavt potensial. Men dersom læreren heller bidrar med konseptuelle forklaringer eller tilbyr alternative løsninger etter elevers innspill, har grepet et høyere potensial.

Utvide elevers matematiske resonnement

Kommunikasjonsgrep innenfor denne kategorien skaper muligheter for å utvide elevers matematiske resonnering, særlig knyttet til generalisering av strategier og ideer, samt utvikling av passende matematiske argumenter. Disse grepene har høyt potensial for å støtte elevers resonnement presist, fordi hvert av grepene reflekterer et forsøk på å skape mer sofistikerte resonnement. Ifølge Ellis et al. (2019) gjelder dette også for de grepene med lavere potensial. Det som kjennetegner grepene i denne kategorien er videreutvikling av elevenes påbegynte resonnement. Det er et unntak, *bryte ned begrunnelse.* Dette er et grep hvor læreren stiller et lukket spørsmål for å få frem en begrunnelse, og dermed vil elevers resonnement begrenses (Ellis et al., 2019).

	Grep	**Definisjon**
Lavt potensial	Etterspørre presisjon	Oppmuntre elever til å gi et presist svar, å se etter nøyaktighet eller kvantifisere en kvalitativ påstand
	Oppmuntre til evaluering	Spørre elever om de er enige i hverandres svar eller forklaringer
	Bryte ned begrunnelse	Ber om begrunnelse, etterfulgt av forenkling av spørsmål slik at strukturen i den etterspurte begrunnelsen avsløres
Høyt potensial	Oppmuntre til resonnering	Oppmuntre elever til å tenke konseptuelt om en oppgave
	Oppmuntre til refleksjon	Spørre elever om å reflektere over svar eller forklaringer
	Etterspørre argumentasjon	Spørre elever om å forklare hvorfor noe fungerer eller argumentere for en matematisk ide, strategi eller løsning
	Etterspørre generalisering	Oppmuntre elever til å generalisere deres resonnering gjennom å formulere en regel, beskrive en generell prosess eller lage/se sammenhenger

Tabell 5: Kommunikasjonsgrep i kategorien *utvide elevers matematiske resonnement*, fra Ellis et al. (2019), direkte oversettelse.

Det kan oppleves som betenkelig at kommunikasjonsgrep som nødvendigvis ikke støtter elevers resonnement og utforskning er inkludert i dette rammeverket. Ellis et al. (2019) forklarer at disse grepene er inkludert fordi de ofte er utgangspunktet for bruk av grep med høyere potensial.

3 Metode

Det overordnede temaet for denne studien er utforskende matematikk i begynneropplæringen. Som nevnt begynte vi denne studien med interesse for å identifisere hva som kjennetegner en lærers kommunikasjon i utforskende matematikklasserom, og utformet derfor følgende forskningsspørsmål: *Hva kjennetegner en lærers kommunikasjon i utforskende helklassesamtaler?* For å besvare dette forskningsspørsmålet gjennomførte vi en kvalitativ casestudie, der vi observerte og intervjuet den utvalgte læreren. Intervjuets hensikts var å få en bedre forståelse for det vi hadde observert, og hvordan læreren arbeider for å få til god utforskning. Men i intervjuet dukket det også opp mye annet som vi anså som relevant. I innledningen har det blitt beskrevet at mange av hennes forklaringer ga inntrykk av en holdning som samsvarer med Lockhart (2009) sine tanker, for eksempel at hun er mest opptatt av utforskningsprosessen og ikke selve svaret. Men vi er også overbevist om at hennes tanker, beskrivelser og forklaringer er viktig for å forstå det vi har observert. De gir et bedre bilde av både konteksten vi befant oss i og funnene fra observasjonen. Sagt med andre ord mener vi at lærerens holdninger styrker funnene våre, og at refleksjonene hennes er verdt å dele med andre lærere og lærerstudenter. Vi utformet derfor vårt andre forskningsspørsmål: *Hvordan begrunner læreren sin positive holdning til utforskende matematikk?* Felles for begge innsamlingsmetodene er at vi har benyttet oss av lydopptak. Lydopptakene er transkribert, og analysert ved henholdsvis rammeverket til Ellis et al. (2019) og åpen koding. Eksempler på hvordan dette er gjennomført vil bli presentert senere i metodekapittelet.

Selv om dette er en casestudie som er begrenset til en bestemt kontekst, er vi overbevist om at denne studien kan bidra til økt kunnskap om hva som kjennetegner læreres kommunikasjon i utforskende helklassesamtaler. Utover dette vil studien potensielt bevisstgjøre både lærere og lærerstudenter om viktigheten av utforskende undervisning. Denne bevisstgjøringen vil igjen kunne skape bedre vilkår for dybdelæring, herunder muligheter til å se matematiske sammenhenger og utvikling av kritisk- og kreativ tenkning hos elevene (Abril et al., 2013, Utdanningsdirektoratet, 2019). I det følgende vil det først bli gjort rede for forskningsdesignet, før vi presenterer metoden for datainnsamling, utvalget, det matematiske temaet for økta og analysemetoden. Avslutningsvis har vi drøftet studiens gyldighet og pålitelighet, samt etiske overveielser.

3.1 Forskningsdesign

For å besvare forskningsspørsmålene, har vi benyttet oss av observasjon og intervju. Felles for disse datainnsamlingsmetodene er at de skal forsøke «å beskrive og forstå menneskers handlinger og meningsskaping i deres naturlige kontekst», noe som kjennetegner kvalitativ forskning. Kvalitativ forskning handler dermed ikke om lovmessigheter og prediksjon, men om å fortolke virkeligheten slik man observerer den (Postholm & Jacobsen, 2018). Dette er beskrivelser som kan ses i lys av konstruktivismen, som tar utgangspunkt i at det er nærmest umulig å skille mellom det som studeres og den som studerer. Som forsker kan man dermed aldri med sikkerhet garantere at observasjonene og fortolkningene er den absolutte sannhet. Det eneste vi kan uttale oss om er hvordan vi oppfatter det vi studerer (Postholm og Jacobsen, 2018). Det betyr at våre observasjoner og de påfølgende fortolkningene ikke må forstås som en generalisering av alle læreres kommunikasjonsmønstre, men en fortolkning av den spesifikke læreren med utgangspunkt i de erfaringene og forståelsene vi har med oss inn i observasjonene og intervjuet. Dette er med andre ord en casestudie, som kjennetegnes av en avgrenset kontekst hvor forskeren ser på enten ett eller flere individer som opererer innenfor den avgrensede konteksten (Postholm og Jacobsen, 2018). I denne forskningsstudien vil den avgrensede konteksten være et matematikklasserom, der elevene og læreren utgjør individene i konteksten. Målet med denne forskningsstudien er å få en grundig forståelse av en enkelcase. Det betyr at det er den utvalgte konteksten med de tilhørende individene som er sentrum for forskningen, og at funnene ikke nødvendigvis kan overføres eller sammenlignes med andre kontekster (Postholm og Jacobsen, 2018).

3.2 Metode for datainnsamling: Observasjon og intervju

For å besvare det første forskningsspørsmålet: *Hva kjennetegner en lærers kommunikasjon i utforskende helklassesamtaler?* har vi observert en lærers kommunikasjon i helklassesamtale i et utforskende matematikklasserom.

Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) blir observasjon beskrevet som en metode for å forstå situasjoner og settinger. Det handler ikke bare om å se, men å bruke alle sansene som kan gi et helhetlig bilde av en gitt situasjon. Det er likevel viktig å påpeke at vi har hatt med oss forståelser basert på erfaring og virkelighetsoppfatninger inn i observasjonene, noe som fører til stor grad av subjektivitet. Selv om dette kan påvirke studiens troverdighet og pålitelighet, har vi ikke et mål om å oppnå det klassiske idealet om objektivitet (Postholm og Jacobsen, 2018). Likevel vil vi gjennom et intervju forsøke å utdype og utfylle de forståelsene og fortolkningene vi har gjort oss som observatører. Samtidig er det viktig at leseren må ta vår bakgrunn i betraktning. Når det gjelder observatørrollen har vi i liten grad vært deltakende. Samtidig vil vi påpeke at vi kjenner både læreren og elevene fra tidligere praksisperioder. Det var derfor naturlig å snakke med elevene og svare på spørsmål som ikke hadde noe med undervisningen å gjøre. Vi er med andre ord kategorisert som «observatør-som-deltaker» (Postholm og Jacobsen, 2018).

Etter endt observasjon intervjuet vi læreren med mål om å få bedre innsikt i hennes arbeid med egen kommunikasjon. Observasjon og intervju kan nemlig fungere som likeverdige og komplementære datainnsamlingsmetoder (Postholm & Jacobsen, 2018). Intervjuet vi gjennomførte kan kategoriseres som et semistrukturert intervju, der vi pendlet mellom deduksjon og induksjon (Postholm & Jacobsen, 2018). Vi hadde planlagt noen generelle spørsmål som kunne stilles uavhengige av observasjonenes innhold. I tillegg hadde vi notert en rekke temaer som potensielt kunne være relevant å snakke om, dersom det ble naturlig. Hovedmålet vårt var å få dypere innsikt i lærerens synspunkter, tanker og holdninger. Vi var derfor åpne for å stille både oppfølgingsspørsmål, og eventuelt snakke om temaer vi ikke hadde tenkt på tidligere.

3.3 Utvalg

Til tross for at det i senere tid har vært en dreining mot mer utforskende matematikkundervisning i norsk skolekontekst, er det fortsatt mange lærere som skiller mellom vanlig og utforskende matematikkundervisning (Hundeland, 2011). Et resultat av dette er at mange klasserom nedprioriterer utforskende læringsformer. Dette er ikke bare noe litteraturen forteller. Vi har selv denne erfaringen gjennom eget arbeid som lærervikarer og studenter på flere skoler. Det var først i vår siste praksis at vi fikk kjennskap til en skole som hovedsakelig baserer undervisningen på utforskning. I matematikk er de inspirert av «context for learning» som er utviklet og skrevet av blant andre Catherine Fosnot. I tillegg til å benytte seg av kontekstene, legger de også opp undervisningen etter undervisningsmaterialets veiledning. I denne veiledningen står helklassesamtalen sentralt, og lærerne på denne skolen bruker mye tid på denne. Det ble derfor naturlig for oss å samarbeide med denne skolen i vår forskningsstudie.

På den utvalgte skolen har mange lærere videreutdanning i matematikk, som også er noe av grunnen til implementeringen av «Fosnot-materiale». Under en praksisperiode på denne skolen samarbeidet vi særlig tett med én av disse lærerne, som også er den utvalgte læreren for vår forskningsstudie. Denne læreren har mye erfaring med utforskende matematikk, og har de siste syv årene arbeidet nærmest utelukkende på denne måten. Med tanke på hennes bakgrunn og faglige tyngde anser vi det som tilstrekkelig å kun studere én lærer. Målet med denne forskningsstudien er ikke å generalisere funn. Vi ønsker heller å gå i dybden på den spesifikke lærer, hennes kommunikasjon og hennes tanker om utforskende matematikk.

3.4 Beskrivelse av matematikkøkta

I økta vi observerte hadde læreren utviklet en egen kontekst inspirert av «Fosnot-materiale». Temaet for konteksten og timen var multiplikasjon. Konteksten de arbeidet med handlet om en frimerkesamling, nærmere bestemt frimerkesamlingen til lærerens onkel. Frimerkesamlingen inneholdt mange ulike frimerker med ulik verdi. Frimerkene av samme verdi ble illustrert som et rutenett der alle rutene inneholdt det tallet frimerket var verdt. Figur 2 viser et eksempel på rutenett med ti frimerker verdt fem kroner hver. Målet var at elevene skulle finne den totale verdien på frimerkene i rutenettet med samme verdi.

5	5	5	5	5
5	5	5	5	5

Figur 2: Eksempel på frimerkesamling med frimerker verdt fem kroner.

Arket inneholdt totalt fem forskjellige rutenett. Hvilken verdi frimerkene hadde var ingen tilfeldighet. Løsningen på et rutenett kunne benyttes til å finne verdien av et annet rutenett. For eksempel var det et rutenett med åtte ruter der verdien på hvert frimerke var tre kroner ($8 \cdot 3$). På rutenettet under var det fire ruter med frimerker verdt seks kroner ($4 \cdot 6$). Tanken bak denne utformingen var at elevene skulle oppdage en egenskap ved multiplikative strukturer: *halvering/dobling,* som baserer seg på assosiativitet. Det innebærer at den ene faktoren kan halveres og den andre dobles, mens produktet forblir det samme. Målet var at elevene skulle oppdage at åtte gange tre er det samme som fire gange seks. Det bør likevel nevnes at læreren ikke la noen føringer for hvordan oppgavene skulle løses, og at det var elevene som skulle oppdage den matematiske sammenhengen mellom frimerkesamlingene mens de satt og utforsket i læringspar. Læreren uttrykte derfor aldri eksplisitt hva som var læringsmålet for timen.

Det matematiske som ble belyst i økta er spesielt knyttet opp mot regnearten multiplikasjon. Multiplikasjon er det samme som gjentatt addisjon, og det var tydelig at flere av elevene tok i bruk gjentatt addisjon eller gjentatt dobling da de utforsket. Elever på 3. trinn er fremdeles helt i starten av sitt møte med multiplikasjon i skolen, men det er viet stor plass til multiplikasjon som tema i den nye læreplanen og kompetansemålene for 3. trinn. Kompetansemålene sier blant annet at elever på 3. trinn skal «utforske multiplikasjon ved telling», «eksperimentere med multiplikasjon og divisjon i hverdagssituasjoner», og «bruke kommutative, assosiative og distributive egenskaper til å utforske og beskrive strategier i multiplikasjon» (Kunnskapsdepartementet, 2020). Alle disse kompetansemålene ble belyst i løpet av matematikkøkta. Det var særlig den assosiative egenskapen, herunder *halvering/dobling,* og den kommutative egenskapen ved multiplikasjon som ble tatt i bruk og blir nevnt i helklassesamtalen. Som vi senere kommer inn på i resultatdelen kom den kommutative egenskapen inn i samtalen i anledning at elevene selv fikk muligheten til å velge seg ut noen tall de skulle bruke som eksempel da de arbeidet med å generalisere. Dette virker ikke å være noe læreren var bevisst på, og det kommer ikke frem i hvilken grad elevene hadde kjennskap til eller anvendte egenskapen da de løste oppgaven.

I helklassesamtalen ble ikke bare frimerkesamlingene elevene arbeidet med selvstendig diskutert, men også nye frimerkesamlinger. Hensikten med dette var å utfordre elevenes løsningsstrategier for å se om de fungerte i andre tilfeller. Utdragene som presenteres i resultatet inneholder derfor både dialoger om frimerkesamlingen fra det selvstendige arbeidet og nye frimerkesamlinger. Vedlegg 8.5. er arket elevene arbeidet med selvstendig.

3.5 Analysemetode

I denne forskningsstudien har vi benyttet oss av to ulike datainnsamlingsmetoder: observasjon og intervju. Observasjonene er i hovedsak knyttet opp mot vårt første forskningsspørsmål, mens intervjuet opp mot vårt andre forskningsspørsmål. Vi vil starte med å beskrive analysemetoden tilhørende observasjonen, før vi beskriver analysemetoden av intervjuet. Disse vil bli behandlet i to separate underkapitler.

