

Helene Myhrvang Haugom

Matematisk fleksibilitet i grunnskolen

En systematisk litteraturstudie

Masteroppgave i matematikdidaktikk 5.-10. trinn

Veileder: Astrid Hågensen Kleven og Eivind Kaspersen

Mai 2022

Helene Myhrvang Haugom

Matematisk fleksibilitet i grunnskolen

En systematisk litteraturstudie

Masteroppgave i matematikdidaktikk 5.-10. trinn
Veileder: Astrid Hågensen Kleven og Eivind Kaspersen
Mai 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning



Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Denne studien undersøker matematisk fleksibilitet, definert som å ha kunnskap om ulike strategier og evnen til å velge og bruke de passende og mest effektive strategiene til ulike problemer (Newton et al., 2020, s. 504). Hensikten er å fremme mer forskning på temaet ved å presentere en oversikt over hva som er kjent om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet i dag og hva som fremdeles er ukjent og/eller usikkert. Studiens overordnede problemstilling er: *Hva sier utdanningsvitenskapelig forskning om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet, og hva bør videre forskning undersøke nærmere?*

Studien er gjennomført som en systematisk litteraturstudie med litteratursøk i to databaser. Ved bruk av fastsatte inkluderings- og ekskluderingskriterier satt jeg igjen med 16 forskningsartikler som studiens datamateriale. For å konkretisere studiens problemstilling, formulerte jeg fire forskningsspørsmål: (1) *Hvordan definerer studiene matematisk fleksibilitet?*; (2) *Hvilke metoder benytter studiene for å undersøke matematisk fleksibilitet?*; (3) *Hva er studienes hovedfunn?*; (4) *Hva foreslår forskerne at videre forskning bør undersøke nærmere?* Jeg analyserte datamaterialet ved å gjennomføre en induktiv og semantisk tematisk analyse av forskningsspørsmålene.

Studien viser at et gjentagende funn i forskningslitteraturen er at grunnskoleelever ikke er fleksible, men at de kan utvikle fleksibilitet hvis det er et eksplisitt mål man arbeider systematisk med. Forskningslitteraturen foreslår spesielt eksponering for og sammenligning av flere strategier for at elever skal utvikle matematisk fleksibilitet. Videre viser forskningslitteraturen at elevenes forkunnskaper påvirker deres utvikling og uttrykking av fleksibilitet. Jeg foreslår mer forskning om hvilken betydning denne subjektive karakteristikken har, slik at man kan vurdere om fleksibilitet bør være et instruksjonsmål for alle elever. Studien synliggjør også et behov for mer forskning i autentiske klasserom, deriblant ved å studere hvordan matematikkundervisningen tilrettelegger for elevers fleksibilitetsutvikling. Videre har tidligere forskning i størst grad undersøkt elevers fleksibilitet med strategier. I tillegg til å studere elevers fleksibilitet med strategier, representasjoner og beskrivelser, foreslår jeg derfor at videre forskning også bør undersøke elevers fleksibilitet innenfor andre områder i matematikk. Studien synliggjør også et behov for å undersøke nærmere ungdomsskoleelevers fleksibilitet generelt og alle grunnskoleelevers fleksibilitet i andre matematiske temaer enn aritmetikk. Studien støtter totalt sett påstanden fra tidligere forskning om at selv om vi har mer kunnskap om elevers matematiske fleksibilitet i dag enn for 20 år siden, er det fremdeles mye vi ikke vet om temaet (Newton et al., 2020, s. 511; Star et al., 2015, s. 198). Derfor må videre forskning undersøke temaet nærmere slik at vi i fremtiden skal vite mer om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet.

Nøkkelord: matematikk, fleksibilitet, adaptivitet, strategier, litteraturstudie.

Abstract

This study examines mathematical flexibility, defined as having knowledge of various strategies and the ability to choose and use the appropriate and most efficient strategies for various problems (Newton et al., 2020, p. 504). The purpose is to promote more research on the topic by presenting an overview of current knowledge about primary and lower secondary school pupils' mathematical flexibility and what is still unknown and/or uncertain. The study's main research question is: *What does educational science research say about primary and lower secondary school pupils' mathematical flexibility, and what should future research examine further?*

The study was conducted as a systematic literature review with a literature search in two databases. Using established inclusion and exclusion criteria, I was left with 16 research articles as the study's data. To concretize the study's main research question, I formulated four subordinate research questions: (1) *How do the studies define mathematical flexibility?*; (2) *What methods do the studies use to examine mathematical flexibility?*; (3) *What are the main findings of the studies?*; (4) *What do the researchers suggest should be examined further?* I analyzed the data by conducting an inductive and semantic thematic analysis of the research questions.

The study shows that a recurring finding in the research literature is that primary and lower secondary school pupils are not flexible, but that they can develop flexibility if it is an explicit goal that is systematically worked on. The research literature specifically suggests exposure to, and comparisons of, several strategies for pupils to develop mathematical flexibility. Furthermore, the research literature shows that pupils' prior knowledge influences their development and expression of flexibility. I suggest conducting more research into what significance this subjective characteristic has, to assess whether flexibility should be an instructional goal for all pupils. The study also highlights the need for more research in authentic classrooms, including studying how the mathematics teaching facilitates pupils' development of flexibility. Moreover, previous research has to a great extent examined pupils' flexibility with strategies. In addition to studying pupils' flexibility with strategies, representations and descriptions, I suggest that future research should also examine pupils' flexibility in other areas of mathematics. The study also highlights a need to further examine the flexibility of lower secondary school pupils in general and the flexibility of all primary and lower secondary school pupils in other mathematical topics than arithmetic. Overall, this study supports the claim from previous research that although we have more knowledge about pupils' mathematical flexibility today than 20 years ago, there is still much we do not know about the topic (Newton et al., 2020, p. 511; Star et al., 2015, p. 198). Therefore, further research must examine the topic to a greater extent so that, in the future, we will know more about primary and lower secondary school pupils' mathematical flexibility.

Keywords: mathematics, flexibility, adaptivity, strategies, literature review.

Forord

Denne masteroppgaven markerer avslutningen på min tid som lærerstudent. De fem årene ved NTNU har vært spennende, lærerike og fine.

Gjennom arbeidet med masteroppgaven har jeg fått mulighet til å fordype meg i det jeg anser som et interessant og aktuelt tema innenfor matematikdidaktikk. Kunnskapene jeg har fått gjennom dette arbeidet ser jeg på som verdifulle i møte med fremtidig matematikkundervisning.

Jeg ønsker å takke alle som, på hver sin måte, har bidratt til å lette prosessen med masteroppgaven. Jeg vil takke veilederne mine; Astrid Hågensen Kleven og Eivind Kaspersen – takk for god oppfølging og nyttige tilbakemeldinger underveis. Videre vil jeg takke medstudenter for oppmuntrende ord og gode samtaler. Dere har gjort studietiden til en fryd og arbeidet med masteroppgaven lettere. Til slutt vil jeg rette en takk til familien min og gode venner, som har vært viktige støttespillere gjennom hele studieløpet.

Trondheim, mai 2022

Helene Myhrvang Haugom

Innhold

Tabeller	xi
Forkortelser	xi
1 Innledning	13
1.1 Bakgrunn og formål	13
1.2 Forskningsspørsmål og aktualisering	14
1.3 Oversikt over oppgaven	15
2 Teori	16
2.1 Hva er matematisk fleksibilitet?	16
2.1.1 Tvetydigheter og uenigheter i definisjonen	16
2.1.2 Kontrast til rutine-ekspertise	17
2.1.3 Kunnskaper som sammen utgjør matematisk fleksibilitet	17
2.2 Hvorfor er det viktig at elever utvikler matematisk fleksibilitet?	19
2.3 Faktorer som påvirker elevers matematiske fleksibilitet	20
2.3.1 Problemkarakteristikker	20
2.3.2 Subjektive karakteristikker	21
2.3.3 Matematikkundervisningen	22
2.4 Sentrale funn fra tidligere forskning	24
3 Metodologi	26
3.1 Forskningsparadigme og forskningstilnærming	26
3.2 Metode for datainnsamling	27
3.2.1 Systematisk litteraturstudie	27
3.2.2 Litteratursøk	28
3.2.2.1 Scopus	30
3.2.2.2 ERIC	31
3.3 Metode for dataanalyse	34
3.3.1 Tematisk analyse	34
3.3.2 Analyse av datamaterialet	35
3.4 Studiens troverdighet og autentisitet	36
3.5 Forskningsetikk	38
4 Resultat	40
4.1 Studienes definisjoner av matematisk fleksibilitet	40
4.2 Metoder benyttet for å undersøke matematisk fleksibilitet	44
4.2.1 Matematiske temaer	44
4.2.2 Alder på deltakere	44
4.2.3 Datainnsamlingsmetoder	47

4.2.4	Metoder for dataanalyse	51
4.3	Studiens hovedfunn.....	54
4.4	Forskernes forslag til videre forskning	58
5	Diskusjon	61
5.1	Oppsummering av studiens funn	61
5.2	Studiens didaktiske implikasjoner.....	62
5.3	Studiens vitenskapelige implikasjoner	63
5.4	Vurdering av studiens kvalitet.....	67
6	Konklusjon.....	70
	Referanser	71

Tabeller

Tabell 3.1: Trinn i systematisk litteraturstudie, basert på Bryman (2016)	28
Tabell 3.2: Oversikt over relevante artikler fra litteratursøk	33
Tabell 3.3: Faser i tematisk analyse, fra Braun & Clarke (2006).....	35
Tabell 4.1: Studienes definisjoner av matematisk fleksibilitet	43
Tabell 4.2: Matematiske temaer undersøkt i studiene	45
Tabell 4.3: Alder på deltakere i studiene.....	46
Tabell 4.4: Studienes benyttede datainnsamlingsmetoder.....	50
Tabell 4.5: Studienes benyttede dataanalysemetoder	53
Tabell 4.6: Studienes hovedfunn	57
Tabell 4.7: Forskernes forslag til videre forskning	60

Forkortelser

ERIC
NTNU

Education Resources Information Centre
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

1 Innledning

1.1 Bakgrunn og formål

Denne masteroppgaven er en litteraturstudie om matematisk fleksibilitet. Matematisk fleksibilitet kan defineres som det å ha kunnskap om ulike strategier og evnen til å velge og bruke de passende og mest effektive strategiene til ulike problemer, og er anerkjent for å være en avgjørende ferdighet for elevers mestring og læring i matematikk (Newton et al., 2020, s. 503-504; Star et al., 2015, s. 198). En strategi defineres her som en stegvis prosedyre man følger for å løse et matematisk problem (Star & Rittle-Johnson, 2008, s. 566). Videre beskriver litteraturen viktigheten med at elever utvikler adaptiv ekspertise, omtalt som evnen til å benytte de lærte strategiene fleksibelt og kreativt (Hatano, 2003, referert i Verschaffel et al., 2011, s. 175).

Den gjeldende norske læreplanen, Fagfornyelsen, belyser også viktigheten med matematisk fleksibilitet ved å vektlegge at elever skal lære ulike strategier og kunne begrunne sine strategivalg (Kunnskapsdepartementet, 2019). Også med utgangspunkt i ønsket om at matematikkfaget skal inneholde mer enn lukkede oppgaver som tester elevenes instrumentelle forståelse, kan man beskrive matematisk fleksibilitet som en sentral evne for elever å utvikle (Kunnskapsdepartementet, 2019; Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 129). Å ha en instrumentell matematikkforståelse betyr at elevene anvender standardiserte strategier riktig for å få rett svar på den gitte oppgaven (Skemp, 1989, s. 2). Læreplanen synliggjør heller et ønske om at undervisningen skal skape refleksjon og kreativitet hos elevene, og dermed det man kaller en relasjonell forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2019; Skemp, 1989, s. 2). Relasjonell forståelse innebærer at elevene i tillegg til å kunne løse en oppgave med bruk av en bestemt strategi, kan vurdere hvorfor denne strategien er fornuftig å benytte til det spesifikke problemet (Newton et al., 2020, s. 504; Skemp, 1989, s. 2). Med grunnlag i dette ønsket om hva matematikkfaget skal være, kan man belyse viktigheten av at elever utvikler evnen til å ta selvstendige og gode strategivalg i møte med ulike oppgavetyper. På grunn av det økte fokuset på viktigheten denne evnen har, har forskningen og dermed også litteraturen om matematisk fleksibilitet i skolen vokst (Star et al., 2015, s. 198).

Til tross for et økt fokus på temaet i utdanningsvitenskapelig forskning, kommer det frem i tidligere forskning at matematisk fleksibilitet er et ganske nytt forskningsfelt bestående av et relativt lavt antall empiriske studier fra autentiske klasserom (Star et al., 2015, s. 198-199). I tillegg uttrykker forskere at selv om de har gjort fremskritt i å forstå matematisk fleksibilitet de siste to tiårene, vet man totalt sett lite om hva som bidrar til utvikling av denne evnen (Newton et al., 2020, s. 511; Star et al., 2015, s. 198).

Sammen med en tydeliggjøring av hvor viktig fleksibilitet er i matematikkfaget, synliggjør det foregående et behov for mer forskning på temaet (Star et al., 2015, s. 198-199). Mer forskning om matematisk fleksibilitet kan, som utdanningsvitenskapelig forskning generelt, tilby lærere mer kunnskap om elevers matematiske utvikling (Hermansen, 2018, s. 39). Økt lærerkunnskap kan igjen bidra til stadige forbedrede undervisningspraksiser med formålet om å oppnå skolens overordnede mål om å tilrettelegge for mest mulig læring hos alle elever (Hermansen, 2018, s. 39; Opplæringslova, 1998, § 1-1, 1-3).

Med bakgrunn i viktigheten av matematisk fleksibilitet, slik læreplanen og tidligere forskning synliggjør, har jeg i denne masteroppgaven gjennomført en systematisk litteraturstudie¹ (min oversettelse) om matematisk fleksibilitet og sett nærmere på hva som er kjent om temaet og hva som fremdeles er ukjent og/eller usikkert (Grant & Booth, 2009, s. 95; Kunnskapsdepartementet, 2019; Star et al., 2015, s. 198). Å gjennomføre en systematisk litteraturstudie vil si å skape en oversikt over kjent kunnskap på det studerte temaet gjennom en systematisk utvelgelse av relevant litteratur (Bryman, 2016, s. 105; Grant & Booth, 2009, s. 102). Med dette utgangspunktet har studien to formål. For det første ønsker jeg å tilby leseren et samlet bilde av forskningen som er gjort på temaet med fokus på grunnskoleelever (Grant & Booth, 2009, s. 97). En slik oversikt kan tilby muligheter for profesjonsfaglig og profesjonsdidaktisk utvikling hos kommende og etablerte lærere gjennom en tilgjengeliggjøring av forskningen på temaet. En slik tilgjengeliggjøring av forskning kan også lette lærerens oppgave som profesjonell yrkesutøver med å oppdatere seg på forskning og benytte forskningsfunn til å planlegge, gjennomføre og evaluere egen undervisning (Hermansen, 2018, s. 39). For det andre ønsker jeg gjennom min studie å fremme mer forskning på temaet, slik at vi i fremtiden vet mer om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet. Gjennom å presentere et samlet bilde av forskeres egne forslag til videre forskning samt fremme et forslag om videre forskning basert på funn om de utvalgte studienes forskningsmetoder og resultater, kan min litteraturstudie synliggjøre hva videre forskning bør undersøke nærmere.

1.2 Forskningsspørsmål og aktualisering

Med utgangspunkt i masteroppgavens formål, er den overordnede problemstillingen: *Hva sier utdanningsvitenskapelig forskning om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet, og hva bør videre forskning undersøke nærmere?* Både av hensyn til prinsippet om gjennomførbarhet, gitt at litteraturstudien skulle være gjennomførbar for én person, og en konkretisering av problemstillingen for å gjøre den forskbar, har jeg definert fire forskningsspørsmål som underspørsmål til problemstillingen. De er som følger:

- 1) *Hvordan definerer studiene matematisk fleksibilitet?*
- 2) *Hvilke metoder benytter studiene for å undersøke matematisk fleksibilitet?*
- 3) *Hva er studienes hovedfunn?*
- 4) *Hva foreslår forskerne at videre forskning bør undersøke nærmere?*

Ut fra tidligere forskning kan en anta at forskere vektlegger ulikt innhold i begrepet matematisk fleksibilitet (Verschaffel et al., 2009, s. 337-338). Enkelte forskningsartikler bruker begrepene fleksibilitet og adaptivitet² (min oversettelse) om hverandre, mens andre differensierer de to begrepene. I tilfellene hvor forskere skiller begrepene, omtaler de fleksibilitet om det å bytte mellom strategier, mens de betegner adaptivitet som evnen til å velge den mest egnede strategien til et problem. Definisjonen jeg presenterte innledningsvis i oppgaven synliggjør begge disse elementene ved at den implisitt vektlegger at elevene må bytte strategi hvis en annen strategi er mer egnet til det gitte problemet (Newton et al., 2020, s. 504). Ulike definisjoner kan også for eksempel vektlegge ulike karakteristikk ved bruk av begrepet «de mest effektive strategiene» (Torbeys & Verschaffel, 2013, s. 131). For eksempel kan effektivitet³ (min oversettelse)

¹ «Systematic review» (Grant & Booth, 2009, s. 95)

² «Flexibility & adaptivity» (Verschaffel et al., 2009, s. 337)

³ «Efficiency» (Torbeys & Verschaffel, 2013, s. 131)

handle om strategiens nøyaktighet, men også hvor mange steg og hvor lang tid det tar å utøve den. Totalt sett tydeliggjør det foregående at definisjonen jeg har brukt som utgangspunkt for oppgaven, kun er én av flere benyttede definisjoner av matematisk fleksibilitet på forskningsfeltet. Selv om jeg har tatt utgangspunkt i én definisjon, er det likevel interessant å studere hvordan ulike forskere definerer matematisk fleksibilitet. Et slikt ontologisk fokus, som dette forskningsspørsmålet har, kan belyse hva matematisk fleksibilitet er. Med det overnevnte som utgangspunkt er det også nødvendig å studere hvilke elementer de utvalgte studiene vektlegger i sin definisjon av matematisk fleksibilitet (forskningsspørsmål 1) for å kunne sammenfatte deres funn og besvare den overordnede problemstillingen.

Det andre forskningsspørsmålet, omhandlende de utvalgte studienes benyttede forskningsmetoder, er inkludert for å tilby en oversikt som kan veilede andre som ønsker å forske på matematisk fleksibilitet. Begrepet forskningsmetode rommer så mangt, men handler i hovedsak om på hvilken måte forskeren i en studie skaffer og behandler data (Mackenzie & Knipe, 2006, s. 196). Underliggende dette forskningsspørsmålet har jeg undersøkt de utvalgte studienes metoder for datainnsamling og dataanalyse. Hva som inngår i disse begrepene, beskriver jeg i oppgavens metodekapittel. Ved å inkludere en undersøkelse av studienes benyttede forskningsmetoder som et forskningsspørsmål i litteraturstudien, ønsker jeg å sammenfatte studienes metoder og belyse om noen metoder er benyttet lite eller mye. Å besvare disse epistemologiske spørsmålene vil styrke grunnlaget til å kunne tilby et forslag om hva videre forskning bør undersøke nærmere, og dermed kunne besvare oppgavens overordnede problemstilling.

Underliggende det tredje og det fjerde forskningsspørsmålet har jeg undersøkt de utvalgte studienes resultater og forskernes forslag til videre forskning. Studienes hovedfunn kan bidra til å besvare det empiriske spørsmålet om hva vi på grunnlag av denne forskningen vet om matematisk fleksibilitet i dag. Som svar på den overordnede problemstillingen ønsker jeg på bakgrunn av alle forskningsspørsmålene å diskutere behovene for videre forskning. Til sammenligning vil jeg i besvarelsen av det fjerde forskningsspørsmålet sammenfatte og gjenfortelle det forskerne eksplisitt uttrykker som forslag til videre forskning, uten å tilegne mer mening til innholdet enn det som kommer frem i litteraturen. Hensikten med masteroppgaven er å samle trådene på hva tidligere forskning fremmer av funn og forslag til videre forskning, for å kunne si noe om hvilke aspekter ved matematisk fleksibilitet som er studert mye tidligere, hvor man finner ubesvarte spørsmål og dermed hvor det fremtidige fokuset kanskje kan eller bør ligge.

1.3 Oversikt over oppgaven

I det neste kapittelet vil jeg presentere studiens teoretiske bakteppe. Spesifikt beskriver jeg hva matematisk fleksibilitet innebærer og deriblant hvilke kunnskaper denne evnen består av. Deretter vil jeg presentere sentrale funn fra tidligere forskning. Videre vil jeg i kapittel 3 redegjøre for studiens forskningsmetode og beskrive hvordan jeg gjennomførte innsamling og analyse av datamaterialet med en systematisk litteraturgjennomgang og bruk av tematisk analyse. I resultatkapittelet vil jeg presentere studiens funn på de fire forskningsspørsmålene, før jeg i diskusjonskapittelet vil diskutere funnene med utgangspunkt i den presenterte teorien og fremme et svar på den overordnede problemstillingen. Avslutningsvis i diskusjonskapittelet vil jeg vurdere studiens kvalitet og diskuterer valg som eventuelt kunne ført til andre resultater. Jeg vil avslutte oppgaven med et konkluderende svar på problemstillingen og hva funnene kan bety for videre forskning.

2 Teori

Ut fra oppgavens problemstilling og forskningsspørsmål, er spesielt begrepet matematisk fleksibilitet essensielt. Det er, som beskrevet innledningsvis, uenighet i hva som inngår i dette begrepet (Torbeyns et al., 2009b, s. 581-582). I dette kapittelet vil jeg redegjøre for hva denne uenigheten går ut på og hva det vil si at en elev er matematisk fleksibel. Her vil jeg presentere og definere sentrale begreper for mine undersøkelser. Videre vil jeg forklare hvorfor det er viktig at elever utvikler matematisk fleksibilitet, før jeg presenterer en oversikt over faktorer som kan påvirke elevenes utvikling og uttrykk av denne evnen. Avslutningsvis i teorikapittelet vil jeg presentere sentrale funn fra tidligere forskning, som sammen med den første delen, informerer om hva matematisk fleksibilitet er.

Selv om studien har en teoretisk forankring med forskningsartikler som datamateriale, skiller jeg teori- og resultatkapittelet i oppgaven. I dette kapittelet vil jeg presentere et generelt teoretisk bakteppe for oppgaven for å gjøre leseren kjent med temaet, mens resultatkapittelet består av en systematisering av tidligere forskning basert på bestemte fokusområder i form av studiens problemstilling og forskningsspørsmål.

2.1 Hva er matematisk fleksibilitet?

2.1.1 Tvetydigheter og uenigheter i definisjonen

Det finnes ulike definisjoner av matematisk fleksibilitet, og det er, i følge Torbeyns og hennes kolleger (2009b, s. 581-582), uenigheter i nøyaktig hva begrepet innebærer. Selv om definisjonene er mange, består begrepet i hovedsak av to komponenter: kunnskap om ulike løsningsstrategier, og evnen til å velge og benytte den passende og mest effektive strategien når man løser et problem (Rathgeb-Schnierer & Green, 2017, s. 3). Når det gjelder uenighetene, har forskerne blant annet ulike syn på hva de tolker som fleksible strategivalg (Torbeyns et al., 2009b, s. 582). Noen definisjoner omtaler fleksible strategivalg som det å bruke en variasjon av strategier og velge passende strategi ut fra problemets karakteristikk. Andre definisjoner er mer komplekse og inkluderer i tillegg faktorer som for eksempel at problemløserens subjektive karakteristikk og foretrukkenheter kan påvirke hva som er et fleksibelt strategivalg for dette individet. Jeg vil utdype betydningen av slike faktorer i delkapittel 2.3.

Som jeg beskrev innledningsvis i oppgaven, er det ulikt hva forskere legger i begrepene fleksibilitet og adaptivitet (Verschaffel et al., 2009, s. 337). Enkelte skiller mellom disse to begrepene. I dag bruker forskere, i følge Lemonidis og Likidis (2021, s. 85), oftere begrepene som synonymer underliggende det overordnede begrepet matematisk fleksibilitet og definisjonen om å anvende forskjellige strategier og velge den mest egnede til ethvert problem. I min oppgave følger jeg den nyeste trenden og benytter begrepet matematisk fleksibilitet som en fellesbetegnelse for de to komponentene. I undersøkelsene av forskningsspørsmål 1, om de utvalgte studienes definisjoner av matematisk fleksibilitet, vil jeg imidlertid studere hvorvidt forskerne skiller mellom de to begrepene eller ikke. Det vil kunne utgjøre en forskjell for tolkningen av studienes hovedfunn hvorvidt de benytter begrepet matematisk fleksibilitet for å kun omtale det å bytte mellom strategier, eller om de også inkluderer evnen til å velge passende og

effektive strategier (Verschaffel et al., 2009, s. 337). Derfor ser jeg på det som viktig å studere artiklens bruk av disse begrepene for best mulig å kunne viderefremme deres resultater og tanker om videre forskning.

I sammenheng med at fleksibilitet handler om å bruke den mest effektive strategien til problemet man står overfor, må man stille spørsmålet om hva forskere definerer som effektive strategier (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 131). Enkelte forskere vektlegger tiden det tar å utøve strategien, mens andre legger større vekt på hvor nøyaktig strategien er med tanke på svaret man kommer frem til. Noen forskere tar også subjektive karakteristikk til betraktning på bakgrunn av tanken om at foretrukket og tidligere erfaringer med strategier kan ha en betydning for et individs effektivitet med en strategi (Newton et al., 2020, s. 504). Man må imidlertid være klar over at et individs erfarte effektivitet kan skille seg fra hva som faktisk er mest effektivt, både generelt og for dette individet. Med grunnlag i det foregående er det usikkert hva det vil si å være matematisk fleksibel, nettopp fordi det er uenigheter i om man skal definere effektive strategivalg på bakgrunn av et generelt eller delvis subjektivt grunnlag.

