Vilde Schjelderup Aardahl & Madelen Mari Mikalsen

Elevers strategiske kompetanse i hoderegningsstrategier

En kvantitativ studie av 10. klasseelevers strategiske kompetanse i hoderegningsstrategier for addisjons- og subtraksjonsoppgaver

Masteroppgave i MGLU5204
Veileder: Eivind Kaspersen
Mai 2022

Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Vilde Schjelderup Aardahl & Madelen Mari Mikalsen

Elevers strategiske kompetanse i hoderegningsstrategier

En kvantitativ studie av 10. klasseelevers strategiske kompetanse i hoderegningsstrategier for addisjons- og subtraksjonsoppgaver

Masteroppgave i MGLU5204
Veileder: Eivind Kaspersen
Mai 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Den nye læreplanen fremmer bruk av regnestrategier i matematikk, og hvordan disse burde være en stor del av lærerens fokus i undervisningen. På bakgrunn av strategienes rolle, har denne kvantitative studien som mål å gi et innblikk i noen elever sin strategiske kompetanse. Studien bygger på elevers bruk av hoderegningsstrategier i addisjon og subtraksjon med tosifrede tall. For å analysere den strategiske kompetansen, baserer vi analysen på Lemaire og Siegler (1995) sitt rammeverk omhandlende fire ulike dimensjoner for utvikling av strategisk kompetanse:

- Strategirepertoar
- Strategifordeling
- Strategieffektivitet
- Strategivalg

Studien baserer seg på en kvantitativ metode med et choice/no-choice design for datainnsamling, hvor 23 elever fra 10. klasse gjør 30 addisjon- og 30 subtraksjonsoppgaver under tre betingelser: I choice-betingelsen kan elevene velge mellom to strategier for å løse oppgavene. I den første og andre no-choice-betingelsen skal tilsvarende regneoppgaver gjøres likt som i choice, bare med en obligatorisk strategi. Ved å gjennomføre datainnsamling med choice/no-choice metoden, åpner muligheten for å analysere svarene i choice opp mot svarene i no-choice. Gjennom å analysere svarene i hver betingelse opp mot hverandre, kan man videre analysere de ulike dimensjonene av den strategiske kompetansen.

Studien indikerer at graden av adaptivitet elevene viste korresponderte med graden av nøyaktighet, altså høy grad av adaptivitet ga oftest høy grad av nøyaktighet, og motsatt. Videre kan det se ut til at noen strategier var mer effektive enn andre.

I studien legger vi stor vekt på lærerens rolle i elevenes strategiutvikling. Vi argumenterer for hvorfor læreren bør inneha bred kunnskap omhandlende ulike strategier, for å legge til rette for undervisning som bidrar til utvikling av elevenes strategiske kompetanse.

Abstract

The new curriculum promotes the importance of arithmetic strategies in mathematics, and how teachers should emphasize strategies as an important part of their teaching. Based on the importance of strategies, this quantitative study aims to provide an insight into the strategic competence of some 10th grade students. This study is based on students' use of mental arithmetic strategies in addition and subtraction with double-digit numbers. To analyze the strategic competence, the analysis will be based on Lemaire & Siegler's (1995) framework concerning four different strategic dimensions:

- Strategy repertoire
- Strategy distribution
- Strategy efficiency
- Strategy selection

The study is based on a choice/no-choice method for data collection, where the 23 10th grade students do addition/subtraction tasks under three conditions: In the first condition the students will have a free strategy choice, where they can choose between two different strategies within both addition and subtraction. In the second and third conditions, corresponding tasks are performed, only with predetermined strategies. By conducting data collection with the choice/no-choice method, one can analyze the answers in the choice condition with the answers in the no-choice condition. By doing these analysations, one can further analyze the four dimensions of strategic competence.

Through the study, we found that the degree of adaptivity the students showed corresponded with the degree of accuracy, in other words: High degree of adaptability often gave a high degree of accuracy, and vice versa. We also found that some strategies were more effective than others.

In this study, we put great emphasis on the teacher's role in students' strategy development. We discuss why the teacher should have broad knowledge regarding different strategies, in order to further develop the students' strategic competence.

Forord

Den 18. august 2017 møtte vi hverandre på tvers av to faddergrupper, og fant tonen veldig fort. Tidlig fant vi ut at vi ønsket å ta de samme fagene, og begynte dermed å spøke om å skrive master sammen. Etter fire år ble denne spøken en realitet. Masteroppgaven vi nå signerer, har vært en stor og lang prosess, og vi er meget takknemlige for det støtteapparatet vi har hatt rundt oss. Mest av alt er vi takknemlige for at vi gjorde spøken fra 2017 til virkelighet. Det å ha noen til å hjelpe deg om du står fast, noen å diskutere med når du føler deg usikker, og ikke minst å ha en støttespiller som forstår situasjonen til å dra deg opp når du er nede, ville vi ikke vært foruten.

Prosessen rundt denne masteroppgaven har både vært krevende og givende. Krevende da denne type oppgaveskriving har vært nytt territorium. Det har vært mye prøving og feiling, og ting ikke alltid har gått vår vei. Givende da vi har reflektert mye over egen og andres undervisningspraksis, som har gjort at vi nå føler oss litt mer forberedt for lærerjobben enn før vi begynte denne prosessen.

Vi ønsker å gi en spesiell takk til vår eksepsjonelle veileder Eivind Kaspersen, som har stilt opp for oss når vi har stått fast, gitt oss utfyllende, konstruktive tilbakemeldinger, og besvart alle våre gode og dumme spørsmål - til og med på sene kvelder. Takk!

Innholdsfortegnelse

Figurer

Tabeller

1 Innledning

1.1 Tematikk og bakgrunn for studien

I denne studien forsker vi på strategisk kompetanse i matematikk, og da spesielt hoderegningsstrategier i addisjon og subtraksjon. Dersom man går tilbake noen år til tidligere læreplaner, hadde matematikkfaget i grunnskolen noe annet fokus rundt læring av strategier enn i dag. Fokuset den gangen var til dels rettet mot en ferdighetsrettet undervisning, hvor elevene skulle lære seg standardalgoritmer, pugge regler og formler, og på den måten komme frem til et svar som de kunne sette to streker under (Kirke-, undervisnings- og forskningsdepartementet, 1996). Selve fremgangsmåten, forståelsen og strategiene ble ikke vektlagt i like stor grad som dagens læreplan. I 2020 fikk Norge en ny, gjeldende læreplan[1] i matematikk. Denne inneholdte nye kompetansemål og nye kjernementer. Kjerneelementene i læreplanen skal være fundamentet for undervisningen, og anses dermed som viktig og av høy prioritet. Under kjerneelementer for matematikk i LK20, står det blant annet;

> «*Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåten enn løsningene … elevene må tidlig få utvikle varierte regnestrategier …*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2-3).

Den nye læreplanen sier derfor at elever etter endt 10. klasse skal ha utviklet varierte regnestrategier, i tillegg skal de ha bevissthet rundt sine strategivalg og fremgangsmåter når de jobber med matematikk.

Videre oppfordrer også Torbeyns & Verschaffel (2013) til at matematikkundervisningen burde fokusere på utvikling av elevers strategiske kompetanse. Undervisningen skal bidra til at elevene behersker å løse matematikkoppgaver effektivt, kreativt, fleksibelt og adaptivt, med hjelp av meningsfylte strategier (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 129). I tillegg til dette, er det også viktig å huske på at alle elever lærer ulikt (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 16) og kan ha ulike strategier for å løse en matematikkoppgave. Noen elever kan ha flere strategier for å eksempelvis løse en addisjonsoppgave, mens andre bare har én strategi. Elevene som har et bredt repertoar av strategier innenfor et tema i matematikk, trenger ikke nødvendigvis å ha like mange strategier i andre temaer (Lemaire & Siegler, 1995).

Bakgrunnen og motivasjonen for at vi har valgt å se på akkurat elevers bruk av hoderegningsstrategier i addisjon og subtraksjon, ligger i at hoderegningsstrategier er noe som alle kan relatere seg til - både i hverdagslige kontekstuelle problemer og ellers (Thompson, 1994). Det dukker ofte opp situasjoner hvor mennesker er nødt til å bruke hoderegning. Det kan for eksempel være på butikken, gjennom spill, eller i matlaging. Situasjoner hvor man er nødt til å bruke hodet for å legge sammen eller trekke fra, dukker opp hver dag. Da kan det være hensiktsmessig med gode hoderegningsstrategier. Gode strategier blir ofte etablert allerede i grunnskolen, og derfor har vi valgt å se på strategivalg hos elever i 10. klasse. Grunnen til at vi har valgt

[1] LK20, den nye læreplanen, utgitt i år 2020

elever fra 10. klasse er fordi sjansen er større for at det foreligger gode, etablerte strategier hos dem enn elever som er yngre og kommet kortere i skoleløpet.

1.2 Tidligere forskning

Lemaire og Siegler (1995) påpeker viktigheten av at elever utvikler sin strategiske kompetanse i matematikk. Strategisk kompetanse handler om å kunne benytte flere ulike strategier fleksibelt, adaptivt, hurtig og nøyaktig (Lemaire & Siegler, 1995). Selv om mange forskere anser fleksibilitet og adaptivitet som det samme, skiller Heinze et al. (2009b) dem fra hverandre: Dersom man er fleksibel, kan man benytte flere strategier for å løse et matematisk problem. Dersom man er adaptiv, benytter man den strategien som er mest effektiv for det gitte matematiske problemet (Heinze et al., 2009b, s. 536). Om en strategi er effektiv eller ikke, avhenger av hurtigheten, altså tiden man bruker for å løse oppgaven med strategien, og hvor nøyaktige svar strategien gir (Blöte et al., 2001).

Blöte et al. (2000, 2001) fant at elever med reformbasert undervisning hadde mer effektiv strategibruk enn elever som hadde ferdighetsorientert undervisning. Elever som hadde fått reformbasert undervisning fikk ulike strategier presentert tidlig i matematikkundervisningen og hadde derfor bedre forutsetninger til å benytte effektive strategier for et gitt matematisk problem. Elever som hadde fått ferdighetsorientert undervisning med fokus på mestring av én bestemt strategi, benyttet seg kun av denne ene innøvde strategien (Torbeyns et al., 2009b, s. 582).

For å løse en addisjons- eller en subtraksjonsoppgave, finnes det mange strategier. Torbeyns et al. (2009b) viste gjennom sin forskning at den mest effektive strategien for å løse addisjonsoppgaver, var kompensasjonsstrategien. Kompensasjonsstrategien defineres ved at man først runder man opp ett eller begge sifrene på enerplassen til nærmeste tier, addere leddene, for så å trekke fra det du la til (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 130). Dersom man skulle løse subtraksjonsoppgaver, sier tidligere forskning at det indirekte addisjon var den mest effektive strategien (Torbeyns et al., 2009a, 2009c). Ved strategien indirekte addisjon finner man ut hvor mye som må legges til subtrahenden i subtraksjonsoppgaven for at den skal få lik verdi som minuenden subtraksjonsoppgaven (Torbeyns et al., 2009c, s. 2)

Hvilken strategi som blir benyttet når elever møter en addisjons- eller subtraksjonsoppgave kan variere (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 129). Newton et al. (2020) hevder at elever må bruke tilstrekkelig tid på å forstå ulike strategier. Det forventes ikke at elevene umiddelbart bruker strategier som nylig er blitt presentert. Strategiene må jobbes mye med slik at elevene får implementert dem i strategirepertoaret sitt. Elever med lave forkunnskaper omhandlende strategier, må bruke enda mer tid på å utvikle strategisk kompetanse enn elever med høye forkunnskaper. Selv om disse elevene må bruke mer tid, verdsetter de likevel effektivitet i samme grad som elever med høye forkunnskaper om strategier (Newton et al., 2020).

Til tross for at vi allerede vet en del om strategisk kompetanse og hoderegningsstrategier i addisjon og subtraksjon, er det likevel forsket lite på sammenhenger mellom dimensjonene i den strategiske kompetansen. Faktorene adaptivitet, fleksibilitet, nøyaktighet og hurtighet kan fortelle oss mye om elevers strategiske kompetanse - men kan en faktor isolert forutsi en annen faktor? Altså vil elever som viser fleksibilitet i bruk av hoderegningsstrategier, også vise adaptivitet i like stor grad? Eller dersom en elev bruker strategier effektivt innenfor et tema i matematikk, er det dermed sagt at samme elev bruker effektive strategier på et annet tema i matematikk? De ulike faktorene innenfor elevenes strategiske kompetanse kan mulig korrespondere med hverandre, noe tidligere studier viser lite innsikt i og som vi i denne studien vil forsøke å se nærmere på.

1.3 Problemstilling og forskningsspørsmål

I vår studie ønsker vi å få et innblikk i elevers strategiske kompetanse i deres bruk av hoderegningsstrategier. Mer spesifikt ønsker vi å se hvordan en gruppe elever benytter regnestrategier i addisjon og subtraksjon fleksibelt, adaptivt og effektivt. Vi ønsker også å se om det er noen hoderegningsstrategier som er mer foretrukket enn andre, og videre prøve å få innsikt i mulige årsaker til dette. Denne studien har som mål å gi oss som lærere et verktøy for å tilpasse undervisning som tilrettelegger for utvikling av elevers strategiske kompetanse, og vil derfor fokusere en del på lærerens rolle. Denne studien bygger på følgende problemstilling:

Hvordan benytter elever hoderegningsstrategier i addisjon og subtraksjon, og finnes det noen sammenhenger mellom elevers adaptivitet, fleksibilitet, nøyaktighet og hurtighet?

For å finne svar på vår problemstilling, ser vi det hensiktsmessig å ha noen forskningsspørsmål:

- *Hvilke hoderegningsstrategier i addisjon og subtraksjon gir hurtigst og mest nøyaktig svar?*
- *Er det sammenheng mellom elevers adaptivitet i addisjon og elevers adaptivitet subtraksjon?*
- *Er det sammenheng mellom elevers adaptivitet og elevers nøyaktighet?*
- *Er det sammenheng mellom elevers fleksibilitet og elevers adaptivitet og nøyaktighet?*

1.4 Definisjon av begreper

For å svare på forskningsspørsmålene, har vi valgt å bruke Lemaire & Sieglers kognitive modell for strategisk kompetanse (1995). Lemaire & Sieglers modell beskriver utvikling av strategisk kompetanse ved fire ulike dimensjoner. Den første dimensjonen omhandler *strategirepertoar*. Dette innebærer det repertoaret av strategier som én person bruker og innehar for å løse en matematikkoppgave. Den andre dimensjonene er *strategifordeling.* Denne dimensjonen omhandler hvor ofte en strategi benyttes. Den tredje dimensjonen er *strategieffektivitet.* Her er det hastigheten og nøyaktigheten av hver strategi som inngår. Den siste dimensjonen, *strategivalg*, handler om hvorvidt valg av strategi er fleksibelt og adaptivt (Lemaire & Siegler, 1995, s. 83-84).

I denne studien har vi valgt å bruke flere fagbegreper, og noen av dem vil bli presentert og redegjort for på en grundig måte i teorikapitlet. Likevel er det noen begreper som er med gjennom hele studien, og som vi derfor har valgt å forklare nå innledningsvis til studien. Studien ser, som allerede nevnt, på strategisk kompetanse hos elever i 10. klasse. Strategisk kompetanse handler om å kunne benytte flere ulike strategier fleksibelt, adaptivt, hurtig og nøyaktig (Lemaire & Siegler, 1995). Derfor er det naturlig at strategisk kompetanse er et begrep som brukes ofte gjennom studien. Videre kommer vi i enkelte tilfeller til å bruke ordet strategi/regnestrategi istedenfor hoderegningsstrategi, og vil understreke at når vi bruker strategi, mener vi hoderegningsstrategi. Hoderegningsstrategier er definert som strategier som man regner med hodet (Torbeyns & Verschaffel, 2013). Det er også verdt å nevne at når vi snakker om addisjon- og subtraksjonsoppgavene som er knyttet til denne studien, så er det oppgaver med to siffer.

1.5 Oppbygging av studien

For å besvare problemstillingen og forskningsspørsmålene, har vi valgt en følgende oppbygging av studien: Først vil vi presentere et teorikapittel. I teorikapitlet vil vi redegjøre for ulik teori som studien bygger på, tidligere forskning på feltet, og rammeverket for studien. Videre vil vi presentere metode for datainnsamling og prosedyre for dataanalyse. Metoden baserer seg på et kvantitativ choice/no-choice design. Undersøkelsen består av 60 oppgaver: 30 addisjon- og 30 subtraksjonsoppgaver gjort av 23 elever fra 10. klasse. I resultatkapitlet vil vi presentere en analyse av datamaterialet ved hjelp av Excel. Etter resultatkapitlet, vil vi komme med et drøftingskapittel hvor vi blant annet vil diskutere våre funn fra resultatet opp mot teori, samt lærerens rolle i elevers utvikling av strategisk kompetanse. I tillegg vil vi legge fram refleksjoner rundt egen praksis og videre forskning. Avslutningsvis kommer en konklusjon på studien.

2 Teori

I denne studien ønsker vi å undersøke strategisk kompetanse i hoderegningsstrategier hos noen elever fra 10. klasse innenfor addisjon og subtraksjon. Sentrale begreper i vår studie blir derfor fleksibilitet, adaptivitet, strategisk kompetanse og hoderegningsstrategier. I dette kapitlet vil vi definere disse begrepene, presentere det overordnede teoretiske rammeverket for studien, gi innsikt i regnestrategier brukt i studien, presentere relevante funn fra studier med samme forskningsområde, samt teori omhandlende lærerens rolle i utvikling av elevers strategiske kompetanse.

2.1 Fleksibilitet og adaptivitet

Selv om mange forskere betrakter begrepene *fleksibilitet* og *adaptivitet* som synonymer, foretar likevel Heinze et al. (2009b) et skille mellom begrepene når de sees i sammenheng med strategisk kompetanse i matematikk (s. 536). Fleksibilitet defineres som hvorvidt en er i stand til å ta i bruk ulike strategier for å løse et matematisk problem, men det trenger ikke nødvendigvis å være den gitte strategien som er mest effektiv for det matematiske problemet. Adaptivitet handler om evnen til å velge nettopp den mest effektive strategien med utgangspunkt i et gitt matematisk problem (Heinze et al., 2009b, s. 536). En elev som er fleksibel men ikke adaptiv, kan ha et repertoar med flere ulike strategier for et matematisk problem, men eleven vet ikke nødvendigvis når de ulike strategiene burde benyttes. Dersom en elev er adaptiv, vil elevens valg av strategi ikke være vilkårlig, men være begrunnet i strategiens effektivitet (Heinze et al., 2009b). Den mest effektive strategien, er den strategien som gir hurtigst og mest nøyaktig svar (Blöte et al., 2001).

2.2 Strategisk kompetanse

2.2.1 Lemaire og Siegler (1995): Strategisk kompetanse

Lemaire og Siegler (1995) belyser viktigheten av at elever utvikler og benytter flere ulike strategier fleksibelt og adaptivt i matematikk. De har utarbeidet en modell som beskriver fire dimensjoner for utviklingen av strategisk kompetanse: *Strategirepertoar* [2], *strategifordeling*[3], *strategieffektivitet*[4] og *strategiske valg*[5]. Strategirepertoar sier noe om de ulike strategiene man har for å løse et matematisk problem. En elev med et bredt strategirepertoar kan ha flere måter å løse en matematikkoppgave på, og en elev med et snevert strategirepertoar kan ha én strategi for å løse samme oppgave. For eksempel kan en elev med et bredt strategirepertoar velge mellom to eller flere strategier for å løse en addisjonsoppgave. Elever med et snevert repertoar, har muligens bare en strategi etablert i repertoaret, og benytter den på alle addisjonsoppgaver uavhengig av dens effektivitet på oppgavens karakteristikk.

[2] eng: strategy repertoire
[3] eng: strategy distribution
[4] eng: strategy efficiency
[5] eng: strategy selection

Strategifordeling sier noe om hvor hyppig eller hvor ofte hver strategi i strategirepertoaret brukes i møte med matematikkoppgaver. For eksempel kan en elev som skal løse et oppgavesett på 10 oppgaver, benytte en spesifikk strategi fire ganger, og en annen strategi seks ganger. Strategieffektivitet tar for seg nøyaktigheten og hurtigheten på strategiutførelsen. Her måles nøyaktigheten i hvorvidt elevens resultat på oppgavene ble riktig eller galt. Hurtigheten sier noe om hvor lang tid som ble brukte på å finne en løsning på oppgavene. Hurtighet brukes ofte som en indikator på strategieffektivitet, med forbehold at resultatet på oppgaven var nøyaktig. Dersom bruk av en strategi gir hurtig og riktig svar på en addisjonsoppgave, betraktes strategien som effektiv. Strategiske valg omhandler hvorvidt bruken av en strategi er fleksibel og/eller adaptiv. Denne ses i sammenheng med begrunnelsen for hvorfor strategien velges (Lemaire & Siegler, 1995, s. 83-84). For noen elever begrunnes bruken av en strategi ved at strategien er den mest "komfortable". For andre benyttes spesifikke strategier i møte med oppgaver hvor strategien er mest hensiktsmessig basert på oppgavens karakteristikk (Kapittel 2.3).

Ifølge denne modellen, utvikles strategisk kompetanse når det skjer endringer i disse fire dimensjonene. For eksempel kan endringer i strategirepertoaret skje gjennom undervisning, men det kan også skje ved at man oppdager nye strategier på eget initiativ som fører til mestring (Torbeyns et al., 2018) - som igjen skaper endring i den strategiske kompetansen.

2.2.2 Strategiutvikling - en kognitiv prosess

Barns strategiutvikling sees på som en kompleks kognitiv prosess, hvor forskere har ulike teorier på hvordan en slik utvikling foregår. Trappemodellen er en teori som handler om barns kognitive utvikling. Trappemodellen baserer seg på at barn tenker på en spesiell måte over en periode, hvor denne kognitive prosessen utvikles til å bli mer kompleks etter en viss tid (Siegler, 1996, s. 84). Her kan vi trekke paralleller fra trappemodellen til Piaget sin utviklingsteori. Utviklingsteorien omhandler barns kognitive utvikling som skjer i forskjellige faser av livet (Mørch, 2020). Utvikling av strategier kan også sees på som en del av en slik kognitiv prosess. I trappemodellen starter man på det første steget i den metaforiske trappa, og går ikke videre til det andre steget før det første er etablert. For eksempel så kan elever lære én strategi for å løse en addisjonsoppgave på det første steget i "trappa", og går ikke videre med å lære nye strategier før den første strategien er implementert. En slik metafor insinuerer at barn utvikler seg likt, og at et steg av kognitiv tenking, eller i dette tilfellet strategiutvikling, ikke overlapper med en annen.

Trappemodellen blir av Siegler (1996) kritisert til fordel for "overlappende bølger"-teorien. Sistnevnte teori beskriver en kognitiv utvikling der ulike måter å tenke på eksisterer sammen over lengre perioder, hvor de gamle strategiene kan utvikles samtidig som nye innføres (Siegler, 1996, s. 89). Altså kan elever ut ifra overlappende bølger-teorien lære seg flere strategier samtidig, uten at enkelte strategier er etablert i barnas strategirepertoar på forhånd. Å implementere et bredt spekter av strategier kan være hensiktsmessig å gjøre i ung alder. Siegler (1996) hevder at elever som etablerer ulike strategier i matematikk tidlig, ofte blir mer adaptive i sine strategivalg når de blir eldre. Selv om strategiene ikke gir umiddelbare fordeler, vil elevene kunne se behovet for disse når de står overfor oppgaver hvor det er effektivt å bruke strategiene (Siegler, 1996, s. 90).

Dersom elever ikke har blitt introdusert for ulike regnestrategier tidlig, vil det ta lengre tid å implementere de nye strategiene i repertoaret sitt. Siegler (1996) mener derfor at det er hensiktsmessig å gi elever en introduksjon til flere strategier tidlig i deres kognitive utvikling, da det er i denne alderen elever har brattest læringskurve. Det å ha et bredt spekter av strategier er særdeles viktig for å være adaptiv i nye matematiske situasjoner, selv om strategiene ikke viser seg å være nødvendige ved første introduksjon (Siegler, 1996, s. 90).

Når det implementeres en ny strategi i elevers repertoar, vil strategien enten komme som et tillegg til andre etablerte regnestrategier, eller så vil strategien være den eneste i strategirepertoaret. I studien til Star et al. (2009) forskes det på hvordan kjente regnestrategier kan påvirke bruken av nye. Mer spesifikt forskes det på hvordan allerede etablerte strategier kan påvirke utviklingen av nye strategier, både med tanke på fleksibilitet og adaptivitet (Star et al., 2009).

Elevene som i Star et al. (2009) sin studie var vant til å bruke regnestrategier, brukte disse som retningslinjer i deres prøving og feiling av den nye strategien. Dette kan sammenlignes med det å kunne lese bruksanvisninger når man skal skru sammen en stol. Har du tidligere erfaringer med å lese bruksanvisninger på møbler, så vet du hvordan du stegvis kan gå frem for å lese og forstå denne. Og jo oftere du benytter deg av bruksanvisninger, jo bedre vil du bli til å lese dem. Dersom du er blitt god å lese bruksanvisninger til møbler, kan denne erfaringen videreføres til å forstå oppbygningen av oppskrifter i matlaging. Likt kan erfaringer med å lære seg regnestrategier innenfor addisjon, videreføres til å lære seg regnestrategier i subtraksjon. Forskerne konkluderte med at dersom en eller flere strategier hos en elev allerede var implementert, ville eleven raskere vise fleksibilitet og adaptivitet ved bruk av nye strategier (Star et al., 2009). Elevene som derimot ikke hadde erfaringer med bruk av strategier, hadde større problemer med å implementere nye strategier i deres repertoar.

Hvilket strategigrunnlag som er dannet av lærere tidlig i grunnskolen, vil bli avgjørende for strategiutviklingen til elevene senere i skoleløpet (Star et al., 2009). Tidligere matematikkundervisning i regnestrategier, vil ha stor påvirkning i elevers senere strategiutvikling og strategirepertoar. En faktor som er med på å danne strategigrunnlaget, er lærebøker i matematikk. Innholdet og kvaliteten av ulike strategier som presenteres i matematikkbøker, viser seg også å ha stor påvirkning på læreres undervisning om regnestrategier (Sievert et al., 2019). Sievert et al. (2019) fant at kvaliteten på strategiforklaringer, samt hvilke strategier som ble presentert i bøkene, ofte dannet grunnlaget for matematikkundervisningen til læreren. For eksempel kan vi tenke oss at en lærer som skal undervise i temaet subtraksjon benytter seg av en lærebok i matematikk, og legger opp undervisningen etter denne. Strategiene i boka er i all hovedsak basert på direkte subtraksjon, og dermed legges det mest vekt på direkte subtraksjon som strategi også i undervisningen til læreren. Sievert et al. (2019) ser her tendenser til at matematikklærere påvirkes av hvordan strategier er presentert i lærebøker, og presenterer det ofte likt for sine elever. Lærere burde være kritisk til kvaliteten på lærebøkene de benytter seg av, og ikke minst eksemplene og forklaringene presentert i dem (Sievert et al., 2019). Dersom lærebøkene er av dårlig kvalitet, kan kvaliteten av undervisningen også bli svekket.