3.5.1 Analysemetode: Observasjon

For å besvare det første forskningsspørsmålet: *Hva kjennetegner lærerens kommunikasjon i utforskende helklassesamtaler?,* har vi valgt å analysere lydopptakene av ca. 30 minutter helklassesamtale med Ellis et al. (2019) sitt rammeverk: Teacher moves for supporting student reasoning. Hensikten med dette rammeverket er som nevnt for å støtte og veilede lærere i deres kommunikasjon. Til tross for at rammeverket ikke eksplisitt benytter seg av begrepet «utforskning», kan flere av kommunikasjonsgrepene i rammeverket ses i sammenheng med kjennetegn ved utforskende matematikk. Begrepene er også nært beslektet, og i læreplanen brukes de ofte i sammenheng (Utdanningsdirektoratet, 2019). Vi mener derfor at disse begrepene kan sidestilles, og dermed at rammeverket er velegnet for å beskrive hva som kjennetegner en lærers kommunikasjon i utforskende helklassesamtaler. På bakgrunn av dette og at oppgaven vår handler om en utforskende helklassesamtale, vil vi i resultat- og diskusjonsdelen benytte oss av «støtte av elevers utforskning», og ikke «støtte av elevers resonnering».

Vi startet analysearbeid med å gjennomgå hele datamaterialet med fokus på å identifisere kommunikasjonsgrep fra den første kategorien, fremkalle elevers matematiske resonnement. Deretter gjorde vi det samme med hver av de tre neste kategoriene: respondere på elevers matematiske resonnement, støtte elevers matematiske resonnement og utvide elevers matematiske resonnement. Ellis et al. (2019) skiller i hver kategori mellom kommunikasjonsgrep med lavt og høyt potensial for støtte av elevers resonnering. I resultatet har vi valgt å trekke frem de kommunikasjonsgrepene fra hver av kategoriene som enten oppstår hyppigst eller som ifølge Ellis et al. (2019) har et høyt potensial for støtte av elevers resonnering.

I det videre analysearbeidet av observasjonene benyttet vi oss av tematisk analyse. Tematisk analyse er en fleksibel analysemetode som anbefales for uerfarne forskere (Braun og Clarke, 2006). Denne analysemetoden bidrar til en mer oversiktlig og forståelig analyseprosess, noe som også styrker studiens troverdighet (Nowell, Norris, White & Moules, 2017). Vi har brukt en deduktiv tilnærming, herunder koder fra Ellis et al. (2019) sitt rammeverk. Tematisk analyse består av seks ulike faser. Selv om de presenteres som lineær prosess, understreker Braun og Clarke (2006) at det ikke er et krav, og at de oftere utgjør en sirkulær prosess. Det betyr at forskeren ofte må gjennom samme fase flere ganger, eller at man beveger seg tidvis frem og tilbake. Den første fasen handler om å bli kjent med datamaterialet. Dette innebærer å transkribere og gjennomgå datamaterialet. Det anbefales å notere ideer knyttet til kodingen fortløpende (Braun og Clarke, 2006). Vårt datamateriale består av lydopptak og feltnotater fra matematikkøkta. Det ble kun gjort lydopptak av helklassesamtalen, noe som tilsvarer omtrent 30 minutter. Dette materialet er transkribert av oss begge. Vi ble enige om å skrive ordrett det som ble sagt, slik at transkripsjonene ble like. Dersom det skulle oppstå uklare eller uforståelige sekvenser fra lydopptaket skulle dette skrives eksplisitt i transkripsjonene. Underveis i transkripsjonene noterte vi ned refleksjoner om kommunikasjonen, og skrev ned ideer fortløpende. På dette tidspunktet var vi usikre på endelig rammeverk, og det ble derfor utfordrende å begynne arbeidet med kodingen.

Den andre fasen er generering av koder. Det betyr å kode interessante funn i datamaterialet systematisk, samt sortere relevant data for hver kode. Den tredje fasen innebærer å lete etter tema eller kategorier. Det vil si sortering av kodene i mulige kategorier, samt finne og samle all data som potensielt passer til hver kategori (Braun & Clarke, 2006). Vår gjennomføring av disse to fasene gikk mye inn i hverandre. Vi kopierte ut transkripsjonene og gjennomgikk materialet hver for oss. På dette tidspunktet hadde vi tre potensielle rammeverk, og kodet derfor med utgangspunkt i kategorier fra flere rammeverk. Underveis i prosessen oppdaget vi at Ellis et al. (2019) rammeverk var mest passende. Først og fremst fordi de to andre rammeverkene kun identifiserte samtalegrep, og fordi Ellis et al. (2019) kan ses i sammenheng med utforskende undervisning. I figuren under er det visst hvordan arbeidet med kodingen foregikk.

1. Lærer: Ja, var det noen som fant det på en annen måte? Gustav?

1. Oppmuntre til flere løsningsstrategier

2. Elev: Jeg tok ti... pluss ti.

3. Lærer: Du sa ti pluss ti.. Hvor mange tiere hadde du?

3.1. Gjenta høyt.
3.2. Fremkalle ideer

4. Elev: Fem.

5. Lærer: Kan dere se at fem tiere er det samme som ti pluss (...) pluss ti?

5. Gi informasjon

6. Elever: Ja.

7. Lærer: Ser du William at dette er det samme?

7. Vurdere elevenes forståelse

8. Elev: Ja.

9. Lærer: Hvordan vet du at det er det samme da?

9. Etterspørre refleksjon

10. Elev: Det er det samme fordi på den andre står det fem ganger ti, og da har vi med en under.

11. Lærer: Det første tallet her betyr fem grupper med ti, er det fem grupper med ti her? En, to, tre, fire, fem (setter ring rundt to og to femmere). Fem, ti, femten, nei, ti, tjue, tretti, førti, femti. Nå har jeg lyst å se på det neste brettet. Fant dere hvor mange det var der da? Hendene på brystet. Ingrid?

11.1.Gi oppsummerende forklaringer.
11.2. Fremkalle svar

12. Elev: Vi tok sammen den og den (peker på tavla)

13. Lærer: Delte du inn i litt andre grupper?

12. Forstå elevenes resonnering

Figur 3: Illustrasjon av koding

Selv om transkripsjonen inneholdt varierende grad av støtte av elevers resonnering, eller utforskning i vårt tilfelle, tok vi med hele transkripsjonen i analysearbeidet. Årsaken til dette er todelt. For det første inkluderer rammeverket til Ellis et al. (2019) kommunikasjonsgrep både med lavt og høyt potensial for støtte av matematisk resonnering. For det andre har det vært interessant å se på de ulike kommunikasjonsmønstrene og hvordan disse påvirker den påfølgende dialogen.

Den fjerde fasen er revurdering av kategoriene, noe som betyr å undersøke om kategoriene passer til kodene. Her kan man eksempelvis generere et større tematisk kart for analysen (Braun & Clarke, 2006). Som nevnt transkriberte vi og så etter koder hver for oss. Det gjorde det mulig å sammenligne funnene våre, og vi kunne dermed forsikre oss om at vi hadde forstått Ellis et al. (2019) sine kategorier likt. Kategoriene i rammeverket er tydelig beskrevet med definisjoner. Likevel er det lite som skiller de enkelte kategoriene, og dermed går noen litt over i hverandre. Et eksempel på dette er «oppmuntre til refleksjon» og «spørre om forklaring». Den førstnevnte innebærer refleksjon over gitt svar eller forklaring, mens den sistnevnte innebærer å forklare tankesett eller resonneringsprosess. På grunn av deres like definisjon oppstod det gjentatte sekvenser der vi hadde kodet ulikt. I disse situasjonene valgte vi derfor å se enda nøyere på hvordan elevene responderte. Svarer eleven med refleksjoner, resonnering, generalisering eller med en mer utforskende tilnærming? Ved å identifisere elevenes svar ble det tydeligere for oss hvilket grep som ble tatt i bruk, og vi kom til enighet i kategoriseringen. Det er likevel viktig å påpeke at kategoriseringen har foregått med utgangspunkt i vår tolkning av både lærerens kommunikasjon og elevenes innspill, og at utfallet kunne vært annerledes dersom kodingen hadde vært gjennomført av andre.

Den femte fasen innebærer å definere og gi navn til kategoriene, før man i den sjette fasen skal skrive rapport (Braun & Clarke, 2006). Som nevnt har vi tatt utgangspunkt i Ellis et al. (2019) sitt rammeverk med tilhørende kategorier. Vi har derfor ikke hatt behov for å definere egne kategorier.

3.5.2 Analysemetode: Intervju

For å analysere intervjuet startet vi med å lese gjennom hele transkripsjonen samtidig som vi markerte relevante funn for vårt andre forskningsspørsmål: *Hvordan begrunner læreren sin positive holdning til utforskende matematikk?* Videre gikk vi tilbake til det vi hadde markert, og kodet basert på hvilke temaer som blir belyst. Vi gjennomførte en *åpen koding* der datamaterialet ble studert, sammenlignet, kodet og kategorisert (Postholm & Jacobsen, 2018). Det er ulike måter å kode på, men vi analyserte ved å sette kode på enten setninger eller avsnitt som handlet om det samme temaet. Underveis i analysearbeidet kom vi frem med foreløpige kategorier og navn, enkelte av disse ble værende til slutt mens andre ble endret. Etter arbeidet med kodingen kom vi til slutt frem til tre ulike temaer eller koder som vi mener begrunner hvorfor læreren har en positiv holdning til utforskende matematikkundervisning. Disse kodene var *dybdelæring, vurdering* og *tilpasset opplæring.* I tillegg til disse tre kodene, har vi også identifisert deler av intervjuet som omhandler lærerens egen kommunikasjon. Dette innholdet vil bli brukt i drøftingen om det første forskningsspørsmålet for å gi leseren en større forståelse for lærerens valg av kommunikasjon. Vi mener dette bidrar til å se studien i et større perspektiv og at det utnytter potensialet observasjon og intervju har for å være komplementære datainnsamlingsmetoder.

3.6 Gyldighet og pålitelighet

I en rekke forskningstradisjoner har begrepene validitet og reliabilitet blitt benyttet for å drøfte forskningens kvalitet. Disse to begrepene har hovedsakelig vært brukt innenfor kvantitativ forskning, og har i senere tid blitt erstattet med andre begreper som er mer passende for kvalitativ forskning (Kvale & Brinkmann, sitert i Postholm & Jacobsen, 2018, s. 222). I Postholm & Jacobsen (2018) brukes begrepene gyldighet og pålitelighet for drøfting av forskningskvalitet i kvalitativ forskning, noe vi også vil gjøre i vår studie.

3.6.1 Gyldighet

Forskningens gyldighet deles inn i to underkategorier: indre- og ytre gyldighet. Den indre gyldigheten dreier seg om konklusjonen som trekkes, og hvorvidt denne er gyldig for konteksten og individene som undersøkes. Denne underkategorien deles i to deler: begrepsmessig gyldighet og årsaksgyldighet. Den førstnevnte handler om hvorvidt datainnsamlingen har undersøkt det som var tiltenkt, mens den sistnevnte omhandler kausalitet (Postholm og Jacobsen, 2018). For å sikre begrepsmessig gyldighet er det viktig at begrepene som benyttes for å analysere konteksten er meningsfulle. Det innebærer at leseren må få muligheten til å «se virkeligheten slik den fremsto for forskeren» (Postholm og Jacobsen, 2018). For å styrke studiens begrepsmessige gyldighet har vi derfor forsøkt å gi leseren rike beskrivelser. Vi har valgt ut de utdragene vi anser som mest beskrivende for lærerens kommunikasjon. Samtidig har valg av rammeverk lagt føringer for hvilke utdrag som har blitt presentert. Utdragene i analysen ble først og fremst valgt på grunn av sin relevans for forskningsspørsmålet, men også på grunn av studiens omfang. Det betyr at flere deler av helklassesamtalen er uteblitt, og dermed ikke gitt leseren det totale bilde av konteksten. Likevel har vi i drøftingen forsøkt å få frem det som kjennetegner lærerens kommunikasjon i sin helhet.

Når det gjelder det andre punktet om kausalitet, er det nærmest umulig å bevise årsak og virkning i kvalitativ forskning (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 235). Det er derimot mer vanlig å snakke om sannsynligheten for et utfall. Overført til vår studie kan vi stille oss spørsmålet om hvilken grad elevers utforskning er et resultat av lærerens valg av kommunikasjonsgrep. Dersom lærerens kommunikasjon ikke er en årsak eller har en sammenheng med elevers muligheter for utforskning, mister studien troverdighet. Det er derfor viktig å resonnere teoretisk, altså med utgangspunkt i tidligere forskning (Postholm og Jacobsen, 2018). Forskning om både utforskende matematikk og kommunikasjon peker på at det er en sterk sammenheng mellom lærerens kommunikasjon og elevers utforskning. Vi kan derfor med sikkerhet konstatere denne sammenhengen, noe som styrker studiens troverdighet. Samtidig har vi kun datamateriale fra én helklassesamtale. Hvordan ville elevenes muligheter for utforskning sett ut dersom lærerens kommunikasjon ikke var så preget av ønske om å nå læringsmålet for timen? Ville lærerens støtte av elevers utforskning vært bedre, og dermed ført til mer utforskning? Eller ville resultatet vært det samme? Vi kan ikke besvare disse spørsmålene med sikkerhet. Men det vi derimot kan si med sikkerhet, er at de sosiomatematiske normene er et resultat av en lærer som tidligere har lagt til rette for utforskning.

Den andre hovedkategorien av gyldighet, ytre gyldighet, dreier seg om overførbarhet (Postholm & Jacobsen, 2018). I vårt tilfelle er dette et spørsmål om hvorvidt det som foregår i vår kontekst kan overføres til en annen kontekst. Som det har blitt nevnt i avsnittet om forskningsdesign, er ikke hovedformålet til en enkelcasestudie å gi et generaliserende funn. Likevel har de aller fleste forskningsprosjekter et mål om å kunne være gyldig utover den spesifikke konteksten, slik at denne kunnskapen kan være nyttig i andre kontekster (Postholm & Jacobsen, 2018). Vi har tross alt valgt dette temaet med tilhørende problemstilling, fordi vi ønsker å lære mer om kommunikasjonsmønstre til vårt eget arbeid som lærere. Likevel vil det være noen variabler og faktorer som aldri vil bli helt lik denne konteksten, og det er med andre ord nærmest umulig å generalisere funnene (Postholm & Jacobsen, 2018). Likevel har vi styrket overførbarheten ved å gi detaljerte beskrivelser, av både kontekst, deltakere og rammefaktorer. Dette kommer også tydelig frem i vår analyse.

3.6.2 Pålitelighet

Pålitelighet handler om replikasjon, altså muligheten for at andre forskere kan reprodusere samme funn på et senere tidspunkt (Postholm & Jacobsen, 2018). Men i kvalitativ forskning er ikke dette nødvendigvis så enkelt å få til, og enda vanskeligere i casestudier hvor konteksten står sentralt. I tillegg bringer vi med oss våre subjektive fortolkninger og utvalgt teori som i stor grad vil påvirke forskningen. Likevel vil en studie være mer sann dersom en replikert studie får tilsvarende funn. Det er derfor viktig at vi som forskere reflekterer over vår påvirkning, samt nøye beskriver forskningsprosessen slik at leseren kan reflektere og vurdere den (Postholm & Jacobsen, 2018).

