

Inger Lise Austreim
Kristin Indgaard Rotmo

Beregningsregler for slanke betongsøyler

Sammenligning av nåværende og revidert
Eurokode 2

Masteroppgave i Bygg- og miljøteknikk

Veileder: Jan Arve Øverli

Juni 2021

Inger Lise Austreim
Kristin Indgaard Rotmo

Beregningsregler for slanke betongsøyler

Sammenligning av nåværende og revidert
Eurokode 2

Masteroppgave i Bygg- og miljøteknikk
Veileder: Jan Arve Øverli
Juni 2021

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for ingeniørvitenskap
Institutt for konstruksjonsteknikk



Kunnskap for en bedre verden



MASTEROPPGAVE 2021

FAGOMRÅDE: Betongkonstruksjoner	DATO: 11.06.2021	ANTALL SIDER: 96 + 41
------------------------------------	---------------------	--------------------------

TITTEL:
Beregningsregler for slanke betongsøyler
Sammenligning av nåværende og revidert Eurokode 2

Calculation rules for slender concrete columns
Comparison of the current and revised Eurocode 2

UTFØRT AV:



Inger Lise Austreim



Kristin Indgaard Rotmo

SAMMENDRAG:

Det arbeides med en ny revisjon av dagens standard for betongkonstruksjoner, og i denne oppgaven har nåværende og revidert standard blitt sammenlignet gjennom en parameterstudie. Bakgrunns litteratur for aktuelle tema er også studert. Hovedfokuset i denne oppgaven er slanke betongsøyler, og oppgaven er avgrenset til å omfatte lokale beregninger. Temaet er valgt på bakgrunn av at det tidligere er gjennomført lite undersøkelser på slanke betongsøyler, og at det er svært aktuelt da det stadig bygges høyere og slankere.

Den synligste forandringen fra EC2:2004 til EC2:2020 er standardens oppsett. Dette er gjort med tanke på økt brukervennlighet, der formler, tekst og figurer som omhandler samme tema er samlet. Det er også gjort endringer på enkelte formler og figurer, og nye tema er inkludert for å ta i bruk ny kunnskap og teknologi.

For å kontrollere om en søyle er slank brukes et slankhetskriterium. Frem til nå har Norge benyttet nasjonale bestemmelser til dette, men EC2:2020 har fjernet denne muligheten og kriteriet i Eurokoden må brukes. Dette vil ikke utgjøre en stor forskjell, men en søyle vil i enkelte tilfeller bli betraktet som slank der de nasjonale bestemmelsene betegner den som kort. Ved dimensjonering av en slank søyle må andre ordens effekter inkluderes. Denne oppgaven studerer to forenklete metoder for å beregne andre ordens effekter; metode basert på nominell stivhet og metode basert på nominell krumning.

Endringene som er gjort fra EC2:2004 til EC2:2020 fremstår i hovedsak som gode. Standarden fremstår mer oversiktlig, og den er oppdatert på ny kunnskap som kan bidra til fremtidens dimensjonering. Samtidig er det fremdeles forbedringspotensialer, og da spesielt bevisstheten rundt konsekvent og entydig symbolbruk.

FAGLÆRER: Jan Arve Øverli

VEILEDER(E): Jan Arve Øverli

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk

Forord

Denne oppgaven er utarbeidet ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) i Trondheim, i samarbeid med institutt for konstruksjonsteknikk. Arbeidet har gått over 20 uker våren 2021, og er skrevet som avsluttende emne for toårig mastergrad i Bygg- og Miljøteknikk.

Utgangspunktet til oppgaven er revisjonsarbeidet av Eurokode 2, som er gjeldende Norsk Standard for prosjektering av betongkonstruksjoner. Oppgaven er begrenset til slanke betongsøyler og inneholder en gjennomgang av aktuell bakgrunns litteratur, samt sammenligning av beregningsreglene i den nåværende og reviderte versjonen av Eurokode 2.

Denne masteroppgaven har vært en lærerik prosess, der vi har fått et godt innblikk i bakgrunnen til beregningsreglene i Eurokode 2. Vi har fått en dypere forståelse når det kommer til prosjektering av slanke betongsøyler, noe som vi ser på som en god kunnskap å ta med oss videre inn i arbeidslivet. Den generelle kunnskapen rundt Eurokode 2 er hovedårsaken til at valget falt på denne oppgaven.

Vi ønsker å rette en stor takk til vår veileder Jan Arve Øverli for god faglig oppfølging og veiledning gjennom hele semesteret.

Trondheim, juni 2021

Inger Lise Austreim

Inger Lise Austreim

Kristin I. Rotmo

Kristin Indgaard Rotmo

Sammendrag

Det arbeides med en ny revisjon av dagens standard for betongkonstruksjoner, og i denne oppgaven har nåværende og revidert standard blitt sammenlignet gjennom en parameterstudie. Bakgrunns litteratur for aktuelle tema er også studert. Hovedfokuset i denne oppgaven er slanke betongsøyler, og oppgaven er avgrenset til å omfatte lokale beregninger. Temaet er valgt på bakgrunn av at det tidligere er gjennomført lite undersøkelser på slanke betongsøyler, og at det er svært aktuelt da det stadig bygges høyere og slankere.

Den synligste forandringen fra EC2:2004 til EC2:2020 er standardens oppsett. Dette er gjort med tanke på økt brukervennlighet, der formler, tekst og figurer som omhandler samme tema er samlet. Det er også gjort endringer på enkelte formler og figurer, og nye tema er inkludert for å ta i bruk ny kunnskap og teknologi.

For å kontrollere om en søyle er slank brukes et slankhetskriterium. Frem til nå har Norge benyttet nasjonale bestemmelser til dette, men EC2:2020 har fjernet denne muligheten og kriteriet i Eurokoden må brukes. Dette vil ikke utgjøre en stor forskjell, men en søyle vil i enkelte tilfeller etter EC2:2020 bli betegnet som slank der de nasjonale bestemmelsene betegner den som kort. Slankhetskriteriet i Eurokoden inneholder blant annet søylens effektive lengde, effektivt kryptall og opptredende første ordens momenter. Formlene for søylens effektive lengde er noe endret i EC2:2020, og dette bidrar til økt brukervennlighet og et mer eksakt resultat. Det effektive kryptallet fremstår noe uklart i både EC2:2004 og EC2:2020, da det kan oppstå misforståelser rundt definisjonene som er brukt. Dette er også et problem for første ordens momentene.

Ved dimensjonering av en slank søyle må andre ordens effekter inkluderes, og både EC2:2004 og EC2:2020 beskriver tre metoder for å beregne dette; generell metode, metode basert på nominell stivhet og metode basert på nominell krumning. Denne oppgaven har studert de to sistnevnte, og det viser seg at de ikke alltid gir tilsvarende resultater. For søyler som er belastet med en aksialkraft tilnærmet lik den kritiske knekklasten vil metoden basert på nominell stivhet gi en indikasjon på at søylen har problemer. Metoden basert på nominell krumning gir et tilsynelatende korrekt resultat, men ved en kontroll med et m-n diagram kommer det frem at søylens kapasitet er overskredet. EC2:2020 har fjernet fremgangsmetoden for å anslå søylens nominelle stivhet, men beskriver hvilke hensyn som må betraktes. Dette fremstår som en dårlig løsning for personer med lite erfaring og referanser. For metoden basert på nominell krumning er formelen for maksimal krumning endret, og det er inkludert en beskrivelse av ulike snitt der maksimalt moment kan oppstå. Det virker kanskje noe unødvendig med to forenklede metoder for bestemmelse av andre ordens effekter, og det forslås derfor at det kun inkluderes én.

Endringene som er gjort fra EC2:2004 til EC2:2020 fremstår i hovedsak som gode. Standarden fremstår mer oversiktlig, og den er oppdatert på ny kunnskap som kan bidra til fremtidens dimensjonering. Samtidig er det fremdeles forbedringspotensialer, og da spesielt bevisstheten rundt konsekvent og entydig symbolbruk.

Abstract

A new revision of the Eurocode for concrete structures is currently worked on, and in this thesis the current and revised standard has been compared through a parameter study. The relevant background information is also studied. The main focus in this thesis is slender concrete columns, and it is limited to local calculations. The theme has been chosen on the basis that there earlier is carried out little research on this theme, and it is really relevant as it is built taller and slenderer.

The most visible difference between EC2:2004 and EC2:2020 is the setup of the standard. This is done to increase the ease of use, and equations, text and figures that deals with the same theme are placed together. There are also changes to some equations and figures, and new themes are included to add new knowledge and technology.

A column has to fulfill a slenderness criterion in order to be considered slender. Norway has been using it's own national regulations for slender columns until now, but EC2:2020 has removed this opportunity and the criteria in the Eurocode must be used. This will not make a big difference, but in some cases EC2:2020 will classify a column as slender, whereas the Norwegian regulations would classify it as short. In addition to other factors, the Eurocode slenderness criterion also takes into account effective column length, effective creep coefficient and occurring first order moments. The equations for the effective length of the column have been changed in EC2:2020, and this contributes to increased ease of use and more accurate results. The effective creep coefficient appears a little unclear in both EC2:2004 and EC2:2020, and misunderstandings around the definitions can occur. This is also a problem for the first order moments, where symbolic notation is neither consistent nor unambiguous.

When dimensioning a slender column second order effects must be taken into account, and both EC2:2004 and EC2:2020 describes three methods for calculating this; the general method, the method based on nominal stiffness, and the method based on nominal curvature. This thesis has studied the latter two, and it seems they don't always produce equivalent results. For columns with axial load equivalent to the critical buckling load the method based on nominal stiffness will indicate that the column has problems. The method based on the nominal curvature gives an apparently correct result, but a control with a m-n diagram shows that the columns capacity is exceeded. EC2:2020 has removed the procedure to estimate the columns nominal stiffness, but describes the considerations that must be taken into account. This appears as a bad solution for people with little experience and few references. In the method based on nominal curvature the expression for maximal curvature is changed, and it includes a description of different cross sections where the maximum moment can occur. It seems unnecessary to include two simplified methods to determine second order effects, and therefore it is proposed to only include one.

The changes from EC2:2004 to EC2:2020 appear to be generally for the better. The Eurocode is more concise, and it is updated on new knowledge that can contribute to the future dimensioning. At the same time it is clear that the revision has potential for improvement, and especially the awareness of consistent and unambiguous use of symbols.

Innholdsfortegnelse

Forord	ii
Sammendrag	iv
Abstract	vi
Innholdsfortegnelse	vii
Figurer	ix
Tabeller	xii
1 Innledning	2
1.1 Slanke søyler i Eurokoden.....	4
DEL I – Litteraturstudie	6
2 Slanke betongsøyler	8
2.1 Definisjonen av kort og slank søyle.....	8
2.2 Bakgrunn til slankhetskriteriet.....	10
2.3 Slankhetskriteriet i Eurokoden.....	12
2.4 Slankhetskriteriet i nasjonalt tillegg.....	16
3 Effektiv lengde	20
3.1 Definisjon av avstivet og ikke-avstivet konstruksjonsdel.....	20
3.2 Effektiv lengde gitt i EC2:2004.....	22
3.2.1 Relative rotasjonsfleksibiliteter.....	24
3.3 Effektiv lengde gitt i EC2:2020.....	28
4 Effektivt kryptall	30
5 Første ordens virkninger	36
5.1 Geometriske avvik.....	36
5.2 Første ordens moment.....	38
6 Andre ordens effekter	42
6.1 Metoder for å bestemme andre ordens effekter.....	42
6.2 Generell metode.....	42
6.3 Metode basert på nominell stivhet.....	44
6.3.1 Faktor for økning av moment.....	46
6.4 Metode basert på nominell krumning.....	50
7 Kontroll av totalt moment	58
7.1 m-n diagram.....	58
7.2 Minsteeksentrisitet.....	58
7.3 Biaksial bøyning.....	58
DEL II – Parameterstudie	60
8 Slankhet	62
8.1 Eksempel 1: Slankhet for en fritt opplagt søyle.....	62

8.2 Eksempel 2: Slankhetsforhold ved varierende overdekning	64
8.3 Eksempel 3: Sammenligning av slankhetsforhold	66
8.3.1 Påvirkning av momentforholdet.....	66
8.3.2 Påvirkning av effektivt kryptall.....	68
8.3.3 Kombinasjon av momentforhold og effektivt kryptall.....	70
9 Effektiv lengde	72
9.1 Eksempel 4: Normale verdier av relativ rotasjonsfleksibilitet	72
9.2 Eksempel 5: Effektiv lengde for ikke-avstivede konstruksjonsdeler	74
10 Effektivt kryptall	76
10.1 Eksempel 6: Ulike definisjoner av effektivt kryptall	76
11 Dimensjonerende moment.....	78
11.1 Eksempel 7: Sammenligning av de forenklede metodene.....	78
11.2 Eksempel 8: Metode basert på nominell stivhet.....	82
11.2.1 Beregning av søylens bøyestivhet	84
11.2.2 Faktor for økning av moment.....	86
11.3 Eksempel 9: Metode basert på nominell krumning.....	88
DEL III – Konklusjon	90
12 Konklusjon.....	91
12.1 Forslag til videre arbeid.....	92
Referanser	93
Vedlegg	96

Figurer

Figur 1-1: Biblioteket Deichman Bjørvika, hentet fra afgruppen.no [0]	1
Figur 1-2: Betongsøyler i biblioteket Deichman Bjørvika.....	1
Figur 2-1: Bruddtyper i henholdsvis kort, slank og meget slank søyle.....	7
Figur 2-2: Første og andre ordens effekter på en aksialbelastet søyle	7
Figur 2-3: To ulike definisjoner av 10 %-kriteriet, der (1) viser definisjonen brukt i Eurokoden [8].....	9
Figur 2-4: Kapasitetskurve for lave slankhetsforhold [8]	9
Figur 2-5: Slankhetsgrensen basert på 10 %-kriteriet [8]	9
Figur 2-6: Ulike endemoment og tilhørende verdier av r_m	13
Figur 2-7: Usikkerhet ved maksimalt moment for uforskyvelig søyle	17
Figur 3-1: Avstivet og ikke-avstivet ramme	19
Figur 3-2: Ulike knekkformer og infleksjonspunkt avhengig av randbetingelse.....	21
Figur 3-3: Sammenligning av beregnet og nøyaktig effektiv lengde for avstivet (venstre) og ikke-avstivet (høyre) konstruksjonsdel [8].....	21
Figur 3-4: Definisjonen av k	23
Figur 3-5: Eksempler på bjelkestivheter på grunn av ulike randbetingelser	23
Figur 3-6: Bidrag fra tilstøtende søyle i et knutepunkt	25
Figur 3-7: Verdier for c -koeffisienten for en utkragersøyle [15]	27
Figur 4-1: 3-stegs og 1-stegs metode	29
Figur 4-2: Spenning/tøynings-kurve som viser effekten av kryp [8]	29
Figur 5-1: Ulike geometriske avvik	35
Figur 5-2: Ny (grønn) og gammel (rød) grense med utførelsesgrense (blå) [23].....	35
Figur 5-3: Ekvivalent moment	37
Figur 5-4: Ulike fremstillinger av moment fra geometriske avvik	37
Figur 5-5: Ulike metoder for å legge til geometriske avvik.....	39
Figur 6-1: Flytskjema for å bestemme dimensjonerende moment.....	41
Figur 6-2: Eksempler på verdier for c_0	47
Figur 6-3: Last-deformasjonskurve for ulike slankheter	49
Figur 6-4: Antatt krumningsendring ut fra m og n	51

Figur 6-5: DG sin anbefaling til kontrollsnitt	53
Figur 6-6: Definisjonen av M_{Ed} i EC2:2020.....	55
Figur 7-1: Eksempel på et m-n diagram.....	57
Figur 8-1: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast	61
Figur 8-2: Sammenligning av slankhet og slankhetsgrense ved økende armeringsmengde	61
Figur 8-3: Sammenligning av slankhet og slankhetsgrense ved økende betongkvalitet.....	61
Figur 8-4: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast	63
Figur 8-5: Sammenligning av slankhetsforhold ved ulikt momentforhold. n=0,5 og $\varphi_{ef}=0$	65
Figur 8-6: Sammenligning av slankhetsforhold ved ulikt momentforhold. n=0,5 og $\varphi_{ef}=1,0$	65
Figur 8-7: Sammenligning av slankhetsforhold ved ulikt momentforhold. n=0,5 og $\varphi_{ef}=3,0$	65
Figur 9-1: Rammekonstruksjon med en ikke-avstivet søyle.....	71
Figur 9-2: Ikke-avstivet konstruksjonsdel.....	73
Figur 9-3: Effektiv lengde for en ikke-avstivet konstruksjonsdel.....	73
Figur 10-1: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast	75
Figur 11-1: Rammekonstruksjon med en avstivet søyle	77
Figur 11-2: Endring av totalt moment ved lavt effektivt kryptall og varierende armeringsforhold	79
Figur 11-3: Endring av totalt moment ved normalt armeringsforhold og varierende effektivt kryptall.....	79
Figur 11-4: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast	81
Figur 11-5: Totalt moment ved økende betongkvalitet.....	81
Figur 11-6: Totalt moment ved økende armeringsmengde	81
Figur 11-7: Bøyestivhet ved økende betongkvalitet	83
Figur 11-8: Bøyestivhet ved økende armeringsmengde.....	83
Figur 11-9: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast	85
Figur 11-10: Endring av totalt moment når tverrsnittshøyden varierer. b=200 mm	87
Figur 11-11: Endring av maksimal krumning når tverrsnittshøyden varierer. b=200 mm	87

Tabeller

Tabell 1-1: Relevante forkortelser brukt i oppgaven	1
Tabell 1-2: Oversikt over endringer fra EC2:2004 til EC2:2020.....	3
Tabell 8-1: Sammenligning av λ/λ_{lim} og $\lambda_n/\lambda_{n,lim}$ ved konstant $h'=173$ mm.....	63
Tabell 8-2: Sammenligning av λ/λ_{lim} og $\lambda_n/\lambda_{n,lim}$ ved varierende h'	63
Tabell 8-3: Sammenligning av slankhetsforholdet når φ_{ef} økes fra 0 til 1,0 ved ulike r_m . $n=0,5$	67
Tabell 8-4: Sammenligning av slankhetsforholdet når φ_{ef} økes fra 1,0 til 2,0 ved ulike r_m . $n=0,5$	67
Tabell 8-5: Sammenligning av slankhetsforholdet når φ_{ef} økes fra 2,0 til 3,0 ved ulike r_m . $n=0,5$	67
Tabell 9-1: Oversikt over beregnet k for normale tilfeller av tilstøtende konstruksjon.....	71
Tabell 9-2: Beregnet knekk lengde for en ikke-avstivet søyle med normale verdier for k	71
Tabell 10-1: Lasttilfeller. Av nedsenket skrift står « k » for karakteristisk, « E_d » for dimensjonerende og « L » for langtidslast	75
Tabell 10-2: Kombinasjon 1	75
Tabell 10-3: Kombinasjon 2.....	75
Tabell 10-4: Kombinasjon 3.....	75
Tabell 11-1: Beregnet totalt moment. $n=1,0$	77
Tabell 11-2: Bøyestivheten ved ulike tverrsnitt og elastisitetsmodul, beregnet etter 3 ulike metoder.....	85
Tabell 11-3: Faktor for økning av moment beregnet med bøyestivhetene gitt i tabell 11-2....	85



Figur 1-1: Biblioteket Deichman Bjørvika, hentet fra afgruppen.no [0]



Figur 1-2: Betongsøyler i biblioteket Deichman Bjørvika, hentet fra afgruppen.no [0]

	Forkortelse
NS-EN 1992-1-1:2004 Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger [1]	EC2:2004
Nasjonalt tillegg NA Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger [1]	NA:2018
prEN 1992-1-1 Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules – Rules for buildings, bridges and civil engineering structures [2]	EC2:2020

Tabell 1-1: Relevante forkortelser brukt i oppgaven

1 Innledning

Det tradisjonelle byggematerialet betong brukes stadig i mer spektakulære byggeprosjekt, og det nyåpnede biblioteket Deichman Bjørvika er et godt eksempel på dette. Resultatet viser at betong, armering og forskaling ikke trenger å resultere i noe kjedelig [3], men det krever ny kunnskap om både materialet og beregningsmetoder. Dette er en av hovedgrunnene til at det arbeides med en ny revisjon av dagens betongstandard, i tillegg til et ønske om økt brukervennlighet og tilgjengelighet av bakgrunnsliteratur. Denne oppgaven har som formål å sammenligne nåværende og revidert standard, og undersøke hvordan endringer som er gjort vil påvirke dimensjoneringen. Bakgrunnsliteratur for aktuelle tema vil også studeres.

Revisjonen av betongstandarden inkluderer nye tillegg som tar i bruk oppdatert kunnskap og nye beregningsmodeller, og et eksempel på dette er tillegget om stålfiberarmert betong. Det er også ønskelig å samle bakgrunnsinformasjonen til beregningsreglene, og sørge for at disse kan forklares ut ifra en enkel, fysisk modell. Dette har ført til store endringer i blant annet kapitlene som omhandler skjærkrefter. For å øke brukervennligheten til Eurokoden er antall nasjonale bestemmelser redusert, og innhold som omhandler det samme temaet er samlet.

Det er tidligere gjennomført lite undersøkelser på slanke betongsøyler og andre ordens effekter, og dette er derfor valgt som hovedtema for denne oppgaven. Teamet er også svært aktuelt, da det stadig bygges høyere og slankere. Denne oppgaven tar blant annet for seg slanketskriterier, effektiv lengde, effektivt kryttall, geometriske avvik og forskjellige metoder for å bestemme andre ordens effekter. Det er viktig å ha en god forståelse av alle disse temaene, slik at resultatet av dimensjoneringen blir både fremtidsrettet og kostnadsdyktig. Oppgaven er avgrenset til å omfatte lokale beregninger av slanke søyler.

