Mari Eidnes

Slagskip

En studie av elevers matematiske kompetanse om koordinatsystemet ved bruk av spillet Slagskip

Masteroppgave i Master i matematikkdidaktikk
Veileder: Arne Kristian Amdal
Juni 2022

Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Mari Eidnes

Slagskip

En studie av elevers matematiske kompetanse om koordinatsystemet ved bruk av spillet Slagskip

Masteroppgave i Master i matematikkdidaktikk
Veileder: Arne Kristian Amdal
Juni 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Denne masteroppgaven handler i korte trekk om elevers matematiske kompetanse om koordinatsystemet, og hvordan det matematiske spillet Slagskip kan påvirke og utvikle elevers matematiske kompetanse. Oppgaven søker svar på problemstillingen

> Hvilken endring kan man se i elevers matematiske kompetanse om koordinatsystemet etter å ha spilt spillet Slagskip i seks korte økter over tre uker?

Sentralt i oppgaven står matematisk kompetanse og dens delkompetanser. Ved bruk av pre- og posttest har jeg undersøkt endringen i elevers matematiske kompetanse over en treukers periode hvor de har spilt spillet Slagskip. I søken etter å bekrefte disse resultatene har jeg også intervjuet seks elever for å få et bedre bilde av deres kompetanse, og sett resultatene opp mot hverandre.

Det ble avdekket en tydelig forbedring mange elevers matematiske kompetanse om koordinatsystemet fra pretesten til posttesten. Basert på testresultatene og elevintervjuene, tyder det på at matematiske spill kan bidra til å øke elevers matematiske kompetanse.

Abstract

In short, this master thesis deal with students' mathematical proficiency about the coordinate system, and how the mathematical game Battleship can influence and expand the students' mathematical proficiency The thesis aims to find an answer to the research question

> Which change can be seen in the students' mathematical proficiency about the coordinate system after playing the game Battleship for six short sessions over a period of three weeks?

Central to this thesis is mathematical proficiency and its components. By using a pre- and a posttest, I have examined the change in students' mathematical proficiency over three weeks where they have played the game Battleship. In the search to validate these results, I have also interviewed six students in order to get a better picture of their proficiency, and to verify the results against each other.

A distinct improvement was discovered in many students' mathematical proficiency about the coordinate system from the pretest to the posttest. Based on the test results and the interviews, it suggests that mathematical games can help increase the students' mathematical proficiency.

Forord

Arbeidet med denne masteroppgaven har vært lærerikt og givende, men det har også vært en utfordrende og til tider ensom prosess. Det er ikke til å legge skjul på at det har vært slitsomt, men når jeg står i denne enden av prosessen kan jeg si at det har vært verdt det. Oppgaven har gitt meg større matematikkdidaktisk kompetanse, og åpnet øynene mine for spillets verdi i undervisningen.

En stor takk til min veileder Arne Kristian Amdal ved Institutt for lærerutdanningen ved NTNU, for god veiledning, støtte og oppmuntrende ord gjennom det siste året. Takk for gode veiledninger og tilbakemeldinger, både på ukedager og i helger.

Jeg vil også takke skolen, lærerkollegaer og elevene som har latt meg gjennomføre dette forskningsprosjektet. Uten deres hjelp ville jeg ikke sittet med dette produktet – takk!

Til slutt, en stor takk til familie og gode venner som har støttet meg, heiet på meg og hjulpet meg gjennom prosessen med å skrive masteroppgaven. Takk for at dere har vært der, selv når jeg til tider har vært fraværende og lite sosial. Takk for alle telefonsamtaler, gode råd, middager og hjelp med oppgaven. Dere har hatt troen på meg også når jeg ikke har hatt det selv, og uten dere ville jeg ikke kommet i mål. Jeg er veldig takknemlig for å ha så fine folk som dere i livet!

Mari Eidnes

Oslo, juni 2022

Innhold

Figurer

Tabeller

Forkortelser/symboler

LK06	Læreplanen for Kunnskapsløftet 2006
LK20	Læreplanen for Kunnskapsløftet 2020
T1	Pretest
T2	Posttest

1 Innledning

1.1 Bakgrunn

Matematikk er et spennende og utfordrende fag å undervise i skolen. Ikke minst er det et komplekst fag. Matematikkens brede spekter og sammensatte natur er noe av det som gjør det til et interessant fag å studere og å undervise. En av utfordringene som lærer er å nå inn til alle elever. Noen elever elsker matematikk, mens andre viser liten interesse for faget. Uavhengig av om elevene er interesserte i faget eller ikke; matematikk er noe alle har bruk for i samfunnet i dag, uansett hvilken utdannelse eller jobb man drømmer om.

Viktigheten av matematikk for oss som samfunn er stor, og det kommer til syne i vår grunnleggende utdannelse. Matematikkens viktighet kommer tydelig frem gjennom læreplanen og opplæringsloven. I Læreplanen for Kunnskapsløftet fra 2006, kjent som LK06, ble de grunnleggende ferdighetene presentert. *Å kunne regne* er én av fem ferdigheter som regnes som grunnleggende i læreplanverket, og disse har blitt videreført til den nye Læreplanen for Kunnskapsløftet (LK20) som ble innført i 2020. De grunnleggende ferdighetene skal inngå i alle fag, og det viser viktigheten av matematiske ferdigheter i utdanningen vår og i samfunnet (Utdanningsdirektoratet, 2013, 2019). Matematikk er ikke lengre bare en del av matematikkfaget, men det skal inngå i alle fag i grunnskolen og den videregående opplæringen.

Matematikkens viktige rolle i skolen og samfunnet trekkes også frem i opplæringsloven. Loven sier at gjennom skolegangen skal elevene «utvikle kunnskap, dugleik og haldningar for å kunne meistre liva sine og for å kunne delta i arbeid og fellesskap i samfunnet. Dei skal få utfalde skaparglede, engasjement og utforskartrong» (Opplæringslova, 1998, § 1-1). Med dette i tankene er det interessant at Grønmo et al. (2010) sin studie av Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) viser at det tradisjonelt i Norge er lite variert matematikkundervisning. I den norske skolen er det stor vekt på individuelle arbeidsformer i matematikk, mer enn i andre land i undersøkelsen. Videre peker Grønmo et al. (2010) på at ensformige arbeidsmetoder kan være demotiverende for elevene og bidra til å skape uvilje mot matematikkfaget.

Matematiske ferdigheter er også svært viktige på andre arenaer i livet. Å ha kunnskaper og kompetanse om kart og å ha ferdigheter til å kunne navigere ved bruk av kart har historisk sett vært viktig, og er fortsatt viktig i dagens samfunn. Å kunne lese og bruke ulike typer kart er viktig i en rekke jobber. Men å kunne lese kart er ikke bare viktig i jobbsammenheng. Her i Norge er vi omgitte av storslått natur, og å kunne ferdes trygt på fritiden er også en viktig faktor i det å kunne lese kart. I en undersøkelse av Jakhelln (2020) gjort for Norsk Friluftsliv, kommer det frem at kun én av to nordmenn kan bruke kart og kompass. Spriket mellom kunnskapene om kart og friluftsinteressen er stor, og de som må redde folk som går seg bort beskriver mangelen på kartkunnskaper blant turfolk som bekymringsfull (Larsen et al., 2020).

Gjennom skoleløpet i grunnskolen introduseres elever til kart og kompass i kroppsøvingstimer, på uteskole og på turer. Ut fra læreverk jeg er kjent med og egen erfaring introduseres og arbeider elever med koordinatsystemet flere ganger i skoleløpet før de introduseres til kart og kompass. Koordinatsystemet gir elevene grunnleggende kunnskaper om punkter, plasseringer og forflytninger i planet. Denne kunnskapen har en viktig overføringsverdi både til videre arbeid innenfor koordinatsystemer og funksjoner i matematikk og andre fag, men også for forståelsen for kart og å kunne orientere seg ut fra et gitt punkt. Men hvilken kompetanse for koordinatsystemet har elevene når kun halvparten av nordmenn kan bruke kart og kompass?

I masteroppgaven til Klegseth (2018), fant han ut at svært mange elever på ungdomsskolen mangler helt grunnleggende kompetanse for funksjoner, og at de mangler grunnleggende forkunnskaper. En av forkunnskapene til funksjoner er koordinatsystemet, og det er derfor interessant å undersøke hvilken kompetanse elever i grunnskolen i dag har om koordinatsystemet. Som et motsvar på studien av Grønmo et al. (2010) om at vi i Norge har lite variert og ensformige arbeidsmetoder i matematikkundervisningen, ønsket jeg å undersøke hvilken kompetanse elever i grunnskolen har om koordinatsystemet, og hvilken effekt et matematisk spill kan ha på denne kompetansen. Oldfield (1991) trekker frem motivasjon, engasjement og positive holdninger som tre grunner til å bruke spill i undervisningen. I dette forskningsprosjektet har jeg benyttet spillet Slagskip, med mål og å finne svar på følgende problemstilling:

> Hvilken endring kan man se i elevers matematiske kompetanse om koordinatsystemet etter å ha spilt spillet Slagskip i seks korte økter over tre uker?

1.2 Introduksjon til teori og metode

I oppgavens teoretiske rammeverk introduseres teori om sosiokulturell læringsteori og spillteori. Deretter legges matematisk kompetanse frem, og hvilke delkompetanser som ligger i det å ha god matematisk kompetanse. Det presenteres to ulike modeller for matematisk kompetanse, hvor trådmodellen i hovedsak vektlegges og benyttes i forskningsprosjektets analyse.

Jeg har valgt å bruke metodetriangulering (også kjent som mixed methods research), hvor jeg bruker både kvalitativ og kvantitativ metode for å søke svar på problemstillingen. Datamaterialet består av to tester og intervju av elever. Jeg har gjennomført undersøkelsen på 6.trinn, og elevene har over en periode på tre uker spilt spillet Slagskip. De to testene er gjennomført i forkant og etterkant av perioden hvor elevene har spilt Slagskip. Videre har jeg intervjuet seks elever for å få et mer nyansert bilde på undersøkelsen og for å få en dypere forståelse av de kvantitative resultatene.

1.3 Oppgavens oppbygning

Denne masteroppgaven er bygget opp av sju kapitler. I det påfølgende kapittelet presenteres det teoretiske rammeverket for oppgaven, den teoretiske bakgrunnen jeg vektlegger i min undersøkelse og analyse. I kapittel 3 presenteres spillet Slagskip og den matematiske kompetansen som ligger i spillet. Videre kommer kapittel 4, metodekapittelet, hvor jeg presenterer og begrunner metodologien jeg har benyttet meg av i studien, hvordan datainnsamlingen ble gjennomført og hvilke valg jeg tok for å finne svar på min problemstilling. Kapittelet inneholder også en beskrivelse av analysemetoden og en vurdering av forskningens validitet og reliabilitet.

Oppgavens femte kapittel inneholder oppgavens resultater og analyse. Her presenteres og analyseres funnene i studien. Deretter følger drøftingen i kapittel 6. I lys av teorien som presenteres i kapittel 2 vil jeg drøfte resultatene av analysen. Oppgaven avsluttes med et kapittel hvor jeg oppsummerer studiens resultater og kommer med noen didaktiske refleksjoner. Jeg svarer på oppgavens problemstilling og drøfter funnenes relevans. Avslutningsvis gjør jeg en objektiv drøfting av studiets innhold og veien videre innenfor forskningsområdet.

2 Teoretisk rammeverk

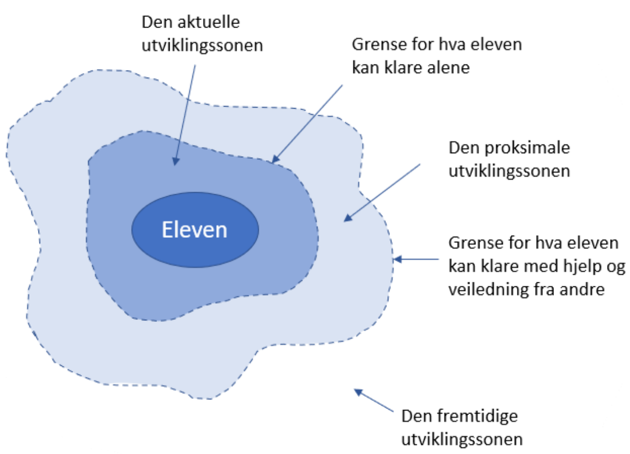
I dette kapitlet presenteres teorien som oppgaven er forankret i. Denne teorien danner grunnlaget for analysen av datamaterialet i kapittel 4.

Jeg vil starte med å redegjøre for sosiokulturell læringsteori i 2.1, da den sosiale interaksjonen er en viktig faktor i spillsituasjonen. Sosiokulturell læringsteori er grunnleggende for læring i dagens klasserom, og jeg velger derfor å presentere denne teorien som et bakteppe for forskningsprosjektet. Denne teorien er ikke en del av det analytiske rammeverket, men jeg vil benytte meg av den i oppgavens drøfting. Deretter følger det i underkapittel 2.2 teori om spill og matematiske spill. Videre vil det i underkapittel 2.3 presenteres teori om matematisk kompetanse, hvor to rammeverk for matematisk kompetanse og hvilke delkompetanser som ligger i denne kompetansen vil bli lagt frem. Avslutningsvis i dette delkapittelet presenteres matematisk kompetanse som en del av læreplanen (LK20) i den norske skolen.

2.1 Sosiokulturell læringsteori

Klasserommet i skolen i dag er en sosial læringsarena hvor man lærer sammen med andre i et sosialt fellesskap. På bakgrunn av dette er det hensiktsmessig å ha sosiokulturell læringsteori i tankene når man undersøker læringsutbyttet til elevene etter å ha spilt Slagskip.

Ifølge Dysthe (2001) vektlegger det sosiokulturelle perspektivet på læring at kunnskap dannes gjennom samhandling med andre og i en kontekst, og primært ikke ved individuelle prosesser. Säljö (2001) understreker også dette, og sier videre at vi fødes inn i og «utvikles innenfor rammen for samspill med andre mennesker» (s. 67). Skaalvik og Skaalvik (2013) peker på at det er kulturen som et barn lever i som avgjør hva og hvordan barnet lærer om verden.



Figur 1: Illustrasjon av elevens utviklingssoner

Ifølge sosiokulturell læringsteori har mennesker et grunnleggende behov for sosialt samspill, for å lære, og for å utvikle seg. Den russiske psykologen Lev Vygotsky regnes som opphavsmannen til sosiokulturell læringsteori. Han introduserte begrepet *den proksimale utviklingssonen* om hva en elev kan mestre ved hjelp og veiledning, som eleven ikke kan klare uten hjelp (Vygotsky, 1978). Hjelpen og veiledningen kan komme fra læreren, eller i samspill med andre elever som allerede mestrer en gitt kompetanse. Den proksimale utviklingssonen ligger mellom det eleven allerede kan og mestrer (den aktuelle utviklingssonen), og det eleven ennå ikke har forutsetning for å klare (den fremtidige utviklingssonen) som illustrert i figur 1. Skaalvik og Skaalvik (2013) skriver at prinsippet om den proksimale utviklingssonen kan sammenfattes i at «det eleven kan gjøre med assistanse i dag, kan han gjøre alene i morgen» (s. 64).

Et barns læring foregår altså i samhandling med andre, og læring kan sees på som et produkt av sosiale og språklige aktiviteter i samspill med andre (Vygotsky, 1978). Et barns utvikling går fra det sosiale til det individuelle. Dette betyr at et barn vil være i stand til å utføre en handling i samspill med andre før det er i stand til å utføre den alene. Det et barn har lært ligger deretter til grunn for ny læring, og den proksimale utviklingssonen vil flyttes for hver gang barnet lærer og behersker noe nytt.

Språket var en sentral del av den sosiokulturelle læringsteorien til Vygotsky. Han understreket viktigheten av kommunikasjon med andre for å utvikle barns språk (Imsen, 2014). Barn bruker språket for å utvikle seg, og vår intellektuelle utvikling og tenking springer ut fra sosial aktivitet med andre (Imsen, 2014). Språket er et verktøy for å samhandle med andre, og brukes som et medierende redskap for å formidle barnets tanker og handlinger (Vygotsky, 1978). Språket blir brukt som et hjelpemiddel for å formidle hva barnet tenker eller føler til omverdenen.

Dysthe (2001) fremhever, i likhet med Vygotsky (1978), språkets sentrale rolle i læringsprosesser. Læring skjer i all hovedsak ved å delta i et praksisfellesskap, hvor læringen sees på som sosial og situert. At læring er situert innebærer at læringssituasjonen er knyttet til konteksten den foregår i, og det har sammenheng både med det sosiale og det fysiske (Imsen, 2014). Læring skjer som tidligere nevnt gjennom deltakelse i et praksisfellesskap, og konstruksjonen av kunnskap skjer i situasjoner som den lærende er engasjert i sammen med andre deltakere i praksisfellesskapet (Dysthe, 2001).

I lys av teorien som er presentert i dette delkapitlet, skjer læringen i samspillet med andre i et fellesskap, i skjæringen mellom oppgaven, det sosiale og konteksten. Her kommer språket inn som et viktig redskap for å forstå andre og gjøre seg selv forstått gjennom gjensidig kommunikasjon.

2.2 Spill

Jeg vil her redegjøre for spillteori og matematiske spill. Det forklares hvilke typer spill som finnes, og hva som definerer spill og matematiske spill. Deretter følger en teoretisk begrunnelse for hvorfor spill bør brukes i matematikkundervisningen, og til sist i delkapittelet gis det en innføring i spillet Slagskip som benyttes i dette forskningsprosjektet.

2.2.1 Spillteori

Bishop (1988) argumenterer for at vi kan se på matematikken som et kulturelt produkt hvor det er seks fundamentale og universelle aktiviteter som er nødvendige for å utvikle matematisk kunnskap. Disse seks aktivitetene er: telling, lokalisering, måling, designing, spilling og forklaring. Aktivitetene kan enten gjennomføres alene eller kombineres med hverandre og jobbes med samtidig. Ifølge Bishop (1988) anses altså spill som en av seks fundamentale matematikkaktiviteter.

Holden (2001) hevder at de fleste spill har elementer av matematisk art, for eksempel ved poengberegning, logiske resonnementer, strategier eller lignende, og at dette er noe som bør dras nytte av i matematikkundervisningen. Hun forklarer videre at spill kan deles inn i to hovedtyper:

1. Spill som avgjøres ved ren flaks.
2. Spill som kan avgjøres av en vinnerstrategi.

Mange spill faller innenfor en av disse to hovedtypene, mens noen spill bygger på en kombinasjon av disse hvor flaks og strategi går hånd i hånd. Stigespillet er et eksempel på et spill som kun avgjøres ved flaks, og sjakk er et eksempel på et spill som kan avgjøres av en vinnerstrategi.

Det er flere teoretikere som har beskrevet spillteori og definisjonen av spill. Både Barron (2008), Owen (2013), og Von Neumann og Morgenstern (2007) sier at et spill inneholder et gitt antall spillere, *N*, og ut fra et startpunkt er det en sekvens med personlige trekk for hver spiller hvor spillerne velger trekk ut fra flere muligheter. Blant disse trekkene er det også tilfeldige trekk hvor spillerne tar sjanser. Når man gjør sitt trekk vet man i noen spill alle motstanderens trekk, for eksempel i sjakk, mens det i andre spill er skjult for motspilleren hvilke trekk man har gjort, og man må gjøre sitt trekk uten å vite eksakt hvor motspilleren står. På slutten av et spill er det vanligvis en uttelling for spillerne, i form av prestisje, tilfredshet, eller penger, basert på fremdriften i spillet. Sluttposisjonen til hver enkelt spiller avgjør hvilken uttelling spillerne får, altså hvem som vinner eller taper (Barron, 2008; Owen, 2013).

Von Neumann og Morgenstern (2007) definerer to kategorier for spill: nullsumspill og ikke-nullsumspill. Nullsumspill kan ha to eller flere spillere, og defineres ved at alt en spiller vinner må tapes av en motspiller (Barron, 2008; Owen, 2013; Von Neumann & Morgenstern, 2007). Dersom det er kun to spillere, altså et to-persons nullsumspill, vil alt som tapes av en spiller vinnes av den andre spilleren. Det vil være en balanse i at det som tapes av en spiller har samme mengde som det som vinnes av motspilleren. Selskapsspill og brettspill er eksempler på denne typen spill. Begge spillere ønsker å få en størst mulig positiv uttelling, og vil velge sin strategi basert på dette (Barron, 2008). Et ikke-nullsumspill vil, som navnet antyder, ikke gå i null, det vil altså ikke være slik at det en person vinner må tapes av en annen spiller. Denne typen er vanlig innenfor økonomi- og politikkspill.

2.2.2 Matematiske spill

Det er ikke alle spill som kan regnes som matematiske spill, selv om de har matematisk innhold eller involverer matematiske prosesser som poengberegning eller maksimering av poeng. Både Koay (1996) og Oldfield (1991) presenterer definisjoner på hva som kjennetegner et matematisk spill. Begge definisjonene har tydelige fellestrekk og kan sammenfattes slik:

- Spillet er en utfordring mot en eller flere motstandere, eller en utfordring mot en oppgave som skal løses alene eller sammen med andre.
- Det er et sett med regler som styrer valgene som tas.
- Reglene er basert på matematiske ideer.
- Spillet har et mål og spillerne må utføre et endelig antall trekk for å nå det gitte målet. Hvert trekk er et resultat av et valg som er tatt.
- Spillet er over når målet er nådd.

For å finne ut om et spill er matematisk kan man se spillet opp mot disse karakteristikkene. To eksempler på matematiske spill er sjakk og ludo, som begge ligger innenfor disse karakteristikkene.

2.2.3 Hvorfor bruke spill i undervisningen

I en artikkel av Ernest (1986) om spill stilles det spørsmål om hvorfor man skal bruke spill i matematikklasserommet. Er spill bare noe vi bare gjør for gøy og underholdning, eller kan spill brukes for å hjelpe barn å lære matematikk? Han argumenterer for at spill skaper entusiasme, glede, engasjement og spenning, og at det er mye å tjene på å inkludere matematiske spill i undervisningen. Dette mener også Bell (1974), som fremhever at matematiske spill kan brukes pedagogisk for å avlaste slitet i å øve på ulike matematiske konsepter, også spill som elevene spiller ellers uten å tenke på dem som relevante for matematikken.

Også Oldfield (1991) viser til motivasjon, positive holdninger og engasjement som grunner til å benytte spill i matematikkundervisningen. Elevene trenger å bli engasjerte, involverte og motiverte for å utvikle positive holdninger til faget. Gjennom spill kan man få til akkurat dette, og Oldfield (1991) trekker frem at spill også er verdifulle for å utvikle strategier og lære nye begreper. Han mener også at spill er gunstige for å øve på og styrke faglige ferdigheter og begreper hos elever.

Både Ernest (1986) og Oldfield (1991) mener at spill er nyttige for å utvikle sosiale ferdigheter, for å få elevene til å delta i matematisk diskusjon og for å utvikle deres matematiske forståelse. Barn som spiller matematiske spill har et behov for å forklare og diskutere sine trekk og strategier, og spill oppmuntrer og fremmer matematiske diskusjoner. Både når elever spiller på lag og når de spiller mot hverandre må de samarbeide om å spille spillet, og får øvd på samarbeidslæring. Ifølge Davies (1995) får elevene muligheten til å danne en forståelse av begreper gjennom en situasjon hvor det å feile ikke er så farlig. Elevene hjelper hverandre til å forstå spillet og matematikken, og elever som er på ulikt nivå kan hjelpe hverandre å forstå konsepter og utvikle hverandres forståelse. Elevene må være aktivt involverte når de spiller spill, som gjør dem mer mottakelige for læring (Ernest, 1986). Ved å være involverte i sin egen læring lærer de matematikk gjennom spill ved å gjøre begrepene og ferdighetene i matematikken til sine egne.

Ernest (1986) skriver også hvordan spill kan bidra til effektiv læring i matematikk. Dette gjøres ved å praktisere og forsterke ferdigheter, at man tilegner seg og utvikler begreper, utviklingen av problemløsningsstrategier og måten elever motiveres av å spille spill. Ernest (1986) viser til flere studier i sin artikkel, og en av disse velger jeg å trekke frem her. I en studie gjort i Israel med elevgrupper på 7.-9. trinn, som spilte et spill som omhandlet algebraisk substitusjon, viste det seg at høytpresterende elever mestret algebraisk substitusjon enten de spilte spillet eller ikke, mens blant lavere presterende elever så de at de som spilte spillet presterte vesentlig bedre på området enn elever som ikke spilte spillet, de presterte til og med bedre enn de høytpresterende elevene (Ernest, 1986).

Ernest trekker frem at å spille dette spillet gjorde at elevene fikk øvd seg på substitusjon til de mestret det, og læringen ble forbedret gjennom å spille spillet, spesielt for lavtpresterende elever. Elevene utviklet større forståelse for matematiske konsepter og begreper gjennom å spille. Med de andre studiene som artikkelen nevner og dette eksempelet i tankene, mener Ernest (1986) at spill bør inkluderes i pensumet og undervisningen på grunn av dets viktige rolle i å hjelpe elevene til å prestere og lykkes i matematikk.

