

Simen Dahlum

Resonnering og samarbeid i matematikk på småtrinnet.

En kvalitativ studie av hvordan en samarbeidsmodell kan støtte elevers utvikling av resonnering.

Masteroppgave i Grunnskolelærerutdanning 1.-7. trinn.
Veileder: Benedikte Grimeland, Yvonne Grimeland, Torunn Klemp og Oda Tingstad Burheim.

Mai 2022

Simen Dahlum

Resonnering og samarbeid i matematikk på småtrinnet.

En kvalitativ studie av hvordan en samarbeidsmodell kan støtte elevers utvikling av resonnering.

Masteroppgave i Grunnskolelærerutdanning 1.-7. trinn.
Veileder: Benedikte Grimeland, Yvonne Grimeland, Torunn Klemp og Oda Tingstad Burheim.
Mai 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Sammendrag

Denne studien har som mål å få innblikk i hvordan elever på småtrinnet kan, uten vesentlig hjelp fra lærer, utvikle sin resonnerende evne. For å gjøre det ble elevene introdusert for en samarbeidsmodell som var ment for å støtte elevene under arbeidet. Oppgavens problemstilling er: hvordan støtter en samarbeidsmodell for elevenes utvikling av resonnering?

Studien er en intervensjonsstudie og har en kvalitativ tilnærming. Observasjon ble brukt som datainnsamlingsmetode, i tillegg til lyd- og videoopptak av elevenes samtale. Tre datainnsamlingen ble gjennomført, hvor den første ble brukt til å gjøre en ståstedanalyse av hvordan elevene naturlig jobbe i gruppe, uten støtte fra lærer eller en samarbeidsmodell. De to andre innsamlingene ble gjort når elevene jobbet etter samarbeidsmodellen. Innsamlingene ble gjort fra oktober til desember i 2021. Åtte tredjeklassinger deltok på studien.

Analysen av elevenes samtale ble gjennomført deduktivt. Jeg utviklet fire analysekategorier på forhånd basert på Knight og Mercer (2014) sitt rammeverk om samtale typer, og et rammeverk av læreres forståelse av resonnering av Herbert og kolleger (2015). Samme analyse ble brukt både på førsituasjonen og etter at samarbeidsmodellen var iverksatt. Under analyseprosessen oppdaget jeg noen endringer i elevenes samtalestruktur, som førte til at jeg gjennomførte en ny analyse. Her så jeg på hvordan elevenes turtakning endret seg. Definisjonen på resonnering som er brukt i denne oppgaven, er fra Lithner (2008).

Resultatene presenterer utdrag fra elevsamtalene, og beskriver hvilke analysekategorier de faller under, og hva det viser eller ikke viser av elevenes kompetanse. Tabelloversikter ble også gitt for å vise antall tilfeller av analysekategoriene. Fra resultatene kan en se at samarbeidsmodellen ikke er nok til å støtte elevene, da tabellene ikke viser store endringer fra førsituasjonen. Områder hvor modellen heller viser støtte er på samtalestrukturen og på tiden og muligheten den gir hver elev til å fortelle hva de har gjort og hvorfor.

Nøkkelord: resonnering, samarbeid, intervensjon og samtale typer

Abstract

The goal of this study is to gain insight into how pupils in primary school can, without sufficient help from a teacher, develop their reasoning ability. To do this a cooperative model was introduced to the pupils, which was meant to support them during their work. The research problem is as follows: how does a cooperative model support pupils in the development of their reasoning ability?

The study is an intervention or design-based study, with a qualitative approach. Observation was used as the data collection method, as well as sound and video recording of the pupils' conversations. Three data collections were performed, where the first one was used to do an analysis of the pupils' current reasoning and cooperative ability. The other two were collections done while the pupils used the cooperative model. The data collections were done from October to December in 2021. Eight third graders participated in the study.

The analysis of the pupils' conversations was done deductively. I had developed four analysis categories, based on Knight and Mercers (2014) framework for typology of talk, as well as a framework of teacher understanding of reasoning done by Herbert and coworkers (2015). The same analysis process was used to analyze the pupils' current capabilities, and while they used the cooperative model. During this analysis I discovered that the conversation structure change, and therefore decided to do another analysis with that in focus. I looked at changes to the pupils turn taking. Reasoning for this study is defined according to Lithner (2008).

The results present excerpts from the pupils' conversations, and describes which analysis categories they represent, and what they show, or don't show, of the pupils' abilities. A few tables are also provided to show how often the analysis categories occurred. Based on what the results show, the cooperative model was not enough to support the pupils in their work, as the tables don't show any big changes after the model was introduced. An area where the model rather showed some support was in the conversation structure. The model provided time and opportunities for the pupils to share what they had done and why.

Keywords: reasoning, cooperation, intervention, typology of talk

Forord

Denne studien er gjennomført i studieåret 2021-2022, og er en masteroppgave for en 5-årig lærerutdanning ved NTNU Trondheim. Utdanningen har vært lærerik og bidratt godt til å forberede meg til læreryrket. I arbeidet med denne studien har jeg fått jobbet med noe jeg synes var interessant og viktig, og det har gitt meg erfaring og kunnskap som jeg vil ta med meg inn i arbeidslivet.

Jeg vil gi en stor takk til mine veiledere, Benedikte Grimeland, Yvonne Grimeland, Torunn Klemp og Oda Tingstad Burheim, som har bidratt med oppmuntrende, tydelige og konstruktive tilbakemeldinger til alle aspektene i studien. Jeg vil også takke min praksislærer som ha åpnet sitt klasserom og gitt meg muligheten til å samle datamateriale. Han har også vist interesse for studien og hjalp til med å utarbeide tema, og bidro med gode tips underveis. Den største takken går til de åtte modige elevene som deltok. Det kan være skummelt når det blir gjort både lyd- og videoopptak av det man sier og gjør, men elevene sto i det og gjorde en god jobb.

Samarbeidet med LAB-Ted har vært med på å gi meg mer kunnskap om forskningsarbeid en lærer kan gjennomføre i sitt klasserom. På grunn av LAB-Ted kom jeg også tidlig i gang med datainnsamling, som gjorde hele masterprosessen mindre stressfull.

En siste takk går til venner og familie som har støttet meg gjennom studien og ikke minst under gjennomføring og skrivingen av dette masterprosjektet.

Innhold

Figurer	vi
Tabeller	vi
1 Innledning	7
1.1 Bakgrunn	7
1.2 Min studie	8
1.3 LAB-Ted	9
2 Teori	10
2.1 Sosiokulturell læringsteori	10
2.2 Hva er resonnering?	10
2.3 Hvordan kan en jobbe med resonnering i klasserommet?	14
2.4 Samtaler i klasserommet	16
2.5 Normer i klasserommet	17
2.6 Problemløsningsoppgave	18
3 Metode	19
3.1 Forskningsmetode	19
3.2 Kontekst	19
3.2.1 Analyse av førsituasjon	20
3.2.2 Resultater av analysen	22
3.2.3 Oppsummering av førsituasjonen	24
3.3 Samarbeidsmodellen	24
3.4 Oppgaver som ble brukt	25
3.4.1 Oppgave for første datainnsamling	26
3.4.2 Oppgave for andre datainnsamling	26
3.5 Datainnsamlingsmetode	26
3.6 Gjennomføring av intervensjon	27
3.7 Analysemetode	28
3.7.1 Sekundæranalyse	29

3.8	Gyldighet og pålitelighet	30
3.9	Forskningsetikk.....	31
4	Resultat	33
4.1	Resultat økt 1	33
4.2	Resultat økt 2	34
4.3	Resultat fra sekundæranalyse.....	36
4.4	Oppsummering av resultat.....	36
5	Diskusjon.....	38
5.1	Diskusjon av resultatene	38
5.2	Vurdering av studien	39
5.3	Videre forskning	40
6	Avslutning	42
	Litteraturliste	43
	Vedlegg	47
	Vedlegg 1: Samtykkeskjema	47

Figurer

Figur 1 - Oppgave 1 for førsituasjonen	21
Figur 2 - Oppgave 2 for førsituasjonen	21

Tabeller

Tabell 1 - Datainnsamlingsdato og datamateriale for førsituasjonen	20
Tabell 2 - Oversikt for tilfeller av analysekategoriene i førsituasjonen	22
Tabell 3 - Datainnsamlingsdato for intervensjonsøktene	27
Tabell 4 - Oversikt over datamaterialet for intervensjonsøktene	27
Tabell 5 - Oversikt over tilfeller av analysekategoriene for økt 1	33
Tabell 6 - Oversikt over tilfeller av analysekategoriene for økt 2	35
Tabell 7 - Oversikt over totalt antall tilfeller av analysekategoriene for både førsituasjon og intervensjonsøktene	36

1 Innledning

Denne studien er en masteroppgave gjennomført og skrevet i løpet av studieåret 2021-2022, ved lærerutdanningen ved NTNU Trondheim. Oppgaven er innenfor faget matematikk og har matematisk resonnering som tema. Studien er også gjort i samarbeid med et av NTNUs egne forskningsprosjekter, kalt Learning, Assessment and Boundry crossing in Teacher education, eller LAB-Ted.

1.1 Bakgrunn

I løpet av de siste årene har flere land endret sine læreplaner til å ha mer fokus på resonnering og/eller argumentasjon. Høsten 2020 ble det i Norge innført ny læreplan som også har dette fokuset. Resonnering og argumentasjon har blitt en av seks kjerneelementer for matematikkfaget i skolen. I kompetansemålene for matematikk, helt ned til 2. trinn, står det at elever skal utforske, forklare og beskrive matematiske ideer og påstander. Kjerneelementet er som følger:

Resonnering i matematikk handler om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det innebærer at elevene skal forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser. Elevene skal utforme egne resonnementer både for å forstå og for å løse problemer. Argumentasjon i matematikk handler om at elevene begrunner framgangsmåter, resonnementer og løsninger og beviser at disse er gyldige. (Utdanningsdirektoratet, 2020)

Her ser vi at resonnering er et omfattende begrepet og en evne som vil ta tid å lære. Dermed er det viktig at opplæring i resonnering starter tidlig. I kjerneelementet blir resonnering satt sammen med argumentasjon, og ses som et steg videre i matematisk kompetanse etter at evnene til å resonnerer er på plass. Forskningslitteraturen snakker om hvor viktig resonnering og argumentasjon er for utvikling innenfor matematikk, og gjør også en kobling mellom dem. Stylianides (2008) sier at resonnering og bevis er sentralt for å gjøre matematikk (s.9). Bragg og kolleger (2016) sier at matematikk er avhengig av resonnering for å validere ideer (s. 525). For denne masterstudien ble fokuset lagt på resonnering alene, men litteratur som snakker om begge begrepene ble bruk.

Selv om forskningsfeltet sier at resonnering er en viktig evne, og at regelverk sier det skal mer tydelig inn i undervisning og utdanning, betyr det ikke at det nødvendigvis er så lett å vite akkurat hva som ligger i begrepene og hvordan det skal læres. Jeanotto og Kieran (2017) gjennomførte en studie med mål om å tydeliggjøre hva som ligger i begrepet, hvordan det kan defineres, samt å utvikle en modell for matematisk resonnering. Modellen de kom frem til tar utgangspunkt i ord som ofte ble brukt i forklaring av eller i sammenheng med resonnering (f.eks. generalisering, bevis og gjetting). Og definisjonene de utredet la vekt på kommunikasjon, noe som kjerneelementet ikke nevner. Studien belyser resonneringsbegrepet kompleksitet og hvor variert forskningslitteraturen vektlegger den aspekter. Det er ikke bare i forskningsfeltet en kan se varierte meninger og forståelse av resonnering, men også blant lærere, og spesielt småtrinnlærere. Loong og kolleger (2013)

sier at småtrinnlærere ikke har en klar forståelse for hva resonnering er, men at det vil være spesielt viktig for disse lærerne, fordi det er de som skal introdusere elevene for begrepet (s. 472). Stylianides (2013) peker på to hovedgrunner til at resonnering og bevis ikke har stor plass på småtrinnet. Den første er at lærer på småtrinnet har svak eller begrenset matematisk kunnskap når det kommer til resonnering og bevis. Den andre grunnen er at lærer tro at, spesielt bevis, er en evne deres elever ikke kan oppnå (s. 1464). Herbert og kolleger (2015) intervjuet 24 småtrinnlærere om deres forståelse for resonnering. Basert på intervjuene utviklet de et rammeverk som viser sju nivåer av forståelse for resonnering.

Å gjennomføre undervisning som legger opp til læring av resonnering, kommer også med didaktiske utfordringer. Hvis resonnering skal læres gjennom interaksjoner, kommunikasjon og sosiale aktiviteter, som noe av litteraturen tilsier (Yackel et al., 1991; Bragg et al., 2016; Jeanotto & Kieran, 2017), vil det først kreve tid til å lære elevene hvordan de skal snakke sammen og uttrykke matematiske ideer verbalt. Og deretter trengs det tid i undervisning til å gjennomføre gode matematiske samtaler. I et klasserom må det etableres det Cobb og Yackel (1996) kaller sosiale og sosiomatematiske normer. For at dette skal skje vil lærere trenge en viss kompetanse. Hill og Ball (2009, s.70) gir eksempler på hva en lærer må gjøre for at utvikling av resonnering skal skje. En lærer må stille de riktige spørsmålene, forstå og analysere elevsvar, gi elevene eksempler og forklaringer de kan forstå, ta i bruk riktige modeller og vise sammenhenger mellom ulike representasjoner. Dette krever mye tid og ressurser som skoler kanskje ikke har. Og det krever en viss kompetanse av læreren som skal gjennomføre slike undervisningstimer.

1.2 Min studie

Studien ble gjennomført i en 3. klasse fra en skole i Trondheim. Det var åtte elever som ble valgt ut til å delta. I studien jeg har gjennomført har jeg utviklet og iverksatt en samarbeidsmodell for elever, som jeg mener vil støtte i deres utvikling av resonnering. Modellen er en blanding av forskningslitteratur, teorier og min egen forståelse for resonneringsutvikling. Litteraturen har jeg enten funnet i forberedelse til masteroppgaven eller så er det artikler og bøker jeg har lest gjennom utdanningen. Flere av disse bruker i denne oppgaven, og en nærmere beskrivelse av utvikling av modellen kommer i metodekapittelet. Studien er en intervensjonsstudie, hvor intervensjonen jeg har testet er samarbeidsmodellen. En intervensjonsstudie krever at det blir samlet data før og etter at intervensjonen er iverksatt. Jeg har dermed gjort en datainnsamling av førsituasjonen, og to etter at elevene tok i bruk samarbeidsmodellen.

Samarbeidsmodellen består av tre steg: (1) 2-3 minutter individuelt arbeid, (2) hver enkelt elev på gruppa får mulighet til å fortelle hva de har gjort og hvorfor, og (3) elevene utforsker presentert løsninger videre. Tanken bak modellen er at den vil gi elevene ulike muligheter til å resonnerer, og dermed støtte dem i utviklingen av evnene. Når en følger stegene i modellen vil resonnementet først være noe individuelt, noen en tenker og forstår selv. Deretter kan det gjøres et forsøk på å verbalisere disse tankene og dele dem med andre, samt høre andre resonnement. Og til slutt ta del i en samtale eller diskusjon rundt de delte resonnementene, løsningene og tankene som ble delt. Min problemstilling er dermed: hvordan støtter en samarbeidsmodell for utvikling av elevers resonnerende evne?

Jeg vil presisere at det er ingen forventninger om å se stor utvikling i elevenes evne til å resonnerer, siden studien ble gjennomført på kort tid og med få datainnsamling, men heller om det elementer i elevenes samtale som viser hvordan modellen kan støtte utviklingen.

Studien er av kvalitativ natur, da observasjon og lyd- og videoopptak ble brukt som datainnsamlingsmetoder. Samtalene som oppsto under elevsamarbeidet ble analysert deduktiv, og så på hvordan elevene jobbet sammen og hvilken grad de klarte å resonnerer. For å analysere elevenes samtale tok jeg utgangspunkt i Knight og Mercer (2014) sitt rammeverk om samtaleytyper. Elementer av samtaleytypene ble trukket ut og sammen med litteratur om resonnering, utviklet jeg fire analysekategorier. Under første analysen la jeg merke til endringer i elevenes samtalestruktur etter at samarbeidsmodellen ble tatt i bruk. Dermed gjorde jeg en ny analyse hvor fokuset var på de endringene.