2.1.2 Kontrast til rutine-ekspertise

Underliggende matematisk fleksibilitet er evnen til å ta strategivalg avhengig av karakteristikken til problemet man skal løse (Newton et al., 2020, s. 504). Med bakgrunn i denne definisjonen kan man se at matematisk fleksibilitet er en kontrast til det forskere omtaler som *rutine-ekspertise*⁴ (min oversettelse); en situasjon hvor elevene bruker de samme standardiserte prosedyrene til ethvert tilsynelatende likt problem (Verschaffel et al., 2009, s. 336). For eksempel vil rutine-ekspertise si at en elev alltid benytter standardalgoritmen til å løse regnestykker, uavhengig av tallene de består av. Det at man kan omtale det som infleksibelt å bruke denne strategien i enkelte problemer, handler ikke alltid om at den fører til feil svar, men heller at strategien ikke nødvendigvis er den mest effektive og passende å benytte på dette problemet. Ved enkelte problemer er imidlertid standardalgoritmen den «beste» strategien å benytte, og det er denne balansegangen som gjør det vanskelig for elever å fostre utvikling av matematisk fleksibilitet (Newton et al., 2020, s. 503).

2.1.3 Kunnskaper som sammen utgjør matematisk fleksibilitet

For å kunne ta fleksible strategivalg, trenger man både *begreps- og prosedyrekunnskap*⁵ (min oversettelse) (Hickendorff, 2020, s. 2). Gode strategivalg inkluderer blant annet at man klarer å løse oppgavene riktig ved bruk av dem. Det er dette forskere omtaler som prosedyrekunnskap; altså å vite hvordan man bruker ulike strategier til å løse et problem (Schneider et al., 2011, s. 1525). For å kunne bruke strategier rett, trenger imidlertid problemløseren også teoretisk kunnskap om matematiske objekter og begreper for å kunne forstå hvorfor strategien fungerer til det spesifikke problemet, også kalt begrepskunnskap. Totalt sett kan man derfor si at matematisk fleksibilitet både består av kunnskap og bruk av strategier, og mer spesifikt kan kategoriseres i fire underkomponenter: *kunnskap om flere strategier* (kunnskap om ulike strategier som man kan bruke i problemer tilhørende ulike matematiske domener), *kunnskap om effektive strategier* (kunnskap om hvilke strategier som er mest effektive i sammenligning med andre strategier), *bruk av flere strategier* (kunne utføre forskjellige strategier) og *bruk av*

⁴ «Routine expertise» (Verschaffel et al., 2009, s. 336)

⁵ «Conceptual & procedural knowledge» (Schneider et al., 2011, s. 1525)

effektive strategier (kunne utføre de mest effektive og passende strategiene)⁶ (min oversettelse) (Newton et al., 2020, s. 504; Star & Rittle-Johnson, 2008, s. 574). En elev kan for eksempel ha gode teoretiske kunnskaper om flere strategier, men ikke klare å utføre dem i praksis, og dermed velge en mindre effektiv strategi på grunn av manglende bruksferdigheter. Dermed vil ikke eleven klare å vise sin kunnskap fordi det praktiske strategivalget symboliserer lav fleksibilitet. Det er nemlig slik at elever ofte har kunnskapen om hvilke strategier som er mest egnede å bruke i ulike problemsituasjoner, men at de er trege på å bruke denne kunnskapen (Newton et al., 2020, s. 504). På bakgrunn av denne informasjonen skiller noen forskere mellom *potensiell og praktisk fleksibilitet*⁷ (min oversettelse); hva eleven vet og dermed har potensial til å vise versus hva eleven faktisk viser gjennom sitt praktiske matematikkarbeid (Xu et al., 2017, s. 2). Det er med utgangspunkt i forskjellen mellom potensiell og praktisk fleksibilitet at flere forskere fremmer betydningen av at forskning om matematisk fleksibilitet må studere både elevens prosedyre- og begrepskunnskap for å fange tvetydigheten i begrepet (Hickendorff, 2020, s. 8; Scheibling-Sève et al., 2020, s. 297; Schneider et al., 2011, s. 1525).

Fleksible problemløserne skal kunne bruke den mest effektive strategien til et problem, og derfor påpeker litteraturen hvor viktig det er at forskere ikke kun fokuserer på om elevene regner riktig med den valgte strategien (Star & Rittle-Johnson, 2008, s. 567). Begreps- og prosedyrekunnskap interagerer nemlig syklisk, som vil si at elevenes kunnskap om matematiske objekter og begreper påvirker deres strategivalg, på samme måte som de kan få mer kunnskap om matematikk på bakgrunn av strategivalgene sine (Dixon & Boncodd, 2009, s. 103-104). Å utvikle en effektiv, selvstendig og spontan bruk av nylærte strategier er i tillegg noe elever bruker lang tid på (Star & Rittle-Johnson, 2008, s. 574). Derfor vil ikke elevenes bruk av strategier nødvendigvis representere hele deres matematiske fleksibilitet. Å kunne forklare sine strategivalg basert på strategiers karakteristikk, fordeler og ulemper er også en sentral del av matematisk fleksibilitet (Star et al., 2015, s. 200). Fordi kunnskap om matematiske begreper og objekter er nødvendig for å kunne avgjøre og begrunne hvilke strategier som er mest passende å benytte i ulike problemsituasjoner, må man derfor i relasjon til matematisk fleksibilitet også fokusere på elevens begrepskunnskap (Scheibling-Sève et al., 2020, s. 295, 297; Schneider et al., 2011, s. 1525).

I tillegg til klassifiseringen av de to kunnskapene som sammen utgjør matematisk fleksibilitet, benytter forskere spesielt én modell for strategiendring for å studere elevens strategibruk. Denne modellen består av fire parametere: strategirepertoar, strategifordeling, strategieffektivitet og strategiadaptivitet⁸ (min oversettelse) (Hickendorff, 2020, s. 2; Lemaire & Siegler, 1995, s. 83; Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 132). *Strategirepertoar* refererer til de ulike strategitypene som et individ bruker for å løse matematikkoppgaver (Hickendorff, 2020, s. 2). *Strategifordeling* informerer om frekvensen til strategiene; altså hvor ofte individet bruker hver av strategiene i strategirepertoaret. I tillegg kan man innenfor denne parameteren studere i hvilke problemsituasjoner elevene benytter de ulike strategiene (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84). Videre vil *strategieffektivitet*, hvor nøyaktig og raskt et individ utfører ulike

⁶ «Knowledge of multiple strategies, knowledge of efficient strategies, use of multiple strategies & use of efficient strategies» (Star & Rittle-Johnson, 2008, s. 574)

⁷ «Potential & practical flexibility» (Xu et al., 2017, s. 2)

⁸ «Strategy repertoire, strategy distribution, strategy efficiency & strategy selection/adaptivity» (Hickendorff, 2020, s. 2; Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 132)

strategier, kunne si noe om individets bruk av strategier (Lemaire & Siegler, 1995, s. 84; Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 132). Den fjerde parameteren, *strategiadaptivitet*, omhandler det fleksible aspektet ved individuelle strategivalg; nemlig hvorvidt individet velger strategiene som er mest effektive for seg med tanke på dets hastighet og nøyaktighet med ulike strategier.

2.2 Hvorfor er det viktig at elever utvikler matematisk fleksibilitet?

Å ta passende og effektive strategivalg er ikke enkelt (Newton et al., 2020, s. 503). Det er med strategivalg som Acevedo Nistal og hennes kolleger (2014, s. 765) påpeker om valg av representasjoner: det handler ikke kun om å velge representasjon *a* som er god for problemtype *b*, men heller å velge representasjon *a* som er god for problemtype *b* for matematisk tema *c* i kontekst *d*. Denne uttalelsen belyser at strategivalg er komplekst og at man trenger et bredt strategirepertoar for alle matematiske temaer for å kunne velge den beste strategien for akkurat det problemet man står overfor, innenfor det bestemte matematiske temaet og med den spesifikke konteksten. For eksempel vil det kun ved små endringer i en realistisk kontekst i en tekstoppgave, kunne være en annen strategi som er mer passende å bruke enn det var i utgangspunktet. Med andre ord er det flere elementer elever må ta hensyn til når de velger strategi, noe som kan gjøre det vanskelig for dem å ta «det rette» valget og uttrykke fleksibilitet.

Matematisk fleksibilitet er ikke noe noen har og andre ikke, men er heller noe man utvikler over tid (Verschaffel et al., 2011, referert i Newton et al., 2020, s. 504). Prosessen med å utvikle matematisk fleksibilitet er heller ikke enkel eller rask, men noe man kontinuerlig må jobbe med. I stadige møter med nye temaer og strategier gjennom skolegangen, vil det være nødvendig å videreutvikle ens fleksibilitet, uavhengig av hvor god fleksibiliteten til personen er i utgangspunktet. Selv om fleksibilitet ikke er noe en person har eller ikke har, kan man skille mellom ulike kategoriseringer av det å være matematisk fleksibel. Whitacre (2015, s. 360) skiller mellom det å være infleksibel, semifleksibel og fleksibel⁹ (min oversettelse), hvor kategoriene er rangert fra å være lite til mer fleksibel. En slik klassifisering kan spesielt være nyttig for forskere å benytte i arbeidet med å forstå mer om ulike elevers matematiske fleksibilitet. Kunnskap om ulike elevers strategivalg kan igjen hjelpe lærere til å tilpasse undervisningen til hver elev, støtte elevenes resonnering og hjelpe elevene med å videreutvikle deres fleksibilitet (Zhang, Xin et al., 2014, s. 26).

Hvorfor er det viktig at elever utvikler sin matematiske fleksibilitet? Først og fremst er det viktig å påpeke at å benytte ulike strategier til ulike problemer innenfor det samme matematiske domenet, er ingen særegenhet (Siegler, 1988, s. 833). Ettersom strategier er ulike i nøyaktighet, i tiden det tar å utøve dem og i deres kognitive belastning, er bruk av ulike strategier heller naturlig og viktig. Å ta strategivalg ut fra situasjonen man står overfor er derfor essensielt for å kunne utøve effektiv regning. Forskning viser videre at fleksibilitet kan utvikle ekspertise (Scheibling-Sève et al., 2020, s. 298). Et ønske i skolen er at undervisningen skal bidra til den helhetlige danningen av de fremtidige samfunnsborgerne ved å gi hver enkelt muligheten til å utvikle mest mulig kompetanse ut fra deres ståsted (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 11). Å utvikle et høyt kunnskaps- og ferdighetsnivå er derfor også viktig i matematikkfaget. Ved å tilrettelegge for utvikling av elevers fleksibilitet i undervisningen, promoterer læreren både begreps-

⁹ «Inflexible, semiflexible & flexible» (Whitacre, 2015, s. 360)

og prosedyrekunnskap, og bidrar dermed til utvikling av elevenes helhetlige matematikkompetanse (Scheibling-Sève et al., 2020, s. 298). Forskning viser også at jo større variasjon av strategier et barn bruker, jo bedre utgangspunkt vil barnet ha for senere læring (Siegler, 2005, s. 772; 2007, s. 105). Det er mer sannsynlig at disse elevene benytter strategier fra deres strategirepertoar i utforskning av ukjente problemer, samtidig som de også har større begrepskunnskap om matematiske idéer (Star & Rittle-Johnson, 2008, s. 566; Star et al., 2009, s. 570). I tillegg er fleksible elever ofte opptatt av å løse problemer effektivt (Star et al., 2009, s. 570). Denne kunnskapen om strategieffektivitet kan være fordelaktig i utforskning av nye type problemer, strategier og matematiske temaer. Dermed kan man si at matematisk fleksibilitet er en byggestein for videre matematikklæring (Torbeyns et al., 2017, s. 64).

2.3 Faktorer som påvirker elevers matematiske fleksibilitet

Med bakgrunn i viktigheten av at elever utvikler matematisk fleksibilitet, er det også betydningsfullt å forstå hvilke faktorer som kan påvirke om elevene klarer å ta fleksible strategivalg. Tidligere forskning viser at matematisk fleksibilitet er en flerdimensjonal konstruksjon hvor mer enn problemets karakteristikk påvirker elevenes strategivalg (Verschaffel et al., 2009, referert i Newton et al., 2020, s. 503). Personlige og kontekstuelle variabler påvirker også hvilke strategier elevene velger og hvorvidt disse strategivalgene representerer fleksibilitet. Med personlige variabler trekker forskere frem at hvem subjektet er, kan ha betydning for deres matematiske fleksibilitet (Hickendorff, 2018, s. 580). Slike subjektive karakteristikk inkluderer blant annet elevenes kjønn og matematiske prestasjonsnivå. Innenfor kontekstuelle variabler kan spesielt elevenes undervisning og hvorvidt læreren fokuserer eksplisitt på en utvikling av fleksibilitet i denne undervisningen, ha betydning for om elevene utvikler sitt potensial til å være matematisk fleksibel (s. 579). Jeg vil nå beskrive nærmere hvordan disse faktorene kan påvirke elevenes matematiske fleksibilitet.

2.3.1 Problemkarakteristikk

Ettersom fleksible strategivalg handler om å ta hensyn til problemets karakteristikk når man velger strategi, er både problemets tallkarakteristikk og hvordan det presenteres og formuleres, viktige faktorer som bør påvirke og er vist at påvirker elevenes strategivalg (De Smedt et al., 2010, referert i Hickendorff, 2018, s. 580).

Tallkarakteristikk vil si hvilke tall problemet består av. For eksempel har forskning funnet at én strategi, kompensasjonsstrategien¹⁰ (min oversettelse), er godt egnet for løsning av flersifrede addisjons- og subtraksjonsstykker med 8 eller 9 som verdi på enerlassen til det ene tallet (Torbeyns et al., 2009b, s. 582). Kompensasjonsstrategien vurderes som godt egnet i disse problemene fordi man her for eksempel i regnestykket $45 + 29$, runder 29 opp til 30 for å gjøre addisjonsstykket enklere og får $45 + 30$, for deretter å subtrahere 1 fra denne summen og finne det riktige svaret. At elevene velger kompensasjonsstrategien på slike problemer kan derfor være og bør være påvirket av hvilke tall problemet består av.

Det er imidlertid ikke kun et problems tallkarakteristikk som påvirker elevenes strategivalg, men også hvordan problemet er presentert og formulert (Hickendorff, 2018, s. 580). For eksempel har hvilke ord som brukes i presentasjonen av problemet i en tekstoppgave, vist seg å ha betydning for hvordan elevene tolker oppgaven og hvilken strategi de velger. Hvordan oppgaven er formulert i form av hva den ber elevene om å

¹⁰ «The compensation strategy» (Torbeyns et al., 2009, s. 582)

gjøre, har også betydning for i hvilken grad elevene klarer å uttrykke sin fleksibilitet. Å be elevene løse et problem på flere måter og evaluere forskjellene mellom dem, får frem mer av elevenes matematiske fleksibilitet enn om de kun får oppgaver hvor de skal velge strategi uten å begrunne dette valget (Blöte et al., 2001; Torbeyns et al., 2009a). For å synliggjøre både elevenes begreps- og prosedyrekunnskap, kan man også bruke ikke-intuitive problemformuleringer; problemer hvor det ikke er gitt hvordan elevene skal løse de (Scheibling-Sève et al., 2020, s. 296-297). Problemets formulering kan også påvirke hvilke deler av elevenes matematiske skjemaer, altså deres tidligere erfaringer og kunnskaper, som aktiveres. Det foregående synliggjør at problemets karakteristikk kan ha betydning for elevenes evne til å ta effektive strategivalg og dermed aktivere og synliggjøre sin matematiske fleksibilitet.

2.3.2 Subjektive karakteristikk

Forskning viser også at subjektive faktorer kan påvirke elevenes evne til å utvikle og uttrykke matematisk fleksibilitet (Acevedo Nistal et al., 2014, s. 774). Spesielt viser forskning at problemløserens kjønn, alder og matematiske prestasjonsnivå kan ha betydning for dens evne til å ta effektive og passende strategivalg (Hickendorff, 2018, s. 580). Når det gjelder kjønn, kommer det frem at gutter oftere bruker det teorien omtaler som snarveistrategier¹¹ (min oversettelse) enn jenter (Blöte et al., 2001). Snarveistrategier er strategier hvor elevene tar hensyn til tallene og/eller operasjonene i det spesifikke problemet for å forenkle en løsning av det (Torbeyns et al., 2009a, s. 3). Eksemplet med kompensasjonsstrategien, som jeg presenterte på forrige side, er også et eksempel på bruk av en snarveistrategi. Å bruke slike snarveistrategier er en sentral del av det å uttrykke fleksibilitet (Hickendorff, 2018, s. 578). Videre viser forskning at jenter oftere bruker standardiserte strategier, slik som skriftlige standardalgoritmer, mens gutter er flinkere på å bruke tallbaserte tilnærminger¹² (min oversettelse), som er strategier tilpasset problemets tallkarakteristikk (Torbeyns et al., 2017, s. 66). Forskning viser også at eldre elever bruker snarveistrategier mer enn yngre elever (Blöte et al., 2001; Torbeyns et al., 2009a; Torbeyns et al., 2017).

Forskning trekker også frem elevens tidligere testede prestasjonsnivå og dermed deres forkunnskaper i matematikk, som en betydningsfull faktor i arbeidet med å bli en fleksibel problemløser (Newton et al., 2020, s. 504). Ut fra tidligere forskning ser det ut som at både lavt-, middels- og høytpresterende elever foretrekker effektive strategier og har kunnskapen til å vurdere om strategier er effektive eller ei (s. 512). Samtidig er det større sjans for at de høytpresterende elevene velger de mest effektive strategiene, noe som kan være forbundet med deres prosedyrekunnskap og kognitive ressurser. Lavtpresterende elever har nemlig en tendens til å bruke mindre avanserte strategier enn høytpresterende elever, samtidig som de også ofte er dårligere på å basere strategivalgene på egne erfaringer (Siegler, 2003, referert i Zhang, Ding et al., 2014, s. 198). Fordi de ofte benytter den samme strategien for å løse alle problemtyper, selv om de egentlig har opparbeidet seg kunnskap om mer effektive strategier, får disse elevene ofte vanskeligheter med problemløsning på et høyere nivå (Newton et al., 2020, s. 505; Zhang, Ding et al., 2014, s. 198).

Funnene om lavtpresterende elevens matematiske fleksibilitet har dannet grunnlaget for en diskusjon om hvorvidt disse elevene bør lære flere strategier til hvert matematiske tema og fokusere på fleksible strategivalg, eller om det er bedre for dem å kun lære én

¹¹ «Shortcut strategies» (Torbeyns et al., 2009, referert i Hickendorff, 2018, s. 579)

¹² «Number-based approaches» (Torbeyns et al., 2017, s. 66)

strategi (Hickendorff, 2018, s. 591; Torbeyns et al., 2009b, s. 582; Verschaffel et al., 2007, s. 21-24). Acevedo Nistal og hennes kolleger (2014, s. 765) vektlegger hvor kognitivt krevende det er å ta «gode» strategivalg og at alle elever ikke nødvendigvis har den kognitive kapasiteten til å være fleksibel. Forskning beskriver videre hvordan lav begreps- og prosedyrekunnskap kan påvirke at den generelt beste strategien ikke nødvendigvis er den mest effektive strategien for alle elever, nettopp fordi utøvingen av den er en tidkrevende og kognitivt belastende prosess for dem (Finesilver, 2017, s. 485; Hickendorff, 2018, s. 589-590). Med bakgrunn i det overnevnte stiller forskere spørsmål til om dette arbeidet går på bekostning av annen matematikklæring og om det med tanke på tilpasset opplæring er bedre å kun fokusere på læring av én strategi for hver problemtype hos disse elevene (Finesilver, 2017, s. 485).

Totalt sett ser man, på bakgrunn av det foregående, at subjektive karakteristikkene kan ha betydning for elevers utvikling og uttrykk av matematisk fleksibilitet (Acevedo Nistal et al., 2014, s. 774). Det er imidlertid viktig at lærere heller bruker denne kunnskapen om subjektive karakteristikkens betydning til å tilrettelegge undervisningen bedre for elevene sine enn å bruke den til å godta hvorfor enkelte elever ikke viser fremgang i sin fleksibilitetsutvikling. Det er nettopp det lærere bør bruke slik forskning til; til å oppfylle sitt samfunnsmandat med å tilpasse opplæringen for elevene sine og støtte dem i deres utvikling og læring (Zhang, Xin et al., 2014, s. 26).

2.3.3 Matematikkundervisningen

I tillegg til problemspesifikke og subjektive karakteristikkene, trekker forskning frem at elevenes matematikkundervisning kan påvirke deres evne til å utvikle fleksibilitet (Hickendorff, 2018, s. 579). Deriblant vektlegger forskning at strategiene som læreren bruker mest i klasserommet, og dermed ser ut til å verdsette, kan påvirke hvilke strategier elevene velger i eget arbeid (Acevedo Nistal et al., 2014, s. 783). Instruerer læreren i stor grad elevene i standardiserte prosedyrer, blir disse strategiene ofte også elevenes foretrukne strategier, og det fordi elevene opplever at læreren verdsetter disse strategiene (Acevedo Nistal et al., 2014, s. 783; Hickendorff, 2018, s. 588).

Med bakgrunn i betydningen undervisning ser ut til å ha for elevers matematiske fleksibilitet, kan jeg trekke frem noen trekk ved en undervisning som fremmer fleksible strategivalg. Først og fremst vektlegger forskning hvor viktig det er at lærere ikke kun presenterer standardalgoritmene, men heller eksponerer elevene for flere strategier (Newton et al., 2020, s. 512). Samtidig er det viktig at lærere ikke kun gir elevene mulighet til å bli kjent med ulike strategier de kan velge, men også sørger for at de mestrer å bruke strategiene samt skaper en forståelse for hvor og når de kan og bør benytte de ulike strategiene (Zhang, Ding et al., 2014, s. 210). I denne sammenhengen fremmer litteraturen spesielt én undervisningstilnærming: sammenligning av strategier (Durkin et al., 2017, s. 585).

Å bruke sammenligning som undervisningsmetode vil si at man ber elevene studere ofte to, men også muligens flere, strategier i sammenheng (Star et al., 2015, s. 200). Dette arbeidet kan få elevene til å se likheter, forskjeller, fordeler og begrensninger ved ulike strategier. En slik refleksjon over ulike strategiers bruksområder kan igjen få elevene til å se når og hvor en strategi er passende og effektiv å bruke kontra når en annen strategi muligens er bedre. I tillegg viser forskning at jo mer elever arbeider med å kode informasjon om ulike strategiers effektivitet, jo mer øker sannsynligheten for at elever velger den strategien som har fungert best for dem tidligere (Siegler, 1996, referert i Hopkins et al., 2020, s. 3). Hvis man ønsker at elevene skal utvikle sitt strategirepertoar

og bruke nye strategier, kan det derfor være smart å bruke sammenligning. Ved bruk av sammenligning i undervisningen er det imidlertid viktig at læreren velger problemer som synliggjør hvorfor den nye strategien er mer passende enn elevenes eksisterende strategi (Siegler & Svetina, 2006, referert i Zhang, Xin et al., 2014, s. 17). Tidligere forskning viser at elever oftere bruker den nylærte strategien hvis de får sammenligne den eksisterende og den nye strategien og evaluere hvilken strategi de mener er best, fremfor om læreren kun presenterer og forklarer den nye strategien (Siegler & Svetina, 2006, referert i Zhang, Xin et al., 2014, s. 18). I tillegg fremmer litteraturen en betydningsforskjell mellom det å studere strategier sekvensielt og side-ved-side (Durkin et al., 2017, s. 586). Å studere strategier sekvensielt vil si at man først ser på hvordan man kan bruke én strategi og deretter studerer den andre strategien. Denne metoden skiller seg fra sammenligning av strategier side-ved-side, som vil si at man studerer to strategier ved siden av hverandre, for eksempel på samme ark eller på tavla. For at sammenligning skal fungere som en optimal undervisningsmetode, foreslår forskere derfor å gjennomføre sammenligning side-ved-side, nettopp fordi denne metoden gjør det enklere å se sentrale trekk ved problemet og forskjeller mellom strategiene.

Selv om forskning presenterer sammenligning som en fornuftig undervisningsmetode å benytte for å arbeide eksplisitt med elevers fleksibilitet, påpeker Durkin med flere (2017, s. 587) at elevenes forkunnskaper kan påvirke undervisningsmetodens effekt. Med lave forkunnskaper er elever ofte avhengig av støtte fra en voksen for å få undervisningens tiltenkte læringsutbytte. Uten denne støtten kan arbeidet bli overveldende for disse elevene. Derfor bør man ha denne informasjonen i baktankene hvis man skal bruke metoden i undervisning. Sammenligning er imidlertid totalt sett en god undervisnings-tilnærming å bruke for å utvikle elevers matematiske fleksibilitet.

