Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Åshild Rolstad

Førsteklassingers arbeid med mønster

En kvalitativ studie av seks elevers arbeid med et læringsmateriell basert på repeterende og voksende mønster

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 1.-7. trinn
Veileder: Heidi Dahl
Mai 2022

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Åshild Rolstad

Førsteklassingers arbeid med mønster

En kvalitativ studie av seks elevers arbeid med et læringsmateriell basert på repeterende og voksende mønster

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 1.-7. trinn
Veileder: Heidi Dahl
Mai 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Denne studien har undersøkt førsteklassingers arbeid med mønster. Hensikten med studien var å redegjøre for hva et læringsmateriell basert på ulike oppgaver innen repeterende og voksende mønster kan legge til rette for av læring. Studiens problemstilling var: *hvilke læringspotensial har et læringsmateriell basert på repeterende og voksende mønster for førsteklassinger?*

Dette er en kvalitativ studie hvor det ble gjennomført deltakende observasjon og semistrukturert, oppgavebasert intervju. Utvalget for studien var seks elever, som har blitt delt inn i to grupper. Begge gruppene har vært med på undervisning med læringsmateriellet to ganger, og det var i alt fire underivsningsøkter, som danner grunnlaget for datamaterialet. Dette var en lærerstyrt aktivitet, hvor det var noen fastsatt spørsmål som lå til grunn i læringsmateriellet, samtidig som lærer kunne støtte opp med spørsmål dersom det var nødvendig. I studien har jeg operert som både lærer og forsker. Dette har jeg har løst ved å ta lyd- og videoopptak av undervisningsøktene, så jeg kunne fokusere på lærerrollen i øyeblikket av datainnsamlingen, og innta rollen som forsker i ettertid.

For å kunne besvare problemstillingen har jeg videre formulert to forskningsspørsmål som jeg vil undersøke: forskningsspørsmål (1) hvilke aspekter ved tidlig algebra kan identifiseres i førsteklassinger arbeid med læringsmateriellet? (2) Hvordan legger læringsmateriellet til rette for elevenes deltakelse i diskursen? Forskningsspørsmålene er utgangspunkt for analysen, hvor jeg har foretatt en tematisk analyse med fastsatte kategorier fra teori om tidlig algebra og det kommognitive rammeverket. Jeg har brukt aspekter som kjennetegner algebraisk tenking som presenteres av Cai og Knuth (2011). Disse aspektene er generalisering, analysere forhold mellom mengder, se strukturer, modellere, gjøre problemløsning, rettferdiggjøre, bevise og forutsi. Kategoriene jeg har brukt fra der kommognitive rammeverket er rituelle og utforskende rutiner, læring på objekt og metanivå og kommognitiv konflikt (Sfard, 2008).

Resultatene mine viser at læringsmateriellet la til rette for algebraisk tenking og utvikling av diskursen. De fleste av elevene mestret oppgaver med voksende mønster, med støtte i fra lærer. Det var oppgavene med voksende mønster som la til rette for flest aspekter ved algebraisk tenking, og kommognitive konflikter som endte opp i læring på metanivå for elevene. Det forekom mye rituell deltakelse i bruk av læringsmateriellet, men elevene klarte etter hvert å skille mellom mønstrene, og fikk en mer utforskende deltakelse etter hvert som de ble kjent med læringsmateriellet og jobbet mer med voksende mønster. Funnene mine viser at læringsmateriellet la til rette for utvikling av algebraisk tenking samt at det kunne hjelpe elevene til å utvikle diskursen deres.

Abstract

This study examines first graders work with patterns. The purpose of the study was to determine how a learning a learning material based on different tasks with repetitive and growing pattern can facilitate learning. The research problem for this study was: *What learning potential does a learning material based on repetitive and growing pattern have for first graders?*

This is a qualitative study carried out through participatory observation and semi structured taskbased interviews. The study was committed on six first graders, divided into two groups. Both groups participated in learning sequences with the learning material twice, and there was a total of four sessions, which forms the data basis for this study. This was a teacher-led activity, where there were some established questions formed by the learning material, but the teacher was free to supply with questions to support the students answers when necessary. In this study I operated as both researcher and teacher at the same time. To solve this issue I have used video and audio recordings. This allowed med to focus on the role as the teacher in the sessions, and as a researcher afterwards.

To answer the research problem, I have formulated two research questions that I want to investigate: (1) which aspects of algebraic thinking can be identified in first graders work with the learning material? And (2) How does the learning material facilitate the students' participation in the discourse? The research questions are the focus for the analysis, where I have carried out a thematical analysis with established categories form literature on early algebra and the commognitive framework by Anna Sfard (2008). I use aspects of algebraic thinking presented by Cai and Knuth (2011), these aspects are generalization, analyzing relationships between quantities, noticing structure, modelling, problem solving, justifying, proving and predicting. The categories I have used from the commognitive framework is routines as explorations and rituals, object and meta-level learning and commognitive conflict (Sfard, 2008).

The result of this study shows that the learning material facilitated algebraic thinking and development of the discourse. Most students mastered the tasks with growing patterns with assistance of the teacher. The tasks with growing pattern proved to facilitate most aspects of algebraic thinking and commognitive conflicts, that resulted in metalevel learning for the students.

A lot of ritual routines occurred in the use of the learning material, but the students gradually managed to distinguish between the patterns and gained a more explorative participation as the learning material became more familiar and they worked more with growing patterns. My finding show that the learning material can work as a possible entry to algebraic thinking in addition to develop their discourse.

Forord

Denne studien er gjennomført våren 2022, og jeg avslutter med dette grunnskoleutdanningen for 1.-7. trinn ved NTNU i Trondheim.

Valg av tema for denne masteroppgaven falt på førsteklassinger arbeid med repeterende og voksende mønster. Dette er et tema som jeg selv synes er veldig spennende, samt at det er et tema som det trengs mere forskning på. Det kan være nyttig å se potensialet som ligger i de ulike oppgavene, og se på hvordan det kan legge til rette for tidlig algebra hos elevene, nos om kan gange de senere i skoleløpet.

Jeg ønsker å takke min veileder Heidi Dahl for konstruktive og gode tilbakemeldinger underveis i arbeidet. Videre ønsker jeg å takke elevene som har deltatt i studien min, og læreren deres som har lagt til rette for og tilpasset seg min datainnsamling, og strukket seg for å få det til. Det hadde ikke vært en studie uten informantene. Avslutningsvis så vil jeg takke vennene på lesesal som har vært med på opp og nedturer i denne perioden, som alltid stiller opp med oppmuntrende ord og gode råd. Våre pauser sammen har alltid vært et lyspunkt i en ellers krevende masterhverdag.

Trondheim, mai 2022

Åshild Rolstad

Innhold

Figurer

Tabeller

Utdrag

1 Innledning

«Matematikk er vitenskapen om mønster»

-Steen (1988).

Så å si all matematikk baserer seg på mønster, og matematikere søker stadig etter mønster i tall, rom, vitenskap, data og i fantasien (Mulligan & Mitchelmore, 2009; Steen, 1988). Søken etter mønster har lenge vært viktig for matematikere, men temaet har også fått større oppmerksomhet i matematikkdidaktikken de senere årene, og da spesielt i begynneropplæringen (Mulligan & Mitchelmore, 2009; Wijns et al., 2019a). Mønster er et vidt begrep, og innebefatter mange forskjellige matematiske ideer. I denne studien tar jeg utgangspunkt i repeterende og voksende mønster, hvor jeg ønsker å se på førsteklassingers evne til å jobbe med disse mønstrene, og hvilke læringspotensial det ligger i et læringsmateriell basert på disse to mønstertypene.

1.1 Bakgrunn for studien

Mulligan og Mitchelmore (2013) er anerkjente forskere innenfor forskningsfeltet, og har gjort funn som indikerer at arbeid med mønster og strukturer fremmer elevenes generelle matematiske ferdigheter. Mulligan og Mitchelmore (2009, 2013) har laget en konstruksjon*, Awareness for mathematical pattern and structure*, forkortet til AMPS, for å kunne si noe om elevenes våkenhet for mønster og struktur. Denne konstruksjonen består av fem nivåer som beskriver ferdighetene til elevene i mønsterarbeid, men som også har vist seg å kunne gi informasjon om elevenes generelle matematiske ferdigheter. De fem nivåene elevene kan ligge innenfor er *prestrukturell, emergent, delvis strukturell, strukturell og avansert strukturell* (Mulligan og Mitchelmore, 2013). De har videre designet et program, *Pattern and structure mathematics awareness program*, forkortet til PASMAP, som er en rekke sammenhengende undervisningssekvenser som har vist seg å utvikle elevenes våkenhet for mønster og struktur, altså AMPS (Mulligan & Mitchelmore, 2016; Mulligan et al., 2020). Når Mulligan og Mitchelmore forsker på mønster ser de på et vidt spekter av matematiske ideer, hvor repeterende og voksende mønster kun er en liten bit av dette. Jeg studerer ikke elevenes nivå i AMPS i denne studien, og jeg skal ikke bruker PASMAP som utgangspunkt for analysen, da jeg har valgt å se mønsterarbeid i sammenheng med tidlig algebra. Det er likevel verdt å nevne da PASMAP har noen likhestrekk med teorien innenfor tidlig algebra, og er derfor noe jeg ønsker å se nærmere på i diskusjonen.

Som nevnt er det repeterende og voksende mønster jeg skal ta for meg i min studie. Jeg ønsker derfor å vise til studier som har gjort funn om at arbeid med repeterende og voksende mønster kan: støtte elevenes forståelse av stegtelling og multiplisering, ordning og måling, de utforsker konsepter som å kunne ordne, sammenligne, lage sekvenser, gjøre aritmetikk, klassifisere, abstrahere og generalisere og utvikler evnen til å kunne forutse ut ifra matematiske mønstre (Clement & Sarama, 2014; Kidd et al.,2013; Lüken & Kampmann, 2018; Threlfall, 1999; Wijns et al., 2019a).

Det er gjort mye forskning på begynnerelevenes mønsterarbeid, men det meste er innenfor repeterende mønster. Det er mangelfull forskning på unge elevers arbeid med voksende mønster, og det er noe vi må forske mer på (Wijns et al., 2019b). Det vi vet er at voksende mønster ofte blir ansett som for vanskelige for unge elever, og at disse mønstrene har fått vesentlig mindre oppmerksomhet som følge av dette. Wijns et al. (2019a) legger frem to mulige grunner til at elevene i unge alder ikke mestrer arbeid med voksende mønster. Det kan være at det er for kognitivt vanskelig for dem, eller at de simpelthen ikke har hatt nok erfaringer med voksende mønster, og derfor ikke har redskapene eller forståelsen som trengs for å jobbe med disse oppgavene. Liljedahl (2004) deler denne oppfatningen, og problematiserer det faktum at alt fokuset legges over på repeterende mønster, og voksende mønster ikke blir tatt tak i før lengre ut i skoleløpet. Dette fører til at elever anvender strategier de har for repeterende mønster på voksende mønster. Dette kan gi misoppfatning og forvirring, som videre hemmer elevenes potensiale til utforskning og problemløsning innenfor mønsterarbeid (Liljedahl, 2004).

Etter et raskt gjennomsyn av et utvalg norske lærebøker i matematikk for 1. trinn[1] er det tydelig at de har vektlagt repeterende mønster fremfor voksende mønster. Alle bøkene i utvalget la frem oppgaver med repeterende mønster, men ingen med voksende mønster. Grunnen til dette er mest sannsynlig at lærebokforfatterne har fulgt læreplanen. Repeterende mønster er representert i kompetansemål etter 2.trinn, men voksende mønster dukker kun opp som en liten del av underveisvurderingen;

> *«Elevene viser og utvikler kompetanse i matematikk på 1. og 2. trinn når de får eksperimentere med og beskrive ulike egenskaper og strukturer i tall- og figurmønstre i utforskende lek, kunst og hverdagssituasjoner.»*
>
> (Utdanningsdirektoratet, 2020)

Ut ifra dette ser det ut til at voksende mønster ikke er tenkt til som et spesifikt læringsmål, men heller som noe en skal oppdage gjennom lek, kunst eller hverdagssituasjoner. Det har altså ingen klar plass i undervisningen i matematikk.

1.2 Problemformulering

Liljedahl (2004) og Wijns et al. (2019a) problematiserer at elever ikke bli introdusert for voksende mønster tidlig nok, da dette kan være ødeleggende for deres senere utvikling. Voksende mønster belyser andre matematiske ideer enn det repeterende gjøre, og blir for eksempel ofte sett i sammenheng med algebra og funksjonstenking. Det er gjort noe forskning på elevers evne til å tenke algebraisk gjennom arbeid med voksende mønster, men dette er i all hovedsak på eldre elever. Det er derfor interessant å se på førsteklassingers arbeid med voksende mønster og om elevene evner å tenke algebraisk i arbeid med mønsteroppgaver. Cai og Knuth (2011) hevder at elevene må generalisere analysere forhold mellom mengder, se strukturer, modellere, problemløsning,

[1] Utvalget består av Mulit 1A (Kirkegaard et al., 2010) og 1B (Alseth, 2010), Matemagisk 1 grunnbok (Fritzen et al., 2020) og matematikk fra Cappelen Damm 1A (Dahl & Nohr, 2019) og 1B (Dahl & Nohr, 2020).

rettferdiggjøre, bevise og forutsi for å kunne utvikle algebraisk tenking i begynneropplæringen.

Førsteklassinger er allerede kjent med repeterende mønster, og det kan være interessant å se hvordan elevene tar med seg disse erfaringene og tidligere kunnskaper inn i arbeid med voksende mønster. På bakgrunn av dette har jeg laget et læringsmateriell som består av oppgaver med både repeterende og voksende mønster. Læringsmateriellet vil bli nærmere presentert i kapittel 3. Jeg ønsker å se om læringsmateriellet kan fremme algebraisk tenking hos elevene gjennom å søke etter aspektene som Knuth og Cai (2011) presenterer.

For å kunne si noe om hvordan elevene deltar i diskursen gjennom læringsmateriellet vil jeg bruke det kommognitive rammeverket av Anna Sfard (2008). I følge Sfard (2008) lærer vi gjennom deltakelse, hvor diskursen vår stadig videreutvikles mot den historiske matematiske diskursen som allerede er etablert i samfunnet. Gjennom et kommognitivt perspektiv får jeg verktøy til å analysere elevenes deltakelse i diskursen, hvor jeg kommenterer på det de sier og gjør, og kan gjøre antakelser ut ifra dette. Sfard (2008) opererer med type rutiner elevene kan delta med i diskursen, som er rituelle eller utforskende rutiner, hvor førstnevnte handler om å opprette/vedlikeholde sosiale bånd og den sistnevnte handler om å oppdage ny matematikk og godkjenne nye narrativer. Dette er begreper jeg vil bruke for å beskrive elevenes deltakelse i diskursen. Videre vil jeg se på det Sfard (2008) kaller for objekt- og metalæring, og hvordan de ulike formene for læring kommer frem gjennom bruk av læringsmateriellet. Læring på objektnivå handler om å videreutvikle en allerede eksisterende diskurs, hvor det typisk blir innført nye matematiske ord, visuelle mediatorer, rutiner eller narrativer som samsvarer med tidligere narrativer. Læring på metanivå handler derimot om å endre reglene diskursen baserer seg på, hvor deltakerne må opptre på en ny måte for å kunne ta del i diskursen, hvor de ofte må forkaste tidligere godkjente narrativer for å godkjenne nye (Sfard, 2008).

Det kommognitive rammeverket vil gi meg verktøy til å kunne beskrive elevenes deltakelse og se hvordan den henger sammen med læring i tidlig algebra.

Problemstilling for denne studien er: *hvilke læringspotensial har et læringsmateriell basert på repeterende og voksende mønster for førsteklassinger?* For å kunne besvare problemstillingen har jeg formulert to forskningsspørsmål som jeg vil undersøke:

- Hvilke aspekter ved tidlig algebra kan identifiseres i førsteklassinger arbeid med læringsmateriellet?
- Hvordan legger læringsmateriellet til rette for elevenes deltakelse i diskursen?

For å finne svar på problemstillingen min og medfølgende forskningsspørsmål benyttet jeg meg av en kvalitativ metode med deltakende observasjon og semistrukturert, oppgavebasert intervju. I selve datainnsamlingen opptrådde jeg som lærer. Utvalget mitt består av seks elever på første trinn, alle fra samme skole. Disse seks elevene ble videre delt inn i to grupper, hvor begge av gruppene hadde to økter med læringsmateriellet hver.

1.3 Oppgavens struktur

I de følgende kapitlene vil jeg presentere det teoretiske bakteppe for studien. Jeg vil ta for meg tidligere forskning på mønsterarbeid, hvor jeg ser på definisjoner og måter å se mønster på. Jeg vil redegjøre for læringsutbytte som har blitt avdekket i tidligere studier med denne tematikken. Videre presenterer jeg teori om tidlig algebra, og redegjør for hva dette innebærer, hvordan det kan gjenkjennes og ser dette i sammenheng med mønsterarbeid. Avslutningsvis i teorikapittelet redegjør jeg for det kommognitive rammeverket, og hva den matematiske diskursen kjennetegnes av, hvor jeg vil gå nærmere inn på læring på objekt og metanivå samt å se på utvikling av rutiner.

Videre presenterer jeg læringsmateriellet, for så å gå nærmere inn på forskningsdesignet til studien, som baserer seg på en kvalitativ studie på seks elever på førstetrinn. Deretter presenterer jeg metode for analyse, hvor jeg redegjør for en tematisk analyse med forhåndsbestemte kategorier. Disse kategoriene sprang naturlig ut ifra mitt teoretiske bakteppe sammen med problemstilling og forskningsspørsmål, hvor hovedkategoriene var tidlig algebra og det kommognitiv rammeverket. Så presenterer jeg resultat fra analysen, for å så å diskutere funnene i lys av teori i diskusjonen. Avslutningsvis skal jeg svare på problemstillingen og medfølgende forskningsspørsmål.

2 Teori

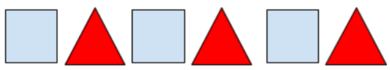
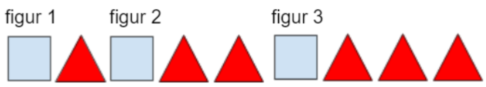
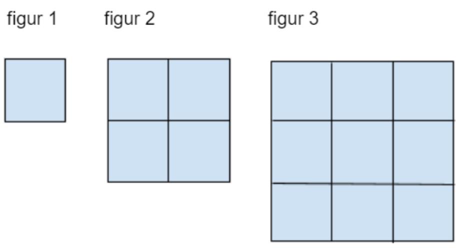
Studien tar for seg førsteklassingers arbeid med mønster. I teorikapittelet skal jeg først definere ulike mønster, samt hvordan slike mønster kan forstås og utrykkes. Videre vil jeg definere tidlig algebra og algebraisk tenking, og hvordan dette kan sees i sammenheng med mønsterarbeid. Avslutningsvis i dette kapittelet vil jeg redegjøre for sentrale begreper innenfor det kommognitive rammeverket, med særlig vekt på hva som kjennetegner læring og ulike rutiner.

2.1 Mønster

Matematiske mønster kan defineres som all regelmessighet som kan forutsees som involverer tall, plass eller måling (Mulligan & Mitchelmore, 2013). I skolen er det i hovedsak snakk om romlige mønster, repeterende mønster og voksende mønster. I min oppgave vil jeg hovedsakelig fokusere på repeterende og voksende mønster, men hvor romlige mønster kan dukke opp som element i voksende mønster.

Repeterende mønster defineres som en sekvens bestående av elementer, hvor disse elementene er satt sammen i en repeterende enhet som kan fortsette i det uendelige (Lüken & Kampmann, 2018; Threlfall, 1999). Voksende mønster består av en sekvens av elementer som øker eller minker systematisk (Wijns, et al., 2019a). Elementene av et voksende mønster kan i seg selv være et romlig mønster da det blant annet handler om hvordan elementene i mønsteret plassere seg i forhold til hverandre (Papic, Mulligan & Mitchelmore, 2011). Basert på disse definisjonene kan eksempler på et repeterende og voksende mønster være:

Tabell 1: definisjon på repeterende og voksende mønster

Repeterende mønster: En repeterende sekvens som går opp igjen.	Mønster 1 
Voksende mønster 1 En sekvens som øker og øker for hver figur.	Mønster 2 
Voksende mønster 2 En sekvens som øker og øker for hver figur.	Mønster 3 

Jeg anser i mønster 1 som et repeterende mønster og mønster 2 og 3 som varianter av voksende mønster, hvor mønster 3 er vanskeligere enn mønster 2. Wijns et al. (2019a) hevder hovedforskjellen på repeterende og voksende mønster er hvordan en må gå frem for å se mønsteret. I et repeterende mønster må en identifisere den minste repeterende enheten, og i et voksende mønster må en se etter endring og hvilke posisjoner de ulike figurene har i sekvensen.

2.1.1 Mønsterarbeid i begynneropplæringen

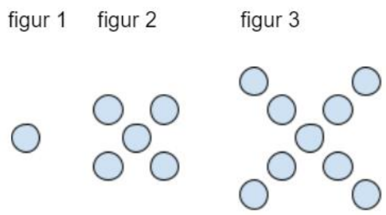
Mønster er noe unge elever er fascinert av, og engasjerer seg i (Ginsburg & Seo 1999 i Moss & McNab 2011). De fleste har erfaringer med mønster allerede fra barnehagen, og mange har laget spontane mønster på eget initiativ før de starter på skolen (Warren, 2005). Det er ikke en klar fasit på hvordan læringsstien innenfor mønsterarbeid burde forekomme, men felles for mye av forskningen på temaet er at spørsmålene om identifisering av den repeterende enheten, kopiering og forlenging er viktige elementer i arbeidet (Clements & Sarama 2014; Rittle-Johnson, Fyfe, McLean & McEldon, 2013; Wijns et al., 2019a; Wijns et al., 2019b). Unge elevers ferdigheter vil avhenge av type mønster og type mønsteraktivitet, og forholdet dem imellom. Det varierer hvor krevende unge elever oppfatter ulike mønsteraktiviteter, hvor aktiviteter som å kopiere og fullføre mønster anses som lettere enn å identifisere enheten eller endringen. Det som skiller aktivitetene er at den siste aktiviteten krever en dypere innsikt i enheten enn de to første (Wijns et al., 2019a).

Kopiering handler om å kunne gjenskape samme et mønster, og forlenging handler om å kunne bygge videre på mønsteret. Det å forlenge et repeterende mønster vil si at eleven fortsetter å legge den repeterende enheten i forlengelse av mønsteret. Det å forlenge et voksende mønster derimot handler om at eleven må kunne se endringen i mønsteret, (Wijns et al., 2019a, Wijns et al., 2019b). I oppgaver med voksende mønster vil målet være å kunne identifisere endringer mellom figurene (Wijns et al., 2019a), dette kan skje både rekursivt og eksplisitt, noe jeg kommer tilbake til i underkapittelet om tidlig algebra.

Gjennom arbeid med mønster vil flere matematiske aspekter komme frem, og arbeid med mønster vil ikke kun støtte elevenes kunnskap om mønster, men også styrke deres tallforståelse, evnen til å gruppere, stegtelle, gjøre aritmetikk og støtter deres tidlige algebra (Clement & Sarama, 2014; Kidd et al., 2013; Lüken & Kampmann, 2018; Threlfall, 1999; Van Nes & Lange, 2007; Wijns et al., 2019a).