2.3 Hoderegningsstrategier

Torbeyns & Verschaffel (2013) definerer mentale regnestrategier som strategier hvor det kreves at man regner *med* hode, altså hoderegning. Hoderegning krever at man stoler på sin forståelse av grunnleggende prinsipper i tallsystemet og aritmetiske operasjoner (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 130). Torbeyns & Verschaffel (2013) deler mentale regnestrategier i tre kategorier: *Dekomponeringsstrategier*, *sekvensielle strategier* og *varierende strategier*. I addisjon vil vi ta for oss sekvensielle strategier og varierende strategier. Grunnen til dette er fordi vi benytter oss av *hoppestrategien* og *kompensasjonsstrategien* i denne studien. Hoppestrategien er en type strategi innenfor sekvensielle strategier. Kompensasjonsstrategien er en type strategi innenfor varierende strategier (Torbeyns & Verschaffel, 2013). I subtraksjon vil vi ta for oss *direkte subtraksjon* og *indirekte addisjon*. Direkte subtraksjon og indirekte addisjon kan ifølge Torbeyns et al. (2018) utføres både ved dekomponering, sekvensielt og varierende strategier.

2.3.1 Addisjon: Hoppestrategien og kompensasjonsstrategien

Addisjonsoppgaver er bygd opp av to ledd som adderes sammen. Vi vil nå ta for oss to hoderegningsstrategier for å addere leddene sammen: *Hoppestrategien* og *kompensasjonsstrategien*. Hoppestrategien, en av strategiene innenfor de sekvensielle strategiene[6], starter beregningsprosessen med et av leddene i addisjonsoppgaven (enten addenden eller leddet). Videre deles det andre leddet i tiere og enere, og legges på sekvensielt hver for seg. Et eksempel på hoppestrategien kan være (Torbeyns et al. 2009b, s. 584);

$$\begin{aligned} 45+29 &= \_\_ \\ 45+20 &= 65 \\ 65+9 &= 74 \end{aligned}$$

Kompensasjonsstrategien er en annen hoderegningsstrategi innenfor varierende strategier. Kompensasjonsstrategien innebærer fleksibel tilpasning av tallene og operasjonene i oppgaven, hvor tallforståelse samt forståelse rundt aritmetiske operasjoner må ligge til grunn. Ved kompensasjonsstrategien runder man først opp ett eller begge sifrene til nærmeste tier, adderer leddene, for så å trekke fra det som ble lagt til. Et eksempel på kompensasjonsstrategien kan være (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 130);

$$\begin{aligned} 45+29 &= \_\_ \\ 45+30 &= 75 \\ 75-1 &= 74 \end{aligned}$$

Kompensasjonsstrategien kan være effektiv å bruke dersom tallene i addisjonsstykket har 8 eller 9 på enerplassen. Grunnen til dette er for at man enkelt kan addere neste tier, og deretter kompensere ved å legge til 1 eller 2. Strategien kan brukes selv om enerplass(ene) ikke har 8 eller 9, men det er ofte mindre effektivt å bruke kompensasjonsstrategien dersom det ikke er 8 eller 9 på enerplassen(e) (Torbeyns, 2009b).

[6] eng: sequential strategy

2.3.1.1 Tidligere forskning innenfor hoppestrategien og kompensasjonsstrategien

Tidligere studier (Blöte et al., 2000, 2001) fant at elever med reformbasert undervisning brukte kompensasjonsstrategien mer effektivt enn elever som hadde fått ferdighetsorientert undervisning. Elever med reformbasert undervisning hadde fått presentert ulike strategier tidlig i matematikkundervisningen, og hadde dermed en tendens til å for eksempel bruke kompensasjonsstrategien effektivt på addisjonsoppgaver med 8 eller 9 på enerplassen(e). Elever som hadde fått ferdighetsorientert undervisning med fokus på mestring av en bestemt strategi, benyttet seg kun av denne innøvde strategien - selv om sifferet på enerplassen(e) var 8 eller 9, og kompensasjonsstrategien ville vært den mest effektive strategien (Torbeyns et al., 2009b, s. 582).

Elevenes undervisning er derfor avgjørende for hvilken strategi elevene velger å bruke når de skal løse en tosifret addisjonsoppgave. Elever som stimuleres til å bruke ulike strategier fleksibelt fra starten av skoleløpet, velger da fleksibelt mellom ulike strategier når de svarer på addisjonsoppgavene også (Klein et al., 1998 ; Torbeyns et al., 2009b, s. 589). Videre konkluderte Torbeyns et al. (2009b, s. 588) med at bruken av kompensasjonsstrategien generelt ga raskere svar med bedre nøyaktighet, enn hva bruken av hoppestrategien gjorde. Selv om oppgavene hadde tall uten 8 eller 9 på enerplassen(e), viser tidligere studier at kompensasjonsstrategien var den den beste basert på nøyaktighet og hurtighet.

2.3.3 Subtraksjon: Direkte subtraksjon og indirekte addisjon

Subtraksjonsoppgaver er bygd opp av minuend og subtrahend. Minuend er betegnelsen på det opprinnelige tallet i et subtraksjonsstykke, og subtrahend er det som skal subtraheres bort. Det å løse en subtraksjonsoppgave blir ofte definert på to ulike måter: Å trekke fra noe, eller det å finne forskjellen mellom minuenden og subtrahenden (Fosnot & Dolk, 2001). Ut ifra disse to definisjonene får vi to ulike regnestrategier: *Direkte subtraksjon* og *indirekte addisjon*. Torbeyns et al. (2009c) har sett på bruken av indirekte addisjon opp mot direkte subtraksjon. Selv om begge strategiene er hoderegningsstrategier, foreligger det likevel et markant skille mellom strategiene. Direkte subtraksjon er, som navnet tilsier, en regnestrategi hvor en trekker subtrahenden direkte fra minuenden i regnestykket;

$$49 - 12 = \_\_$$
$$49 - 10 = 39$$
$$39 - 2 = 37$$

Direkte subtraksjon kan være en effektiv strategi å bruke dersom det foreligger stor avstand mellom subtrahend og minuend (Torbeyns et al., 2009c, s. 2), som for eksempel *49 – 2*. Mer spesifikt, på regnestykker hvor subtrahenden er under halvparten av minuenden, kan det være effektivt å benytte direkte subtraksjon, for eksempel *46 – 22*. Grunnen til at direkte subtraksjon er effektiv i dette tilfellet, er at dersom vi trekker fra ett og ett siffer fra 46, må vi trekke fra 22 siffer. Dersom vi derimot bruker indirekte addisjon og teller subtrahenden opp til minuenden, må vi legge til 24 siffer. Det vil altså være færre siffer å trekke fra enn å legge til.

Ved bruk av indirekte addisjon finner man ut hvor mye som må legges til subtrahenden for at den skal få lik verdi som minuenden (Torbeyns et al., 2009c, s. 2);

$$71 - 59 = \_\_$$
$$59 + 10 = 69$$
$$69 + 2 \ \ = 71$$
dermed er svaret
$$10 + 2 = 12$$

En slik regnestrategi kan være effektiv å benytte seg av dersom det er liten avstand mellom subtrahenden og minuenden (Torbeyns et al., 2009c, s. 2). Et annet eksempel kan være $42 - 23$, hvor vi må telle 19 opp fra subtrahend for å få lik verdi som minuend.

$$23 + 19 = 42$$
så
$$42 - 23 = 19.$$

Innenfor disse regnestrategiene, både direkte subtraksjon og indirekte addisjon, finner vi den sekvensielle teknikken, nærmere bestemt hoppteknikken. I indirekte addisjon benyttes den som en egen strategi; *hoppestrategien*. I direkte subtraksjon vil verdiene i subtrahenden deles opp før de subtraheres fra minuenden, og i indirekte addisjon vil man med denne teknikken addere tilstrekkelig med tiere på subtrahenden, slik at enerne kan legges til uten å bryte verdien til minuenden (Torbeyns et al., 2009c).

2.3.3.1 Tidligere forskning innenfor direkte subtraksjon og indirekte addisjon

Torbeyns et al. (2009a) ser på fleksibiliteten og adaptiviteten når det gjelder å benytte den mest effektive strategien i subtraksjonsoppgaver hvor avstanden enten er liten, medium eller stor. I tråd med Fuson (1986) fant Torbeyns et al. (2009a) at indirekte addisjon var den mest brukte strategien på tosifret subtraksjonsoppgaver. Indirekte addisjon viste seg å være mer effektiv, da den resulterte i både høy nøyaktighet og høy hurtighet. Til tross for strategiens nøyaktighet og hurtighet, fant likevel Torbeyns et al. (2009a, s. 54) at bruken av indirekte addisjon var betraktelig lavere enn forventet blant grunnskoleelever sammenlignet med de eldre respondentene i studien.

Videre har De Smedt et al. (2010, s. 213) funnet ut at barn som begynte å bruke indirekte addisjon tidlig, bruker strategien med høy effektivitet (De Smedt et al., 2010, s. 163). Disse funnene samsvarer med Torbeyns et al. (2009a) sine resultater på den overordnede effektiviteten av indirekte addisjon hos unge voksne, og støtter ideen om at indirekte addisjon er en nyttig strategi i hoderegning for subtraksjonsstykker (De Smedt et al., 2010, s. 213).

Ifølge De Smedt et al. (2010) er det også forskjell mellom grunnskoleelevers bruk av indirekte addisjon. Bruken vil avhenge av hvorvidt indirekte addisjon er en strategi som spesifikt er introdusert for elevene eller ikke introdusert. Dette sees ikke på som noen overraskelse, da det i mange tilfeller er en nødvendighet med gjennomgang av strategier før de benyttes. Til tross for dette, foreligger en viss tanke om at elever kan benytte seg av indirekte addisjon, selv om metoden ikke er formelt introdusert. Forskningen tilsier at dersom elever har fått tilstrekkelig med introduksjon til strategien, og konsekvent har benyttet seg av indirekte addisjon, vil de også lære seg å bruke strategien instinktivt i oppgaver der den blir sett på som mest effektiv (De Smedt et al., 2010).

Et vanlig fenomen når det kommer til å undervise i subtraksjon, er å presentere subtraksjonen som handlingen *å ta bort* eller *kvitte seg med* en del (Murdiyani et al., 2013). Slik undervisningspraksis stammer helt tilbake til førskolenivå, der barna lærer seg å for eksempel trekke fra klosser fra en haug, for så å telle hvor mange som ble igjen. I den norske skolen skal elevene etter 2. trinn kunne «*utforske addisjon og subtraksjon og bruke dette til å formulere og løse problemer fra lek og egen hverdag*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 6). For å oppnå dette kompetansemålet, lærer elevene tidlig algoritmer for å regne ut problemer innenfor subtraksjon. En slik tilnærming til subtraksjon legger føringer for at elevene enkelt skal benytte seg av *direkte* subtraksjon i sine utregninger, til tross for at Torbeyns et al. (2009a) i sin studie konkluderte med at indirekte addisjon ofte var mer effektiv.

Murdiyani et al. problematiserer denne tilnærmingen til undervisningspraksis i subtraksjon, da lærere i hovedsak tilbyr elever kontekster hvor det skal «trekkes fra» for å løse problemet, versus det å finne differansen. Spesielt problematiseres bruken av standardalgoritmen, da denne ikke gir relasjonell innsikt i hva en gjør når man subtraherer (Murdiyani et al., 2013).

2.4 Strategibruk

Hvilken strategi som blir benyttet når elever møter en addisjons- eller subtraksjonsoppgave kan variere (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 129). Flere studier viser at det er helt vilkårlig hvilken strategi grunnskoleelever velger når de møter en matematikkoppgave. Elevene lærer seg gjerne en standard prosedyre tidlig i skoleløpet, som for eksempel standardalgoritmen, og bruker dermed samme strategi for nesten alle addisjon- og subtraksjonsoppgavene de får i etterkant, uansett karakteristikken på oppgaven (Heinze et al., 2009a).

I tillegg til å se på barn og unges strategibruk, kan det være hensiktsmessig å se på eksperters bruk av ulike strategier. I studien til Star & Newton (2009) ble det forsket på hvordan eksperter på området løser matematikkoppgaver. Ifølge Star & Newton (2009, s. 559) kan vi si at selv om en ekspert på feltet har implementert et bredt spekter av ulike regnestrategier, er det ikke dermed sagt at eksperten alltid benytter seg av den mest effektive strategien.

Dette kan sees i sammenheng med elevers bruk av regnestrategier i addisjon og subtraksjon. Selv om en elev har et bredt repertoar av regnestrategier, vil elevene i likhet med ekspertene, ikke alltid benytte seg av den mest hensiktsmessige strategien. Likevel er det en markant forskjell mellom elevers bruk av strategier, og ekspertenes bruk. Star & Newton (2009, s. 559) snakker om tendenser til at ekspertene i større grad er bevisste over hvilke strategier som ville vært mest effektive å benytte seg av. Her ser vi forskjellen mellom fleksibiliteten og adaptiviteten i valg av strategier til ulike aldersgrupper (Torbeyns et al., 2009c). Jo eldre en er, jo større er sjansen for at man innehar et bredere strategirepertoar. Det vil si at en har kunnskap om effektive strategier i møte med matematikkoppgaver, og er dermed også mer adaptiv.

Newton et al. (2020) hevder at elever må bruke tid på å forstå ulike strategier. Det forventes ikke at elevene bruker strategiene umiddelbart, men strategiene må likevel jobbes med. Elever med lave forkunnskaper, må bruke mer tid på å utvikle fleksible problemløsningsferdigheter enn elever med høye forkunnskaper. Selv om disse elevene må bruke mer tid, verdsetter de likevel effektivitet i samme grad som elever med høye forkunnskaper. Denne preferansen kan være nyttig å ha for å bli motivert til å vurdere nye måter å løse problemer på (Newton et al., 2020).

2.5 Lærerens rolle i elevenes utvikling av strategisk kompetanse

En lærer kan støtte og veilede elever sin kognitive utvikling (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 16). En lærer kan også påføre elever feil strategisk kompetanse. For eksempel forteller Selter (2009) om hvordan en positivt ladet handling overfor en elev, ga eleven dårlige resultater i arbeid med strategier. For å belyse dette, vil vi ta utgangspunkt i et eksempel: En elev med navn Ferit oppdaget kompensasjonsstrategien uten at læreren hadde presentert strategien i forkant. Dette ble en ny oppdagelse for eleven, noe som læreren ga skryt for. Denne anerkjennelsen, resulterte i at eleven ikke ønsket å benytte seg av andre strategier, men holdte fast på kompensasjonsstrategien. Som en følge av dette, benyttet eleven seg kun av kompensasjonsstrategien i arbeid med alle addisjonsoppgaver, uavhengig av oppgave-karakteristikken. Uten at læreren i dette eksemplet mente at det skulle skje, bidro hen til å begrense strategirepertoaret til eleven (Selter, 2009). Dette eksemplet er ikke unikt. Slike tilfeller omhandlende utviklingen av kun noen få regnestrategier kan vi finne i de fleste klasserom, selv om påvirkningsfaktorene nevnt over ikke nødvendigvis er like (Selter, 2009).

3 Metode

I dette kapitlet vil vi presentere metodiske valg og hensyn som er tatt for å finne svar på problemstillingen og forskningsspørsmålene presentert innledningsvis i studien. Vi vil først si litt om vårt vitenskapsfilosofiske perspektiv, post-positivistisk syn på vitenskap. Deretter vil vi si noe om designet for datainnsamlingen, choice/no-choice. Videre kommer vi med en redegjørelse for gjennomføring av pilotundersøkelsen og utvalget av deltakere brukt i studien. Deretter vil vi presentere prosedyre for datainnsamling og analysemetoder. Avslutningsvis i dette underkapitlet vil vi ta stilling til studiens reliabilitet og validitet, metodekritikk og forskningsetikk.

3.1 Vitenskapsteoretisk perspektiv

Studien vår bærer preg av et post-positivistisk syn på vitenskap. Det post-positivistiske vitenskapssynet innebærer at forsker og subjekt, i dette tilfellet forskeren og eleven, aldri vil kunne skilles helt fra hverandre (Postholm et al., 2018). Med dette mener vi at innenfor post-positivismen ligger en antagelse om at forsker og subjektet lever i et samspill med hverandre, og dermed blir forskeren aldri objektiv.

Det post-positivistiske synet ser på verden og kunnskap som noe i konstant endring, men at det finnes en virkelighet på tvers av personer og kontekster, som under gitte forutsetninger kan måles (Postholm et al., 2018, s. 53). Kunnskapen vi kan finne i denne *virkeligheten* vil ikke være lovfestet, ettersom de er i endring, men kan heller si oss om noe er mer sannsynlig enn noe annet. Det ligger altså en antagelse om at ideer kan brytes ned til noe målbart og kan gjelde på tvers av personer, gitt de riktige forutsetningene. Når vi i denne studien utøver forskning, ser vi forskningen gjennom Lemaire og Siegler (1995) sitt rammeverk omhandlende strategisk kompetanse. Rammeverket hjelper oss til å gjøre det vi observerer til noe målbart, men det vil også begrense våre resultater, ettersom det vi analyserer tar utgangspunkt i innholdet til rammeverket. Dersom vi hadde hatt et annet rammeverk, ville muligens resultatene også blitt annerledes.

Den *kvantitative* forskningen er gjerne den metoden for datainnsamling som er mest gjeldende innenfor det post-positivistiske synet (Postholm & Jacobsen, 2018). Det er også den kvantitative metoden som vår studies datainnsamling baseres på.

3.2 Design for datainnsamling: Choice/no-choice

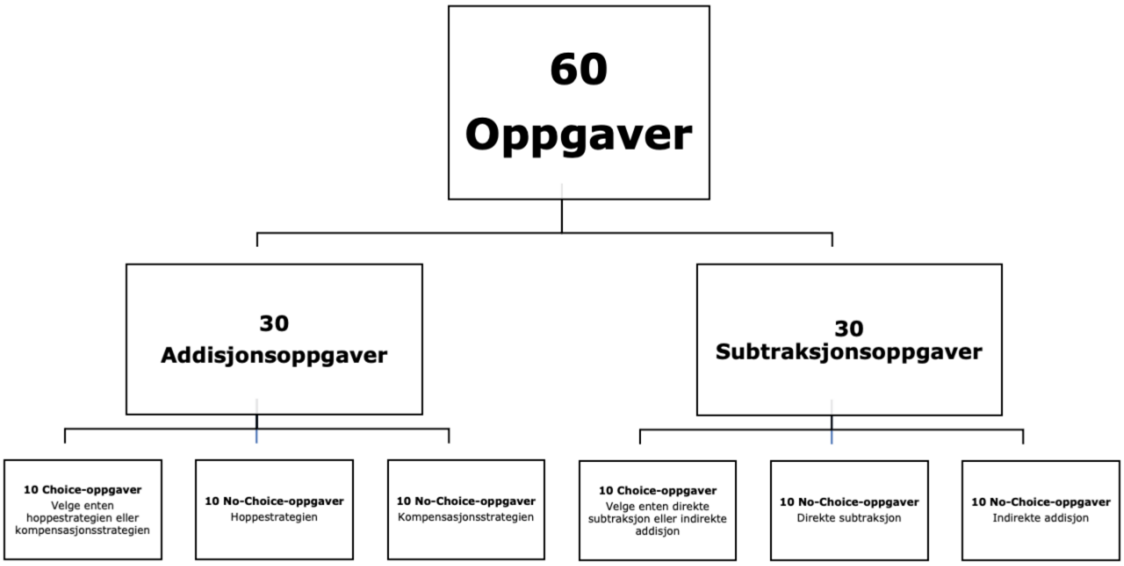
Siegler & Lemaire (1997) presenterte metoden choice/no-choice for å undersøke strategisk kompetanse, og det er den metoden vi har brukt i denne studien. Choice/no-choice er en metode hvor deltakerne settes i to ulike typer betingelser: (1) Choice og (2) no-choice. I choice-betingelsen får de velge hvilken strategi de vil bruke for hver oppgave, gitt to strategier. For eksempel kan de velge mellom hoppestrategien og kompensasjonsstrategien. I de to no-choice-betingelsene er det obligatorisk å løse alle oppgavene med en oppgitt strategi, for eksempel skal alle oppgavene løses kun med hoppestrategien. Etter hver oppgavene elevene gjør, er de nødt til å oppgi hvilken strategi som ble brukt.

Ved denne metoden kan vi analysere elevenes strategivalg og dermed få et innblikk i deres strategiske kompetanse (Torbeyns et al., 2018), da strategivalg er en av de fire dimensjonene for utvikling av strategisk kompetanse (Lemaire & Siegler, 1995, s. 83-84). For å gjøre denne analysen av strategisk kompetanse, sammenlignes elevene sine strategi*valg* i choice-betingelsen med deres strategi*effektivitet* i no-choice-betingelsen, altså hurtigheten og nøyaktigheten på oppgavene (Torbeyns et al., 2018). Hensikten med denne metoden er å unngå seleksjonseffekt i valg av strategi. I choice ligger muligheten for elevene å velge bort den ene strategien, mens i no-choice er ikke muligheten til stede for å velge bort en strategi da den obligatoriske strategien skal benyttes (Luwel et al., 2009).

Elevene i denne studien løste to sett med tosifrede matematikkoppgaver. Grunnen til at vi valgte å avgrense oppgavene til tosifrede tall, var fordi vi ønsket å sette lys på formålet med studien: Strategisk kompetanse innenfor hoderegningsstrategier i addisjon og subtraksjon, og ikke hvor flinke de var til å løse addisjon- og subtraksjonsoppgaver. Oppgavene ble ikke for vanskelige, og hovedfokuset hos elevene kunne ligge på elevenes valg av strategier.

Figur 1

Oversikt over oppgaveinndelingen i undersøkelsen.



Figurtekst. Hver elev løste til sammen 60 matematikkoppgaver. Først løste de ett sett med 30 addisjonsoppgaver, deretter ett sett med 30 subtraksjonsoppgaver. Hvert sett ble delt inn i tre deler: 10 choice-oppgaver, 10 no-choice-oppgaver med den ene hoderegningsstrategien, og 10 no-choice-oppgaver med den andre hoderegningsstrategien.

Choice-betingelsen gjennomføres før no-choice-betingelsen. Grunnen til denne rekkefølgen er at strategiene som er obligatoriske i no-choice-betingelsen ikke skal påvirke strategiene de bruker i choice-betingelsen (Luwel et al., 2009).

I de 10 choice-oppgavene kunne elevene velge strategi. De kunne velge mellom to hoderegningsstrategier i addisjon og to andre hoderegningsstrategier i subtraksjon. I addisjon kunne de velge mellom *hoppestrategien* og *kompensasjonsstrategien.* I undersøkelsen ble kompensasjonsstrategien kalt "forenklingsstrategien", fordi vi vurderte "kompensasjon" som et for avansert ord for en 10. klassing. Derfor forenklet vi ordet til forenklingsstrategien slik at elevene kunne huske hva strategien gikk ut på ved å se på navnet. I subtraksjon kunne de velge mellom *direkte subtraksjon* og *indirekte addisjon.*

I no-choice-betingelsen oppga vi hvilken strategi elevene skulle bruke for å løse oppgavene. I addisjon fikk elevene først 10 oppgaver som skulle løses med *hoppestrategien*, deretter 10 oppgaver som skulle løses med *kompensasjonsstrategien*. I subtraksjon fikk elevene 10 oppgaver som skulle løses med *direkte subtraksjon*, etterfulgt av 10 oppgaver som skulle løses med *indirekte addisjon.*

3.2.1 Addisjon

Innenfor addisjon har vi designet oppgavene til å gradvis gå fra å være effektiv å løse med hoppestrategien til at det skal bli mer effektivt å løse dem med kompensasjonsstrategien. Oppgavene i kolonne 1 og 10 er ytterpunktene for hver strategi. Vi hadde en hypotese om at oppgavene i kolonne 1, for eksempel $51 + 22$ (Tabell 1), vil være effektiv å benytte hoppestrategien på, og oppgavene i kolonne 10, som for eksempel $69 + 19$ vil være effektiv med kompensasjonsstrategien.

Tabell 1

Oversikt over addisjonsoppgavene med formål om å framprovosere hoppestrategien og kompensasjonsstrategien.

	Hoppestrategien					Kompensasjonsstrategien				
Oppgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Choice	51+22 =73	32+43 =75	23+54 =67	43+36 =79	57+24 =81	43+28 =71	15+68 =83	22+49 =71	58+19 =77	69+19 =88
NC1	41+22 =63	42+33 =75	43+34 =77	53+26 =79	77+14 =91	63+28 =91	25+48 =73	32+39 =71	48+39 =87	49+29 =78
NC2	31+22 =53	62+23 =85	63+24 =87	73+16 =89	37+44 =81	43+38 =81	45+38 =83	52+29 =81	18+29 =47	59+39 =98

Tabelltekst. Oversikt over addisjonsoppgavene 1-10 i de tre betingelsene brukt i instrumentet til datainnsamlingen. I no-chocie 1 (NC1) er hoppestrategien obligatorisk. I no-choice 2 (NC2) er kompensasjonsstrategien obligatorisk.

Hoppstrategien er effektiv å bruke når ingen siffer på enerplassen i noen av leddene er 8 eller 9 (Torbeyns et al. 2009, s. 584), som for eksempel $41+22$, hvor vi enkelt kan "hoppe" med tierne, for så å "hoppe" med enerne. Kompensasjonsstrategien er effektiv å bruke når sifferet på enerplassen i det ene eller begge leddene er 8 eller 9 (Torbeyns & Verschaffel, 2013, s. 130). I kolonne 10 har vi valgt å ha sifferet 9 på enerplassen i begge leddene. For eksempel ved $49+29$ vil det være effektivt å addere 1 på begge leddene, for å så trekke disse fra til slutt. Kolonne 9 har vi variert, og brukt 8 som siffer på enerplassen til det første leddet og 9 på enerplassen til det andre leddet. Dermed er det effektivt å bruke kompensasjonsstrategien på begge leddene, da det kun må kompenseres med 1 eller 2 for å regne med hele tiere. I kolonne 6, 7 og 8 er det bare det andre leddet som har 8 eller 9 på enerplassen. På oppgavene i disse kolonnene er det også effektivt å bruke kompensasjonsstrategien, da en av enerplassene har 8 eller 9 som siffer, som gjør at det enkelt kan adderes én hel tier, for så å trekke fra det som ble lagt til etterpå.

Alle oppgavene innenfor hver kolonne har vi laget slik at sifrene på enerplassen er like. Vi sier at oppgavene er av samme karakter. Altså har vi en hypotese om at oppgavene innenfor hver kolonne vil være såpass like at vi kan sammenligne svarene og strategiene som er brukt.