Et annet spørsmål på forskningsfeltet er om det er best å ha en utforskende eller instruerende undervisningstilnærming for å oppnå størst utbytte med tanke på elevenes fleksibilitetsutvikling. På den ene siden konkluderer forskere at en utforskende tilnærming, hvor elevene får utforske og velge egne strategier i problemløsning, er best fordi det da er mer sannsynlig at elevene bruker snarveistategier enn om man har mer tradisjonelle undervisningstilnærminger (Blöte et al., 2001; De Smedt et al., 2010, Heinze et al., 2009, referert i Hickendorff, 2018, s. 579-580). I tillegg vektlegger forskere at elever lærer bedre når de får muligheten til å velge strategi selv, fordi de da i større grad må reflektere over strategivalget (Alibali & Goldin-Meadow, 1993; Cohen, 1999; Kim et al., 2009, referert i Zhang, Xin et al., 2014, s. 17). I en tradisjonell undervisning, med instruksjon fra læreren som en bærebjelke, fokuserer man ofte på standardalgoritmer. Studier viser imidlertid at etter lærere har instruert elever i standardalgoritmen, velger elevene ofte kun denne strategien (Selter, 2001; Torbeyns & Verschaffel, 2013, 2015, referert i Torbeyns et al., 2017, s. 65). Det er også av denne grunnen at forskere foreslår at elevene bør lære standardalgoritmer og hoderegningsstrategier rundt samme tid (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 130). På den andre siden argumenterer forskere for viktigheten av direkte instruksjon som undervisningstilnærming, nettopp fordi det kan være vanskelig og tidkrevende for elever å oppdage strategier på egen hånd (Siegler & Svetina, 2006, referert i Zhang, Xin et al., 2014, s. 18). I følge den etablerte RME-tankegangen¹³ er det viktig at elever gjenoppdager matematikken (Gravemeijer, 1999, s. 158). Samtidig påpeker teorien at elevene ikke nødvendigvis må finne opp kruttet på nytt av den grunn, og at en adekvat

¹³ RME er en forkortelse for Realistic Mathematics Education Theory (Gravemeijer, 1999, s. 156)

lærer støtte¹⁴ er nødvendig for at elevene skal lære mest mulig. På bakgrunn av disse funnene kan man derfor totalt sett si at både direkte instruksjon og utforskende læring er viktige undervisningstilnærminger for å utvikle elevenes fleksibilitet (Star & Rittle-Johnson, 2008, s. 567). På denne måten blir elevene introdusert for ulike strategier de kan velge mellom, samtidig som de får muligheten til å se strategienes fordeler og begrensninger gjennom utforskning.

Selv om læreren implementerer disse undervisningstrekkene i undervisningen, er det ikke gitt at elevene utvikler sin matematiske fleksibilitet til sitt ytterste potensial. Matematisk fleksibilitet må nemlig være et eksplisitt mål for at det skal utvikles (Acevedo Nistal et al., 2014, s. 783). Denne påstanden belyser viktigheten av å spre informasjon om matematisk fleksibilitet til lærere. Forskning viser også at elever som fra starten av skolegangen arbeider med å ta fleksible strategivalg, velger senere strategier mer fleksibelt, enn elevene som sekvensielt blir introdusert for én og én strategi (Torbeyns et al., 2009b, s. 589). Dette forskningsfunnet viser ikke bare hvor sentralt det er å bruke side-ved-side-sammenligning i undervisningen, men også hvor viktig det er at lærere fokuserer på matematisk fleksibilitet som et eksplisitt mål gjennom hele skolegangen.

2.4 Sentrale funn fra tidligere forskning

I det foregående har jeg gjennom å informere om hva matematisk fleksibilitet er, hvorfor det er viktig at elever utvikler det og hvilke faktorer som kan påvirke denne utviklingen, også synliggjort funn fra tidligere forskning. For å avrunde teorikapittelet skal jeg presentere flere sentrale funn fra tidligere forskning, som sammen med den foregående informasjonen, beskriver hva matematisk fleksibilitet er.

Først og fremst viser tidligere forskning at utvikling av matematisk fleksibilitet er en tidkrevende prosess (Newton et al., 2020, s. 504). Tidligere forskning tydeliggjør også hvor vanlig det er at barn bruker en variasjon av strategier fra tidlig alder, og at de med alder og erfaring skifter fra å bruke mindre til mer effektive strategier (Lemonidis & Likidis, 2021, s. 86; Zhang, Xin et al., 2014, s. 15). Siegler (2007, s. 107) viser imidlertid at denne utviklingen varierer fra person til person, og mens noen øker variasjonen av benyttede strategier med tiden som en lineær funksjon, er andres utvikling ujevn, stillestående eller synkende. I arbeid med den strategiske utviklingen utviklet Siegler (1996) overlappende bølgeteori¹⁵ (min oversettelse), som beskriver elevenes utvikling fra bruk av mindre til mer effektive og avanserte strategier. Denne teorien beskriver hvordan elever ofte bruker flere strategier på samme tid, og dermed overlappende hverandre, samtidig som at hvilke strategier elevene velger, ofte endrer seg med tiden (Siegler, 1996, s. 89). Videre viser forskning at disse endringene i elevenes strategivalg bygger på elevenes kunnskap om strategienes fordeler (Zhang, Xin et al., 2014, s. 16-17). Bruk av nye, mer effektive og mer avanserte strategier krever at den tidligere dominerende strategien svekkes, noe som kun skjer hvis elevene erfarer at den nye strategien har flere fordeler enn den gamle. Disse funnene belyser i enda større grad hvor viktig det er at lærere fokuserer på at undervisningen får elevene til å se fordeler med mer avanserte og de generelt mest effektive strategiene.

Videre viser forskning at elever i liten grad bruker smarte og adaptive snarveistategier spontant, selv når disse strategiene innebærer færre utregningssteg og dermed generelt

¹⁴ En slik støtte fra læreren i arbeidet med å gjenoppdage matematikken kalles «Guided Reinvention» på RME-språket (Gravemeijer, 1999, s. 158)

¹⁵ «Overlapping waves approach» (Siegler, 1996, s. 89)

er mer effektive (Hickendorff, 2018, s. 578). Mulige forklaringer på dette funnet kan være at elevene ikke ser nytten av å bruke strategiene, ikke har nok prosedyrekunnskap til å bruke de eller at de har opparbeidet seg en prosedyretilvenning¹⁶ (min oversettelse) gjennom en tradisjonell undervisning med fokus på standardiserte prosedyrer (Hickendorff, 2018, s. 588; Zhang, Ding et al., 2014, s. 208; Zhang, Xin et al., 2014, s. 16). Selv om politikere fremmer et ønske om at lærere skal gi elevene muligheter til å ta egne valg i undervisningen, viser forskning at undervisningen er instruerende i mange klasserom (Acevedo Nistal et al., 2014, s. 784). Denne instruerende undervisnings-tilnærmingen går på bekostning av elevenes muligheter til å utvikle fleksibilitet, og kan være én grunn til at mange elever er infleksible. Avslutningsvis kan det nevnes at problemet med utbredt infleksibilitet hos elever ikke kun er synlig i spesifikke matematiske domener og visse aldre, men heller er noe overordnet (Star & Rittle-Johnson, 2008, s. 565).

¹⁶ «Procedural habituation» (Hickendorff, 2018, s. 588)

3 Metodologi

Begrepet metode kommer fra det greske ordet *methodos* og betyr «vei å følge» (Gadamer, 2003, referert i Fossetøl, 2017 s. 54). En viktig del av vitenskapelig virksomhet handler om å følge en metode med spesifikke fremgangsmåter på veien mot målet om å søke etter og dele kunnskap om et tema (Fossetøl, 2017, s. 54). Mens metodebegrepet omfatter de spesifikke fremgangsmåtene en forsker bruker for å skaffe og behandle data, bruker forskere begrepet metodologi til å omfatte den overordnede tilnærmingen forskeren velger å ha til forskning (Mackenzie & Knipe, 2006, s. 196). I tillegg til å omfatte studiens valgt metoder for å samle og analysere data, informerer metodologien om studiens forskningsparadigme og forskningstilnærming.

I dette kapitlet vil jeg beskrive studiens metodologi. Først vil jeg forklare hvorfor studien befinner seg innenfor det fortolkende vitenskapsfilosofiske paradigmet og har en kvalitativ tilnærming til forskning. Videre vil jeg beskrive studiens forskningsmetode; den systematiske litteraturstudien. Her vil jeg først redegjøre for forskningsmetoden på et generelt nivå, før jeg beskriver hvordan jeg gjennomførte mine systematiske litteratursøk og kom frem til datamaterialet bestående av 16 forskningsartikler. Videre vil jeg redegjøre for tematisk analyse som metode for dataanalyse og beskrive hvordan jeg benyttet denne metoden for å analysere studiens datamateriale. Deretter diskuterer jeg studien opp mot fastsatte vurderingskriterier for kvalitativ forskning for å kunne si noe om studiens troverdighet og autenticitet. Jeg avslutter kapitlet med å vurdere etiske aspekter ved studien.

3.1 Forskningsparadigme og forskningstilnærming

Med formålet om å studere hva som er kjent om matematisk fleksibilitet og hva videre forskning bør undersøke nærmere, har jeg forsøkt å forstå en liten del av den sosiale verdenen. Med denne intensjonen ble det naturlig at min studie havnet innenfor det fortolkende vitenskapsfilosofiske paradigmet (Mackenzie & Knipe, 2006, s. 195). Et paradigme består av studiens epistemologi, ontologi, metodologi og aksiologi, og handler i hovedsak om synet forskeren har på forskningens natur (Creswell, 2014, s. 6). Én grunn til at studien befinner seg innenfor det fortolkende paradigmet er mitt ontologiske ståsted. Istedenfor å tro at det kun finnes én sann virkelighet vi søker etter gjennom forskning, er studiens funn sosialt konstruert, både gjennom min og forskerne av de utvalgte studienes tolkning (Bryman, 2016, s. 29; Creswell, 2014, s. 8). Det sistnevnte omhandler studiens epistemologiske ståsted; altså troen om at jeg kan få tilgang til kunnskap gjennom å samle og studere et datamateriale (Bryman, 2016, s. 26). Det er også tydelig at studien befinner seg innenfor det fortolkende paradigmet fordi jeg gjennom hele forskningsprosessen har måtte bruke mitt skjønn og min kunnskap om matematisk fleksibilitet til å vurdere essensen til hver av de utvalgte artiklene på de fire forskningsspørsmålene (Creswell, 2014, s. 8). Min kompetanse og subjektive mening påvirket hva jeg vurderte som essensielt å inkludere i studien, og derfor peker også aksiologien, hva forskeren ser på som verdifullt, mot det fortolkende paradigmet (Creswell, 2014, s. 8; Sagdahl, 2021). I tillegg måtte jeg avgrense antall artikler å studere, og derfor vil det være urimelig å tro at jeg kan generalisere funnene til å si noe om all tidligere forskning om matematisk fleksibilitet. Med andre ord er det heller en liten

del av det store bildet av virkeligheten jeg har undersøkt og kan si noe om i studien (Bryman, 2016, s. 401).

Det faktum at studien sikter mot å forstå en liten del av det store bildet av matematisk fleksibilitet, og det med bruk av subjektive tolkninger og kunnskaper, tydeliggjør også at studien befinner seg innenfor kvalitativ forskning (Bryman, 2016, s. 401). Det finnes tre tilnærminger til forskning: kvalitativ, kvantitativ og en blanding av disse to (Creswell, 2014, s. 3). Alle disse tilnærmingene er aktuelle innenfor det fortolkende paradigmet, men kvalitativ forskning er spesielt fremtredende på grunn av forskerens påvirkning på studiens funn gjennom bruk av skjønn og tolkning (Creswell, 2014, s. 4, 8; Mackenzie & Knipe, 2006, s. 197). Studien er også kvalitativ med tanke på at det er ord gjennom artiklens tekst jeg har studert, og at det er på bakgrunn av en analyse av disse tekstene jeg uttaler meg om tidligere og videre forskning om matematisk fleksibilitet (Bryman, 2016, s. 401).

3.2 Metode for datainnsamling

3.2.1 Systematisk litteraturstudie

Å gjennomføre en litteraturstudie¹⁷ (min oversettelse) vil si å studere og sammenfatte eksisterende litteratur (Grant & Booth, 2009, s. 94). Å gjennomgå¹⁸ (min oversettelse) litteratur defineres som å undersøke den for andre gang, og det er fordi litteraturstudier undersøker hva de primære studiene har funnet ut, at vitenskapen omtaler de som sekundære studier (Grant & Booth, 2009, s. 92; Kitchenham, 2004, s. 1). For å kunne gjennomføre forskning av kvalitet og som det er behov for, er det nødvendig at forskere først forstår den eksisterende litteraturen innenfor sitt forskningsfelt (Boote & Beile, 2005, referert i Randolph, 2009, s. 1). En tilgjengelig gjennomgang av relevant litteratur kan tilby forskere en oversikt over utført forskning og dermed hva videre forskning bør undersøke nærmere, samt gi dem metodiske og teoretiske innsikter i det studerte temaet (Randolph, 2009, s. 2). Forskere gjennomfører litteraturstudier av flere grunner, men spesielt har de som hensikt å identifisere hull på forskningsfeltet med tanke på forslag til videre forskning (Kitchenham, 2004, s. 2). Med bakgrunn i det overnevnte er litteraturstudier viktige byggesteiner for forskning, nettopp fordi de kan gjøre forskerens nødvendige gjennomgang av relevant forskning enklere og raskere.

Man skiller mellom to hovedtyper litteraturstudier: narrative og systematiske¹⁹ (min oversettelse) (Bryman, 2016, s. 90). Førstnevnte inkluderer gjennomgangen alle forskere gjør før de gjennomfører sin studie. Her undersøker de hva som er gjort av forskning på temaet tidligere for å kunne begrunne formålet med egen studie. Den systematiske litteraturstudien har heller som formål å gi leseren et overblikk over kjent kunnskap om et tema (Grant & Booth, 2009, s. 102). Man kaller denne metoden for systematisk fordi forskeren her finner relevant litteratur på en strukturert måte, i motsetning til de narrative litteratursøkene som ofte inkluderer studier ved bruk av mer tilfeldige metoder (Bryman, 2016, s. 91; Grant & Booth, 2009, s. 95). En systematisk gjennomgang innebærer bruk av anerkjente prosedyrer med hensikten om å minske forskerens partiskhet og oppnå formålet med å gjenfortelle og sammenfatte de viktigste funnene fra tidligere forskning (Bryman, 2016, s. 98). Systematisk litteraturstudie er også med

¹⁷ «Literature review» (Grant & Booth, 2009, s. 94)

¹⁸ «To review» (Grant & Booth, 2009, s. 92)

¹⁹ «Narrative & systematic reviews» (Bryman, 2016, s. 90)

grunnlag i denne tanken den mest kjente og brukte typen litteraturstudie (Grant & Booth, 2009, s. 102).

Når det gjelder bruk av anerkjente prosedyrer i systematiske litteraturstudier, handler det spesifikt om å følge en femtrinns prosess (Bryman, 2016, s. 98-102). Tabell 3.1 beskriver denne prosessen. I det første trinnet i prosessen må forskeren blant annet etablere faste inkluderings- og ekskluderingskriterier. Disse kriteriene må, sammen med en gjennomgang av studiens gang, komme tydelig frem i det skriftlige produktet for å sikre kvalitet og replikerbarhet (Kitchenham, 2004, s. 9). Kriteriene for inkludering og ekskludering bør også være så eksplisitte og spesifiserte at to personer, gitt samme sett med litteratur, ville identifisert de samme tekstene som relevante og ikke-relevante (Randolph, 2009, s. 6). I trinn 2, i søk etter relevante studier, bør forskeren benytte gjengående nøkkelord fra det studerte temaet som søkeord, nettopp for å sikre treff på sentrale studier (Bryman, 2016, s. 99). Datainnsamlingsprosessen stopper når forskeren oppnår sitt mål med tanke på litteraturstudiets omfang (Randolph, 2009, s. 7). Ved stopp på søk etter studier å inkludere, risikerer man å ekskludere artikler som forskere publiserer etter endt innsamling. En må imidlertid stoppe på et tidspunkt, og det viktigste er at forskeren oppgir dato for dette, igjen med tanke på replikerbarhet. Videre i trinn 3 og 4 vurderer forskeren søketreffenes relevans basert på studiens forskningsspørsmål og inkluderings- og ekskluderingskriterier, først ved å lese sammendrag og deretter ved en nøyere gjennomlesning (Bryman, 2016, s. 99-102). Etter trinn 4 sitter forskeren igjen med et antall vurderte og relevante studier, og det siste trinnet innebærer dermed å analysere disse studiene med utgangspunkt i studiens forskningsspørsmål. I arbeidet med denne litteraturstudien er det denne prosessen jeg har fulgt. Under neste underoverskrift vil jeg beskrive hvordan jeg gjennomførte mine litteratursøk og til slutt satt igjen med 16 artikler som datamateriale.

Trinn	Beskrivelse av prosessen
1. Definere formålet og omfanget av studien.	Etablere forskningsspørsmål samt faste og spesifiserte inkluderings- og ekskluderingskriterier.
2. Søke etter relevante studier.	Gjennomføre søk i databaser ved bruk av søkeord basert på temaets gjengående nøkkelord fra tidligere forskning.
3. Vurdere studienes relevans.	Basert på forskningsspørsmål og inkluderings- og ekskluderingskriterier, vurdere studiene som relevante eller ikke-relevante ved lesning av sammendrag.
4. Vurdere ytterligere de utvalgte studienes kvalitet og relevans.	Nøyere gjennomlesning av studiene og vurdering av deres kvalitet og relevans basert på forskningsspørsmål og inkluderings- og ekskluderingskriterier.
5. Analysere og sammenfatte studiene, samt skrive en rapport av funn.	Bruke den valgte analysemetoden til å analysere og sammenfatte studiene basert på litteraturstudiets forskningsspørsmål, og dermed produsere en skriftlig rapport av funnene.

Tabell 3.1: Trinn i systematisk litteraturstudie, basert på Bryman (2016)

3.2.2 Litteratursøk

Min masteroppgave har som formål å tilby leseren et samlet bilde av tidligere forskning om matematisk fleksibilitet med fokus på grunnskoleelever. Basert på observerte nøkkelord benyttet i nyere forskningsartikler om matematisk fleksibilitet, valgte jeg å søke på begrepene «strategy», «mathematics» og «flexibility», også inkludert ordvarianter av

disse begrepene. Nøyaktig hvordan jeg utførte disse søkene beskriver jeg nedenfor. Jeg inkluderte begrepet «flexibility» for at søketreffene skal handle om fleksibilitet, som er hovedbegrepet jeg ønsker å samle informasjon om. «Mathematics» inkluderte jeg for å snevre inn søket til å treffe studier som undersøker fleksibilitet i matematikkfaget. «Strategy» inkluderte jeg på bakgrunn av observerte nøkkelord i relevante artikler, men også basert på definisjonen av matematisk fleksibilitet som jeg bruker som utgangspunkt i denne oppgaven. Ut fra denne definisjonen handler fleksibilitet i hovedsak om evnen til å velge, bruke og evaluere ulike strategier til ulike problemsituasjoner i matematikk (Newton et al., 2020, s. 504). På bakgrunn av begrepets betydning i den nevnte definisjonen av matematisk fleksibilitet, valgte jeg derfor å inkludere begrepet «strategy» i søkestrengen i mine litteratursøk.

I tillegg til de nevnte søkeordene, valgte jeg å ha Robert Siegler som krav til referanse i studiene. Dette valget er tatt på bakgrunn av at han omtales som fleksibilitetens grunnlegger og er anerkjent innenfor forskningen om temaet (Verschaffel et al., 2009, s. 336). Selv om jeg har presentert en definisjon av matematisk fleksibilitet i denne oppgaven, finnes det ulike syn på hva matematisk fleksibilitet er (Torbeyns et al., 2009b, s. 581-582). Jeg har inkludert Siegler som krav til referanse i studiene fordi jeg ønsker at publikasjonene skal befinne seg innenfor det samme området av temaet og ha noe av den samme forståelsen for hva matematisk fleksibilitet er. En slik relativ felles forståelse for temaet kan skape et bedre utgangspunkt for å se sammenhenger mellom studienes funn og sammenfatte hva de har funnet ut om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet. Kravet om Siegler som referanse må ikke forveksles med at studiene har den samme definisjonen av matematisk fleksibilitet, men heller forstås som at de på en eller annen måte benytter Sieglers forskning i sitt arbeid. Dette ekskluderingskriteriet var også en nødvendig begrensning for å gjøre litteraturstudien gjennomførbart for én person.

Jeg valgte å søke på den nevnte søkestrengen i to databaser: *Scopus* og *Education Resources Information Centre (ERIC)*. Jeg valgte databaser med utgangspunkt i de seks databasene som er lenket til på NTNUs digitale bibliotekstjeneste, Oria, under kategorien «Pedagogikk og utdanning» under «Samfunnsvitenskap» (Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet [NTNU], u.å.). Av hensyn til studiens gjennomførbart, gitt at litteraturstudien skulle være gjennomførbart for én person, måtte jeg velge to databaser å gjøre litteratursøket i. Jeg ekskluderte én av de seks databasene, Idunn, da det basert på tidligere forskning er grunn til å anta at temaet i størst grad er undersøkt i engelskspråklige studier. Jeg ekskluderte Idunn fordi det er Nordens største forlag for tidsskrifter, Universitetsforlaget, sin digitale plattform, og den i hovedsak består av nordiske publikasjoner (Universitetsforlaget, u.å.-a, u.å.-b). Videre ekskluderte jeg ikke de gjenværende tre databasene på grunnlag av dårligere kvalitet, men heller basert på de to valgte databasenes relevans. Jeg utdyper dette valget gjennom en beskrivelse av disse to databasene under de to neste underoverskriftene.

Ved gjennomføring av en systematisk litteraturstudie benytter forskeren spesifiserte inkluderings- og ekskluderingskriterier for å avgjøre hvilken litteratur den skal inkludere i studien (Bryman, 2016, s. 99). Kriteriene baseres på forskningsspørsmålene, og dermed hva forskeren er interessert i å undersøke. Jeg ønsket å finne publikasjoner som omhandler matematikk i skolen, og derfor var et ekskluderingskriterium i min studie at publikasjonene tilhører andre fagområder enn matematikk og samfunnsvitenskap. Med hensyn til prinsippet om gjennomførbart, men også et ønske om å studere publikasjoner som trolig er av god kvalitet og dermed er viktige å inkludere i en litteraturstudie, var også et kriterium å kun inkludere publiserte artikler fra de siste 20

årene. Videre valgte jeg å ekskludere alle artikler som enten handler om andre tematikker enn matematisk fleksibilitet, handler om spesialpedagogikk, fokuserer på andre skolefag enn matematikk, ikke hadde samlet inn empiriske data eller hadde samlet inn empiriske data på voksne mennesker eller elever fra høyere skoletrinn enn grunnskole (informanter/deltakere utenfor alderen 5-16 år). I tillegg ekskluderte jeg alle artikler som ikke refererer til Robert Siegler. Jeg valgte disse inkluderings- og ekskluderingskriteriene på grunn av et ønske om å sitte igjen med et overkommelig omfang av litteratur å analysere, men også på bakgrunn av mine forkunnskaper og det faktum at jeg skriver en masteroppgave tilknyttet matematikkfaget i grunnskolen.

Videre vil jeg beskrive de to litteratursøkene i Scopus og ERIC som gjorde at jeg til slutt satt igjen med 16 artikler som datamateriale.

3.2.2.1 Scopus

Scopus er en tverrfaglig database som dekker en stor bredde av fagområder, deriblant samfunnsvitenskap (NTNU, u.å.). Det som er spesielt fremtredende med denne databasen er at den i tillegg til å tilby en stor kvantitet av vitenskapslitteratur, også er ledende på kvalitet (Elsevier, u.å.-a). Scopus er ledende på kvalitet fordi den kun består av fagfellevurdert litteratur, og man derfor kan anta at litteraturen publisert i databasen er av akseptabel kvalitet og er pålitelig (Elsevier, u.å.-b). At litteraturen er fagfellevurdert betyr at fellesskapet av forskere på feltet publikasjonen er skrevet innenfor, har kritisk vurdert bidraget før forskeren har publisert det. Hensikten med fagfellevurdering er å kvalitetssikre forskningsbidrag publisert for allmennheten, slik at forskningslitteraturen oppnår sine hensikter med å bidra til å forstå den verdenen vi lever i, søke etter sannheter og forbedre praksiser (Bryman, 2016, s. 3; Elsevier, u.å.-b; Lackner, 2021). På bakgrunn av anerkjennelsen Scopus har som ledende leverandør av kvalitet og kvantitet innen forskningslitteratur (Elsevier, u.å.-a), valgte jeg å gjennomføre ett av mine litteratursøk her.

Jeg gjennomførte litteratursøket i Scopus 05. november 2021. Med søket hadde jeg som hensikt å gjennomføre en pilotundersøkelse for å opparbeide meg en mening om hvorvidt den valgte søkestrengen og ekskluderings- og inkluderingskriteriene ville gi meg et rimelig antall resultater. Da jeg hadde gjennomført pilotundersøkelsen var jeg fornøyd med resultatene, og derfor valgte jeg å benytte søket videre i masteroppgaven.