Når det gjelder påvirkning kan det ha vært en svakhet at vi kjente utvalget fra før. Da vi begynte arbeidet med denne forskningsstudien var vi overbevist om at vi skulle observere et matematikklasserom der det foregikk utforskning. Bakgrunnen for denne overbevisningen var vårt bekjentskap til den utvalgte læreren og hennes tanker om utforskende matematikk. I intervjuet kom hun også med utsagn som ga oss en forventing om at undervisningen vi hadde observert var utelukkende utforskende, og at lærerens kommunikasjon støttet elevenes utforskning. Dette kan ha ført til at observasjonene ble noe farget, og at vi tilla observasjonene mer betydning enn de egentlig hadde. På en annen side kan det ha vært en styrke, da vi hadde kjennskap til lærerens tanker og holdninger knyttet til både kommunikasjon og utforskning, noe som også kunne gi oss en bedre forståelse for de valgene hun gjorde.

Det bør også nevnes at vi har litt kjennskap til elevgruppen fra tidligere. Ulempen med dette er at elevene potensielt kan bli ufokuserte, og mer opptatt av oss enn matematikkundervisningen. På en annen side er disse elevene vant til å ha mange voksne i klasserommet, og det er ikke nødvendigvis noe som påvirket dem. Vi har likevel valgt å gjennomføre observasjonene så diskret som overhodet mulig, og har derfor kun benyttet oss av lydopptak og skriftlige notater. For å sikre påliteligheten ytterligere har vi først gjennomført både feltnotater og analyse hver for oss, før vi gjorde det i fellesskap.

3.7 Etiske prinsipper

Etikk i forskning skal ivaretas både før, under forskningen og i det påfølgende skrivearbeidet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 246). De viktigste etiske betraktningene blir beskrevet i den nasjonale forskningsetiske komiteen for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH, 2016). Før innsamling av datamaterialet er det viktig å utforme et informert samtykke. Det dreier seg om at utvalget skal delta frivillig, og at de frivillige er informert om eventuelle farer og gevinster ved deltakelse (NESH, 2016, Postholm og Jacobsen, 2018). Sammen med «Norsk senter for forskningsdata» har vi utformet et informert samtykke, både til læreren som skal observeres og intervjues, men også elevene som potensielt vil høres på lydopptakene. Se vedlegg 8.3 og 8.4.

En annen viktig retningslinje er utvalgets krav til privatliv, hvor personvernet skal ivaretas. Det betyr at personopplysninger skal behandles konfidensielt (NESH, 2016). For å best ivareta personopplysninger har vi gitt utvalget pseudonymer, samt at vi ikke har navngitt skolen. Vi har derimot beskrevet hvilken by skolen ligger i, fordi dette implisitt også blir sagt når vi beskriver hvilket universitet vi går på. Det har også vært naturlig for oss å beskrive skolens verdier og holdninger til utforskende matematikk, fordi dette har vært avgjørende for valg av skole. Det betyr at de ansatte på denne skolen sannsynligvis vil kunne gjenkjenne egen arbeidsplass.

I denne forskningsstudien har vi hovedsakelig benyttet oss av lydopptak, feltnotater og transkribering. Materialet vil bli lagret på eksterne områder, og slettet etter bruk. Likevel vil disse metodene kunne føre til at personlige opplysninger kan spores tilbake til utvalget mens de eksisterer. På bakgrunn av dette har vi derfor meldt prosjektet inn til NSD, som er ansvarlige for å ivareta de pålagte pliktene og retningslinjene tilknyttet forskning. Se vedlegg 8.2.

4 Resultat

I denne delen av oppgaven vil vi gjøre rede for våre funn. Det første delkapittelet, 4.1, er viet til funnene tilknyttet det første forskningsspørsmålet. Ved hjelp av Ellis et al. (2019) har vi identifisert hvilke kommunikasjonsgrep læreren brukte i helklassesamtalen for å kunne si noe om hva som kjennetegner hennes kommunikasjon. Funnene er først kvantifisert, etterfulgt av en presentasjon av kommunikasjonsgrepene som enten blir hyppigst brukt eller som har høyest potensial for å støtte elevers utforskning. Vi har tatt for oss én kategori om gangen, og begynner med kategorien *fremkalle elevers matematiske resonnement.* I det andre delkapittelet, 4.2, vil vi presentere funnene tilknyttet det andre forskningsspørsmålet. I den forbindelse har vi gjennomført en åpen koding av intervjuet med læreren. Her presenterer vi hvilke fordeler læreren trakk frem ved utforskende matematikkundervisning.

4.1 Ellis et al. (2019): Teacher moves for supporting student reasoning

Før vi presenterer hver kategori hver for seg har vi utformet en tabell som viser hvor mange ganger læreren benyttet seg av grep fra de ulike kategoriene, og hvor mange av de som har høyt eller lavt potensial for støtte av elevers utforskning.

Kategori	**Lavt potensial**	**Høyt potensial**	**Totalt**
Fremkalle elevers matematiske resonnement	35	14	49
Respondere på elevers matematiske resonnement	24	3	27
Støtte elevers matematiske resonnement	7	7	14
Utvide elevers matematiske resonnement	1	9	10

Tabell 6: Kvantifisering av lærerens kommunikasjonsgrep.

Som tabell 6 viser varierte det hvor mange grep fra hver kategori læreren brukte. Læreren brukte betydelig flere fra de to øverste kategoriene. Samtidig er de fleste av grepene av lavt potensial for støtte av elevers utforskning. Dette endret seg imidlertid i de to nederste kategoriene. Under kategorien *støtte elevers matematiske resonnement,* benyttet læreren seg like mange ganger av grep med høyt og lavt potensial, mens under *utvide elevers matematiske resonnement* ble det brukt flest grep med høyt potensial.

4.1.1 Fremkalle elevers matematiske resonnement

Som tabell 7 uttrykker brukte læreren nærmest alle kommunikasjonsgrepene innenfor denne kategorien. Likevel ble grepene *fremkalle svar* og *spørre om forklaring* brukt langt hyppigere enn de andre.

	Grep	Antall
Lavt potensial	Fremkalle svar	18
	Fremkalle fakta eller prosedyrer	2
	Spørre om tydeliggjøring	4
	Forstå elevers resonnering	8
	Vurdere elevers forståelse	3
Høyt potensial	Fremkalle ideer	2
	Fremkalle forståelse	
	Spørre om forklaring	12

Tabell 7: Kvantifisering av lærerens kommunikasjonsgrep i kategorien *fremkalle elever matematiske resonnement*

Av alle grepene innenfor denne kategorien, var det *fremkalle svar* og *spørre om forklaring* som ble benyttet hyppigst. Vi identifiserte at disse to grepene ofte ble brukt i sammenheng. For eksempel kunne læreren *fremkalle svar*, som er av lavt potensial, etterfulgt av å spørre hvordan elevene hadde tenkt, som er av høyt potensial. Dette var gjentakende i hele datamaterialet, og slik vi observerte det var elevens forklaringer av egen utforskning avhengig av denne strukturen. I utdraget under eksemplifiseres dette. Utdraget er hentet fra en dialog mellom lærer og elev om to frimerkesamlinger.

2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2

4	4	4
4	4	4

Figur 4: Illustrasjon av frimerkesamlinger.

27. Lærer: Hvor mange toere var det her da?

28. Elev 5: Tjuefire.

29. Lærer: En, to, tre, fire, fem, seks.. (Peker og teller antall toere på tavla).

30. Elev 5: Til sammen blir det tjuefire.

31. Lærer: Til sammen blir det tjuefire. Hvor mange toere er det da?

32. Elev 5: Tretten.

33. Lærer: Hvordan fant du tjuefire så fort?

I første del av utdraget bemerket vi oss at læreren gjentakende benyttet seg av *fremkalle svar.* Uten at å trekke noen konklusjoner, mistenker vi at den stadige gjentakelsen var et resultat av at eleven ikke svarte direkte på spørsmålet. På samme tid avkreftet ikke læreren innspillet, og hun forsøkte å respondere på en måte som guidet eleven i riktig retning. Et eksempel på dette er på linje 29, hvor læreren forsøkte å få eleven til å utforske tegningen på tavla ved å peke og telle antall toere. Selv om denne responsen ikke var et spørsmål, var det et forsøk på å fremkalle svar på det gitte spørsmålet. Men eleven gjentok svaret sitt. Lærerens påfølgende *fremkalling av svar* var en omformulering, hvor hun spurte hvor mange toere tjuefire består av. Denne omformuleringen så ut til å fungere, og eleven svarte at det er tretten toere. Selv om dette svaret ikke var helt korrekt, avkreftet ikke læreren elevens innspill. Å ikke avkrefte innspill var fremtredende flere steder i datamaterialet, og så ut til å være et bevisst grep fra læreren for å signalisere at alle innspill anerkjennes. I stedet gikk hun tilbake til utgangspunktet, og *spør om forklaring* på hvordan eleven fant ut at den totale mengden er tjuefire. Denne responsen bekreftet implisitt at summen av alle toerne er tjuefire, men den antydet også at hun ønsket en forklaring på utforskningsprosessen slik at eleven skulle se at det var tolv toere. Ved å se at tjuefire er det samme som tolv toere kunne eleven potensielt se sammenhengen mellom faktorene, samt den multiplikative strukturen, som i dette tilfelle var like grupper. Denne oppdagelsen var også viktig for at eleven senere skulle klare å sammenligne og se sammenhengen med et brett med seks firere. I den videre dialogen kommer dette ønsket enda tydeligere frem, der læreren stadig gjentok dette kommunikasjonsgrepet.

34. Elev 5:	Når jeg regnet ut toerbrettet og firerbrettet så regnet jeg ut at toerne var tjuefire, og det var også firerne.
35. Lærer:	Men hvordan så du at det var tjuefire?
36. Elev 5:	Jeg tok to pluss to. Og det vet jeg er fire. Også la jeg sammen alle toerne, som blir til de firerne der (peker på brettet med firere). Og dem firerne er tjuefire.
37. Lærer:	De firerne her. La du sammen firerne? Men hvordan fikk du firerne til å bli tjuefire?
38. Elev 5:	Jeg tok fire pluss fire som er åtte, og fire og fire igjen som også er åtte. Og åtte pluss åtte vet jeg er seksten, også seksten pluss åtte.
39. Lærer:	Du sa fire pluss fire er åtte og fire pluss fire er åtte. Åtte pluss åtte er seksten. Og da hadde du igjen dem to der, så du tok pluss åtte til. Og seksten pluss åtte er tjuefire. Hvor mange toere er det oppi her? Dere sa det var akkurat like mange her som der (peker på begge brettene).
40. Elev 5:	Det er tolv!

På både linje 34 og 36 forsøkte eleven å gi en forklaring på hvordan hun kom frem til tjuefire. Men læreren gjentok stadig grepet *spørre om forklaring* for å få eleven til å utdype nærmere. Mye tyder på at læreren forstod elevens tankesett, men at hun ønsket en grundigere forklaring på utforskningsprosessen slik at både eleven selv og medelevene skulle se og forstå sammenhengen. Samtidig ville en umiddelbar bekreftelse eller avkreftelse signalisert et kommunikasjonsmønster som ikke er ønskelig i utforskende helklassesamtaler. Dette kan ses i sammenheng med etableringen av sosiomatematiske normer. Først på linje 38 ga eleven en detaljert beskrivelse av utforskningsprosessen sin. Eleven startet med å legge sammen to og to toere i multiplikasjonsstykket, slik: $12 \cdot 2 = (2+2) + (2+2) + (2+2) + (2+2) + (2+2) + (2+2)$. Dette sa hun var det samme som antallet firere på brettet under, som kan skrives som $6 \cdot 4$. Disse firerne la hun så sammen igjen, slik: $(4+4) + (4+4) + (4+4)$, og da fikk hun multiplikasjonsstykke $3 \cdot 8$. Dette multiplikasjonsstykke regnet hun ut ved å benytte seg av gjentatt addisjon, slik: $(8+8) + 8 = 24$. Læreren gjentok og forsøkte å *forstå elevens resonnering,* og til slutt sa eleven eksplisitt at det er tolv toere i tjuefire.

Den stadige pendlingen mellom *fremkalle svar* og *spørre om forklaring* er også gjeldende for neste utdrag. Men det er ikke derfor vi har valgt å trekke frem dette utdraget. Det som er interessant med følgende utdrag var at læreren brukte kommunikasjonsgrep med lavt potensial samtidig som eleven viste tegn til utforskning, herunder en ny oppdagelse. Læreren benyttet seg hovedsakelig *fremkalle svar,* og benyttet seg av elevens svar for å lokke frem oppdagelsen. Eleven oppdaget en egenskap ved multiplikative strukturer, nemlig den assosiative egenskapen. Men på veien dit kom det et elevinnspill som også antydet en forståelse for den kommutative egenskapen.

7. Lærer:	(Peker på boksene med fem, og skriver åtte gange fem på tavla).
	Husker dere det tegnet her? Hva betyr det? (Peker på prikken).
8. Elev 1:	Gange.
9. Lærer:	Gange. Og det første tallet forteller oss..?
10. Elev 1:	Åtte.
11. Lærer:	Ja, og hva forteller åtteren da?
12. Elev 1:	At det er fem åttere.
13. Lærer:	Er det fem åttere?
14. Elev 2:	Nei! Det er åtte femmere.
15. Lærer:	Det er åtte femmere! Så det er åtte grupper med fem.
16. Elev 1:	Eller fem åttere!

På linje 16 uttrykte en elev forståelse for at $8 \cdot 5 = 5 \cdot 8$. Men om eleven faktisk visste dette, forblir et spørsmål. Læreren så ut til å være fokusert på å få elevene til å se sammenhengen mellom frimerkesamlingene illustrert i figur 4, altså den assosiative egenskapen. Dette gjorde hun ved å *fremkalle fakta eller prosedyrer,* hun spurte hva det første tallet i gangestykket $8 \cdot 5$ symboliserer. Hensikten med denne fremkallelsen var å bevisstgjøre elevene faktorenes betydning. Ved å gjøre dette ble det enklere for elevene å forstå hva frimerkesamlingene i figur 4 illustrerte: $12 \cdot 2$ og $6 \cdot 4$, eller tolv grupper med to og seks grupper med fire. Etter å ha gjort elevene bevisst på faktorenes rekkefølge, spurte læreren om «(...) det ene brettet kan hjelpe oss med å finne svaret på et annet brett? Er det noen sammenheng her?». Dette grepet, på linje 17, har vi kodet som *fremkalle svar.*

17. Lærer: Også sa Kristine at det var førti. Men er det noen som har sett noen sammenheng mellom de brettene der? (Peker på et brett med tolv bokser med tallet to i hver boks og seks bokser med tallet fire i hver boks). Kan det ene brettet hjelpe oss med å finne svaret på et annet brett? Eller kan vi bruker femmerbrettet til å løse det andre? Er det noen sammenheng her?

18. Elev 3: Hvis du flytter den toeren opp dit så blir det fire (Peker på den ene boksen med to som står under en annen boks med to)

19. Lærer: Så hvis vi tegner sånn … (Setter parentes rundt to og to toere). Da blir det fire. Så vi setter sammen alle de toerne, så blir de firere?