Hver elev løste tre oppgaver som var av samme karakter: Én i choice, én i no-choice med hoppestrategien, og én i no-choice med kompensasjonsstrategien. Dette gjorde vi for at elevene ikke skulle bli påvirket i valg av strategi ved at de gjenkjente oppgaven fra forrige betingelse. Samtidig skulle det ikke være forskjell i vanskelighetsgrad på oppgavene innenfor samme kolonne, derfor er det kun små forskjeller i oppgavene. Oppgavene i programvaren har vi kodet slik at oppgavene som elevene fikk, kom i tilfeldig rekkefølge.

3.2.2 Subtraksjon

Innenfor subtraksjon har vi designet oppgavene for at de gradvis skal gå fra å være effektivt å løse dem med direkte subtraksjon til at det skal bli mer effektivt å løse dem med indirekte addisjon. Oppgavene i kolonne 1 og 10 er ytterpunktene for hver strategi. I hver serie er det fem oppgaver som er designet for at de skal løses med direkte subtraksjon, og fem oppgaver er designet for at de skal løses med indirekte addisjon. Ved strategien direkte subtraksjon skulle elevene først «trekke fra» tierne, før de trakk fra enerne. I indirekte addisjon skulle elevene først «legge til» tierne, deretter enerne, altså telle seg opp fra subtrahenden til minuenden.

Tabell 2

Oversikt over subtraksjonsoppgavene med formål om å framprovosere direkte subtraksjon og indirekte addisjon.

	Direkte subtraksjon					Indirekte addisjon				
Oppgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Choice	92-1 =91	87-4 =83	76-14 =62	66-23 =43	57-23 =34	52-27 =25	63-37 =26	74-58 =16	81-72 =9	92-88 =4
NC1	94-2 =92	88-6 =82	77-14 =63	67-26 =41	58-24 =34	53-28 =25	62-38 =24	73-57 =16	82-73 =9	93-88 =5
NC2	96-3 =93	87-6 =81	78-16 =62	68-27 =41	58-27 =31	54-28 = 26	61-36 =25	72-58 =14	83-76 =7	91-86 =5

Tabelltekst. Oversikt over subtraksjonsoppgavene fra 1 til 10 i de tre betingelsene brukt i instrumentet til datainnsamlingen. I no-chocie 1 (NC1) er direkte subtraksjon obligatorisk. I no-choice 2 (NC2) er indirekte addisjon obligatorisk.

Oppgavene i kolonne 1-5 er designet for å gradvis framprovosere bruk av direkte subtraksjon, dersom vi starter på oppgave 5 og jobber oss ned til oppgave 1. Direkte subtraksjon er effektiv å bruke når det er en stor avstand mellom minuend og subtrahend, som for eksempel *92 – 1* (Torbeyns et al., 2009).

Oppgavene i kolonne 1 har en gjennomsnittsavstand på 92 mellom minuend og subtrahend. Oppgavene i kolonne 2 har litt mindre gjennomsnittsavstand på 82, kolonne 3 har enda mindre med en gjennomsnittsavstand på 62, kolonne 3 har gjennomsnittsavstand 42 og kolonne 5 har gjennomsnittsavstand på 32. Gjennomsnittsavstanden minker, noe som fører til at det blir mer effektivt å bytte strategi til indirekte addisjon fra og med oppgavene i kolonne 6 til 10.

Oppgavene i kolonne 6-10 er designet for å gradvis framprovosere bruk av indirekte addisjon. Indirekte addisjon er en effektiv strategi å bruke når avstanden mellom minuend og subtrahend er liten (Torbeyns et al., 2009), eksempelvis *92 – 89*. For å fremprovosere indirekte addisjon må subtrahenden være større enn gjennomsnittsavstanden til minuenden. Oppgavene i kolonne 10 har en gjennomsnittsavstand mellom minuend og subtrahend på 4. Oppgavene i kolonne 9 har en litt større gjennomsnittsavstand på 8, kolonne 8 har en enda større gjennomsnittsavstand på cirka 14, kolonne 7 har gjennomsnittsavstand på cirka 24 og kolonne 6 har en gjennomsnittsavstand på 25. Gjennomsnittsavstanden øker, noe som fører til at det blir mer effektivt å bytte strategi til direkte subtraksjon.

Også innenfor subtraksjon er alle oppgavene innenfor hver kolonne laget av samme karakter. Oppgavene i hver kolonne har altså cirka like stor avstand fra minuend og subtrahend. Hver elev gjorde til sammen tre oppgaver med samme karaktertrekk: Én i choice, én i no-choice med direkte subtraksjon, og én i no-choice med indirekte addisjon. Også her kom choice før no-choice for at elevene ikke skulle bli påvirket i valg av strategi ved at de gjenkjente oppgaven fra forrige serie.

3.2.3 PsychoPy

Etter at oppgavene var ferdig utformet, kodet vi de inn i programmet PsychoPy. PsychoPy er en åpen programvarepakke skrevet på Python programmeringsspråk, utarbeidet for å bruke i forskning (Peirce & MacAskill, 2018). For å øke brukervennligheten, har programmet forhåndsprogrammerte knapper som benyttes. Disse knappene kan dras i bestemte rekkefølger slik at programmet gjør det du ønsker. Programmet gjør det altså mulig å lage egenkonstruerte undersøkelser uten å programmere.

Vi har utformet det slik at det første elevene møtte når de startet undersøkelsen, var informasjon om undersøkelsen, etterfulgt av en øvingsoppgave (Tabell 3). Øvingsoppgaven laget vi for at elevene skulle få muligheten til å teste ut programmet før undersøkelsen startet. Når oppvarmingen var ferdig, begynte choice-delen for elevene. I programmet kom det først opp en kort instruksjon om at elevene fikk velge mellom to strategier og hvilke taster de skulle trykke på for å gå videre. Deretter kom det 10 oppgaver etter hverandre på skjermen. Etter hver oppgave måtte elevene huke av for hvilken strategi de brukte på oppgaven. De trykket «1» for den ene strategien, og «2» for den andre strategien.

Tabell 3

Oversikt over hvordan undersøkelsen i addisjon og undersøkelsen i subtraksjon så ut for deltakerne: Informasjon til undersøkelsen og choice-betingelsen.

	ADDISJON	SUBTRAKSJON
INFORMASJON OM UNDERSØKELSEN	Velkommen til vårt eksperiment. I dette eksperimentet skal du tilsammen gjøre 30 addisjonsoppgaver, som er delt inn i tre deler. Trykk ENTER for å gå videre.	Velkommen til vårt eksperiment. I dette eksperimentet skal du tilsammen gjøre 30 subtraksjonsoppgaver som er delt inn i tre deler. Trykk ENTER for å gå videre.
ØVINGSOPPGAVE	12 + 6 = __	46 - 8 = __

INSTRUKSJON TIL CHOICE -BETINGELSEN	DEL 1 I denne delen skal du løse 10 addisjonsoppgaver. Du skal ENTEN bruke hoppestrategien ELLER forenklingsstrategien.	DEL 1 Du skal ENTEN bruke direkte subtraksjon ELLER indirekte addisjon som strategi når du løser oppgavene.
EKSEMPEL FRA CHOICE-BETINGELSEN	22 + 49 = __	57 - 23 = __
HVILKEN STRATEGI BLE BRUKT	Hvilken strategi brukte du? [trykk 1] HOPPESTRATEGI [trykk 2] FORENKLINGSSTRATEGI	Hvilken strategi brukte du? [trykk 1] Direkte subtraksjon [trykk 2] Indirekte addisjon

Tabelltekst. Oversikt over oppsett av choice-betingelsen i undersøkelsen utformet i PsychoPy. Kolonne 2 viser en oversikt over oppsettet i addisjonsundersøkelsen. Kolonne 3 viser en oversikt over oppsettet i subtraksjonsundersøkelsen.

Etter 10 choice-oppgaver, kom det en ny introduksjon om at de 10 neste no-choice-oppgavene skulle løses med en bestemt strategi, som ble oppgitt i undersøkelsen. Etter hver oppgave, måtte elevene også på no-choice huke av for om de bruke den obligatoriske strategien, eller om de glemte det. Dersom de husket det, måtte de trykke på «1». Dersom de glemte det, trykket de på «2». Dette måtte elevene gjøre for at vi skulle få mest mulig representative data for studien. I ettertid kunne vi dermed luke ut de besvarelsene hvor det ikke ble benyttet den obligatoriske strategien. Når elevene var ferdig med de første 10 no-choice-oppgavene, kom det en ny introduksjon om de siste 10 no-choice-oppgavene på skjermen. Denne sekvensen og den forrige var lik hverandre i oppsett, bortsett fra at det under denne sekvensen skulle det benyttes den andre strategien.

Tabell 4

Oversikt over hvordan undersøkelsene i addisjon og undersøkelsen i subtraksjon så ut for deltakerne: No-choice-betingelsen.

	ADDISJON	SUBTRAKSJON
INTRODUKSJON TIL NO-CHOICE 1	DEL 2 - HOPPESTRATEGI Du skal KUN bruke hoppestrategien. Se på tavlen om du ikke husker. Trykk ENTER for å begynne.	DEL 2 - DIREKTE SUBTRAKSJON Du skal kun bruke direkte subtraksjon som strategi. Se på tavlen om du ikke husker. Trykk ENTER for å begynne.

EKSEMPEL PÅ NO-CHOICE-OPPGAVE	HOPPESTRATEGI 25 + 48 = __	DIREKTE SUBTRAKSJON 77 - 14 = __
RIKTIG STRATEGI ELLER IKKE	Husket du å bruke HOPPESTRATEGIEN? [trykk 1] Ja [trykk 2] Nei	Husket du å bruke DIREKTE SUBTRAKSJON? [trykk 1] Ja [trykk 2] Nei

Tabelltekst. Oversikt over oppsett av no-choice-betingelsene i undersøkelsen utformet i PsychoPy. Kolonne 2 viser en oversikt over oppsettet i addisjonsundersøkelsen. Kolonne 3 viser en oversikt over oppsettet i subtraksjonsundersøkelsen.

3.2.4 Pavlovia

Etter at PsychoPy-fila var ferdig utformet, ble den konvertert til Pavlovia (Peirce & MacAskill, 2018). Der PsychoPy er programmet for å utforme undersøkelsen, er Pavlovia verktøyet som konverterer PsychoPy-fila til en anvendbar lenke som elevene kunne trykke på for å komme inn til undersøkelsen. Pavlovia lagrer datamaterialet etter hver elevundersøkelse i individuelle Excel-filer. Programvaren gir oss muligheten til å få innsikt i ulike faktorer av undersøkelsen, som for eksempel tid brukt på oppgavene, hvilken strategi som ble brukt, oppgavenummer og fasit.

3.3 Pilotundersøkelse

I utviklingsprosessen av undersøkelsen gjennomførte vi pilotundersøkelser på fire lærerstudenter. Pilotundersøkelsene var nødvendig for å finne ut om undersøkelsen hadde mangler og eventuelle andre momenter som måtte justeres før gjennomføringen. Etter at vi hadde gjennomført pilotundersøkelser på de to første deltakerne, fikk vi tilbakemelding på at det var uklart om de skulle bruke styreflaten, tastene eller begge deler. I tillegg opplevde de forvirring rundt om de skulle skrive stegvis fremgangsmåte, brukt for å løse oppgavene inne i programmet, noe de ikke skulle.

Videre fikk vi gjort oss noen erfaringer og refleksjoner rundt gjennomførelsen av undersøkelsen. Vi fikk reflektert over hva vi skulle gi av informasjon om strategiene, hvilken rekkefølge informasjonen skulle komme i og hva vi burde poengtere (Vedlegg 2). Piloteringene ble gjennomført på fire lærerstudenter, og ikke den faktiske målgruppen som er elever fra 10. klasse. Vi måtte derfor anslå at den faktiske undersøkelsen kunne ta litt lengre tid.

3.4 Utvalg deltakere

Når man skal samle inn datamateriale for en studie, må man foreta et utvalg deltagere fra en populasjon (Bryman et al., 2021). Vi har i denne studien gjennomført en undersøkelse av 23 elever (15. og 16. åringer). Videre har vi foretatt et ikke-sannsynlighetsutvalg av deltagere, hvor populasjonen er elever fra 10. klasse i Norge. Ikke-sannsynlighetsutvalg kjennetegnes ved at utvalget ikke gjøres tilfeldig, men at det heller gjennomføres av praktiske årsaker. Vi har gjennomført vår undersøkelse på en skole vi kjenner fra før. Vi har derfor gjort et bekvemmelighetsutvalg av deltagere - et utvalg som er lett tilgjengelig for oss som forskere (Bryman et al., 2021).

Undersøkelsen foregikk i et klasserom hvor elevene satt ved hver sin pult og gjennomførte undersøkelsen individuelt. Elevene satt cirka 30 cm inntil hverandre, men oppgavene kom i tilfeldig rekkefølge. Sannsynligheten for at de som satt sammen fikk lik oppgave på samme tid var derfor liten, og dermed ble muligheten for samarbeid liten. Elevene gjennomførte undersøkelsen på hver sin PC som var plassert midt på pulten foran dem. For at elevene ikke skulle forstyrre hverandre når de var ferdige med undersøkelsen, fikk de beskjed om at de skulle sitte stille ved plassene og øve til en naturfagsprøve.

3.5 Prosedyre for datainnsamling

Datainnsamlingen gjennomførte vi i to 10. klasser. Hver klasse brukte to skoletimer hver, hvor en skoletime varte 45 minutter. Opplegget gjennomførte vi likt i begge klassene. Vi startet med addisjon i den første timen etterfulgt av subtraksjon i den andre timen. I forkant av undersøkelsene ga vi elevene en gjennomgang av de to aktuelle hoderegningsstrategiene som de skulle forholde seg til innenfor hver regneart; *hoppestrategien* og *kompensasjonsstrategien* i addisjon, og *direkte subtraksjon* og *indirekte addisjon* i subtraksjon.

Forklaring av programmet Pavlovia formidlet vi til elevene ved hjelp av en PowerPoint (Vedlegg 2). I denne presentasjonen ble også hoderegningsstrategiene som skulle benyttes gjennomgått. Gjennomgangen av strategiene besto av et eksempel, en forklaring og stikkord som definerte hver strategi. Grunnen til at vi valgte å gjennomgå strategiene før undersøkelsen, var fordi vi ønsket at alle elevene skulle vite hva hver strategi innebar, samt at mangel på kjennskap til strategiene ikke skulle være en påvirkningsfaktor for resultatet. En slik oppsummering av strategiene er en vanlig fremgangsmåte i choice/no-choice metoden (Torbeyns & Verschaffel, 2013). Eksemplene og gjennomgangen av strategiene ble fjernet etter gjennomgangen, bare en kort beskrivelse bestående av stikkord for hver strategi ble stående igjen på tavla, i tilfelle noen skulle glemme forskjellen på strategiene. Vi ga derimot ikke noen føringer for hvilke oppgaver det var effektivt å benytte de ulike strategiene på.

Deretter fikk elevene instruksjoner om å ta opp hver sin PC, og hente ut lenken til Pavlovia. Lenken til addisjon og lenken subtraksjon publiserte vi på to ulike tidspunkt i forkant av hver time på elevenes læringsplattform, Zokrates. Videre delte vi ut en lapp med et dyrenavn elevene brukte som identifikasjon i undersøkelsene, istedenfor sitt eget navn. Grunnen til at de brukte samme dyrenavn både i addisjon og subtraksjon, var for at vi ville identifisere hvilke besvarelser i addisjon og subtraksjon som korresponderte.

Når dette var på plass, fikk elevene beskjed om å løse oppgavene individuelt ved hjelp av hoderegning, og at de videre måtte følge instruksene på skjermen. Vi presiserte at de måtte lese alt av informasjon, da informasjonen var nødvendig for å forstå hva som skulle gjøres.

3.6 Analysemetoder

For å analysere datamaterialet har vi benyttet oss av Excel. I programmet har vi brukt statistiske analyser slik som Pearsons *r*, altså produktmomentkorrelasjon-koeffisienten, som måler samvariasjon mellom to variabler (Lund Research, 2018). I tillegg til dette, har vi brukt ulike grafiske fremstillinger for å visualisere resultatene, både på gruppenivå og individnivå.

Etter datainnsamlingen, startet vi analysearbeidet. Pavlovia gjorde det mulig for oss å få to Excel-filer per elev: En i addisjon og en i subtraksjon. Det første vi gjorde var å renske data. Denne prosessen gikk ut på å fjerne alt av overflødig datamateriale. Når det overflødige datamaterialet var borte, satt vi igjen med følgende: En kolonne som viste oppgavenummer, en kolonne med addisjon-/subtraksjonsoppgavene, en kolonne med fasit på oppgavene, en kolonne med deltagernavnet, en kolonne som viste hvor lang tid elevene brukte på å trykke Enter - altså hvor lang tid de brukte på å løse oppgaven (Tabell 5), en kolonne med valg av strategi, en kolonne med oppgavenummer en gang til og en kolonne som viste om elevene hadde svart riktig eller ikke. I kolonnen som viste rett/galt svar, la vi inn i formel =HVIS(A3=F3;1;0). Dersom svaret (A3) var samme som fasit (F3), fikk eleven 1. Dersom svaret og fasit ikke samstemte, fikk eleven 0. Denne prosessen gjorde vi på alle elevene både i addisjon og subtraksjon. Når alt av data var rensket, samlet vi addisjonsdataen og subtraksjonsdataen på en Excel-fil for hver elev.

For å analysere dataen på individnivå, startet vi med å se på adaptiviteten til hver enkelt elev. For å se på adaptiviteten, lagde vi en kolonne over hvilken strategi elevene burde ha benyttet på hver oppgave i choice-betingelsen. For å si noe om hvilken strategi elevene burde valgt, sammenlignet vi oppgavene i NC1 (no-choice 1) opp mot de tilsvarende oppgavene i NC2 (no-choice 2), altså oppgave 1 mot oppgave 1 og så videre. Det første vi la til grunn i sammenligningen, var om elevene hadde brukt den obligatoriske strategien eller en annen strategi. I kolonnen for *valg av strategi,* sto det 1 dersom de hadde brukt den obligatoriske strategien, og 2 dersom de ikke hadde brukt den obligatoriske strategien. Dersom de hadde brukt noen andre strategier enn den obligatoriske strategien i en av no-choice-betingelsene, vurderte vi oppgaven som ugyldig. Den ugyldige besvarelsen symboliserte vi med en x. Dersom en elev for eksempel benyttet seg av hoppestrategien i NC2 addisjon, hvor det var obligatorisk å bruke kompensasjonsstrategien, betraktet vi denne oppgaven som ugyldig (x).

Dersom elevene hadde brukt de obligatoriske strategiene både på NC1 og på NC2, var *nøyaktigheten* det neste vi vurderte. Dersom eleven hadde riktig svar på NC1, men ikke NC2, vurderte vi det slik at eleven burde brukt den strategien som ga riktig svar, altså NC1 i dette eksemplet. Dersom eleven hadde riktig svar på oppgaven både på NC1 og NC2, var *hurtigheten* på oppgavene det neste vi sammenlignet. Dersom en elev for eksempel hadde løst oppgave 3 hurtigere i NC1 enn i NC2, vurderte vi det slik at eleven burde valgt strategien i NC1. Hvilken strategi elevene burde ha benyttet, symboliseres med 1 og 2. Tallet 1 står for hoppestrategien i addisjon og direkte subtraksjon i subtraksjon. Tallet 2 står for kompensasjonsstrategien i addisjon og indirekte addisjon i subtraksjon.

For å si noe om hvor adaptive elevene var på en oversiktlig måte, lagde vi en oversikt hvor vi sammenlignet strategiene elevene brukte i choice-betingelsen med strategiene de burde valgt basert på no-choice (Tabell 6). Videre lagde vi en oversikt over fleksibiliteten til hver elev. For å si noe om hvor fleksibel eleven var, så vi på strategivalgene i choice-betingelsen, mer bestemt hvor mange ganger hver strategi ble brukt. I oversikten opprettet vi en rad som het strategi 1 og en rad som het strategi 2. Dersom en elev kun brukte strategi 1 på alle oppgavene i choice-betingelsen, fikk eleven 100% på strategi 1 og 0% på strategi 2. Denne eleven ble da betraktet som 0% fleksibel, da det kun ble benyttet én strategi på alle oppgavene i choice-betingelsen. Dersom en elev derimot benyttet strategi 1 på halvparten av oppgavene, og strategi 2 på halvparten, betraktet vi at eleven hadde 50% fleksibilitet. Vi vurderte dermed det slik at 50% var den høyeste graden av fleksibilitet en elev kunne ha, da dette tilsvarte full fleksibilitet.

Tabell 5

Utdrag av datamaterialet til Grevling som viser oversikt over alle faktorer (riktig brukt av strategi, nøyaktighet og hurtighet) vi benyttet for å vurdere hvilken strategi elevene burde valgt.

Deltager	Tast	Tid (s)	Strategi	Oppg.nr.	Rett(1)/galt(0)	Burde valgt	Vurdering
Grevling	Enter	0,15	1	0	*0*	x	feil strategi på NC1
Grevling	Enter	5,19	1	1	*1*	1	tid
Grevling	Enter	5,34	1	2	*1*	1	tid
Grevling	Enter	8,12	1	3	*1*	1	tid
Grevling	Enter	10,24	1	4	*1*	1	tid
Grevling	Enter	18,57	1	5	*1*	2	tid
Grevling	Enter	11,58	1	6	*1*	2	tid
Grevling	Enter	19,33	1	7	*1*	2	tid
Grevling	Enter	7,22	1	8	*1*	2	tid
Grevling	Enter	5,21	1	9	*1*	x	feil strategi på NC1
Grevling	Enter	4,49	2	0	*1*		
Grevling	Enter	4,36	1	1	*1*		
Grevling	Enter	7,90	1	2	*1*		
Grevling	Enter	6,69	1	3	*1*		
Grevling	Enter	9,62	1	4	*1*		
Grevling	Enter	25,50	1	5	*1*		
Grevling	Enter	14,54	1	6	*1*		
Grevling	Enter	20,45	1	7	*1*		
Grevling	Enter	12,39	1	8	*1*		
Grevling	Enter	5,51	2	9	*1*		
Grevling	Enter	4,27	1	0	*1*		
Grevling	Enter	5,58	1	1	*1*		
Grevling	Enter	16,35	1	2	*1*		
Grevling	Enter	10,09	1	3	*1*		
Grevling	Enter	11,77	1	4	*1*		
Grevling	Enter	24,41	1	5	*1*		
Grevling	Enter	10,33	1	6	*1*		

Grevling	Enter	10,88	1	7	*1*
Grevling	Enter	8,17	1	8	*1*
Grevling	Enter	6,68	1	9	*1*

Tabelltekst. Kolonne 1 viser deltaker, kolonne 2 viser hvilken tast elevene trykte for å komme seg videre, kolonne 3 viser hvor lang tid eleven brukte på å løse oppgaven, kolonne 4 viser hvilken strategi elevene brukte, kolonne 5 viser oppgavenummer, kolonne 6 viser nøyaktighet, kolonne 7 viser hvilken strategi som burde blitt valgt og kolonne 8 viser hvilke faktorer vi vi har lagt til grunn for vurdering av strategi. De 10 første oppgavene er besvarelsen i choice-betingelsen. De 10 neste oppgavene er besvarelsen i NC1, og de 10 siste oppgavene er besvarelsene i NC2.

Tabell 6

Eksempel på oversikt over adaptivitet og fleksibilitet hos Grevling.

	Andel tilfeller med riktig strategi (adaptivitet)	**Fleksibilitet**	
Brøkdel	4 av 8	Strategi 1	100%
Prosent	50%	Strategi 2	0%

Tabelltekst. Tabellen viser et eksempel over grad av adaptivitet og fleksibilitet hos en elev.

Etter å ha analysert den enkelte elevs grad av adaptivitet og fleksibilitet, opprettet vi en ny Excel-fil hvor gruppenivået ble analysert. Først sammenlignet vi strategiene innenfor hver regneart. For å sammenligne, brukte vi datamaterialet fra no-choice-betingelsene. Her startet vi med å lage en tabell over hurtigheten på alle oppgavene i no-choice-betingelsen. Vi delte inn i fire tabeller: (1) En tabell for hurtighet i NC1 addisjon, (2) en for NC2 addisjon, (3) en tabell for hurtighet i NC1 subtraksjon og (4) en for NC2 subtraksjon. For hver oppgave i NC1 og NC2 fant vi gjennomsnittstiden brukt for å løse oppgavene, sammen med standardavvik for gjennomsnittene. Ved å finne gjennomsnittstiden per oppgave kunne vi si noe om hvilken av strategiene som var hurtigst å benytte seg av. Videre satte vi gjennomsnittstidene i hver regneart i NC1 og NC2 inn i et punktdiagram i Excel, for å visualisere gjennomsnittstidene til hver oppgave i hver betingelse.

Akkurat samme som vi gjorde i hurtighet, gjorde vi for nøyaktighet, bare i en ny fane inne på Excel-fila. Dersom eleven hadde fått riktig svar på oppgaven symboliserte vi svaret med 1, feil svar ble symbolisert med 0. Både i analysen for hurtighet og nøyaktighet på gruppenivå er det viktig å understreke at oppgavene hvor elevene ikke brukte obligatorisk strategi, ble vurdert som ugyldig og ble dermed ikke med i analysen.

Når vi var ferdige med analysene for hurtighet og nøyaktighet innenfor no-choice-betingelsen, gjorde vi akkurat det samme med oppgavene løst i choice-betingelsen. Vi opprettet en fane for hurtigheten i choice-betingelsen gruppenivå, og en fane med nøyaktighet i choice-betingelsen gruppenivå. Denne adskillelsen ble gjort for å enkelt sammenligne disse variablene med andre variabler. Ved å samle alle data for nøyaktighet og hurtighet i to tabeller, hadde vi dataen lett tilgjengelig i samme Excel-fil hvor resten av analysen på gruppenivå foregikk.

Videre i analysen, analyserte vi to og to variabler opp mot hverandre: Adaptivitet i addisjon og subtraksjon, adaptivitet og fleksibilitet, adaptivitet og nøyaktighet, adaptivitet og hurtighet, fleksibilitet og nøyaktighet, fleksibilitet og hurtighet. For hver analyse utførte vi statistiske mål som gjennomsnitt, standardavvik og Pearsons *r*, for å se om de ulike variablene korrelerte.

Det første vi så på, var eventuelle sammenhenger mellom adaptivitet innenfor addisjon og adaptivitet innenfor subtraksjon. For å gjøre dette lagde vi en tabell som viste adaptiviteten for hver elev innenfor addisjon og subtraksjon. Dataene benyttet i denne analysen, hentet vi fra analyser gjort på individnivå (Tabell 5 & tabell 6). For å se om de andre variablene korrelerte, utarbeidet vi tre tabeller for hver analyse. Vi opprettet en tabell med addisjon og subtraksjon for hver faktor, og en tabell som viste de gjennomsnittlige verdiene. For eksempel i adaptivitet og nøyaktighet utarbeidet vi en tabell for adaptivitet innenfor addisjon og subtraksjon og en tabell for nøyaktigheten innenfor addisjon og subtraksjon. Disse to tabellene lagde vi for å kunne opprette en tabell som viste gjennomsnittlig adaptivitet og gjennomsnittlig nøyaktighet.