I Scopus søkte jeg på søkestrengen «Strateg* AND Math* AND Flex*». Ved å søke på starten av et ord etterfulgt av «*», inkluderer jeg alle ord som for eksempel starter på «strateg», slik som «strategy» og «strategies». Med bruk av denne funksjonen kunne jeg derfor bruke en søkestreng som åpner opp for flere variasjoner av det samme begrepet, og dermed muligens få flere relevante treff. Med hensikten om å treffe publikasjoner som både omhandler fleksibilitet, matematikk og strategier, benyttet jeg søkeordet «AND» mellom de tre begrepene i søkestrengen. Å bruke dette søkeordet begrenset antall treff og sikret at jeg kun fikk treff som handler om alle begrepene (Søk & skriv, 2021). I tillegg valgte jeg å inkludere kriteriet om referering til Siegler i søkestrengen på bakgrunn av forklaringen jeg presenterte tidligere i oppgaven. Jeg valgte å søke på søkestrengen innenfor artikkeltittel, abstrakt og nøkkelord til publikasjonene, og det med begrunnelsen om at det er her hovedinnholdet i litteraturen vanligvis synliggjøres.

Videre valgte jeg å begrense søket til å kun inkludere artikler fra de siste 20 årene og innenfor fagområdene samfunnsvitenskap og matematikk. Søket resulterte i 29 artikler. Basert på de bestemte inkluderings- og ekskluderingskriteriene leste jeg sammendragene til artiklene for å vurdere om jeg kunne inkludere de i studien eller ikke. Ved gjennom-

lesning av sammendragene definerte jeg ni artikler som ikke-relevante på bakgrunn av de nevnte kriteriene. Jeg stod da igjen med 20 artikler som jeg måtte lese i fulltekst for å undersøke om de var relevante. Enkelte av artiklene informerte ikke om deltakernes alder i sammendragene, og jeg måtte derfor lese de nærmere for å vurdere relevans. Basert på ekskluderingskriteriene definerte jeg 7 av de 20 artiklene som ikke-relevante etter nøyere gjennomlesning. Derfor endte jeg opp med 13 artikler fra søket i Scopus, som ut fra det nevnt over, er relevante for litteraturstudien.

3.2.2.2 ERIC

ERIC er den største utdanningsdatabasen i verden med et omfattende register av publikasjoner innenfor utdanningsforskning (Education Resources Information Centre [ERIC], u.å.; NTNU, u.å.). Med tanke på at denne litteraturstudien omhandler et tema innenfor skole og utdanning, er ERIC derfor en passende database å gjennomføre ett av mine litteratursøk i. Ettersom databasen er den største innenfor utdanning i verden, vil det være naturlig å anta at den vil omfatte de mest sentrale artiklene på temaet. ERIC består, i motsetning til Scopus, av både fagfellevurderte og ikke-fagfellevurderte publikasjoner (ERIC, u.å.). Databasen synliggjør imidlertid om treffene er fagfellevurdert eller ei, og man kan derfor med bakgrunn i denne informasjonen selv avgjøre om man ønsker å benytte tekstene til sitt tilsiktede arbeid.

Jeg gjennomførte litteratursøket i ERIC 04. januar 2022. Her søkte jeg på søkestrengen «Strategy AND Mathematics AND Flexibility». Som beskrevet ovenfor benyttet jeg «*» i søket i Scopus for å inkludere alle varianter av de tre begrepene. I ERIC er ikke det en funksjon. Ved gjennomføring av testsøk i ERIC med ulike varianter av de tre begrepene, slik som for eksempel «strategies» og «strategy», fikk jeg imidlertid de samme treffene. Istedenfor å gjennomføre flere søk med ulike kombinasjoner av søkestrengen, valgte jeg derfor å kun søke på «Strategy AND Mathematics AND Flexibility» i ERIC. I ERIC er det ikke mulig å avgrense hvor søkestrengen skal være nevnt i tekstene, slik det er i Scopus. Det var heller ikke mulig å sette krav til Robert Siegler som referanse i studiene, noe som gjorde at jeg måtte åpne alle artiklene og eksplisitt sjekke om de refererte til Siegler senere i prosessen. Jeg måtte også sjekke om artiklene havnet innenfor fagområdene samfunnsvitenskap og matematikk, ettersom det heller ikke var mulig å avgrense i søket. Det eneste jeg inkluderte som avkrysningskriterier i søket var dermed ønsket dokumenttype og publikasjonsårstall, noe jeg valgte at skulle være tidsskriftartikler fra de siste 20 årene. Med denne avgrensningen var resultatet 77 artikler. Jeg måtte deretter lese sammendragene til disse artiklene for å vurdere om jeg kunne inkludere de i studien eller ikke.

Under lesing av sammendragene benyttet jeg de beskrevne ekskluderings- og inkluderingskriteriene til å vurdere artiklenes relevans. Basert på sammendragene og disse kriteriene definerte jeg 38 artikler som ikke-relevante. Jeg stod derfor igjen med 39 artikler jeg måtte lese i fulltekst for å vurdere deres relevans. Enkelte av artiklene informerte ikke om deltakernes alder i sammendragene, og derfor måtte jeg lese disse artiklene nærmere for å vurdere relevans. Ni av artiklene er duplikater som overlapper med artikler fra søket i Scopus. Basert på fulltekstlesing etter Scopus-søket, har jeg imidlertid kun inkludert syv av disse ni artiklene videre. Basert på disse kriteriene satt jeg derfor igjen med 30 artikler som jeg måtte gjennomgå nærmere fra søket i ERIC.

Av de 30 foreløpig relevante artiklene ekskluderte jeg to artikler fordi de ikke var tilgjengelige på nett. Da stod jeg igjen med 28 artikler som kunne være relevante. Deretter ekskluderte jeg hele 24 artikler fordi de ikke refererer til Robert Siegler. Derfor

stod jeg igjen med fire artikler å lese i fulltekst. Jeg ekskluderte ytterligere én artikkel etter gjennomlesing fordi den ikke hadde samlet inn empiriske data. Dermed vurderte jeg tre artikler fra søket i ERIC som relevante for litteraturstudien.

Totalt står jeg dermed med 16 relevante artikler; 13 fra Scopus og tre fra ERIC. De relevante artiklene i rekkefølgen nyest til eldst er:

Nummer	Forfatter	Tittel	År	Tidsskrift	Database
1	Gabler, L. & Ufer, S.	Gaining flexibility in dealing with arithmetic situations: A qualitative analysis of second graders' development during an intervention	2021	ZDM – Mathematics Education	Scopus
2	Lemonidis, C. & Likidis, N.	An integrated hierarchical model of 5th grade students' computational estimation strategies	2021	International Journal of Mathematical Education in Science and Technology	ERIC
3	Hickendorff, M.	Fourth graders' adaptive strategy use in solving multidigit subtraction problems	2020	Learning and Instruction	Scopus
4	Hopkins, S., Russo, J. & Siegler, R.	Is counting hindering learning? An investigation into children's proficiency with simple addition and their flexibility with mental computation strategies	2020	Mathematical Thinking and Learning	Scopus
5	Scheibling-Sève, C., Pasquinelli, E. & Sander, E.	Assessing conceptual knowledge through solving arithmetic word problems	2020	Educational Studies in Mathematics	Scopus
6	Hickendorff, M.	Dutch sixth graders' use of shortcut strategies in solving multidigit arithmetic problems	2018	European Journal of Psychology of Education	Scopus
7	Durkin, K., Star, J. R. & Rittle-Johnson, B.	Using comparison of multiple strategies in the mathematics classroom: Lessons learned and next steps	2017	ZDM – Mathematics Education	Scopus
8	Finesilver, C.	Low-attaining students' representational strategies: Tasks, time, efficiency, and economy	2017	Oxford Review of Education	Scopus

9	Torbeyns, J., Hickendorff, M. & Verschaffel, L.	The use of number-based versus digit-based strategies on multi-digit subtraction: 9-12-year-olds' strategy use profiles and task performance	2017	Learning and Individual Differences	Scopus
10	Acevedo Nistal, A., Van Dooren, W. & Verschaffel, L.	Improving students' representational flexibility in linear-function problems: An intervention	2014	Educational Psychology	ERIC
11	Zhang, D., Ding, Y., Barrett, D. E., Xin, Y. P. & Liu, R.-d.	A comparison of strategic development for multiplication problem solving in low-, average-, and high-achieving students	2014	European Journal of Psychology of Education	Scopus
12	Zhang, D., Xin, Y. P., Harris, K. & Ding, Y.	Improving multiplication strategic development in children with math difficulties	2014	Learning Disability Quarterly	Scopus
13	Torbeyns, J. & Verschaffel, L.	Efficient and flexible strategy use on multi-digit sums: A choice/no-choice study	2013	Research in Mathematics Education	Scopus
14	Star, J. R., Rittle-Johnson, B., Lynch, K. & Perova, N.	The role of prior knowledge in the development of strategy flexibility: The case of computational estimation	2009	ZDM – Mathematics Education	Scopus
15	Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquière, P. & Verschaffel, L.	Jump or compensate? Strategy flexibility in the number domain up to 100	2009	ZDM – Mathematics Education	Scopus
16	Star, J. R. & Rittle-Johnson, B.	Flexibility in problem solving: The case of equation solving	2008	Learning and Instruction	ERIC

Tabell 3.2: Oversikt over relevante artikler fra litteratursøk

3.3 Metode for dataanalyse

I arbeidet med å besvare litteraturstudiens problemstilling og forskningsspørsmål, har jeg brukt tematisk analyse²⁰ (min oversettelse) som metode for dataanalyse. Tematisk analyse er en fleksibel analysemetode, og er derfor brukt mye i kvalitativ forskning (Braun & Clarke, 2006, s. 77). Metodens fleksibilitet representeres av det at forskere kan bruke den på ulike teoretiske og epistemologiske tilnærminger (s. 78). I tillegg kan metoden både tilpasses en induktiv og deduktiv analyse av data (s. 83). Det er med grunnlag i denne fleksibiliteten at metoden potensielt kan gi en rik, detaljert og kompleks oversikt over data (s. 78). I dette delkapittelet vil jeg først redegjøre for tematisk analyse på et generelt nivå, og deretter beskrive hvordan jeg analyserte datamaterialet ved bruk av denne metoden.

3.3.1 Tematisk analyse

Tematisk analyse er en metode for dataanalyse forskere bruker for å identifisere og rapportere mønstre i data (Braun & Clarke, 2006, s. 79). Ved å bruke denne metoden kan forskeren organisere datamaterialet på en strukturert måte, samtidig som den kan beskrive det detaljert gjennom en identifisering av overordnede temaer. Selv om metoden er brukt mye på tvers av forskningsfelt, finnes det ingen klar enighet om hva tematisk analyse er (s. 77, 79). Denne tvetydigheten synliggjør også metodens fleksibilitet, ettersom metoden på den måten kan tilpasses ulike typer datamaterialer. Selv om metoden er fleksibel, har den tydelige rammer for gjennomføring. I gjennomføringen av tematisk analyse følger man en prosess på seks faser (s. 87). Tabell 3.3 beskriver disse fasene. Selv om analyseprosessen deles inn i ulike faser, tydeliggjør Braun og Clarke (2006, s. 86) hvordan den også involverer å gå frem og tilbake mellom datamaterialet i sin helhet, de utdragene av dataene man til ulike tider analyserer og rapporten man skriver. Fordi man gjerne gjennomgår fasene flere ganger, beskrives analyseprosessen heller som rekursiv enn lineær.

På grunn av metodens fleksibilitet må forskeren ta en rekke valg, og det gjerne før gjennomføring av analysen (Braun & Clarke, 2006, s. 81-82). Forskeren må spesielt velge om den skal gjennomføre en induktiv eller deduktiv analyse²¹ (min oversettelse), og om den skal gjøre analysen på et latent eller semantisk nivå²² (min oversettelse) (s. 83-85). Forskere kan både gjennomføre den tematiske analysen med eller uten forhåndsdefinerte koder, altså med et deduktivt eller induktivt utgangspunkt. Ved en deduktiv tilnærming trekker forskeren på det som allerede er kjent fra forskningsfeltet, og leter ofte etter bekreftelse av en hypotese (Bryman, 2016, s. 21). Ved en induktiv analyse koder forskeren heller dataen uten å forsøke å tilpasse den inn i forhåndsbestemte rammer (Braun & Clarke, 2006, s. 83). Her prøver forskeren å se på datamaterialet med åpne øyne, og teori blir på den måten heller et resultat av forskningen enn rammeverket for den (Bryman, 2016, s. 22). Forskning er imidlertid ikke så svart-hvitt som det fremstilles som gjennom dette skillet. Det er viktig å belyse at slik som den deduktive analysen alltid innebærer et lite element av induksjon, består også alltid induksjon av en grad av deduksjon (s. 22-23). Åpenhet for datamaterialet vil alltid være nødvendig for at analysen skal representere datamaterialet på best mulig måte. På samme måte vil analytikerens kunnskaper og tolkninger, deriblant basert på tidligere forskning, alltid påvirke hvordan denne personen forstår datamaterialet. I tillegg til valg

²⁰ «Thematic analysis» (Braun & Clarke, 2006, s. 77)

²¹ «Inductive or deductive/theoretical analysis» (Braun & Clarke, 2006, s. 83)

²² «Latent or semantic level» (Braun & Clarke, 2006, s. 84)

av induktiv eller deduktiv tilnærming, må forskeren vurdere om den skal fokusere på latente eller semantiske temaer i analysen (Braun & Clarke, 2006, s. 84). Forskjellen her handler om på hvilket nivå man identifiserer temaer. Med en semantisk tilnærming ser analytikeren kun på det dataen eksplisitt forteller, og forsøker å ikke tolke de underliggende idéene eller antakelsene til dataen, slik den tillater seg å gjøre med den latente tilnærmingen.

Fase	Beskrivelse av prosessen
1. Bli kjent med datamaterialet.	Transkripsjon av data (hvis nødvendig), gjennomlesing av data og notere tanker og idéer fortløpende.
2. Generere koder.	Kode interessante utdrag fra data på en systematisk og utfyllende måte, og sortere data som er relevant for hver kode.
3. Lete etter temaer.	Sortere kodene i potensielle temaer, og samle all data som potensielt er relevant for hvert tema.
4. Gjennomgå og revurdere temaene.	Undersøke om temaene passer til de kodede utdragene og datasettet i sin helhet, og om dataene er konsekvente innenfor hvert tema. Produsere et tematisk kart over analysen.
5. Definere og navngi temaene.	Pågående arbeid med å avgrense, definere og navngi temaene.
6. Produsere en skriftlig rapport.	Skrive en rapport av analysen med en oversikt over og forklaring av temaene, med tydelige eksempler fra datamaterialet.

Tabell 3.3: Faser i tematisk analyse, fra Braun & Clarke (2006)

3.3.2 Analyse av datamaterialet

I dette delkapittelet vil jeg beskrive hvordan jeg gjennomførte den tematiske analysen av studiens datamateriale, som gjorde det mulig for meg å besvare masteroppgavens fire forskningsspørsmål.

En tematisk analyse kan, som beskrevet på forrige side, både gjennomføres induktivt og deduktivt (Braun & Clarke, 2006, s. 83-84). For å oppnå litteraturstudiets formål og utforme en oversikt over de utvalgte artiklenes innhold basert på de fire forskningsspørsmålene, ble det naturlig at jeg skulle gjennomføre en induktiv tematisk analyse. I praksis betyr det at jeg med åpne øyne leste artiklene og tok utgangspunkt i utdrag fra dem da jeg produserte tematiske kart over datamaterialet. Det er imidlertid viktig å belyse at selv om jeg har gjennomført en induktiv analyse, kan min forståelse og mine forkunnskaper om matematisk fleksibilitet ha påvirket hvilke utdrag i artiklene jeg vurderte som sentrale, og dermed også til en viss grad hvilke temaer jeg til slutt endte opp med. I tillegg til å bestemme at jeg skulle gjennomføre en induktiv analyse, valgte jeg å fokusere på semantiske temaer i den tematiske analysen. I arbeidet med å besvare masteroppgavens forskningsspørsmål, har jeg med andre ord forsøkt å ikke tolke artiklenes underliggende idéer, men heller fokusert på det forskerne eksplisitt har skrevet.

I analysearbeidet fulgte jeg en prosess på seks faser, beskrevet av Braun og Clarke (2006). Første og andre fase av tematisk analyse, som presentert i tabell 3.3, handler om å bli kjent med datamaterialet samt kode interessante utdrag (Braun & Clarke, 2006, s. 87-89). Det første jeg gjorde i analysearbeidet var å lese de 16 artiklene, samtidig som jeg markerte interessante utdrag. For hvert forskningsspørsmål brukte jeg en egen markeringsfarge, slik at det skulle bli lett å se hvilke utdrag som hørte til de ulike

forskningsspørsmålene. I disse første fasene av analysearbeidet markerte jeg alt jeg tenkte at kunne være relevant samt streket under det jeg oppfattet som viktige ord og setninger. I undersøkningen av første forskningsspørsmål, omhandlende studienes definisjoner av matematisk fleksibilitet, markerte jeg alle utdrag i artiklene som beskriver hva forskerne betegner som fleksibilitet og/eller adaptivitet. Det andre forskningsspørsmålet omfatter studienes metoder for å undersøke matematisk fleksibilitet. I sammenheng med dette forskningsspørsmålet markerte jeg alt som beskriver hvordan forskerne gjennomførte studiene. Spesielt så jeg etter beskrivelser om hvordan de hadde gjennomført datainnsamling og dataanalyse. En studies datainnsamlingsmetode vil si hvilken teknikk forskerne har brukt for å skaffe informasjon om det studerte temaet, mens dataanalysemetode handler om forskernes valgte metode for å studere og behandle datamaterialet (Bryman, 2016, s. 10-11). I arbeid med masteroppgavens tredje forskningsspørsmål, om studienes hovedfunn, markerte jeg alle utdrag som informerte om studienes resultater og konklusjoner. Det fjerde forskningsspørsmålet handler om forskernes eksplisitte forslag til videre forskning. Derfor så jeg her spesielt etter formuleringer som «future research ...» og andre utdrag hvor forskerne uttrykker et behov for nærmere undersøkning. Etter jeg hadde lest alle artiklene og markert interessante utdrag med bakgrunn i de fire forskningsspørsmålene, skrev jeg et sammendrag til hvert av forskningsspørsmålene på hver av artiklene. I dette arbeidet leste jeg igjen artiklene, men det ved å fokusere på de markerte utdragene. Både bruk av ulike farger i kodingen og skriving av sammendrag førte til en systematisk sortering av datamaterialet, slik at jeg fikk oversikt over på hvilke forskningsspørsmål de ulike artikkelutdragene er relevante.

Etter gjennomført koding og skriving av sammendrag, begynte jeg arbeidet med fase 3 og sorteringen av kodene i potensielle temaer. I det videre arbeidet jobbet jeg med ett og ett forskningsspørsmål. Her noterte jeg stikkord fra sammendragene, som jeg deretter generaliserte inn i et førsteutkast av temaer. Videre gikk jeg over til fase 4 ved at jeg stadig endret temaene og lagde nye tematiske kart. For å undersøke at temaene passet til de kodede utdragene og gjenspeilet datasettet i sin helhet, gjennomgikk jeg igjen sammendragene og sikret at jeg ikke utelot sentrale utdrag fra det tematiske kartet til hvert av forskningsspørsmålene. Slikt arbeid med å stadig redefinere temaene, som utgjorde fase 5 i prosessen, gjorde jeg frem til jeg var fornøyd med temaene og hadde sørget for at de representerte datamaterialet. I overgangen fra fase 5 til fase 6 utarbeidet jeg tabeller for hvert av forskningsspørsmålene, hvor jeg markerte i hvilke artikler de ulike temaene er gjeldende. Med disse tabellene, som jeg presenterer i oppgavens resultatkapittel, skapte jeg en systematisk oversikt over de identifiserte temaene i datamaterialet og hvor gjengående de er. Med utgangspunkt i disse tabellene skrev jeg i fase 6 en rapport av funnene, inklusivt en forklaring av temaene med eksempler på utdrag fra ulike artikler. Denne rapporten utgjør kapittel 4, resultatkapittelet, i oppgaven.

3.4 Studiens troverdighet og autentisitet

Å sikre kvalitet i en studie er viktig for at forskningen skal oppnå hensikten med å frembringe reell kunnskap om verdenen vi lever i (Lackner, 2021). Innenfor kvalitativ forskning er det omdiskutert hvilke kriterier man skal bruke for å vurdere forskningens kvalitet (Bryman, 2016, s. 383). Mens noen kvalitative forskere benytter rammeverket fra kvantitativ forskning med begrepene reliabilitet og validitet, velger jeg å bruke den

alternative posisjonen bestående av hovedkriteriene troverdighet og autentisitet²³ (min oversettelse) til å diskutere min studies kvalitet (Bryman, 2016, s. 383-384).

Hovedkriteriet troverdighet består av underkategoriene kredibilitet, overførbarhet, pålitelighet og bekreftbarhet²⁴ (min oversettelse) (Bryman, 2016, s. 384). Kredibilitet handler om sammenhengen mellom hva datamaterialet sier og konklusjonene forskeren fremmer. Forskeren kan ivareta dette kriteriet ved å ha en god forskningspraksis og benytte anerkjente forskningsmetoder. I min studie tenker jeg at et bevisst forhold til forskjellen mellom en latent og semantisk tematisk analyse, som jeg beskrev i kapittel 3.3, er sentralt. For å oppnå en god sammenheng mellom datamaterialet og mine konklusjoner har jeg fokusert på å beskrive semantiske temaer og studert det forskerne eksplisitt skriver fremfor å tolke artiklens innhold (Braun & Clarke, 2006, s. 84). Studiens forskningsspørsmål gjorde det mulig å se etter semantiske temaer i datamaterialet, ettersom de krever lite tolkning for å kunne besvares. Overførbarhet, en annen underkategori av troverdighet, handler om hvorvidt forskeren gjør det mulig å replikere studien (Bryman, 2016, s. 384). På grunn av dens grad av gjennomsiktighet og systematikk, er en systematisk litteraturstudie en fin forskningsmetode å bruke med tanke på replikerbarhet (s. 104). Det er med bakgrunn i beskrivelsene av forskningsprosessen og valgene tatt underveis, inklusivt de eksplisitte inkluderings- og ekskluderingskriteriene, at studien min sikrer kriteriet overførbarhet (s. 384).

Kriteriet pålitelighet handler om å fremme en konklusjon som leseren tror på (Bryman, 2016, s. 384). Rike beskrivelser av forskningsprosessen kan også sikre etterprøvbarehet, og dermed fremstille studien som pålitelig. I tillegg kan forskeren øke påliteligheten og etterprøvbareheten ved å ta vare på dokumenter benyttet i forskningsprosessen. I mitt tilfelle inkluderer det å ta vare på utskriftene av de utvalgte artiklene med markeringene mine fra analysearbeidet samt tabellene med oversikt over treffene jeg fikk på litteratursøkene og min vurdering av deres relevans. Den siste underkategorien til troverdighet, bekreftbarhet, handler om forskerens ansvar til å fremstille sitt arbeid i tråd med god forskningspraksis (Bryman, 2016, s. 386). Ved å være tydelig på at jeg som kvalitativ forsker ikke har mulighet til å presentere en komplett objektiv litteraturstudie, men at jeg samtidig har fokusert på å gjennomføre en semantisk tematisk analyse, har jeg bevart dette kriteriet. I min studie handler derfor bekreftbarhet om at jeg ikke har tolket artiklene til å handle om det jeg ønsker at de skal handle om, men at jeg heller er oppriktig i fremstillingen av artiklens innhold ved å holde meg tett på forskernes egne formuleringer.

Autentisitet, det andre hovedkriteriet, består av fem underkategorier (Bryman, 2016, s. 386). Disse kriteriene omhandler forskningens påvirkning på samfunnet og fokuserer spesielt på forskningens effekt på studiens deltakere. Derfor er disse kriteriene mer gjeldende for kvalitative studier med mennesker som studieobjekter enn for de som studerer dokumenter. Samtidig kan man oversette kriteriene til å også vurdere dokumentstudiers kvalitet. I mitt tilfelle vil litteraturstudien muligens leses av og påvirke noen som ønsker å forske på matematisk fleksibilitet. Derfor kan jeg ved hjelp av dette hovedkriteriet vurdere studiens kvalitet med tanke på hva den kan tilby disse menneskene.

²³ «Trustworthiness & authenticity» (Bryman, 2016, s. 384)

²⁴ «Credibility, transferability, dependability & confirmability» (Bryman, 2016, s. 384)

Hovedkriteriet autentisitet består av underkategoriene rettferdighet, ontologisk autentisitet, opplysende autentisitet, katalytisk autentisitet og taktisk autentisitet²⁵ (min oversettelse) (Bryman, 2016, s. 386). Rettferdighet handler om at den gjennomførte forskningen representerer virkeligheten. Ved bruk av tematisk analyse har jeg kategorisert utdrag fra artiklene i temaer (Braun & Clarke, 2006, s. 79). Ved å inkludere alle temaene i den skriftlige rapporten av analysen, i dette tilfellet i resultatkapittelet, istedenfor å kun rapportere de temaene som går mest igjen i artiklene, representerer analysen i større grad virkeligheten. Jeg vil si det er sentralt å i størst grad diskutere de temaene som går mest igjen i datamaterialet, men ved bruk av tabeller i form av en oversikt over alle temaene i tillegg, vil jeg i større grad kunne representere datamaterialet i sin helhet og sikre troverdighet (Bryman, 2016, s. 386). Ontologisk autentisitet stiller spørsmål til om forskningen hjelper deltakerne med å forstå deres eget sosiale miljø. Ved å sammenfatte funn fra tidligere forskning og forskernes forslag til videre forskning, kan min studie gjøre det enklere for forskere på feltet å bestemme hva de skal forske videre på. På den måten gjør min studie det enklere for forskere å forstå forskningsfeltet, noe som belyser studiens ontologiske autentisitet. På samme måte kan studien sikre kriteriet opplysende autentisitet fordi den kan tilby forskere og lærere et samlet bilde av forskningen gjort på temaet, og slik sett bidra til at «deltakerne» forstår hverandre bedre. De to siste underkategoriene, katalytisk og taktisk autentisitet, handler begge om hvordan forskningen påvirker deltakerne til å gjøre endringer i egne handlinger. I min studie tenker jeg disse kriteriene handler om hvordan litteraturstudien, gjennom dens fokusområder, kanskje kan påvirke hva forskere vil studere om matematisk fleksibilitet i fremtiden.