20. Elev 3: Ja, du må gjøre sånn på alle.

21. Lærer: Ja, Så her er en, to, tre … Du sa, du tok to pluss to, i en gruppe, også plusset du på to pluss to … Også ville du flytte på de under? Var det du sa? Skjønner dere hvorfor jeg satt en sånn rundt der nå? (peker på parentesen)

22. Elev 4: Parentes.

23. Lærer: En parentes. I stedet for å sette ring rundt, så satte jeg en parentes der. Ja.. Hva blir det da? Hvor mange er det der? (Lang tenketid hos elevene). Anton sier at den blir den samme som den (peker på brettet med firere og toere). Er det noen som ser at den blir det samme som den? Bare ved å se på tallene, ikke svaret. Blir den det samme som den?

24. Elev 4: Ja.

25. Lærer: Hvordan ser du det?

26. Elev 4: Fordi to og to er fire, også legger du sammen alle de til fire, og da blir det like mange som de under.

Til tross for at læreren benyttet seg av et grep med lavt potensial for støtte av elevers utforskning, begynte en elev å utforske muligheten for å flytte på toerne. Eleven forklarte videre på linje 19 at læreren måtte gjøre det med alle toerne. Læreren *fremkaller svar* nok en gang på linje 21, og spurte elevene om hva hun har tegnet. I den videre forklaringen sin viste hun hvordan parentesen skulle stå rundt to og to toere, med et mål om at elevene skulle se at det er det samme som fire. Læreren var opptatt av å kommunisere at det er mulig å se sammenhengen, kun ved å se på tallene. Dette er første steg mot generalisering. Men det er ikke mulig å generalisere *halvering/dobling*-strategien så lenge man er avhengig av å regne ut de to multiplikasjonsstykkene som skal sammenlignes. Derfor omtales det de var i ferd med å gjøre her heller som et generisk eksempel, eller bevis. Da går man i dybden på hva som skjer i et konkret talleksempel. På linje 23 benyttet hun seg igjen av *fremkalle svar:* «Blir den det samme som den?». Likevel, akkurat som vi har identifisert tidligere, spurte hun påfølgende om *forklaring.* I forklaringen på linje 26 forklarte eleven det læreren var ute etter: den assosiative egenskapen.

4.1.2 Respondere på elevers resonnement

Som tabell 8 viser var det et grep under kategorien *respondere på elevers resonnement* som ble brukt betydelig hyppigere enn de andre. *Gjenta høyt* ble brukt hele 22 ganger mens de andre ble brukt én eller to ganger. Det er kun *rette på elevenes feil* som ikke ble brukt i det hele tatt. Vi la merke til at læreren gjentok nærmest alle innspill, enten for å bekrefte elevenes innspill eller for å sørge for at alle fikk det med seg.

	Grep	**Antall**
Lavt potensial	Rette på elevers feil	
	Gjenta høyt	22
	Be elever gjenta	1
	Validere riktig svar	1
Høyt potensial	Oppmuntre elever til å rette opp egen feil	2
	Re-representere	1

Tabell 8: Kvantifisering av lærerens kommunikasjonsgrep i kategorien *respondere på elevers matematiske resonnement*

Til tross for at *oppmuntre elever til å rette opp egen feil* ikke ble benyttet mer enn to ganger, er dette et grep vi ønsker å trekke frem. Som nevnt kjennetegnes utforskende klasserom av et læringsmiljø som anerkjenner alle innspill (Abril et al., 2013). Det innebærer at læreren verken avkrefter eller bekrefter elevenes innspill, men heller utviser en nysgjerrighet på hvordan de har tenkt. Dette er også gjeldende i utdraget under, hvor lærerens respons både gjorde innspillet tilgjengelig for alle og la til rette for ny forståelse.

41. Lærer: Det er tolv toere. Og det er det samme som hvor mange firere?

42. Elev 6: Åtte.

43. Lærer: Er det åtte?

44. Elev 6: Seks mener jeg.

45. Lærer: Seks firere. Kan vi se at det er det samme? Tolv toere er like mye som seks firere. Det fant vi ut istad, og det er tjuefire. Kan vi se at det er det samme bare ved å se på tallene?

I et av de to tilfellene læreren *oppmuntrer elever til å rette opp egen feil* spurte læreren implisitt om eleven var sikker på svaret sitt: «Er det åtte?». Vi var noe usikre på om vi hadde kodet dette riktig, fordi spørsmålet kan også tolkes som en avkreftelse. Men vi opplevde både tonefallet og lærerens tilnærming som et forsøk på å hjelpe eleven til å rette opp egen feil. Med dette mener vi at det lå til grunn en overbevisning hos læreren om at eleven egentlig visste svaret. Det bør likevel påpekes at dette bare er en antakelse basert på våre observasjoner i klasserommet. Analyserer vi spørsmålet nærmere, sa læreren implisitt at svaret er noe annet åtte. Vi har derfor valgt å trekke frem et eksempel hvor *oppmuntre til å rette opp egen feil* kom enda tydeligere frem. I utdraget ble det diskutert hvordan en frimerkesamling med fem frimerker, alle verdt ti kroner, kunne skrives som et regnestykke. Målet til læreren var at eleven skulle forstå hvilket tall som skal stå først. Læreren spurte, etter at eleven hadde svart, om hun hadde lyst til å ombestemme seg. Og det er akkurat dette spørsmålet som overbeviste oss om koden *oppmuntring til å rette opp egen feil.*

85. Lærer: Hva ble regnestykket ditt da, Helle?

86. Elev 7: Ti ganger fem.

87. Lærer: Ti grupper med fem? Men er det ti grupper med fem? Husker dere hva vi ble enige om? Hva var det som skulle stå først? Nora, hva var det som skulle stå først?

88. Elev 8: Hvor mange grupper.

89. Lærer: Hvor mange grupper. Hvor mange grupper med ti har jeg her nå, Helle? Har du lyst til å ombestemme deg? (Læreren smiler vennlig til eleven).

90. Elev 7: Det er fem grupper med ti.

Selv om den kommutative egenskapen er gjeldende for multiplikasjon, ønsket læreren at eleven skulle forstå at den første faktoren symboliserer antall grupper. Læreren responderte derfor på elevens innspill ved å henvise til hva klassen hadde blitt enige om tidligere, før hun spurte en annen elev om hva som skal stå først. Ved første øyekast kan denne responsen tolkes som en avkreftelse. Men læreren sa aldri at svaret er feil. Læreren ønsket kun å minne elevene på tallenes rekkefølge. På den måten fikk eleven muligheten til å rette opp egen feil, uten at noen direkte hadde avkreftet innspillet eller sagt svaret for henne. Anerkjennelse av alle svar er ifølge PRIMAS et sentralt kjennetegn ved utforskende klasserom.

4.1.3 Støtte elevers matematiske resonnement

Som tabell 9 viser var det flere kommunikasjonsgrep i denne kategorien vi enten ikke hadde identifisert i vårt datamateriale, eller kun ved én anledning. De kommunikasjonsgrepene som var hyppigst brukt var *oppmuntre til flere løsningsstrategier, stille ledende spørsmål* og *gi oppsummerende forklaringer.* Den førstnevnte har et høyt potensial for å støtte elevers utforskning, mens de to sistnevnte har et lavere potensial.

	Funksjon	Grep	Antall
Lavt potensial	**Guidende grep**	Fokusere på et aspekt	1
		Stille ledende spørsmål	3
		Topaze-effekt	
	Tilbydende grep	Gi prosedyreforklaringer	
		Gi oppsummerende forklaringer	2
		Gi informasjon	1
Høyt potensial	**Guidende grep**	Tilby veiledning	
		Bygge på elevers bidrag	1
		Oppmuntre til flere løsningsstrategier	5
	Tilbydende grep	Tilby konseptuell forklaring	
		Tilby alternative løsningsstrategier	1

Tabell 9: Kvantifisering av lærerens kommunikasjonsgrep i kategorien *støtte elevers matematiske resonnement.*

Å *oppmuntre til flere løsningsstrategier* vil si at læreren stiller spørsmål som åpner opp for at andre elever kan dele sine løsninger. Det er et *guidende grep,* noe som vil si at det tas i bruk for å tilby elevene støtte underveis utforskningen for å hjelpe dem videre. Dette kan være for å få frem flere ulike løsninger og tenkemåter, eller for å vise elevene at det ikke er noe galt i å tenke eller løse noe på en annen måte enn andre. Et læringsmiljø der det blir lagt til rette for at det finnes flere løsningsstrategier er et sentralt kjennetegn ved et utforskende klasserom (Abril et al., 2019). Utdraget under viser et eksempel på dette.

117. Lærer: Hvordan løste du det Ida?

118. Elev 10: Jeg la sammen ti og ti, og plusset sammen resten.

119. Lærer: Hun tok først ti pluss ti, som er tjue. Så tok hun to pluss to som er fire, også har hun tatt og lagt sammen tjue og fire som er tjuefire. Var det flere som hadde gjort sånn? Jeg så det var flere som hadde gjort det, men det var noen som hadde skrevet det på en andre måter (Elev rekker opp hånda). Ja Nora, hva har dere skrevet?

120. Elev 11: Vi hadde ringene andre veien.

På linje 117 startet læreren med å spørre en elev om hvordan hun hadde løst oppgaven. Videre på linje 119 gjentok læreren elevens løsningsstrategi, men formulerte seg på en annen måte. Deretter spurte hun om noen andre har løst det på samme måte, for så å utdype at hun hadde observert at flere hadde gjort det likt, men skrevet det på en annen måte. Årsaken til at hun sa at hun har observert at andre har skrevet det på en annen måte kan være at hun ønsker å bekrefte overfor elevene at det ikke kun er én løsningsstrategi som er riktig. Læreren guidet elevene, mulig fordi hun merket at hun ikke fikk noe respons eller fordi hun ønsket å vise at finnes flere riktige svar. På linje 120 uttrykte eleven at de løste det på nesten samme måte, men at de hadde tegnet det opp litt annerledes.

Å *stille ledende spørsmål* er et kommunikasjonsgrep som er ment å hjelpe elevene i riktig retning, og er i likhet med grepet *oppmuntre til flere løsningsstrategier* et *guidende grep.*

Men som ifølge Ellis et al. (2019) har et lavere potensial for å støtte elevenes utforskning. I utdraget under arbeider de videre med frimerkesamlingen illustrert i figur 4, og her finner vi to av totalt tre eksempler på dette grepet.

41. Lærer: Det er tolv toere. Og det er det samme som hvor mange firere?

42. Elev 6: Åtte.

43. Lærer: Er det åtte?

44. Elev 6: Seks mener jeg.

45. Lærer: Seks firere. Kan vi se at det er det samme? Tolv toere er like mye som seks firere. Det fant vi ut istad, og det er tjuefire. Kan vi se at det er det samme bare ved å se på tallene?

På linje 41 stilte læreren et spørsmål som både kan kategoriseres som *fremkalle svar* og *stille ledende spørsmål.* Det som kjennetegner grep med lavt potensial innenfor denne kategorien, er at de ofte bryter ned spørsmålet eller at spørsmålene som stilles er svært lukket (Ellis et al., 2019). Det er også tilfellet for lærerens spørsmål på linje 41, og vi mener derfor at det kan fungere som et ledende spørsmål. Det samme er gjeldende på linje 45. Her hintet hun om at det er en sammenheng mellom de to multiplikasjonsstykkene, og begrenset elevens mulighet for utforskning ved å legge tydelige føringer.

Å *gi oppsummerende forklaringer* vil si at læreren enten oppsummerer endelige tanker om en oppgave eller et problem, eller tilbyr en oppsummering av informasjonen i oppgaven. Dette er, til forskjell fra de to andre eksemplene, et *tilbydende grep* som vil si at læreren gir elevene nye ideer, presenterer fakta eller bidrar med konseptuelle forklaringer. Kommunikasjonsgrepet har ifølge Ellis et al. (2019) et lavt potensial for å støtte elevenes utforskning. En hensikt med å gi oppsummerende forklaringer kan være å sørge for at alle elevene har fått med seg eller forstått det som har blitt presentert. Ved å gi en oppsummering får også læreren muligheten til å trekke frem det hun anser som mest essensielt, både av det matematiske og praktiske. Utdraget under viser et eksempel på dette.

156. Lærer: Siste spørsmålet i dag, kan dere se på tallene at det her er det samme?

157. Elev 13: Ja, for tallene er det samme.

158. Lærer: Men åtte firere er jo ikke det sammen som fire åttere. De ser jo helt forskjellig ut. Akkurat sånn som i stad så er antallet grupper halvparten så mange, men gruppene har blitt dobbelt så store.

På linje 156 signaliserte læreren at det timen nærmet seg ferdig og at de skulle i gang med å oppsummere. Hun lurte på om elevene så sammenhengen mellom tallene. Videre på linje 158 ga hun en oppsummerende forklaring ved å gjenta det som har vært læringsmålet for økta, og delte endelige tanker. Her gjorde læreren et forsøk på å dekontekstualisere den matematiske kunnskapen klassen sammen har utforsket seg frem til i løpet av økta (Nilssen

& Høynes, 2020). Denne setningen var timens siste ord, og det er derfor vanskelig å si noe om hvilken grad elevene faktisk fikk dekontekstualisert kunnskapen sin.

4.1.4 Utvide elevers matematiske resonnement

Som tabell 10 viser forekom kommunikasjonsgrepet *oppmuntre til refleksjon* langt hyppigere enn de andre innenfor denne kategorien. Videre ble grepet *etterspørre generalisering* tatt i bruk ved et par anledninger. I likhet med den foregående kategorien er det flere kommunikasjonsgrep i denne kategorien vi enten ikke har identifisert i vårt datamateriale, eller kun ved én anledning.

	Grep	**Antall**
Lavt potensial	Etterspørre presisjon	
	Oppmuntre til evaluering	1
	Bryte ned begrunnelse	
Høyt potensial	Oppmuntre til resonnering	1
	Oppmuntre til refleksjon	5
	Etterspørre argumentasjon	1
	Etterspørre generalisering	2

Tabell 10: Kvantifisering av lærerens kommunikasjonsgrep i kategorien *utvide elevers matematiske resonnement.*

Å *oppmuntre til refleksjon* skjer når læreren stiller et spørsmål som er ment å få elevene til å reflektere over svar eller forklaringer. Dette kommunikasjonsgrepet har ifølge Ellis et al. (2019) høyt potensial, og egner seg for å få elevene til å utforske. I PRIMAS sin modell (figur 1, hentet fra Abril et al., 2013) kommer det frem at læreren skal støtte elevene og guide de til å se matematiske sammenhenger, noe som kan ses i sammenheng med kommunikasjonsgrepet *oppmuntre til refleksjon.* Ved å få elevene til å reflektere over eget svar og løsningsstrategi vil elevene kunne oppnå en bedre matematisk forståelse, da de får mulighet til å reflektere seg frem til å oppdage matematiske sammenhenger. Utdraget under viser et eksempel på dette.