Tallforståelse defineres av Anghileri (2006, s. 1) som evnen til å lage generaliseringer om mønstrene som finnes i tallrekken, hvor elevene klarer å prosessere ny kunnskap og knytte den til gammel. Van Nes og Lange (2007) hevder at tallforståelsen kan styrkes gjennom å studere den numeriske strukturen til mønsteret, som handler om å kunne se og telle antall elementer i et mønster (Mulligan & Mitchelmore, 2009, dette kommer jeg tilbake til i kapittel 2.2). Sentrale begreper innenfor tallforståelse er (1) en til en korrespondanse, som handler om å gi riktig ord til riktig tall, (2) kardinalitetsprinsippet som går ut på at det siste telte elementet angir mengden elementer, (3) ordinalitet, som går ut på å kunne lokalisere et talls plass i tallrekken, (4) subitizing som går ut på å kunne se antall elementer i en mengde uten å måtte telle, noe som kan skje dersom elementer er strukturert på en spesiell måte (Anghileri, 2006). Basert på dette kan en dermed si at arbeid med mønster bidra til utvikling av tallforståelse, da det å telle elementer i en mengde vil være en naturlig strategi for elevene for å avgjøre hvor mange elementer en figur består av, hvor de utøver en til en korrespondanse og viser til kardinalitetsprinsippet. Videre kan mønsterarbeid støtte til ordinalitet, da det handler om å kunne lokalisere tallets plass i tallrekken, noe jeg mener kan støttes opp under med å se på figurtallene i mønsteret og hvordan de plasserer seg i forhold til hverandre. Til slutt mener jeg at mange av mønstrene har en romlig struktur som gjør at elevene kan subitize, eksempelvis mønster 3 i tabell 1 baserer seg på kvadrattallene, hvor elevene kanskje spesielt vil dra kjensel på strukturen til figur 2 i mønsteret, som er organisert likt og med like mange elementer som firersiden på terningen.

Mønsterarbeid kan også støtte opp under aritmetisk utvikling. Repeterende mønster har repeterende enheter som kan fremme stegtelling og videre multiplikasjon hos elevene. (Mulligan & Mitchelmore, 2013). Måten elevene beskriver mønsteret på inngang til multiplikasjon i seg selv, for eksempel gjennom utsagn som «den går igjen tre ganger». Ferdigheter om stegtelling kan spille en viktig rolle i videre multiplikativ resonnering (Papic, et al., 2011). I en intervensjonsstudie over en periode på fem måneder med 51 førsteklassinger gjorde Lüken og Kampann (2018) funn som indikerte at regelmessige matematikkøkter med mønster og strukturer påvirket elevenes aritmetiske kompetanse positivt. Arbeid med voksende mønster kan også gi en naturlig kopling til egenskaper ved gruppering, da en del av å se en struktur kan dreie seg om å se de like gruppene figuren er bygd opp av. Eksempelvis er dette mønsteret en del av læringsmateriellet, og har en struktur hvor det vokser i fire forskjellige retninger, altså fire like grupper.



Figur 1: voksende mønster med like grupper

Mønsterarbeid nevnes også stadig som en mulig inngang til tidlig algebra (Kieran, 2004). Dette er noe jeg ønsker å utforskere nærmere i neste delkapittel.

2.2 Tidlig algebra gjennom mønsterarbeid

Algebra er ofte ansett som en vanskelig del av matematikken, og oppleves ofte utfordrende, umotiverende og unyttig for elevene, (Blanton & Kaput, 2011). Tradisjonelt har aritmetikken stått sentralt i barneskolen, og algebra stått sentralt på ungdomsskolen og videregående. Dette har i senere tid blitt kritisert, hvor det stilles spørsmål ved hvorfor algebra og aritmetikk har blitt lært som to adskilte temaer, da dette kan ha gjort mer skade enn nytte for elevenes forståelse (Kieran, 2007 i Cai & Knuth, 2011). Algebra i begynneropplæringen bør? ikke læres bort som et isolert tema, men som en del av aritmetikken, hvor elevene utvikler algebraisk tenking (Cai & Knuth, 2011).

Det er ulike beskrivelser og oppfatninger om hva tidlig algebra omfatter. Kaput (2008) foreslår at tidlig algebra består av å lage og uttrykke generaliseringer med formelle og konvensjonelle symboler, samt resonnering med symbolske former. Radford (2014) på den andre siden mener at det ikke er selve bruken av symboler som legger til rette for algebraisk tenking, men at det er aktiviteter med ukjente objekter, hvor disse objektene må beskrives og løses på en analytisk måte som fremmer algebraisk tenking. Jeg har i denne studien tatt utgangspunkt i Radford sin måte å beskrive algebraisk tenking på, da læringsmateriellet ikke ber elevene om å bruke konvensjonelle symboler for å beskrive mønsteret, men at de heller bruker et mer hverdagslig språk. Med denne beskrivelsen i grunn ønsker jeg å se nærmere på aspekter som fremmer algebraisk tenking hos unge elever. Cai og Knuth (2011) hevder det dreier seg om å generalisere, analysere forhold mellom mengder, se strukturer, studere endringer, modellere, drive problemløsning, rettferdiggjøre, bevise og forutsi eksempelvis mønster. Jeg vil videre ta for meg hva som ligger i disse begrepene, og eksemplifisere hvordan dette kan ses i sammenheng med mønsteroppgaver.

Generalisere

I repeterende og voksende mønster er det alltid en underliggende regel som forteller hvordan mønsteret er bygd opp og hvordan det skal fortsette videre. For å kunne se dette må elevene kunne generalisere (Mulligan & Mitchelmore, 2013). Generalisering forekommer når eleven klarer å se at et mønster kan bli representert på ulike måter, men likevel ha den samme underliggende strukturen (Papic, et al., 2011). Dette kan eksempelvis være at mønsteret ABABAB kan gjenkjennes som det samme som □Δ□Δ□Δ.

Radford (2010) skiller mellom to former for generalisering; aritmetisk og algebraisk, noe som dermed avgjør om mønsteraktiviteten vil fremme algebraisk tenking eller ikke. Aritmetisk generalisering handler om å se lokale likheter mellom figurene, men klarer ikke å bruke informasjonen til å utrykke hvilken som helst figur i mønsteret (Radford, 2010). Denne bekrivelsen ser jeg i sammenheng med begrepet rekursivt mønster. Lannin (2005) beskriver det å se et mønster rekursivt med at elevene vil bruke tidligere figurer i mønsteret for å avgjøre hvordan den neste figuren skal se ut. Algebraisk generalisering på den andre siden handler om å kunne se likheter i mønsteret, og bruke denne informasjonen til å kunne uttrykke enhver figur i mønsteret. Denne beskrivelsen ser jeg i sammenheng med begrepet eksplisitt mønster. Lannin (2005) beskriver det å se et mønster eksplisitt som at eleven kan lage en regel for å utrykke mønsteret, basert på informasjonen hun får gitt gjennom mønsteret. Dette vil i min oppgave ikke være å gi mønsteret et formeluttrykk, men å beskrive det med hverdagsord og visuelle mediatorer.

Dette ønsker jeg å eksemplifisere med mønster 3 som ble presentert i tabell 1. En elev som ser mønsteret rekursivt si at mønsteret vokser med en mer i bredden og en i høyden for hvert figurtall, og tegne opp/telle seg hele veien opp til figur 10 for å kunne gi svaret. En elev som ser mønsteret eksplisitt vil kunne si at mønsteret er like bredt og høyt som figurtallet til figuren, og at en må gange bredde og høyde for å kunne finne antall elementer i mønsteret. Denne måten å beskrive et mønster på vil jeg anse som eksplisitt, da jeg mener at dette gir den samme beskrivelsen som uttrykket F(n)=n^2, bare i en ukonvensjonell stil.

Som utgangspunkt for analysen bruker jeg Mulligan og Mitchelmore (2013) sin beskrivelse av generalisering, hvor jeg anser alle mønstrene som elevene får til som et tegn på generalisering. Jeg kommer videre til å analysere om generaliseringen kan sies å være aritmetiske eller algebraisk.

Analysere forhold mellom mengder og studere endringer

Som nevnt er det to måter en kan se mønster på: eksplisitt og rekursivt. Dette ser jeg i sammenheng med aspektene analysere forhold mellom mengder og å studere endringer.

Analysere forhold mellom mengder kan komme til syne dersom elever ser avhengige relasjoner mellom figurtall og figurmønster. Dersom elevene analyserer forhold mellom mengder kan det videre legge et grunnlag for funksjonell tenking (Moss & Mcnab, 2011). Eksempel på dette kan være oppgaver der elevene ser på posisjonen til de ulike figurene, og hva plasseringen har å si for den numeriske verdien i mønsteret, og hvordan det utvikler seg. Dette tolker jeg til å være det samme som å se et mønster eksplisitt, som videre henger sammen med algebraisk generalisering.

Elevene studerer endringer dersom en ser variasjonene mellom figurene som er presentert i mønsteret, hvor de klarer å bygge videre på disse (Moss & Mcnab, 2011). Her trenger elevene kun å se de tidligere figurene for å avgjøre neste, noe jeg oppfatter å være mindre krevende for elevene. Jeg tolker det å studere endringer til å være det samme som å se et mønster rekursivt, som videre henger sammen med aritmetisk generalisering.

Begge disse aspektene, slik jeg forstår dem, kan kun skje gjennom arbeid med voksende mønster, ikke gjennom repeterende mønster. Grunnen til dette er at repeterende mønster ikke har endringer i figurene som er presentert, og at det dermed ikke er noen avhengige forhold som elevene må være bevisst på. De trenger heller ikke å studere endringene i mønsteret, da strategien vil være å fortsette å kopiere den repeterende enheten.

Se strukturer

Måten et mønster er organisert på er definert som mønsterets struktur og spiller en stor rolle i arbeid med mønster (Mulligan & Mitchelmore, 2009). Mulligan og Mitchelmore (2013) skiller mellom to type strukturer, romlig- og numerisk.

Romlig strukturering handler om å kunne se hvordan objektene er formet og komponert. Dette krever at eleven identifiserer de romlige komponentene, og evner å relatere gamle med nye objekter (Mulligan & Mitchelmore, 2009). I arbeid med mønster vil dette for eksempel kunne være å se hvordan elementene i en figur er organisert, og hvordan figurene i et mønster er organisert i forhold til hverandre. Eksempelvis i tabell 1 mønster 2 kan det være å se at det bli større og større for hver figur, og de er organisert på en linje. I mønster 3 må elever kunne se at de er organisert i et slags rutenett, hvor de skal plasseres rett over og til siden for hverandre, samtidig som det vokser både vannrett og loddrett.

Numerisk strukturering handler om å kunne telle, subitize, gruppere, finne enheter, dele, estimere eller gjøre notasjon av essensielle elementer i mønsteret (Mulligan & Mitchelmore, 2009). Dette vil, slik jeg forstår det, handle om å kunne se antall i de ulike figurene, og gjenkjenne at eksempelvis i tabell 1 mønster 2 så er det en, så to, så tre røde trekanter. Og i mønster 3 det å kunne se at mønsteret er en, fire, ni, og at dette representerer kvadrattallene.

Både romlig og numerisk strukturering går innunder strukturell tankegang som Mulligan og Mitchelmore (2013) hevder er svært viktig for elevenes utvikling i matematikk. En elev som innehar strukturell tenking evner å se regularitetene som befinner seg i mønsteret, samt se sammenhenger og hvordan de er relatert til hverandre, og forbindes derfor med algebraisk tenking (Mulligan & Mitchelmore, 2009).

Modellere

Modellering er et begrep som kan bety flere ting i matematiske sammenheng, i denne oppgaven tar jeg utgangspunkt i Mulligan et al. (2020) sin beskrivelse av modellering som aktivitet. Det handler om å konstruere eller organisere fysiske modeller. Dette vil være en naturlig del av oppgavene elevene får gjennom læringsmateriellet, da det handler om å lage mønster med visuelle mediatorer. Et hvert forsøk på å lage et mønster vil være en form for modellering ut ifra denne beskrivelsen.

Problemløsning, rettferdiggjøre, bevise og forutsi

Arbeid med voksende mønster kan støtte elevenes utvikling av språk, da det krever resonnering for å kunne forutsi det videre mønsteret uten å sitte på all informasjon. Elevene må bevise og kommuniserer resoneringen sin om hvilken regel som bestemmer mønsteret, altså rettferdiggjøre og bevise hvorfor mønsteret utvikler seg som det gjør (Moss & Mcnab, 2011). Moss og Mcnab (2011) opplevde i sin studie med elever på 2. trinn at elevene var interessert i å rettferdiggjøre svarene sine og forutsi mønstrene.

Dette kan oppstå dersom elever forklarer hvorfor de mener mønsteret vokser på en bestemt måte, hvor de har resonnert seg frem til et svar ut ifra den informasjonen de har tilgjengelig. Dette er ikke en prøv og feil strategi. Det å kunne forutsi i sammenheng med mønster kan være når elevene gir neste figur uten å bygge den, og kan gi flere figurer videre i mønsteret uten å måtte fysisk se dem.

2.3 Kommognisjon som rammeverk for å undersøke læring

Som overordnet teoretisk rammeverk for studien har jeg valgt kommognisjon av Anna Sfard (2007, 2008). Dette rammeverket springer som nevnt ut ifra antakelsen om at læring skjer gjennom deltakelse, hvor vi både som enkeltindivider og kollektivt videreutvikler måten vi kommuniserer om og med matematikk på, altså hvordan diskursen endres. Med dette som bakteppe for studien får jeg muligheten til å se på hva elevene gjør og sier, fremfor å skulle kommentere på det kognitive som skjer hos eleven, da det er noe jeg ikke har tilgang på.

Dette er et rammeverk som er rettet mot matematikkundervisning og elevers læring. Begrepet kommognisjon består av begrepene kommunikasjon og kognisjon, som stammer fra den sosiokulturelle læringsteorien og den kognitive læringsteorien (Sfard, 2008). Den sosiokulturelle læringsteorien baserer seg på at læring skjer i det sosiale, og gjennom deltakelse, noe Sfard (2008) er inspirert av i sitt rammeverk. Sfard (2008) har imidlertid redefinert kognisjonsbegrepet og gått bort fra det kognitive synet på læring, hvor det operasjonaliserte begrepet nå handler om indre kommunikasjon med en selv, altså tenking. Dette begrunner Sfard med den dialogiske naturen vi har med oss selv, hvor vi informerer oss selv, diskuterer, stiller spørsmål, og venter på vår egen respons.

Med den nye definisjonen blir kommunikasjon og kognisjon to sider av samme fenomen, hvor begge handler om læring som deltakelse (Sfard, 2007).

2.3.1 Matematisk diskurs

Diskurs er et sentralt begrep i kommognisjon, og kan defineres som en type kommunikasjon som er forbeholdt en type fellesskap (Sfard, 2008). Matematikk er en historisk etablert diskurs, og målet for matematikkundervisning er å kunne ta del i denne etablerte diskursen, med den bestemte måten å kommunisere på (Sfard, 2008). En slik diskurs kan kjennetegnes av en eller flere av disse aspektene: matematiske ord, godkjente narrativer, visuelle mediatorer og rutiner.

Matematiske ord er ord som har en spesiell betydning i diskursen. Mange elever har allerede gjort seg kjent med flere begreper som brukes i matematikk, men da i hverdagsspråket. I matematikk får de en mer distinkt mening (Sfard 2007). Eksempelvis bruker vi ordet funksjon i hverdagsspråket for å beskrive hvordan ulike ting fungerer, som «tv-kontrollens funksjon er å slå på og av tv-en.». Idet matematiske språk derimot menes funksjon som en tilordning, hvor vi for eksempel kan beskrive et voksende mønster ved hjelp av en funksjon. Mønster 3 som ble presentert innledningsvis i teorikapittelet ville kunne representeres som $f(n)= n^2$, som er en funksjon for å beskrive veksten i mønsteret og hvordan den henger sammen med figurtallet. Dette er ikke en realistisk endring i denne studien, da vi ikke skal ha fokus på funksjoner. Her kan det heller være at elevene har hørt ord som «repeterende» og «voksende» i settinger som «repeter etter meg» og «som du vokser», men ikke nødvendigvis brukt dette for å beskrive et mønsters repetering eller vekst, disse ordene har ikke et like tydelig skille mellom hverdagsspråk til matematiske språk som eksempelvis funksjon.

Visuelle mediatorer er ulike hjelpemidler som vi bruker for å kommunisere om og med matematikk. Dette kan være typiske representasjoner som symboler, formler, grafer, tegninger eller diagrammer (Sfard, 2007), men det kan også være hvordan vi kommuniserer med kroppsspråk og gestikuleringer (Sfard, 2008). I læringsmateriellet blir det tatt i bruk flere typer visuelle mediatorer, for eksempel geometriske figurer som brikker og pinboard, som begge vil gå innunder konkreter. Det blir også brukt tegning som er en ikonisk visuell mediator. Elevene er mest sannsynlig ikke kjent med pinboard i denne settingen før, og dette kan være en måte å videreutvikle elevens diskurs på, da de bruker en ny visuell mediator for å formidle mønsteret.

Narrativ er enhver skriftlig eller muntlig tekst som gir en beskrivelse av objekter, relasjoner mellom objekter og aktiviteter av eller med objekter som kan godkjennes eller forkastes. Her kan betingelsene for hva som godkjennes og ikke variere fra diskurs til diskurs. I matematikken i skolen blir elever presentert for en rekke narrativer som allerede er godkjent, som teorier, definisjoner, teoremer eller bevis (Sfard, 2007). I denne studien utsettes ikke elevene for disse allerede fastsatte og godkjente narrativene i stor grad, men de blir selv nødt til å forsøke å komme med løsningen på mønsteret, hvor de skal reprodusere og forlenge det. Dette fører til at elevene selv lager narrativ, som videre kan godkjennes eller forkastes av dem selv eller av gruppen. Her vil maktrelasjonene spille en stor rolle, da elevene ser opp til lærer som «fasit», mer kunnskapsrik og de søker dermed bekreftelse av lærer (Sfard, 2007). Slik jeg forstår teorien vil narrativet i denne studien kunne være at elevene fysisk bygger på mønster hvor de sammen med resten av gruppen og lærer må forkaste eller godkjenne narrativet, altså løsningen på mønsteret. Et annet narrativ som kan dukke opp er definisjonen på hva mønster er for elevene. Mange av elevene har mest sannsynlig ikke jobbet med voksende mønster før, og det er mulig å anta at elevene anser begrepet mønster til å kun innebefatte repeterende mønster. I møte med det nye narrativet om at mønster kan være både repeterende og voksende blir de nødt til å forkaste det gamle narrativet, og godta det nye.

Rutiner er veldefinerte mønster i deltakernes handlinger, som er karakteristiske for den gitte diskursen (Sfard, 2007). Slike regelmessigheter kan observeres ved å se på bruk av matematiske ord og visuelle mediatorer, eller å følge prosesser hvor elevene for eksempel lager og underbygger narrativer om tall og mønster. Rutiner er altomfattende, og overlapper med de øvrige aspektene av en matematisk diskurs. I rutiner følger vi ofte etablerte regler for diskursen. Dette er et begrep som i senere tid har blitt operasjonalisert, noe som jeg skal gå nærmere inn på i neste delkapittel

2.3.2 Rutiner

Rutinebegrepet er blitt operasjonalisert, hvor læring er blitt konseptualisert som en prosess av rutinisering (eng: routinization) av handlinger (Lavie, Steiner & Sfard, 2018). Med dette menes det at elever ser på en person høyere opp i det diskursive hierarkiet, hvor en etterligner og observerer handlinger til de blir individualisert. Læring i matematikk skjer gjennom rutiner som spirer fra nye diskurser som eleven bli introdusert for. Med dette er nye diskurser grobunn for nye rutiner, og det å lære nye rutiner legger til rette for læring (Lavie et al., 2019).

I denne tolkningen av rutinebegrepet er oppgavebegrepet sentralt. Oppgave i denne konteksten er en persons tolkning av en gitt oppgavesituasjon. Hvordan en elev tolker en oppgavesituasjon vil avhenge av elevens tidligere erfaringer og opplevelser med lignende oppgaver. Ut ifra elevenes tolkning og identifisering av oppgaven vil hun koble den til sine tidligere erfaringer og dermed kunne vurdere hvilke tidligere prosedyrer som kan anvendes på den nye situasjonen. Her vil eleven finne den tidligere erfaringen som er mest lik, og operere etter hvordan hun har gjort det tidligere med lignende oppgaver. Dette kalles for oppgave- prosedyrepar (Lavie et al., 2019). Videre må eleven se etter *hvordan* og *når* de utførte gitte prosedyrer. Dette fører til at en gitt oppgave ikke nødvendigvis trenger å bli oppfattet likt hos forskjellige elever, og at de ikke nødvendigvis anvender samme prosedyre (Lavie et al., 2019).

I arbeid med mønster er det ikke utenkelig at elevene som ikke er kjent med voksende mønster vil finne frem tidligere erfaringer de har med mønsterarbeid, nemlig repeterende mønster, og anvende denne prosedyren til oppgaven som de har identifisert til å være tilsvarende lik tidligere oppgaver med repeterende mønster.

Rutiner kan deles inn i tre typer, rituell rutine, utforskende rutine eller en gjerning. En rituell rutine er sosialt betinget, og handler om å tilfredsstille og gjøre det som er forventet av en (Tabach & Nachlieli 2016). I en slik rutine vil ikke eleven være opptatt av å få riktig svar, men av bekreftelse og anerkjennelse fra lærer. Rituelle rutiner handler videre om å gjengi og reprodusere bestandighet og homogenitet. Disse er ofte prosessorienterte, hvor sluttproduktet ikke er viktig for deltakeren (Sfard, 2008). Gjennom utforskende rutiner blir eleven blir kjent med en ny del av matematikken. Her er eleven produktorientert, og vil forsøke å produsere eller godkjenne nye narrativer, som for eksempel å forklare regelen for et mønster (Tabach and Nachlieli 2016). I motsetning til rituelle rutiner så gjenkjennes de utforskende ved innovasjon, variasjon og mangfold (eng: diversity) (Sfard, 2008). En gjerning forekommer gjennom manipulering og produsering av objekter. Dette er ofte de fysiske handlingene elevene gjør i arbeid med matematikk (Tabach and Nachlieli 2016). I denne settingen er selve modelleringen, altså organisering av objekter, en del av å produsere narrativet, og jeg kommer derfor ikke til å benytte meg av gjerninger som begrep for denne oppgaven, da det vil være en del av de rituelle og utforskende rutinene.

I arbeid med mønsteroppgaver kan en typisk rituell deltakelse kunne gjenkjennes ved at eleven anvender en prosedyre hun allerede er kjent med, hvor hun typisk kan bruke en strategi for repeterende mønster på voksende mønster. En kan si at elevene godkjenner et nytt narrativ i det de forlenger et repeterende mønster de ikke har sett før, men på den andre siden ser ikke jeg denne aktiviteten som «innovativ, varierende og mangfoldig», og vil derfor ikke si at det å kunne forlenge et repeterende mønster er å delta utforskende. En elev med utforskende deltakelse vil i større grad analysere mønsteret, hvor eleven er opptatt av at produktet blir riktig. Denne eleven vil kunne prøve å benytte seg av nye strategier for å se mønsteret. Eksempelvis i mønsteret i figur 1 så kan eleven analysere mønsteret, og komme opp med ideen om at armene blir lengre og lengre.

I en matematisk diskurs så fremstår ingen rutiner som hverken helt rituelle eller helt utforskende, dette er to ytterpunkter av et bredt spekter(Sfard, 2020). En kan likevel si at deltakelsen heller mer mot rituell eller utforskende.