2.2.4 Slagskip og det kartesiske koordinatsystemet

Spillet som benyttes i denne undersøkelsen er Slagskip. Spillet nevnes i korte trekk her, og forklares mer utdypende i et eget kapittel senere i oppgaven. Slagskip er et spill hvor hensikten er å senke motstanderens krigsskip som er plassert ut i et koordinatsystem. Spillet ble utviklet på 1930-tallet, og går ut på at to personer spiller mot hverandre og skal forsøke å beseire hverandre ved å senke motstanderens skip. Spillet baseres både på strategi, gjetting og logikk, og elevene skal ved å gjette finne ut hvor motspillerens skip er plassert (Stohlmann, 2017).

Slagskip er et nullsumspill for to personer. I Slagskip plasserer hver spiller ut et gitt antall krigsskip med en gitt størrelse i et koordinatsystem som de holder skjult for motspilleren. Et eksempel er et hangarskip som går over 5 punkter. Når begge spillere har plassert sine skip, veksler man på å skyte på hverandres skipsflåte ved å si hvilke koordinater man ønsker å skyte på. Spillerne informerer hverandre om det er treff eller bom, og så er det motspillerens tur. Gjennom å skyte strategisk eller ved gjetting forsøker spillerne å senke motstanderens krigsskip for å vinne spillet. Den som skyter ned motstanderens skip før alle egne skip er sunket vinner spillet.

Spillbrettet som benyttes i Slagskip er et kartesisk koordinatsystem. Det kartesiske koordinatsystemet har sitt navn fra den franske filosofen og matematikeren René Descartes, som på 1600-tallet introduserte koordinatsystemet for å vise hvordan algebra kunne brukes for å løse geometriske problemer (Burton, 2011; Stevens et al., 2012). Innen matematikken er koordinatsystemet et system for å angi beliggenheten til et eller flere punkter i planet eller i rommet ved bruk av tall, hvor posisjonene oppgis i avstand fra x- og y-aksen på formen (x, y) ("Koordinatsystem," 2021).

2.3 Matematisk kompetanse

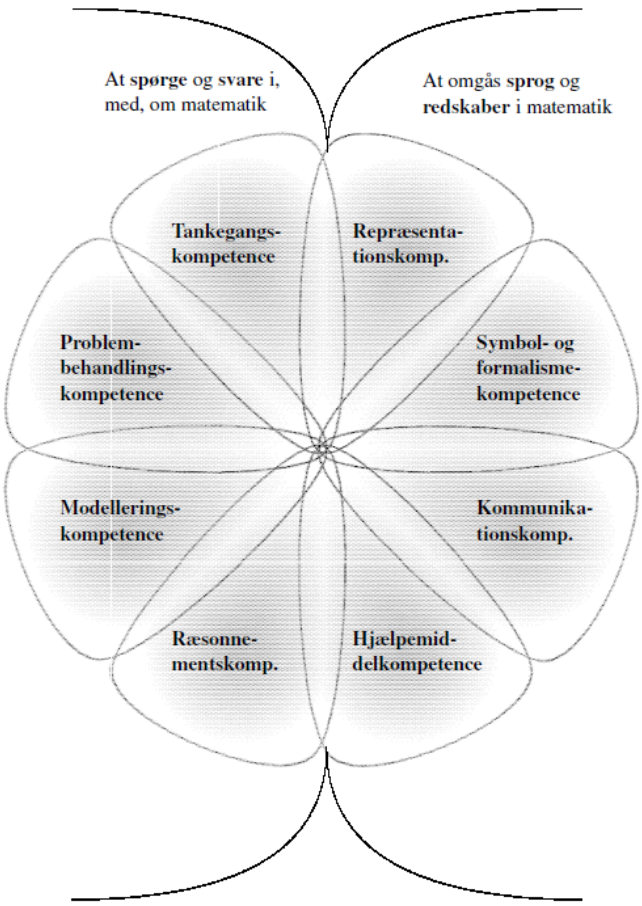
Her vil jeg presentere to ulike rammeverk for matematisk kompetanse, og hvordan matematisk kompetanse fremgår i læreplanen. De to rammeverkene har flere likhetstrekk, og deler av rammeverkene er overlappende. Jeg har valgt å ha med både kompetanseblomsten til Niss og Jensen (2002) og trådmodellen til Kilpatrick et al. (2001), for å få frem sammenhengene og ulikhetene i de to rammeverkene. Jeg har valgt å presentere kompetanseblomsten i sin helhet, da dette rammeverket har hatt innflytelse på utviklingen av læreplanen for Kunnskapsløftet som ligger til grunn for matematikkundervisningen i skolen (Valenta et al., 2014) . Det er trådmodellen og dens kategorier som ligger til grunn for analysen i oppgaven, da denne modellen også inkluderer holdninger til matematikk (Botten, 2016).

2.3.1 Kompetanseblomsten fra KOM-rapporten

Kompetanse defineres av Niss og Jensen (2002, s. 43) på følgende måte: et menneske innehar kompetanse på et område dersom han eller hun er i stand til å prestere innenfor det gitte området med trygghet, oversikt, dømmekraft og gjennomslagskraft. Begrepet kompetanse sees i denne sammenheng med betydningen av begrepet ekspertise. Definisjonen til Niss og Jensen (2002) på matematisk kompetanse handler om å ha kunnskap om, forstå, praktisere, anvende, og kunne ta stilling til matematikk og matematikkaktiviteter i et mangfold av sammenhenger som matematikk er en del av eller kan være en del av. De definerer matematisk kompetanse som «innsiktsfull beredskap til å handle riktig i situasjoner som inneholder en viss type matematiske utfordringer» (Niss & Jensen, 2002, s. 43).

Rapporten *Kompetencer og Matematiklæring* (KOM-rapporten) ble utgitt av Undervisningsministeriet i Danmark i 2002. Arbeidet med denne rapporten ble ledet av Mogens Niss og Tomas Højgaard Jensen, og rapporten inneholder forslag til fornyelse av matematikkundervisningen og det som beskrives som en ny kompetansebasert systematikk til forståelse og utvikling av matematikkfaget (Niss & Jensen, 2002). Arbeidsgruppen som stod bak prosjektet argumenterer for at vi fremfor å fokusere på læreplaner og pensumlister som vektlegger gitte temaer, heller bør fokusere på kompetansen elevene skal utvikle og oppnå på ulike steg i utdanningsløpet (Niss & Jensen, 2002).

I KOM-rapporten presenterer Niss og Jensen (2002) åtte sentrale matematiske delkompetanser som gjelder for matematikkundervisningen på alle utdanningstrinn. Delkompetansene kan sees på hver for seg med hver sin identitet, og sammen utgjør de matematisk kompetanse. De ulike kompetansene handler om å kunne utøve bestemte matematiske aktiviteter basert på konkrete kunnskaper og ferdigheter (Niss & Jensen, 2002). Kompetansene blir illustrert i en blomst, hvor hver av de åtte delkompetansene er bladene til en blomst, se figur 2. De åtte delkompetansene som presenteres i KOM-rapporten av Niss og Jensen (2002) er presenteres her i korte trekk.



Figur 2: En visuell representasjon av de åtte kompetansene (Niss & Jensen, 2002)

Tankegangskompetanse handler å kjenne til, forstå, og kunne håndtere matematiske begreper, å kunne abstrahere og generalisere, og å kunne skille mellom ulike matematiske utsagn, påstander, definisjoner og bevis.

Problembehandlingskompetanse handler om å kunne identifisere, avgrense, formulere og løse matematiske problemer.

Modelleringskompetanse omhandler å kunne analysere egenskaper og grunnlaget for eksisterende modeller, og å kunne avkode og tolke elementer ved eksisterende og egne matematiske modeller. Modelleringskompetanse innebærer også å kunne oversette objekter, relasjoner og problemstillinger til matematisk språk slik at man får en matematisk modell.

Resonneringskompetanse handler om å kunne resonnere matematisk, å kunne ta stilling til og trekke slutninger av matematisk argumentasjon man presenteres for.

Representasjonskompetanse handler om kunne håndtere ulike representasjoner av matematiske forhold. Det innebærer å både kunne forstå og å kunne bruke ulike representasjoner av matematiske objekter, fenomener, problemer eller situasjoner.

Symbol- og formalismekompetanse handler om å kunne håndtere matematisk symbolspråk og formalisme, ved å kunne avkode og benytte seg av dette, samt å kunne behandle og bruke symboler og formler.

Kommunikasjonskompetanse handler helt enkelt fortalt om å kommunisere i, med og om matematikk, både visuelt, skriftlig eller muntlig, basert på hva eller hvem mottakeren og situasjonen er.

Hjelpemiddelkompetanse handler om å kunne bruke og forholde seg til hjelpemidler som er egnet til matematisk virksomhet. Kompetansen innebærer å kjenne til ulike relevante redskaper og deres egenskaper, hvilke muligheter og begrensninger ulike hjelpemidler har i ulike situasjoner, samt å kunne benytte slike hjelpemidler på en relevant og reflektert måte.

De åtte delkompetansene deles inn i to grupper som Niss og Jensen (2002) kaller *å kunne spørre og svare i og med matematikk* og *å kunne håndtere matematikkens språk og redskaper*. Niss og Jensen (2002) advarer mot å ha en for rigid oppfatning av disse to gruppene. Selv om kompetansene deles i to grupper, henger alle kompetansene like mye sammen med hverandre. To kompetanser fra hver sin gruppe henger altså like mye sammen som to kompetanser innenfor den samme gruppen. Sammenhengen mellom kompetansene illustreres ved at bladene overlapper hverandre i sentrum av blomsten (se figur 2).

Selv om kompetanseblomsten består av åtte delkompetanser, er ikke alle sentrale felt innenfor matematikklæringen inkludert i rammeverket. Botten (2016) trekker frem affektive sider ved læringen og holdninger til matematikk som to sentrale deler som ikke er en del av kompetanseblomsten. I trådmodellen til Kilpatrick et al. (2001) anses derimot disse som en del av matematisk kompetanse, og dette er hovedgrunnen til at trådmodellen er lagt til grunnlag for analysen fremfor kompetanseblomsten.

2.3.2 Trådmodellen

Matematikken endrer seg stadig, og den matematikken vi og våre foreldre lærte på skolen er ikke den samme som den matematikken barn trenger å lære i dagens samfunn. På bakgrunn av dette og at «All young Americans must learn to think mathematically, and they must think mathematically to learn» (Kilpatrick et al., 2001, s. 1), satte det amerikanske National Research Council sammen en forskergruppe som skulle se på hvordan matematikkundervisningen kunne forbedres. En av tingene de forsket på var matematisk kompetanse og hvilke kognitive endringer vi bør jobbe for å fremme i barn for at de skal lykkes i å lære matematikk.

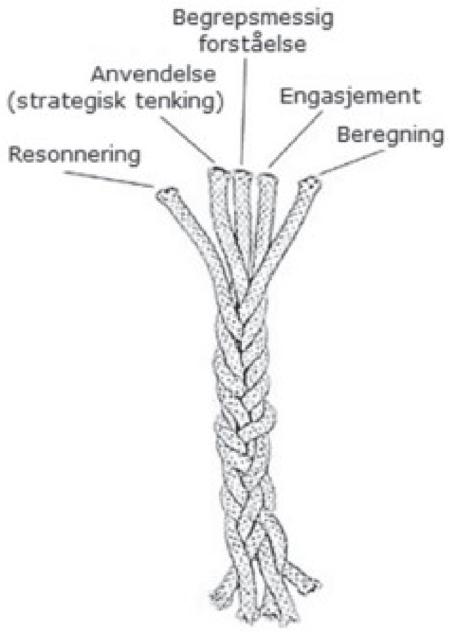
Kilpatrick et al. (2001) vedkjenner at det ikke finnes noe begrep som fullstendig omfavner alle aspektene av ferdigheter, kunnskap, ekspertise og kapabilitet innen matematikk. De har valgt å bruke begrepet *mathematical proficiency,* og begrunner valget med at de mener dette begrepet er det som best beskriver hva som er nødvendig for å lære matematikk. I begrepet ligger også holdninger til matematikkfaget. Selv om Kilpatrick et al. (2001) ikke bruker begrepet *mathematical competence*, er likevel matematisk kompetanse det begrepet som er best egnet å bruke når man skal oversette det til norsk. Det er denne oversettelsen både Botten (2016), Matematikksenteret (2014) og Valenta (2015) har valgt å bruke for begrepet, og det er dette begrepet som blir benyttet i denne oppgaven.

Kilpatrick et al. (2001) utviklet et rammeverk bestående av fem komponenter eller tråder (*strands*) som utgjør matematisk kompetanse (figur 3). De fem komponentene er:

resonnering, anvendelse, begrepsmessig forståelse, engasjement og beregning (Valenta, 2015). Disse oversettes på ulike måter til norsk, men jeg har valgt å benytte oversettelsene til Valenta (2015).

Rammeverket til Kilpatrick et al. (2001) har fått navn ut fra modellen som illustrerer hver komponent som en tråd i en tykkere flette, som viser at de fem komponentene er sammenflettet og avhengige av hverandre (figur 3). På samme måte som at man ikke kan lage en flette med bare én tråd, kan man ikke oppnå en helhetlig matematisk kompetanse uten å utvikle alle de fem trådene samtidig. Som i et tau er de ulike delene avhengige av hverandre og de støtter opp om hverandre, og Kilpatrick et al. (2001) fremhever at når barn får muligheten til å utvikle alle komponentene samtidig, ikke bare én og én, blir forbindelsen mellom komponentene styrket, og barna «utvikler en matematisk kompetanse som er varig, fleksibel, nyttig og relevant» (Valenta, 2015, s. 3). Matematisk kompetanse utvikles og tilegnes over tid, og barn må utvikle alle komponentene synkront gjennom læring, slik at alle «trådene» er omtrent like lange.

De fem komponentene kan sees i sammenheng med delkompetansene i kompetanseblomsten, hvor noen av delkompetansene har tilnærmet like navn. Noen av komponentene i trådmodellen rommer flere av delkompetansene i kompetanseblomsten, mens engasjement ikke har noen tilsvarende delkompetanse i kompetanseblomsten. De fem ulike komponentene i trådmodellen vil utdypes her.



Figur 3: Sammenhengen mellom de fem komponentene i matematisk kompetanse (oversatt utgave, hentet fra Valenta (2015))

2.3.2.1 Resonnering

Resonnering (*adaptive reasoning*) handler om logisk tenking, refleksjon, å se sammenhenger, og å kunne forklare og begrunne en løsning til et problem. Det innebærer å kunne utforme hypoteser, å kunne se etter og begrunne mønstre og sammenhenger mellom ulike begreper, egenskaper og fremgangsmåter (Kilpatrick & Swafford, 2002; Kilpatrick et al., 2001). Det handler også om å kunne forklare hvordan man tenker, å kunne utvikle resonnementer, å kunne følge med i logiske resonnementer fra andre og å kunne vurdere gyldigheten av en hypotese ved å gå fra en kjent situasjon til noe som er ukjent og som skal undersøkes.

Kilpatrick et al. (2001) beskriver resonnering i matematikk som ledestjernen som styrer læring. Resonnering brukes for å navigere seg gjennom de mange fakta, begreper, prosedyrer og løsningsmetoder som fins, og å se at de henger sammen og gir mening. Å ha evne til resonnering er en sentral del av det å kunne formulere og representere et problem, slik at man kan utvikle en løsningsstrategi. For å kunne resonnere rundt et matematisk problem må elevene være kjent med konteksten til problemet, oppgaven må være forståelig og motiverende, og elevene må ha tilstrekkelige basiskunnskaper

(Kilpatrick et al., 2001). Matematikksenteret (2014) skriver at for å komme frem til gode løsningsmetoder som passer for en bestemt situasjon, må elevene resonnere seg frem til den eller de beste løsningsmetodene.

2.3.2.2 Anvendelse

Anvendelse, eller strategisk tenking, (*strategic competence*) innebærer å kunne formulere og gjenkjenne matematiske problemer, å kunne representere dem på ulike hensiktsmessige måter, å kunne utarbeide løsningsstrategier for dem og å kunne vurdere hvor rimelig løsningene er (Kilpatrick et al., 2001). Dette gjøres ved å bruke passende begreper og prosedyrer for de gitte matematiske problemene. For at et begrep eller en prosedyre skal være nyttig, må elevene vite når og hvor det skal brukes.

Med matematiske problemer menes det både et problem i hverdags-, arbeids- og samfunnsliv der matematikk kan anvendes, men også abstrakte matematiske problem og spørsmål (Valenta, 2015). Et problem kan kjennetegnes ved at man ikke har en rutine for hvordan løse det. Det betyr at det som er et problem for en person ikke trenger å være et problem for noen andre. På skolen blir ofte elevene presentert spesifikke problemer som de skal løse. Matematikksenteret (2014) skriver at dette ikke er tilfellet for situasjoner utenfor skolen, hvor noe av utfordringen vil være å kjenne igjen hva problemet handler om. For å kunne løse slike problemer må elevene kunne både formulere og avgrense problemer, samt å kunne utarbeide løsningsstrategier og velge den mest hensiktsmessige strategien for det gitte problemet, bruke strategien og tolke resultatet (Kilpatrick et al., 2001; Matematikksenteret, 2014).

2.3.2.3 Begrepsmessig forståelse

Begrepsmessig forståelse (*conceptual understanding*) innebærer å forstå matematiske begreper, operasjoner og relasjoner. I dette ligger det også å vite hva matematiske symboler, diagrammer og prosedyrer betyr (Kilpatrick & Swafford, 2002). Begrepsmessig forståelse handler om å bygge opp begrepsmessige strukturer, ha forståelse for og å kunne se sammenhenger mellom ulike matematiske begreper, prosedyrer og ideer (Kilpatrick & Swafford, 2002; Kilpatrick et al., 2001).

En viktig del av begrepsmessig forståelse er å kunne representere matematiske situasjoner på ulike måter, og å vite hvordan forskjellige representasjoner kan være nyttige og hensiktsmessige for ulike formål. Dette inkluderer å kunne tolke, oversette, forstå og ta i bruk ulike representasjoner ettersom hva som er mest hensiktsmessig å bruke, og å kunne veksle mellom disse (Kilpatrick et al., 2001). Man må kjenne til hvordan ulike representasjoner og matematiske ideer forbindes med hverandre, og likheter og ulikheter mellom dem. Elever som har utviklet forståelse, kan gjenkjenne mønstre og systemer i ulike situasjoner og problemer, og de har forståelse for koblinger mellom ulike matematiske ideer (Matematikksenteret, 2014).

2.3.2.4 Beregning

Beregning (*procedural fluency*) handler om å kunne «utføre prosedyrer som involverer tall, størrelser og figurer, effektivt, nøyaktig og fleksibelt» (Matematikksenteret, 2014, s.

14). Beregning handler om ferdigheter, det å utvikle og ha kunnskap om ulike matematiske prosedyrer, når det er hensiktsmessig å bruke disse, og å kunne bruke og utføre dem på en effektiv, nøyaktig og fleksibel måte (Kilpatrick et al., 2001). Det gjelder både skriftlige og mentale ferdigheter, samt å kunne bruke digitale verktøy eller andre hjelpemidler. Det er nødvendig å ha kunnskap om matematiske beregninger for å kunne utdype forståelsen for matematiske ideer og for å kunne løse matematiske problemer (Kilpatrick et al., 2001).

Beregning innebærer ikke bare å kunne bruke en prosedyre, men også å forstå hvorfor den er gyldig, om den er egnet til formålet og hvordan prosedyren kan eller bør gjennomføres. Elever som behersker prosedyrer kan utføre dem fleksibelt og effektivt, de kan veksle mellom ulike prosedyrer, og de kan velge den som er mest nyttig i en bestemt situasjon (Kilpatrick et al., 2001; Valenta et al., 2014). Matematikksenteret (2014) mener at man må jobbe grundig med beregning av mange ulike prosedyrer, slik at prosedyrene både blir forstått og automatisert.

Beregning henger tett sammen med begrepsmessig forståelse, og en forståelse for det man gjør, gjør det lettere å lære og utvikle nye ferdigheter. Forståelse gjør også at elevene husker bedre og at sjansen for å gjøre vanlige feil minsker. På samme måte kreves en viss mengde ferdigheter for å lære mange matematiske begreper med forståelse. Det er for eksempel vanskelig for elever å lære multiplikasjon med tosifrede tall hvis de ikke allerede har grunnleggende ferdigheter og kunnskaper om multiplikasjon med ensifrede tall. Ved å bruke prosedyrer kan forståelsen utvikles og styrkes (Kilpatrick et al., 2001).

2.3.2.5 Engasjement

Engasjement (*productive disposition*) handler om å se matematikken som nyttig, fornuftig og verdifull. Dette innebærer å ha tro på at man kan bli kompetent i matematikk og at læring skjer gjennom innsats, ved å jobbe kontinuerlig, ved å streve og ved å ikke gi opp (Kilpatrick et al., 2001; Valenta, 2015). Denne kompetansen utvikles gjennom å ha tro på at innsats fører til læring, å ha tro på seg selv og at man kan lære matematikk og å oppleve matematikken som relevant og meningsfull.

For å kunne utvikle alle de andre kompetansene må elevene ha troen på at matematikk er forståelig, ikke vilkårlig, at den gjennom flittig innsats kan læres og brukes, og at de er i stand til å finne ut av det. Elevene må føle på mestring gjennom læringsprosessen og utvikle selvtilliten i matematikk (Matematikksenteret, 2014). Det krever at elevene får muligheter til å forstå og kjenne på mestring gjennom arbeid med matematiske problemer for å utvikle sitt engasjement og sin matematiske kompetanse (Kilpatrick & Swafford, 2002).

Engasjement er tett knyttet til de andre komponentene, og utvikles i samspill med de fire andre komponentene. For å kunne utvikle begrepsmessig forståelse, resonnering, anvendelse og beregning, bør elevene ha tro på at matematikken er bygget opp logisk og at det er mulig for dem å forstå og løse ulike matematiske problemer (Matematikksenteret, 2014). Når elever forstår nye begreper og prosedyrer, eller ser sammenhenger mellom ulike deler av matematikken, vil de kjenne på mestring og få økt selvtillit i matematikk (Kilpatrick et al., 2001; Matematikksenteret, 2014). Den matematiske kompetansen utvikles når alle delene av kompetansen utvikles simultant, og delene både virker inn på og er avhengige av hverandre.

Trådmodellen benyttes som utgangspunkt for analysen av datamaterialet. Trådmodellen ble valgt fremfor kompetanseblomsten på bakgrunn av oppbygningen av komponentene i modellen. Ettersom alle komponentene henger sammen i begge figurer, ble beslutningen tatt om å benytte trådmodellen med fem komponenter, fremfor åtte komponenter i kompetanseblomsten. Trådmodellens fem komponenter innebefatter delkompetansene i kompetanseblomsten, samt at denne modellen tar høyde for affektive sider ved læringen og holdninger til matematikk.

2.3.3 Matematisk kompetanse i læreplanen

I overordnet del av læreplanen for Kunnskapsløftet (LK20) (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 10) defineres kompetanse slik:

> Kompetanse er å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning.

De fem begrepene kunnskap, ferdighet, forståelse, refleksjon og kritisk tenkning kan her trekkes ut som kjernen i matematisk kompetanse i læreplanen. Kunnskapsdepartementet (2019) skriver at kunnskap innebærer å kunne «kjenne til og forstå fakta, begreper, teorier, ideer og sammenhenger innenfor ulike fagområder og temaer» (s. 10). Ferdigheter forklares som det å kunne «beherske handlinger eller prosedyrer for å utføre oppgaver eller løse problemer, og omfatter blant annet motoriske, praktiske, kognitive, sosiale, kreative og språklige ferdigheter» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 10). Forståelse, evne til refleksjon og kritisk tenkning defineres ikke på samme måte som de to foregående begrepene, men det understrekes at dette er viktig for å kunne «forstå teoretiske resonnementer og for å utføre noe praktisk» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Utvikling av holdninger henger sammen med kritisk tenkning og refleksjon.

Gjennom matematikkfaget skal elevene utvikle kompetanse i å forstå sammenhenger og mønster i samfunnet og naturen, å kunne utforske, resonnere, tenke kritisk, kommunisere, og utvikle kompetanse i problemløsning (Utdanningsdirektoratet, 2019). I læreplanen i matematikk presenteres seks kjerneelementer, og det er gjennom arbeid med disse at man utvikler matematisk kompetanse. Når elevene jobber innenfor utforsking og problemløsing, modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering, og matematiske kunnskapsområder, utvikler de sin matematiske kompetanse.