1.3 LAB-Ted

LAB-Ted er et forskningsprosjekt ved NTNU som har to hovedmål: for det første, å utvikle et samarbeid mellom universitetet (lærerutdannere), praksisskoler (lærer og ledelse) og lærerstudenter for å danne kapasitet for praksis-basert og profesjons-orientert forskning i lærerutdanningen; for det andre, å ta i bruk en innovativ metodologi for å forske på og avdekke hindringer og spenninger ved dette samarbeidet. I tillegg jobber prosjektet med å forstå utfordringene som kommer med å skape vurderingskriterier for masteroppgaver som er praksis-basert og profesjons-orientert. For å skape slike kriterier utforsker prosjektet potensielle nye modeller for veiledning av forsknings- og utviklingsoppgaver og masteroppgaver.

Min deltakelse i prosjektet startet i 2019 og varer til sommeren 2022. Fra mitt kull var vi åtte studenter som ble med i prosjektet, fire studenter hadde matematikk og fire hadde kroppsøving som masterfag. De som hadde samme masterfag ble satt på samme praksisgruppe, og har de siste tre praksisperiodene vært på samme skole og i samme klasse. Siden skole, klasse og praksislærer var tidlig på plass, kunne vi før praksisperioden i september 2021 planlegge og diskutere med praksislæreren og veiledere hva vi ville forske på for vår master. Sammen, alle matematikkstudentene, læreren og veilederne, kom vi frem til et overordnet tema for våre masteroppgaver, og det ble resonnering. Videre bestemt vi hva våre spesifikke prosjekter skulle handle om. Praksisperioden i og resten av 2021 ble brukt til nærmere planlegging og innsamling av datamateriale. På grunn av LAB-Ted jobbet vi sammen med fire veiledere fra NTNU gjennom hele masterprosessen, både gjennomføring og skriving. Tre av veilederne kommer fra matematikkseksjonen ved NTNU og den fjerde kommer fra pedagogikkseksjonen.

2 Teori

I dette kapittelet vil jeg presentere den teoretiske bakgrunnen for min studie. Jeg vil vise hvordan forskningslitteraturen definerer resonnering og hvordan lærere kan jobbe med det i klasserommet. Først derimot vil jeg snakke om sosiokulturell læringsteori, som er den læringsteori som ligger til grunn for studien.

2.1 Sosiokulturell læringsteori

Dette forskningsprosjektet har et sosiokulturelt læringsyn, da det har forsket på hvordan elever jobber sammen, med jevnaldrende, for å løse matematikkoppgaver, og hvor språket er et viktig verktøy.

Vygotsky er regnet som grunnleggeren av denne læringsteorien, og understreker hvor viktig språket er for utvikling og læring. Teorien sier at læring skjer gjennom interaksjon mellom mennesker hvor språket tas i bruk som et medierende verktøy (Vygotsky, 1978). Innenfor sosiokulturell læringsteori finner vi teorien om den proksimale utviklingssonen (zone of proximal development) (Vygotsky, 1978, s. 84).

I følge Vygotsky (1978, s. 85) må barns læring på et vis knyttes til deres utviklingsnivå. For eksempel at læring av lesing, skriving og regning burde bli igangsatt når et barn har nådd en bestemt alder. Altså hva et barn kunne lærer, ble tidligere basert på hvor de var i sin mentale utvikling. Men i senere tid har forskere kommet frem til at det vil ikke være nok å bare fastslå et barns utviklingsnivå hvis det er ønske om å oppdage relasjoner mellom utviklingsprosesser og læringskapasitet. For å oppdage det må en fastslå minst to utviklingsnivåer. Det første nivået kalles det faktiske utviklingsnivået (eng. the actual developmental level) og er et barns allerede ferdigutviklede mentale funksjoner (Vygotsky, 1978, s. 85). Ved å gi et barn en rekke oppgaver, kan en få innblikk i deres utviklingsnivå ved å se på hvordan oppgavene blir løst, og hvor vanskelige oppgavene var. Det neste nivået kalles det potensielle utviklingsnivået og er hva et barn kan oppnå eller oppgaver de kan løse, når de har støtte av en mer kompetent andre, som for eksempel en lærer eller en annen elev (Vygotsky, 1978, s. 85). Støtte fra en lærer kan være å stille ledende spørsmål, vise dem hvordan en oppgave kan løses eller starte på løsningen og barnet fullfører den. I følge Vygotsky (1978, s. 85) regnes dette nivået som et bedre bilde på et barns mentale utvikling og læringskapasitet, enn hva det faktiske utviklingsnivået gjør. Den proksimale utviklingszone er distansen mellom disse to utviklingsnivåene, distansen mellom hva et barn kan gjøre alene og hva det kan gjøre med hjelp fra andre (Vygotsky, 1978, s. 86). Den proksimale utviklingszone viser hvilke mentale funksjoner et barn er i starten av å utvikle.

2.2 Hva er resonnering?

Innledningsvis nevnte jeg noen utfordringer med resonnering som begrep og hva som kreves for at det skal læres. Det finnes flere definisjoner, noe som er med på å skape forvirring blant for eksempel lærere. Dette vil videre påvirke elevene fordi det er lærerne som skal arbeide med elevenes resonneringskompetanse i skolen. I dette delkapittelet vil

jeg dykke dypere i forskningslitteraturen og se på hvordan resonnering har blitt definert tidligere og hva de ulike definisjonene legger vekt på.

Jeanotto og Kieran (2017) gjennomførte en studie med mål om å tydeliggjøre hva som ligger i begrepet matematisk resonnering, og bidra til å utvikle forståelse for begrepet innenfor skole og forskning. På bakgrunn av innsamling og analyse av forskningslitteratur, kunne de forene ulike trekk ved resonnering, som ofte oppsto i litteraturen, og utarbeide en modell for matematisk resonnering. Modellen består av to aspekter ved matematisk resonnering: det strukturelle aspektet og prosessaspektet. Det strukturelle aspektet beskriver hvordan et resonnement er bygd opp eller strukturen det følger: deduktivt, induktivt eller abduktivt. Deduktive resonnering innebærer å trekke logiske slutninger, ved å gå fra premisser til konklusjon. En slik tankegang har en stor rolle når det kommer til bevis. Induktiv resonnering knyttes ofte til generalisering, ved å trekke en mer generell slutning basert på enkelttilfeller. Konklusjonen i en den sammenheng vil være sannsynlig (Jeanotto & Kieran, 2017, s. 8). Et abduktivt resonnement oppstår under arbeidet mot et bevis, det er de oppdagelsene og formodningene som oppstår etter hvert, de ideene elevene får mens de jobber (Jeanotto & Kieran, 2017, s.8; Pedemont & Ried, 2011, s. 282). Jeg nevner disse begrepene fordi en eller flere av dem blir ofte nevnt i sammenheng med resonnering, men de har ingen innvirkning på min studie. Prosessaspektet viser de ordene eller handlingene som ofte blir gjort i sammenheng med resonneringsprosesser. Jeanotto og Kieran (2017) fant ni ulike prosesser. Åtte av disse ble delt inn i to kategorier: (1) prosesser som relateres til leting etter likheter og ulikheter, og (2) prosessere som er relatert til validering. Den niende prosessen, som er eksemplifisering, ble klassifisert som en støtte for de andre to kategoriene (Jeanotto & Kieran, 2017, s. 9). Prosessene i første kategori er: generalisering, gjetning (eng. conjecturing), identifisering av mønster, sammenligning og klassifisering. I andre kategori finner vi: å begrunne, bevis og formelt bevis. Definisjonen som Jeanotto og Kieran (2017) kom frem til sier at matematisk resonnering er en kommunikasjonsprosess med andre eller seg selv, som gir mulighet for å utlede matematiske ytringer ut ifra andre matematiske ytringer.

Stylianides (2008, s. 9) retter seg mer mot bevis, med begrepet resonnering-og-bevis eller RP (reasoning-and-proving), hvor bindestrekene viser at begrepene henge nært sammen. RP beskrives som en aktivitet hvor en undersøker om og hvorfor ting fungerer innenfor matematikk. Det kan gjøres gjennom identifisering av mønster, utlede formodninger, og formulere argumenter for eller imot matematiske påstander. Noen av disse argumentene kan kvalifiseres som bevis (Stylianides, 2008, s. 9).

På bakgrunn av at flere land har lagt mer vekt på resonnering i sine læreplaner, for alle trinn, de siste årene, gjennomførte Herbert og kolleger (2015) en studie for å utforske barneskolelæreres forståelse for resonnering. Det var 24 lærere som deltok på studien og ble intervjuet tre ganger. Alle lærerne som deltok var del av et opplæringsprogram kalt Mathematical Reasoning Professional Learning Program, som besto av to kurs. Første intervju ble gjennomført før programmet startet, andre intervju ble gjort etter første kurs, og tredje intervju ble gjort etter andre kurs. Datamaterialet fra første intervju ble brukt til å opprette et startpunkt eller en grunnlinje for lærenes forståelse, mens materialet fra intervju to og tre ble brukt for å måle utviklingen fra første intervju. Dette førte til et

rammeverk med sju kategorier som viser ulik og økende forståelse for resonnering. Kategoriene er som følger:

1. Resonnering er oppfattet som tenking og en individuell prosess.
2. Resonnering er oppfattet som kommunikasjonstenking. Elevene deler sine tanker med andre, enten elever eller lærer.
3. Resonnering er oppfattet som problemløsning. Resonnering og problemløsning ble sett på som synonymmer.
4. Resonnering er oppfattet som validerende tenking. Å kunne forklare og begrunne sine tanker til andre.
5. Resonnering er oppfattet som danning av formodninger. Knyttet til generalisering.
6. Resonnering er oppfattet å være logiske argumenter som validerer påstander. Steg-for-steg begrunnelse for påstander. Knyttet til bevis.
7. Resonnering er oppfattet som en måte å koble sammen matematiske aspekter. Elever bidrar med ulike aspekter og tidligere kunnskap, for å løse problemer.

(Herbert et al., 2015, s. 33-35)

Dette viser at forskningsfeltets ulike definisjoner og vektlegging har innflytelse på lærernes forståelse og dermed hvordan resonnering blir undervist. Studien til Herbert og kolleger (2015) viser at lærerne endrer mening ettersom de deltar på opplæringsprogrammet, som da kan bety at de ikke trengs så mye opplæring før lærere begynner å få dypere forståelse for resonnering.

Grunnen til at jeg valgt disse tre artiklene når det kommer til utforskning av begrepet resonnering er at jeg mener de tydelig viser hvor forskjellige definisjoner kan være, og hvilken påvirkning det kan ha på læreres forståelse. Jeanotto og Kieran (2017) sin definisjon knytter resonnering til kommunikasjon og nevner ikke bevis, mens Stylianides (2008) knytter resonnering til bevis og nevner ikke kommunikasjon. En svakhet jeg ser ved Jeanotto og Kieran (2017) sin definisjon er at de sier ikke noe om hvordan slik kommunikasjon skal kunne oppstå eller hva kommunikasjon innebærer. Hva må en lærer tilrettelegg for at elevene skal kunne kommunisere om matematiske ytringer? Skal elevene kommunisere med språk, representasjoner eller tegninger? Stryken, slik jeg ser det, er at uansett hvordan noe blir kommunisert så kan det gjøres sammen med andre. Og vil da innenfor sosiokulturell læringsteori føre til læring, spesielt hvis en samarbeider med mer kompetente andre. En utfordring ved Stylianides (2008) sin definisjon er at han knytter den til bevis. Dette fører til at en lærer ikke bare må ha forståelse for begrepet resonnering, men også begrepet bevis. Man må også da kunne forstå sammenhengen mellom dem og hvordan en skal skape en overgang mellom dem. Stryken ved definisjonen er at den er mer konkret på hva som er målet med å resonnerer og bevis, det er å undersøke om og hvorfor ting fungerer innenfor matematikk. Og han nevner noen måter dette målet kan nås på. Her ser jeg en likhet til kjerneelementet fra den norske læreplan. Kjerneelementet sier elever skal forstå at regler og resultater innenfor matematikk ikke er tilfeldige (Utdanningsdirektoratet, 2020). Vi kan se forskjellene i disse definisjonene i kategoriene fra Herbert og kollegers (2015) sin studie. Kategori 1, 2, og 4 nevner kommunikasjon eller tenking direkte, og kategori 7 sier det mer indirekte, når den sier at elever skal bidra med å dele ideer og kunnskap, for å løse et problem. Kategori 5 og 6 er mer knyttet til bevis. Mens kategori 3 blir stående litt utenfor da den ikke sier noe om hvordan problemløsningen skal

gjennomføres eller argumenteres for. Det kan også sies at kategori 7 viser en dypere forståelse for resonnering enn hva kategori 1 gjør, fordi kategori 1 handler om individuell tenking, mens kategori 7 handler om at flere elever bidrar med sin kunnskap og sammen finner en løsning.

Med Jeanotto og Kieran (2017) og Stylianides (2008) som utgangspunkt blir det et skille mellom de som vektlegger kommunikasjon og de som vektlegger bevis når de snakker om resonnering. Reid og Knipping (2010) sa at resonnering har fokus på matematiske aspekter ved et objekt eller en hendelse. Og at en skal kunne knytte påstander til dette objektet eller hendelsen, for så trekke slutninger basert på forholdet mellom aspektene. Her vil jeg si det er noen likheter til Stylianides (2008) sin definisjon, selv om det ikke direkte nevnes bevis, men at det skal dannes påstander og slutninger ut ifra matematiske aspekter. Det blir heller ikke sagt noe om kommunikasjon. Dreyfus og kolleger (2012) retter seg mer mot kommunikasjonssiden når de sier at resonnering kan bli kommunisert til andre gjennom ulike representasjoner, enten visuelle, verbale eller dynamiske. Carpenter og kolleger (2003) sier at resonnering kan brukes i samtale med seg selv i forsøk på å avklare og begrunne egen tenking. Her blir resonnering sett på som en individuell kommunikasjonsaktivitet, noe som også er del av Jeanotto og Kieran (2017) sin definisjon. Til slutt sier Brodie (2010) at resonnering stiller et krav til å kommunisere sin tankegang eller sine argumenter, hvor målet er å overbevise andre eller seg selv om en påstand: hvordan løse et problem; eller hvordan integrere en rekke ideer til en mer koherent helhet (s. 7). Denne definisjonen plasserer seg mer i midten av skillet, da den både stiller et krav til kommunikasjon, men også handler om å overbevise.

Til slutt i dette delkapittelet vil jeg nevne en studie av Lithner (2008). Studien ble gjennomført som en reaksjon på at læring i skolen ofte ble gjort gjennom memorering og repetisjon, som for eksempel gangetabeller og algoritmer. Lithner hadde et ønske om at matematikk heller skulle læres gjennom kreative matematisk resonnering.

Studien definerte resonnering på følgende måte:

Reasoning is the line of thought adopted to produce assertion and reach conclusions in task solving. It is not necessarily based on formal logic, thus not restricted to proof, and may even be incorrect as long as there are some kinds of sensible (to the reasoner) reasons backing it. (Lithner, 2008, s. 257)

Resonnering blir her definert som tankegangen en utvikler for å produsere påstander og nå konklusjoner i arbeid med oppgaver. Tankegangen trenger ikke å være basert på formell logikk, og dermed ikke begrenset til bevis, og kan være feil så lenge det ligger noen fornuftige argumenter (for den som resonnerer) til grunn. Her ser vi en likhet til kjerneelementet fra læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020), hvor de bruker ord tankerekker eller tankegang. Og at tankegangene skal brukes til å løse problemer eller nå konklusjoner. Slik jeg tolker definisjonens omtale om bevis, kan et resonnement regnes som et bevis, men det må ikke være det. Med den tolkning blir også vanskelig å si hvilken av de tre typene resonnering, fra Jeanotto og Kieran (2017) som passer. Altså om det er deduktiv, induktivt eller abduktivt. Slik jeg ser det gir definisjonen rom for alle tre typene, og dermed har jeg valgt å ikke ha noe fokus på dette. Fra prosessaspektet til Jeanotto og

Kieran (2017) sin modell, tenker jeg at Lithners definisjon inneholder både gjetning og begrunnelser.

Det er denne definisjonen jeg har valgt å ta utgangspunkt i for min oppgave, og det er det tre grunner til. Første grunnen er at definisjonen sier at resonnering er tankegangen bak påstandene eller svarene en kommer frem til. Jeg tenker da at dette inkluderer tankeganger som ikke er fullført, kanskje en elev ikke har kommet frem til et endelig svar, men har noen ideer om hvordan en skal gå frem. Dette gir mulighet for at flere elever kan delta muntlig., da lista for hva som kreves av dem er litt lavere. Andre grunn er at resonnering ikke blir knyttet til bevis. Jeg mener at resonnering er en egen ferdighet som må mestres før en går videre til å kunne bevise. Bevis krever mer kunnskap og forståelse for matematikk enn det resonnering gjør. Og hvis svar og påstander alltid skal bevises, vil det føre til at færre elever kan delta i samtaler. Tredje grunn er at et resonnement kan være feil, men fortsatt regnes som et resonnement. En kan alltså starte på riktig sted, men gjøre feil etter hvert, eller starte på feil sted. Men det betyr ikke at man ikke har gjort et resonnement, fordi man har fortsatt fulgt en tankegang og tatt valg etter hvert basert på hva som skjer. Akkurat dette vil være nyttig for elever som nylig har startet med å lære resonnering. Det er ofte gjennom feil vi lærer mest. Det eneste definisjonene ikke sier noe om er kommunikasjon, og kommunikasjon er en viktig del av min oppgave. Men jeg mener at definisjonen derimot er åpne nok til at den både kan knyttes til individuell kommunikasjon, og kommunikasjon mellom flere.

