

Ingvild Pettersen

Undervisningsformer som kan forebygge matematikkvansker

Masteroppgave i spesialpedagogikk

Veileder: Per Frostad

November 2021

Ingvild Pettersen

Undervisningsformer som kan forebygge matematikkvansker

Masteroppgave i spesialpedagogikk

Veileder: Per Frostad

November 2021

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for pedagogikk og livslang læring



Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Formålet med denne studien har vært å undersøke hva en gruppe elever og noen lærere tenker om undervisning som skaper motivasjon og arbeidsglede i matematikkfaget, og hvordan det kan være med å påvirke å stå i det som er vanskelig. Jeg har ønsket å få innsikt i undervisningsformer som kan være med å forebygge matematikkvansker. I studien har jeg belyst følgende problemstilling: *Hvilke tanker har elever og lærere om undervisning som gir elever arbeidslyst og tro på at de skal få det til i matematikk?*

For å besvare problemstillingen har jeg tatt utgangspunkt i en kvalitativ forskningstilnærming. Jeg har innhentet data gjennom intervjuer med tre matematikklærere og fokusgruppeintervju med fem elever. Tre av elevene er elever av den ene læreren som deltok i studien. Resultatene fra datainnsamlingen blir presentert og drøftet i tre hovedkategorier med tilhørende underkategorier: 1) utvikle forståelse og ikke bare utførelse, 2) undervisning som skaper motivasjon og som gjør at elevene klarer å stå i det som er vanskelig, 3) læringsmiljø som fremmer utvikling og troen på seg selv.

Resultatene viser at lærerne er nytenkende i sin pedagogiske tilnærming. De har et dynamisk tanke sett som de fremmer i sin undervisning gjennom å vise tro på at alle elever gjennom innsats kan lære og utvikle seg når undervisningen bygger på eleven sin forståelse. Videre viser resultatene at lærerne har en holdning til at mangfold i faglig nivå skaper en helhetlig undervisning. Lærerne legger til rette for en matematikkundervisning som gjør at individuelle hensyn blir ivaretatt i fellesskapet gjennom samarbeid, dialog og et grunnsyn om at feiling fremmer læring. Kognitivt krevende oppgaver med lav inngangsterskel blir presentert av lærerne på en slik måte at elevene blir indre motivert. Elevene forteller at de opplever at de lærer best når de får samarbeide med hverandre. De blir motivert av å jobbe med utforskende oppgaver som krever at de må tenke. Lærerne viser sterk tro til sin undervisningsform og det framgår av resultatene at de over tid har sett en sammenheng mellom undervisningsformen og økt motivasjon og læring.

I min studie kommer det fram at læreren driver en undervisningspraksis som vektlegger et balansert forhold mellom prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap. Dette vil gi flere elever mulighet til å øke sin proseptuelle forståelse. Det kan være grunn til å anta at dette er en undervisningsform som vil gi elevene større glede med matematikk utover i skoleløpet.

Summary

The purpose of this study has been to examine what a group of students and some teachers think about methods of teaching which create motivation and joy of learning in the field of mathematics, and how it can help students carry on learning even when the subject matter is difficult. The aim has been to gain insight into teaching methods which can help prevent difficulties learning mathematics. In this study I have highlighted the following issue: *What do students and teachers think about methods of teaching which gives students a desire to learn and feel confident that they will succeed in mathematics?*

The study is based on a qualitative research approach. I have gathered data through interviews with three mathematics teachers and focus group interviews with five students. Three of the students are students of one of the teachers who participated in the study. The results from the data collection are presented and discussed in three main categories with associated subcategories: 1) to develop understanding, not just execution, 2) teaching methods which create motivation and endurance to continue learning despite of difficulties, 3) learning environments which promote development and confidence.

The results show that the teachers are innovative in their pedagogical approach. They show a dynamic mindset in their teaching based on a belief that all students through effort can learn and develop when teaching is based on the student's understanding. Furthermore, the results show that the teachers believe that diversity on an academic level creates holistic learning. The teachers facilitate a learning process which takes individual considerations in the class into account through cooperation, dialogue, and a basic view that failure promotes learning. Cognitively demanding tasks with a low entry threshold are presented by the teachers in such a way that the students become internally motivated. The students confirm that they experience better learning when they get to work together with other students. They are motivated by explorative tasks that require creativity. The teachers show strong faith in their method of teaching, and the results confirm that over time they have seen a connection between the form of teaching and increased motivation and learning.

My study concludes that the method of teaching practiced emphasizes a balance between procedural and conceptual knowledge. This will give more

students the opportunity to increase their conceptual understanding. There may be reason to assume that this approach to teaching will give students greater enjoyment of mathematics during their studies.

Forord

Denne masteroppgaven marker avslutningen på min erfaringsbaserte master i spesialpedagogikk ved institutt for pedagogikk for livslang læring, fakultet for samfunns- og utdanningsforskning ved NTNU.

Proessen med å skrive en masteroppgave der jeg har fått mulighet til å fordype meg i et tema som er av stor interesse for meg, har vært lærerik og spennende, men også omfattende.

Det er mange som fortjener en stor takk i forbindelse med denne masteroppgaven. Først og fremst ønsker jeg å rette en stor takk til lærerne og elevene som stilte opp til intervju og bidro til verdifull kunnskap om læring og undervisning i matematikk. Dere har vært avgjørende for at jeg kunne gjennomføre denne studien.

Videre vil jeg takke min dyktige veileder, Per Frostad, for raske, gode og nyttige tilbakemeldinger og veiledning under hele prosessen. De faglige samtalene omkring innholdet i oppgaven og tematikken for øvrig, har vært svært lærerik for meg.

En stor takk til min søster Karen, som har gitt meg konstruktive råd i skriveprosessen. Jeg vil også takke min gode kollega Kristin, for korrekturlesing.

Til slutt vil jeg rette en stor takk til familie og venner for støtte og oppmuntring. En særlig takk til min mann, Njål, og mine barn for oppmuntring og viktig støtte. Dere har virkelig vært tålmodige.

Bergen, 22. november 2021

Ingvild Pettersen

Innhold

Kapittel 1.	Innledning.....	1
Kapittel 2.	Teori.....	4
2.1	Hva er kunnskap og veier til kunnskap – utføre og forstå.....	4
2.2	Undervisning for utvikling av kunnskap	8
2.2.1	Effektiv matematikkundervisning.....	8
2.2.2	En studie av internasjonale ulikheter i matematikkundervisning.....	9
2.3	Læringsmiljø som stimulerer til dynamisk tankesett	13
2.3.1	Tilbakemelding som tilrettelegger for dynamisk tankesett	13
2.3.2	Undervisning for å fremme et matematisk tankesett.....	15
Kapittel 3.	Metodisk tilnærming	19
3.1	Valg av forskningsmetode	19
3.2	Rekruttering av deltakere til studien.....	20
3.3	Datainnsamling.....	22
3.3.1	Utarbeidelse av intervjuguide	22
3.3.2	Gjennomføring av intervju	23
3.3.3	Bearbeiding av data.....	27
3.3.4	Analyse	27
3.4	Kvalitetssikring.....	29
3.4.1	Reliabilitet.....	29
3.4.2	Validitet	30
3.5	Etiske betraktninger	33
Kapittel 4.	Resultater og drøftinger	35
4.1	Kategori 1: Utvikle forståelse og ikke bare utførelse	35
4.1.1	Betydningen av å gjøre oppgavene elevnære	35
4.1.2	Utvikle fleksible strategier.....	36
4.1.3	Se matematiske sammenhenger	37
4.1.4	Drøfting.....	38
4.2	Kategori 2: Undervisning som skaper motivasjon og som gjør at eleven klarer å stå i det som er vanskelig	42
4.2.1	Lærerens holdning til undervisning og læring.....	43
4.2.2	Betydningen av samarbeid	44
4.2.3	Betydningen av formen på oppgaven	46
4.2.4	Drøfting.....	47
4.3	Læringsmiljø som fremmer utvikling og troen på seg selv.....	54

4.3.1	Å feile.....	54
4.3.2	Veiledning og vurdering	55
4.3.3	Drøfting.....	56
Kapittel 5	Avslutning.....	60
5.1	Oppsummering.....	60
Referanser	64
Vedlegg	68
	Vedlegg 1: Informasjonsskriv til informantene	68
	Vedlegg 2 : Intervjuguid	74
	Vedlegg 3: Meldeskjema for behandling av personopplysninger	78
	Vedlegg 4: Skjema med utdrag og kategorier	80

Kapittel 1. Innledning

Både i Norge og resten av verden står vi overfor store utfordringer de neste årene på en rekke områder. Det grønne skiftet vil gripe inn i næringslivet og i alles hverdag, og det er behov for mer innovasjon innen helse- og sosialfagene når vi skal møte eldrebølgen. Barn og unge trenger god basalkunnskap i realfag for å kunne forstå samfunnet vi lever i og for å kunne se nye løsninger på morgendagens utfordringer. Arbeidslivet i Norge er kjennetegnet av høy kompetanse. Målet om at flest mulig gjennomfører videregående skole for å være rustet til arbeidsliv og høyere utdanning, har vært et prioritert satsningsområde for norske myndigheter. Svake karakterer fra grunnskolen er den viktigste enkeltårsaken til at elever ikke gjennomfører videregående opplæring (Utdanningsdirektoratet, 2021). Samtidig ser vi at andelen elever som ikke får tilstrekkelig utbytte av ordinær undervisning og som har rett på spesialundervisning har økt i grunnskolen, og det øker utover i skoleløpet. Det er nesten tre ganger så mange elever som mottar spesialundervisning i 10. trinn sammenliknet med 1. trinn, og en mulig forklaring på dette er økt teoretisering og mer vekt på læringsutbytte gjennom skoleløpet (Utdanningsdirektoratet, 2021).

Fra PISA undersøkelsen gjennomført i 2012 kan vi lese at mange norske elever presterer på det laveste nivået i matematikk og at denne andelen øker fra 4. trinn til 8. trinn. Videre viser PISA undersøkelsen at norske elever har sterkere ytre motivasjon enn indre motivasjon i matematikk enn gjennomsnittet i OECD-land. Undervisning som skjer i norske klasserom, viser å ha lite variasjon i undervisningsaktiviteter som stimulerer til indre motivasjon gjennom kognitiv aktivitet. Den dominerende matematikkundervisningen viser seg å være lærebokstyrt undervisning, som ser ut til å påvirke den ytre motivasjonen. Lærer gjennomgår teori og eksempler som er nært knyttet til læreboken for at elevene deretter skal jobbe individuelt med oppgaveløsning for å tilegne seg regler og prosedyrer (Kjærnsli & Olsen, 2013).

Spesialundervisning ble vurdert av Kvalitetsutvalget i 2003 og senere av Midtlyngutvalget i 2009. Begge utvalgene foreslo å utvikle spesialundervisning gjennom styrking av kvaliteten på tilpasset opplæring. Hensikten har vært at forbedret tilpasset ordinær undervisning skal redusere behovet for spesialundervisning, men statistikken viser at andelen av elever som får spesialundervisning har økt og da særlig i ungdomsskolen. Med Kunnskapsløftets økte kompetansekrav og vurdering av læringsutbytte viser Mjaavatn og Frostad (2015) i sin forskning at lærerne ønsker å tilpasse en undervisning som fungerer etter intensjonene, men at

kravene fra Kunnskapsløftet gjør det vanskelig å forene det med en inkluderende og tilpasset opplæring. I 2015 lanserte Solberg-regjeringen Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnopplæringen (2015 – 2019).¹ I strategien har det blitt vist at nivådifferensiert undervisning i matematikk har økt etter innføringen av kunnskapsløftet. Videre viser forskning at nivådeling med homogene klasser i matematikk svekker elevenes motivasjon og fører til redusert selvtilit både for høyt- og lavt-presterende elever (Nosrati og Wæge, 2015). Fagfornyelsen som trådte i kraft skoleåret 2020/2021 vektlegger mer varierte undervisningsmetoder med færre og tydeligere kompetansemål for å styrke dybdelæring og progresjon og det legges i større grad til rette for at elevene skal utforske matematikken og kommunisere om den. Intensjonene i Fagfornyelsen er at elevene skal møte en undervisning som støtter dem til å kunne bruke kunnskap og ferdigheter, og ikke bare vise hva de har tilegnet seg. Fagfornyelsen krever en langsiktig omstilling i undervisningspraksisen gjennom et sterkt profesjonsfellesskap (NOU 2015:8).

Nordahl-utvalgets rapport (2018), viser at det er en nær sammenheng mellom kvaliteten på den ordinære undervisningen i skolen og elevenes behov for spesialundervisning. I rapporten kan vi lese at den individrettede forståelsen av elevens utfordringer er avgjørende for at spesialpedagogisk ressurser skal utløses, men samtidig vil individfokus føre til at det i mindre grad blir lagt vekt på å se en elevs utfordring som et allmennpedagogisk spørsmål. Dette gjør at for mange elever blir vurdert til å ha behov for spesialundervisning (Nordahl et.al., 2018).

Gjennom et langt yrkesliv som matematikklærer og spesialpedagog, har interessen for matematikkdiraktikk opptatt meg mer og mer. Jeg har møtt mange barn og unge som viser utrygghet i matematikkfaget, og dette gjør meg inspirert til å skape en tilpasset undervisning som gjør at alle elever uavhengig faglig nivå, får mulighet til å oppleve mestring og matematisk kompetanse. Jeg har opplevd timer der engasjementet og de matematiske diskusjonene er så gode at elevene nærmest glemmer tid og sted. Jeg har også opplevd å nærmest løpe fra elev til elev, og dette er situasjoner der elevene har lite utbytte av undervisningen og jeg har følt meg utilstrekkelig. I dag underviser jeg ved en videregående skole der mange av elevene har avbrutt videregående opplæring tidligere. Noen av elevene har tidlig i grunnskolen fått vedtak om spesialundervisning i matematikk. Jeg har fått inntrykk

¹ Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnopplæringen (2015-2019), har som overordnet mål at barn og unges kompetanse i realfag skal styrkes gjennom mer variert undervisningsmetoder med færre og tydeligere mål (Kunnskapsdepartementet, 2015).

av at det har vært store forskjeller i kvaliteten på opplæringen som elevene har fått, men det har vært likhet i organiseringen ved at de fleste har fått opplæringen i små grupper eller enetimer. Det har gjort inntrykk på meg når elevene forteller om hvordan de har opplevd å ikke være en del av fellesskapet og hvordan det har påvirket selvtilliten til elevene å måtte jobbe med matematikk som gir så lite utfordring at det for noen opplevdes undervurderende.

Både innenfor et spesialpedagogisk- og et allmennpedagogisk perspektiv er det viktig å ha kunnskap om hvordan en kan skape en undervisningsform som klarer å gjøre individuelle tilrettelegginger i felles klasseromsundervisning, og som gir elevene mulighet til å utforske forskjellige aspekter innenfor samme tema. Det å forbedre den ordinære pedagogiske praksisen som legger til rette for et godt læringsmiljø i en heterogen elevgruppe der alle elever opplever progresjon uavhengig faglig nivå, vil gi flere elever dybdeforståelse i faget og virker forebyggende på utvikling av matematikkvansker.

Formålet med min masteroppgave er derfor å få innsikt i hvordan lærere og elever oppfatter undervisningsformer som gir elever motivasjon og glede med matematikkfaget og som gjør at de klarer å stå i det som er vanskelig. Det ble valgt følgende problemstilling: *Hvilke tanker har elever og lærere om undervisning som gir elever arbeidslyst og tro på at de skal få det til i matematikk?* Problemstillingen er blitt besvart gjennom data som jeg har innhentet gjennom kvalitative intervjuer med tre lærere og fem elever.

Oppgaven består av fem kapitler. Det neste kapitlet som er teorikapitlet, presenterer jeg hvordan matematikkunnskap utvikles, hva som kjennetegner effektiv undervisning og en internasjonal studie som viser ulikheter i matematikkundervisning. Til slutt i dette kapitlet presenterer jeg teori om læringsmiljø og undervisning som fremmer et dynamisk tankesett. Teorien er grunnlag for de spørsmål jeg har stilt i intervjuene. I kapittel 3 presenterer jeg den metodiske tilnærmingen jeg har gjort for å besvare problemstillingen. Det blir gjort rede for hvordan datainnsamlingen er gjennomført, samt reliabilitet og validitet knyttet til dette. Til slutt blir etiske betraktninger drøftet. I kapittel 4 presenterer jeg resultatene fra de tre ulike hovedkategoriene, og de drøftes hver for seg i lys av relevant teori. I kapittel 5 oppsummerer jeg resultatene og gir en avsluttende refleksjon med forslag til videre forskning.

Kapittel 2. Teori

2.1 Hva er kunnskap og veier til kunnskap – utføre og forstå

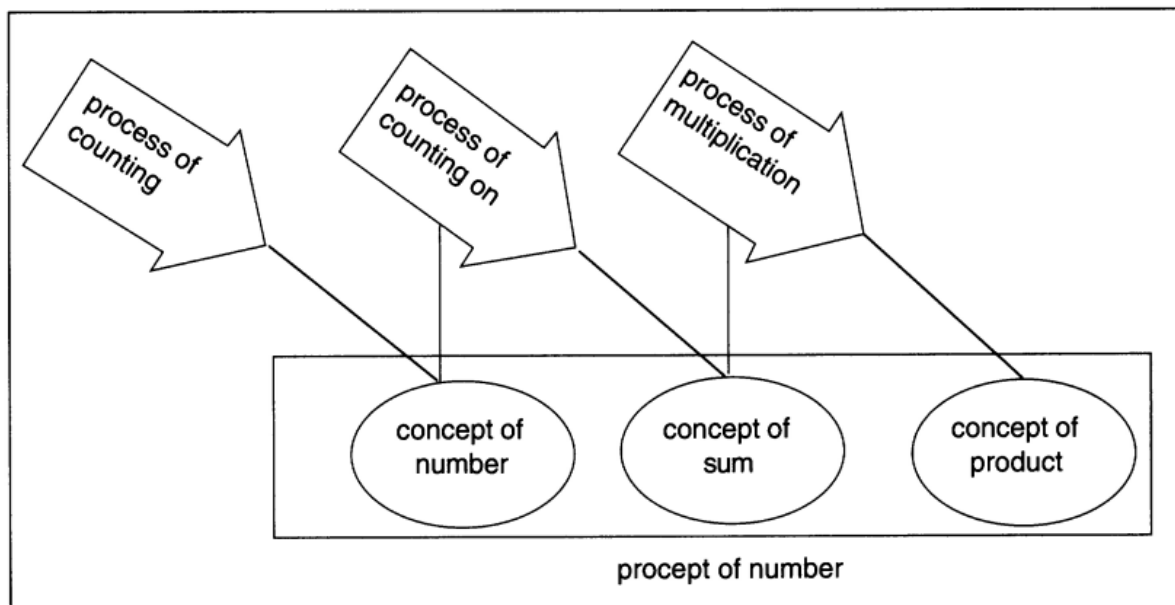
Når eleven lærer noe nytt i matematikk, kan den streve og bruke mye tid på å jobbe seg trinn for trinn gjennom prosedyrer for å komme fram til riktig svar. Men etter hvert begynner eleven å se sammenhenger og utvikle forståelse og den lite fleksible prosedyren blir komprimert til et fleksibelt matematisk objekt som kan hentes raskt fram og brukes som et trinn i en annen prosess. En elev som får oppgaven $8 + 4$ skaper seg en forståelse om at denne prosessen handler om å legge sammen. For å utføre en matematisk operasjon som addisjon vil eleven trenge en prosedyre. Eleven kan for eksempel bruke en konkret tellestrategi og teller først «en, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte» og fortsetter «ni, ti, elleve, tolv». Ved å gjenta denne tidkrevende prosedyren samtidig som en legger vekt på at symboler representerer både prosesser og begreper, som i dette tilfellet er strukturerte mengder, kan eleven etter hvert oppdage at delmengden 4 kan deles i $2 + 2$ og at $8 + 2 = 10$, $10 + 2 = 12$. Dette gir eleven opplevelsen av å jobbe raskere. Det å komprimere kunnskap, handler om å tenke matematisk. Det handler om å se at symbolene representerer både prosessen som fører til en handling som igjen fører til rike konsepter som både er kraftige og likevel enkle å bruke uten å være bundet til kontekster og lite fleksible prosedyrer (Gray & Tall, 1994). Den innsikten eleven opplever med komprimering ved at symboler i matematikk representerer både konsept vite og prosessen utføre, er en av matematikkens store gleder.

Prosedyrekunnskap handler om å kunne gjennomføre en beregning. Hiebert og Lefevre (1986) definerer Prosedyrekunnskap som kunnskap om det formelle symbolspråket i matematikk og algoritmene eller reglene som beskriver hvordan man skal utføre en beregning for å finne løsningen på en matematisk oppgave (Hiebert & Lefevre, 1986). Å bruke matematisk formalspråk riktig betyr ikke nødvendigvis at eleven forstår det matematiske innholdet. Små barn som ikke har lært det formelle symbolspråket i matematikk og reglene for å utføre beregninger, har en intuitiv følelse for matematikk og de utvikler strategier for å løse matematiske problemer naturlig i sin hverdag. De vil bruke konkrete tellestrategier der de er avhengig av konkreter som kan være fingertelling eller klosser til å støtte tellingen. Etter hvert som eleven blir eldre, utvikler prosedyrene seg til abstrakt matematisk symbolbruk (Hiebert & Lefevre, 1986). Ved å ta utgangspunkt i aritmetikken addisjon og subtraksjon kan en se hvordan barn utvikler prosedyrekunnskapen. Når barn skal finne summen av to

delmengder, eksempel $2 + 3$, vil noen barn bruke tellestrategien «Count all» ved at de først teller delmengdene hver for seg og så starte forfra og teller begge delmengdene sammen, «en, to» og «en, to, tre» og starter forfra igjen «en, to, tre, fire, fem». Andre barn minimerer antall tellesteg ved å bruke strategien «Count on from first», de teller da videre fra første delmengde «tre, fire, fem». Når barnet bruker strategien «Count on from largest», teller barnet videre fra den største delmengden «fire, fem». Her har barnet utviklet prosedyre på et høyere nivå der de avleder kjente tallfakta aktivt til å løse problemet som de ikke vet svaret på. Det er en tilsvarende prosedyreutvikling innenfor subtraksjon. For å finne svaret på oppgaven $5 - 3$, kan noen barn bruke tellestrategien «take away». Da teller barnet først «en, to, tre, fire, fem» og tar utgangspunkt i denne delmengden og teller vekk «en, to, tre». Så teller eleven elementene som er tilbake «en, to». Andre barn vil bruke strategien «Count back» og tar da utgangspunkt i delmengden 5 og teller baklengs «fire, tre, to» og kommer på denne måten fram til at svaret blir 2. Ved å bruke strategien «Count up» avledes svaret ved at barnet tar utgangspunkt i delmengde 3 og teller «fire, fem» og komme fram til svaret to. På dette nivået ser barnet sammenhengen mellom subtraksjon og addisjon og de velger å gjøre om subtraksjonsoppgaven til en addisjonsoppgave, fordi det passer best. Den opprinnelige lite fleksible prosedyren er blitt komprimert til et fleksibelt matematisk objekt (Gray & Tall, 1994).

Matematikk skal ikke bare utføres, men også forstås. For at prosedyrekunnskap skal gi eleven mening og forståelse, må den være knyttet til konseptuell kunnskap.

Konseptuell kunnskap kjennetegnes som kunnskap som er rik på sammenhenger og handler om elevens forståelse av matematiske begreper og kunne se sammenhenger (Hiebert & Lefevre, 1986). Utviklingen av konseptuell kunnskap skjer gjennom konstruksjon av relasjoner mellom ulike kunnskapskomponenter, men denne kunnskapen kan bare utvikles hvis eleven ser meningen med det. Prosess og prosedyre er del av et nettverk av kunnskapskomponenter. Konseptuell forståelse skapes ved at eleven oppdager relasjoner mellom to lagrede kunnskapskomponenter eller relasjon mellom kunnskapskomponenter som ikke er lagret fra før. Ingen kunnskapskomponenter er isolerte, pluss og minus er forskjellige prosesser, men også like. Det handler om å finne felles referansepunkter i en ukjent del i mengden (Hiebert & Lefevre, 1986). Figur 1 viser hvordan pilene peker mot samme kunnskapsobjekter hvor alle har en felles referanseramme, selv om prosessene er ulike. Gjentatt telling blir addisjon, gjentatt addisjon blir multiplikasjon.



Figur 1: Flere aritmetiske prosesser omskapt til ett prosept (Gray & Tall, 1994, s.136)

Elever som uttrykker seg godt i matematikk, klarer å ha et balansert forhold til både prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap. Elever vil da klare å utvikle matematisk tenkning ved at prosesser blir omskapt til matematiske objekter gjennom overgangene mellom prosess og konsept. Denne kunnskapen kaller Gary og Tall (1994) proseptuell tenking. Andre elever er kun opptatt av prosesser og prosedyrer og vil se en minusoppgave som bare en minusoppgave. De vil ikke klare å se sammenhengene og klarer ikke å komprimere de lite fleksible prosedyrene til et fleksibelt matematisk objekt (Gray & Tall, 1994).