Kjerneelementene kan sees i direkte sammenheng med kompetanseblomsten og trådmodellen. Mange av ordene som benyttes i kjerneelementene finner man igjen i delkompetansene både i modellen til Kilpatrick et al. (2001) og modellen til Niss og Jensen (2002). Læreplanen i matematikk bærer tydelig preg av det teoretiske grunnlaget i KOM-rapporten, og det kan trekkes tråder til Kilpatricks trådmodell (Kilpatrick, 2014; Valenta et al., 2014). Eksempler på dette er resonnering, resonneringskompetanse, modelleringskompetanse og anvendelse. Samtlige delkompetanser i de to modellene kan finnes igjen i kjerneelementene i større eller mindre grad. Det viser at læreplanen i matematikk og disse modellene for matematisk kompetanse henger tett sammen.

3 Slagskip

3.1 Spillets prinsipper

Slagskip er, som nevnt i teorikapitlet, et spill hvor hensikten er å senke alle motstanderens krigsskip som er plassert ut i et koordinatsystem. Mange utgaver av spillet har et rutenett med koordinater 1-10 og A-J på aksene, slik som på et sjakkbrett, og hvor det er rutene og ikke skjæringspunktene mellom linjene som er nummerert. For å holde relevansen til koordinatsystemet og jobbe med negative koordinater, har jeg brukt et koordinatsystem fra -5 til 5 på begge akser, slik Bell (1974) og Holte og Husby (u.å.) anbefaler. Å bruke et koordinatsystem med akser fra -5 til 5 gir et koordinatsystem som ikke blir uhåndterlig stort. Det gir elevene 11*11 mulige punkter å plassere ut skip og å skyte på, og det gjør at lengden på hvert spill ikke varer så lenge at elevene går lei før spillet er over.

For å spille Slagskip plasserer elevene et gitt antall båter vertikalt og horisontalt i hvert sitt koordinatsystem. Arket jeg benyttet som spillbrett hadde to koordinatsystemer, et større og et mindre, slik at de kunne ha egne skip på ett brett, og ha ett brett hvor de markerte sine angrep og treff hos motspilleren. Spillet starter ved at alle plasserer ut sin skipsflåte i det minste koordinatsystemet. Skipsflåten elevene spilte med og plasserte ut før hvert spill var som følger, med lengden på skipene i parentes: et hangarskip (5), to slagskip (4), to kryssere (3) og en destroyer (2). Totalt plasserer de ut seks skip hver. Det er viktig at spillerne ikke kan se hverandres koordinatsystem hvor de har plassert skipene sine.

Etter utplasseringen av skip veksler elevene på å skyte på hverandres skipsflåte ved å si koordinater til et gitt punkt, for eksempel «to, fire». Den som det skytes mot må da finne punktet blant sine skip, og svare med «treff» eller «bom» alt ettersom om de har et skip som går over de gitte koordinatene eller ikke. Man bytter på å skyte på hverandre, slik at man annenhver gang er den som skyter på motstanderens skip, og annenhver gang har en skipsflåte som blir beskutt. Den spilleren som først har sunket alle motspillerens skip vinner spillet. Se spillbrettet med enkle instruksjoner i vedlegg 6.

3.2 Den matematiske kompetansen i Slagskip

Spillet Slagskip benyttes som et matematisk spill i undervisningen for å utvikle elevenes matematiske kompetanse. Slagskip omhandler koordinater og koordinatsystemet, og gjennom å spille får elevene øvet på begreper og samspill, og de må tenke på hva som er strategisk lurt å gjøre i neste trekk. Læringsutbyttet fra spillet har overføringsverdi til andre aspekter innenfor matematikkfaget. Med utgangspunkt i trådmodellen til Kilpatrick et al. (2001) vil jeg her beskrive den matematiske kompetansen elevene potensielt vil benytte og utvikle gjennom å spille Slagskip.

Begrepsmessig forståelse: Elevene må vite hva som ligger i begreper for å kunne spille spillet korrekt. Elever som ikke har rett forståelse av begrepene, vil ikke klare å spille spillet riktig. Avklaringer av begreper med motspilleren og eventuelt i klassen er vesentlig for at elevene har den samme oppfatning av hva begrepene betyr. Noen av begrepene elevene står ovenfor i spillet er:

- Koordinater
- Minus. Brukes for å omtale negative tall.
- Treff og ikke treff / bom
- Innenfor og utenfor. Brukes for å si om motspilleren treffer flere skudd på et skip, eller om det påfølgende «skuddet» er en bom (utenfor).
- Koordinatene i seg selv, for eksempel (-3, 2)

Elevene vil også, bevisst eller ubevisst, jobbe med rekkefølger av tall og tallpar, bruke ulike tallfølger, og jobbe med tall i ulike størrelser, både positive og negative.

Anvendelse: Elevene gjenkjenner koordinater og tallpar, og kan bruke relevante begreper for å uttrykke koordinater, treff og bom mens de spiller.

Resonnering: Elevene reflekterer over hvor de skal plassere skipene, og hvordan de skal «angripe» motspilleren. Ser de noen mønster eller sammenhenger i hvor det skytes, enten av de selv eller motspilleren? Dersom de har en strategi, kan de forklare denne. Elevene kan forklare hvor bestemte punkter er, og avklare eventuelle misforståelser med andre.

Beregning: Hvor er det hensiktsmessig å skyte, ut fra det de vet? Dersom de treffer, men ikke senker et skip, hvor bør de da skyte det neste skuddet? De ser på hvor de allerede har skutt og vurderer hva som er lurt å gjøre videre. Elevene har eller utvikler strategier for hva som er lurt å gjøre, og baserer valgene sine på strategien. De kan endre på strategien dersom den ikke fungerer slik de hadde tenkt.

Engasjement: Elevenes vinnervilje motiverer dem til å lære og forstå matematikken i spillet og fungerer som en ytre motivasjon. Noen blir kanskje bedre i spillet fordi de ønsker å slå motstanderen, og legger derfor ned en innsats for å lære matematikken i spillet. Det kan også være indre motivasjon som driver eleven, han eller hun kan ha et ønske om å bli bedre i spillet. Elevene får bedre selvtillit i arbeidet med koordinatsystemet, og kjenner på mestring.

3.2.1 Avklaringer om gjennomføring av spillingen

For forskningsprosjektet ble det valgt å gjennomføre undersøkelsen ved å spille Slagskip på papir. Elevene måtte da jobbe sammen i par og kommunisere muntlig med hverandre. Dette ble sett på som en styrke kontra å spille Slagskip digitalt. Det ble ikke funnet noen digital ressurs som jeg synes var god nok til dette, da samtlige digitale versjoner kun opererte med positive koordinater. I tillegg ville man mistet det muntlige dersom elevene hadde spilt spillet digitalt mot hverandre eller mot en motspiller av kunstig intelligens. Ved å spille på iPad ville ikke elevene ha brukt muntlig kommunikasjon for å formidle koordinatene de ønsket å skyte på, og ei heller måtte forstå hvor motspillerne ønsket å skyte og markere dette manuelt. Å spille på papir gjør også at usikkerhetselementer som lite strøm på iPadene og om elevene kommer seg på nett ikke var noe det måtte tas hensyn til. Med dette i tankene var valget om å spille spillet på papir et enkelt valg å ta, og det fjernet noen av usikkerhetene for gjennomføringen av undersøkelsen.

4 Metode

Problemstillingen jeg ønsker å finne svar på gjennom dette forskningsprosjektet er:

> Hvilken endring kan man se i elevers matematiske kompetanse om koordinatsystemet etter å ha spilt spillet Slagskip i seks korte økter over tre uker?

For å finne svar på problemstillingen har jeg benyttet meg av metodetriangulering, altså både kvalitativ og kvantitativ metode. Målet med å benytte metodetriangulering er at datamaterialene støtter opp under hverandre og forklarer hverandre, slik at forskningen er mer valid og at fenomenet er lettere å forstå. Jeg har valgt å ha med korte underkapitler om kvalitativ og kvantitativ metode for å utdype metodene jeg benytter i metodetrianguleringen. Metodene vil bli analysert hver for seg, og resultatene vil deretter sammenlignes og settes opp mot hverandre og bli sett i sammenheng med hverandre.

I dette kapittelet vil jeg gjøre rede for forskningen min og de valgene jeg har tatt for å kunne finne svar på problemstillingen. Jeg presenterer forskningsdesignet og utdyper metodene jeg har brukt, før jeg deretter forklarer datainnsamlingen. Jeg presenterer også hvordan datamaterialet bearbeides i analysen. Til slutt diskuterer jeg relevante forskningsetiske vurderinger, drøfter forskningens reliabilitet og validitet, og kritikk av metoden.

4.1 Forskningsdesign

4.1.1 Kvalitativ metode

Når man forsker ved bruk av kvalitative forskningsmetoder undersøker man *hvorfor* noe skjer. Man er opptatt av å forstå eller beskrive menneskers oppfattelse av verden og fenomener (Johannessen et al., 2016). Man får en annen innsikt i menneskers tanker, meninger og liv enn hva man gjør i kvantitativ forskning. Kvalitativ metode er hensiktsmessig å bruke når man undersøker fenomener man ikke kjenner så godt til, eller når man undersøker fenomener man ønsker en fyldigere forståelse av (Johannessen et al., 2016). Både intervju og observasjon er velbrukte metoder for kvalitativ forskning, og Postholm (2010) beskriver forskeren som det viktigste forskningsinstrumentet i all kvalitativ forskning. En av fordelene med kvalitativ forskningsmetode er at man kommer tett på informantene.

4.1.2 Kvantitativ metode

Kvantitative forskningsmetoder kartlegger *at* noe skjer, og tar for seg et større antall informanter og ser på en større mengde data enn kvalitativ forskningsmetode (Johannessen et al., 2016). Mens kvalitativ forskningsmetode benytter tekst, anvendes det tall i kvantitativ metode. Den store datamengden gjør at man kan studere utbredelse, sammenhenger og tendenser. Gjennom for eksempel spørreundersøkelser og meningsmålinger kan man telle opp fenomener og kartlegge utbredelse og tendenser (Johannessen et al., 2016).

4.1.3 Metodetriangulering

Vi har, som beskrevet over, to ulike vitenskapelige tilnærminger å undersøke virkeligheten på; kvalitative og kvantitative metoder. Johannessen, Christoffersen og Tufte (s. 95, 2016) mener at vi veldig forenklet kan se på de ulike metodene som at vi «ved kvantitativ forskning kartlegger *at* noe skjer, mens kvalitativ forskning avdekker *hvorfor* det skjer». Tjora (2021) beskriver de generelle karakteristikkene ved de to metodene ved at de settes mot hverandre, at man ser på kvalitativ metode opp mot kvantitativ metode. Han viser til at kvalitativ metode fremhever innsikt eller søker forståelse, mens kvantitativ metode fremhever oversikt eller søker forklaring. Selv om Tjora (2021) vektlegger at disse generelle tankene sier mye riktig så er det å stille dem mot hverandre uhensiktsmessig, da de ulike metodene kan forklare ulike aspekter ved det samme fenomenet.

Triangulering er en velkjent prosedyre som blir brukt for å sikre kvaliteten på en undersøkelse (Postholm, 2010). Triangulering handler om å samle data og informasjon fra ulike kilder som bidrar til å bekrefte funn, og Postholm (2010) hevder at bruk av flere kilder styrker funnene i forskning. I denne studien er det benyttet metodetriangulering i form av pretest, posttest og intervju, og datatriangulering i form av elevarbeid og elevutsagn. Både Tjora (2021) og Rosaline (2014) peker på at fellestrekk mellom datamaterialene potensielt gir et rikere grunnlag for forskning enn hva metodene sett opp mot hverandre gir. Man må se på datamaterialet som en helhet hvor man kombinerer de kvalitative og de kvantitative dataene for å få ut potensialet som ligger i metodetriangulering. Når man kombinerer de kvalitative og de kvantitative dataene får man mer enn bare summen av de to delene (Fetters & Freshwater, 2015). Å bruke ulike metoder for datainnsamling kan være med på å kompensere for svakheter hos den enkelte metode, og dermed styrke funnene (Postholm, 2010)

4.2 Utvalg

Innhenting av data ble gjennomført på 6.trinn ved en større barneskole i Oslo (skolen har mer enn 400 elever). Prosjektet er gjennomført i samråd med rektor ved skolen hvor jeg jobber. I LK06 var et av kompetansemålene for 4.årstrinn at elevene «skal kunne lese av, plassere og beskrive posisjoner i rutenett, på kart og i koordinatsystem, både med og uten digitale verktøy» (Utdanningsdirektoratet, 2013). Denne læreplanen var gyldig frem til høsten 2020. Elevene som i skoleåret 2019/2020 gikk i 4.klasse, ble undervist med denne læreplanen. Disse elevene går nå i 6.klasse. Valget falt på da på elevene på 6.trinn.

Elever som nå går på 6.trinn, er på sitt andre skoleår hvor de undervises etter den nye læreplanen LK20 etter fagfornyelsen. Elevene ble undervist etter den gamle læreplanen (LK06) ut fjerdeklasse, og skal ha lært om koordinatsystem senest i 4.klasse. De hadde ikke hatt om koordinatsystemet verken i 5. eller 6.klasse, men skulle ha om koordinatsystemet senere i 6.klasse. Det bør også nevnes at jeg jobber som faglærer på trinnet hvor disse elevene går, og underviser dem 3 timer i uka i andre undervisningsfag. Jeg hadde derfor en relasjon til elevene fra før, men kjente dem ikke veldig godt.

Jeg sendte ut informasjonsskriv med samtykkeskjema til alle elevene på trinnet, og var innom alle klassene og fortalte kort hva forskningsprosjektet handler om. Elevene fikk også mulighet til å stille spørsmål om det var noe de lurte på. Elevene og de foresatte ble informert om at deltakelsen var frivillig, og at det det til ethvert tidspunkt var mulig å trekke seg. Informasjonsskrivet med samtykkeskjema ligger vedlagt (vedlegg 2). Jeg fikk tilbake signatur på samtykkeskjemaet for 58 elever. Av disse var det 41 elever som deltok på både pre- og posttesten, og disse danner grunnlaget for den kvantitative datainnsamlingen. Elever som kun var til stede på en av testene ble fjernet fra utvalget, da det ikke var noe sammenligningsgrunnlag for disse resultatene.

Etter at elevene hadde gjennomført både pre- og posttesten, foretok jeg en kriteriebasert utvelgelse til de kvalitative intervjuene (Johannessen et al., 2016). Jeg ønsket å undersøke elever som hadde en tydelig forbedring fra pretesten til posttesten. Kriteriene var at elevene hadde under halvparten av oppgavene rett i pretesten og at de hadde økt resultatet med minst 5 oppgaver i posttesten. Av det kvantitative utvalget var det 19 elever som oppfylte disse kriteriene. Blant disse elevene foretok jeg en tilfeldig utvelgelse av seks elever til de kvalitative intervjuene. I transkribering og oppgavegjennomgang ble disse elevene anonymiserte og gitt navn uavhengig av kjønn.

4.3 Metode for datainnsamling

For å søke svar på min problemstilling har jeg brukt både tester og intervju av elever. To ulike datainnsamlingsmetoder ble valgt for å kunne få en større bredde i datagrunnlaget, og for å kunne søke bekreftelse på funnene i de ulike dataene med hverandre. I dette delkapitlet vil jeg presentere gjennomføringen og de metodiske valgene jeg har tatt for datainnsamlingen.

4.3.1 Gjennomføring av prosjektet

Forskningsprosjektet ble gjennomført på 6.trinn ved hjelp av lærere og elever på trinnet. I samarbeid med lærerne la jeg inn en beskrivelse av spillet Slagskip i ukeplanleggeren som brukes på trinnet, og forklarte for lærerne hvordan jeg hadde lagt opp til at det skulle gjennomføres. Det var de lærerne som underviser i matematikk i de respektive klassene som gjennomførte pre- og posttestene med elevene, og det var disse lærerne som spilte spillet med elevene i matematikktimene.

Selve datainnsamlingen foregikk over en periode på fire uker. I starten av disse fire ukene gjennomførte lærerne pretesten i klassene sine. Deretter spilte de spillet Slagskip i cirka femten minutter med klassen sin. Deretter ble det spilt Slagskip i matematikktimene to ganger i uken i tre sammenhengende uker. Etter at elevene hadde spilt Slagskip totalt seks ganger på tre uker gjennomførte elevene en ny test for å undersøke hvilken kompetanse de har om koordinatsystemet. I etterkant av perioden har jeg gjennomført intervjuer med seks elever.

4.3.2 Pre- og posttest

Pre- og posttesten brukes for å studere variasjon, og faller innenfor panelundersøkelser. Testene undersøker de samme enhetene på ulike tidspunkt. Pre- og posttesten bestod av seks oppgaver som elevene skulle svare på, hvor noen av oppgavene hadde flere deloppgaver. Elevene skulle avgi totalt 15 svar i begge testene. Det var tre ulike typer oppgaver: markere et eller flere punkter ut fra gitte koordinater, lese av koordinatene til gitte punkter og flervalgsoppgave hvor de skulle krysse av for riktige koordinater til et gitt punkt. Sammensetningen av de ulike oppgavetypene ble brukt for å avdekke elevenes kompetanse om koordinatsystemet. Variasjonen i oppgavene ble valgt på bakgrunn av at de dekker flere aspekter av elevenes kompetanse, både om de kan lese av koordinater, om de kan markere gitte koordinater, og om de kan velge ut de riktige koordinatene når de får oppgitt flere ulike koordinater for et punkt. Det vil være svært liten sjanse for å få rett ved å svare tilfeldig, og mangel på kunnskaper vil dermed kunne avdekkes bedre med en variasjon av oppgaver enn hvis det eksempelvis kun hadde vært flervalgsoppgaver.

Med unntak av to oppgaver var ikke oppgavene i testene identiske, men det var like mange av hver oppgavetype i begge testene. Den største forskjellen fra pretesten til posttesten var at de to første oppgavene i pretesten hadde et koordinatsystem med bare positive koordinater på aksene. I posttesten hadde disse oppgavene det samme koordinatsystemet med positive og negative tall på begge aksene i alle oppgavene. I de to første oppgavene i pretesten ønsket jeg å avdekke elevenes kunnskaper om første- og andrekoordinat, og valgte derfor å kun ha positive koordinater. Endringen til posttesten ble gjort på grunnlag av at elevene spilte spillet Slagskip i et koordinatsystem fra -5 til 5 på begge akser, og dermed kunne antas å ha kjennskap til de negative koordinatene.

Selv om oppgavene i testene ikke var identiske, tester de likevel den samme typen kompetanse. I oppgave 1 og 5 testes elevenes kompetanse i å lese av koordinater til gitte punkter. I oppgave 3 utfordres elevenes kompetanse i å velge det riktige koordinatparet for et gitt punkt blant fire mulige koordinater. I de tre andre oppgavene, oppgave 2, 4 og 6, ble elevenes kompetanse i å markere punktene til gitte koordinater testet.

Et annet kompetanseaspekt som oppgavene også testet, var elevenes kompetanse om positive og negative tall. De to testene hadde, som vil bli nøyere gjennomgått i kapittelet med resultater og analyse, ulik mengde av de ulike koordinatsammensetningene. Men i begge testene er alle de fire mulige koordinatsammensetningene testet, som var to positive koordinater, to negative koordinater, positiv førstekoordinat og negativ andrekoordinat, og negativ førstekoordinat og positiv andrekoordinat. Testene ligger vedlagt i vedlegg 3 og 4.

4.3.3 Intervju

Intervju beskrives av Kvale og Brinkmann (2015) som en samtale med en struktur og et formål, hvor man bedre kan forstå hverandre gjennom å spørre spørsmål, kommentere på hverandres handlinger eller utsagn, og beskrive hva man tenker og mener. I et intervju er rollene tydelige, den som holder intervjuet stiller spørsmål og følger opp svar man får fra informanten. Formålet med intervjuer er å forstå eller å beskrive noe, og karakteriseres mer som en dialog enn bare spørsmål og svar (Johannessen et al., 2016). Intervjuer gir informantene større frihet til å uttrykke og forklare seg enn hva et spørreskjema eller en test vil gjøre. Intervjuer kan gi mer fyldige og detaljerte beskrivelser av informantens forståelse, og informantens oppfatninger kommer bedre frem (Johannessen et al., 2016).

Denne informasjonen understøtter at det er hensiktsmessig å benytte intervju som en del av metoden. Jeg valgte å benytte meg av intervjuer av seks elever for å få et mer nyansert bilde av datamaterialet og for å få en bredde i datamaterialet. Min forskning ser på elevenes kunnskaper og hva de kan, og det er elevene som spiller Slagskip og tar testene. Da er det svært hensiktsmessig å intervjue noen elever for å få et større innblikk i deres tanker og kunnskaper. Jeg antok at elevene kan forklare sine handlinger og avgjørelser tilknyttet oppgavene i pre- og posttesten, samt at de kunne forklare plasseringer av noen punkter i et koordinatsystem.

Jeg har gjennomført seks intervjuer med enkeltelever. Intervjuene har foregått på et grupperom på skolen, hvor vi fikk sitte uforstyrret. Intervjuene varte i underkant av 10 minutter hver, og det ble tatt lydopptak. Jeg valgte å gjøre semistrukturerte intervjuer. Jeg hadde laget en intervjuguide på forhånd, denne ble benyttet som et støttende verktøy under intervjuene for å sikre at vi kom innom alle temaene. Ved å gjennomføre semistrukturerte intervjuer var intervjusituasjonen ganske uformell for elevene. Jeg måtte likevel ta høyde for at intervjusituasjonen er asymmetrisk, hvor jeg som intervjuer er den som har myndigheten. Fleksibiliteten ved semistrukturerte intervjuer, det å ikke følge en satt rekkefølge for intervjuet, gjør at samtalen kan følge den retningen intervjuobjektet fører den. Jeg stilte oppfølgingsspørsmål og gjorde meg noen notater underveis, og har transkribert intervjuene ordrett ut fra lydopptakene i etterkant. Se vedlegg 5 for intervjuguide.

4.4 Bearbeiding og analyse av datamaterialet

I dette delkapittelet presenteres det hvordan datamaterialet ble analysert, og prosessen for å komme til analysen og funnene. De analytiske verktøyene introduseres, og det gjennomgås hvordan transkriberingen og kodingen foregikk.

I arbeidet med å analysere datamaterialet har jeg brukt to analytiske verktøy, Excel og NVivo. Disse verktøyene har gitt meg oversikt og struktur på datamaterialet. For det kvantitative datamaterialet har jeg benyttet Excel for å gjennomføre statistiske analyser og for å studere de innsamlede resultatene. Jeg har også benyttet SPSS for å gjøre en t-test av det kvantitative datamaterialet. Det kvalitative datamaterialet er transkribert og overført til NVivo hvor jeg har organisert og kodet materialet.

For pre- og posttesten har jeg gitt datamaterialet kodene «0» for feil og «1» for riktig. Oppgaver som elevene ikke svarte på, ble også kodet som feil. Det samme ble oppgaver hvor elevene hadde markert punkter, men ikke skrevet hvilken deloppgave som gjaldt for hvilket punkt.

4.4.1 Transkribering

For transkriberingen av intervjuene ble de følgende transkripsjonskodene benyttet for å gi best mulig oversikt.

Tekst…	Pause på mellom opptil 3 sekunder
[ ]	Ikke-verbal handling
(...)	Utsagn tatt bort
Tekst-	Person blir avbrutt

Disse ble brukt konsekvent gjennom transkriberingen av intervjuene. Alle utsagn ble transkribert til bokmål, slik at ingen intervjudeltakere kan kjennes igjen basert på deres dialekt. Deltakerne var også anonymiserte med pseudonymer.

4.4.2 Koding

Kodingsprosessen startet ved at transkripsjonene ble gjennomgått og det ble lett etter foreløpige kategorier. Deretter ble disse kategoriene gjennomgått, og de endelige kategoriene ble indentifiserte (Rennstam & Wästerfors, 2015). Intervjuene av elevene ble gjennomgått og kodet i henhold til de fem trådene som, ifølge Kilpatrick et al. (2001), utgjør matematisk kompetanse. Som forklart i teorikapittelet er disse trådene resonnering, anvendelse, begrepsmessig forståelse, beregning og engasjement. Disse komponentene henger tett sammen, og det var til tider vanskelig å skille hvilken kode enkelte utsagn havnet innenfor. Ettersom trådene henger såpass tett sammen, så jeg det da hensiktsmessig å kode samme utsagn med flere koder, da utsagnet viser ulike deler av kompetansen til eleven.

4.4.3 Kodeguide

Disse kodene ble valgt for å undersøke hvilke deler av den matematiske kompetansen som kommer til uttrykk gjennom intervjuene med elevene. Noen av kodingene fra intervjuene vises som eksempler i tabell 1 nedenfor.

Kode	**Beskrivelse**	**Eksempler fra intervjuene**
Resonnering	Eleven uttrykker hva han/hun kunne da de begynte å spille	«Fordi det første tallet er bortover, og det andre tallet er nedover.»
Anvendelse (strategisk tenking)	Eleven forklarer hvorfor andre punkter ikke stemmer med de oppgitte koordinatene	«Ja, fordi det er -3 som er på andre akse og ikke 3.»
Begrepsmessig forståelse	Eleven sier noe om hva han/hun kan eller forstår	«Fordi man starter alltid med den nederste, liksom, den vannrette.»
Beregning	Eleven markerer punkter ut fra gitte koordinater	«...-3, … -5. [snakker til seg selv mens han markerer]. Da er det her.»
Engasjement	Eleven sier hva han/hun har blitt bedre på ved å spille	«Jeg visste ikke for eksempel at man måtte ha vannrett først.»