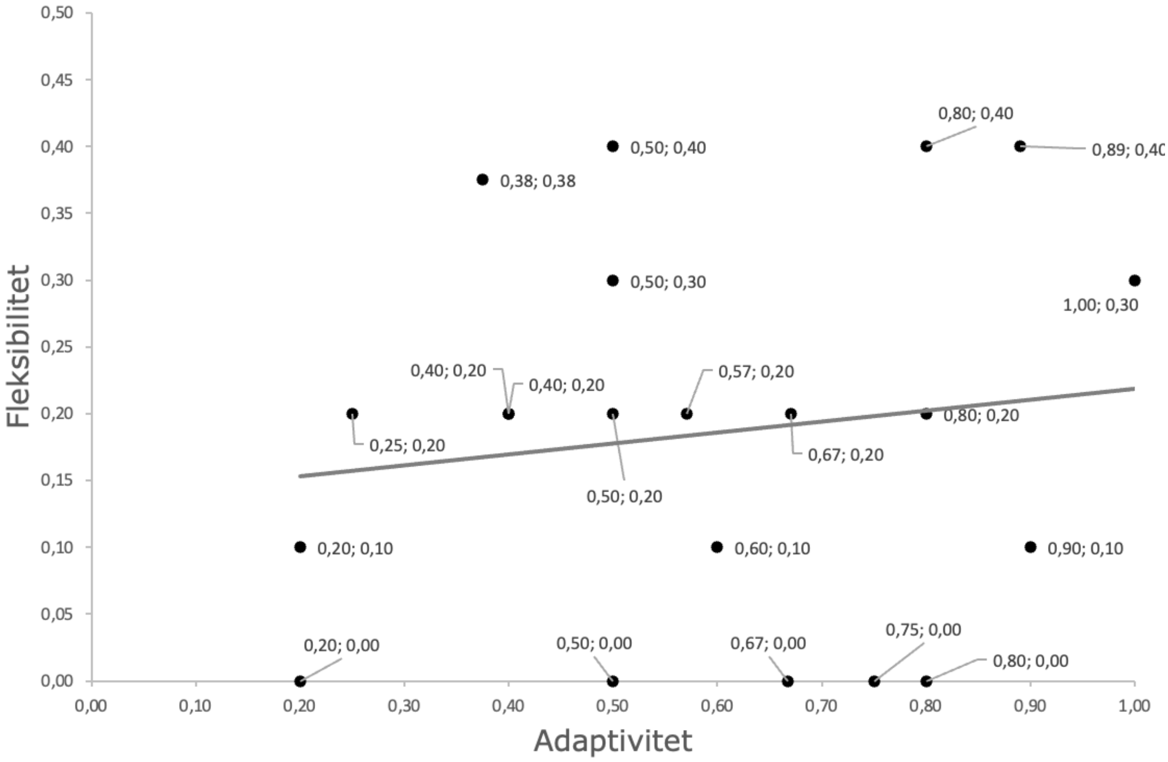
3.6.1 Korrelasjonsmål (Pearsons *r*)

Dersom to variabler korrelerer, vil en endring i ene variabelen skape endring i den andre (Field, 2009). Sammenhengen mellom de to variablene kan være positiv, negativ eller ikke til stede. Dersom variablene har positiv sammenheng, vil endring i ene variabelen gi lik endring i andre. Dersom det er negativ sammenheng mellom variablene, vil endring i ene variabelen gi motsatt endring i andre. Dersom sammenhengen ikke er til stede, vil endring i ene variabelen ikke gi endring i andre (Field, 2009). For å finne mulige sammenhenger i våre analyser, gjennomførte vi statistiske tester med Pearsons *r* (*r*-verdi).

Et korrelasjonsmål slik som Pearsons *r* vil basere seg på regresjon, hvor *r*-verdi +1 eller −1 vil påvise perfekt positiv eller negativ korrelasjon. En *r*-verdi på 0 viser at det ikke er en lineær korrelasjon mellom variablene (Bryman, 2021). En *r*-verdi mellom 0,1 til 0,3 og −0,1 til −0,3 vurderes som en svak korrelasjon. En *r*-verdi mellom 0,3 til 0,5 og −0,3 til −0,5 vurderes som en middels korrelasjon. En *r*-verdi mellom 0,5 til 1,0 og −0,5 til −1,0 vurderes som en sterk korrelasjon (Lund Research, 2018). Dersom vi bruker Figur 2 som et eksempel, ser vi en regresjonslinje som er trukket for å best representere sammenhengen mellom fleksibiliteten og adaptiviteten til elevene.

Figur 2

Elevers Adaptivitet og elevers Fleksibilitet Subtraksjon



Figurtekst. X-aksen representerer hvor elevenes adaptivitet i subtraksjon. Y-aksen representerer elevenes fleksibilitet i subtraksjon. Grad av adaptivitet varierer mellom 0,0-1,0. Grad av fleksibilitet varierer mellom 0,0-0,5. Trendlinjen markert i grått indikerer en positiv trend.

Korrelasjonskoeffisienten kvadrert (r^2) er et mål som viser hvor stor del av variansen i den ene variabelen som kan forklares av variansen i andre variabelen (Field, 2009, s. 179). For eksempel en verdi av r^2 på 0,1 vil si at 10% av variasjonen i den ene variabelen kan forklares av variasjonen i den andre.

Ofte vil det ikke være nok å kun se på korrelasjonsmålet, da *r*-verdien ikke forteller oss om korrelasjonen er tilfeldig eller reell. Her vil det være nødvendig å se på signifikansnivået for korrelasjonen, for å enten forkaste eller godta hypotesene. En hypotese forkastes om korrelasjonen er over signifikansnivået på 0,05. Eksempelvis kan en hypotese være at det finnes en korrelasjon mellom tid brukt på å gjøre matematikk og korrekte svar på en matteprøve. I dette eksemplet kan Pearsons *r* ha en verdi på 0,7, og vise til en mulig korrelasjon mellom variablene. For at den positive korrelasjonen på $r = 0{,}7$ skal være reell, er signifikansverdien (*p*-verdien) nødt til å være under 0,05. Dersom *p*-verdien er over 0,05, vil hypotesen forkastes. I våre analyser har vi først sett om det foreligger korrelasjon mellom variablene, for så å se på signifikansverdien slik at korrelasjonen enten godtas eller forkastes.

3.7 Studiens gyldighet og troverdighet

For at troverdigheten i en studie skal styrkes, er det viktig at vi som forskere er reflekterte og kritiske til egen forskningspraksis, og ikke minst tydeliggjør alle valg vi gjør (Postholm & Jacobsen, 2018). I et forskningsprosjekt er det avgjørende å redegjøre for *validiteten* og *reliabiliteten* til forskningen som er gjort. Validiteten og reliabiliteten kan på noen områder være overlappende, men sees likevel på som to individuelle begreper. Eksempelvis vil en høy reliabilitet være en forutsetning for høy validitet (Thrane, 2018). I dette underkapitlet vil vi først redegjøre for studiens validitet, studiens reliabilitet, og avslutningsvis komme med noen kritiske kommentarer omhandlende studiens anvendte metode.

3.7.1 Validitet/gyldighet

Validitet forteller oss om gyldigheten til undersøkelsen, og hvorvidt man evner å måle de teoretiske begrepene man prøver å måle (Thrane, 2018, s. 47). I dette underkapitlet vil validitet bli omtalt som gyldighet. Gyldigheten kan deles opp i to: Indre og ytre gyldighet.

Den indre gyldigheten kan beskrives ut ifra to forhold. Det første er hvorvidt det er samsvar mellom teoriene og begrepene vi benytter oss av i fortolkningen av det vi studerer. Det andre omhandler den faktiske virkeligheten av det vi studerer (Postholm & Jacobsen, 2018, 2. 229). Vi er da nødt til å spørre oss selv om vi måler det vi ønsker å måle i vår studie, altså strategieffektivitet, strategifordeling, strategirepertoar og strategivalg (Lemaire & Siegler, 1995). Begrepene omhandlende Lemaire & Siegler sitt rammeverk for strategisk kompetanse (1995) brukt i analysen, er vi nødt til å klargjøre etter beste evne for leseren. Bare da vil leseren kunne trekke slutninger om hvorvidt begrepene vi har valgt er meningsfulle for empirien (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 230). I denne studien er begrepene gjort rede for i teorikapitlet, og knyttes opp mot empiri i drøftingskapitlet.

Den ytre gyldigheten forteller oss noe om hvorvidt det vi undersøker i mindre utvalg kan generaliseres for en populasjon (Bryman et al., 2021, s. 41). I skolesammenheng handler den ytre gyldigheten om hvorvidt en studie kan reproduseres med samme utfall fra en skole til en annen. Den ytre gyldigheten blir i denne studien spesielt viktig å redegjøre for, fordi funnene kan være vanskelig å generalisere for en større populasjon enn klassen på 23 elever brukt i vår studie. I vårt tilfelle vil det være nødvendig å styrke den ytre gyldigheten, da vi ønsker å kunne si noe om eventuelle tendenser i elevenes bruk av strategier.

For å styrke den ytre gyldigheten i forskningen, gjør vi forskningen så transparent og beskrivende som mulig (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 238). Det er viktig at vi baserer resultatet og analysemetodene på objektivitet, for å forsikre at resultatets gyldighet ivaretas. I vår studie gir vi leseren en følelse av å lett kunne sette seg inn i alle steg av prosessen, hvor dette vil gi mulighet for andre å reprodusere forskningen som er gjennomført. Dersom denne studien kan reproduseres, styrkes overførbarheten til studien.

3.7.2 Reliabilitet/troverdighet

Reliabilitet handler om å kunne reprodusere de samme resultatene i en annen studie dersom samme studie ble replikert (Bryman et al., 2021, s. 40). Reliabiliteten skal altså sikre studiens troverdighet. En test-retest vil være det gunstige for å sikre troverdigheten til studien, men kan føre med seg utfordringer. Ettersom vi ser på subjektene, altså elevene, som noe i stadig endring, vil det være lite hensiktsmessig å foreta en retest da resultatene kan bli noe annerledes uansett. Dette trenger ikke skyldes feilaktige målinger eller unøyaktighet, men heller en naturlig kognitiv endringsprosess i den enkelte elev. Dermed må vi se på andre faktorer for å styrke troverdigheten til studien.

I tilfeller hvor to eller flere mennesker gjennomfører en studie sammen, kan det tenkes at analysene kan bli gjort noe annerledes hos hvert av individene. Analysene vi i denne studien har foretatt oss, er gjort i samhandling med hverandre. Før vi startet analyseringen, lagde vi oss en plan for hvordan den skulle foregå slik at begge analyserte likt. Etter at begge hadde analysert alt datamaterialet, kontrollere vi om analysene samsvarte med hverandre. Alle analysene er gjort to ganger, hvor vi begge kodet og analyserte det samme datamaterialet individuelt. Våre koder og analyser samsvarte 100%, altså hadde vi fullstendig samsvar i analyseringen, noe som styrker troverdigheten til studien. Vi gjennomførte analysene flere ganger for å sikre at det ikke eksisterte noen feil i kodingen og statistiske tester.

En annen faktor som bidrar til å styrke troverdigheten, er innsamlingen og oppbevaringen av datamaterialet. Datainnsamling som baserer seg på det menneskelige minnet, slik som intervju, kan gi både feilaktig og unøyaktig datamateriale (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 227). Vår datainnsamlingsmetode baserer seg på et digitalt instrument, som registrerer elevenes tid på hver oppgave, nøyaktighet i svar og valg av regnestrategier elektronisk. Et digitalt instrument eliminerer behovet for fysiske notater underveis i datainnsamlingen, noe som igjen styrker troverdigheten i datamaterialet vi har samlet inn.

3.7.3 Metodekritikk

I løpet av vår datainnsamling, har vi sett at det foreligger noen momenter som kan påvirke resultatet til studien. Vi vil i dette underkapitlet redegjøre for disse momentene.

Som sagt, hadde vi i forkant av hver undersøkelse en gjennomgang av hoderegningsstrategiene i addisjon og subtraksjon for elevene på tavla. Oppgavene var ment for å gi elevene innblikk i hva hver strategi innebar, og en kort forklaring i stikkordsform ble stående på tavla når undersøkelsen ble satt i gang. Her kunne det mulig bli forvirring hos elevene, dersom beskrivelsen av strategiene ikke var dekkende nok. Vi begrunner fjerning av talleksemplene med at det ikke skulle skapes mulige sammenhenger mellom hvilken strategi som kunne benyttes og karakteristikken i oppgavene på tavla. Dermed var det mest hensiktsmessig å kun etterlate beskrivelsene av strategiene i tekstform, selv om noen elever kanskje så på dette som utfordrende.

Kritikk til elevenes bruk av PsychoPy må også belyses. PsychoPy var et program elevene tidligere ikke har benyttet seg av. Det var behov for en klar og konsis beskrivelse i forkant av undersøkelsen om hvordan programmet skulle brukes. Her kan vi stille oss spørsmål om beskjedene gitt til elevene var tydelige nok, og om beskrivelsene gitt underveis i undersøkelsen var beskrivende nok. Ettersom programmet var nytt for elevene, kan det tenkes at de første oppgavene mulig kunne ta lengre tid å svare på, da elevene trenger tid på å bli kjent med programvaren. Øvingsoppgavene i forkant av undersøkelsen var med på å minimalisere tidsbruken elevene brukte på å sette seg inn i programvaren.

En annen kritikkverdig faktor ved undersøkelsen, er at det ikke var mulighet for å angre sine svar. Når elevene hadde skrevet inn svaret og trykket på "Enter", hadde de ikke mulighet å gå tilbake for å endre svaret. Dette kan både sees på som en svakhet, men også en styrke ved undersøkelsen. Når det ikke er mulig å gå tilbake, kan det skape unøyaktigheter i datamaterialet. En elev som innser at hen har skrevet feil, men brukt riktig strategi, har derfor ikke mulighet til å endre besvarelsen. Et slikt tilfelle kan sees på som en feilkilde i datamaterialet. Til tross for negative konsekvenser, kan en slik programmering være med på å måle nøyaktigheten i svarene til elevene. Dette er noe som kan være beskrivende for elevenes strategiske kompetanse, da nøyaktighet er en del av strategieffektiviteten vi ønsker å måle (Lemaire & Siegler, 1995, s. 83-84).

Ved gjennomførelsen av undersøkelsen, finnes det en mulighet for at elevene ikke gjør som de får beskjed om, og bruker andre strategier enn de som er obligatoriske. Undersøkelsen gir oss ingen garanti for at elevene svarer ærlig. Denne undersøkelsen ser på hoderegningsstrategier, noe som vil si at vi baserer resultatene på at elevene har svart ærlig om strategiene brukt. En slik faktor kan være en svakhet i datainnsamlingen, da vi ikke har kontroll over hvorvidt strategiene elevene faktisk benyttet seg av, samsvarte med strategien de rapporterte å ha brukt. Etter hver oppgave i no-choice-tilnærmingen, ble de spurt om de husket å bruke riktig strategi eller ikke. Selv om dette spørsmålet er tenkt som en slags forsikring for oss, er det likevel ikke sikkert at elevene svarer ærlig.

3.8 Forskningsetikk

Som lærerstudenter har vi benyttet oss av elever i vår forskning. Ettersom vår studie innebærer forskning som berører andre mennesker, og kan mulig være sjenerende og skadende om det er gjort uetisk, er det spesielt viktig å vurdere forskningsetikken grundig i forkant, underveis og i etterkant av prosjektet. For å sikre at deltakerne og deres personvern er ivaretatt, forholder vi oss til de nasjonale forskningsetiske retningslinjene for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi (NESH). Det foreligger derfor en del etiske forholdsregler som må tas hensyn til både i planleggingsfasen og i gjennomføring av forskningsprosjektet. I forkant av prosjektet har vi meldt studien til Norsk Senter Forskningsdata (NSD, referansenummer: 387998).

Før gjennomføringen av datainnsamlingen, fikk elevene utdelt et samtykkeskjema (Vedlegg 1) for å delta i studien. Samtykkeskjemaet hadde som oppgave å informere både foresatte og elever om studien, i tillegg til hva som var forventet av elevene som valgte å delta. Dersom elevene var under 16 år, var foresatte nødt til å skrive under. Videre ble det gjennom samtykkeskjemaet informert om at det var mulig å ikke delta på prosjektet dersom dette var ønskelig. Om noen ønsket å trekke seg underveis i prosjektet var dette mulig, uten noen konsekvenser for deltakerne. Personopplysninger som er gjeldende i vårt prosjekt er kun navnet til den enkelte elev gitt ved samtykkeerklæring. Disse personopplysningene tar vi vare på i låst skap frem til studien er vurdert, hvor de så vil bli makulert. Elevene fikk under prosjektet utdelt et kandidatnavn bestående av tilfeldige dyr, slik at vi ikke kan spore elevsvar tilbake til den enkelte elev. Ved dyrenavn ble anonymiteten hos deltakerne i studien ivaretatt.

4 Resultat

I dette kapitlet vil vi presentere en analyse av datamaterialet. Datamaterialet er analysert for å svare på problemstillingen omhandlende innsikt i elevers strategiske kompetanse i hoderegningsstrategier. I analysen har vi tatt utgangspunkt i Lemaire & Siegler (1995) sitt rammeverk for strategisk kompetanse. Vi tar for oss modellens fire dimensjoner: (1) strategieffektivitet, (2) strategifordeling, (3) strategirepertoar og (4) strategivalg.

Innenfor dimensjonen (1) strategieffektivitet analyserer vi *hurtigheten* og *nøyaktigheten* i elevbesvarelsene. Dimensjonene strategifordeling og strategirepertoar ser vi på samtidig. Innenfor dimensjonene (2) strategifordeling og (3) strategirepertoar analyserte vi *fleksibiliteten*. Fleksibilitet handler om å evne og bruke flere strategier, i tillegg til hvor ofte hver strategi brukes (Heinze et al., 2009b). For å bruke flere strategier, må man ha mer enn en strategi i sitt strategirepertoar. Elevene i vår studie hadde to strategier for hver regneart i sitt strategirepertoar. Strategifordelingen til hver elev forteller oss hvorvidt de to strategiene brukes fleksibelt. Dimensjonen (4) strategivalg omhandler grad av adaptivitet, da adaptivitet sier noe om evnen eleven har til å velge og benytte seg av den mest effektive strategien (Heinze et al., 2009b). Hvorvidt en regnestrategi vurderes som effektiv, vil avhenge av hvor nøyaktig og hurtig den er (Blöte et al., 2001). Vi har derfor fire variabler som vi i dette kapitlet ser opp mot hverandre: Hurtighet, nøyaktighet, adaptivitet og fleksibilitet.

På addisjonsoppgavene brukte elevene i gjennomsnitt 8 minutter 8 sekunder ($SD = 2{,}39\, min$). Gjennomsnittlig tid på subtraksjonsoppgaven var 8 minutter 31 sekunder ($SD = 2{,}57\, min$).

4.1 Strategieffektivitet: Hoderegningsstrategier som gir hurtigst og mest nøyaktig svar

For å avgjøre om det foreligger noen sammenhenger mellom hurtighet og nøyaktighet, vil vi først se på sammenhenger i addisjonsoppgavene, deretter subtraksjonsoppgavene. Innenfor hver regneart vil vi presentere våre funn innenfor hurtighet og nøyaktighet, for så å se på sammenhenger. Sammenhengen mellom addisjon og subtraksjon vil komme i neste underkapittel.

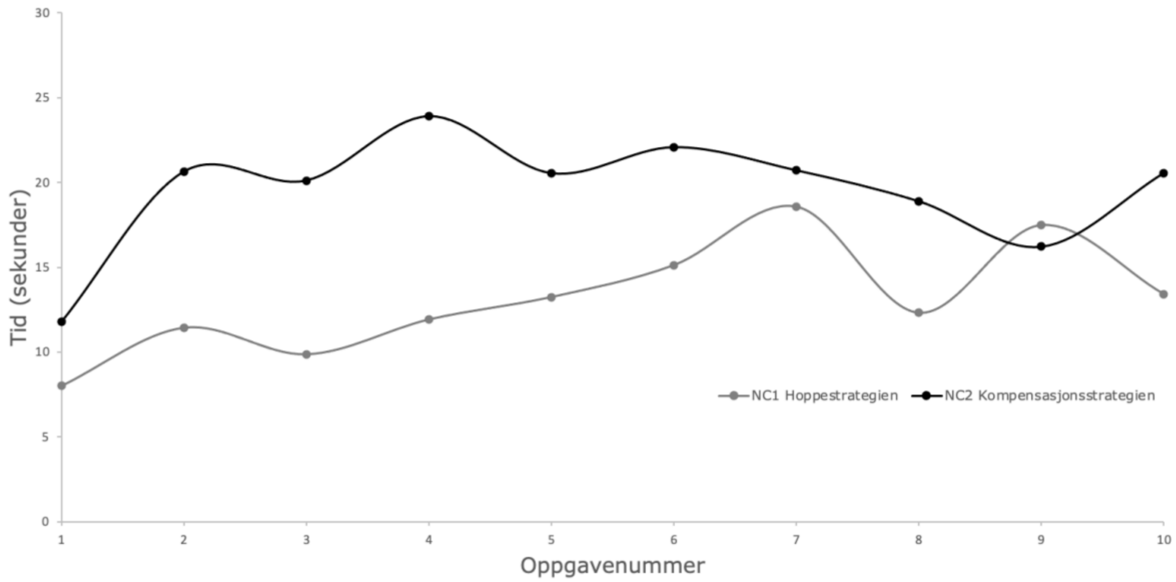
4.1.2 Addisjon

4.1.2.1 Hurtighet

I vår studie fant vi at hoppestrategien ga hurtigst svar på addisjonsoppgavene. Figur 3 viser en oversikt over den gjennomsnittlige tiden elevene brukte på oppgavene i no-choice innenfor addisjon. Av figuren kommer det frem et skille mellom tidsbruken i hoppestrategien og kompensasjonsstrategien. Oppgavene hvor hoppestrategien er brukt, har en gjennomsnittstid på 13,14 sekunder ($SD = 7{,}7\, sek$), og kompensasjonsstrategien en gjennomsnittstid på 19,54 sekunder ($SD = 11{,}70\, sek$). I oppgave 9 kommer det frem at kompensasjonsstrategien gjennomsnittlig var 1,30 sekunder raskere å bruke enn hoppestrategien. Dette kan skyldes at oppgaven var utformet for bruk av kompensasjonsstrategien. Oppgave 10 var også utformet slik at kompensasjonsstrategien skulle vært mest effektivt å benytte seg av. Elevene brukte i gjennomsnitt 8,00 sekunder mer tid med kompensasjonsstrategien enn med hoppestrategien på oppgave 10. At hoppestrategien generelt ga hurtigere svar, kan indikere at hoppestrategien generelt er en strategi som er raskere å bruke for elevene. Den generelle økningen i tid ved bruk av kompensasjonsstrategi på oppgave 10 ser vi også på individnivå (Figur 4 & 5).

Figur 3

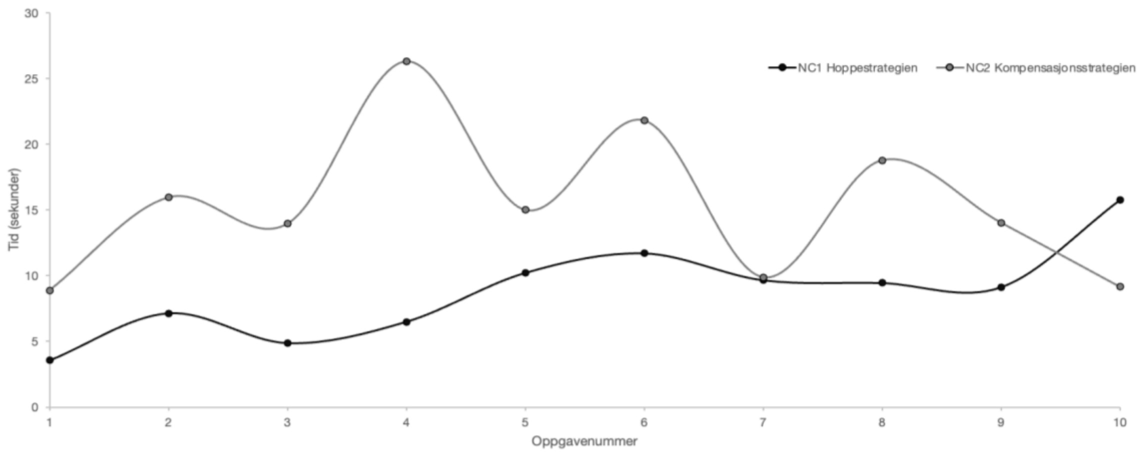
Hurtighet gruppenivå addisjon



Figurtekst. X-aksen representerer oppgave 1-10. Y-aksen representerer tid i sekunder, altså hvor hurtig oppgavene ble løst. Elevenes bruk av hoppestrategien er markert i grått og kompensasjonsstrategien markert i svart.

Figur 4

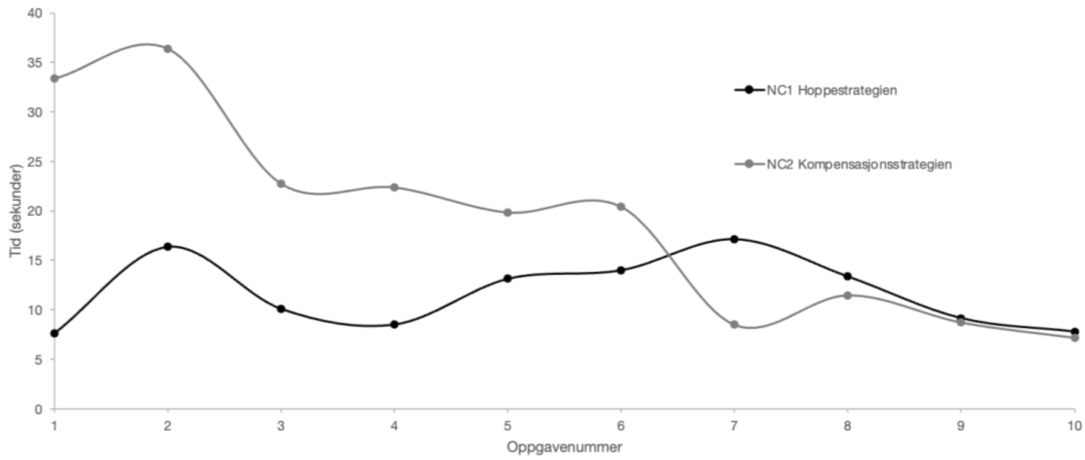
Tid NC1 & NC2 Elg



Figurtekst. X-aksen representerer oppgave 1-10. Y-aksen representerer tid i sekunder, altså hvor hurtig oppgavene ble løst. Elevenes bruk av hoppestrategien er markert i grått og kompensasjonsstrategien markert i svart.