Oppgavens oppsett er valgt for å kunne fremstille teori, resultater og diskusjon på en mest mulig oversiktlig måte. Det er hentet inspirasjon fra Kolbein Bell sine lærebøker, og denne oppgaven bør leses som en bok med to sider vedsiden av hverandre. Venstresiden er forbeholdt formler, figurer og tabeller, mens høyresiden inneholder tilhørende tekst. Dette gjør at en enkelt kan lese teksten uten avbrytelser, samtidig som en kan se på støttende materiale tett opp mot teksten. Videre er oppgaven delt inn i tre deler. Første del omfatter en litteraturstudie, og diskusjon av funn. Neste del er en sammenligning av resultatene fra parameterstudiet som er gjort av nåværende og revidert standard. Den siste delen er konklusjon og forslag til videre arbeid, i tillegg til noen egne tanker angående mulige forbedringer av den kommende standarden. Denne siste delen følger ikke oppsettet som er nevnt over.

I denne oppgaven refereres det gjentatte ganger til to versjoner av Eurokode 2, samt et nasjonalt tillegg. Forkortelser som er brukt er vist i tabell 1-1, i tillegg til at EC2:2004 og EC2:2020 omtales som henholdsvis nåværende og revidert standard. Det er også referert til en rekke delkapitler og underpunkter av disse i standardene. I teksten refereres det for eksempel til «punkt 3», og da vil dette gjelde punkt 3 under sist nevnte delkapittel. For beregninger som ikke dirkete har noe med slanke søyler å gjøre, er formlene i EC2:2004 benyttet. Dette gjelder for eksempel for minimumsarmering og elastisitetsmodul.

Tema	EC2:2004	EC2:2020	Kommentar
Slankhet			
10 %-kriterium	[5.8.2(6)]	[7.4.1(3)]	
Slankhetskriterium	[5.8.3.1] [NA.5.8.3.1]	[O.6]	EC2:2020 åpner ikke for nasjonale bestemmelser. EC2:2020 inkluderer et forenklet slankhetskriterium.
Slankhet og effektiv lengde	[5.8.3.2]	[O.5]	EC2:2020 har fjernet figur 5.7 fra EC2:2004. Symbol for relativ rotasjonsfleksibilitet er endret fra k til f_r . Endret formel for effektiv lengde av ikke-avstivede konstruksjonsdeler. EC2:2020 inkluderer formel for treghetsradien, i .
Kritisk last	-	[O.4]	
Effektivt kryptall			
Effektivt kryptall	[5.8.4]	[7.4.2]	Enkelte definisjoner er endret. EC2:2020 har fjernet krav om å kunne se vekk fra virkningen av kryp. EC2:2020 inkluderer beregning av effektivt kryptall for globale beregninger.
Geometriske avvik			
Geometriske avvik	[5.2]	[7.2.1]	EC2:2020 har nye grenseverdier for α_h . Endret definisjon av m .
Andre ordens effekter			
Dimensjonerende moment	-	[7.4.1(4)]	EC2:2020 inkluderer en bestemmelse om at dimensjonerende moment skal være det største av første ordens moment og totalt moment (inkludert andre ordens effekter).
Generell metode	[5.8.6]	[7.4.3.3]	Endret anbefalt verdi av γ_{CE} .
<i>Metode basert på nominell stivhet</i>			
Nominell stivhet	[5.8.7.2]	[O.8.1(1)]	EC2:2020 har fjernet fremgangsmetode for å bestemme nominell stivhet, men forklarer hvilke hensyn som må tas. EC2:2020 inkluderer forenklete beregninger for globale analyser.
Faktor for økning av moment	[5.8.7.3]	[O.8.2]	Endret symbol og definisjon av c_0 til $c_{1/r}$.
<i>Metode basert på nominell krumning</i>			
Bøyemomenter	[5.8.8.2]	[O.7.2]	Formuleringen av ekvivalent moment er endret. Endret symbol og definisjon av c . EC2:2020 inkluderer ulike snitt der maksimalt moment kan oppstå.
Krumning	[5.8.8.3]	[O.7.3]	EC2:2020 har endret formelen for maksimal krumning, $1/r_0$.

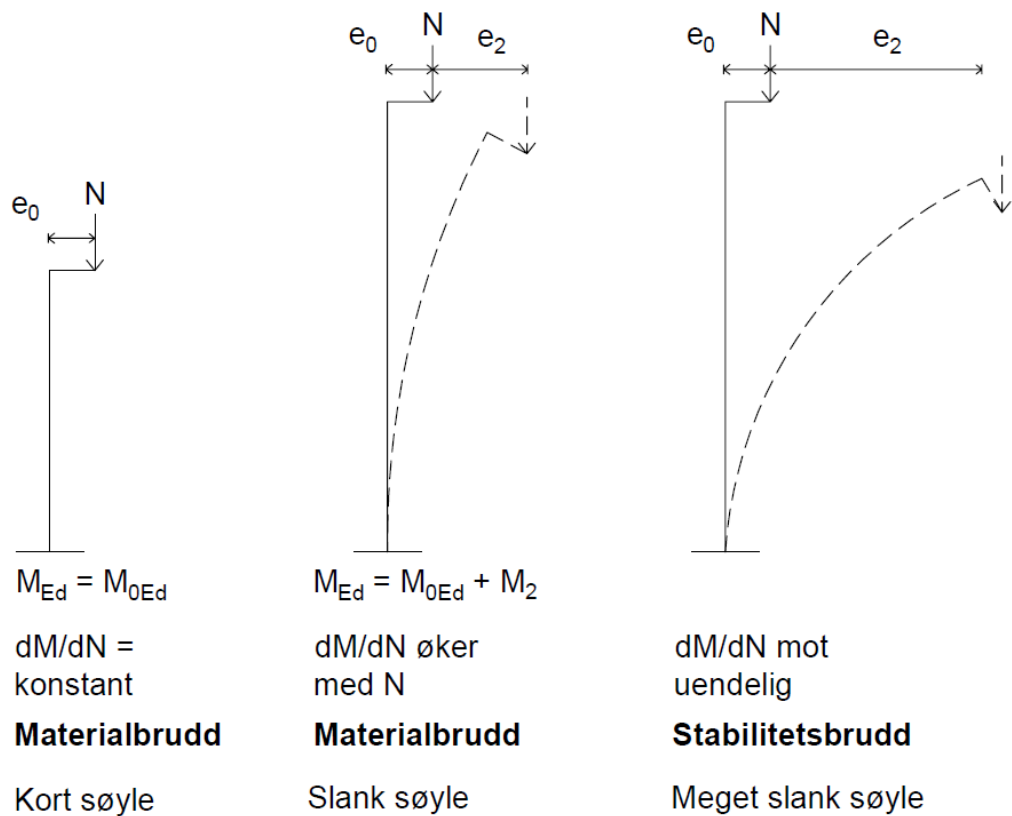
Tabell 1-2: Oversikt over endringer fra EC2:2004 til EC2:2020

1.1 Slanke søyler i Eurokoden

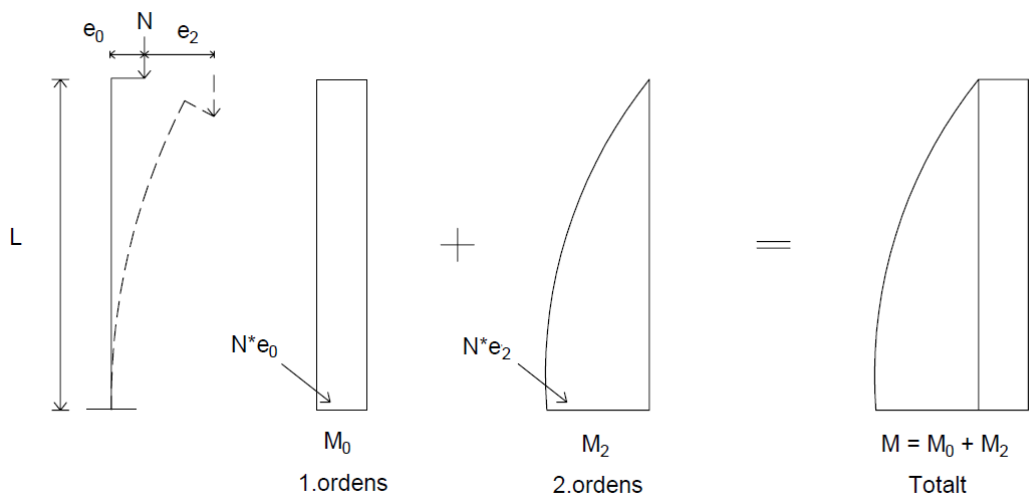
Den synligste forandringen fra EC2:2004 til EC2:2020 er standardens oppsett. Det er gjort et stort arbeid med revisjonen slik at formler, tekst og figurer som omhandler det samme temaet er samlet på et sted. Dette gjelder også temaet i denne oppgaven, slanke betongsøyler, der et kort kapittel angående andre ordens analyser er plassert under kapittel 7 «Konstruksjonsanalyse», og forslag til beregningsmetoder er beskrevet i tillegg O. EC2:2020 plasserer generelle bestemmelser i hoveddelen av standarden, mens nærmere forklaringer og forslag til hvordan ulike kontroller skal gjennomføres er samlet i egne tillegg. Det er også fjernet en del tekst som prosjektteamet bak standarden har ment tilhører en lærebok, og ikke standarden.

Tabell 1-2 viser en oversikt over plassering av ulik informasjon angående andre ordens analyser og slanke søyler i EC2:2004 og EC2:2020. De største endringene er beskrevet under «Kommentar», mens mindre forandringer er utelatt for at tabellen skal holdes oversiktlig. Endringene beskrives nærmere i første del av denne oppgaven, og andre del viser hvordan disse påvirker resultatet ved en dimensjonering.

DEL I – Litteraturstudie



Figur 2-1: Bruddtyper i henholdsvis kort, slank og meget slank søyle



Figur 2-2: Første og andre ordens effekter på en aksialbelastet søyle

2 Slanke betongsøyler

En søyle er et konstruksjonselement som er belastet med en aksialkraft, ofte i kombinasjon med moment og skjærkrefter. Leonhard Euler var den første som studerte slankhet av søyler matematisk [4], og oppdaget at en søyle ikke nødvendigvis gikk til materialbrudd, men den kunne også få stabilitetsproblemer. Den klassiske knekklastteorien fra Euler er kjent for de fleste ingeniører, og brukes til beregninger av stabilitetsbrudd av en elastisk trykkstav. Beregningsmetoden er ikke gjeldene for armert betong, da dette er et ikke-elastisk materiale i bruddgrensetilstand. I 1910 publiserte Theodor von Karman en studie angående eksentriske belastede søyler med ikke-elastiske materialegenskaper [5]. Metoden tar utgangspunkt i materialets spenning-tøyningsforhold, der numerisk integrasjon av krumningen langs søylen er brukt til å bestemme søylens deformasjon. Dette var et viktig bidrag i studie om stabilitetsbrudd i slanke betongsøyler.

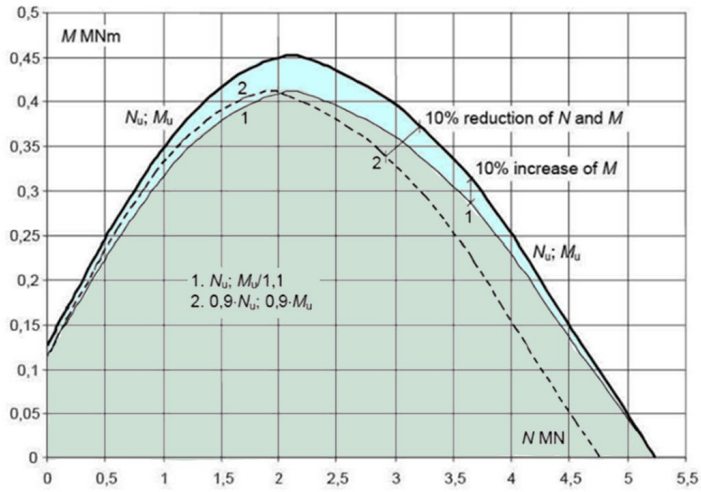
2.1 Definisjonen av kort og slank søyle

Ved dimensjonering av armerte betongsøyler skiller man mellom korte og slanke søyler. Det vanligste er at søylene er korte[4], men ettersom det stadig bygges høyere og slankere er det viktig å ha en god forståelse av slanke søyler.

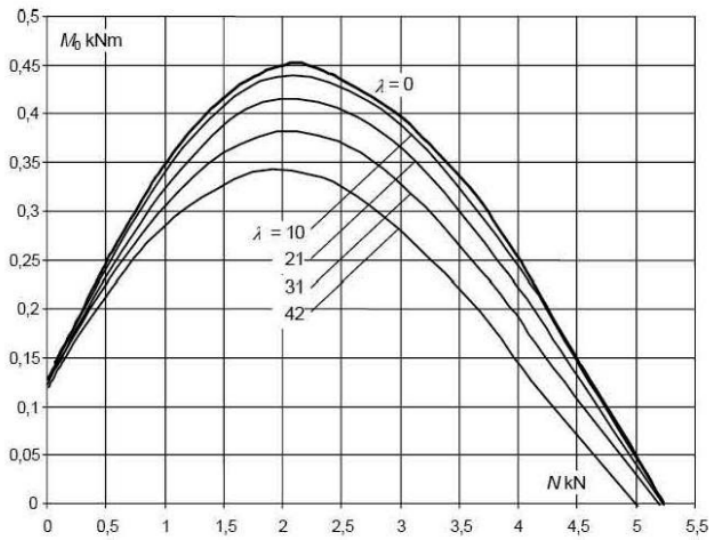
Hovedforskjellen mellom korte og slanke søyler er hvor store deformasjoner søylen får ved belastning, som vist i figur 2-1. Korte søyler vil normalt ikke få store deformasjoner, og materialbrudd er derfor den kritiske bruddformen. Ved dimensjonering tas det kun hensyn til påførte laster og geometriske avvik, også kalt første ordens effekter. For en kort søyle er kapasiteten ofte lik tverrsnittskapasiteten, som representeres av en kombinasjon av moment og aksiallast gjennom et såkalt m-n diagram. En lastkombinasjon utenfor grenseverdiene til dette diagrammet vil forårsake et materialbrudd.

En kan forenklet si at en søyle er slank når tverrsnittet er lite sammenlignet med søylens lengde [6], og det oppstår forskyvninger ved belastning. Denne forskyvningen kan videre føre til et stabilitetsbrudd. En søyle med store deformasjoner påvirkes av andre ordens effekter, og dette kommer av at påført last får en eksentrisitet til den deformerte søylen. Figur 2-1 viser at andre ordens effekter blir større med økende eksentrisitet, helt til stabilitetsbrudd oppstår. Da er forskyvningene så store at søylen er ustabil [7]. Dette er tilfellet for den meget slanke søylen i figur 2-1.

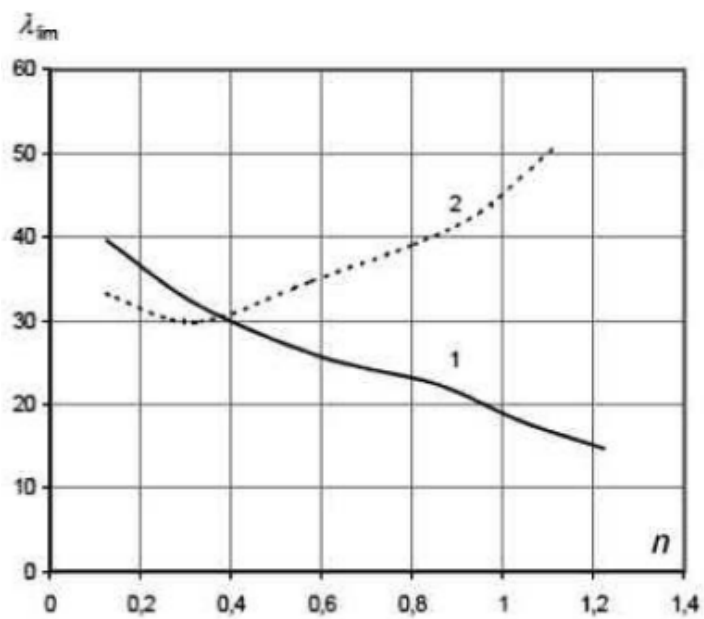
Figur 2-2 viser hvilke moment som oppstår i en slank, aksialbelastet utkragersøyle. Korte søyler trenger kun å være dimensjonert for første ordens momenter, se M_0 på figur 2-2. For slanke søyler må det i tillegg tas hensyn til momenter på grunn av forskyvninger i konstruksjonen, også kalt andre ordens momenter, se M_2 på figur 2-2. Det totale momentet for en slank søyle blir da summen av første- og andre ordens momenter. De neste kapitlene beskriver kontrollen som må gjennomføres for å kunne betegne en søyle som kort eller slank.



Figur 2-3: To ulike definisjoner av 10 %-kriteriet, der (1) viser definisjonen brukt i Eurokoden [8]



Figur 2-4: Kapasitetskurve for lave slankhetsforhold [8]



Figur 2-5: Slankhetsgrensen basert på 10 %-kriteriet [8]

2.2 Bakgrunn til slankhetskriteriet

For de fleste bygningskonstruksjoner er andre ordens effekter så små at de kan neglisjeres [9], men dette må kontrolleres. I EC2:2004 [5.8.2(6)] og EC2:2020 [7.4.1(3)] står det at dersom andre ordens effekter utgjør mindre enn 10 % av opptredende første ordens virkninger kan det sees bort ifra disse. Dette er et generelt krav som går igjen i standarden, og essensen er at en effekt som utgjør mindre enn 10 % av opprinnelig virkning kan sees bort ifra [1]. 10 %-kravet for andre ordens effekter er illustrert på figur 2-3, som sammen med figur 2-4 og 2-5, er hentet fra «Second order effects in slender concrete structures: background to the rules in EC2» av Bo Westerberg [8]. Linje 1 viser 10 %-kravet ved at kapasiteten til momentet, markert med fet linje, blir redusert med 10 %. For en lastkombinasjon av første ordens moment og aksialkraft innenfor det grønne området, vil økningen av momentet være over 10 % opp til momentkapasiteten, M_u , og andre ordens effekter må inkluderes. Innenfor det blå området er derimot økning av momentet mindre enn 10 %, og det kan sees vekk ifra andre ordens effekter. Stiplet linje viser en annen tolkning av 10 %-kravet, som ikke vil bli gått nærmere innpå i denne oppgaven.

Ulempen med dette 10 %-kravet er at du må beregne andre ordens virkninger før du vet om disse må inkluderes eller ikke. Dette vil være unødvendig arbeid dersom det kan sees bort ifra. Det er derfor etablert et forenklet slankhetskriterium som gjør det mulig å kontrollere om søylen er slank uten å beregne andre ordens effekter. Dette slankhetskravet er basert på en kombinasjon av figur 2-3 og figur 2-4. Ut ifra den første figuren kan en lese av hvilken lastkombinasjon av moment og aksialkraft som tilfredsstillter 10 %-kravet. Figur 2-4 viser maksimale lastkombinasjoner for ulike slankheter for et gitt tverrsnitt. Dette er beregnet etter den generelle metoden basert på en ikke-lineær analyse, gitt i EC2:2004 [5.8.6]. Kombineres figur 2-3 og 2-4 ser man hvilken slankhet som tilfredsstillter 10 %-kravet, altså en grenseverdi for maksimal slankhet. Dette er illustrert i figur 2-5, der linje 1 viser slankhetsgrensen for ulike verdier av den dimensjonsløse aksialkapasiteten, n . Denne grafen er utgangspunktet til det forenklete slankhetskriteriet som er gitt i EC2:2004 og EC2:2020.

I det første utkastet av slankhetskriteriet ble det diskutert hvorvidt virkningen av kryp ville gi et vesentlig bidrag til slankhetseffekten, og flere mente at dette ville være for komplisert å beregne [8]. Det ble likevel valgt å inkludere effekten av kryp, i tillegg til relativ aksialkraft. Senere ble også det mekaniske armeringsforholdet og momentforholdet inkludert, og alle disse nevnte parameterne er med i kriteriet gitt i Eurokoden.