Fra rituelle til utforskende rutiner

For at elever skal kunne lære matematikk må de tilnærme seg den allerede etablerte historiske matematikken, som de videre må individualisere og gjøre til sin egen (Sfard, 2008). Dette kan være at elevene ekspanderer sin tidligere diskurs, eller godkjenner nye narrativ om allerede kjente objekter. Elever blir ofte gjort kjent med rituelle rutiner før de kan individualisere dem og utvikle utforskende rutiner. Rituelle rutiner er derfor viktig i starten av nye matematiske diskurser (Nachlieli & Tabach, 2018).

Nye rutiner føles sjeldent nødvendig for en elev når en først blir introdusert for det, tvert imot. En lærers mål vil alltid være at eleven skal kunne bruke utforskende rutiner, men for å kunne oppnå det må elevene ofte gjennom rutine som rituell først. Disse rituelle rutinene kommer ofte fra elevene som et forsøk på å tilfredsstille lærerens forventinger, og for å unngå irettesetting. Det er disse rutinene som senere vil bli utforskende, da elevene etter hvert individualiserer dem (Lavie et al., 2019). Gjennom tiden vil eleven kunne de-ritualisere rutinen, hvor eleven nå har individualisert matematikken som sin egen og kan bruke rutinen utforskende. Dette er en tidkrevende prosess, og er ikke nødvendigvis noe som skjer i løpet av årene eleven er i skolen (Lavie et al., 2019).

Det å identifisere rutiner er en fortolkende prosess både for den som utøver oppgaven og den som observerer. Lavie et al. (2019) hevder videre at, uansett metode, er det for lite å se på en isolert episode og tolke noe ut ifra det. Des mer informasjon vi har på den utøvende sine tidligere handlinger jo mer robuste blir våre påstander om personens utvikling av rutiner.

2.3.3 Endring av diskurs – læring

Læring i kommognisjon skjer gjennom endring eller påbygging av allerede eksisterende diskurs. Deltakerne av diskursen må kunne gjøre diskursen til sin egen for å oppnå læring. En diskurs er individualisert dersom deltakeren evner å kommunisere matematikk ikke bare med andre, men også seg selv, altså gjennom tenking. I det kommognitive rammeverket vil derfor spørsmålet om hva elevene fortsatt har igjen å lære være ekvivalent med hvilke nødvendige endringer eleven må gjøre i sin måte å kommunisere matematikk på (Sfard, 2007). Matematikk som elever lærer i skolen er modifiserte versjoner av deres eget hverdagsspråk, og dermed kan læring bli sett på som transformasjoner mellom det spontane hverdagsspråket og det matematiske språket. Det vil si at elevene ikke begynner helt fra start når de blir introdusert for matematikkens begreper, men at de må redefinere disse begrepene for seg selv for å kunne da del i den matematiske diskursen. Diskursen til en elev eller en hel klasse kan studeres ved å identifisere transformasjoner i hver av de fire aspektene som en matematisk diskurs består av. En kan observere elevenes endring i hvordan de bruker matematiske ord, visuelle mediatorer, godkjente narrativer, eventuelt godkjenner eller forkaster nye og hvordan de bruker rutiner.

Når vi bruker rutiner er det enkelte regler vi følger. Sfard (2008) deler reglene inn i to typer: regler på objektnivå og regler på metanivå, også kalt metaregler. Reglene på objektnivå handler om objektene diskursen dreier seg om, altså det matematiske. En metaregel på den andre siden handler om hvordan vi handler i diskursen, og hvordan vi eksempelvis underbygger og formulerer reglene på objektnivå (Sfard, 2008). Slik jeg forstår teorien vil for eksempel regel på objektnivå være at et repeterende mønster består av en repeterende enhet, altså en regel som beskriver det matematiske objektet for diskursen. Et eksempel på en metaregel kan handle om hvordan deltakerne produserer og underbygger narrativer, hvor eleven for eksempel må redegjøre for om et mønster er repeterende eller voksende, før en kan vite hvilken regel på objektnivå en skal benytte seg av. Regler på objektnivå vil ikke endre seg når de først er kommet til syne for deltaker, mens en metaregel vil kunne utvikle seg over tid (Sfard, 2008)

Læring i det kommognitive rammeverket kan skje på to nivåer, objekt- og metanivå:

Læring på objektnivå - skjer gjennom at deltakeren ekspanderer en allerede eksisterende diskurs, hvor han/hun tilfører nye matematiske ord, bruker nye visuelle mediatorer, produserer nye narrativer og konstruerer nye rutiner (Sfard, 2007). Dette kan være å bli kjent med nye måter å representere mønster på, eksempelvis hadde ikke elevene i studien tidligere brukt pinboard til å lage mønster. De hadde heller ikke hatt fokus på ord for å beskrive mønster som: «det gjentar seg», «det går opp og opp igjen», «det repeterer seg», «det blir større og større», «det vokser».

Læring på metanivå - skjer nå metareglen for diskursen endres. Dette kan være når noen tidligere kjente strategier eller narrativer ikke lengre stemmer (Sfard, 2007). Dette kan for eksempel være å operere etter regelen om at et mønster alltid består av en repeterende enhet som går i syklus. Dette narrativer må forkastes når elevene blir kjent med voksende mønster, og reglene som gjelder for disse mønstrene. En elev er lite trolig til å oppnå læring på metanivå på egenhånd. Det er mer sannsynlig at eleven kan oppnå læring på metanivå gjennom introduksjon av en ny diskurs, som ofte introduseres av en lærer (Sfard, 2008). Her spiller igjen maktrelasjonene en rolle, hvor eleven ser opp til lærer som en allvitende. Læring på metanivå skjer ofte gjennom en kommognitiv konflikt.

Kommognitiv konflikt- oppstår når kommunikasjonen mellom deltakere i diskursen blir hindret av at deltakerne operer etter ulike metaregler, og derfor eksempelvis bruker samme ord på ulike måter (Sfard, 2007). Dette kan være når en elev og lærer eller medelev snakker om mønster, hvor eleven mener at mønster kun er repeterende, mens lærer/medelev mener at det kan forekommer både som repeterende og voksende. Dersom partene fortsetter å snakke med samme begrep, men med forskjellige definisjoner uten å adressere hva som er den riktige definisjonen vil det oppstå en kommognitiv konflikt. Mistanken om en kommognitiv konflikt burde kun skje i tilfellene hvor narrativene fra partene er saklige, og muligheten for feil konstruksjon eller underbyggelse er eliminert. Eksempelvis vil det ikke være en kommognitiv konflikt dersom en elev har glemt å legge en brikke i et mønster, eller lagt feil farge ved et uhell. Dette vil da gå på konstruksjonen av narrativet, og ikke de gjeldene metareglene for diskursen.

Ideen om kommognitiv konflikt baserer seg på antakelsen om at læring, som er endring av diskursen, skjer gjennom interaksjon med andre. Kommognitiv konflikt skjer ikke hovedsakelig gjennom uoverensstemmelser mellom godkjente narrativer, men heller gjennom ulike måter deltakerne kommuniserer på (Sfard, 2007).

For å kunne løse en kommognitiv konflikt må deltakerne bli enige om gjeldene regler for diskursen, de vil ikke kunne løse konflikten dersom de fortsetter å operere med hver sin diskurs som er bestemt av ulike regler (Sfard, 2007). For å kunne bli enige om diskursen må det være et sett med uniforme rutiner, noe som ofte blir bestemt på bakgrunn av maktrelasjonene som oppstår mellom deltakerne. Dersom lærer er med i diskursen, er det naturlig at hun blir lederen, men det kan også være en elev som leder an. For at diskursen skal kunne endres må deltakerne stole på leder, og leder må gjøre seg forstått. Den nye diskursen må bli verdsatt av deltakerne, hvor de gjør en innsats for å delta. Rollene i den kommognitive konflikten er viktig, og rollene må bli akseptert av deltakerne. Lederen må akseptere rollen, mens resterende deltakere må være villige til å innta rollen som lærende, hvor de ønsker å forstå diskursen som lederen legger frem. Dette er ikke en formell situasjon, men noe som skjer automatisk (Sfard, 2008).

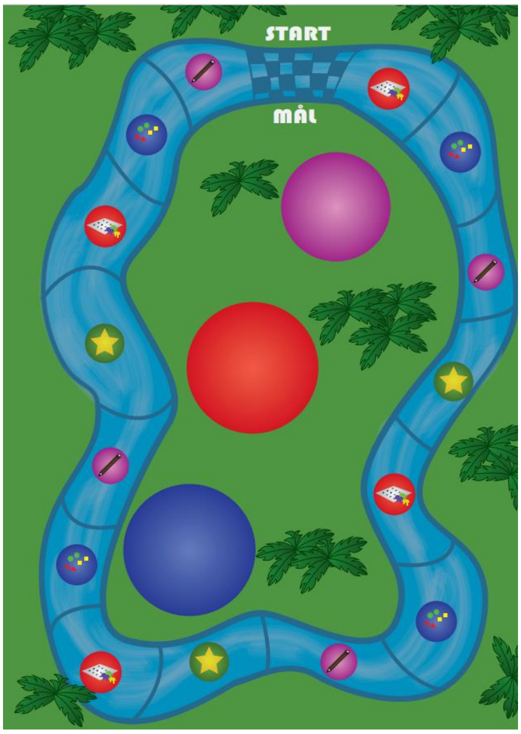
Det å tilegne seg en diskurs skjer ikke nødvendigvis med en gang, og deltakerne må få tid til å bli fullverdige deltakere. De må følge den ledende diskursen, selv om de enda ikke forstår dens indre logikk og fordeler. Det kan ikke være forventet at eleven skal bruke diskursen proaktivt, da diskursen i deres øyne er en diskurs for andre enn seg selv. Læringsmålet her er at eleven til slutt skal kunne gjøre diskursen til en diskurs for en selv, hvor eleven selv engasjerer seg i diskursen på egne premisser, til å løse egne problemer (Sfard, 2007).

For å kunne oppnå læring må deltakerne, både elever og lærere, være realistiske i hva som kan utforme seg i klasserommet. Deltakerne må være innforstått med at diskursen vil bli sett på som fremmed når det blir tatt i bruk, og at dette er noe de øver på bare fordi det er en diskurs andre verdsetter. Dette er en del av læringsprosessen, men for at læring skal skje kreves det engasjement og interesse fra de som skal prøve å lære og anvende den nye diskursen (Sfard, 2007).

3 Læringsmateriellet

Utgangspunktet for denne masteroppgaven er et eget designet brettspill med mønsteroppgaver. Bakgrunnen for at jeg har valgt å lage et eget læringsmateriell er ønsker om å ha noe konkret som kommer ut av masteroppgaven, som jeg selv kan benytte når jeg skal undervise i matematikk. Læringsmateriellet er laget på bakgrunn av matematikkdidaktisk litteratur om mønster og strukturer og kommognisjon.

Læringsmateriellet er formet som et brettspill, hvor elevene har en felles spillebrikke de flytter. I datainnsamlingen av spillet hadde jeg med meg grupper på tre personer, hvor de byttet på å kaste terning og løse oppgaver. Spillet består av fire ulike typer spillefelt en kan lande på. Det lilla feltet er tegning, hvor elevene blir bedt om å tegne mønster. Det blå feltet er brikker, hvor elevene blir bedt om å lage mønster med brikker i ulike geometriske former. Det røde feltet er «pinboard», hvor elevene blir bedt om å lage mønster med pinboard. Og det grønne feltet betyr at elevene skal lage sitt eget mønster, men hjelp av selvvalgt visuell mediator.



Figur 2: brettspill

Dette er et lærerstyrt brettspill, hvor læreren bestemmer oppgaven som hun synes passer ferdighetene til eleven/elevene. Lærer trekker opp kort i samme farge som eleven har landet på, hvor lærer kan velge mellom tre mønster, med ulik vanskelighetsgrad. Læreren viser først mønsteret, gjennom å tegne, legge opp brikker eller sette nåler i pinboard. Videre blir elevene først bedt om å kopiere mønsteret, så forlenge det og til slutt forklare hva som går opp igjen/ endrer seg i mønsteret. Det er ikke noen konsekvenser dersom elevene svarer riktig eller galt på oppgavene, turen går uansett videre til nestemann.

3.2 Visuelle mediatorer

Som nevnt over er det tre mulige visuelle mediatorer elevene kan lande på i spillet. Tegning, brikker og pinboard. Når elever får en visuell tilnærming til matematikk har elevene mulighet til å utvikle en dypere forståelse (Bolar, et al., 2016). Disse ulike visuelle mediatorene gir ulike utfordringer for elevene. Warren (2005) hevder at bruk av konkreter i mønsterarbeid er viktig. Eksempelvis valgte elevene i hennes studie å bruke konkreter før de skulle tegne mønster på ark, for å kunne se det i forkant. Blanton og Kaput (2004) (i Warren 2005) foreslår varierende læringsaktivitet i arbeid med mønster, da dette kan utvikle funksjonell tenking hos elevene. Ulike konkreter vil gi ulikt utgangspunkt for strukturering av mønster.

Tegning – Dette er en visuell mediator som avhenger veldig av elevenes ferdigheter i tegning, samt deres forståelse for mønster og struktur. Elevene som har utviklet finmotorikk vil ha et bedre utgangspunkt for å modellere mønsteret enn elevene som ikke har utviklet den i like stor grad. Disse mønstrene skilles mellom ulike tegnede geometriske figurer, hvor alle er i samme farger.

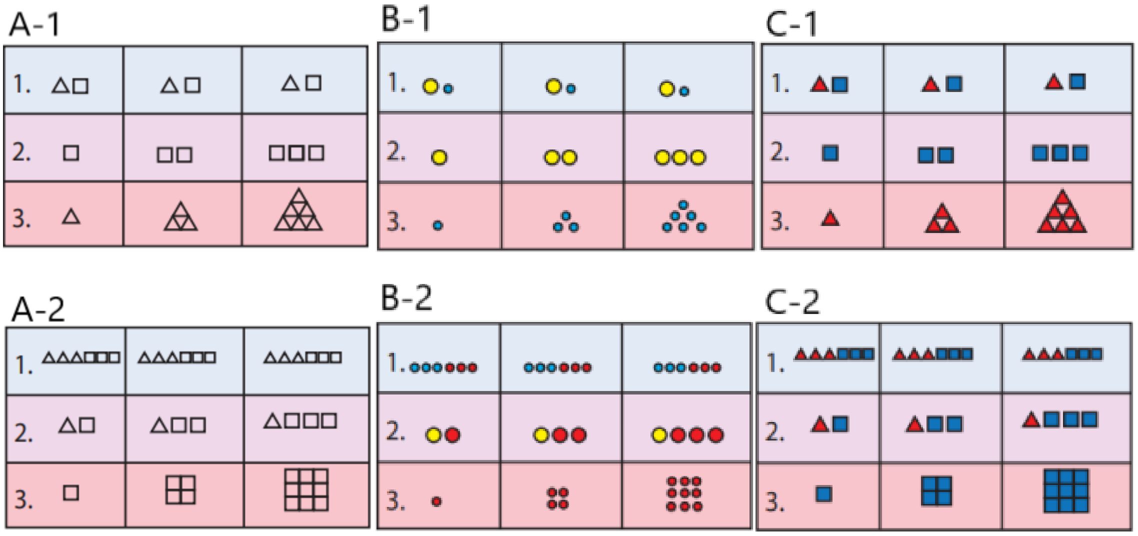
Brikker – ved bruk av de geometriske brikkene må elevene kun strukturere de ferdige brikkene i forhold til hverandre. Det er tre type geometriske brikker, firkanter, trekanter og stjerner (kortene viser og gule sirkler, men her ble det kun brukt stjerner i gjennomføringen). Disse er videre i tre forskjellige farger, hvor firkantene er blå, trekantene er røde og stjernene er gule.

Pinboard – Pinboard er et brett med mange med hull strukturert som et rutenett. Det følger også med såkalte «pins», som jeg kaller for nåler i denne oppgaven. Disse nålene er ulike rundinger, men noe ulik størrelse, og ulike farger. Denne visuelle mediatorer kan potensielt hjelpe elevene til å strukturere mønsteret i større grad enn de andre visuelle mediatorene, da denne er strukturert med et rutenett, som kan vær til støtte når en skal legge mønsteret.

3.3 Valg av oppgaver

Dette læringsmateriellet baserer seg som sagt på repeterende og voksende mønster. For å finne mønster å bruke i læringsmateriellet har jeg brukt flere av mønstrene som har kommer frem i ulik litteratur på emnet (Mulligan & Mitchelmore, 2016; Papic & Mulligan, 2007, Mulligan et al., 2020; Wijns et al., 2019a Wilkie & Clarke, 2016) samt laget noen selv. Det er i alt 30 mønster, hvor det er delt inn i tre nivåer av vanskelighetsgrad som ble presentert i teorien. Nivå 1 er repeterende mønster, og nivå 2 og 3 er voksende mønster, hvor nivå 3 er mer utfordrende enn nivå 2. Det er altså 10 mønster innenfor hvert av nivåene, og disse mønstrene blir igjen representert med tre forskjellige visuelle mediatorer. Til sammen gir dette 90 oppgaver (se vedlegg 3 for full oversikt over oppgavene).

For å kunne referere til hvilke mønster elevene har fått i transkripsjon har jeg gitt hvert av mønstrene og medfølgende visuell mediator et navn. Navnet er bygd opp av Representasjon – kort – nivå, hvor representasjonene blir representert med bokstaver, og kort og nivå med tall. A står for tegning, B for pinboard og C for geometriske brikker. Videre er det som sagt 10 mønster i hvert av nivåene, på kortene er det et mønster fra hvert nivå. Det vil si at det er tre mønster på hvert kort. Det siste tallet indikerer da hvilket nivå som er valgt på kortet, da nivå 1, 2 eller 3.



Figur 3: eksempler på oppgavekort

Eksempelvis vil det første kortet øverst til venstre med oppgave nivå 1 bli representert som A-1-1.

Til hvert av mønstrene er det tilknyttet noen fastsatte oppgaver. Som nevnt i teorien er det vanlig å be elevene kopiere, forlenge og identifisere den repeterende enheten/ eller identifisere endringen i mønsteret.

3.4 Samarbeid

Læringsmateriellet gir mulighet for samarbeid elevene imellom. En viktig del av rammeverket om kommognisjon er læring gjennom deltakelse (Sfard, 2007, 2008). Spillet gir mulighet for at elever kan be medelevene hjelpe til, dersom hun/han står fast. Tanken er at alle skal prøve selv først, men at om de ikke vet svaret, og ikke har noen forslag så kan de spørre medelevene om innspill. Dersom eleven legger/tegner feil mønster, kan medelevene brukes til å korrigere. Som lærer trenger en ikke da å si med en gang at mønsteret er feil, men heller spørre medelevene om de er enige med vedkommende. Her kan elever bli inspirert av medelever eller lærer og for eksempel benytte seg av rituelle rutiner, hvor de forsøker samme strategi som andre har brukt.

3.5 Lærerens rolle

Det trekkes «oppgavekort», hvor lærer kan velge mellom tre mulige mønster å legge til eleven. Her kan læreren selv ta vurderingen på hvilken vanskelighetsgrad eleven skal få på oppgaven ut ifra hva huns synes passer.

Når jeg jobbet med dette læringsmateriellet har jeg hatt kommognisjon i bakhodet, og lederen av diskursen sin rolle. Ettersom dette er et lærerstyrtspill er det naturlig at læreren er leder av diskursen.

Hvilke spørsmål som blir stilt er viktig for utviklingen hos elevene i mønsterarbeid. Læreren kan stille spørsmål som omhandler posisjonen til mønsteret, for å hjelpe elevene til å se sammenheng mellom posisjon og mønster (Warren, 2005). Også Wijns et al. (2019a) hevder at elevene kan få innsikt i enheten gjennom implisitte og eksplisitte spørsmål angående den repeterende enheten, eller endringen i mønsteret. Eksplisitte spørsmål kan være spørsmål relatert til posisjonen i mønsteret og de visuelle komponentene som mønsteret består av (Warren, 2005). Dette kan eksempelvis være spørsmål om hvor mange brikker det er i en figur og hvilken figur dette er i rekken.

Dette er ikke en del av de fastsatte spørsmålene for læringsmateriellet, men spørsmål som lærer kan velge å supplere med dersom det trengs.

Waters (2004) (i Papic & Mulligan, 2007) har problematisert lærernes bevissthet rundt mønsterets form, nivå og kompleksitet. Dersom lærere som skal undervise eller legge frem oppgaver om mønster må de finne gode tilnærminger, samt ha en dyp forståelse selv. Dersom det ikke er på plass kan læreren hemme elevenes forståelse og utvikling i arbeid med mønster (Papic & Mulligan, 2007). Dermed må læreren som eventuelt skal benytte seg av dette læringsmateriellet være bevist rundt hva de ulike mønstrenes underliggende struktur, og ha utarbeidet seg måter å snakke om mønster med elevene sine på.

4 Metode

Problemstilling for denne oppgaven er hvilke læringspotensial har et læringsmateriell basert på repeterende og voksende mønster?

Sfard (2020) har gjort rede for hvilket vitenskapssyn det kommognitive rammeverket tar utgangspunkt i, som er et onto-epistemologisk syn. Sfard (2012) beskriver dette som at ontologien går hånd i hånd med epistemologiske antakelser og forskningsmetoder. Ontologi handler om å studere det som eksisterer og former for eksistent. Epistemologi på den andre siden handler om hva vi kan vite noe om, og hva kunnskap er. Det kommognitive synet på kunnskap er en tolkning, som må bli gjort av hver enkelt forsker. Dette fører mer seg at forskere innenfor den kommognitive forskningspraksisen er kreative historiefortellere, hvor en forsker fremstillinger av virkeligheten ikke kan bli ansett som «den ene riktige forklaringen» på et fenomen (Sfard, 2012). Jeg baserer meg på det kommognitive rammeverket for denne studien, og deler dermed det samme vitenskapssynet som Sfard (2012, 2020), hvor det må presiseres at funnene i denne studien er en tolkning som er gjort av meg, og andre kunne ha tolket og fortalt historien på en annen måte.

Problemstillingen ønsker jeg å undersøke med en kvalitativ forskningsstrategi. Grunnen til at jeg har en kvalitativ tilnærming til studien er på bakgrunn av at dette er en problemstilling som lettere lar seg besvare ved hjelp av deltajerikt datamaterialet enn tall, samt at en må se på kommunikasjonen til elevene for å kunne si noe om diskursen og eventuelle endringer av denne. Kommognisjon handler om diskursen mellom deltakerne, og hvordan de kommuniserer (Sfard, 2008). Dette vil ikke kunne analyseres gjennom tall og data, dette må skje gjennom observasjon av elevenes diskurs, hvor en kan se utsagn og handlinger på i sammenheng. Studien er en småskala kvalitativ studie, hvor jeg ser på en liten gruppe elever over en kort periode (Postholm & Jacobsen, 2018).

I kapittelet som følger skal jeg gjøre rede for metode for datainnsamling og prosessen med datainnsamling, utvalg, metode for analyse, analyseverktøy, etiske betraktninger og studiens troverdighet.

4. 1 Metode og prosess for datainnsamling

Dette er en kvalitativ studie, hvor jeg har valgt å observere som fullstendig deltakende (Postholm & Jacobsen, 2018). Innenfor observasjon er det fem sentrale begreper en må tenke over: observatør, observasjon, feltet som studeres, setting og analyseenhet (Bjørndal, 2017 i Dalland, Bjørnestad & Andersson-Bakken 2021). I min studie har jeg opptredd som observatør, samtidig som jeg var en del av det jeg selv observerer, da jeg inntar rolle som lærer. Feltet for studien var i en førsteklasse med to grupper på tre elever. Setting handler om hvor jeg som forsker observerer ifra, noe som var speiselt i min datainnsamling, da jeg opptrådde som lærer i øyeblikke, og inntok rollen som forsker i etterkant gjennom video- og lydopptak. Analyseenhet handler om hvem man analyserer, det er i hovedsak elevenes arbeid som blir sett på, men hva elevene gjør avhenger av hva lærer, her meg, stiller av spørsmål og hvilke oppgaver jeg gir elevene

(Postholm & Jacobsen, 2018). Dermed vil både elevene i utvalget samt meg selv som lærer være analyseenhet i denne studien.