Figur 5

Tid NC1 & NC2 Løve



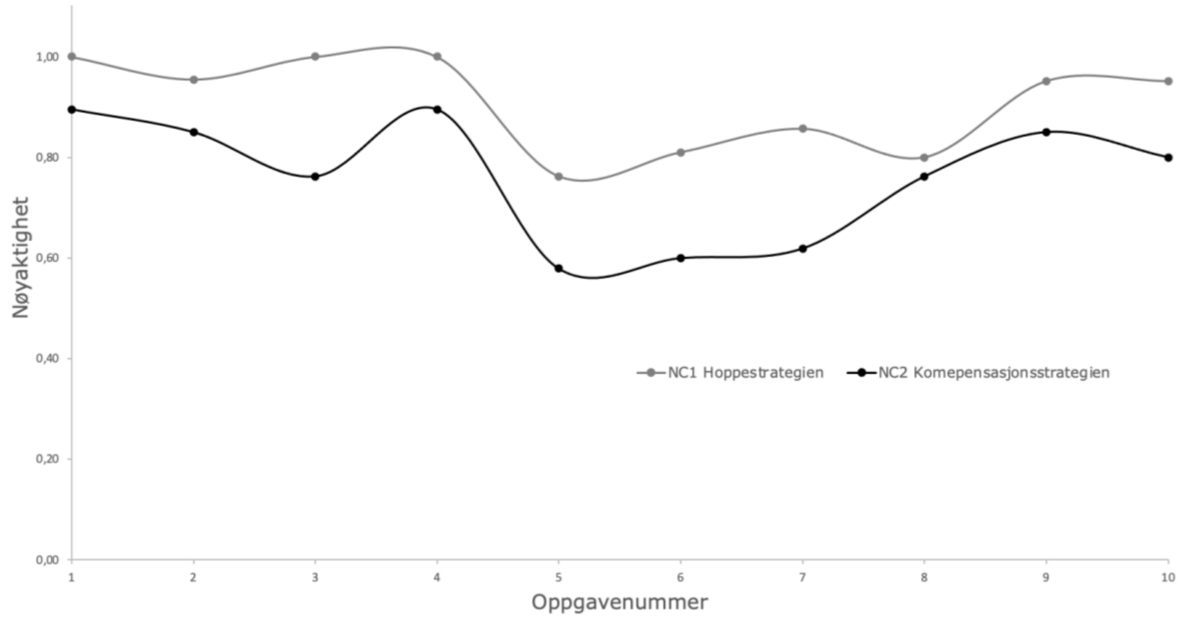
Figurtekst. X-aksen representerer oppgave 1-10. Y-aksen representerer tid i sekunder, altså hvor hurtig oppgavene ble løst. Elevenes bruk av hoppestrategien er markert i grått og kompensasjonsstrategien markert i svart.

4.1.2.2 Nøyaktighet

Ikke bare var hoppestrategien hurtigere, den var også mer nøyaktig. Når elevene løste oppgaver med hoppestrategien, løste de i gjennomsnitt 91% av oppgavene korrekt. Når elevene løste oppgaver med kompensasjonsstrategien, løste de i gjennomsnitt 76% av oppgavene korrekt (Figur 6). Dersom vi ser på funnene i nøyaktighet opp mot hurtighet, kan vi se at nøyaktigheten innenfor NC1 og NC2 gjenspeiler funnene rundt hurtigheten av de to strategiene. Elevene fikk i gjennomsnitt færre riktige svar ved bruk av kompensasjonsstrategien, til tross for at de brukte lengre tid på å løse oppgavene med denne strategien. Dette kan tilsi at kompensasjonsstrategien er mindre automatisert for elevene enn hva hoppestrategien er, noe som påvirker nøyaktigheten i svarene. Dette kommer vi tilbake til i diskusjonskapitlet. Vi kan derfor si at det virker som at hoppestrategien er den beste strategien å bruke i henhold til nøyaktighet innenfor addisjonsoppgaver.

Figur 6

Nøyaktighet Gruppenivå Addisjon



Figurtekst. X-aksen representerer oppgave 1-10. Y-aksen representerer riktige svar. Hvor mange riktige svar elevene har fått varierer mellom 0,0-1,0. Elevenes bruk av hoppestrategien er markert i grått, og kompensasjonsstrategien markert i svart.

4.1.3 Subtraksjon

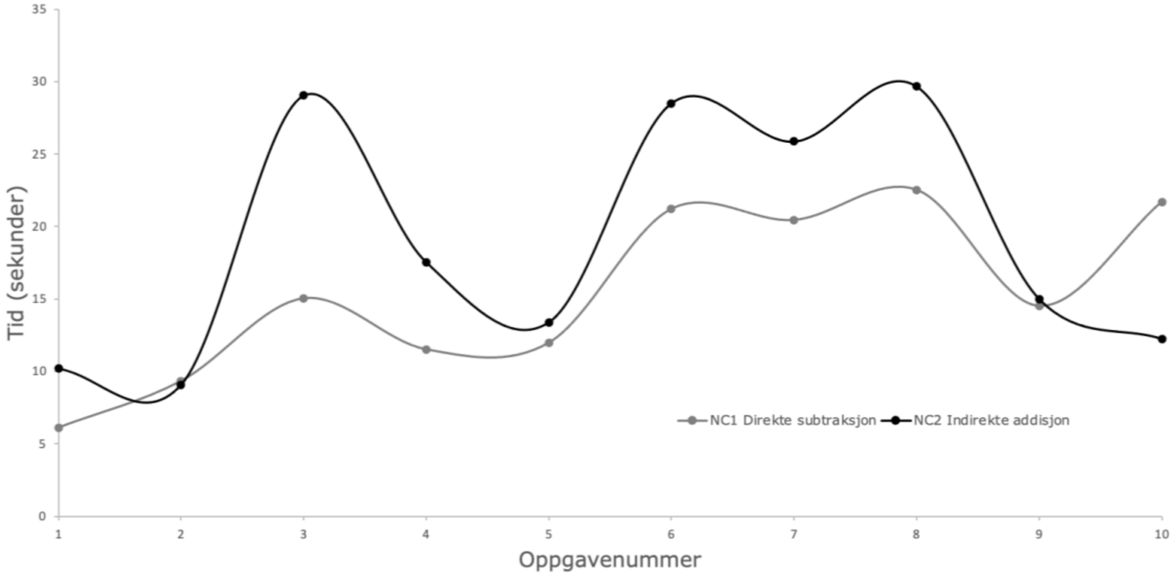
4.1.3.1 Hurtighet

I vår studie fant vi at direkte subtraksjon ga hurtigst svar på oppgavene. Tidsbruken på oppgavene hvor indirekte addisjon ble benyttet, var betraktelig høyere enn oppgavene løst med direkte subtraksjon. Elevenes gjennomsnittlige tidsbruk på oppgavene med bruk av direkte subtraksjon var på 15,5 sekunder ($SD = 11{,}23\ sek$). Tidsbruken til oppgavene med indirekte addisjon var i gjennomsnitt 19,0 sekunder ($SD = 15{,}11\ sek$). Det er spesielt oppgave 3 som utmerker seg, da det her er brukt lang tid med indirekte addisjon. Tidsbruken på oppgave 3 med indirekte addisjon var 29,0 sekunder ($SD = 6{,}57\ sek$), og tidsbruken på oppgave 3 på direkte subtraksjon var 15,0 sekunder ($SD = 18{,}64\ sek$). Vi kan ut ifra disse funnene si at direkte subtraksjon muligens er den hurtigste strategien.

Oppgave 10 var utformet slik at bruken av indirekte addisjon ville være effektiv. Elevene brukte i gjennomsnitt 22,00 sekunder ($SD = 14{,}9\ sek$) ved bruk av direkte subtraksjon, og 12,00 sekunder ($SD = 5{,}17\ sek$) ved bruk av indirekte addisjon. Denne tidsbruken ved bruk av indirekte addisjon på oppgave 10, tilsier at det ikke alltid var like effektivt å bruke av direkte subtraksjon.

Figur 7

Hurtighet Gruppenivå Subtraksjon



Figurtekst. X-aksen representerer oppgave 1-10. Y-aksen representerer tid i sekunder, altså hvor hurtig oppgavene ble løst. Elevenes bruk av direkte subtraksjon er markert i grått og indirekte addisjon er markert i svart.

Tabell 7 viser en elev som i sine besvarelser brukte direkte subtraksjon (Strategivalg 1) på alle choice-oppgavene. Etter vår analyse av besvarelsene til eleven, både i choice og no-choice, fant vi ut at eleven var like nøyaktig uavhengig av hvilken regnestrategi som ble brukt. Likevel hadde benyttelsen av regnestrategier et avvik i tid. Tiger brukte kortere tid når indirekte addisjon ble benyttet i motsetning til direkte subtraksjon. Det er kun på oppgave 3 og 8 at besvarelsene tilsa at eleven burde benyttet seg av direkte subtraksjon, basert på tidsbruken.

Tabell 7

Tid og valg av strategi til deltageren Tiger

Svar	*Choice*	*NC1*	*NC2*	*Oppgavenr.*	*Deltager*	*Tid (sekunder)*	*Strategivalg*	*Burde valgt*
73	51 + 22 =			1	Tiger	7,1	1	1
75	32 + 43 =			2	Tiger	7,1	1	x
77	23 + 54 =			3	Tiger	13,2	1	1
79	43 + 36 =			4	Tiger	10,4	1	1
61	57 + 24 =			5	Tiger	24,2	1	1
71	43 + 28 =			6	Tiger	8,9	1	2
73	15 + 68 =			7	Tiger	18,5	1	x
71	22 + 49 =			8	Tiger	23,9	1	1
77	58 + 19 =			9	Tiger	27,0	1	x

88	69 + 19 =			10	Tiger	14,4	1	1
63		41 + 22 =		1	Tiger	7,6	1	
75		42 + 33 =		2	Tiger	16,3	1	
77		43 + 34 =		3	Tiger	10,1	1	
79		53 + 26 =		4	Tiger	8,5	1	
91		77 + 14 =		5	Tiger	13,1	1	
91		63 + 28 =		6	Tiger	14,0	1	
72		25 + 48 =		7	Tiger	17,1	1	
71		32 + 39 =		8	Tiger	13,3	1	
87		48 + 39 =		9	Tiger	9,1	1	
78		49 + 29 =		10	Tiger	7,8	1	
53			31 + 22 =	1	Tiger	8,1	1	
85			62 + 23 =	2	Tiger	10,1	2	
87			63 + 24 =	3	Tiger	12,8	1	
89			73 + 16 =	4	Tiger	56,9	1	
81			37 + 44 =	5	Tiger	29,4	1	
81			43 + 38 =	6	Tiger	10,9	1	
82			45 + 38 =	7	Tiger	17,0	1	
__			52 + 29 =	8	Tiger	3,7	1	
47			18 + 29 =	9	Tiger	10,3	2	
98			59 + 39 =	10	Tiger	28,0	1	

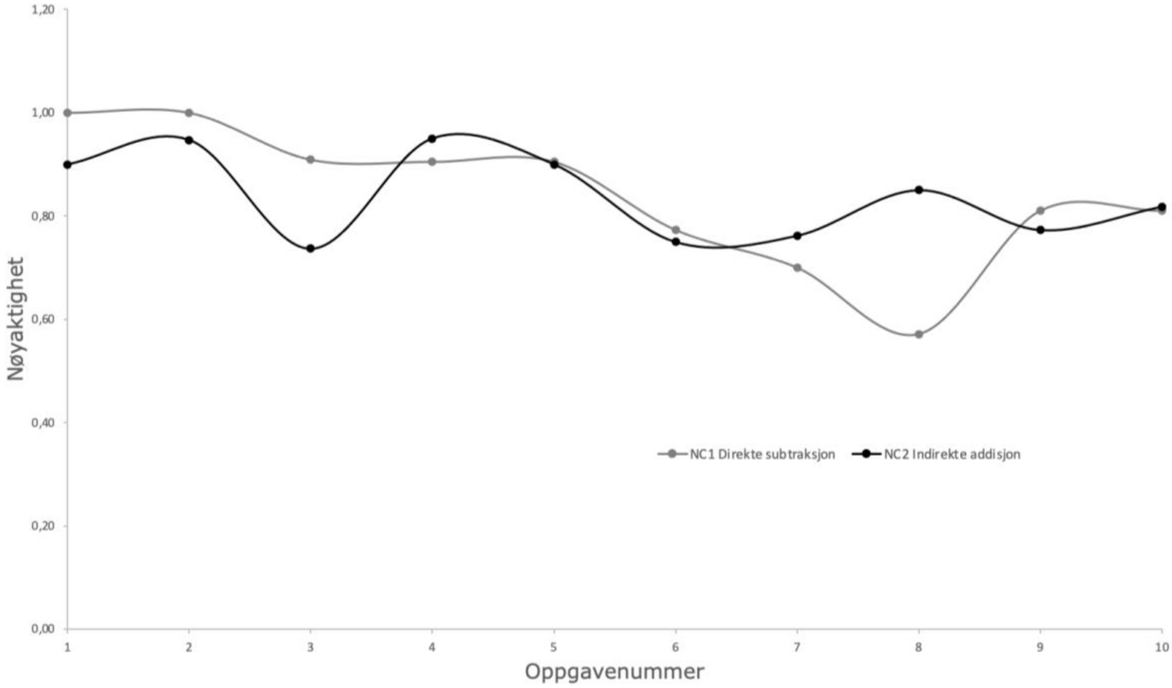
Tabelltekst. Kolonne 1 viser hva elev svarte på addisjonsoppgavene. Kolonne 2 viser oppgavene i choice-betingelsen. Kolonne 3 viser oppgavene i NC1. Kolonne 4 viser oppgavene i NC2. Kolonne 5 er nummeret på oppgavene i de ulike betingelsene. Kolonne 6 viser til hvilken deltaker datamaterialet tilhører. Kolonne 7 viser tid brukt for å besvare oppgavene. Kolonne 8 er hvilken strategi eleven benyttet seg av for å løse oppgavene. Under choice-betingelsen representerer strategi 1 hoppestrategien, og strategi 2 kompensasjonsstrategien. I NC1 og NC2 symboliserer 1 at de har brukt den obligatoriske strategien, og 2 at de har brukt en annen strategi. Kolonne 9 viser hvilken strategi eleven i choice-betingelsen *burde* ha brukt, basert på hvilke svar som ga hurtigst og mest nøyaktig svar i no-choice-betingelsene. I kolonne 9 refererer strategi 1 til hoppestrategien, og strategi 2 til kompensasjonsstrategien. Dersom eleven ikke brukte den obligatoriske strategien i en av no-choice-betingelsene, ble oppgaven vurdert som ugyldig og symbolisert med x.

4.1.3.2 Nøyaktighet

Innenfor nøyaktigheten på oppgavene med bruk av subtraksjonsstrategiene, ser vi liten forskjell (0,1%) mellom det generelle gjennomsnittet av direkte subtraksjon og det generelle gjennomsnittet av indirekte addisjon.

Figur 8

Nøyaktighet Gruppenivå Subtraksjon



Figurtekst. X-aksen representerer oppgave 1-10. Y-aksen representerer nøyaktigheten. Hvor mange riktige svar elevene har fått varierer mellom 0,0-1,0, hvor 0,0 er ingen riktige svar, og 1,0 er riktige svar på alle oppgavene. Elevenes bruk av direkte subtraksjon er markert i grått og indirekte addisjon er markert i svart.

Elevene fikk i gjennomsnitt 83,8% korrekte svar ved bruk av direkte subtraksjon, og i gjennomsnitt 83,9% korrekte svar ved bruk av indirekte addisjon. Vi ser to oppgaver som skiller seg mer ut enn de andre, nemlig oppgave 3 og oppgave 8. På oppgave 3 fikk elevene gjennomsnittlig 90,9% korrekte svar ved bruk av direkte subtraksjon, men bare 73,7% korrekte svar ved bruk av indirekte addisjon. Dette kan være et resultat av oppgavenes utforming. Et funn med samme likheter kan vi se på oppgave 8, hvor i dette tilfellet direkte subtraksjon skapte langt færre korrekte svar, sett opp mot resten av oppgavene hvor strategien ble benyttet.

4.1.4 Oppsummering av strategiers hurtighet og nøyaktighet.

Dersom vi følger de gjennomsnittlige tendensene i Figur 3 og Figur 7, ser vi noen sammenhenger: Blant annet ser vi at den korte svartiden på hoppestrategien korresponderer med den høye graden av nøyaktighet i svarene på addisjonsoppgavene. Vi ser at den gjennomsnittlige tidsbruken ved bruk av kompensasjonsstrategien generelt er litt høyere enn ved bruk av hoppestrategien, og at nøyaktigheten generelt er litt lavere ved kompensasjonsstrategien.

Vi kan også se sammenhenger mellom hurtigheten og nøyaktigheten i subtraksjonsoppgavene. Flere av oppgavene hvor elevene i gjennomsnitt brukte lengre tid, er også oppgaver hvor nøyaktigheten ble lavere; noe vi kan se på oppgave 3 i indirekte addisjon, og oppgave 8 i direkte subtraksjon (Figur 7). Hurtigheten i oppgave 3 lå som allerede nevnt i gjennomsnitt på 29,00 sekunder, noe som var 20,00 sekunder mer enn forrige oppgave innenfor samme regnestrategi. En slik kontrast fant vi også i nøyaktigheten til oppgave 3 og dens foregående og kommende oppgaver. Nøyaktigheten falt fra 94,7% i oppgave 2, til 73,7% i oppgave 3 (Figur 8).

4.2 Strategivalg: Sammenheng mellom elevers adaptivitet i addisjon og adaptivitet i subtraksjon

For å svare på om det foreligger en sammenheng mellom elevenes adaptivitet i addisjon og subtraksjon, vurderte vi det hensiktsmessig å se sammenhengen på gruppenivå. Dette gjorde vi ved å se på den gjennomsnittlige adaptiviteten i addisjon og gjennomsnittlig adaptivitet i subtraksjon til hver deltaker.

En Pearson-korrelasjonskoeffisient ble beregnet for å vurdere den lineære sammenhengen mellom elevers adaptivitet i addisjon og adaptivitet i subtraksjon på gruppenivå. Vi fant en negativ korrelasjon mellom de to variablene, men korrelasjonen var ikke signifikant, $r(20) = -0{,}16, p = 0{,}49.$ En korrelasjonskoeffisient på −0,16 vurderes som svak (Lund Research, 2018). Den kvadrerte korrelasjonskoeffisienten (r^2) var 0,026 som betyr at 2,6% av elevenes adaptivitet i addisjon kan forklares av deres adaptivitet i subtraksjon (og motsatt). I vår studie fant vi ingen sammenheng mellom adaptivitet i addisjon og subtraksjon.

Tabell 8

Elevers Adaptivitet innenfor Addisjon og Subtraksjon

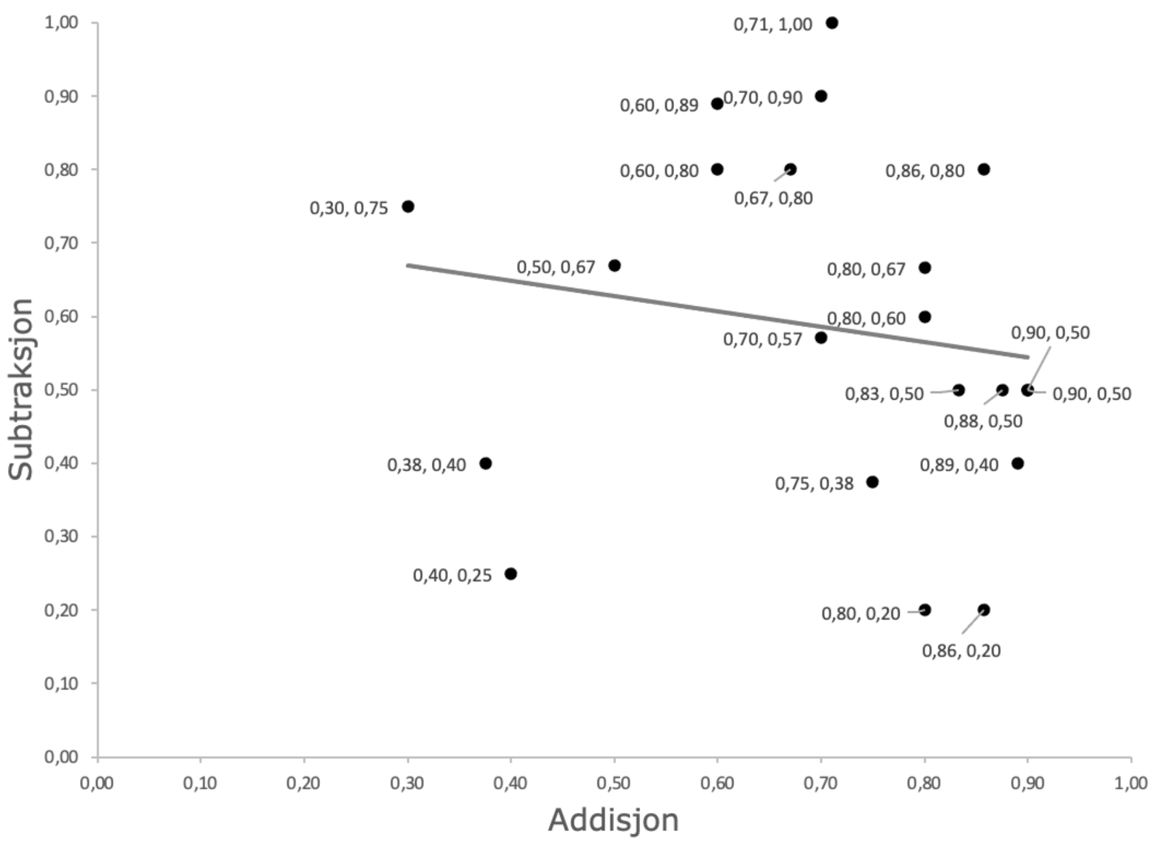
Deltaker	*Addisjon*	*Subtraksjon*
Bever	0,88	0,50
Ekorn	0,90	0,50
Elg	0,60	0,80
Gaupe	0,67	0,80
Grevling	0,90	0,50
Hund	0,80	0,20
Isbjørn	0,60	0,89
Kamel	0,30	0,75
Kanin	0,50	
Koala	0,40	0,25
Ku	0,89	0,40
Leopard	0,75	0,38
Løve	0,86	0,80
Mus	0,50	0,67
Neshorn	0,70	0,90
Panda	0,71	1,00
Pingvin	0,83	0,50
Rein	0,38	0,40
Rev	0,70	0,57

Sau	0,80	0,60
Tiger	0,86	0,20
Ulv	0,80	0,67

Tabelltekst. Tabellen viser den gjennomsnittlige adaptiviteten til elevene, både i addisjon og subtraksjon. Kolonne 1, viser til hvilken deltaker datamaterialet horisontalt i tabellen tilhører. Kolonne 2 viser grad av adaptivitet eleven viste ved addisjonsoppgavene, hvor 0,0 er 0% adaptiv, og 1,0 er 100% adaptiv. Kolonne 3 viser det samme, bare i subtraksjon. Dersom det mangler datamateriale (blank rute) hos en deltaker, er dette på grunn av manglende eller ikke tolkbar data som for eksempel feil strategibruk eller unøyaktig svar.

Figur 9

Elevers Adaptivitet innenfor Addisjon og Subtraksjon



Figurtekst. X-aksen representerer hvor adaptiv elevene var i addisjon. Y-aksen representerer hvor adaptive elevene var i subtraksjon. Grad av adaptivitet varierer mellom 0,0-1,0, hvor 0,0 er 0% adaptiv, og 1 er 100% adaptiv. Elever med høy adaptivitet innenfor addisjon, vil befinne seg nært 1 på x-aksen. Likt vil adaptiviteten i subtraksjon øke langs y-aksen, og elever med høy adaptivitet innenfor subtraksjon vil befinne seg nært 1 på y-aksen. Trendlinjen markert i grått definerer en negativ trend.

På gruppenivå finner vi flere ulike sammensetninger av elevers adaptivitet. I datamaterialet har vi elever med høy adaptivitet i addisjon, men lav i subtraksjon. Dette kan vi eksempelvis se på elev markert som punkt (0,40, 0,25) og (0,37, 0,40) (Figur 9). Andre sammensetninger er elever som har høy adaptivitet både i addisjon og subtraksjon, eksempelvis punkt (0,71, 1,00) og (0,85, 0,80) (Figur 9). Datamaterialet er *for* spredt til å kunne argumentere for en korrelasjon i adaptiviteten innenfor addisjon og subtraksjon. Ut ifra dette kan vi komme med antagelser om at en elev som er adaptiv i addisjon, ikke nødvendigvis trenger å være adaptiv i subtraksjon, og motsatt. Dermed kan vi tenke oss at elever som både er adaptiv i addisjon og subtraksjon er tilfeldigheter, da det ikke er noe som tilsier at det foreligger en generell korrelasjon mellom variablene.

4.3 Strategivalg: Sammenheng mellom elevers adaptivitet og nøyaktighet

En Pearson-korrelasjonskoeffisient ble beregnet for å vurdere den lineære sammenhengen mellom elevers adaptivitet og elevers nøyaktighet. Det er en positiv korrelasjon mellom de to variablene, $r(20) = 0{,}43, p = 0{,}049.$ En korrelasjonskoeffisient på 0,43 betraktes som en middels korrelasjon (Lund Research, 2018). Den kvadrerte korrelasjonskoeffisienten (r^2) var 0,185 som betyr at 18,5% av elevenes adaptivitet kan forklares av deres nøyaktighet (og motsatt). Vi kan dermed si at det er en mulighet for at jo mer adaptiv man er, jo høyere er sannsynligheten for at man svarer rett.