Studien til Gray og Tall (1994) gir en forklaring på hvorfor det skjer at noen elever klarer å utvikle en proseptuell tenking, mens andre elever ikke klarer dette, men bare blir mer og mer prosedyreorientert selv om undervisningsopplegget kan være likt. En viktig faktor i denne studien er den betydning elevene tillegger symbolene. For noen elever har symbolene bare en prosessbetydning. For andre elever vil symbol både ha en prosess og konseptuell betydning. Hvis en elev ser regneoppgaven $2 + 3$ og gjennomfører telleprosedyren «to, tre, fire, fem» og samtidig har klart i minnet sitt at dette blir en femmermengde og at det er to og tre som er delmengden til femmermengden, da har eleven tillagt symbolene dobbel betydning (Gray & Tall, 1994). Piaget sier at taloppfatning er kardinaloppfatning og det handler om å forstå mengde. Det å bare kunne telle og bruke symbolsystem mente Piaget ikke hadde med taloppfatning å gjøre. Taloppfatningen av 8 handler om at det består av to mengdeelementer, men også delstrukturen av 8 (Høines, 1998). Et barn kan telle K objekt, men det vil ikke være

en talloppfatning knyttet til symbolet K, fordi en ikke har mulighet til å bryte K ned til mengdeelementer og delstrukturer i mengden. Mange barn klarer ikke å gjøre om telleprosessen til en mengdeoppfatning, de vil ha en oppfatning av telleprosessen på samme måte som alfabetet ved at det er en rekke symboler som kommer i en bestemt rekkefølge og knytter det til en bestemt prosess (Gray & Tall, 1994).

Empirien i studien viser kvalitative forskjeller i hvordan høyt- og lavt presterende elever teller. Det framkommer fra studien at de som presterer under gjennomsnittet utfører en vanskeligere form for matematikk (Gray & Tall, 1994). Elever som presterte over gjennomsnittet, gjennomførte enkle addisjon- og subtraksjonsoppgaver ved å avlede kjente tallfakta når de ikke kjente svaret. De brukte sjelden tellestrategier. Når de fikk problemet $15 + 4$, visste de enten at $5 + 4 = 9$, og $9 + 10 = 19$, eller de avledet det kjente tallfakta at $5 + 5 = 10$, så da må $5 + 4 = 9$ og da må $9 + 10 = 19$. For elever som presterte under gjennomsnittet forekom det nesten aldri at de avledet svaret, men brukte i stor grad tellestrategier «count on» og «count back». Eksempelvis hvis elever fikk oppgaven $19 - 17$ telte elever som presterte under gjennomsnittet 17 bakover fra 19, mens elever som presterte over gjennomsnittet telte fra 17 til 19 (Gray & Tall, 1994).

Studien viser at det dannes en proseptuell kløft mellom elever som presterer over gjennomsnittet og elever som presterer under gjennomsnittet og det handler i stor grad om hvordan elever tolker symboler og den betydning elevene tillegger det de gjør (Gray & Tall, 1994). Elever som presterer over gjennomsnittet bruker fleksible strategier og konseptuell tenking til å løse oppgaver, mens elevene som presterer under gjennomsnittet fortsetter å bruke lite fleksible prosedyrer som telleprosedyrer og avleder svært sjeldent svar fra kjente tallfakta. De blir flinkere til å gjennomføre prosedyrene, men når oppgavene etter hvert blir mer komplekse, blir prosedyrene mer kognitivt krevende og det blir vanskeligere å koble det til mengdeoppfatninger. Dette gjør at det vil bli vanskeligere for elevene som står på feil side av den proseptuelle kløften å oppnå konseptuell kunnskap (Gray & Tall, 1994). Å bruke konkretiseringsmaterieell som struktureres på en slik måte at eleven ser sammenhengen mellom prosess og objekt kan være med å hjelpe flere elever til å tolke symbolenes tvetydighet. Boaler (2016) bruker begrepet «Number sense» om proseptuell tenking og det handler om å se matematiske operasjoner på flere måter sammen med visuell støtte (Boaler, 2016).

Det har pågått diskusjoner om undervisningen skal begynne med mye prosedyrelæring eller om undervisningen først skal begynne med forståelsen, for så å lære de konkrete prosedyrene

som man skal anvende etter det. Prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap står i balanseforhold til hverandre og det viktigste er en undervisning som tydeliggjør sammenhengen mellom prosedyre, prosess og konsept for eleven (Hiebert & Lefevre, 1986).

2.2 Undervisning for utvikling av kunnskap

2.2.1 Effektiv matematikkundervisning

Hvordan lærere kan undervise matematikk som gir elever hensiktsmessige prosedyrer som fører til proseptuell tenking, gjenspeiler seg i kunnskapen om orienteringer mot undervisning i matematikk. Når det viser seg at elever benytter lite fleksible telleprosedyrer, må læreren ta en beslutning på hvordan hen skal hjelpe eleven. Læreren kan legge vekt på eleven sin metode og forståelse eller fokusere på læreren sin metode og forståelse. Holder vi oss nær eleven sin metode i forklaringen, bygger vi videre på eleven sin forståelse, men metoden kan være både tidkrevende og lite effektiv. Holder vi oss nær læreren sin metode i forklaringen, kan det virke effektivt på det aktuelle problemet, men det kan ta lang tid før eleven forstår metoden slik at den gir mening og kan brukes i flere situasjoner. Den beslutningen vi tar med hensyn til om forklaringen skal ligge nær elevmetoden eller lærermetoden, beror på teorien om troen og sammenhengen mellom undervisning og læring (Askew, 2000). Orienteringspraksiser som på overflaten kan se like ut kan vise seg å gi store avvik i elevens resultater. Lærere som ligger innenfor *Konneksjonistisk orientering* viser seg å være den undervisningspraksisen som gir størst faglig framgang (Askew, 2000). De viser en tro til hvordan de best kan undervise elevene i regning mens de samtidig tar hensyn til eleven sin læring. Denne orienteringen vektlegger sammenhengene mellom de ulike aspektene i matematikkfaget og sammenhengene mellom de ulike representasjonsformene. Undervisningen er basert på dialog mellom lærer og elever, slik at lærer best kan forstå eleven sin tenking og bygge forklaringen videre på eleven sin forståelse. Misforståelser og feiling blir betraktet positivt og er med å forbedre forståelsen. *Overføringsorientering* vektlegger undervisning framfor læring. Det er læreren sin matematikk-kunnskap som er kilden til læring. Eleven spiller en underordnet rolle som skal tilegne seg regler og prosedyrer isolert og det medfører liten vektlegging av sammenhengene mellom de ulike aspektene i regning. En metode blir vektlagt framfor en annen metode som kan være mer effektiv. Dialogen i en slik orientering er basert på spørsmål og svar, der lærer stiller spørsmål for å sjekke at eleven kan reprodusere reglene og prosedyrene. Feiling blir sett

på som manglende evner til å forstå prosedyrene og må utbedres ved å gi enda grundigere prosedyreforklaringer og repeterende øvelser for å hjelpe eleven til å huske. I en *opplagsorientert* undervisning har læring forrang for undervisning. Eleven står i sentrum og bestemmer tempoet i læringen. Viser eleven misforståelser og feiling er det en indikasjon på at eleven ikke er klar for å lære idéen. Det er elevenes sine strategier som vektlegges og forståelsen av idéene skal tilegnes gjennom elevens egne opplevelser og praktiske erfaringer. Alle beregningsmetoder er like akseptable uavhengig om de oppfattes som effektive eller ikke, så lenge en finner en løsning på problemet. Denne retningen verdsetter at elevene konstruerer sine egne metoder. Læreren sin rolle er å tilrettelegge for at eleven skal oppdage matematikk samtidig som de skal oppmuntre og motivere eleven (Askew, 2000). De ulike orienteringene benytter en rekke organisasjonspraksiser i undervisningen, alt fra hel klasse, gruppe, individuelt arbeid og spørsmål og svar leksjoner. Det viser seg at organiseringen har mindre betydning for om undervisningen gir god læring. Det som skiller lærere som underviser på en måte som gir høy effekt på læring fra undervisning som gir lavere effekt på læring, er arten av samspill med elevene innenfor undervisningsøkten. Undervisning som gir høy effekt på læring, er ikke assosiert med høyere kvalifikasjonsnivå på den formelle matematikkutdanningen lærere har. Det viser seg at den mengden faglig utvikling innenfor matematikkopplæring læreren har gjennomført, er en bedre indikasjon (Askew, 2000).

Det er ingen lærere som praktiserer innenfor bare den ene orienteringen. Noen ganger går de mellom disse retningene, og noen ganger holder de på den ene orienteringen i teorien, men i praksis er de i en annen orientering. Det viktigste er at læreren undersøker sin egen tro og hvor de står i forhold til disse retningene (Askew, 2000).

2.2.2 En studie av internasjonale ulikheter i matematikkundervisning

På bakgrunn av at USA er karakterisert som et lavt presterende land i matematikkferdigheter, ble det gjennomført en studie som ønsket å undersøke hva som skjer inne i klasserommet med hensyn til metoder og undervisningstilnærminger som legger til rette for elevlæring i et tverrkulturelt perspektiv (Stigler & Hieberg, 1999). Undersøkelsen ble gjort i samarbeid med TIMSS som hadde gjort en større videostudie av undervisningssituasjoner i 8. klasser i Japan, Tyskland og USA. Det er ikke tilfeldig at Japan og Tyskland ble valgt ut som sammenlikningsland i denne studien. Japan er et av de landene i verden som skårer høyest i matematikkprestasjoner internasjonalt. Tyskland har ikke deltatt i mange internasjonale

studier, men er i likhet med Japan en stor teknologisk- og økonomisk konkurrent til USA (Stigler & Hieberg, 1999).

Undervisningsmønsteret for de tre landene viser den samme oppbygningen og inneholder forelesninger fra lærer, klasseromdiskusjoner og elevarbeid. De ytre faktorene som atmosfæren og det visuelle klasserommet ser også likt ut for de tre landene. I denne studien var det ikke læreren som skulle undersøkes, men de forskjellige tverrkulturelle undervisningsmetodene. Selv om kompetansen til lærerne var forskjellig, var disse små sett i forhold til undervisningsmetodene som viste store forskjeller på tvers av kulturene. Innenfor hvert land og landets kultur var undervisningsmetodene overraskende like (Stigler & Hiebert, 1999).

Det typiske for USA sin undervisningsmetode i matematikk er å memorere begreper og praktisere prosedyrer (Stigler & Hiebert, 1999). Elevene tilegner seg isolerte ferdigheter gjennom gjentatt praksis av prosedyrer. Læreren starter ofte læringsøkten med å presentere definisjoner og begreper i et tema og viser elevene hele prosedyren på hvordan oppgaven skal løses. Definisjoner og begreper blir brukt til å øke elevens matematiske språk og blir i liten grad brukt til å skape den dype forståelsen i å utforske matematiske egenskaper og sammenhenger. Det matematiske innholdet er mindre avansert, og det gjør at det kreves mye mindre matematisk resonnering. Antall emner som skal dekkes er mye høyere i USA, og dette kan fører til at undervisningen blir overfladisk og fragmentert, og går på bekostning av en dypere konseptuell forståelse.

Undervisningsmetoden i Japan bygger på bevisføring i matematikken for å hjelpe eleven til å se viktige matematiske sammenhenger. Japan er det landet som skårer høyest på matematisk innhold i undervisningen (Stigler & Hiebert, 1999). Typisk trekk i undervisning er at den er bygd opp som en strukturert problemløsning. Den funksjonelle bruken av visuelt verktøy i Japan og USA viser store metodiske forskjeller. Japan benytter krittavle i undervisning til å bevise starten på et problem og de ulike løsningsmetodene som er kommet fram underveis i timen. Det første de skriver, blir skrevet til venstre på tavlen og så utvider de den videre leksjonen systematisk mot høyre. Ofte avsluttes timen med en fullskrevet tavle som viser en fullstendig gjennomgang av det oppstartede problemet for å hjelpe elevene til å se sammenhenger. USA benytter ofte prosjektor i kombinasjon med krittavle i undervisningen for å fange oppmerksomheten og for å få elevene aktive i øyeblikket. Den visuelle gjennomgangen fjernes underveis i prosessen og memorering blir en viktig del av undervisningen, der det å se matematiske sammenhenger blir vanskelig. I Japan søker

undervisningen mot en konseptuell forståelse ved at eleven bruker større tid på å løse utfordrende problemer og diskutere matematiske begreper, enn til å øve på praktiske ferdigheter. Læreren spiller et mindre kompetanseforbilde i prosedyreutviklingen, det er eleven som utvikler prosedyrer i løsning av oppgaver. Designet på oppgavene er laget slik at elevene skal kunne bruke tidligere prosedyrer som er utviklet i arbeidet med å utvikle nye løsningsmetoder. Studien viser at det er bare Japan som rutinemessig knytter sammen det nye temaet med noe de har lært før. Undervisningen bygger på at elever skal kunne presentere og begrunne sine metoder, slik at mangfoldet av måter å løse problemer på kommer fram. Japanske elever bruker omtrent like mye tid på å utvikle prosedyrer som å praktisere prosedyreregler sammenlignet med Tyskland og USA, der eleven bruker nesten all tid på å praktisere prosedyreregler (Stigler & Hiebert, 1999).

Matematikkinnholdet i Tyskland viser seg å være relativt avansert (Stigler & Hiebert, 1999). Både i Tyskland og USA er det læreren som gjør det største matematiske arbeidet. Læreren spiller en viktig rolle i prosedyreutviklingen for å løse generelle problemer. Til forskjell fra USA, så skjer utviklingen av prosedyrene i Tyskland ved at lærer sammen med elevene leder dem gjennom noen avanserte matematiske prosedyrer i felles klasseromsdiskusjon. Teknikken omfatter også begrunnelser og bevisføringer som ligger til grunn for å utvikle avanserte prosedyrer. Lærerne i Tyskland og Japan bygger stillas for å hjelpe elevene til å kunne utvikle og se løsninger på utfordrende problemløsninger (Stigler & Hiebert, 1999).

Studien antyder at årsaken til at undervisningsmønstrene er så stabile over tid, har å gjøre med det kulturelle manuskriptet. Det kulturelle manuskriptet er en generalisert kunnskap om et mønster som bor i deltakerens hode og forteller hva som er forventet og det står sterkt og det stilles sjelden spørsmål ved det (Stigler & Hiebert, 1999). Fordi både elever og lærer har det samme kulturelle manuskriptet i hodet og vet hvilken rolle lærer har i klasserommet og hvordan eleven lærer, er dette med å dempe spørsmål og diskusjoner om undervisningen i klasserommet (Stigler & Hiebert, 1999). For å forstå hvorfor undervisningsmetodene viser så store forskjeller på tvers av kulturene, selv om undervisningsmønstret viser felles trekk, må det sees i sammenheng med den kulturelle troen hvert land har til læring og lærerrollen i denne prosessen (Stigler & Hiebert, 1999). Studien viser at særlig Japan og USA har svært forskjellig tro på hva matematikk er, hvordan læring best skjer og læreren sin rolle i læringen. I Japan er klasseromsundervisningen høyt prioritert og det er lav toleranse for utenomfaglig forstyrrelser som fører eleven ut av læringsflyten. Lærerne i USA er opptatt av at elevene ikke skal kjede seg, derfor bruker de noe av tiden til utenommatematiske aktiviteter i timene for å

øke motivasjonen til elevene. I Japan motiveres elevene i å tenke på en ny måte og se nye relasjoner mellom matematiske idéer og utvikle matematiske metoder som de deler med medelever (Stigler & Hiebert, 1999). Lærerne i USA ser på frustrasjon og forvirring som et tegn på at læreren ikke har gjort jobben sin godt nok. Det blir derfor viktig å vise hele løsningsprosedyren og være tett på i veiledning og korrigerer, slik at feiling og frustrasjon minimeres blant eleven. I Japan er det forventet at elevene gjør feil og at de opplever frustrasjon i konstruksjon av løsningsmetoder. Det å gjøre feil gjør eleven reflektert og klarer bedre å se hele prosessen fullstendig. Den Japanske læreren mener de er ansvarlig for deler av klasseromaktivitetene ved å velge ut nøkkelproblemet, hjelpe eleven med å forstå problemet og forberede og lede oppfølgingsdiskusjonen i klassen (Stigler & Hiebert, 1999).

Klassestørrelsen i Japan er større enn i både USA og Tyskland. Lærerne i Japan ser på forskjellen blant elevene i gruppen som en styrke som gjør undervisningen mer helhetlig, og den individuelle tilretteleggingen er en naturlig del av undervisningsmetoden i Japan. Det er forventet at ulike elever forstår ulike metoder og at de vil jobbe med emnet på ulikt nivå. På bakgrunn av den tro USA har på matematikk, læring og lærerrollen, må undervisningen tilpasses slik at instruksjoner som blir gitt passer hver enkelt elev for at det skal skapes effektiv læring. Dette gjør at det blir vanskelig å undervise store grupper og enkelte elever trekkes ut av klasseromundervisningen på bakgrunn av evner og måter de tilegner seg instruksjoner på, for å jobbe i mindre grupper (Stigler & Hiebert, 1999).

Studien antyder at undervisning må sees på som en kulturell aktivitet for å bedre se hvilke kulturelt manuskript lærere benytter. Ved å bare se på enkelte elementer, vil ikke dette utgjøre store endringer i undervisningssystemet. Ved å se andre manuskripter, kan det være med på å hjelpe en å se sitt eget manuskript og bevisstgjøre de valg en tar (Stigler & Hiebert, 1999).

En oppfølgende studie ble gjennomført med Japan og syv andre høyt presterende land. Studien ville undersøke om undervisningsmetoden i landene var sammenfallende med Japan sin undervisningsform, for da kan det konkluderes med at Japan sin metode er rett å følge for å oppnå høy prestasjon i matematikkfaget (Stigler & Hiebert, 2009). Studien viser forskjeller i undervisningsmetoder mellom landene. Organisering av undervisningsøktene gav heller ingen klare indikasjoner på prestasjonsmønsteret. Det som er felles for de høyt presterende landene, er det engasjementet og den varierte tilnærmingen læreren gir elevene ved å se på effekten av undervisningen underveis i læringen. Studien indikerer at det ikke er en bestemt metode som gir effektiv læring, men det er den utforskende holdningen lærerne har til egen undervisningspraksis gjennom å studere forskjellige metoder som de forbedrer og bruker

effektivt, som gjør at elevene blir engasjert og klarer å opprettholde innsats og håndterer matematiske idéer og se sammenhenger (Stigler & Hiebert, 2009). I stedet for å benytte ekspertlærere som forteller læreren hva som fungerer og ikke fungerer, indikerer denne studien at lærerne må utvikle undervisningen sin sammen gjennom å studere hverandres undervisning som et studieobjekt og se på hva som fungerer og hva som ikke fungerer. Skolen må være en plass der læreren og ikke bare eleven lærer (Stigler & Hiebert, 2009).

2.3 Læringsmiljø som stimulerer til dynamisk tankesett

Teorien om statisk- og dynamisk tankesett er utviklet av Carol Dweck. Teorien tar utgangspunkt i inkrementell intelligensteori og viser til at intelligens og smartheit kan læres og at hjernen vokser av trening og hardt arbeid (Boaler, 2013).

Dweck deler mennesker inn i to grupper for å belyse hva som kjennetegner et statisk- og dynamisk tankesett. Den ene gruppen ser på intelligens som noe som kan utvikle seg og formes ved innsats og læring og har fått betegnelsen dynamisk tankesett. Personer med dette tankesettet liker å bli utfordret og ser på det å gjøre feil og få korreksjon som muligheter for strategiendringer og læring (Dweck, 2017). Den andre gruppen har en oppfatning om at intelligens er fast og uforanderlig og beskrives som å ha et «statisk tankesett». Suksess blir sett på som bevis på at du er smart og talentfull og opplevelse av feil og korreksjon blir sett på som et bevis på at du ikke kan få det til. Personer med et statisk tankesett vil unngå å komme i situasjoner der de risikerer å gjøre feil og søker derfor ikke nye utfordringer (Dweck, 2017). Elever som har et statisk tankesett i matematikk, mener at framgangen de gjør i faget handler om at de har evner for faget. De sidestiller det å være flink i matematikk med å være rask og klare å memorere prosedyrer og alle regler for å finne riktig svar. Elever med et dynamisk tankesett i matematikk kan kjennetegnes ved at de ønsker å lære og utvikle dypere forståelse gjennom å utforske matematiske idéer og se sammenhenger (Boaler, 2016).

2.3.1 Tilbakemelding som tilrettelegger for dynamisk tankesett

Personer med statisk tankesett og personer med dynamisk tankesett responderer forskjellig på feil. De med dynamisk tankesett viser bedre tilpasningsdyktighet til feil. De viser større hjerneaktivitet etter at de har gjort feil og har økt sannsynlighet for å lære av feilene. Det blir

derfor viktig at elever utvikler dynamisk tankesett med tro på utvikling når de skal lære matematikk (Moser, Schroder, Heeter, Moran & Lee, 2011).

Dweck advarer mot å sidestille dynamisk tankesett med innsats. Innsats er viktig for å heve prestasjonen, men ikke alene. For at man skal skape dynamisk tankesett i matematikkfaget som øker motivasjon og kunne stå i det som er vanskelig, må det å gjøre feil oppleves som en del av læringsprosessen og brukes som redskap i utvikling av strategier og ny kunnskap (Dweck, 2015).

Det kan oppleves vanskeligere å gi tilbakemelding på feiling enn å gi tilbakemelding i form av ros. Ros for innsats som har til hensikt at elevene skal føle seg bra og ikke miste motet når de gjør feil, gir ingen læring. Læreren skal verdsette innsatsen til eleven når den sitter fast, men samtidig snakke om hva eleven har gjort og kan gjøre videre (Dweck, 2015).

Tilbakemelding i form av kritikk må gis som en prosessfokusert kritikk som er konstruktiv i form av en hjelpsom kritisk tilbakemelding. Kritisk tilbakemelding er nyttig feedback på læring, og gjør eleven bedre i stand til å forstå hvordan den skal gjøre det bedre neste gang. Men om tilbakemelding blir gitt på bakgrunn av evner eller innsats, har stor betydning for hvordan elever reagerer på utfordringer og feiling (Dweck, 2017).

En studie undersøkte om ros- og kritisk tilbakemelding gitt på bakgrunn av evner eller innsats kan påvirke barns opplevelse av feiling i senere situasjoner. Hypotesen i studien var at tilbakemelding i form av ros eller kritikk gitt på bakgrunn av evner, kan gi signaler om personlig kvalitet og undergrave mestring (Kamins & Dweck, 1999). Studien ble utført på 65 barn i alderen 5-6 år i to regioner i USA. Undersøkelsen var delt i to tilbakemeldingsformer, kritikk og ros. Barna ble delt i to grupper, der den ene gruppen skulle få tilbakemelding rettet mot evner og den andre gruppen rettet mot innsats. Empirien i studien indikerte at tilbakemeldingsopplevelse har påvirkning på hvordan barn håndterer senere tilbakemelding på feiling. Spesielt fremmet tilbakemelding i form av kritikk på bakgrunn av evner forskjellige mønster i atferd. Barna så på seg selv som mindre smarte og gode når de opplevde å feile i situasjoner senere. Barna fikk også mindre utholdenhet og klarte i mindre grad å finne konstruktive løsninger på problemer (Kamins & Dweck, 1999). Studien indikerer at kritisk tilbakemelding på bakgrunn av evner, kan formidle en selvtillit til barnet om at det er kompetent, dyktig og bra når det får det til, men ikke når det mislykkes (Kamins & Dweck, 1999). «*These results provide corroboratory evidence for our hypothesis that praising a child's traits can have negative effects when subsequent setbacks are encountered*» (Kamins & Dweck, 1999, s. 844). Ros gitt på bakgrunn av evner kan virke motiverende der og da, men

feiling gir større grad av mislykkethet og kan skape et statisk tankesett om at evner er tallfestet og uforanderlig (Dweck, 2008).

2.3.2 Undervisning for å fremme et matematisk tankesett

Teorien om matematisk tankesett er utviklet av Boaler og bygger på tankesett-teorien til Dweck. Teorien er utviklet for å gi lærere og foreldre praktiske strategier og aktiviteter for å hjelpe elever til å overvinne frykten for matematikk og samtidig forbedre elevenes faglige prestasjon (Boaler, 2016). Essensen i teorien om et matematisk tankesett er å hjelpe elevene til å møte matematikken på en konseptuell måte. Gjennom undervisningen må eleven få tro på at matematikk handler om å tenke, utforske, skape idéer og se mønster og forhold som gir sammenhenger og skaper mening. Teorien fremmer et stimulerende læringsmiljø som gjør at elever tør å utfordre seg og at de opplever at det er trygt å gjøre feil. Boaler (2016) hevder at medfødte evner i matematikk ikke finnes, men at troen på seg selv og holdningen til faget, sammen med oppmuntring utenfra, er den viktigste faktoren for å lykkes i faget (Boaler, 2016).

Type oppgaver som lærerne legger til rette for at elever skal jobbe med i undervisningen, har stor betydning for hva de lærer og hvor motivert de blir for faget. Oppgaveformen kan få betydning for om eleven ser på matematikk som et fag der det er viktig å huske regler og prosedyrer, eller om faget handler om å forstå og tenke logisk i de valg man gjør (Valenta, 2016).