Viktige elementer for en kommognitiv analyse er de bestanddelene som gjør en diskurs matematisk, som er matematiske ord, visuelle mediatorer, godkjente narrativ og rutiner. For å ha muligheten til å analysere dette var det hensiktsmessig å ta lyd og videoopptak av undervisningssituasjonen, da jeg kunne innta rollen som forsker i etterkant. Gjennom video og lydopptak kan forsker gå gjennom samme seanse flere ganger, hvor en kan legge fokuset på nye elementer for hver gang.

Som en del av databehandlingen har jeg transkribert datamaterialet for å kunne analysere dialogen og handlingene nærmere (Blikstad-Balas & Klette, 2021). Jeg har valgt å oversette fra dialekt til bokmål, både på grunn av anonymisering og på grunn av at det er lettere for både meg og leser å lese gjennom i ettertid. Jeg har likevel vært opptatt av å gjengi kommunikasjonen så korrekt som mulig, da små detaljer kan si mye om elevenes forståelse (Nilssen, 2012). Eksempelvis vil en elevs utsagn og kroppsspråk kunne si oss my om deres deltakelse. Her er et konstruert eksempel, dette er altså ikke fra datamaterialet:

> Elev: det er tre blå.
>
> Elev: Hm. Det er tre blå?

Det første svaret vitner om en elev som er sikker på svaret sitt, mens det andre svaret er av en mer usikker karakter, og kan tolkes som at eleven svarer det en tror lærer vil høre, altså mer rituell deltakelse.

I tillegg til å ha forsøkt å gjengi så korrekt som mulig har jeg lagt ved klammeparentes som forklarer hva elevene gjør. Eksempel fra transkripsjon:

> Magne: Vet du hva.. [stopper opp] nei, ikke den, da blir det fem. [Emilie legger på fem firkanter på figur 4 i mønster C-5-2, Magne tar bort den ene].
>
> **utdrag 1: Eksempel fra transkripsjon**

I innsamlingen satte jeg elevgruppene på samme side av et bord og meg selv og kamera på den andre siden. Dette gjorde jeg så kameraet plukket opp alle elevene, og alle elevene kunne se oppgavene de andre jobbet med, som ga de en større sjans til å bidra i oppgaveløsningen. Noe av tanken bak læringsmateriellet er at de ska kunne samarbeide, så dette var en viktig del av oppsettet. Lydopptakerern la jeg på bordet nærme elevene for å plukke opp dialogen deres.

Datainnsamlingen skjedde gjennom deltakende observasjon, støttet av video og lydopptak, samt at jeg som lærer gjennomførte et semistrukturert oppgavebasert intervju. Et semistrukturert intervju består av forslag til spørsmål som er klare i forkant av intervjuet, men som ikke må følges i en bestemt rekkefølge. Forsker kan supplere med flere spørsmål der en ser det passer seg, for å få mer utfyllende informasjon. Forsker kan også justere seg etter hva intervjuobjektene bringer opp under samtalen, da de kan belyse nye temaer som forsker ikke hadde tenkt på i forhold (Postholm & Jacobsen, 2018). Videre er det oppgavebasert, ettersom de fastsatte intervjuspørsmålene ligger i læringsmateriellets oppbygging. Disse spørsmålene, kan vise til en slags intervjuguide:

- *Kan du kopiere mønsteret?*
- *Kan du forlenge mønsteret?*

- *Kan du si hvilken bit som gjentar seg?*
- *Hva er det som endrer seg i mønsteret?*
- *Er dere andre enige?*

Lærer kunne supplere med flere spørsmål dersom det var nødvendig.

Datainnsamlingen foregikk over to dager, hvor det i alt ble gjennomfør fire underivsningsøkter med læringsmateriellet. Det var to grupper, hvor hver gruppe hadde to økter hver. Undervisningsøkt en og to skjedde med to-dagers mellomrom, så den første sekvensen fortsatt skulle sitte friskt i minne hos elevene. Det ble i alt fire økter hvor vi brukte læringsmateriellet, hvor hver økt tok mellom 20-30 minutter. Oppgavene elevene skulle løse ble gitt ut ifra hvor de landet på spillebrettet. Som nevnt i kapittelet om læringsmateriellet var det i alt mulig å få 30 forskjellige mønster, representert på tre forskjellige måter. Noen av mønstrene var mer tidkrevende enn andre, samt at det var forskjellig deltakelse hos elevene som løste oppgavene. I løpet av en økt rakk de å jobbe med 5-8 mønster.

4.2 Utvalg

For å få deltakere til min studie tok jeg kontakt med en skole jeg allerede hadde forbindelser med, noe som gjør deltakerne lettere tilgjengelig for meg, dette er altså et bekvemmelighetsutvalg (Blikstad-Balas & Dalland, 2021). Dette kan argumenteres for gjennom det teoretiske bakteppe for studien. Lavie et al. (2019) skriver nemlig om hvordan det er vanskelig for en forsker som utenforstående å si noe om endringer i elevenes rutiner, når det avhenger veldig av elevenes tidligere erfaringer, som en utenforstående ikke vil ha kjennskap til. Jeg kjenner ikke elevene kjempegodt, men har noe kjennskap til de, samt noe kjennskap til hva de har hatt av undervisning. Videre hevder Lavie et al. (2019) at det er vanskelig å se på en isolert episode og hvilke rutiner som endres av denne ene episoden. Jeg har valgt å se gruppene i undervisningssituasjonen to ganger for å kunne få en større helhet.

Klassen jeg har plukket ut utvalget mitt ifra er en klasse på første trinn, med 18 elever. I forkant av studien ble det delt ut samtykkeskjema til klassen (se vedlegg 1). Ut ifra elevenes foreldre som samtykket trakk jeg ut seks tilfeldige elever til å være med i studien. Jeg valgte meg ut tre gutter og tre jenter, hvor en gruppe bestod av to jenter og en gutt, og den andre gruppen bestod av to gutter og en jente. Alle elevene som var med på studien var på skolen begge dagene, og jeg kunne benytte med av de samme informantene begge innsamlingsdagene.

4. 3 Metode for analyse

Analyse av kvalitativ data innebærer å sortere datamaterialet for så å presentere materialet på forståelig måte (Postholm & Jacobsen, 2018). Jeg har foretatt en tematisk analyse, som handler om å analysere, identifisere og redegjøre for mønster som finnes i datamaterialet. Videre skal denne informasjonen organiseres og beskrives på detaljnivå (Braun & Clarke, 2006).

Jeg har foretatt en tematisk analyse ut ifra teori om tidlig algebra og mønsterarbeid og det kommognitive rammeverket, hvor jeg har hatt en detaljert lesetilnærming. I den matematiske diskursen kan hver setning ha en betydning for læringen som skjer, og det er derfor viktig å se det på deltajenivå. Elevenes forklaringer og handlinger har jeg videre prøvd å kategorisere for å beskrive fenomenet som utspiller seg (Postholm & Jacobsen, 2018).

4.3.1 analyseverktøy

For å kunne svare på problemstillingen for denne studien har jeg valgt å ta utgangspunkt i to forskningsspørsmål: (1) hvilke aspekter ved tidlig algebra kan identifiseres i førsteklassinger arbeid med læringsmateriellet? (2) Hvordan legger læringsmateriellet til rette for elevenes deltakelse i diskursen?

Innenfor hvert av disse forskningsspørsmålene ble det noen naturlige underkategorier å søke etter i datamaterialet. Innenfor tidlig algebra har jeg tatt utgangspunkt i aspektene som Cai og Knuth (2011) har beskrevet som aktiviteter som fremmer algebraisk tenking hos elevene: generalisering, analysere forhold mellom mengder, se strukturer, studere endringer, modellere, drive problemløsning, rettferdiggjøre, bevise og forutsi. Som utgangspunkt for analyse med det kommognitive rammeverket har jeg benyttet meg av begreper som kategorier: matematiske ord, visuelle mediatorer, narrativ, rutiner, rituelle rutiner, gjerninger, utforskende rutiner, læring på metanivå, læring på objektnivå, kommognitiv konflikt (Sfard, 2007, 2008).

Dette blir til sammen mange kategorier å analysere. Ettersom det er såpass mange kategorier og et relativt stort datamateriale har jeg foretatt meg to analyseprosesser, hvor den første er mer overordnet og den andre går mer på detaljnivå. Grunnen til at jeg har valgt å gjøre det på denne måten er at en overordnet analyse kan jeg si noe mer helhetlig om mønster, regulariteter og gir meg et større overblikk over sammenhengene i datamaterialet. Denne delen av analysen forteller ikke noe videre om hvilke situasjoner som la opp til de ulike kategoriene, det beskriver bare hvor ofte de ulike aspektene innenfor tidlig algebra og kategoriene innenfor kommognisjon har dukket på i datamaterialet. I denne delen av analysen har jeg laget med et analyseverktøy som vist i tabell 2 under, hvor jeg brukte dette verktøyet på hver av øktene, det er altså gjort fire slike analyser. Analysen er videre delt inn i sekvenser, hvor jeg ser på hver enkelt oppgave og hva som dukket opp i arbeidet med oppgaven. Jeg har krysset av for elementer/aspekter jeg mener kommer frem i datamaterialet, og har sett en skråstrek der jeg er usikker, hvor det til dels dukker opp. Disse kryssene kan ikke berettiges i stor grad, da dette var et slags «førsteinntrykk» av datamaterialet, uten noe videre grunngivelser. Dette ble i alt fire tabeller, en for hver underivsningsøkter. En tabell så ut som dette:

Tabell 2: eksempel på del en av analyseprosessen

(S1 mangler da det ikke ble tatt film og lyd av)

GRUPPE 1 ØKT 1	S1 (x)	S2	S3	S4	S5	S6
Voksende/repeterende		R	R	V	R	V
Matematisk diskurs:						
Visuelle mediatorer		X	X	X	X	X
Matematiske ord		X	X	X		
Narrativ - godkjenne		x			X	
Narrativ - forkaste			X			
Rutiner:						
Ritualer		X	X	X	X	X
Gjerninger		X	X	X	X	X
utforskende				X		
Læring:						
Objektnivå		X	X	X	X	
Metanivå				X		
Kommognitiv konflikt						
Tidlig algebra:						
Analysere forhold mellom mengder						
Se strukturer		X	X	X	X	
Studere endringer				X		
Generalisere				/		
Modellere		X	X	X	X	
Problemløsning Rettferdiggjøre, bevise og forutsi				X		
Andre matematiske ferdigheter		X	X	X		X

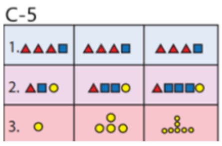
Tabellen representerer en økt, hvor hver enkelt oppgave (her sekvens) er gått gjennom. Videre er det vist hvilket mønster elevene jobber med, da det markeres R for repeterende mønster og V for voksende mønster (både nivå 2 og 3).

Dette analyseverktøyet kan gi med svar på hva som forekommer hyppigst i datamaterialet, og i sammenheng med hvilke typer mønster, men ikke hvordan det forekommer. Derfor så jeg meg nødt til å lage et analyseverktøy for en mer detaljert gjennomgang av enkeltsekvenser av datamaterialet. Her valgte jeg ut enkeltsekvenser, ut ifra hvilke sekvenser som så ut til å legge til rette for mest læring i de gitte kategoriene i del en av analysen. Eksempelvis er det mye som tyder på at sekvens 4 i tabell 2 er den sekvensen som hadde mest læringspotensial i den økten.

Oppgaven presenteres i kolonnen til venstre, og tilhørende transkripsjon blir lagt frem i kolonne to fra ventre. Videre ser jeg på kommunikasjonen og handligene elevene og lærer kommer med, og kategoriserer det etter ulike aspekter i kommognisjon, tidlig algebra og innenfor matematiske ferdigheter. For å vise hvilke sitat/handlinger som hører til under hvilken kategori har jeg laget fargekoder. Videre skriver jeg kort hvilke sitat/handlinger som hører til under hvilke aspekter/kategorier inneunder hovedkategoriene. Jeg har også nortert med andre matematiske ferdigheter som dukket opp i datamaterialet.

Tabell 3: del to av analyseprosessen

(tabellen viser kun et lite utdrag av transkripsjonen som er bakgrunnen for alle kategoriene som er funnet)

Elev: Emilie **Oppgave**: C-5-2 **Representasjon**: brikker Sekvens 4 **Linje: 104-167**	**Transkripsjon: hva elevene og lærer sier og gjør**	**Læring fra et kommognitivt syn:** **Er det en matematisk diskurs?** **Læring objekt og metanivå?** **Kommognitiv konflikt?** **Rutiner som kommer frem?**	**Tidlig algebra** **Matematisk diskurs som fremmer algebraisk tenking?**	**Andre matematiske ferdigheter**
 	Emilie [Kaster terning] Lærer: Nei, 6 på terningen! Da kan du bare gå over mål du. Emilie: 1, 2, 3, 4, 5, 6 [flytter brikken ett hakk for hvert tall]. Lærer: Da landet du på de brikkene her. Magne: Jeg så hun kanskje kom til å komme dit Forsker: Vil dere prøve med litt vanskeligere mønster nå? Jeg synes dere var så flinke. Magne: Ja. .... Lærer: Der. Hva er dette for et mønster da? Hva er det	En matematisk diskurs: ja • Visuelle mediatorer • Matematiske ord (større og større) • Narrativ: voksende mønster er også mønster. Magne Sier regelen • Magne forkaster Emilies narrativ når hun legger på en for mange av trekant. Rutiner: - Ritualer - utforskende rutiner: godkjenner nytt narrativ - Gjerninger	Modellering: lager mønster Resonnering: til dels, men med støtte av lærer. Forutse: Magne ser hvor Emilie lander ut ifra terningen. Ser mønsteret. Studere endringer: ser at det vokser Se struktur: ser numerisk og romlig struktur av mønsteret (Magne)	En til en korrespondanse

I del to av analysen var det flere ganger at kategoriene gikk på tvers av hverandre, og eksempelvis kunne et utsagn fra en elev være både en rituell rutine, samtidig som innholdet i utsagnet belyste aspekter ved innenfor algebraisk tenking. I disse tilfellene har jeg markert med flere fargekoder. Eksempel:

tegnet opp mønster A-4-3]
Emilie: Ehm. [begynner å tegne opp igjen].
Lærer: Bra, også blir den enda større [Emilie kopierer korrekt] Så bra! Hva tror du neste her er da?

Figur 4: Eksempel på overlapp i analyse del to

Jeg så etter aspekter som legger til rette for algebraisk tenking. Dette gjorde jeg gjennom å se om det forekom situasjoner hvor elevene analyserte forhold mellom mengder, så strukturer, studerte endringer, generaliserte, modellerte eller gjorde problemløsning, rettferdiggjøring, beviste eller forutsa.

Som utgangspunkt for analysen har jeg valgt kommognitiv rammeverk. I det kommognitive rammeverket legges det frem en rekke begreper som omhandler læring i matematikk. Jeg har undersøkt en matematisk diskurs, hvor jeg analyserer hva som kjennetegner elevenes deltakelse i diskursen, og eventuell spor av lærings ut ifra datamaterialet. Jeg har søkt etter læring på objekt- og/eller metanivå, om det oppstod noen kommognitive konflikter og hvilken type deltakelse som kom til syne (Sfard, 2008). Noen av disse begrepene går inn i hverandre, og dermed kan eksempelvis en rutine en elev kommer med også vise læring på enten objekt- eller metanivå, slik jeg forstår begrepene.

Til slutt ønsket jeg å se om læringsmateriellet kunne bidra til andre matematiske evner som tallforståelse, ordning og sammenligning, gruppering, stegtelling og aritmetikk og måling, dette var mer bemerkelser enn analysering, og er ikke noe som har fått plass i resultatet.

4.4 Forskningsetikk

Ettersom studien min innebærer behandling av personopplysninger som navn, kjønn, alder og dialekt samt at denne informasjonen blir dokumentert med lyd og video søkte jeg til NSD om godkjenning av forsknignsprosjektet. Prosjektet og samtykkeskjemaet som følger med har blitt meldt inn, og godkjent før innsamling av data (vedlegg 1 og 2). Foreldrene fikk udelt et samtykkeskjema med alt av nødvendig, hvor jeg informerte om hvordan datainnsamlingen skulle foregå, hva jeg skulle bruke dataen til og hva jeg skulle gjøre med dataen når jeg var ferdig med masteroppgaven.

Elevene som er med i studien har deltatt frivillig. Ettersom elevene er førsteklassinger måtte foreldrene gi samtykke, hvor de mulige ulempene som det kunne medføre ble beskrevet i samtykkeskjemaet til foreldre. Eksempelvis ble de informert om at barnet deres vill gå glipp av 20-30 minutter ordinær undervisning for å delta i prosjektet. Før jeg tok med elevene ut av klasserommet spurte jeg hver enkelt om de ville eller ikke, hvor alle elevene hadde lyst. De hadde også mulighet til å trekke seg underveis dersom de skulle føle på noe ubehag eller at de ikke lengre ville være med. Jeg forklarte hvorfor det ble gjort video- og lydopptak av dem, noe de ga uttrykk for at ikke var noe problem for deres del.

Postholm og Jacobsen (2018) presiserer at i skoleforskning hvor forskningsobjektene ofte er barn er det viktig at det ikke er noe fare for negative konsekvenser, og at resultatene av undersøkelsen burde være direkte nyttig for de som blir forsket på. Dersom forskningen ikke oppfyller dette bør en vurdere om en egentlig kan gjennomføre undersøkelsen. Jeg anser undersøkelsen som nyttig for elevene da de fikk undervisning i matematikk, som potensielt kan gange dem i arbeid med tidlig algebra, og resultatene kan brukes til videre forskning. Jeg var videre bevisst på at jeg ikke skulle påføre elevene ubehag med oppgaver de oppfattet som for vanskelig, og at jeg avsluttet oppgavesekvensen dersom jeg så det ble for utfordrende for eleven.

Ettersom min studie fokuserer på den matematiske diskursen som utspiller seg har jeg valgt å ikke transkripbere andre samtaleemner og utsagn som dukker opp i video- og lydmaterialet, da det kan være senitiv informasjon, i tillegg til at jeg ikke har noe nytte av denne informasjonen i min studie. Informasjonens må alltid bli sett i sammenheng med hvem vi undersøker for å kunne si noe om det er følesom informasjon eller ikke (Postholm og Jacobsen, 2018). Den matematiske diskursen som utspilte seg er ikke følsom informasjon.

All personidentifiserende opplysninger har blitt anonymisert i transkripsjon og videre i denne oppgaven. Videoopptakk og lydopptak har blitt oppevart på en passordbeskyttet harddisk, for så å bli slettet når oppgaven var ferdig. Faren for brudd på privatlivetsfred oppstår når det er mulig for utenforstående å identifisere deltakerene som har deltatt i studien (Postholm & Jacobsen, 2018). Gjennom anonymisering i oppgaven, og passordbeskyttet datamateriele skal ingen utenforstående kunne si noe om hvem som har deltatt denne studien.

Resultatet skal bli gjengitt så korrekt som overhode mulig. Alle utsagn elevene kommer med burde settes i en større sammenheng (Postholm & Jacobsen, 2018), noe jeg har gjort ved å se hele konteksten av oppgaven og elevenes utsagn og handlinger. I tillegg til tekst har jeg tidvis supplert meg utklipp fra video i transkripsjonsfilen, da det er lettere å forklare et mønster med bilde enn med ord. I disse bildene er ikke ansiktet til elevene med, da det ikke er nødvendig for å kunne se mønsteret elevene har laget, og for å holde de anonyme.

4.5 Studiens troverdighet

Pålitelighet

En vanlig kritikk av kvalitativ forskning er at det er lite generaliserende og troverdig, da studien er gjort på et fåtall personer. Dette gjelder også for min studie som tar for seg seks elever, noe som ikke vil representere enhver elev på første trinn i den norske skolen. Studien min ser på læringspotensialet til læringsmateriellet, hvor disse seks elevene samt meg som lærer former utfallet i veldig stor grad. Dermed vil ikke en ny studie med samme læringsmateriell brukt på samme måte nødvendigvis oppnå samme resultat, da det avhenger av hvordan den enkelte elev forstå oppgaven, og hvilken prosedyre eleven velger å bruke (Lavie et al., 2019).

Det er videre problemer knyttet til at jeg opptrer som både lærer og forsker, hvor jeg i stor grad er med å forme undersøkelsen. Det er viktig å poengtere at jeg følger læringsmateriellets krav om dialog, hvor det er oppgitt hvilke spørsmål lærer skal stille undervegs i arbeidet med læringsmateriellet. Videre ble det stilt oppfølgingsspørsmål dersom elevene stod fast. Dermed kan der berettiges med at jeg har fulgt en klar plan, som ligger til grunn for læringsmateriellet som andre lærere også skal benytte seg av i bruk av læringsmateriellet. Det er videre naturlig for en lærer å støtte elevene i arbeidet, og derfor stille oppfølgingsspørsmål når det trengs. Likevel så sitter det i underbevisstheten hva som er målet for forskningen, og eventuelle hypoteser enn har gjort seg opp i forkant av datainnsamlingen. Det er derfor viktig at jeg gjør forskningsprosessen synlig slik at andre har mulighet til å reflektere over min innflytelse i studien (Postholm & Jacobsen, 2018).

Gyldighet

Gyldighet dreier seg om samsvar mellom virkeligheten og den virkeligheten vi påstår at vi har studert og analysert, og hvilke begreper og teorier vi benytter oss av for å beskrive denne virkeligheten (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 229). Dette betyr at vi må stille oss spørsmål om hvor vidt de begrepene vi har valgt for å beskrive virkeligheten er gyldige eller ikke, og om vi måler det vi sier at vi skal måle. Jeg har redegjort for hvordan jeg har forstått teorien i teorikapittelet, og hvordan jeg mener disse begrepene passer for å besvare problemstillingen med medfølgende forskningsspørsmål. For å gi leseren samme innblikk som meg i datamaterialet har jeg forsøkt å gi rike beskrivelser av datamaterialet i resultatdelen, og beskriver hvordan jeg har analysert, hvor leser selv kan vurdere disse beskrivelsene opp mot begrepene som er presentert.

5 Resultat

Forskningsspørsmålene for denne studien er: (1) hvilke aspekter ved tidlig algebra kan identifiseres i førsteklassinger arbeid med læringsmateriellet? (2) Hvordan legger læringsmateriellet til rette for elevenes deltakelse i diskursen?

Disse forskningsspørsmålene ligger til grunn for analysen som er gjort av datamaterialet, som jeg nå vil presentere. Jeg går systematisk gjennom funnene, hvor jeg først redegjør for hvilke aspekter av tidlig algebra som kom frem i datamaterialet, og på hvilke måter. Videre tar jeg for meg de ulike komponentene innenfor det kommognitive rammeverket og redegjør for hvilke rutiner/ deltakelse elevene viste, hvor jeg ser på hvilke situasjoner som legger til rette for læring på objekt- og metanivå.