Geometrisk slankhet:

$$\lambda = \frac{l_0}{i} \quad (2.1)$$

der

l_0 er effektiv lengde

i er treghetsradius for urisset betongtverrsnitt

Geometrisk slankhetskriterium:

$$\lambda_{lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}} \quad (2.2)$$

der

$$A = \frac{1}{1+0,2 \cdot \varphi_{ef}} \quad (\text{hvis ikke } \varphi_{ef} \text{ er kjent, kan } A = 0,7 \text{ benyttes})$$

$$B = \sqrt{1 + 2 \cdot \omega} \quad (\text{hvis ikke } \omega \text{ er kjent, kan } B = 1,1 \text{ benyttes})$$

$$C = 1,7 - r_m \quad (\text{hvis ikke } r_m \text{ er kjent, kan } C = 0,7 \text{ benyttes})$$

φ_{ef} effektivt kryptall

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \quad \text{er mekanisk armeringsforhold}$$

A_s er det samlede arealet av lengdearmeringen

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} \quad \text{er relativ aksialkraft}$$

$$r_m = \frac{M_{01}}{M_{02}} \quad \text{er momentforhold}$$

M_{01}, M_{02} er første ordens endemomenter, $|M_{02}| \geq |M_{01}|$

2.3 Slankhetskriteriet i Eurokoden

I Eurokoden betegnes en søyle som slank, og andre ordens effekter må tas i betraktning dersom:

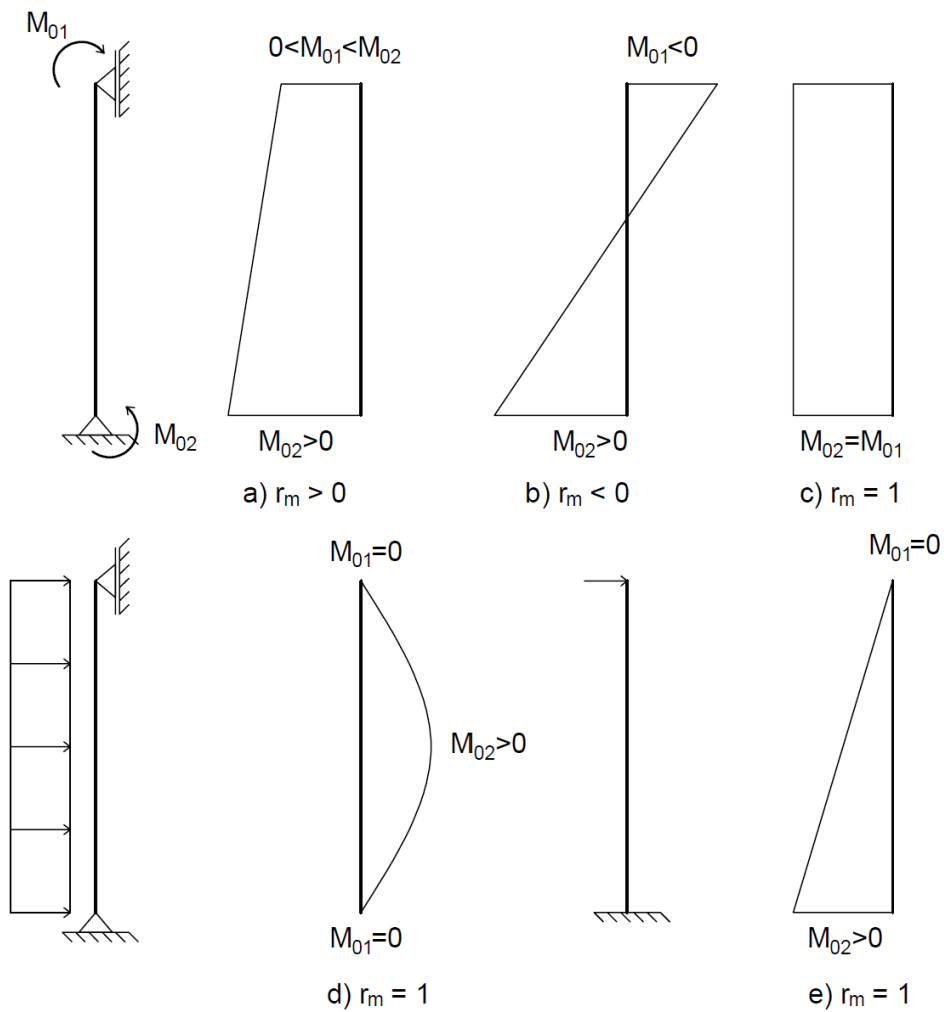
$$\lambda_{\text{lim}} < \lambda$$

Slankheten til en konstruksjonsdel er gitt som λ , og ligning (2.1) er den som er gitt i EC2:2004 [5.8.3.2] og i EC2:2020 [O.5]. λ er satt sammen av parameterne effektiv lengde, l_0 , og tverrsnittets treghetsradius, i , for urisset tilstand. I enkelte andre betongstandarder er slankheten gitt som forholdet mellom effektiv lengde og tverrsnittet høyde, l_0/h , men ved å ta i bruk treghetsradius vil formelen være universell med tanke på utforming av tverrsnittet [4]. En ulempe med begge formuleringene av slankheten er at ingen av de gir et representativt uttrykk for en armert betongsøyles slankhet, da de ikke inkluderer effekten som aksialkraft og armering har på tverrsnittets bøyestivhet.

EC2:2004 [5.8.3.1] og EC2:2020 [O.6] viser det forenklete kriteriet for å se bort fra andre ordens effekter. Formelen for slankhetskriteriet, se ligning (2.2), inneholder de tre faktorer A, B og C, samt relativ aksialkraft, n . Det at formelen er delt opp slik gjør at effekten fra hver av parameterne vises tydelig. Kriteriet benytter kun dimensjonsuavhengige faktorer, slik at formelen fungerer for alle tilfeller uavhengig av tverrsnitt og samlet armeringsareal.

Den relative aksialkraften, n , har stor påvirkning på slankhetskriteriet. Parameteren inneholder den dimensjonerende aksiallasten, N_{Ed} , samt søylens tverrsnitt og betongkvalitet. Ved økende N_{Ed} , og dermed økende n , vil slankhetsgrensen reduseres. Dette stemmer godt overens med definisjonen av slank søyle gitt i delkapittel 2.1, som viste at økende aksialbelastning ga økende slankhet. Økende dimensjonerende betongkvalitet, f_{cd} , reduserer relativ aksialkraft og dermed øker slankhetsgrensen. Sterkere betong vil motstå deformasjonen, og dermed gjøre søylen mindre slank.

Faktoren A tar for seg effekten fra kryp i form av et effektivt kryptall, φ_{ef} . Effektivt kryptall vil bli nærmere forklart senere i oppgaven i kapittel 4. I nevneren til A er 20 % av effektivt kryptall inkludert, og vil virke reduserende på slankhetsgrensen. Dersom φ_{ef} ikke er kjent kan A forenklet velges til 0,7. Dette tilsvarer $\varphi_{ef}=2,14$, som er en logisk tilnærming for betong belastet i et tidlig stadium. Faktoren A har en naturlig maksimumsgrense på 1,0, da det effektive kryptallet ikke kan være negativt. Videre er ikke A veldig sensitiv for realistiske verdier av φ_{ef} , og vil variere mellom 1,0 og 0,625 når φ_{ef} varierer mellom 0 og 3,0. Det vil derfor være et godt estimat å bruke standardverdien $A=0,7$ [10].



Figur 2-6: Ulike endemoment og tilhørende verdier av r_m

Forenklet, geometrisk slanketskriterium, gitt i EC2:2020:

$$\lambda_{lim,simpl} = \frac{10,8}{\sqrt{n}} \quad (2.3)$$

der

$$20 \cdot A \cdot B \cdot C = 20 \cdot 0,7 \cdot 1,1 \cdot 0,7 = 10,8$$

Effekten av armering inkluderes i faktor B, i form av et mekanisk armeringsforhold, ω . Armeringsforholdet avhenger blant annet av dimensjonerende trykkfasthet, f_{cd} , og både ω og B vil reduseres ved økende betongkvalitet. B vil alltid være større enn 1,0, og dermed være med på å øke slankhetsgrensen. Armeringsmengden har ikke like stor effekt på slanketskriteriet som aksialkraft, men påvirker allikevel i relativt stor grad [11]. Når armeringsmengden ikke er kjent kan minimumsarmering benyttes, eller bruke standardens forslag om å sette $B=1,1$, som tilsvarer $\omega=0,1$. Dette er en verdi som vanligvis oppnås i en søyle, og vil i de fleste tilfeller være mer konservativt sammenlignet med minimumsarmeringen [10].

Faktor C er en momentgradient som viser effekten av momentforholdet, r_m . En gradient skal øke eller redusere størrelsen av en parameter, og i dette tilfellet er det forholdet mellom søylens endemomenter som avgjør størrelsen på gradienten. Ved høye momentforhold vil effekten av faktoren r_m være størst for en fritt opplagt søyle, og minst for en utkragersøyle. Generelt vil r_m gi størst effekt for søyler som har lik innspenning i begge endene. Momentforholdet kan være større eller mindre enn null, som vist på figur 2-6, og varierer derfor mellom å øke og redusere slanketskriteriet. Tilfelle a) viser at r_m vil være positiv om søylen er bøyd i enkeltkurvatur, og negativ om det er dobbelkurvatur, som vist i tilfelle b). Dersom momentforholdet ikke er kjent kan C velges til 0,7, som tilsvarer et konstant moment, $r_m=1,0$, slik som tilfelle c). EC2:2004 [5.8.3.1(1)] og EC2:2020 [O.6(1)] presiserer at $C=0,7$ også kan brukes for søyler med tverrlast, når første ordens moment hovedsakelig består av geometriske avvik eller hvis søylen er forskyvelig, som vist i henholdsvis d) og e) i figur 2-6 [10]. Se delkapittel 5.1 for en nærmere beskrivelse av hva geometriske avvik er.

Eurokoden presiserer ikke om endemomentene skal være inkludert geometriske avvik eller ikke, noe som kan føre til misforståelser. I enkelte tidligere standarder har det vært presisert at første ordens momentene ikke skal inkludere geometriske avvik. Det var da tatt hensyn til dette implisitt ved å foreskrive en litt konservativ effekt av momentgradienten. Dette skulle være en forenkling i arbeidet til ingeniøren, da det ikke var nødvendig å beregne eksentrisiteter. Hovedargumentet for å inkludere geometriske avvik i r_m er at man da får tatt bedre hensyn til tilfeller med veldig små eksentrisiteter. Det kunne eventuelt vært bestemt en minimumsverdi for momentforholdet, men dette kan føre til diskontinuitet i momentene [11]. Usikkerhet rundt inkludering av geometriske avvik blir videre diskutert i delkapittel 5.2.

Eurokodens foreslåtte verdier for A, B og C, som kan brukes når aktuelle parametere ikke er kjent, er inkludert i revisjonen som en forenklet formel for slanketskriteriet, se ligning 2.3.

Normalisert slankhetsgrense for ubelastede trykkstaver der endene er fastholdt, gitt i NA:2018:

$$\lambda_{n,lim} = 13(2 - r_m) \cdot A_\varphi \quad (2.4.a)$$

Normalisert slankhetsgrense for trykkstaver der en ende er sideveis fritt forskyvelig, og trykkstaver med tverrlast, gitt i NA:2018:

$$\lambda_{n,lim} = 13 \cdot A_\varphi \quad (2.4.b)$$

der

$r_m = \frac{M_{01}}{M_{02}}$ er momentforhold. Dersom $M_{02} < N_{Ed} \cdot h / 20$, settes r_m lik 1,0. r_m er positiv dersom M_{01} og M_{02} gir strekk på samme side.

$$A_\varphi = \frac{1,25}{1 + 0,2 \cdot \varphi_{ef}} \leq 1,0$$

Normalisert slankhet, gitt i NA:2018:

$$\lambda_n = \lambda \cdot \sqrt{\frac{n}{1 + 2 \cdot k_a \cdot \omega}} \quad (2.5)$$

der

$\lambda = \frac{l_0}{i}$ er geometrisk slankhet

$k_a = \left(\frac{i_s}{i}\right)^2$ med i_s lik treghetsradien for armeringen og i lik treghetsradien for det urissede betongtverrsnittet. Forenklet kan k_a settes lik 1

$n = \frac{N_{Ed}}{f_{cd} \cdot A_c}$ er relativ aksialkraft

$\omega = \frac{f_{yd} \cdot A_s}{f_{cd} \cdot A_c}$ er mekanisk armeringsforhold

I denne oppgaven er k_a beregnet på følgende måte:

$$k_a = \left(\frac{i_s}{i}\right)^2 = \left(\frac{\frac{h'}{2}}{\frac{h}{\sqrt{12}}}\right)^2 \quad (2.6)$$

der

h' er avstanden mellom tyngdepunktene til trykk- og strekk lengdearmering

h er tverrsnittets høyde

2.4 Slankhetskriteriet i nasjonalt tillegg

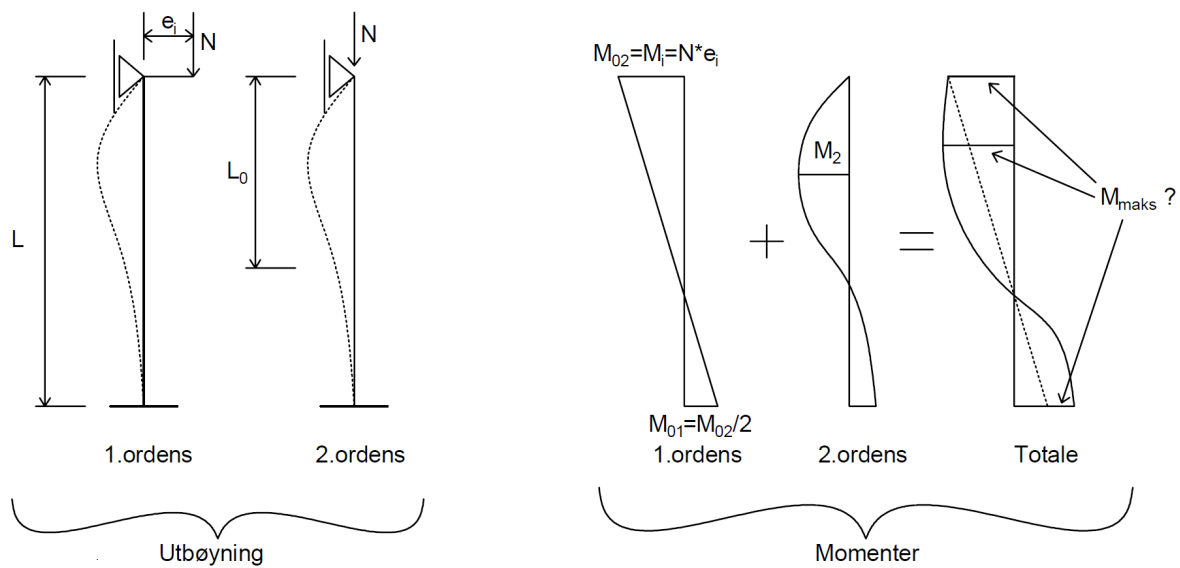
EC2:2004 åpner for nasjonale bestemmelser ved beregning av slankheten til en søyle, noe Norge har valgt å inkludere. Den geometriske slankheten λ fungerer for et lineært elastisk materiale, men gir som nevnt ikke et fullstendig inntrykk av stavens virkelige slankhet. Dette er årsaken til at det i NA:2018 er innført en normalisert slankhet, λ_n [12], gitt i ligning (2.5). Tilhørende slankhetsgrense, $\lambda_{n,lim}$, er gitt i ligning (2.4.a) og (2.4.b). Det er ikke nødvendig å ta hensyn til andre ordens effekter dersom følgende krav er oppfylt [1]:

$$\lambda_n \leq \lambda_{n,lim}$$

Formlene i NA:2018 er utviklet av Jostein Hellesland, og var allerede inkludert i den tidligere norske standarden NS3473. De er basert på en elastisk analyse, i tillegg til en sammenligning av et ikke-lineært materiale og en geometrisk analyse av en rekke forskjellige armerte betongsøyler [13]. Foreløpig er det ikke åpnet for nasjonale tillegg for slankhetskriteriet i EC2:2020, og det er derfor interessant å se på hvilke forskjeller dette vil utgjøre.

Formlene i slankhetskriteriet i NA:2018 inneholder flere av de samme parameterne som slankhetskriteriet i Eurokoden. I sistnevnte inkluderes kryp gjennom faktoren A , mens NA:2018 bruker A_ϕ , se ligning (2.4.a) og (2.4.b). Det som skiller disse formlene er faktorene 1,0 og 1,25, samt at A_ϕ har en grenseverdi. I motsetning til faktoren A gitt i Eurokoden, tar ikke A_ϕ hensyn til kryptall som er lavere enn 1,25. Dette ville ført til at A_ϕ hadde blitt større enn 1,0 og slankhetsgrensen hadde økt ved inkludering av kryp, noe som virker ulogisk.

Den normaliserte slankheten inneholder også et lignende ledd som faktor B fra slankhetskriteriet i Eurokoden, der også faktoren k_a er inkludert. Denne tar hensyn til virkningen av armeringens plassering, og består av forholdet mellom treghetsradien til armeringen og det urissede betongtverrsnittet. I NA:2018 står det at k_a normalt kan settes lik 1,0, der det er opp til ingeniøren å avgjøre om tilfellet er normalt eller ikke. Dersom armeringen er symmetrisk og plassert hensiktsmessig for å ta opp momenter, vil k_a være større enn 1,0 og dermed redusere søylens slankhet. I disse tilfellene vil det være konservativt å sette k_a lik 1,0. Det vil derimot ikke være konservativt hvis beregnet k_a er mindre enn 1,0, ettersom dette ville gjort den normaliserte slankheten større. Konsekvensen av dette kan være at en beregner en søyle til å være kort, selv om den egentlig burde vært slank. Tilfeller der dette kan være et problem er der $(h'/h) < 0,57$, noe som tilsvarer en relativ kort avstand mellom lengdearmeringen. Dette vil sjeldent være et problem i praktiske tilfeller. Videre i denne oppgaven er det valgt å beregne k_a etter ligning (2.6), som er gitt i «Betongkonstruksjoner: Beregning og dimensjonering etter Eurocode 2» av Svein Ivar Sørensen [12].



Figur 2-7: Usikkerhet ved maksimalt moment for uforskyvelig søyle

Slankhetskriteriet gitt i Eurokoden tar hensyn til momentfordelingen ved faktoren C , og har én felles formel for alle konstruksjoner. NA:2018 skiller mellom to ulike tilfeller når det skal tas hensyn til søylens momentfordeling; trykkstaver uten tverrlast der endene ikke er sideveis forskyvelige og trykkstaver der en ende er sideveis forskyvelig eller trykkstaver med tverrlast. Disse har ulike slankhetskrav da de vil få ulike momentforhold og maksimalt moment vil opptre i ulike snitt.

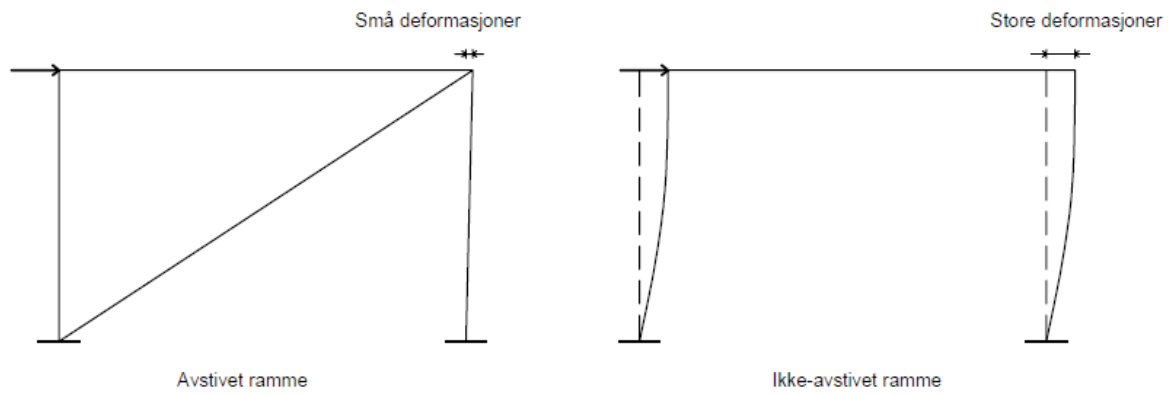
For en enkeltkrum, uforskyvelig søyle er $r_m > 0$, og slankhetsgrensen vil ligge mellom 0 og 13,0. Er søylen derimot dobbeltkrum, $r_m < 0$, kan slankhetsgrensen være opp til 39,0. Årsaken til at denne grensen er ulik og høyere for en dobbeltkrum søyle er at maksimalt første- og andre ordens moment opptrer ved ulike snitt. Dette kan sees i formelen ved at momentgradienten, $(2 - r_m)$, forsinker utviklingen av maksimalt moment mellom endene. NA:2018 tar for seg tilfelle med dobbelkrumning i større grad enn i Eurokoden, der momentgradienten er lik $(1,7 - r_m)$ [9].

Figur 2-7 viser et eksempel på en dobbeltkrum søyle, der det er usikkert hvor maksimalt moment oppstår. I dette tilfellet er det en mulighet for at det totale momentet, inkludert andre ordens effekter, ikke overskrider maksimalt første ordens moment. Denne usikkerheten vil avta ved lave verdier av første ordens momentet, da det er mer sannsynlig at maksimalt andre ordens moment og totalt moment opptrer i samme snitt. Momentforholdet, r_m , kan derfor settes lik 1,0 der første ordens endemomentet er mindre enn momentet fra minsteeksentrisitet, og det skal regnes med $\lambda_{n,lim} = 13,0$ [12].

For en forskyvelig trykkstav, eller for trykkstaver som er påført tverrlast er momentgradienten i NA:2018 satt lik 1,0. For sistnevnte er dette grunnet at det er sannsynlig at maksimalt første ordens moment oppstår i et snitt i nærheten av maksimalt andre ordens moment [12].

I følge Hellesland [9] er en vesentlig fordel med normalisert slankhet, λ_n , at den tillater ett enkelt tall til å karakterisere den kombinerte effekten av alle hovedparameterne som påvirker trykkstavens slankhet. Effekten av dette er at det forenkler kommunikasjon mellom ingeniører og andre aktører i feltet. Bruk av geometrisk slankhet, λ , krever derimot ytterligere identifisering av lastnivå og armering, da den ikke inneholder parametere som n , k_a , og ω [9]. Den relative aksialkraften, n , og armeringsforholdet, ω , er derimot inkludert i den geometriske slankhetsgrensen, λ_{lim} . Samtidig vil bruk av det normaliserte slankhetsforholdet inneholde en ekstra parameter, k_a , som vil øke kompleksiteten. Det kan også diskuteres hvorvidt armerings plassering er viktig for forståelsen av søylens slankhet. I delkapittel 8.2 sees det nærmere på effekten av k_a , og hvilke forskjeller som oppstår ved å inkludere denne.