3.5 Forskningsetikk

Begrepet forskningsetikk refererer til verdier og normer som bidrar til å sette grunnlaget for og regulere vitenskapelig virksomhet (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora [NESH], 2021). Forskningsetikk er et verktøy for å sikre at forskere gjennomfører forskning forsvarlig og etisk riktig. Spesielt i tilfellene hvor studieobjektene er mennesker, er det viktig at forskeren opptrer på en etisk god måte for å ivareta menneskeverd og personvern. I dokumentstudier må forskeren imidlertid ikke vurdere disse etiske aspektene i like stor grad, nettopp fordi den ikke må ta hensyn til personvern.

I min studie handler etikk i hovedsak om å opptre fortrolig og ærlig, og å formidle det jeg påstår at jeg gjør. Her kan jeg spesielt trekke frem mitt bevisste forhold til leting etter semantiske temaer i dataanalysen. Med formålet om å skape en oversikt som forskere kan bruke i fremtidig forskningsarbeid, er det etter min mening viktig at jeg holder meg så tett på originalkildene som mulig og forsøker å ikke tolke artiklenes innhold. Å arbeide tett på originalkildene er også viktig i henhold til den forskningsetiske retningslinjen om vitenskapelig redelighet (NESH, 2021). Vitenskapelig redelighet handler om at forskeren snakker sant, noe som er viktig for å opprettholde god forskningspraksis. For å kunne videreføre informasjon fra de utvalgte artiklene i denne litteraturstudien, ser jeg derfor på det som viktig med bevissthet rundt min egen forskerrolle. Selv om forskeren ikke må vurdere like mange etiske forhold i dokumentstudier som i studier gjennomført på mennesker, er det viktig å være bevisst at det alltid vil finnes etiske dimensjoner ved det å vurdere hva man anser som viktig i lesing av tekster. Med bakgrunn i det foregående

²⁵ «Fairness, ontological authenticity, educative authenticity, catalytic authenticity & tactical authenticity» (Bryman, 2016, s. 386)

er det derfor viktig for meg å ytterligere adressere hvordan funnene i denne oppgaven til en viss grad avhenger av mine subjektive meninger og kunnskaper, selv om jeg har fokusert på å benytte en semantisk tematisk analyse i sammenfatningen av de utvalgte artiklene.

4 Resultat

I dette kapitlet presenterer jeg funnene fra den tematiske analysen av de 16 utvalgte artiklene. Denne presentasjonen vil jeg gi ved å besvare de fire forskningsspørsmålene hver for seg. Siden oppgaven har som formål å kunne veilede andre som ønsker å forske på matematisk fleksibilitet, har jeg strukturert resultatene etter rekkefølgen til en naturlig forskningsprosess. Derfor presenterer jeg først funnene angående studienes definisjoner av matematisk fleksibilitet, før jeg informerer om deres benyttede forskningsmetoder. Videre presenterer jeg en tematisk oversikt over studienes hovedfunn, før jeg beskriver forskernes forslag til videre forskning. Funnene på de fire forskningsspørsmålene danner så grunnlaget for å kunne diskutere et svar på oppgavens overordnede problemstilling i det etterfølgende kapitlet.

4.1 Studienes definisjoner av matematisk fleksibilitet

Litteraturstudiets første forskningsspørsmål lyder som følger: *Hvordan definerer studiene matematisk fleksibilitet?* I dette underkapitlet vil jeg presentere studiens funn angående dette forskningsspørsmålet og gjennom denne presentasjonen svare på det ontologiske spørsmålet om hva matematisk fleksibilitet er. De viktigste funnene presenterer jeg i tabell 4.1. Disse funnene, i tillegg til andre identifiserte temaer om studienes definisjoner av matematisk fleksibilitet, vil jeg beskrive i det følgende.

Av 16 artikler presenterer 13 en eksplisitt definisjon av matematisk fleksibilitet. I de tre tilfellene der forskerne ikke presenterer en eksplisitt definisjon, benytter de begrepet til å forklare funn uten å beskrive spesifikt hva de legger i det. På den måten kan man identifisere flere elementer som sammen utgjør en forståelse av deres bruk av begrepet, selv om de ikke eksplisitt definerer matematisk fleksibilitet.

Selv om 13 artikler presenterer en eksplisitt definisjon, er det ulikt hva denne inneholder. Først og fremst er det ulikt hvordan artiklene bruker begrepene fleksibilitet og adaptivitet. Åtte artikler bruker de to begrepene som synonymer. I fire av disse tilfellene, skriver forskerne det eksplisitt. Én av disse artiklene, Lemonidis og Likidis (2021, s. 85), beskriver at andre forskere bruker begrepene om ulike deler av fleksibilitet, men at de for enkelthets skyld velger å bruke begrepene som synonymer. De resterende fire artiklene som omtaler fleksibilitet og adaptivitet som synonymer, gjør det uten å beskrive en forskjell mellom begrepene. For eksempel skriver Torbeyns og hennes kolleger (2009b, s. 583) at strategiadaptivitet refererer til adaptiviteten *eller* fleksibiliteten til individers strategivalg. Samtidig skriver de at det finnes ulike definisjoner av strategisk *fleksibilitet*, men at de har valgt å benytte to definisjoner på *adaptivitet* i sine analyser. Videre skiller fire artikler mellom adaptivitet og fleksibilitet. Hopkins, Russo og Siegler (2020, s. 2) skiller mellom begrepene ved at de eksplisitt beskriver hva de forstår som fleksible strategivalg og adaptive strategivalg hver for seg. Scheibling-Sève og hennes kollegaer (2020, s. 297) skiller også mellom begrepene, men det ved å beskrive adaptivitet som en del av det overordnede begrepet fleksibilitet istedenfor som to ulike elementer. Det samme gjelder Star og Rittle-Johnson (2008, s. 565), som beskriver fleksibilitet som situasjonen hvor elever kjenner til flere strategier og benytter de på en adaptiv måte. Hickendorff (2020, s. 1) bruker heller adaptiv ekspertise som det overordnede begrepet, men omtaler også fleksibilitet som det å løse problemer med bruk

av flere strategier og adaptivitet som det å velge den mest passende strategien. De resterende fire artiklene i datamaterialet benytter kun ett av begrepene til å beskrive den matematiske evnen som fleksibilitet utgjør. Tre av disse artiklene nevner ikke adaptivitet én eneste gang, mens Gabler og Ufer (2021) bruker begrepet til å beskrive tilpasningsdyktighet på et mer generelt nivå enn i sammenheng med matematisk fleksibilitet.

Forskningslitteraturen benytter begrepet matematisk fleksibilitet til å beskrive tre fenomen: elevers strategivalg, representasjonsvalg og valg av beskrivelser. Hele 13 av 16 artikler bruker begrepet i sammenheng med valg av strategier i form av stegvise prosedyrer elevene følger for å løse et matematisk problem (Star & Rittle-Johnson, 2008, s. 566). Videre ser to artikler fleksibilitet i sammenheng med representasjonsvalg. I matematikk bruker man representasjoner for å få tilgang til de abstrakte objektene matematikken består av, og de kan for eksempel være visuelle, verbale eller symbolske (Acevedo Nistal et al., 2014, s. 763-764). Finesilver (2017) studerte elevers representasjonsstrategier, og undersøkte på denne måten både hvilke strategier et utvalg elever brukte for å løse multiplikasjons- og divisjonsoppgaver og hvilke representasjoner de brukte for å representere disse oppgavene. Acevedo Nistal med flere (2014) studerte elevers bruk av representasjonene tabell, graf og formel i arbeid med lineære funksjonsproblemer og hvorvidt deres representasjonsvalg var fleksible. Kun én artikkel i datamaterialet studerte fleksibilitet i sammenheng med beskrivelser av matematiske situasjoner. Gabler & Ufer (2021) undersøkte hvorvidt elever valgte de mest egnede tekstbeskrivelsene av aritmetiske situasjoner, og dermed om de var fleksible på den måten at de trakk ut sentrale elementer fra de beskrevne situasjonene og beskrev de riktig ved bruk av tekst.

Et gjengående funn er at forskningslitteraturen belyser nøyaktighet, hastighet og individualitet som essensielle karakteristikk av effektive og passende strategivalg. Det er kun én artikkel i datamaterialet som ikke nevner begrepet effektivitet. Gabler og Ufer (2021) omtaler heller fleksibilitet i sammenheng med å uttrykke om en beskrivelse passer til en matematisk situasjon, og omtaler ikke valgene av beskrivelser med bruk av begrepet effektivitet. I tillegg er det én artikkel, Lemonidis & Likidis (2021, s. 85), som istedenfor å uttrykke at elever må velge *effektive* strategier for å være fleksible, betegner disse strategiene som *passende*²⁶ (min oversettelse). Videre er det fire artikler som omtaler effektivitet i sammenheng med fleksibilitet, men som ikke tydeliggjør hva de legger i begrepet. Av de 11 artiklene som forteller oss noe om deres syn på effektive/passende strategier, ser alle på det som essensielt at strategiene gjenspeiler nøyaktighet og dermed gir riktige svar på problemene. Ni av artiklene legger også hastighet til grunn og kategoriserer strategivalg som effektive eller ikke-effektive ut fra hvor mange steg og hvor lang tid det tar å utøve strategien. Artiklene synliggjør bruken av hastighet som en del av effektivitet ved at de eksplisitt nevner det eller ved at de har testet fleksibilitet i sammenheng med tiden elevene brukte på å utøve de ulike strategiene/representasjonene. Åtte artikler legger også individualitet til grunn for effektivitet. For eksempel analyserte Torbeyns og Verschaffel (2013, s. 134) elevenes fleksibilitet med to teknikker, hvor den ene innebar en vurdering av effektivitet basert på elevenes individuelle prestasjonskarakteristikk. På den måten tar disse artiklene også individuelle karakteristikk i betraktning i vurderingen av om en strategi er effektiv eller ikke, nettopp fordi de uttrykker at en strategi kan være effektiv for én elev, men ikke for en annen.

²⁶ «Appropriate strategies» (Lemonidis & Likidis, 2021, s. 85)

I tillegg til funnene jeg har tydeliggjort i tabell 4.1 og beskrevet frem til nå, har jeg identifisert andre temaer som beskriver hvordan forskerne definerer matematisk fleksibilitet. Blant annet er det ulikt hvorvidt forskningslitteraturen omtaler Lemaire og Siegler (1995) modell for strategiendring. Denne modellen, bestående av parameterne strategirepertoar, strategifordeling, strategieffektivitet og strategiadaptivitet, nevner fem av artiklene i datamaterialet. Ytterligere én artikkel refererer til modellen, men den presenterer kun parameteren strategirepertoar. De resterende 10 artiklene nevner ikke denne klassifiseringen.

Et annet gjengående funn i forskningslitteraturen er at de synliggjør prosedyrekunnskap som hovedessensen i fleksibilitet, samtidig som begrepskunnskap også fremmes som en viktig del. Seks artikler i datamaterialet beskriver klassifiseringen mellom prosedyre- og begrepskunnskap, mens de resterende 10 artiklene nevner den ikke. Selv om flesteparten av artiklene ikke nevner klassifiseringen, vektlegger de noe av innholdet i begrepene i sammenheng med fleksibilitet. Alle 16 artiklene vektlegger bruk av effektive strategier som viktig for å kunne omtale en elev som en fleksibel problemløser. Viktigheten av at elevene bruker flere strategier, vektlegger også 15 av artiklene. I tillegg til viktigheten av bruk av strategier, synliggjør ni artikler at også kunnskap om effektive strategier er av betydning i fleksibilitetsdefinisjonen. Syv artikler synliggjør også at det er sentralt at elever har kunnskap om flere strategier. Seks av artiklene i datamaterialet legger imidlertid ikke noen vekt på betydningen av kunnskap om strategier, og dermed det man omtaler som begrepskunnskap. Denne informasjonen viser at artiklene totalt sett vektlegger bruk av strategier, og det man klassifiserer som prosedyrekunnskap, som hovedessensen i fleksibilitet.

Videre vektlegger forskningslitteraturen at problemkarakteristikk, ulike subjektive karakteristikk, den sosiokulturelle konteksten og tidspunktet problemløsningen foregår på, alle er faktorer som kan påvirke elevenes matematiske fleksibilitet. At problemkarakteristikkene og spesielt hvilke tall problemene består av, har og bør ha påvirkning på hvilke strategier elevene velger, vektlegger 15 artikler. For eksempel beskriver Hickendorff (2018, s. 579) at en tilpasning til tallene og/eller operasjonene i problemene er en sentral del av fleksibilitet. Hele 10 artikler vektlegger også at subjektive karakteristikk kan påvirke hvilke strategier elevene velger. For eksempel tydeliggjør Acevedo Nistal, Van Dooren og Verschaffel (2014, s. 766) at de gjennom egen tidligere forskning har opparbeidet seg en forståelse om at fleksibilitet handler om mer enn elevens evne til å justere valgene sine ut fra problemkarakteristikk, og at subjektive karakteristikk også har betydning. Betydningen av subjektivitet synliggjør de også i forskningen sin ved at de beskrev for deltakerne at ulike strategivalg kan være passende for ulike mennesker (s. 771). Datamaterialet synliggjør også at to andre faktorer påvirker elevens strategivalg, men de er mindre gjengående. To artikler legger vekt på at den sosiokulturelle konteksten påvirker elevens strategivalg. Hopkins, Russo og Siegler (2020, s. 2) synliggjør den sosiokulturelle kontekstens betydning ved at de skriver at hva innflytelsesrike andre oppfatter som smarte valg, er én av tre faktorer som påvirker elevens strategivalg. Det siste undertemaet kommer frem i én artikkel, Finesilver (2017, s. 495), som nevner at tidspunktet eleven løser oppgaven på, kan ha betydning for dens strategivalg.

		Gabler & Ufer (2021)	Lemonidis & Likidis (2021)	Hickendorff (2020)	Hopkins et al. (2020)	Scheibling-Sève et al. (2020)	Hickendorff (2018)	Durkin et al. (2017)	Finesilver (2017)	Torbeyns et al. (2017)	Acevedo Nistal et al. (2014)	Zhang, Ding et al. (2014)	Zhang, Xin et al. (2014)	Torbeyns & Verschaffel (2013)	Star et al. (2009)	Torbeyns et al. (2009)	Star & Rittle-Johnson (2008)	Antall
Presentasjon av en eksplisitt definisjon	Ja	x	x	x	x	x	x	x		x	x			x	x	x	x	13
	Nei								x			x	x					3
Fleksibilitet og adaptivitet	Skiller mellom dem			x	x	x											x	4
	Som synonymer		x				x			x	x	x	x	x		x		8
	Bruker kun ett av dem	x						x	x						x			4
Fleksibilitet i sammenheng med ...	Strategier		x	x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x	x	x	14
	Representasjoner								x		x							2
	Beskrivelser	x																1
Trekk inngående i effektivitet	Nøyaktighet		x	x	x		x		x	x	x			x	x	x	x	11
	Hastighet		x	x	x					x	x			x	x	x	x	9
	Individualitet			x	x				x		x			x	x	x	x	8
	Tydeliggjøres ikke					x		x				x	x					4
	Nevner ikke effektivitet	x																1

Tabell 4.1: Studienes definisjoner av matematisk fleksibilitet

4.2 Metoder benyttet for å undersøke matematisk fleksibilitet

I det forrige delkapittelet presenterte jeg funn angående artiklenes definisjoner av matematisk fleksibilitet. I dette delkapittelet skal jeg presentere funn når det gjelder studiens andre forskningsspørsmål; *Hvilke metoder benytter studiene for å undersøke matematisk fleksibilitet?* Som jeg beskrev innledningsvis i oppgaven, var det spesielt studienes benyttede metoder for datainnsamling og dataanalyse jeg undersøkte da jeg studerte artiklenes epistemologi. I tillegg oppdaget jeg to andre temaer i det induktive analysearbeidet; nemlig informasjon om hvilke matematiske temaer studiene har undersøkt og studiedeltakernes alder. Med formålet om å kunne veilede andre som ønsker å forske på matematisk fleksibilitet, strukturerer jeg resultatene underliggende dette forskningsspørsmålet i rekkefølgen til en naturlig forskningsprosess. Derfor vil jeg i det følgende presentere studiens funn i rekkefølgen: matematiske temaer, alder på deltakere, datainnsamlingsmetoder og dataanalysemetoder.

4.2.1 Matematiske temaer

Et tema jeg identifiserte i analysearbeidet av de utvalgte artiklene, er hvilke matematiske temaer forskerne har undersøkt elevers fleksibilitet med. En oversikt over disse temaene og hvilke artikler som har undersøkt de, presenterer jeg i tabell 4.2.

Forskningsslitteraturen har i størst grad studert grunnskoleelevers fleksibilitet i aritmetikk. I tillegg har de utvalgte studiene undersøkt elevers fleksibilitet i sammenheng med estimering, likninger og funksjoner. Hele 14 av 16 artikler har studert aritmetikk. Inngående i aritmetikk er det imidlertid ulikt hvilken eller hvilke av de fire regneoperasjonene studiene har undersøkt. De mest studerte regneoperasjonene er addisjon og multiplikasjon med syv studier hver. Etterfølgende er subtraksjon undersøkt i fem artikler og divisjon undersøkt i to artikler. I tillegg til aritmetikk har forskningsslitteraturen undersøkt estimering, likninger og funksjoner. Estimering, som handler om å beregne et anslag fremfor en presis beregning, har tre artikler undersøkt. I disse artiklene undersøkte de estimering i sammenheng med ulike aritmetiske regneoperasjoner, henholdsvis addisjon i én artikkel og multiplikasjon i to artikler. Videre er elevers fleksibilitet med likninger undersøkt i to artikler. Én artikkel, Acevedo Nistal, Van Dooren og Verschaffel (2014), undersøkte elevers fleksibilitet med bruk av tre representasjoner av det matematiske temaet funksjoner.

4.2.2 Alder på deltakere

Et annet tema jeg identifiserte i analysen, som beskriver artiklenes metoder for å undersøke fleksibilitet, er studiedeltakernes alder. Funnene angående dette temaet presenterer jeg i tabell 4.3. Dette temaet kan sammen med de andre temaene underliggende forskningsspørsmål 2, belyse hva som tidligere er undersøkt om matematisk fleksibilitet og hvordan forskere har gjennomført denne forskningen.

Ut fra de utvalgte artiklene kan man se en tendens til at tidligere forskning om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet i størst grad har fokusert på elever i alderen 7-12 år, og i mindre grad studert alderen som representerer 1., 8., 9. og 10. klassinger. Et flertall av artiklene, nemlig 13 av 16, har studert elever i alderen 9-10 år. Etterfølgende har åtte artikler studert elever i alderen 7-8 år og åtte artikler hatt deltakere i alderen 11-12 år. Færre studier er gjort av elever i alderen 5-6 år, 13-14 år og 15-16 år med respektive én, tre og to artikler på disse aldersgruppene.

		Gabler & Ufer (2021)	Lemonidis & Likidis (2021)	Hickendorff (2020)	Hopkins et al. (2020)	Scheibling-Sève et al. (2020)	Hickendorff (2018)	Durkin et al. (2017)	Finesilver (2017)	Torbeyns et al. (2017)	Acevedo Nistal et al. (2014)	Zhang, Ding et al. (2014)	Zhang, Xin et al. (2014)	Torbeyns & Verschaffel (2013)	Star et al. (2009)	Torbeyns et al. (2009)	Star & Rittle-Johnson (2008)	Antall
Aritmetikk	Addisjon	x	x		x	x	x							x		x		7
	Subtraksjon			x			x			x				x		x		5
	Multiplikasjon					x	x	x	x			x	x		x			7
	Divisjon						x		x									2
Estimering		x					x							x				3
Likninger							x										x	2
Funksjoner											x							1

Tabell 4.2: Matematiske temaer undersøkt i studiene

	Gabler & Ufer (2021)	Lemonidis & Likidis (2021)	Hickendorff (2020)	Hopkins et al. (2020)	Scheibling-Sève et al. (2020)	Hickendorff (2018)	Durkin et al. (2017)	Finesilver (2017)	Torbeyns et al. (2017)	Acevedo Nistal et al. (2014)	Zhang, Ding et al. (2014)	Zhang, Xin et al. (2014)	Torbeyns & Verschaffel (2013)	Star et al. (2009)	Torbeyns et al. (2009)	Star & Rittle-Johnson (2008)	Antall
5-6 år	x																1
7-8 år	x		x	x	x						x	x	x		x		8
9-10 år		x	x	x	x	x	x		x		x	x	x	x	x	x	13
11-12 år		x			x	x	x	x	x					x		x	8
13-14 år							x	x		x							3
15-16 år								x		x							2

Tabell 4.3: Alder på deltakere i studiene

4.2.3 Datainnsamlingsmetoder

Blant artiklene har jeg identifisert fem datainnsamlingsmetoder: intervensjon, test, spørreundersøkelse, observasjon og intervju. Disse funnene, sammen med resten av funnene om studienes benyttede datainnsamlingsmetoder, sammenfatter jeg i tabell 4.4. Tre artikler har beskrivelser av mer enn én studie. Én av disse artiklene, Durkin med flere (2017), kan fordi den beskriver flere studier, også sies å ha flere datainnsamlingsmetoder. Scheibling-Sève og hennes kolleger (2020) og Star og hans kolleger (2009) beskriver to studier hver i sine artikler, men de benytter samme datainnsamlingsmetode i de to respektive studiene.

Den mest benyttede metoden for datainnsamling, som halvparten av artiklene har brukt, er å gjennomføre en test på et utvalg elever. Noen temaer går igjen i beskrivelsene av disse testene, slik som hvordan forskerne gjennomførte de, hvordan forskerne registrerte elevenes strategivalg og hva slags typer oppgaver elevene løste. Samtlige artikler gjennomførte testene individuelt ved at forskerne utførte en test på én og én elev. I alle studiene gjennomførte deltakerne også testene uten en tidsbegrensning. To artikler, Hopkins med flere (2020) og Scheibling-Sève med flere (2020), hadde en makstid elevene fikk bruke på å løse oppgavene i ett av testforholdene. Hopkins, Russo og Siegler (2020, s. 3-5) begrunner bruken av makstid med ønsket om å teste om elevenes nøyaktighet med en spesifikk strategi endret seg med en tidsbegrensning. Når det gjelder tid, er det også delt hvorvidt forskerne logget tiden elevene brukte på problemløsning i testene. Fire av artiklene registrerte elevenes problemløsningstid, mens de resterende fire artiklene nevner ikke en slik logging, og man kan derfor forstå det som at de ikke tok tiden. Et annet tema identifisert i testene er hvordan deltakerne skulle uttrykke sine strategivalg. I syv av åtte tester identifiserte forskerne elevenes valgte strategier gjennom en analyse av deres skriftlige utregninger. I den resterende testen, beskrevet av Hopkins med flere (2020, s. 4), skulle elevene forklare muntlig hvordan de løste hver oppgave, og forskerne kategoriserte dermed elevenes strategivalg basert på deres muntlige forklaringer. Hickendorff (2020) og Torbeyns med flere (2017) benyttet begge disse metodene for å identifisere elevenes strategivalg. Et siste tema identifisert i testene er hvilken type matematikkoppgaver de bestod av. Mens seks av testene bestod av tradisjonelle regneoppgaver, slik som for eksempel multiplikasjonsstykket 14×13 som Zhang, Ding og flere (2014, s. 199) brukte, arbeidet elevene i de to resterende testene med tekstoppgaver; matematiske problemer beskrevet med ord i en realistisk kontekst (Hickendorff, 2018, s. 582).

Utover bruk av test som datainnsamlingsmetode, er også gjennomføring av intervensjoner gjengående i forskningslitteraturen. Hele syv artikler gjennomførte en intervensjon, noe som vil si at alle artiklene utenom én enten gjennomførte en intervensjon eller en test. Å gjennomføre en intervensjon har ofte som formål å teste om en handling kan forbedre en situasjon, og det er en metode tilhørende forskningsdesignet eksperiment (Creswell, 2014, s. 13; Stylianides & Stylianides, 2013, s. 334). I sammenheng med matematikdidaktisk forskning ønsker man ofte å teste om en spesifikk handling i matematikkundervisningen kan forbedre elevenes læring i faget.