For å skape engasjement og hjelpe elevene inn i viktige tankeprosesser som leder til konseptuell forståelse, mener Boaler (2016) at lærerne må legge til rette for at elevene får utforske åpne oppgaver med flere mulige løsninger. Alle elever uavhengig av faglig nivå må få jobbe med oppgaver som utfordrer dem kognitivt, slik at de utvikler begrepsforståelse, lære prosedyrer som de kan anvende hensiktsmessig og klare å resonnerer og begrunne løsningens gyldighet (Boaler, 2016). En britisk studie viste at elever som lærte matematikk gjennom prosjektbasert læring, fikk signifikant høyere standpunkt karakter i matematikk i forhold til elever som jobbet mer tradisjonelt (Boaler, 2016). Elevene som deltok i studien, var 13 år og skulle lære trigonometriske funksjoner. I prosjektskolen fikk elevene en forespørsel om å lage et gjerde med fastsatte mål som gav størst mulig areal. Elevene fikk utforske seg fram selv med å prøve ut mange måter og ulike former. Gjennom utforskningen fikk elevene bruk for

trigonometri. Elevene så da nytten av å lære denne metoden for å løse problemet og det skapte engasjement. I den andre klassen gjennomgikk læreren først metoden steg for steg, og så fikk elevene eget oppgaveark for å øve på metoden. Elevene opplevde trigonometri som ekstremt kjedelig og lite nyttig og interessant (Boaler, 2016). Studien viser at matematikk blir mer kompleks og spennende når oppgaven blir gitt som en henvendelse som ikke skal reprodusere en metode og at forklaringen blir gitt når elevene er klar for den. Elevene startet opp med å tenke smalt om metoder, men med utforskning og egen tenking, klarer de å se sammenhenger og at flere representasjonsformer gir mening. Dette gjør at hjernen forberedes til å lære ny kunnskap. Elevene er best mottakelig for instruksjon av metode når de de først får tilegne seg problemet og jobbet med det individuelt og i grupper. De vil da ha bedre forutsetning til å se meningen med det de lærer (Boaler, 2016).

Boaler (2016) har utviklet seks spørsmål som lærerne bør ta stilling til når de planlegger oppgaver som de skal benytte i undervisningen for å gi best læring:

- Kan oppgaven åpne opp for flere framgangsmåter og bruk av ulike representasjoner?
- Kan læreren gjør oppgaven interessant som vekker engasjement?
- Kan elevene først få utforske og finne ulike strategier før metoden presenteres?
- Kan oppgaven støttes med visuelle representasjoner?
- Kan oppgaven utformes slik at den har lav inngangsterskel med stor takhøyde slik at alle elever opplever faglig progresjon?
- Kan det legges inn krav om resonnering og begrunning?

Oppgaver som er på denne formen åpner opp for flere måter å lære matematikk på og det gjør at elevene utvikler et dynamisk tankesett i matematikk (Boaler, 2016).

Det å jobbe med den samme matematiske idéen om og om igjen, gir ingen læringseffekt (Boaler, 2016). Det beste er å presentere de matematiske idéene på en måte som gjør at elevene får jobbe med konseptet på mange ulike måter. Det vil engasjere elevene og de klarer å bruke idéene i ulike situasjoner. En god strategiaktivitet som stimulerer elevene til å se sammenhenger mellom matematiske idéer som gir dem mening, er ved å «**snakke tall**». Læreren gir elevene et abstrakt matematisk problem og ber dem fortelle hvordan de tenker, samtidig som læreren deler de ulike strategiene som elevene har kommet fram til. Den matematiske gleden og engasjementet har vist seg likt både hos barn og hos voksne. Både barn og voksne blir like overrasket og engasjert når de oppdager kreativiteten, fleksibiliteten og alle de varianter av idéer som et relativt lite matematikkproblem kan løses på. Elevene får

en konseptuell forståelse av tallfakta og abstrakte matematiske idéer og er ifølge Boaler en svært effektiv måte å undervise både tallforståelse og tallfakta på samtidig (Boaler, 2016).

Læring av formell og abstrakt matematikk forbedres når elever i alle aldre bruker **visuell og intuitiv matematisk tenking** (Boaler, 2016). Beste måten å lære på, oppstår når vi bruker flere områder i hjernen. Selv når vi jobber med tallberegning, så er den matematiske tenkingen forankret i en visuell prosessering (Boaler, 2016). Ofte blir viktige matematiske begreper innenfor emnet algebra vist med tall og symboler uten den visuelle forståelsen. Ved å bruke tegninger og farger til å se hvordan mønster vokser og endrer seg, gir det elevene mulighet til å se flere måter å løse problemet på og det skaper engasjement (Boaler, 2016). For å engasjere elever til å bruke visuell tenking, bør de bruke det med jevne mellomrom. Å tegne matematiske idéer hjelper elever på alle nivå til å forme sine idéer og utvikle forståelse. På samme måte som å be elevene om å tegne idéene, metodene og problemene, bør lærer også alltid spørre elevene om å sette sammen de visuelle idéene med tall, algebraiske metoder og løsninger. Sterke matematikere er de som tenker dypt og knytter forbindelser og visualiserer. Raske beregninger er ikke det som trengs i matematikkarbeid på høyt nivå (Boaler, 2016).

Mange studier har vist at **samarbeid** mellom elever gir god effekt på læring (Boaler, 2016). Når elever får samarbeide i matematikken, får alle en mulighet til å se og utvikle forståelse for viktige matematiske sammenhenger. Å la elevene samarbeide om åpne oppgaver som har lav inngangsterskel og stor takhøyde som utfordrer og strekker alle elever til det riktige nivået, gjør faget mer inkluderende. For at samarbeid skal gi elevene effektiv læring som fører til konseptuell forståelse, har læreren en viktig rolle for å skape matematiske samtaler av høy kvalitet som hjelper elevene til å starte tankeprosesser rundt matematiske idéer. Når elevene får samarbeide om å løse problemer, oppdager de flere måter å løse et problem på. De ser flere måter å gjøre beregninger på, det kommer mange gode spørsmål og flere idéer blir foreslått. De må resonnerer og begrunne ulike framgangsmåter som gjør at de ser sammenhengen mellom ulike strategier og metoder. En viktig holdning som kjennetegner et inkluderende klasserom som jobber med åpne oppgave som har lav inngangsterskel, er lærere som verdsetter og vurderer elevene ut ifra flere dimensjoner i matematikk. «*No one is good at all of these ways of working, but everyone is good at some of them*” (Boaler, 2016, s. 121).

Skal et samarbeid fungere og fremme læring, må det skapes et trygt læringsmiljø som gjør at alle elever tar ansvar for hverandres læring. Elevene må lære hvordan de kan jobbe godt sammen ved å snakke på en respektfull måte til hverandre, lytte til hverandre og støtte opp om

hverandres idéer. Et godt og trygt læringsmiljø som åpner opp får samarbeid, kan ikke læres gjennom ord og regler, men elevene må se det gjennom lærerens handlinger (Boaler, 2016).

Kapittel 3. Metodisk tilnærming

I dette kapittelet vil jeg beskrive de metodiske valgene jeg har gjort for å besvare forskningsspørsmålet i denne studien. Thagaard (2018) skriver at for å kunne vurdere kvaliteten av forskningsarbeidet, er det viktig å begrunne de valg som blir tatt i løpet av prosjektet (Thagaard, 2018). Jeg vil derfor starte med å redegjøre for avveininger og de valgene av forskningsmetode jeg har tatt, for så å beskrive arbeidet med å rekruttere deltakere til studien. I den siste delen gjør jeg rede for datainnsamlingen og etterarbeidet. Herunder drøfter jeg hvordan studien er kvalitetssikret og de etiske vurderinger jeg har gjort underveis i arbeidet.

3.1 Valg av forskningsmetode

En forskningsmetode er de framgangsmåter som en benytter til å besvare eller belyse de spørsmål en stiller (Kleven & Hjordemaal, 2018). Valg av forskningsmetode er nært forbundet med forskningens problemstilling. Ifølge Thagaard (2018) kan kvalitativ metode egne seg godt når besvarelsen av forskningsspørsmålet betinger en åpen tilnærming med innspill og dialog mellom forsker og personer i feltet (Thagaard, 2018). Gjennom intervju med et utvalg elever og lærere er formålet med studien å få innblikk i deltakernes tanker og opplevelse av undervisningsformer som skaper motivasjon og arbeidsglede, og som påvirker elevene til å klare å stå i det som er vanskelig. Problemstillingen er: *Hvilke tanker har elever og lærere om undervisning som gir elever arbeidslyst og tro på at de skal få det til i matematikk?*

Denne studien peker i retning av en kvalitativ tilnærming, da styrken til kvalitativ metode er å få innsikt i informantenes forståelse og opplevelse av fenomenet. I følge Thagaard (2018) egner intervjusamtaler seg særdeles godt for å få kunnskap om hvordan personer opplever og forstår seg selv og sine omgivelser (Thagaard, 2018). Overført til min studie åpner denne tilnærmingen til å søke forståelse mer enn en forklaring av forskningsspørsmålet gjennom en åpen samtale med vekt på deltakernes egne opplevelser og meninger av fenomenet.

3.2 Rekruttering av deltakere til studien

Den opprinnelige planen min i dette prosjektet var å intervju noen elever som hadde opplevd et vendepunkt i matematikkfaget, fra å oppleve faget som håpløst og vanskelig til å få en positiv opplevelse. Samtidig ønsket jeg å intervju en lærer som med utgangspunkt i egen praksis kunne belyse fenomenet ut ifra et undervisningsperspektiv.

Det viste seg imidlertid at det skulle bli vanskelig å rekruttere elever til prosjektet. Jeg bestemte meg derfor for å endre forskningsspørsmålet til å gjelde hele elevgruppen med hensyn til didaktiske forhold som skaper motivasjon og glede med matematikkfaget.

Kriteriet for lærerdeltakelse var at lærerne hadde lærerutdanning og hadde undervist i matematikkfaget. I tillegg ønsket jeg å rekruttere lærere som har bemerket seg med et uttalt positivt læringssyn og et engasjement for undervisningen, og med et mål og grunnholdning om at alle skal lykkes i faget. Kriteriet for elevdeltakelse, var at elevene var gamle nok til å kunne reflektere og uttrykke seg godt om sine opplevelser av fenomenet, og gjerne at elevene hadde ulikt faglig nivå. Jeg vurderte at det var hensiktsmessig å intervju elever i aldersgruppen fra 10 år og oppover.

Jeg foretok en strategisk utvelgelse av lærere som kunne hjelpe meg å komme i kontakt med elever som kunne delta i studien. Hensikten med en strategisk utvelgelse er å foreta en systematisk utvelgelse av et begrenset antall personer som har de egenskaper og kvalifikasjoner som er hensiktsmessig for å belyse problemstillingen og som gir en analytisk forståelse av fenomenet som skal undersøkes (Thagaard, 2018).

Rekruttering av lærere foregikk gjennom e-post kontakt og snøballmetoden, ved å først kontakte et lite utvalg lærere som hadde de kvalifikasjoner som var relevant for min problemstilling, for så å kunne få tips til nye aktuelle informanter gjennom førstekontaktene (Thagaard, 2018). Jeg tok utgangspunkt i kandidater som enten var nominert eller hadde mottatt Holmboeprisen på bakgrunn av sitt engasjement for matematikkundervisning og læring.² Jeg kontaktet to av disse kandidatene via e-post, der jeg kort beskrev prosjektet mitt og hvorfor jeg hadde kontaktet dem. De jeg kontaktet kunne ikke hjelpe meg med rekruttering

² Lærerpris i matematikk som er opprettet av norsk matematikkråd, for å løfte fram ildsjeler som gjør en innsats langt utover det forventede. Prisen er ment å rette offentlighetens søkelys mot alt det gode arbeidet som blir gjort i klasserom over hele landet (Det Norske Vitenskaps-Akademi, 2021)

av elever til prosjektet, fordi de ikke lenger underviste elever. Samtidig formidlet de kontaktopplysninger til andre lærere som kunne være aktuelle for prosjektet. Jeg tok kontakt med dem via e-post med kort informasjon om prosjektet mitt og hvordan jeg hadde fått kontaktopplysningene deres. Jeg ba dem om å ta kontakt dersom de var interessert i å delta. På den måten kom jeg i kontakt med to lærere som ønsket å delta i prosjektet, og jeg sendte dem informasjonsskriv om prosjektet (vedlegg 1). De gav tilbakemelding om at temaet for studien engasjerte dem. Den ene læreren jobbet som lærerspesialist i matematikk på begynneropplæringen og hadde mange års erfaring i å undervise i matematikk på småskoletrinnet, men underviste ikke elever dette skoleåret. Den andre kontakten jobbet som lærer på mellomtrinnet, men underviste ikke i matematikk dette skoleåret. Fortsatt manglet jeg en lærer som underviste i matematikk skoleåret 2020/2021 og som kunne hjelpe meg med å rekruttere elever til å delta i prosjektet.

Jeg kontaktet blant annet en lærer som underviste i matematikk på 5. trinn og som hadde skrevet en artikkel i fagtidsskriftet «Tangenten». Artikkelen handlet om elevaktiviteter som motiverer og engasjerer i matematikkfaget. Hun var positiv til å delta i prosjektet og kunne også bistå med å rekruttere elever fra egen praksis. Vi ble enige om at jeg kunne benytte samme utvalg av elever som læreren hadde intervjuet i artikkelen hun skrev i «Tangenten», fordi læreren mente at disse fem elevene hadde erfaring med å delta som informanter. Læreren hadde rekruttert utvalget av elever på bakgrunn av et spørreskjema som handlet om hvordan elevene liker å jobbe med matematikk og hvordan de lærer best. I tillegg var kriteriet for lærerens utvalg at det faglige nivået blant eleven var ulikt. Disse kriteriene passet godt til det utvalget elever jeg ønsket til mitt prosjekt. Informasjonsskriv (vedlegg 1) og forespørsel om å delta i intervju ble formidlet via denne læreren til elevene og deres foresatte. Jeg fikk skriftlig samtykke fra foresatte om at alle fem elevene kunne delta i prosjektet og disse ble intervjuet sammen.

Jeg endte opp med fem elever og tre lærere som ønsket å delta i studien. De analytiske målene i denne studien er å se på typiske trekk med undervisning som gir eleven tro på egen utvikling og framgang i faget også når det oppleves vanskelig. Jeg vurderer utvalgsstørrelsen som tilstrekkelig stor for å kunne svare på problemstillingen som jeg ønsker å belyse. En retningslinje for omfanget av kvalitative utvalg er at antall deltakere ikke bør være større enn at det er mulig å gjennomføre omfattende analyser (Thagaard, 2018, s. 59).

3.3 Datainnsamling

Formålet med å benytte intervju som metode er at jeg som forsker sammen med deltakerne skal skape en forståelse av deres erfaringer, som kan gi en fyldig og omfattende kunnskap om hvordan de opplever og reflekterer over temaet intervjuet handler om. Intervju er en fortolkende praksis hvor både forsker og deltaker bidrar til å utvikle forståelse av deltakers sine erfaringer (Thagaard, 2018). Jeg vil videre redegjøre for planleggingen, gjennomføringen og bearbeidningen av datainnsamlingen.

3.3.1 Utarbeidelse av intervjuguide

Ifølge Tjora (2018) er det hensiktsmessig å benytte en intervjuguide for å strukturere intervjuene (Tjora, 2018). Jeg utarbeidet to intervjuguider, en guide for lærerintervjuene og en guide for elevintervjuet. Begge intervjuguidene jeg utarbeidet og brukte i studien er semistrukturert. Temaene som skal belyse problemstillingen ble fastlagt på forhånd med stikkordsformulerte tilleggstema, men rekkefølgen av temaene ble bestemt underveis i intervjuene for å tilpasse meg deltakernes beskrivelser (vedlegg 2). Typisk for semistrukturert intervju, er at intervjuet foregår som en samtale mellom meg som forsker og deltaker og styres både av de tema jeg har utarbeidet i forkant av intervjuet og de tema som deltaker tar opp (Thagaard, 2018).

Utarbeidelsen av spørsmålene i intervjuguidene er preget av min erfaring som lærer og den motivasjon jeg har for undervisning som skaper engasjement og læring, sammen med etablert teori og forskning på feltet. Ved å utarbeide en semistrukturert intervjuguide, vil intervjuene ha en åpen tilnærming som tillater at tanker og synspunkter som deltakerne ønsker å ta opp får komme fram. Dette viser at guiden er utarbeidet i lys av en induktiv tilnærming (Tjora, 2018).

Den erfaringen jeg har med meg som lærer og relevant teori som jeg har bearbeidet på forhånd, er grunnlag for temaene jeg tar opp i intervjuet og gir prosjektet en deduktiv tilnærming (Tjora, 2018). En abduktiv tilnærming starter ifølge Tjora (2018) fra empirien som induksjon, men aksepterer betydningen av teorier i forkant og i løpet av forskningsprosessen. For prosjektet innebærer dette at datainnsamlingen som skal bidra til å belyse problemstillingen, er utviklet gjennom et samspill mellom en åpen og fordomsfri tilnærming

sammen med den forforståelse og teori som jeg har bearbeidet i forkant og underveis i prosjektet (Tjora, 2018).

3.3.2 Gjennomføring av intervju

Jeg gjennomførte ett prøveintervju med en kollega med utgangspunkt i intervjuguiden som var beregnet på lærerintervjuene. Ifølge Thagaard (2018), er det viktig å gjennomføre prøveintervju i enhver undersøkelsessituasjon for å forberede intervjuene innenfor nye områder. Trening gjør at en oppnår trygghet i hvordan en som intervjuer fungerer i intervjusituasjonen og gjør at oppmerksomheten rettes mot informanten og det hen forteller (Thagaard, 2018). Hensikten med prøveintervjuet var å forberede til et godt intervju med hensyn til hvordan jeg stilte spørsmålene og anvendte oppfølgingsspørsmål. Prøveintervjuet ble en nyttig erfaring for meg. Temaene og tilleggstemaene i intervjuguiden fungerte bra. Jeg fikk tilbakemelding på at jeg i noen tilfeller stilte spørsmålene i en ledende retning, ved at jeg formulerte noen av spørsmålene ut ifra antakelser jeg selv hadde. Tilbakemeldingen gjorde at jeg ble mer bevisst i intervjusituasjonen med hensyn til hvordan jeg stilte spørsmål og samtalte i oppfølgingsspørsmålene, for å unngå ledende spørsmål. Ledende spørsmål bidrar til at vi gir intervjuet en retning som skaper forventninger om hvordan deltaker kan svare på spørsmålene (Thagaard, 2018).

Gjennomføring av lærerintervju

For å etablere kontakt med de tre lærerne i forkant av intervjuene, ble jeg enig med hver av dem om at jeg kunne kontakte dem på telefon for å avtale tidspunkt for gjennomføring av intervjuet og hvordan det skulle gjennomføres. Å etablere en god kontakt med deltakerne i forkant av intervjuet, kan bidra til å skape en trygghet som gjør at deltaker får lyst til å dele sine erfaringer og synspunkter (Thagaard, 2018). I telefonsamtalen med lærerne gjennomgikk jeg også informasjonsskrivet som de hadde mottatt i rekrutteringsfasen, der jeg kort informerte om tema for denne studien, hvorfor jeg ønsket å intervju dem, at det var frivillig og anonymt, og at det når som helst var mulig å trekke seg. Videre fortalte jeg litt om hovedtemaer som intervjuet skulle omhandle og at jeg var interessert i deres oppfatninger, erfaringer og synspunkter. Jeg forsikret meg om at det var greit for dem at jeg benyttet

lydopptak i intervjuet. Det ble presisert at det bare var jeg som hadde tilgang til lydopptaket og jeg informerte når det ble slettet.

De første intervjuene gjennomførte jeg med de to lærerne som tidlig i rekrutteringsfasen hadde samtykket til å delta i prosjektet. Intervjuene med dem skjedde med noen dagers mellomrom. Intervjuet med den tredje læreren ble gjennomført omtrent tre måneder etter de to første intervjuene. Denne læreren hadde ikke mulighet til å stille som informant tidligere.

Studien ble gjennomført midt under koronapandemien, noe som satte rammer for intervjuene. Pandemien har vært krevende for mange yrkesgrupper, også for lærere som har måtte tilpasse undervisning til smitteverntiltak som har endret seg. Jeg vet ikke hvor mye dette har spilt inn på rekruttering av informanter, men det er grunn til å tro at for mange lærere har den nye undervisningshverdagen gjort at det har vært lite overskudd til å delta i aktiviteter eller prosjekter som ikke direkte er knyttet til deres arbeidshverdag. For dette prosjektet har pandemien ført til at det ikke var mulig å gjennomføre intervjuene fysisk. Jeg avklarte med deltakerne hvordan intervjuene kunne gjennomføres på en måte som de kjente seg mest komfortable med. Dette er i tråd med det som Thagaard (2018) beskriver som et overordnet mål for intervjusituasjonen som handler om å skape en tillitsfull og fortrolig atmosfære, slik at deltaker oppmuntres til å gi en fyldig informasjon om de temaer det er ønske å få kunnskap om (Thagaard, 2018). Det ene intervjuet ble gjennomført som telefonintervju, mens de to andre intervjuene ble gjennomført som videomøter. Telefonintervjuet gjorde at det var vanskelig å benytte nonverbal kommunikasjon i intervjusituasjonen. Jeg opplevde at det var utfordrende å gi god respons til deltaker i form av å vise at jeg lyttet oppmerksomt og tilpasse innspill som skulle bidra til å utdype deltakerens fortelling og gi rom for nye spørsmål i intervjuet. Ifølge Thagaard (2018) kan kroppsspråket være med å gi intervjuet signaler som fører til nye spørsmål. Det å benytte spørsmål eller kommentarer som for eksempel ved å si et bekræftende «ja» eller «mm», for å skape flyt i intervjusituasjonen og vise interesse i det deltaker fortalte, opplevdes forstyrrende og virket mer mot sin hensikt i telefonintervjuet (Thagaard, 2018). Etter en stund i intervjuet sluttet jeg å benytte slike bekræftelser og avklarte dette med deltaker. Jeg forsikret meg om at deltaker visste at jeg lyttet aktivt ved å følge opp med oppfølgingsspørsmål som gav tilbakemelding på det hun hadde sagt, som for eksempel, «forstår jeg det rett når du sier at...», «kan du si mer om....», osv.

Intervjuene er strukturert i tre faser, der jeg startet med korte oppvarmingsspørsmål som ikke krevde refleksjon. Ifølge Tjora (2018) er formålet med denne type intervju å etablere en trygghet som skaper en avslappet situasjon for å bringe fram gode refleksjoner i intervjuet

(Tjora, 2018). Da fungerer det godt å starte med enkle spørsmål som peker i retning av intervjuets tema. På bakgrunn av oppvarmingsspørsmålene, ble det naturlig å gå over til selve kjernen i intervjuet med refleksjonsspørsmål om de sentrale temaene i intervjuet. Jeg avsluttet intervjuene med nøytrale spørsmål som ledet bort fra refleksjonsfasen. Deltakerne fikk også mulighet til å komme med tilføyelser, hvis de følte at noe ikke hadde kommet godt nok fram under intervjuet. Jeg hadde avklart med lærerne at intervjuet ville ta omtrent en time å gjennomføre og alle tre intervjuene holdt seg innenfor denne tidsrammen.

Gjennomføring av elevintervju

Intervjuet med elevene var i likhet med lærerintervjuene semistrukturert intervju. Intervjuet ble gjennomført som fokusgruppeintervju der elevene ble invitert til i fellesskap å diskutere temaene og utdype hverandres synspunkter og tanker med meg som ordstyrer (Tjora, 2018). Ifølge Thagaard (2018) kan diskusjoner mellom deltakerne i fokusgrupper bidra til å utdype temaene som er viktig for problemstillingen (Thagaard, 2018). Jeg hadde ikke kontakt med elevene i forkant av intervjuet (de ble rekruttert via en av lærerne, jf beskrivelsen over). Jeg vurderte derfor at et gruppeintervju kunne oppleves som mindre truende for elevene ved at de som gruppe kunne diskutere oppfatninger, meninger og idéer de hadde rundt temaene. Gruppen med elever kom fra to klasser og hadde forskjellige lærere i matematikk, der tre av elevene hadde matematikklæreren som deltok i denne studien.

Det er også her relevant å peke på at koronapandemien satte rammer for intervjuet. Perioder med hjemmeundervisning, digital undervisning, nedstenging av fritidsaktiviteter og begrenset muligheter til sosialt liv er noe av tiltaksbyrden som barn og unge har vært gjennom det siste året. Vi vet at dette kan være krevende for barn og unge, særlig for utsatte barn og unge. Heller ikke her vet jeg hvorvidt pandemien har hatt konsekvenser for rekruttering av elever til studien. Selv om det ikke ble tematisert i intervjuet, er det grunn til å tro at pandemien har hatt konsekvenser også for de elevene som ble rekruttert til studien. Det er imidlertid relevant å peke på at elevene gjennom pandemien var kjent med å gjennomføre videomøter.