Del en av analysen resulterte i fire tabeller med en mengde informasjon, som var noe uoversiktlig. Jeg har derfor komprimert funnene og sett inn i to nye tabeller. En tabell tar for seg aspekter ved algebraisk tenking innenfor tidlig algebra, og den andre tar for seg elementene ved kommognisjon. I tabellen for de kommognitive elementene ved diskursen har jeg valgt å kutte ut matematiske ord, visuelle mediatorer, narrativer, rutiner (ikke rituelle og utforskende, men samlebetegnelsen) og gjerninger. Grunnen til at jeg har kuttet disse er fordi det ikke er noe spennende funn i seg selv, men de kommer inn som viktige elementer innunder analyse av de ulike rutinene og læringsituasjonene på objekt og metanivå. Tabellen forteller hvor mange sekvenser det var med de ulike mønstertypene, og hvor mange gange de ulike asketene ved algebraisk tenking og kategoriene fra det kommognitive rammeverket dukket opp. Ettersom det var en del flere sekvenser med voksende enn med repeterende mønster har jeg lagt ved prosentandel, for å kunne sammenligne de ulike oppgavene.

Tabell 4: komprimert data fra analyse del en innenfor tidlig algebra

Tidlig algebra	Repeterende mønster totalt: 8		Voksende mønster Totalt: 18	
Analysere forhold mellom mengder	0	0%	0	0%
Se strukturer	5	62,5 %	11	61 %
Studere endringer	0	0 %	12	66,5%
Generalisere	5	62,5%	10	55,5%
Modellere	5	62,5 %	12	66,5%
Problemløsning, rettferdiggjøring og bevise	1	0	6	33,5%
Forutsi	1	0	6	33, 5%

Tabell 5: komprimert data fra analyse del en innenfor det kommognisjon

Kommognitiv analyse	Repeterende mønster totalt: 8		Voksende mønster Totalt: 18	
Rituelle rutiner	8	100%	18	100%
Utforskende rutiner	0	0 %	9	50 %
Læring objektnivå	8	100 %	16	89%
Læring metanivå	0	0 %	10	55,5%

Med disse tabellene som bakteppe, sett sammen med utdrag som har blitt analysert i del to av analysen skal jeg gi et bilde av hvilke funn som kom ut av datamaterialet i disse to hovedkategoriene, og hvordan de fremstod i transkripsjonen.

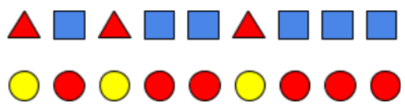
5.1 Aspekter ved tidlig algebra gjennom læringsmateriellet

Ut ifra del en av analysen er det mye som tyder på at det forekommer flere aspekter av tidlig algebra i arbeid med læringsmateriellet, og at det er flere av aspektene som blir belyst gjennom voksende mønster enn med repeterende mønster. Jeg skal nå gå nærmere inn på de ulike aspektene, å redegjør for hvordan de kom frem i datamaterialet.

5.1.1 Generalisering

Papic et al. (2011) hevder at en må kunne generalisere for å kunne se den underliggende strukturen til mønsteret, dermed kan en tolke det dithen at alle elevene som klarte å forlenge mønsteret sitt, både repeterende og voksende, har generalisert for å få det til. Dette er en enkel form for generalisering, men kan være inngang til videre og mer avansert generalisering.

En annen form for generalisering som kom til syne i analysen var å kunne oversette mellom ulike former for visuelle mediatorer (Papic et al. 2011). Det oppstod en situasjon hvor to elever, Lars og Are fikk samme mønster, men med ulike visuelle mediatorer, Lars fikk det første mønsteret hvor han brukte geometriske brikker, og Are fikk det andre hvor han brukte pinboard for å lage mønsteret.



Figur 5: Samme mønster representert med ulike visuelle mediatorer (C-2-1 og B-2-1)

> Lærer: Der Are, så kan du gjøre opp igjen det samme under. Synes dere at det er litt likt som det mønsteret her da? [peker på mønsteret til Lars]
> Lars: ja.
> Lærer: hva er det som er likt da?
> Lars: det der, det gule er trekanter.

utdrag 2: gruppe 2 økt 1 sekvens 3

Her ser vi at Lars oversetter mellom de to visuelle mediatorene, hvor han legger merke til at strukturen og mønsteret er den samme, bare presentert ulikt. Han kommenterer at de gule nålene på pinboard og de trekantede brikkene fra de geometriske brikkene er det samme. Dette vitner om at Lars kan generalisere, og oversette mellom ulike visuelle mediatorer.

Selv om det tilsynelatende forkom mye generalisering i datamaterialet, er det viktig å ta for seg hvilken type generalisering det er snakk om. Som nevnt i teoridelen legger Radford (2010) frem to typer generaliseringer, aritmetisk eller algebraisk, hvor sistnevnte, er den som generaliseringen som ses i sammenheng med algebraisk tenking. Slik jeg ser datamaterialet var det utelukkende aritmetisk generalisering elevene benyttet seg av. Elevene så alltid mønsteret rekursivt, hvor de tok utgangspunkt i den forrige figuren for å lage neste. Dette kommer jeg tilbake til i underkapittelet om analyser forhold mellom mengder og se endringer.

5.1.1 Strukturering og modellering

Aspektene strukturering og modellering kom frem i arbeid med begge typer mønster. Jeg har valgt å sammenfatte disse aspektene, ettersom jeg anser modellering som en del av det å strukturere mønsteret, da det er den fysisk handlingen elevene gjør når de legger/manipulerer et mønster. Både strukturering og modellering handler om hvordan eleven legger og forstår mønsteret. Alle mønster har en underliggende struktur, men det vil variere mellom mønstrene hvor utfordrende den romlige- og numeriske struktureringen til mønsteret er. Det er lettere å se den romlige- og numeriske strukturen i et repeterende mønster enn i et voksende mønster. Som Papic et al. (2011) har påpekt krever disse to mønstrene ulike tilnærminger, hvor de hevder en må se den minste repeterende enheten for å kunne løse et repeterende mønster, og se endringen og figurtall for å kunne se strukturen i et voksende mønster. Det er derfor noe overraskende å se at det er like høy prosentandel på de to mønstrene innenfor dette aspektet.

Jeg opplevde at elevene klarte å kopiere mønsteret uten å identifisere den repeterende enheten. Måten jeg testet dette på var å spørre elevene hvordan mønsteret skulle slutte. Her hadde de klart helt fint å kopiere det frem til siste ledd, hvor de måtte få støtte fra lærer:

Lærer: Klarer du å gjøre den enda litt lengre? Hvor er det mønsteret starter?
Magne og Tina: Blå?
Lærer: blå. Hva er det som gjentar seg.
Magne og Tina: rød?
Lærer: Ja, hvor mange av hver? [Sier kår, ikke hver, pga. dialekt]
Magne: Blå?
Lærer: Hva burde det slutte på da, når det starter på blå?
Magne: Jeg er ferdig.
Lærer: Okei. Den dele her gjentar seg [peker på den første repeterende enheten], så da er det tre blå. Tre rød, tre blå. Tre rød, tre blå? [der Magne har sluttet]
Magne: Tre rød?
Lærer: Tre rød. Bra.

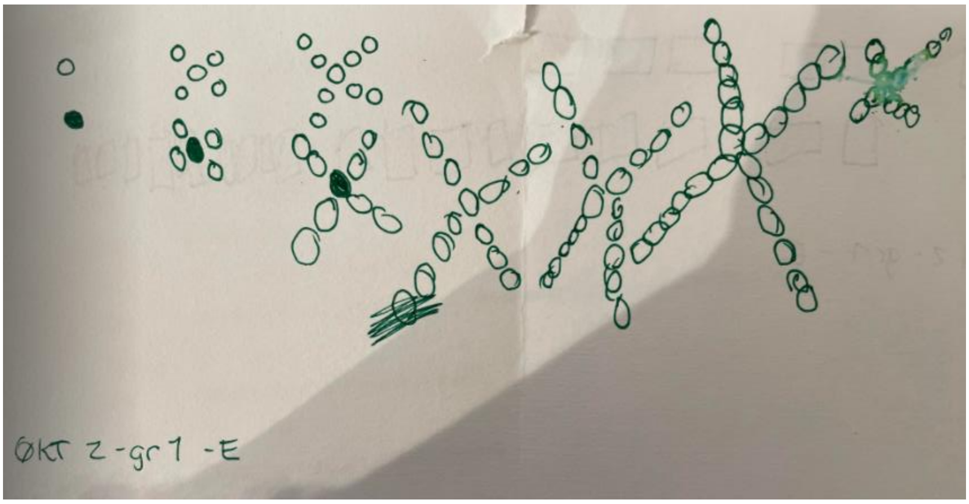
utdrag 3: gruppe 1 økt 1 sekvens 2

Dette viser at Magne klarte å gi mønsteret og forlenge det, uten at han var bevisst på den repeterende enheten.

Når det kommer til voksende mønster, må jeg redegjøre hva jeg har lagt i strukturering når jeg har analysert. I del en av analysen har jeg valgt å se sekvensene hvor elevene var nære på å strukturere et mønster som om at de har vist strukturering. Grunnen til dette er at jeg anser elevene i disse sekvensene til å være nærme en strukturell tankegang, hvor det var små feil som gjorde at de ikke fikk det helt til. Det var typiske små misforståelser/feil hvor elevene eksempelvis telte et element i mønstret en gang for mye, eller at de mistet et element når de telt.

Dette kan vi se i dette eksempelet med Emilie:

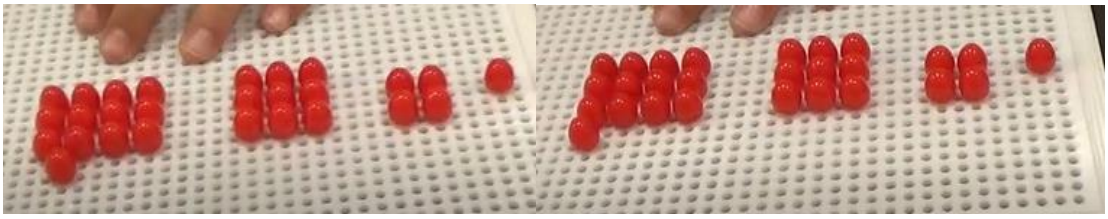
> ..
>
> Lærer: For først så har du en.
> Emilie: to..
> Lærer: [Kommet til figur to] også er det fire stykker utenfor denne. Også ser du at de fire får en lengre arm enste, så her er det en i midten, også går det ut til hver side. Hva tror de blir neste da?
> Emilie: tre.
> Lærer: ja, tror du du klarer å tegne det? Den blir veldig stor.
> Emilie: Ja, jeg klarer det. [tegner, tegner en for mye på den ene armen] det ble feil.
> Lærer: Ble det feil? Hva er det som ble feil da?
> Emilie: [Peker på at hun har tegnet en for sirkel ekstra på den ene «armen»]
> Lærer: Åh, det ble en for mange, bare sett kryss over den du. Så bra. Klarer du neste og?
> Emilie: [ler]
> Lærer: Hvor mange tror du det skal være da?
> Emilie: ehm, en, to, tre, fire, fem. En, to, tre, fire, fem. En, to, tre, fire, fem. En, to, tre, fire, fem. [Tegner en sirkel i midten, tegner to armer som er fem sirkler, to armer er fire, teller opp igjen sirkelen i midten på armene som er fire lange, og kommer til fem i stedet for fire]
> Lærer: så flink du er!
> Emilie: seks!
> Lærer: vil du ta neste og?!
> Emilie: en, to, tre, fire, fem, seks, en to, tre, fire, fem seks, en, to, tre, fire, fem, seks, en, to, tre, fire, fem, seks. [teller mens hun tegner, setter ingen sirkel i midten, ene armen er fem mens resten er seks].
> …
> Emilie: [Begynner på neste figur, selv om lærer mener å starte med nytt mønster] en, to, tre, fire, fem, seks, sju, en, to, tre, fire, fem, seks, sju, en, to, tre, fire, fem, seks, sju, en, to, tre, fire, fem, seks, sju. Så liten ble sju [Var igjen lite plass på arket].



utdrag 4: gruppe 2 økt 2 sekvens 6

I dette eksempelet med Emilie er det mye som tyder på at hun ser den romlige og numeriske struktureringen (Mulligan & Mitchelmore, 2013), men at hun gjør en feil hvor hun mister den midterste sirkelen i figur 5 og utover, og at hun noen ganger teller en sirkel flere ganger. Hun er såpass nærme å få til både den romlige og numeriske strukturen at jeg har satt dette som at hun kan å strukturere. Eksempelvis så retter hun på seg selv når det hun tegner fire i stedet for tre sirkler, noe som vitner om at hun har strukturell tankegang.

Noe som ikke kom frem gjennom del en av analysen, men i del to, var hvordan de ulike visuelle mediatorene støttet elevenes strukturering og modellering. Enkelte av elevene slet tidvis med å tegne mønstrene, og de geometriske brikkene viste seg å være utfordrende ettersom de skled utover bordet og var vanskelig å plassere. Pinboard derimot så ut til å gi elevene mer støtte. Her er et eksempel med Are:



utdrag 5: gruppe 2 økt 2 sekvens 4

Her ser vi at Are først legger på en nål som ikke ligger på linje med de andre, noe han retter på umiddelbart. Pinboardets naturlige rutenett viser tydelig hvor linjene går, noe som støttet til romlig strukturering og modellering av mønsteret, som videre støtter til numerisk strukturering, da det vil bli lettere å gi det riktige antallet når mønsterets romlige struktur er på plass.

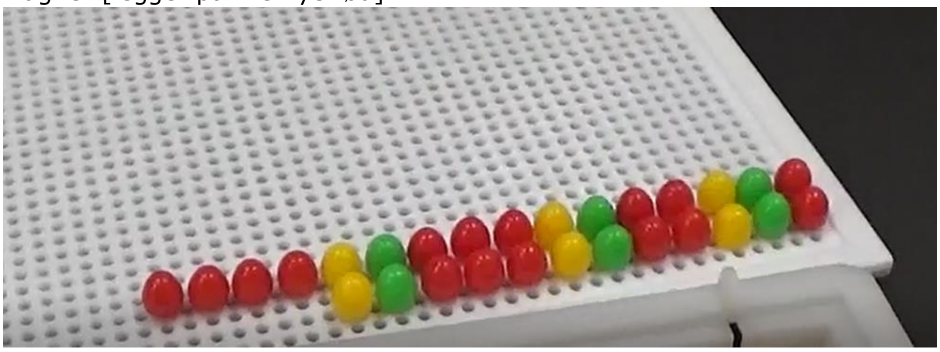
5.1.2 analysere forhold mellom mengder og se endringer

Det å analysere forhold mellom mengder og se endringer i et mønster lar seg ikke gjøre gjennom repeterende mønster, og dermed var det ingen av sekvensene med repeterende mønster som la til rette for disse aspektene. Voksende mønster har et forhold mellom elementene som figuren består av og figurtallet som hører til (Papic et al. 2011).

Som nevnt i teoridelen anser jeg det å analysere forhold mellom mengder til å være det samme som å se et mønster eksplisitt, som hører til under algebraisk generalisering. Det å kunne studere endringer forstår jeg som det samme som å se et mønster rekursivt, noe som hører til under aritmetisk generalisering.

Det viste seg å være vanskelig å skille mellom om elevene brukte endringene i mønstret ellet figurtallet for å avgjøre neste mønster, da antall elementer ofte samsvarte med figurtallet. Se eksempelvis Situasjon med Are og Lars i utdrag 2 hvor det er et voksende mønster som vokser med en mer for hver gang, altså figur 1 vil ha en firkant, figur 2 to firkanter osv. I disse tilfellene er det vanskelig å si om elevene benytter seg av de tidligere figurene til å avgjøre neste figur, eller om de bruker figurtallene. Jeg har likevel tolket det som å se endringer med en rekursiv måte å se mønstrene på, da det ikke var noen klare tegn som indikerte at elevene analyserte forholdet mellom mengdene og så mønsteret eksplisitt. Elevene mestret stort sett å se endringene i mønsteret:

Magne: Også mangler jeg rød.
Lærer: Okei nå da, om du skal de neste stegene på din rekke, hva tror du det skal være da Magne?
Magne: Okei, det skal være rød.
Lærer: Hvor mange røde da tror du?
Mange: Ehhm, fire rød.
Lærer: Fire rød. Ja, det var lurt.
…
Magne: [legger på fire nye rød]:



utdrag 6: gruppe 1 økt 2 sekvens 2

I dette utdraget av Magne har han allerede kopiert opp et mønster, for så å skulle utvide det. Her er han rask til å si at han nå må ha fire røde neste gang han skal legge, noe som viser at han klarer å studere endringene i mønsteret han har fått, men han viser ikke noe tegn til å analysere forholdene mellom figur og figurtall.

5.1.4 Problemløsning, rettferdiggjøring, bevise og forutsi

De siste aspektene ved tidlig algebra er problemløsing, rettferdiggjøring, bevise og forutsi. Disse aspektene kom frem i liten grad ved bruk av læringsmateriellet, men dukket opp tidvis i arbeid med voksende mønster. Dette var aspekter som ikke kom til syne uten at lærer la ved ekstra spørsmål om hvordan mønsteret utviklet seg. Og elevenes problemløsning, rettferdiggjøring, og bevis var ikke av høy kvalitet. I de tilfellene det forkom kunne det se ut som dette:

Are: [legger ferdig rekken] [virker til å være ferdig]
Lærer: Fornøyd nå? Om vi ser her da. [peker på figur 2] den er to høy, og to bred. [peker på figur 3] denne er tre høy og tre bred. Den her da? [Peker på figur 4] en, to, tre, fire bred. En, to, tre høy. Hm. Er det noen som har noen forslag?
Lars: Ja, han må lage en rad oppå der.

Utdrag 7: gruppe 2 økt 2 sekvens 4

Her ser vi at Lars til dels gjør problem, men det er ikke tydelig rettferdiggjøring og bevis i grunn.

Det ble gjort forsøk på å få elevene til å resonnere og argumentere for hvordan mønsteret vokste, men svarene elevene ga tilfredsstilte ikke i veldig stor grad til resonnering og bevis. Enkelte av elevene klarte å forutsi til en viss grad, hvor de kunne si neste figur uten at den var laget enda. Dette var ikke noe som var krevd av dem i læringsmateriellet, og det er derfor ikke uforventet at dette var en kategori med lavt resultat. Det var et tilfelle hvor vi fikk dårlig tid at Emilie klarte å forutsi de neste figurene:

Lærer: Sånn [legger frem mønster B-8-3].
..
Lærer: Hva er det som skjer her da?
Emilie: Easy! [begynner å kopiere]
…
Lærer: Se på mønsteret over her Emilie. Hvor mange blå er det her? [peker på figur 1]
Emilie: to.
Lærer: Også er det [peker på figur 2]
Emilie: Fire.
Lærer: Også blir det [peker på figur 3]
Emilie: seks.
Lærer: M-m. og her har du to, [Emilie tar bort den gule hun sette helt inntil], ja, også fire. Hva kommer etter da? Ser du hvor mange flere det blir for hver gang?
Emilie: [legger opp seks gule]

[Resten av klassen gjør seg klar til frukt]
Lærer: Oj, nå skal dere spise frukt nå E. Hva tror du hadde blitt neste da?
Emilie: ehm, 8!
Lærer: 8 ja! Og etter den da?
Emilie: 16?
Lærer: Blir den dobbelt så stor? Blir ikke så mye større, men litt.
Emilie: 10!
Lærer: 10 ja!

utdrag 8: gruppe 1 økt 2 sekvens 7

I dette eksempelet med Emilie er det tydelig at hun klarer å forutsi de to neste figurene, uten å måtte bygge dem. Her kommer også andre matematiske ferdigheter som stegtelling frem i arbeidet med mønstrets vekst. Dette var i utgangspunktet ikke en del av spørsmålene som elevene skulle få gjennom læringsmateriellet, men kom som et resultat av vi fikk for dårlig til bygge mønsteret.

5.2 Læring ut ifra det kommognitive rammeverket

Læring skjer gjennom endring av diskursen, ifølge Sfard (2008). Det ligger i oppgavens natur at visuelle mediatorer blir en del av diskursen, da oppgavene dreier seg om å organisere og manipulere ulike former for visuelle mediatorer for å vise hvordan et mønster er, og hvordan det utvikler seg videre. En endring av diskursen i dette tilfellet vil kunne være å benytte seg av visuelle mediatorer en ikke har brukt før, eksempelvis var pinboard nytt for elevene, i hvert fall i denne konteksten. Det at de blir kjent med en ny visuell mediator i et tema de allerede er kjent med, her mønsterarbeid, vil bidra til å utvikle diskursen.

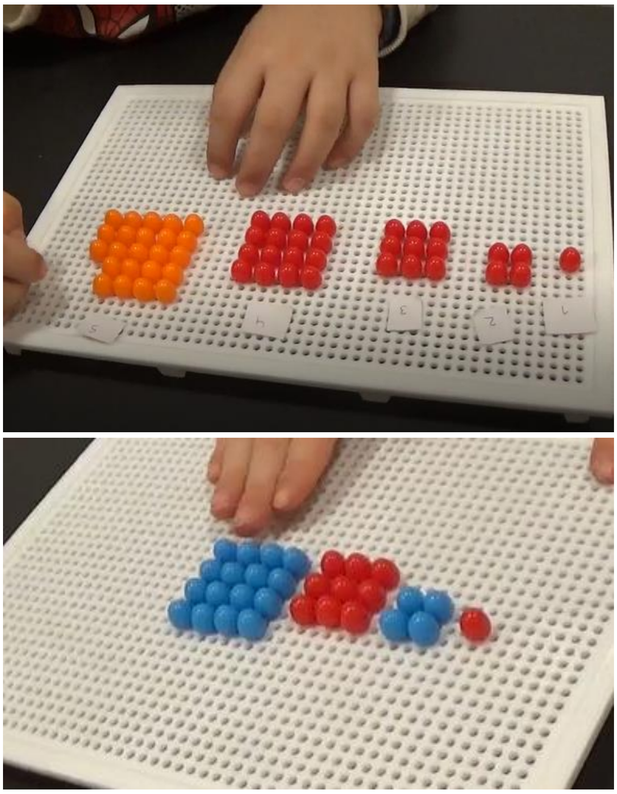
Slik jeg tolker begrepet narrativ sett i sammenheng med mønsterarbeid kan det være flere typer narrativ elevene kan godkjenne/ forkaste. To motsettende narrative som er gjennomgående i datamaterialet er narrativene om at enten «mønster er repeterende» eller «mønster kan være både repeterende og voksende». En annen måte å se narrativ på i mønsterarbeid er å se på produktet elevene produserer. Sånn jeg ser det legger de frem et narrativ i det de prøver å kopiere og forlenge et mønster, som må godkjennes eller forkast av eleven selv og resten av deltakerne i diskursen.

5.2.1 rutiner

Når det kommer til rutiner er det til tider vanskelig å skille mellom rituelle og utforskende rutiner, ettersom det er vanskelig å si om elevene løser en oppgave for å opprettholde/forsterke bånd med lærer eller om eleven er genuint opptatt av å få riktig svar, godkjenne narrativ, og produsere et produkt. En kan ofte skille mellom rituelle og utforskende rutiner gjennom at rituelle rutiner handler om prosessen og utforskende rutiner om produktet, men slik jeg ser det er selve prosessen her også en del av produktet, da de skal bygge et mønster.