På samme måte som jeg identifiserte ulike temaer blant artiklene som utførte tester, gjorde jeg også det i intervensjonene. Disse temaene handler om hvordan forskerne gjennomførte intervensjonene. Først og fremst gjennomførte forskerne i alle intervensjonene en pre- og posttest. Lemonidis og Likidis (2021, s. 93), som en av artiklene som gjennomførte en intervensjon, beskriver at en slik test har som hensikt å informere om deltakernes kompetanse i forkant og etterkant av en studie. Forskere

bruker dermed slike tester til å vurdere intervensjonenes effekt på elevenes læring og i dette tilfellet deres matematiske fleksibilitet. Videre er det ulikt hvilke typer deltakergrupperinger forskerne brukte for å teste intervensjonenes effekt. To av artiklene delte deltakerne i en eksperimentgruppe og en kontrollgruppe, hvor eksperimentgruppen mottok en bestemt instruksjon, mens kontrollgruppen fortsatte med vanlig undervisning (Acevedo Nistal et al., 2014, s. 766; Lemonidis & Likidis, 2021, s. 93). I to andre studier gjennomgikk én gruppe elever en intervensjon, men her uten bruk av en kontrollgruppe. De tre resterende artiklene hadde flere eksperimentgrupper enten ved at artiklene består av flere studier og dermed også hadde flere grupper de testet intervensjonen på (Durkin et al., 2017; Star et al., 2009), eller ved at artiklene består av én studie som delte deltakermassen i to grupper og på den måten gjennomførte to ulike intervensjoner (Star & Rittle-Johnson, 2008). Videre er det også forskjellig hvordan forskerne gjennomførte intervensjonene. I de fleste artiklene gjennomførte forskerne intervensjonene i grupper på 2-15 elever. To av artiklene beskriver en individuell intervensjon, enten ved at elevene gjennomgikk en digital presentasjon eller ved en tilpasset én-til-én-undervisning (Acevedo Nistal et al., 2014, s. 770; Zhang, Xin et al., 2014, s. 19). Den resterende intervensjonen, beskrevet av Lemonidis og Likidis (2021, s. 93-94), bestod av klasseromsundervisning med en større gruppe på 29 elever, hvor elevene fikk undervisning om ulike estimeringsstrategier og når disse er fornuftige å bruke.

Et annet tema identifisert i beskrivelsene av intervensjonene er varigheten deres. Tre av intervensjonene gjennomførte en lengre intervensjon varende i fem uker. To andre intervensjoner varte i én uke, mens de ulike intervensjonsstudiene beskrevet av Durkin, Star og Rittle-Johnson (2017, s. 588) bestod av to-tre leksjoner hver. Den resterende intervensjonen gjennomførte Acevedo Nistal med flere (2014, s. 769) i løpet av én dag. Videre er et gjentagende tema i fire av intervensjonene at deltakerne løste oppgaver i et arbeidshefte. Det siste temaet jeg har identifisert er hvilken rolle forskerne hadde i intervensjonene. I de fleste intervensjonene, i fem av tilfellene, fungerte forskerne som instruktører. Gabler og Ufer (2021, s. 379-380) tydeliggjør ikke hvilken rolle de selv hadde, men beskriver at trente veiledere ledet intervensjonen og fungerte som en støtte for å holde elevene engasjerte i arbeidet. I intervensjonen beskrevet av Acevedo Nistal med flere (2014, s. 773) hadde forskerne en annen rolle. Der var kun én forsker til stede for å sikre at elevene forstod hva de skulle gjøre, og interagerende ikke ellers med elevene under intervensjonen.

På tvers av testene og intervensjonene går to temaer igjen: bruk av pre- og posttest og bruk av choice/no-choice-metoden. Som nevnt tidligere benyttet alle artiklene som gjennomførte en intervensjon, en pre- og posttest. I tillegg brukte Finesilver (2017, s. 488) en variant av et slikt testsystem ved at hun gjennomførte oppgavebasert intervju av deltakerne ved start og slutt av studien. Choice/no-choice-metoden er benyttet i fem av artiklene, bestående av fire tester og én intervensjon. Denne metoden går ut på at forskerne tester deltakerne i to betingelser: (1) en runde med oppgaver hvor deltakerne selv får velge hvilken strategi de skal bruke for å løse hver oppgave; og (2) en runde med oppgaver hvor deltakerne må løse alle oppgavene med bruk av én bestemt strategi (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 132). I fire av fem artikler som benyttet denne metoden, gjennomførte deltakerne choice-betingelsen før no-choice. I studien til Torbeyns og hennes kolleger (2009b, s. 585) begynte istedenfor noen elever med choice, mens andre gjennomførte no-choice først. Et annet tema jeg identifiserte blant disse artiklene var at kun én av de ga elevene tidsbegrensning i problemløsningen. Hopkins, Russo og Siegler (2020, s. 5) ga deltakerne tre sekunder til å løse no-choice-oppgavene, og det med begrunnelsen om at den korte tiden utelukket at elevene kunne bruke andre

strategier enn den de skulle teste. Et siste tema jeg identifiserte blant choice/no-choice-studiene var hvilken informasjon de registrerte. Alle fem studiene registrerte deltakernes strategi-/representasjonsvalg, svar og problemløsningstid. Det er kun Acevedo Nistal med flere (2014, s. 770) som skiller mellom tiden elevene brukte på representasjonsvalget og selve problemløsningen. De resterende fire artiklene rapporterte istedenfor tiden det tok fra forskerne presenterte problemet til eleven skrev ned et svar, og omtaler det som problemløsningstiden.

Test og intervensjon er de mest benyttede datainnsamlingsmetodene blant artiklene i datamaterialet. I tillegg brukte to artikler spørreundersøkelse, tre artikler observasjon og tre artikler intervju for å samle informasjon. Durkin, Star og Rittle-Johnson (2017) beskriver, som nevnt tidligere, seks studier. I tillegg til å beskrive fem intervensjoner, gjennomførte de én ettårs lang studie om hvordan lærere kan undervise om sammenligning av strategier (Durkin et al., 2017, s. 589). Her benyttet de både observasjon, spørreundersøkelse og intervju som datainnsamlingsmetoder (s. 591). Zhang, Xin og deres kolleger (2014, s. 21) gjennomførte også en spørreundersøkelse, men det for å kunne si mer om intervensjonens effekt gjennom å høre deltakernes evaluering av den. Finesilver (2017) benyttet observasjon og oppgavebaserte intervju som metoder i sin kasusstudie av flere elever under spesifikke undervisningsforhold. Videre brukte Zhang, Ding og flere (2014, s. 198-199) observasjon for å sikre full oversikt over elevenes strategivalg i de utførte testene. Torbeyns og hennes kolleger (2017, s. 68) omtaler testene de har gjennomført som individuelle intervju, og derfor har jeg kategorisert denne artikkelen som bruk av intervju som datainnsamlingsmetode.

			Gabler & Ufer (2021)	Lemonidis & Likidis (2021)	Hickendorff (2020)	Hopkins et al. (2020)	Scheibling-Sève et al. (2020)	Hickendorff (2018)	Durkin et al. (2017)	Finesilver (2017)	Torbeyns et al. (2017)	Acevedo Nistal et al. (2014)	Zhang, Ding et al. (2014)	Zhang, Xin et al. (2014)	Torbeyns & Verschaffel (2013)	Star et al. (2009)	Torbeyns et al. (2009)	Star & Rittle-Johnson (2008)	Antall
Intervensjon	Pre- og posttest	Choice/no-choice										x							1
		Kun choice	x	x					x					x		x		x	6
Test	Choice/no-choice				x	x									x		x		4
	Kun choice						x	x			x		x						4
Spørreundersøkelse									x					x					2
Observasjon									x	x			x						3
Intervju									x	x	x								3

Tabell 4.4: Studienes benyttede datainnsamlingsmetoder

4.2.4 Metoder for dataanalyse

De utvalgte artiklene er blant annet inkludert fordi de har gjennomført empiriske studier av grunnskoleelever. I dette underkapittelet vil jeg beskrive mine funn om hvilke metoder studiene har brukt for å analysere sine empiriske datamaterialer. En sammenfatning av disse funnene presenterer jeg i tabell 4.5.

Et funn er at kvantitative analysemetoder er mye brukt for å studere grunnskoleelevers fleksibilitet. Hele 13 av 16 artikler brukte kvantitative metoder til å analysere sine datamaterialer. Én av disse artiklene brukte en kombinasjon av kvantitative og kvalitative analysemetoder, i tillegg til at én artikkel bare brukte kvalitative analysemetoder. De resterende to artiklene i datamaterialet oppgir ikke hvordan de analyserte sine data. Durkin med flere (2017) beskriver ikke analyseprosessen til de seks studiene sine. Det er mulig å gå inn i hver av studiene for å undersøke deres analysemetoder, men siden disse artiklene ikke kom opp som treff i mine litteratursøk, velger jeg å ikke gjøre det. Det samme gjelder Finesilver (2017, s. 488), som skriver at leseren kan se i en tidligere publisert artikkel av henne for beskrivelse av det benyttede analytiske rammeverket.

Å plassere elevbesvarelser i forhåndsdefinerte koder, og dermed utføre en deduktiv analyse, er også gjengående i forskningslitteraturen. Av de 13 artiklene som benyttet kvantitative analysemetoder, plasserte hele 12 av dem elevbesvarelser i forhåndsdefinerte koder. For eksempel kategoriserte Hickendorff (2020) elevenes strategivalg som bruk av indirekte addisjon eller direkte subtraksjon, som er to anerkjente strategier i løsning av subtraksjonsstykker. På samme måte kodet Star og hans kolleger (2009) elevenes valgte estimeringsstrategier i fire forhåndsdefinerte kategorier, i tillegg til at de hadde en femte annet-kategori som omfattet strategiene som havnet utenfor de forhåndsdefinerte kategoriene. I tillegg til bruk av forhåndsdefinerte koder, brukte fire av artiklene Lemaire og Sieglers (1995) modell til å analysere elevenes besvarelser og for å kunne si noe om deres matematiske fleksibilitet.

I de kvantitative analysene gjennomførte også forskerne diverse statistiske tester. Mange av disse testene handler om gruppeforskjeller, slik som for eksempel bruk av t-test og ANOVA. Her testet forskerne om de fant likhet mellom to eller flere utvalg i den testede populasjonen. Disse testene handler både om å studere likhet mellom utvalg av mennesker og utvalg av strategier. For eksempel brukte Torbeyns og hennes kolleger (2009b, s. 586-587) gjentagende ANOVA²⁷ (min oversettelse) til å analysere deltakernes strategifordeling og strategieffektivitet. For å analysere deltakernes effektivitet brukte de ANOVA til å sammenligne deltakernes nøyaktighet og hastighet med de to studerte strategiene i no-choice-betingelsen. Her vurderte de matematisk operasjon (addisjon/subtraksjon), problemtype (om problemkarakteristikkene la opp til bruk av den ene eller den andre strategien), no-choice-betingelse (hvilken strategi forskerne til enhver tid ba elevene om å bruke) og matematisk prestasjonsnivå som faktorer. I tillegg til å bruke ulike varianter av variansanalyse til å teste gruppeforskjeller, gjennomførte også forskerne i datamaterialet korrelasjonstester. Korrelasjon handler om å teste hvor mye to målbare størrelser henger sammen i form av styrken og retningen mellom de to variablene (Bryman, 2016, s. 690). For eksempel testet Hickendorff (2020, s. 4) korrelasjonen mellom frekvensen av deltakernes bruk av indirekte addisjon i choice-betingelsen på den ene siden og nøyaktighets- og hastighetsforskjellene mellom de to studerte strategiene i no-choice-betingelsen på den andre siden for å avgjøre om

²⁷ «Repeated measures ANOVA» (Torbeyns et al., 2009b, s. 586)

deltakerne tok fleksible strategivalg basert på deres individuelle nøyaktighet og hastighet med ulike strategier.

I tillegg til bruk av statistiske tester og kvantitative analysemetoder, analyserte to artikler sine datamaterialer ved bruk av selvdesignede modeller. For å måle elevers fleksibilitet i hoderegning designet Hopkins med flere (2020, s. 6) et nytt instrument kalt «the test of Mental Computation Flexibility with addition» (MCF-A), mens Lemonidis og Likidis (2021, s. 87) utformet IHMCES-modellen, som de brukte til å rangere elevers estimeringsstrategier.

Å bruke en blanding av kvantitative og kvalitative analysemetoder eller kun kvalitative analysemetoder er mindre gjengående i forskningslitteraturen. Kun én artikkel, Gabler og Ufer (2021), benyttet både kvantitative og kvalitative analysemetoder. Selv skriver de at de brukte den kvalitative metoden innholdsanalyse til å analysere sitt datamateriale (Gabler & Ufer, 2021, s. 385). De beskriver imidlertid også at de har brukt statistiske tester for å si noe om de studerte elevenes utvikling gjennom den beskrevne intervensjonen (s. 384). Derfor har jeg kategorisert artikkelen som bruk av både kvantitative og kvalitative analysemetoder. I tillegg er det kun Zhang, Xin, Harris og Ding (2014) som har brukt kvalitative analysemetoder. De utførte en mikrogenetisk analyse for å analysere de studerte elevenes strategiske utvikling og nøyaktighet innenfor problemløsning over tid (s. 15). Her kodet de elevenes strategier ved bruk av en deduktiv analyse, og har på samme måte som mange av de kvantitative studiene, plassert strategivalgene i et forhåndsdefinert kodeskjema på syv kategorier (s. 19). I dette arbeidet plasserte de elevene på forhåndsbestemte strategiske utviklingsnivå basert på antall riktige svar (nøyaktighet) og hvor ofte de brukte de ulike strategiene (s. 19-20). Ettersom Zhang, Xin, Harris og Ding (2014) kategoriserte datamaterialet i definerte temaer for å si noe om elevenes utvikling gjennom den gjennomførte intervensjonen, kan denne mikrogenetiske analysemetoden omtales som en deduktiv tematisk analyse (Braun & Clarke, 2006, s. 79, 83-84).

		Gabler & Ufer (2021)	Lemonidis & Likidis (2021)	Hickendorff (2020)	Hopkins et al. (2020)	Scheibling-Sève et al. (2020)	Hickendorff (2018)	Durkin et al. (2017)	Finesilver (2017)	Torbeyns et al. (2017)	Acevedo Nistal et al. (2014)	Zhang, Ding et al. (2014)	Zhang, Xin et al. (2014)	Torbeyns & Verschaffel (2013)	Star et al. (2009)	Torbeyns et al. (2009)	Star & Rittle-Johnson (2008)	Antall	
Kvantitative analysemetoder	Plassering i forhåndsdefinerte koder		x	x	x	x	x			x	x	x		x	x	x	x	12	
	Statistiske tester	ANOVA	x			x					x		x		x		x	x	7
		Korrelasjon			x	x									x		x		4
		Regresjonsanalyse			x			x				x							3
		T-test				x						x				x			3
		Latent klasseanalyse			x						x								2
		Mann-Whitney-Wilcoxon test		x			x												2
		ANCOVA			x													x	2
		MANCOVA																x	1
		Chi-square test										x							1
1PL Rasch modell	x																1		
Kvalitative analysemetoder		x											x					2	
Lemaire & Siegler (1995) modell				x							x			x		x		4	
Selvdesignede modeller			x		x													2	
Oppgis ikke								x	x									2	

Tabell 4.5: Studienes benyttede dataanalysemetoder

4.3 Studienes hovedfunn

For å kunne besvare studiens overordnede problemstilling, er det spesielt relevant å studere de utvalgte studienes hovedfunn og dermed hva de empirisk har funnet ut om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet. Derfor er litteraturstudiens tredje forsknings-spørsmål: *Hva er studienes hovedfunn?* Basert på en induktiv tematisk analyse har jeg identifisert fem hovedtemaer på dette forskningsspørsmålet, som jeg har synliggjort i tabell 4.6. I dette underkapittelet vil jeg beskrive disse temaene.

Det første og største hovedtemaet om studienes hovedfunn handler om deltakernes fleksibilitet. Et gjentagende funn er at grunnskoleelever ikke er fleksible, men at de kan utvikle fleksibilitet hvis det er et eksplisitt mål man arbeider systematisk med. Syv artikler har som et hovedfunn at de studerte elevene ikke er fleksible. Studiene definerer, som jeg identifiserte i arbeidet med forskningsspørsmål 1, matematisk fleksibilitet ulikt. Det er derfor også ulikt hva de har lagt i begrepet da de har konkludert at de studerte elevene ikke er fleksible. Likevel kan man se i tabell 4.1 at de syv artiklene som har konkludert at deltakerne ikke er fleksible, ikke har store ulikheter i sine definisjoner av fleksibilitet. Den største forskjellen er at fire av studiene betegner fleksibilitet og adaptivitet som synonymer, mens de resterende tre artiklene skiller mellom disse begrepene. Hvis man ser bort fra denne forskjellen og ser på fleksibilitet som ett, kan man totalt sett si at denne infleksibiliteten handler om at deltakerne ikke tok strategivalg tilpasset problemkarakteristikker eller subjektive strategikarakteristikker. Videre har åtte artikler konkludert at deltakerne økte sin fleksibilitet gjennom utført studie. Syv av disse artiklene gjennomførte en intervensjon, som man kan se i tabell 4.4, og konkluderte dermed at intervensjonen hadde en effekt siden deltakerne viste progresjon i sin fleksibilitet etter utført intervensjon. Selv om Finesilver (2017) ikke bestod av en intervensjon, fant også denne studien at deltakerne viste progresjon i sin fleksibilitet gjennom studien. I tillegg til disse to temaene har fire artikler informasjon om deltakernes hensyn til subjektive strategikarakteristikker i sine strategivalg som et hovedfunn. Dette undertemaet kan deles i to kategorier: om deltakerne tok hensyn til egen hastighet ved bruk av ulike strategier da de valgte strategi, og om de tok hensyn til egen nøyaktighet i disse strategivalgene. For eksempel beskriver både Hickendorff (2020) og Torbeyns og Verschaffel (2013) at deres deltakere tok strategivalg ut fra egen hastighet, men ikke basert på nøyaktighetsforskjellene mellom strategiene.

Det andre hovedtemaet når det gjelder studienes hovedfunn handler om hvilke faktorer studiene har funnet at har betydning for elevers fleksibilitet. Spesielt trekker forskningslitteraturen frem elevenes prestasjonsnivå som en betydningsfull faktor, samtidig som de også nevner andre faktorer. Hele 8 av 16 artikler har hovedfunn som belyser hvordan elevenes ulike prestasjonsnivåer og forkunnskaper har betydning for deres utvikling og uttrykking av fleksibilitet. For eksempel tydeliggjør Zhang, Ding og flere (2014, s. 208) denne betydningen gjennom resultatene om at de middels- og høytpresterende elevene i studien viste høyere fleksibilitet i å justere strategivalgene sine basert på problemtype enn de lavtpresterende elevene gjorde. I tillegg fant de at de lavtpresterende elevene brukte flere strategier enn de to andre elevgruppene, men at disse strategiene ofte var mindre avanserte enn strategiene de middels- og høytpresterende elevene valgte. Noe av det samme belyser Star og hans kolleger (2009, s. 569), som fant at elevene med lave forkunnskaper valgte strategier ut fra hvor enkle de er å bruke heller enn basert på deres nøyaktighet. Fem andre faktorer ser ut til å påvirke elevers fleksibilitet, men de er ikke like gjengående i datamaterialet. Hickendorff (2020, s. 5) fant at elevene viste høyere adaptivitet, i form av å velge den mest passende strategien, ved hoderegning enn

ved skriftlig utregning. Scheibling-Sève med flere (2020, s. 308) fant at den semantiske konteksten, altså hvordan problemet er formulert, har betydning for elevenes strategivalg. Mens Hickendorff (2018, s. 585) fant at guttene brukte flere snarveistategier enn jentene, og dermed så ut til å være mer fleksible, vektlegger Torbeyns, Hickendorff og Verschaffel (2017, s. 69) at blant de få som viste fleksibilitet i deres utvalg, var alder en sentral faktor. Videre beskriver Finesilver (2017, s. 499) at utvikling av fleksibilitet ikke er en lineær prosess, og at selv om elever har lært hvilken strategi som er mest effektiv å benytte til én spesifikk problemtype, betyr ikke det at de alltid velger denne strategien. Dermed ser det ut til at også elevens dagsform kan ha betydning for deres uttrykk av fleksibilitet.

Artiklene har også resultater som synliggjør hvordan lærere kan undervise for å fremme fleksibilitet hos elevene. Spesielt trekker de frem betydningen av en eksponering for og sammenligning av flere strategier, i tillegg til tilpasset opplæring og bruk av språklig støtte. Basert på funnene sine vektlegger 6 av 16 artikler at undervisningen bør bestå av en eksponering for og sammenligning av flere strategier til den samme problemtypen. Durkin, Star og Rittle-Johnson (2017, s. 585) presiserer at funnene fra deres seks studier alle indikerer at å sammenligne strategier er effektivt for å støtte elevens fleksibilitet, prosedyre- og begrepskunnskap. På samme måte uttrykker Scheibling-Sève med flere (2020, s. 308-309) at et fokus på flere strategier og en sammenligning av disse er et fint grep å bruke for å både fokusere på elevenes prosedyre- og begrepskunnskap. Et annet undervisningstrekk artiklene synliggjør i deres hovedfunn, er betydningen av tilpasset opplæring for å fremme fleksibilitet hos alle elever. Gjennom sin intervensjon bestående av et undervisningsopplegg tilpasset hver enkelt elev, så Zhang, Xin, Harris og Ding (2014) at en slik tilpasning førte til progresjon i elevenes fleksibilitet i form av økt nøyaktighet, bruk av flere avanserte strategier og økt evne til å velge de mest passende strategiene. Videre uttrykker både Hopkins med flere (2020) og Finesilver (2017) at de basert på sine funn ser at lavtpresterende elever trenger mer støtte i form av tid og forklaring. Videre fant Gabler og Ufer (2021, s. 390) gjennom sin studie av elever med lave språkferdigheter, at en språklig støtte i form av hjelp til å finne ord som beskriver det en ser, kan være fruktbart å inkludere i undervisningen for at elever skal kunne utvikle maksimal fleksibilitet.

De to siste hovedtemaene i studienes hovedfunn består av at tre artikler uttrykker en mening om hvordan man bør måle fleksibilitet og at to artikler tydeliggjør at fleksibilitet er noe alle elever bør arbeide med. Mens Scheibling-Sève med flere (2020, s. 308) tydeliggjør betydningen av å se elevenes begreps- og prosedyrekunnskap i sammenheng når en måler deres fleksibilitet, påpeker Finesilver (2017, s. 499) at man burde vurdere effektivitet i strategivalg ut fra konteksten til den individuelle eleven fremfor tiden det tar å utøve strategien. Med bakgrunn i funnene om at direkte instruksjon som undervisningsmetode førte til økt bruk av *effektive* strategier hos elevene, mens en utforskende tilnærming resulterte i økt bruk av *flere* strategier, belyser Star og Rittle-Johnson (2008, s. 574) betydningen av å skille mellom bruk av flere og bruk av effektive strategier når en måler elevens fleksibilitet. Basert på sine hovedfunn om at elevene, uavhengig av prestasjonsnivå, uttrykte en progresjon i fleksibilitet etter utført intervensjon, tar Acevedo Nistal med flere (2014) og Star med flere (2009) del i diskusjonen om lavtpresterende elever bør fokusere på fleksibilitet. Begge disse artiklene tydeliggjør at deres resultater viser at fleksibilitet bør være et instruksjonsmål for alle elever, uavhengig av elevenes prestasjonsnivå.

			Gabler & Ufer (2021)	Lemonidis & Likidis (2021)	Hickendorff (2020)	Hopkins et al. (2020)	Scheibling-Sève et al. (2020)	Hickendorff (2018)	Durkin et al. (2017)	Finesilver (2017)	Torbeyns et al. (2017)	Acevedo Nistal et al. (2014)	Zhang, Ding et al. (2014)	Zhang, Xin et al. (2014)	Torbeyns & Verschaffel (2013)	Star et al. (2009)	Torbeyns et al. (2009)	Star & Rittle-Johnson (2008)	Antall	
Deltakeres fleksibilitet	Deltakere har vist progresjon i fleksibilitet gjennom studie		x	x					x	x		x		x		x		x	8	
	Deltakere er ikke fleksible				x	x	x	x			x				x		x			7
	Hensyn til subjektive strategikarakteristikker	Hensyn til hastighet	Ja			x										x				2
			Nei															x		1
		Hensyn til nøyaktighet	Ja					x												
Nei					x											x		x		3
Faktorer som har betydning for fleksibilitet	Elevenes prestasjonsnivå		x	x		x		x		x	x		x			x			8	
	Hoderegning versus skriftlig utregning				x															1
	Semantisk kontekst							x												1
	Kjønn								x											1
	Alder											x								1
	Dagsform										x									1
Undervisning for å fremme fleksibilitet	Eksposering for og sammenligning av flere strategier		x	x			x		x			x						x	6	
	Tilpasset opplæring						x				x			x		x			4	
	Språklig støtte		x																	1

Måling av fleksibilitet	Bør se sammenheng mellom prosedyre- og begrepskunnskap					x												1
	Bør vurdere effektivitet ut fra subjektivitet								x									1
	Bør skille mellom bruk av flere og bruk av effektive strategier																x	1
Alle elever bør arbeide med fleksibilitet											x					x		2

Tabell 4.6: Studienes hovedfunn

4.4 Forskernes forslag til videre forskning

Studiens fjerde og siste forskningsspørsmål er som følger: *Hva foreslår forskerne at videre forskning bør undersøke nærmere?* I det følgende vil jeg beskrive de syv hovedtemaene jeg identifiserte i de utvalgte artiklene når det gjelder dette forskningsspørsmålet. Jeg presenterer også en oversikt over disse temaene i tabell 4.7.

Det første hovedtemaet har jeg kalt for «replikering av studie» fordi forskerne her uttrykker at videre forskning bør gjennomføre én eller flere oppfølgingsstudier for å validere funnene deres. Syv av artiklene synliggjør dette hovedtemaet. Både Zhang og Xin med flere (2014) og Torbeyns med flere (2009b) uttrykker at forskere bør gjennomføre deres studier på andre deltakere. De resterende fem artiklene beskriver at forskere bør replikere studiene de har gjennomført, men med noen justeringer. For eksempel uttrykker Lemonidis og Likidis (2021, s. 102) at noen bør gjennomføre deres intervensjon på nytt, men med en lengre tidsperiode og ved å studere andre matematiske temaer. Et annet eksempel er Torbeyns og Verschaffel (2013, s. 138) sitt forslag om at noen bør replikere studien deres, men det ved å bruke et mer komplekst choice/no-choice-design enn det de selv har benyttet.