Tabell 9

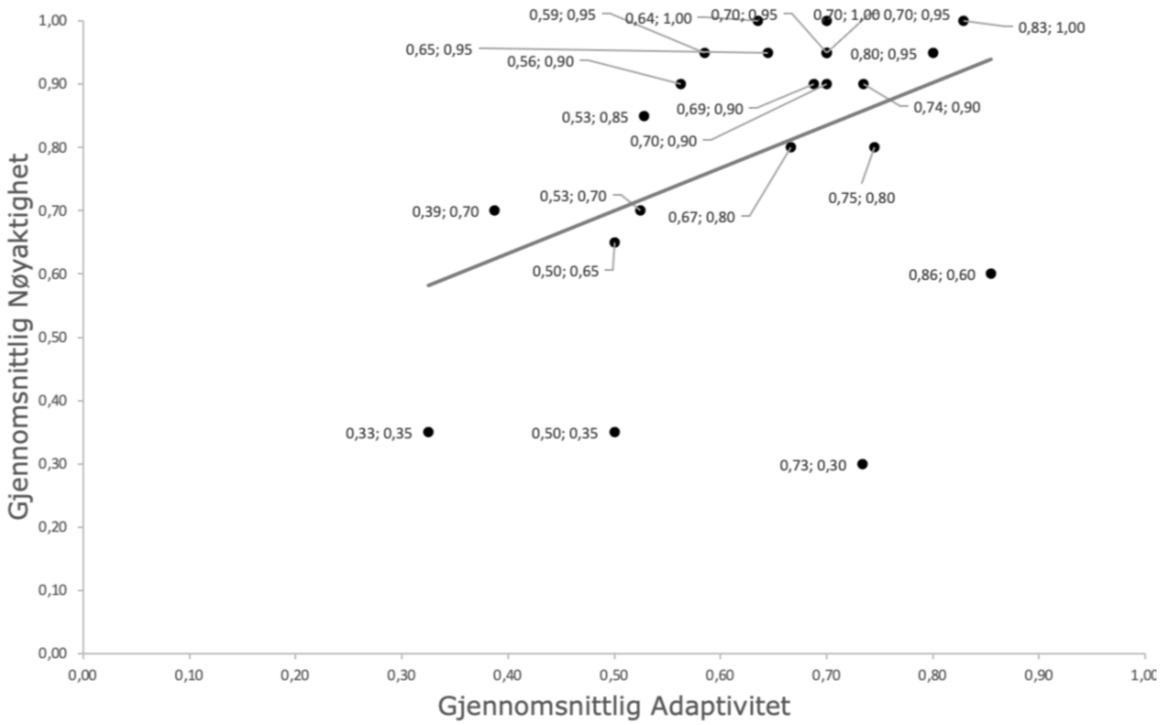
Sammenheng mellom elevers Adaptivitet og Nøyaktighet

Deltager	*Gj.snitt Adaptivitet*	*Gj.snitt Nøyaktighet*
Bever	0,69	0,90
Ekorn	0,70	0,90
Elg	0,70	1,00
Gaupe	0,74	0,90
Grevling	0,70	0,95
Hund	0,50	0,65
Isbjørn	0,75	0,80
Kamel	0,53	0,70
Kanin	0,50	0,35
Koala	0,33	0,35
Ku	0,65	0,95
Leopard	0,56	0,90
Løve	0,83	1,00
Mus	0,59	0,95
Neshorn	0,80	0,95
Panda	0,86	0,60
Pingvin	0,67	0,80
Rein	0,39	0,70
Rev	0,64	1,00
Sau	0,70	0,95
Tiger	0,53	0,85
Ulv	0,73	0,30

Tabelltekst. Tabellen viser den gjennomsnittlige adaptiviteten og nøyaktigheten til hver deltaker i addisjon og subtraksjon. Kolonne 1 viser til hvilken deltaker datamaterialet horisontalt i tabellen tilhører. Kolonne 2 viser til den gjennomsnittlige adaptiviteten i addisjon og subtraksjon. Kolonne 3 viser den gjennomsnittlige nøyaktigheten til hver elev i addisjon og subtraksjon. Nøyaktigheten varierer fra 0,0-1,0, hvor 0,0 er 0% nøyaktig, og 1,0 er 100% nøyaktig.

Figur 10

Sammenheng mellom elevers Adaptivitet og Nøyaktighet



Figurtekst. X-aksen representerer hvor adaptiv elevene var i addisjon. Y-aksen representerer hvor adaptive elevene var i subtraksjon. Grad av adaptivitet varierer mellom 0,0-1,0. Desto lengre man forflytter seg på x-aksen, desto mer adaptiv er eleven. Desto høyere man befinner seg på y-aksen, desto mer nøyaktige svar på oppgavene. Dersom eleven har fått riktig på alle oppgavene, vil eleven befinne seg på 1,0, altså 100%. Det er derfor ikke mulig å komme lengre opp på y-aksen enn 1,0. Trendlinjen markert i grått definerer en negativ trend.

4.4 Strategifordeling og Strategirepertoar: Sammenhenger mellom elevers fleksibilitet opp mot elevers adaptivitet og nøyaktighet

Videre vil vi se på eventuelle sammenhenger mellom elevers fleksibilitet opp mot elevers adaptivitet og nøyaktighet. Vi vil først se om det foreligger noen sammenheng mellom adaptivitet og fleksibilitet innenfor addisjon og subtraksjon. Deretter vil vi se om det finnes en mulig sammenheng mellom fleksibilitet og nøyaktighet.

4.4.1 Sammenheng mellom elevers fleksibilitet og elevers adaptivitet

Vi vil først se på addisjon og subtraksjon hver for seg. Deretter vil vi se om det er mulige sammenhenger mellom elevers fleksibilitet og elevers adaptivitet, i både addisjon og subtraksjon. For å få et representativt punktdiagram for både addisjon og subtraksjon, bruker vi den gjennomsnittlige fleksibiliteten og den gjennomsnittlige adaptiviteten som variabler.

4.4.1.1 Addisjon

En Pearson-korrelasjonskoeffisient ble beregnet for å vurdere den lineære sammenhengen mellom elevers adaptivitet og elevers fleksibilitet i addisjon. Vi fant negativ korrelasjon mellom de to variablene, $r(20) = -0{,}48, p = 0{,}07$. En Pearsons korrelasjonskoeffisient på $-0{,}48$ betraktes som en middels korrelasjon. Den kvadrerte korrelasjonskoeffisienten (r^2) var 0,23 som betyr at 23% av elevenes fleksibilitet i addisjon kan forklares av deres adaptivitet i addisjon (og motsatt).

Siden $p>0{,}05$, har vi ikke bevis for at det foreligger en lineær sammenheng mellom variablene. Ved at det ikke var noen lineær sammenheng, finnes det muligens *ikke* er en reell korrelasjon mellom variablene, altså at korrelasjonen er tilfeldig. Signifikansverdien ligger derimot kun 0,02 over 0,05, og vi kan derfor ikke utelukke at korrelasjonen er reell dersom et større utvalg av deltagere hadde blitt benyttet. Dersom vi tar utgangspunkt i at korrelasjonen faktisk er reell, har vi mulig følgende funn: I addisjonsoppgaver ser vi at desto mer adaptiv man er, jo mindre fleksibel blir man. Sagt med andre ord; jo mer kapabel man er til å velge den mest effektive strategien, jo mindre bytter man mellom strategier.

Tabell 10

Elevers Adaptivitet og elevers Fleksibilitet i Addisjon

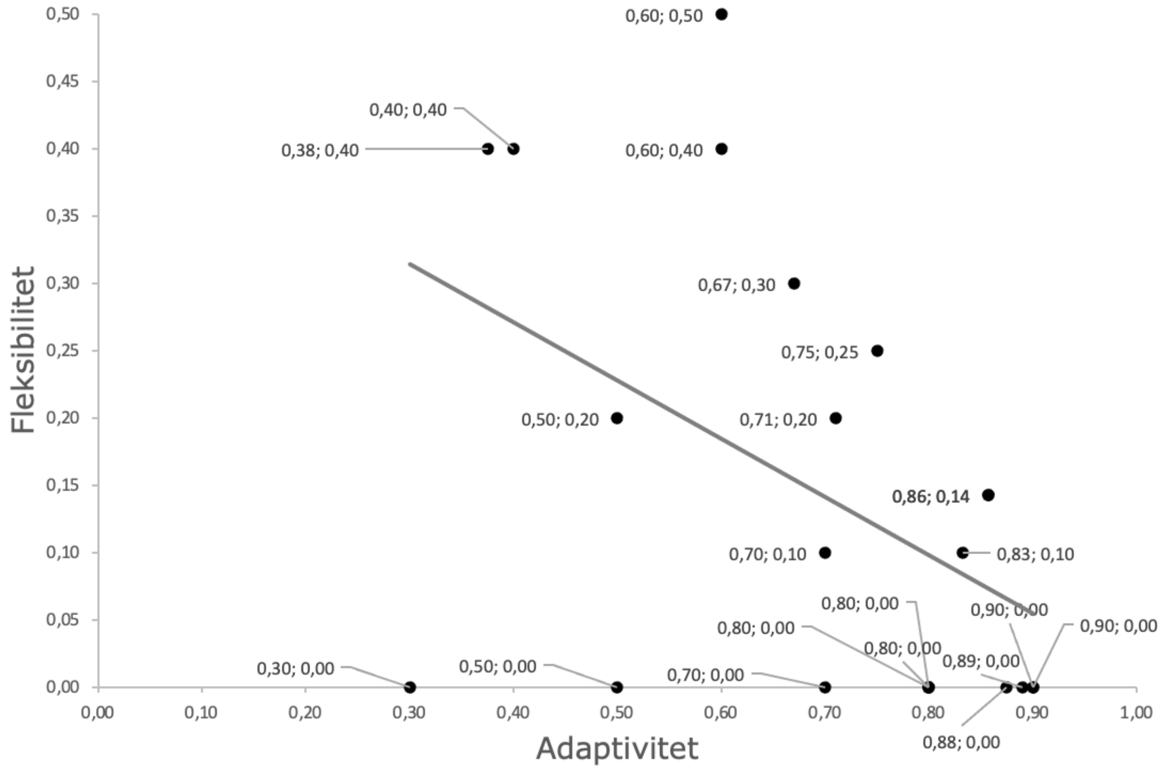
Deltaker	*Gj.snitt Adaptivitet*	*Gj.snitt. Fleksibilitet*
Bever	0,88	0,00
Ekorn	0,90	0,00
Elg	0,60	0,50
Gaupe	0,67	0,30
Grevling	0,90	0,00
Hund	0,80	0,00
Isbjørn	0,60	0,40
Kamel	0,30	0,00

Kanin	0,50	0,00
Koala	0,40	0,40
Ku	0,89	0,00
Leopard	0,75	0,25
Løve	0,86	0,14
Mus	0,50	0,20
Neshorn	0,70	0,00
Panda	0,71	0,20
Pingvin	0,83	0,10
Rein	0,38	0,40
Rev	0,70	0,10
Sau	0,80	0,00
Tiger	0,86	0,14
Ulv	0,80	0,00

Tabelltekst. Tabellen viser den gjennomsnittlige adaptiviteten og fleksibiliteten til elevene i addisjon. Kolonne 2 viser den samlede gjennomsnittlige adaptiviteten til elevene i addisjon. Kolonne 3 viser den samlede gjennomsnittlige fleksibiliteten til hver av elevene i addisjon. Fleksibiliteten varierer fra 0,0-0,5, hvor 0,0 er 0% fleksibel og 0,5 er 100% fleksibel.

Figur 11

Elevers Adaptivitet og elevers Fleksibilitet Addisjon



Figurtekst. X-aksen representerer hvor adaptiv elevene var i addisjon. Adaptiviteten varierer fra 0,0 til 1,0, hvor 0,0 er 0% adaptiv, og 1,0 er 100% adaptiv. Y-aksen representerer hvor fleksible elevene var i addisjon. Fleksibiliteten varierer mellom 0,0 og 0,5, hvor 0,0 er 0% og 0,5 er 50%. Trendlinjen markert i grått definerer en nedtrend.

4.4.1.2 Subtraksjon

En Pearson-korrelasjonskoeffisient ble beregnet for å vurdere den lineære sammenhengen mellom elevers adaptivitet og elevers fleksibilitet i subtraksjon. Vi fant svak positiv korrelasjon mellom de to variablene, $r(19) = 0{,}14, p = 0{,}54$. En Pearsons korrelasjonskoeffisient på 0,14 betraktes som svak korrelasjon. Den kvadrerte korrelasjonskoeffisienten (r^2) var 0,019 som betyr at 1,9% av elevenes adaptivitet i subtraksjon kan forklares av deres fleksibilitet i subtraksjon (og motsatt). I subtraksjon ser vi at det muligens ikke foreligger noen sammenheng mellom hvor fleksibel og hvor adaptiv man er.

Tabell 11

Elevers Adaptivitet og elevers Fleksibilitet Subtraksjon

Deltager	*Gj.snitt. adaptivitet*	*Gj.snitt. fleksibilitet*
Bever	0,50	0,20
Ekorn	0,50	0,40
Elg	0,80	0,40
Gaupe	0,80	0,00
Grevling	0,50	0,00
Hund	0,20	0,10
Isbjørn	0,89	0,40
Kamel	0,75	0,00
Kanin		
Koala	0,25	0,20
Ku	0,40	0,20
Leopard	0,38	0,38
Løve	0,80	0,20
Mus	0,67	0,20
Neshorn	0,90	0,10
Panda	1,00	0,30
Pingvin	0,50	0,30
Rein	0,40	0,20
Rev	0,57	0,20
Sau	0,60	0,10
Tiger	0,20	0,00
Ulv	0,67	0,00

Tabelltekst. Tabellen viser den gjennomsnittlige adaptiviteten og fleksibiliteten til elevene i subtraksjon. Kolonne 2 viser til den samlede gjennomsnittlige adaptiviteten til elevene i subtraksjon. Kolonne 3 viser til den samlede gjennomsnittlige fleksibiliteten til hver av elevene i subtraksjon. Fleksibiliteten varierer fra 0,0-0,5, hvor 0,0 er 0% fleksibel og 0,5 er 100% fleksibel. Dersom det mangler datamateriale (blank rute) hos en deltaker, er dette begrunnet med manglende eller ikke tolkbar data.

Tabell 12

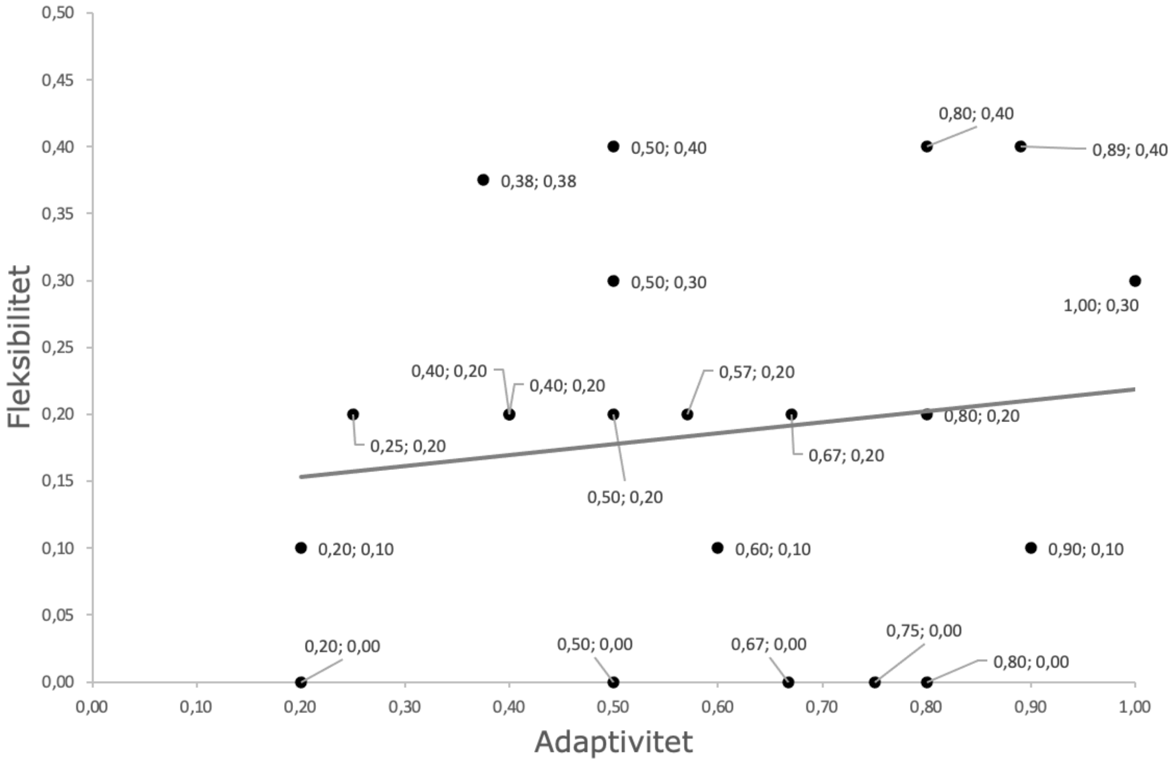
Oversikt over hvor hyppig hver elev brukte direkte subtraksjon og indirekte addisjon i choice-betingelsen i subtraksjonsoppgavene.

Deltager	*Direkte subtraksjon*	*Indirekte addisjon*	*Sum*
Bever	8	2	10
Tiger	10	0	10
Løve	6	*4*	10
Leopard	9	1	10
Ulv	10	0	10
Rev	8	2	10
Elg	6	4	10
Kanin	10	0	10
Pingvin	7	3	10
Rein	8	2	10
Ekorn	6	4	10
Isbjørn	6	4	10
Ku	10	0	10
Sau	9	1	10
Gaupe	3	7	10
Neshorn	9	1	10
Mus	8	2	10
Grevling	10	0	10
Alpakka	10	0	10
Panda	7	3	10
Hund	9	1	10
Koala	8	2	10
Kamel	10	0	10
Sum	187	43	230
Prosentandel	81%	19%	

Tabelltekst. Tabellen viser hyppigheten av direkte subtraksjon og indirekte addisjon i choice-betingelsen i subtraksjonsoppgavene. Kolonne 1 viser hvilken deltaker. Kolonne 2 viser hvor hyppig direkte subtraksjon ble brukt. Kolonne 3 viser hvor hyppig indirekte addisjon ble brukt. Kolonne 4 viser summen oppgaver som ble regnet ut. Nederste raden viser til den prosentmessige andelen av bruken til hver strategi.

Figur 12

Elevers Adaptivitet og elevers Fleksibilitet Subtraksjon



Figurtekst. X-aksen representerer hvor adaptiv elevene var i subtraksjon. Y-aksen representerer hvor fleksible elevene var i subtraksjon. Grad av adaptivitet varierer mellom 0,0-1,0. Grad av fleksibilitet varierer mellom 0,0-0,5. Trendlinjen markert i grått definerer en positiv trend.

4.4.1.3 Sammenhenger mellom elevers fleksibilitet og elevers adaptivitet i addisjon og subtraksjon

En Pearson-korrelasjonskoeffisient ble beregnet for å vurdere den lineære sammenhengen mellom fleksibilitet og adaptivitet i addisjon og subtraksjon. Det er en svak negativ korrelasjon mellom de to variablene, $r(20) = -0{,}03, p = 0{,}89$. En Pearsons korrelasjonskoeffisient −0,03 betraktes som svak til ingen korrelasjon. Den kvadrerte korrelasjonskoeffisienten (r^2) var 0,0009 som betyr at 0,09% av elevenes fleksibilitet kan forklares av deres adaptivitet (og motsatt). Det foreligger muligens ikke en lineær sammenheng mellom variablene adaptivitet og fleksibilitet i regneartene addisjon og subtraksjon.

Tabell 13

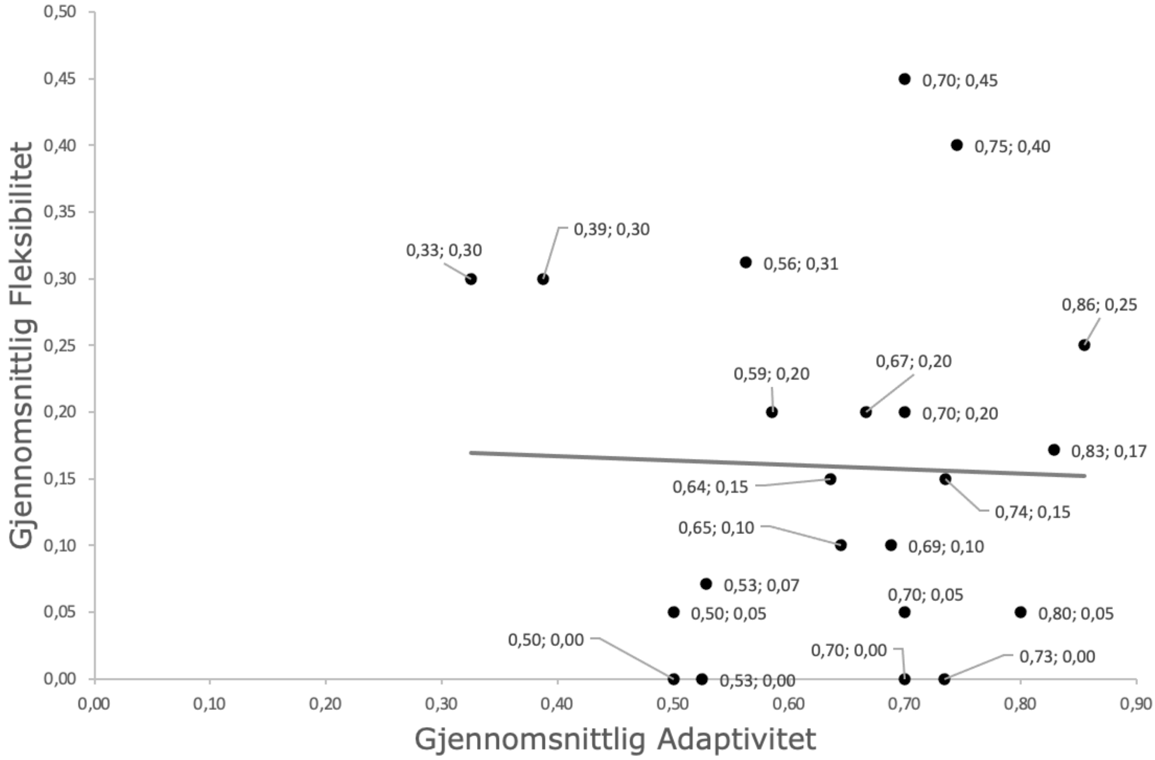
Elevers Adaptivitet og elevers Fleksibilitet Addisjon og Subtraksjon

Deltaker	*Gj.snitt adaptivitet*	*Gj.snitt fleksibilitet*
Bever	0,69	0,10
Ekorn	0,70	0,20
Elg	0,70	0,45
Gaupe	0,74	0,15
Grevling	0,70	0,00
Hund	0,50	0,05
Isbjørn	0,75	0,40
Kamel	0,53	0,00
Kanin	0,50	0,00
Koala	0,33	0,30
Ku	0,65	0,10
Leopard	0,56	0,31
Løve	0,83	0,17
Mus	0,59	0,20
Neshorn	0,80	0,05
Panda	0,86	0,25
Pingvin	0,67	0,20
Rein	0,39	0,30
Rev	0,64	0,15
Sau	0,70	0,05
Tiger	0,53	0,07
Ulv	0,73	0,00

Tabelltekst. Tabellen viser den samlede gjennomsnittlige adaptiviteten og fleksibiliteten til hver elev i addisjon og subtraksjon. Kolonne 1 viser hvilken deltaker. Kolonne 2 viser den gjennomsnittlige adaptiviteten i addisjon og subtraksjon til hver deltaker. Kolonne 3 viser den gjennomsnittlige fleksibiliteten til hver deltaker i addisjon og subtraksjon.

Figur 13

Elevers Adaptivitet og elevers Fleksibilitet Addisjon og Subtraksjon



Figurtekst. X-aksen representerer hvor adaptive elevene var i addisjon og subtraksjon. Y-aksen representerer hvor fleksible elevene var i addisjon og subtraksjon. Grad av adaptivitet varierer mellom 0,0-1,0, hvor 0,0 er 0% adaptiv og 1,0 er 100% adaptiv. Grad av fleksibilitet varierer mellom 0,0-0,5, hvor 0,0 er 0% fleksibel og 0,5 er 100% fleksibel. Trendlinjen markert i grått definerer ingen trend.

4.4.2 Elevers fleksibilitet og nøyaktighet

En Pearson-korrelasjonskoeffisient ble beregnet for å vurdere den lineære sammenhengen mellom elevers fleksibilitet og nøyaktighet i addisjon og subtraksjon. Det var en svak positiv korrelasjon mellom de to variablene, $r(20) = 0{,}16, p = 0{,}48$. En Pearsons korrelasjonskoeffisient på 0,16 betraktes som svak korrelasjon. Den kvadrerte korrelasjonskoeffisienten (r^2) var 0,026 som betyr at 2,6% av elevenes fleksibilitet kan forklares av deres nøyaktighet (og motsatt). I vår studie finner vi ikke sammenheng mellom hvor fleksibel man er, og nøyaktigheten i svarene man får.

Tabell 14

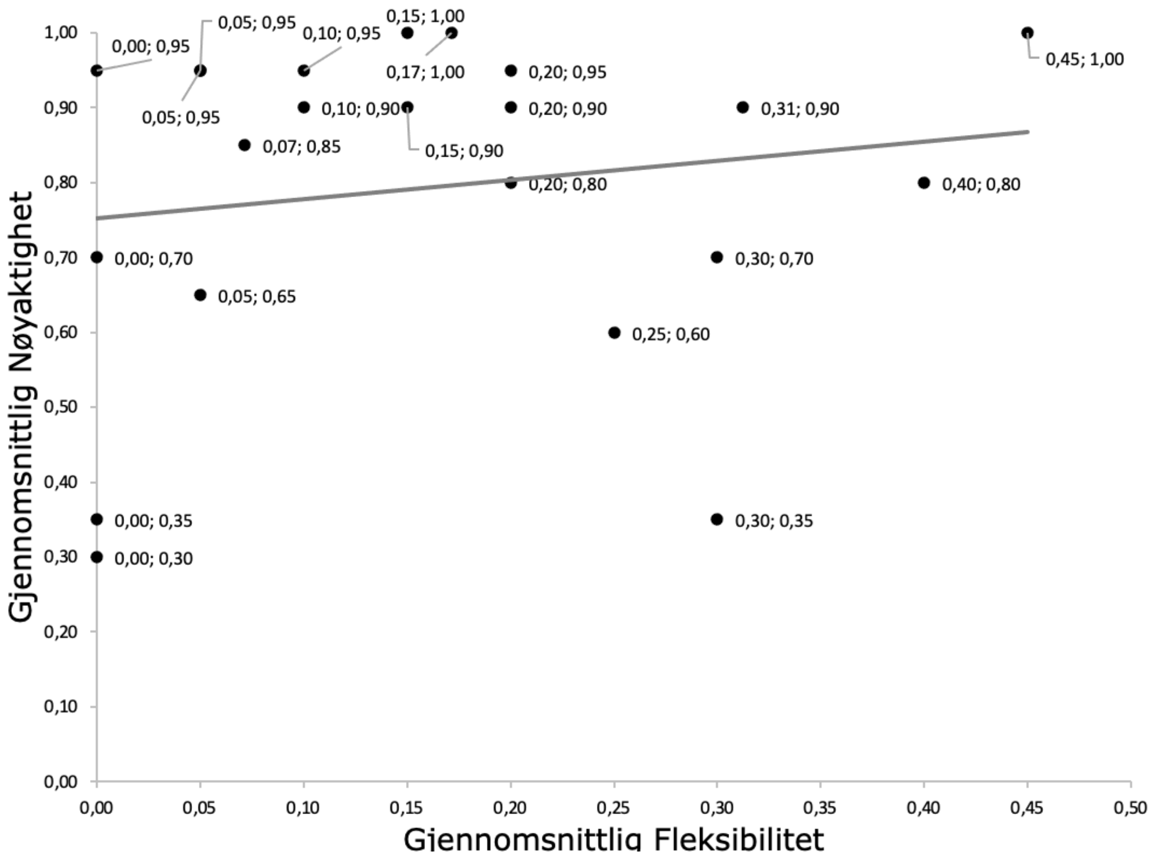
Sammenheng mellom elevers Fleksibilitet og Nøyaktighet

Deltager	*Gj.snitt fleksibilitet*	*Gj.snitt nøyaktighet*
Bever	0,10	0,90
Ekorn	0,20	0,90
Elg	0,45	1,00
Gaupe	0,15	0,90
Grevling	0,00	0,95
Hund	0,05	0,65
Isbjørn	0,40	0,80
Kamel	0,00	0,70
Kanin	0,00	0,35
Koala	0,30	0,35
Ku	0,10	0,95
Leopard	0,31	0,90
Løve	0,17	1,00
Mus	0,20	0,95
Neshorn	0,05	0,95
Panda	0,25	0,60
Pingvin	0,20	0,80
Rein	0,30	0,70
Rev	0,15	1,00
Sau	0,05	0,95
Tiger	0,07	0,85
Ulv	0,00	0,30

Tabelltekst. Tabellen viser den samlede gjennomsnittlige fleksibiliteten og nøyaktigheten til hver elev i addisjon og subtraksjon. Kolonne 1 viser hvilken deltaker. Kolonne 2 viser den gjennomsnittlige fleksibiliteten i addisjon og subtraksjon til hver deltaker. Kolonne 3 viser den gjennomsnittlige nøyaktigheten til hver deltaker i addisjon og subtraksjon.