105. Lærer: Hvordan vet du at det er det samme da?

106. Elev 9: Det er det samme fordi på den andre står det fem ganger ti, og da har vi med en under.

På linje 105 stilte læreren et spørsmål som gjorde at eleven måtte begrunne, og i den sammenhengen også reflektere over egen løsningsstrategi. Eleven måtte utdype hvordan de utforsket da de arbeidet selvstendig med oppgaven. I utdraget under, på linje 146, stilte læreren eleven et spørsmål som også åpnet opp for at eleven måtte reflektere over eget svar. Eleven svarte kort og bekreftende, men var likevel nødt til å tenke en ekstra gang over det de akkurat har diskutert.

146. Lærer: Er åtte femmere akkurat like mye som fire tiere? Stemmer det?

147. Elev 12: (Tenketid) Ja.

Å *etterspørre generalisering* er et kommunikasjonsgrep som ifølge Ellis et al. (2019) har høyt potensial for å støtte elevenes utforskning, og skjer når læreren kommuniserer på en måte som oppmuntrer elevene til å generalisere deres utforskning. Dette kan være ved å formulere en regel, beskrive en generell prosess, eller lage og se sammenhenger. Til tross for at det ikke oppstår mer enn to ganger i vårt datamateriale er dette et kommunikasjonsgrep vi ønsker å trekke frem. Både fordi det har høyt potensial for å få elevene til å utforske, og fordi generalisering er et av kjerneelementene i den nye læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2020). Utdraget under er et eksempel på at læreren prøvde å få elevene til å gjøre en generalisering og formulere en regel. Denne regelen kan knyttes til den generelle egenskapen ved multiplikasjon kalt *halvering/dobling,* som baserer seg på assosiativitet, som innebærer at den ene faktoren kan halveres og den andre dobles, mens produktet vil forbli det samme.

150. Lærer: Kan vi være sikre på at det alltid blir sånn? Halvparten så stor brett, men dobbelt så store tall, så blir det akkurat det samme? Kan vi prøve et eksempel til for å se om det stemmer? Vi kan ikke være sikre på at det stemmer hver gang likevel for matematikere må prøve ordentlig. Vi lager et nytt brett og vi har åtte stykker, hvilke tall skal vi ta nå da? Ikke ta så vanskelige tall da.

151. Elev 13: Fire.

152. Lærer: Fire, så lager jeg et brett som er halvparten så stort, og der skal det være?

153. Elev 13: Åtte.

154. Lærer: Nå har jeg laget et halvparten så stort brett så da må tallene være dobbelt så store. Her har jeg åtte firere, og her har jeg fire åttere, er det det samme? Er det like mye?

155. Elev 13: Ja.

På linje 150 prøvde læreren å få elevene til å si noe om vi kan være sikre på at det alltid er slik, om det kan generaliseres. For å kunne si at noe alltid er gjeldende foreslo hun at de skulle prøve med et eksempel til, men understrekte at det ikke er tilstrekkelig at noe stemmer ved to anledninger for å kunne generaliseres. Videre fikk elevene komme med forslag til hvilke tall de skulle prøve ut, og fikk være med å finne ut hvordan det skulle skrives og tegnes opp. På linje 154 spurte læreren om det er like mye. Om åtte firere er det samme som fire åttere kan også knyttes til den *kommutative* egenskapen ved multiplikasjon, som innebærer at resultatet blir det samme uansett rekkefølgen på tallene som blir multiplisert. Det var nok ikke bevisst fra lærerens side at denne egenskapen ved multiplikasjon skulle komme til syne her, men da elevene fikk være med å bestemme tall ble det slik. Det kom ikke frem i samtalen hvordan elevene hadde tenkt da de bekreftet at svaret stemmer på linje 155. Om de løste det ved å halvere den ene faktoren og doble den andre, eller ved å skifte rekkefølgen på faktorene som ble multiplisert.

4.2 Intervju

I intervjuet ble det sagt mye som er relevant for å besvare begge forskningsspørsmålene. Men som vi har nevnt tidligere vil det som omhandler kommunikasjon først komme til uttrykk i drøftingen. I denne delen vil vi derfor trekke frem det som besvarer vårt andre forskningsspørsmål: *hvordan begrunner læreren sin positive holdning til utforskende* *matematikk?* De tre viktigste begrunnelsene er basert på kodene: *dybdelæring, vurdering* og *tilpasset opplæring.*

4.2.1 Dybdelæring

Innledningsvis i denne forskningsstudien henviser vi til forskning som kritiserer tradisjonell undervisning for manglende dybdelæring (Hofseth, 1950, sitert i Botten, 2016). En alternativ tilnærming til undervisning er utforskende matematikk som ser ut til å legge til rette for både dybdelæring og evnen til å se de større sammenhengene i matematikk (Val Galen et al., 2008, Nosrati & Wæge, 2015). Dette er også en av begrunnelsene læreren i vår forskningsstudie trakk frem for å drive utforskende matematikk. Den første klassen hun arbeidet utforskende med, som fra sine tre første år var vant til tradisjonell undervisning, hadde svært liten dybdeforståelse. Hun forklarte at disse elevene ikke klarte å forklare *hvorfor,* og at de manglet fleksibilitet. Den andre klassen derimot, som hadde arbeidet utforskende siden første matematikktime, hadde en helt annen måte å tenke og arbeide på:

Lærer: Mange av dem hadde jo mer automatisert tallfakta. Men de mangla forståelsen bak. Jeg ser det tok lenger til å få dem til å arbeide mer strukturert enn den gjengen her gjør. De er mer vant til å være tålmodig. Det tar lang tid og det er hardt arbeid å komme frem til svaret. Det krever tenkning og fleksibilitet når man skal løse oppgaver. Mens de andre var mye mer ensidig. Det var bare én måte å løse oppgaven på. De så bare en løsning. En annen ting jeg så var at en jente fra forrige klassen hadde veldig mange hull. Og jeg brukte lang tid på å tette, fordi de mangla noe grunnleggende i subtraksjon. De hadde ingen strategier og de hadde så dårlig tallforståelse. Det å bygge opp tallforståelsen hos dem tok så lang tid fordi jeg begynte med dem i tredje klasse (...).

Som utdraget viser, uttrykte læreren at elevene som hadde arbeidet utelukkende utforskende hadde flere strategier, var mer fleksibel og var mer utholdende. Elevene som begynte med utforskende matematikk på 3. trinn hadde mer rigide strategier, som igjen påvirket deres tallforståelse. Videre fortalte læreren at elevene som hadde arbeidet utelukkende utforskende i mye større grad klarte å se de større sammenhengene, som er helt sentralt i dybdelæring. Hun underbygget denne påstanden ved å forklare at elever som arbeider med lærebøker ikke får muligheten til å se de store sammenhengene. De lærer seg lærebøkenes strategier, som også behandler de ulike matematiske temaene isolert:

Lærer: Multi har jo en tegning av tallinja, også viser den hvordan de skal hoppe på tallinja. Men det stemmer ikke med barnas hode. Skal de da sitte en halvtime å finne ut av hva boka vil? Da er det bedre at de i mattekonferanse ser hva hverandre har tenkt. Det blir helt motsatt ja. Du tror at når ungene har løst oppgaven riktig, da har hun eller han skjønt det. Men det er jo ingenting som egentlig viser at de har skjønt det. De har bare gjort som boka. Med utforskende matematikk vet vi faktisk at barna har skjønt det eller ikke. Jeg har mye mer kontroll da. Også vet jeg at gjennom utforskende matematikk så lærer elevene flere kompetansemål på en gang, fordi matematikk består av sammenhenger.

4.2.2 Vurdering

Det har blitt nevnt at mange lærere faller tilbake på tradisjonelle måter å undervise på, og de forklarer at de verken har tid eller ressurser til å drive utforskende undervisning (Cohen & Ball, 1990, Fuglestad & Carlsen, 2010). Selv om læreren i vår studie ikke aktivt avkreftet denne påstanden, forklarte hun at utforskende matematikk kan være tidsbesparende på andre områder. Et eksempel er vurdering av elevene. Ved å arbeide utforskende får hun i større grad sett hva elevene kan, og trenger dermed i mindre grad å bruke tid på å spesifikt gå inn å vurdere elevenes matematiske forståelse:

Lærer: Jeg vet jo så godt hvor alle ungene er. Jeg trenger ikke vurdere dem. Jeg trenger ikke å lage prøver eller tester for å vite hvor dem er hen. Jeg vet akkurat hvor de er, og hva de kan. Jeg vet hva slags strategier de behersker og hva dem ikke behersker. Jeg skjønner hva slags tallforståelse dem har, hvor fleksibel dem er. Alt det får du innblikk i når du arbeider utforskende.

Ved at elevene får anledning til å utforske mente læreren at hun vet om eleven har skjønt det eller ikke, og at hun har mye mer kontroll på hva elevene kan enn ved bruk av mer tradisjonelle vurderingsmetoder:

Lærer: Med utforskende vet vi faktisk at barna skjønt det eller ikke. Jeg har mye mer kontroll da. Også vet jeg at gjennom utforskende matematikk så lærer elevene flere kompetansemål på en gang, fordi matematikk består av sammenhenger.

At elevene når flere kompetansemål på en gang, og i større grad jobber med matematiske sammenhenger, kan gjøre det vanskelig å gå inn og vurdere spesifikke matematiske kunnskaper. Det krever en form for vurdering som vurdere elevene mer bredt. Det at elevene når flere kompetansemål på en gang ser ut til å gjøre læreren tryggere på at det ikke er et behov for å sette av tid i undervisningen til vurdering. Læreren vurderer elevene mer kontinuerlig og gjennomgående i all matematisk aktivitet som skjer i klasserommet.

4.2.3 Tilpasset opplæring

Sammen med dybdelæring og vurdering, trakk læreren frem tilpasset opplæring som en begrunnelse for sin positive holdning til utforskende matematikk. Kontekstene er utarbeidet på en måte som gir elevene anledning til å arbeide med utgangspunkt i sitt matematiske kunnskapsnivå. Når elevene arbeider utforskende i matematikkundervisningen bruker læreren å organisere det slik at de arbeider i læringspar. Denne organiseringen sammenfaller godt med PRIMAS sin modell (figur 1, hentet fra Abril et al., 2013) og dens kjennetegn på utforskende undervisning. Der står det beskrevet at elever i et utforskende undervisning skal ha evnen til å samarbeide. Ved å sette elevene sammen i læringspar som kan hjelpe og støtte hverandre, er det ikke like avgjørende at hun rekke innom alle mens de sitter og utforsker. Hun kan heller tilpasse og bruke mest tid på de hun vet trenger ekstra støtte:

Lærer: Det er mye lettere, fordi de får det til på sitt nivå. Noen hoppeteller med syvere, mens andre teller en og en på fingrene. Men de kommer til mål. Også er det å strekke dem videre, som du gjerne må bruke litt ekstra tid på. Du må kanskje ta ut de litt ekstra likevel, men jeg bruker alltid å være innom dem tidlig og jevne mellomrom. Også bestemmer jeg meg for å være ekstra innom et læringspar den dagen, og kanskje et annet læringspar dagen etterpå. Jeg rekker aldri innom alle sammen. Du må prioritere, særlig de svakeste for å utvikle strategier og få dem videre.

Da hun ikke rekker innom alle læringsparene mens de sitter og utforsker passer hun alltid på å legge frem konkreter til de som vil bruke det:

Lærer: Vi har åpen tallinje, tellesnorer fra dobbeltdekkerbussen og centicubes.

Avslutningsvis i intervjuet trakk læreren frem at alle elevene er forskjellige, men at hun føler seg tryggere på at elevene får en bedre forståelse ved å arbeide utforskende sammenlignet med mer tradisjonelle matematikkoppgaver:

Lærer: Men så har jo elevene forskjellig forutsetninger, og alle vil jo ikke forstå alt. Men det er større sannsynlighet for at de forstår det med utforskende matematikk fordi da bruker de sine egne strategier og ikke andres.

I arbeidet med utforskende kontekster kan elevene ta i bruk de strategiene de selv mestrer, og løse det med utgangspunkt i sitt nåværende matematiske kunnskapsnivå. Dette samsvarer med PRIMAS sin modell (figur 1), som viser at oppgaver i en utforskende undervisning skal være åpne og ha flere mulige løsninger (Abril et al., 2013). Da kontekstene elevene jobber med er virkelighetsnære er det også lettere for elevene å forstå, og klare å relatere til, oppgavene.

5 Drøfting

Som nevnt innledningsvis er målet med denne studien todelt: 1) å se på hva som kjennetegner en lærers kommunikasjon i utforskende helklassesamtaler, og 2) belyse en lærers begrunnelser på hvorfor utforskende matematikk er den mest riktige måten å undervise på. Vi vil derfor i dette kapittelet drøfte dette målet med utgangspunkt i de to underordnede forskningsspørsmålene 1) *hva kjennetegner en lærers kommunikasjon i utforskende helklassesamtaler?*, og 2) *hvordan begrunner læreren sin positive holdning til utforskende matematikk?* Kapittelet er strukturert etter de to forskningsspørsmålene. Vi vil starte med å drøfte funnene tilknyttet første forskningsspørsmål og knytte det opp mot relevant teori og tidligere forskning. I andre del av drøftingskapittelet vil vi løfte frem og drøfte lærerens positive holdning til utforskende matematikk, og se nærmere på hvorfor hun mener en utforskende tilnærming til matematikkundervisning er den mest egnede i begynneropplæringen.

5.1 Lærerens kommunikasjon i helklassesamtalene

I denne studien har vi analysert hva som kjennetegner en lærers kommunikasjon i utforskende helklassesamtaler. I samsvar med Ellis et al. (2019) sitt rammeverk, identifiserte vi at kommunikasjonsgrep med høyt potensial er mest effektivt for støtte av elevers utforskning. Samtidig har vi identifisert at bruk av grep med lavt potensial også spiller en viktig rolle for fremgangen i utforskningen. Rammeverket påpeker ikke noe annet, for bruk av grep med lavt potensial er nødvendig i noen tilfeller (Ellis et al., 2019). Men læreren i denne studien bruker betydelig flere grep med lavt potensial. Ifølge Ellis et al. (2019) kan dette føre til ineffektiv støtte av elevers utforskning. Det samme gjelder dersom fordelingen mellom kategoriene, og grepene under hver kategori er ujevn. I de tilfellene hvor læreren kun benytter seg av grep med lavt potensial, kan vi bekrefte at støtten er ineffektiv. I disse tilfellene minner kommunikasjonen mer om det tradisjonelle IRE-mønsteret. Men når det gjelder fordelingen mellom kategoriene, identifiserte vi at det foregikk utforskning til tross for at læreren kun benyttet seg av et lite utvalg av grep med høyt potensial.