Et annet hovedtema i forskernes forslag til videre forskning er at de uttrykker et behov for å studere hvordan man kan utvikle fleksibilitet og deriblant undersøke nærmere hvordan ulike individuelle og didaktiske aspekter påvirker denne utviklingen. Åtte artikler uttrykker et slikt behov. Seks av disse artiklene tydeliggjør et behov for å undersøke nærmere hvordan ulike subjektive karakteristikk, slik som kjønn og prestasjonsnivå, har betydning for elevers fleksibilitetsutvikling. For eksempel uttrykker Torbeyns, Hickendorff og Verschaffel (2017, s. 72) et behov for å undersøke nærmere kjønnets betydning for elevers strategiutvikling og hvordan man kan stimulere til fleksibilitet i undervisning til alle aldre og prestasjonsnivåer. Dette siste, å undersøke hvordan lærere kan undervise for å fremme fleksibilitet, er det jeg omtaler som «didaktiske aspekter» i tabell 4.7. I tillegg til Torbeyns med flere (2017), uttrykker fem andre artikler et behov for å undersøke didaktiske aspekter i videre forskning. For eksempel tydeliggjør Star og Rittle-Johnson (2008, s. 575) et generelt behov for å evaluere når og for hvem ulike undervisningstilnærminger støtter utvikling av fleksibilitet. Videre foreslår både Scheibling-Sève med flere (2020) og Durkin med flere (2017) at man bør undersøke nærmere bruken av sammenligning i undervisning og på hvilke måter denne metoden kan være fordelaktig for elevers fleksibilitetsutvikling.

Det tredje hovedtemaet handler også om undervisning, men det ved forslag om å undersøke hvordan læreres undervisning i dagens klasserom bidrar til eller hindrer matematisk fleksibilitet. Fire av de utvalgte artiklene uttrykker eksplisitt et behov for slik forskning i autentiske klasserom. For eksempel foreslår Hickendorff (2018, s. 590-591) at videre forskning bør undersøke hvordan lærere implementerer snarveistrategier i undervisningen, og dermed hvordan lærere arbeider eksplisitt med matematisk fleksibilitet.

De neste hovedtemaene er mindre gjengående i datamaterialet, men synliggjør likevel behov for videre utforskning. To artikler uttrykker at forskning bør utvikle og evaluere ulike undervisningsmaterialer og undervisningsteknikker som lærere kan inkorporere i undervisningen for å arbeide med fleksibilitet. To andre artikler foreslår at forskere bør bruke andre vitenskapelige metoder enn de selv har benyttet til å studere fleksibilitet. For eksempel foreslår Torbeyns med flere (2017, s. 72-73) at forskere bør bruke choice/no-choice-designet til å studere videre forskjellen mellom strategiene de undersøkte.

Også i sammenheng med choice/no-choice-metoden, foreslår Hickendorff (2020, s. 7) en videreutvikling av metoden ved å individualisere no-choice-betingelsene og ta utgangspunkt i elevenes individuelle strategirepertoar fremfor et forhåndsbestemt strategiutvalg. Lemonidis og Likidis (2021) designet, som beskrevet under forskningsspørsmål 2, en ny modell for å rangere elevers estimeringsstrategier. Derfor foreslår de at videre forskning bør utforske bruk av denne modellen, og det på ulike aldersgrupper (Lemonidis & Likidis, 2021, s. 102). Avslutningsvis kan det nevnes at to artikler ikke uttrykker noen forslag til videre forskning.

		Gabler & Ufer (2021)	Lemonidis & Likidis (2021)	Hickendorff (2020)	Hopkins et al. (2020)	Scheibling-Sève et al. (2020)	Hickendorff (2018)	Durkin et al. (2017)	Finesilver (2017)	Torbeyns et al. (2017)	Acevedo Nistal et al. (2014)	Zhang, Ding et al. (2014)	Zhang, Xin et al. (2014)	Torbeyns & Verschaffel (2013)	Star et al. (2009)	Torbeyns et al. (2009)	Star & Rittle-Johnson (2008)	Antall
Replikering av studie			x				x				x	x	x	x		x		7
Studere hvordan man kan utvikle fleksibilitet	Individuelle aspekter	x								x		x	x			x	x	6
	Didaktiske aspekter	x				x		x		x						x	x	6
Undersøke dagens undervisning					x		x					x		x				4
Utvikle og evaluere undervisningsmaterialer og undervisningsteknikker								x			x							2
Bruke andre forskningsmetoder							x			x								2
Videreutvikle forskningsmetoder				x														1
Utforske nyutviklede modeller			x															1
Ingen forslag på videre forskning									x						x			2

Tabell 4.7: Forskernes forslag til videre forskning

5 Diskusjon

Selv om tidligere forskning fremmer matematisk fleksibilitet som en avgjørende ferdighet for elevers mestring og læring i matematikk, utgjør temaet et relativt nytt forskningsfelt (Star et al., 2015, s. 198). Takket være tidligere forskning har vi mer kunnskap om elevers matematiske fleksibilitet i dag enn vi hadde for to tiår siden (Newton et al., 2020, s. 511). Samtidig uttrykker forskere på feltet et behov for mer forskning på temaet (Star et al., 2015, s. 198-199). På bakgrunn av det foregående og formålet om å presentere en oversikt over tidligere forskning, er den overordnede problemstillingen for denne masteroppgaven: *Hva sier utdanningsvitenskapelig forskning om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet, og hva bør videre forskning undersøke nærmere?* Basert på funnene fra den induktive analysen av de 16 utvalgte forskningsartiklene og oppgavens teoretiske bakteppe, vil jeg i det følgende diskutere et svar på litteraturstudiets problemstilling. Avslutningsvis i kapitlet vil jeg diskutere studiens kvalitet og hvilke konsekvenser andre valg i forskningsprosessen kunne fått for studiens funn.

5.1 Oppsummering av studiens funn

Ett av studiens formål er å gi en oversikt over hva vi vet om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet i dag basert på tidligere forskning. På bakgrunn av dette formålet vil jeg i dette underkapitlet diskutere studiens funn i sammenheng med presentert teori og besvare spørsmålet om hva utdanningsvitenskapelig forskning sier om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet.

Et gjentakende funn i forskningslitteraturen er at grunnskoleelever ikke er fleksible, men at de kan utvikle fleksibilitet hvis det er et eksplisitt mål man arbeider systematisk med. Med bakgrunn i påstanden fra tidligere forskning om at forskere vektlegger ulikt innhold i definisjonen av matematisk fleksibilitet (Torbeyns et al., 2009b, s. 581-582), er det imidlertid sentralt å belyse hva forskerne har lagt til grunn da de har konkludert at elevene er infleksible eller at de har vist progresjon i sin fleksibilitet gjennom studiene. Gjennom analysen av forskningsspørsmål 1 om studienes definisjoner av matematisk fleksibilitet, støtter mine funn denne påstanden om at det fremdeles i dag er uenigheter i nøyaktig hva fleksibilitet innebærer.

Den største forskjellen i studienes definisjoner av matematisk fleksibilitet omfatter ulik bruk av begrepene adaptivitet og fleksibilitet, noe som støtter Verschaffel med flere (2009, s. 337) sin påstand om at det er forskjellig hva forskere legger i de to begrepene. Likevel kan man observere ett fellestrekk i deres definisjoner: betydningen av å ta hensyn til problemkarakteristikker for å kunne omtale et strategivalg som fleksibelt. Dette fellestrekket belyser at forskningslitteraturen totalt sett vektlegger noe av det samme innholdet når de snakker om fleksibilitet og/eller adaptivitet, på tross av at de bruker begrepene ulikt.

To andre ulikheter i forskningslitteraturen angående deres definisjoner av fleksibilitet, gjelder studienes definisjoner av effektivitet og synliggjøring av prosedyre- og begrepskunnskap. Mine funn støtter påstanden fra tidligere forskning om at det er ulikt hvordan forskere definerer «effektive strategier» når de vurderer elevers fleksibilitet (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 131). Selv om jeg har identifisert ulikheter her, fant

jeg også at alle som beskriver hva de legger i begrepet effektivitet, belyser nøyaktighet som en sentral faktor. I tillegg inkluderer mange forskere hastighet og individualitet i vurderingen av effektivitet. Videre kan man også se en forskjell i hvorvidt forskerne både fokuserer på begreps- og prosedyrekunnskap. På bakgrunn av funn om artiklenes vektlegging av kunnskap og bruk av effektive og flere strategier, kan man si at forskningslitteraturen vektlegger begrepskunnskap i noe mindre grad enn prosedyrekunnskap. Teorien fremhever hvor viktig det er at forskere ikke kun fokuserer på elevenes bruk av diverse strategier og hvorvidt de regner riktig med den valgte strategien (Star & Rittle-Johnson, 2008, s. 567). Flere forskere tydeliggjør at man også må fokusere på elevenes begrepskunnskap, nettopp fordi kunnskap om de matematiske begrepene og objektene er nødvendig for å kunne avgjøre og begrunne hvorfor en strategi er den mest passende å benytte i en spesifikk problemsituasjon (Scheibling-Sève et al., 2020, s. 295, 297; Schneider et al., 2011, s. 1525). Mine funn om at færre artikler synliggjør betydningen av begrepskunnskap enn de som vektlegger prosedyrekunnskap i sammenheng med matematisk fleksibilitet, harmonerer dermed ikke helt med det som fremmes i teorien.

På bakgrunn av funnene fra analysen av forskningsspørsmål 1 kan man derfor si at da forskningslitteraturen har konkludert at mange elever er infleksible, handler det om at elever ikke har valgt de strategiene som er mest effektive, enten det er vurdert med et generelt eller delvis subjektivt grunnlag. Strategivalgene er her vurdert som ineffektive i den forstand at de ikke gir elevene riktig svar eller at de tar lang tid å utøve.

Det er i hovedsak tre temaer som belyser hva vi på bakgrunn av utdanningsvitenskapelig forskning vet i dag om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet. Som allerede nevnt er et gjentakende funn at grunnskoleelever ikke er fleksible. Dette funnet støttes av tidligere forskning, som har beskrevet at elever i liten grad bruker smarte og adaptive snarveistategier spontant (Hickendorff, 2018, s. 578). Et annet gjentakende funn er at elevene i alle intervensjonene viste progresjon i sin fleksibilitet gjennom studiene. Dette funnet tyder på at intervensjonene hadde en effekt, ettersom forskerne hadde nettopp det å øke elevers fleksibilitet som intervensjonenes mål. Dermed viser dette funnet at elever kan utvikle fleksibilitet hvis man arbeider eksplisitt og systematisk med det, noe også Acevedo Nistal og hennes kolleger (2014, s. 783) belyser. Et tredje hovedfunn fra mine analyser er at elevers forkunnskaper har en betydning for deres utvikling og uttrykking av fleksibilitet. Tidligere forskning støtter dette funnet om at elevenes tidligere testede prestasjonsnivå i matematikk kan påvirke deres utvikling til å bli en fleksibel problemløser (Newton et al., 2020, s. 504). For eksempel så både Zhang, Ding og flere (2014, s. 208) og Star og hans kolleger (2009, s. 569) at elevene med lave forkunnskaper valgte mindre avanserte strategier enn de middels- og høytpresterende elevene, noe som støtter Sieglers (2003, referert i Zhang, Ding et al., 2014, s. 198) tidligere funn. I tillegg til forkunnskaper som en betydningsfull faktor som påvirker elevers matematiske fleksibilitet, belyser forskningslitteraturen betydningen til andre subjektive karakteristikk i form av elevenes kjønn og alder. De er imidlertid mindre gjengående i datamaterialet. Totalt sett støtter likevel funn fra de utvalgte artiklene det tidligere forskning sier om at ulike subjektive karakteristikk kan ha en betydning for elevers fleksibilitet (Hickendorff, 2018, s. 580).

5.2 Studiens didaktiske implikasjoner

I det følgende vil jeg på bakgrunn av mine funn diskutere studiens didaktiske implikasjoner. Spesielt vil jeg diskutere hva det har å si for lærere og

matematikkundervisningen at forskningslitteraturen finner at grunnskoleelever er infleksible, men samtidig at de kan utvikle fleksibilitet hvis man arbeider eksplisitt og systematisk med det.

Funnet om at elevene i alle intervensjonene viste progresjon i sin fleksibilitet gjennom studiene, viser først og fremst at fleksibilitet kan utvikles hvis man arbeider eksplisitt og systematisk med det. I sammenheng med funnet om at elever ofte er infleksible, belyser det foregående hvor viktig det er å spre informasjon om matematisk fleksibilitet til lærere. For det andre tenker jeg det er sentralt å diskutere funnets didaktiske implikasjoner og vurdere hvilke grep som skapte en effekt i intervensjonene. Denne informasjonen kan videre danne et grunnlag for å vurdere hva som kan være essensielt at lærere implementerer i «vanlig» matematikkundervisning for å sikte mot en utvikling av elevers fleksibilitet.

To grep utført i flere av intervensjonene, og som er de mest gjentakende og tilsynelatende avgjørende undervisningstrekkene i forskningslitteraturen for å fremme fleksibilitet, er å eksponere elevene for flere strategier og bruke sammenligning som undervisningsmetode. Dette funnet samsvarer med teorien, som både vektlegger betydningen av å eksponere elevene for flere strategier og hvordan sammenligning kan få elevene til å reflektere over strategivalg (Durkin et al., 2017, s. 585; Newton et al., 2020, s. 512; Star et al., 2015, s. 200). På bakgrunn av dette forskningsfunnet kan jeg dermed trekke frem at fremtidig matematikkundervisning bør tilrettelegge for at elever utvikler et bredt strategirepertoar, samtidig som de får mulighet til å reflektere over strategienes fordeler og begrensinger i ulike problemsituasjoner. Å sammenligne strategier ser ut fra forskningslitteraturen til å være en god undervisningsmetode å bruke i dette arbeidet med å sikte mot en positiv utvikling av elevers matematiske fleksibilitet.

På bakgrunn av funnet om forkunnskapers betydning for elevers uttrykk og utvikling av fleksibilitet, kan jeg også trekke frem viktigheten av tilpasset opplæring i en fleksibilitetsfremmende undervisning. Uavhengig av disse funnene er tilpasset opplæring, i form av en opplæring tilpasset den enkelte elevs forutsetninger, noe alle lærere er forpliktet til å gi elevene (Opplæringslova, 1998, § 1-3). På bakgrunn av de overnevnte funnene er det imidlertid spesielt sentralt å belyse hvordan en tilpasset opplæring, bestående av en ekstra støtte til de lavtpresterende elevene, er viktig for å sikre at alle elevene utvikler sin fleksibilitet. Også i sammenheng med påstanden fra tidligere forskning om at det er spesielt kognitivt krevende for elever med lav begreps- og prosedyrekunnskap å ta «gode» strategivalg, synliggjøres viktigheten av tilpasset opplæring i sammenheng med utvikling av matematisk fleksibilitet (Acevedo Nistal et al., 2014, s. 765; Hickendorff, 2018, s. 589-590). Med bakgrunn i det foregående kan tilpasset opplæring, i tillegg til en eksponering for og sammenligning av strategier, derfor fremmes som en didaktisk implikasjon av studiens funn.

5.3 Studiens vitenskapelige implikasjoner

I tillegg til å tilby en oversikt over hva vi vet om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet i dag, har denne litteraturstudien som formål å belyse hva forskere kan og kanskje bør undersøke nærmere i videre forskning. På bakgrunn av funnene på studiens fire forskningsspørsmål, vil jeg i det følgende diskutere hva videre forskning bør undersøke nærmere, og dermed hvilke vitenskapelige implikasjoner studien har. Denne diskusjonen vil synliggjøre hva andre som ønsker å forske på matematisk fleksibilitet kan og kanskje bør sikte mot å undersøke for at vi i fremtiden skal vite mer om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet.

Studien viser at det er ulikt hva ulike forskere definerer som matematisk fleksibilitet, hvordan de bruker begrepene adaptivitet og fleksibilitet, og hvordan de definerer effektivitet. Tidligere forskning støtter også disse funnene (Torbeyns et al., 2009b, s. 581-582; Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 131; Verschaffel et al., 2009, s. 337). Selv om litteraturen totalt sett synliggjør et relativt felles innhold i forskernes omtaler av fleksibilitet og/eller adaptivitet, vil jeg på bakgrunn av disse funnene foreslå bruk av en mer eksplisitt og felles definisjon av matematisk fleksibilitet i videre forskning. En felles definisjon vil kunne gjøre det enklere for lesere å sette seg inn i og forstå forskningen, uten å måtte sammenligne og tolke for eksempel forskernes varierende bruk av begrepene adaptivitet og fleksibilitet.

Også angående forskningslitteraturens definisjoner av matematisk fleksibilitet, vil jeg på bakgrunn av mine funn, trekke frem et behov for å både teste elevers begreps- og prosedyrekunnskap i videre forskning. Funnene om at færre artikler synliggjør betydningen av begrepskunnskap enn prosedyrekunnskap i sammenheng med matematisk fleksibilitet, harmonerer ikke med det forskere fremmer i teorien. På bakgrunn av disse funnene er det viktig at videre forskning synliggjør og tester både begreps- og prosedyrekunnskap i vurderingen av elevers fleksibilitet. Scheibling-Sève med flere (2020, s. 308) støtter også denne påstanden med sitt hovedfunn om at en bør se sammenhengen mellom begreps- og prosedyrekunnskap når en måler fleksibilitet.

Matematisk fleksibilitet er i størst grad undersøkt i sammenheng med strategier. Selv om definisjonen jeg bruker som utgangspunkt for denne oppgaven vektlegger at matematisk fleksibilitet handler om at elever tar fleksible strategivalg (Newton et al., 2020, s. 504), er ikke matematisk fleksibilitet fastlåst til å kun handle om strategier. Å studere elevers fleksibilitet i sammenheng med valg av strategier, representasjoner og beskrivelser er noe disse forskerne har valgt å gjøre. Med bakgrunn i det foregående foreslår jeg at videre forskning også bør undersøke elevers fleksibilitet innenfor andre matematiske områder. For eksempel kan videre forskning studere matematisk fleksibilitet i sammenheng med elevers arbeid med bevis og argumentasjon. Resonnering og argumentasjon er ett kjerneelement i Fagfornyelsen som handler om at elever skal begrunne hvorfor fremgangsmåtene deres er riktige (Kunnskapsdepartementet, 2019). En sentral del av bevisføring og argumentasjon er å bruke definisjoner av matematiske begreper (Stylianides, 2007, s. 291-292). Ettersom det ofte finnes flere definisjoner av det samme matematiske begrepet, kan videre forskning for eksempel studere hvorvidt elever bruker definisjoner fleksibelt i bevisføringsarbeidet ved å velge definisjon ut fra karakteristikkene til oppgaven de står overfor. Det foregående er kun et eksempel på hva som kan være interessant å utforske for å opparbeide mer kunnskap om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet. Poenget mitt er at matematisk fleksibilitet handler om mer enn strategivalg, selv om tidligere forskning i størst grad har belyst denne delen av temaet. Derfor kan det være interessant om videre forskning, i tillegg til å studere mer om elevers fleksibilitet med strategier, representasjoner og beskrivelser, også undersøker nærmere elevers fleksibilitet innenfor andre områder i matematikk.

Kun et fåtall av de utvalgte artiklene bruker eller nevner Lemaire og Siegler (1995) modell for strategiendring. Et sentralt spørsmål å stille er om dette funnet belyser at modellen er utdatert, ettersom jeg har studert publikasjoner fra de siste 20 årene og modellen er publisert før den tid, eller om det tyder på at forskere bør bruke den mer i forskningen om matematisk fleksibilitet. Én av parameterne i Lemaire og Siegler (1995, s. 83) modell er strategirepertoar i form av en oversikt over et individs benyttede strategier. Siegler (2005, 2007) fant at jo større variasjon av strategier et barn bruker,

jo bedre utgangspunkt har barnet for senere læring. Siegler (2005, 2007) funn belyser betydningen av å studere elevers strategirepertoar og bruk av flere strategier for å nå målet med å utvikle elevenes matematiske fleksibilitet. Derfor tenker jeg at om ikke ved å bruke Lemaire og Siegler (1995) modell, bør videre forskning benytte et lignende rammeverk som både dekker kunnskap og bruk av flere og effektive strategier til å vurdere elevers fleksibilitet. Uttalelser fra tidligere forskning om viktigheten av å undersøke både elevenes begreps- og prosedyrekunnskap, støtter også dette forslaget (Scheibling-Sève et al., 2020, s. 295; Schneider et al., 2011, s. 1525; Star & Rittle-Johnson, 2008, s. 574).

På bakgrunn av analysen av de utvalgte artiklenes datainnsamlingsmetoder, presentert i underkapittel 4.2.3, fant jeg at lite forskning er gjort i autentiske klasserom. Spesielt er datainnsamlingsmetodene intervensjon og test fremtredende i de utvalgte artiklene. Intervensjoner har ofte som hensikt å teste om spesifikke undervisningsmetoder har en effekt på elevers fleksibilitet (Stylianides & Stylianides, 2013, s. 334). For å få kunnskap om hvordan lærere kan undervise for å fremme utvikling av elevers fleksibilitet, er det derfor sentralt å gjennomføre intervensjoner i matematikdidaktisk forskning. I tillegg kan tester informere om elevers fleksibilitet på ett eller flere tidspunkt. På bakgrunn av hva vi potensielt kan bruke intervensjoner og tester til, gir det mening at mange av forskerne i de utvalgte artiklene foreslår at videre forskning bør replikere studiene deres, og dermed gjennomføre flere intervensjoner og tester på grunnskoleelever. To gjentakende funn i forskningslitteraturen er at grunnskoleelever ikke er fleksible, men at de kan utvikle fleksibilitet hvis både de og lærerne deres arbeider systematisk og eksplisitt med det. Sammen med det faktum at intervensjoner og tester representerer kunstige undervisningssituasjoner, synliggjør disse funnene etter min mening et behov for å undersøke nærmere hvordan lærere underviser i reelle klasseromssituasjoner med fokus på matematisk fleksibilitet. Enkelte forskere i de utvalgte artiklene fremmer også et slikt behov for å undersøke hvordan ulike didaktiske aspekter påvirker elevers fleksibilitetsutvikling. I tillegg uttrykker noen av dem eksplisitt et behov for å undersøke dagens matematikkundervisning. Mine funn om benyttede datainnsamlingsmetoder støtter derfor Star og hans kolleger (2015, s. 199) sin påstand om at det mangler studier fra autentiske klasserom på forskningsfeltet. En sentral vitenskapelig implikasjon av min studie er derfor at det bør utføres slik forskning i fremtiden.

Tidligere forskning belyser hvordan lærerens handlinger og fokusområder i matematikkundervisningen kan påvirke elevers fleksibilitetsutvikling (Acevedo Nistal et al., 2014, s. 783; Hickendorff, 2018, s. 579). I sammenheng med hovedfunnet om at grunnskoleelever ikke er fleksible, foreslår jeg at forskere bør undersøke nærmere om læreres undervisning kan ha påvirket dette resultatet. Basert på teoriens fremhevede undervisningstrekk for å fremme fleksibilitet, kan man for eksempel studere hvilke strategier lærere eksponerer elevene sine for, hvorvidt de presenterer standard-algoritmer og hoderegningsstrategier på omtrent samme tid, og om undervisningen får elevene til å se fordeler med å bruke nye, mer effektive og mer avanserte strategier (Durkin et al., 2017, s. 586; Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 130; Zhang, Xin et al., 2014, s. 16-17). Tidligere forskning viser at undervisningen i stor grad er instruerende i mange klasserom, til tross for at en kombinasjon av instruksjon og utforskning fremmes som den mest optimale undervisningstilnærmingen for elevenes fleksibilitetsutvikling (Acevedo Nistal et al., 2014, s. 784; Star & Rittle-Johnson, 2008, s. 567). Derfor bør videre forskning undersøke nærmere hvilken undervisningstilnærming lærere har i dag. Ettersom forskningslitteraturen fremmer sammenligning av strategier som en sentral undervisningsmetode å bruke for å utvikle elevers fleksibilitet, foreslår jeg at forskere

også bør undersøke nærmere om og hvordan lærere bruker sammenligning i undervisningen. For eksempel kan man på bakgrunn av det som fremmes i tidligere forskning studere om lærere utfører sammenligningen side-ved-side eller sekvensielt, og hvorvidt dette valget påvirker elevenes fleksibilitet (Siegler & Svetina, 2006, referert i Zhang, Xin et al., 2014, s. 18).

Intervensjoner er, som beskrevet tidligere, en mye brukt datainnsamlingsmetode i forskningslitteraturen. Som hovedfunn fant alle intervensjonsstudiene at deltakerne viste en progresjon i sin fleksibilitet og at intervensjonene derfor hadde en effekt. Det store spørsmålet i denne sammenhengen er imidlertid hvordan vi kan dra nytte av disse studiene og implementere grepene som forskerne brukte i intervensjonene i «vanlig» undervisning for å øke elevers fleksibilitet. Funnet fra tidligere forskning om at lærere ofte har en instruerende undervisningstilnærming med fokus på standardiserte strategier (Acevedo Nistal et al., 2014, s. 784), belyser også etter min mening et behov for mer forskning om hvordan lærere kan undervise for å fremme fleksibilitet. Å undersøke nærmere hvordan vi kan dra nytte av de mange intervensjonsstudiene i skolens praksis, er derfor noe jeg foreslår at videre forskning bør gjøre.