Tabell 1: Oversikt over kodene og eksempler

4.5 Forskningsetikk

Forskningsetikk handler i korte trekk om verdier, normer, regler og prinsipper som danner og regulerer vitenskapelig virksomhet (Johannessen et al., 2016; NESH, 2021). Kvale og Brinkmann (2015) peker på informert samtykke, forskerens rolle, konfidensialitet og konsekvenser for deltakelse i forskningsprosjektet som de områdene som det tradisjonelt diskuteres i sammenheng med etiske retningslinjer for forskning. Jeg har tilstrebet å ivareta disse prinsippene på en mest mulig etisk måte.

I forkant av prosjektet fikk informantene utdelt et skriftlig informasjonsskriv med samtykkeskjema som informerte om prosjektet og inviterte elevene til å delta. Skrivet forsikret deltakerne full konfidensialitet, og de foresatte måtte skrive under på skjemaet som en godkjennelse på at deres barn kunne delta i forskningsprosjektet. Underskriften fra de foresatte ga samtykke til at barnet kunne delta i pre- og posttesten, delta i intervju, og at lydopptak kunne lagres frem til prosjektets slutt. Informasjonsskrivet inneholdt også kontaktinformasjon til meg og veileder, slik at foresatte kunne ta kontakt dersom de hadde noen spørsmål. All deltakelse var frivillig, og informantene var informert om muligheten til at de når som helst kunne trekke samtykke uten å måtte oppgi noen grunn. Elevene ble informert muntlig om undersøkelsen og dens konfidensialitet, samt at det var frivillig å delta og at de når som helst kunne trekke seg fra undersøkelsen.

Jeg har tilstrebet å overholde konfidensialitet i oppgaven gjennom anonymisering av alle persondata. Alle informanter har blitt anonymiserte og intervjuobjektene har fått fiktive navn i oppgaven. Det kvantitative datamaterialet har blitt anonymisert og kodet, og kodenøkler og datamateriale er lagret på ulike, sikre steder. Lydopptakene fra intervju har blitt oppbevart på forsvarlig måte i tråd med personopplysningsloven. Alle lydopptak har blitt slettet ved prosjektets avslutning.

Jeg har også vurdert eventuelle konsekvenser ved deltakelse i forskningen. I tråd med hva Kvale og Brinkmann (2015) skriver om nytteperspektivet, har jeg vurdert at elevers deltakelse potensielt vil ha større andel fordeler enn hva risikoen er for å skade deltakerne. Det er mitt ansvar som forsker å vurdere dette, og jeg har vurdert betydningen av oppnådd kompetanse som større enn den negative påvirkningen som deltakelsen i prosjektet vil kunne ha på elevene.

Alle deltakerne i forskningsprosjektet har helt fra starten av vært klar over min rolle i prosjektet. Min kjennskap til elevgruppen er med på å påvirke min uavhengighet som forsker. Jeg har vært bevisst på min rolle og tilknytning til deltakerne, og har jobbet for at dette ikke skal påvirke hvordan jeg ser på resultatene av undersøkelsen. Jeg har tilstrebet å legge like stor vekt på alle resultater og har jobbet for å se datamaterialet med et objektivt og nøytralt blikk, slik at mine forskningsresultater er representative og valide. I intervjusituasjonen er maktforholdet mellom meg som forsker og intervjuobjektet asymmetrisk, hvor jeg er den som har vitenskapelig kompetanse og setter rammene for intervjuet (Kvale & Brinkmann, 2015). Dette har jeg vært bevisst både i intervjusituasjonen og i mitt arbeid med datamaterialet i etterkant.

Prosjektet ble meldt til Norsk senter for forskningsdata (NSD) i starten av arbeidet med prosjektet. NSD har vurdert og godkjent prosjektet med forbehold om at retningslinjene som ligger til grunn følges og at alle data anonymiseres og/eller slettes ved prosjektets slutt. Godkjenningen fra NSD ligger vedlagt.

4.6 Reliabilitet og validitet

4.6.1 Reliabilitet

Forskningsprosjektets reliabilitet og validitet beskriver kriterier for forskningens kvalitet. Reliabiliteten omhandler påliteligheten til dataene i undersøkelsen, hvor nøyaktige dataene er, hvordan dataene er samlet inn og hvordan de er bearbeidet (Johannessen et al., 2016). Under reliabilitet ligger både pålitelighet, konsistens og reproduserbarhet (Cohen et al., 2018). Det er viktig at forskeren er grundig, åpen, forsiktig og ærlig i forskningen, og at dette kommer frem gjennom forskningsprosjektet (Robson & McCartan, 2016).

Som forsker har jeg forsøkt å være så objektiv som mulig, både i utvelgelsen av intervjudeltakere og utvelgelsen av data (Cohen et al., 2018). For mitt forskningsprosjekt ble dette gjort ved å inkludere alle deltakerne som leverte samtykkeskjema og som var til stede og gjennomførte både pre- og posttest. Under intervjuene forsøkte jeg i størst mulig grad å holde meg nøytral og ikke stille ledende spørsmål. For kodingen av intervjutranskripsjonene var det viktig med en presis kodeguide som hadde tydelige teoretiske bånd, som gjør at det ikke er noen tvil om hva som menes med de ulike kodingskategoriene. En annen forsker vil kunne benytte de samme kategoriene og kunne trekke ut de samme resultatene fra datamaterialet.

Cohen et al. (2018) trekker frem to dimensjoner av reliabilitet, en intern og en ekstern dimensjon som kilder til diskusjon rundt forskningsresultatenes pålitelighet. Den interne dimensjonen handler om i hvilken grad de produserte resultatene faktisk gjenspeiler hva som skjedde og ble produsert av resultater. Den eksterne dimensjonen handler om forskningens overførbarhet. I dette forskningsprosjektet var alle elever, uansett kompetanse og forutsetninger, inkludert i undersøkelsen for å skildre elevvariasjonen i skolen. Gjennom forskningsprosjektet har jeg forsøkt å forklare, begrunne og være åpen om valg gjennom prosessen. I tillegg bidrar studiens triangulering til å styrke resultatenes funn.

4.6.2 Validitet

Forskningsprosjektets validitet handler om hvor godt dataene representerer virkeligheten, og om dataene er troverdige og relevante. Johannessen et al. (2016) mener at validitet bør ses på som et spørsmål om grad, og ikke som en absolutt tilstand. Både Cohen et al. (2018) og Johannessen et al. (2016) beskriver tre ulike former for validitet som er relevante for dette forskningsprosjektet: indre validitet, ytre validitet og statistisk validitet. I tillegg til pre- og posttestens validitet beskrives.

Indre validitet handler om studiens troverdighet, og i hvor stor grad datamaterialet understøtter tolkningene og konklusjonene (Robson & McCartan, 2016). En studie gjort over lengre tid, kan øke validiteten i studien (Robson & McCartan, 2016). Ettersom dette forskningsprosjektet foregikk over fire uker, kan dette være med på å øke studiens validitet. Robson og McCartan (2016) skriver også at den indre validiteten i forskningen styrkes gjennom datatriangulering, ved at de ulike dataene kan sjekkes opp mot hverandre. Intervjuene og testene i denne studien er dermed med på å øke forskningens validitet.

Ytre validitet handler om forskningens mulighet for generalisering til andre kontekster eller sammenhenger (Kleven, 2008). For å kunne overføre funn til personer som ikke er en del av utvalget, må utvalget gjøres representativt fra populasjonen man sier noe om. I denne forskningen er dette 6.klassinger, hvor mitt utvalg er på 41 elever. Dette er en liten mengde av totalen, og ikke et tilfeldig utvalg ettersom elevene og deres foresatte måtte godkjenne deltakelse i studien. Likevel kan det trekkes skjønnsmessige generaliseringer basert på det aktuelle utvalget, og det kan diskuteres i hvilken grad resultatene fra undersøkelsen kan overføres til andre persongrupper (Kleven et al., 2011).

Statistisk validitet handler om grunnlaget for å kunne trekke slutninger fra et utvalg til en populasjon (Johannessen et al., 2016). Vi må stille spørsmål ved om statistikken er gyldig, og om tendensene i materialet er sikre nok for videre tolkning (Kleven, 2008). Tallmaterialets nøyaktighet, et lavt nivå av målefeil og et stort utvalg vil være med på å gjøre den statistiske usikkerheten liten. Mitt utvalg, som er 41 elever på 6.trinn, er ikke et veldig stort utvalg, og kan gjøre at den statistiske validiteten er lavere enn ønsket. Et annet aspekt ved statistisk validitet er signifikansnivå, som i denne undersøkelsen var $p<0,001$, og som sier at det er minimal sjanse for at resultatene av testene er tilfeldige (Cohen et al., 2018).

For pre- og posttestens validitet, må testens innhold vurderes. Det må være presist og representativt med tanke på hva som skal undersøkes, og språket må være utvetydig (Cohen et al., 2018). Oppgavene i testene ble utformet med inspirasjon fra oppgaver i læreverket Multi fra Gyldendal. Oppgavene i læreverket er laget for å utvikle kompetanse for å nå kompetansemålene i læreplanen, og ettersom oppgavene i testene er utarbeidet som lignende oppgaver, bidrar dette til testenes validitet.

Cohen et al. (2018) bruker begrepet *concurrent validity* for å omtale om det er høy korrelasjon mellom data samlet inn på to ulike måter, for eksempel tester og intervju som er benyttet i denne forskningen. Dersom resultatene stemmer overens med hverandre for gitte kriterier i forskningen, som endring i kompetanse, kan man med større sikkerhet si at det har skjedd en endring i kompetansen. Forskningens validitet er større.

4.7 Metodekritikk

I etterkant av forskningsprosjektet ser jeg at det er ting som kunne blitt gjort annerledes. De kvantitative dataene er samlet inn gjennom en panelundersøkelse, hvor de samme elevene svarte på en test på to ulike tidspunkter. Jeg hadde ingen kontrollgruppe som ikke spilte Slagskip mellom testene for å bekrefte eller avkrefte funnene, hvilket kunne bidratt til å styrke oppgaven. Dersom halvparten av de som signerte samtykke skulle vært en kontrollgruppe, ville datamaterialet for elevene som spilte Slagskip blitt veldig lite.

Dersom prosjektet skulle blitt gjennomført på nytt, ville jeg ha endret på noen av oppgavene i testene og i intervjuene. I pretesten var det to oppgaver som omhandlet koordinatene (3, 3), som vil resultere i riktig svar uavhengig av hvilken akse man leser av førstekoordinaten på. Disse oppgavene tester elevens kompetanse i svært liten grad, og gjenspeiler heller ikke en eventuell manglende kompetanse. Slike oppgaver burde vært unngått, og kan gi et skjevt bilde av hvilken kompetanse elevene besitter. Også oppgaver som har like siffer, slik som i pretestens oppgave 6, gjør det mulig for elevene å tippe plassering på deloppgavene om elevene ser et mønster.

En annen ting som kunne vært gjort bedre, var utformingen av koordinatene i testene, spesielt i pretesten. Oppgaver med like koordinater innad samme test burde vært unngått, og oppgaver med like tallpar, slik som (3, 3) burde ikke vært med. For et bedre sammenligningsgrunnlag mellom testene og resultatene, burde det også vært et større samsvar i antall oppgaver med de ulike koordinatsammensetningene.

Ettersom målet med forskningen var å undersøke hvilken endring man kan se i elevers matematiske kompetanse, var det kun elever som hadde hatt en endring fra pre- til posttest som ble intervjuet. Disse er ikke representative for variasjonen i utvalget, da der også var elever som både viste kompetanse i begge tester, og elever som viste svært lav kompetanse også i posttesten. Men for å undersøke hvilken endring man kan se i elevers matematiske kompetanse ble det valgt elever som hadde en endring. Spørsmålene og oppgavene som ble gitt i intervjuene burde også kunne vist flere sider av elevenes kompetanse, slik som i testene. Det ville styrket oppgaven.

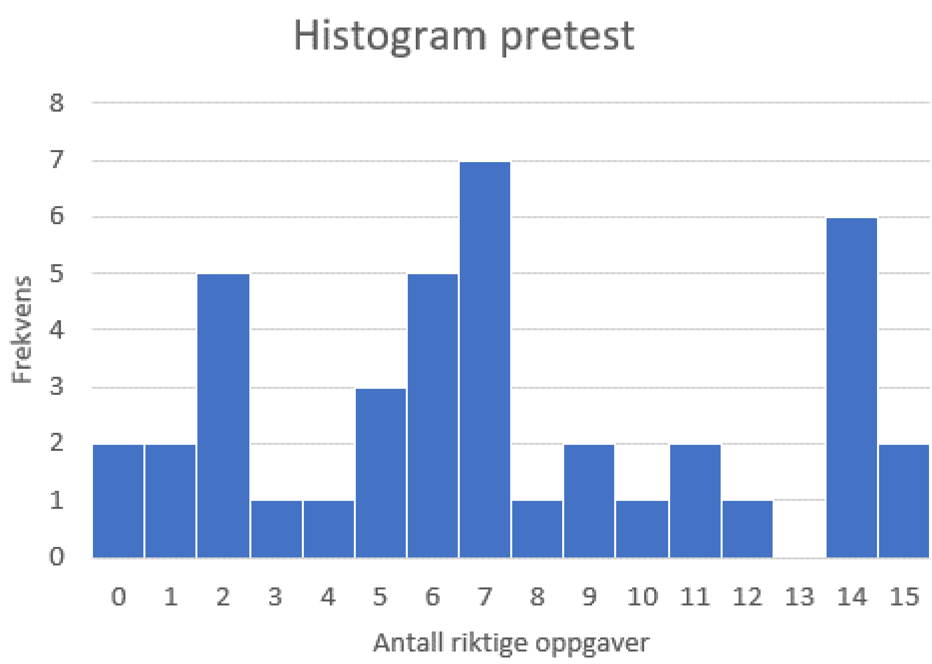
5 Resultater og analyse

I dette kapittelet vil resultatene fra undersøkelsen presenteres og analyseres. Innledningsvis presenteres deskriptiv statistikk fra pre- og posttesten, og deretter følger en gjennomgang av avvik og variasjoner i oppgaveresultatene på pre- og posttesten. Resultatene på oppgavene i testene gjennomgås og analyseres i kronologisk rekkefølge. Videre følger en gjennomgang av resultatene for hver av de intervjuede elevene. Deretter følger en resultatene og analyse av elevintervjuene. Kapittelet avsluttes med en oppsummering av funnene.

5.1 Pretest og posttest

5.1.1 Deskriptiv statistikk

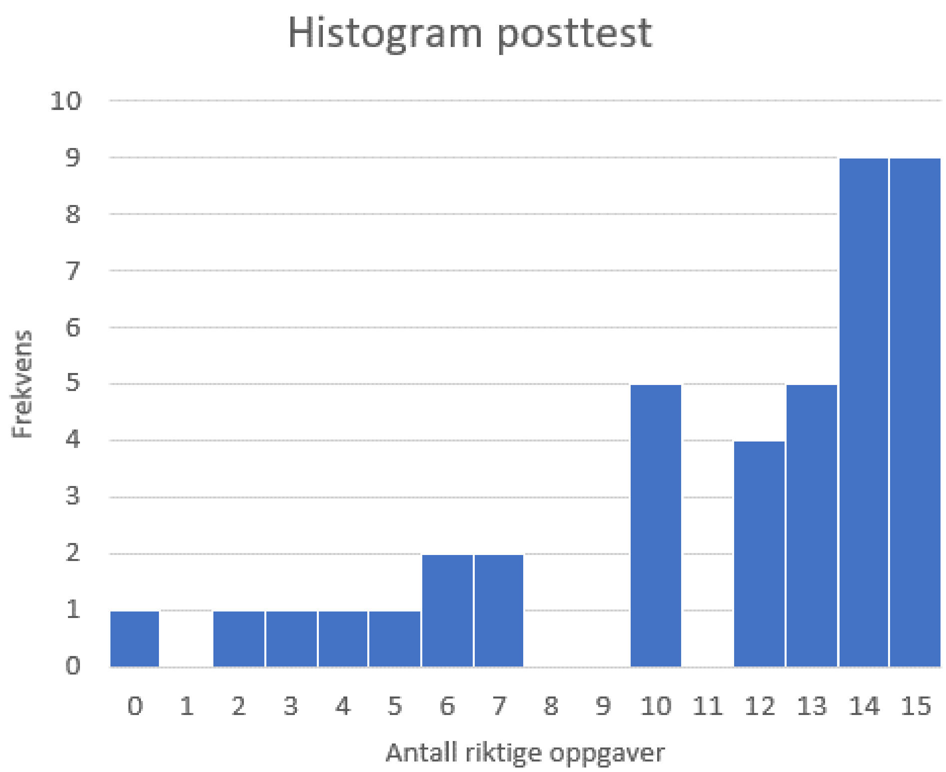
Både pretesten og posttesten bestod av 15 deloppgaver. I pretesten (T1) hadde elevene i gjennomsnitt rett svar på 48,29% av oppgavene, mens gjennomsnittet for antall rette svar var økt til 75,45% i posttesten (T2). Det tilsvarer et gjennomsnitt på henholdsvis 7,24 riktige svar på oppgavene i pretesten og 11,31 riktige svar på oppgavene i posttesten. Fordelingen av elevenes prestasjoner på pre- og posttesten er i figur 5 og 6 illustrert ved histogrammer.



Figur 4: Spredningen i pretesten vist som histogram

Histogrammene for pre- og posttesten viser spredningen i elevresultatene. På pretesten (figur 4) var elevenes resultater svært spredte og asymmetriske, og resultatene var ikke normalfordelte. Det var like mange elever som hadde ingen riktige oppgaver, som elever som hadde alle oppgavene riktig. Gjennomsnittet i pretesten var som nevnt like over 7 av 15 riktige, og størstedelen av elevene presterte dårligere enn dette. Det viser at mange av elevene hadde lite eller dårlig kompetanse om koordinatsystemet ved prosjektets start, og det var status for utvalget i undersøkelsen.

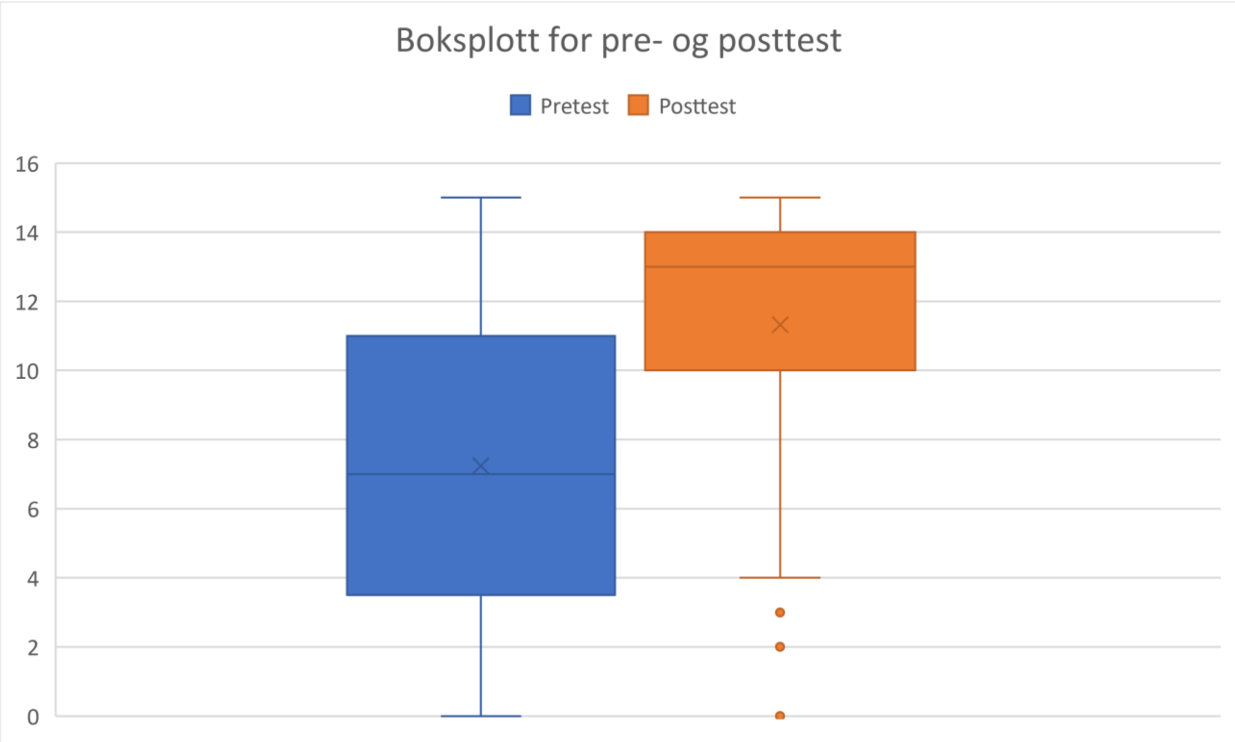
Fra pre- til posttesten skjedde det en markant endring. Som figur 5 viser har resultatene tydelig endret seg i posttesten, med en skjevhet mot høyre. Mer enn tre fjerdedeler av elevene hadde 10 eller flere riktige på posttesten. Hele 18 elever hadde 14 eller 15 riktige. Mens det i pretesten var flest elever som hadde 7 eller færre oppgaver riktig, er det i posttesten mange flere elever som har fått 10 eller flere riktige på oppgavene. Det forteller at størstedelen av elevene har et høyt antall riktige svar i posttesten, som igjen kan bety at de har bedre kompetanse for hvordan de skal utføre oppgaver som omhandler koordinatsystemet.



Figur 5: Spredningen i posttesten vist som histogram

For å se på spredningen og skjevheten i datamaterialet på en annen måte, har jeg også benyttet meg av boksplott. Boksplott tar utgangspunkt i medianen og kvartilbredden i datamaterialet for hver variabel, og illustrerer spredningen for dataene ved bruk av kvartiler. Dersom noen data skiller seg veldig ut fra resten, markeres disse utenfor boksplottet og kvartilene. Dette gjør at boksplott er ideelle å bruke for data som er asymmetriske eller uregelmessige (Krzywinski & Altman, 2014).

I et boksplott deles de sorterte resultatene for hver variabel i fire like store deler, og delingspunktene kalles kvartiler. Delingspunktet i midten av hele datamaterialet er medianen (50.persentil), også kalt andre kvartil. Denne illustreres som en strek gjennom boksplottet. Det vil alltid være like mange registrerte resultater over og under medianen, og den kan gi en annen vinkling på fordelingen i datamaterialet enn sentralmålene. Innenfor boksen i boksplottet ligger 50 % av resultatene, og dette er alle resultatene fra første kvartil (25.persentil) til tredje kvartil (75.persentil).



Figur 6: Boksplott som viser spredningen i resultatene

Boksplottene for pre- og posttesten vises begge i figur 6 ovenfor. I boksplottene vises det tydelig at resultatene har forbedret seg fra pretesten til posttesten. Medianen er mye høyere, fra 7 i pretesten til 13 i posttesten, og spredningen er også betydelig mindre. Kvartilene i boksplottet er her benyttet som spredningsmål. Boksen i boksplottene inneholder alle resultater fra første kvartil til tredje kvartil, og utgjør halvparten av resultatene i testene.

Boksen i boksplottene er markant mindre for posttesten. Sammenlignet med gjennomsnittet (som er markert med et kryss) viser medianen hvor midten av datamaterialet ligger. Boksen i boksplottene utgjør kvartilbredden i resultatene, og også denne er betydelig mindre i posttesten. Den høye kvartilbredden i pretesten betyr at det er stor spredning i resultatene, mens den lave kvartilbredden i posttesten betyr at det er liten spredning i resultatene. Boksplottet visualiserer denne endringen tydelig, og endringen er så stor at andre kvartil i posttesten nesten ligger høyere enn tredje kvartil i pretesten. Det viser tydelig at hovedmengden av resultatene er høyere i posttesten.

Boksplottet viser også om det er noen resultater som ligger langt unna resten. Disse kalles outliers, og markeres utenfor boksplottet som utenforliggende punkter. I pretesten var det ingen slike resultater, da alle resultatene lå innenfor halene (whiskers). I posttesten derimot, var det tre slike outliers, altså resultater som skilte seg ut. Disse ligger utenfor nedre hale, som betyr at disse resultatene ligger lengre unna første kvartil enn kvartilbredden multiplisert med 1,5. For pre- og posttesten var kvartilbredden henholdsvis 7,5 (T1) og 4 (T2). For pretesten vil alle resultatene ligge innenfor halene ettersom kvartilbredden er lik halvparten av mulig total poengsum. For posttesten derimot, vil halen nedover i boksplottet inkludere resultatene fra første kvartil (10) og ned til 4.