5.1.1 Hvordan kommunisere for å legge til rette for begynnerelevers utforskning i helklassesamtaler?

Resultatene fra vår studie viser at lærerens bruk av grep med høyt potensial var mest effektivt for støtte av elevers utforskning. Særlig bruk av *spørre om forklaring*, så ut til å være virkningsfullt for å få elevene til å utforske eller forklare utforskningsprosessen sin. Men om det var mer virkningsfullt enn andre grep med høyt potensial er vanskelig å si. *Spørre om forklaring* ble brukt betydelig mest av alle grepene med høyt potensial, noe som gjør det utfordrende å sammenligne. På samme tid påpeker flere studier viktigheten av å oppmuntre til elevforklaringer (Askew, Brown, Rhodes, William & Johnston, 1997). Når elevene må forklare vil det skape en naturlig diskusjon (Fuglestad, 2010). Men til tross for at vi identifiserte forklaringer i vårt datamateriale, var det begrenset hvor mye diskusjon som oppstod. I stedet var deler av helklassesamtalen preget av dialog mellom lærer og én eller få elever. Lite bruk av grep med høyt potensial kan ha vært en årsak til denne trenden. Ifølge Nilssen & Høynes (2020) er dialogiske grep som involverer alle av stor betydning for å skape produktive matematiske samtaler. Produktive matematiske samtaler handler ikke kun om å legge til rette for forklaringer. Læreren må også hjelpe elevene til å se sammenhenger, både mellom ulike strategier og matematiske ideer (Wæge, 2015). Men læreren i vår studie var mer opptatt av en annen sammenheng, sammenhengen mellom de ulike frimerkesamlingene. Dette førte til bruk av grep som fokuserte på de viktigste matematiske aspektene knyttet til denne sammenhengen.

Læreren gjentok nesten alt elevene sa høyt, ofte for å tydeliggjøre de viktigste poengene og rette oppmerksomheten mot det hun ønsket å fokusere på. Til tross for at dette er et grep med lavt potensial hadde det en viktig funksjon for fremgangen i utforskningen. Det er viktig å påpeke at grepet kun hadde denne funksjonen de gangene det ble brukt i etterkant av et grep med høyt potensial, slik som *spørre om forklaring.* Behovet for å gjenta høyt kan ha en sammenheng med at elevenes møte med multiplikasjon var relativt nytt. Lite kjennskap til temaet kan ha skapt usikkerhet blant elevene, og dermed ført til få deltakende i samtalen. Ved å gjenta enkeltelevers innspill vil læreren kunne gjøre innspillet mer tilgjengelig for medelevene (Wæge, 2015), og det kan tenkes at disse elevforklaringene er mer forståelige enn lærerens egne. Videre gir grepet tid til å tenke, slik at det blir enklere for elevene å følge med på det matematiske innholdet (Wæge, 2015). En annen mulig årsak til bruk av grepet kan ha en sammenheng med lærerens tydelige læringsmål for økta. Dette ble gjenspeilet i hvilke innspill hun valgte å gjenta. Hun gjentok samtlige innspill som var viktige for at elevene skulle se sammenhengen mellom frimerkesamlingene, herunder forstå den assosiative egenskapen ved multiplikasjon. Dette i tråd med Gulaker (2018) sin beskrivelsene av lærerens rolle i «math congress». Men bruken av *gjenta høyt* har også flere likheter med Drageset (2013) sin kategori «fokuserende funksjon», som består av grep som belyse detalj, grunngi, anvende, be elever om å vurdere, oppsummere og poengtere. I likhet med Drageset (2013) sine beskrivelser av grepets funksjon, stopper læreren opp fremdriften til fordel for å se nærmere på et svar eller en metode. Samtidig, som nevnt, var multiplikasjon nytt for elevene. Helklassesamtalen inneholdt derfor gjennomgang av flere sentrale begreper. Dette er viktig for å lukke gapet mellom elevenes hverdagslige- og matematiske begreper, og begynnerelever trenger både tid og støtte i sin begrepsutvikling (Johnsen Høines, 2011).

Desto viktigere er det for disse elevene som arbeider utelukkende med virkelighetsnære kontekster. Begrepene de benytter seg av er ofte tilknyttet den spesifikke konteksten, og dermed er ikke all kunnskapen deres dekontekstualisert. Likevel viser en lignende studie i begynneropplæring at et nytt matematisk tema ikke begrenser muligheten for en helklassesamtale hvor flere er involvert (Nilssen & Høynes, 2020). Dette funnet øker sannsynligheten for at det var lærerens ønske om å nå læringsmål som begrenset mulighetene for mer elevinvolvering.

Lærerens fokus på å nå læringsmålet påvirket tidvis i hvilken grad hun støttet elevers utforskning. I disse sekvensene ble det hovedsakelig brukt grep med lavt potensial, og kommunikasjonen minner mer om det tradisjonelle IRE-mønsteret. Forskning antyder at det vanskelig lar seg gjøre å ikke falle tilbake på et slikt mønster, og at mønsteret fortsatt dominerer verden over (Nilssen og Høynes, 2020). I intervjuet uttrykte læreren seg om denne utfordringen: «Det vanskeligste tror jeg er samtaleteknikken og det å vende seg til det». Likevel er det viktig å påpeke at kommunikasjonen hennes kun minner om et IRE-mønster. Læreren evaluerer innspillene, men fremdriften i dialogen stopper ikke av den grunn. Flere av elevene utfordret i stedet evalueringen, slik at dialogen mellom de få involverte fortsatte. Dette skiller seg ut fra et typisk IRE-mønster, hvor resultatet fort blir ensrettet kommunikasjon med et mål om å komme frem til riktig svar (Drageset, 2014). I stedet for å initiere på nytt etter å ha evaluert, var dialogen i større grad preget av et gjentagende mønster av elevrespons og lærerevaluering. Dette mønsteret kan kanskje minne enda mer om et IRF-mønster, men lærerens valg av grep fungerte evaluerende. Uavhengig av mønster, var ikke lærerens kommunikasjon i disse sekvensene ideell for støtte av utforskning. Til tross for dette engasjerte elever seg i dialogen, noe som ifølge Abril et al. (2013) er et kjennetegn på utforskende undervisning. Dette kan ses i sammenheng med hvilke sosiomatematiske normer læreren har klart å etablere i klasserommet.

Våre funn underbygger hvor betydningsfullt det er at man som lærer i begynneropplæringen arbeider aktivt med å få på plass sosiomatematiske normer når man underviser. Dette for å gi elevene matematisk forståelse (McClain & Cobb, 2001). Læreren i vår forskningsstudie kunne ta i bruk få kommunikasjonsgrep med høyt potensial uten at det utelukket utforskning. Dette er et godt eksempel på det Boaler (2008) trekker frem om sosiomatematiske normer. Måten elevene snakker sammen på uten lærerens tilstedeværelse vil være preget av hvordan læreren tidligere har kommunisert (Boaler, 2008). I dette tilfelle var læreren til stede, men hvilke sosiomatematiske normer læreren har etablert gjennom sin kommunikasjon påvirker likevel graden av utforskning som skjer i helklassesamtalene. Uten de veletablerte sosiomatematiske normene hadde det vært en fare for at vi ikke hadde identifisert utforskning overhode. Disse elevene er vant til å arbeide utforskende, og i intervjuet uttrykker læreren at elevene vet at «det tar lang tid og det hardt arbeid å komme frem til svaret. Det krever tenkning og fleksibilitet (...)». Elevenes erfaringer kan gjøre at læreren ikke behøver å ta i bruk så mange grep med høyt potensial for at det skal skje utforskning. Samtidig ser det ut som at lærerens ønske om å nå læringsmålet begrenset hennes støtte av elevers utforskning, herunder elevenes fulle potensial for utforskning. Dette underbygger hvor viktig lærerens rolle er, og at etableringen av sosiomatematiske normer er et kontinuerlig arbeid, særlig i begynneropplæringen. Det er også i tråd med Abril et al. (2013) sin påstand om at elevenes utforskning er avhengig av lærerens kommunikasjonsferdigheter.

5.2 Lærerens positive holdning til utforskende matematikk

Som vårt andre forskningsspørsmål eksplisitt uttrykker, har læreren i vår forskningsstudie en utelukkende positiv holdning til utforskende matematikk. I det følgende vil vi løfte frem og drøfte disse holdningene, samt se på hvordan disse er i tråd med skolens krav om lærerarbeidet. Som nevnt innledningsvis, påstod læreren i intervjuet at det ikke er mulig å arbeide annet enn utforskende med den nye læreplanen. Ser vi på LK20 sine formuleringer, er det ikke så vanskelig å forstå hvor denne påstanden kommer fra. Verbet «å utforske» er nevnt hele 143 ganger, og gjennomsyrer alle fag (Utdanningsdirektoratet, 2019). Likevel forteller tidligere forskning at mange lærere verken har tid eller ressurser til å drive utforskende undervisning, og at det er alt for enkelt å falle tilbake på mer tradisjonelle måter å undervise på (Cohen & Ball, 1990; Fuglestad & Carlsen, 2010). Identifiseringen av lærerens bruk av et kommunikasjonsmønster som minner om IRE- og IRF-mønsteret vitner om dette. På samme tid fortalte læreren i intervjuet at det er umulig å kombinere utforskende å tradisjonelle undervisningsmetoder: «det ene tar liv av den andre». Implisitt fortalte hun at verken hennes undervisning eller kommunikasjon samsvarer med tradisjonelle undervisningsmetoder, dette til tross for vår identifisering av kommunikasjon som minner om slike metoder. Likevel tilsier de etablerte sosiomatematiske normene at det arbeides mye utforskende i klasserommet, og at disse normene medfører til elevarbeid som ikke passer i tradisjonelle klasserom. Sagt med andre ord kan det tenkes at det er vanskelig å etablere en klasseromsdiskurs, herunder sosiomatematiske normer, der det både kan arbeides utforskende og tradisjonelt.

Det viktigste argumentet læreren trakk frem ved å drive utforskende matematikk er hvordan det legger bedre til rette for dybdelæring. Det støttes også av forskning (Botten, 2016; Abril et al., 2013, Nosrati & Wæge, 2015). I motsetning til arbeidet i mer tradisjonelle klasserom, behandles ikke ulike matematiske temaer isolert i utforskende undervisning. Dette er i tråd med den nye læreplanens formuleringer, hvor også dybdelæring er vektlagt i større grad enn tidligere (Utdanningsdirektoratet, 2019). LK20 vektlegger også betydningen av at elever utvikler egne løsningsstrategier. Ifølge læreren er denne ferdigheten noe som umulig lar seg utvikle dersom man underviser etter tradisjonelle metoder, og særlig ved bruk av lærebøker: «jeg får helt panikk hvis det er en oppgave som forteller hvordan elevene skal løse oppgaven. Multi har jo en tegning av tallinja, også viser den hvordan skal hoppe på tallinja. Men det stemmer ikke med barnas hode. Skal de da sitte en halvtime å finne ut hva boka vil?». Læreren mente altså at dersom elever blir vant til å arbeide med slike oppgaver, er faren at elevene utvikler rigide strategier som de forstår lite av. Denne effekten kan sammenlignes med det som karakteriseres som en *topaze-effekt*, der elevenes tenkning er fokusert på å prøve å finne ut svaret læreren ønsker, i stedet for å selv tenke matematisk (Drageset, 2014). Forskjellen her er at elevenes fokus blir på å finne ut hva læreboken ønsker, i stedet for læreren. De lærer seg lærebøkenes strategier og anvender disse uavhengig av om de passer med slik de egentlig tenker, noe som i liten grad vil legge til rette for dybdelæring. Samtidig er det viktig å ikke undervurdere betydningen av prosedyrekunnskap. Ifølge Nosrati & Wæge (2018) er prosedyrekunnskap en av fem komponenter som kjennetegner dybdelæring i matematikk. Likevel er det viktig at elever forstår *hvorfor* prosedyren fungerer, en forståelse som vanskelig lar seg utvikle uten økt elevaktivitet.

Et annet argument, eller en fordel læreren trakk frem ved utforskende matematikk, er at det gir bedre innsikt i hva elevene kan. Læreren fortalte at hun «trenger ikke å vurdere dem. Jeg trenger ikke å lage prøver eller tester for å vite hvor dem er hen. Jeg vet akkurat hvor de er og hva de kan (...)». Dette er også et argument mot andre læreres forklaringer om at utforskende matematikk krever for mye tid og ressurser. Selv om læreren uttrykte at hun ikke trenger å vurdere dem, er denne måten å tilegne seg innsikt om elevenes kunnskap på, i tråd med deler av læreplanens beskrivelser av underveisvurdering: «underveisvurderingen skal være en integrert del av opplæringen (...)» (Utdanningsdirektoratet, 2019). Men i fortsettelsen av denne beskrivelsen står det beskrevet at vurderingen skal brukes til å «fremme læring, tilpasse opplæringen og øke kompetansen i faget» (Utdanningsdirektoratet, 2019). For å kunne fremme dette kreves det at læreren inkluderer eleven i vurderingsarbeidet. I hvilken grad læreren involverer elevene kan vi ikke uttale oss om. Likevel sa læreren at hun ikke «trenger å vurdere dem», noe som kan tolkes som at lærerens vurderingsarbeid hovedsakelig består av kartlegging av elevenes uttrykte kunnskap i undervisningen. På samme tid forklarte læreren at hun bruker denne kunnskapen om elevene til å sette sammen «gode læringspar». På den måten bruker hun sin vurdering for å tilpasse opplæringen, og kan dermed både fremme elevers læring og øke kompetansen i faget, uten å involvere de eksplisitt i vurderingsarbeidet. Samtidig er det viktig å påpeke at elever har rett på informasjon om egen læring og utvikling (Opplæringslova, 1998). Hvordan dette gjennomføres i praksis varierer nok. Likevel krever det en form for elevinvolvering. Det betyr at selv om læreren ikke føler hun trenger å bruke tid på å spesifikt gå inn å vurdere elevenes matematiske forståelse behøver ikke dette bety at hun sparer tid på vurdering.

Det hun derimot sparer tid på ved denne vurderingspraksisen er at hun enklere identifiserer hvem som trenger bedre tilpasning. Dette i tråd med Fjørtoft & Sandvik (2016) sine beskrivelser av vurderingens nære tilknytning til tilpasset opplæring. I intervjuet forklarte læreren at tilpasset opplæring er noe hun også sparer tid på i det daglige, da alle elevene kan arbeide med de samme kontekstene med utgangspunkt i sitt matematiske kunnskapsnivå. Alle elevene vil ikke nødvendigvis forstå alt, men konteksten muliggjør bruk av varierte strategier.

5.3 Metodologisk drøfting

Til tross for at vi gjennom hele arbeidet med forskningsstudien har vært opptatt av å ta gode og veloverveide valg for å opprettholde studiens troverdighet, har likevel funnene våre noen svakheter og begrensninger. Ved å drøfte disse nærmere viser vi for leseren hvordan resultatene bør leses og forstås (Postholm & Jacobsen, 2018). I det følgende vil vi drøfte studiens troverdighet, og se nærmere på mulige svakheter knyttet til de metodene vi har brukt i arbeidet med datainnsamling og analyse av vårt datamateriale. Vår tilstedeværelse i klasserommet under observasjon kan ha påvirket både elevene og læreren. Likevel var vi ikke totalt ukjente for elevene, noe som kan bety at elevene ble mindre påvirket enn dersom vi var ukjente for dem. På en annen side er disse elevene vant til å se oss i en mer aktiv rolle som studenter, og det skapte noe undring at vi satt helt bakerst i klasserommet med en lydopptaker. Vi tror også at vår tilstedeværelse kan ha påvirket lærerens undervisning, både bevisst og ubevisst. Læreren uttrykte eksplisitt i etterkant av undervisning at hun hadde stresset mer enn vanlig med å oppnå en passende avslutning på helklassesamtalen. Dette da hun ønsket at vi skulle få anledning til å observere en dekontekstualisering av elevenes kunnskap. Vår tilstedeværelse kan også ha påvirket læreren på andre måter. Samtidig har vi observert denne læreren i tidligere praksisperioder og kan meddele at kommunikasjonen samsvarer med hva vi har observert før.