Rituelle rutiner

Likevel tolker jeg datamaterialet og rammeverket dithen at rituelle rutiner er sterkt dominerende i undervisningsøktene. Rituelle rutiner kan gjenkjennes ved at elevene prøver å få bekreftelse fra lærer, som en sosial belønning, at de benytter allerede velkjente prosedyrer i forsøk på å løse en oppgave, eller at de kopierer det andre har gjort (Nachlieli & Tabach, 2019). Eksempelvis ser vi her hvordan Are først har løst et mønster, og Lars blir bedt om å lage et eget mønster rette etterpå:



utdrag 9: Gruppe 2 økt 1 sekvens 4 og 5

Her er et eksempel hvor Are først ble gitt et mønster han skulle kopiere og forlenge. Lars fikk oppgave om å lage et eget mønster rett etterpå, og valgte da å kopiere nøyaktig det samme mønstret som Are nettopp hadde lagt. Dette er et typisk eksempel på en rituell rutine, hvor eleven benytter et narrativ han allerede vet er godkjent.

Maktforholdene spiller en stor rolle i de rituelle rutinene, hvor elevene ofte vil få bekreftelse fra lærer. Her er et eksempel med Tina:

> Magne: Tre rød?
> Lærer: tre rød. Bra.
> Tina: Jeg skulle til å si det
> Lærer: Skulle du til å si det?

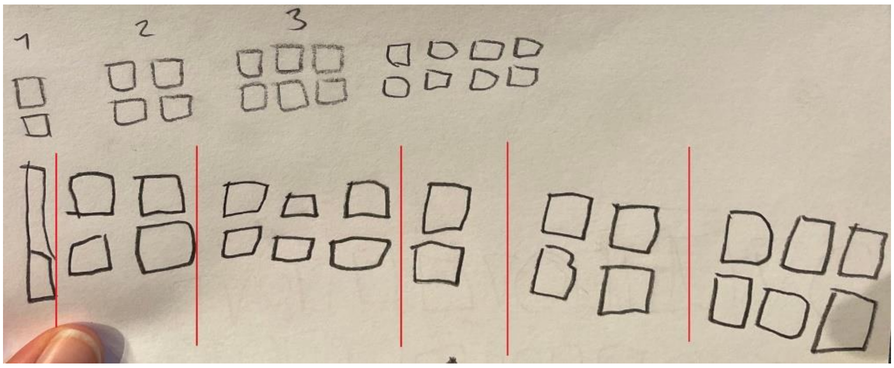
utdrag 10: gruppe 1 økt 1 sekvens 2

Her har Tina tidligere ikke sagt noe om mønsteret, og ikke svart på spørsmålene som lærer har stilt. Hun velger likevel å si at hun skulle til å si det riktige svaret i etterkant. Dette tolker jeg som at hun ønsker å opprettholde/forbedre forhold til lærer.

En rituell rutine kan også gjenkjennes gjennom hvordan eleven tolker en oppgave og hvilken prosedyre eleven benytter seg av. I starten, før de ble kjent med voksende mønster som mønster, anvendte flere elever en allerede eksisterende strategi de hadde ifra oppgaver med repeterende mønster på de nye oppgavene som omhandlet voksende mønster. Elevene leter i tidligere erfaringer etter den prosedyren som ser ut til å passe best til den tolkede oppgavesituasjonen, her kan elevene være opptatt av prosessen, men ikke nødvendigvis av produktet. Et eksempel på dette er første økt med Lars:

> Lærer: [tegner mønster til Lars] Sånn. Her og er et litt annerledes mønster. Her har jeg skrevet på 1, 2, 3. Så her er figur 1, figur 2, figur 3. Så du kan tegne opp igjen det samme.
> Lars: Jeg vet hvordan du gjorde dette. Det er to, også to til, også to til.

Lærer: Ja!
Lars: Den var lett. [tegner først opp to firkanter over hverandre.. fortsetter mens lærer snakker. Tegner videre fire firkanter for så å tegne seks firkanter]
Lærer: Var den lett? Klarer du å lage den lengre da etterpå? Om du først gjør som jeg har gjort, også gjør du den lengre.
….
Lærer: Bra, også neste da? [Lars tegner] Okei, da, hva tror du er enste nå da? [Lars tegner]
….
Lars: Jeg er ferdig.



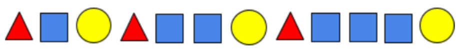
(figur 4 på øverste linje kom på i etterkant for å forklare veksten til mønsteret. Jeg har markert røde skiller mellom figurene til Lars, da det kom tydelig frem i datamaterialet at det var denne inndelingen som var tenkt).

utdrag 11: gruppe 2 økt 1 sekvens 8

Her ser vi Lars kopiere mønsteret, hvor han kopierer de tre figurene som er gitt i mønsteret når han blir bedt om å forlenge det. Lars tolker oppgaven med voksende mønster til å være en oppgave som ligner på repeterende mønster, noe han har kjennskap til fra før. Lars har også opparbeidet seg en prosedyre som har fungert tidligere, og ettersom dette er den mest lignende oppgaven han har erfart tidligere er det dette som virker mest hensiktsmessig for Lars å bruke. Lærer ber Lars om å forlenge mønsteret, noe som er et begrep elevene kjenner til fra arbeid med repeterende mønster. Det kan tenkes at utfallet villa ha vært annerledes dersom lærer hadde ordlagt seg annerledes. Eksempelvis kunne det ha vært at Lars ville ha blitt mer i tvil om mønsterets utvikling dersom lærer hadde stilt spørsmål om «hvordan vil den neste figuren se ut?».

Utforskende rutiner

Det ble funnet tegn til utforskende deltakelse i datamaterialet, disse rutinene er diskursive og produktorienterte. I noen av sekvensene, slik jeg tolker datamaterialet, var elevene opptatt av produktet, og hva de skulle godkjenne og forkaste. Her er et eksempel fra når Emilie i gruppe 1 skulle forlenge mønsteret som vist i figur 6, og la på fem firkanter i stedet for fire, og Magne korrigerer.



Figur 6: voksende mønster (C-5-2)

Magne: Vet du hva.. [stopper opp] nei, ikke den, da blir det fem. [Emilie legger på fem firkanter på figur 4 i mønster C-5-2, Magne tar bort den ene].
Lærer: Ja, der var ikke Magne helt enig. Hva er det som skal på nå da?
Emilie: hm.

utdrag 12: gruppe 1 økt 1 sekvens 4

Når Magne korrigerer Emilie og forkaster hennes narrativ, for så å komme opp med et nytt et som han godkjenner, tolker jeg dette som om at han er opptatt av produktet, som vil si at det er en utforskende deltakelse. Det er i utgangspunktet Emilie sin tur, så dersom Magne kun hadde vært opptatt av det sosiale ville han muligens ikke ha «blandet seg inn» i Emilie sin tur, selv om samarbeid er noe av hensikten med læringsmateriellet. Han korrigerer og gir det riktige mønsteret, han produserer et nytt narrativ som han og lærer godkjenner.

En utforskende rutine er når elevene produserer, godkjenner eller verifiserer et nytt narrativ. Elevene så ofte hvordan et repeterende mønster skulle kopieres, forlenges og enkelte klarte å se den repeterende enheten. Jeg fant det spesielt vanskelig å skille rituelle og utforskende rutiner når det kommer til oppgavene med repeterende mønster. Grunnen til at jeg finner det er vanskelig er fordi elevene er vant med repeterende mønster, og de allerede er kjent med oppgaven og prosedyren som kreves for å løse oppgaven. Slik sett er alle mønsteroppgaver basert på repeterende mønster rituelle. En vil kunne si at en elev som klarer å identifisere den repeterende enheten har en mer utforskende deltakelse, da dette krever å verifisere narrativer om hva den repeterende enheten består av. Slik sett kan enkelte av situasjonene hvor elevene klarte å identifisere den repeterende enheten ha vært et resultat av en noe utforskende deltakelse.

Det kom tydelig frem at selv om elevene har jobbet med repeterende mønster før, har de ikke jobbet med å isolere den repeterende enheten. Likevel var det enkelte elever som klarte det med støtte ifra lærer.

Lærer: Klarer du å gjøre opp igjen det samme? [Ingen respons fra Frida]. Hva slags mønster er dette da? [Are rekker opp hånda] Ja Are?
Are: Trekant, firkant, trekant, firkant, trekan, firkant.
Lærer: Ja, så kan du prøve å tegne det samme under Frida, men jeg vil du skal sette på enda flere, om du skjønner.
…
Lærer: Frida, trenger du hjelp av noen på laget ditt? Eller vet du selv hva som kommer etter firkanten? [Frida gir ingen respons]. Kanskje Lars eller Are kan hjelpe deg? Nå har Frida tegnet trekant, firkant, trekant, firkant, trekant og firkant.
Lars: Jeg vet.
Lærer: Ja, hva tror du skal være etter firkanten da?
Lars: Trekant, firkant, trekant firkant?
Lærer: Ja! Det kan du tegne [til Frida]. Hva er det som gjentar seg her da, hva er det som går opp igjen og opp igjen?
Lars: Firkant og trekant?

utdrag 13: gruppe 2 økt 1 sekvens 2

Maktforholdene spilte en stor rolle for utvikling av diskursen, og for bruk av utforskende rutiner. Elevene klarte i stor grad å godkjenne narrativ på egenhånd, men slet mer med forkasting av narrativ hvor de ikke lyktes med å forlenge mønsteret. Her måtte jeg som lærer gripe inn å belyse elementene ved mønsteret som var feil. I et par tilfeller var det elever som opptrådde som leder for diskursen, som i eksempelet med Magne og Emilie som vist i utdrag 12.

5.2.2 læring på objektnivå, metanivå og kommognitiv konflikt

Ut ifra det kommognitiv rammeverket oppstår læring på objekt-nivå når en allerede eksisterende diskurs utvides, dette kan være gjennom innføring av nye ord, nye narrativer, nye visuelle mediatorer eller nye rutiner (Sfard, 2008). Læring på metanivå skjer når det er endring av metareglene i diskursen, og gamle narrativ blir utfordret av nye.

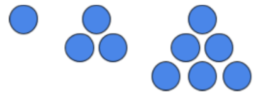
Læring på objektnivå

Analysen viset at læring på objektnivå forekom svært ofte i arbeid med læringsmateriellet, og da spesielt i arbeid med repeterende mønster. Dette er type mønster som elevene allerede var godt kjent med i fra før, hvor de klarte å se oppbyggingen av mønsteret, kopierte og forlenge riktig. For å kunne løse problemer knyttet til repeterende mønster måtte ikke elevene endre metaregler, men heller bygge på kunnskap de allerede satt inne med. Elevene ble kjent med nye repeterende mønster, og nye visuelle mediatorer som de ikke hadde benyttet i mønsterarbeid før. Det ble også forsøkt å implementere nye matematiske ord, som noen av elevene tok til seg. Elevene klarte å godkjenne nye narrativer om repeterende mønster, noe som allerede er så nærliggende deres tidlige erfaringer at jeg tolker det til å høre innunder læring på objektnivå. Ut i ifra denne tolkningen kan ikke elevene oppnå læring på metanivå gjennom oppgaver med repeterende mønster.

Jeg har og tolket de fleste av sekvensene med voksende mønster til å ha fremmet læring på objektnivå. Dette av samme grunn som repeterende mønster, hvor de og her ble kjent med nye visuelle mediatorer, narrativer og matematiske ord. I disse sekvensene har jeg tolket datamaterialet til at det kunne foregå både læring på objekt- og metanivå innenfor samme sekvens, da en både kan utvide diskursen, men også endre den på samme tid. Dette kommer jeg tilbake til i avsnittet om læring på metanivå.

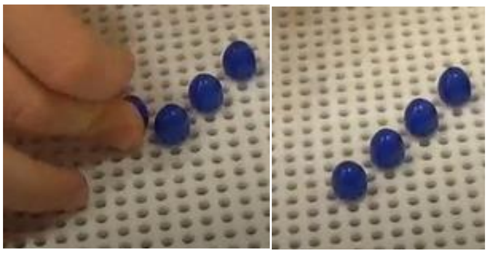
Læring på metanivå

Analyse del en viste at det forekom noen situasjoner med læring på metanivå. Slik jeg tolker datamaterialet og rammeverket vil det være endring av metaregler når en ny elev tar til seg narrativet om at voksende mønster også er et mønster, dette fører til at eleven må endre måten en opptrer i en diskurs på, altså endre metareglene. Dette kan vi eksempelvis se på eksempel fra utdrag 11, som ble presentert tidligere, der Lars som i stedet for å se mønsteret som endring ser det som en repeterende enhet, og gjentar de tre første figurene på nytt. I neste økt med læringsmateriellet ser det ut til at han har godkjent narrativet om at voksende mønster også er mønster, og at disse har en annen underliggende struktur enn repeterende mønster. Her får han i oppgave å kopiere og forlenge mønster



Figur 7: voksende mønster (B-1-3)

Lærer: m-m. Denne da? Denne er litt annerledes enn de andre mønstrene dere har sett [B-1-3]. Ser du at, synes du fortsatt at det ser ut som et slags mønster?
Lars: ja.
Lærer: Hva er det som skjer her da? [legger mønsteret fremfor han (pinboard)]
Lars: Det der, at det blir høyere og høyere.
Lærer: Det bli høyere og høyere ja. Kanskje du bare vil, du kan gjøre opp igjen det samme som meg under, prøve-
Lærer: I hvilken som helst farge?
Lærer: Ja, eller, ta mørkeblå du.
[Snakker om andre ting] [Lars kopierer mønster imens]
..
Lærer: [Lars har kopiert ferdig] Sånn, så kan jeg ta bort mine. Me hva tror du skjer neste nå da? Her har du en, to tre,
Lars: Ja jeg vet det. Jeg vet hvordan neste ser ut.
Lærer: Gjør du det? Da kan du få prøve å lage den.
[Lars legger først opp en rekke på 3, korrigerer til fire umiddelbart]



Lærer: Hva er det som endrer seg da Lars? Hva er det som skjer med mønsteret for hver gang?
Lars: Det bli større.
Lærer: ja, det blir større ja. Så dette er et mønster som vokser, også har vi de andre som gjentar seg, de kaller vi for repeterende.
Lars: [legger mønster] jeg ser at dette gjentar seg *ikke*.

utdrag 14: gruppe 2 økt 2 sekvens 2

Her klarer Lars å sette ord på veksten til mønsteret når lærer spørs hva som er annerledes med mønsteret. Tidligere kopierte Lars opp det voksende mønster, hvor han behandlet det som et repeterende mønster. I denne sekvensen derimot bruker han riktig språk for å beskrive hva som skjer med mønsteret, hvor han både sier at det bli «høyere og høyere», og også at det «ikke gjentar seg». Dette forstår jeg som om at Lars nå har godtatt at voksende mønster er et mønster, og at han dermed har endret måten han handler på i diskursen. Han har altså endret metareglene. Dette vil også være tegn på læring på objektnivå, da dette er en utvidelse av en allerede eksisterende diskurs. Lars bruker her pinboard, som er en ukjent visuell mediator for elevene å bruke i matematikk. Han har også tatt til seg ord som «større og større» og «det her gjentar seg ikke» for å beskrive mønsteret, noe som viser at han har utvidet diskursen sin.

Kommognitiv konflikt

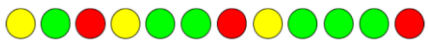
Det var ulik deltakelse hos elevene, hvor det va enkelte som klarte å kopiere, forlenge og identifisere den repeterende enheten/ endringen i mønsteret, og enkelte klarte det ikke. De fleste av elevene godtok etter hvert at mønster kunne være både repeterende og voksende, mens enkelte av elevene opererte som om repeterende mønster var den eneste formen for mønster.

Det oppstod flere kommognitiv konflikter i starten. Dette var mellom meg som lærer og elevene. Jeg opererte etter andre metaregler enn elevene gjorde, ved at jeg satt inne med mer kunnskap om mønster. Et eksempel på dette er fra utdrag 11 som ble vist tidligere i kapitelet hvor Lars løser et voksende mønster med å kopiere det videre. Til slutt korrigerer jeg som lærer svaret til Lars:

> Lærer: Okei, så her har du tenkt en rekke, to rekker, tre rekker, også en rekke, to rekker, tre rekker. Det som også går an er at det blir enda større, så det hadde blitt [tegner figur 4] ser du det, at det blir fire, også fem og seks. Synes dere det er litt rart at det også kan være et mønster? Det er litt uvant. Men det kan også være en type mønster. Selv om det ikke bare går opp igjen og opp igjen. Så dette blir større og større og større.
>
> **utdrag 15: gruppe 2 økt 2 sekvens 8**

Dersom elevene godtar det nye narrativ gjennom den kommognitiv konflikten kan det forekomme læring på metanivå. Som nevnt tidligere, endret Lars sin oppfatning av hva mønster kan være gjennom de to øktene med læringsmateriellet, og klarte etter hvert å identifisere selv hva som er et repeterende og hva som er et voksende mønster.

Det var som nevnt ulik deltakelse hos elevene, og de tok til seg den nye metaregelen om voksende mønster på ulike tidspunkt. Dette bydde på noe som kan minne om kommognitiv konflikter mellom elevene, da enkelte elever hadde endret diskursen sin, mens andre ikke hadde det. De opererte etter ulike metaregler, og elevene som ikke anså voksende mønster som et eget mønster ennå hadde ikke korrekt kommunikasjon for å delta i diskursen.



Figur 8: voksende mønster (B-5-2)

> Lærer: Hva tror du blir neste her nå. [Lars: brun, grønn, brun grønn (tuller)] Nå har du gul, grønn, rød, gul, grønn, grønn, rød, gul, grønn, grønn, grønn, rød. Hvor mange grønne er det på de ulike?
> Frida: tre?
> Lærer: Ja, her er det tre. Og her er det?
> Frida: fire
> Lærer: Nei, vi tenker bare på den ene [Frida har telt med rekken lærer lagde også på figur 2. Lærer dekker for den øverste rekken med hånda]. Hvis du skal lage denne enda lengre nå da, hva tror du er neste.
> Frida: Gul?
> Lærer: Gul ja, bra. Hvor mange gule da tenker du. Ikke tenk på den øverste rekke [fjerner rekken hun har laget selv] Hvor mange gule vil du ha på nå tror du? Ser du at det bli en mer for hver gang.
> Lærer: Okei Frida, hvor mange grønne vil du ha på nå da?
> Frida: 1?
> Lærer: Bare 1? Her var det tre, ser du at det blir en mere for hver gang. Hvor mange tror du skal være her da? Vet du Are?
> Are: hva?
> Lærer: Hvor mange grønne tror du at det skal være her?
> Are: tre?
> Lærer: Her er det tre, her er det to, og her er det bare en [peker på mønsteret baklengs]. Hm. Ser du at..
> Are: fire.
>
> **utdrag 16: gruppe 2 økt 1 sekvens 4**

Her er det tydelig at Frida kun opererer med repeterende mønster som mønster, og har ikke godtatt voksende mønster som mønster enda. Her bruker lærer Are til å korrigere, selv om også han må få en liten dytt i riktig retning. Are klarer etter hvert å gi riktig antall brikker, og godkjenner et nytt narrativ hvor han forkaster det Frida kom med i utgangspunktet. Dette viser at Are operer med andre metaregler enn det Frida gjør, og at det derfor blir noe som kan minne om en kommognitiv konflikt mellom elevene. Frida har ikke kommunikasjonen til å da del i diskursen, og faller utenfor.

5.3 læringspotensialet gjennom de ulike oppgavene

Avslutningsvis ønsker jeg å oppsummere noen av funnene gjennom å se på hvilke oppgaver som la til rette for de ulike aspektene innenfor tidlige algebra og elementene i det kommognitive rammeverket.

Nivå 1: disse mønstrene er ulike variasjoner av repeterende mønster. Oppgavene på dette nivået ga situasjoner som førte til læring på objektnivå. Videre førte disse mønstrene til rituelle rutiner, hvor elevene allerede kjente til oppgave-prosedyre paret, og utførte prosedyren som var forventet. Oppgavene kunne føre til utforskende rutiner dersom elevene klarte å gjenkjenne den repeterende enheten som mønsteret bestod av, men dette forekom i liten grad. Disse mønstrene førte til at elevene kunne studere strukturer til en viss grad, samt jobbe med modellering, som begge er viktige aspekter innenfor tidlig algebra og algebraisk tenking. Alle elevene mestret arbeid med repeterende mønster, uansett deltakelse.

Nivå 2: Disse mønstrene, som var en «lettere» versjon av voksende mønster la til rette for læring på objektnivå og noe læring på metanivå. Elevene ble introdusert for minst et av disse mønstrene (i gruppa, alle fikk ikke et hver) før de gikk over på nivå 3. Dette virket til å være et lettere mønster for elevene å jobbe med, og det var en lettere inngang for voksende mønster for flere av elevene. Disse oppgavene la til rette for noen utforskende rutiner, da de måtte godkjenne nye narrativ for å forklare mønsteret. Oppgavene la til rette for å se struktur og gjøre modellering. I tillegg støttet disse mønstrene til at elevene kunne studere endring, forutsi, generalisere, og til dels, dersom lærer er svært involvert i diskursen, legge til rette for enkel problemløsning, resonnering og bevis. Dette var ikke noe alle elevene mestret, men noe alle fikk til gjennom støtte ifra lærer.

Nivå 3: Disse mønstrene, som var de vanskeligste, la til rette for læring på objekt og metanivå. Mønstrene på dette nivået krever at elevene ser den underliggende strukturen dersom de skal klare å forlenge mønsteret, hvor strukturen er mer utfordrende enn de to øvrige. Disse mønstrene la til rette for rituelle rutiner, men også utforskende rutiner. Elevene måtte utforske, godkjenne og verifisere nye narrativ. I tillegg til at elevene måtte se den underliggende strukturen måtte de modellere, studere endringer, forutsi, generalisere, og noe enkel problemløsning, resonnering og bevis. I tillegg kunne arbeidet med disse mønstrene belyse gruppering og stegtelling i større grad enn mønstrene på nivå 2, da de kun vokste «lineært» på rekke, og ofte med en eller to om gangen. Disse gruppene kunne videre føre med seg stegtelling og aritmetikk i form av addisjon og en inngang til multiplikasjon.

Lage mønster selv: Elevene kunne også havne på feltet som sa de skulle lage mønstre på egenhånd. Elevene kopierte stort sett det som hadde skjedd litt tidligere i spillet, med mønstre de husket, noe som viser rituell deltakelse hos elevene. Dette førte til at de laget både repeterende og voksende mønster. Denne kopieringen kan belyse aspektet om generalisering, da de gjengir mønsteret med nye farger for eksempel. Det forkom ikke at elevene oversatte mellom visuelle mediatorer når de kopierte et tidligere mønster, de valgte samme visuell mediator som mønsteret hadde vært fremstilt med tidligere.

6 Diskusjon

Problemstillingen for denne studien er: *hvilke læringspotensial har et læringsmateriell basert på repeterende og voksende mønster for førsteklassinger?*

Ut ifra funnene som ble presentert i resultatkapitelet er det mye som tyder på at læringsmateriellet har en del iboende læringspotensial ut ifra teorien som jeg har valgt å analysere datamaterialet med. Jeg ønsker å diskutere disse funnene og hva det kan bety i kapitelet som følger.

6.1 Elevenes arbeid med repeterende og voksende mønster

Repeterende mønster

Elevene mestret oppgavene med repeterende mønster i stor grad. Dette var ikke overraskende, da elevene allerede har en del erfaringer med disse oppgavene både fra tidligere i skolen og i barnehagen. Elevene klarte å kopiere og forlenge disse mønstrene uten problemer, men slet litt mer med å identifisere den repeterende enheten.