I histogrammet for posttesten (figur 5) kommer det frem at det er tre enkeltelever som har fått 0, 2 og 3 riktige oppgaver. Disse tre skiller seg så mye ut fra hovedvekten av resultatene at de vise som egne punkter (outliers) utenfor boksplottet og halene. Disse elevene har fremdeles lite eller ingen kompetanse om koordinatsystemet. På bakgrunn av de veldig lave resultatene er det rimelig å anta at de få riktige elevene har kan skyldes oppbyggingen av koordinatene. Disse elevene har utelukkende svart rett på oppgaver hvor førstekoordinat var et positivt tall, og hvor andrekoordinat enten var et negativt tall eller et større positivt tall enn førstekoordinaten, og oppgaver hvor begge tallene var negativt, men det laveste sifferet var i førstekoordinaten, og punktet lå dermed nærmest førsteaksen.

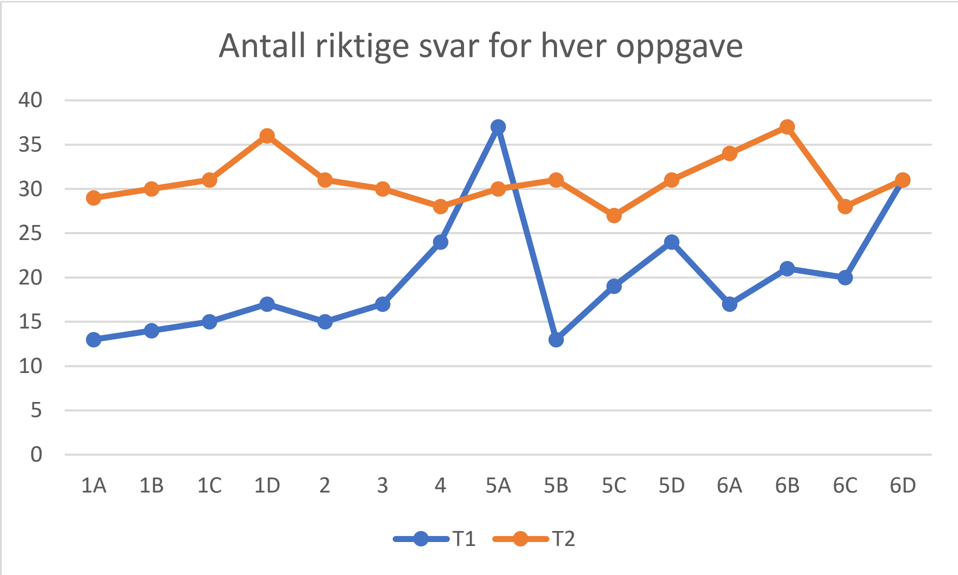
5.1.2 T-test

Jeg har også gjennomført en paret t-test for å bekrefte eller avkrefte at det er signifikant forskjell i resultatene. T-testen undersøker om det er signifikant forskjell mellom gjennomsnittet i de to datasettene fra pre- og posttesten. Jeg satte opp en nullhypotese om at det ikke var noen endring i elevenes kompetanse fra pre- til posttesten. Dersom det ikke var noen forskjell mellom datasettene, ville nullhypotesen H_O: $\mu 1 = \mu 2$ bekreftes.

T-testen viste at det var forskjell mellom datasettene, fra M = 0,4829 i pretesten til M = 0,7545 i posttesten. T-testen av datamaterialet viser at det er signifikant forskjell i gjennomsnittet i pre- og posttesten. Elevene har i gjennomsnitt scoret 27% bedre på posttesten, og nullhypotesen forkastes. P-verdien på <,001 viser til at det er kun 0,1% sjanse for dette resultatet av tilfeldige data. En så lav p-verdi tilsier at resultatet er pålitelig. Resultatet av t-testen bekrefter og underbygger de andre funnene, og vi kan være sikre på at resultatene ikke er tilfeldige.

5.1.3 Avvik og variasjoner i resultater på oppgavene

Ser man på oppgave for oppgave, var det i pretesten i gjennomsnitt 19,8 elever som svarte rett på hver oppgave. I posttesten var det økt til et gjennomsnitt av 30,93 elever som svarte rett på hver oppgave. Dette illustreres godt i figur 7, og gjenspeiles også i gjennomsnittsresultatene. Det er jevnt over en forbedring i resultatene fra pretesten (T1) til posttesten (T2). Grafen for pretesten har flere resultater på enkeltoppgaver som avviker fra resten av resultatene, og grafen er nokså ujevn og hakkete. Grafen for posttesten er derimot relativt jevn, og har færre oppgaveresultater som avviker fra de andre resultatene.



Figur 7: Grafisk fremstilling av riktige svar for hver enkelt deloppgave for pre- og posttesten

Oppgave	Pretest	Posttest
1A	(1, 4)	(6, 1)
1B	(4, 7)	(-4, 0)
1C	(8, 3)	(-1, -2)
1D	(6, 1)	(4, -5)
2	(7, 3)	(2, -4)
3	(3, -4)	(-5, 2)
4	(2, -4)	(-4, 5)
5A	(3, 3)	(-6, 2)
5B	(-3, 4)	(-1, -4)
5C	(0, -3)	(0, 3)
5D	(3, -4)	(2, 5)
6A	(-2, 3)	(-4, 2)
6B	(-2, -3)	(-1, -5)
6C	(3, -3)	(0, -2)
6D	(3, 3)	(3, 1)

Tabell 2: Oversiktstabell som viser koordinatene for hver deloppgave

Standardavviket i resultatene var stort (SD = 0,30 i pretesten, SD = 0,27 i posttesten), og gjennomsnittet og medianen gir ikke et tilstrekkelig bilde på nyansene i elevenes resultater. Ved å se på fordelingen for antall riktige svar på hver enkelt deloppgave (se figur 7), er det store variasjoner mellom oppgavene, og noen store avvik. I de påfølgende avsnittene vil disse gjennomgås.

Oppgave 1

Oppgave 1A var en av to oppgaver i pretesten som færrest elever svarte riktig på. Kun 13 elever leste av koordinatene til det gitte punktet (1, 4) riktig. Svært mange elever hadde skrevet at koordinatene til punktet var (4, 1), hvor de da har lest av den første koordinaten på y-aksen. Dette kan skyldes at elevene tror de skal lese av koordinatene på y-aksen først, eller at de har lest av koordinatene på den aksen som er nærmest punktet først. Dersom det siste er tilfellet, kan de på andre oppgaver ha fått riktig, da andre punkter lå nærmere x-aksen.

Oppgave 1A var også en av oppgavene som hadde færrest riktige svar blant oppgavene i posttesten. Da skulle elevene lese av koordinatene til punktet (6, 1). Også dette punktet hadde positive koordinater. Det var mer enn en dobling av riktige resultater på denne deloppgaven, fra pretesten til posttesten økte antallet riktige svar på oppgaven fra 13 til 29.

Alle deloppgavene i oppgave 1 handlet om å lese av koordinatene til gitte punkter. Alle deloppgavene i pretesten hadde positive koordinater, mens det i posttesten kun var oppgave 1A som hadde positive koordinater. De tre andre oppgavene hadde en eller to negative koordinater i sine tallpar, se tabell 2. I pretesten var det en svak økning i antall riktige besvarelser fra oppgave 1A til oppgave 1D. Det var flere betydelig flere elever som svarte riktig på disse oppgavene i posttesten, men økningen fra oppgave 1A til 1C var like stor i begge testene.

Oppgaven som skilte seg ut var oppgave 1D, hvor grafen i figur 7 har en betydelig økning. Dette var en av oppgavene i posttesten som flest elever svarte riktig på. I denne oppgaven skulle elevene lese av og skrive koordinatene til det gitte punktet (4, -5). Hele 36 av 41 elever svarte riktig på denne oppgaven. En av årsakene til dette kan være sammensetningen av tall i koordinatene. Ettersom et positivt tall er førstekoordinat og et negativt tall er andrekoordinat, kan det være at elever som synes negative tall er vanskelige og som ikke har utarbeidet en prosedyre for hvilket tall man leser av først, velger å lese av det positive tallet først. Disse elevene vil få feil resultat på oppgaver hvor førstekoordinaten er negativ og andrekoordinaten positiv.

Et av funnene som man kan stille seg undrende til er det faktum at kurven øker fra oppgave 1A til oppgave 1D i begge testene. Det er enten flere elever som endrer sin måte å lese av koordinatene på, eller så er det færre elever som skriver feil siffer etter hvert som de svarer på oppgavene. I pretesten var oppgave 1A en av oppgavene med lavest antall riktige svar. I denne oppgaven skulle elevene lese av koordinatene til punktet (1, 4). Dette punktet ligger nært y-aksen, og kan ha påvirket elevene til å skrive andrekoordinaten som førstekoordinat i sitt svar. De påfølgende oppgavene i pretesten lå lengre vekk fra y-aksen, hvor oppgave 1C og 1D lå noe nærmere x-aksen, og dette kan ha ført til at elevene leste av verdien på x-aksen først for disse oppgavene. De elevene det gjelder hadde i så fall en inkonsekvent måte å lese av koordinater på, hvilket vil påvirke om de svarer rett eller galt ut fra om koordinatene ligger nærmest x-aksen eller ikke. Disse elevene mangler kunnskap om hvilken akse førstekoordinaten leses av på.

Kurven gikk også oppover for oppgavene 1A-1D i posttesten. Mens det i pretesten bare var positive tallverdier i koordinatene, var koordinatene på disse oppgavene i posttesten satt sammen ulikt med positive og negative tall. Selv om det var oppgave 1A som hadde to positive tallverdier i koordinaten, som var (6, 1), var det denne som færrest elever i posttesten hadde riktig. En mulig forklaring på det er at elevene ikke var helt påkoblet da de satte i gang med oppgavene, og svarte før de fikk tenkt seg om. Flere av elevene som hadde få feil i posttesten hadde feil på denne oppgaven. Resultatene for de påfølgende deloppgavene i posttesten var stigende, og resultatet på den siste deloppgaven med tallparet (4, -5) var, som allerede beskrevet ovenfor, tydelig høyere enn de foregående oppgavene.

Oppgave 2-4

Grafen for pretesten var relativt jevn fra oppgave 1A til oppgave 3, det var først fra og med oppgave 4 at vi ser store svingninger i resultatene. I oppgave 2 skulle elevene markere et punkt med gitte koordinater. Disse koordinatene var henholdsvis (7, 3) i pretesten og (2, -4) i posttesten. Det var 15 elever som svarte riktig på denne oppgaven. Over halvparten av elevene markerte dette punktet i koordinatsystemet i punktet (3, 7), som er med på å bekrefte mistanken om at elevene leser av førstekoordinaten på y-aksen.

Oppgave 3 var den eneste oppgaven som var en flervalgsoppgave. I denne oppgaven fikk elevene et punkt markert i et koordinatsystem og fire ulike koordinater oppgitt. Det var deres oppgave å krysse av for koordinatene som stemte overens med det gitte punktet. De markerte punktene var (3, -4) i pretestene og (-5, 2) i posttesten. Se vedlegg 3 og 4 for de ulike alternativene for koordinatene. Som vist i figur 7 lå resultatene for denne oppgaven litt under gjennomsnittet for begge testene. Flervalgsoppgaver kan se ut til å være utfordrende for noen elevers matematiske kompetanse, da de må klare å skille de ulike oppgitte koordinatene.

En av oppgavene med minst differanse i antall riktige besvarelser i pre- og posttesten er oppgave 4. Her skulle elevene markere punktet til koordinatene (2, -4) i pretesten og punktet (-4, 5) i posttesten. Begge disse resultatene avviker en del fra gjennomsnittet for begge testene. For pretesten er dette et positivt avvik, hvor 24 elever markerte riktig på oppgaven. Dette var en del høyere enn gjennomsnittet på 19,8 riktige elevsvar per oppgave. Det var derimot et negativt avvik for posttesten. Gjennomsnittet for posttesten var 30,93 riktige, mens det for denne oppgaven var 28 elever hadde markert punktet riktig.

Et annet funn som skilte seg ut i pretesten var mengden elever som svarte rett på oppgave 4 og oppgave 5D. Ut fra grafen i figur 7 ser man en tydelig økning i antall riktige svar sammenlignet med resten av oppgavene (sett bort fra oppgave 5A og 6D). Fellestrekket for disse to oppgavene var likhetstrekkene i deres koordinater. I oppgave 4 skulle elevene markere hvor punktet (2, -4) ligger i et koordinatsystem. I oppgave 5D var oppgaven å skrive koordinatene til det markerte punktet (som var (3, -4)). Begge oppgavene hadde koordinater hvor førstekoordinaten var et positivt tall, mens andrekoordinaten var et negativt tall. Sett opp mot andre oppgaver som har to positive koordinater, to negative koordinater, eller som har negativ førstekoordinat, skiller resultatene seg ut. Tendensen i elevsvarene kan tyde på at elevene da har lest det «letteste» tallet først, hvilket kan tolkes til å være det positive tallet.

Oppgave 5

De to største avvikene fra gjennomsnittet for pretesten er oppgave 5A og oppgave 6D. Her har henholdsvis 37 og 31 elever avgitt riktig svar. Oppgave 5A er også en av to oppgaver flest elever har svart riktig på hvis man ser på begge testene samlet. Resultatet er langt over gjennomsnittet for pretesten, og avviker tydelig fra de andre oppgavene. Både oppgave 5A og oppgave 6D omhandler koordinatene (3, 3). I oppgave 5A skulle elevene lese av koordinatene til punktet, og i oppgave 6D skulle elevene markere punktet. Oppgavene er ikke identiske, men omfatter de samme koordinatene (3, 3), som er et likt tallpar og som leses likt uavhengig hvilken akse man leser av den første koordinaten på. Et slikt likt tallpar i koordinatene som (3, 3) vil føre til et riktig resultat uansett om elevene leser av koordinatene på x- eller y-aksen først. Det vil dermed være vanskelig å avdekke mangler i elevenes kompetanse i å lese av og markere punkter på disse oppgavene, da oppgavene er utformet slik at elevene får rett svar ved avlesning på begge akser som første akse. Elevenes kompetanse om hvilken akse de skal lese av førstekoordinaten på vil heller ikke vises.

Ettersom oppgave 5A i pretesten hadde et stort positivt avvik fra gjennomsnittet, er kontrasten stor sammenlignet med oppgave 5B i pretesten. Dette var en av to oppgaver med færrest antall riktige svar, og grafen faller veldig fra oppgave 5A til oppgave 5B. Punktet elevene skulle lese av i koordinatene til oppgave 5B var punktet (-3, 4). Det var mange elever som skrev (4, -3) som svar på denne oppgaven. For posttesten var derimot resultatet tilnærmet lik gjennomsnittet, 31 elever svarte rett på denne oppgaven, hvor de skulle skrive koordinatene til punktet (-1, -4).

Funnet for oppgave 4 og 5D forsterkes ved å se på oppgave 5B i pretesten, hvor elevene skulle skrive koordinatene til punktet (-3, 4). Denne oppgaven, i tillegg til oppgave 1A, var oppgaven hvor færrest elever svarte riktig. En gjennomgående trend i mange elevers besvarelser var at de hadde gitt punktet koordinatene (4, -3). Det kan både tolkes som at elevene har skrevet koordinaten til den aksen punktet ligger nærmest punktet som førstekoordinat, og som at elevene har lest av den positive koordinaten først, men på feil akse. Dette kan tyde på at elevene ikke har kontroll på hvilken akse man leser av først for å finne koordinatene til et punkt.

I pretesten var resultatene for deloppgavene i oppgave 5 svært varierende. Deloppgave 5A og 5B hadde, som allerede nevnt, det høyeste og det laveste antallet riktige besvarelser av alle oppgavene i pretesten. Som illustrert i figur 7, økte mengden riktige besvarelser på oppgave 5C og 5D. I oppgave 5C skulle elevene lese av koordinatene til punktet (0, -3). 19 elever svarte rett på oppgaven, som er rett under gjennomsnittet. Koordinatene (3, -4) skulle leses av i oppgave 5D. Denne oppgaven svarte 24 elever riktig på, som gjør at den er blant oppgavene i pretesten som flest elever svarte riktig på. Det var nesten dobbelt så mange elever som svarte riktig på oppgave 5D sammenlignet med oppgave 5B i pretesten. Disse oppgavene hadde svært like koordinater, men resulterte likevel i svært ulikt antall riktige besvarelser. Grunnen til det ligger ganske sikkert i oppbyggingen av koordinatene, om det positive tallet var i første- eller andrekoordinaten. En trend som går igjen hos elevene, som allerede er forklart på tidligere oppgaver, var deres tendens til å lese det positive tallet først. Det vil i dette tilfellet gi feil svar for (-3, 4) i 5B, mens det gir riktig svar for (3, -4) i oppgave 5D. Denne gjentagende misoppfatningen ble rettet opp gjennom spillet, og ga betydelig bedre resultater på sammenlignbare oppgaver i posttesten.

For oppgavene 5A, 5B og 5D i posttesten er resultatene ganske jevne, og de avviker ikke mye fra gjennomsnittet (se figur 7). Den siste deloppgaven i oppgave 5 er derimot den oppgaven i posttesten med lavest resultat. I oppgave 5C skulle elevene lese av koordinatene til punktet (0, 3). Denne oppgaven svarte 27 elever riktig på. Det er ikke et veldig stort avvik fra gjennomsnittet på 30,93 riktige svar på oppgavene, men det skiller seg likevel ut som den oppgaven færrest elever svarte rett på i posttesten.

Oppgave 6

I oppgave 6 hadde hver deloppgave i pre- og posttesten lik sammensetning av koordinater. For oppgave 6A var det en negativ førstekoordinat og positiv andrekoordinat. I pretesten skulle elevene markere punktet med koordinatene (-2, 3), og i posttesten skulle elevene markere punktet med koordinatene (-4, 2). På pretesten svarte 17 elever riktig på denne oppgaven. Til sammenligning var det en dobling av riktige svar på den tilsvarende oppgaven på pretesten, hvor hele 34 av 41 elever svarte riktig på oppgaven. Ved en nærmere studering av resultatene, viser det seg at 19 av elevene som svarte feil i pretesten hadde rett svar på oppgaven i posttesten. Det tyder på at minst 19 elever har fått en bedre forståelse for koordinater med denne sammensetningen. To elever som svarte rett på pretesten svarte feil på denne oppgaven på posttesten.

Oppgave 6B hadde negativ førstekoordinat og negativ andrekoordinat i begge testene. I pretesten skulle elevene markere punktet (-2, -3), mens de i posttesten skulle markere punktet med koordinatene (-1, -5). 21 elever svarte riktig på denne oppgaven på pretesten, og til posttesten var det en økning på 16 riktige besvarelser. Hele 37 elever svarte riktig på oppgaven i posttesten. Det gjør oppgave 6B i posttesten, sammen med oppgave 5A i pretesten, til oppgaven med høyest resultat av samtlige oppgaver i begge testene.

På oppgave 6C skulle elevene markere punktet (3, -3) i pretesten og punktet (0, -2) i posttesten. Det var henholdsvis 20 elever i pretesten og 28 elever i posttesten som svarte rett på denne oppgaven. Resultatet for pretesten lå over gjennomsnittet for pretesten, og resultatet for posttesten lå under gjennomsnittet for posttesten. Økningen fra pre- til posttesten var relativt lav, det var kun 8 flere elever som svarte riktig på posttesten enn på pretesten. Sammenlignet med oppgave 6A, som har omvendte tall i koordinatene, var resultatet overraskende. Også pretestens oppgave 5D og posttestens oppgave 1D, som var blant de høyeste resultatene i hver av testene, gjør at man kan stille spørsmålstegn ved resultatet på denne oppgaven i posttesten.

Ved en nærmere titt på koordinatene (0, -3) og andre oppgaver med lignende tallpar, dukker det derimot opp en annen vinkling på resultatet av oppgave 6C i posttesten. Ser man på begge testene, er det fire oppgaver som omhandler tallet 0 som en av koordinatene, og tre av disse oppgavene har 0 som førstekoordinat. Felles for disse er at resultatene ligger under gjennomsnittet, og i posttesten har disse oppgavene (5C og 6C) de to laveste resultatene i hele testen. Det kan tyde på at koordinater med tallet 0 som en av koordinatene er utfordrende å plassere for elevene. Til tross for at tallet 0 står ved origo i det aktuelle koordinatsystemet, virker det likevel som det kan være utfordrende med, spesielt å markere, oppgaver som omhandler tallet 0. En mulig forklaring for dette er at punktene da kommer ved tallene på aksene, og at dette gjør at det er utfordrende for elevene å plassere punkter.

Oppgave 6D var den siste oppgaven i pre- og posttesten. Begge oppgavene hadde to positive koordinater. Oppgave 6D i pretesten er allerede nevnt tidligere i kapitlet, men må også nevnes her for sammenligning med den tilsvarende oppgaven i posttesten. I pretesten skulle elevene markere punktet med koordinatene (3, 3). Det klarte 31 av elevene å gjøre riktig. I posttesten var koordinatene til punktet som skulle markeres (3, 1). Det var like mange elever som svarte rett på denne oppgaven i posttesten som i pretesten, 31 av 41 elever. Ettersom oppgaven i pretesten hadde koordinatene (3, 3), er det mer relevant å se oppgaven i posttesten mot en annen oppgave i pretesten. Sammenligner man med resultatet av oppgave 2 i pretesten, med koordinatene (7, 3) som var samme oppgavetype og lignende koordinater som i oppgave 6D i posttesten, gir det oss en annen vinkling. I begge disse oppgavene er førstekoordinaten større enn andrekoordinaten, og begge tallene er positive tall. Ser man på resultatene, var det 15 riktige på oppgave 2 i pretesten, mot 31 riktige på oppgave 6D i posttesten. Dette gir et mer hensiktsmessig sammenligningsgrunnlag som stemmer mer overens med de øvrige oppgavene i testene. Ut fra disse resultatene er det rimelig å anta at elevene har rettet opp i sin misoppfatning om hvilket tall i koordinatene som skal leses av på hvilken akse.

Et overraskende funn i posttesten er forskjellen i resultatene på oppgave 6B og 6D. I oppgave 6D skulle elevene markere punktet (3, 1), mens de i oppgave 6B skulle markere punktet (-1, -5). Det var et høyere antall elever som svarte rett på oppgaven hvor begge koordinatene var negative, kontra oppgaven med to positive koordinater. Det kan tolkes som at noen elever fremdeles ikke er helt trygge på hvilken akse den første koordinaten skal leses av på.

Kort oppsummert var tendensen for pretesten at mange elever leste av og markerte koordinatene feil. Gjennomgående feil var å lese av koordinatene på det nærmeste grafen først, og å lese av det positive tallet først for koordinater med positive og negative tall, uavhengig om det stod først eller sist i tallparet. Det samme gjelder når elevene markerte punkter. I posttesten var oppgavene med høyest resultater oppgaver som omhandlet negative tall for en eller begge koordinatene.

5.1.4 Identiske oppgaver

Det var to identiske oppgaver i testene. En av oppgavene som var identiske var oppgave 1D i pretesten og oppgave 1A i posttesten. Disse oppgavene handler begge om å lese av og skrive koordinatene til punktet (6, 1). Det er en tydelig økning i antall elever som har svart riktig på denne oppgaven fra pre- til posttesten. I pretesten var det 17 elever som skrev riktige koordinater til dette punktet, mens det var 29 elever som svarte rett på denne oppgaven i posttesten. Resultatene ligger riktignok under gjennomsnittet for begge testene.

Den andre identiske oppgaven var oppgave 4 i pretesten og oppgave 2 i posttesten. I denne oppgaven skulle elevene markere hvor punktet (2, -4) ligger i et koordinatsystem. I pretesten var det 24 elever som svarte rett på denne oppgaven, og i posttesten svarte 31 elever riktig. Dette var en av oppgavene i pretesten hvor flest elever svarte riktig. Det er en del høyere enn gjennomsnittet for pretesten, som nevnt tidligere var snittet at 19,8 elever svarte rett på hver oppgave. Resultatet for posttesten på 31 riktige svar skiller seg ikke ut fra gjennomsnittet, som var 30,93 riktige elevsvar.

Til tross for liten differanse mellom resultatene, er det en økning i posttesten. Og tar man høyde for elevenes tilsynelatende tendens til å i pretesten lese av den «enkleste» av koordinatene først, uavhengig av om den står som første- eller andrekoordinat, kan det tenkes å ha påvirket det høye resultatet på pretesten. Elevene som har fått rett på pretesten uten å ha kompetansen i å plassere koordinater, og som har utviklet kompetansen i løpet av spillingen, vil ikke vises som flere riktige i resultatene. Dersom koordinatene hadde vært omvendte, som i 6A i posttesten, ville denne kompetansen kommet bedre frem.

5.1.5 Koordinatenes fortegn

I tillegg til å se på de ulike oppgavetypene, var det også naturlig å se på oppgavene ut fra koordinatenes ulike fortegn for å se om det var noen helhetlige forskjeller. Tabell 3 viser en oversikt over antall oppgaver av hver koordinatsammensetning, samt gjennomsnittet for oppgavene i hver av dem.