Som en naturlig sammenheng med intervensjoner og tester som mye benyttede datainnsamlingsmetoder, har også et flertall av de utvalgte studiene brukt statistiske tester for å vurdere elevenes matematiske fleksibilitet. Bruk av slike kvantitative analysemetoder kan være fruktbart med tanke på å kunne generalisere funn (Bryman, 2016, s. 401). Ved forslaget om at videre forskning bør gjennomføre flere autentiske klasseromsstudier, vil imidlertid typiske kvalitative forskningsmetoder være gunstigere å bruke. Istedenfor å sikte mot generaliserbarhet, vil det dermed også i videre forskning være fruktbart å ha som mål å skape mer kontekstuell forståelse om hvilke sosiale faktorer som for eksempel spiller inn på matematikk-undervisningen. Ved forskernes forslag om at videre forskning bør replikere studiene deres og dermed gjennomføre flere intervensjoner og tester, vil imidlertid en bruk av de benyttede statistiske testene nevnt i tabell 4.5, være naturlig.

Et hovedfunn i forskningslitteraturen er at grunnskoleelever ikke er fleksible. I sammenheng med Sieglers (1996, s. 89) overlappende bølgeteori, som viser at elevenes strategivalg ofte endrer seg over tid, stiller jeg imidlertid spørsmål til om denne infleksibiliteten er noe som karakteriserer elevene hele skolegangen. Som de studiene med lengst varighet i datamaterialet, varte tre intervensjoner i fem uker. På bakgrunn av Sieglers (1996, s. 89) teori foreslår jeg at videre forskning bør undersøke de samme elevene over en lengre tidsperiode, for eksempel ved å teste dem med jevne mellomrom. I analysen av studiedeltakernes alder fant jeg at flest studier har studert elever i alderen 9-10 år, mens få studier er gjort på 1., 8., 9. og 10. klassinger. Disse funnene synliggjør også etter min mening et behov for å studere et større spekter av aldre i videre forskning. På bakgrunn av de sistnevnte funnene tenker jeg det er essensielt å spørre hvorfor det, basert på de utvalgte artiklene, ser ut til at ungdomskoleelever er lite studert i tidligere forskning. Star og Rittle-Johnson (2008, s. 565) tydeliggjør at matematisk fleksibilitet ikke kun er synlig i visse aldre. Derfor foreslår jeg at videre forskning i større grad bør studere ungdomskoleelevers matematiske fleksibilitet. Slik forskning kan gi oss mer kunnskap om elevers strategiske utvikling og hvordan den ser ut hos elever som snart er ferdige med grunnskolen.

I tillegg til å påpeke at matematisk fleksibilitet er synlig hos elever i alle aldre, vektlegger Star og Rittle-Johnson (2008, s. 565) at fleksibilitet ikke kun er relevant i sammenheng

med enkelte matematiske temaer. I mine analyser fant jeg at et flertall av de utvalgte artiklene har studert grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet i aritmetikk. I tillegg har noen studier undersøkt elevers fleksibilitet i arbeid med estimering, likninger og funksjoner. På bakgrunn av påstanden til Star og Rittle-Johnson (2008, s. 565), foreslår jeg derfor at videre forskning i større grad bør undersøke elevers fleksibilitet i andre matematiske temaer enn aritmetikk.

Elevers forkunnskaper ser i forskningslitteraturen ut til å ha en betydning for deres utvikling og uttrykking av matematisk fleksibilitet. I denne sammenhengen kan undervisningstrekket som fire artikler fremmer som betydningsfullt for elevers fleksibilitetsutvikling, om bruk av tilpasset opplæring, trekkes frem. Et sentralt spørsmål i sammenheng med dette funnet er imidlertid om en tilpasset opplæring i form av en ekstra støtte til de lavtpresterende elevene, vil minske den beskrevne forskjellen i fleksibilitet blant ulike prestasjonsnivå, eller om et fokus på fleksible strategivalg uansett vil være så krevende for disse elevene at det går på bekostning av annen læring. To artikler i datamaterialet uttrykker eksplisitt at de, på tross av funn om ulike fleksibilitetsnivå hos elever med ulike prestasjonsnivå, mener at matematisk fleksibilitet bør være et instruksjonsmål for alle elever. Ingen av forskerne i de utvalgte artiklene uttrykker en mening om det motsatte; at lavtpresterende elever bør fokusere på å lære én universell strategi til hvert matematiske tema. På bakgrunn av de utvalgte artiklenes funn ser det dermed ut til at matematisk fleksibilitet er noe man fortsatt bør sikte etter hos alle elever. Basert på funnene om forkunnskapers betydning for fleksibilitet foreslår jeg imidlertid at videre forskning bør undersøke nærmere hvorvidt matematisk fleksibilitet bør være et instruksjonsmål for alle elever. Tidligere forskning har vektlagt andre subjektive karakteristikkens påvirkning, slik som at kjønn muligens kan være en betydningsfull faktor (Blöte et al., 2001; Hickendorff, 2018; Torbeyns et al., 2017). Etersom de andre subjektive karakteristikkene ikke er like fremtredende i de utvalgte artiklenes funn, foreslår jeg at videre forskning også bør undersøke disse karakteristikkens betydning nærmere. Å utforske ulike individuelle aspekters påvirkning på elevers fleksibilitet er også noe flere av forskerne uttrykker et behov for.

5.4 Vurdering av studiens kvalitet

Valget av systematisk litteraturstudie som metode for masteroppgaven har gitt meg muligheten til å beskrive hva som er kjent om matematisk fleksibilitet og diskutere hva som fremdeles er ukjent og/eller usikkert (Grant & Booth, 2009, s. 95). For å gjøre litteraturstudien gjennomførbar for én person, tok jeg imidlertid valg som kan ha påvirket studiens funn. I det følgende vil jeg diskutere disse valgene.

På bakgrunn av gjennomførbarhet valgte jeg å gjennomføre mine litteratursøk i to databaser: Scopus og ERIC. Når jeg løfter frem at det i dag, på bakgrunn av forskningslitteraturen, ser ut til at grunnskoleelever ikke er fleksible, er dette funnet basert på 16 utvalgte artikler fra forskningsfeltet. Mine funn belyser sentrale trekk ved tidligere forskning på matematisk fleksibilitet. For å generalisere funnene utover denne konteksten vil imidlertid et naturlig neste steg være å gjennomføre lignende litteratursøk i andre databaser. Videre kan valget av å gjennomføre litteratursøkene i akkurat disse to databasene ha påvirket hvilke artikler jeg til slutt satt igjen med som datamateriale. Valget av databasene er imidlertid gjort på bakgrunn av en vurdering av deres relevans, ettersom Scopus består av en stor kvantitet av fagfellevurderte tekster og ERIC er den største utdanningsvitenskapelige databasen i verden (Elsevier, u.å.-a, u.å.-b; NTNU, u.å.). Derfor kan valget av akkurat disse databasene bidra til å løfte studiens kvalitet.

I litteratursøkene søkte jeg på søkestrengen «Strateg* AND Math* AND Flex*» i Scopus og «Strategy AND Mathematics AND Flexibility» i ERIC. Valget av disse søkeordene kan ha påvirket hvilke artikler jeg fikk som treff. Jeg valgte å inkludere «strategy» på bakgrunn av begrepets relevans i fleksibilitetsdefinisjonen, men som jeg diskuterte i forrige delkapittel, handler ikke matematisk fleksibilitet kun om bruk og valg av strategier. Valget av å inkludere begrepet «strategy» i søkestrengen kan derfor ha påvirket hvilke treff jeg fikk på litteratursøkene, og muligens ha snevret inn tematikken til å omfatte det mest studerte området innenfor matematisk fleksibilitet. Videre kan valget av å søke på den nevnte søkestrengen og ikke gjennomføre flere søk med de ulike variantene av begrepene i ERIC, ha påvirket hvilke artikler jeg fikk som treff. Jeg gjennomførte testsøk med ulike varianter av begrepene for å teste om det så ut til å ha noen betydning for treffene. Selv om treffene ikke varierte på bakgrunn av disse endringene i testsøkene, er det en mulighet for at en inkludering av alle variantene hadde medført andre treff.

De valgte inkluderings- og ekskluderingskriteriene kan også ha påvirket studiens funn. Med tanke på gjennomførbarhet må forskeren fastlegge inkluderings- og ekskluderingskriterier ved gjennomføring av en litteraturstudie (Bryman, 2016, s. 99). Likevel er jeg klar over at disse kriteriene kan ha hatt en innvirkning på mine resultater. Jeg valgte å kun inkludere dokumenttypen artikkel, og dermed studere fagfelleverderte tekster. Dette valget har bidratt til å løfte studiens kvalitet ved å sikre et datamateriale bestående av relevante artikler av god kvalitet. Likevel er det mulig at andre dokumenttyper, som for eksempel bøker, har publisert sentrale funn om matematisk fleksibilitet. Det samme gjelder ekskluderingskriteriet om at artiklene ikke skal handle om spesialpedagogikk. Studier som handler om spesialpedagogikk kan ha sentrale funn om matematisk fleksibilitet, men på bakgrunn av gjennomførbarhet og min kompetanse, utelot jeg de fra studien. Også på bakgrunn av gjennomførbarhet og det faktum at jeg skriver en masteroppgave i forbindelse med grunnskolelærerutdanningen, valgte jeg å undersøke empiriske studier med deltakere i alderen 5-16 år. Dette valget kan også ha medført at jeg ekskluderte relevante artikler om temaet. Det samme gjelder valget om å ekskludere artikler fra lengre enn 20 år tilbake i tid. På bakgrunn av Newton, Lange og Booth (2020, s. 511) sin påstand om at de største fremskrittene i å forstå matematisk fleksibilitet er gjort de siste to tiårene, tror jeg imidlertid ikke dette kriteriet har skapt begrensninger i studiens funn. I tillegg til de overnevnte kriteriene valgte jeg å fokusere på artikler som refererer til Robert Siegler. Det ble tydelig i gjennomføringen av litteratursøket i ERIC at dette kriteriet ekskluderte flere artikler, selv om deres videre relevans ikke ble undersøkt. Likevel tenker jeg valget var fornuftig for å sikre at publikasjonene hadde en relativ felles forståelse for temaet, og at valget derfor skapte et bedre utgangspunkt for å studere sammenhenger mellom artiklene. Totalt sett ser en dermed at det finnes muligheter for at andre inkluderings- og ekskluderingskriterier hadde medført andre resultater. For å generalisere mine funn vil et naturlig neste steg dermed være å gjennomføre flere litteraturstudier om matematisk fleksibilitet ved å for eksempel inkludere andre dokumenttyper og studere elever utover alderen 5-16 år.

Avslutningsvis i vurderingen av studiens kvalitet vil jeg igjen adressere hvordan studiens funn i en viss grad avhenger av mine subjektive meninger og kunnskaper. Selv om jeg har forsøkt å ikke tilegne det som står i litteraturen en mening ut over det forskerne skriver, bruker jeg (som alle andre som leser en tekst) mine kunnskaper og tolkninger til å forstå litteraturen (Bryman, 2016, s. 22-23). Hva jeg har vurdert som essensielt å inkludere fra de utvalgte artiklene er påvirket av mitt skjønn og min kunnskap om matematisk fleksibilitet (Creswell, 2014, s. 8). Selv om jeg har fokusert på å benytte en

semantisk tematisk analyse i analysen av de utvalgte artiklene, er jeg derfor klar over at kanskje ikke alle ville analysert eller presentert artiklene på samme måte som meg.

6 Konklusjon

Hensikten med litteraturstudien har vært å tilby en oversikt over hva vi vet om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet i dag, og hva som fremdeles er ukjent og/eller usikkert. Studien viser at et gjentakende funn i forskningslitteraturen er at grunnskoleelever ikke er fleksible, men at de kan utvikle fleksibilitet hvis det er et eksplisitt mål man arbeider systematisk med. Selv om studien synliggjør et relativt felles innhold i forskeres omtaler av fleksibilitet og/eller adaptivitet, støtter studiens funn påstanden fra tidligere forskning om at det fremdeles i dag er tvetydigheter i forskeres bruk av begrepet matematisk fleksibilitet (Torbeyns et al., 2009b, s. 581-582). Derfor foreslår jeg at videre forskning bør sikte mot en mer eksplisitt og felles definisjon av matematisk fleksibilitet. Som et grep for læreren å implementere i undervisningen for å støtte utviklingen av elevenes matematiske fleksibilitet, fremmer forskningslitteraturen spesielt en eksponering for og sammenligning av flere strategier. Videre støtter studien funnet fra tidligere forskning om at elevenes forkunnskaper ser ut til å ha en markant påvirkning på deres fleksibilitetsutvikling (Newton et al., 2020, s. 504). Å studere mer hvilken betydning denne subjektive karakteristikken har, er likevel noe jeg på bakgrunn av litteraturstudiens funn og teoretiske bakteppe, foreslår at bør undersøkes nærmere.

Videre foreslår jeg at forskere bør gjøre mer forskning i autentiske klasserom. Både på bakgrunn av teori om matematikkundervisningens betydning på elevers fleksibilitet og funnene om at et flertall av studiene har gjennomført intervensjoner og tester, fremmer jeg et behov for mer forskning i reelle klasseromssituasjoner. I denne sammenhengen trekker jeg frem naturligheten med at forskere bør bruke flere kvalitative datainnsamlings- og dataanalysemetoder i videre forskning. Med bakgrunn i funnet om at alle intervensjonene i datamaterialet førte til progresjon i elevenes fleksibilitet, foreslår jeg at videre forskning bør undersøke hvordan lærere kan implementere grepene fra intervensjonene i «vanlig» undervisning. Videre viser studien at fleksibilitet i størst grad er undersøkt i sammenheng med strategier, selv om matematisk fleksibilitet ikke er fastlåst til å handle om arbeid med strategier. Derfor foreslår jeg at videre forskning, i tillegg til å studere mer om elevers fleksibilitet med strategier, representasjoner og beskrivelser, bør undersøke nærmere elevers matematiske fleksibilitet innenfor andre områder i matematikk.

Studien synliggjør også et behov for å i større grad undersøke ungdomskoleelevers matematiske fleksibilitet og alle grunnskoleelevers fleksibilitet i andre matematiske temaer enn aritmetikk. Også i sammenheng med alderens betydning for matematisk fleksibilitet, stiller jeg spørsmål til om den beskrevne infleksibiliteten i forskningslitteraturen er noe som vedvarer eller om den utvikles med alderen. På bakgrunn av dette funnet foreslår jeg at videre forskning bør studere elever over en lengre tidsperiode. Totalt sett støtter studien påstanden fra tidligere forskning om at selv om vi vet mer om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet i dag enn for 20 år siden, er det fremdeles mye vi ikke vet om temaet (Newton et al., 2020, s. 511; Star et al., 2015, s. 198). Derfor må videre forskning undersøke temaet nærmere for at vi i fremtiden skal vite mer om grunnskoleelevers matematiske fleksibilitet.

Referanser

- Acevedo Nistal, A., Van Dooren, W. & Verschaffel, L. (2014). Improving students' representational flexibility in linear-function problems: An intervention. *Educational Psychology, 34*(6), 763-786. <https://doi.org/10.1080/01443410.2013.785064>
- Blöte, A. W., Van der Burg, E. & Klein, A. S. (2001). Students' flexibility in solving two-digit addition and subtraction problems: Instruction effects. *Journal of Educational Psychology, 93*(3), 627-638. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.3.627>
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), 77-101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp0630a>
- Bryman, A. (2016). *Social research methods* (5. utg.). Oxford University Press.
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4. utg.). Sage.
- Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. (2021, 16. desember). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. Forskningsetikk. <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/>
- Dixon, J. A. & Boncoddò, R. (2009). Strategies and problem representations: Implications for models of changing cognitive structure. Commentary on «Learning new problem-solving strategies leads to changes in problem representation» by M.W. Alibali, K.M. Ockuly and A.D. Fischer. *Cognitive Development, 24*(2), 102-105. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2009.03.002>
- Durkin, K., Star, J. R. & Rittle-Johnson, B. (2017). Using comparison of multiple strategies in the mathematics classroom: Lessons learned and next steps. *ZDM - Mathematics Education, 49*(4), 585-597. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0853-9>
- Education Resources Information Centre. (u.å.). *FAQ home*. ERIC. Hentet 13. januar fra <https://eric.ed.gov/?faq>
- Elsevier. (u.å.-a). *High-quality data*. Elsevier. Hentet 12. januar fra <https://www.elsevier.com/solutions/scopus/how-scopus-works/high-quality-data>
- Elsevier. (u.å.-b). *What is peer review?* Elsevier. Hentet 12. januar fra <https://www.elsevier.com/reviewers/what-is-peer-review>
- Finesilver, C. (2017). Low-attaining students' representational strategies: Tasks, time, efficiency, and economy. *Oxford Review of Education, 43*(4), 482-501. <https://doi.org/10.1080/03054985.2017.1329720>
- Fossestøl, B. (2017). Metode og praktisk kunnskap. I C. T. Halås, I. G. Kymre & K. Steinsvik (Red.), *Humanistiske forskningstilnærminger til profesjonspraksis* (s. 53-68). Gyldendal Akademisk.
- Gabler, L. & Ufer, S. (2021). Gaining flexibility in dealing with arithmetic situations: A qualitative analysis of second graders' development during an intervention. *ZDM - Mathematics Education, 53*(2), 375-392. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01257-y>

- Grant, M. J. & Booth, A. (2009). A typology of reviews: An analysis of 14 review types and associated methodologies. *Health Information & Libraries Journal*, 26(2), 91-108. <https://doi.org/10.1111/j.1471-1842.2009.00848.x>
- Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 155-177. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0102_4
- Hermansen, H. (2018). *Kunnskapsarbeid i lærerprofesjonen*. Universitetsforlaget.
- Hickendorff, M. (2018). Dutch sixth graders' use of shortcut strategies in solving multidigit arithmetic problems. *European Journal of Psychology of Education*, 33(4), 577-594. <https://doi.org/10.1007/s10212-017-0357-6>
- Hickendorff, M. (2020). Fourth graders' adaptive strategy use in solving multidigit subtraction problems. *Learning and Instruction*, 67, 1-10. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2020.101311>
- Hopkins, S., Russo, J. & Siegler, R. (2020). Is counting hindering learning? An investigation into children's proficiency with simple addition and their flexibility with mental computation strategies. *Mathematical Thinking and Learning*, 24(1), 1-18. <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1842968>
- Kitchenham, B. (2004). *Procedures for performing systematic reviews*. Keele University. https://www.researchgate.net/publication/228756057_Procedures_for_Performing_Systematic_Reviews
- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del - verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen/id2570003/>
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>
- Lackner, E. J. (2021, 29. oktober). *Forskning*. Store norske leksikon. <https://snl.no/forskning>
- Lemaire, P. & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124(1), 83-97. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.124.1.83>
- Lemonidis, C. & Likidis, N. (2021). An integrated hierarchical model of 5th grade students' computational estimation strategies. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(1), 84-106. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1663951>
- Mackenzie, N. & Knipe, S. (2006). Research dilemmas: Paradigms, methods and methodology. *Issues in Educational Research*, 16(2), 193-205. <https://www.proquest.com/scholarly-journals/research-dilemmas-paradigms-methods-methodology/docview/2393182114/se-2>
- Newton, K. J., Lange, K. & Booth, J. L. (2020). Mathematical flexibility: Aspects of a continuum and the role of prior knowledge. *The Journal of Experimental Education*, 88(4), 503-515. <https://doi.org/10.1080/00220973.2019.1586629>
- Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet. (u.å.). *Databaser*. Oria. Hentet 12. januar fra https://bibsyst-almaprmo.hosted.exlibrisgroup.com/primo-explore/dbsearch?query=contains,dbcategori,&tab=jsearch_slot&sortby=title&vid=NTNU_UB&lang=no_NO&offset=0&databases=category,samfunnsvitenskap%E2%94%80pedagogikk_utdanning
- Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskolen og den videregående opplæringa (LOV-1998-07-17-61)*. Lovdata. <https://lovdata.no/lov/1998-07-17-61>

- Randolph, J. J. (2009). A guide to writing the dissertation literature review. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*, 14(13), 1-13.
<https://doi.org/10.7275/b0az-8t74>
- Rathgeb-Schnierer, E. & Green, M. (2017). Profiles of cognitive flexibility in arithmetic reasoning: A cross-country comparison of German and American elementary students. *Journal of Mathematics Education*, 10(1), 1-16.
<https://doi.org/10.26711/007577152790009>
- Sagdahl, M. S. (2021, 31. august). *Verditeori*. Store norske leksikon.
<https://snl.no/verditeori>
- Scheibling-Sève, C., Pasquinelli, E. & Sander, E. (2020). Assessing conceptual knowledge through solving arithmetic word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 103(3), 293-311. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09938-3>
- Schneider, M., Rittle-Johnson, B. & Star, J. R. (2011). Relations among conceptual knowledge, procedural knowledge, and procedural flexibility in two samples differing in prior knowledge. *Developmental Psychology*, 47(6), 1525-1538.
<https://doi.org/10.1037/a0024997>
- Siegler, R. S. (1988). Individual differences in strategy choices: Good students, not-so-good students, and perfectionists. *Child Development*, 59(4), 833-851.
<https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.1988.tb03238.x>
- Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: The process of change in children's thinking*. Oxford University Press.
- Siegler, R. S. (2005). Children's learning. *American Psychologist*, 60(8), 769-778.
<https://doi.org/10.1037/0003-066X.60.8.769>
- Siegler, R. S. (2007). Cognitive variability. *Developmental Science*, 10(1), 104-109.
<https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2007.00571.x>
- Skemp, R. R. (1989). *Mathematics in the primary school*. Routledge.
- Star, J. R., Newton, K., Pollack, C., Kokka, K., Rittle-Johnson, B. & Durkin, K. (2015). Student, teacher, and instructional characteristics related to students' gains in flexibility. *Contemporary Educational Psychology*, 41, 198-208.
<https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2015.03.001>
- Star, J. R. & Rittle-Johnson, B. (2008). Flexibility in problem solving: The case of equation solving. *Learning and Instruction*, 18(6), 565-579.
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.09.018>
- Star, J. R., Rittle-Johnson, B., Lynch, K. & Perova, N. (2009). The role of prior knowledge in the development of strategy flexibility: The case of computational estimation. *ZDM - Mathematics Education*, 41(5), 569-579. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0181-9>
- Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289-321. <https://doi.org/10.2307/30034869>
- Stylianides, A. J. & Stylianides, G. J. (2013). Seeking research-grounded solutions to problems of practice: Classroom-based interventions in mathematics education. *ZDM - Mathematics Education*, 45(3), 333-341. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0501-y>
- Søk & skriv. (2021, 11. mai). *Søketeknikker*. Søk & skriv.
<https://sokogskriv.no/soking/soketeknikker.html>
- Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2009a). Acquisition and use of shortcut strategies by traditionally schooled children. *Educational Studies in Mathematics*, 71(1), 1-17. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9155-z>
- Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2009b). Jump or compensate? Strategy flexibility in the number domain up to 100. *ZDM -*

- Mathematics Education*, 41(5), 581-590. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0187-3>
- Torbeyns, J., Hickendorff, M. & Verschaffel, L. (2017). The use of number-based versus digit-based strategies on multi-digit subtraction: 9–12-year-olds' strategy use profiles and task performance. *Learning and Individual Differences*, 58, 64-74. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2017.07.004>
- Torbeyns, J. & Verschaffel, L. (2013). Efficient and flexible strategy use on multi-digit sums: A choice/no-choice study. *Research in Mathematics Education*, 15(2), 129-140. <https://doi.org/10.1080/14794802.2013.797745>
- Universitetsforlaget. (u.å.-a). *Norges ledende fagbok- og tidsskriftforlag*. Universitetsforlaget. Hentet 12. januar fra <https://www.universitetsforlaget.no/om-forlaget/om-forlaget>
- Universitetsforlaget. (u.å.-b). *Om Idunn*. Idunn. Hentet 12. januar fra <https://www.idunn.no/info/about-Idunn>
- Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J. & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24(3), 335-359. <https://doi.org/10.1007/BF03174765>
- Verschaffel, L., Torbeyns, J., De Smedt, B., Luwel, K. & Van Dooren, W. (2007). Strategy flexibility in children with low achievement in mathematics. *Educational and Child Psychology*, 24(2), 16-27. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.474.1496&rep=rep1&type=pdf>
- Whitacre, I. (2015). Strategy ranges: Describing change in prospective elementary teachers' approaches to mental computation of sums and differences. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(4), 353-373. <https://doi.org/10.1007/s10857-014-9281-8>
- Xu, L., Liu, R.-D., Star, J. R., Wang, J., Liu, Y. & Zhen, R. (2017). Measures of potential flexibility and practical flexibility in equation solving. *Frontiers in Psychology*, 8, 1-13. Artikkel 1368. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01368>
- Zhang, D., Ding, Y., Barrett, D. E., Xin, Y. P. & Liu, R.-D. (2014). A comparison of strategic development for multiplication problem solving in low-, average-, and high-achieving students. *European Journal of Psychology of Education*, 29(2), 195-214. <https://doi.org/10.1007/s10212-013-0194-1>
- Zhang, D., Xin, Y. P., Harris, K. & Ding, Y. (2014). Improving multiplication strategic development in children with math difficulties. *Learning Disability Quarterly*, 37(1), 15-30. <https://doi.org/10.1177/0731948713500146>