2.3 Hvordan kan en jobbe med resonnering i klasserommet?

Yackel, Cobb og Wood (1991) gjennomførte en studie hvor et av målene var å legge til rette for barns læring av matematikk gjennom samarbeid. Og for at samarbeid skal føre til læring sier Yackel og kolleger (1991) at det må inneholde problemløsning, enighet og genuine forsøk på å kommunisere. Studien tok plass i en 2. klasse med 20 elever og ble gjort over et skoleår. Undervisningstimene var delt inn i tre deler: (1) introduksjon av aktiviteten, (2) samarbeid i små grupper, og (3) helklassesamtale. Introduksjonen av aktiviteten til klassen var begrenset til å bare snakke om hva målet var og eventuelle nye symboler som ble brukt. Introduksjonen var aldri ment for å vise elevene en fremgangsmåte eller algoritme for hvordan aktiviteten skulle fullføres. Deretter ble elevene delt inn i par og samarbeidet begynte. Under jobbingen gikk læreren rundt, observert og deltok i elevenes problemløsning. I interaksjonene med elevene kunne læreren oppmuntre til samarbeid, dialog og delta i små diskusjoner rundt elevenes løsninger. Det ble brukt 20-25 minutter av undervisningen til samarbeid, etterfulgt av en 20-25 minutters helklassesamtale. I helklassesamtalen fikk elevene mulighet til å forklare og begrunne sine løsninger. Læreren stilte spørsmål og hjalp elevene slik at de fikk forklart sine løsninger på best mulig måte. Læreren gjorde ingen verbale vurderinger av elevenes løsninger, men gav heller resten av klassen mulighet til å si seg enig eller uenig, og deretter begrunne hvorfor og komme med alternative løsninger.

En av funnene fra Yackel og kollegers (1991) studie var at samarbeid i små grupper åpnet for læringsmuligheter som vanligvis ikke oppstår i tradisjonelle klasserom og undervisning (s. 401). Elevene møter utfordringer på to fronter. Først må de finne ut hvordan de skal jobbe sammen, og deretter hvordan de skal løse den matematiske aktiviteten. Når elevene

jobber for å oppnå kommunikasjon og effektivt samarbeid, vil de mer naturlig verbalisere sine tanker, forklare og begrunne løsninger, og spørre etter avklaringer (Yackel et al., 1991, s. 401). Mercer og Sams (2008) sier at når elever jobber sammen i par eller grupper, er interaksjonen mer symmetrisk enn når de deltar i samtaler med en lærer. Et resultat av det er at elevene får andre typer muligheter til å utvikle resonnering, argumentasjon og deres evne til å observere og beskrive hendelser (s. 510). Det er også forskning som sier at samarbeid mellom elever har ført til god utvikling av matematisk språk (Byrne & Prendeville, 2019), at elevene fikk mer positivt holdning til matematikk (Smith, McKenna & Hines, 2014) og betydelig forbedring av elevenes resultater i matematikk (Capar & Tarim, 2015). Noen av disse studiene ble gjennomført i høyere trinn, så deres relevans er ikke så stor når det kommer til denne studien, men jeg vil bare vise de positive sidene ved samarbeid.

Carpenter og kolleger (1993) sier at å kunne konstruere en modell eller representasjon av et problem er grunnleggende for problemløsningsprosessen. Videre sier de at modeller eller representasjoner er en av de mer naturlige måtene for barn å løse problemer på (s. 428). Carpenter og kolleger (1993) mente at barnehagebarns evne til å løse matematiske problemer var undervurdert og gjennomført en studie for å undersøke barnehagebarns problemløsningsprosesser. Barna som deltok på studien, var en del av klasse som over et år fikk muligheten til å jobbe med og utforske en rekke problemsituasjoner. Barna ble intervjuet etter åtte måneder i denne klassen. I intervjuet hadde barnet tilgang til konkrete, ark og blyant, og intervjueren leste opp tekstoppgaver som barnet skulle løse. Det var totalt ni oppgaver og de varierte i vanskelighetsgrad og i hvilke operasjoner de krevde. Noen eksempler på oppgavene: «Paco har 13 kjeks. Han spiste 6 av dem. Hvor mange kjeks har Paco igjen?», «James har 12 ballonger. Amy har 7 ballonger. Hvor mange flere ballonger har James enn Amy?» og «Mr. Gomez har 20 muffins. Han legger muffinsene i 4 bokser slik at det er like mange muffins i hver boks. Hvor mange muffins la Mr. Gomez i hver boks?». Resultatene i studien viste at nesten halvparten av barna brukte gyldig strategi eller representasjon for alle problemene, og neste to tredjedeler klarte å løse sju eller flere av problemene.

En nyere studie gjort av Mueller, Yankelewitz og Maher (2016) rettet søkelyset mot lærergrep og hvilke innvirkninger de kan ha på etablering av en klasseromskultur som fremme matematisk resonnering. Elevene som deltok i studien gikk i 6. klasse, og det ble gjennomført 12 to-timers undervisningstimer i løpet av studien. Elevene ble delt inn i grupper på fire, og i hver undervisningstime ble det gitt en rekke problemer som elevene kunne jobbe med i gruppene. Oppgavene elevene jobbet med ble beskrevet som utfordrende åpne oppgaver. Altså oppgaver som kunne løses og representeres på flere måter. Det ble gjort opptak av elevenes samtale, og transskripsjonene ble analysert. Læreren kunne gå rundt å ta del i elevenes samtale. Mueller og kolleger (2016, s. 10) kom frem til noen lærergrep de mente var kritiske for å fremme matematisk resonnering. Det første grepet var å offentliggjøre ideer. Her var det viktig å få elevene til å høre på og vurdere andres ideer. Det ble gjort ved å gjenta elevutsagn, spørre hvem som var enig eller uenig og hvem som var overbevist. Det andre lærergrepet var å fremkalle elevens tenking og ideer. Dette innebærer å oppfordre elevene til å formulere egne ideer og strategier, og videreføre deres tenking. Og det siste lærergrepet var å oppfordre elevene til å gi mer

detaljerte forklaringer og/eller begrunnelser for sine strategier, ideer og generalisering (Mueller et al., 2016, s. 10).

I studiene til Yackel og kolleger (1991) og Mueller og kolleger (2016) har læreren fortsatt en deltakende rolle, og når en først begynner å jobbe slik i et klasserom vil det være viktig at læreren deltar, slik at elevene lærer, og får støtte og hjelp til hvordan arbeidsmetoden fungerer. Tidligere forskning viser, ifølge Rojas-Drummond og Mercer (2003), at samarbeid mellom elever har verdi, men også at samtalen sjelden handler om matematikk eller oppgaven de skal jobbe med, og at det er få forsøk på å faktisk samarbeide (s. 102). Grunne til dette er at elever sjeldent blir opplært i å føre gode samtaler, hvordan de skal tenke kollektivt (Rojas-Drummond & Mercer, 2003) eller hva som utgjør en god og effektiv samtale eller diskusjon (Mercer & Sams, 2008, s. 510). Elevene vil dermed i starten trenger god lærerveiledning slik at de lærer seg å føre, det forskningslitteraturen kaller utforskende samtaler (exploratory talk) (Knight & Mercer, 2015). Begrepet utforskende samtale kommer jeg tilbake til senere i teksten, men det er samtaler hvor deltakerne deltar kritisk og konstruktivt med hverandre og andres ideer (Knight & Mercer, 2015, s. 310). Rojas-Drummond og Mercer (2003, s. 102) sier at elementene i en slik samtale hjelper deltakerne i å dele kunnskap, evaluere resonnering og påstander, og vurdere valg av løsningsmetode på et rimelig vis.

Sfard og Kieran (2001) peker på to utfordringer som kommer med elevsamarbeid, hvor læreren ikke er til stedet eller har en mindre rolle. Den første utfordring er at elevenes oppmerksomhet vil bli trukket i flere retninger, fordi elevenes påstander og svar kan komme mer ustrukturert enn i en helklassesamtale. Dette kan føre til at det blir lite fokus på matematikken og at samtalen bli kontraproduktiv (Sfard og Kieran, 2001, s. 70). Den andre utfordringen er at det krever fokus og motivasjon for å holde en matematisk samtale gående. Og at det blir opp til elevene å holde motivasjonen og fokuset oppe. Mueller og kollegers (2016) studie viser hvor viktig lærerens støtte og grep kan være for at elevene skal ta del i samtaler. Jeg vil også raskt nevne en utfordring lærer står overfor, og det er å finne oppgaver som passer til resonneringsundervisning og samarbeid. Hvis lærere har mangel på kompetanse når det kommer til resonnering, som Stylianides (2013) sier, vil det bli vanskelig å vite hvor en skal lete etter relevante oppgaver og hvordan en skal vurdere oppgavene en finner. Lærere vil da kanskje vende seg til lærebøker, men som en studie av Bieda, Drwencke og Picard (2014) så inneholder ikke lærebøker tilstrekkelig med oppgaver rettet mot resonnering og bevis.

2.4 Samtaler i klasserommet

Studien til Knight og Mercer (2015) hadde som mål å forbedre elevers evne til å søke etter informasjon, ved å først lære dem å delta i samarbeidsdiskusjoner av høy kvalitet. En slik diskusjon vil blant annet kreve at elevene kan finne ut hva som trengs for å løse en oppgave eller et problem, og hvordan de skal finne den informasjonen. Og elevene må forstå at i en samarbeidskontekt må kunnskap deles og man må lytte til andre (Knight & Mercer, 2015).

Rammeverket Knight og Mercer (2015), blant annet, brukt for å analysere elevenes samtale består av tre samtale typer: disputtpreget, kumulativ og utforskende. Samtale typene sier noe om kvaliteten på samtalen, og hvilken innvirkning den har på deltakernes læring. En

disputtpreget samtale inneholder uenigheter og individuelle avgjørelser. I slike samtaler er det få forsøk på å jobbe samme, å gi konstruktiv kritikk eller å komme med løsningsforslag. Forslag til løsningsmetoder eller svar blir ofte møtte med «nei, ikke sånn» eller «jo, det er sånn». En kumulativ samtale inneholder flere forsøk på å jobbe sammen og på å dele ideer. Deltakerne deler informasjon, tar noen avgjørelser sammen. Ideer blir repetert, bekreftet og forklart, og deltakerne tar positivt tak i hverandres ideer og kan bygge videre på dem. Alt dette blir derimot gjort ukritisk. I en utforskende samtale engasjere deltakerne seg kritisk, men konstruktivt, til hverandres påstander og forslag. Ideer blir delt og vurdert i fellesskap, og argumenter blir begrunnet og alternative løsninger blir presentert. I en utforskende samtale kan en finne uttrykk som «fordi», «siden», «hvis/så», «jeg/vi tror» (Knight og Mercer, 2015, s. 310). I løpet av en samtale kan deltakerne være vise trekke fra alle tre samtaletypene, men hovedmønsteret vil ligge innenfor ev av de tre typene.

Samtaletypene er ikke oppfunnet av Knight og Mercer (2015), men de har i sine studier tilpasset dem og brukt i dem i analyse av samtaler. Disputtpreget og kumulativ samtale ble først brukt, ifølge Mercer, Wegerif og Dawes (1999, s. 98) under forskningsprosjektet SLANT (Spoken Language and New Technology) på 90-tallet. Deler av funnene fra prosjektet var at samtaler mellom elever på barneskolen inneholdt lite samarbeid og mer konkurranse om hvem som hadde riktig svar, dette ble kalt disputtpreget samtale. Når elevene først jobbet sammen hadde de en tendens til å dele og bygge videre på informasjon og ideer ukritisk, dette ble kalt kumulativ samtale (Mercer et al., 1999, s. 98). Utforskende samtale ble først tatt i bruk av Barnes og Todd (1977, 1995), men ble videre-utviklet av Mercer.

2.5 Normer i klasserommet

I et klasserom kan det utvikles en rekke normer eller regler, som sier noe om hva som forventes av både elever og lærere i alle fag, men det kan også være normer etablert i spesifikke fag. Cobb og Yackel (1996) viser til to slike normer: sosiale normer og sosiomatematiske normer. Cobb og Yackel (1996, s. 178) gir følgende eksempler på sosiale normer: forklare og begrunne løsninger, forsøk på å forstå andre forklaringer, vise enighet eller uenighet, og kunne stille spørsmål til alternativer i situasjoner hvor konflikt har oppstått rundt forståelse eller tolkningen av en oppgave eller løsning. Det å kunne dele og argumentere for egne utsagn eller kunne være kritisk til andre, vil være relevante egenskaper å ha i andre fag også, så disse normene er ikke begrenset til matematikk faget. Normene som knyttes til matematiske aktiviteter, er de sosiomatematiske normene. Noen eksempler på de normene er: å vite hva som regnes som en matematisk akseptabel løsning, en annerledes matematisk løsning, en sofistikert matematisk løsning eller en effektiv matematisk løsning (Cobb og Yackel, 1995, s. 178). De to normene er ikke adskilt fra hverandre. De sosiomatematiske normene er en forlengelse av de sosiale, og dermed vil elever trenge å mestre de sosiale før de kan ta i bruk de sosiomatematiske. Egenskapene som disse normene kan føre til vil være viktige å ha når elevene skal delta i utforskende samtaler.

Etablering av slike normer vil skje over lengre tid og hvilke normer som etableres vil variere fra klasserom til klasserom (Cobb og Yackel, 1996). Studiene jeg presenterte tidligere (Mueller et al., 2016; Yackel et al., 1991), ble gjennomført over lengre tidsperioder, fordi

elevene vil trenge tid til å forstå og ta i bruk normene eller undervisningsaktivitetene, før det kan gjøres en vurdering av elevenes kompetanse eller av tiltakene som er igangsatt.

2.6 Problemløsningsoppgave

Når forskningslitteraturen snakker om resonnering bruker de også ofte begrepet problemløsningsoppgaver om oppgavetyper som er i bruk. Cooper (1986, gjengitt i Muri et al. 2008, s. 229) definerte problemløsning som et forsøk på å finne en løsning på en situasjon hvor handlingene for å nå løsningen ikke er øyeblikkelig kjent. Willoughby (1990, s. 44) sin definisjon sier at problemløsning er en situasjon hvor en person vil nå et spesifikt mål, er hindret i å nå målet, men har motivasjonen, kunnskapen og andre ressurser for å gjøre et forsøk (ikke nødvendigvis suksessfullt). Muri, Beswick og Williamson (2008), s. 229) sier at problemløsning som krever varierte egenskaper, inkludert å tolke informasjon, planlegging og metodisk jobbing, sjekke resultater og prøve alternative strategier. Disse tre definisjonene virker kanskje ulike, men slik jeg tolker dem, ligger ulikhetene i ordene som brukes og ikke meningen i dem. Hver av dem legger opp til utforskning av oppgaver og utprøving av løsningsmetoder.

Yackel, Cobb og Wood (1991) har et lignende syn på problemløsningsoppgaver, men skiller seg litt ut. I likhet med de tre definisjonene over, mener også Yackel og kolleger (1991) at et problem vil være en oppgave eller situasjon hvor løsningen ikke er øyeblikkelig kjent. Hvor skillet oppstår er i hvilke oppgavetyper de klassifiserer som problemløsningsoppgaver. Yackel og kolleger (1991) mener at enhver type oppgave kan anses som en problemløsningsoppgave, forutsatt at eleven mangler kompetansen til å løse den umiddelbart. Dette vil da inkludere regnestykker, fordi en elev som ikke er kompetent i addisjon med tosifrede tall, vil ha problem med å løse regnestykket $35+28$ (Yackel et al., 1991, s. 390).