	Pretest				**Posttest**			
	(+, +) 7	(+, -) 5	(-, +) 2	(-, -) 1	(+, +) 4	(+, -) 3	(-, +) 5	(-, -) 3
Gj. snitt	20,29	20,8	15	21	29,5	31,66	30,4	33

Tabell 3: Oversikt over gjennomsnittlig antall riktige oppgaver ut fra koordinatenes ulike fortegn, med antallet oppgaver av hver type bak parentesen.

I pretesten var det to oppgaver med negativ førstekoordinat og positiv andrekoordinat. Snittet for disse to oppgavene var at 15 av 41 elever svarte rett på oppgavene. I posttesten var det flere oppgaver med negativ førstekoordinat og positiv andrekoordinat. Det var fem slike oppgaver i posttesten, og i tabell 2 tidligere i kapittelet vises koordinatene til alle oppgavene. Selv om gjennomsnittet for disse oppgavene var like under gjennomsnittet for alle oppgavene i posttesten, var oppgangen i antall elever som svarte riktig på oppgavene med slike tallpar fra pre- til posttesten var betydelig. Ser vi på oppgave 6A, som hadde tallparet (-2, 3) i pretesten og (-4, 2) i posttesten, har antallet elever som har svart riktig på oppgaven doblet seg. Dette var den koordinatsammensetningen som elevene hadde størst økning i resultatene på, som tyder på at elevene har utviklet kompetansen om hvordan de skal lese av og markere koordinater for slike tallpar.

Det var også økning i for de andre koordinatsammensetningene. Oppgavene med to negative tall i tallparene, var de som elevene i gjennomsnitt hadde høyest resultater på både i pretesten og i posttesten. Det var en slik oppgave i pretesten, og tre slike oppgaver i posttesten. At elevene har de høyeste resultatene på disse oppgavene, og ikke oppgavene med to positive koordinater, er et overraskende funn. Kun en av oppgavene med positive koordinater i posttesten inneholdt tallet null, som kunne vært en årsak til at disse oppgavene har det laveste gjennomsnittsresultatet. Det lave gjennomsnittet skyldes til en viss grad denne oppgaven (oppgave 5C), som hadde det laveste resultatet i posttesten. Men også oppgave 1A bidro til dette resultatet, som også hadde et lavt resultat.

Gjennomsnittet for tallpar med to positive koordinater var ikke spesielt høyt i pretesten, tatt i betraktning at de to oppgavene i pretesten med koordinatene (3, 3) som hadde to svært høye resultater sammenlignet med resten av pretesten, er medregnet i dette gjennomsnittet. Disse to oppgavene drar snittet fra de fem andre oppgavene med positive koordinater betraktelig opp. De fem første oppgavene i pretesten hadde positive koordinater, og de utgjør flesteparten av oppgavene i pretesten med lavest resultater. Dersom man ser bort fra de to oppgavene med koordinatene (3, 3), som ikke sier noe om hvilken koordinat elevene har lest av først, var snittet for denne typen oppgave på 14,8 riktige. Da kommer elevenes kompetanseendring til posttesten tydeligere frem, og elevene har hatt en stor fremgang.

For oppgavene med positiv førstekoordinat og negativ andrekoordinat, er det også en positiv utvikling i resultatene. Resultatene, spesielt i pretesten, er sannsynligvis preget av elevenes evne til å se på den «enkleste» koordinaten først, som her blir regnet som den positive koordinaten. Ettersom den står som førstekoordinat, vil elevene med denne strategien ha stor sjanse for å få riktig på disse oppgavene i pretesten, uavhengig om de leser av koordinatene i samme rekkefølge i de andre oppgavene eller ei. Fremgangen fra pre- til posttesten skal likevel ikke tas forgitt, det er en stor positiv fremgang fra den første til den andre testen, som ikke utelukkende kan legges til denne forklaringen. De elevene som har lest av andrekoordinaten først i pretesten, men som har fått kunnskaper og forståelse for at det er førstekoordinaten som leses først, utgjør en del av denne fremgangen.

5.2 Presentasjon av intervjudeltakerne og gjennomgang av deres testresultater

Det var, som forklart i metodekapittelet, seks elever fra utvalget som ble intervjuet i etterkant av at de hadde gjennomført pre- og posttesten. Alle elevene gikk på sjette trinn på samme skole. Her vil disse elevenes resultater og funn gjennomgås med hensyn til oppgavetyper og koordinatenes fortegn. Elevene fikk navnene Else, Gustav, Jens, Maria, Nils og Silje, og intervjuene deres analyseres i det neste delkapittelet.

En oversikt over hvor mange riktige oppgaver elevene hadde fordelt på fortegn vises i tabell 4. Her er det tydelig at elevene i pretesten var svakest på oppgaver med to positive koordinater og oppgaver med negativ førstekoordinat og positiv andrekoordinat. Det var forbedring for samtlige fortegnssammensetninger for disse elevene i posttesten. De eneste oppgavene med positive koordinater fem av de intervjuede elevene svarte riktig på i pretesten, var de to identiske oppgavene med koordinatene (3, 3).

	Pretest				Posttest			
	(+, +) 7	(+, -) 5	(-, +) 2	(-, -) 1	(+, +) 4	(+, -) 3	(-, +) 5	(-, -) 3
Else	2	4	0	1	3	3	4	2
Gustav	2	0	1	0	4	3	5	2
Jens	2	3	1	1	3	3	5	3
Maria	2	5	0	0	4	3	5	3
Nils	2	1	1	1	4	2	5	3
Silje	0	0	0	0	4	3	4	2
Gj. snitt	1,67	2,17	0,50	0,50	3,67	2,83	4,67	2,50

Tabell 4: Oversikt over oppgaver i T1 og T2 basert på koordinatenes fortegn, med antallet oppgaver av hver type bak parentesen.

5.2.1 Else

Else svarte rett på 7 av 15 oppgaver i pretesten, og på 12 av oppgavene i posttesten. Når man ser på oppgavetypene, er det noen klare forskjeller i hva eleven mestret og ikke mestret. På pretesten svarte denne eleven riktig på mange av markeringsoppgavene (4 av 6), og veldig få av oppgavene hvor hun skulle lese av og skrive koordinatene til punkter (kun 2 av 8). Eleven svarte riktig på flervalgsoppgaven både i pretesten og i posttesten.

Med tanke på fortegn til koordinatene, er det også noen klare tendenser for Elses resultater. De koordinatene Else ser ut til å mestre i pretesten er tallpar med negative koordinater, og tallpar med positiv førstekoordinat og negativ andrekoordinat. Ved nærmere studering av pretesten til Else, viser det seg at hun for alle koordinatene som er sammensatt av et positivt og et negativt tall har lest av eller markert som om det positive tallet er førstekoordinat, uavhengig av om det var første- eller andrekoordinat. Dette tyder på at de fem oppgavene på formen (+, -) ikke nødvendigvis var riktige på bakgrunn av kompetanse. På disse oppgavene har hun lest av de fleste av førstekoordinatene på førsteaksen, men på mange av de andre oppgavene har hun vært inkonsekvent med dette. Om eleven hadde kunnskap om hvilken akse hun skulle lese av på først stilles derfor under tvil. På begge oppgavene med negativ førstekoordinat og positiv andrekoordinat hadde hun lest av og markert som om det positive tallet var førstekoordinaten. Også for koordinatene med to positive fortegn hadde eleven mange feil. De eneste oppgavene hun der har markert og lest av riktig, og dermed lest av på riktig akse først, er begge oppgavene med koordinatene (3, 3).

I posttesten viste Else forbedring i å både markere punkter og i å lese av koordinatene til gitte punkter. Hun svarte riktig på alle oppgavene hvor hun skulle markere punktene til gitte koordinater i posttesten, så her var det en liten forbedring. De tre feilene Else hadde på posttesten var alle på oppgaver hvor hun skulle lese av og skrive koordinatene til punkter, men hun hadde også forbedring på denne oppgavetypen. Else har utviklet sin kompetanse for markering og avlesing av koordinater, men kompetansen er dårligst å lese av og skrive koordinater til punkter. Ser man på fortegnene på oppgavene hadde Else, som tabell 4 viser, fremgang for alle sammensetningene. Feilene hun har i posttesten er på tre ulike sammensetninger av fortegn, og tyder på at Else har fått kompetanse i hvordan hun skal lese av og markere punkter med både positive og negative fortegn. Den største forbedringen er helt klart for koordinater med negativ førstekoordinat og positiv andrekoordinat, som tyder på at eleven nå vet hvilken koordinat som skal leses av først, og på hvilken akse.

5.2.2 Gustav

På pretesten hadde Gustav 3 av 15 riktige på oppgavene. To av oppgavene han svarte rett på var oppgave 5A og oppgave 6D, som hadde koordinatene (3, 3). Ettersom oppgaven hadde like tall i koordinatene hvor ingen av dem var negative, vil eleven få rett svar om han leser av på x- eller y-aksen først. Som vist i figur 7 i starten av resultat og analysekapittelet, var det svært mange elever som svarte riktig på disse to oppgavene, mye flere enn på de resterende 13 oppgavene. Basert på det lave resultatet til Gustav på pretesten kan det konkluderes med at han hadde lite kompetanse for koordinatsystemet før de skulle spille Slagskip.

Ser man på fortegn på oppgavene, klarte Gustav to oppgaver med positive koordinater, og en oppgave med negativ førstekoordinat og positiv andrekoordinat. Begge oppgavene med positive koordinater var, som allerede nevnt, identiske og med samme tall i begge koordinatene. Ettersom han ikke hadde rett på noen av de øvrige fem oppgavene med positive koordinater, og den ene riktige oppgaven med negativ førstekoordinat, kan det trekkes slutning om at Gustav ikke vet hvilken akse man skal lese av førstekoordinaten på, og at den ene oppgaven var en inkonsekvent handling. For nesten samtlige andre oppgaver har han lest av førstekoordinaten på andreaksen.

På posttesten som elevene hadde etter perioden hvor de spilte Slagskip, fikk Gustav hele 14 av 15 riktige på oppgavene. Dette utgjør hele 73% flere riktige enn i pretesten. Gustav hadde en markant økning fra pre- til posttesten i alle oppgavetypene. Den ene feilen han hadde i posttesten var på markeringsoppgave 6B, hvor eleven hadde markert punktet (-1, -5) i punktet (-1, 5). Han har lest av alle førstekoordinatene på førsteaksen i posttesten, så misoppfatningen er rettet opp, og han hadde forbedring med hensyn til fortegn på alle sammensetningene.

5.2.3 Jens

Resultatet til Jens på pretesten var 7 av 15 riktige oppgaver. Av disse handlet fire av oppgavene om å markere punkter til gitte koordinater. Han svarte dermed riktig på 4 av 6 oppgaver av denne typen i pretesten. De tre andre oppgavene han svarte rett på var oppgaver hvor eleven skulle lese av koordinatene til et gitt punkt. Jens viste at han kunne markere og lese av koordinater, men var inkonsekvent i hvilken av aksene han leste av på først. For alle oppgavene på første side av pretesten leste Jens av førstekoordinaten på y-aksen. Det som var noe overraskende, var at han på andre side av testen leste av nesten alle koordinatene på x-aksen først. Det tyder på at han har en inkonsekvent måte å lese av koordinater på og en manglende kompetanse for hvilken akse man skal lese av førstekoordinaten.

Jens hadde noen riktige oppgaver på alle de fire ulike sammensetningene av fortegn (se tabell 4). Han var svakest på koordinater med to positive fortegn, som fem av oppgavene på første side av pretesten hadde. På disse oppgavene leste han av og markerte førstekoordinaten på y-aksen. Som nesten samtlige av de andre elevene som var intervjuet, hadde også Jens rett på de to oppgavene med koordinatene (3, 3), som han ville få rett på uavhengig av hvilken akse han leste av førstekoordinaten på.

På posttesten fikk Jens riktig svar på 14 av 15 oppgaver. Han svarte rett på alle oppgavene som omhandlet å lese av koordinatene til gitte punkter, samt på flervalgsoppgaven. På oppgavene hvor elevene skulle markere punkter til gitte koordinater svarte Jens rett på 5 av 6 oppgaver. Han hadde stor fremgang for alle kombinasjonene av fortegn, kun en feil på en oppgave med to positive fortegn. Utenom den ene oppgaven hadde han alt rett, og han hadde rett på alle oppgavene som omhandlet ett eller flere negative fortegn.

5.2.4 Maria

Maria var den eneste eleven som ble intervjuet som svarte riktig på alle oppgavene i posttesten. I pretesten hadde hun 7 av 15 riktige svar. Hun svarte riktig på flervalgsoppgaven i begge testene, og tre oppgaver innenfor begge de to andre oppgavetypene. Maria svarte ofte feil på oppgaver ved å speile koordinatene, hun leste av på feil akse først. Hun var inkonsekvent med hvilken akse hun leste av førstekoordinaten på. Dette problemet hadde hun ikke i posttesten, hvor hun konsekvent har lest av førstekoordinaten på x-aksen.

Ser man på fortegnene på oppgavene, avdekker de et annet aspekt med Maria sin pretest. Hun har, i likhet med Else, lest av alle koordinater som hadde en negativ og en positiv koordinat med den positive koordinaten på y-aksen, både for koordinater med oppbygningen (-, +) og (+, -). For alle oppgaver med to positive koordinater har hun lest av førstekoordinaten på y-aksen, og det gjorde hun også for den ene oppgaven med to negative koordinater. Hun var som nevnt inkonsekvent med hvilken akse hun leste av førstekoordinaten på, men for de fleste av oppgavene leste hun av førstekoordinaten på y-aksen i pretesten.

Kompetansen og forståelsen til Maria har helt klart utviklet seg fra pretesten til posttesten, hvor hun svarte rett på samtlige oppgaver. Hennes misoppfatning av hvilken akse man leser av førstekoordinaten på er rettet opp i, og hun leste konsekvent av førstekoordinaten på x-aksen i posttesten.

5.2.5 Nils

Nils forbedret resultatet fra pre- til posttesten med 60%, fra 5 til 14 riktige. I pretesten svarte eleven rett på 4 av 6 oppgaver som omhandlet å markere punkter ut fra gitte koordinater. Alle disse oppgavene hadde ulike sammensetninger av fortegn på koordinatene. Den siste oppgaven han svarte rett på i pretesten var oppgave 5A hvor elevene skulle markere punktet (3, 3). Dette var samme oppgave som svært mange av elevene svarte rett på, hvor oppgaven hadde like koordinater for x og y. På alle oppgavene frem til oppgave 6, hvor han hadde alle fire riktige, har Nils lest av koordinatene på y-aksen først, som viser en misoppfatning i hvilken akse førstekoordinaten skal leses av på. Men på den siste oppgaven har han gjort dette riktig, hvilket gjør at det ikke er entydig hvilken strategi han har for å skrive eller markere koordinater. Ut fra størsteparten av oppgavene ser det ut til at han ikke vet, eller i alle fall er inkonsekvent, med hvilken akse førstekoordinaten skal leses av på.

I posttesten viser derimot Nils å ha forstått dette, da han svarer rett på samtlige oppgaver hvor de skulle lese av koordinatene til gitte punkter. Han mestret også flervalgsoppgaven hvor ulike koordinater var gitt og han skulle velge hvilke som var riktige til et gitt punkt. Den eneste oppgaven han svarte feil på i posttesten var når han skulle markere punktet (0, -2), som han markerte i punktet (-2, 0). Ettersom alle de andre oppgavene er løst riktig, legges det ikke så stor vekt på denne ene oppgaven her. Ut fra de andre oppgavene kan det anslås at eleven vet hvordan han løser slike oppgaver og at dette bare er en markeringsfeil.

Når man ser på oppgavene ut fra fortegnene på koordinatene, er det generelt lave resultater hos Nils i pretesten. De to oppgavene med positive koordinater som han har rett på, er som nevnt de to oppgavene med koordinatene (3, 3). Utenom disse har han ingen riktige oppgaver med to positive koordinater. På de tre andre sammensetningene av fortegn hadde Nils en rett på hver av dem i pretesten. Det viser at han for noen av disse oppgaven har lest av koordinatene riktig, men ikke for alle. Sammenlignet med resultatene i posttesten har Nils forbedret seg på alle de fire fortegnssammensetningene.

Ut fra den ene feilen Nils hadde på posttesten, kan det se ut til at koordinater som er sammensatt av positiv førstekoordinat og negativ andrekoordinat er det Nils har dårligst kompetanse til å håndtere. Ut fra de to andre oppgavene som har samme sammensetning av koordinater, kan det også tenkes at dette er en slurvefeil av Nils. Feilen var på oppgaven som er beskrevet tidligere, hvor Nils markerte punktet (0, -2) i (-2, 0). Basert på resultatet på de andre oppgavene, er det rimelig å anta at dette like gjerne kan ha vært en slurvefeil, som at kompetansen til Nils er dårligere for denne typen koordinater.

5.2.6 Silje

I pretesten hadde ikke Silje riktig på en eneste oppgave. Hun leste konsekvent av førstekoordinaten på y-aksen, hvilket ga feil resultat på samtlige oppgaver. Det var også oppgaver hun ikke hadde svart på, og alle slike oppgaver ble, som forklart i metodekapittelet, satt som besvart feil. Med dette grunnlaget hadde Silje store muligheter for forbedring i posttesten. Der fikk hun hele 13 av oppgavene riktig, og hun hadde en dermed veldig stor forbedring fra pre- til posttesten.

Fellestrekk for de to oppgavene hun ikke hadde riktig i posttesten, var feil for koordinater med negativt fortegn. Den ene oppgaven hadde to negative koordinater, men Silje skrev at andrekoordinaten i tallparet var positiv. I den andre oppgaven hun hadde feil var det negativ førstekoordinat og negativ andrekoordinat. Her kan det se ut til at Silje har lest av førstekoordinaten på y-aksen, slik som hun gjorde på alle oppgavene hun besvarte i pretesten. På andre oppgaver med tilsvarende sammensetning i koordinatene leste hun av og markerte hun riktig. Ut fra disse to oppgavene og intervjuet med Silje, kan det se ut til at Silje fortsatt har litt utfordring med negative koordinater, og at hun her har noe mangelfull kompetanse. Dette eksemplifiseres gjennom et utdrag fra intervjuet med Silje i det påfølgende delkapittelet.

5.3 Intervju

I dette delkapittelet presenteres funnene fra elevintervjuene med eksempler. Kategoriene som de transkriberte intervjuene ble kodet og analysert ut fra blir i dette delkapittelet gjennomgått med utdrag fra intervjuene. Som i trådmodellen henger kategoriene tett sammen, og mange elevutsagn ble kodet med mer enn en kode. Hvor mange elevutsagn som ble kodet med hver av kategoriene varierte, og hvor mange ganger hver kategori ble kodet vises i tabell 5.

Ut fra tabell 5 er det to koder som skiller seg ut fra resten i antall registreringer i transkripsjonene: anvendelse og begrepsmessig forståelse. Disse kategoriene kom til uttrykk i mindre grad enn de tre andre kategoriene gjennom intervjuene. Dette skyldes ikke nødvendigvis at elevene ikke innehar denne kompetansen, men heller at dette ikke kom godt frem gjennom spørsmål og oppgaver i intervjuene.

Kode	Antall intervjuer	Antall kodinger
Resonnering	6	35
Anvendelse	6	16
Begrepsmessig forståelse	6	25
Beregning	6	40
Engasjement	6	36

Tabell 5: Oversikt over kodingen av transkripsjonene

Det var ikke bare kodene det var variasjon i. Det var også en spredning i hvor mange kodinger som ble gjort i de ulike elevintervjuene. I tabell 6 vises antall kodinger for hvert av intervjuene. Intervjuene til Else og Nils er de som skiller seg ut fra resten, med 31 registrerte kodinger. I disse intervjuene var det 7-12 flere kodinger enn i de andre intervjuene. Dette skyldes primært at disse elevene snakket mer under intervjuene enn de andre. Selv om det var færre kodinger i noen av intervjuene, ble alle fem kodene brukt i alle intervjuene.

Intervjudeltaker	Antall koder	Antall kodinger
Else	5	31
Gustav	5	23
Maria	5	24
Silje	5	24
Nils	5	31
Jens	5	19

Tabell 6: Oversikt over antall koder og referanser for hvert intervjuobjekt

Begrepsmessig forståelse kom ofte til uttrykk gjennom elevenes utsagn samtidig som elevene viste resonnering og anvendelse. I elevenes resonneringsprosess viser de begrepsmessig forståelse ved å bruke passende begreper, som for eksempel akse, vannrett, loddrett og minus (negativt tall). Når elevene bruker egnede begreper for å forklare hvordan de løser et problem de står ovenfor, viser de forståelse for og anvendelse av den aktuelle matematikken. Dette kan illustreres i det følgende utdraget fra intervjuet med Jens:

Utdrag 1

Intervjuer: Og hvorfor kommer punktet (2, -2) for eksempel der og ikke der? [peker på punktet (-2, 2)]

Jens: Fordi det er den første [peker på førsteaksen], da var det ikke minus her, så da blir pluss [henviser til (2)], og så ser jeg også det neste tallet var det da den andre. Og da sa du -2, og så møtes de her da. [peker på punktet]

Intervjuer: Så hvis jeg skjønner deg riktig, så sier du at det første tallet som står eller som blir sagt, det er det første tallet og det skal være bortover?

Jens: Ja.

Jens anvender her sine begreper for å forklare hvordan han tenker. I utdraget har han reflektert og begrunnet hvorfor moteksempelet han blir presentert ikke stemmer. Han begrunner hvorfor punktet ikke ligger på det stedet som blir foreslått, og forklarer hvorfor det ligger der han først sa at det ligger. Utdraget faller dermed også innenfor resonnering og anvendelse, da Jens forklarer sine resonnementer og begrunner sine tanker.

Resonnering var en av de mest brukte kodene, og samtlige elever viste resonnering gjennom sine intervjuer da de forklarte og reflekterte over hva de gjorde. I mange tilfeller ble, som allerede nevnt, resonnering kodet samtidig som begrepsmessig forståelse. Et eksempel på dette er det påfølgende utdraget fra intervjuet med Else:

Utdrag 2

Intervjuer: … Hvis jeg spør deg om å sette et punkt i (2, 4), hvor vil du krysse av det da?

[eleven markerer punktet]

Intervjuer: Hvorfor vil du sette det akkurat der?

Else: Fordi man starter alltid med den nederste, liksom, den vannrette.

Intervjuer: Mhm. Du finner første tallet der, mhm. Og så finner du det andre tallet ...?

Else: I den loddrette.

Intervjuer: I den loddrette, ja. Hva med punktet (2, -2)?

[eleven markerer punktet]

Intervjuer: Hvorfor vil det være der og ikke der [peker på (-2, 2)]?

Else: Fordi man starter med den vannrette.

Intervjuer: Mhm, og hva er det …. Men det er jo både, du har jo både tallet 2 og -2 der, og der og vil det være tallet 2 og −2?

Else: Men hvis ikke ville du ha sagt (-2, 2).

Intervjuer: Ja, så det tallet som er først, det er det du skal ha på den vannrette?

Else: Ja.

I dette utdraget ser man et eksempel på elevens resonnering, anvendelse og bruk av hennes begrepsmessige forståelse. Else kan begrunne sin tankegang og fremgangsmåte, og hun bruker relevante begreper og sin kunnskap for å sette ord på hva hun tenker.

Hun viser gjennom sine utsagn at hun er kjent med relasjonen mellom positive og negative tall, og bruker sin forståelse som bakgrunn for sine argumenter og motargumenter. Hun bruker også det matematiske ordet vannrett om det som hun først omtaler som «den nederste». Hun veksler over til mer matematiske begreper i forklaringene sine. Else har kunnskap om hvordan tallene til en koordinat skal leses, og hun bruker denne kunnskapen som begrunnelse for hvorfor moteksemplet hun blir stilt ovenfor ikke stemmer.

Utdrag 3

Intervjuer: Hvis jeg ber deg om å krysse av et punkt som ligger på (2, 4), hvor vil du satt det?

Nils: [markerer punktet i koordinatsystemet] Her.

Intervjuer: Hvorfor vil du sette det akkurat der?

Nils: Fordi at der er første akse også der er andre. [peker på første og andre akse]

Intervjuer: Ja-

Nils: Så det er den først og så den. [viser på arket og peker på koordinatene på aksene]

I utdraget fra intervjuet med Nils viser også han resonnering, begrepsmessig forståelse og anvendelse. Ved spørsmål om hvorfor punktet (2, 4) skulle stå akkurat der, forklarer Nils sin fremgangsmåte for å finne punktet til koordinaten. Gjennom samtalen forklarer han hvordan han tenker og hvilket tall i tallparet som skal leses av først. Samtidig viser han forståelse for begrepene første- og andreakse, og hvilken funksjon disse har når man skal plassere koordinater i koordinatsystemet.