I samråd med læreren ble det avklart at elevintervjuet ble gjennomført som videomøte på skolen en time før elevene skulle ha lunchpause. Læreren var til stede under intervjuet og tok ansvar for å sette opp videomøtet og tilrettelagte det tekniske for intervjuet. Jeg var koblet til storskjerm i klasserommet og planen var at elevene skulle kommunisere fra hver sin PC. Det skulle vise seg at det ble noen tekniske utfordringer med lyd kvaliteten når hver elev skulle

snakke via sin PC, og det gjorde at eleven måtte gå fram til læreren sin PC når de skulle snakke. Dette medførte at responsflyten mellom elevens synspunkter som var formålet med denne type intervju, ikke ble så godt som jeg hadde ønsket. Den naturlige spontaniteten i samtalen forsvant, og det kunne medføre at noen synspunkter ikke kom fram i intervjuet. En annen utfordring var at elevene kunne oppleve det som ukomfortabelt å måtte gå fra plassen sin og stå foran en PC for å dele sine synspunkter. Jeg opplevde likevel at elevene var trygge innad i gruppen og alle deltok med synspunkter. Det var ikke til å unngå at de som kjente seg mest trygg i intervjusituasjonen fikk mest taletid og deres synspunkter ble derfor mest dominerende. I følge Thagaard (2018) er det en tendens for at de mest dominerende synspunkter fremmes i en gruppesituasjon, fordi personer med andre synspunkter vegrer seg for å presentere dem i gruppen (Thagaard, 2018). Det ble viktig for meg å oppmuntre alle til å delta, og derfor fikk intervjuet en mer styrende stil med spørsmål-svar, der jeg gav elevene etter tur mulighet til å svare på spørsmålene. Noen ganger henvendte jeg meg først til de elevene som var mest tilbaketrukkne, for å oppmuntre dem til å delta. Elevene svarte noen ganger på hverandres innspill, og andres innspill hjalp dem til å komme med flere utdypende opplevelser om fenomenet.

Før intervjuet fortalte jeg litt om meg selv og hensikten med studien og hvorfor jeg ønsket å intervju dem. Elevene opplevdes positive, og virket kjent med intervjusituasjoner og formålet med å skulle delta i denne studien. Jeg forsikret meg om at de visste at det ble benyttet lydopptak i intervjuet og hensikten med det.

For å skape en trygg atmosfære og få elevene til å føle kontroll i intervjusituasjonen, forsøkte jeg å stille spørsmålene på en slik måte at det ble en tilbakemelding på det elevene hadde sagt, som for eksempel, «*Du sier at du synes samarbeid med problemløsningsoppgaver er gøy, kan du si litt hvorfor du synes det er gøy?*», «*Så dere deler løsningen dere finner med de andre elevene, kan du fortelle hvordan dere deler løsningene?*» Ifølge Thagaard (2018) har jeg som intervjuer et ansvar for å utvikle tillit ved å lytte oppmerksomt og tilpasse intervjusituasjonen til innspill fra deltaker. For at elevene skulle forstå spørsmålene godt slik at de ikke ble for generelle, fulgte jeg opp med konkrete eksempler de kunne kjenne seg igjen i. Intervju med barn illustrere hvor viktig det er at vi knytter generelle spørsmål til konkrete hendelser (Thagaard, 2018).

3.3.3 Bearbeiding av data

Etter hvert intervju skrev jeg et kort notat over hvordan intervjuet hadde gått og enkelte opplevelser eller fortellinger som jeg satt igjen med og opplevde som spesielt interessant. Jeg transkriberte lydopptakene etter hvert som intervjuene ble gjennomført, for at minst mulig av den nonverbale stemningen og informasjonen i intervjuene skulle gå tapt (Tjora, 2018). Transkribering betyr å gjøre om intervjusamtalen til tekst (Tjora, 2018). Jeg valgte å holde et relativt høyt detaljnivå i transkriberingsprosessen. Jeg har tatt med alt som er blitt sagt, også bekreftende svar og lignende som jeg brukte for å holde flyt i intervjuene. Begrunnelsen for at jeg har gjennomført en detaljert transkribering, er at jeg ønsker å ha med mest mulig datamateriale til analyseprosessen og heller ta det bort i utdragene som jeg tar med senere (Tjora, 2018). Jeg har valgt å skrive transkriberingen på bokmål, selv om deltakerne snakket ulike dialekter. Generelt opplevde jeg at informantene var flinke til å ordlegge seg, og de var reflekterte og engasjerte i prosjektets tema. Viktige poenger som de uttrykte med stemmebruk og kroppsspråk, valgte jeg å utheve med store bokstaver i teksten.

3.3.4 Analyse

Data jeg innhentet gjennom de kvalitative intervjuene, ble brukt i analysen. Tjora (2018) skriver at formålet med kvalitativ analyse er at leser av forskningen skal få økt kunnskap om det tema som det forskes på, uten å selv måtte gå gjennom de data som er frembragt i løpet av prosjektet (Tjora, 2018). Jeg har hatt et ønske om å få et rikt beskrevet datamateriale som gir mening og kaster lys over oppgavens problemstilling. Det har gjennom hele prosjektet vært et dialektisk forhold mellom teori og empiri. Det teoretiske perspektivet er utviklet gjennom systematisk og grundige analyser, og jeg har tolket datamaterialet i lys av etablert forskning og teorier på feltet.

Den uformelle analysen startet allerede under intervjusamtalen med deltakerne ved at jeg prøvde å forstå det deltakerne gav uttrykk for. Analyse ble også gjennomført i arbeidet med transkribering og sortering av data. For at jeg kunne danne meg en oversikt over innholdet og få et helhetsinntrykk av det empiriske materialet, startet jeg med å lese gjennom de transkriberte intervjuene. Underveis i lesingen skrev jeg utdrag fra hvert intervju som jeg vurderte som relevant for den videre analysen. Utdragene gav meg en oversikt over hovedtrekkene som kom fram i hvert intervju, og er basert på spørsmålene i intervjuguiden og

tilleggsspørsmål som kom til underveis i intervjuene. For at jeg skulle få et helhetlig bilde som kunne hjelpe meg å se mønster og sammenhenger som kom fram i det empiriske materialet, samlet jeg utdragene med tilhørende spørsmål fra intervjuguiden i et felles skjema for lærerintervjuene og et skjema for elevintervjuene (vedlegg 4). Når jeg arbeidet med skjemaene så jeg momenter i empirien som jeg kunne knytte opp mot teorien som jeg har presentert i kapittel 2. I den videre analysen valgte jeg å dele inn materialet i tre hovedkategorier som inngår som overordnet nivå for å besvare forskningsspørsmålet og er basert på de tre hovedtemaene i det teoretiske materialet. Hovedkategoriene ble inndelt i underkategorier på bakgrunn av empirien og spørsmål i intervjuguiden, for å vise hovedkategoriene metodisk, altså hvordan undervisningen metodisk ble gjennomført.

Hovedkategorier med tilhørende underkategorier:

1) Utvikle forståelse og ikke bare utførelse

-Betydningen av å gjøre oppgaver elevnær

-utvikle fleksible strategier

-se matematiske sammenhenger

2) Undervisning som skaper motivasjon og som gjør at elevene klarer å stå i det som er vanskelig

-lærerens holdning til undervisning og læring

-betydningen av samarbeid

-betydningen av formen på oppgaven

3) Læringsmiljø som fremmer utvikling og troen på seg selv

-å feile

-veiledning og vurdering

De tre hovedkategoriene med underkategorier la grunnlag for den videre analysen. Jeg merket hovedkategoriene med fargekoder og sorterte utdragene fra lærer- og elevskjema med passende fargekoder etter hvilken hovedkategori utdragene tilhørte (vedlegg 4).

3.4 Kvalitetssikring

Det vil alltid være en viss usikkerhet forbundet med forskningsresultater. For å imøtekomme denne usikkerheten og å gi leseren mulighet til å ta stilling til forskningens kvalitet, har jeg forsøkt å gjøre presentasjonen av forskningen transparent. Dette har jeg gjort ved å gi en detaljert beskrivelse av kvaliteten i de data som resultatet bygger på og holdbarheten av de slutninger som trekkes av det empiriske materialet (Thagaard, 2018). For å avgjøre forskningsresultatets kvalitet, finnes det pålitelighets- og gyldighetskriterier som forskningsresultatet holdes opp mot. Det viktigste kriteriet er validitet som handler om de slutninger forskeren trekker er til å stole på. En nødvendig forutsetning for validitet er reliabilitet, som handler om å gi en pålitelig redegjørelse for utviklingen av data. Jeg vil derfor starte med å presentere reliabiliteten for denne studien (Thagaard, 2018).

3.4.1 Reliabilitet

En god reliabilitet er knyttet til at det empiriske materialet i liten grad er påvirket av tilfeldige målefeil. Det handler om at det må være god pålitelighet i målingen av de enkelte personer ved målingstidspunktet (Kleven & Hjordemaal, 2018). Når jeg har valgt å benytte semistrukturert intervju til å innhente data, vil jeg som forsker være et viktig instrument i datainnsamlingen ved at jeg bruker meg selv og min faglige kunnskap i innhenting av data. For at reliabiliteten skal være god vil det derfor stilles tydelige krav til datagenerering.

Jeg har presentert hvordan undersøkelsen er blitt gjort ved å beskrive metodiske avveininger jeg har gjort, hvilke metoder som ligger til grunn for datainnsamling, hvordan jeg har rekruttert deltakere og gjennomført intervjuene og etterarbeid av datamateriell. Ved å bruke lydopptak i intervjusituasjonene har jeg kunne konsentrere meg om det deltakerne har fortalt, for å skape flyt i intervjuet og samtidig bedt om eventuelle utdypinger når det har vært behov for det. Jeg har fått med meg det som er blitt sagt i intervjuene, og har i etterkant av hvert intervju gjennomført en detaljert transkribering, for å unngå å påvirke innholdet slik at deltakernes beskrivelse blir uriktig framstilt. De transkriberte intervjuene danner grunnlaget for det datamateriell som jeg har kunne benytte i etterkant.

Jeg har vært opptatt av å skape en god ramme rundt intervjusituasjonen, for å gi deltakerne gode forutsetninger til å dele sine egne tanker og oppfatninger av fenomenet. Som en del av

arbeidet med å skape trygge rammer, kontaktet jeg lærerne i forkant av intervjuene der jeg fortalte om prosjektet og rammene for intervjuene. Denne kontakten skjedde på telefon.

Koronapandemien og tilhørende smitteverntiltak gjorde det vanskelig å få til et fysisk møte med elevene i forkant av intervjuet og selve intervjuet ble foretatt som et videomøte. For å skape en trygg og avslappet stemning i intervjusituasjonen, valgte jeg å intervjuer elevene i en samlet gruppe. Det oppstod tekniske utfordring under selve intervjuet med elevene (som beskrevet tidligere i dette kapitlet). Dette kan ha svekket reliabiliteten ved at flyten i samtalen ikke ble så god og noen av elevene kan ha opplevd at det var vanskelig å dele sine synspunkter på grunn av dette. Jeg opplevde at elevene var positive og villige til å dele sine erfaringer og synspunkter under intervjuet. Det at jeg var ordstyrer under intervjuet gav forutsigbarhet i situasjonene og alle elevene fikk dele sine tanker og gi innspill og utdype andres synspunkter. Et annet aspekt som kan ha vært med å svekke reliabiliteten for elevintervjuet, var at matematikklærer til tre av elevene var til stede under intervjuet. Dette kan ha vært med å påvirke hvordan elevene svarte, og hva de svarte. Jeg opplevde ikke at elevene var nevneverdig påvirket av lærenes tilstedeværelse.

Jeg har vært åpen om min egen forforståelse og teori som jeg har benyttet i prosjektet. Jeg la vekt på å utforme en strukturert intervjuguide og jeg forsøkte å unngå å stille ledende spørsmål. Jeg benyttet den samme intervjuguiden for alle, for at svarene innenfor de ulike temaene kan samstilles i det videre arbeidet. Jeg forsøkte å opptre på samme måte i de ulike intervjuene, men jeg er klar over at de ulike intervjusituasjonene vil ha subjektive elementer til stede og samtalen vil arte seg forskjellig. Gjennomføring av det siste lærerintervjuet skjedde på et langt senere tidspunkt enn de to første intervjuene, og mellom denne perioden bearbeidet jeg teori innenfor temaområdet. Dette kan ha skapt utfordring for reliabiliteten, ved at det har påvirket måten jeg har stilt spørsmålene og respondert på svarene. For å sikre reliabiliteten var jeg ekstra oppmerksom på å ikke endre spørsmålenes karakter i intervjuguiden og unngå å skape situasjoner med ledende spørsmål. Jeg opplevde ikke at svarene til deltakeren fikk en annen karakter.

3.4.2 Validitet

Validitet avhenger både av kvaliteten på de data forskningen bygger på og holdbarheten av de slutningene som trekkes fra det empiriske materialet. Det er ulike aspekter ved validitet og

relevansen av de ulike aspekter er avhengig av de slutninger som trekkes, og ikke hva slags data som er grunnlaget for slutningen (Kleven, 2008).

Kleven (2008) deler validitet i fire typer: *Begrepsvaliditet* som handler om hvorvidt slutninger er til å stole på med hensyn til hvor godt jeg som forsker har forsikret meg om at jeg har forstått informanten riktig. *Statistisk validitet* omhandler gyldigheten av de slutninger som tas med hensyn til samvariasjon mellom variablene. *Indre validitet* handler om den fortolkningen en gjør av hvorvidt noe er påvirket av noe annet og *ytre validitet* er knyttet til den grad slutninger av resultatet kan sikre relevans til en videre og større kontekst utover studiens kontekst (Kleven, 2008).

3.4.2.1 Begrepsvaliditet

Begrepsvaliditet vil være et viktig aspekt å drøfte i denne studien med tanke på i hvilken grad mine tolkninger og analytiske resultater samsvarer med det lærerne og elevene har fortalt, slik at jeg klarer å gi et riktig bilde av deres tanker og opplevelser av fenomenet. Dersom jeg og deltakere ikke har felles forståelse av de spørsmål som blir stilt og de svar som blir gitt, kan dette være med å svekke begrepsvaliditeten (Kleven & Hjordemaal, 2018). For å sikre dette, har jeg brukt klare og tydelige spørsmål med et språk som er kjent for deltakerne. En styrke for begrepsvaliditeten er at jeg i intervjusituasjonen har kunnet forsikre meg om at deltaker og jeg har forstått hverandre riktig ved å gi oppfølgingsspørsmål og bedt deltaker utdype svar når det har vært behov for det. I følge Thagaard (2018), kan barn svare noe uklart på generelle holdningsspørsmål, derfor har jeg i elevintervjuene knyttet generelle spørsmål til konkrete hendelser som er kjent for dem, og jeg har stilt oppfølgingsspørsmål på bakgrunn av det elevene har fortalt. Jeg opplevde ikke at lærerne eller elevene hadde noen problemer med å forstå spørsmålene. For å styrke validiteten i studien, har lærerne som deltok i studien fått tilsendt hovedfunn og kategorier til gjennomlesing. Jeg fikk tilbakemelding fra samtlige lærere om at de kjente seg igjen og at jeg hadde gitt et riktig bilde av deres tanker og oppfatninger av fenomenet. Den ene læreren korrigerer et av sine egne utsagn, slik at det ikke kunne feiltolkes og dette rettet jeg opp i med en gang. Det at deltaker kan bekrefte at den kjenner seg igjen, er med å styrke validiteten av studien (Thagaard, 2018).

3.4.2.2 Indre validitet

De slutninger jeg trekker mellom undervisning og læringsresultat vil jeg validere gjennom tidligere forskning på feltet. Indre validitet vil derfor være viktig i denne studien med hensyn til hvor godt man kan stole på de slutninger jeg trekker gjennom relasjon mellom etablert teori på feltet og det empiriske materialet. Trussel mot den indre validitet vil alltid være til stede og det vil alltid forekomme flere mulige årsaktolkninger av sammenhenger i undersøkelsen (Kleven, 2008). Når det gjelder indre validitet i min studie vil det være utfordrende å trekke helt sikre slutninger om årsaksforhold som jeg har tatt på bakgrunn av resultatene. En trussel mot indre validitet i min studie er at jeg ikke har observasjonsdata som kan styrke slutningene. Jeg har intervjuet tre lærere og fem elever og resultater fra intervjuene med informantene er samsvarende. For å styrke den indre validiteten, har jeg gjennom hele forskningsprosessen benyttet etablerte teorier og forskning på feltet til å vurdere alternative tolkninger av funn. Det empiriske materialet korrelerer med etablert forskning og teori på området som bidrar til å styrke argumentasjoner av de anbefalinger innenfor pedagogisk praksis som fremsettes i resultatet i studien.

3.4.2.3 Statisk validitet

Statistisk validitet vil også være relevant for denne studien, da slutninger også bygger på data som viser at det tenderer mot en sammenheng mellom endret undervisningsform og læringseffekt. Jeg har ikke det samme statistiske datamaterialet som i kvantitativ forskning, derfor må jeg vurdere om det er tilfeldige svingning eller reel endring (Kleven, 2008). Jeg har ikke foretatt egne målinger på om det er en sterk sammenheng mellom endret undervisningsform og læringseffekt. Basert på det lærerne har sett over flere år med denne undervisningsformen som viser økt motivasjon, høye skår på nasjonale prøver og bekreftelser fra eksterne fagfolk, vil dette styrke de slutninger jeg tar om sammenheng mellom undervisningsform som i større grad fremmer forståelse og ikke bare utførelse.

3.4.2.4 Ytre validitet

Ytre validitet handler om i hvilken grad tolkningen av resultater kan sikre relevans utover de data som er analysert i prosjektet. Kleven & Hjordemaal (2018), skriver at resultatet i

forskningen har et godt gyldighetsområde når funnene i undersøkelsen kan gjøres gjeldende for de personer og situasjoner som er relevant ut fra undersøkelsens problemstilling (Kleven & Hjordemaal, 2018). Jeg har benyttet strategisk utvelgelse som metode og det vil være en skjønnsmessig overføring av de resultater som er kommet fram i denne studien. Utvalget av lærerne som kom fra ulike geografiske områder i landet er skjevfordelt. Det er lærere med bestemte egenskaper som har utmerket seg med et stort engasjement for matematikkundervisning og læring. I utvalget av elever er det ikke blitt stilt spesielle krav til egenskaper med dem, de er fem elever som går i femte klasse på en norsk offentlig skole. Utvalget av elever vil allikevel være skjevfordelt i den forstand at de er blitt undervist av lærer som har vist et stort engasjement for undervisning med et ønske om at alle elever skal utvikle læring og arbeidsglede i matematikkfaget. Utvalgsstørrelsen er tatt på bakgrunn av å kunne gi en fylldig beskrivelse og grundig analyse av konteksten, som vil være med på å styrke den ytre validiteten. I analysen av datamaterialet kommer det fram at flere av deltakerne har felles opplevelser og erfaringer som kan støttes opp av tidligere forskning og teori innenfor temaet.

Med begrunnelse i studiens utypiske utvalg, vil jeg være forsiktig med å si at resultatet fra studien er overførbart til å gjelde alle elever og lærere i skoleverket. Men resultatet som er kommet fram gjennom dette prosjektet viser et godt eksempel på god undervisningspraksis som gir muligheter til å løfte fram matematikdidaktikken. Ifølge Kleven & Hjordemaal (2018) er formålet med pedagogisk forskningsresultat ikke å gi en oppskrift på hvordan ulike pedagogiske praksisutfordringer skal løses. I stedet må resultater fra forskningen betraktes som velbegrunnede hypoteser som kan benyttes som eksperimentering i egne praksissituasjoner (Kleven & Hjordemaal, 2018).

3.5 Etiske betraktninger

I alle typer undersøkelser er det viktig å tenke over de forskningsetiske retningslinjer. Det krever at vi utviser redelighet og nøyaktighet i hvordan vi presenterer forskningsresultatene, og hvordan vi vurderer andre forskeres arbeid (Thagaard, 2018, s. 21). Min forskning behandler personopplysninger og det ble derfor meldt til Norsk Samfunnsvitenskapelig Datatjeneste (NSD) 11.09.2020. Prosjektet ble godkjent av Simon Gogl 18.09.2020 (vedlegg 3). For å sikre informert samtykke har jeg gitt deltakerne både skriftlig og muntlig informasjon om prosjektets formål, hvordan resultatene er tenkt brukt og følgene av å delta i

forskningsprosjektet. Elevene som deltok i denne studien er barn under 15 år og jeg har tatt hensyn til at det er særlige krav om beskyttelse for denne gruppen (Kleven & Hjordemaal, 2018). For å sikre meg informert og frivillig samtykke fra elevene, har foresatte fått skriftlig informasjon om prosjektet som de sammen med barnet kan gå igjennom upåvirket av meg. Både foresatte og elever har gitt samtykke i at eleven kan delta i prosjektet. Jeg opplevde elevene trygge i intervjusituasjonen og at de var positive til å dele sine erfaringer og opplevelser med meg. I forkant av intervjuene fikk både lærere og elever muntlig informasjon om prosjektet. Jeg forsikret dem om at det var frivillig å delta og at de kunne trekke seg fra prosjektet når som helst, uten at det fikk noen konsekvenser for dem. Jeg informerte hvordan innsamlet informasjon ville bli behandlet og at publisering av forskningen vil være anonymisert.

Kapittel 4. Resultater og drøftinger

I dette kapittelet vil jeg presentere resultatene som er kommet fram gjennom de kvalitative intervjuene. I presentasjonen vil jeg benevne lærerne som «lærer A, lærer B og lærer C» og elevene blir benevnt som «elev 1, elev 2, elev 3, elev 4 og elev 5». Jeg har strukturert funnene slik at de er i samsvar med de tre hovedkategoriene som presenteres i kapittel 3; 1) Utvikle forståelse og ikke bare utførelse, 2) Undervisning som skaper motivasjon og gjør at en klarer å stå i det som er vanskelig og 3) Læringsmiljø som fremmer utvikling og troen på seg selv.

Hver hovedkategori vil bli presentert med tilhørende underkategorier. I analysen og i presentasjonen av resultater har jeg lagt vekt på å undersøke hva informantene mine har til felles, det vil si perspektiver og vurderinger som de løfter fram som har likhetstrekk med hverandre. Samtidig har jeg løftet fram perspektiver og vurderinger som ikke alle har vært målbærere for. Resultatene vil bli drøftet i lys av relevant teori i slutten av hver hovedkategori.

4.1 Kategori 1: Utvikle forståelse og ikke bare utførelse

Den første hovedkategorien handler om undervisning som leder til matematisk tenking. I denne delen vil jeg presentere det som lærerne og elevene forteller om betydningen elevnære oppgaver, fleksible strategier og det å kunne se sammenhenger har for utvikling av forståelse i matematikk.

4.1.1 Betydningen av å gjøre oppgavene elevnære

På spørsmål om undervisning som utvikler forståelse og skaper arbeidsglede, forteller lærerne at de driver utforskende læring med problemløsningsoppgaver. Læreplanen med tilhørende kompetansemål ligger til grunn for undervisningen. For at elevene skal blir motiverte og få lyst til å utfordre seg, er det viktig at lærerne presenterer oppgavene i en meningsfull sammenheng som elevene kan kjenne seg igjen i. Det handler om å sette elevene inn i et problem der konteksten brukes som et bindeledd mellom matematikken og elevens verden. På den måten gjør lærerne oppgavene elevnære, og det skaper engasjement og hjelper elevene til

å forstå matematikken og undervisningen. Lærer A gir eksempel på hvordan hun presenterer slike oppgaver:

Opgaver som jeg jobber med, er problemløsning. Jeg tar ofte utgangspunkt i en historie eller fortelling som ungene kjenner seg igjen i, for eksempel eventyr eller noe de kan kjenne seg igjen i fra sin egen hverdag eller en praktisk situasjon. Det kan for eksempel være at vi jobber på en sjokoladefabrikk der vi skal lage forskjellige type esker til å pakke sjokoladen i. Så har utsalget blitt mer og mer populært, og de trenger større esker slik at de kan fordoble antall sjokolader uten å bruke for mye papp, fordi det ikke er så miljøvennlig å bruke det (lærer A).

For elever med svak matematikkforståelse er det ifølge lærerne ekstra viktig å sette det matematiske problemet inn i en kontekst. Konteksten hjelper elevene med å forstå hvordan de tenker, og er et viktig redskap i dialogen som skjer mellom eleven og læreren og gjør at eleven kommer videre i arbeidet.

Jeg kan for eksempel snakke med eleven og si slik som «men på den fabrikken så var jo meningen at det skulle brukes mindre kartong, men sånn det ser ut nå så ser det ut som du har brukt mere, men det var vel ikke det fabrikkieren ønsket?» (lærer A).

Lærer B viser til en undervisningsøkt der hun opplevde hvor viktig konteksten var og hvordan den ble brukt ulikt til å støtte elevenes forståelse i overgangen fra det konkrete til det abstrakte symbolspråket i matematikken.

Jeg fikk virkelig se hvor viktig konteksten var for elevenes utvikling av forståelse. Vi tok utgangspunkt i en dobbeltdekkerbuss når de skulle jobbe med additive strukturer. Du aner ikke hvor mange som hadde sett en slik buss. Elevene ble skikkelig engasjerte og plasserte først «vanlige folk» inne i bussen. Etter hvert ble det mer og mer naturlig for en del av elevene å gjøre om konkretene til matematiske symboler. Konteksten hjalp elevene til å kunne se og forstå de forskjellige måtene de modellerte på (lærer B).