For min studie har jeg tatt utgangspunkt i Muri og kolleger (2008) sin definisjon. For meg er problemløsningsoppgaver tekstopp-gaver eller oppgaver som består av flere steg eller deler. Og det å kunne tolke informasjonen oppgaven gir, vil være viktig for å forstå hvordan en skal gå frem for å løse den. På den måten vil man også prøve ut alternative løsningsstrategier. Jeg er også enig i det Yackel og kolleger (1991) sier om at hva elevene er i stand til å løse, eller hva som blir et problem for dem, vil variere, men regnestykker regner jeg ikke som problemløsningsoppgaver. Dette er fordi en kan lære seg en algoritme som gjør deg i stand til å for eksempel løse alle tosifrede addisjonsoppgaver. Så det vil bare være et problem første gangen du møter oppgaven. Etter at du har funnet en løsningsmetode vil du vite hvordan det neste tosifrede regnestykkes kan løses. Mens to problemløsningsoppgaver følger ikke nødvendigvis samme struktur eller gir samme informasjon, så samme løsningsmetode vil ikke fungere på begge. Et regnestykke kan derimot være del av en problemløsningsoppgave. I min studie valgte jeg å ta i bruk tekstopp-gaver, som varierer i hvilken informasjon de gir og hva målet er.

3 Metode

I tillegg til å nærmere beskrive datainnsamlingsmetoden, analysemetoden og samarbeidsmodellen, vil jeg her greie ut om kontekst studien min tok sted i. Kontekst består av beskrivelse av deltakerne, samt en analyse og resultater av førsituasjonen.

3.1 Forskningsmetode

Studien jeg har gjennomført er av kvalitativ natur og har en design-tilnærming hvor jeg gjennom en intervensjon har testet en samarbeidsmodell. En kvalitativ studie blir beskrevet av Postholm og Jacobsen (2018) som en studie hvor formålet er å forstå og beskrive hvilke handlinger mennesker gjør og hvilke meninger disse handlingene har. For å kunne uttale seg om dette vil en ente trenge rene nedskrivninger av hva mennesker sier, eller forskernotater gjort gjennom observasjon (Postholm & Jacobsen, 2018). Gjennom lyd- og videoopptak, og transskribering av opptakene, fikk jeg tilgang til hva elevene snakket om. Og under datainnsamlingen kunne jeg selv gjøre observasjoner og ta notater.

Design basert forskning kan best forklares ved å se på fem karaktertrekk en slik studie har. Prediger, Gravemeijer og Confrey (2015, s. 879) viser til fem karaktertrekk: studien er intervensjonistisk, den generer teori, den er informert av teori, den er iterativ, og den er praksisorientert. Målet med designforskning, også kalt intervensjonsstudie, er å utvikle og studere nye former for instruksjon. I skolesammenheng kan dette regnes som undervisningsopplegg, fordi det er instruksjoner om hvordan elevene skal lære. Studien min blir dermed intervensjonistisk ved at det introduseres en ny måte for elevene å jobbe sammen på. Når det kommer til å generere teori vil resultatet av studien gi kunnskap om samarbeidsmodellen som verktøy, altså hvordan den støtter elever i deres læringsprosess. Samarbeidsmodellen jeg har utviklet er ikke direkte knyttet til et etablert rammeverk for resonneringsutvikling, men er påvirket av tidligere forskning innenfor fagfeltet. Både Herbert og kolleger (2015) sitt rammeverk om forståelse av resonnering og studien av Knight og Mercer (2015), var inspirasjon da jeg utviklet modellen. I følge Prediger og kolleger (2015) er det typisk for design forskning å være iterativ, altså at intervensjoner blir vurdert, endret og testet på nytt. En masterstudie har noe begrenset tid, som førte til at ingen tilpasninger ble gjort på min modell etter hvert. Studien har derfor bare en iterasjon. Studien er praksisorientert ved at samarbeidsmodellen ble tatt i bruk av elever og iverksatt i vanlige klasserom og i vanlige matematikkøker.

3.2 Kontekst

Studien ble gjennomført i en tredje klasse på en barneskole i Trondheim. Det var totalt åtte elever som deltok og de ble delt inn i to grupper med fire elever på hver gruppe. Når en skal gjøre et utvalg av deltakere for en studie skal man, ifølge Postholm og Jacobsen (2011, s. 66) som oftest ta et utvalg av for eksempel elever som man antar er representativt for klassen. Utvalget må altså inneholde deltakere som representere for eksempel ulike kompetanse, bakgrunn eller kjønn. Postholm og Jacobsen (2011, s. 67) sier også at det er

vanlig å velge deltakere en selv mener kan gi best informasjon til sin studie, det blir gjort et hensiktsmessig utvalg. En lærer kan bidra i til denne prosessen ved å gi forskere mer informasjon om elevenes egnethet til å delta. Etter å ha hatt tre praksisperioder i denne klassen, hvor to perioder var 3 uker og en periode var 5 uker, og skrevet en forsknings- og utviklingsoppgave (FoU-oppgave), hvor elevene i klasse deltok, hadde jeg kjennskap til elevene og deres kompetanse, både faglig og sosialt. Fra resultatet av min FoU-oppgave visste jeg også at elevene i klassen trengte en form for støtte om de skulle kunne jobbet effektivt samme. Med noe støtte fra læreren, gjorde jeg et utvalg jeg mente representerte klassen og som inneholdt elever som ville gi studien det den trengte.

Jeg valgte elever som jeg mente hadde variert matematikkompetanse, fordi jeg ville at elevene kunne være det Vygotsky (1978) kalte en mer kompetent andre, for hverandre. Jeg valgte elever som deltok verbalt i undervisning og noen som var mer beskjedne, men som jeg hadde observert kunne dele tanker og løsninger. Jeg ville gjøre et utvalg som best representerte klassen, men siden studien fokuserte på resonnering og språk, var det viktig at elevene hadde nok kompetanse til å resonnerer og at de kunne uttrykke sin tanker og løsninger. Elevene i denne klassen har siden første klasse blitt introdusert for og jobbet med sosiale og sosiomatematiske normer. Det betyr ikke at elevene som deltok hadde mestret normene, men det gjorde det mulig for meg å gjennomføre studien, uten å måtte bruke tid på å etablere normene.

Klassens lærer var med på prosessen for å bestemme at resonnering skulle være overordnet tema for oppgaven, og han kom innspill da jeg valgte elevene som skulle delta. Under praksisperioden i september 2021 snakke vi studentene med han om hvilke oppgavetyper som passet til resonnering. Oppgavene jeg endre opp med å bruke kom fra en oppgavesamling og nettsider vi brukte i praksis for å finne oppgaver.

3.2.1 Analyse av førsituasjon

For at en skal se hvordan en intervensjon påvirker en situasjon, må man først vite hvordan situasjonen er før intervensjonen er iverksatt, man må vite førsituasjonen. For å gjennomføre en slik analyse, gjorde jeg to datainnsamlinger, en 06.10.21 for gruppe 1, og en 27.10.21 for gruppe 2. Grunnen til at innsamlingene var adskilt var fordi jeg var usikker på om jeg klarte å holde kontroll på to grupper bakerst i klasserommet, mens undervisning foregikk med resten av klassen. Datamaterialet ble samlet inn gjennom observasjon og lyd- og videoopptak. To analyser ble gjort. Den første var deduktiv, hvor jeg hadde forhåndsbestemte kategorier, som jeg lette etter i transskripsjonen av opptakene. Den andre var en analyse av elevenes turtakning under samtalen, altså hvordan de tok ordet (se delkapitlene datainnsamlingsmetode og analysemetode for nærmere beskrivelse). For å få best mulig forståelse for elevene resonnerende evne og samarbeidskapasitet, bestemt jeg meg for å gi dem tre oppgaver, med varierende vanskelighetsgrad. Ved å jobbe med flere oppgaver får også elevene flere muligheter til å resonnerer og dermed flere sjanser for å vise deres utgangspunkt.

Tabell 1 - Datainnsamlingsdato og datamateriale for førsituasjonen

	Datoinnsamlingsdatoer	Lengde på lydopptak	Antall sider med transkripsjon

Gruppe 1	06.10.2021	12:19 min	3 sider
Gruppe 2	27.10.2021	08:33 min	2 ½ sider

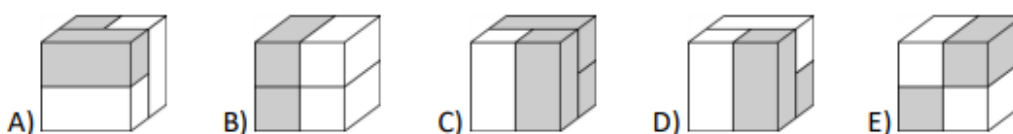
3.2.1.1 Oppgaven som ble brukt i førsituasjonen

Disse oppgavene er deler av oppgavesettet kalt Kenguru, fra Matematikksenteret.

Erik har fire klosser.



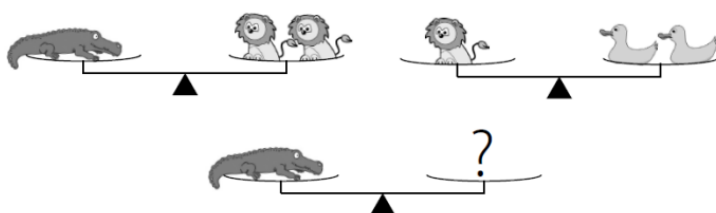
Hvilken av disse figurene kan han bygge med de fire klossene sine?



Figur 1 - Oppgave 1 for førsituasjonen

Det første jeg tenkte på med denne oppgaven var at elevene må lese oppgaven nøye slik at de vet om de skal finne figurer som kan bygges eller ikke bygges, og de må vite om det kan være mer enn et riktig svar. Siden det er flere alternativ, kan gjøre et resonnerment for hver enkelt om den kan bygges eller ikke. Oppgaven ikke opp til ulike løsningsmetoder, men er mer ment for å få innblikk i hvordan elevene går frem for å løse slike oppgaver.

12) Emil veier kosedyrene sine.



Hvor mange ender veier like mye som en krokodille?



Figur 2 - Oppgave 2 for førsituasjonen

Grunnen til at jeg tok med denne oppgaven er fordi den kan løses ved å følge en logisk og stegvis fremgangsmåte. Først finner man ut hvor mange løver en krokodille veier, deretter

finnet man ut hvor mange ender en løve veier. Med den informasjonen kan du finnet ut hvor mange ender to løver veier, og dermed hvor mange ender en krokodille veier. Selv om jeg mener at problemløsningsoppgaver skal ha mulighet for ulike løsningsmetoder, var det også viktig å se om elevene kunne følge logikk og at de klarer å sette ord på forklaringen sine. Elevene kan også støtte seg på bildene både i forklaring og mens de løser oppgave. Og oppgaven har fortsatt hindringer og ukjente løsningsmetoder som definisjonen sa (Muri et al., 2008; Willoughby, 1990).

Oppgave 3 – Håndtrykk: «Simen får besøk av 5 nye venner. Alle skal hilse på hverandre. Hvor mange håndtrykk må gjennomføres før alle har hilst?»

Siden de to første oppgavene er relativt enkle og gir lite rom for varierte løsningsmetoder, tok jeg med en vanskeligere og mer åpen oppgave. For at oppgaven skal bli løst riktig er det to viktige detaljer elevene må legge merke til. Det første er at en fort kan tenke at det er fem personer det handler om, siden det er eneste tallet som står i teksten, men det er totalt seks personer fordi Simen skal også hilse. De trenger egenskapen om å hente og tolk informasjon som Muri og kolleger (2008) sa. Den andre detaljen elevene må forstå er at når person A har hilst på person B, trenger ikke person B å hilse på person A. Begge utfordringene vil påvirke svaret de kommer frem til. Oppgaven har flere løsningsmetoder. Den kan representere med en tegning, et regnestykke eller så kan man telle seg frem til svaret. Det er også mulig å gjenskape situasjonen fysisk, hvis man har nok deltakere. På grunn av flere utfordringer kan elever bidra med innspill ettersom oppgaven løses, og fortsatt føle at har gjort noe selv om de ikke vet det endelige svaret. Hver utfordring vil også krevet et eget resonnement, så det er flere muligheter for å resonnerer.

3.2.2 Resultater av analysen

Tabell 2 - Oversikt for tilfeller av analysekategoriene i førsituasjonen

	Kategori 1: Referer handling og svar	Kategori 2: Deler resonnement	Kategori 3: Bygger på et resonnement	Kategori 4: Utforsker resonnement eller svar
Oppgave 1: Klosser	2	4	0	1
Oppgave 2: Krokodillevekt	4	4	0	1
Oppgave 3: Håndtrykk	6	5	3	1
Totalt antall tilfeller	12	13	3	3

Tabellen over viser hvilke analysekategorier som oppsto under elevenes samarbeid for hver oppgave. Det var ingen stor variasjon av antall tilfeller hos gruppene, så jeg valgte å slå dem sammen til en tabell. Jeg vil nå gå gjennom tabellen og gi eksempler fra elevsamtalene som belyser kategoriene. Først vil jeg vise hva jeg fant av kategori 1, så kategori 2, og så videre. Hva hver av kategoriene betyr vil jeg forklare litt ettersom jeg nå viser eksempler av dem, men dypere forklaring står i delkapittelet analysemetode.

Som eksempler på kategori 1: referer handling eller svar, har jeg valgt fem elevutsagn. Jeg starter først med noen eksempler fra gruppe 1. Her starter Sunniva samtalen om klossoppgave med å si: «det må være denne» mens hun samtidig peker på alternativ c. I starten av arbeidet med håndtrykkoppgaven sier Jesper: «det blir åtte», ved flere anledninger, også mens de andre på gruppa snakker. I samme samtale, litt senere, sier Kalle: «det står før alle har håndhilst, så det betyr at ... 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10!». Fra gruppe 2 starter Emma arbeidet med klossoppgaven med å si: «sånn ja, nå skjønnte jeg. C, det er C». Og i starten av samtalen rundt krokodillevektoppgaven sier Geir, fra gruppe 2: «hvor mange ender veier like mye som en krokodille? Hvor mye veier en krokodille da? Det er fire ender, det er jo easy». Grunnen til at alle disse elevutsagnene faller under kategorien referer handling og svar, er fordi ingen av dem naturlig deler resonnementet bak svaret. De andre på gruppa får ikke noe innsikt i hvordan noe har tenkt eller hvordan de har kommet frem til svarene de deler. Alle elevene som gir svar har gjort et resonnement, fordi de har et svar. Det er alltid en tanke bak et svar.

Som eksempler på kategori 2: deler resonnement, har jeg valgt fire elevutsagn. Fra gruppe 1 har jeg eksempler fra Kalle og Jesper. Kalle sier: «det er C, det er så klart C, Siden det er bare en sånn her», mens han peker på den hvite klossen på oppgavearket. Når de jobber med krokodillevektoppgaven sier Jesper: «to løver veier like mye som en krokodille», før han blir avbrutt av at to andre elever som påstår at svaret er tre, men Jesper fortsetter noen sekunder senere med å si: «nei, fire, fordi, to til en løve også er det to løver der, så to til den andre løva, da blir det fire ender». Fra gruppe 2 har jeg eksempler fra Geir og Emma. Geir sitt resonnement på krokodillevektoppgaven er: «Det er fire ender. Det er fire. Fire. Fire. Det er fire. En løve veier like mye som to ender, og to løver veier like mye som en krokodille». Emma i arbeidet med klossoppgaven sier: «Det er tre sånn der og en, så fire. Nei, det er tre sånn der, en, to og tre, så blir den fireren». Peker på oppgavearket mens hun snakker. Som forskjell fra eksemplene på kategori 1: referere handling og svar, ser vi her at elevene klarer å dele resonnementet bak.

Som eksempler på kategori 3: bygger på et resonnement, har jeg med to små utdrag og forklaring om situasjonen rundt. Under jobbingen med håndtrykkoppgaven tar gruppe 1 tak i Sunnivas tegning, som er ment for å representere håndtrykkene mellom menneskene i oppgaven. Etter at Sunniva har tegnet og forklart en stund, hopper Trine inn å komme med forslag på hvem som hilser på hverandre. Trine utvider ikke resonnementet til Sunniva med ny informasjon eller synsvinkel, men heller ved å bidra til løsningsmetoden.

Sunniva: «så hilser de her på den her».

Trine: «Simen hilser dit, dit».

Utdraget fra gruppe 2 starter med at Geir foreslår et regnestykke han mener vil gi svaret på håndtrykkoppgaven. To andre elever begynner så å prøve å finne svaret på det regnestykket. Forskjellen fra første utdrag er at løsningen som Geir foreslår er feil, men de andre elevene gjør ikke noe vurdering på forslaget før de begynner å løse det.

Geir: «Det vet vi ikke. Hvor mange håndtrykk blir det? Fem nye venner, hvor mange håndtrykk? (Klapper hendene samme) Fem ganger fem er spørsmålet».

Anders: «fem ganger fem er lett, det er femti».

Emma: «vi teller til fem, fem ganger».