Figur 14

Sammenheng mellom elevers Fleksibilitet og Nøyaktighet



Figurtekst. X-aksen representerer hvor fleksible elevene var i addisjon og subtraksjon. Y-aksen representerer hvor nøyaktig elevene var i addisjon og subtraksjon. Grad av fleksibilitet varierer mellom 0,0-0,5. Grad av nøyaktighet varierer mellom 0,0 til 1,0, hvor 0,0 er ingen riktige svar og 1,0 er alle svar riktig. Trendlinjen markert i grått definerer en positiv trend.

5 Drøfting

I dette kapitlet vil vi først sammenligne våre resultater opp mot tidligere forskning. Gjennom studien ser vi tilfeller hvor våre funn både samsvarer og står i kontrast med tidligere forskning på feltet. Videre vil vi redegjøre for studiens implikasjoner. Herunder vil vi se på lærerens påvirkning av elevenes strategiutvikling, samt presentere noen refleksjoner rundt denne studiens påvirkning på egen yrkespraksis. I tillegg vil vi kommentere studiens begrensninger, hvor begrensningene som nevnes i dette kapitlet var de vi fant underveis i analysen. Mot slutten av kapitlet vil vi komme med en anbefaling om videre forskning på området, da vi underveis i studien har funnet diverse interessante funn, og gjort oss noen tanker om hva videre forskning kunne tilført feltet. Drøftingskapitlet vil avsluttes med en konklusjon som antyder et svar på oppgavens problemstilling: *Hvordan benytter elever hoderegningsstrategier i addisjon og subtraksjon, og finnes det noen sammenhenger mellom elevers adaptivitet, fleksibilitet, nøyaktighet og hurtighet?*

5.1 Sammenligning av denne studiens resultater opp mot tidligere forskning

I dette underkapitlet vil vi presentere forskningsspørsmålene som ligger til grunn for studien, sammen med funnene fra resultatkapitlet. Forskningsspørsmålene vil vi se opp mot tidligere forskning på feltet, noe som vi underveis i studien har oppdaget at ikke alltid samsvarer, da vår studie har fått noe annerledes resultat enn tilsvarende studier. Underkapittel 5.1 vil være skrevet mer deskriptivt og mindre drøftende, da vi ser det hensiktsmessig å presentere likhetene og ulikhetene med andre studier på en oversiktlig måte.

5.1.1 Hvilke hoderegningsstrategier gir mest effektive svar?

5.1.1.1 Addisjon

I vår studie fant vi at hoppestrategien var mest effektiv på addisjonsoppgaver. For elevene som deltok i denne studien, var altså hoppestrategien den strategien elevene brukte hurtigst og mest nøyaktig for å løse addisjonsoppgaver ved hjelp av hoderegning. At hoppestrategien var mest effektiv, kom fram på både individnivå og gruppenivå i no-choice-betingelsen (Figur 3 og Figur 5). Dersom vi sammenligner våre funn med tidligere forskning på feltet, får vi noe ulikt resultat. Tidligere forskning tilsier at kompensasjonsstrategien var den strategien som ga hurtigst og mest nøyaktige svar innenfor addisjon (Torbeyns et al. 2009b). Våre resultater viser at hoppestrategien ga 91% riktige svar med en gjennomsnittstid på 13,14 sekunder, og kompensasjonsstrategien ga 76% riktige svar med en gjennomsnittstid på 19,54 sekunder. Selv om elevene i vår studie bruker hoppestrategien mest effektivt, ser vi likevel at kompensasjonsstrategien også gir over middels nøyaktige svar. I tillegg er det heller ikke mye som skiller strategiene på hurtigheten, kun 6,40 sekunder. Vi kan derfor si at selv om hoppestrategien var den mest effektive å bruke for elevene i vår studie, er det ikke dermed sagt at kompensasjonsstrategien ikke var effektiv å bruke.

Ifølge studien til Torbeyns et al. (2009b) var det mest effektivt å benytte seg av kompensasjonsstrategien dersom addisjonsstykket har 8 eller 9 på enerplassen. I oppgavesettet var oppgave 10 designet slik at kompensasjonsstrategien skulle være mest effektiv å benytte seg av. I vår studie fant vi likevel ut at elevene brukte 8,00 sekunder mer når de brukte kompensasjonsstrategien enn ved hoppestrategien på oppgave 10 (Figur 3).

En årsak til at våre resultater omhandlende effektiviteten til kompensasjonsstrategien avviker fra teori og tidligere forskning, kan være at elevene som deltok i vår studie ikke har fått presentert denne strategien tidlig i skoleløpet, men heller jobbet mye med hoppestrategien. Det kan tenkes at elevene som deltok i vår studie har fått ferdighetsorientert undervisning, og derfor hatt fokus på mestring av en bestemt strategi i stedet for å jobbe med mange ulike strategier, slik som i en reformbasert undervisning (Blöte et al., 2000, 2001). Vi har en hypotese at dersom en strategi presenteres for elevene tidlig, er det større sjanse for at den implementeres i strategirepertoaret (De Smedt et al. 2010). For å finne ut om det er tilfellet, kan det være hensiktsmessig å gjennomføre lignende studier med en kvalitativ tilnærming til datainnsamling (Kapittel 5.4).

5.1.1.2 Subtraksjon

For å løse subtraksjonsoppgaver med hodet, fant vi at bruken av direkte subtraksjon var noe hurtigere enn indirekte addisjon. Det er kun 3,50 sekunder som skiller strategiene: Direkte subtraksjon, med en gjennomsnittstid på 15,50 sekunder, var hurtigere enn indirekte addisjon med en gjennomsnittstid på 19,00 sekunder. I denne studien er det tilnærmet lik ingen forskjell i nøyaktigheten mellom indirekte addisjon og direkte subtraksjon. Dette kan indikere at begge strategiene er tilnærmet like gode for å løse subtraksjonsoppgaver, dersom vi legger nøyaktighet til grunn.

Ifølge Torbeyns et al. (2009a) var indirekte addisjon den mest effektive strategien å bruke for løse subtraksjonsoppgaver. Videre fant Torbeyns et al. (2009a) i sin studie at bruken av indirekte addisjon var betraktelig lavere blant grunnskoleelever, noe vi kan se tendenser til i denne studien. Elevene brukt i undersøkelsen til denne studien, benyttet indirekte addisjon i mindre grad enn direkte subtraksjon. Spesielt Tiger (Tabell 7) benyttet seg av direkte subtraksjon på alle oppgavene, til tross for at indirekte addisjon i hens tilfelle nesten alltid viste seg å være mer effektiv. Faktisk var bruken av direkte subtraksjon betraktelig dominerende (Tabell 12) i besvarelsene, ved at deltakerne brukte direkte subtraksjon på 81% av oppgavene i choice-betingelsen.

Videre fant vi at elevene i vår studie brukte tilsvarende lik tid på oppgave 2 i NC1 og NC2, og oppgave 9 i NC1 og NC2 (Figur 8). Studien til Torbeyns et al. (2009b) baserte seg på tilsvarende oppgavedesign brukt i denne studien. Oppgavedesignet var som følgende: De første oppgavene i oppgavesettet var designet for å fremprovosere bruk av direkte subtraksjon, og de siste oppgavene designet for å fremprovosere bruk av indirekte addisjon. Funnet som omhandlet at elevene i vår studie brukte tilsvarende lik tid på oppgave 2 og 9 i begge betingelsene, kan indikere at elevene ikke alltid benyttet de obligatoriske strategiene. Det foreligger en mulighet at elevene benyttet direkte subtraksjon i begge betingelsene på oppgave 2, og indirekte addisjon under begge betingelsene på oppgave 9. I vår studie hadde vi ikke inngående innsikt i elevenes strategivalg, noe som kan bety at elevene benyttet en annen strategi enn den obligatoriske strategien på oppgave 2 og oppgave 9. Elevenes mulige avvik fra de obligatoriske strategiene på disse oppgavene, kan ha resultert i at resultatene fra vår studie avviker noe fra Torbeyns et al. (2009b) sine resultater.

5.1.2 Mulige årsaker til at det ikke er en sammenheng mellom adaptivitet i addisjon og adaptiviteten i subtraksjon

I vår studie fant vi ingen åpenbar sammenheng mellom adaptiviteten i addisjon og adaptiviteten i subtraksjon. Ifølge Heinze et al. (2009b) handler adaptivitet om å velge den mest hensiktsmessige strategien med utgangspunkt i et gitt matematisk problem (s. 536). Det vil si at dersom en elev er adaptiv innenfor addisjon, er det ikke dermed sagt at eleven er adaptiv i subtraksjon. I våre resultater finner vi elever som er mer adaptiv innenfor addisjon enn subtraksjon, og motsatt (Tabell 8). Vi finner også tilfeller hvor elevene er adaptive i begge regneartene, som for eksempel Løve (Tabell 8). Det finnes også tilfeller hvor elevene ikke er særlig adaptiv i noen, som for eksempel Rein og Koala (Tabell 8).

Vi kan for eksempel tenke oss en elev som gjennom sitt arbeid med subtraksjon bruker én regnestrategi, for eksempel direkte subtraksjon. Gjennom elevens skoleløp er det nettopp denne strategien som er blitt vektlagt, og eleven har blitt ganske effektiv i å bruke denne strategien. Behovet for å bruke andre strategier er ikke til stede, eller kanskje eleven finner det vanskelig å lære seg andre strategier. På en annen side kan eleven tidlig ha oppdaget flere strategier for å løse addisjonsoppgaver, og dermed implementert flere ulike regnestrategier for å løse slike addisjonsoppgaver adaptivt med hodet. Dette er kun ett eksempel på hvorfor en elev kan være adaptiv i en regneart, men ikke i en annen.

Kort sagt trenger ikke en elev som er adaptiv i et emne, nødvendigvis være det i et annet emne (Heinze et al., 2009b, s. 536). Regneartene er ulike, og man burde ikke klassifisere en elev som adaptiv eller ikke adaptiv i matematikken. En elev kan gjerne være adaptiv i addisjon, samtidig som en er lite adaptiv i subtraksjon - og motsatt (Heinze et al., 2009b).

5.1.3 Mulige årsaker til at det ikke er en sammenheng mellom fleksibilitet og adaptivitet

Våre resultater viser tendenser til lav korrelasjon mellom fleksibilitet og adaptivitet (Figur 13). Det vil si at dersom en elev er fleksibel, er hen ikke dermed sagt adaptiv. Slike tilfeller kan komme som et resultat av at eleven bytter kontinuerlig på bruk av strategi, men ikke nødvendigvis viser adaptivitet i bruk av strategiene (Heinze et al., 2009b). Dette kan vi finne eksempler på i Tabell 10, som viser den gjennomsnittlige fleksibiliteten og adaptiviteten til elevene. Dersom vi ser på Koala og Rein, finner vi tilfeller hvor elevene er mindre adaptive, men viser fleksibilitet. Begge deltakerne viser lav grad av adaptivitet i valg av regnestrategier i addisjon og subtraksjon, men høy grad av fleksibilitet i samme regnearter. Den lave adaptiviteten kan tyde på at elevene ikke hadde som hensikt å være mest mulig effektiv, med tanke på deres strategivalg.

Vi finner også tilfeller på elever som er adaptive men ikke fleksible (Tabell 10). Ulv og Grevling er elevbesvarelser som viser tilfeller på elever som er lite fleksibel, men likevel har høy grad av adaptivitet. Vi finner også tilfeller på elever som både er fleksible og adaptive, som for eksempel Elg og Isbjørn (Tabell 10). Heinze et al. (2009b) foretar et skille mellom adaptivitet og fleksibilitet. Likt som i deres studier, ser vi at elever som er fleksibel ikke nødvendigvis trenger å være adaptiv. Fleksibilitet og adaptivitet har heller ikke i vår studie noen åpenbar sammenheng (Figur 13).

Videre kan vi tenke oss at vår introduksjon av regnestrategiene i forkant av datainnsamlingen i seg selv kan ha vært en påvirkningsfaktor på fleksibiliteten til elevene. Elevene kunne for eksempel fått inntrykk av at de skulle benytte alle regnestrategiene cirka like mange ganger, selv om vi ved flere anledninger gjentok og poengterte at elevene kunne velge fritt mellom de to strategiene i choice-betingelsen.

5.1.4 Fleksibilitet og nøyaktighet sett opp mot adaptivitet og nøyaktighet

I vår studie fant vi ingen åpenbare sammenhenger mellom fleksibiliteten og nøyaktigheten i besvarelsene til elevene (Figur 14). Det vil si at dersom en elev benytter ulike strategier, trenger ikke eleven få mer eller mindre nøyaktige svar. Dette kan vi for eksempel se på Isbjørn som har høy grad av begge. Mens hos Neshorn og Løve finner vi eksempler hvor det er lav grad av fleksibilitet, men hvor det likevel er en høy grad av nøyaktighet (Tabell 14). Fleksibilitet handler om å kunne benytte flere strategier, men ikke nødvendigvis den mest effektive strategien (Heinze et al., 2009b). Eksemplene vi nå har presentert, er en indikasjon på at hvor fleksibel en er, ikke vil ha noen direkte sammenheng med nøyaktigheten. Her kan enkelte, innøvde strategier, som for eksempel hoppestrategien, være like effektive å bruke for elevene som det å benytte seg av mange. Videre kan vi tenke at jo oftere man bruker en strategi, jo mer effektiv kan vi anta at eleven blir; og jo mer effektiv en strategi er, jo mindre effektive blir nye strategier relativt til den strategien man allerede kan; og jo mindre effektiv en ny strategi er relativt til de vi allerede kan, jo mindre er vi villige til å bruke den. Vi kan derfor spekulere i om lav fleksibilitet og høy effektivitet kan være et hinder på lang sikt. Elever med lav fleksibilitet og høy effektivitet ser mulig ikke behovet for å lære seg nye strategier i like stor grad som elever med høy fleksibilitet.

Videre fikk vi resultater som indikerer at det kan være en sammenheng mellom graden av adaptivitet eleven viser og hvor nøyaktige svar eleven får (Figur 10). Dette kan vi for eksempel se tendenser av hos Elg og Løve (Tabell 9). Disse to har svart riktig på alle oppgavene, i tillegg til at de viser høy grad av adaptivitet. Den lineære sammenhengen mellom variablene adaptivitet og nøyaktighet viser at ved å velge den mest effektive strategien, får man også mer nøyaktige svar. Resultatene indikerer at en høy grad av adaptivitet gir mer nøyaktige svar på addisjon- og subtraksjonsoppgaver.

Oppsummert ser vi at fleksibilitet og nøyaktighet ikke har noen klar sammenheng, men at grad av adaptivitet og nøyaktighet på oppgavene mulig har en sammenheng.

5.2 Studiens implikasjoner

5.2.1 Lærerens påvirkning i elevenes strategiutvikling

Å være lærer regnes som et av de viktigste yrkene i samfunnet (Vang, 2017). Læreren er for mange den voksenpersonen elevene er nest mest sammen med, sett bort fra foreldrene. En lærer vil derfor gjennom sin jobb kunne påvirke den kognitive utviklingen til elevene - både bevisst og ubevisst. Da strategisk utvikling er en kognitiv prosess, kan en anta at læreren også har en påvirkning i elevenes strategiutvikling. Vi kan derfor si at læreren kan påvirke elevers utvikling av strategisk kompetanse, og da spesielt strategirepertoaret til elevene.

For å belyse lærerens påvirkningskraft kan vi ta for oss et eksempel omhandlende en fiktiv matematikklærer. Denne matematikklæreren har et snevert strategirepertoar og skal innføre subtraksjon som en ny regneart til elevene tidlig i grunnskolen. Selv har ikke læreren sett behovet for å bruke mer enn én strategi gjennom sitt arbeid med subtraksjon, da den ene strategien har vist seg å være effektiv for læreren i hens arbeid med subtraksjonsoppgaver. Dette kan resultere i at læreren velger å lære bort én strategi for å løse subtraksjonsoppgaver - selv om det er mange flere strategier som er mer effektiv å bruke. Elevene som denne læreren underviser vil dermed kunne få et snevert strategirepertoar, siden læreren, bevisst eller ubevisst, ikke ser behovet for flere strategier. Det er derfor viktig at vi som lærere tilegner oss god kompetanse om ulike strategier for å løse både addisjons- og subtraksjonsoppgaver. Som lærer skal man evne å kunne gi elevene sine et godt grunnlag og utgangspunkt for å utvikle et bredt strategirepertoar, som videre kan øke deres adaptivitet i addisjon og subtraksjon (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2-3).

Innholdet i lærebøker og innholdet i undervisningen har en klar sammenheng, da mange lærere tar utgangspunkt i lærebøker når de utformer undervisning (Sievert et al., 2019). Lærere som utformer sin undervisning fra lærebøker i matematikk, kan havne i fella med å kun lære bort enkelte regnestrategier (Sievert et al., 2019). Som sagt burde lærere skaffe seg et bredt repertoar av regnestrategier, for så å kunne lære disse videre til elevene sine. I mange tilfeller er det nettopp matematikkbøker lærere henter ut strategiene de lærer bort fra (Sievert et al., 2019). La oss si at læreboka som ligger til grunn for matematikkundervisningen for en klasse kun tar for seg direkte subtraksjon når regnearten subtraksjon først presenteres. Og at indirekte addisjon ikke kommer før lenge etter, eller kanskje ikke i det hele tatt. Dette er en reell problematikk i skolen, da subtraksjon gjerne kjennetegnes ved å "trekke fra" - altså det samme som strategien direkte subtraksjon kjennetegnes av (Murdiyani et al., 2013). Resultatet av den høye bruken av direkte subtraksjon, kan gjøre at elevene ikke ser nytten i å lære andre strategier, da direkte subtraksjon implementeres såpass godt tidlig i skoleløpet.

En slik tilnærming til strategiutvikling kan knyttes til trappemodellen (Siegler, 1996, s. 84). Trappemodellen sett opp mot strategiutvikling handler om å først lære en regnestrategi, beherske denne, for så å lære en ny strategi ved et senere tidspunkt. Denne tilnærmingen kan få negative følger, spesielt i utviklingsprosessen av adaptivitet hos elevene. Undervisning som bevisst eller ubevisst baserer seg på trappemodellen, gjør at elevene tidlig i skoleløpet ikke vil ha et bredt repertoar av strategier (Siegler, 1996, s. 84). Dette fordi elevene ikke vil få samme utgangspunkt for å velge effektive strategier, som elever med undervisning hvor det læres flere strategier - altså undervisning gjennom "overlappende bølger"-teorien (Siegler, 1996, s. 84). Det vil si at disse elevene ikke vil få samme utgangspunkt for å bli adaptiv når de har én strategi implementert i repertoaret sitt (Heinze et al., 2009a).

Blant elevene som deltok i denne studien var det tendenser til at hoppestrategien og direkte subtraksjon var de mest effektive strategiene innenfor addisjon og subtraksjon. Som allerede nevnt, er dette noe som står i kontrast med tidligere forskning på feltet (Torbeyns et al. 2009 s. 82). Dette kan kanskje tyde på at disse elevenes opplæring har hatt preg av nettopp trappemodellen (Siegler, 1996, s. 84). Elevene viste sterk beherskelse i bruk av hoppestrategi og direkte subtraksjon, også i oppgaver som var spesielt tiltenkt bruk av kompensasjonsstrategien og indirekte addisjon.

Til tross for at tidligere forskning sier at *den* strategien som er den mest effektive å bruke basert på karakteristikken til oppgaven, er det ikke dermed sagt at det er den beste strategien for hvert enkelt individ, altså hver enkelt elev. Elever tenker og lærer ulikt (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 16), for noen kan én strategi være veldig effektiv, for andre trenger den ikke å være effektiv i det hele tatt. Vi som lærere må derfor legge opp til en undervisning hvor det jobbes med strategibruk som kan tilpasses for den enkelte elev. På den måten kan man som lærer gi elevene mulighet til å lære flere strategier for å løse addisjon- og subtraksjonsoppgaver. Dermed kan elevene selv finne den strategien som passer best for seg.

Selv om læreren har et stort ansvar i å tilrettelegge undervisningen slik at det gir elevene mulighet til å utvikle et bredt repertoar av strategier, kan elevene oppdage strategier på eget initiativ også (Torbeyns et al., 2018). For at elevene skal ønske å gjøre dette, er det viktig at læreren motiverer elevene ved å vise dem nytteverdien av et bredt strategirepertoar. For eksempel kan man vise nytteverdien ved at læreren gir elevene et sett med oppgaver hvor alle oppgavene skal løses flere ganger, bare med ulike strategier for hver gang. Strategiene er gjennomgått på forhånd. På denne måten kan elevene sammenligne strategiene, og forhåpentligvis oppdage hvor avgjørende strategivalget kan være for effektiviteten.

Videre kan elevene bli såpass komfortable med en strategi, at de kanskje ikke ser hensikten ved å bytte og variere mellom flere strategier. Om noen elever blir for komfortable med en strategi, kan det resultere i at disse ender opp med et snevert strategirepertoar. Den manglende motivasjonen for å utvide strategirepertoaret sitt, er et fenomen lærere kan oppleve blant elevene sine (Selter, 2009). Positiv forsterkning, som for eksempel skryt for å bruke en spesifikk regnestrategi, kan gi eleven en følelse av mestring. Mestringsfølelse er noe vi som lærere ønsker å gi elevene våre, da dette kan bidra til større motivasjon (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 16).

Likevel kan positiv forsterkning i noen tilfeller få motsatt effekt enn hva man i utgangspunktet hadde tenkt. Et utfall kan være at elevens mestringsfølelse ved å bruke en strategi, hindrer elever i å se nytten av å bruke andre strategier (Selter, 2009, s. 219). La oss tenke oss at en elev har lav selvtillit når det kommer til å subtrahere med hodet. Eleven innser dermed at strategien direkte subtraksjon gjorde subtraksjonsoppgavene enklere, og bruker denne strategien flittig i sitt arbeid med regnearten. Når effektiviteten ved denne strategien er oppdaget, forsvinner hensikten med å bruke andre strategier. Dette er et eksempel på hvordan en elev kan ende opp med et snevert strategirepertoar, noe som igjen kan påvirke effektiviteten negativt i møte med oppgaver av ulike karakteristikker. Læreren kan derfor bidra og påvirke elevenes strategiske kompetanse både positivt og negativt gjennom sin undervisning. Det er derfor viktig at man som lærer er bevisst og reflektert rundt egen undervisningspraksis.

5.2.2 Studiens påvirkning på egen praksis

I løpet av vårt arbeid med denne studien, har vi reflektert rundt hvordan studien kan bidra i vår jobb som lærere i grunnskolen. I dette underkapitlet vil vi trekke frem noen aspekter ved denne studien som kan være hensiktsmessig å ta med i betraktning når vi skal arbeide med strategibruk i matematikkundervisningen.

Ved flere anledninger har vi i denne studien sett behovet for at det må prioriteres å presentere mange strategier tidlig i skoleløpet, slik at de kan implementeres som en del av elevenes strategirepertoar. Når man jobber grundig med flere strategier, kan man som lærer gjøre elevene oppmerksomme på strategienes styrker og svakheter. Her vil det være viktig å legge vekt på hvordan ulike strategier vil fungere på forskjellige vis. En type strategi vil kunne fungere godt for noen elever på enkelte oppgaver, men ikke nødvendigvis like godt på andre oppgaver. Når elevene har flere strategier å velge mellom, kan elevene selv avgjøre hvilke strategier de vil benytte seg av når de møter en addisjons- eller en subtraksjonsoppgave. Å velge strategi vil i første omgang kunne sees på som en bevisst prosess hos eleven, men vil etter hvert kunne utvikle seg til å bli mer automatisert. Når strategibruken blir mer automatisert kan dette videre resultere i at elevens adaptivitet i større grad styrkes og utvikles (Newton et al., 2020). Dersom elevene ikke vet at strategiene finnes, kan man som lærer heller ikke forvente at elevene skal kunne vurdere hvilke strategier de skal bruke. I tillegg kan en lærer heller ikke forvente at alle oppgavene løses like effektivt, når vi gjennom denne studien har fått kunnskap om at riktig strategibruk kan føre til hurtigere og mer nøyaktige svar.

Læreplanen i matematikk er et annet viktig moment en matematikklærer må ta i betraktning. Læreplanen inneholder forskrifter som danner grunnlaget for opplæringen som lærere har ansvaret for å gi elevene (Kunnskapsdepartementet, 2017). Vi som lærere skal derfor etter beste evne tilrettelegge undervisningen ut ifra læreplanene. Innledningsvis nevnte vi momenter ved gamle læreplaner opp mot den nye. Gamle læreplaner vektla ikke selve fremgangsmåten, forståelsen og strategiene i like stor grad som dagens læreplan. Mens den nye læreplanen (LK20) sier at elever etter endt 10. klasse skal ha utviklet varierte regnestrategier, i tillegg til at de skal være bevisste på sine strategier og fremgangsmåter når de jobber med matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2-3). Denne endringen gjør at vi som lærere også må utvikle våre tanker rundt egen undervisningspraksis. Hvor det tidligere ble vektlagt operasjonelle ferdigheter, skal det nå i større grad vektlegges forståelse for regneoperasjonene som gjøres. Gjennom denne studien har vi fått innblikk i elevers strategibruk og viktigheten av å jobbe med utvikling av strategisk kompetanse. Derfor kan vi si at denne studien er relevant i henhold til den nye læreplanen - utgangspunktet for all undervisning.