Under arbeidet med revisjonen ble det vurdert å bruke normalisert slankhet i Eurokoden. Etter nøyere beregninger kom prosjektgruppen frem til at Helleslands formler ville gitt en høyere slankhetsgrense for enkelte tilfeller, sammenlignet med den geometriske slankhetsgrensen. Dette var spesielt tydelig i tilfeller med høye effektive kryptall. Det ble gjennomført kontroller (med metode basert på nominell stivhet) av søyler som ble betegnet som kort etter den normaliserte slankhetsgrensen, og det viste seg at andre ordens effekter var større enn 10 % av første ordens momentene. Det ble derfor besluttet å beholde det geometriske slankhetskriteriet [2].



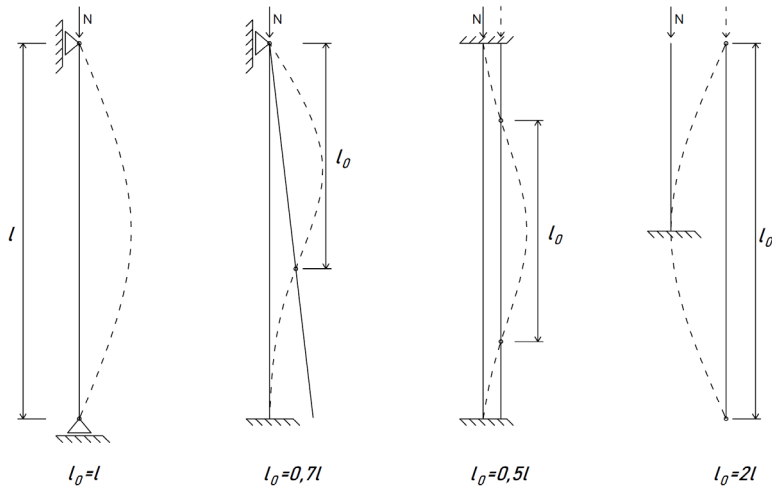
Figur 3-1: Avstivet og ikke-avstivet ramme

3 Effektiv lengde

3.1 Definisjon av avstivet og ikke-avstivet konstruksjonsdel

Ved dimensjonering av søyler er det vanlig å skille mellom en avstivet og ikke-avstivet konstruksjon, og dette brukes til blant annet å bestemme søylens effektive lengde. Forskjellen mellom en avstivet og ikke-avstivet konstruksjon er i hovedsak hvordan kreftene overføres og bæres, samt deformasjonens størrelse. Eksempler på en avstivet og ikke-avstivet ramme er vist i figur 3-1. De fleste konstruksjoner er avstivede [7], og inneholder da avstivende elementer, slik som skråstaget i den avstivede rammen i figur 3-1. Dette er elementer som beregnes som så stive i forhold til andre elementer at de vil ta opp alle horisontale krefter. I en avstivet søyle vil aksialkraft og moment i endene øke ved vertikal belastning på tilstøtende bjelker [7]. Det vil typisk være små deformasjoner i en avstivet konstruksjon.

En ikke-avstivet konstruksjon er et rammesystem som brukes for å motstå horisontale laster, som for eksempel vind. Den horisontale lasten blir da overført til fundamentet via bøyning i søyler og bjelker. Det oppstår et moment i søylene på grunn av bøyningen, som igjen kan føre til reduksjon i vertikal aksialkapasitet. En ikke-avstivet konstruksjon er generelt mer fleksibel og tillater dermed horisontal forskyvning, som vist i figur 3-1. Selv om rammesystemet motstår horisontale laster, er forskyvingen vanligvis så stor at det gir et betydelig ekstra bidrag til søylemomentet. Ikke-avstivede konstruksjoner må først kontrolleres for virkninger globalt. Dette kan føre til ekstra horisontale laster, som må tas med videre inn i lokale beregninger av søylen [4].



Figur 3-2: Ulike knekkformer og infleksjonspunkt avhengig av randbetingelse

Effektiv lengde for avstivede konstruksjonsdeler, gitt i EC2:2004:

$$l_0 = 0,5l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \cdot \left(\frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)} \quad (3.1)$$

Effektiv lengde for ikke-avstivede konstruksjonsdeler, gitt i EC2:2004:

$$l_0 = l \cdot \max \left\{ \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}}; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) \right\} \quad (3.2)$$

der

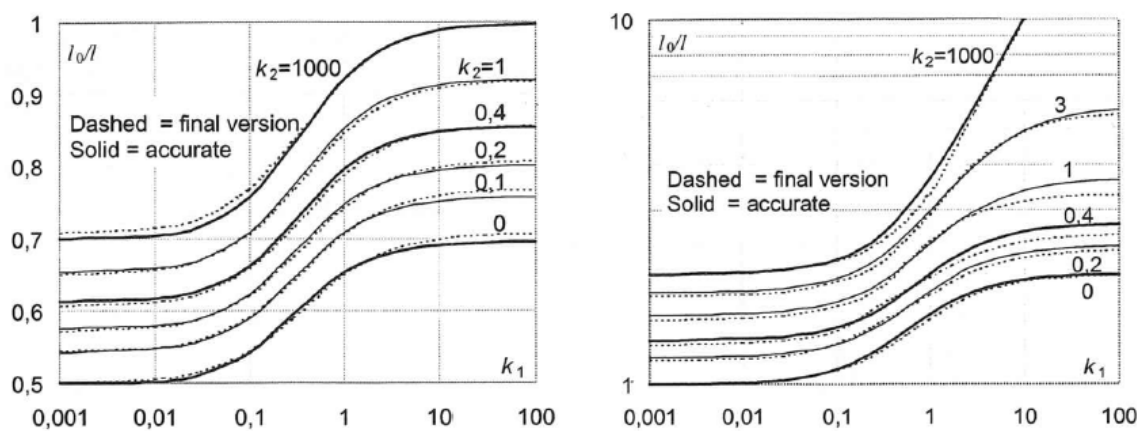
k_1, k_2 er relative rotasjonsfleksibiliteter i henholdsvis ende 1 og 2:

$$k = \frac{\theta}{M} \cdot \frac{EI}{l}$$

θ er rotasjonen i innspenningen for et bøyemoment M

EI er bøyestivheten av trykkstaven

l er lengden av trykkstaven.



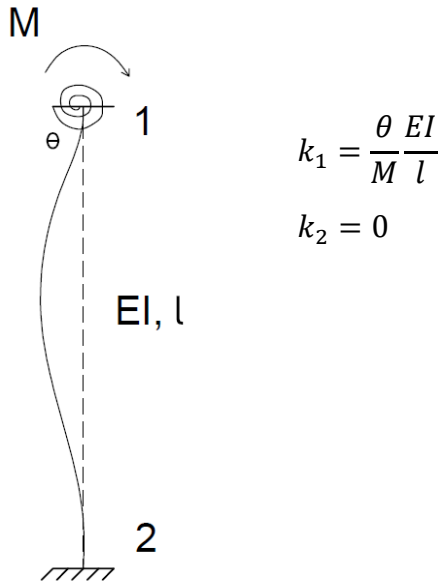
Figur 3-3: Sammenligning av beregnet og nøyaktig effektiv lengde for avstivet (venstre) og ikke-avstivet (høyre) konstruksjonsdel [8]

3.2 Effektiv lengde gitt i EC2:2004

Effektive lengde, også kalt knekk lengde, er et begrep som står sentralt i bestemmelsen av andre ordens effekter. Når den effektive lengden øker, vil også sannsynligheten for knekking øke [14]. For en enkeltstående søyle avhenger den effektive lengden av hvordan endene er innspente, om søylen er avstivet eller ikke, og søylens faktiske lengde. For å bestemme knekk lengden må en se på avstanden mellom infleksjonspunktene [15], som er der kurven til knekkformen skiller mellom å være konkav fra hver sin side, som vist i figur 3-2. Knekkkurven har sinusformet variasjon langs konstruksjonsdelen i forhold til trykklinjen til aksiallasten gjennom infleksjonspunktene.

Av eksemplene gitt i figur 3-2 kan man se at dersom infleksjonspunktet befinner seg i eller mellom endene, vil den effektive lengden være lik eller mindre enn søylens faktiske lengde. For en avstivet søyle som er leddet i begge ender vil den effektive lengden, l_0 , være lik søylens lengde, l . En søyle som er fast innspente i begge ender har mindre sannsynlighet til å knekke ut, og den effektive lengden vil være kortere sammenlignet med en fritt opplagt søyle. For en ikke-avstivet søyle, som er fastholdt mot rotasjon i den ene enden og fritt forskyvelig i den andre, befinner infleksjonspunktene seg utenfor søylens lengde. Den effektive lengden vil i dette tilfellet være dobbelt så stor som søylens lengde [14]. Generelt vil den effektive lengden til konstruksjonsdeler i en ikke-avstivet ramme alltid være større sammenlignet med en avstivet. For enkeltstående konstruksjonsdeler med ulike ideelle opplagerbetingelser kan formlene vist i figur 3-2 brukes.

Uttrykkene for effektiv lengde gitt i EC2:2004, se ligning (3.1) og (3.2), er empirisk utviklet. De er basert på en kurvetilpasning på grunnlag av numeriske beregninger med Vianellos metode, se mailkorrespondanse med Westerberg i vedlegg F.1 [16]. Kurvetilpasningen er vist i figur 3-3. Figuren viser at formlene for effektiv lengde samsvarer ganske godt med eksakt verdi, både for avstivet og ikke-avstivet konstruksjon. Ligningen for ikke-avstivede konstruksjonsdeler er delt opp i to formler, der høyeste verdi benyttes. Årsaken til dette er ifølge Westerberg at det var vanskelig å finne et uttrykk som tar hele registeret av mulige tilfeller [16].



Figur 3-4: Definisjonen av k

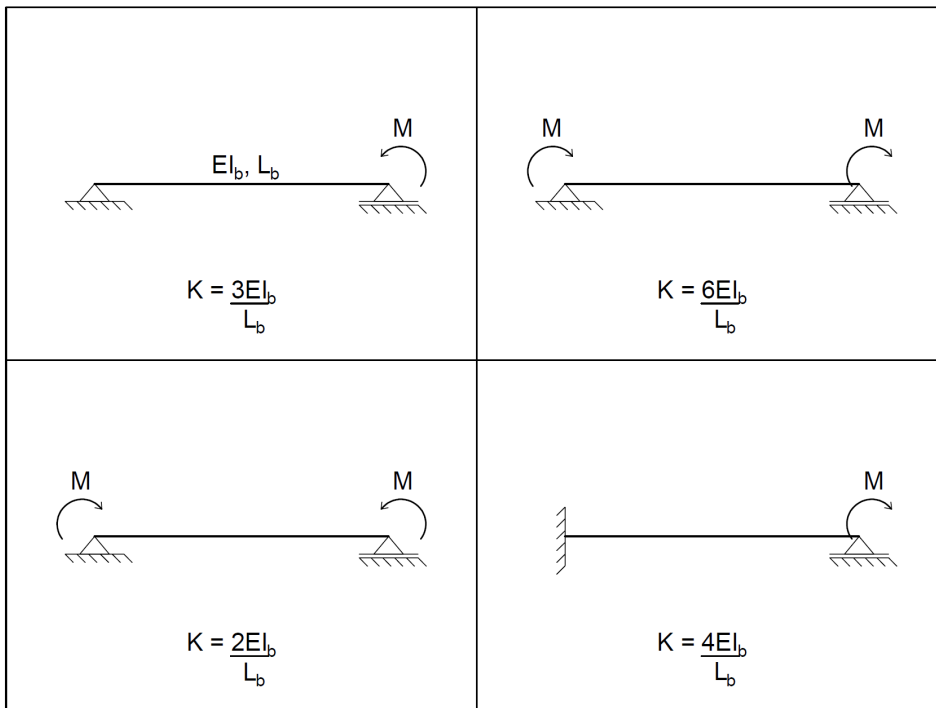
Relativ rotasjonsfleksibilitet kan også beregnes som:

$$k = \frac{K_{søyle}}{\sum K_{bjelke}} \tag{3.3}$$

der

$K_{søyle}$ er søylens stivhet

K_{bjelke} er bjelkens stivhet



Figur 3-5: Eksempler på bjelkestivheter på grunn av ulike randbetingelser

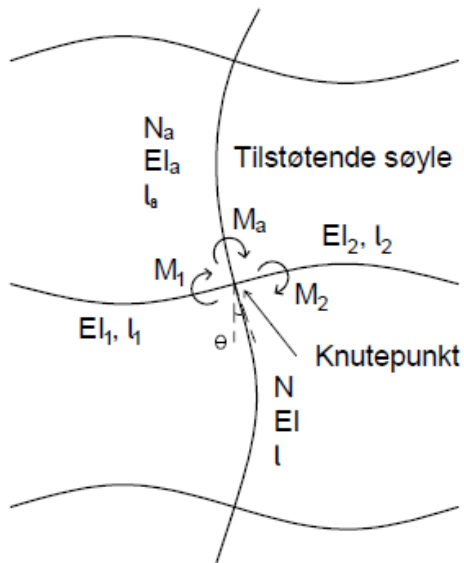
3.2.1 Relative rotasjonsfleksibiliteter

For å kunne bruke ligning (3.1) og (3.2) til å beregne søylens effektive lengde er relative rotasjonsfleksibiliteter avgjørende [12]. De relative rotasjonsfleksibilitetene beskriver søyleendenes evne til å kunne rotere, og varierer mellom null og uendelig. Figur 3-4 viser et eksempel på en søyles rotasjonsfleksibiliteter. Ved en leddet ende er det full rotasjonsfrihet, som tilsvarer $k=\infty$. En fast innspent ende vil være helt fastholdt mot å rotere, som gir $k=0$, vist i figur 3-4. I en faktisk konstruksjon er sjeldent søyleendene helt leddet eller fastholdt, men en mellomting. Det er derfor nødvendig å beregne knutepunktets rotasjonsfleksibilitet. Da full rotasjonsfastholdning er lite sannsynlig å få til i praksis, anbefales det i en merknad i EC2:2004 [5.8.3.2] å bruke en minsteverdi på 0,1 for k_1 og k_2 .

I en tidligere utgave av EC2:2004 kunne definisjonen av den relative rotasjonsfleksibiliteten virke noe uklar, da den var definert som «innspenningsgrad» [12]. Dette gir et ganske feil bilde av k , ettersom $k=\infty$ ved en leddet ende der rotasjon vil oppstå, og $k=0$ er den teoretiske grensen for full rotasjonsfastholdning. Betegnelsen av k ble rettet opp til «relative rotasjonsfleksibiliteter» i endringsblad A1:2014, noe som gir en mer korrekt assosiasjon til hva k faktisk beskriver.

I denne oppgaven er det valgt å beregne den relative rotasjonsfleksibiliteten i søyleendene etter ligning (3.3), på samme måte som i Sørensen [12]. Rotasjonsfleksibiliteten avhenger av tilstøtende elementer, og kan bli uttrykt som en funksjon av elementenes stivhet, K . Her beregnes $K_{\text{søyle}} = EI/l$, forutsatt at tilstøtende søyler ikke bidrar til stivhet. Bjelkenes stivheter avhenger av dens randbetingelser [14], og et utvalg av disse er vist i figur 3-5.

Dersom det er tilstøtende trykkstaver i et knutepunkt som bidrar til en økt rotasjon må dette tas hensyn til [1]. Det er presisert i EC2:2004 [5.8.3.2] i punkt (4) at man kan erstatte EI/l med $[(EI/l)_a + (EI/l)_b]$, der a og b representerer trykkstavene over og under knutepunktene [1]. Dette gir en høyere stivhet som bidrar til økt rotasjonsfleksibilitet, og dermed en lengre effektiv lengde.



Figur 3-6: Bidrag fra tilstøtende søyle i et knutepunkt

Forslag fra Westerberg [8] for å ta hensyn til tilstøtende søyler med relativt liten aksiallast:

$$k = \frac{\theta}{M_1 + M_2 + \dots + (1 - \alpha) \cdot M_a} \cdot \left(\alpha \cdot \frac{EI_a}{l_a} + \frac{EI_b}{b} \right) \quad (3.4)$$

der

M_1, M_2 er fastholdningsmoment i bjelkene 1,2

M_a er fastholdningsmomentet i tilstøtende søyle, ikke inkludert aksiallasten N_a

$\alpha = N_a / N_{Ba}$

N_a er aksiallasten på tilstøtende søyle

N_{Ba} er knekklasten for den tilstøtende søylen

Effektiv lengde for konstruksjonsdeler med for eksempel varierende aksialkraft og/eller tverrsnitt:

$$l_0 = \pi \cdot \sqrt{\frac{EI}{N_B}} \quad (3.5)$$

der

EI er en representativ bøyestivhet

N_B er knekklast for bøyestivheten EI .

I tilfeller der tilstøtende søyle er belastet med en relativt liten aksiallast, kan denne motvirke rotasjonen i den aktuelle søylen. Dette vil med andre ord bidra til fastholdning av søylen, og er vist på figur 3-6. Dette er ikke inkludert i EC2:2004, men Westerberg presenterer et forslag til hvordan rotasjonsfleksibiliteten kan beregnes, se ligning (3.4) [8]. Denne formelen tar hensyn til tilstøtende søyles aksialkraft og knekklast, og har følgende påvirkning:

- $N_a=0$ ($\alpha=0$): Den tilstøtende søylen vil sammen med bjelkene bidra til fullstendig fastholdning.
- $0 < N_a < N_{Ba}$ ($0 < \alpha < 1$): Den tilstøtende søylen vil enten bidra til eller redusere fastholdning, avhengig av verdien til α .
- $N_a = N_{Ba}$ ($\alpha=1$): Den tilstøtende søylen vil øke rotasjonsfleksibiliteten i aktuell søyle [8], og dette tilsvarer formelen gitt i EC2:2004 [5.8.3.2(4)].

EC2:2004 tar som nevnt hensyn til at tilstøtende søyler vil bidra til rotasjon ved knekking, men tar ikke med tilfellene der tilstøtende søyle hindrer rotasjon. Westerbergs forslag vil kunne øke kapasiteten i enkelte tilfeller, noe som kan føre til en mer kostnadsdyktig prosjektering. Det er derfor mulig å vurdere om ligning (3.4) kan erstatte punkt (4) i [5.8.3.2], da dette punktet uansett er dekket i Westerbergs formel. Samtidig er beskrivelsen i EC2:2004 av hvordan man skal ta hensyn tilstøtende søyler konservativt, og det vil ikke være feil å la den være som den er.

Effektiv lengde er per definisjon basert på en lineær oppførsel, og beregningen av k baserer seg på en antakelse av bøyestivheten EI . I formlene gitt i EC2:2004 er det ikke inkludert mulige ugunstige effekter fra ikke-lineær oppførsel, men dette er eksplisitt kommentert i punkt (5) i [5.8.3.2] [17]. Det er presisert at det skal tas hensyn til virkningen av opprissing, med mindre det kan påvises at de er urisset i bruddgrensetilstand. Det er relativt vanlig å gjøre beregninger på grunnlag av netto betongtverrsnitt, altså urisset, selv om det er velkjent at dette er en ganske grov tilnærming. Bøyestivheten avhenger også av armering, moment og aksial belastning, og en tilfredsstillende EI -verdi bør ta hensyn til dette [5].

Formlene for knekk lengde, samt figur 5.7 i EC2:2004, kan kun benyttes under visse forutsetninger. Disse forutsetningene er blant annet at både tverrsnitt og normalkraften er konstant gjennom hele søylen [18]. For tilfeller der dette ikke er tilfredsstillende er det i [5.8.3.2(6)] åpnet for å beregne knekk lengden basert på en kjent knekklast, se ligning (3.5) [1]. Knekklasten kan da for eksempel bestemmes ved en numerisk beregning. Det er også presisert at ved varierende tverrsnitt er det viktig at treghetsradien beregnes for samme tverrsnitt som er brukt i beregningene av EI og N_B .