Som eksempel på kategori 4: utforske resonnement eller svar, har jeg tre elevutsagn. Først fra gruppe 1 mens de jobber med håndtrykkoppgaven viser Jesper kritisk øye til Sunniva og Trine sin forklaring av hvem som skal hilse på hverandre. Med en usikker tone sier han: «nei. Det er bare et håndtrykk mellom de to.» Det er noe han ikke er enig i og i stedet for å bare si «nei», har han også med en alternativ løsning eller begrunnelse på hvorfor han mener det er feil. Gruppe 2 har to eksempler på at de stiller spørsmål når en annen på gruppa bare gir et svar. Geir spør Emma i en av samtalen «hvorfor tror du det?» og likens spør Emma Geir i en annen samtale: «fire ender? Tror du det er fire ender?». Begge spørsmålene er med på å få noen andre til å fortelle mer om det de sier, som kan gi tilgang til resonnement bak og utforske det videre.

3.2.3 Oppsummering av førsituasjonen

Tabell 1 viser at det forekom flest tilfeller av kategori 1 og 2, som kan tolkes som at de fleste på gruppa har kompetanse til å referere handling eller svar, eller dele resonnement. Dette samsvarer med transskripsjonen, hvor en kan se at 3 av 4 elever deler i hver samtale. Men når det kommer til kategori 2 er ikke dette hele bilde. Selv om flere av elevene klarer å dele resonnement, er det ofte at de blir forstyrret eller avbrutt, slik at deres resonnement blir oppstykket eller aldri kommer frem i sin helhet. Det ble tydelig da jeg gjorde den andre analysen hvor jeg så på turtakning og struktur. Det blir spesielt tydelig håndtrykkoppgaven, som er noe mer kompleks enn de andre oppgavene. Gruppe 1 bruker for eksempel mye tid på tegning for å representere oppgaven og støtte dem i løsningsprosessen. Sunniva starter først å tegn og forklare, og de andre henger seg på og foreslå hvordan det skal tegnes. Dette gjør at Sunniva sin tegning og forklaring ikke komme tydelig frem. Når de blir uenig om hvordan tegningen skal være, tegner både Jesper og Kalle egne tegninger, men de får heller ikke tid til å forklare dem godt. Samtalene hos begge gruppene er også preget av mye frem og tilbake, spesielt igjen på håndtrykkoppgaven. Det virker som de fleste har noe de vil si, men det er ikke noe struktur på hvem som skal snakke. Det er ikke mange lange setninger og det er tilfeller hvor det er overlappende prat. Utenom eksemplene, gitt over, på kategori 4, er det få forsøk på å være utforskende. Når gruppe 1 jobber med håndtrykkoppgaven deltar alle i samtalen og det er noen uenigheter om hvordan de skal gå frem for å finne svaret, men det oppstår aldri en diskusjon hvor de får resonnert for eller imot.

3.3 Samarbeidsmodellen

Samarbeidsmodellen jeg presentert for elevene består av tre steg: (1) 2 minutter selvstendig arbeid, (2) hver elev får tid til å fortelle hva de har gjort så langt (hvor startet de, har de skrevet regnestykker eller tegnet en representasjon av noe, hvor langt har de kommet osv.) og hvorfor de har gjort dette, og (3) diskusjon rundt løsningsmetodene og svarene som ble delt i steg 2. Hvert steg er ment for å gi forskjellige muligheter til å resonnerer eller forbedre et resonnement. Modellen er tar ikke utgangspunkt i eller er videreutviklet fra noe bestemt rammeverk eller teori. Den har grunnlag i forskningslitteraturen jeg har lest gjennom utdanningen og som forberedelse til masteroppgaven. Det er innflytelse fra Herbert og kollegers (2015) rammeverk om læreres forståelse for resonnering, fordi hvert steg krever dypere forståelse for begrepet og mer

matematikkompetanse. Den er inspirert av Knight og Mercer (2015) sin studie, ettersom den legger opp til samtale. Og både sosiale og sosiomatematiske normer ligger til grunn for at modellen skal kunne brukes. Elevene får et ark og en blyant hver slik at de kan notere eller tegne hva de gjør, spesielt da under steg 1, men også når samarbeidet starter.

Steg 1 er knyttet til Lithner (2008) sin definisjon, som sier at resonnering handler om tankegangen bak påstander og løsninger. Jeg ville at elevene skulle få tid til å selv jobbe med oppgaven, uten å bli påvirket av at andre elever deler tanker eller svar. Dette gir muligheten for at det kan bli delt flere ulike løsningsmetoder i steg 2, og at ideer og forklaringer er tydeligere. Kategori 1 i Herbert og kollegers (2015) rammeverk sier at resonnering er tenking og en individuell prosess. Siden forståelse for resonnering blir dypere med hver kategori i rammeverket, vil kategori 1 regnes som den enkleste forståelsen. Dermed kan det å tenke regnes som et tidlig steg i utviklingen av resonnering.

I steg 2 får hver enkelt elev tid til å dele sine tanker med gruppa. Dette steget er mest for å gi alle elevene plass og tid til å dele, uten at andre skal forstyrre. Her får elevene øvd på å verbalisere tanker høyt for andre, og potensielt forbedre dem. Det å sette ord på tanker gjør at en selv kan være oppmerksom på svakheter i forklaringen og gjøre endringer etter hvert. Her kommer de ulike normene inn i bilde. De sosiale normene er hjelpsomme her fordi elever som har erfaring med å dele og begrunne løsninger vil kunne delta mer i dette steget. Det er også mulighet at elever her kan påpeke at de har like eller ulike løsningsmetoder, noe som er del av sosiomatematiske normer. Steg 2 gir til slutt mulighet for at de andre elevene på gruppa kan stille spørsmål om de synes en forklaring er uklar eller vil vite mer, men målet med steget er ikke å starte en diskusjon om en løsningsmetode eller et svar er riktig eller feil.

I steg 3 kan videre utforskning av ideene som ble delt i steg 2 starte, og eventuelle diskusjoner kan finne sted. Elevene får her muligheten til å resonnerer mer rundt hverandres og egne løsninger. Hvis noe ikke ble helt ferdig med sin løsning, kan de her få hjelp til å fullføre, eller at i løpet av steg 2 så har deres tankegang utviklet seg og de klarer å fullføre selv. Eller hvis noe har forskjellige svar kan det diskuteres hvem som har riktig. Igjen vil de sosiale og sosiomatematiske normene bli viktig hvis elevene skal diskutere ulike svar og begrunne motargumenter osv. Akkurat hva elevene skal snakke om her vil variere fra gruppe til gruppe, basert på deres løsninger, deres kompetanse og hvilken oppgave de jobber med. Så i starten vil de trenger hjelp fra lærer til å stille dem spørsmål eller gi dem utfordringer.

3.4 Oppgaver som ble brukt

Klassen studien ble utført i hadde hver onsdag en matematikktime som var satt til å jobbe med problemløsningsoppgaver. Så under praksisperioden i september 2021 fant vi studenter oppgaver som kunne brukes i disse timen. Praksislæreren fikk se oppgavene på forhånd og kunne gi innspill på hvor godt de passet. Oppgavene kom ble igjen tatt fra oppgavesettet Kenguru fra Matematikksenteret. Oppgavene jeg valgte å bruke i studien kom fra samme sted, fordi jeg kunne være trygg på at det var oppgaver som passet. I motsetning til førsituasjonen ga jeg gruppene her bare en oppgave på hver innsamling. Jeg ville være sikker på at gruppene hadde god til å gjennomføre steg 2 og 3 i samarbeidsmodellen. Og siden oppgaven ble enten forklart av klassens lærer eller av meg,

ville det være forstyrrende om en gruppe ble ferdig før den andre, og måtte få forklart en ny oppgave.

3.4.1 Oppgave for første datainnsamling

Oppgave - Myntproblemet: «Per har noen mynter i lomma. En enkroning, en femkroning og en tikroning. Har tar ut to mynter. Hvilke ulike beløp kan han få?».

En viktig detalj i oppgaven er at det skal være ulike beløp, og det vil være viktig å legge merke til, fordi det vil ha innvirkning på det endelige svaret. Hvis en ikke får med seg detaljen vil en kunne gi både enkroning + femkroning, og femkroning + enkroning som svar, noe som vil gi samme beløp. En annen grunn til at oppgaven ble brukt var at jeg var interessert i diskusjonen rundt om alle beløp var funnet og hvordan elevene kunne være sikre på det.

3.4.2 Oppgave for andre datainnsamling

Oppgave – Bestefar og godteribiter: «Bestefar har 30 godteribiter. Han vil gi bort alt godteriet til barnebarna sine. De yngste skal få 3 biter hver, mens de eldste skal få 7 biter hver. Etter at bestefar har delt ut godteribitene, var det ingen biter igjen. Hvor mange barnebarn kan bestefar ha?»

Oppgaven har mer tekst enn de tidligere oppgaven, så her blir det igjen viktig at elevene klarer å hente ut og tolke informasjonen oppgaven gir, slik at de kan løse den. Det at bestefar skal gi bort alt godteriet vil ha stor innvirkning på hvordan oppgaven løses og svaret en sitter igjen med. Oppgaven er også lagt opp slik at antall godteribiter er delelig på 10 og at antall biter som gir til et yngre og eldre barnebarn, til sammen blir 10. Så det er et mønster elevene kan oppdage og ta i bruk i løsningen. Ellers kan oppgaven representeres med tegning eller regnestykker.

3.5 Datainnsamlingsmetode

Ifølge Patton (2002) kommer kvalitativ data ut av tre innsamlingsmetoder: (1) intervju, (2) observasjon, og (3) dokumenter. Observasjoner er detaljerte beskrivelser av menneskers aktiviteter, oppførsel, handlinger og interaksjoner. Siden det var jeg som gjennomførte datainnsamlingen, kunne jeg observere elevene mens de jobbet og få notert interessante utsagn og hendelser som oppsto. Men siden det er vanskelig å notere alt som blir sagt av to elevgrupper, ble det også plassert lyd- og videopptak på hver gruppe. Opptakene transkriberte jeg kort tid etterpå, hvor videopptaket hovedsakelig ble brukt som støtte til å se hvem som snakket eller om elevene gjorde noen interessante gestikuleringer eller lignende under arbeidet. Transkripsjonene gjorde så jeg kunne observere samtalene deres flere ganger og vite, for det meste, ordrett hva de sa.

Som observatør kan en ifølge Postholm og Jacobsen (2018, s. 115) ta en av fire roller, basert på hvor mye man som forsker deltar i aktivitet som observeres. Siden samarbeidsmodellen legger opp til at elevene skal jobbe uten vesentlig hjelp fra lærer, inntok jeg observatør-som-deltaker rollen. Det betyr at jeg deltok ikke i aktiviteten som ble observert, men jeg passet på at alle elevene hadde forstått oppgavene de skulle jobbe med og at elevene brukte samarbeidsmodellen slik jeg ville. Jeg deltok ikke på en slik måte at

jeg hadde innflytelse på elevene løsningsmetoder eller svar. Når elevene var kommet til steg 3 i modellen var det jeg som stilte de spørsmål eller ga dem utfordringer.

3.6 Gjennomføring av intervensjon

Først vil jeg vise en tabell som gir oversikt over innsamlingsdatoer og datamaterialet for intervensjonsdelen av studien. Deretter vil jeg forklare hvordan hver datainnsamling ble gjennomført.

Tabell 3 - Datainnsamlingsdato for intervensjonsøktene

	Datainnsamlingsdatoer	
	Første innsamling	Andre innsamling
Gruppe 1	10.11.2021	08.12.2021
Gruppe 2	10.11.2021	08.12.2020

Tabell 4 - Oversikt over datamaterialet for intervensjonsøktene

	Lengde på lydopptak		Antall sider transskripsjon	
	Første innsamling	Andre innsamling	Første innsamling	Andre innsamling
Gruppe 1	09:23 min	08:21 min	2 sider	1 ½
Gruppe 2	08:42 min	07:47 min	2 sider	1 ½

Første datainnsamling med samarbeidsmodellen ble gjort 10.11.21, med begge gruppene. Jeg følte at jeg ville kunne ha kontroll på og observere to grupper samtidig, og jeg ville gi begge gruppene samme forklaring av samarbeidsmodellen, slik at de hadde samme utgangspunkt. Oppgaven elevene jobbet med den dagen var samme oppgave som resten av klassen skulle jobbe med, myntproblemet, og dermed ble oppgaven forklart av læreren til hele klassen, inkludert de som deltok i studien. Deretter satte studieelevene seg på gruppebord bakerst i klasserommet og jeg forklarte dem første steg i samarbeidsmodellen. Hver elev fikk utdelt et ark og en blyant som de kunne ta i bruk mens de løste oppgaven. Etter at de hadde jobbet noen minutter hver for seg, forklarte jeg hvordan steg 2 i modellen fungerte og jeg bestemte rekkefølge på hvem som skulle fortelle på hver gruppe. Når alle på gruppa hadde fortalt, eller i hvert fall fått muligheten til det, gikk vi over til steg 3. Begge gruppene fikk utfordringen om å finne ut om de hadde funnet alle svarene og hvordan de kunne vite det. Det varierte hvor langt elevene var kommet og noen hadde skrevet regnestykkene begge veier, så svaret de satt med varierte også.

Andre datainnsamling med samarbeidsmodellen ble gjort 8.12.21, med begge gruppene. Denne gangen hadde jeg tilgang til eget rom, slik at vi kunne unngå støy fra resten av klassen. Jeg startet med å lese oppgaven høyt for elevene, to ganger, før de begynte å jobbe individuelt. Hver gruppe fikk også et ark hvor oppgaven sto, slik at de kunne lese den igjen, hente den informasjonen de trenger eller forsikre seg om at de hadde skjønt den. En elev på gruppe 2 hadde vansker med å forstå oppgaven, så jeg forklarte den til han en gang til. Etter at de hadde jobbet noen minutter forklarte jeg hvordan steg 2 i modellen fungerte og igjen bestemte jeg rekkefølgen elevene skulle snakke i. Grunne til at jeg bestemte rekkefølgen, både her og på første innsamling, var for å unngå en unødvendig diskusjon

blant elevene om hvem som skulle starte. Igjen var ulike svar og fremgangsmetoder gitt på begge gruppene, så de fikk utfordringen om å finne ut hvem som har riktig.

3.7 Analysemetode

Hensikten med kvalitative analysemetoder er først og fremst å få oversikt over eller sortert datamaterialet (Postholm og Jacobsen, 2018). Datamateriale fra kvalitativ forskning er ofte omfattende da de kommer fra transskripsjoner av samtaler eller intervju, eller er detaljerte observasjonsnotater. I flere tilfeller vil målet med analyse være å finne mønster i materialet, slik at det kan samles under kategorier, som enten lages på forhånd eller underveis (Postholm og Jacobsen, 2018). Selve analyseprosessen starter under innsamlingen av datamaterialet, og som observatør kan en allerede da begynne å prøve å forstå hva som foregår. Jeg har gjennomført en deduktiv analyse. Dette betyr at datamaterialet blir analysert ved hjelp av eksisterende rammeverk eller teori (Patton, 2002). Som forsker leter man altså da etter noe spesifikt, fordi man da kan ha tanker om hvor endringer i forskningsområde kan oppstå (Patton, 2002). Jeg hadde på forhånd utviklet kategorier basert på det teoretiske rammeverket av Knight og Mercer (2015); som handler om ulike samtaletyper som kan oppstå under samarbeid. Siden samtaletypene er brede og ikke direkte knyttet til matematikk, måtte jeg ta elementer fra dem som, ut ifra forskningslitteratur, kan knyttes til resonnering og utvikling av den evnen. Analysekategoriene har på den måte samme teoretiske utgangspunkt som samarbeidsmodellen, ved at det er Knight og Mercer (2015), Lithner (2008) og Herbert med kolleger (2015) forskning som ligger til grunn.

Analysen starter som sagt med gang en er ute i feltet for å samle data, så når jeg var inne i klasserommet og observerte kunne jeg allerede da begynne å notere interessante momenter fra det jeg så. Det samme gjorde jeg under transkripsjonsprosessen, ved å legge inn kommentarer eller merker i margin hvor jeg tenkte relevante utsagn eller hendelser oppsto. Analysekategoriene ble utviklet over en lang periode, men ferdigstilt før hovedanalysen ble gjennomført. Mens jeg samlet datamateriale hadde jeg noen enkle versjoner av kategoriene, og observasjonene jeg gjorde hadde en innflytelse på de endelige kategoriene. Men kategoriene ble hovedsakelig formet basert på Knight og Mercers (2015) samtaletyper og forskningslitteratur om resonnering.