5.3 Studiens begrensninger

Vi vil i dette underkapitlet kommentere noen av studiens begrensninger. Begrensningene som nevnes i dette kapitlet fant vi underveis i analysen. En av de potensielt største begrensningene ved denne studien, er at vi har fått andre resultater enn tilsvarende studier (Torbeyns et al., 2009a, 2009b, 2009c). Forskjellene mellom vår studie og andre studier presentert, kan skyldes metodiske mangler. I vår studie har vi gjennomført digital masse-testing, mens andre studier har testet en og en elev. Når man tester en og en elev, kan man også supplere med elevintervju. Ved en kvalitativ tilnærming får man som forsker mulighet til å stille spørsmål rundt hvorfor elevene tenkte som de gjorde når de løste oppgavene. På den måten kan en forsker få et bedre innblikk i hva som ligger til grunn for hvilken strategi elevene bruker på hver enkelt oppgave. På en annen side kan våre funn være reelle, da elevene brukt i tidligere studier som vi sammenligner med, ikke er norske, og har andre forutsetninger enn elevene brukt i denne studien. De ulike forutsetningene kan være ulike faktorer, slik som: Annen læreplan som fokuserer på andre aspekter i den matematiske opplæringen, læringsmiljøet til elevene i Norge sammenlignet med andre land, og individuelle kognitive forskjeller som kan gi ulike resultater i strategivalg og strategibruk.

En annen begrensing ved denne studien, er valg vi som forskere har tatt underveis. Da vi skulle utforme problemstilling og design for datainnsamling, valgte vi oss to strategier i addisjon og to strategier i subtraksjon som vi ville bruke i undersøkelsen. Disse strategiene er kun fire av mange andre strategier innenfor regneartene, noe som vil si at vi ikke har fått et klart bilde av alle strategiene elevene eventuelt kan inneha i sitt etablerte repertoar. Selv om oppgavene som ble brukt i designet var laget for å potensielt fremprovosere den ene eller den andre strategien, kan vi likevel stille oss spørsmål om hvilke resultater vi hadde fått dersom vi hadde valgt å benytte andre strategier. Kanskje hadde vi fått resultater som samsvarer mer med tidligere forskning på området, eller kanskje elevene i studien hadde vist større adaptivitet innenfor addisjon og subtraksjon. Dette er nok vanskelig å finne et konkret svar på, men det er likevel en tanke som burde belyses.

5.4 Videre forskning

Gjennom vårt arbeid med denne studien, har det dukket opp noen spørsmål underveis i prosessen. Vi har blant annet spekulert i hvorfor mange av våre resultater ikke samsvarer med tidligere forskning på området. Som vi har diskutert tidligere, kan det være sammensatt av flere årsaker. En årsak ligger kanskje i at elevene som deltok i denne studien har fokusert på andre strategier i sitt skoleløp, enn de strategiene vi presenterte for dem. En annen faktor som kan ha påvirket vårt avvikende resultat opp mot andre studier, er undervisningen til elevenes lærere. Det foreligger en mulighet for at deres lærere har fokusert på å implementere enkelte strategier i stor grad, slik at disse er veldig effektivisert. For å finne ut mer om bakgrunnen til de avvikende funnene, hadde det nok vært hensiktsmessig med en replikasjonsstudie med nye elever, hvor intervju også benyttes som et verktøy - både på elevene, men også på lærerne. En slik replikasjonsstudie kunne fokusert spesielt på undervisningen til lærerne, og i hvilken grad de underviser om de ulike regnestrategiene.

Som nevnt tidligere, kan lærerens eget strategirepertoar ha stor påvirkning på elevenes strategirepertoar. Her kunne det vært en idé å forske videre på strategirepertoaret til elever som har fått undervisning basert på av trappemodellen, sett opp mot elever som har fått undervisning basert på "overlappende bølger"-teorien. Det kan være hensiktsmessig å se på adaptiviteten til disse elevene opp mot hverandre, da en slik forskjell i undervisningsmetode mulig kan ha store innvirkninger på elevenes arbeid med strategier.

I denne studien har vi kun tatt for oss regneartene addisjon og subtraksjon. Vi ser for oss at studiens hovedpoenger kan være like aktuelle for andre regnearter som multiplikasjon og divisjon. Det kunne derfor vært interessant å sett på strategibruk innenfor andre regnearter, og eventuelt sammenlignet med resultater i denne studien.

Videre hevder Newton et al. (2020) at elever som har lave forkunnskaper omhandlende regnestrategier, vil bruke lengre tid på å lære seg nye strategier enn hva elever med bedre forkunnskaper i matematikk ville brukt. Vi har kun sett på elever fra 10. klasse, elever som befinner seg i slutten av grunnskoleutdanningen. Instrumentet brukt i datainnsamlingen, er utarbeidet i samarbeid med masterstudentene Simon Tegnander og Sindre Stiklestad. Denne mastergruppen har gjennomført samme studie, bare på 8. trinn. Det kunne derfor vært hensiktsmessig og gjennomført en sammenligningsstudie av resultatene i begge studiene og sett de opp mot hverandre, da en 8. klassing mest trolig har lavere forkunnskaper enn en 10. klassing.

6 Konklusjon

Hensikten med denne studien var å få et innblikk i elevers strategiske kompetanse i hoderegningsstrategier. Mer spesifikt ønsket vi å se hvordan en gruppe elever benyttet regnestrategier i addisjon og subtraksjon, basert på adaptivitet, fleksibilitet og effektivitet. Vi har derfor sett nærmere på hvilke hoderegningsstrategier som gir hurtigst og mest nøyaktig svar. Blant elevene som deltok i denne studien, fant vi at det var bruk av hoppestrategien som var mest effektiv i addisjon, og bruk av direkte subtraksjon i subtraksjon. Videre ønsket vi å avgjøre om det forelå en sammenheng mellom adaptivitet i addisjon og adaptivitet i subtraksjon. I vår studie fant vi ingen sammenheng mellom å være adaptiv i addisjon og å være adaptiv i subtraksjon.

Vi ønsket også å finne ut om det var en sammenheng mellom elevers adaptivitet og elevers nøyaktighet. I vår studie fant vi at dersom man evner å velge den mest effektive strategien, kan man også få flere nøyaktige svar. Graden av adaptivitet, hadde derfor en sammenheng med nøyaktigheten innenfor regneartene addisjon og subtraksjon.

Vi har gjennom denne studien fokusert mye på begrepene fleksibilitet og adaptivitet. Det forelå en tanke om at disse to begrepene kanskje hadde en sammenheng når det kom til elevenes strategiske kompetanse, noe resultatene ikke ga antydning til. Denne studien viser at fleksibiliteten til en elev, ikke trenger å ha noen sammenheng med dens adaptivitet. Derimot har vi sett at det å være adaptiv er en god egenskap å ha i arbeid med addisjons- og subtraksjonsoppgaver. Altså er grad av fleksibilitet ikke betydelig for å definere elevens strategiske kompetanse, mens grad av adaptivitet anses som sentralt.

Et siste problem som vi ville finne svar på, var om det forelå en sammenheng mellom grad av elevers fleksibilitet og nøyaktighet. I vår studie fant vi ingen sammenheng mellom hvor fleksibel man er og hvor nøyaktige svar man får på addisjon- og subtraksjonsoppgaver.

Et sentralt tema innenfor matematikk, er strategibruk (Kunnskapsdepartementet, 2006). Selve fremgangsmåten for å komme fram til en løsning på et matematisk problem blir mer vektlagt i matematikkfaget i dag enn noen gang tidligere. Det er heller ikke utenkelig at fokuset rundt strategibruk kommer til å bli enda mer gjeldende i fremtiden. På bakgrunn av dette er det viktig at vi som lærere innehar god kompetanse på området for å møte denne utviklingen, slik at undervisningen i større grad kan vektlegge strategibruk. Videre har det foreligget et ønske at denne studien skulle bli et verktøy for oss som lærere til å ytterligere tilpasse god undervisning i noe av det mest grunnleggende vi har i matematikkfaget - nemlig regnestrategier.

I samsvar med tidligere forskning på feltet, mener vi at arbeid med strategibruk ikke bør skje sent i grunnskoleløpet, men heller så tidlig som mulig. Dersom elevene blir presentert for nye regnestrategier sent i skoleløpet, risikerer man at de strategiene elevene allerede har etablert i regnearten er dominerende. Da kan man som lærer oppleve det enda vanskeligere å implementere nye strategier i strategirepertoaret til elevene, uansett hvor effektive de eventuelle nye strategiene skulle være. Det er derfor lærerens oppgave å legge til rette for at elevene blir fleksible og adaptive gjennom en undervisning som tar for seg flere strategier - så tidlig som mulig i skoleløpet.

Uten et bredt strategirepertoar vil ikke elevene kunne bli fleksible eller adaptive i møte med hoderegningsoppgaver i addisjon og subtraksjon. Ved å implementere et bredt strategirepertoar, vil elevene få muligheten til å utforske strategiene. Gjennom utforsking kan de oppdage strategier som fungerer best for seg, og bruke disse hoderegningsstrategiene både i skolen og andre hverdagslige situasjoner som forekommer i løpet av deres liv.

Kilder

Blöte, A. W., Klein, A. S., & Beishuizen, M. (2000). Mental computation and conceptual understanding*. Learning and Instruction*, *10(3)*, 221–247. https://doi.org/10.1016/S0959-4752(99)00028-6

Blöte, A. W., Van der Burg, E., & Klein, A. S. (2001). Students' flexibility in solving two-digit addition and subtraction problems: Instruction effects. *Journal of Educational Psychology*, *93*(3), 627–638. https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.3.627

Bryman, A., Clark, T., Foster, L., & Sloan, L. (2021). *Bryman's social research methods* (6.utg.). Oxford University Press.

De Smedt, B., Torbeyns, J., Stassens, N., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2010). Frequency, efficiency and flexibility of indirect addition in two learning environments. *Learning and instruction*, *20*(3), 205-215. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2009.02.020

Field, A. (2009) *Discovering statistics using SPSS* (3. utg.). Sage Publications Llt.

Fosnot, C. T. & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing number sense, addition, and subtraction*. Heinemann.

Fuson, K.C (1986). Teaching children to subtract by counting up. *Journal for Research in Mathematics Education, 17*(3), 172-189. https://doi.org/10.2307/749300

Heinze, A., Marschick, F., & Lipowsky, F. (2009a). Addition and subtraction of three-digit numbers: Adaptive strategy use and the influence of instruction in German third grade*.* ZDM Mathematics Education, *41*, 591-604. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0205-5

Heinze, A., Star, R.S, Verschaffel, L. (2009b). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM Mathematics Education, 41, 535-540.* https://doi.org/10.1007/s11858-009-0214-4

Kirke-, undervisnings-, og forskningsdepartementet. (1996). *Læreplanverket for den 10. årige grunnskolen.* Nasjonalt læremiddelsenter. https://www.nb.no/items/URN:NBN:no-nb_digibok_2008080100096

Klein, A. S., Beishuizen, M., & Treffers, A. (1998). The empty number line in Dutch second grades: Realistic versus gradual program design*. Journal for Research in Mathematics Education, 29*(4), 443–464*.* https://doi.org/10.2307/749861

Kunnskapsdepartementet (2019). *Læreplan i matematikk (MAT01-05).* Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020

Kunnskapsdepartementet (2017). *Overordnet del - verdier og prinsipper for grunnopplæringen.* Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020

Lemaire, P. & Siegler, R. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology General. 124*(1), 83-97. https://doi.org/10.1037/0096-3445.124.1.83

Lund Research. (2018). *Pearson product-moment correlation*. Lærd Statistics. https://statistics.laerd.com/statistical-guides/pearson-correlation-coefficient-statistical-guide.php

Luwel, K., Onghena, P., Torbeyns, J., Schillemans, V. & Verschaffel, L. (2009). Strengths and weaknesses of the choice/no-choice method in research on strategy use. *European psychologist*, *14*(4), 351-362. https://doi.org/10.1027/1016-9040.14.4.351

Murdiyani, N. M., Zulkardi, Z., Putri, R. I. I., Van Eerde, K. & Van Galen, F. (2013). Developing a model to support students in solving subtractions. *IndoMS-journal on mathematics education, 4*(1), 95-112. https://doi.org/10.22342/jme.4.1.567.95-112

Mørch, W. T. (2020). Jean Piaget i *Store norske leksikon.* hentet 2. mai 2022. https://snl.no/Jean_Piaget

Newton, K. J., Lange, K. & Booth, J. L. (2020). Mathematical flexibility: Aspects of a continuum and the role of prior knowledge. *The Journal of experimental education, 88*(4), 503-515. https://doi.org/10.1080/00220973.2019.1586629

Peirce, J. W., & MacAskill, M. R. (2018). Building experiments in psychoPy. Sage.

Postholm, M. B., Jacobsen, D. I. & Søbstad, R. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.

Selter, C. (2009). Creativity, flexibility, adaptivity, and strategy use in mathematics. *ZDM*, *41*(5), 619-625. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0203-7

Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: the process of change in children's thinking*. Oxford University Press.

Siegler, R. S., & Lemaire, P. (1997). Older and younger adults`strategy choices in multiplication: testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method*. Journal of Experimental Psychology: General*, *126*, 71-92. https://doi.org/10.1037/0096-3445.126.1.71

Sievert, H., van den Ham, A.K., Niedermeyer, I. & Heinze, A. (2019). Effects of mathematics textbooks on the development of primary school children's adaptive expertise in arithmetic. *Learning and Individual differences, 74,* 101716 https://doi.org/10.1016/j.lindif.2019.02.006.

Star, J. R. & Newton, K. J. (2009). The nature and development of experts' strategy flexibility for solving equations. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0185-5

Star, J. R., Rittle-Johnson, B., Lynch, K. & Perova, N. (2009). The role of prior knowledge in the development of strategy flexibility: The case of computational estimation. *ZDM*, *41*(5), 569-579. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0181-9

Thompson, I. (1994). Young children's idiosyncratic written algorithms for addition. *Educational Studies in Mathematics*, *26*(4), 323-345.

Thrane, C. (2018). *Kvantitativ metode: En praktisk tilnærming.* Cappelen Damm akademisk.

Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2009a). Solving subtractions adaptively by means of indirect addition: influence of task, subject, and instructional factors. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, *8*, 1-30. https://doi.org/10.1080/10986060802583998

Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2009b). Jump or compensate? Strategy flexibility in the number domain up to 100. *ZDM*, *41*(5), 581-590. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0187-3

Torbeyns, J., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2009c). Efficiency and flexibility of indirect addition in the domain of multi-digit subtraction. *Learning and instruction*, *19*(1), 1-12. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.12.002

Torbeyns, J., Peters, G., De Smedt, B., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2018). subtraction by addition Strategy use in children of Varying Mathematical achievement Level: A choice/no-choice study. *Journal of Numerical Cognition, 4*(1), 215-234. https://doi.org/10.5964/jnc.v4i1.77

Torbeyns, J. & Verschaffel, L. (2013). Efficient and flexible strategy use on multi-digit sums: a choice/no-choice study. *Research in Mathematics Education, 15*(2)*,* 129-140. https://doi.org/10.1080/14794802.2013.797745

Vang, K. E. (2017, 27.juni). Verdens viktigste yrke. *Utdanningsnytt.* https://www.utdanningsnytt.no/grunnskole/verdens-viktigste-yrke/143539

Vedlegg

Vedlegg 1: Samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet

“Strategibruk i addisjon og subtraksjon”?

Dette er en forespørsel til deg om å delta i et forskningsprosjekt i forbindelse med en masteroppgave hvor formålet er å se på elevers bruk av hoderegningsstrategier i addisjon og subtraksjon. I dette skrivet gir vi deg nyttig informasjon om prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
I samarbeid NTNU ønsker vi gjennom denne master-studien å se på ungdomsskoleelevers strategibruk innenfor addisjon og subtraksjon. Vi ønsker å forske på om det er sammenheng mellom elevers strategivalg i addisjon, og deres strategivalg i subtraksjon.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Ansvarlig for prosjektet er Institutt for Lærerutdanning ved NTNU.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
I forbindelse med vår masteroppgave ønsker vi å se hvor fleksible *ungdomsskoleelever* er i deres hoderegningsstrategier i addisjon og subtraksjon. På bakgrunn av dette spør vi akkurat dere om å delta i vår studie, da dere er innenfor vår målgruppe; *ungdomsskoleelever*.

Hva innebærer det for deg å delta?
Elevene skal svare på til sammen 30 grunnleggende (tosifrede) addisjonsoppgaver, og 30 grunnleggende (tosifrede) subtraksjonsoppgaver elektronisk ved hjelp av ulike, forhåndsbestemte hoderegningsstrategier. Vi kommer til å samle inn elevbesvarelser fra to adskilte matematikktimer - den ene med addisjonsoppgaver og den andre med subtraksjonsoppgaver. Alle 60 oppgavene må besvares.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine opplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta, eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til forskningsprosjektet/masteroppgaven, vi har informert om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Alle personvernopplysninger vil bli anonymisert. Dette skjer ved at hver deltager/elev får hvert sitt fiktive kandidatnavn, som ikke kan spores tilbake til dem eller identifisere elevene på noen måte. Grunnen til dette er for at vi ønsker en oversikt over hvilke elevbesvarelser som hører sammen i addisjon og subtraksjon.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Samtykkeerklæringene vil oppbevares i låst skap på universitetet frem til masterprosjektet er avsluttet den 25.05.2022, hvor de så vil makuleres. Alle elevbesvarelser er allerede totalt anonymisert, og ingen opplysninger vil kunne spores tilbake til eleven på noen måte.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- Eivind Kaspersen (eivind.kaspersen@ntnu.no) eller Tore A. Forbregd (tore.a.forbregd@ntnu.no) ved Institutt for Lærerutdanning.
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen, personvernombud NTNU. Thomas.Helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på e-post (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Dersom du har spørsmål direkte knyttet til deltagelse i undersøkelsen, kan du kontakte oss på telefon +4747366077 eller +4797031967.

Med vennlig hilsen
Vilde S. Aardahl & Madelen M. Mikalsen
(Masterstudenter)

Eivind Kaspersen & Tore Alexander Forbregd
(Forskere/veiledere)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Strategibruk i addisjon og subtraksjon*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i en oppgavebasert elevundersøkelse hvor elevens svar vil bli brukt i masteroppgaven vår

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

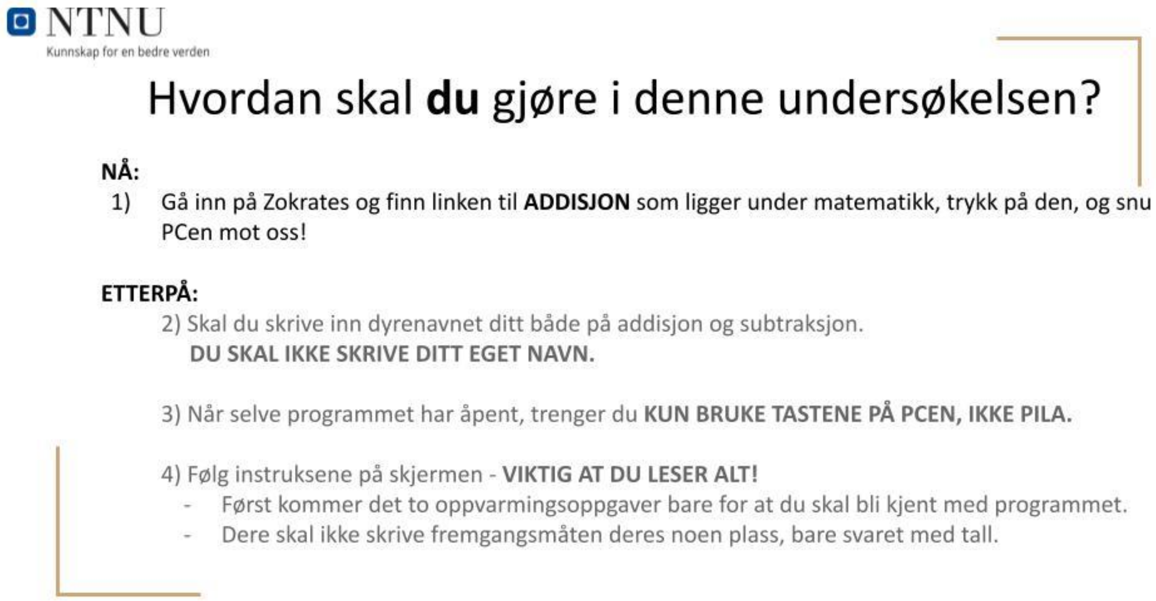
----
(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Svarfrist for samtykkeerklæring
28. januar 2022

Vedlegg 2: Informasjon om undersøkelsen

Lysbilde 1

Lysbilde 2



Lysbilde 3

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Addisjon (pluss)

Lysbilde 4

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Addisjon (Pluss)

Hoppestrategi

Vi plusser på 10'ere og 1'ere hver for seg.

➔ 76 + **23** = __

➔ 76 + **20** = **96** → Først "hopper" vi med 10'ere

➔ **96** + **3** = **99** → Så "hopper" vi med 1'ere

Forenklingsstrategi

Vi runder opp det ene eller begge tallene til nærmeste tier, og trekker fra det vi la til

➔ 25 + 36 = ___

➔ 25 + **36 + 4** → Runder opp det ene (eller begge) tallene opp til nærmeste tier

➔ 25 + **40** - **4**

➔ 65 - **4** = **61** → Trekker fra det vi la til

Lysbilde 5

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Strategiene du skal forholde deg til i **addisjon**

Hoppestrategien

Vi plusser på tiere og enere hver for seg!

Forenklingsstrategien

→ Vi runder opp ene, andre eller begge tallene til nærmeste tier

→ Vi trekker til slutt fra det vi rundet opp

Når du er ferdig: sitt stille, rekk opp hånden til noen kommer bort, øv til naturfagprøve :-)

Lysbilde 6

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Hva skal du gjøre nå?

1) Skriv inn dyrenavnet ditt. **DU SKAL IKKE SKRIVE DITT EGET NAVN.**

2) **BRUK KUN TASTENE PÅ PC-EN, TRENGER IKKE PILA.**

3) **VIKTIG AT DU LESER ALT SOM KOMMER PÅ SKJERMEN!**

- Dere skal IKKE skrive fremgangsmåten deres noen plass, bare svaret med tall

4) **NÅR DU ER FERDIG:** sitt stille, rekk opp hånden til noen kommer bort, og gjør noe fornuftig på pcen

Lysbilde 7

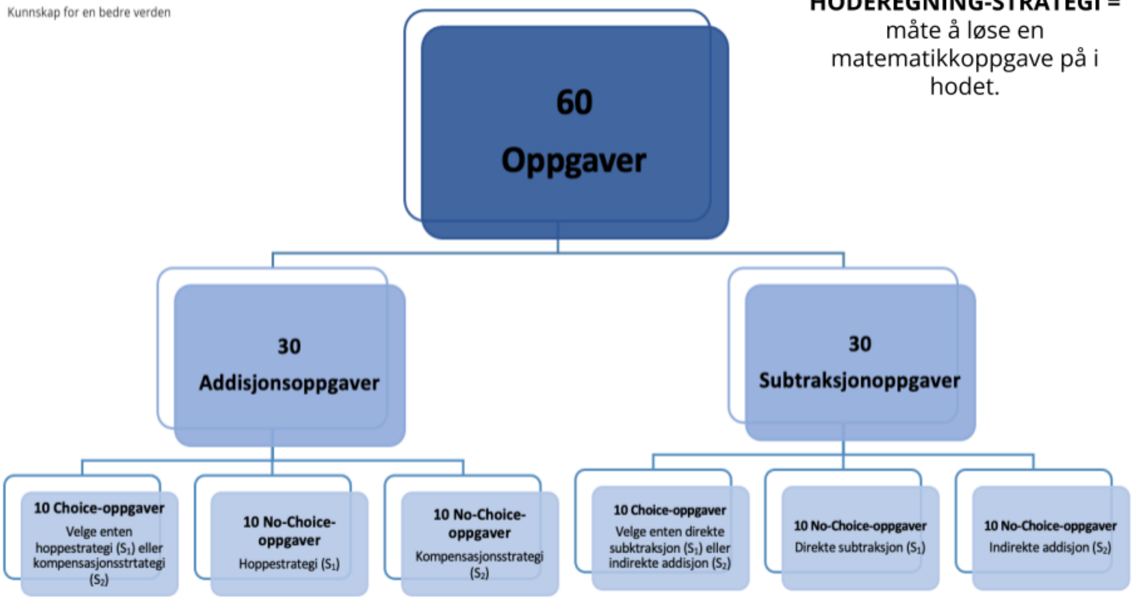
NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Subtraksjon (minus)

Lysbilde 8

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

HODEREGNING-STRATEGI = måte å løse en matematikkoppgave på i hodet.



Lysbilde 9

Subtraksjon (Minus)

Direkte subtraksjon

Vi trekker fra tiere og enere hver for seg

➔ 76 - 24 = __

➔ 76 - 20 = 56 → Trekker fra tiere

➔ 56 - 4 = 52 → Trekker fra enere

Indirekte addisjon

Regner oss **opp** fra det minste tallet til det største tallet.

72 - 57 = __

57 + 10 = 67 → Vi tar det minste tallet (57) og legger til så mange tiere vi kan uten å gå over det største tallet (72)

67 + 5 = 72 → Vi tar så å legger til 1`ere slik at vi kommer opp til det største tallet (72)

10 + 5 = 15 → Vi legger så sammen de tallene vi plussa på.

72 - 57 = 15 → Dette blir svaret på regnestykket

Lysbilde 10

Strategiene du skal forholde deg til i **subtraksjon**

Direkte subtraksjon

Vi *trekker fra* tiere og enere hver for seg!

Indirekte addisjon

→ *Regn deg opp* fra det minste tallet til det største - først tiere så enere!

Når du er ferdig: sitt stille, rekk opp hånden til noen kommer bort , øv til naturfagprøve :-)

Lysbilde 11

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Hva skal du gjøre nå?

1) Skriv inn dyrenavnet ditt. **DU SKAL IKKE SKRIVE DITT EGET NAVN.**

2) **KUN BRUK TASTENE PÅ PC-EN, TRENGER IKKE PILA.**

3) **VIKTIG AT DU LESER ALT SOM KOMMER PÅ SKJERMEN!**

- Dere skal IKKE skrive fremgangsmåten deres noen plass, bare svaret med tall

4) **NÅR DU ER FERDIG:** sitt stille, rekk opp hånden til noen kommer bort, og gjør noe fornuftig på pcen

NTNU

Kunnskap for en bedre verden