Når lærerne starter en oppgave med å invitere elevene inn i en historie eller en situasjon som bygger på elevens forkunnskap, gjør det elevene engasjerte og de går inn i problemet nærmest som problemløsere.

4.1.2 Utvikle fleksible strategier

På spørsmål som handler om hva lærerne legger vekt på for at elevene skal forstå matematikk, framhever lærerne at elevene må ledes til å utvikle fleksible strategier som gjør at de etter

hvert vil tenke intuitivt i møte med matematiske problemer. Noen ganger leder læreren elevene mot å se smarte strategier, men som oftest oppdager elevene nye og mer effektive strategier når de samarbeider om å løse problemer eller når de utveksler framgangsmåtene med hverandre.

Når vi jobber underveis i øktene, leder jeg jo dem mot det som er smart. De skal jo ikke sitte å regne på fingrene for alltid. De må jo komme videre og finne mer hensiktsmessig og smarte måter å løse problemet på, men det kommer som oftest opp i klasserommet. (lærer A).

I arbeidsøktene ser lærerne etter smarte strategier som elevene bruker og som kan deles med de andre elevene. Når elevene får dele og forklare strategier med hverandre, oppdager de at noen strategier er bedre enn andre. Elevene oppmuntres til å bruke konkrete, som tegninger og fysiske modeller, når de skal forklare og begrunne strategier og prosedyrer de har valgt i sine løsninger. På samme måte som elevene trener på å representere matematiske idéer og prosedyrer gjennom visuell forståelse, påpeker lærerne at det er viktig at elevene kan gjøre om visuelle idéer til tall, algebraiske metoder og løsninger som gjør at de lærer notasjon av formelle matematiske symboler. Elevene bruker også farger og ulike konkrete til å utforske tall for å se flere måter et tall kan representeres på og for å forstå mengdeoppfatning.

Vi pleier ofte å starte timen med å jobbe med et tall og da er det spennende å se alle måter en kan lage tallet på (elev 1).

Når jeg ser alle måter en kan løse et problem på, så forstår jeg det bedre og det hjelper meg med å komme meg videre og jeg oppdager at det kan være enklere måte å løse problemet på (elev 5).

For at elevene skal utvikle matematisk tenking, må de kunne bruke tall på en slik måte at de kan analysere problemer for å nå logiske løsninger samtidig som de klarer å vurdere forskjellige effektive måter å løse problemet på. Læreren skal lede elevene til å utforske og oppdage hensiktsmessige strategier som gir dem mening og forståelse.

4.1.3 Se matematiske sammenhenger

På spørsmål som handler om hvordan lærerne lærer elever nye metoder, forteller lærerne at de aldri viser elevene en ny metode. De legger til rette for at elevene skal få den tiden de trenger til å utforske og se viktige matematiske sammenhenger i utviklingen av prosedyrekunnskapen. De mener at den tradisjonelle undervisningsformen der lærere først viser en metode trinn for

trinn ikke gir elevene eierskap til metoden. Elev 5 synes det er vanskelig å huske metoden hvis læreren først forklarer den.

Hvis læreren starter med å vise oss metode fra starten av som viser steg for steg hva som skjer i utregningen, synes jeg det blir komplisert fordi det blir så mange steg å huske på. Når vi jobbet med deling, ble det alt for mange steg å huske på, men nå har jeg funnet en annen måte å gjøre det på som gjør at jeg ikke bruker så mange steg og nå husker jeg hva jeg skal gjøre, men jeg ser kanskje ikke like mye hva jeg gjør da (elev 5).

For at prosedyrene skal gi eleven mening og forståelse, er det ifølge lærerne viktig at elevene får jobbe på en slik måte at de kan se sammenhenger mellom det de har jobbet med tidligere og knytte den kunnskapen opp mot det de jobber med nå.

Ofte ser elevene at vi kan ta fram en algoritme vi har kommet fram til i en tidligere økt, «men i denne oppgaven kan vi jo kanskje bruke den regelen som Ole snakket om da vi jobbet med den forrige oppgaven» (lærer A).

Lærerne forteller at de bruker oppgaver som gjør at elevene kan bruke flere regnearter samtidig. Lærerne ønsker at elevene skal forstå sammenhengen til matematiske symboler som gjør at de klarer å effektivisere regningen.

Det er viktig å gi elevene større oppgaver og ikke oppgaver som avgrenser dem til å jobbe med for eksempel bare addisjon. Lærebok tar opp emne for emne og så avsluttes hvert emne. Sånn jobber ikke vi, fordi vi vil se sammenhenger (lærer B).

Lærerne ønsker å hjelpe elevene til å møte matematikken på en konseptuell måte, som får dem til å tenke og utforske, og som gjør at de ser sammenhengen mellom nytt fagstoff og det de kan fra før.

4.1.4 Drøfting

For at elevene ikke skal stoppe opp i krevende prosedyrer som bare blir vanskeligere og vanskeligere, må undervisningen lede til prosedyrell kunnskap som gjør at elevene klarer å se sammenhenger og komprimere lite fleksible prosedyrer til fleksible matematiske ideer (Tall, 2007). Resultatet fra studien min viser at lærerne driver utforskende undervisning som legger til rette for konseptuell forståelse i læring av prosedyrekunnskap. I undervisningen bruker lærerne konkretiseringsmaterieell og oppgaver som stiller høye kognitive krav som leder

elevene til å oppdage fleksible strategier som fører til utvikling av hensiktsmessige prosedyrer som gir elevene mening.³ Det er disse aspektene jeg vil drøfte videre.

Betydningen av å gjøre oppgaven elevnære

Boaler (2016) mener at elever som får møte problemer på en interessant måte, der de kan leve seg inn i situasjonen, vil se matematikken i en større sammenheng som de kan forklare, stille spørsmål ved og tenke sammenhenger rundt (Boaler, 2016).

Resultater i min studie viser at elevene blir introdusert for kognitivt krevende oppgaver gjennom en fortelling eller en situasjon som elevene kan kjenne seg igjen i. Elevene møter problemet på en måte som gjør at de kjenner interesse, nysgjerrighet og lyst til å finne ut av problemet. Lærerne forteller at elevene, også de som hevder at de ikke liker matematikk, blir helt «oppslukt» i arbeidet med å utforske og finne løsninger på problemet og de glemmer nærmest at det er matematikk de jobber med. Når elevene får presentert et problem som bygger på deres forkunnskap og erfaring, får elevene et eierforhold til problemet allerede i starten av prosessen som kan gjøre at elevene blir motivert og går inn i prosessen med så stor glede og engasjement at de glemmer både tid og sted. Ifølge Wæge og Nosrati (2019) handler det om å skape en indre motivasjon som gjør at elevene havner i en flytsone (Wæge & Nosrati, 2019).

Læreren bruker konteksten som problemet er bygd rundt og ulike konkretiseringsmateriell som støtte for at elevene skal forstå abstrakte matematiske idéer, begreper og se sammenhenger. Lærerne forteller at det er viktig å bruke den elevnære konteksten aktivt i dialogen med eleven. Konteksten støtter elevene til å klare å resonnerer over egen framgangsmåte som gjør at de får satt ord på sine egne tenkemåter i løsninger, samtidig som de klarer å begrunne gyldigheten av de valg de gjør og se det i sammenheng med medelevers framgangsmåter. På bakgrunn av diskusjonene som oppstår, klarer de å ta beslutninger om å endre strategivalg (Svorkmo & Valbekmo, 2020). Formålet er at elevene skal se viktige sammenhenger i de ulike framgangsmåtene og klare å knytte disse sammenhengene til læringsmålet som er planlagt for timen. Jeg tolker av funnet at lærerne med støtte i en kontekst som elevene kjenner seg igjen i, gjennomfører samtaler av høy kvalitet med elevene som ifølge Wæge (2015) fremmer elevens tenking og læring i matematikk (Wæge, 2015).

³ Lave kognitive krav: oppgaver som går på memorering eller prosedyrer uten sammenhenger. Høye kognitive krav: oppgaver som vektlegger sammenhenger i prosedyrelæringen eller matematisk tenking (Valenta, 2016).

Funn i studien min viser at lærerne bruker god tid når de introduserer elever for et nytt problem, slik at alle spørsmål rundt problemet og matematiske begreper er avklart før elevene går i grupper og jobber. Jeg tolker funnet som at lærerne er bevisste på at læringsmålet for timen skal komme godt fram når de introduserer elever for en ny kognitivt krevende oppgave, slik at elevene ikke bare blir sittende igjen med en spennende historie uten noe matematisk formål. Læringsmålet er et viktig verktøy som hjelper lærerne til å føre matematiske samtaler med elever av høy kvalitet, og for at det kognitive kravet i oppgaven skal opprettholdes. Det er derfor viktig at læreren sikrer at alle elever er kjent med læringsmålet før de starter å løse problemet (Valente, 2016; Wæge, 2015).

Utvikle fleksible strategier

Ifølge Tall (2007) er det nødvendig at elever lærer å se symbolene tvetydig for at de skal utvikle matematisk tenking. Elever som bruker symbolene fleksibelt, vil avlede svarene gjennom kjente tallfakta i stedet for å benytte tidkrevende prosedyrer som blir mer kompliserte etter hvert som elevene blir eldre og matematikken blir mer komplisert (Tall, 2007).

I min oppgave har vi sett at lærerne legger til rette for aktiviteter som handler om å utforske tall og tallmønstre med bruk av konkretiseringsmaterieell som støtter eleven visuelt til å forstå hvordan et tall kan brytes ned til mengdeelementer og delstrukturer som hjelper dem til å se tallsymboler fleksibelt og som gjør at de utvikler fleksible strategier til å utføre effektive beregninger. Funnet kan sees i sammenheng med studien til Gray & Tall (1994), som viser at elever som klarer å utvikle proseptuell tenking, ser at symbol både har en prosess og en konseptuell betydning, som gir dem en opplevelse av å jobbe raskere (Gray & Tall, 1994).

Videre viser resultatene at lærerne bruker kognitivt krevende oppgaver som gjør at elevene må utforske prosedyrer som leder dem til nye strategier som igjen fører til at de oppdager mer effektive prosedyrer. Jeg tolker funnet slik at lærerne legger til rette for en undervisning som leder elevene bort fra å bruke konkrete og prosedyrer som blir vanskelig å bruke etter hvert som matematikken blir mer kompleks. Dette funnet kan sees i lys av teorien til Tall (2007), som viser at elever som strever seg gjennom beregninger med bruk av tidkrevende prosedyrer, vil gjennom dette arbeidet oppdage effektive strategier som de virkelig forstår og som blir komprimert til fleksible matematiske objekter som elevene raskt kan hente fram og bruke i flere sammenhenger (Tall, 2007).

Boaler (2016) skriver at all matematisk tenking er forankret i en visuell prosessering (Boaler, 2016). Min studie belyser hvordan dette ser ut i praksis. Lærerne oppmuntrer elevene til å bruke konkreter som visuell støtte i aktiviteter som handler om å utforske tall og utveksle ideer og framgangsmåter. Lærerne ser betydningen av at elevene klarer å gjøre om visuelle idéer til tall, algebraiske metoder og løsninger som gjør at elevene klarer å oversette de visuelle idéene til det formelle symbolspråket i matematikk. Resultat antyder at lærerne legger til rette for en undervisning der elevene skal bruke flere sanseoppfatninger til å forstå ulike måter å representere abstrakte matematiske idéer og begreper på som hjelper elevene til å se sammenhenger og som gjør at de utvikler kunnskap om det formelle symbolspråket i matematikk. Forskingen til Boaler (2016) viser at elever som får tolke symboler og lære abstrakt matematikk ved å bruke flere områder i hjernen, opplever sterkere læring og forståelse (Boaler, 2016). Funnet i min studie kan tyde på at dette er en undervisningsform som leder elever til proseptuell kunnskap.

Se matematiske sammenhenger

For at prosedyrene skal gi eleven mening, må prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap stå i et balanseforhold til hverandre (Hiebert & Lefevre, 1986). Funn i min studie viser at når elevene introduseres for en ny prosedyre ved at læreren viser delprosedyrer steg for steg, tar elevene i bruk memoreringsstrategier hvis de ikke klarer å se meningen og sammenhengen i stegene. Dette kan sees i sammenheng med teorien til Hiebert og Lefevre (1986), som viser at når elever lærer prosedyrer gjennom regler som de ikke klarer å knytte til tidligere kunnskapskomponenter, fører det til memorert kunnskap som gjør at det blir vanskelig å overføre prosedyrene til flere situasjoner (Hiebert & Lefevre, 1986). Boaler (2016) skriver at prosedyrekunnskap må læres gjennom forståelse og hun henviser til forskning som viser at hjernen ikke klarer å holde på memorerte fakta i matematikk, den kan bare komprimere konsepter (Boaler, 2016).

Resultatet i studien min indikerer at elever må få tid til å tenke dypt og bygge opp og identifisere flere nivåer av delprosedyrene som gjør at prosedyren gir mening og kan brukes som verktøy i mange ulike problemer. Ifølge Hibert og Lefevre (1986), må prosedyrekunnskap som gir elever mening, læres på en måte som gjør at elevene får bruke mangfoldet av prosedyrer som de innehar til å manipulere symboler til å utvikle hensiktsmessige prosedyrer (Hibert & Lefevre, 1986).

Det framgår av resultatene at lærerne legger vekt på at elevene skal se sammenhenger i læring av prosedyrer. De viser liten tro til at prosedyrer læres via lærerens matematikkunnskap. Elevene må få jobbe med kognitivt krevende oppgaver som gjør at de må bruke god til å tenke, prøve ut idéer og se sammenhenger mellom det de har lært før og knytte det til ny kunnskap. På den måten skaper lærerne en undervisning som leder elevene til å forstå *hvorfor* et problem løses på en måte, samtidig som de vet *hvordan* det kan løses (Hiebert & Lefevre, 1986; Nosrati & Wæge, 2015; Tall, 2007).

Hiebert og Lefevre (1986), foreslår at lærere må benytte oppgaver i undervisningen som fremmer oppdagelse av symbolenes fleksibilitet (Hiebert & Lefevre, 1986). Min studie støtter en slik tilnærming. Jeg finner at lærerne bruker både lærebøker og andre læringsressurser når de utarbeider nøkkelproblemer til bruk i undervisningen. Lærerne ser betydningen av å benytte oppgaver som støtter opp under flere regnearter samtidig. Slike oppgaver leder elevene til å se sammenhenger mellom flere aritmetiske prosesser og gjør at de klarer å se symboler som en rekke tall, samtidig som de ser relasjoner mellom symbolene. Når elever klarer å se at symbol med variasjon i notasjon kan ha samme betydning, vil det ifølge teorien til Gray og Tall (1994) hjelpe elevene til å gjennomføre fleksible beregninger og avvike fra prosedyrene når de ser at det er mest hensiktsmessig. I motsatt fall vil undervisning som leder til memorering av symboler som separate enheter i en kontekst gjøre at elevene blir prosedyrefokusert og bruker konkreter på en uhensiktsmessig måte (Gray & Tall, 1994).

Funn i min studie kan sees i tråd med Gray & Tall (1994) sin teori. Lærerne underviser elevene på en måte som gjør at de får utviklet prosedyrene sine samtidig som de ledes til å se symbolenes tvetydighet. En slik undervisning gjør at elevene utvikler sterk matematisk tenking og de klarer å se sammenhenger og komprimere de lite fleksible prosedyrene til et fleksibelt matematisk objekt. Elever som klarer å komprimere kunnskap, vil ifølge Tall (2007) ha større glede av matematikken og de vil ha gode forutsetninger for å klare matematikken utover i skoleløpet (Tall, 2007).

4.2 Kategori 2: Undervisning som skaper motivasjon og som gjør at eleven klarer å stå i det som er vanskelig.

Denne delen omhandler undervisning som skaper motivasjon og som gjør at elevene klarer å stå i det som er vanskelig. Dette utgjør den andre kategorien jeg har identifisert, og her vil jeg

først presentere resultater som handler om lærernes holdning til faget, betydningen av samarbeid og formen på oppgaver som inviterer alle inn i et felles problem. Til slutt vil jeg drøfte funnene i lys av relevant teori.

4.2.1 Lærers holdning til undervisning og læring

I intervjuene med lærerne kommer det fram at de har en grunnleggende tro på elevene og at alle kan lære og utvikle seg. De forteller at den individuelle tilretteleggingen skjer i undervisningen og elever må sjelden ut av klassen for å få eget tilpasset undervisningsopplegg.

Matematikk er for mange ganske komplekst, men jeg vet at alle sammen kan lære seg matematikk og jeg vet at alle elevene kan klare og se sammenhenger når de bare får noen aha opplevelser. Men det er viktig at lærer leter etter hva de kan i stedet for å lete etter det de ikke kan (lærer B).

Jeg har ikke noen nivådeling, slik at de sterke sitter et sted, det er en god blanding. Elever som trenger litt mer støtte, sitter i litt større gruppe sammen med medelever som støtter godt. Jeg vil ha disse elevene også inne i klassen, det er sjelden de trenger noe ekstra ute, jeg vil ikke ha dem ute (lærer C).

Lærerne forteller at de har lang undervisningserfaring i matematikk. På spørsmål som handler hva som gjør dem motivert for å undervise i matematikk, kommer det fram at de gjennom utdanning, kurs og samarbeid med andre lærere, har de blitt inspirert til å endre undervisningspraksisen sin. Lærerne forteller at de tidligere drev tradisjonell undervisning, som vektlegger læreren sin matematikkunnskap som kilde til læring. De siste årene har undervisningen vært tuftet på en undersøkende praksis, som vektlegger dialog mellom lærer og elever for å skape forståelse og se sammenhenger i matematikk.

Det å ha endret lærerrollen gjør det mye mer spennende å undervise i matematikk. Det er spennende å analysere matematikken og se hva ungene kan og bygge på det. Min rolle som lærer er uerstattelig. Det er jeg som kan sette i gang en læringsprosess. (lærer B).

Lærerne forteller at det tar lang tid for elever og foreldre å bli fortrolig med en ny undervisningsform. Lærer A opplever at det er særlig foreldre som viser skepsis til om denne undervisningsformen fører til læring.

Det er viktig å ha dem over flere år, for å få foreldrene med på lasset. Lekser er vanskelig så jeg har landet på å ha andre typer lekser enn det vi holder på med på skolen. (Lærer A).

Lærerne understreker at det er viktig at undervisningen fører til læring, og at det ikke bare blir en gøy og morsom opplevelse som aldri får landet.

Jeg vet med stor sikkerhet at denne undervisningsformen er god. Jeg har eksterne folk inne i klasserommet som kan bekrefte det. Elevene har gode resultater på nasjonale prøver og det indikerer at de lærer det de skal. Jeg ser også at motivasjon og glede har økt hos elevene de siste årene og det synes jeg er den viktigste faktoren (lærer A).

Jeg ser at elevene blir mer aktive og de motiveres av sånne åpne oppgaver der de får prøve seg fram. Jeg synes det er så spennende å se hva ungene kan og bygge videre på det (lærer B).

Jeg ser jo at mitt engasjement og nysgjerrighet smitter over på alle elevene uansett nivå de er på (lærer C).

Det å oppdatere seg og utvikle undervisningen sin gjennom forskning og etablert faglitteratur og å være tilknyttet et fagmiljø som de aktivt er en del av, ser lærerne som viktig for å kunne utvikle seg og skape en undervisning som motiverer og skaper læring.

Jeg får jo idéer og inspirasjon både fra utdanning og forskning jeg har lest på feltet sammen med konferanser jeg har deltatt på. Det er veldig greit å få sånn input (lærer C).

Jeg har hele tiden vært bevisst på å ha kontaktnettverk som jeg kan «sparre med», men det er dessverre ikke på skolen min, det skulle jeg ønsket. Det finnes ingen klare svar på å drive undervisning, for det finnes ikke bare et svar. En må tenke selv og lese faglitteratur og forskning, prøve ut og lese igjen (Lærer A).

Når lærerne har tro til sin egen undervisningspraksis og har en holdning om at alle elever kan lære, gir det lærerne en indre motivasjon og et engasjement som gjør at de utvikler sin matematikkopplæring med sikte på å skape en god undervisning som fremmer læring.

4.2.2 Betydningen av samarbeid

På spørsmål om det er noe ved undervisningen elevene liker ekstra godt, forteller de at i tillegg til å jobbe med problemløsningsoppgaver og ulike matematiske spill, liker de veldig godt å samarbeide med andre.

Jeg lærer mer når vi samarbeider. Det blir liksom klarere når jeg får snakket med noen om problemet (elev 5).

Det er fint når vi samarbeider i klassen om vanskelige oppgaver, da lærer jeg best. Først kan vi tenke litt selv, så samarbeider vi i gruppen vår og til slutt kan vi snakke om det i hele klassen. Da er det fint at vi kan forklare litt hvordan vi har tenkt hvis vi får litt ulike svar (elev 3).

I intervjuene ba jeg lærerne utdype betydningen av samarbeid og hvordan samarbeidet arter seg. Lærerne forteller at samarbeid er en arbeidsform som de bruker mye av i undervisningen. Men elevene må lære å samarbeide og det må bygges gode relasjoner som gjør at det blir et trygt læringsmiljø der elevene lytter til hverandre og respekterer ulike måter å tenke og jobbe på.

De er flinke til å jobbe på en slik måte, men det har jo vært en jobb for å få dem dit, fordi det kommer jo ikke automatisk. Du må bygge gode relasjoner og så må du skape dem trygge (lærer C).

Lærerne er opptatt av at samarbeidet skal føre til gode matematiske samtaler i klasserommet der elevene får diskutere matematiske begreper og forklare hvordan de tenker i sine framgangsmåter. Elevene samarbeider i grupper uavhengig av faglig nivå og det skaper et mangfold i diskusjonene.

Vi jobber mye med hvordan de kan presentere det for andre slik at andre lettere forstår og da bruker vi tegninger og fysiske modeller. Vi kan også samles rundt en plattsjå så kan vi sammen analysere, og elevene får forklare hvordan de har tenkt. Ofte så skjønner de det selv når de snakker høyt «ååå nei, det her blir feil» og så har ikke jeg som lærer sagt noe (lærer A).

Lærerne forteller at samarbeidet gjør at elevene får større utholdenhet og de klarer bedre å stå i det som er vanskelig. Elevene samarbeider i grupper og på tvers av gruppene og de liker å dele tanker, metoder og strategier med hverandre.

Når vi jobber med slike åpne oppgaver med lav inngangsterskel, så bruker vi god tid på at alle skal få satt seg inn i problemet og avklare eventuelle spørsmål. Neste skritt i økten er at elevene går sammen med sine læringspartnere til slike tavler med whiteboard-ark som står i klasserommet og så står de og jobber på dem. De vet at de har mulighet til å kunne se seg rundt i rommet og hvis de står litt fast, kan de se litt på hva de andre har gjort. Dette blir ikke opplevd som juks, fordi det er lagt opp slik at de kan samarbeide på tvers av gruppene (Lærer A).

I et klasserom med trygge relasjoner og der alle vet at deres bidrag er viktig for læring, gir samarbeidet en opplevelse av at alle står sammen og støtter hverandre i læringsprosessen.

4.2.3 Betydningen av formen på oppgaven

På spørsmål som handler om hvordan lærerne støtter elever som opplever at de ikke mestrer matematikk, forteller lærerne at de har en realistisk holdning til at ikke alle elevene kan bli like gode i matematikk. Elevene vil også med denne undervisningsformen ha en formening om det å være god og ikke god i faget.

De opplever jo å mislykkes på prøver selv om de opplever å mestre i undervisningen. De har jo prøver og de skal jo ha individuell vurdering (lærer A).

Selv om ikke alle elever blir like gode i faget ser lærerne at den mestringen elevene opplever i undervisningen, gjør at de ikke gir opp, men får lyst til å utfordre seg.

Lærerne forteller at de jobber mye med utforskende oppgaver som kan løses på forskjellige måter. Alle elevene starter å jobbe om et felles problem med lav inngangsterskel som lærerne kan utvide slik at alle elevene opplever progresjon.

Det er gjennomtenkt i forhold til de oppgavene jeg bruker at jeg kan fort gå inn og endre på oppgaven sånn at de kan gå videre (lærer C).

Lærerne forteller at elevene er motivert og har stor utholdenhet når de får samarbeid om å løse utfordrende problemer. Det handler om at elevene skal bli flinke til å løse nye problemer gjennom å bruke og utvikle en rekke opparbeidete problemløsningsverktøy. Elevene forteller at de liker best å jobbe med oppgaver som gjør at de må tenke.

Jeg liker å jobbe med sånne oppgaver som gjør at jeg må tenke litt. Læreren vår pleier å si at det er greit å bli varm i hodet og at en må gruble seg litt (elev 1).

Jeg liker problemløsningsoppgaver fordi de pleier å være litt vanskelige. Det er ikke sånn at du bare skriver svaret og er ferdig med det. Du må tenke litt (elev 4).

Lærerne legger vekt på at elevene får den roen og tiden de trenger til å tenke og prøve ut idéer. Ifølge lærerne forbinder elever det å være flink i matte med hastighet og hvis fokuset rettes mot å finne raske svar, kan det stresse elevene og de gir opp.