Kategori 1 har jeg valgt å kalle «referer handling og svar». Denne kategorien er basert på disputtpreget samtale og er et tidlig steg i utviklingen av en resonnerende evne, nemlig å kun gi et svar eller gjenfortelle hva du har gjort, uten at resonnementet bak blir delt. Det vil alltid ligge et resonnement bak et svar eller en løsningsmetode. Og det å kunne resonnerere for seg selv og så dele svaret høyt, er et tidlig steg i resonneringsutviklingen. Hvis deltakerne i en samtale hovedsakelig deler bare svar, sier dette noe om hvor de ligger i utviklingsprosessen for både resonnering og de sosiale og sosiomatematiske normene. Hvis resultatene av studien viser at flest elever bare deler svar, sier det noe om hvordan modellen støtter elevene i deres utvikling.

Kategori 2 har jeg kalt «deler resonnement». Kategorien er basert på kumulativ samtale, hvor flere løsningsforslag og resonnement blir delt. Det er også et steg videre fra å referere handling og svar, ved at resonnement bak blir delt. Det kan variere i hvilken grad en elev klarer å dele resonnement, da det kan være vanskelig å sette ord på tanker, men så lenge

jeg synes det gjort et genuint forsøk vil jeg regne det som kategori 2. Hvis en elev ikke klarer å dele hele sitt resonnement, viser det heller at mer tid trengs for å jobbe med normene i klasserommet. For denne kategorien er det viktig å huske Lithner (2008) sin definisjon, hvor et resonnement kan være feil og fortsatt regnes som et resonnement.

Kategori 3 kalte jeg «bygger på et resonnement» og det er også basert på kumulativ samtale. Etter at en klarer å resonnerer selv og dele det med andre, vil neste steg være å ta tak i andres resonnement og bygge videre på dem. Dette krever at en lytter når andre snakker og prøver å forstå deres tankegang, slik at en kan bidra for å utvide resonnement eller løsningsmetoden. I starten vil nok dette gjøres ukritisk, noe som betyr at elevene ikke nødvendigvis er i stand til å vurdere andres løsning før de begynner å bygge videre på den. Dermed kan det bli brukt tid på å utvide et resonnement som er feil. Men igjen vil jeg påpeke definisjonen til Lithner (2008), og si at selv om et par eller en gruppe elever jobber med å utvide et resonnement som er feil, så resonnerer de fortsatt. De får fortsatt øving i å resonnerer og å jobbe sammen.

Kategori 4 ble kalt «utforsker resonnement eller svar» og er basert på utforskende samtaler. Det er mye å kreve at elever på tredje trinn skal kunne gjennomføre en full utforskende samtale, men de kan vise hint av denne samtaletypen. Her må de også lytte til og ta tak i andre resonnement eller svar, men det må skje mer kritisk. Jeg vil regne spørsmål som «hvorfors tror du det?» eller «hvordan fant du ut det?» innenfor denne kategorien, fordi det er med på å trekke ut mer informasjon fra noen andre, og på den måten utforske resonnementet eller svar som er gitt. Det betyr ikke at svaret som blir gitt er et dypere resonnement, men heller at elevene som spør viser at de vil vite mer om noen andre sin løsning. Tilfeller av denne kategorien vil også inkludere hvis elever gir motargumenter når de er uenig i et resonnement eller svar. Det vil vise at de kan være kritiske.

Etter at all datamaterialet var transskribert og analysekategoriene var ferdigstilt, kunne analysen begynne. Analysen besto av å markere samtaleutdrag eller interaksjoner mellom elevene som falt innenfor en eller flere av analysekategoriene. Jeg ga hver kategori en farge, slik at jeg kunne markere hvor de oppsto i transskripsjonen og så jeg kunne skille mellom dem. Jeg leste gjennom transskripsjonen for en gruppe, altså da både første og andre innsamling, og markerte hvor jeg fant tilfeller av kategori 1. Deretter leste jeg gjennom på nytt og markerte for kategori 2, så for kategori 3 og til slutt kategori 4. Det samme gjorde jeg for gruppe 2. Alle markering jeg gjorde ble kopiert og limt inn i et separat dokument, hvor jeg notert hvorfor det utdraget var relevant. Jeg gjorde så en opptelling av antall kategorier for begge gruppene. Et utdrag kunne bli markert med flere farger hvis jeg så at flere kategorier var representert. Samme analyseprosessen brukte jeg under ståstedsanalysen, som er forklart tidligere i metodekapittelet.

3.7.1 Sekundæranalyse

Under den første analysen oppdaget jeg det skjedde en endring i elevene samtalestruktur etter at de tok i bruk samarbeidsmodellen. Siden ingen av kategoriene i første analyse er rettet mot samtalestruktur, valgte jeg å analysere transskripsjonene på nytt. Dette gjorde jeg ved å se på elevenes turtakning og struktur under samtalen. Jeg så på overgangene mellom elevene når de snakket, altså hvor en elev fikk eller tok ordet fra en annen elev. Det

vil ha innvirkning på om en elev får fortalt og forklart det de vil, og om et resonnement kommer tydelig frem.

3.8 Gyldighet og pålitelighet

Et viktig aspekt ved forskning er dens kvalitet, altså hvor vidt den kan regnes som gyldig og pålitelig. Kvaliteten på forskning er ikke utlukkende knyttet til dens resultater, fordi et resultat som er riktig og sant i dag, trenger ikke å være det en annen dag, ved at andre forskere kan ha andre perspektiv og metoder (Postholm og Jacobsen, 2018). Vurderingen av forsknings kvalitet må derfor i større grad ligge på gjennomføring og hvordan resultatene ble funnet. Derfor blir det viktig at forskere beskriver sine studier godt og kritisk.

Når det kommer til gyldighet sier Postholm og Jacobsen (2018) at en forsker må reflektere over «hvilke begrensninger som er knyttet til egen forskning» (s. 222). Og mener med det hva kan en forskere egentlig konkludere med, basert på det datamaterialet de har samlet. Videre blir gyldighet delt inn i indre og ytre gyldighet. Indre gyldighet handler både om at studien gir svar på det som den spør om, og det handler om hvorvidt vi kan uttale oss om årsak og virkning for vår studie (Postholm og Jacobsen, 2018, s.229). For at en selv og andre skal kunne vurdere om funn i datamaterialet er meningsfulle må empirien bli presentert og beskrevet slik at enhver kan se situasjonen eller virkeligheten slik den fremsto. Det er empirien som er grunnlaget for analyser og tolkninger, og må dermed være godt beskrevet og tilgjengelig for andre, slik at de kan forstå hvordan du har kommet frem til dine funn. Når studier har som mål å finne ut hvorfor noe skjer eller ikke, er det snakk om årsak og virkning. Innenfor pedagogikk vil dette ofte være for å se hvilke påvirkninger for eksempel et undervisningsopplegg har på elevers læring (Postholm og Jacobsen, 2018). I slike studier må man også være klar for at tiltak en iverksetter for å skape endring, ikke har de ønskede effektene. Ytre gyldighet eller overførbarhet handler om i hvilken grad resultat fra en kontekst kan overføres til andre kontekster. Når det kommer til forskning innenfor pedagogikk, vil dette være et spørsmål om et undervisningsopplegg vil fungere på samme måte i en annen klasse eller på en annen skole (Postholm og Jacobsen, 2018).

Siden min studie er gjennomført over kort tid, kan jeg egentlig ikke uttale meg om årsak og virkning, fordi det kan fort falle over i spekulasjon. I stedet for å da gi et bestemt svar på problemstillingen min vil det være viktig å diskutere resultatene, prøve å se dem fra flere sider. Det vil også bli viktig å tydelig forklar min datainnsamlingsprosess og analyseprosess, slik at annen forskning kan gjenskap de elementene av studien. Hvordan jeg har tolket resultatene vil også være viktig, fordi viser hvor jeg forstått og vurdert elevutsagn, og dermed kan andre bestemme om de sier seg enig i min vurdering ut ifra hvordan jeg har beskrevet analysekategorien.

Når det kommer til pålitelighet sier Postholm og Jacobsen (2018) at en forsker må reflektere over «hvordan han eller hun gjennom sin måte å gjennomføre forskningen på kan ha påvirket de endelige resultatene» (s. 222). En studies pålitelighet vil kunne vurderes ut ifra hvilken grad resultatene kan reproduseres på et annet tidspunkt av andre forskere (Postholm og Jacobsen, 2018, s. 223). For kvalitative studier vil dette være utfordrende, fordi hvordan en forsker møter forskningsfeltet og studiens deltakere, vil variere, fordi forskere vil ha med seg individuelle og subjektive synspunkt og teorier. Forskningsobjektene, eller deltakerne, vil også være ulike og ha forskjellige utgangspunkt

og kompetanse. Dermed blir det viktigere at forskere reflekterer over hvordan deres subjektive meninger og selve gjennomføringen av studien, kunne ha påvirket resultatene (Postholm og Jacobsen, 2018).

Siden det er jeg som har utviklet både samarbeidsmodellen og analysekategoriene, vil studien være svært preget av mine meninger om hva resonnering er, hvordan de kan utvikles og jobbes med. Modellen og kategoriene er som sagt påvirket av forskningslitteratur, men det er fortsatt jeg som har valgt litteraturen og det er min forståelse av den.

3.9 Forskningsetikk

Når en gjennomfører forskning er det viktig å følge retningslinjer for forskningsetikk og ta hensyn til personene som deltar. Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) sier: «Forskning skal organiseres og utøves forsvarlig og forskningsetikken er et verktøy for å sikre dette» (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021). Bryman (2012, s. 135) viser fire prinsipper innenfor forskningsetikk; (1) om kan forårsake skade på deltakerne, (2) om det er mangel på informert samtykke, (3) om det er krenkelse av personvern, og (4) om det er bedrag involvert. Selv om disse er fire separate punkter vil de overlape noe, men jeg vil gå gjennom en og en, og forklare hvordan jeg måtte ta hensyn til dem i min studie.

Jeg vil først ta for meg prinsipp 2 om informert samtykke. Dette prinsippet var svært viktig for min oppgave. Uten et informert og signert samtykke kunne jeg ikke ha samlet inn datamaterialet for min studie. Gjennom det norske senter for forskningsdata (NSD) søkte jeg om tillatelse om å få bruke lyd- og videoopptak og måtte i søknaden legge ved et samtykkeskjema som ville bli sendt hjem til elevenes foresatte. Dette skjema inneholdt all informasjon om prosjektet, dens mål, arbeidsmetode og hvilke datamaterialet jeg ville samle. Elevenes foresatte måtte skrive under og huke av for at opptak kunne bli gjort av deres barn. Samtykke kunne når som helst bli trukket tilbake, hvis eleven ikke lengre ville delta. Hvis noe trakk seg, ville alt materialet av dem bli slettet. Samtykkeskjema vil også inneholde informasjon om de andre tre prinsippene fra Bryman (2012). Å påføre en deltaker skade kan bety mange ting: fysisk skade, skade på deltakerens utvikling, tap av selvtilit eller stress (Bryman, 2012). I en studie som min vil elevene kunne kjenne på stress ved at blir gjort opptak av dem, og hvis de føler de ikke strekker til kan det ha innvirkning på deres selvtilit. Dermed var det viktig at samtykkeskjema forklare at opptak ville bli gjort og hva det skulle brukes til. Dette vil være koblet til prinsipp 3, krenkelse av personvern, da personlig informasjon kan bli tatt opp. Elevene brukte selvfølgelig hverandre navn og det kan bli nevnt privat informasjon i løpet av samtalen. Dermed var det relevant å nevne at alle elevene ville få fiktive navn, og all annen privat informasjon ville bli fjernet fra transskripsjonen. Eventuell privat informasjon er også mest sannsynlig irrelevant for studien, så det har ingen effekt på studiens resultater. Transskripsjonene ble skrevet på bokmål, så det er ingen andre dialekter som skinner gjennom. Eneste som ikke ble endre er elevenes kjønn og pronomen som ble rettet mot dem, da det vil være vanskelig å finne ut hvem de er basert bare på det. Involvement av bedrag oppstår hvis studien gjør noen annet enn det deltakerne har fått beskjed om gjennom samtykkeskjema eller at forskningen blir vis som noen den ikke er. Derfor var det viktig at målene med studien var tydelige slik at

alle fikk forståelse for hva de sa ja til. Disse fire prinsippene kan en finne igjen under NESH sine retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora del B: hensyn til personer.

4 Resultat

Resultatet av studien består av to deler. I første del vil jeg ta for meg resultatene fra den deduktive analysen, og se på hvilke analysekategorier som kom til synes etter at samarbeidsmodellen ble iverksatt. I andre del vil jeg snakke om resultatene fra sekundæranalysen, hvor jeg så på turtakning mellom elevene og strukturen på samtalen.

4.1 Resultat økt 1

Tabell 5 gir oversikt over antall tilfeller både fra førsituasjonen og for økt 1. Resultatene fra førsituasjonene er med for å gi innblikk i endringene som har skjedd, men det er økt 1 og myntoppgaven som står i fokus for denne delen av resultatet.

Tabell 5 - Oversikt over tilfeller av analysekategoriene for økt 1

	Kategori 1: referere handling og svar	Kategori 2: deler resonnement	Kategori 3: bygger på et resonnement	Kategori 4: utforsker resonnement og svar
Gruppe 1				
Førsituasjon – Klossoppgaven	1	2	0	0
Førsituasjon – Krokodillevektoppgaven	2	3	0	0
Førsituasjon – Håndtrykkoppgaven	3	4	1	1
Økt 1 – Myntoppgaven	4	0	0	3
Gruppe 2				
Førsituasjon – Klossoppgaven	1	2	0	1
Førsituasjon – Krokodillevektoppgaven	2	1	0	1
Førsituasjon – Håndtrykkoppgaven	3	1	2	0
Økt 1 – Myntoppgaven	6	1	0	0

Resultatene slik de fremstår i tabell 5 viser at det er en liten økning i antall tilfeller av kategori 1: referer handling og svar, hos begge gruppene. Her er det altså flere tilfeller av at elever har klart å referere hva de har gjort eller dele svaret de har kommet frem til. For eksempel når det er Jesper fra gruppe 1 sin tur til å forklare hva han har gjort og hvorfor, sier han: «Ok, jeg har tatt, eh, fem, ti eller enkroning. Og prøvd å lage mest mulig beløp

mellom dem. Trine din tur». Han forteller ikke hvorfor han har gjort det, hvordan, eller hvilke svar han har kommet frem til. Et annet eksempel er at Sunniva og Trine fra gruppe 1 sier de har notert noen tall. Sunniva følger opp med å lese tallene høyt for gruppa, mens Trine sier også at hun har skrevet regnestykket $5+10$. Tabellen viser også en reduksjon av antall tilfeller av kategori 2: deler resonnement. Fra gruppe 1 er det ingen som klarer å dele sitt resonnement. Gruppe 2 viser mye av de samme trekkene når det kommer til å referere handling og svar, for eksempel når Elise sier: «jeg har tatt fem og ti. En og ti, som blir elleve. Og en og fem, som blir seks». Akkurat som Jesper refererer hun bare her til hva hun gjorde, det blir ikke forklart noe mer. For gruppe 2 er det bare Geir som klarer å gi et resonnement når jeg spør dem om de kan skrive regnestykkene begge veier. Han sier: «ja, fordi at det blir jo, når man regner det sammen, når man skriver det som regnestykke, så blir det det samme». Dette er et resonnement, men et resonnement for at for eksempel $5+10$ og $10+5$ gir samme svar, så addisjonsstykker kan skrives begge veien. Myntoppgaven spør derimot om hvor mange ulike beløper de kan lage, og dermed vil ikke Geir sitt resonnement passe til kontekst i oppgaven, fordi $5+10$ og $10+5$ gir samme beløp. Men som definisjonen til Lithner (2008) sier er dette fortsatt et resonnement, selv om det ikke er riktig.

Tabell 5 viser også at det er økning i antall tilfeller av å utforske resonnement og svar hos gruppe 1. Jesper ved to anledninger stiller spørsmål til andre elever, for å få de til å fortelle mer om hva de har gjort. Det er han som får Sunniva til å fortelle hvilke tall hun har skrevet, ved å spørre: «Hvilke tall da?». Senere i samtalen når det er Kalle sin tur til å forklare, prøver Jesper å hjelpe til når Kalle har vansker med å forklare hva han har gjort.

Jesper: «det ser ut som du har tatt to tikroning».

Kalle: «Ja».

Jesper: «Og at det blir tjue. Det ser ut som du har gjort det. Har du gjort det?»

Kalle: «Ja, det var det jeg hadde gjort».