Anvendelse kom til syne gjennom intervjuene da elevene begrunnet plasseringen av punkter til gitte koordinater. Både utdrag 1, 2 og 3 er eksempler på at elevene benytter anvendelse til å kjenne igjen det matematiske problemet, de bruker relevante begreper og prosedyrer, og de kan vurdere om løsningen de har gitt er rett. For å vise elevenes anvendelse må de også resonnere og vise forståelse for begrepene de bruker. I transkripsjonene av elevintervjuene ble all koding av anvendelse gjort på utsagn som også falt innenfor resonnering og/eller begrepsmessig forståelse.

Elevene viste kompetanse for beregning da de markerte punkter under intervjuene. Beregning kom til syne ved at elevene brukte sine kunnskaper og ferdigheter om hvordan koordinater skal markeres i et koordinatsystem da de markerte punktene de fikk høre muntlig.

Ettersom de fleste elevene markerte punktene uten å snakke mens de markerte, var det ikke så ofte at beregning ble kodet samtidig som noen av de andre kodene. Noen av elevene snakket og forklarte mens de markerte noen av punktene, og for disse tilfellene var det mulig å også kode resonnering og begrepsmessig forståelse. For å kunne markere punktene korrekt, må det ligge en forståelse for begrepene og relasjonen mellom dem til grunn, men dette var bare uttalt av elevene en håndfull ganger.

Utdrag 4

Intervjuer:	… Synes du at du har lært noe med å spille det her?
Gustav:	Litte granne.
Intervjuer:	Litte grann. Hva er det du føler at du har lært?
Gustav:	Litt mer om koordinatene og sånt.

Den siste kodingskategorien var engasjement. Denne koden ble brukt for utsagn hvor elevene uttrykte noe om sin mestring og økt selvtillit i matematikk. Dette gjelder eksempelvis både når elevene uttrykte hvordan de syntes det var å spille Slagskip i starten, at det har blitt lettere og at det å spille Slagskip er gøy. To eksempler på dette er utdrag 4 fra intervjuet med Gustav ovenfor, og utdrag 5 nedenfor fra intervjuet med Silje.

Utdrag 5

Intervjuer:	Hvis du prøver å tenke tilbake til når vi begynte å spille, hvordan synes du det var da?
Silje:	Jeg synes det var litt forvirrende.
Intervjuer:	Litt forvirrende, ja. Hva tenker du på da?
Silje:	Sånn hvilke tall man skal ha først.
Intervjuer:	Ja ... Føler du at det har blitt lettere eller vanskeligere underveis?
Silje:	Lettere.
	…
Intervjuer:	Og nå vet du hvilket tall som skal først?
Silje:	Ja.

Intervjuer: Hvilket tall er det?

Silje: Var det ikke den som er på, som er vannrett, først?

Engasjement kommer her til syne når Silje uttrykker at hun synes det har gått fra å være forvirrende til å bli lettere, og at hun nå vet på hvilken akse hun skal lese av den første koordinaten. Det viser at hun har blitt mer kompetent, og er bevisst på det selv. Silje uttrykker at hun gjennom å spille har fått en bedre forståelse for hvor hun skal lese av koordinaten til den første koordinaten i tallparet, og dette er noe hun nå mestrer bedre etter å ha spilt. Dette var noe Silje ikke kunne før hun spilte, da leste hun konsekvent av førstekoordinaten på y-aksen.

Gjennom intervjuene løste elevene flere oppgaver hvor de markerte punkter de ble gitt i et koordinatsystem. Disse markerte de fleste av elevene problemfritt i koordinatsystemet. Det ene punktet som ble markert feil, var da Silje skulle markere punktet (2, -2), som vises i utdrag 6.

Utdrag 6

Intervjuer: Hvis Jeg ber deg krysse av et punkt i (2, -2), hvor vil du krysse av det?

[eleven markerer punktet i (-2, -2)]

Intervjuer: Hvorfor vil du sette den der?

Silje: Fordi det finnes bare et punkt der det er (2, -2).

Intervjuer: Ja, og hvorfor vil du sette den der og for eksempel ikke der eller der? [peker på punktene (2, 2) og (2, -2), da eleven har tegnet punktet i (-2, -2)]

Silje: Der er det ikke to minus og der er ikke to minus [peker på punktet (2, 2)]

Intervjuer: Nei ...

Silje: Og hvis det hadde vært (2, -2), så hadde det vært ovenfor der. [peker på (-2, 2)]

Intervjuer: Hvis jeg ... Jeg kan skrive den her til deg, det kan hende du ikke skjønner hva jeg har sagt. (2, -2). [skriver (2, -2) på arket]

Silje: Åja, (2, -2)?

Intervjuer: Ja!

…

Silje: Det er der. [Peker og markerer punktet i (-2, 2)]

Basert på dette utdraget kan det se ut til at kompetansen til Silje ikke er så god når det kommer til negative koordinater. Som nevnt i forrige delkapittel, var det oppgaver med negative koordinater Silje hadde utfordringer med også i posttesten. Selv om Silje gjør rett på samtlige andre punkter og selv sier at det er «den som er på vannrett først», så gjør hun ikke som hun selv sier for dette punktet. Når hun senere i intervjuet ble bedt om å markere punktet (-2, 2) for å trekke en linje mellom to punkter, stoppet hun litt opp og bemerket at hun allerede hadde markert dette punktet, men hun sa ikke noe mer om det. Det kan derfor se ut til at Silje fortsatt har litt utfordring med negative koordinater, og at hennes begrepsmessige forståelse og beregningskompetanse er litt mindre utviklet enn de andre kompetansene.

5.4 Oppsummering av funn

Et sammendrag av funnene vil her presenteres og funnene vil sees i lys av hverandre.

Samtlige elever som ble intervjuet uttrykte at de følte at de behersket å bruke koordinatsystemet bedre etter å ha spilt Slagskip. Dette gjenspeiles også i resultatene av pre- og posttesten, hvor de alle har hatt økning i antall rette svar etter å ha spilt spillet. De intervjuede elevene hadde mellom 33 % og 86 % økning i antall riktige svar fra pretesten til posttesten. Elevenes følelse av økt beherskelse ser derfor ut til å stemme.

Intervjuene underbygger også at det har vært en endring i kompetansen for store deler av utvalget. Histogrammene og boksplottet i starten av kapittelet gir et visuelt bilde på endringen, hvor tyngden av resultatene flytter seg mot høyre i histogrammene fra pretesten til posttesten, som betyr at flesteparten av elevene har mange riktige på oppgavene. Dette sammenfaller med de intervjuede elevenes utvikling, og kan tyde på at mange av elevene har utviklet og endret sin matematiske kompetanse om koordinatsystemet over disse tre ukene.

I pretesten leste mange elever av førstekoordinaten på y-aksen eller var inkonsekvente og leste av på den nærmeste aksen til punktet først. Dette gjaldt spesielt for tallpar hvor en av koordinatene var negativ, da hadde elevene en tendens til å lese av eller markere den positive koordinaten først, uavhengig om den var første- eller andrekoordinat. Dette kommer tydelig frem i tabell 3, hvor det for oppgaver med negativ førstekoordinat og positiv andrekoordinat i snitt var 15 av 41 elever som svarte riktig på slike oppgaver i pretesten, mot 30,4 av 41 i posttesten. Fra pretesten til posttesten skjedde det her en markant endring, og det kan bekreftes av elevintervjuene, hvor elevene uttrykte at de hadde gått fra å være usikre og å synes det var vanskelig, til at det har blitt lettere og de har blitt tryggere på hvordan de markerer og leser av koordinater.

Elevene hadde forbedring for alle koordinatsammensetninger, men det var spesielt stor økning for koordinater med minst en negativ koordinat. Økningen for koordinater med to positive koordinater var mindre enn for alle de tre andre koordinatsammensetningene, og dette var et overraskende funn. Ettersom elevene har mest erfaring med positive tall, var det ikke urimelig å tenke at dette var noe de ville beherske godt når kompetansen for avlesing av koordinater var på plass. Men dette var ikke tilfellet, disse oppgavene var de oppgavene i posttesten med lavest gjennomsnittsresultat.

Oppgavene med positiv førstekoordinat og negativ andrekoordinat, og oppgavene med to negative koordinater, var de oppgavetypene med størst økning fra pre- til posttest. Det tyder på at elevene hadde lav eller manglende kompetanse i å håndtere koordinater med negative fortegn i pretesten, hvor mange elever markerte koordinatene til for eksempel (-4, 5) likt som (5, -4) i koordinatsystemet. Antallet elever som gjorde denne feilen i posttesten var betydelig lavere enn i pretesten, og elevene har utviklet og økt sin kompetanse gjennom å spille med hverandre. Dette var også oppgaver som de intervjuede elevene hadde stor økning på.

De intervjuede elevene hadde, som vist i tabell 4, en tydelig økning på samtlige oppgavetyper. Det var likevel noen oppgaver elevene svarte feil på, og oppgavene med negativ førstekoordinat eller to negative koordinater var de oppgavetypene disse elevene hadde flest feil på. Ser man dette opp mot intervjuene og punktene de markerte da, sammenfalt ikke disse resultatene med hverandre. Ut fra resultatene på posttesten kunne det antydes at elevene hadde en noe svakere kompetanse i koordinater med negativ førstekoordinat og for koordinater med to negative koordinater. Men slike oppgaver svarte alle elevene rett på i intervjuene, og dette kan tyde på at de feilene som ble gjort i posttesten heller skyldtes markeringsfeil eller stress, enn manglende kompetanse.

Den eneste av oppgavene i intervjuene som ble markert feil, var oppgaven som vist i utdrag 6 i forrige delkapittel hvor Silje markerte punktet (2, -2) feil. I posttesten svarte hun rett på oppgaver med tilsvarende koordinatsammensetning, men hun hadde feil på en oppgave med to negative koordinater og på en oppgave med negativ førstekoordinat. Ser man disse funnene i sammenheng, kan det tyde på at Silje enda strever litt med negative koordinater, og at hennes kompetanse om negative koordinater ikke er godt nok utviklet. Selv etter forvirringen hvor hun trodde det ble sagt (-2, -2) og oppklaringen av hvilke koordinater hun skulle markere og at disse ble skrevet på arket, markerte hun likevel punktet (2, -2) feil i punktet (-2, 2).

Ser man på resultatene for alle elevene, var det noen elever som presterte dårlig også på posttesten. Disse vises i den nedre delen av whiskeren og som outliers i boksplottet, og hvert individ med tilhørende resultat vises i histogrammene i starten av kapittelet. Det er færre som har lave resultater, men det er fortsatt noen elever. Grunnen bak resultatene er usikre, det kan være at elevene rett og slett ikke har utviklet kompetanse i hvordan de leser av og markerer koordinater og hvilken koordinat som leses av på hvilken akse gjennom å spille. Hvor mange økter hver elev har vært til stede på i de tre ukene med spill er ikke undersøkt, og om elevene har vært syke og borte fra skolen vil dette kunne ha utslag på resultatene. Noe av resultatet kan være påvirket av koronapandemien og en del smitte og fravær i perioden hvor undersøkelsen ble gjennomført.

6 Drøfting

Formålet med dette forskningsprosjektet var å undersøke hvordan bruk av spill i undervisningen påvirker elevenes matematiske kompetanse. Problemstillingen som ble søkt svar på gjennom forskningsprosjektet var

> Hvilken endring kan man se i elevers matematiske kompetanse om koordinatsystemet etter å ha spilt spillet Slagskip i seks korte økter over tre uker?

Elevene tok en test før og en test etter en treukers periode hvor de spilte Slagskip i cirka 15 minutter, to dager i uken. Disse testene, samt intervjuer av seks av elevene, ble presentert og analysert i det foregående kapittelet. I dette kapittelet vil funnene fra analysen drøftes i lys av det teoretiske rammeverket. Jeg vil drøfte endringene som kom til syne gjennom analysen, og vurdere verdien av å bruke spill som en del av undervisningen.

Gjennom testene for utvalget i dette forskningsprosjektet, er det en tydelig endring i elevenes resultater. Elevene presterer betydelig bedre på testen etter å ha spilt Slagskip. Det er til tross for at spillet er det eneste elevene har arbeidet med relatert til koordinatsystemet innenfor undervisningen i perioden mellom testene. Hva de eventuelt har gjort utenfor undervisningen kan jeg ikke si noe om. Før de skulle spille Slagskip den første gangen, ble spillet gjennomgått av læreren.

Elevenes kompetanseutvikling fra pre- til posttesten kan derfor tyde på å være et resultat av å spille. En såpass markant endring gjennom kun å spille, gjør at vi bør stille spørsmål ved hvorfor ikke spill benyttes i større grad som en del av undervisningen. Ernest (1986) mener at spill bør inkluderes i undervisningen i større grad, fordi spill hjelper elever til å prestere i matematikk. Spills evne til å ufarliggjøre prøving og feiling kan åpne for at flere elever tør å begi seg ut i å bruke matematiske begreper og konsepter som de egentlig synes er utfordrende eller vanskelige å forstå. Når elevene etter hvert føler mestring i prosedyrer og begreper vil de øke sin selvtillit i matematikk, og de kan bli mer motiverte for faget.

Det var ikke alle elevene som hadde endring i sin kompetanse, og det var hellet ikke alle elevene som hadde positiv endring eller høye resultater i posttesten. Hva kan være grunnen til at det var så stort sprik i kompetanseendringen? For det første, kan det være at noen elever har vært mye borte og har fått spilt lite Slagskip. Andre elever liker kanskje ikke å spille, eller har et lavt læringsutbytte i spillsituasjonen. Dette er også ting en lærer må ta høyde for, og elever hvor dette er tilfellet vil kunne ha større utbytte av en kombinert undervisning med spilling.

En annen grunn til at noen elever hadde lave resultater på posttesten kan ha vært at de trenger lengre tid for å oppnå den samme kompetansen som de andre elevene. Deres læringskurve er kanskje slakere, eller de har andre læringsutfordringer som ikke undersøkes i denne forskningen. Vanskeligheter med å konsentrere seg kan også spille inn på om elevene faktisk har spilt Slagskip når dette har vært aktiviteten i de ulike klassene. Noen elever har kanskje blitt mer opptatt av det sosiale aspektet, eller at de håndterer dårlig de relativt løse rammene spillsituasjonen tilbyr.

Av alle elevene, var det omtrent halvparten som hadde fem eller flere oppgaver mer riktige i posttesten enn i pretesten. Mange av disse elevene presterte lavt på pretesten, og presterte bedre enn mange av elevene som hadde middels til gode resultater på pretesten. I likhet med studien som Ernest (1986), ser jeg her at den positive effekten av spillet var større for flere av de lavtpresterende elevene, enn for de som hadde relativt gode resultater i pretesten. Det tolker jeg som at spillet ikke er et dårlig læringsverktøy for de høytpresterende elevene, men at effekten av spilling kan ha en større positiv effekt for elever som kanskje ikke presterer like bra til vanlig basert på en mer lærebokstyrt undervisning.

Når man ser på alle elevenes resultater, var den største endringen resultatene på oppgavene med en eller flere negative koordinater. Det var en markant endring i elevgruppens resultater, som tyder på at elevene har fått bedre kompetanse i å lese av og markere punkter med en eller flere negative koordinater. Dette var et konsept som i pretesten så ut til å være utfordrende for mange elever. Men gjennom aktiv læring med medelever utviklet elevene forståelse for begreper og relasjoner mellom tallverdier. I samsvar med trådmodellen til Kilpatrick et al. (2001), kan elevene utføre prosedyrer og handlinger med de hensiktsmessige begrepene både nøyaktig og fleksibelt.

Resultatene kan derfor tyde på at elevene har utviklet sin matematiske kompetanse gjennom å spille sammen med andre. Elevene har lært og utviklet sin kompetanse ved hjelp av andre ved å utvikle sin proksimale utviklingssone. I tråd med både Ernest (1986) og Vygotsky (1978) har elevene lært i samspillet med andre og gjort kunnskap og begreper til sitt eget, slik at elevene senere kan bruke denne kunnskapen selv, enten alene eller sammen med andre.

Ifølge sosiokulturell læringsteori er læring et produkt av sosiale og språklige aktiviteter i samspill med andre (Vygotsky, 1978). I spillsituasjonen foregår læringen mellom elevene, eventuelt med interaksjon mellom lærer og elev hvis læreren hjelper eller kommer med innspill til elevene. Ut fra et sosiokulturelt perspektiv foregår læringen gjennom samspill med andre, og spill er et velegnet verktøy for å utvikle både sosial og faglig kompetanse. Gjennom spillet får elevene praktisert og øvd på resonnering og argumentering gjennom diskusjoner med samarbeidspartneren. I tråd med Kilpatrick et al. (2001) må elevene bruke og utvikle sin resonneringskompetanse i samarbeid med andre.

Mange elever gikk fra å ha mange feil i pretestene, spesielt at de leste av koordinatene på y-aksen først eller var inkonsekvente på hvilken akse de leste av førstekoordinaten på, til å svare riktig på flere av oppgavene i posttesten. Elevene var i større grad konsekvente i avlesningen av koordinatene på x-aksen først, uavhengig av koordinatsammensetningen. Denne utviklingen kan i hovedsak tillegges spillets evne til læring av begreper og ferdigheter, som Oldfield (1991) pekte på som en av spills styrker.

Gjennom spillet deltar elevene i en matematisk diskurs hvor relevante begreper er en nødvendighet for å forstå og for å bli forstått. Elevene måtte både forklare sine valg og plasseringer i koordinatsystemet, men også kunne komme med forklaringer for hvorfor andre plasseringer ikke var riktige. Det krever en forståelse hos eleven for hvordan koordinater til punkter er bygd opp og benyttes, og elevene må kunne anvende denne kunnskapen i sine resonnementer og motargumenter (Ernest, 1986; Oldfield, 1991).

Et grunnleggende kriterium for at elevene er enige og at den som vinner faktisk vinner, er at elevene er innforstått med de samme reglene og har den samme forståelsen for begreper og prosedyrer. Et eksempel er hva koordinatene (-3, 5) betyr, og hvor dette punktet ligger. Uten en slik felles forståelse, vil det være vanskelig for elevene å gjennomføre spillet. Denne felles forståelsen gjelder jo ikke bare for spillet, men for matematikken generelt. De grunnleggende reglene fra matematikkens aksiomer gjelder også for begrepene og prosedyrene i Slagskip, og gjennom spillet får elevene øvd og lært begreper og prosedyrer som har overføringsverdi til andre deler av matematikken.

Spill er altså et godt verktøy å benytte i undervisningen, men er Slagskip i seg selv nok til å forbedre elevenes kompetanse? Ettersom spill gir elevene gjentatt øving uten å fremstå like repetitiv som mange like oppgaver i en bok kan gjøre, blir eksponeringen for koordinatsystemet og tilhørende begreper stor. Elevene må benytte en felles matematisk diskurs og bruke relevante begreper for den matematiske delen av spillet. Gjennom elevenes matematiske diskurs mens de spiller Slagskip får de mengdetrening i å bruke relevante begreper og å anvende koordinater både muntlig og skriftlig.

Spillets verdi i matematikkundervisningen går langt utover det å bare være en morsom del av undervisningen. Det må på ingen måte sees bort fra at spillene engasjerer elevene og blir ansett som en morsom aktivitet og et avbrekk fra andre, og til tider mer monotone, oppgaver (Bell, 1974). Men som Oldfield (1991) viser til, kan spillene også knyttes til elevenes motivasjon, og utvikling av positive holdninger til faget. Og dette er noe vi bør jobbe for å fremme i undervisningen.

Gjennom intervjuene sa samtlige elever at de syntes det var gøy å spille, og flere av elevene ytret et ønske om å spille det flere ganger. Ser vi det i tråd med kompetansemodellen til Kilpatrick et al. (2001), er tråden av engasjement hos de intervjuede elevene godt utviklet. Elever synes sjelden at et spill er gøy dersom de ikke behersker spillets innhold, og ifølge trådmodellen kan heller ikke kun komponenten engasjement være godt utviklet, alle komponentene utvikles samtidig. Ut fra engasjementet til elevene og resultatene på posttesten kan dette antas å stemme godt, disse elevene har utviklet god matematisk kompetanse om koordinatsystemet.

7 Avslutning og perspektivering

Gjennom dette forskningsprosjektet er det søkt svar på følgende problemstilling:

> Hvilken endring kan man se i elevers matematiske kompetanse om koordinatsystemet etter å ha spilt spillet Slagskip i seks korte økter over tre uker?

Når man ser på økningen i resultatene og elevenes utsagn, kan vi se at Slagskip fungerer som et effektivt læringsverktøy i matematikk, i hvert fall for denne elevgruppen. Den store mengden forbedrede resultater viser at i denne elevgruppen var det økning i mange elevers matematiske kompetanse om koordinatsystemet.

Elevenes endring ble funnet gjennom sammenlignbare oppgaver i testene som ble bekreftet gjennom elevintervjuer. Elevenes helhetlige utvikling av matematisk kompetanse gjennom mestring, forklaringer, og markering og avlesing av punkter i koordinatsystemet ga et bilde av hvordan kompetansen hadde endret seg ved å spille Slagskip. Spillet ga også elevene anledning til å utvikle ferdigheter og forståelse for aktuelle begreper og matematiske konsepter, og elevene fikk mengdetrening som ga dem trygghet og mestring.

Som man ser av resultatene er det mange elever som har økt sin kompetanse for koordinatsystemet etter å ha spilt Slagskip. Det er likevel noen elever som fremdeles har lave resultater og lav kompetanse innen området. Det å spille Slagskip alene var ikke nok for at deres kompetanse ble videreutviklet. Undervisningen bør legges opp med en kombinasjon av ulike undervisningsmetoder, da det muligens vil kunne fange opp de som ikke har utviklet noen kompetanse gjennom spillet. En slik kombinasjon av metoder vil heller ikke være negativt for de elevene som allerede opplever mestring, det kan bidra til å forsterke og bekrefte deres forståelse og kompetanse.

Så for å også få med seg de elevene som ikke har fått noen økt kompetanse kun gjennom å spille, vil det være fordelaktig å kombinere spillingen med eksplisitt undervisning om koordinatsystemet. Men spillingens positive påvirkning på mange elevers matematiske kompetanse om koordinatsystemet må vi ikke se bort ifra, og vi bør inkorporere spill som en del av undervisningen i matematikk.

Det matematiske spillet som ble benyttet i denne undersøkelsen hadde en positiv effekt på den matematiske kompetansen til mange av elevene som deltok i denne undersøkelsen. Akkurat disse elevene kan jeg se, ut fra intervjuene og testene, at har fått bedre kompetanse i koordinatsystemet og dens underliggende begreper og konsepter. Men det trengs mer forskning på bruken av matematiske spill i undervisningen. Om spillet vil ha en like god effekt på andre elevgrupper, kan være interessant å undersøke videre.

Et aspekt som kan være interessant å undersøke i videre forskning om Slagskip og matematiske spill, er forskjeller i kompetanseutvikling for gutter og jenter. Det var i denne undersøkelsen høyere resultater for jentene i begge testene, men guttene hadde størst økning fra pre- til posttesten. Jeg valgte å ikke undersøke dette aspektet i denne oppgaven, men det kan være et aktuelt aspekt å undersøke for en annen oppgave.

I en eventuell videre undersøkelse kan det også være interessant å undersøke elevgrupper mot hverandre. Et spørsmål man da må ta stilling til, er hvorvidt det skal undervises om koordinatsystemet i samme periode. En elevgruppe som bare tar testene, men som har ingen implisitt eller eksplisitt undervisning om koordinatsystemet i mellomtiden kan tenkes å ha lite eller ingen endring i resultatene. Det vil da kanskje heller være aktuelt å undersøke effekten av undervisning om koordinatsystemet hos en gruppe, og undervisning om koordinatsystemet med spilling av Slagskip for en annen gruppe. Det er sannsynlig at det vil være endring i begge grupper, men vil endringen være lik for begge gruppene? Dette kan det være interessant å utforske videre.

Referanser

Barron, E. N. (2008). *Game theory: An introduction*. Wiley-Interscience.

Bell, W. R. (1974). Things you can try: Cartesian coordinates and battleship. *The Arithmetic Teacher*, *21*(5), 421-422.

Bishop, A. J. (1988). Mathematics Education in Its Cultural Context. *Educational studies in mathematics*, *19*(2), 179-191. https://doi.org/10.1007/BF00751231

Botten, G. (2016). *Matematikk med mening: mening for alle*. Caspar forlag.

Burton, D. M. (2011). *The history of mathematics: An introduction* (7. utg.). McGraw-Hill.

Cohen, L., Morrison, K. & Manion, L. (2018). *Research methods in education* (8. utg.). Routledge.

Davies, B. (1995). The role of games in mathematics. *Square One*, *5*(2).

Dysthe, O. (2001). *Dialog, samspel og læring*. Abstrakt forlag.

Ernest, P. (1986). Games. A rationale for their use in the teaching of mathematics. *Mathematics in school*, *15*(1), 2.

Fetters, M. D. & Freshwater, D. (2015). The 1+ 1= 3 Integration Challenge. *Journal of Mixed Methods Research*, *9*(2), 115-117. https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/1558689815581222

Grønmo, L. S., Pedersen, I. F. & Onstad, T. (2010). *Matematikk i motvind: TIMSS advanced 2008 i videregående skole*. Unipub.