Disse oppgavene la til rette for noe algebraisk tenking, men ikke i veldig stor grad. De aspektene som ble belyst gjennom arbeid med repeterende mønster var strukturering, modellering og generalisering. Repeterende mønster har en mindre utfordrende numerisk og romlig struktur enn det voksende mønster har, og er derfor lettere å modellere. Strukturen er alltid repetitiv, hvor alle elementene skal ligge på en linje (i hvert fall mønstrene som er brukt for denne oppgaven). Når det kommer til generalisering var det kun aritmetisk generalisering som dukket opp med arbeid med repeterende mønster, og disse mønstrene vil ikke kunne legge opp til algebraisk generalisering i samme grad som et voksende mønster. Algebraisk generalisering har jeg valgt å se i sammenheng med å se et mønster eksplisitt, som handler om å analysere forhold mellom mengder i figurene, noe som ikke lar seg gjøre i et repeterende mønster, da alle figurene er de samme.

Det var andre matematiske ferdigheter som kom til syne i arbeid med repeterende mønster, da hovedsakelig innenfor tallforståelse. Elevene brukte subitizing, en til en korrespondanse, kardinalitet og ordinalitet. Det at arbeid med mønster kan føre til tallforståelse har allerede blitt etablert i tidligere forskning (Van Nes & Lange, 2007).

Voksende mønster

Elevene mestret stort sett oppgaver med voksende mønstrene, med støtte ifra lærer. Dette er verdt å se opp mot Wijns et al. (2019a) sin studie. Denne studien ble gjennomført med 400 fireåringer hvor de ga elevene oppgaver innenfor både repeterende og voksende mønster. I deres studie jobbet elevene med type mønster som er på nivå 2 i mitt læringsmateriell, hvor de fikk svaralternativer for hvordan neste figur skulle se ut. Så å si alle elevene valgte det alternativet som var lengst (som var for lang) eller det som repeterte siste figur som var gitt. De klarte altså ikke å gi riktig figur. Funnene fra min og deres studie er altså ulike. Dette er en storskala studie mot min småskala studie, så deres data er noe mer pålitelig, men jeg ønsker likevel å sammenligne studiene Det er spesielt to ting som skiller dem, og som kan ha vært grunnen til at elevene i min studie fikk det til. Det første er at deres studie tok for seg fireåringer, og min var på seksåringer, og en kan anta at alderen vil kunne spille en stor rolle i kunnskapsnivået til elevene, og at dette kan være en mulig grunn til at elevene ikke lyktes med å forlenge voksende mønster i Wijns et al. (2019a) sin studie. En annen grunn kan være at forskerne i deres studie ikke supplerte med spørsmål for å veilede elevene, de så altså på elevenes evne til å klare det på egenhånd. I min studie derimot er lærer sterkt involvert i elevenes besvarelser, noe som naturligvis vil gi et bedre resultat enn når elvene ikke har denne støtten.

Elevene mestret oppgavene, og viste til flere av aspektene som beskriver algebraisk tenking innen tidlig algebra. Gjennom oppgaver med voksende mønster brukte elevene strukturering, modellering, generalisering, studerte endringer, gjorde noe problemløsning i primitiv form og det kom frem noen situasjoner hvor elevene mestret å forutsi mønsteret. Elevene brukte rekursiv måte å se mønstrene på i arbeid med voksende mønster, og det forekom dermed ikke algebraisk generalisering (Radford, 2014). Det som skiller disse oppgavene fra repeterende er at de gir muligheten til å kunne se mønster rekursivt og gjøre algebraisk generalisering, selv om det ikke kom frem i arbeidet med læringsmateriellet.

Flere av aspektene som kom til syne i analysen kan sees i sammenheng med komponentene som PASMAP bygges opp av. PASMAP er som en rekke sammenhengende oppgaver innenfor mønster og struktur, hvor alle oppgavene er bygd opp av de samme fem komponentene. Disse komponentene er modellering, representering, visualisering, generalisering og vedlikhold (eng: sustaining) (Mulligan & Mitchelmore, 2016). Flere av disse komponentene har fellestrekk med aspektene ved algebraisk tenking som kom frem gjennom bruk av læringsmateriellet. Modellering og representering i PASMAP betyr å kopiere, modellere eller beskrive mønster, noe som samsvarer med å modellere og se strukturer innenfor aspektene ved algebraisk tenking. Videre handler generalisering i PASMAP om å gjøre et mønster eksplisitt eller å finne lignende eksempler i andre kontekster. Her vil jeg igjen vise til utdrag 2 hvor Lars og Are fikk samme mønster med forskjellige visuelle mediatorer, noe som la til rette for at Lars kunne generalisere mønstrene og se at det var det samme. Slik jeg forstår vedlikehold handler dette om å ha flere læringssekvenser som støtter opp under forståelsen elevene har for mønsterarbeid, noe jeg vil si det gjør ettersom elevene jobbet med en flere oppgaver over to økter. Arbeid med PASMAP har vist seg i å utvikle elevenes AMPS, altså våkenhet for mønster og struktur, som også støtter deres generelle matematiske forståelse og ferdigheter (Mulligan & Mitchelmore, 2013, Mulligan et al., 2020). Aspekter ved tidlig algebra som kom frem gjennom læringsmateriellet og PASMAP har flere felles trekk, og dette kan indikere at bruk av læringsmateriellet også vil kunne utvikle elevenes AMPS. Når det er sagt så er det viktig å påpeke at AMPS og PASMAP tar for seg en rekke flere oppgaver innenfor strukturer enn kun repeterende og voksende mønster, og at dette er en liten del av et større nettverk av oppgaver.

Det å legge til rette for at unge elever kan utforske voksende mønster kan være fordelaktig for deres senere møte med algebra i skolen. Kieran (2004) hevder det har vært et overdrevent fokus på aritmetikk i barneskolen, hvor fokuset har ligger på å komme frem til riktig svar. I arbeid med voksende mønster får elevene mulighet til å jobbe med relasjoner og representering i stedet, som legger til rette for algebra i større grad. NCTM (national council of teachers of mathematics) anbefaler å jobbe med algebra fra tidlig av, dette kommer frem i deres "principles and standards for school mathematics":

..By viewing algebra as a strand in the curriculum from prekindergarten on, teachers can help students build a solid foundation of understanding and experience as a preparation for more sophisticated work in algebra in the middle grades and high school. For example, systematic experience with patterns can build up to an understanding of the idea of function, and experience with numbers and their properties lays a foundation for later work with symbols and algebraic expressions. (p. 37) National Council of Teachers of Mathematics (2000, i Kieran, 2004)

NCTM hevder at tidlige erfaringer med algebraisk tenking er viktig for at elevene skal kunne legge et godt grunnlag for senere, og mer avansert matematikk. De skriver videre at elevenes erfaringer med algebra kan gjøre de beredt for mer sofistikert matematikk. Slik jeg ser det kan dette læringsmateriellet være en mulig måte å implementere arbeid med tidlig algebra i begynneropplæringen.

I tillegg til algebra la oppgavene med voksende mønster til rette for at elevene brukte en rekke andre matematiske ferdigheter. Elevene brukte subitizing, en til en korrespondanse, kardinalitetsprinsippet ordinalitetsprinsippet, stegtelling, gruppering og aritmetikk. Dette støtter tidligere funn som er gjort i forskning på temaet (Van Nes & Lange, 2007, Wijns et al., 2019a).

6.2 læringsmateriellets muligheter og begrensinger for å utvikle diskursen

I dette delkapittelet ønsker jeg å gå nærmere inn på selve læringsmateriellet, og på hvilke måter det legger til rette for utvikling av elevenes matematiske diskurs.

Læringsmateriellets oppgaver

Som allerede diskutert i delkapittelet over la læringsmateriellet til rette for arbeid med en rekke aspekter innenfor algebraisk tenking, hvor oppgavene med voksende mønster hadde mest potensial for å fremme disse aspektene. Selv om oppgaver med voksende mønster ser ut til å ha et bredere potensial er det likevel verdt å diskutere fordelene ved å bruke begge typer mønstre i samme læringsmateriell.

Læringsmateriellet er bygd opp på en slik måte at elevene kan få oppgaver både innenfor repeterende og voksende mønster. Dette mener jeg er hensiktsmessig fordi det tillater lærer å tilpasse oppgave til eleven, noe som kan være nyttig, da det har kommet frem at elevene har ulik deltakelse i bruk av læringsmateriellet, og noen trenger lengre tid på å komme inn i den nye diskursen med voksende mønster. Videre er det hensiktsmessig for å utvikle elevenes evne til å skille mellom mønstertypene, og hvilken prosedyre de ulike mønsteroppgavene krever. Elevene var som nevnt allerede godt kjent med repeterende mønster, men de hadde lite eller ingen erfaring med voksende mønster. Ser vi dette i sammenheng med oppgave-prosedyrepar så vil elevene få flere erfaringer å tolke oppgavene ut ifra, og også flere prosedyrer til å løse disse oppgavene når de bli møtt med ny matematisk diskurs (Lavie et al., 2019). Elevene oppdaget, med støtte fra lærer, at de tidligere prosedyrene de hadde brukt, altså å kopiere mønster, ikke fungerte på de nye oppgavene med voksende mønster.

Dette kan brukes til å belyse Liljedahl (2004) og Wijns et al. (2019a) sin bekymring for at elevene kun blir møtt med repeterende mønster i de tidlige årene av barneskolen. Dersom elevene ikke bli utsatt for nye type oppgaver, vil de ha mindre erfaringer å tolke oppgaven ut ifra (Lavie et al., 2019). Dette vil kunne forplante seg videre med at de heller ikke opparbeider seg passende rutiner til å møte nye oppgaver. Læringsmateriellet kan være en måte å møte voksende mønster på, hvor elevene får erfaringer med begge type mønster, og et bedre utgangspunkt for å kunne tolke oppgavene og finne passende prosedyre til å løse problemet.

Spillsituasjonen som utgangspunkt for samarbeid, utvikling av rutiner og læring

Læringsmateriellet legger til rette for en spillsituasjon, noe elevene er kjent med fra tidligere. Denne situasjonen ga muligheter for samtale mellom elevene og lærer, hvor lærer fikk en naturlig plass som en sentral deltaker i diskursen. Dette ga lærer mulighet til å innføre nye matematiske ord, narrativer, visuelle mediatorer og rutiner i diskursen.

Det kom frem i resultatet at læringsmateriellet kunne by på noen kommognitive konflikter mellom deltakerne i diskursen. Her spiller maktforholdene en viktig rolle. I møte med en kommognitiv konflikt er det viktig at deltakerne i diskursen blir enige om hvem som er leder, hvor leder må gjøre seg forstått og de resterende deltakerne må legge i en innsats for å delta. Dette er roller som er lette å fordele når en lærer er involvert, da lærer blir en naturlig leder av diskursen. Det var i hovedsak en kommognitiv konflikt som var gjentakende i begge grupper, hvor elevene hadde en oppfattelse av hva begrepet mønster innebar, og lærer hadde en annen oppfattelse. Dette førte til at lærer og de resterende deltakeren opererte etter ulike metaregler, og bruke eksempelvis ordet mønster på ulikt vis. Når elevene snakket om mønster mente de utelukkende repeterende mønster, men lærer brukte mønster om både repeterende og voksende mønster. Elevene var villige til å endre metareglene sine, og endret betydningen av ordet mønster, hvor det nå innebefattet både repeterende og voksende mønster. Her oppnådde altså elevene læring på metanivå.

Resultatet viser videre at læringsmateriellet legger til rette for rituelle rutiner i arbeid med mønster, men at det også kan legge til rette for noe utforskende deltakelse. Slik jeg har tolket teorien og datamaterialet vil enhver besvarelse fra elevene være noe rituell, da det handler om å vedlikeholde/stryke de sosiale båndene. I første omgang er det lett å tenke at rituelle rutiner ikke er positivt for utviklingen, da dette ikke legger til rette for at elevene produserer og godkjenner nye narrativer. Dette er ikke tilfellet, da det å bruke rituelle rutiner kan være inngangen til utforskende deltakelse, på sikt. En del av rituell deltakelse er at elevene prøver å anvende rutiner de ser andre gjør, forsøke å bruke samme matematiske ord, visuelle mediatorer, godkjenne de samme narrativene og opptre med de samme rutinene. Selv om elevene ikke nødvendigvis har forståelse hva de gjør i første omgang kan dette være en svært effektiv måte å utvikle egen matematisk diskurs. Disse rutinene kan etter hvert bli individualisert, for så at eleven vil kunne de-ritualisere dem å bruke disse rutinene utforskende.

Repeterende mønster la kun til rette for rituell deltakelse, ettersom elevene ikke trengte å godkjenne og verifisere nye narrativer. De godkjente nye repeterende mønster, men som tidligere nevnt anser jeg dette til å være tilsvarende likt de tidligere godkjente narrativene om repeterende mønster, og derfor ikke «nyskapende». Voksende mønster på den andre siden kunne legge til rette for både rituell og utforskende deltakelse. Dette.

I møte med et voksende mønster er det ikke en klar måte å tolke oppgaven på, og ulike mønster vil kreve ulike prosedyrer, hvor eleven må se den underliggende strukturen til hvert enkelt mønster. Dette vil kreve at elevene i større grad verifiserer og godkjenner et nytt narrativ om mønsteret, da de tidligere narrativene ikke er tilstrekkelige (Nachlieli & Tabach, 2019).

Det var forskjell hvilken type læring de ulike mønsternivåene fasiliterte. Repeterende mønster la til rette for læring på objektnivå hos elevene, hvor de ble kjent med nye typer repeterende mønster, nye matematiske ord, nye visuelle mediatorer (pinboard) og noen nye rutiner (rituell deltakelse). Disse oppgavene vil ikke kunne legge til rette for læring på metanivå, slik jeg forstår teorien. I møte med repeterende mønster har allerede elevene godt nok kjennskap til oppgave-prosedyre par som skal anvendes, hvor de ikke må endre metaregler for å besvare oppgaven og forstå den underliggende strukturen. I arbeid med voksende mønster derimot dukket det til tider opp situasjoner som ga læring på metanivå. Grunnen til at disse oppgavene kunne legge til rette for læring på metanivå var fordi elevene ble nødt til å endre metareglene sin for å kunne svare på oppgavene. De tidligere reglene og måtene å behandle mønsteret på passet ikke lengre, og elevene måtte godkjenne det nye narrativet om at voksende mønster og er mønster, og at en med disse to typene blir nødt til å identifisere hvilket mønster en har fremfor seg. I tillegg er det ikke en gitt prosedyre som vil fungere på de voksende mønstrene, da de har forskjellig struktur. Her må hver enkel løsning verifiseres og godkjennes.

Målet i utvikling av den matematiske diskursen i skolen er at elevene sakte med sikkert skal kunne delta i den historiske utviklede matematiske diskursen (Sfard, 2008). Jeg mener at i arbeid med dette læringsmateriellet kan videreutvikle elevenes diskurs, noe som resulterer i at de kommer litt nærmere den historiske etablerte diskursen.

Læringsmateriellets begrensninger

Liljedahl (2004) har problematisert at elevene benytter en strategi med å lese med mønsteret i arbeid med voksende mønster, noe som kan ses i sammenheng med å se mønster rekursivt. Selv om elevene klarte å bytte strategi fra å kopiere det voksende mønster til å se endringene, klarte de ikke å se det eksplisitt. Dette kan være fordi læringsmateriellet ikke krevde dette av dem. Elevene fikk spørsmål om å kopiere, forlenge og identifisere den repeterende enheten/ se endringen i mønstret. Ingen av disse oppgavene krever at eleven må se mønsteret eksplisitt eller gjøre algebraisk generalisering, da det er nok å se det rekursivt og gjøre aritmetisk generalisering. Jeg har tidligere hevdet at læringsmateriellet legger til rette for algebraisk tenking, men da i en noe primitiv form.

En mulig endring kunne ha vært å legge ved spørsmål hvor elevene ble bedt om å finne figur nummer 10, uten å bygge til lengre enn figur 5. Dette ville kunne føre til at elevene måtte ha analysert i større grad, noe som går innunder algebraisk generalisering (Radford, 2014), og noe som kunne ført til at de klarte å gi en beskrivelse som var mer eksplisitt. Når det er sagt så er det antageligvis noen av mønstrene på nivå 3 som ville ha vært for utfordrende for elevene, slik som trekantmønsteret (figur 7) til Lars som ikke vokser lineært. Det er ikke utenkelig at de ville ha klart å beskrive kryssmønsteret Emilie fikk (fra utdrag 4), hvor hver av arm hadde like mange elementer som figurtallet til figuren. Dette ville ha vært interessant å prøve om en skulle gjennomført studien på nytt.

Radford (2014) gjennomførte en studie med 2. klassinger i Australia, hvor elevene evnet å gi en formel for mønsteret. Disse elevene er noe eldre enn elevene i denne studien, men det er ikke urimelig å tro at elevene ville kunne ha klart det samme. I Radford sin studie fikk elevene beskjed om at en annen person skulle få et brev med figurtall i, dette figurtallet skulle ikke elevene vite om. Og den andre personen skulle ikke vite hvordan de tidligere figurene i mønsteret skulle se ut, det var det kun lærer og elever som visste. Dermed måtte elevene kunne gi en beskrivelse av mønsteret, uten å vite hvilket figurtall de skulle ta utgangspunkt i. Gjennom en klassesamtale mellom elevene og lærer klarte elevene å beskrive mønster med en variabel og funksjon.

Dette kunne også ha vært en mulig inngang for å fremme algebraisk generalisering hos elevene, hvor de eksempelvis kunne ha gått gjennom noen av mønstrene i etterkant av studien hvor de skulle ha gjort det samme. Disse endringene kunne også ha ført til mer problemløsning, bevis, rettferdiggjøring og det å kunne forutsi også, da det å lage en generell formel for et mønster vil dekke alle disse aspektene ved tidlig algebra. Det er vanskelig å si om disse endringene villa ha utvidet læringspotensialet i læringsmateriellet til en så stor grad, men det er ikke utenkelig basert på Radford (2014) sin studie.

6. 3 Studiens implikasjoner

Funnene fra denne studien kan belyse mulige skolepolitiske endringer av dagens læreplan, da det legges vekt på at elevene skal kunne abstrahere og generalisere ut ifra kjerneelementene i læreplan for matematikk, uten at kompetansemålene for etter 2. trinn gjenspeiler dette i noe stor grad (Utdanningsdirektoratet, 2020). Studien kan være verdifull for læreres praksis og tilnærming til mønsterarbeid i småskolen. Dagens læreplan har som nevnt ikke kompetansemål som involverer voksende mønster, men det vil ikke si at lærerne ikke kan undervise om det. Læreplan er svært åpen, hvor lærere har stor frihet til å gjøre bestemmelser rundt undervisning og innhold. Funnene som er gjort i denne studien indikerer at elever på førstetrinn kan, og burde jobbe med voksende mønster. Denne studien viser en mulig tilnærming til hvordan elevene kan jobbe med overgang mellom repeterende og voksende mønster, hvor det har blitt redegjort for eventuelle endringer som burde bli gjort for å kunne legge til rette for et større læringspotensial innenfor tidlig algebra.

Som forslag til videre forskning kunne det vært interessant å sett nærmere på førsteklassingers evne til å generalisere algebraisk, hvor de blir gitt oppgaver som krever en eksplisitt strategi for å kunne løse oppgaven. Radford (2014) hadde suksess i sin studie hvor han fikk elevene til å forklare mønstrene eksplisitt, og lage primitive formler for å kunne gi hvilken som helst figur i mønsteret. Dette var elever på 2.trinn, og det hadde vært spennende å se på førsteklassingers arbeid med dette.

Videre hadde det vært interessant å sett virkningen av et revidert læringsmateriellet med de nye endringene som ble foreslått. I tillegg til endringene ville det ha vært hensiktsmessig å teste læringsmateriellet over en lengre periode, hvor en får et større grunnlag til å kunne evaluere læringspotensialet i læringsmateriellet. Dette vil også gi muligheten for å se på endringer av diskursen og rutinene til elevene i en mye større grad, da det er basert på en lengre tidsperiode med flere gjennomføringer.

6.4 diskusjon av studiens kvalitet

De metodiske valgene som studien baserer seg på har gitt meg mulighet til å beskrive mulig læringspotensial innenfor et par kategorier. Læringsmateriellet viste seg å legge til rette for en rekke aspekter innen tidlig algebra, samt at det kunne legge til rette for lærings på metanivå innenfor algebra og mønsterarbeid, samt at elevene kunne delta mer utforskende etter hvert i arbeid med læringsmateriellet.

En klar begrensning med denne studien er størrelsen på utvalget. Utvalget består kun av seks elever, hvor alle er fra samme geografiske område. Dette vil ikke kunne generaliseres til enhver norsk førsteklassing. Funnen i denne studien baserer seg på elevenes deltakelse i arbeid med læringsmateriellet, samt hvordan lærer velger å støtte opp elevene i arbeid. Dermed vil ikke nødvendigvis det samme læringsmateriellet fremme den samme læringen hos en annen gruppe elever. Dette kan likevel rettferdiggjøres med argumentet om at jeg ser på mulig læringspotensial. Potensialet vil ligger der for andre som også skulle ha benyttet seg av læringsmateriellet, så lenge de følger instruksjonene for spillet. Dermed er det ikke læringsmateriellet som avgjøre hva elevene får ut av det, men hvordan deltakerne deltar.

Som tidligere nevnt hadde jeg noe kjennskap til elevene, men dette var i liten grad. Lavie et al. (2019) hevder at det å skulle si noe om elevenes rutiner er en fortolkende prosess, som krever at forskeren kjenner til deltakerne og deres tidligere erfaringer. En lærer som hadde kjent elevene ville hatt et bedre utgangspunkt for å tolke datamaterialet. Selv om jeg kjente elevene litt var det ikke nok til at jeg hadde dyp innsikt i deres tidligere erfaringer, og kan derfor ikke være sikker på hvordan de tolket oppgave-prosedyre par, og hvorfor, og da heller ikke deres rutiner. Jeg har i min studie prøvd å si noe om hvordan elevene deltar, men dette er som sagt min tolking. Jeg har forsøkt å gjøre studien så gjennomsiktig som mulig gjennom å forklare kategoriseringene jeg har gjort i analysen.

Dette er en småskala studie, og baserer seg på lite data mot storskala studier. Disse to gruppene med elever hadde kun to økter med læringsmateriellet. En kan ikke se endringer etter to økter, jeg har likevel prøvd å sette ord på hvordan elevene har deltatt i de to forskjellige øktene, hvor det var en klar forbedring til gang nummer to. Dette vil ikke si at det vil bli så stort forbedring fra gang til gang, da de mest sannsynlig trengte en økt på å komme inn i spillet, samt til å bli introdusert for voksende mønster. Denne studien indikerer at elevene vil bli mer utforskende desto mer de deltar, men dette er det ikke klare bevis på, da den første gjennomføringen var noe preget av at det var første gang de brukte læringsmateriellet.

En siste avgjørende faktor for studiens kvalitet er min tolkning av teori og datamateriale. Hvordan jeg har tolket til ulike aspektene og begrepene innenfor tidlig algebra og kommognisjon har vært avgjørende for hva jeg har funnet i datamaterialet. En annen forsker kunne ha gjort andre tolkninger, og funnet andre funn. Som nevnt har jeg forsøkt å gjøre studien gjennomsiktig, ved å forklare kategoriseringene mine i resultatet, så den enkelte leser kan vurdere disse vurderingene selv. Problemstillingen for oppgaven er hvilket læringspotensial dette læringsmateriellet kan ha, hvor jeg kun har sett på tidlig algebra og det kommognitive rammeverket. Hadde jeg tatt utgangspunkt i andre teorier/temaer ville resultatene ha blitt annerledes.