Effektiv lengde for ikke-avstivede konstruksjonsdeler, gitt i EC2:2020:

$$l_0 = l \cdot \frac{\sqrt{(1 + 2,4 \cdot f_{r1} + 2,4 \cdot f_{r2}) \cdot (1 + 2,4 \cdot f_{r1}) \cdot (1 + 2,4 \cdot f_{r2})}}{1 + 1,2 \cdot f_{r1} + 1,2 \cdot f_{r2}} \quad (3.6)$$

Forslag fra Helleland [9] for effektiv lengde for en ikke-avstivet konstruksjonsdel:

$$\beta_0 = \frac{2\sqrt{R_A + R_B - R_A R_B}}{R_A + R_B} \quad (3.7)$$

der

$$R_j = \frac{k_{\theta j}}{k_{\theta j} + c \frac{EI}{L}} = \frac{1}{1 + \frac{c}{k_{\theta j}}} ; j = A, B$$

$$k_{\theta j} = \frac{M_j}{\theta_j} \text{ og } \kappa_{\theta j} = \frac{k_{\theta j}}{\frac{EI}{L}} \left(= \frac{1}{f_{\theta j}} \right)$$

Utbøyningen ved søyletopp:

$$\Delta = \frac{L^2}{c} \cdot \frac{M}{EI} \quad (3.8)$$

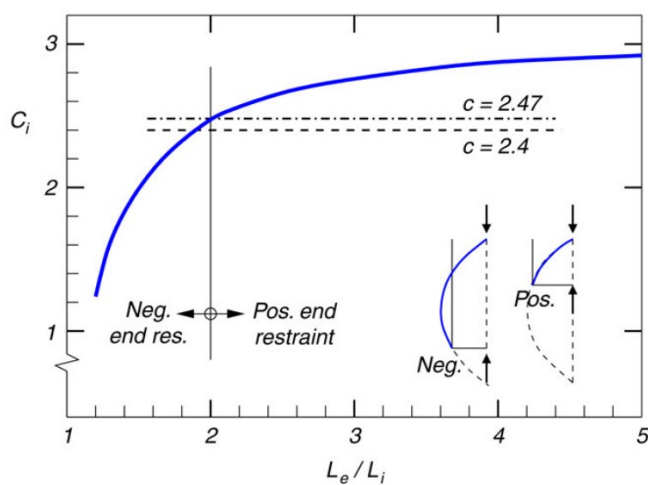
der

L er søylens lengde

c er utbøyningsformen

M er endemomentet ved søylefot

EI er bøyestivheten til trykkstaven



Figur 3-7: Verdier for c-koeffisienten for en utrager søyle [15]

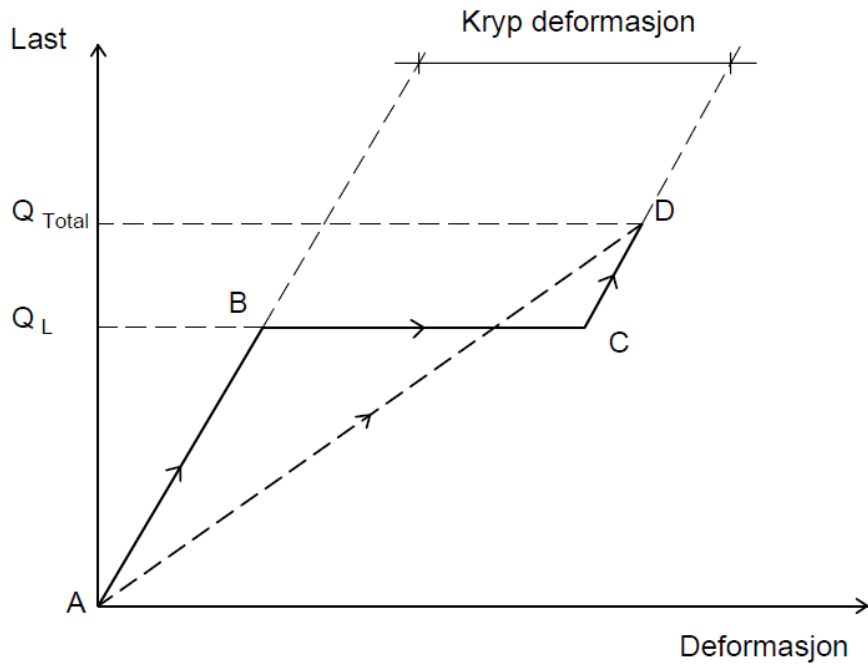
3.3 Effektiv lengde gitt i EC2:2020

En synlig forandring av formlene i EC2:2020 er at « k » er endret til « f_r » som står for (eng.) *relative flexibilities*. Det er flere grunner som gjør denne endringen av notasjonen viktig; den beskriver bedre hva parameteren er og at misforståelser rundt at k er en fjærstivhet unngås [19]. Formelen for effektiv lengde for avstivede konstruksjonsdeler er uforandret, bortsett fra endring av « k » til « f_r ». Det er presentert en ny formel, se ligning (3.6), for beregningen av effektiv lengde for ikke-avstivede konstruksjonsdeler [2]. Formelen er utledet fra et forslag av Jostein Hellesland [15]. Motivasjonen for dette forslaget var at den ga nøyaktigere resultater, og viktigst det å oppnå en formel som kan utledes formelt basert på enkle fysiske modeller. Forslaget fra Hellesland er vist i ligning (3.7), der det benyttes rotasjonsinnspenningsgrad, R , fremfor relativ rotasjonsfleksibilitet. Denne formelen ble også brukt i NS3473 [9]. Formelen i EC2:2020 er utledet med innsatt formel for k_{0j} eller κ_{0j} , og verdien $c=2,4$. Utledningen fra forslaget til Hellesland til slik den er formulert i EC2:2020 er gitt i vedlegg E.1.

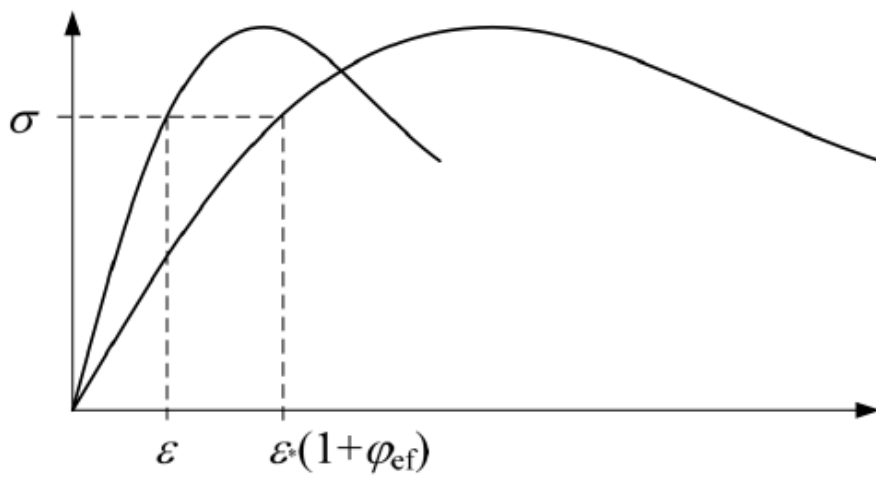
Konstanten c er en nominell faktor som avhenger av utbøyningsformen til søylen, se mailkorrespondanse med Hellesland i vedlegg F.2 [20]. Verdien av c kan enklest utledes av å se på en utkragersøyle, der utbøyningen ved søyletopp uttrykkes ved Δ , se ligning (3.8). Verdien til c vil variere etter ulike lasttilfeller, og vil for eksempel være lik 3,0 der momentfordelingen er lineær. Ulike tilfeller og verdier for c er vist i figur 3-7. Grafen viser at c ikke vil være mindre enn 2,4 i de fleste praktiske eksempler. Hellesland konkluderer med at $c=2,4$ samlet sett gir best nøyaktighet, som tilsvarer en parabelformet momentvariasjon [15, 20].

Hellesland uttrykte som nevnt formelen for effektiv lengde ved bruk av rotasjonsinnspenningsgrader, R . R ligger normalt mellom 0 og 1,0, der $R=0$ er null innspenning, mens $R=1,0$ tilsvarer fullstendig innspenning. I følge Hellesland er hans formelen enklere å bruke og velegnet for praktisk bruk, da rotasjonsinnspenningsgrader er enkle verdier å forholde seg til [20]. En annen fordel med formelen er at den i enkelte tilfeller gir en enkel formulering av plasseringen av innfleksjonspunktet, L_i/L , som vil være nyttig informasjon i bestemmelse av første ordens moment [15, 20]. Formelen til Hellesland og den presentert i EC2:2020 har en høyere nøyaktighet sammenlignet med formelen gitt i EC2:2004, der nøyaktighet er mellom 0 og +2,0 % fra eksakt resultat for normale tilfeller [9].

Hellesland har også utviklet en tilsvarende formel for avstivede konstruksjonsdeler, og denne er tilnærmet lik formelen gitt i Eurokoden [15]. Hovedforskjellen er at Hellesland også her benytter rotasjonsinnspenningsgrader, mens Eurokodene bruker relative rotasjonsfleksibiliteter. Bruk av relative rotasjonsfleksibiliteter gir noe lengre formel, spesielt for ikke-avstivede konstruksjonsdeler. Motivasjonen for å beholde uttrykk med relativ rotasjonsfleksibilitet kan nok være at det er det som er benyttet i EC2:2004, og det vil derfor ikke føles som en stor endring. Uansett hvilken formulering som benyttes vil man oppnå veldig nøyaktige resultater.



Figur 4-1: 3-steps og 1-steps metode



Figur 4-2: Spenning/tøynings-kurve som viser effekten fra kryp [8]

4 Effektivt kryptall

Når en betongkonstruksjon påvirkes av en ytre last, vil den umiddelbart få en deformasjon. Dersom denne lasten virker over en lengre periode vil betongen fortsette å trykkes sammen, og vi får en tilleggsdeformasjon kalt kryp [12]. Denne avhenger både av tverrsnittets dimensjoner og den påførte lastens varighet og størrelse [17]. Det er bestemt i Eurokoden at det skal tas hensyn til kryp ved andre ordens beregninger. Dette kan generelt gjøres ved en såkalt «3-steps metode», som illustrert på figur 4-1. Metoden tar utgangspunkt i at konstruksjonen belastes med langtidslaster (AB), og kryp deformasjon beregnes på grunnlag av dette (BC). Konstruksjonen påføres så korttidslaster (CD), og total deformasjon på grunn av påført last beregnes. Standarden bruker et effektivt kryptall for å ta hensyn til kryp ved andre ordens analyser. Dette gjør at denne «3-steps metoden» kan forenkles til en «1-steps metode», illustrert ved den stiplede linjen på figur 4-1 (AD) [8].

Det effektive kryptallet, φ_{ef} , er basert på den endelige verdien av krepkoeffisienten og redusert med hensyn til relative effekter av langtidslaster i en lastkombinasjon. Effekten av kryp er tatt hensyn til ved å forlenge betongens spenning-tøyning kurven ved at tøyningen er multiplisert med $(1+\varphi_{ef})$, som vist i figur 4-2 [21]. Fra figuren ser en at tøyningen i betongen vil øke, noe som resulterer i økt deformasjon og redusert lastkapasitet. Effektivt kryptall er ikke mulig å forklare med en fysisk tolkning, men dette er heller ikke meningen. Det skal kun være en forenklet og praktisk måte å ta hensyn til kryp [21]. Dette kan blant annet brukes til å bestemme en effektiv elastisitetsmodul for betong ved å multiplisere den dimensjonerende verdien av elastisitetsmodulen, E_{cd} , med $\frac{1}{(1+\varphi_{ef})}$. Dette er også tilfelle i faktoren A i slankhetskriteriet, der det benyttes 20 % av det effektive kryptallet, $A = \frac{1}{(1+0,20\varphi_{ef})}$.

Effektivt kryptall:

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty,t0)} \cdot \frac{M_{0Eqp}}{M_{0Ed}} \quad (4.1)$$

der

$\varphi_{(\infty,t0)}$ er endelig kryptall

M_{0Eqp} *EC2:2004*: er første ordens bøyemoment for kombinasjonen tilnærmet permanent last (bruksgrensetilstand)

EC2:2020: er maksimalt første ordens bøyemoment for kombinasjonen tilnærmet permanent last, inkludert geometriske avvik

M_{0Ed} *EC2:2004*: er første ordens bøyemoment for dimensjonerende lastkombinasjon (bruddgrensetilstand)

EC2:2020: er maksimalt første ordens bøyemoment for relevant lastkombinasjon

For konstruksjonsdeler med kun permanent last er høyeste mulige effektivt kryptall:

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty,t0)} \cdot \frac{M_{0Eqp}}{M_{0Ed}} = \varphi_{(\infty,t0)} \cdot \frac{1,0}{1,35} = 0,74 \cdot \varphi_{(\infty,t0)} \quad (4.2)$$

Formelen for effektivt kryptall for både EC2:2004 og EC2:2020 inneholder det endelige kryptallet og første ordens momenter i ulike grensetilstander, som vist i ligning (4.1). I EC2:2004 beskrives M_{0Ed} som totalt første ordens moment i bruddgrensetilstand, og inkluderer da både korttids- og langtidslast. Formuleringen av M_{0Ed} er noe endret i EC2:2020, men omtaler det samme momentet. M_{0Eqp} inkluderer derimot kun tilnærmet permanent last, altså en kvasipermanent lastkombinasjon. Det som skiller EC2:2004 og EC2:2020 er ordlyden når det kommer til de ulike lastkombinasjonene. For EC2:2004 er det presisert at M_{0Eqp} er i bruksgrensetilstand, noe som ikke er inkludert i EC2:2020. I «NS-EN 1990:2002 Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner» (EC0) er kvasipermanent kombinasjon beskrevet under lastkombinasjoner for bruksgrensetilstand, og tar for seg langtidsvirkningene fra lasten. Det som bestemmer hva som er en tilnærmet permanent verdi for en last er gitt ved en faktor $\Psi_2 \leq 1,0$. Verdier for denne Ψ_2 -faktoren er gitt i EC0 Tabell NA.A1.1 og verdiene ligger mellom 0 og 0,8, avhengig av hvor stor langtidsvirkning de ulike lastene har [22]. Selv om kvasipermanent lastkombinasjon per definisjon er i bruksgrensetilstand, kan manglende presisering føre til at man antar at både M_{0Ed} og M_{0Eqp} skal være i bruddgrensetilstand. Utfallet av en eventuell misforståelse vil bli kontrollert i delkapittel 10.1.

Det kan argumenteres for at det er mer realistisk å benytte endelig moment inkludert andre ordens effekter, men dette hadde ført til mer kompliserte beregninger. Andre ordens virkninger avhenger av nominell stivhet, som igjen avhenger av effektivt kryptall og konsekvensen blir flere iterasjoner. Det vil uansett være til sikker side å kun betrakte første ordens momenter. Årsaken til dette er at andre ordens moment er en ikke-lineær funksjon av aksiallasten. Økningen av momentet på grunn av andre ordens effekter vil derfor være større ved dimensjonerende last enn ved langtidslaster, og momentforholdet vil bli mindre hvis andre ordens effekter er inkludert [17]. Slik momentene er definert nå vil konstruksjoner påført kun permanent last ha det høyest mulige effektive kryptallet lik $0,74 \cdot \varphi_{(\infty, t0)}$, som vist i ligning (4.2). Det er stilt spørsmål til hvorfor en skal bruke både SLS og ULS til å bestemme momentene, og «Designers' Guide to EN 1992-2. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 2: Concrete bridges» av Chris R. Hendy m.fl (DG) anbefaler å velge en av tilstandene [10]. Tilfellet med kun permanent last vil gi et effektivt kryptall mindre enn det endelige kryptallet, som vist i ligning (4.2), noe som fremstår ulogisk da det effektive kryptallet ikke bør reduseres, men heller være lik $\varphi_{(\infty, t0)}$.

I EC2:2004 er det ikke presisert i beskrivelsene av momentene M_{0Eqp} og M_{0Ed} om geometriske avvik skal inkluderes eller ikke. EC2:2004 [5.2(2)P] sier at det skal tas hensyn til geometriske avvik i bruddgrensetilstand, og det må derfor inkluderes i M_{0Ed} . Punkt (3) sier derimot at det ikke er nødvendig å ta hensyn til geometriske avvik i bruksgrensetilstand, og det er derfor opp til ingeniøren å bestemme om dette skal være med i M_{0Eqp} eller ikke. Dette er i kontrast til EC2:2020 der det er presisert at M_{0Eqp} skal inkludere geometriske avvik. Denne nye ordlyden av M_{0Eqp} kan føre til noe usikkerhet, da det er mulig å tenke at geometriske avvik kun tilhører bruddgrensetilstand. Dette kan føre til noe ulike effektive kryptall beregnet etter EC2:2004 og EC2:2020, som vil bli illustrert i delkapittel 10.1.

EC2:2004 [5.8.4(4)] åpner for å se vekk fra virkninger fra kryp dersom følgende forhold er oppfylt:

- $\varphi_{(\infty,t_0)} \leq 2$
- $\lambda \leq 75$
- $\frac{M_{0Ed}}{N_{Ed}} \geq h$

der

M_{0Ed} er første ordens moment

H er tverrsnittshøyden i samme retning.

Effektivt kryptall for globale analyser, gitt i EC2:2020:

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty,t_0)} \cdot \frac{\delta_{0Eqp}}{\delta_{Ed}} \quad (4.3)$$

der

$\varphi_{(\infty,t_0)}$ er endelig kryptall

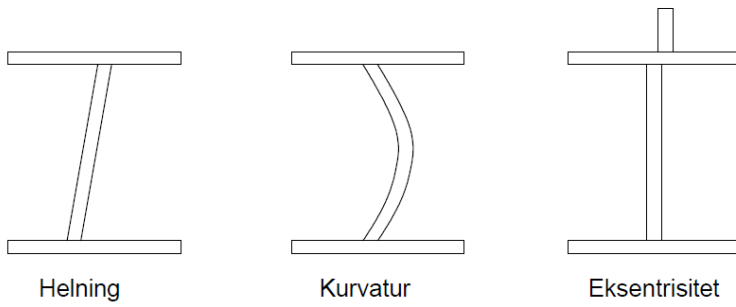
δ_{0Eqp} *EC2:2020*: er maksimalt korttids horisontal deformasjon på grunn av kvasipermanent lastkombinasjon bestemt med antakelse om urisset tverrsnitt

δ_{0Ed} *EC2:2020*: er maksimalt korttids horisontal deformasjon på grunn av den relevante lastkombinasjon fra en første ordens analyse bestemt med antakelse om urisset betong tverrsnitt. Minst to lastkombinasjoner skal vurderes: den som korresponderer til kombinasjonen med dominant horisontallast og den som korresponderer til kombinasjonen med dominant vertikallast.

En tydelig forskjell mellom nåværende standard og revisjonen er at det i EC2:2004 [5.8.4(4)] åpnes for å se vekk fra virkningen av kryp, altså $\varphi_{ef}=0$. Det forutsettes at alle kravene gitt i på side 33 er oppfylt. En merknad presiserer at det kan være til usikker side å se vekk fra kryp om det i tillegg så vidt kan sees vekk ifra andre ordens effekter. I arbeidet med denne masteroppgaven er det forsøkt å finne tilfeller der dette kan oppstå, men det har vist seg å være vanskelig. I de fleste tilfellene som er prøvd har det ikke vært mulig å oppfylle alle kravene samtidig som betongens kapasitet ikke er overskredet. Kravet om at en kan se bort ifra kryp er inkludert i EC2:2004 på bakgrunn av forespørsel fra enkelte land som ikke er vant til å ta hensyn til kryp eksplisitt [18]. Dette kravet kan sees på som unødvendige da det er relativt enkelt å ta hensyn til og beregne det effektive kryptallet, og det vil ikke være feil å inkludere dette i videre beregninger. Kravene er derfor utelatt i EC2:2020.

I revisjonen er det inkludert en formel for effektivt kryptall som er bedre tilpasset globale beregninger, gitt i EC2:2020 [7.4.2], se ligning (4.3). Dette er gjort ettersom momentforholdet har liten til ingen effekt på globale effekter [2]. Formelen til bruk i globale beregninger tar isteden utgangspunkt i horisontal deformasjon. Da denne oppgaven ikke vil ta for seg global analyse, vil ikke denne nye formelen for φ_{ef} bli videre undersøkt.

Det er også verdt å nevne at andre langtidseffekter som svinn og økt betongfasthet over tid er studert av Westerberg, men det er bestemt at disse neglisjeres i andre ordens analyser. Dette er begrunnet med at eventuelle ikke-konservative effekter ved svinn utlignes med økt betongfasthet, og at beregningene ville blitt enda mer kompliserte [21].



Figur 5-1: Ulike geometriske avvik

Avvik gitt som en helning:

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \tag{5.1}$$

der

θ_0 er basisverdien, anbefalt verdi er 1/200

$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{l}}$; $\frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1$ reduksjonsfaktor for lengde eller høyde

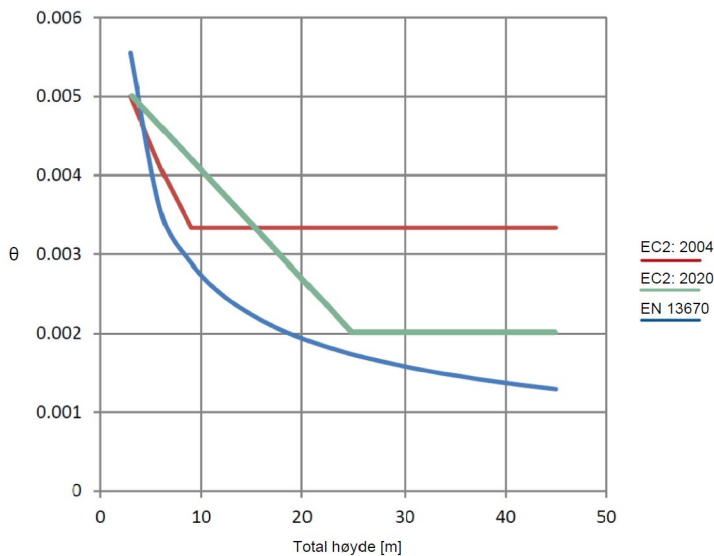
$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$ reduksjonsfaktor for antall konstruksjonsdeler

l er lengden eller høyden [m]

m er antallet vertikale konstruksjonsdeler som bidrar til den samlede virkningen

Virkingen av geometriske avvik gitt som en eksentrisitet:

$$e_i = \theta_i \cdot \frac{l_0}{2} \tag{5.2}$$



Figur 5-2: Ny (grønn) og gammel (rød) grense med utførelsesgrensen (blå) [23]

5 Første ordens virkninger

5.1 Geometriske avvik

Ved dimensjonering må man ta høyde for at det kan oppstå ulike avvik ved utførelse, slik som helning, krumning og eksentrisitet, vist i figur 5-1 [12]. Dette tas hensyn til ved å inkludere geometriske avvik i beregningen av første ordens moment, som diskuteres nærmere i delkapittel 5.2. EC2:2004 presiserer i [5.2(2)P og (3)] at geometriske avvik skal inkluderes i bruddgrensetilstander for permanente dimensjonerende situasjoner, og at det er valgfritt i bruksgrensetilstand [1].