Vi har snakket i klassen om hva det gjør med oss når noen sier «ferdig». Jeg har vært på masse videreutdanning og kurs. Når vi har jobbet med slike oppgaver og noen sier «ferdig», så går liksom luften ut av meg, som en ballong det stikkes hull på. Da blir jeg bare sittende og vente på at læreren skal gjennomgå oppgaven og jeg mister liksom lysten på å jobbe videre (lærer A).

Lærerne bruker ikke ekstra belønningssystem som favoriserer de som blir fort ferdig med oppgaven. I stedet går lærerne rundt og snakker med elevene på en måte som gjør at elevene får fortelle hvordan de har tenkt i løsningen og så utvider læreren oppgaven når de ser at elevene er klar for det.

På spørsmål som handler om hvordan elever som strever i faget opplever denne undervisningsmetoden, forteller lærer A at det ikke er elever som strever i matematikk som opplever utfordring med denne type undervisning.

Elever som mestrer faget godt, får ikke med denne undervisningsformen briljere med hvor god de er i for eksempel gangetabellen eller hvor raskt de finner svaret. De blir heller ikke belønnet med bøker på et høyere trinn. De kan føle at de går ned i prestasjon fordi de ikke får den bekreftelsen de er vant med når de lykkes. Dette må jeg ta på alvor, så er det at de trenger et svar til slutt, eller jobbe noen ganger med bøker på et høyere trinn, så får de selvfølgelig det. Jeg ser jo at de får utviklet seg og at de lykkes. Jeg har jo sett at når de går i syvende så jobber noen med problemer som ligger på nivå med matematikk på videregående. Det handler om at de må få erfare denne måten å jobbe på over tid, jeg hadde ikke selv likt denne arbeidsmåten hvis jeg ikke hadde erfart den over lengre tid (Lærer A).

Ved å gi oppgaver og ha en holdning som inviterer alle elever til å tenke dypt og knytte sammenhenger, vil elevene oftere oppleve å lykkes og klarer bedre å stå i det som er vanskelig.

4.2.4 Drøfting

Funn fra min undersøkelse viser at læreren har et positivt læringssyn og en utforskende holdning til egen undervisningspraksis for å skape en inkluderende undervisning som fremmer læring. Lærerne går aktivt inn for å etablere en god samarbeidskultur for å skape en undervisning som bygger på samarbeid som arbeidsform. Alle elever uavhengig faglig nivå får jobbe om et felles problem som er kognitivt krevende med lav inngangsterskel og stor takhøyde som gir mange muligheter for utforskning og problemløsning. Boaler (2016) mener at elever som får samarbeide med åpne oppgaver, opplever faget inkluderende og det åpnes opp for konseptuell forståelse (Boaler, 2016).

Jeg vil nå drøfte disse momentene opp mot relevant teori.

Lærerenes holdning til undervisning og læring

I teoridelen har jeg gjort rede for teorien til Boaler (2016) om matematiske tankesett. Resultatet i min studie viser at lærerne har et læringssyn og tro på elevers mulighet for læring som er i samsvar med Boaler sin teori. Lærerne jeg intervjuet gir uttrykk for at de har tro på at alle elever kan lære og utvikle sine ferdigheter i matematikk, når undervisningen bygger på det elevene kan og ikke legger hovedvekten på det eleven ikke kan. Lærerne møter elevene med en holdning om at de forventer innsats og de har en realistisk holdning til hver elev sin faglige progresjon. De oppmuntrer elevene til å gjøre en innsats ved å bruke positivt ladde ord som «*du skal gruble og bli varm i hodet*», «*alle hjerner trengs for å løse denne oppgaven*» (lærer C). Jeg tolker funnet som at elever som blir møtt med realistiske forventninger og tro til at de kan lære, får lyst til å la seg utfordre selv om det er usikkert om de lykkes. Ifølge Boaler (2016) er det å vise forventninger til elever en nøkkelfaktor for elevenes prestasjoner (Boaler, 2016).

Videre viser studien min at lærerne er trygge på at de gjennom den undervisningsformen de nå praktiserer, klarer å tilpasse den ordinære undervisningen på en måte som gjør at alle elever får et godt læringsutbytte inne i felles klasseromsundervisning. Lærerne har fått bekreftelse både gjennom det de selv observerer, nasjonale tester og fra eksterne fagfolk på at elevenes læring og motivasjon har økt etter at de endret undervisningsform. Ifølge Mjaavtn og Frostad (2015) kan lærere som er nytenkende i sitt pedagogiske virke som gjør at de klarer å tilpasse den ordinære undervisningen, være avgjørende for behovet for spesialundervisning (Mjaavtn & Frostad, 2015). Funnet i min analyse viser at lærerne har forventninger til elevene, og de legger til rette for en arbeidsform som bygger på samarbeid og felles aktiviteter som kan tilpasses slik at alle elever får kjenne på mestring. Undervisningen består av flere dimensjoner enn bare å mestre matematikkoppgaver. Elevene får også vise at de kan mestre å forklare, stille spørsmål, begrunne sine resonneringer og støtte hverandre i læringssituasjonen. Funnet indikerer at lærerne har en inkluderende holdning til undervisning som gjør at segregerte opplæringstiltak minimeres.

Vi har sett at lærerne ser på sin pedagogiske kompetanse som avgjørende for å klare å sette i gang prosesser som fører til læring. Videre viser funnet at lærerne er både engasjerte og de ser det nærmest som en selvfølge at de hele veiene utvikler kunnskap om god undervisning og hvordan læring best skjer. Funnet viser at lærerne har en tro til at det er en sammenheng mellom det som skjer i klasserommet og hvordan barns læring skjer. Dette er i tråd med teorien til Askew (2000), som viser at lærere som faglig oppdaterer seg i

matematikkopplæring, gjennomfører en undervisningspraksis som har større effekt på læring (Askew, 2000).

Videre har funn i data vist at lærerne gjennom sin lange undervisningserfaring er blitt inspirert til å endre til en undervisningspraksis som legger stor vekt på dialog og sammenhenger i undervisningen. I teorikapittelet beskriver jeg ulike typer undervisningsorienteringer på bakgrunn av teorien til Askew (2000). Det kommer klart fram av funnene mine at lærerne ikke driver *overføringsorientert* undervisningspraksis, som kjennetegnes ved at læring skjer gjennom lærerens matematikk-kunnskap. Funn viser at lærerne legger til rette for at elevene skal se sammenhenger, forstå begreper og oppdage strategier som fører til hensiktsmessige prosedyrer gjennom å utforske oppgaver som stiller høye kognitive krav. Samtidig er lærerne bevisst på å lede elever til å se systemer og hjelpe dem fra å bruke krevende og lite hensiktsmessige strategier og prosedyrer. Dette viser at lærerne ikke aksepterer at elevene fritt skal konstruere sine prosedyrer for å finne svar på oppgaver, som kjennetegner *oppdagelsesorientert* undervisning. Samlet sett tolker jeg at lærerne sin undervisningspraksis i hovedsak ligger innenfor en *konneksjonistisk tilnærming*, som ifølge Askew (2000) er den undervisningspraksisen som gir størst faglig framgang (Askew, 2000).

Analysen viser at lærerne benytter en undervisningsform som har mange fellestrekk med japansk undervisningsmetode (Stigler & Hiebert, 1999), som er beskrevet i teoridelen. Det framgår at lærerne opplever at både elev- og lærerrollen har endret seg på en måte som virker positivt på eleven sin læring og motivasjon og som gjør at lærerne opplever større glede av å undervise i faget. Med denne undervisningsformen må elevene gjøre mye større matematisk arbeid i prosedyreutviklingen, mens lærerne har en viktig rolle med å skape en god læringsprosess gjennom å sette elever inn i problemet og stille gode spørsmål som fremmer viktige tankeprosesser og matematiske samtaler med kvalitet.

Vi har sett at det tar lang tid å endre en undervisningsform som vektlegger forståelse og ikke bare ferdigheter. Faglig flinke elever og foreldre som er best kjent med overføringsorientert undervisning, kan vise mest skepsis til en undervisningsform som bryter med deres forestilling om matematikkfaget, hvordan læring best kan skje og hva som kjennetegner det å være flink. Det framkommer i resultatene mine at lærerne opplevde at det å endre undervisningsform var mest krevende før de selv var trygg på at undervisningen gav resultater på læring og trivsel for elevene. I endringsprosess har det å være tilknyttet er fagmiljø som lærerne kunne støtte seg til, vært av stor betydning for å kunne stå i denne krevende prosessen. Jeg tolker funnet mitt i lys av teorien til Stigler og Hiebert (1999), som viser at

årsaken til at det er så krevende å bryte en etablert undervisningsform, er den sterke kulturelle forestillingen elever, foreldre og lærere har om matematikk som fag og hvordan undervisning som gir best læring skal foregå (Stigler & Hiebert, 1999). Funnet viser at lærerne har en sterk tro til den undervisningen de praktiserer. Jeg tolker ut av funnet at det å ha tro til undervisningsformen og samtidig være tilknyttet et fagmiljø, er en viktig faktor for at lærerne skal klare å stå i den krevende prosessen som det er å endre en undervisningsform.

Stigler og Hiebert (2009) viser i sin forskning at felles for land som presterer høyt i matematikk er engasjerte lærere som lærer av hverandre gjennom å dele metoder og prøve de ut og forbedre dem i undervisningspraksisen sin (Stigler & Hiebert, 2009). Funn i min studie viser at lærerne er aktive i å utvikle sin undervisningspraksis gjennom faglitteratur og i fagmiljø som de deltar aktivt i. Men ikke alle informantene opplever at de kan utvikle undervisningen som et studieobjekt på egen arbeidsplass, selv om de skulle ønsket det.

Betydningen samarbeid har for å skape arbeids glede og læring

Min studie viser at lærerne legger til rette for en undervisning som vektlegger samarbeid som arbeidsform. Elevene blir mer motivert for å møte utfordringer og de viser større utholdenhet når de får samarbeide med andre om å løse problemer. Elevene samarbeider om oppgaver som krever at de må bruke tid til å tenke, diskutere og forklare idéer og løsninger med hverandre. Det gjør at de får bedre tilgang til å se sammenhenger mellom det de selv tenker opp mot medelever sine idéer, og det hjelper dem til å gjøre strategiendringer og oppdage prosedyrer som gir mening. Boaler (2016) skriver at samarbeid som arbeidsform er nødvendig i en undervisning som bygger på konseptuell kunnskap, men Boaler understreker at samarbeidet er avhengig av dialogen for at elevene skal oppdage og forstå matematiske sammenhenger (Boaler, 2016). Vi ser at lærerne legger vekt på at samarbeidet i løsninger av kognitivt krevende oppgaver skal føre til viktige matematiske samtaler som gjør at elevene ledes til konseptuell forståelse i utvikling av prosedyrekunnskap. Dette er i tråd med Hiebert og Lefevre (1986) sin teori om prosedyreutvikling.

Resultatet viser at lærerne oppmuntrer elevene til å dele ideer og løsninger med hverandre både underveis i arbeidsøkten og i plenum på slutten av en økt. Med visuell støtte i konkreter som modeller og tegninger, får elevene reflektere over egen tenking og framgangsmåte og begrunne de valg de gjør opp mot andre sine idéer. Dette gjør elevene motivert, og de går aktivt inn for å finne mening og forståelse i hvorfor noen strategier og metoder ikke virker, eller er mindre hensiktsmessige. Dette støtter forskning som viser at elever uavhengig faglig

nivå, som arbeider med kognitive konflikter og får diskutere misoppfatninger, har større faglig framgang. Det gjelder spesielt med hensyn til langtidslæring og engasjement i læringen (Brekke, 2002).

Vi ser at lærerne gjennom samarbeidet oppmuntrer elevene til å resonnerer over de valg de gjør i løsninger og det hjelper dem til å kunne argumentere for sine egne framgangsmåter, samtidig som de lærer å stille kritiske spørsmål til andre sine løsninger for å fremme læring og forståelse. Ifølge Boaler (2016) vil elever som lærer å være kritiske til sine egne og andre sine begrunnelser, gjøre det lettere å stille spørsmål uten å ta rollen som den som ikke forstår (Boaler, 2016). Funn i min studie viser at elevene i samarbeidet med andre blir vant til å snakke matematikk, og det å kunne jobbe sammen for å finne løsninger på et problem, gjør elevene engasjert og de blir nysgjerrige på å forstå og se sammenhenger som gjør at det å stille spørsmål både til sine egne og andres løsninger og metoder blir en naturlig del av arbeidet.

Funn i resultatene viser at elevene samarbeider i grupper på tvers av faglig nivå og at den individuelle tilretteleggingen skjer naturlig i klasserommet. Det kommer også fram at elevene liker å hjelpe hverandre i utviklingen av forståelse og de har godt utbytte av å se ulike måter å løse problemer på. Studien min kaster lys over hvordan lærerne gjør en inkluderende undervisningspraksis. De ser på samarbeid i blandete elevgrupper som en styrke med hensyn til mangfoldet av måter å tenke løsninger og strategier på som gir signaler om at alle elevene har betydning for at god læring skal skje. Funnet viser at lærerne sitt syn på sammenhengen mellom elevforskjeller og helhetlig undervisning, samsvarer med det Stigler og Hiebert (1999) fant i sin forskning om japanske læreres holdning til elevforskjellene i undervisningen (Stigler & Hiebert, 1999).

Det framgår av funnene mine at både lærere og elever har samme opplevelse av at samarbeid fremmer læring og gir større arbeidsglede. Elevene opplever at det er trygt å gå inn i nye utfordringer når de vet at de kan jobbe sammen med andre. Men resultatene viser at det tar tid å lære elevene å samarbeide på en slik måte at det fremmer læring. Lærerne bruker tid på å skape et trygt læringsmiljø som gjør at samarbeid blir en god arbeidsform som gir effekt på både læring og trivsel i undervisningen. Ifølge Boaler (2016) så må det skapes et læringsmiljø som er åpent for at ulike idéer møtes med respekt og dette kan ikke læres som regler, men elevene må oppleve det gjennom en lærer som har et slikt grunnsyn (Boaler, 2016). Funn i resultatene mine tyder på at lærerne er bevisst dette og elevene tar etter hvert opp i seg

lærernes holdning om at alle har noe fornuftig å si og at alle kan hjelpe hverandre og å prøve og feile og prøve igjen, er en del av prosessen med å utvikle matematisk tenking.

Betydningen av formen på oppgaven

Vi har sett at elevene liker best å jobbe med oppgaver som de ikke umiddelbart ser løsningen på. De blir motivert og lærer best når de får samarbeid med andre om oppgaver som gjør at de må tenke og prøve ut forskjellige måter å finne løsningen på. Dette støtter Boaler (2016) som mener at elever som møter forventning og får jobbe med komplekse oppgaver som stiller høye kognitive krav, utvikler dynamisk tankesett som gjør at de søker utfordringer for å lære og de har større utholdenhet (Boaler, 2016).

Videre viser resultatene at to av elevene som går i den ene klassen og som framstår som faglig flinke i matematikk, jobber med nivådifferensierte oppgaver og aktiviteter i deler av undervisningen. Klassen får oppgavehefter med vanskelighetsgrad som passer hver enkelt elev sitt nivå. Det kommer ikke fram i resultatene mine hvor godt de liker slike oppgaver, men begge jobber med oppgaver på høyt nivå og de liker at oppgavene er litt vanskelige og noen ganger jobber de med oppgaver fra høyere klassetrinn. Jeg har ikke datagrunnlag for å si noe om hvordan lavt presterende elever sin motivasjon påvirkes av å jobbe med nivådifferensierte oppgaver i undervisningen. Jeg tolker av funnet at det er uvisst om elevene opplever indre motivasjon som fører til økt læring og arbeidsglede av å jobbe med nivådifferensierte oppgaver, eller om denne type oppgaver fører til ytre motivasjon i form av bekreftelse på faglig nivå. Botten, Daland & Dalvang (2008) skriver at i en undervisningsform som legger stor vekt på formidling fra lærer til elev, kan nivådifferensierte oppgaver fungere som et hjelpemiddel for å gjøre arbeidsforholdene i klasserommet lettere, men det stilles tvil om denne type organisering resulterer i større læringsutbytte for alle elevene (Botten, Daland & Dalvang, 2008).

Analysen viser at lærerne har et bevisst forhold til elevgruppens nivåforskjeller og de jobber ut fra et realistisk syn om at ikke alle elever kommer like langt faglig, men alle kan lære og utvikle seg i matematikk. Jeg tolker av funnet at lærere med et slikt elevsyn skaper et klassemiljø som verdsetter ulike behov og nivå, som gir elever tro på seg selv og gjør at de anerkjenner sitt eget og andres faglige nivå. Kjentetegn på inkluderende undervisning er ifølge Ollerton (2003) lærer som ser verdien i en blandet elevgruppe og har en positiv holdning til elevenes ulike behov (Ollerton, 2003).

Vi har fått innblikk i hvordan lærerne legger til rette for en inkluderende matematikkundervisning, med bruk av kognitivt krevende oppgaver som har lav inngangsterskel med stor takhøyde og et bredt spekter av konkretiseringsmaterieell i undervisningen som støtter differensiert læringsutbytte.

Ollerton (2003) mener at varierte arbeidsformer og et rikt tilfang av læringsmaterieell med en problembasert tilnærming gjennom bruk av åpne oppgaver etterfulgt av reflekterte samtaler, er en forutsetning for å kunne drive inkluderende matematikkundervisning i elevgrupper med nivåforskjeller (Ollerton, 2003). Jeg tolker mine funn i at de støtter synet til Ollerton.

Det framgår av funnene at lærerne benytter oppgaver og aktiviteter som har lav inngangsterskel som gjør at alle elever jobber med et felles grunnproblem. For at alle elever skal få utvikle seg videre fra der de er i sin forståelse, er grunnproblemet på en form som gjør at elevene må tenke kreativt og fleksibelt i konstruksjonen av løsninger, samtidig som problemet kan utvides. Lærerne følger opp elevene gjennom hele prosessen med å stille spørsmål på en slik måte at det fører til gode matematiske samtaler og som gjør at elevene må begrunne de resonnement de gjør over sine egne idéer og løsninger og se det i sammenheng med medelevers framgangsmåter. Lærerne har planlagt et stort tilfang av utviklingsoppgaver i forkant av undervisningsøkten, som de tilbyr elever eller grupper når de er klar for det. På et tidspunkt i prosessen, leder lærerne elevene med utgangspunkt i grunnproblemet til å forklare og begrunne sine arbeid på tvers av gruppen eller i plenum. Eleven oppmuntres til å bruke konkreter til å visualisere matematiske idéer og de trener på å forklare på en måte som gjør at andre forstår og kan stille spørsmål. Dette viser at lærerne aktivt *bruker* og ikke bare *gjør* utforskende problemer og ifølge Ollerton (2003) hjelpe det elevene til å forstå sentrale begreper og se sammenhenger i matematikk (Ollerton, 2003).

Studien viser at lærerne ser at alle elevene opplever mestring i undervisningen uavhengig faglig nivå. Elevene blir motivert og engasjert når de får samarbeide om oppgaver som stiller høye kognitive krav. Det kommer fram i resultatet at lærerne ikke bruker ord som underbygger holdninger om at det å være flink i faget sidestilles med å jobbe raskt. Lærerne forteller at slike ord og ikke faglige belønninger, gjør at elevene mister motivasjon og arbeidsglede til å jobbe videre. Det framgår av resultatet at faglig flinke elever som har vært vant til å jobbe med lavkognitive oppgaver, kan ha vansker med å motiveres og se nytten av å jobbe med oppgaver som stiller høye kognitive krav. De synes det er vanskelig å bli motivert av en undervisning som ikke vektlegger raske beregninger og riktige svar som bekreftelse på det å være flink. Forskningsresultater til Stigler & Hiebert (1999) viser at japanske elever

motiveres av faglige utfordringer som stimulerer dem til å tenke nytt og utvikle bedre forståelse som de deler med medelever (Stigler & Hiebert, 1999). Jeg tolker funn i min studie som at lærerne motiverer elevene etter samme prinsippet som japanske lærere. Når lærerne gir elevene tid og viser dem forståelser for at det kan være vanskelig å bli motivert av en undervisning som vektlegger relasjonell forståelse, vil gjøre at elevene etter hvert forstår at matematikk handler om mer enn å bare gjøre raske beregninger. Dette vil gi elevene større faglig glede.

Jeg tolker funnene som at læreren med sin undervisning skaper engasjerte elever som får til å samarbeid om kognitivt krevende oppgaver som leder til analytisk tenking og gjør at de utvikler forståelse av matematiske begreper og ser sammenhenger. Elevene vil da utvikle prosedyrer som gir dem mening og som de klarer å bruke hensiktsmessig uten å være bundet til en bestemt kontekst. Lærerne legger til rette for at alle elever skal oppdage gleden med matematikk ved å undervise på en måte som gjør at alle elever ledes til proseptuell kunnskap som gjør at de bruker fleksible strategier og konseptuell tenking til å løse oppgaver (Gray & Tall, 1994).

4.3 Læringsmiljø som fremmer utvikling og troen på seg selv

I den siste hovedkategorien presenterer jeg resultater som handler om lærerne og elevenes holdninger til det å gjøre feil og deres refleksjoner rundt veiledning og vurdering som påvirker utvikling og tro på seg selv. Funnene blir til slutt drøftet i lys av relevant teori.

4.3.1 Å feile

På spørsmål som handler om hvordan informantene forholder seg til feiling, viser både elever og lærere en holdning til at det å gjøre feil er naturlig del av arbeidsprosessen. Det å gjøre feil oppleves ikke som at man må starte helt fra begynnelsen igjen, men er en naturlig måte å jobbe seg videre framover på. Lærerne understreker at feiling er viktig og må brukes aktivt for utvikling av forståelse og læring, men ikke alle elevene ser dette potensialet i feiling.

Jeg formidler til elevene at feil er spennende, det er det vi lærer av (lærer C).

Feil er en fantastisk mulighet til å lære mer. Elevene opplever det som positivt når de får vist fram en feil de har gjort. Men det er jo selvsagt viktig at jeg ikke tar fram samme elev hver gang, og jeg må kjenne eleven godt og vite at den tåler det (lærer A).

Det går kanskje bra å gjøre feil, men du må prøve ditt beste for å ikke gjøre feil (elev 4)

Lærerne understreker at det ikke er forventet og ikke et mål i undervisningen at elevene skal forstå eller bruke smarte måter med en gang. Det er viktig at læringsmiljøet gir rom for trygghet og skaper aksept for flere måter å tenke på, slik at alle tør å prøve selv om det kan medføre feiling.

Det er viktig at eleven får prøve ut med prøving og feiling. De må jo tørre å gjøre feil (lærer B).

Når jeg gjør feil, kan jeg spørre de andre i gruppen og da får jeg vist flere måter som jeg kan gjøre det på. Det er sjelden at noen ler hvis noen har gjort feil. Læreren vår sier at vi lærer når vi gjør feil (elev 1).

For å kunne utnytte det potensialet feiling har for å utvikle læring og forståelse, er det viktig at læringsmiljøet i gruppen er så trygt at eleven får lyst til å møte utfordringer som kan medføre feiling.

4.3.2 Veiledning og vurdering

Lærerne forteller at veiledningen foregår som en samtale mellom dem og eleven(e). Lærerne tar utgangspunkt i elevenes forståelse i veiledningen som gjør at elevene ikke opplever at de må finne løsninger de tror læreren ønsker. Lærerne er bevisst sin rolle i veiledningen og de har som mål at veiledningen skal åpne for flere måter å tenke løsninger på som gir elevene tro på seg selv og gjør dem selvstendig i arbeidet.

Når jeg har veiledet studenter har vi øvd på dette med å unngå å bruke ord som «ja» og «nei» når de gir elevene tilbakemelding. Disse ordene gjør at elevene tenker «det var det læreren ville høre» og så stopper det liksom opp. Jeg er bevisst på at jeg ikke favoriserer den måten jeg selv tenker er best. Det er viktig at jeg er tålmodig og ikke presser en metode jeg selv liker på eleven. De må få tenke og bruke tid på å utvikle forståelsen sin (lærer B).

Vertikale tavler er en FANTASTISK mulighet, da står du i rommet og da har du ALLE elever sine løsninger og arbeid på en gang. Det er en utrolig god mulighet til meg som lærere til å se når noen er litt i feil retning, eller strever litt med starten. Da kan jeg gå bort til dem og spørre «hva tenker dere her, kan du forklare litt, hva mener dere med figuren der jeg skjønner ikke helt hva dere mener her» (lærer A).

På spørsmål som handler om hvordan elevene opplever det når noe er vanskelig, så synes de det er viktig at de får satt seg godt inn i problemet før de får hjelp.

Jeg synes det er fint å jobbe litt før man trenger hjelp, fordi hvis man gjør en oppgave og så tenker man at det ser vanskelig ut, og så hvis noen spør hva du trenger hjelp med, men det vet man ikke helt enda, fordi da har man ikke prøvd å gjøre oppgaven, hvis man prøver først, vet man hva man trenger hjelp med (elev 1).

Lærerne ser at denne undervisningsformen bringer fram flere vurderingskriterier sammenliknet med hvordan de underviste før. Det å kunne tenke kreativt og samarbeide med andre når de jobber med oppgaver, er en viktig kompetanse. Elevene bruker mye tid på å kunne forklare og begrunne de valg de gjør som gjør at andre forstår.