Jesper sine innspill her gjør at svarene som blir gitt, blir utforsket noe mer. Det fører til at gruppa får mer innsikt i hva Sunniva og Kalle har gjort. Siste tilfelle av kategori 4 kommer når jeg utfordret gruppe 1 til å finne ut om de hadde funnet alle mulig beløp i myntoppgaven. Sunniva foreslå at de kan skrive de regnestykkene de har så langt, omvendt. Her svarer Jesper med: «med det er jo akkurat det samme, bare omvendt». Jespers kommentar blir møtt med stillhet, og han prøver ikke å begrunne kommentaren noe mer selv. I stedet velger Jesper å gjøre som Sunniva sa.

4.2 Resultat økt 2

Tabell 6 er identisk til tabell 5, men inneholder en rad som viser tilfeller av analysekategoriene for økt 2 med samarbeidsmodellen. I økt 2 jobbet elevene med bestefar og godteri oppgaven.

Tabell 6 - Oversikt over tilfeller av analysekategoriene for økt 2

	Kategori 1: referere handling og svar	Kategori 2: deler resonnement	Kategori 3: bygger på et resonnement	Kategori 4: utforsker resonnement og svar
Gruppe 1				
Førsituasjon – Klossoppgaven	1	2	0	0
Førsituasjon – Krokodillevektoppgaven	2	3	0	0
Førsituasjon – Håndtrykkoppgaven	3	4	1	1
Økt 1 – Myntoppgaven	4	0	0	3
Økt 2 – Bestefar og godteri	3	3	0	0
Gruppe 2				
Førsituasjon – Klossoppgaven	1	2	0	1
Førsituasjon – Krokodillevektoppgaven	2	1	0	1
Førsituasjon – Håndtrykkoppgaven	3	1	2	0
Økt 1 – Myntoppgaven	6	1	0	0
Økt 2 – Bestefar og godteri	2	2	0	0

Resultatet slik det fremstår i tabell C viser en endring i antall tilfeller av analysekategoriene. Både for gruppe 1 og 2 er kategori 1: referere handling og svar redusert, mens kategori 2: deler resonnement har fått en økning. Antall tilfeller av kategoriene er her mer på linje med antall tilfeller fra førsituasjonen. Her vil jeg først trekke frem to utdrag, et utdrag fra gruppe 1 med Jesper og et fra gruppe 2 med Emma.

Det Jesper sier i utdraget under har jeg valgt å kategorisere som deler resonnement, fordi han bruker ordene «barn» og «godteribiter», som gjør at tallene i hans forklaring får mening. Jesper starter med å være mer refererende, men etter Kalles kommentar, tar han i bruk ordene som gjør at tankegangen bak blir tydeligere.

Jesper: «Jeg tegnet først en rundt med 7 i, også en runding med 7 i, så visste jeg at det var 14. Da tegnet jeg en runding med 3 i, da visste jeg det var 24».

Kalle: «Hvem er det som har 24 barnebarn?»

Jesper: nei, nei, først så tenkte jeg sånn (viser til tegning), et barn, den får 7. Så tok jeg et barn til som får 3. Da har han tjue ... eh... ti, sånn da har han gitt bort 10 godteribiter til dem. Det var to. Så tegnet jeg 7 og 3 til og da har han 20. Da visste

jeg det var fire barn. Da tegnet jeg 7 og 3 til og da vet jeg at det er 30. Så telte jeg barna (teller stille 1-6), og det var 6».

Det er akkurat disse ordene Emma mangler i sin forklaring, hun sier: «Å ja, jeg gjorde feil jeg. Jeg trodde det var sånn ... vent litt ... en annen teknikk. Jeg gjorde det med en annen teknikk. Ehm, $30-3=26$, $26-3=23$, $23-7=16$, $16-7=9$, $9-7=2$, og ja». Selv om hun bruker tallene som er gitt i oppgaven, gir hun ingen mening til dem i forklaringen sin, så resonnetet hun har gjort kommer ikke frem, hun refererer det hun gjorde. Elise på gruppe 2 starter samtalen med å lignende forklaring som Emma, men på slutten av samtalen sier Elise at hennes svar var seks, og får en sjanse til for å forklare, og da sier hun: «Det første barnet som var minst fikk 3 og det andre som var minst fikk 3 og det andre barnet som var minst fikk 3. Så var det tre store barn som fikk 7 hver. Da blir det $30-3-3-3-7-7-7$ ». Her gir hun mening til tallene og de andre får bedre forståelse for hvordan hun gikk frem for å løse oppgaven.

4.3 Resultat fra sekundæranalyse

Elevenes samtale i førsituasjonen tolket jeg som ustrukturert, fordi det var mye frem og tilbake på hvem som snakket, som førte til korte utsagn og at forklaringer ble avbrutt. Det er ingen av elevene som gir tegn på at de vil ta ordet eller at de vil gi ordet videre. Det ser ut som de bare begynner å snakke når de vil si noe. Ut ifra samtalerne i økt 1 og 2, ser det ut som steg to fra samarbeidsmodellen har hatt innvirkning på samtalestrukturen. Steg 2 i modellen sier at hver enkelt elev skal få tid til å fortelle hva de har gjort så langt og hvorfor. Og det virker som elevene tok dette til seg allerede fra økt 1. Dette ser en først ved at samtalen på en måte er delt opp i bolker. Hvor da en bolke består av at en elev får fortelle hva de har gjort eller at de ikke har gjort/fått til noe, og avslutter med å gi turen videre til neste person. Elevenes utsagn, når de enten refererer handling og svar eller deler resonnet, er lengre og det er færre avbrytelser. Eksemplene fra Jesper, Elise og Emma, gitt i resultatene for økt 2, er tilfeller av slik lengre og uavbrutte utsagn. ¹Eksempler på at de gir turen videre er når Trine sier: «... Så Kalle», Jesper som sier: «... Trine din tur» eller Elise som sier: «Okay, over til Geir». Ut ifra samtalerne ser det ut som elevene har forstått og tatt i bruk strukturen steg 2 gir dem. Samtalen blir delvis ustrukturert igjen når jeg stiller dem et spørsmål eller gir dem en utfordring for steg 3, men det er ikke like mye frem og tilbake som det var i førsituasjonen.

4.4 Oppsummering av resultat

Tabell 7 - Oversikt over totalt antall tilfeller av analysekategoriene for både førsituasjon og intervensjonsøktene

Førsituasjon				
	Kategori 1: Referer handling og svar	Kategori 2: Deler resonnet	Kategori 3: bygger på et resonnet	Kategori 4: utforsker resonnet og svar

¹ Grunnen til at det blir brukt ellipse i disse eksemplene, er fordi mer blir sagt, men det er ikke relevant for eksempelet.

Oppgave 1: Klosser	2	4	0	1
Oppgave 2: Krokodillevekt	4	4	0	1
Oppgave 3: Håndtrykk	6	5	3	1
Etter intervensjonen				
Mynteoppgaven	10	1	0	3
Bestefar og godteri	5	5	0	0

Resultatene viser at det er lite utvikling fra førsituasjonen til økt 1 og 2. Det er noen endringer i hvor ofte elevene refererer til handling og svar, og når de deler resonnement, men det er ikke store nok endringer til å kunne si at de er betydelige. Her er det viktig å se på endringene mellom oppgavene og ikke mellom hele førsituasjonen og øktene etter intervensjonen. Det er fordi det ble gitt flere oppgaver i førsituasjonen, og dermed fikk elevene flere sjanser til å resonnerer. Det er hovedsakelig i å referer handling og svar elevene viser at de har kompetanse, men det også flere tilfeller av de klarer å dele resonnementet som ligger bak svaret. Svarene de gir og løsningsmetodene som blir forklart, er for det meste riktige måter å løse oppgavene på. Elevene viser forståelse for å hente ut informasjon fra oppgavene og ta i bruk relevante løsningsmetoder. På den måten viser elevene kompetanse i å jobbe med og løse problemløsningsoppgaver. Eneste tilfellet av at en gruppe svarte feil eller ikke var inne på en riktig løsningsmetode, var når gruppe 2 jobbet med håndtrykkoppgaven. Der er også flere av elevene som bruker tegning mens de jobber, enten for å representere løsningsmetoden eller for å ha noe å støtte seg på når de forklarer. Det er en håndfull forsøk på å være utforskende, ved at de stiller spørsmål til hverandre. Men det blir aldri noen form for diskusjon hvor de argumentere for eller imot resonnement eller løsninger. Det nærmeste de kommer en diskusjon etter at samarbeidsmodellen er iverksatt, er i økt 1 når Sunniva foreslår å snu regnestykkene, og Jesper ikke er enig. Men Jespers kritikk utvikler seg ikke til noe mer.

Resultatet fra sekundæranalysen viser derimot vesentlige endringer i elevenes samtalestruktur. Elevene viser at de har forstått steg 2 i modellen da de i økt 1 og 2 lar hver enkelt på gruppa få sjansen til å fortelle hva de har gjort. Elevene sier selv i fra når de er ferdig med å snakke og gir turen videre til neste person. Det er fortsatt en del frem og tilbake mellom elevene, men hvor det skiller seg fra førsituasjonen er måte den blir gjort på. De har begynt på en utvikling i retning av å lytte og gi hver andre tid til å snakke. Det viser utvikling inne de sosiale og sosiomatematiske normene i klassen.

5 Diskusjon

Diskusjonskapittelet vil bestå av tre deler. Jeg vil begynne med å se resultatene fra min studie opp mot teori og litteratur som jeg presenterte tidligere i teksten. Deretter vil jeg gjøre en vurdering av studien min, dens styrker og svakheter og hvilke endringer som kan gjøres. Jeg vil så avslutte med noen punkter hvor jeg tenker på veien videre, hvilke muligheter for videre forskning kan jeg se.

Problemstillingen for min studie er: hvordan støtter en samarbeidsmodell for utvikling av elevers resonnerende evne? Modellens hensikt var å støtte elevene når de jobbet med problemløsningsoppgaver, uten hjelp fra en lærer. Modellen skulle gi dem en struktur å følge, gi dem flere muligheter til å resonnerere og gi dem tid til å resonnerere med seg selv og tid til å dele med andre.

5.1 Diskusjon av resultatene

Resultatene viser var ikke samarbeidsmodellen nok til å engasjere elevene til å dele flere resonnement eller ta del i flere diskusjoner enn elevene vanligvis gjorde. I hvert fall ikke etter å bare vært brukt i så kort tid. Som forskningslitteraturen sier, kommer dette mest sannsynlig av at elevene ikke har fått nok opplæring i hvordan de skal gjennomføre slike samtaler (Mercer & Sams, 2008; Rojas-Drummond & Mercer, 2003). Eller at de normene som er etablert i klasserommet, ikke er rettet mot samarbeid uten lærer. Så svaret på problemstillingen min vil være at den ikke gir en betydelig støtte for utvikling av resonnering, etter denne tidsperioden.

Siden elevene var vant til å ha helklassesamtaler og hadde over lengre perioder jobbet med å etablere sosiomatematiske normer i klasserommet, tenkte jeg at det ville gi et godt grunnlag for at elevene kunne jobbe sammen på egen hånd. Elevenes erfaring med helklassesamtale, og de sosiomatematiske normene som er etablert, er ikke nødvendigvis overførbare til en samtale uten lærer. I en helklassesamtale vil en lærer kunne veilede og støtte elevene i deres forklaringer. En lærer vil også kunne bidra til å redusere utfordringene som Sfard og Kieran (2001) presenterte. Læreren kan bidra med å rette elevenes oppmerksomhet mot de riktige resonnementene eller svarene som blir delt. Og de kan bidra med å holde elevene engasjer slik at de kan delta i samtalen selv om den går over lengre tid. Når elevene jobbe sammen uten lærer, vil det bli opp til dem selv å gjøre dette. Det kunne jeg se når elevene jobbet med håndtrykkoppgaven under førsituasjonen, da ble deres oppmerksomhet dratt mellom ulike løsningsmetoder. Det førte til at ingen fikk forklart sin løsning fullt, og dermed skjedde det nok ikke mye læring der. Det at elevene jobbet i grupper på fire skulle, til en viss grad, gjøre opp for mangel på støtte og veiledning fra lærer. Siden gruppene ble satt sammen av elever med ulik matematisk og sosial kompetanse, var det ment at elevene kunne være hverandres mer kompetente andre, som Vygotsky (1978) snakker om, og dermed støtte hverandre. Siden elever ikke har like mye kompetanse som en lærer har, vil det ha innvirkning på elevene proksimale utviklingszone. Det er noen tilfeller av det i samtalene hvor elevene stiller hverandre spørsmål eller har

kommentarer til resonnement eller løsninger som blir gitt, og at det fører til endringer eller utdypninger av de resonnementene eller løsningene. Det er derimot mye å forventa at elevene selv skal, for eksempel, kunne gjøre noen lignende lærergrepene som Mueller og kolleger (2016) kommer frem til i sin studie.

Samarbeidsmodellen og analysekategoriene tror jeg fortsatt har et godt teoretisk grunnlag, og at analysekategoriene gir et godt bilde av elevene kompetanse for resonnering. På grunn av at resonnering er et såpass bredt begrep, og som blir definert på flere måter, vil jeg ikke påstå at alle aspekter ved begrepet blir dekt, og at alle nyansene i utviklingsprosessen er til stedet. Men ser vi tilbake på forskningslitteraturen, så dekker både samarbeidsmodellen og analysekategoriene flere av de aspektene som blir nevnt. Steg 1 i modellen handler er kommunikasjon med seg selv, som Jeanotto og Kieran (2017) kaller det, eller bare tenking som det blir kalt i rammeverket til Herbert og kolleger (2015). Det kan også være tankegangen en følger for å nå en løsning eller konklusjon, som Lithner (2008) snakker om. I steg 2 og 3 er det kommunikasjon som står i sentrum, da elevene potensielt deler og diskuterer resonnement.

5.2 Vurdering av studien

Et sted hvor modellen gir støtte og som er viktigere enn jeg først tenkte, er den tiden hver elev får til å fortelle hva de har gjort og hvorfor. Så selv om det ikke er en økning i antall elever som deler sitt resonnement, så er det gitt flere muligheter og mer tid til deling. En kan se i utdragene at elevene har forstått dette steget av modellen og at hver enkelt får snakke, for det meste, uavbrutt. Det å få tid og stillhet til å dele sine tanker fullt vil være viktig i elevenes utvikling av resonnering, da de her får trening i å verbalisere resonnementet og kanskje justere på det ettersom de snakker. Jeg kan også tenke meg at det er godt for elevene å vite at de vil få tid til å snakke, de trenger ikke å rekke opp hånd eller ta del i større helklassesamtale, de får muligheten hvor de kan delen det de har fått til. I grupper kan det også være mindre skummelt å si noe, fordi de er færre elever. Dette er selvfølgelig ikke sant for alle elever, og det vil være elever som deltar mer enn andre, noe som kan ses i denne studien også.

Oppgavene som elevene jobbet med fungerte for det mest bra. Eneste oppgaven som kanskje kunne vært byttet ut var myntoppgaven. Selv om oppgaven har en logisk gang å følge og det er interessant å diskutere om alle unike beløp er funnet, så er den oppgaven noe mer begrenset i hvordan den kan løses. Elevene hadde jobbet med en lignende kombinatorikkoppgave uka før, noe som kan ha påvirket hvordan de jobbet med og løste mynteoppgaven. Elevene kunne for eksempel allerede vite hvordan de skulle løse oppgave, fordi de har gjort det før. Det kan være mindre interessant å diskutere løsninger, fordi de har gjort det før. Men de burde også ha et bedre utgangspunkt for å dele og diskutere resonnement, men ut ifra tabell 5 ser vi at det ikke er tilfellet. Jeg har også tenkt at jeg ikke skulle gitt elevene flere oppgaver på førsituasjonen. Selv om alle oppgavene der passet godt og gav et godt innblikk i hvordan gruppedynamikken var og hvilken kompetanse elevene hadde. Tror jeg det ville vært bedre å gi elevene mer tid til å jobbe med håndtrykkoppgaven, fordi den var mer krevende, hadde flere løsningsmuligheter og dermed flere muligheter for diskusjon. Både klossoppgaven og krokodillevektoppgaven var begge relativt enkle og begrenset på hvordan de kunne løses.