I EC2:2004 [5.2] er geometriske avvik gitt som en helning definert ved en rotasjon θ_i [1], se ligning (5.1). Denne ligningen tar hensyn til antall søyler, og total lengde av søylene i konstruksjonen. For enkeltstående konstruksjonsdeler kan det tas hensyn til virkningen av geometriske avvik ved hjelp av en av de følgende to alternativer; en eksentrisitet eller en kraft i tverretning. I denne oppgaven er det valgt å bruke eksentrisiteter, se ligning (5.2).

Det har er kun gjort få endringer i EC2:2020 angående geometriske avvik. Bakgrunnen til endringene er et mål om at geometriske avvik skal defineres likt i materialstandardene, som for eksempel betong, stål og tre. Dette vil være en fordel da det bygges flere hybride konstruksjoner, der for eksempel en stålsøyle og en betongbjelke møtes. Med de nye endringene vil ingeniøren slippe å velge hvilken standard det geometriske avviket skal beregnes fra, da standardene har tilnærmet like beregningsmetoder [23].

En tydelig endring for geometriske avvik er at reduksjonsfaktoren, α_h , sine grenseverdier er endret til $0,4 \leq \alpha_h \leq 1,0$. Nedre grenseverdi til α_h er senket fra $2/3$ til $0,4$ for å ta hensyn til andre avvik enn de som kan måles, for eksempel krymping og endring av temperatur [23]. Figur 5-2 er en grafisk fremstilling av θ_i for ulike totale høyder av en konstruksjon. Blå linje viser grenseverdier for tillatte feil i utførelsen, mens rød og grønn linje viser de prosjekterende sine grenser for θ_i i henholdsvis EC2:2004 og EC2:2020. Det er tydelig at grønn linje samsvarer best med den blå linjen, noe som vil gjøre forskjellen mellom utførelse og dimensjonering mindre ved bruk av EC2:2020.

Definisjonen til m er i EC2:2020 endret til antall lastbærende elementer i et snitt som bærer en betydelig del av den vertikale lasten. Denne baseres på definisjonen gitt i «NS-EN 1993-1-1:2005 Eurokode 3 Prosjektering av stålkonstruksjoner Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger», der det i tillegg er presisert at en betydelig del vil si større enn 50 % av gjennomsnittsverdien av søylelasten i det aktuelle vertikale planet [24]. Det vil være mye arbeid å bestemme belastningens prosentandel, da denne vil endres for hver lastkombinasjon som vurderes. Det er valgt å ikke inkludere prosentkravet i EC2:2020, og det er derfor opp til ingeniøren å vurdere hva en betydelig del vil være [23].

Moment på grunn av geometriske avvik:

$$M_i = N_{Ed} \cdot e_i \quad (5.3)$$

der

N_{Ed} er dimensjonerende aksialkraft

e_i er geometriske avvik gitt som en eksentrisitet

Ekvivalent første ordens moment:

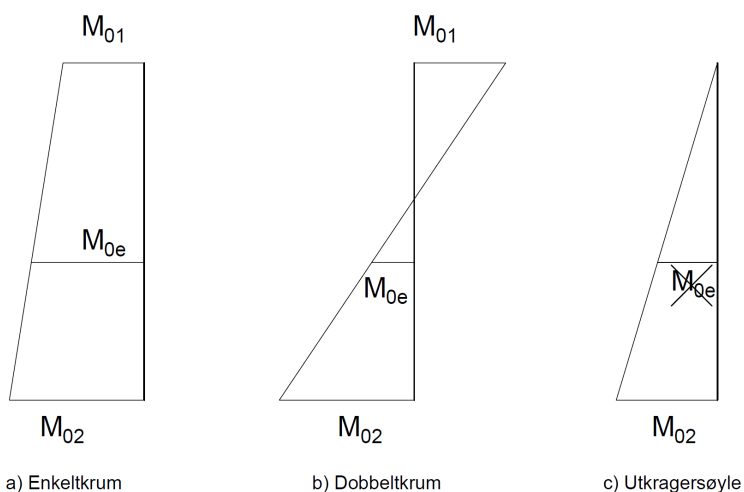
$$M_{0e} = 0,6 \cdot M_{02} + 0,4 \cdot M_{01} \geq 0,4 \cdot M_{02} \quad (5.4)$$

der

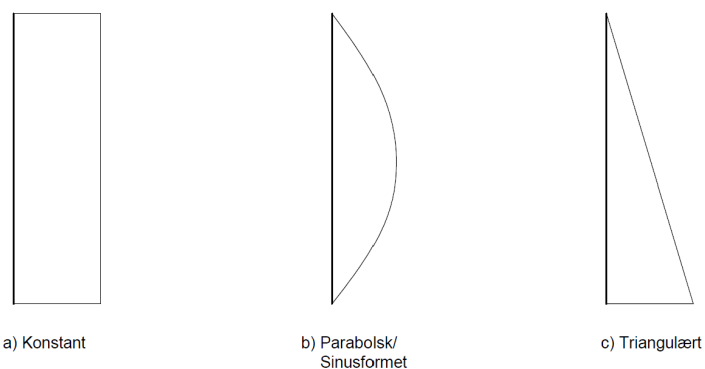
M_{02} og M_{01} er henholdsvis det største og minste endemomentet.

Designers Guide sitt forslag til beregning av første ordens moment:

$$M_{0Ed} = M_{0e} + M_i \quad (5.5)$$



Figur 5-3: Ekvivalent moment



Figur 5-4: Ulike fremstillinger av moment fra geometriske avvik

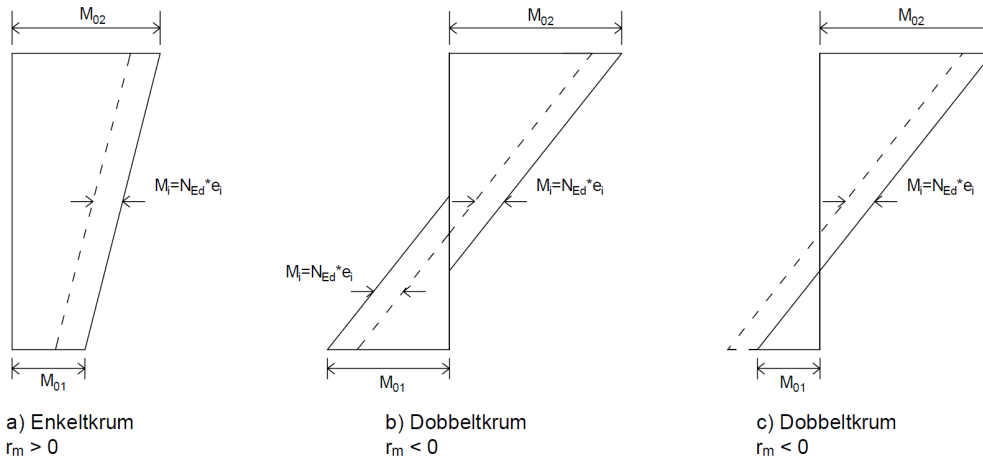
5.2 Første ordens moment

For å kunne beregne andre ordens effekter må man først estimere første ordens moment i søylen, som bestemmes med en statisk beregning. Første ordens moment kommer fra påført last, slik som aksiallast, tverrlast eller endemoment i en ramme, i tillegg til momenter på grunn av geometriske feil i søylen.

Første ordens endemomenter i en søyle betegnes M_{01} og M_{02} , der M_{02} er det momentet med størst absoluttverdi. Disse skal per definisjon i EC2:2004 [5.2(2)] inkludere geometriske avvik, da de er i bruddgrensetilstand [1]. For enkeltstående konstruksjonsdeler kan momentet som kommer av geometriske avvik bestemmes av eksentrisiteten e_i fra aksiallasten N_{Ed} , dette gir momentet M_i , se ligning (5.3) [4]. Denne formelen er ikke gitt i Eurokoden.

I tillegg til første ordens endemoment er det nødvendig å bestemme første ordens moment omtrent midt på søylen, da det er her andre ordens moment vanligvis er størst. En rimelig tilnærming av første ordens moment nær midten av søylen er i EC2:2004 gitt ved et ekvivalent første ordens moment, M_{0e} , se ligning (5.4). Eurokoden presiserer at M_{0e} kan erstatte M_{01} og M_{02} for avstivede bygningsdeler uten tverrbelastning [1], se figur 5-3 a) og b). M_{0e} bør ikke brukes for ikke-avstivede søyler eller søyler påført tverrbelastning, men dette er ikke tydeliggjort i Eurokoden [10]. Årsaken til at formelen ikke kan brukes for disse tilfellene er at maksimalt moment muligens ikke oppstår midt i søylen. Et eksempel på dette er en utkragersøyle, se figur 5-3 c), der maksimalt moment oppstår i innspenningen. I slike tilfeller nevner ikke Eurokoden hvordan man kan beregne første ordens moment. Det er ikke lyktes å finne bakgrunn for valget av en nedre grense på $0,4M_{02}$ i beregningen av M_{0e} .

EC2:2004 og EC2:2020 er tydelige på at geometriske avvik skal inkluderes i første ordens momentet, men det er det ikke enighet om hvordan dette skal gjøres. DG påpeker at et lineært varierende moment kun oppnås når det sees bort ifra geometriske avvik, da de definerer dette som et parabolisk moment [10], slik som vises i figur 5-4b). Videre skriver de at ligningen for M_{0e} kun kan brukes på lineært varierende moment, noe som ikke gjelder når geometriske avvik er inkludert. Geometriske avvik må likevel bli vurdert, og det foreslås en løsning der første ordens effekter fra lineært varierende moment og geometriske avvik holdes adskilt. Ligningen for M_{0e} benyttes da kun til lineært varierende moment, slik at totalt første ordens moment blir som vist i ligning (5.5) [10].

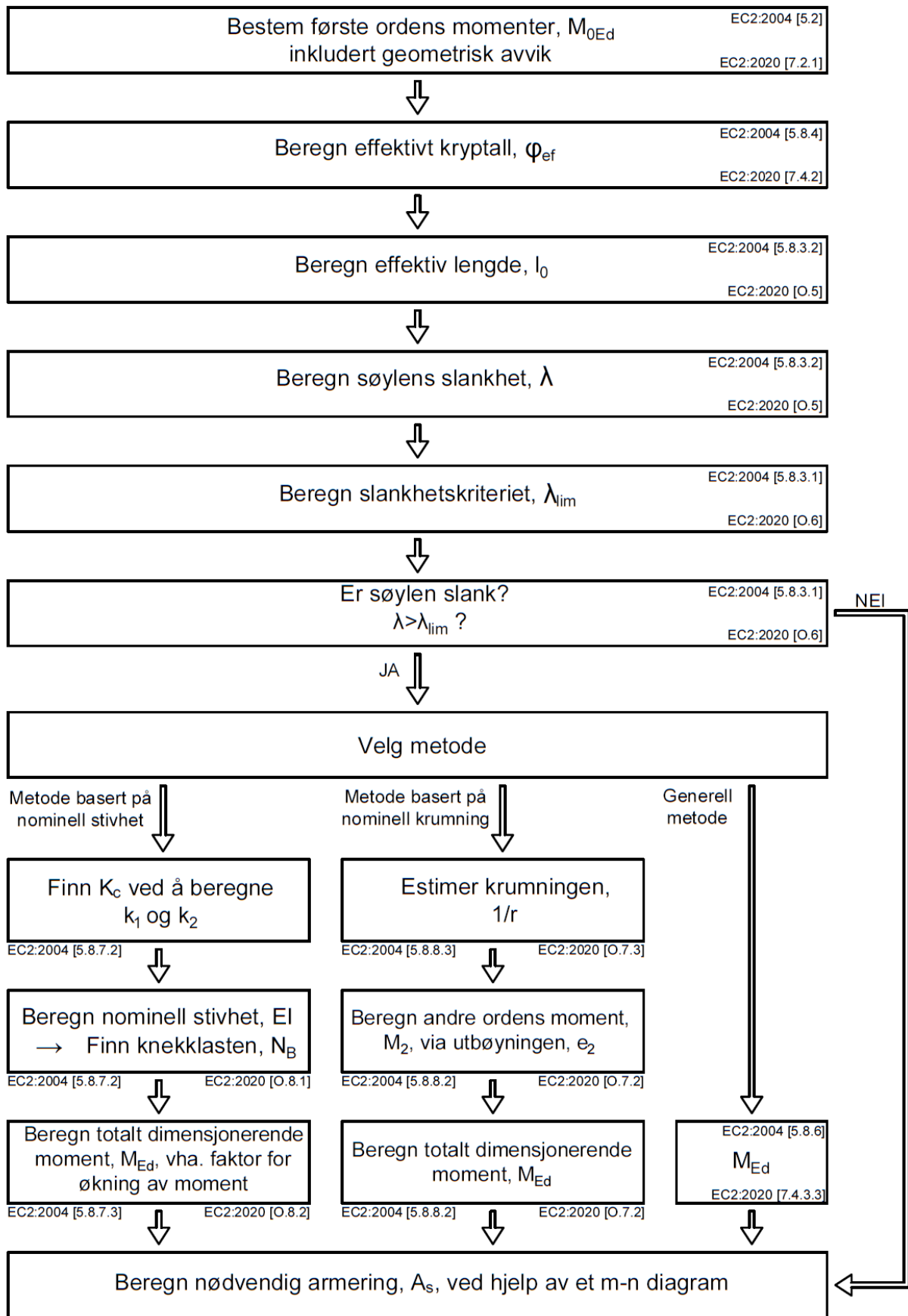


Figur 5-5: Ulike metoder for å legge til geometriske avvik

Selv om DG mener at geometriske avvik ikke kan legges til endemomentene, er dette den vanligste metoden. Figur 5-5 viser forskjellige forslag til hvordan M_i kan legges til, der de stiplede linjene representerer første ordens momentet uten geometriske avvik og heltrukken linje er inkludert. Del a) viser en enkeltkrum søyle der M_i legges til uniformt over hele lengden, slik at endemomentene øker. Det er derimot usikkert hvordan dette bør gjøres for en dobbeltkrum søyle. Et alternativ er å legge til geometriske avvik slik at det øker begge endemomentene, som vist i del b). Det andre alternativet er å legge avviket til uniformt over søylens lengde, slik at M_{02} økes, og M_{01} reduseres, vist i del c). Tilfellet i b) vil være mest konservativt, da den tallmessige forskjellen mellom M_{01} og M_{02} blir minst. Den negative verdien til r_m blir dermed mindre, som fører til en lavere slankhetsgrense. Det geometriske avviket opptrer i virkeligheten kun i én retning, og alternativet vist i del c) vil derfor være den mest fornuftige løsningen. Dette er også metoden Sørensen [12] og Hellesland [9] bruker, og er brukt i beregningene i denne oppgaven.

Usikkerheten rundt hvordan man beregner første ordens moment, M_{0Ed} , og hvordan geometriske avvik skal inkluderes kommer av at dette ikke er presisert i Eurokoden, og i enkelte tilfeller defineres M_{0Ed} ulikt. For EC2:2004 er det kun under [5.8.8.2] at det er presisert at M_{0Ed} er første ordens moment medregnet formfeil. Denne presiseringen er utelatt i [5.8.4] og [5.8.7.3], der det i sistnevnte refereres til beregningen av M_{0e} . Dette er ikke endret i EC2:2020, og dermed er det ikke gjort noen klarhet i hvordan første ordens moment beregnes og geometriske avvik skal inkluderes.

En anbefaling til videre utforming av Eurokoder er å være konsekvent i definisjonen av symboler. Et symbol bør kun ha én forklaring, og denne skal gjelde for alle formål der den benyttes.



Figur 6-1: Flytskjema for å bestemme dimensjonerende moment

6 Andre ordens effekter

6.1 Metoder for å bestemme andre ordens effekter

Andre ordens effekter er tilleggsmomenter som må tas hensyn til dersom søylen er slank, og figur 6-1 viser beregningsgangen. Dette er momenter som oppstår på grunn av forskyvninger i søylen, og disse vil redusere kapasiteten [14]. Eurokoden åpner som tidligere nevnt opp for å se bort fra andre ordens effekter dersom enten det generelle 10 %-kravet eller det forenklete slankheitskriteriet er oppfylt. Dersom disse ikke er tilfredsstillt beskriver Eurokoden tre forskjellige metoder for å bestemme andre ordens effekter [1]:

- Generell metode basert på en andre ordens ikke-lineær analyse.
- Metode basert på nominell stivhet. Denne metoden brukes for både enkeltstående konstruksjonsdeler og hele konstruksjoner forutsatt at de nominelle stivhetsverdier kan bestemmes med tilstrekkelig nøyaktighet.
- Metode basert på nominell krumning. Denne metoden er hovedsakelig egnet for enkeltstående konstruksjonsdeler. Forutsatt realistiske antagelser av krumningen, kan imidlertid metoden også brukes for hele konstruksjoner [1].

Generell metode vil stort sett gi det laveste totale momentet, og være mest nøyaktig. DG beskriver noen observasjoner av beregninger gjort av de to forenklete metodene som vil være interessante å se videre på. Ved effektive kryptall under 0,5, eller ved høyt mekanisk armeringsforhold er det vanligvis metoden basert på nominell stivhet som gir laveste moment. I motsatt tilfelle, med høyt effektivt kryptall og normal verdi av armeringsforholdet, er det metoden basert på nominell krumning som gir laveste moment [10].

Det kan stilles spørsmål til hvorfor det er flere forenklete metoder til å beregne andre ordens effekter, og flere av de som arbeider med revisjonen har ytret et ønske om å kun beholde én av metodene [2]. Hvilken metode som er foretrukket, varierer med hvilke preferanser ulike land har. Standarden presiserer at metoden basert på nominell stivhet kan brukes for vilkårlige tverrsnitt, mens metoden basert på nominell krumning fungerer for konstant symmetriske tverrsnitt [1]. Som DG beskriver vil metodene gi størst moment ved ulike tilfeller, og det er derfor ikke en bestemt metode som alltid er mest konservativ. Det er derfor vanskelig å vurdere om den ene metoden er mer riktig å bruke enn den andre. Videre blir de ulike metodene beskrevet og diskutert.

6.2 Generell metode

En fullverdig ikke-lineær analyse av en armert betongkonstruksjon bør inkludere effekter fra ikke-lineære materialegenskaper fra betong og armeringsstål, og geometriske ikke-lineære effekter, slik som effekten fra aksiallast og deformasjon [9]. Den generelle metoden er den mest nøyaktige metoden i Eurokoden, da den baseres på ikke-lineære beregninger av konstruksjonen, inkludert både material og geometrisk ikke-lineærhet. Slike analyser er i dag generelt basert på elementmetoden. I «generell» menes det at metoden fungerer for alle tverrsnitt, laster, randbetingelser, spenninger og eventuell biaksial bøyning [17]. For å oppnå en god analyse er det nødvendig å vite detaljene rundt armeringen før analysen blir gjennomført, og derfor kan den kun brukes som en kontroll eller ved en iterasjonsprosess [4]. Denne tilnærmingen krever et passende dataprogram, og det vil derfor ikke bli gått nærmere inn på denne metoden i denne oppgaven.

Nominell stivhet for en trykkstav med vilkårlig tverrsnitt, gitt i EC2:2004:

$$EI = K_c \cdot E_{cd} \cdot I_c + K_s \cdot E_s \cdot I_s \quad (6.1)$$

der

E_{cd} er dimensjonerende verdi av betongens elastisitetsmodul

I_c er betongtverrsnittets arealtrehetsmoment

E_s er dimensjonerende verdi av armeringens elastisitetsmodul

I_s er armeringens arealtrehetsmoment om betongtverrsnittets tyngdepunkt

K_c er en faktor for virkningene av blant annet opprissing og kryp

K_s er en faktor for armeringens bidrag

Formlene for K_c og K_s avhenger av det geometriske armeringsforholdet, $\rho = A_s/A_c$.

Følgende faktorer benyttes dersom $\rho \geq 0,002$:

$$K_s = 1$$
$$K_c = \frac{k_1 \cdot k_2}{(1 + \varphi_{ef})}$$

Dersom $\rho \geq 0,01$ kan forenklet følgende faktorer benyttes:

$$K_s = 0$$
$$K_c = \frac{0,3}{(1 + 0,5\varphi_{ef})}$$

der

φ_{ef} er effektivt kryptall

$k_1 = \sqrt{\frac{f_{ck}}{20}}$ er en faktor som avhenger av betongens fasthetsklasse

$k_2 = n \cdot \frac{\lambda}{170} \leq 0,20$ er en faktor som avhenger av aksialkraft og slankhet. Dersom slankheten ikke er kjent, kan følgende verdi benyttes: $k_2 = n \cdot 0,30 \leq 0,20$

f_{ck} er betongens trykkfasthet

n er relativ aksiallast

λ er slankhet

Forenklete verdier av EI for globale analyser, gitt i EC2:2020:

$$EI = 0,4 \cdot E_{cd} \cdot I_c \quad \text{for vegger og søyler}$$
$$EI = 0,3 \cdot E_{cd} \cdot I_c \quad \text{for armerte betongbjelker og -dekker.}$$
$$EI = E_{cd} \cdot I_c \quad \text{for uoppribbete betongbjelker og -dekker på grunn av forspenning.} \quad (6.2)$$

6.3 Metode basert på nominell stivhet

Metoden basert på nominell stivhet tar utgangspunkt i elastisitetsteorien der momenter i en fritt opplagt søyle, inkludert andre ordens effekter, kan utledes ved å multiplisere første ordens moment med en forstørrelsesfaktor [10]. Metoden bestemmer totalt moment ved å ta i bruk den nominelle stivheten i søylen, som tar hensyn til virkningen av opprissing, ikke-lineære materialegenskaper og kryp. For slanke trykkstaver kan den nominelle stivheten bestemmes etter ligning (6.1) [1].