Den måten jeg jobber på nå ved at elevene forteller oppdagelser og hvordan de tenker, gjør at jeg virkelig får tak i hva dem kan. Denne måten er mer praktisk og spennende og gir meg større rom til å analysere matematikken og se hva ungene kan og bygge på det (lærer B).

For at tilbakemelding skal gi læring, må den gis på en måte som gjør at elevene eier problemet og som gjør at de begynner å tenke og ser hva de har gjort og hva de må gjøre for å komme videre.

4.3.3 Drøfting

Resultat i min studie viser at informantene ser på feiling som et viktig potensial for læring og forståelse. Ifølge Dweck (2015) vil eleven sin motivasjon til å stå i det som er vanskelig øke når feil blir brukt aktivt som redskap til å fremme læring (Dweck, 2015). Elevene får konstruktive tilbakemeldinger knyttet til det arbeidet de gjør. Grunnlaget for veiledningen bygger på elevens tenking og matematiske idéer, og har som formål å hjelpe elevene til å tenke og vurdere hva de må gjøre for å komme videre i arbeidet.

Jeg vil nå drøfte disse momentene i lys av relevant teori.

Å vektlegge feilen i utvikling av forståelse

Boaler (2016) mener at elever som får jobbe med kognitivt krevende oppgaver og møte en holdning om at feil er viktig for læring, stimuleres til et dynamisk tankesett. Elever med et dynamisk tankesett jobber med matematikk på et høyere nivå, fordi de liker å bli utfordret og de hindres ikke av å gjøre feil (Boaler, 2016).

Studien viser at både lærere og elever har en holdning om at feil er en naturlig del i læringsprosessen og at feil kan brukes til å utvikle bedre forståelse. Elevene forteller at de har lært av læreren sin at det er viktig å bruke de feilene de gjør til å utvikle bedre forståelse. Elever som møter en holdning fra omgivelsene sine om at læring ikke handler om å ha alt rett, men at det faktisk er feilene som gjør at de lærer, vil ha større forutsetninger for å søke utfordringer der sjansen for å feile er større. Boaler (2016) mener at både foreldre og lærer må støtte opp om styrken feil har for læring i stedet for å fokusere på at læring handler om å unngå å gjøre feil. Forskning har vist at hjernen er mest aktiv når vi gjør feil, også ubevisste feil. Å gjøre feil fører til at nye synapseforbindelser oppstår (Boaler, 2016; Moser et al., 2011).

Jeg mener materialet indikerer at elever som jobber med nivådifferensierte arbeidshefter, har en annen oppfatning av feiling enn elever som jobber i blandete grupper med kognitivt krevende oppgaver. Den ene eleven som jobber med nivådifferensierte arbeidshefter, legger vekt på at det er greit å gjøre feil, men at man må prøve så godt man kan for å unngå at det blir feil. Det kan se ut til at eleven ikke har den samme oppfatning av at feil kan være nyttig for å utvikle bedre forståelse. Det er usikkert om eleven sin holdning til feil kan være påvirket av nivådifferensierte aktiviteter. Jeg har ikke datagrunnlag for å si noe om oppgaveformen i disse heftene, men ut fra min egen erfaring som lærer er hovedvekten av oppgaver i slike hefter en samling med lave kognitive oppgaver. Når elever jobber med slike oppgaver, er formålet å jobbe seg gjennom oppgavene og produsere flest mulig riktig svar og minimere feiling. Slike oppgaver kan gi elevene en oppfatning av at når de ikke gjør feil, er det en bekreftelse på at de er flinke og har evner som gjør at de kan jobbe på høyt nivå. Elevene ser ikke på feil som potensial for læring, men bare som et nederlag som bekrefter at de ikke er flink nok. Dette kan sidestilles med forskningen til Kamins og Dweck (1999), som indikerer at kritisk tilbakemelding på bakgrunn av evner, gir elevene en selvtillit som gjør at de tenker at de er kompetente og bra når de får det til, men ikke når de mislykkes (Kamins & Dweck, 1999). Oppgaveløsning er en sentral del av matematikkundervisningen, og ifølge Valenta (2016) har utformingen av oppgaver elevene jobber med, stor betydning for hva elevene lærer og hvordan de oppfatter matematikk (Valenta, 2016). Dette viser at lærere har et stort ansvar når de velger ut oppgaver i undervisningen.

Funn i min studie viser at når elevene jobber med kognitivt krevende oppgaver, så må elevene utforske og prøve ulike måter for å finne løsninger som gjør at de feiler i prosessen. Elevene opplever ikke det å gjøre feil som å måtte starte på nytt igjen, men at de må tenke på en annen måte for å komme videre i problemet. Funnet kan sees i lys av det Boaler (2016) skriver om

betydningen kognitivt krevende oppgaver har for at likevektprinsippet skal utløses hos elevene.⁴

For at potensialet som feiling har for læring skal utnyttet fullt ut, er det ikke nok å ha en holdning om at feil er bra for læring, feil må også brukes aktivt i undervisningen for å øke læringen. Funn i resultatene viser at lærerne bruker tid i planleggingen til å tenke ut mulige feil som elevene kan gjøre, for at de på best mulig måte kan bruke feilene i undervisningen til å øke elevenes forståelse. Lærerne gjennomfører forskjellige aktiviteter i undervisningen der feiling brukes for å fremme læring. De pleier å oppmuntre elever til å dele viktige feil med klassen, men det forutsetter et trygt læringsmiljø. Lærere som lærer elevene at feil er positivt for læring, vil ifølge Boaler (2016) ha betydelig effekt på elevenes læringsutbytte av feil (Boaler, 2016). Funn i min studie viser at elevene synes det er viktig å hjelpe hverandre. De opplever det nyttig å diskutere feil i felleskap, slik at de bedre ser sammenhenger og muligheter for strategiendring.

Veiledning og vurdering

Vi har sett at lærerne gjennom dialogen med eleven søker å forstå hvordan eleven tenker i sin framgangsmåte. Gjennom den forståelsen hjelper de eleven videre i arbeidet som bygger på eleven sin metode. Askew (2000) viser i sitt arbeid at det tar tid å holde seg nær eleven sin metode i forklaringen. Til gjengjeld vil forklaringer som bygger videre på elevens forståelse gjøre at elevene får sterkere forståelse av metoden som gjør at de klarer å bruke den i mange sammenhenger (Askew, 2000).

Resultatet viser at lærerne, med bakgrunn i eleven sitt arbeid, stiller gode spørsmål som gjør at elevene stimuleres til å fortelle hvordan de tenker. Lærerne tar utgangspunkt i elevarbeidet for å hjelpe elevene videre. Det at lærerne verdsetter elevens innsats og bygger på eleven sine idéer i veiledningen, gjør at elevene ser betydningen av den jobben de gjør og at deres tanker og idéer i arbeidet er viktig for det videre arbeidet. Dweck (2015) mener at lærere som veileder elever gjennom å verdsette innsats, samtidig som de snakker med eleven om det den har gjort og hva den kan gjøre for å komme videre, er konstruktiv veiledning som gjør at eleven blir motivert og ser nytten av sine misoppfatninger til å komme videre i arbeidet

⁴ Likevektstprinsippet: medfødt selvregulerende prosess som settes i gang når barnet står overfor «noe det ikke får til å stemme». Her ligger drivkraften til den intellektuelle utviklingen, og dermed også i læringsprosessen (Imsen, 1997)

(Dweck, 2015). Videre ser vi at lærerne formulerer spørsmålene litt forskjellig etter hvor elevene er i prosessen. Når elevene er underveis i arbeidet, er hensikten med spørsmålene å stimulere elevene til å bruke sin egen tankeprosess til å se sammenhenger og oppdage nye strategier som gjør at de kommer videre i arbeidet. På slutten av et arbeid er spørsmålene på en form som hjelper elevene til å klare å resonnerer og begrunne de valg de har gjort i sine framgangsmåter. Dette gjør at lærerne kan se hva elevene har lært og gjennom diskusjonen kan elevene se sine løsninger i sammenheng med flere representasjonsformer. Ifølge Valbekmo (2020) er det viktig at lærerne stiller spørsmålene på en slik måte at det får elevene til å starte en tankeprosess som fremmer matematikk kompetansen i kognitive krevende oppgaver (Valbekmo, 2020).

Lærerne legger til rette for at elevene skal få tid til å tilegne seg problemet ved å utforske og jobbe seg gjennom ulike strategier og metoder før læreren hjelper dem videre i arbeidet. Elevene ser bedre nytten av forklaringen når de vet hva de trenger hjelp til og det gjør at de kan ta aktiv del i forklaringen og de blir engasjert og ønsker å forstå og finne nye metoder og strategier for å komme videre i løsningen. Jeg tolker funnet i lys av forskningen til Boaler (2016) som viser at elever lærer best av instruksjoner og hjelp når de i forkant har fått tid til å streve litt med oppgaven (Boaler, 2016). Det framgår av resultatet mitt at lærerne er bevisst på at forklaringer må komme først når eleven er klar for det, ellers blir det en veiledning som bygger på læreren sin metode. Det gjør at elevene klarer å bruke metoden på det aktuelle problemet, men de klarer ikke nødvendigvis å overføre metoden til flere sammenhenger.

En undervisningsform som legger vekt på rike tankeprosesser gjennom bruk av kognitivt krevende oppgaver, bringer fram flere kriterier å vurdere elevens faglige forståelse på (Boaler, 2016). Mine resultater viser at lærerne driver en undervisningspraksis som måler elevens kompetanse på et langt større spekter enn bare å være flink til å memorere prosedyrer og regler. Funnet viser at lærerne legger vekt på at elever skal lære å samhandle på en måte som gjør at samarbeid fremmer læring, tenke kreativt i møte med problemer og kunne resonnerer og begrunne de valg de gjør, samtidig som de kan stille spørsmål til medelevers løsninger på en konstruktiv måte. Jeg tolker av funnet at lærerne gjennom sin undervisningsform skaper et inkluderende fellesskap som vektlegger hver enkelt elev sin kompetanse og utvikling. Dette er viktig i prosessen for å fremme matematisk tenking. Tolkning av funnet kan sees i tråd med det Botten et al. (2008) skriver om betydningen et inkluderende fellesskap gjennom faglig samarbeid og kommunikasjon har for elevenes framtidige yrke- og samfunnsnivå (Botten et al., 2008).

Kapittel 5 Avslutning

Jeg har med dette forskningsprosjektet ønsket å undersøke undervisningsformer som kan være med å forebygge matematikkvansker. Forskningsprosjektet har handlet om en gruppe elever og noen lærere og deres tanker om undervisning som skaper motivasjon og glede i matematikkfaget, og hvordan det kan være med å påvirke å stå i det som er vanskelig. I studien har jeg belyst følgende problemstilling: *Hvilke tanker har elever og lærere om undervisning som gir elever arbeidslyst og tro på at de skal få det til i matematikk?*

Problemstillingen er blitt besvart gjennom data som jeg har innhentet gjennom kvalitative intervjuer med tre lærere og fem elever. Tre av elevene er elever av den ene læreren som deltok i studien. Resultatene er blitt presentert og drøftet gjennom hovedkategoriene: 1) utvikle forståelse og ikke bare utførelse, 2) undervisning som skaper motivasjon og som gjør at elevene klarer å stå i det som er vanskelig, 3) læringsmiljø som fremmer utvikling og troen på seg selv.

5.1 Oppsummering

Resultatet i den første kategorien, utvikle forståelse og ikke bare utførelse, gir innsikt i hvordan lærerne innleder timen med en kognitivt krevende oppgave der læringsmålet er forankret i en elevnær fortelling eller situasjon som gjør elevene indre motivert til å løse oppgaven. I intervjuene legger lærerne vekt på hvordan konteksten brukes som en støtte for å klargjøre abstrakte matematiske idéer og begreper. Lærerne vektlegger at elevene skal oppdage effektive strategier som leder dem bort fra uheldig bruk av konkrete og rigid bruk av prosedyrer i alle typer beregninger. Gjennom bruk av forskjellige konkretiseringsmateriell og kognitivt krevende oppgaver som kan inneholde flere regnearter samtidig, blir elevene ledet til å se tallsymbolenes fleksibilitet og til å se at symboler med variasjon i notasjon kan ha samme betydning. Intervjuet med elevene har gitt oss innblikk i hvordan elevene tar i bruk memoreringsstrategi dersom læringen av prosedyrer skjer på en måte som gjør at de ikke ser meningen og sammenhengene i delprosedyrene. Lærerne vurderer at det er viktig at elevene gjennom utforskning av problemer får utvikle prosedyrekunnskap ved å knytte det til tidligere kunnskapskomponenter. Dette gjør at hver delprosedyre gir mening og bidrar til at elevene virkelig forstår prosedyrene og klarer å bruke dem som verktøy i ulike problemløsninger. Dette viser at lærerne legger til rette for en undervisning som vektlegger både

prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap i innlæringen av prosedyrer. Når elever ser fleksibiliteten som er knyttet til symboler og når prosedyrene gir dem mening, vil de i møte med oppgaver ha mulighet til å gjøre fleksible strategivalg og de klarer å vurdere når det er hensiktsmessig å bruke prosedyrer.

I den andre kategorien, undervisning som skaper motivasjon og som gjør at elevene klarer å stå i det som er vanskelig, viser resultatene at lærerne har et dynamisk tankesett som de fremmer i sin undervisning gjennom å vise tro til at alle elever gjennom innsats kan lære og utvikle seg når undervisningen bygger på eleven sin forståelse. Lærerne er utforskende i sin pedagogiske tilnærming og de søker hele tiden ny kunnskap om undervisning som fremmer best læring. De forteller at de har endret sin undervisningspraksis til en form som vektlegger sammenhenger og dialog og det kommer fram i resultatene at elevene spiller en viktig rolle i prosedyreutviklingen. Undervisningstilnærmingen som lærerne forteller om, vektlegger reflekterte samtaler med elevene gjennom samarbeid om åpne oppgaver som er kognitivt krevende i elevgrupper på tvers av faglig nivå. I intervjuet med elevene kommer det fram at de lærer best når de samarbeider og at de blir mest motivert av å jobbe med oppgaver som krever tenking og utforsking. Lærerne tilrettelegger for et inkluderende læringsmiljø, og de ser på mangfoldet i faglig nivå som en styrke for en helhetlig undervisning. Lærernes fortellinger viser at det tar tid å endre undervisningspraksis og at denne endringen kan oppleves utfordrende. Lærerne opplever at det er særlig foreldre og faglig sterke elever som har en fastlagt forestilling om hvordan matematikk læres, som synes denne omstillingen er vanskelig. Lærerne forteller at de er opptatt av å vise forståelse for dette og vektlegger at denne prosessen tar tid. Det å endre en undervisningspraksis er også en krevende prosess for lærere, og resultatet i min studie indikerer at lærerne er avhengige av å kunne støtte seg til et fagmiljø og ha sterk tro til egen undervisningspraksis.

Resultatet fra den tredje kategorien, læringsmiljø som fremmer utvikling og troen på seg selv, viser at lærerne ser på feiling som potensial for læring. Lærerne gir uttrykk for en holdning som tilsier at feiling stimulerer elevene til et dynamisk tankesett der de opplever det å bruke feil og misoppfatninger som nyttig til å forstå sammenhenger og endre strategier. Men oppgavetyper kan ha betydning for hvordan elevene opplever feiling. Lærerne er bevisste på at veiledning og tilbakemelding skal fremme læring hos elevene. Veiledningen gis først når eleven er klare for å motta hjelp. Lærerne forteller at de stiller spørsmål som gjør at elevene får fortalt hvordan de tenker, og så bygges forklaringen på elevens forståelse. Lærerne ønsker

å stimulere til et dynamisk tankesett hos elevene, gjennom å gi konstruktiv tilbakemelding på den innsatsen elevene gjør i sitt arbeid.

Oppsummeringsvis så har jeg med denne studien ønsket å finne ut hva som kjennetegner en undervisningsform i matematikk som skaper læring og utfordrer elever på en slik måte at alle opplever mestring gjennom en individuelt tilpasset klasseromsundervisning.

Jeg mener at denne studien har relevans for praksis og at funnene kan peke på noen implikasjoner. Tall fra Utdanningsdirektoratet viser at andelen elever som mottar spesialundervisning i ordinær klasse har økt de siste årene og omfanget av spesialundervisning øker markant fra første trinn til tiende trinn (Utdanningsdirektoratet, 2019). Formålet mitt har vært å undersøke undervisningsdidaktikk som kan minimere behovet for segregert undervisning i form av spesialundervisning. Min studie viser at lærere med dynamisk tankesett, og som har en utforskende holdning til egen undervisningspraksis, spiller en avgjørende rolle for å kunne skape et inkluderende læringsmiljø som ser på elevforskjeller som verdifulle for å skape en helhetlig undervisning. Gjennom samarbeid, dialog, bruk av åpne oppgaver som er kognitivt krevende og et grunnsyn på at feiling og misoppfatninger fremmer læring, klarer lærerne å legge til rette for en individuell tilpasset matematikkundervisning til en felles elevgruppe. Med en undervisningsform som vektlegger et balansert forhold mellom prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap gir det flere elever mulighet til å øke sin proseptuelle forståelse som gir mestringsopplevelser og glede med matematikken utover i skoleløpet.

Jeg har gjort noen slutninger på bakgrunn av det informantene har sagt som må tolkes med forsiktighet, fordi slutningene er gjort på et lite antall informanter. På bakgrunn av det lærerne har fortalt, er det en sammenheng mellom undervisningsform og effekten på læring og indre motivasjon, men data som jeg bygger min studie på gir ikke et grunnlag for å si om det er en sterk sammenheng.

Funn i min studie viser at lærerne praktiserer en undervisningsform som er nært knyttet til fagfornyelsens intensjoner som tredde i kraft skoleåret 2020/2021. Fra fagfornyelsen kan vi lese at det legges vekt på dybdelæring og bedre forståelse og det legges i større grad til rette for at elevene skal utforske matematikken og kommunisere om den (st.meld. 28).

Forskning tyder på at matematikkundervisningen i norsk skole domineres av en tradisjonell undervisningsform. Elevene jobber i hovedsak individuelt med oppgaver og tilegner seg regler og prosedyrer gjennom læreren sin matematikkunnskap. Det legges lite vekt på

aktiviteter som aktiviserer elever til å reflektere og bevisstgjøre seg rundt sin egen læring. Denne måten å jobbe med matematikk på kan påvirke elevers holdning til faget og vi kan lese av PISA-undersøkelsen som ble gjennomført i 2012, at norske elever er mindre indremotivert i matematikk enn gjennomsnittet i OECD-land (Kjærnsli & Olsen, 2013).

Hvis en undervisningsform som fremmer læring og indre motivasjon og samtidig klarer å gjøre individuelle tilrettelegginger i felles klasseromsundervisning, mener jeg at dette er noe som i større grad bør implementeres i matematikkundervisningen. En slik undervisningsform gir indikasjon på at behovet for segregert undervisning i form av spesialundervisning minimeres. Samtidig så er det viktig å få mer kunnskap om og forskning på hvordan iverksettingen av fagfornyelsen påvirker undervisningspraksisen og hvordan skoleledere legger til rette for en slik endringsprosess. Videre vil det være interessant å undersøke om innføringen av fagfornyelsen vil medvirke til en nedgang i andelen elever som får spesialundervisning i norsk skole.

Referanser

Askew, M. (2000). It ain't (just) what you do: effective teaching of numeracy II.

Thompson (Red.), *Issues in teaching numeracy in primary schools* (s. 91-102, 134-146).
Open University Press.

Boaler, J. (2013). Ability and mathematics- the mindset revolution that is reshaping education. *Forum*, 55(1), ss. 143-152.

Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets*. San Fransisco: Jossey-Bass.

Boaler, J., Chen, L., Williams, C. & Cordero, M. (2016). Seeing as Understanding: The Importance of Visual Mathematics for our Brain and Learning. *Journal of Applied & Computational Mathematics*. Hentet 21.02.2021 fra <https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2017/04/JACmaths-seeing-article.pdf>

Botten, G., Daland, E. & Dalvang, T. (2008). Tilpasset matematikkopplæring i en inkluderende skole. *Tangenten 2*, 2008, ss. 23-27.

Brekke, G. (2002). Utdrag fra Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk. Hentet 25.10.2021 fra https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/Brekke,%20G%20Introduksjon%20til%20diagnostisk%20undervisning%20i%20matematikk%20%E2%80%93%20Utdrag_0.pdf

Det Norske Videskaps-Akademi. (2021, 22. April). Utdeling av Holmboeprisen for 2020 og 2021. Hentet fra <https://dnva.no/detskjer/2021/04/utdeling-av-holmboeprisen-2020-og-2021>

Dweck, C. (2008a). Mindsets: How praise is harming youth and what can be done about it. *School Library Media Activities Monthly*, 24(5), ss. 55-58. Hentet fra www.highpoint.edu/qep/files/2015/01/dweck-mindset-article.pdf

Dweck, C. (2015). *Education week*. Hentet fra Carol Dweck revisits the "growth mindset": Hentet fra <https://portal.cornerstonesd.ca/group/yyd5jtk/documents/carol%20dweck%20growth%20mindsets.pdf>

Dweck, C.S. (2017). *Mindset, changing the way you think to fulfil your potential* (2. utg.). London: Robinson.

- Gray, E. M. & Tall, D. O. (1994). Duality, Ambiguity and Flexibility: A Proceptual View of Simple Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(2), ss. 116-140.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: an introductory analysis. I J. Hiebert (Red.), *conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1-27). Hillsdale, New jersey: Lawrence Erlbaum.
- Høines, M. J. (1998). *Begynneropplæring, fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning* (2. utg.). Bergen: Caspar Forlag.
- Imsen, G. (1997). *Lærerens verden*. Oslo: Tano Aschehoug.
- Kamins, M., & Dweck, C. (1999). Person versus process praise and criticism: Implications for contingent self-worth and coping. *Developmental Psychology*, 35(3), ss. 835-847.
- Kjærnsli, M. & Olsen, R. V. (2013). *Fortsatt en vei å gå*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Kleven, T. A. & Hjørdemaal, F. R. (2018). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode* (3. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Kunnskapsdepartementet. (2015). *Tett på realfag – Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnopplæringen (2015 – 2019)*. Hentet fra https://www.regjeringen.no/contentassets/869faa81d1d740d297776740e67e3e65/kd_realfagsstrategi.pdf
- Mjaavatn, P. E. & Frostad, P. (2015). Økning i spesialundervisning gjennom skoleløpet: er lærernes holdninger en del av problemet?. Hentet 04.10.2021 fra https://scholar.google.com/scholar?hl=no&as_sdt=0%2C5&q=http%3A%2F%2Fpkf.no%2Fartikler%2Ftidsskrift%2Fpsykologi-i-kommunen-5-2015%2Fper-egil-mjaavatn-og-frostad-5-2015.pdf&btnG=
- Moser, J., Schroder, H., Heeter, C., Moran, T., & Lee, Y.-H. (2011). Mind your errors: evidence for a neural mechanism linking growth mindset to adaptive post error adjustments. *Psychological science*, 12(22), ss. 1484-1489.
- Nordahl, T., Persson, B., Brørup, C., Hennestad, B.W., Wang, M. V., Martinsen, J.,... Johnsen, T. (2018). *Inkluderende fellesskap for barn og unge*. Bergen: Fagbokforlaget. Hentet fra

<https://www.ks.no/contentassets/53a5da025f404022ad59c68b552dc928/inkluderende-fellesskap-for-barn-og-unge-til-publisering-04.04.18.pdf>

Nosrati, M. & Wæge, K. (2015). Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. Hentet 21.10. 2021 fra

<https://www.matematikkenteret.no/sites/default/files/attachments/product/Oppdatert%20september%202019%20Sentrale%20kjennetegn%20p%C3%A5%20god%20%C3%A6ring%20og%20undervisning%20i%20matematikk.pdf>

NOU 2009:18. *Rett til læring*. Oslo: Kunnskapsdepartementet. Hentet fra

<https://www.regjeringen.no/contentassets/45e9a9eca3a447f39451d1abfb4053cf/no/pdfs/nou200920090018000dddpdfs.pdf>

NOU 2015:8. *Fremtidens skole, fornyelse av fag og kompetanser*. Oslo:

Kunnskapsdepartementet. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/>

Ollerton, M. (2003). Inclusion, learning and teaching mathematics. I P. Gates (Red.), *Issues in mathematics teaching* (s. 261-277). London: RoutledgeFalmer.

Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap - Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. New York: THE FREE PRESS.

Stigler, J. W. & Hiebert, J. (2009). Closing the Teaching Gap. *Phi Delta Kappan*, 91, ss. 32-37. Hentet fra <https://doi.org/10.1177/003172170909100307>

St.meld. 30 (2003-2004). Kultur for læring. Hentet fra

<https://www.regjeringen.no/contentassets/988cdb018ac24eb0a0cf95943e6cdb61/no/pdfs/stm200320040030000dddpdfs.pdf>

Svorkmo, A.-G. & Valbekmo, I. (2020). Rike oppgaver, resonnering og argumentasjon.