Det var bare økt 2 som ble gjennomført på eget rom. Først situasjonen og økt 1 ble gjennomført inne i klasserommet mens resten av klassen jobbet med andre problemløsningsoppgaver. Jeg skulle nok i hvert fall gjennomført økt 1 også på eget rom, spesielt fordi det var da elevene først skulle ta i bruk samarbeidsmodellen. Dette ville gjort meg mer sikker på at alle elevene forstod hvordan modellen fungerte, og det ville gitt elevene mer arbeidsro. Jeg har i den sammenheng også vurdert om jeg skulle samlet inn datamateriale for hver gruppe separat. Med fokus på en gruppe av gangen kunne jeg forsikret meg mer om at min forklaring var og at elevene forsto hva de skulle gjøre. Da kunne jeg også gjort små endringer mellom hver innsamling, for eksempel på mine forklaringer eller hvilke spørsmål jeg ga dem i steg 3. Det er derimot ikke sikkert at jeg hadde hatt tid til å gjøre det på denne måten, og hvis en gruppe hadde fått en bedre forklaring på noe, kunne det hatt innvirkning på resultatene. Så på den måten var det bra at jeg hadde begge gruppene likt, slik at de hadde samme utgangspunkt for hver innsamling.

I transskripsjonen ser jeg også at min forklaring av steg 2 i samarbeidsmodellen kunne vært bedre. I første økta med modellen sier jeg: «forklar hva dere har gjort og tenkt så langt», og skulle nok i stedet sagt: «forklare hva dere har gjort så langt og hvorfor du har gjort det». Det er ikke en så tydelig forskjell på å fortelle hva en har gjort og tenkt, som det er å fortelle hva en har gjort og hvorfor. En har som oftest gjort det en har tenkt, men det blir noe annet å skulle si hvorfor du har gjort det. Dette rettet jeg opp til økt 2, så det har nok lite til ingen innvirkning på resultatene, men kanskje flere elever hadde gitt et resonnement hvis jeg hadde sagt hvorfor.

En tydelig svakhet ved studien er tiden den er gjennomført på og tiden mellom hver datainnsamling. Siden dette er et masterprosjekt har man allerede begrenset tid, og på grunn av at det var andre studenter som skulle samle datamateriale i samme klasse på samme dag som meg, ble det også litt mer begrenset. Det gjør også at innsamlingsdatoene blir spredd, og for at elevene skal kunne best forstå og bruke modellen ville det vært bedre med mer konsekvente innsamlinger. Uansett skulle jeg prøvd å finne i hvert fall en dag til hvor elevene fikk jobbe med samarbeidsmodellen. En lengre og mer konsekvent studie ville gitt meg bedre grunnlag til å snakke om hvordan modellen støttet elevene.

5.3 Videre forskning

Om videre forskning skal gjøre på samarbeidsmodellen eller lignende undervisningsaktiviteter vil det være vesentlig at det blir gjennomført over en lengre tidsperiode. På forhånd av introduksjonen av modellen må også tid bli dedikert til å etablere eller i hvert fall starte å etablere sosiomatematiske normer i klasserommet som gjør elevene mer i stand til å føre matematiske samtaler på egen hånd. Å bruke modellen på en større skala, for eksempel på en hel klasse, kommer med noen utfordringer. Det blir vanskelig for en lærer og holde oversikt over fem grupper, hvis det er en klasse på 20 elever, og passe på at modellen blir brukt som den skal og at det blir gjennomført diskusjoner når gruppene kommer til steg 3 i modellen. Jeg tror ikke steg 1 og 2 i modellen vil være et problem for elevene, da elevene som deltok på studien jobbet individuelt i steg 1, og fulgte rekkefølgen, var stille når andre snakket og stilte noen spørsmål underveis i steg 2.

Hvis modellen blir brukt over en lengre periode vil en kunne se om strukturen på samtalen fortsetter å utvikle seg, og hvilken innvirkning det vil ha på antall resonnement som blir delt, hvor ofte elevene bygger på hverandre resonnement og løsninger, og om elevene har en mer utforskende samtale.

Siden det var en endring i samtalestrukturen, ville det vært interessant å gjøre en dypere analyse av hvordan den endrer seg. Jeg snakket litt om at det var endring i elevenes turtakning, og en mer detaljert analyse av hvor ofte de bytter på å snakke eller hvor mange ord en elev sier før noe andre tar over, ville vært interessant. Det var noe jeg vurdert å gjøre, men ikke fikk tid til fordi jeg oppdaget ikke endringen i strukturen før sent i prosessen.

6 Avslutning

Innledningsvis snakket jeg om forvirring og variert forståelse rundt begrepet resonnering. Jeg håper at studien min kan være et eksempel på hvordan en kan forstå resonnering og hvordan en kan jobbe med det i klasserommet.

Jeg vil konkludere med at samarbeidsmodellen, etter å ha blitt brukt i en kort periode, ikke gir nok støtte til å engasjer elevene til å dele flere resonnementer eller være mer utforskende under samarbeid. Elevene viser at de har noe kompetanse til å resonnerer, både individuelt og med andre, men deres kompetanse til å delta i diskusjoner krever fortsatt arbeid. Jeg tror ikke tredje klassinger er for unge til å delta i utforskende samtaler, men som forskningslitteraturen sier trenger de mer opplæring i hva det vil si å ha en slik samtale. Så i tillegg til normer som oppfordrer til å dele og begrunne resonnement og svar i helklassesamtaler, trengs det normer som gjør elevene i stand til å det samme, når de jobber i par eller grupper, uten veiledning fra lærer. Modellens bidrag til samtalestruktur og tiden den gir elevene til å tenke og snakke, vil jeg si er et viktig funn. Utdragene viser at flere av elevene vil ha sin tur til å snakke og at de i miste fall klarer å gjenfortelle hva de har gjort eller kommet frem til.

Hvis skoler skal nå de målene læreplan setter, må mer forskning gjøre på småtrinnet om hvordan de best kan jobbe med resonnering. Det er allerede noen studier som viser at barn i ung alder har eller kan oppnå denne kompetansen. Og jeg mener at elevene som deltok i min studie også viser tegn til slik kompetanse.

Litteraturliste

- Barnes, D. & Todd, F. (1977). *Communication and Learning in Small Groups*. Routledge & Kegan Paul.
- Barnes, D. & Todd, F. (1995). *Communication and Learning Revisited: Making Meaning Through Talk*. Heinemann.
- Bieda, K.N., Ji, X., Drwencke, J. & Picard, A. (2014). Reasoning-and-proving opportunities in elementary mathematics textbooks. *International Journal of Educational Research*, 64, s.71-80. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2013.06.005>
- Bragg, L.A., Herbert, S., Loong, E.YK. et al. (2016). Primary teachers notice the impact of language on children's mathematical reasoning. *Mathematics Education research Journal*, 28, s. 523-544. <https://doi.org/10.1007/s13394-016-0178-y>
- Brodie, K. (2010). *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms (1. Utg)*. Springer.
- Bryman, A. (2012). *Social Research Methods (4. utg.)*. Oxford University Press.
- Byrne, J., & Prendeville, P. (2019). Does a child's mathematical language improve when they engage in cooperative group work in mathematics? *Education 3-13. International Journal of Primary, Elementary and Early Years Education*, 48(6) s. 627-641. <https://doi.org/10.1080/03004279.2019.1636109>
- Capar, G., & Tarim, K. (2015). Efficacy of the Cooperative Learning Method on Mathematics Achievement and Attitude: A Meta-Analysis Research. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 15(2), s. 553-559. <https://doi.org/10.12738/estp.2015.2.2098>
- Carpenter, T. P., Ansell, E., Franke, M. L., Fennema, E., & Weisbeck, L. (1993). Models of Problem Solving: A Study of Kindergarten Children's Problem-Solving Processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(5), 428-441. <https://doi.org/10.2307/749152>
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Cobb, P., Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational psychologist*, 31 (3), s. 175-190. <https://doi.org/10.1080/00461520.1996.9653265>
- De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2021, 16.desember). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. Hentet 1. april 2021
- Dreyfus, T., Nardi, E., & Leikin, R. (2012). Forms of proof and proving in the classroom. In *Proof and proving in mathematics education (ss. 191-213)*. Springer, Dordrecht.

- Herbert, S., Vale, C., Bragg, L.A., Loong, E. & Widjaja, W. (2015). A framework for primary teacher's perceptions of mathematical reasoning. *International Journal of Educational Research*, 74, s. 26-37. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2015.09.005>
- Hill, H., & Ball, D. L (2009). The Curious – and Crucial – Case of Mathematical Knowledge for Teaching. *Phi Delta Kappan*, 91(2), s. 68-71. <https://doi.org/10.1177/003172170909100215>
- Jeannotte, D. & Keiran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 96, 1-16. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>
- Knight, S., & Mercer, N. (2015). The role of exploratory talk in classroom search engine tasks. *Technology, Pedagogy and Education* 24. s. 202-319. <https://doi.org/10.1080/1475939X.2014.931884>
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educ Stud Math* 67, 255–276. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>
- Loong, E. Y. K., Vale, C., Bragg, L. A., & Herbert, S. (2013). Primary School Teachers' Perceptions of Mathematical Reasoning. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.
- Matematikksenteret (u.å.). *Kenguruoppgaver – Oppgavebank*. Hentet 1. September 2021 fra <https://www.matematikksenteret.no/l%C3%A6ringsressurser-og-undervisningsopplegg/kenguru/kenguruoppgaver-oppgavebank>
- Mercer, N. & Sams, C. (2008). Teaching Children How to Use Language to Solve Maths Problems. *Language and Education*, 20, s. 507-528. <https://doi.org/10.2167/le678.0>
- Mercer, N., Wegerif, R., & Dawes, L. (1999). Children's Talk and the Development of Reasoning in the Classroom. *British Educational research Journal*, 25, s. 95-110. <https://doi.org/10.1080/0141192990250107>
- Mueller, M., Yankelewitz, D. & Maher, C. (2016) Teachers Promoting Student Mathematical Reasoning, *Investigations in Mathematics Learning*, 7 (2), s. 1-20. <https://doi.org/10.1080/24727466.2014.11790339>
- Muri, T., Beswick, K., Williamson, J. (2008). "I'm not very good at solving problems": An exploration of student' problem solving behaviours. *The Journal of Mathematical Behavior*, 27(3), s. 228-241. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2008.04.003>
- Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet. (u.å.). *LAB-Ted: Learning, Assessment and Boundary crossing in Teacher education*. Hentet 1. januar 2021 fra <https://www.ntnu.edu/ilu/lab-ted>
- Patton, M. (2002). *Qualitativ research & evaluation methods* (3. Utg.). Sage Publications
- Postholm, M, B. & Jacobsen, D, I. (2011). *Læreren med forskerblikk. Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter* (1. utg.). Høyskoleforlaget.

- Postholm, M, B. & Jacobsen, D, I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning (1. utg.)*. Cappelen Damm.
- Prediger, S., Gravemeijer, K., & Confrey, J. (2015). Design research with a focus on learning processes: An overview on achievements and challenges. *ZDM*, 47(6), s. 877-891. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0722-3>
- Reid, D. A., & Knipping, C. (2010). *Proof in mathematics education: Research, learning and teaching*. Brill.
- Rojas-Drummond, S. & Mercer, N. (2003). Scaffolding the development of effective collaboration and learning. *International Journal of Educational Research*, 39. s. 99-111. [https://doi.org/10.1016/S0883-0355\(03\)00075-2](https://doi.org/10.1016/S0883-0355(03)00075-2)
- Sfard, A. & Kieran, C. (2001). Cognition as communication: Rethinking learning-and-talking through multi-faceted analysis of students' mathematical interactions. *Mind, Culture, and activity*, 8(1), s. 42-76. https://doi.org/10.1207/S15327884MCA0801_04
- Smith, T. J., McKenna, C. M., & Hines, E. (2014). Association of group learning with mathematics achievement and mathematics attitude among eight-grade student in the US. *Learning Environments Research*, 17(2), s. 229-241. <https://doi.org/10.1007/s10984-013-9150-x>
- Stylianides, G. J. (2008). An Analytic Framework of Reasoning-and-Proving. For the Learning of Mathematics, 28(1), 9–16. <http://www.jstor.org/stable/40248592>
- Stylianides, G.J., Stylianides, A.J. & Shilling-Traina, L.N. (2013). Prospective Teachers' Challenges in Teaching Reasoning-and-Proving. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 11, s. 1463-1490. <https://doi.org/10.101507/s10763-013-9409-9>
- Utdanningsdirektoratet. (2020). Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob>
- Willoughby, S. S. (1990). *Mathematics education for a changing world*. Association for Supervision and Curriculum Development, 1250 N. Pitt Street, Alexandria, VA 22314-1403.
- Yackel, E., Cobb, P., & Wood, T. (1991). Small-Group Interactions as a Source of Learning Opportunities in Second-Grade Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(5), s. 390–408. <https://doi.org/10.2307/749187>

Vedlegg

Vedlegg 1: Samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet

«*Elevers matematiske språk på småtrinnet*»

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se på hvordan elever på småtrinnet lærer, bruker og utvikler sitt matematiske språk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Dette forskningsprosjektet er en masteroppgave som skal se på hvordan elever på småtrinnet lærer, bruker og utvikler sitt matematiske språk. Eksempler på mulige forskningsspørsmål: «hvordan bruker elever sitt hverdagsspråk til å snakke om matematikk?». «Hvordan kan man jobbe med å utvikle hverdagsspråk til matematisk språk?».

Dette prosjektet er også en del av et annet prosjekt som kalles LAB-Ted. Det er mulig prosjektet skal presenteres for personene involvert i LAB-Ted. Det er også mulig at prosjektet bli presentert for andre lærere ved skolen.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Prosjektet blir gjennomført når jeg er i praksis og dermed blir forskning gjort på elevene i klassen jeg havner i.

Hva innebærer det for deg å delta?

Under prosjektet vil jeg ta lydopptak og videoopptak av elevene, samt stille elevene spørsmål når de jobber sammen om oppgaver. Alle opptak vil bli transkribert (her blir også elevene anonymisert) og selve opptaket blir slettet når transkripsjonen er ferdig. Spørsmål jeg kan stille er for eksempel: «hvordan kom du frem til det?», «kan du forklare på en annen måte?» o.l. Det er spørsmål ment for å få elevene til å snakke mer, både for å få frem hva de tenker, men også for at de skal øve på å snakke om matematikk.

Elevens aldre vil bli nevnt i prosjektet, ved at det for eksempel blir skrevet «forskningen er gjennomført i en tredjeklasse med barn mellom sju og åtte år.». Elevens kjønn kan bli nevnt, men har ingenting å si for gjennomføring eller resultatet av forskningen.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Forskning vil bli gjennomført i forbindelse med undervisning. Dette betyr at i matematikktimene vil det være lagt opp til aktiviteter som gir meg den dataen jeg trenger for mitt prosjekt, men disse aktivitetene vil være innfor de aktuelle temaene klasse har der og da. Opptakene vil være av elever i mindre grupper ca. 4 og vil være ca. 10 minutter. Forskningen vil bli gjennomført i praksisperioden som er på 3 uker, samt vil jeg komme tilbake noen måneder senere for å samle litt data, slik at jeg kan sammenligne og se på utvikling.

Når det blir gjort opptak av en gruppe vil jeg alltid være til stede slik at jeg kan oppfordre elevene til å bare snakke om matematikk og oppgaven de har fått, og passe på at sensitiv informasjon ikke blir tatt opp. Elevene vil nok bruke hverandres navn, det blir vanskelig å forhindre, men navn vil bli anonymisert under transkripsjonen av opptaket.

Elevene som ikke ønsker å delta vil få egne oppgaver eller eget opplegg å jobbe med knyttet til temaet de jobber i matematikk.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrevet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Personene som har tilgang til opplysningene som blir samlet inn er;

- Studentgruppa. Vi er fire studenter som er i samme klasse og kan samarbeid om å samle inn data. Vi vil også diskutere hva vi har observert en gitt dag.
- Veileder fra NTNU. Det er tre veiledere med fra NTNU, som vil være del av diskusjoner rundt data og gjennomføring av prosjektet.
- Klassens lærer.

Lyd- og videopptak og transkripsjoner vil lagres på minnepinne med kryptering. Elevene vil få andre navn i transkripsjonen. Det skal ikke være mulig å gjenkjenne en person når prosjektet publiseres. Det er aldre, kjønn og sitater av eleven (under arbeid med matematiske oppgaver) som vil bli publisert.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er rundt 31. mai 2022. Alle former for opptak som blir gjort under gjennomføring av

prosjektet vil anonymiseres fortløpende og selve opptakene vil slettes senest ved prosjektslutt.

Siden dette prosjektet er del av et større prosjekt (lab ted) vil personopplysningene (alder og kjønn) bli beholdt noe utover prosjektperioden, frem til rundt 17.08.2022.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg? Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- NTNU ved Yvonne Grimeland, Tlf: 73412856. E-post: yvonne.grimeland@ntnu.no
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen. Tlf: 93079038. E-post: thomas.helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Elevs matematiske språk på småtrinnet*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i lydopptak
- å delta i videopptak
- å delta i intervju (spørsmål fortløpende under arbeid)

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