Den nominelle stivheten avhenger av betongens og armeringens kvalitet og areal, samt faktorer som tar hensyn til virkninger som vil påvirke stivheten. Verdiene for K_c og K_s (og k_1 og k_2) bygger på en kalibrering av opp mot 1000 beregninger med den generelle metoden, og skal derfor gi et godt samsvar med nøyaktig resultat [16, 18]. Faktoren K_c tar for seg virkningene fra kryp og opprissing, der sistnevnte beregnes ut ifra betongkvalitet, aksiallast og søylens slankhet. Bidraget fra armering er inkludert i faktoren K_s . Den samme verdien av bøyestivheten kan benyttes gjennom hele søylens høyde.

Et ønske for EC2:2020 er at det skal være et økt fokus på hva som skal gjøres, og mindre på hvordan det skal gjøres. Dette betyr at ingeniøren skal ta egne valg om hvordan beregninger skal gjøres og hvilke hensyn som er viktige, som vil kreve både kunnskap og erfaring. Beregningen av den nominelle stivheten gitt i EC2:2004 [5.8.7.2] er fjernet, og det er nå kun en beskrivelse av at den effektive stivheten skal benyttes og hvilke hensyn denne skal ta, gitt i EC2:2020 [O.8.1(1)]. Bøyestivheten kan bestemmes innenfor brede grenser forutsatt at likevekt og kompatibilitet er oppfylt [23]. En kommentar i EC2:2020 begrunner utelatelsen av beregningsmetoden for bøyestivheten med at de to forenklede metodene kan gi svært forskjellige sluttvar [2]. Ved mailkorrespondanse med Simon Wijte kommer det også frem at metoden basert på nominell stivhet kan gi for konservative resultater i enkelte tilfeller, se vedlegg F.3 [25]. Wijte informerer også om at lignende formler som gitt i EC2:2004 [5.8.7] kan vedlegges som NCCI ((eng.) *non conflicting complementary information*). Den eneste konkrete beregningen av søylens stivhet i EC2:2020 er forenklede verdier til bruk i globale analyser, se ligning (6.2). Verdiene 0,4 og 0,3 erstatter faktoren K_c . Et av formålene i oppgaven er å sammenligne EC2:2004 og EC2:2020, og disse formlene er derfor brukt til lokale analyser for å vurdere om disse kan brukes som forenklede verdier.

EC2:2020 krever som nevnt egne beregninger av den effektive stivheten, og det er derfor valgt å også inkludere en slik beregning i denne oppgaven. EC2:2020 [O.8.1(1)] beskriver hvilke hensyn den effektive stivheten skal ta; opprissing, ikke-lineære materialegenskaper, kryp og (eng.) *tension stiffening*. Kryp er tatt hensyn til etter EC2:2020 [7.4.3.3(4)] som sier at elastisitetsmodulen, E , kan multipliseres med $1/(1+\varphi_{ef})$ [2], der E er i bruddgrensetilstand. Den reduserte verdien av E er videre benyttet i beregningene for å ta hensyn til opprissing av et tverrsnitt belastet av moment og aksialkraft. Denne beregningen tar utgangspunkt i metoden beskrevet i eksempel 5.7 i «Betongkonstruksjoner: Beregning og dimensjonering etter Eurocode 2» av Sørensen [12]. Ikke-lineære materialegenskaper avhenger av tøyningstilstanden til tverrsnittet, noe som er vanskelig å vite og derfor ikke tatt hensyn til. Det er konservativt valgt å ikke ta hensyn til (eng.) *tension stiffening*, da dette ville gitt en høyere effektiv stivhet. En fullstendig fremgangsmetode for beregningene av den effektive stivheten er gitt i vedlegg E.2.

Definisjonen av krumning brukt i metoden basert på nominell stivhet:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} \quad (6.3)$$

Utleddning av forstørrelsesfaktor basert på krumning:

$$M_2 = N_{Ed} \cdot e_2 = N_{Ed} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{c} = N_{Ed} \cdot \frac{M}{EI} \cdot \frac{l_0^2}{c} = N_{Ed} \cdot \frac{l_0^2}{c} \cdot \left(\frac{M_{0Ed}}{c_0} + \frac{M_2}{c_2} \right) \quad (6.4.a)$$

$$M_2 = M_{0Ed} \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \frac{l_0^2}{c_0 \cdot EI}}{1 - N_{Ed} \cdot \frac{l_0^2}{c_2 \cdot EI}} = M_{0Ed} \cdot \frac{\frac{c_2}{c_0}}{\frac{c_2 \cdot EI / l_0^2}{N_{Ed} - 1}} \quad (6.4.b)$$

$$M_2 = M_{0Ed} \cdot \frac{\frac{\pi^2}{c_0}}{\frac{\pi^2 \cdot EI / l_0^2}{N_{Ed} - 1}} = M_{0Ed} \cdot \left[\frac{\beta}{\left(\frac{N_B}{N_{Ed}} \right) - 1} \right] \quad (6.4.c)$$

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 = M_{0Ed} \cdot \left[1 + \frac{\beta}{\left(\frac{N_B}{N_{Ed}} \right) - 1} \right] \quad (6.4.d)$$

der

M_{0Ed} er første ordens moment

β er en faktor som avhenger av fordelingen av første og andre ordens momenter

N_{Ed} er dimensjonerende verdi av aksialkraften

N_B er knekklasten basert på nominell stivhet

Knekklast basert på nominell stivhet:

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2} \quad (6.5)$$

$$\beta = \frac{\pi^2}{c_0} \quad (6.6)$$

der

c_0 er en koeffisient som avhenger av fordelingen av første ordens moment

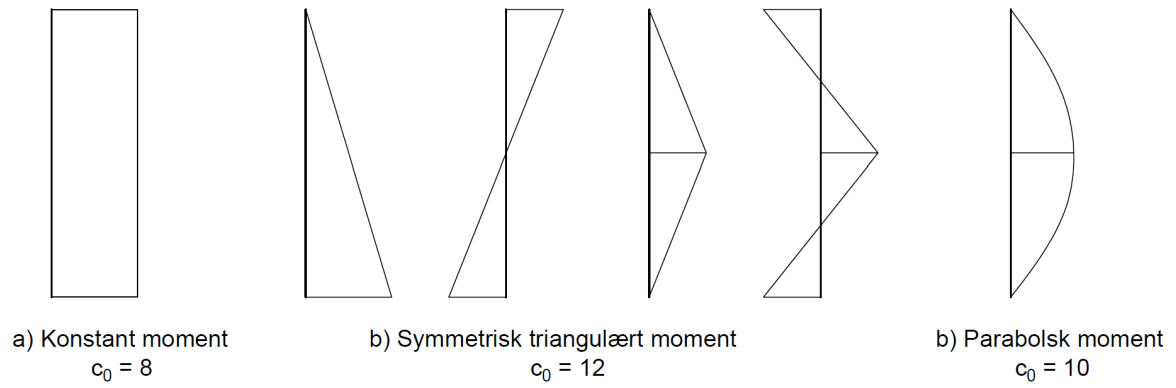
6.3.1 Faktor for økning av moment

Den nominelle stivheten brukes i beregningen av forstørrelsesfaktoren gitt i EC2:2004 [5.8.7.3] og EC2:2020 [O.8.2]. Denne forstørrelsesfaktoren er utledet fra søylens krumning, $1/r$, som er uttrykt ved nominell bøyestivhet og totalt moment [8], se ligning (6.3).

Utledningen av forstørrelsesfaktoren er gitt i ligning (6.4.a)-(6.4.d) [8]. Denne tar utgangspunkt i den generelle formelen for moment på grunn av eksentrisiteten til en aksiallast, og uttrykker andre ordens moment. Deretter løses M_2 ut fra siste del av ligning (6.4.a), og man får ligning (6.4.b). Faktoren c_2 tar hensyn til fordelingen av andre ordens momentet, og det er valgt å sette denne lik π^2 som tilsvarer en sinusformet fordeling, se ligning (6.4.c). Til slutt kan det totale momentet beregnes ved å summere første- og andre ordens moment, og man får uttrykket i ligning (6.4.d). Denne faktoren vil øke første ordens momentet, slik at det totale momentet er inkludert andre ordens effekter [18]. Metoden med faktor for økning av moment er også inkludert i EC2:2020, i tillegg til en merknad som referer til bakgrunns litteraturen der verdier av forstørrelsesfaktoren for spesifikke tilfeller er gitt.

Faktoren for økning av moment inneholder forholdet mellom knekklast og opptredende aksiallast, og en faktor som tar hensyn til fordeling av moment. Søylens knekklast er gitt i ligning (6.5), der EI er den beregnede nominelle stivheten. Dersom påført aksiallast er større enn kritisk knekklast vil forstørrelsesfaktoren bli negativ, og det er tydelig at påført last og søylens utforming ikke er forenelige. I tilfeller der aksiallasten er tilnærmet den kritiske knekklasten vil forstørrelsesfaktoren være unormalt stor, og det totale momentet vil bli betydelig større enn første ordens momentet. Det er positivt at metoden gir en indikasjon på at søylens kapasitet er overskredet, og at søylens geometri eller påført last derfor må endres.

For å ta hensyn til fordeling av det totale momentet brukes faktoren β , se ligning (6.6). Som nevnt tidligere representerer π^2 fordelingen av andre ordens moment for enkeltstående konstruksjonsdeler med konstant tverrsnitt og aksialkraft. Fordelingen til første ordens momentet inkluderes i faktoren c_0 , der størrelsen på denne avhenger av tverrbelastning, som vist i figur 6-2 på neste side. For bygningsdeler uten tverrbelastning kan ulike første ordens endemomenter M_{01} og M_{02} erstattes med et konstant ekvivalent første ordens moment M_{0e} . I samsvar med forutsetningen om et konstant første ordens moment, settes $c_0=8$ [1]. I EC2:2020 er c_0 endret til $c_{1/r}$, samt at definisjonen har endret seg fra å kun gjelde første ordens moment til å gjelde både første og andre ordens moment [2].



Figur 6-2: Eksempler på verdier for c_0

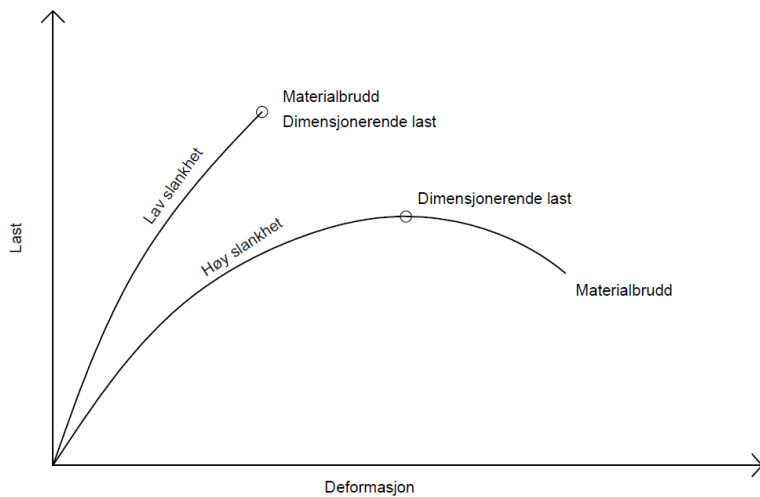
Totalt dimensjonerende moment dersom det er rimelig å anta $\beta=1$:

$$M_{Ed} = \frac{M_{0Ed}}{1 - \frac{N_B}{N_{Ed}}} \quad (6.7)$$

Faktor for økning av moment tar som tidligere nevnt utgangspunkt i første ordens momentet, M_{0Ed} . For en enkeltstående søyle vil dette være lik det maksimale første ordens momentet, mens det ekvivalente første ordens momentet kan benyttes i en rammekonstruksjon dersom kriteriene gitt i EC2:2004 [5.8.8.2(2)] er oppfylt. Ligning (6.4.d) tar utgangspunkt i at maksimalt totalt moment oppstår i tilnærmet samme snitt som maksimalt første ordens moment, noe som nødvendigvis ikke er korrekt. Dette skyldes at det er vanskelig å vite størrelsen til første ordens momentet i snittet med maksimal krumning, der størst andre ordens moment opptrer.

I EC2:2004 [5.8.7.3(4)] bestemmes det at for tilfeller som ikke er nevnt i punkt (2) og (3) antas både første og andre ordens moment som sinusformet, og $\beta=1$ er en rimelig forenkling. Uttrykket for totalt dimensjonerende moment kan da forenkles som vist i ligning (6.7) [1].

For å bruke metoden basert på nominell stivhet til å bestemme totalt moment kreves det mye og relativt nøyaktig kjennskap til søylens geometri og påført last, som gjør metoden noe komplisert å bruke. Som for den generelle metoden er det også her nødvendig å vite armeringsmengden før beregning, og den egner seg derfor godt som en kontroll eller ved en iterasjonsprosess [4]. Det vil for eksempel bli en iterativ prosess dersom en fra starten av anslår for liten armeringsmengde i søylen. Dette kommer av at andre ordens momentet avhenger av søylens stivhet, som igjen avhenger av søylens armeringsmengde. Denne metoden gir også mindre informasjon om hvor maksimalt totalt moment oppstår [4], sammenlignet med generell metode eller metode basert på nominell krumning.



Figur 6-3: Last-deformasjonskurve for ulike slankheter

Nominelt andre ordens momentet:

$$M_2 = N \cdot e_2 = N \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{c} \quad (6.8)$$

Krumning for konstruksjonsdeler med konstant symmetrisk tverrsnitt:

$$\frac{1}{r} = K_r \cdot K_\varphi \cdot \frac{1}{r_0} \quad (6.9)$$

der

K_r er en korreksjonsfaktor som avhenger av aksialkraften

K_φ er en faktor som tar hensyn til kryp

$1/r_0$ er maksimal krumning

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

d er tverrsnittets effektive tykkelse

Maksimal krumning, gitt i EC2:2004:

$$\frac{1}{r_0} = \frac{2 \cdot \varepsilon_{yd}}{z} \approx \frac{2 \cdot \varepsilon_{yd}}{0,9 \cdot d} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45 \cdot d} \quad (6.10)$$

Dersom all armeringen ikke er konsentrert på motstående sider, kan følgende verdier benyttes:

$$d = \frac{h}{2} + i_s \quad (6.11)$$

der

i_s er treghetsradiusen for det totale armeringsarealet

Maksimal krumning etter forslag fra DG [10]:

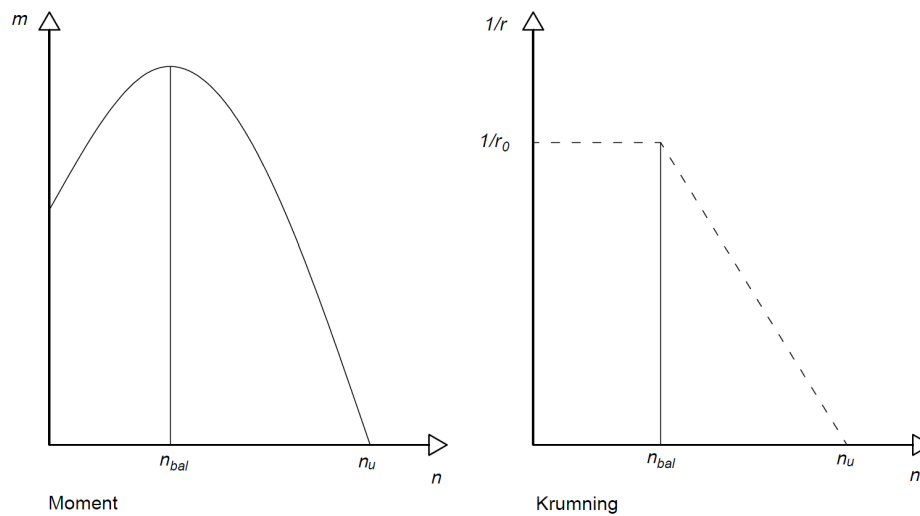
$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd} + \varepsilon_c}{h} \quad (6.12)$$

6.4 Metode basert på nominell krumning

Metoden basert på nominell krumning går ut på å estimere søylens maksimale krumning. Ved å gjennomføre en ikke-lineær analyse på en slank søyle vil man få ut en last- og deformasjonskurve avhengig av slankhet, se figur 6-3. Den ideelle forenklete metoden vil da være en som tilnærmet eller eksakt kan etablere denne lasten i en enkel beregning, uten å beregne full lastdeformasjon. Metoden basert på nominell krumning har som mål å forutsi deformasjonen der brudd oppstår, altså største trykktøyning, ε_u . Det dimensjonerende momentet beregnet fra denne metoden er bestemt ut ifra en forskyvning, som igjen er basert på den effektive lengden og en anslått maksimal krumning. Figur 6-3 viser at den største trykktøyningen enten gir det ultimate dimensjonerende momentet (materialbrudd ved lav slankhet), eller et konservativt estimat av det (toppunkt for høy slankhet). Metoden kan altså gi en lavere kapasitet enn den faktiske, og er derfor en «nedre-grense»-teori [4].

Eurokoden påpeker at metoden i hovedsak egner seg for enkeltstående konstruksjonsdeler med konstant normalkraft og kjent effektiv lengde. Andre ordens moment uttrykkes ved ligning (6.8), der M_2 regnes som parabol- eller sinusformet over den effektive lengden, l_0 . Formelen for krumning består av korreksjonsfaktorene K_r og K_ϕ [1], samt basisverdien for maksimal krumning, $1/r_0$, se ligning (6.9). Denne formelen er gitt for en konstruksjonsdel med konstant, symmetrisk tverrsnitt.

I motsetning til metoden basert på nominell stivhet blir den maksimale krumningen, $1/r_0$, antatt uavhengig av moment. Formelen er utarbeidet etter antagelsen om at flytetøyning, ε_{yd} , oppstår samtidig for trykk- og strekkarmeringen [18]. Dette er vist i ligning (6.10), der $2 \cdot \varepsilon_{yd}$ er den totale tøyningen for trykk- og strekkarmeringen, og z er tverrsnittets indre momentarm. I tilfeller der deler av armeringen er fordelt parallelt med bøyingsplanet bestemmes d etter ligning (6.11). En ulempe med formlene for $1/r_0$ er at de kun fungerer for symmetriske tverrsnitt med symmetrisk plassert armering. DG presenterer en formel tilpasset symmetriske tverrsnitt med usymmetrisk armering. Forslaget er å bestemme krumningen ut ifra antagelsen om at strekkarmeringen flyter ved ε_{yd} og betongen når sin trykktøyning, ε_c [10]. Dette gir krumningen gitt i ligning (6.12), der h er høyden av tverrsnittet i bøyeretningen. Trykktøyningen, ε_c , kan konservativt settes til tøyningsgrensen, ε_{cu} . Dette forslaget er ikke inkludert i EC2:2020, og det er derfor kun formler for symmetrisk armering.



Figur 6-4: Antatt krumningsendring ut fra m og n

Maksimal krumning, gitt i EC2:2020:

$$\frac{1}{r_0} = \frac{2 \cdot \varepsilon_{yd}}{(d - d')} \quad (6.13)$$

der

- i_s er treghetsradiusen av totalt armeringsareal
- d er effektiv høyde
- d' er overdekning mål til senter av trykkarmering

Korreksjonsfaktor som avhenger av aksialkraften:

$$K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} \leq 1 \quad (6.14)$$

der

- $n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}}$, relativ aksialkraft
- N_{Ed} er dimensjonerende verdi av aksialkraften
- $n_u = 1 + \omega$
- n_{bal} er verdien av n ved største momentkapasitet. Verdien 0,4 kan benyttes
- $\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$

Faktor som tar hensyn til krep;

$$K_\varphi = 1 + \beta \cdot \varphi_{ef} \geq 1 \quad (6.15)$$

der

- φ_{ef} er effektivt kryptall
- $\beta = 0,35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150}$
- λ er slankhet

I revisjonen er formelen til $1/r_0$ for tilfeller med symmetrisk tverrsnitt og armering noe endret, se ligning (6.13). Dette beskriver en nøyaktigere plassering av armeringen, sammenlignet med formuleringen i EC2:2004. Punkt (2) i [O.7.3] tar hensyn til tverrsnitt der armeringen ikke er konsentrert på motstående sider. Da skal $d-d'$ erstattes med $2 \cdot i_s$, der det forutsettes flytning i både strekk- og trykkarmering. Dette er også en nøyaktigere beskrivelse av armeringens plassering sammenlignet med EC2:2004.

Fra figur 6-4 ser en at verdien av aksialkraften ved toppunktet til m-n diagrammet, n_{bal} , tilsvarer aksialkraften som skal til for å oppnå maksimal krumning i søylen. n_{bal} er den dimensjonerende aksiallasten som gir størst momentkapasitet, og kan etter Eurokoden settes til 0,4. Det er også mulig å bestemme n_{bal} fra en tverrsnittanalyse og et m-n diagram. Fra figur 6-4 kan man se at en relativ aksiallast lavere eller lik n_{bal} vil gi en konstant krumning, mens for høyere verdier varierer krumningen lineært mot 0, som opptrer ved aksialkapasiteten, n_u [18].

Denne overestimering på grunn av at armeringen ikke flyter er tatt høyde for i korreksjonsfaktoren K_r , gitt i ligning (6.14). Konservativt kan faktoren K_r settes lik 1,0, som tilsvarer et balansert tverrsnitt. Ved $n < n_{bal}$ vil ikke denne tilnærmingen gi store avvik [10]. Etersom den dimensjonerende kapasiteten, n_u , inngår i både nevneren og telleren i formelen for K_r , er det ikke enkelt å se hvordan en økning av kapasiteten påvirker faktoren. Ut ifra praktisk tenkning vil en økning av armeringsmengde gjøre en søyle sterkere, og krumningen vil derfor reduseres. For at K_r skal være mindre enn 1,0 må n være større enn n_{bal} . Dette gjør at søylens krumning vil øke med økende armeringsmengde, noe som virker ulogisk, men er korrekt ved beregninger etter denne metoden. Det er derfor viktig å kontrollere valgt armeringsmengde med resultat, og gjøre en iterasjon dersom disse ikke samsvarer.