Valget vårt om å gjøre lydopptak, og ikke videoopptak, hang sammen med at vi ønsket å være så diskré som mulig. Og at det var lærerens kommunikasjon som var vårt hovedfokus. Sett i etterkant kunne det ha vært nyttig å ta i bruk videoopptak i stedet, for å i større grad også kunne gått tilbake og analysert lærerens kroppsspråk. Dette kunne gitt oss et mer helhetlig bilde av helklassesamtalene. Likevel vil vi argumentere for at bruken av lydopptak ga oss et riktig bilde av lærerens kommunikasjon, og ga oss den informasjonen vi behøvde for å besvare vårt forskningsspørsmål. Dette da det i rammeverket til Ellis et al. (2019), som vi brukte til analyse av datamaterialet, er den muntlige kommunikasjonen til læreren som blir vektlagt. Rammeverket vi brukte i analyseprosessen påvirket direkte hvilke deler av lærerens kommunikasjon vi bemerket oss i datamaterialet. Hadde vi anvendt oss av et annet rammeverk er det mulig at funnene våre hadde vært annerledes.

Vårt datamateriale har et begrenset omfang, og består av observasjon av til sammen 30 minutter med helklassesamtale og et tilhørende kort intervju. For å kunne si noe mer generelt om lærerens kommunikasjon i helklassesamtaler i en utforskende matematikkundervisning, hadde det vært behov for å observere en lærer over lengre tid og i arbeid med flere ulike temaer. Vi vil likevel argumentere for at våre funn kan bidra til økt kunnskap om lærers kommunikasjon i utforskende helklassesamtaler i begynneropplæringen. Våre funn fra intervjuet belyser aspekt ved utforskende matematikkundervisning som er interessante også utenfor den aktuelle konteksten i vår forskningsstudie. Disse funnene er mer generelle, men er likevel kun én læreres subjektive tanker. Hvis målet hadde vært å få frem alle relevante argumenter for en mer utforskende tilnærming til matematikkundervisning, hadde det vært behov for en mer inngående og grundig studie av flere lærere.

6 Avslutning og perspektivering

Denne studien viser hvor viktig lærerens kommunikasjonsvalg er for elevers utforskning. Det gjelder imidlertid ikke kun den kommunikasjonen som kommer eksplisitt frem der og da, men også de etablerte sosiomatematiske normene som er et resultat av lærerens kontinuerlige kommunikasjonsvalg. Klassens sosiomatematiske normer kan ses i sammenheng med lærerens positive holdning til utforskende matematikk. Hennes holdninger og argumenter er en motsats til annen forskning, hvor lærere uttrykker manglende tid og ressurser for gjennomføring av utforskning. Samtidig illustrerer studien kjente utfordringer, som at det er enkelt å falle tilbake på tradisjonelle kommunikasjonsmønstre, som eksempelvis IRE- og IRF-mønster.

Analyse og diskusjon med Ellis et al. (2019) sitt rammeverk antyder viktigheten av å benytte seg av grep med høyt potensial for å støtte elevers utforskning. På samme tid viser den hvordan grep med lavt potensial til tider er nødvendig, og at lærere ikke må være engstelig for å bruke disse. Dette samsvarer med rammeverkets beskrivelser om at det viktigste er å se på fordelingen mellom kategoriene. Lærere må derfor være bevisst på å variere hvilke kommunikasjonsgrep som tas i bruk for å best støtte elevers utforskning. Kontinuitet i kommunikasjonsgrep ser også ut til å være effektivt i etableringen av sosiomatematiske normer som støtter opp under utforskende læringsformer. Likevel fikk vi ikke observert det fulle potensial til klassens sosiomatematiske normer, fordi lærerens kommunikasjon var preget av et ønske om å nå læringsmålet for timen. Funnene ville derfor muligens sett annerledes ut dersom vi hadde studert læreren over lengre tid.

Rammeverket har synliggjort kjennetegn ved kommunikasjon som er effektive i støtte for utforskning, herunder som leder elevene til å reflektere og forklare egen utforskningsprosess. Denne synliggjøringen kan potensielt bidra til mer produktiv lærerkommunikasjon, noe som også er målet til Ellis et al. (2019). Det er høyst nødvendig at lærere får støtte og veiledning i sin kommunikasjon, slik at elever får mulighet til å utvikle de ferdighetene som er beskrevet i den nye læreplanen. I den forbindelse kan lærerens holdninger og arbeid med utforskende matematikk være til inspirasjon og refleksjon for andre lærere. I motsetning til tidligere forskning, peker hun på hvordan kontinuerlig arbeid med utforskende matematikk i stedet kan være tidsbesparende. Forhåpentligvis kan dette motargumentet skape motivasjon til å ta utforskende læringsformer på alvor, og ikke bare anse det som et potensielt krydder for kjedelig undervisning. Men som både Lockhart (2009) og Fuglestad (2010) poengterer, krever dette en generell forståelses- og holdningsendring om hva matematikk er. Uten dette er det ikke usannsynlig at mange lærere også har utfordringer med å forstå hva «utforskning» faktisk betyr og innebærer. Det ville derfor ha vært interessant og undersøkt hva lærere legger i dette verbet. Sannsynligvis er læreres forståelser i stor grad med på å påvirke i hvilken grad de mestrer å implementere utforskende læringsformer i matematikk. Dette vil påvirke hvordan de kommuniserer om og med matematikk, herunder hvilken grad de praktiserer utforskende matematikkundervisning. Som vi har sett har denne praktiseringen en sterk sammenheng med dybdelæring. Lærerens forståelse av utforskning vil derfor være avgjørende for elevers læring og utvikling i matematikk.

7 Referanseliste

Abril, A. M., Aguirre, D., Aldorf, A.-M., András, S., Antal, E., Ariza, M. R., & Tamási, C. (2013). *Primas - Promoting Inquiry In Mathematics And Science education across Europe*. Hentet 20.01.22 fra https://primas-project.eu/wp-content/uploads/sites/323/2017/11/primas_final_publication.pdf

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education. Intention, reflection, critique.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Andersen, A. S., Garaas, S., Norum, A.K., Fredriksen, J.B. (2006). Læreplanverket for Kunnskapsløftet (LK06) 2006 (pp. 42-43).

Askew, M., Rhodes, V., Brown, M., William, D. & Johnson, D. (1997). *Effective teachers of numeracy. Report of a study carried out for the Teacher Training Agency.* London: King´s College, University of London.

Bell, B. & Cowie, B. (2002). *Formative Assessment and Science Education* (Vol.12, Science & Technology Education Library). Dordrecht: Springer Netherlands.

Boaler, J. & Humphreys, C. (2005). *Connecting mathematical ideas: Middle School Video Cases to Support Teaching and Learning.* Portsmouth: Heinemann.

Boaler, J. (2008). *What's math got to do with it? Helping children learn to love their least favorite subject – and why it is important for America*. USA: Penguin Group.

Botten, G. H. (2016). *Matematikk med mening - mening for alle*. Bergen: Caspar Forlag.

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology,* 3(2), 77-101.

Carlsen, M. & Fuglestad, A. B. (2010). Læringsfellesskap og inquiry for matematikkundervisning. *FoU i praksis,* 4(3), 39-60.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions. Using math talk to help students learn, grades 1-6.* Sausalito, CA: Math Solutions

Christensen, H. & Stokke, R.S. (2015). *Samtalens didaktiske muligheter*. Oslo: Gyldendal Akademisk

Cohen, D. K., & Ball, D. L. (1990). Relations between Policy and Practice: A Commentary. *Educational Evaluation and Policy Analysis,* 12(3), 331-338.

Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions—a framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *85*(2), 281–304. Hentet 15.03.22 fra http://www.jstor.org/stable/43589820

Ellis, A., Özgür, Z., & Reiten, L. (2019). Teacher moves for supporting student reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, *31*(2), 107-132.

Engeln, K., Euler, M., & Maass, K. (2013). Inquiry-based learning in mathematics and science: A comparative baseline study of teachers beliefs and practices across 12 European countries. *ZDM, 45* (6), 823-835. Hentet 15.05.22 fra https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s11858-013-0507-5.pdf

Fuglestad, A. B. (2010). Læringsfellesskap og inquiry. *Tangenten 4/2010*, *2*(6).

Fullan, M., Quinn, J., & McEachen, J. (2018). *Dybdelæring.* Oslo: Cappelen Damm Akademiske

Gilje, Ø., Landfald, Ø. F.,& Ludvigsen, S. (2018). Dybdelæring-historisk bakgrunn og teoretiske tilnærminger. *Bedre skole, 30*(4), 22-27.

Goos, M. (2004). Learning Mathematics in a Classroom Community of Inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education*, *35*(4), 258–291. Hentet 14.05.22 fra https://doi.org/10.2307/30034810

Gulaker, D. (2018). Utforskende læring i matematikk. I Andersen, H.P., Fiskum, T.A. & Gulaker, D. (2018). *Den engasjerte eleven: Undrende, utforskende og aktiviserende undervisningen i skolen.* Oslo: Cappelen Damm Akademisk

Hole, C. G. (2018). *Inquiry i matematikkundervisningen–seks læreres*

betraktninger (Master's thesis, Høgskulen i Volda).

Hundeland, P. S. (2011). *Lærerens motiv og valg. En studie av matematikklærere på videregående skole.* Kristiansand: Portal forlag.

Høynes, S. M., Klemp, T., & Nilssen, V. (2019). Video som redskap i etterveiledning av matematikksamtaler. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, *103*(4), 215-226.

Johnsen Høines, M. (2011). *Begynneropplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning.* Bergen: Caspar Forlag.

Kazemi, E., & Hintz, A. (2014). *Intentional talk. How to structure and lead productive mathematical discussions.* Portland, Maine: Stenhouse Publishers

Klemp, T. (2020). Early mathematics – teacher communication supporting the pupil's agency, *Education 3-13, 48(7)*, 833-846. Hentet 12.03.22 https://doi.org/10.1080/03004279.2019.1663893

Kunnskapsdepartementet. (2020). *Overordnet del-verdier og prinsipper for grunnopplæringen.* Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen/id257003/

Lockhart, P. (2009). *A mathematician's lament: How school cheats us out of our most fascinating and imaginative art form*. New York, NY: Bellevue literary press.

Menezes, L., Guerreiro, A., Martinho, M. H. & Tomás-Ferreira, R. A. (2013). Essay on the Role of Teachers´ Questioning in Inquiry-Based Mathematics Teaching. *The*

Professional Practice and Professional Development of mathematics Teachers, 1 (3), 44-75. https://doi.org/10.25749/sis.3706

Mcclain, K. & Cobb, P. (2001). An analysis of development of sociomathematical norms in one first-grade classroom. *Journal for Research in Mathematics Education, 32* (3), 236-266.

Morrison, S., Venkat, H. & Askew, M., (2021) Journeys towards sociomathematical norms in the Foundation Phase. *South African Journal of Childhood Education* 11(1), 1-8. https://doi.org/10.4102/

NESH (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi* (4.utg). De nasjonale forskningsetiske komiteene.

Nilssen, V. L., & Høynes, S.-M. (2020). *Samtaleorientert matematikk: et samspill mellom didaktiske og adidaktiske situasjoner*. Bergen: Fagbokforlaget.

Nosrati, M., & Wæge, K. (2015). Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. Hentet 30.04.2022 https://utdanningsforskning.no/artikler/2015/sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-ogundervisning-i-matematikk/

Nowell, L. S., Norris, J.M., White, D.E., & Moules, N.J. (2017). Thematic analysis: Striving to meet the trustworthiness critieria. *International journal of qualitative methods, '6* (1). https://doi.org/10.1177/1609406917733847

Opplæringslova. (1998) *Lov om grunnskolen og den vidergåande opplæringa.* (LOV-1998-07-17-61). Hentet fra https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61

Partanen, A. M., & Kaasila, R. (2015). Sociomathematical norms negotiated in the discussions of two small groups investigating calculus. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *13*(4), 927-946

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning.* Oslo: Cappelen Damm.

Rangnes, T., & Alrø, H. (2016). *Matematikklæring for fremtida: Festskrift til Marit Johnsen-Høines*. Bergen: Caspar forlag.

Smith, K. (2009). Vurdering i et dialogperspektiv. I J. Frost (Red.). *Evaluering i et dialogisk perspektiv,* 19-31. Otta: Cappelen Damm.

Solem, I. H., Alseth, B., Eriksen, E. & Smestad, B. (2019). *Tall og tanke 2 Matematikkundervisning på 5. til 7. trinn.* Oslo: Gyldendal Akademisk.

Utdanningsdirektoratet. (2019a). *Dybdelæring*. Hentet fra https://www.udir.no/laring-ogtrivsel/dybdelaring/

Utdanningsdirektoratet. (2019b). *Læreplanen i matematikk 1.-10.trinn (MAT01-05).* Hentet 15.01.22 fra https://www.udir.no/lk20/mat01-05

Utdanningsdirektoratet. (2022). *Underveisvurdering.* Hentet 10.05.22 fra

https://www.udir.no/laring-ogtrivsel/vurdering/om-vurdering/underveisvurdering/

Van Galen, F., Feijs, E., Figueiredo, N., Gravemeijer, K., Van Herpen, E., & Keijzer, R. (2008). Fractions, Percentages, Decimals and Proportions. A Learning-Teaching Trajectory for Grade 4, 5 and 6. In *Fractions, Percentage, Decimals and Proportions.* Rotterdam: Sense Publishers.

Wells, G. (1999). *Dialogic Inquiry.* Cambridge: Cambridge University Press.

Wells, G., & Arauz, R. M. (2006). Dialogue in the Classroom. *The journal of the Learning Sciences, 15*(3), 379-428. http://dx.doi.org/10.1207/s15327809jls1503_3

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk–redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten*,

2, 2015.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and

Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458–477. https://doi.org/10.2307/749877

8 Vedlegg

8.1 Samskrivingsdokument

I arbeidet med denne masteroppgaven har vi (Andrea Midtsian og Ane Marie Røynås) hatt et tett og kontinuerlig samarbeid gjennom hele prosessen. Samarbeidet har fungert godt, og vi sitter igjen med en god opplevelse. Vi har fulgt hverandre tett gjennom hele studieløpet, og har også samarbeidet ved flere tidligere anledninger. Dette gjorde oss trygge på at vi hadde god kjennskap til hverandres forventninger og tanker i forkant av samarbeidet, og at vi gikk inn i prosjektet med samme ønsker. Vi følte oss også sikre på at våre måter å arbeide og skrive på kom til å fungere godt sammen. Arbeidet med datainnsamling gjorde vi i fellesskap. Under observasjonene satt vi på samme sted i klasserommet med lydopptaker imellom oss, men skrev notater hver for oss for at vi ikke skulle lage noe lyd mens lydopptaket foregikk. Da vi gjennomførte intervjuet hadde vi på forhånd bestemt at Andrea skulle stille spørsmålene, men at Ane når som helst også kunne stille spørsmål hvis det dukket opp noe hun lurte på underveis. Ane hadde ansvaret for lydopptak, og arbeidet med å opplasting av lydfiler av både observasjon og intervju. Vi transkriberte datamaterialet begge to, og hadde på forhånd blitt enige om hvordan dette skulle gjøres. I analyseprosessen kopierte vi ut transkripsjonene og gjennomgikk materialet hver for oss, for deretter å gå gjennom analysene i fellesskap og komme frem til en felles tolkning de stedene vi ikke hadde analysert likt.