7 Avslutning

Formålet med denne studien var å si noe om hvilke læringspotensial et læringsmateriell basert på oppgaver med repeterende og voksende mønster kunne ha for seks elever på første trinn. Det å skulle se på læringspotensial kan være mangt, men i denne studien valgte jeg å ta utgangspunkt i læringspotensial innenfor tidlig algebra, samt å se hvordan læringsmateriellet kunne bidra til å utvikle elevenes diskurs ut ifra et kommognitivt syn.

Funnene fra denne studien indikerer at læringsmateriellet kan være en hensiktsmessig måte å innføre tidlig algebra på hos førsteklassinger. Oppgavene med voksende mønster la til rette for flere aspekter ved algebraisk tenking enn det repeterende mønster gjorde. Gjennom arbeid med læringsmateriellet brukte elevene strukturering, modellering, generalisering, studerte endringer og til dels gjorde problemløsning og evnet å forutsi, som aller er viktige aspekter ved algebraisk tenking (Cai og Knuth, 2011).

Det er spesielt en begrensning ved læringsmateriellet som er verdt å nevne. Radford (2010) skiller mellom former for generalisering, hvor aritmetisk generalisering ikke fremmer algebra, men algebraisk generalisering gjør det. Dette læringsmateriellet viste seg å kun fremme aritmetiske generalisering, og har derfor noen mangler ut ifra Radford (2010) sine beskrivelser av algebra. Dette førte videre med seg forslag om endring av læringsmateriellet, for å kunne fremme algebraisk generalisering.

For at elevene skulle kunne delta i diskurs med voksende mønster måtte de endre kommunikasjonen sin. Det kom frem gjennom analysen at elevene mestret oppgavene med voksende mønster, men at de støtte på problemer i det første møte med disse oppgavene. Grunnen til at det ble vanskelig for dem var fordi de ikke hadde vært borti denne type mønster tidligere, og derfor ikke hadde nok erfaringer til å tolke oppgaven og prosedyren som trengtes for å løse den (Lavie et al., 2019). For å kunne delta i diskursen måtte elevene endre metareglene de opptrådde med i diskursen, noe som fører til at elevene oppnådde læring på metanivå (Sfard, 2008).

Dette førte til at det kun var voksende mønster som la til rette for læring på metanivå, da oppgavene med repeterende mønster allerede var kjent for elevene, og det ikke krevde endringer i metareglene. Likevel så la også disse oppgavene til rette for læring, men da på et objektnivå, hvor elevene videreutviklet diskursen sin med nye matematiske ord, visuelle mediatorer, narrativer og rutiner (Sfard, 2008).

Det viste seg også å være forskjell i deltakelsen elevene viste i arbeid med de ulike oppgavene. Også her hadde oppgavene med voksende mønster et større potensial for utvikling av rutiner enn det repeterende mønster hadde. Elevene viste tidvis utforskende deltakelse i arbeid med voksende mønster, da dette krevde at elevene måtte komme opp med nye narrativer, og godkjenne dem. Læringsmateriellet baserer seg på samarbeid og kommunikasjon mellom flere deltakere, hvor elevene viste mye rituell deltakelse. Dette betyr at de er sosialt orientert, og ønsker å ha et godt forhold til de andre deltakerne. Denne deltakelsen er blant annet preget av at elever prøver å kopiere andre deltakere, noe som kom tydelig frem i datamaterialet. Dette kan i første omgang høres negativt ut, men dette kan på sikt føre til utforskende deltakelse, da elevene etter hvert vil individualisere denne diskursen og bruke den selvstendig (Sfard, 2008). Det er ikke utenkelig at elevene vil kunne bruke mer utforskende deltakelse gjennom flere gjennomganger med læringsmateriellet.

Det er blitt problematisert at elevene ikke blir møtt med voksende mønster tidlig nok, da dette vil kunne føre til at elever kun lærer seg en prosedyre og en måte å se mønster på. På bakgrunn av dette stiller jeg meg noe kritisk til den norske læreplanen som kun legger frem kompetansemål om repeterende mønster og ikke voksende mønster etter 2. trinn. (utdanningsdirektoratet, 2020). Funnene fra min studie indikerer at elevene er kapable til å arbeide med voksende mønster, dersom de får tett oppfølging av lærer. Allerede etter en gjennomgang av studien klarte flere av elevene å se de voksende mønstrene riktig, hvor de også klarte å gi de neste figurene i mønsteret. Som nevnt ligger det, ut ifra funnene i denne studien, et mye større læringspotensial i oppgaver med voksende mønster enn oppgaver med repeterende mønster. Det er likevel en liten studie, og ikke tilstrekkelig for å kunne bevise at voksende mønster burde på plass i kompetansemål for etter 2. trinn.

Referanseliste

Alseth, B. (2010) *Multi 1B – grunnbok* (2. Utg.) Gyldendal

Anghileri, J. (2006). *Teaching number sense* (2. Utg.). A&C Black.

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. In *Early algebraization* (pp. 5-23). Springer, Berlin, Heidelberg.

Blikstad-Balas M., Dalland, C. P. (2021) forskningsdesign – hva må du tenke på når du skal planlegge et forskningsprosjekt. I E. Andersson-Bakken, og C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 153-165). universitetsforlaget

Blikstad-Balas M., Klette, K. (2021) Video i klasseromsforskning. I E. Andersson-Bakken, og C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 153-165). universitetsforlaget

Boaler, J., Chen, L., Williams, C., & Cordero, M. (2016). Seeing as understanding: The importance of visual mathematics for our brain and learning. *Journal of Applied & Computational Mathematics*, *5*(5), 1-6.

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology*, *3*(2), 77-101.

Cai, J., & Knuth, E. (Eds.). (2011). *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives*. Springer Science & Business Media. /introduksjonskapittel)

Clements, D. H., & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.

Dahl, H. & Nohr, M. (2019) *Matematikk 1A – fra cappelen damm*. Cappelen damm

Dahl, H. & Nohr, M. (2020) *Matematikk 1B – fra cappelen damm*. Cappelen damm

Dalland, C. P., Bjørnestad, E. og Andersson-Bakken E. (2021) Observasjon som metode i barnehage- og klasseromsforskning. I E. Andersson-Bakken, og C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 125-149). universitetsforlaget

Fritzen, I., Nilsen, E., Nilsen, M. & Nyborg S. (2020*) Matemagisk 1 – grunnbok* (2. utg.). Aschehoug undervisning.

Kaput, J. J. (2008). 1 What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning?. In *Algebra in the early grades* (pp. 5-18). Routledge.

Kidd, J. K., Carlson, A. G., Gadzichowski, K. M., Boyer, C. E., Gallington, D. A., & Pasnak, R. (2013). Effects of patterning instruction on the academic achievement of 1st-grade children. *Journal of Research in Childhood Education*, *27*(2), 224-238.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The mathematics educator*, *8*(1), 139-151.

Kirkegaard, H., Alseth, B, Arnås, A. & Røsseland, M. (2010) *Multi 1A- grunnbok* (2. utg.) Gyldendal

Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and learning*, *7*(3), 231-258.

Lavie, I., Steiner, A., & Sfard, A. (2019). Routines we live by: From ritual to exploration. *Educational Studies in Mathematics*, *101*(2), 153-176.

Liljedahl, P. (2004). Repeating pattern or number pattern: The distinction is blurred. *Focus on learning problems in mathematics*, *26*(3), 24-42.

Lüken, M. M., & Kampmann, R. (2018). The influence of fostering children's patterning abilities on their arithmetic skills in grade 1. In I. Elia, J. Mulligan, A. Anderson, A. Baccaglini-Frank, & C. Benz (Eds.), ICME-13 monographs: Contemporary research and perspectives on early childhood mathematics education (pp. 55–66). Berlin: Springer

Moss, J., & London McNab, S. (2011). An approach to geometric and numeric patterning that fosters second grade students' reasoning and generalizing about functions and co-variation. In *Early algebraization* (pp. 277-301). Springer, Berlin, Heidelberg.

Mulligan, J.T., & Mitchelmore, M. C. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, *21*(2), 33-49.

Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (2013). Early awareness of mathematical pattern and structure. In *Reconceptualizing early mathematics learning* (pp. 29-45). Springer, Dordrecht.

Mulligan, J.T., & Mitchelmore, M.C. (2016). *Pattern and Structure Mathematics Awareness Program (PASMAP): Book one-Foundation and Year 1*. Australian Council for Educational Research.

Mulligan, J.T., Oslington, G., & English, L. (2020). Supporting early mathematical development through a 'pattern and structure'intervention program. *ZDM*, *52*(4), 663- 676.

Nachlieli, T., & Tabach, M. (2019). Ritual-enabling opportunities-to-learn in mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, *101*(2), 253-271.

Nilssen, V. L. (2012). *Analyse i kvalitative studier: den skrivende forskeren*. Universitetsforlaget.

Papic, M.M, & Mulligan, J.T. (2007). The growth of early mathematical patterning: An intervention study.

Papic, M. M., Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (2011). Assessing the development of preschoolers' mathematical patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *42*(3), 237-268.

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.

Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities.'Niveles de generalidad y tipos de generalizaciones en actividades de patrones'. *Pna*.

Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, *26*(2), 257-277.

Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., McLean, L. E., & McEldoon, K. L. (2013). Emerging understanding of patterning in 4-year-olds. *Journal of Cognition and Development*, *14*(3), 376-396.

Sfard, A. (2007). "When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint." Journal of the Learning Sciences **16**(4): 565-613.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge university press.

Sfard, A. (2012). Introduction: Developing mathematical discourse—Some insights from communicational research. *International Journal of Educational Research*, *51*, 1-9.

Sfard, A. (2020). Commognition. *Encyclopedia of mathematics education*, 95-101.

Steen, L. A. (1988). The science of patterns. *Science*, *240*(4852), 611-616.

Tabach, M. and T. Nachlieli (2016). "Communicational perspectives on learning and teaching mathematics: prologue." Educational Studies in Mathematics **91**(3): 299-306.

Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the early primary years. *Pattern in the teaching and learning of mathematics*, 18-30.

Utdanningsdirektoratet. (2020). Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05). https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

Van Nes, F., & De Lange, J. (2007). Mathematics education and neurosciences: Relating spatial structures to the development of spatial sense and number sense. *The mathematics enthusiast*, *4*(2), 210-229.

Warren, E. (2005). Young Children's Ability to Generalise the Pattern Rule for Growing Patterns. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *4*, 305-312.

Wijns, N., Torbeyns, J., Bakker, M., De Smedt, B., & Verschaffel, L. (2019a). Four-year olds' understanding of repeating and growing patterns and its association with early numerical ability. *Early Childhood Research Quarterly*, *49*, 152-163.

Wijns, N., Torbeyns, J., De Smedt, B., & Verschaffel, L. (2019b). Young children's patterning competencies and mathematical development: A review. *Mathematical learning and cognition in early childhood*, 139-161.

Wilkie, K. J., & Clarke, D. M. (2016). Developing students' functional thinking in algebra through different visualisations of a growing pattern's structure. *Mathematics Education Research Journal*, *28*(2), 223-243.

Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vedlegg 2: Godkjenning fra NSD

Vedlegg 3: Oppgavekort

Vedlegg 1: informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet

1. klassingers arbeid med mønster

Dette er et spørsmål til deg om barnet ditt vil delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å forske på 1. klassinger sitt arbeid med mønster i matematikk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg og ditt barn.

Formål

Jeg, Åshild Rolstad, skal skrive masteroppgave i begynneropplæring i matematikk. I oppgaven ønsker jeg å se nærmere på hvordan førsteklassinger kan lære om mønster. Formålet med prosjektet er å se om et brettspill som er laget for arbeid med mønster fungerer eller ikke, og hva spillet eventuelt kan bidra med.

Forskningsspørsmålet for oppgaven: Hvordan kan et brettspill bidra til elevers læring om mønster?

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

NTNU, instituttet for lærerutdanningen er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Jeg har tidligere hatt praksis i 1. klasse på Huseby, og kjenner derfor elevene litt. Alle elevene i 1A vil få dette skrivet. Jeg kommer til å velge ut 6 tilfeldige elever ut ifra hvem som samtykker til å bli med på forskningsprosjektet.

Hva innebærer det for deg å delta?

Jeg kommer til å ta med meg tre elever om gangen hvor vi spiller et brettspill sammen. Dette kommer jeg til å gjøre med to grupper, to ganger hver. Hver økt vil ta ca. 20-30 minutter. For å kunne analysere dette i etterkant kommer jeg til å ta video- og lydopptak av økten.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis barnet ditt velger å delta og du gir samtykke til det, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om barnet vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg eller barnet hvis barnet ikke vil delta eller senere velger å trekke seg.

Det vil ikke gå utover dere eller barnets forhold til skole eller lærer dersom dere ikke vil at eleven skal delta.

Elevene som deltar i prosjektet kommer til å bli tatt ut av den vanlige undervisningen når vi spiller brettspillet, og vil derfor går glipp av 20-30 minutter av den vanlige undervisningen to ganger.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om barnet ditt til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det vil kun være meg, Åshild Rolstad, og min veileder, Heidi Dahl som vil ha tilgang på video- og lydopptakene av øktene.
- Video og lyd vil bli lagret vil bli kryptert og lagret på NTNU-systemer. Jeg kommer til å anonymisere elevene i transkripsjon.
- Deltakerne skal ikke kunne gjenkjennes i oppgaven når den er ferdig, og det skal ikke forekomme noe annen informasjon om eleven enn det matematiske eleven gjør. Det blir ingen personlige opplysninger i oppgaven.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er når Masteroppgaven skal leveres inn 25 mai.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- Student: Åshild Rolstad, aashild.rolstad@hotmail.com
- Veileder: Heidi Dahl, Heidi.dahl@ntnu.no
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen, Thomas.helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Heidi Dahl *Åshild Rolstad*
(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *1. klassingers arbeid med mønster*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til at barnet:

☐ å delta i en økt med video- og lydopptak

Jeg samtykker til at opplysninger om mitt barn behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

(Signert av foresatt til prosjektdeltaker, dato)

Fult navn på barnet:

(Signert av foresatt til prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 2: Godkjenning NSD

Vurdering

30.12.2021

Referansenummer
194337

Prosjekttittel
1. klassingers arbeid med mønster

Behandlingsansvarlig institusjon
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) / Institutt for lærerutdanning

Prosjektperiode
10.12.2021 - 25.05.2022

Meldeskjema

Dato
30.12.2021

Type
Standard

Kommentar
Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 30.12.2021 med vedlegg. Behandlingen kan starte.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 25.05.2022.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om: - lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen - formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål - dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet - lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER NSD

vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13. Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20). Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER NSD

legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32). For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

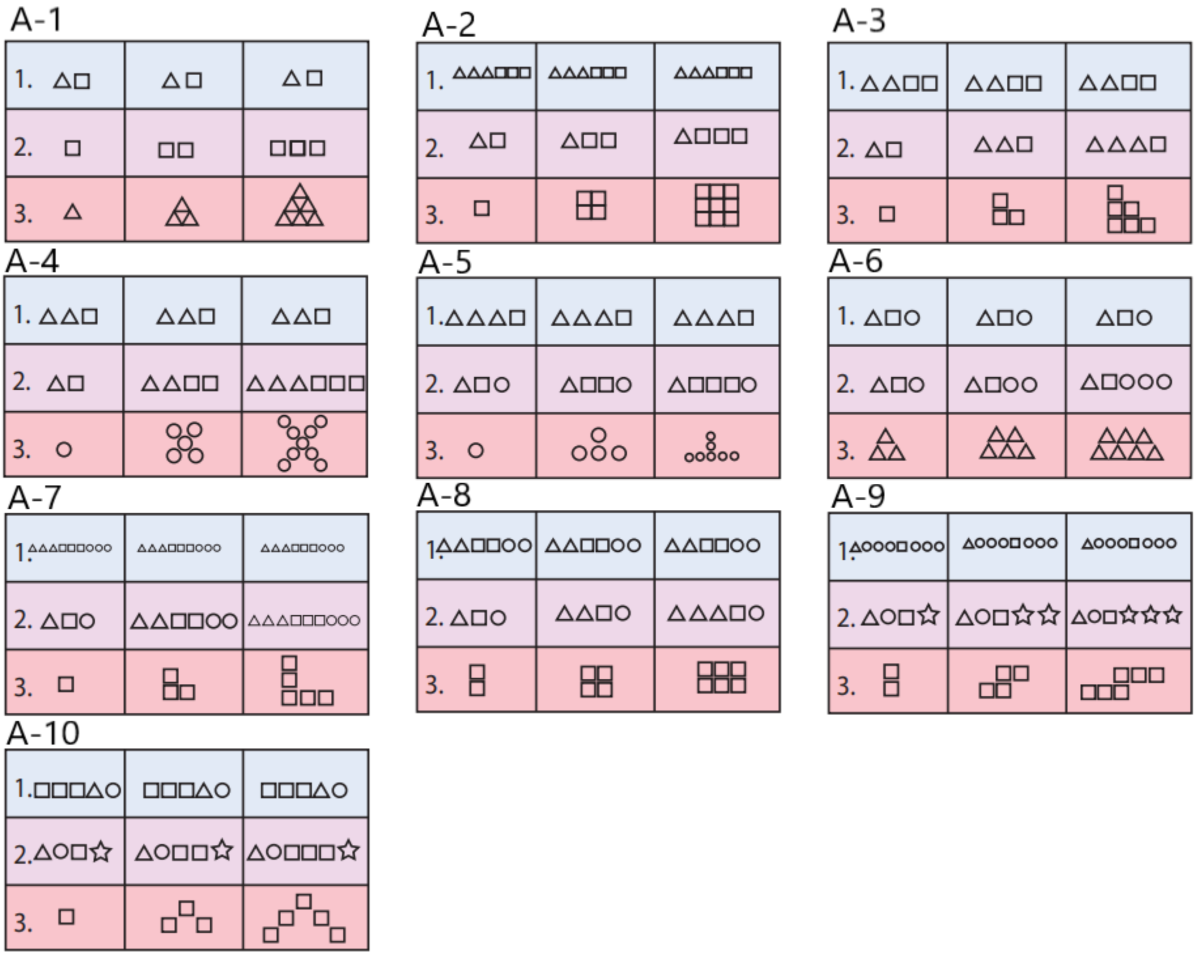
MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

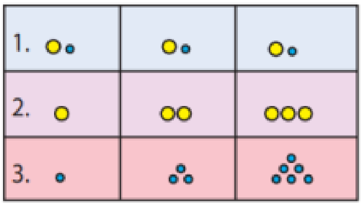
OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet. Kontaktperson hos NSD: Markus Celiussen Lykke til med prosjektet!

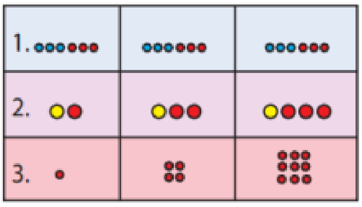
Vedlegg 3: oppgavekort



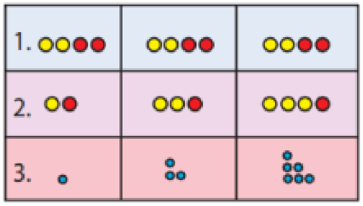
B-1



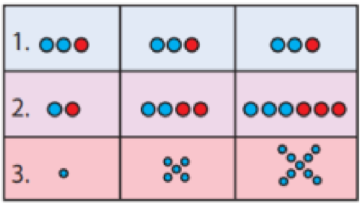
B-2



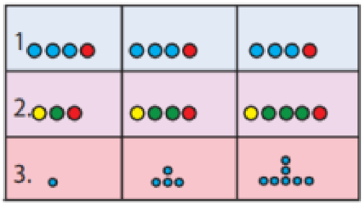
B-3



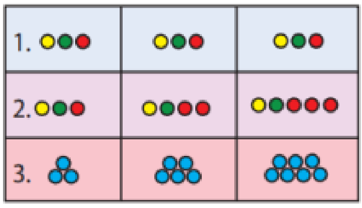
B-4



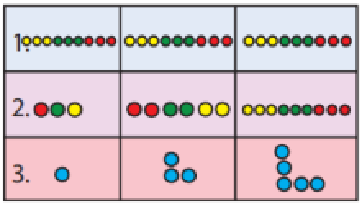
B-5



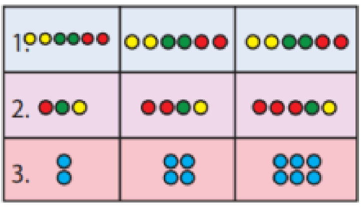
B-6



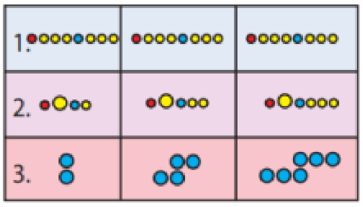
B-7



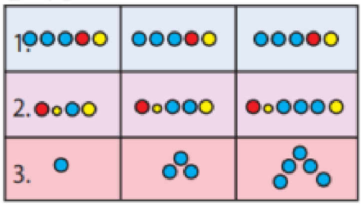
B-8



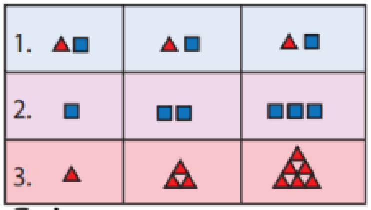
B-9



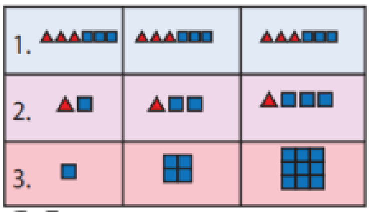
B-10



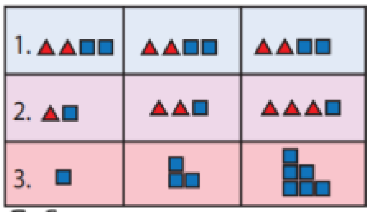
C-1



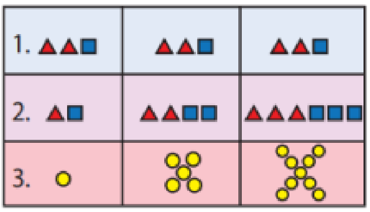
C-2



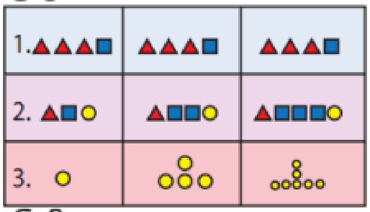
C-3



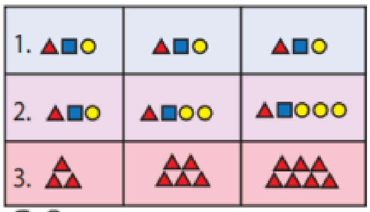
C-4



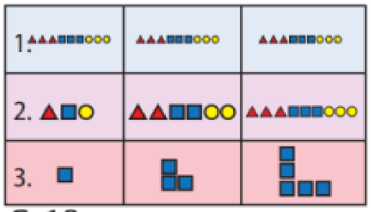
C-5



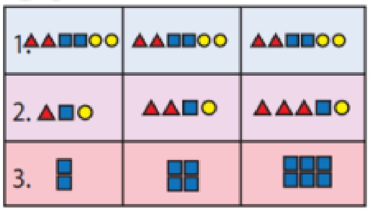
C-6



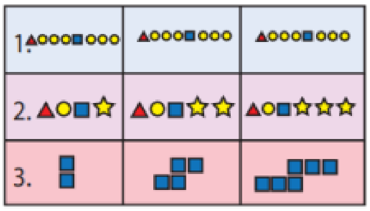
C-7



C-8



C-9



C-10