Hentet den 21.10.2021 fra <https://www.matematikkenteret.no/blogg/rike-oppgaver-resonnering-og-argumentasjon>

Tall, D. O. (2007). Teachers as mentors to encourage both power and simplicity in active mathematical learning. *Middle East teachers of science, mathematics and computing*. Hentet fra https://www.researchgate.net/profile/Ramalingam-Dharmalingam/publication/331635457_Problems_in_the_computer_laboratory_An_effective_method_of_monitoring_student_activities_and_delivering_multimedia_content_R_D_S_Ku

[mar and D Ramalingam 319/links/5c840d15458515831f96e876/Problems-in-the-computer-laboratory-An-effective-method-of-monitoring-student-activities-and-delivering-multimedia-content-R-D-S-Kumar-and-D-Ramalingam-319.pdf#page=23](https://www.researchgate.net/publication/319111111/links/5c840d15458515831f96e876/Problems-in-the-computer-laboratory-An-effective-method-of-monitoring-student-activities-and-delivering-multimedia-content-R-D-S-Kumar-and-D-Ramalingam-319.pdf#page=23)

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse, en innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Tjora, A. (2018). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (3. utg.). Oslo: Gyldendal akademiske.

Utdanningsdirektoratet (2021). *Tall fra grunnskolens informasjonssystem (GSI) 2020/21*. Oslo: Utdanningsdirektoratet. Hentet fra www.udir.no/tall-og-forskning/statistikk/

Valbekmo, I. (2020). Å stille gode spørsmål til arbeid med LIST-oppgaver. Hentet 30.10.2021 fra https://www.mattelist.no/sites/default/files/dokumenter/2020-03/A%CC%8A%20stille%20de%20gode%20sp%C3%B8rsma%CC%8A%20til%20publisering_0.pdf

Valenta, A. (2016). Kognitive krav i matematikkoppgaver. Hentet 22.10.2021 fra https://www.matematikkenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/Valenta%20Kognitive%20krav%20i%20matematikkoppgaver_0.pdf

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk – Redskap i matematiske diskusjoner. Hentet 21.10.2021 fra https://www.matematikkenteret.no/sites/default/files/attachments/Elever%20som%20presterer%20lavt/P3_M4-Waegel-Samtaletrekk-Tangenten-2-2015-Waegel.pdf

Wæge, K. & Nosrati, M. (2019). *Motivasjon i matematikk* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv til informantene

Lærer

Vil du delta i forskningsprosjektet

”Hva er det som gir meg arbeidslyst og tro på at jeg skal få det til i matematikk?”

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hva som gjør at matematikkfaget gir arbeidslyst og glede.

I dette skrivet gir jeg deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Jeg går på erfaringsbasert masterprogram i spesialpedagogikk ved NTNU. I dag jobber jeg ved en yrkesfaglig skole i Bergen, der jeg underviser elever ved elektrofag i matematikk og naturfag. Tidligere har jeg mange års erfaring som lærer og spesialpedagog i grunnskolen, og da har jeg i hovedsak undervist i matematikk og naturfag. Jeg har stor interesse for matematikkfaget og den holdningen eleven har til seg selv, og hvordan det påvirker deres prestasjon i faget.

Temaet i masteroppgaven er undervisningsformer som kan forebygge matematikkvansker. Jeg vil med denne oppgaven sette søkelys på undervisningsformer som gjør at eleven får tro på egen utvikling og framgang i faget, og hvordan det kan være med på å påvirke å klare å stå i det som er vanskelig. Jeg har flere ganger opplevd at elevene går inn i faget med en fastsatt mening om at de ikke kan matematikk og at dette skyldes genetiske faktorer. Faget får ofte ord på seg for å være vanskelig og at det derfor ikke ligger for alle. Jeg har selv opplevd at når lærer og personer rundt elevene har tro på at de kan få det til, øker også selvfølelsen til faget og motivasjonen for å jobbe med faget betraktelig.

I dette prosjektet ønsker jeg å få vite hvordan troen en har til seg selv og holdningen til faget, sammen med oppmuntring utenfra, påvirker prestasjonen i faget. Gjennom historier fra noen elever og lærere, ønsker jeg å finne suksessfaktorer som fremmer motivasjon for læring i matematikkfaget. I dette arbeidet vil jeg støtte meg blant annet til teorier fra Stanford-forsker og professor i matematikkundervisning, Jo Boaler. Hun har et positivt læringssyn og hevder at medfødte evner i matematikk ikke finnes, men at troen på seg selv og holdningen til faget, sammen med oppmuntring utenfra, er den viktigste faktoren for prestasjon i faget.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

NTNU, institutt for pedagogikk og livslang læring, er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Jeg ønsker å komme i kontakt med en lærer som med sin undervisningsform har tro på at eleven opplever læringsutvikling og læringsglede, også i de situasjoner der eleven feiler. Ditt positive læringssyn og engasjement for at alle elever skal lykkes i matematikkfaget, er viktige faktorer i forebygging av matematikkvansker. Derfor kan du være en verdifull bidragsyter i dette prosjektet.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at jeg kontakter deg på telefon og gjennomfører et intervju med deg. Intervjuet vil vare i ca. en time. Siden det er vanskelig å få notert ned alt som sies, ønsker jeg å benytte lydopptak i intervjuet. Innholdet i intervjuet vil være motivasjonen din for matematikkfaget og hvordan din undervisning kan være med å gi elever arbeidsglede og tro på egen utvikling i faget, også når de opplever det vanskelig. Er det noen læringsteorier du vil framheve i som viktige faktorer i ditt læringssyn og undervisningsform?

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Opplysningene behandles konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Ingen enkeltpersoner vil kunne gjenkjennes i den ferdige oppgaven. Studiet er meldt til Norsk senter for forskningsdata. Alle lydopptak oppbevares konfidensielt og det er bare intervjuer som vil ha tilgang til lydfilene.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres og lydopptak slettes når oppgaven er godkjent, noe som etter planen er i august 2021.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi vil behandle opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU, institutt for pedagogikk og livslang læring, har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Behandlingsansvarlig institusjon: NTNU, institutt for pedagogikk og livslang læring ved/
Ingvild Pettersen telefon: 977 24 527 eller epost: ingvildpettersen742@gmail.com
Per Frostad telefon: 735 51 151 eller epost: per.frostad@ntnu.no
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen. Epost: thomas.helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig
Per Frostad
(Forsker/veileder)

Student
Ingvild Pettersen

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet [*«Hva skjedde, hvorfor ble matematikk gøy?»*], og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Elev

Vil du delta i forskningsprosjektet

”Hva er det som gir meg arbeidslyst og tro på at jeg skal få det til i matematikk?”

Dette er et spørsmål til ditt barn om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hva som gjør at matematikkfaget gir arbeidslyst og glede.

I dette skrevet gir jeg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for ditt barn.

Formål

Jeg går på erfaringsbasert masterprogram i spesialpedagogikk ved NTNU. I dag jobber jeg ved en yrkesfaglig skole i Bergen, der jeg underviser elever ved elektrofag i matematikk og naturfag. Tidligere har jeg mange års erfaring som lærer og spesialpedagog i grunnskolen, og da har jeg i hovedsak undervist i matematikk og naturfag. Jeg har stor interesse for matematikkfaget og den holdningen eleven har til seg selv, og hvordan det påvirker deres prestasjon i faget.

Temaet i masteroppgaven er undervisningsformer som kan forebygge matematikkvansker. Jeg vil med denne oppgaven sette søkelys på undervisningsformer som gjør at eleven får tro på egen utvikling og framgang i faget, og hvordan det kan være med på å påvirke å klare å stå i det som er vanskelig. Jeg har flere ganger opplevd at elevene går inn i faget med en fastsatt mening om at de ikke kan matematikk og at dette skyldes genetiske faktorer. Faget får ofte ord på seg for å være vanskelig og at det derfor ikke ligger for alle. Jeg har selv opplevd at når lærer og personer rundt elevene har tro på at de kan få det til, øker også selvfølelsen til faget og motivasjonen for å jobbe med faget betraktelig.

I dette prosjektet ønsker jeg å få vite hvordan troen en har til seg selv og holdningen til faget, sammen med oppmuntring utenfra, påvirker prestasjonen i faget. Gjennom historier fra noen elever og lærere, ønsker jeg å finne suksessfaktorer som fremmer motivasjon for læring i matematikkfaget. I dette arbeidet vil jeg støtte meg blant annen til teorier fra Stanford-forsker og professor i matematikkundervisning, Jo Boaler. Hun har et positivt læringssyn og hevder at medfødte evner i matematikk ikke finnes, men at troen på seg selv og holdningen til faget, sammen med oppmuntring utenfra, er den viktigste faktoren for prestasjon i faget.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

NTNU, institutt for pedagogikk og livslang læring, er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får ditt barn spørsmål om å delta?

I dette prosjektet vil jeg intervju en lærer og noen av elevene som læreren underviser i matematikkfaget. Jeg ønsker at elevene kan fortelle hva som gjør at de opplever at faget og undervisningsmåten gir dem arbeidslyst og glede. Jeg vil også finne ut hva som gjør at eleven ikke gir opp hvis de feiler. Matematikklæreren til klassen har hjulpet meg med å komme i

kontakt med ditt barn. Da undervisningsformen bygger på et positivt læringsssyn i denne klassen, er ditt barn aktuelt for dette prosjektet.

Hva innebærer det for ditt barn å delta?

Hvis du samtykker til at ditt barn kan delta i prosjektet, innebærer det at jeg gjennomfører et gruppeintervju med barnet, sammen med noen av medelevene i klassen. Intervjuet vil foregå i skoletiden. Jeg bor i Bergen, så derfor gjennomføres intervjuet på telefon. Intervjuet vil vare i ca. en time. Siden det er vanskelig å få notert ned alt elevene sier, ønsker jeg å bruke lydopptak i intervjuet.

Innholdet i intervjuet vil sette søkelys på hvordan undervisningen i matematikk foregår, og hva de liker spesielt godt med den. Jeg vil også spørre dem om hvordan de opplever det når de ikke får det til med en gang. Hvilken strategi bruker de da?

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis foresatte samtykker i at barnet kan delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle personopplysninger om barnet vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for eleven eller foresatte hvis eleven ikke ønsker å delta eller senere velger å trekke seg.

Barnet sitt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker opplysninger om barnet

Jeg vil bare bruke opplysningene om deres barn til formålene jeg har fortalt om i dette skrivet. Opplysningene behandles konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Ingen enkeltpersoner vil kunne gjenkjennes i den ferdige oppgaven. Studiet er meldt til Norsk senter for forskningsdata. Alle lydopptak oppbevares konfidensielt og det er bare jeg som vil ha tilgang til lydfilene.

Hva skjer med opplysningene om ditt barn når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres og lydopptak slettes når oppgaven er godkjent, noe som etter planen er i august 2021.

Dine rettigheter

Så lenge barnet kan identifiseres i datamaterialet, har foresatte rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert på barnet, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om barnet,
- å få slettet personopplysninger om barnet, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av barnet sine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om barnet?

Jeg vil behandle opplysninger om barnet basert på foresattes samtykke.

På oppdrag fra NTNU, institutt for pedagogikk og livslang læring, har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan foresatte finne ut mer?

Hvis det er spørsmål til studien, eller ønske om å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Behandlingsansvarlig institusjon: NTNU, institutt for pedagogikk og livslang læring ved/
Ingvild Pettersen telefon: 977 24 527 eller epost: ingvildpettersen742@gmail.com
Per Frostad telefon: 735 51 151 eller epost: per.frostad@ntnu.no
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen. Epost: thomas.helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig
Per Frostad
(Forsker/veileder)

Student
Ingvild Pettersen

Samtykkeerklæring

Jeg/vi har mottatt og forstått informasjon om prosjektet [*«Hva er det som gir meg arbeidslyst og tro på at jeg skal få det til i matematikk?»*], og har fått anledning til å stille spørsmål.
Jeg/vi samtykker til:

Barnets navn å delta i intervju
Jeg/vi samtykker til at *barnets navn* opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av foresatt(e) til prosjektdeltaker, dato)

INTERVJUGUIDE *Dybdeintervju med lærer*

Tema:

Undervisningsformer som kan forebygge Matematikkvansker.

Problemstilling:

«Hvilke tanker har elever og lærere om undervisning som gir elever arbeidslyst og tro på at de skal få det til i matematikk?»

Spørsmål:

Innledende spørsmål:

- Hva er det som gjør at du trives med å undervise i matematikkfaget?
- Hvor lenge har du undervist i matematikk?

Refleksjonsspørsmål:

- Fortell litt om hvordan du underviser i faget for at elevene skal oppleve læring og arbeidsglede.
 - *Din medvirkning*
 - *Elevmedvirkning*
 - *Oppgaver*
 - *samarbeid*
 - *Forventninger og krav*
 - *Tilbakemeldinger*
 - *Klasseromsklima (feil/rett, smart/dum)*
 -
- Hvordan møter du elever som har en tanke om at de ikke har «evner» for dette faget og har opplevd mange ganger å mislykkes i sine forsøk?
 - *Hvordan få eleven selvreflektert og se sin personlige involvering?*
 - *Elevens selvoppfatning når den feiler.*
 - *Hvordan du som lærer møter eleven (lytte, se, tro)*

- Hvordan jobber du for å opprettholde en varig positiv opplevelse av faget.
 - *Få elevene til å stå i det som også er vanskelig og krevende*
 - *Motivere elever til høy arbeidsinnsats*
 - *Hjelp eleven til større egenrolle til faget*
- Er det læringsteoretiske retninger du vil framheve i ditt positive læringssyn og holdning til matematikklæring?

Avsluttende spørsmål

- Er det noen suksessfaktorer ved din undervisningsform eller noe annet som ikke har fått komme fram som du vil si noe om?

INTERVJUGUIDE

Fokusintervju elever

Tema:

Undervisningsformer som kan forebygge Matematikkvansker.

Problemstilling:

«Hvilke tanker har elever og lærere om undervisning som gir elever arbeidslyst og tro på at de skal få det til i matematikk?»

Innledende spørsmål:

- Hvor mange timer matematikk har dere i uken?
- Hvilke tema jobber dere med nå?
- Kan dere beskrive hvordan en «vanlig» matematikktime foregår.

Refleksjonsspørsmål:

- Hva er det i matematikkundervisningen dere gleder dere ekstra mye til?
 - *Spenneden tema?*
 - *Aktiviteter i klasserommet?*
 - *Samarbeid med andre elever?*
 - *Måten læreren forklarer på?*
 - *Oppgavene du jobber med?*
 - *Tilbakemeldinger fra lærer/medelever?*

- Synes du at matematikk er et viktig fag å lære?
 - *Noe som du får bruk for i ellers hverdagen?*
 - *Noe som blir viktig for deg i framtiden og når du blir voksen?*

- Hvordan opplever du det når det du jobber med er vanskelig?
 - *Er det flaut å gjøre feil?*
 - *Er greit å gjøre feil?*
 - *Får du lyst til å gi opp når du får feil?*
 - *Blir du lei deg?*
 - *Redd for at andre synes du er dum?*
 - *Får du lyst til å forstå hva du gjør feil og jobbe til du får det til?*

- Er det noen forberedelser dere gjør i forkant av timen?
 - *Hvilke lekser pleier der å få?*
 - *Er det en lekse du klarer å gjøre alene uten hjelp, eller må du ha hjelp?*
 - *Hjelper leksen deg bedre å forstå?*

- Hvordan får du vist hva du har lært?
 - *eks prøver, innleveringer, framvisning.....*
 - *mye du må huske på (regler...) eller må du vise at du forstår?*

Avsluttende spørsmål:

- Er det noe ved matematikkfaget og undervisningen som dere liker spesielt godt, eller ikke har fått nevnt?

Vedlegg 3: Meldeskjema for behandling av personopplysninger

21.6.2021

Meldeskjema for behandling av personopplysninger



NSD sin vurdering

Prosjekttittel

Masteroppgave i spesialpedagogikk ved NTNU

Referansenummer

331653

Registrert

11.09.2020 av Ingvild Pettersen - ingvpe@stud.ntnu.no

Behandlingsansvarlig institusjon

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) / Institutt for pedagogikk og livslang læring

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Per Frostad, per.frostad@ntnu.no, tlf: 73551151

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Ingvild Pettersen, ingvildpettersen742@gmail.com, tlf: 97724527

Prosjektperiode

10.08.2020 - 01.08.2021

Status

18.09.2020 - Vurdert

Vurdering (1)

18.09.2020 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 18.09.2020, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

https://nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 01.08.2021.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Simon Gogl
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

Vedlegg 4: Skjema med utdrag og kategorier

Skjema med utdrag fra lærerintervjuene med spørsmål fra intervjuguiden

Spørsmål	Lærer A	Lærer B	Lærer C	Typiske trekk
3. Fortell litt om hvordan du underviser i faget for at elevene skal oppleve læring og arbeidsglede	<p>-Bakgrunnen ligger i læreplan og at jeg følger kompetansemålene og jobber målrettet.</p> <p>Oppgaver: Undersøkende matematikk - problemløsning</p> <p>-Åpne oppgaver (listoppgaver) med lav inngangsterskel og stor takhøyde -Alle oppleve at de mestrer -Historie/fortelling kjent kontekst. -God tid alle må komme inn i konteksten.</p>	<p>-Motivasjon. Ingen lærer uten motivasjon -aktive og prøve ut som nr. to -Glad i den nye læreplanen. Lagt bort dette med læringsmål som er ganske snevert. Jobber ut ifra kompetansemålene-gjøre oppdagelser- snakker om HVA</p> <p>Oppgaver: -tilrettelegger for undersøkende «du må hjelpe meg med et problem». Det stimulerer eleven fordi den er vitebegjærlig.</p>	<p>-Oppstarten viktig, Kuppe dem fra starten av. Skape nysgjerrighet/undring, trigge dem på. Stille spørsmål som gjør at de tenker «hvorfor sier hun det?» Eller «det fikk jeg lyst å finne ut av». Henviser til foredrag om hjerneforskning ift til å kuppe dem fra starten av. -matematikk samtaler som gjelder</p> <p>Oppgaver: Utforskende-flere svar</p>	<p>-Starte opp oppgaver/elevarbeid. (lav inngangsterskel og stor takhøyde). Historier/fortellinger/kjenne seg igjen/skape undring og nysgjerrighet -Type oppgaver-åpne oppgaver (gruble, mattelist, utforskende, flere svar, skaper samtaler) -Samarbeid, elevforklaring/dele,</p>
	<p>-Bygger videre på oppgaven med undrende spørsmål Arbeidsmåte: -Samarbeid to og to (ofte det som gjør at de liker det. De vet de har en læringspartner og de kan støtte seg til den) -Samarbeid på tvers av gruppene eller se hvordan andre løser oppgaver oppleves ikke som juks</p>	<p>-Kontekst. Bindeledd mellom barna og matematikken. -Fortelling og forståelse ut ifra konteksten som ligger nært dem. -fortellinger som handling ut fra livene deres. -Sammensatte oppgaver. Oppgaver som støtter flere emner. (ikke som i mattebøker) -Åpne oppgaver. Rom for mange</p>	<p>-Lite lærebok, «ja takk begge deler» -Eks på startoppgaver (Grublis, Forskertall, Hoderegning) -Praktiske oppgaver «en fjerdedel reiser seg nå» -Oppgaver som gir samtaler og diskusjoner -Oppgaver som kan føres oppover eller nedover</p>	<p>-God tid. Ord som ferdig, ja/nei ikke lov å si -Samarbeid, dele tanker og forklaringer og lure strategier -Se sammenhenger, kontekst, konkrete, forske på tall -Læreren sin rolle, sier aldri hvordan noe skal</p>

Skjema med utdrag fra elevintervjuene med spørsmål fra intervjuguiden

Spørsmål	Elevsvar	Typiske trekk	
Hva er det i matematikkundervisningen dere gleder dere ekstra mye til?	<p>5: Samarbeidsoppgaver-problemløsninger. «rappekjef» konkurranse om å si svaret (eks et gangstykke) først. Bingo, men da har vi ganging i stedet for addisjon 4. Problemløsningsoppgaver som er litt vanskelig slik at en må tenke. Prøver på nytt hvis det blir feil 2. bingo er gøy, jobber med den vi sitter med 3. Grubleoppgaver og spill og når vi gjør vanskelige oppgaver og samarbeider (snakker om hva vi tror i gruppen og deler med hele klassen og finne hvem som har riktig)</p>	<p>-Samarbeid og dele hvordan man tenker -Vanskelig oppgaver der en må tenke -Ulike spill</p>	<p>1. elev 5 Samarbeide Problemløsning 2. elev 4 Problemløsning spill 3. elev 3 Grubliser (oppgaver som krever at en må tenke litt) Spiller spill Samarbeide om vanskelige oppgaver Samarbeid-oppgaver som krever tenking-mattespill</p>
Synes dere matematikk er et viktig fag å lære?	<p>1: Matte overalt og i mange jobber og i andre fag (norsk- sannsynlighet) 2: Når du baker (litemål og vekt) 5: Viktig å lære. Tall over alt. Baking, heng opp bilde rett, vinkler, mye matematikk i musikk – takter</p>	<p>-Matematikk i mange kjente situasjoner for eleven. -Trenger det i framtiden (jobb)</p>	

Utsnitt av utdrag fra lærerintervju sortert i kategorier:

Spørsmål 1. Undervisning som skaper læring og arbeids glede	Lærer A	Lærer B	Lærer C
1. Utvikle forståelse og ikke bare utførelse -Betydningen av å gjøre oppgaven elevene -Utvikle fleksible strategier -Se matematiske sammenhenger	Starter oppgaven med en fortelling som setter alle inn i en kontekst. 2. Knytte sammenhenger. Bruk av tidligere metoder til å løse oppgaven. 3. Jobber fram metoder Lærer leder elevene til effektive metoder. Lærer leder til funksjonelle metoder.	alt bygger på kontekst. Bindeledd mellom matematikken og deres verden. Motiverende og skaper forståelsen når det gjøres nært dem Gir oppgaver som støtter eleven til å se flere sider ved matematikken. Ikke som i lærebøker som har addisjonsoppgaver der det kun skal jobbes med det.... deler elevene sine strategier. Viktig at de får prøve seg fram...	kuppe dem fra starten av timen. Komme med undre- forespørsel som gjør elevene nysgjerrige. jobber med matematiske begreper rundt et tall. Elev som ligger bak de andre elevene, har også godt utbytte av dette...
2. Undervisning som skaper motivasjon og som gjør at eleven klarer å stå i det som er vanskelig. -Lærerens holdning til undervisning og læring -Betydningen av samarbeid -Betydningen av formen på oppgaven.	Oppgaver med lav inngangsterskel og stor takhøyde. Oppgaver som er på en sånn form at de føler fra starten at «dette skal jeg få til på en eller annen måte». samarbeid, vertikale tavler, kan elevene se hva de gjør på tvers av grupper. 3. Sier nesten aldri hvordan det skal løses. Da forsvinner poenget.	nr. 1: motivasjon. Tilrettelegge for undersøkende læring «du må hjelpe meg med dette». Læreren sin oppgave og støtte og tilpasse der elevene er, dette er det mest utfordrende. nr. 2: aktivitet. Ikke bare gjøre, men være aktive selv å prøve...	Oppgaver som alle kan gå inn i og som kan endres på slik at de som blir ferdig rask får ikke rope ferdig eller rekke opp hånden, men tomme opp. Bygger da videre med utfordringer deler metoder og forklarer for hverandre. Bruker Kjersti Berge sine samtaletrekk. Sjelden stille. Samtalen viktig når en jobber på en utforskende måte. viser aldri metoder og løsninger først. Best læringseffekt når.....
3. Læringsmiljø som fremmer utvikling og troen på seg selv -Å feile -Veiledning og vurdering	vertikale tavler gir gode muligheter for tilbakemeldinger. Gir lærer oversikt over alle. Tilbakemelding på feiling. Elever skal først sette ord på det de gjør. Se hvordan andre har løst det. Ser ofte feilen selv, eller kan snakke med andre og få forståelse.	tilbakemelding gjennom samtale med barna. Eleven forteller oppdagelser og hvordan de tenker. da en virkelig får tak i hva dem kan. godt og trygt læringsmiljø fordi læreren er ikke ute etter bare det ene svaret.	Kultur for at alle har noe fornuftig å si feil er viktig for læring.

Utsnitt av utdrag fra elevintervju sortert i kategorier:

Spørsmål 3. Hvordan opplever du det når det du jobber med er vanskelig?	Elver
1. Utvikle forståelse og ikke bare utførelse -Betydningen av å gjøre oppgaven elevene -Utvikle fleksible strategier -Se matematiske sammenhenger	fint å se forskjellige måter å gjøre ting på (1) skriver om et tall i starten av timen. Det kan være for eksempel fyrstikker. Fint å se alle måter en kan få tallet på (1) Fint å se mange måter, hjelper med å komme seg videre og se enklere måter å jobbe på (5). Vanskelig å lære nye metoder hvis en ikke klarer å huske, fordi de er så lange. Prøver først litt selv (4). lærer best av å samarbeide med andre (3).
2. Undervisning som skaper motivasjon og som gjør at eleven klarer å stå i det som er vanskelig. -Lærerens holdning til undervisning og læring -Betydningen av samarbeid -Betydningen av formen på oppgaven.	
3. Læringsmiljø som fremmer utvikling og troen på seg selv -Å feile -Veiledning og vurdering	vil ikke gi opp, fordi det er sånn god følelse når en til slutt får det til. Har lært fra starten av å ikke gi opp. Har sett at noen ler hvis noen gjør feil, men det er sjelden (1) liker best å få hjelp av lærer når jeg har gjort feil flere ganger (4)