Det meste av skrivingen har vi gjort sittende sammen i lokalene til NTNU. Underveis i skriveprosessen har vi vekslet mellom å skrive i fellesskap i forbindelse med at vi har sittet å drøfte, og fordele ansvaret for deler av oppgaven mellom oss. Noen deler av oppgaven har vi følt det nødvendig å skrive i fellesskap, da særlig resultat- og drøftingskapittelet, for å utnytte det at vi kan oppfatte og tolke ting på ulike måter. Dette mener vi gjør oppgaven mindre subjektiv, og er en av hovedfordelene ved samskriving. I arbeidet med teorikapittelet kom vi i fellesskap frem til hva vi ønsket å trekke frem, men fordelte hovedansvaret for skriving av de ulike delene mellom oss. Arbeidet med metodekapittelet fordelte vi på lignende måte. Innledningen har blitt revidert flere ganger i løpet av masterprosjektet, så her er det mer flytende hvem som har hatt ansvar for hvilken del. Resultat- og drøftingskapittelet skrev vi som nevnt hovedsakelig i fellesskap. Men enkelte steder begynte vi å skrive hver for oss, for deretter å sammenligne og komme frem til endelig tanker og formulering sammen.

Gjennom hele prosessen med skriving av denne masteroppgaven har vi hatt jevnlig møte med veileder. På disse veiledningsmøtene har vi hatt muligheten til å dele våre tanker om hvordan vi synes samarbeidet fungerer, og eventuelle tanker om hvordan vi kan få det til å fungere bedre fremover. Selv om muligheten har vært der til å komme med innvendinger og dele egne tanker har vi begge ikke følt et behov for dette. Vi kjenner hverandre godt, og er såpass trygge på hverandre, at vi begge føler vi har kunnet ha en åpen dialog hele veien. Har vi hatt innvendinger om samarbeidsprosessen, og tanker knyttet til om vi føler ansvars- og arbeidsfordelingen er jevnt fordelt mellom oss, har vi delt dette med hverandre.

8.2 Godkjenning fra NSD

Vurdering

Referansenummer
442115

Prosjekttittel
Lærerens kommunikasjon i undervisning

Behandlingsansvarlig institusjon
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) / Institutt for lærerutdanning

Prosjektperiode
01.01.2022 - 01.08.2022

Dato	**Type**
03.01.2022	Standard

Kommentar
Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 03.01.2022 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og Personverntjenesten. Behandlingen kan starte.

TAUSHETSPLIKT
Deltagerne i prosjektet har taushetsplikt. Intervjuene må gjennomføres uten at det fremkommer opplysninger som kan identifisere elever.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige personopplysninger frem til 01.08.2022.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte og de foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være de registrerte / de foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

Personverntjenesten vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke videre behandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Personverntjenesten vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Personverntjenesten legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art 5 1 f) og sikkerhet (art 32) konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring eller videosamtale) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til Personverntjenesten ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra Personverntjenesten før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

Personverntjenesten vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet. Kontaktperson hos Personverntjenesten: Sturla Herfindal Lykke til med prosjektet!

8.3 Informasjonsskriv og samtykkeerklæring: læreren

Vil du delta i forskningsprosjektet:

lærerens kommunikasjon i matematikkundervisningen?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke kommunikasjon i utforskende matematikkundervisning, hvor fokuset hovedsakelig vil være på lærerens kommunikasjon. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Formålet med prosjektet er å se på lærerens kommunikasjon i utforskende matematikk, og viktigheten av kommunikasjonen for å skape utvikling i tallforståelse og generell matematisk forståelse. Vi har en hypotese om at lærerens valg av kommunikasjonsmønstre er avgjørende for elevenes utvikling. Læreren er med andre ord hovedfokus for denne masteroppgaven, hvor både observasjon og intervju vil være relevant.

Problemstillingens ordlyd er enda ikke fastsatt, men vi ønsker å undersøke hvordan lærerens kommunikasjon åpner opp for utforskning og undring hos elevene i begynneropplæringen. Mulige problemstillinger er som følge:

«Hvordan åpner læreren opp for utforskning og undring hos elever i begynneropplæringen gjennom sin kommunikasjon i matematikk?», «Hvordan kan læreren stimulere til matematisk tenkning, kritisk refleksjon og utvikling av begrepsforståelse gjennom sin kommunikasjon?», «Hvordan kan læreren i et matematikklasserom bidra til å skape utforskning i utvikling av matematisk tenkning gjennom sin kommunikasjon?»

Forskningsprosjektet

Forskningsprosjektet er et masterprosjekt knyttet til matematikkdidaktikk grunnskolelærerutdanningen. Hovedfokuset vil være på begynneropplæringen (1-4. trinn). Datamaterialet/opplysningene skal kun benyttes til å besvare problemstillingen i masteroppgaven, og vil ikke brukes til andre formål.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Grunnskolelærerutdanningen 1-7 ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta i vårt masterprosjekt, da vi har vært i praksis på skolen du jobber på og da fikk kjennskap til hvordan undervisningspraksis dere har på skolen. Vår praksislærer tipset oss også om at ta kontakt med deg, da hun mente at det hadde vært interessant å samle inn datamaterialet fra din undervisning for å belyse og besvare vår problemstilling.

Hva innebærer det for deg å delta?

Som det har blitt nevnt skal vi hovedsakelig observere en eller flere undervisningstimer i matematikk, samt gjennomføre et intervju. I observasjonene vil vi hovedsakelig se på hvordan du som lærer kommuniserer med elevene, og hvordan du bruker ulike kommunikasjonsmønstre for å eventuelt stimulere til utforskning og undring hos elevene. Vi er kjent med at dere bruker mye Fosnot på Byåsen skole, noe som innebærer en del kommunikasjon utover det som er kjent i typisk «tradisjonell» undervisning - og det er denne kommunikasjonen som er interessant for oss å observere. I intervjuet vil spørsmålene hovedsakelig handle om det vi har observert for å få et dypere innblikk i en læreres tanker om kommunikasjon i tilknytning utforskende matematikk. Vi vil skrive notater, samt ta lydopptak av både undervisningstimer og intervju.

Med tanke på at vi skal observere en undervisningssituasjon vil barna i klasserommet være inkludert i studien. Vi trenger tillatelse av foreldrene til å ta lydopptak av dem, og vi foreslår derfor at vi sammen med dere i matteseksjonen på Byåsen skole skriver et informasjonsskriv til foreldrene hvor de får mulighet til å si ifra dersom de ikke ønsker at sitt barn skal være med.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- De som vil ha tilgang til opplysninger om deg ved behandlingsansvarlig institusjoner er de to studentene som skal gjennomføre masterprosjektet og deres veileder Heidi Dahl.
- For å sikre at ingen andre får tilgang til dine personopplysninger vil navnet og kontaktopplysningene dine i våre notater bli erstattet av et fiktivt navn.

Gjenkjennelse i publikasjon

Selv om vi benytter oss av fiktive navn og holder de involverte anonyme, er det likevel ingen garanti for at deltakere (lærerne vi intervjuer) kan gjenkjennes. Det vil komme frem i masteroppgaven hvilket årstrinn vi observerer, og at skolen hovedsakelig benytter seg av utforskende matematikk, herunder Fosnot. I og med at det er begrenset omfang av skoler som har denne tilnærmingen til matematikk, kan personer innenfor fagfeltet muligens gjette seg til hvilken skole det er snakk om. Utover dette vil ingen andre opplysninger om verken skole eller deltakere publiseres i oppgaven.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres og slettes når masteroppgaven er godkjent, noe som etter planen er senest 3 måneder etter 25. mai 2022, som er sensurfristen for masteroppgaver ved NTNU. Ved prosjektslutt vil alle personopplysninger og eventuelle opptak bli slettet.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Grunnskolelærerutdanningen 1-7 NTNU: Heidi Dahl (førsteamanuensis i matematikkdidaktikk); heidi.dahl@ntnu.no, Ane Røynås (student); ane.roynas@gmail.com), Andrea Midtsian (student); andreamidt@gmail.com

Vårt personvernombud ved NTNU: Thomas Helgesen; thomas.helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

· NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Ane Røynås og Andrea Midtsian	Heidi Dahl
Studenter	*Veileder*

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

¨ å delta i observasjon

¨ å delta i intervju

¨ at opplysninger om meg kan føre til at personer innen samme arbeidsplass eller i fagfeltet matematikkdidaktikk kan forstå hvem som *kan* være forskningsobjekt.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

8.4 Informasjonsskriv og samtykkeerklæring: foresatte og elever

Vil du delta i forskningsprosjektet:

lærerens kommunikasjon i matematikkundervisningen?

Dette er et spørsmål til deg om å la ditt barn delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke kommunikasjon i utforskende matematikkundervisning, hvor fokuset hovedsakelig vil være på lærerens kommunikasjon. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for ditt barn.

Formål

Formålet med prosjektet er å se på lærerens kommunikasjon i utforskende matematikk, og viktigheten av kommunikasjonen for å skape utvikling i tallforståelse og generell matematisk forståelse. Vi har en hypotese om at lærerens valg av kommunikasjonsmønstre er avgjørende for elevenes utvikling. Læreren er med andre ord hovedfokus for denne masteroppgaven, hvor både observasjon og intervju vil være relevant.

Problemstillingens ordlyd er enda ikke fastsatt, men vi ønsker å undersøke hvordan lærerens kommunikasjon åpner opp for utforskning og undring hos elevene i begynneropplæringen. Mulige problemstillinger er som følge:

«Hvordan åpner læreren opp for utforskning og undring hos elever i begynneropplæringen gjennom sin kommunikasjon i matematikk?», «Hvordan kan læreren stimulere til matematisk tenkning, kritisk refleksjon og utvikling av begrepsforståelse gjennom sin kommunikasjon?», «Hvordan kan læreren i et matematikklasserom bidra til å skape utforskning i utvikling av matematisk tenkning gjennom sin kommunikasjon?»

Forskningsprosjektet

Forskningsprosjektet er et masterprosjekt knyttet til matematikkdidaktikk grunnskolelærerutdanningen. Hovedfokuset vil være på begynneropplæringen (1-4. trinn). Datamaterialet/opplysningene skal kun benyttes til å besvare problemstillingen i masteroppgaven, og vil ikke brukes til andre formål.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Grunnskolelærerutdanningen 1-7 ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Ditt barn får spørsmål om å delta i vårt masterprosjekt, da vi har vært i praksis på skolen barnet ditt går på og da fikk kjennskap til hvordan undervisningspraksis det er på skolen. Det er læreren som er i hovedsak er forskningsobjektet for vår studie, men siden vi skal gjennomføre observasjon av læreren med lydopptak vil vi også trenge samtykke fra elevenes foresatte.

Hva innebærer det for deg å delta?

Vi skal observere læreren i undervisning med lydopptak, samt gjennomføre et intervju med læreren. For ditt barn vil en deltakelse i dette forskningsprosjektet kun innebære å delta i undervisningen som vanlig, og at det kan hende at elevenes stemme kommer med på våre lydopptak. Denne delen av lydopptaket vil ikke bli brukt til noe, og vil bli slettet direkte etter at vi har transkribert det som er av interesse for å besvare våre forskningsspørsmål.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å la ditt barn delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Det vil ikke bli samlet inn noen personopplysninger om elevene, så derfor vil det ikke være noen personopplysninger som må slettes. Men de lydopptakene der barnet deltar vil bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg eller ditt barn hvis du ikke vil at barnet skal delta eller senere velger å trekke deltakelsen.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om barnet til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- De som vil ha tilgang til opplysninger om elevene ved behandlingsansvarlig institusjoner er de to studentene som skal gjennomføre masterprosjektet og deres veileder Heidi Dahl.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene om elevene vil gjennom hele forskningsprosjektet være anonymiseres, da disse opplysningene ikke er av interesse for vårt forskningsprosjekt, og slettes når masteroppgaven er godkjent, noe som etter planen er senest 3 måneder etter 25. mai 2022, som er sensurfristen for masteroppgaver ved NTNU. Ved prosjektslutt vil alle personopplysninger og eventuelle opptak bli slettet.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Grunnskolelærerutdanningen 1-7 NTNU: Heidi Dahl (førsteamanuensis i matematikkdidaktikk); heidi.dahl@ntnu.no, Ane Røynås (student); ane.roynas@gmail.com), Andrea Midtsian (student); andreamidt@gmail.com

Vårt personvernombud ved NTNU: Thomas Helgesen; thomas.helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Ane Røynås og Andrea Midtsian	Heidi Dahl
Studenter	*Veileder*

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Lærerens kommunikasjon i matematikkundervisningen», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ At mitt barn får delta i dette forskningsprosjektet, i den forstand at elevene kan komme til å høres på lydopptak som blir gjort under observasjon av læreren i undervisning.
- ☐

Jeg samtykker til at mitt barns opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet.

(Signert av prosjektdeltakers foresatte, dato)

8.5 Oppgaven fra matematikkøkta

Hva koster frimerkebrettene?

5	5	5	5	5
5	5	5	5	5

Dette brettet vil koste:_______
Vi fant det ut slik:
____
____

3	3	3	3
3	3	3	3

Dette brettet vil koste:_______
Vi fant det ut slik:
____
____

6	6
6	6

Dette brettet vil koste:_______
Vi fant det ut slik:
____
____

9	9	9	9
9	9	9	9

Dette brettet vil koste:_______
Vi fant det ut slik:
____
____

7	7	7
7	7	7

Dette brettet vil koste:_______
Vi fant det ut slik:
____
____

8.6 Intervjuguide

Generelle spørsmål:

Hvor lenge har du jobbet som lærer?

Hvilken utdanning har du innenfor matematikkdidaktikk?

Hva er din erfaring med utforskende matematikkundervisning?

Hvor bevisst er du på din egen kommunikasjon i undervisning?

Hvor viktig mener du lærerens kommunikasjon er i en utforskende matematikkundervisning?

Hvor lenge har du hatt denne klassen?

Hvilken erfaring har klassen du underviser med utforskende matematikkundervisning?

Vi har lest at enkelte lærere syns det er vanskelig å ta i bruk en utforskende tilnærming til matematikkundervisning fordi de føler det ubehagelig å slippe opp og miste kontrollen. Har du kjent på noe av det samme?

Spørsmål om undervisningen:

Hvordan syns du undervisningsøkten gikk?

Hva var det matematiske budskapet eller temaet for denne økta?

Hvor mye fokus hadde du på din egen matematiske kommunikasjon her (eksempel)? (Trekker frem flere eksempler fra observasjonene, kanskje omtrent 4 eksempler).

Hvilke tanker gjorde du deg da du svarte slik (eksempel) på elevens innspill? (Trekker frem flere eksempler fra observasjonene, kanskje omtrent 4 eksempler).

NTNU

Kunnskap for en bedre verden