Holden, I. M. (2001). Matematikk og spill. *Tangenten : tidsskrift for matematikkundervisning.*, (2), 3-4.

Holte, B. & Husby, M. (u.å.). *Slagskipet*. matematikk.org. https://www.matematikk.org/uopplegg.html?tid=66793

Imsen, G. (2014). *Elevens verden : innføring i pedagogisk psykologi* (5. utg.). Universitetsforlaget.

Jakhelln, L. E. (2020). *Kun en av to nordmenn kan kart og kompass*. https://norskfriluftsliv.no/kun-en-av-to-nordmenn-kan-kart-og-kompass/

Johannessen, A., Christoffersen, L. & Tufte, P. A. (2016). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (5. utg.). Abstrakt.

Kilpatrick, J. (2014). Competency Frameworks in Mathematics Education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 85-87). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_27

Kilpatrick, J. & Swafford, J. (2002). *Helping children learn mathematics*. National Academy Press.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up : helping children learn mathematics*. National Academy Press.

Klegseth, M. R. (2018). *En vurdering av vurdering - Emneprøver som måleinstrument for matematisk kompetanse* [Masteroppgave, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet]. Trondheim.

Kleven, T. A. (2008). Validity and validation in qualitative and quantitative research. *Nordic Studies in Education*, *28*(3), 219-233.

Kleven, T. A., Hjardemaal, F. & Tveit, K. (2011). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode: En hjelp til kritisk tolkning og vurdering*. Unipub.

Koay, P. L. (1996). The use of mathematical games in teaching primary mathematics. I.

Koordinatsystem. (2021). I *Store norske leksikon*. Hentet 20. mars 2022 fra https://snl.no/koordinatsystem

Krzywinski, M. & Altman, N. (2014). Visualizing samples with box plots. *Nat Methods*, *11*(2), 119-120. https://doi.org/10.1038/nmeth.2813

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Gyldendal akademisk.

Larsen, A. B., Thommessen, A. K. & Røsrud, K. (2020, 11. oktober). Nei, du kan ikke stole blindt på Google Maps. *NRK*. https://www.nrk.no/innlandet/kun-en-av-to-nordmenn-kan-kart-og-kompass-1.15194097

Matematikksenteret. (2014). *Revidert bakgrunnsdokument for arbeid med regning på ungdomstrinnet*. Nasjonalt senter for matematikk i utdanningen. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/page/revidert-bakgrunnsdokument-endelig.pdf

NESH. (2021, 16. desember). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. De nasjonale forskningsetiske komiteene. https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora.pdf

Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring : ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark* (Bd. nr. 18 - 2002). Undervisningsministeriet.

Oldfield, B. J. (1991). Games in the learning of mathematics: 1: A classification. *Mathematics in school*, *20*(1), 41-43.

Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (opplæringslova)* (LOV-1998-07-17-61). https://lovdata.no/lov/1998-07-17-61

Owen, G. (2013). *Game theory* (4. utg.). Emerald Publishing Limited.

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg.). Universitetsforlaget.

Rennstam, J. & Wästerfors, D. (2015). *Från stoff till studie : om analysarbete i kvalitativ forskning*. Studentlitteratur.

Robson, C. & McCartan, K. (2016). *Real world research : a resource for users of social research methods in applied settings* (4th ed. utg.). Wiley.

Rosaline, B. (2014). *Introducing Qualitative Research: A Student's Guide* (2. utg.). SAGE Publications. https://doi.org/10.4135/9781526485045

Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. (2013). *Skolen som læringsarena : selvoppfatning, motivasjon og læring* (2. utg.). Universitetsforlaget.

Stevens, J., Smith, J. M. & Bianchetti, R. A. (2012). Mapping our changing world. *MacEachren AM, Peuquet DJ. Department of Geography, The Pennsylvania State University, University Park*.

Stohlmann, M. (2017). Desmos battleship. *Australian Mathematics Teacher, The*, *73*(2), 7-11.

Säljö, R. (2001). *Læring i praksis : et sosiokulturelt perspektiv* (S. Moen, Overs.). Cappelen akademisk.

Tjora, A. H. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (4. utg.). Gyldendal akademisk.

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag* (MAT1-04). Utdanningsdirektoratet. https://www.udir.no/kl06/mat1-04/hele/komplett_visning

Utdanningsdirektoratet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn* (MAT01-05). https://www.udir.no/lk20/mat01-05

Valenta, A. (2015). Aspekter ved tallforståelse. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/page/Valenta_Tallforsta%CC%8Aelse.pdf

Valenta, A., Nosrati, M., Åsenhus, R. & Wæge, K. (2014). Skisse av den «ideelle læreplan i matematikk». https://docplayer.me/1644531-Skisse-av-den-ideellelaereplan-i-matematikk.html

Von Neumann, J. & Morgenstern, O. (2007). *Theory of games and economic behavior - 60th anniversary ed. with an introduction by Harold W. Kuhn and an afterword by Ariel Rubinstein.* Princeton University Press.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes* (M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner & E. Souberman, Red.). Cumberland: Harvard University Press.

Vedlegg

Vedlegg 1: Godkjennelse fra Norsk senter for forskningsdata (NSD)

Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vedlegg 3: Pretest

Vedlegg 4: Posttest

Vedlegg 5: Intervjuguide

Vedlegg 6: Slagskip

Vedlegg 1: Godkjennelse fra Norsk senter for forskningsdata (NSD)

Behandlingen av personopplysninger er vurdert.

Det innsendte meldeskjemaet med referansekode 354646 er nå vurdert av NSD. Følgende vurdering er gitt:

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 08.11.2021 med vedlegg. Behandlingen kan starte.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 24.06.2022.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

• lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen

• formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål

• dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet

• lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos NSD: Olav Rosness, rådgiver.

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet "Slagskip: Matematiske spill for koordinatsystemet og funksjoner"?

Til foresatte for elever på 6.trinn ved «…» skole.

Jeg er masterstudent ved NTNU, Institutt for lærerutdanning, og skal gjennomføre et kort forskningsprosjekt på skolen til ditt barn. I dette skrivet gir jeg deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for ditt barn.

Formål

Formålet med prosjektet er å studere elevers kunnskaper om koordinatsystemet og funksjoner. Dette prosjektet danner datagrunnlaget for min masteroppgave i matematikkdidaktikk ved NTNU. I den anledning søker jeg elever som er villige til å delta i prosjektet, som baserer periode hvor elevene spiller spillet Slagskip som en del av undervisningen i matematikk, og en pre- og posttest. Gjennom prosjektet ønsker jeg å studere endringen som skjer hos elevene fra pretesten til posttesten i prosjektperioden. Resultatene av studien vil bli brukt i en masteroppgave ved NTNU.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

NTNU, Institutt for lærerutdanning er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får ditt barn spørsmål om å delta?

Du/dere får spørsmål om barnet kan delta i dette prosjektet, da jeg har fått tillatelse fra ledelsen ved skolen til å gjennomføre prosjektet på 6.trinn.

Hva innebærer det for ditt barn å delta?

For ditt barn vil deltakelsen i prosjektet innebære å gjennomføre en pretest for å kartlegge deres kunnskaper om koordinatsystemet og funksjoner ved start av prosjektet. Testen vil ta ca. 20 minutter å gjennomføre. Deretter vil de spille spillet Slagskip i deler av matematikkundervisningen i tre uker. Etter disse ukene vil elevene igjen gjennomføre en test for å kartlegge kunnskapene de nå har om koordinatsystem og funksjoner.

Et par elever vil bli intervjuet i etterkant om hva de kan og hvordan de forstår koordinatsystemet. Intervjuene vil bli tatt opp med lydopptak. Etter transkribering av lydopptakene vil disse slettes, og det som gjenstår av datamateriale er transkripsjon av intervjuene. Alt datamateriale vil anonymiseres for bruk i oppgaven. Som foresatt kan du få se pre- og posttesten og intervjuguide på forhånd ved å ta kontakt.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å la ditt barn delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om ditt barn i prosjektet vil være anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for ditt barn hvis han/hun ikke ønsker å delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Jeg vil bare bruke opplysningene om ditt barn til formålene jeg har fortalt om i dette skrivet. Opplysningene behandles konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det er kun veileder og student på prosjektet som har tilgang til datamaterialet. Datamaterialet vil kunne diskuteres med medstudenter. Datamaterialet vil lagres kryptert på NICE-1, som er NTNU sitt fillagringsområde for skjermede data. Etter transkribering vil alt personidentifiserende materiale slettes, og de transkriberte dataene vil være anonyme. Alt som benyttes i masteroppgaven vil være anonymisert, og ditt barn vil ikke kunne gjenkjennes i oppgaven.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes 20.06.22. Når prosjektet er slutt vil alle opptak være slettet. Datamaterialet som benyttes i oppgaven vil være anonymisert og lagres hos NTNU, for etterprøvbarhet og eventuelle oppfølgingsstudier.

Dine rettigheter

Så lenge ditt barn kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om ditt barn,
- å få rettet personopplysninger om ditt barn,
- få slettet personopplysninger om ditt barn,
- få utlevert en kopi av ditt barns personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av ditt barns personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om ditt barn basert på ditt samtykke. På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- NTNU ved prosjektansvarlig Arne Kristian Amdal, på epost (arne.amdal@ntnu.no) eller på telefon --, eller student Mari Eidnes på epost (marieidn@stud.ntnu.no) eller på telefon --.

- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen ved NTNU (thomas.helgesen@ntnu.no)
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Arne Kristian Amdal Prosjektansvarlig	Mari Eidnes Student

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Slagskip: Matematiske spill for koordinatsystemet og funksjoner» og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ at mitt barn kan delta i pre- og posttesten
- ☐ at mitt barn kan delta i intervju
- ☐ at data som er personidentifiserende (for eksempel lydopptak) kan lagres og bli behandlet frem til prosjektet er avsluttet, ca. 20. juni 2022
- ☐ at data som ikke er personidentifiserende (for eksempel anonymiserte transkripsjoner) kan lagres hos NTNU etter prosjektets slutt for videre forskning

----
(Navn på barnet)

(Signert av foresatt, dato)

Vedlegg 3: Pretest

Hva kan du om koordinatsystemet?

Navn: ______________________________ Dato: ______________________

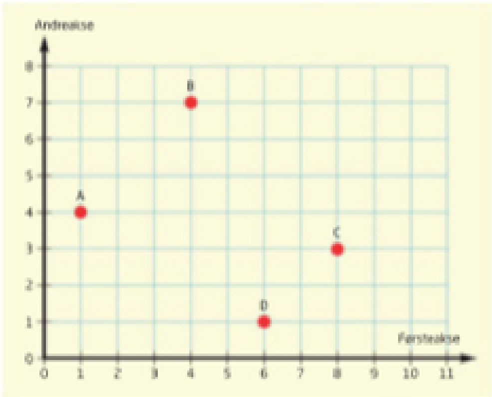
1. Hva er koordinatene til punktene A, B, C og D?

A (____, ____)

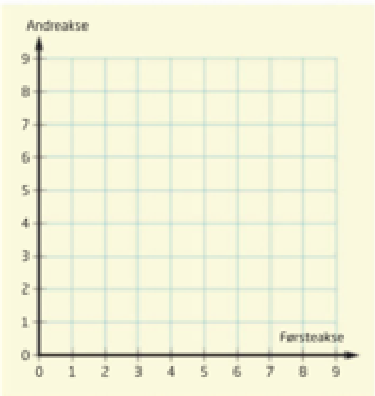
B (____, ____)

C (____, ____)

D (____, ____)

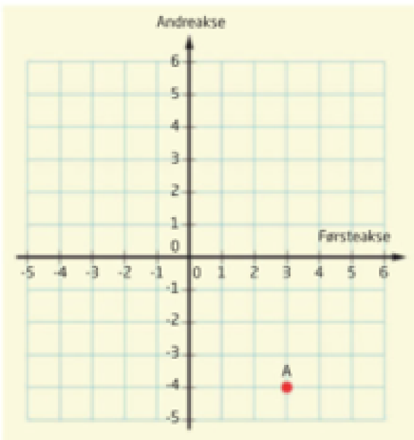


2. Marker punktet med koordinatene (7, 3).

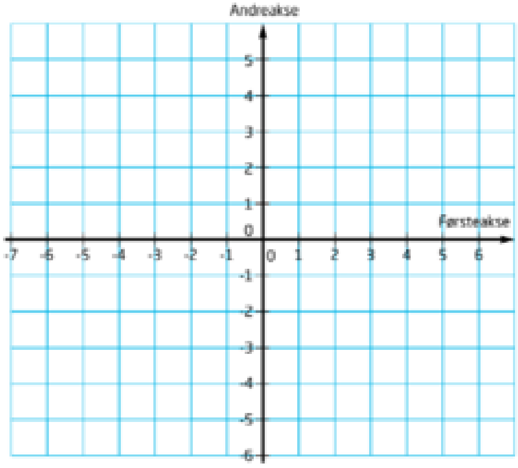


3. Hvor ligger punktet A?

☐ (-3, 4)
☐ (3, -4)
☐ (-4, 3)
☐ (4, -3)



4. Marker hvor punktet med koordinatene (2, -4) ligger.



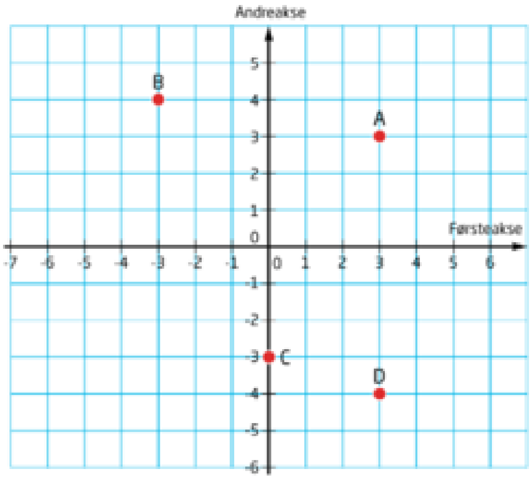
5. Skriv koordinatene til punktene A, B, C og D.

A (_____, _____)

B (_____, _____)

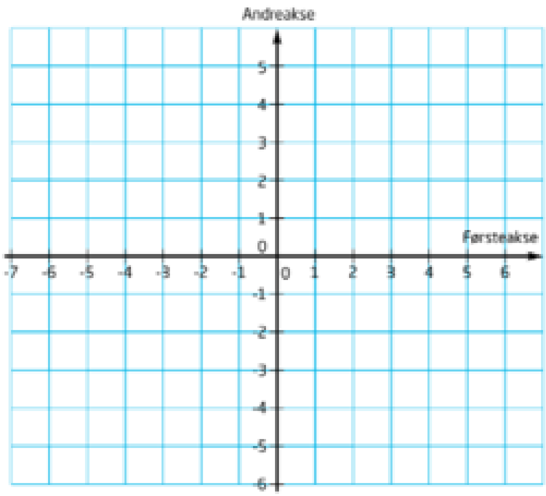
C (_____, _____)

D (_____, _____)



6. Merk av punktene i koordinatsystemet.
Husk å merke punktene og skrive bokstaven til punktet.

A (-2, 3)
B (-2, -3)
C (3, -3)
D (3, 3)



Vedlegg 4: Posttest

Hva kan du om koordinatsystemet?

Navn: ______________________________ Dato: ______________________

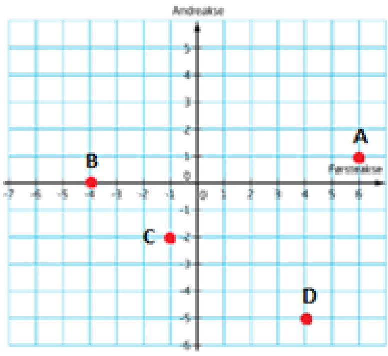
1. Hva er koordinatene til punktene A, B, C og D?

A (____, ____)

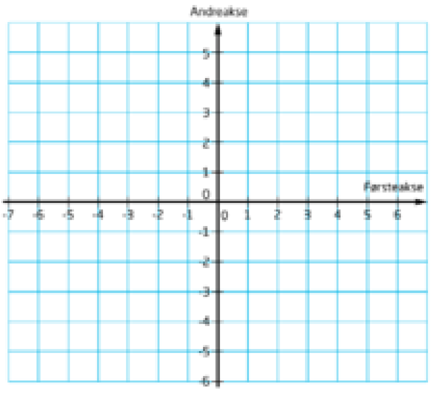
B (____, ____)

C (____, ____)

D (____, ____)

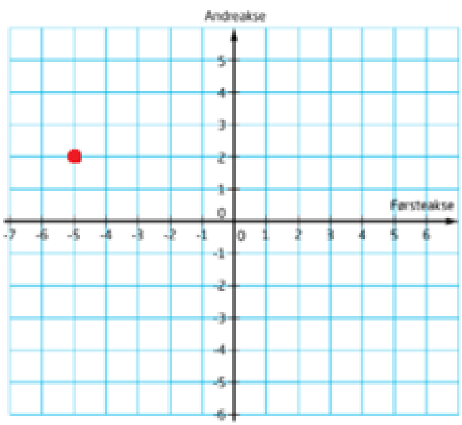


2. Marker punktet med koordinatene (2, -4).

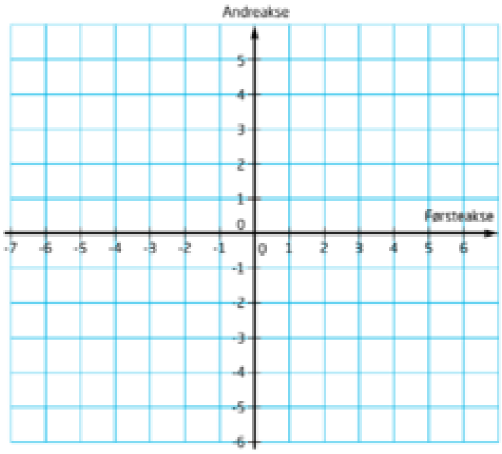


3. Hvor ligger punktet A?

☐ (-2, 5)
☐ (2, -5)
☐ (-5, 2)
☐ (5, -2)



4. Marker hvor punktet med koordinatene (-4, 5) ligger.



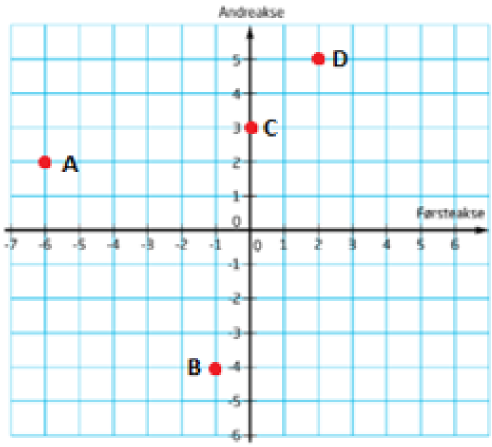
5. Skriv koordinatene til punktene A, B, C og D.

A (_____, _____)

B (_____, _____)

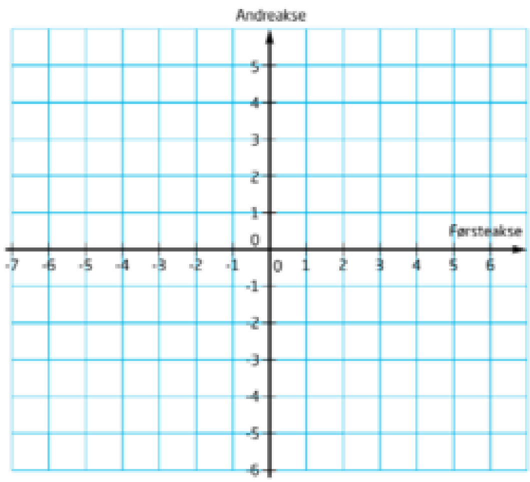
C (_____, _____)

D (_____, _____)



6. Merk av punktene i koordinatsystemet.
Husk å merke punktene og skrive bokstaven til punktet.

A (-4, 2)
B (-1, -5)
C (0, -2)
D (3, 1)



Vedlegg 5: Intervjuguide

Intervjuguide

Intervjuene vil foregå i etterkant av utfylling av spørreskjema og en periode hvor elevene har spilt spillet Slagskip. Intervjuene vil være semistrukturerte, og vil basere seg både på spørsmålene under og på informantenes utsagn.

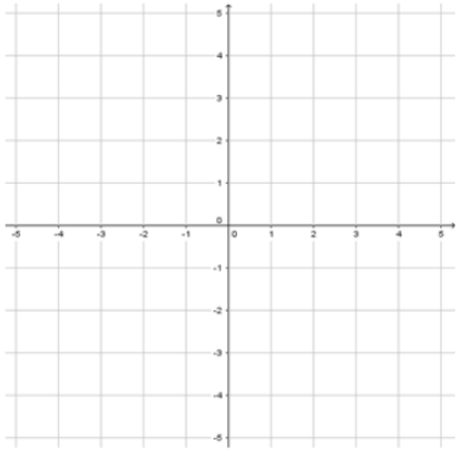
- Hvis du tenker tilbake til da vi startet å spille, hvordan var det da?
- Synes du det har blitt lettere eller vanskeligere underveis?
    - Har du merket noe endring?
- Er det noe du synes du har blitt bedre på?
- Synes du at du har blitt bedre til å forstå koordinatsystemet etter disse ukene?
- Her er koordinatsystemet vi har brukt da vi har spilt Slagskip. Hvis jeg ber deg krysse i (2, 4), hvor vil du sette krysset da?
    - Hva med (2, -2)?
    - Hva med (-3, -5)?
- Hvorfor havnet dette (henvise tilbake til punktene eleven har markert) akkurat her?
- Hva er det som gjør at punktet ligger her og ikke et annet sted?
- Hva hvis jeg ber deg tegne en linje mellom to punkter?
    - Kan du tegne en linje mellom disse to punktene: (1, 4)) og (-3, 3)?
    - Kan du tegne en linje mellom disse to punktene: (-2, 2) og (1, -3)?

- Hvordan synes du det har vært å spille Slagskip?
    - Har du lært noe av det?

- Har du noe mer du ønsker å legge til?

Vedlegg 6: Slagskip

Dine skip



Regler:

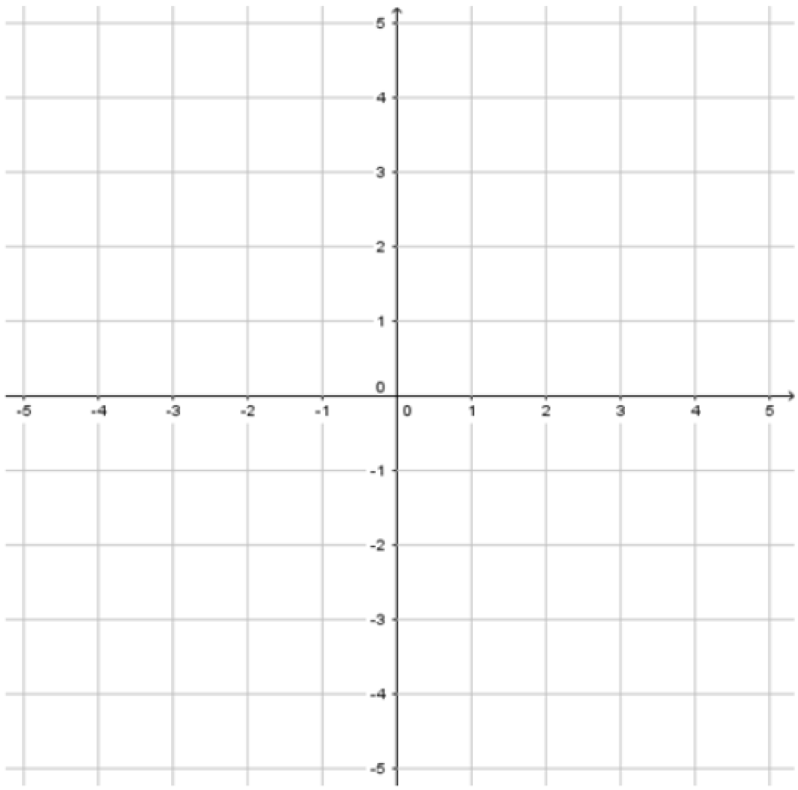
- Plasser skipene i «dine skip», som beskrevet i «flåte»

-Bytt på å skyte på hverandre med ord som: fem, tre.

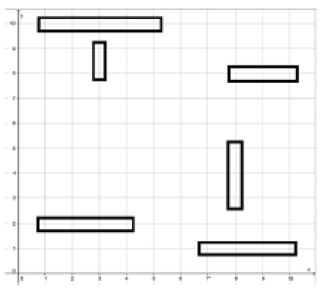
-Marker punktene som du har skutt på med x i «motstanders skip».

-Fortsett til alle skipene er senket.

Motstanders skip



Flåte



Skip	Størrelse
1xHangarskip	5
2xSlagskip	4
2xKrysser	3
1xDestroyer	2

NTNU
Kunnskap for en bedre verden