I enkelte tilfeller kan maksimal krumning bli underestimert, da denne ikke inkluderer effekten fra kryp [8]. Dette er tatt høyde for i faktoren K_ϕ , gitt i ligning (6.15). Denne faktoren minker med økende slankhet på grunn av definisjonen av β , noe som kan virke ulogisk. Årsaken er at faktoren K_r gir et veldig konservativt resultat for høye slankheter, og at effekten av kryp allerede til en viss grad er dekt. Det ville derfor blitt for store korrigeringer dersom K_ϕ også hadde tatt like mye hensyn til kryp ved høy slankhet [18].

Andre ordens utbøying:

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{c} \quad (6.16)$$

der

$1/r$ er krumningen

l_0 er den effektive lengden

c er en faktor som avhenger av krumningsfordelingen

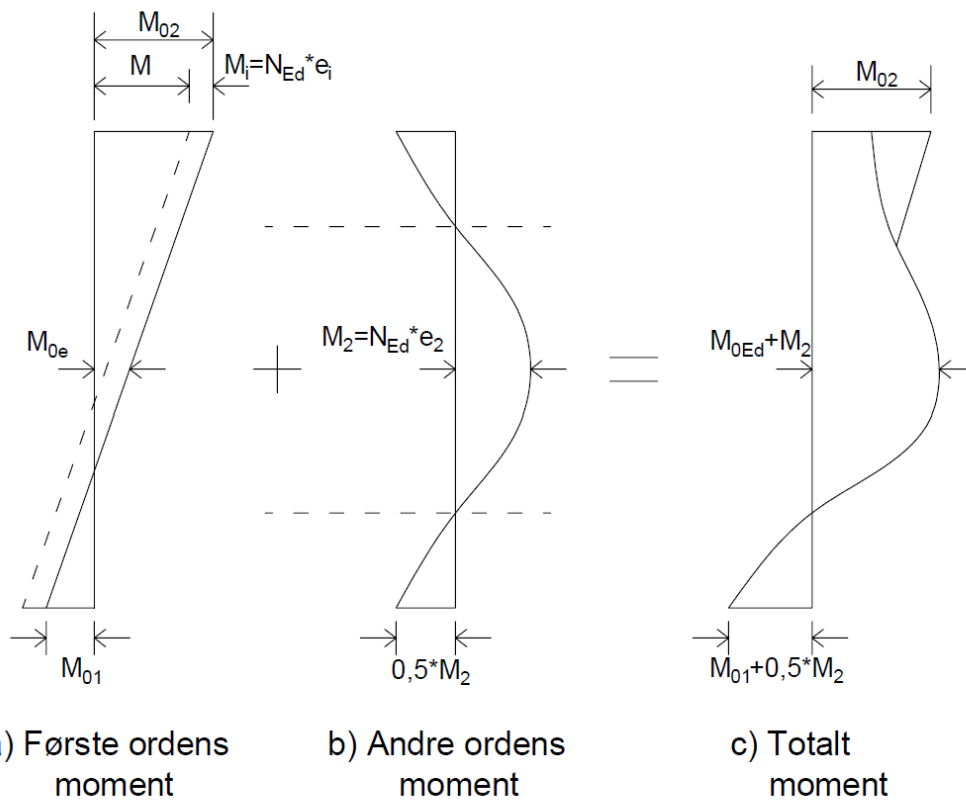
Totalt moment, gitt i EC2:2004:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \quad (6.17)$$

der

M_{0Ed} er første ordens moment, medregnet virkningen av formfeil

M_2 er nominelt andre ordens moment



Figur 6-5: DG sin anbefaling til kontrollsnitt

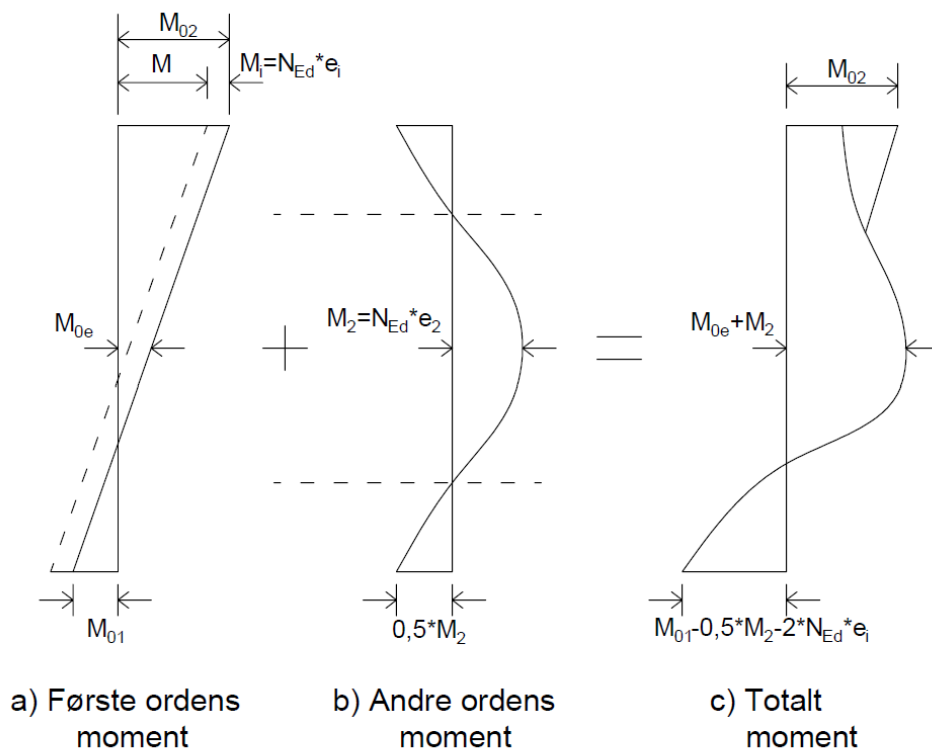
Som tidligere vist i ligning (6.8) benyttes den estimerte krumningen til å beregne en eksentrisitet, e_2 , se ligning (6.16). I tillegg til krumningen består eksentrisiteten av den effektive lengden, l_0 , samt en faktor c . Faktoren c er ulik c_0 i [5.8.7.3], da c avhenger av den totale krumningen fra summen av første og andre ordens moment, og ikke kun fra første ordens virkninger. Denne faktoren er vanligvis satt til $c=10(\approx \pi^2)$ for konstante tverrsnitt. For tverrsnitt der armeringen er plassert for å stemme overens med momentforløpet bør en lavere verdi benyttes, her anbefaler Eurokoden $c=8$, likt som for konstant moment [10].

Når krumningen er estimert, og andre ordens moment er beregnet, kan man beregne totalt moment i EC2:2004 etter ligning (6.17). For avstivede konstruksjonsdeler, som ikke er utsatt for tverrbelastning, kan som tidligere nevnt første ordens moment erstattes med et ekvivalent første ordens moment, gitt i ligning (5.4).

Det numerisk største endemomentet, M_{02} , vil bli redusert av andre ordens effekter [4]. I EC2:2004 er det ingen krav om at M_{Ed} må være høyere enn M_{02} , noe som virker essensielt å inkludere. DG anbefaler tre kontrollsnitt for bestemmelse av maksimalt, dimensjonerende moment [10]:

1. $M_{Ed} = M_{02}$
2. $M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2$
3. $M_{Ed} = M_{01} + \frac{M_2}{2}$

Del c) på figur 6-5 viser kontrollsnittene. Kontrollsnitt 1 beskriver det største første ordens endemomentet. Andre ordens effekter er ikke inkludert, da dette vil redusere første ordens momentet. Det andre kontrollsnittet er likt det som er inkludert i EC2:2004, og er summen av første ordens momentet midt på søylen og andre ordens effekten i tilsvarende snitt. Kontrollsnitt 3 beskriver summen av det minste første ordens endemomentet og opptredende andre ordens effekter i tilsvarende snitt. Dette blir sjeldent dimensjonerende [10].



Figur 6-6: Definisjonen av M_{Ed} i EC2:2020

Totalt moment, gitt i EC2:2020:

$$M_{Ed} = \max\{M_{0Ed} + M_2; M_{02}; |M_{01} - 0,5 \cdot M_2 - 2 \cdot N_{Ed} \cdot e_i|\} \quad (6.18)$$

der

M_{0Ed} er første ordens moment, inkludert virkningen av formfeil

M_2 er nominelt andre ordens moment

M_{01}, M_{02} er første ordens moment i ende 1 og 2.

For avstivede trykkstaver uten betydelig tverrbelastning er første ordens momentet:

$$M_{0Ed} = C_m \cdot M_{02} \quad (6.19)$$

der

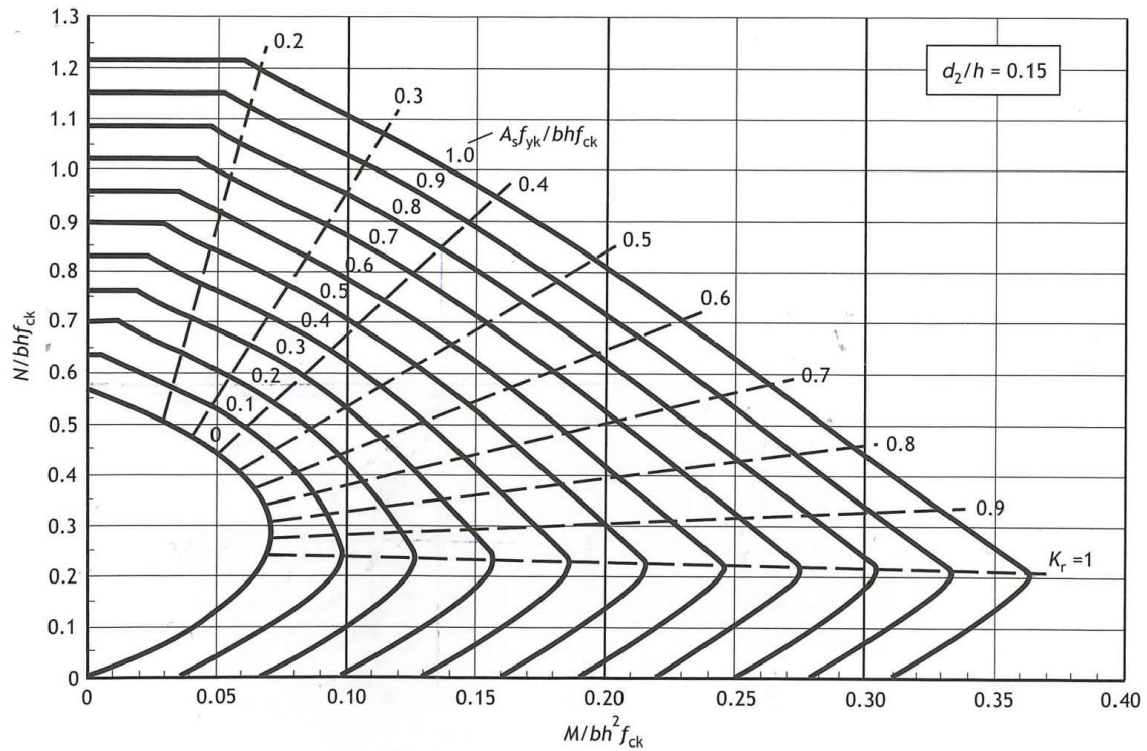
$$C_m = 0,6 + 0,4 \cdot r_m$$

Forslagene til DG for ulike snitt der dimensjonerende moment skal kontrolleres er inkludert i EC2:2020, med enkle modifikasjoner. Dimensjonerende moment bestemmes etter ligning (6.18), og er vist i figur 6-6. Første ledd er tilsvarende som i EC2:2004, mens andre ledd beskriver tilfellet der endemomentet M_{02} er størst. Som man ser av figur 6-6 blir M_{02} redusert av andre ordens moment, men det er altså en mulighet at dette momentet var større enn totalt moment før reduksjonen. Det tredje leddet inkluderer det minste første ordens endemomentet, andre ordens moment og geometriske avvik. Det er ugunstigst å legge til geometriske avvik på endemomentet, og ettersom det allerede er trukket fra én gang må det legges til to ganger for å inkludere det. Dette betyr at EC2:2020 tar for seg begge tilfellene der man enten legger til geometriske avvik slik at det virker ugunstigst på begge endemomenter eller legger det til uniformt over hele søylelengden.

EC2:2020 inkluderer også en nærmere bestemmelse av første ordens momentet, og skiller mellom avstivede og ikke-avstivede konstruksjonsdeler. For avstivede konstruksjonsdeler er en tilsvarende formel som gitt i EC2:2004 gitt, men den er reformulert slik at det benyttes en konstant C_m , se ligning (6.19). For ikke-avstivede konstruksjonsdeler, enkeltstående trykkstaver, og trykkstaver i avstivede rammer med betydelig tverrbelastning er første ordens momentet lik endemomentet M_{02} .

Når dimensjonerende totalt moment er bestemt, er det nødvendig å kontrollere om antatt armering stemmer overens med beregnet armering. Dette gjøres ved hjelp av et m-n diagram, som blir forklart i delkapittel 7.1. Ved å bruke kombinasjonen av moment og aksialkraft i et m-n diagram kan en lese av verdien av K_r . Denne må samsvare med beregnet verdi, og dersom den ikke gjør det må armeringsmengden korrigeres slik at beregnet og avlest K_r -verdi samsvarer bedre. Dette gjør derfor metoden til en iterasjonsprosess, og hvorfor dette er viktig er sett nærmere på i delkapittel 11.1.

Det bør også nevnes at EC2:2020 [7.4.1(4)] presiserer at det dimensjonerende momentet for bruddgrensetilstand skal være det maksimale momentet av første ordens momentet og totalt moment inkludert andre ordens effekter. Dette er som nevnt over inkludert i metoden basert på nominell krumning, men er også presisert under det generelle kapitelet for andre ordens analyser. En slik presisering vil sikre at dimensjonerende momentet er det største opptredende momentet, uavhengig av fordelingen av krefter [2].



Figur 7-1: Eksempel på et m-n diagram [12]

Dimensjonsløs aksialkraft:

$$n = \frac{N}{f_{cd} \cdot b \cdot h} \quad (7.1)$$

Dimensjonsløst moment:

$$m = \frac{M}{f_{cd} \cdot b \cdot h^2} \quad (7.2)$$

Mekanisk armeringsforhold:

$$w = \frac{f_{yd} \cdot A_s}{f_{cd} \cdot b \cdot h} \quad (7.3)$$

Minsteeksentrisitet:

$$e_0 = \max \left\{ \frac{h}{30}; 20 \text{ mm} \right\} \quad (7.4)$$

7 Kontroll av totalt moment

7.1 m-n diagram

Ved dimensjonering av konstruksjonsdeler belastet med aksiallast og moment brukes et m-n diagram. Generelt brukes m-n diagram til å bestemme forholdet mellom aksiallast og moment ved brudd [6], og for å avgjøre nødvendig armeringsmengde. m-n diagrammet etableres ved å studere ulike tøyningstilstander i betongen og armeringen, og kreve at det skal være både moment- og aksiallikevekt. Typisk velges følgende tøyningstilstander [12]:

- Rent trykk
- Trykkbrudd i betong
- Trykkbrudd i betong samtidig med flytning i armeringen
- Trykkbrudd i betong og dobbel flytetøyning i strekkarmering
- Trykkbrudd i betong og stor armeringstøyning

Ut ifra likevektsberegninger bestemmes kapasitetsverdier for aksialkraft og moment for de ulike tøyningstilstandene, og plottes som en kurve. Denne kurven representerer et m-n diagram. Videre kontrolleres opptredende lastkombinasjon ved at kombinasjonen av n og m må være innenfor kurven, ellers vil det oppstå brudd. Diagrammene lages for forskjellige tverrsnitt og plassering av armering, og det er derfor viktig å bruke et diagram som gjenspeiler konstruksjonsdelen som skal dimensjoneres.

For å bruke et m-n diagram, se eksempel i figur 7-1, er en avhengig av dimensjonsuavhengighet og en bruker ligning (7.1), (7.2) og (7.3).

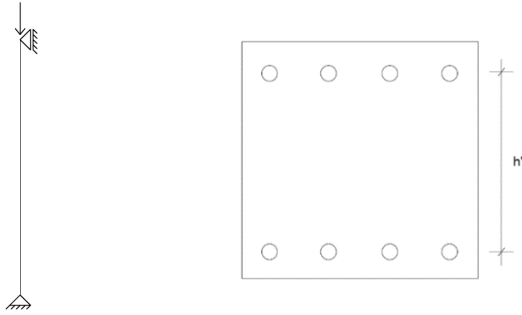
7.2 Minsteeksentrisitet

For en søyle påkjent av en aksiallast krever EC2:2004 og EC2:2020 at man antar en minste eksentrisitet fra aksiallasten til senter av tverrsnittet [1], gitt i ligning (7.4). Denne skal ta hensyn til avvik og sikre tilstrekkelig robusthet [2]. Minsteeksentrisiteten inkluderes ikke i konstruksjonsanalysen, men brukes som kontroll av det totale dimensjonerende momentet. Dersom minsteeksentrisiteten gir et større momentet enn det som er beregnet i konstruksjonsanalysen, skal dette benyttes [18].

7.3 Biaksial bøyning

Den øvrige teorien har omfattet søyler som er belastet med moment om én akse. I virkeligheten er søyler ofte belastet av moment om to akser, også kalt biaksial bøyning. Dimensjoneringsreglene for biaksial bøyning er beskrevet i EC2:2004 [5.8.9] og EC2:2020 [7.4.4] [1, 2], og det er ingen endringer fra nåværende til revidert standard. Metoden benyttes som en kontroll der et forenklet kriterium kontrollerer dimensjonerende moment om begge akser, medregnet andre ordens moment, og momentkapasiteten i den tilsvarende retningen. Det vil ikke bli gått nærmere inn på denne kontrollen ettersom det ikke er direkte relevant for slanke søyler, i tillegg til at det ikke er gjort noen endringer til EC2:2020.

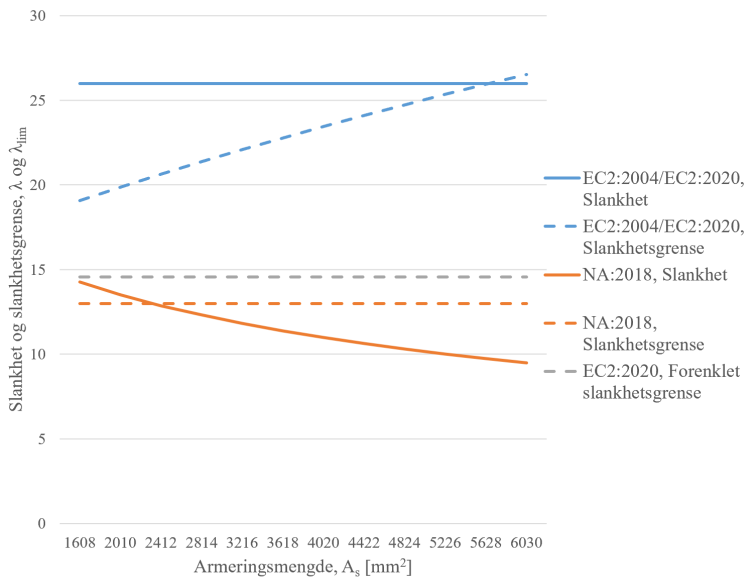
DEL II – Parameterstudie



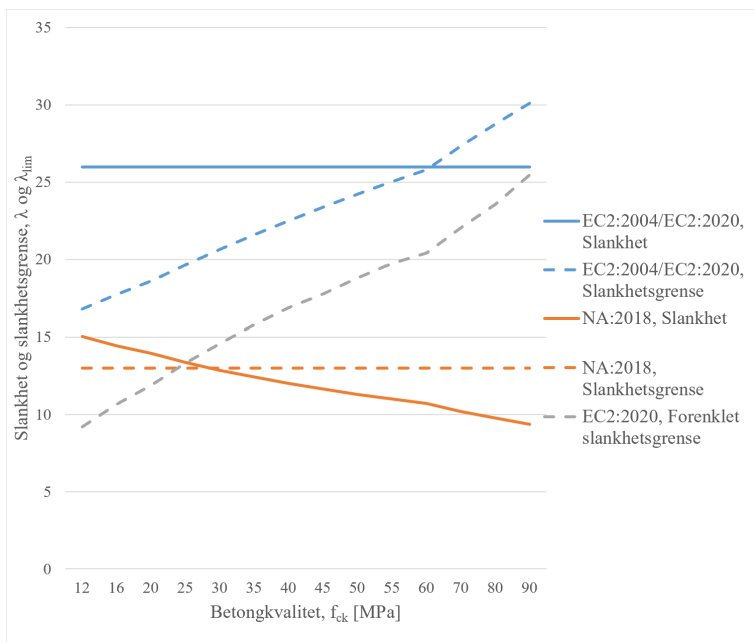
Forutsetninger

- Tverrsnitt: $b \cdot h = 400 \cdot 400 \text{ mm}^2$
- Søylen lengde: $l = 3000 \text{ mm}$
- Aksialbelastning: $N_{Ed} = 1500 \text{ kN}$
- Armeringsstørrelse: $\Phi = 16 \text{ mm}$
- Effektivt kryptall: $\varphi_{ef} = 1,09$

Figur 8-1: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast



Figur 8-2: Sammenligning av slankhet og slankhetsgrense ved økende armeringsmengde



Figur 8-3: Sammenligning av slankhet og slankhetsgrense ved økende betongkvalitet

8 Slankhet

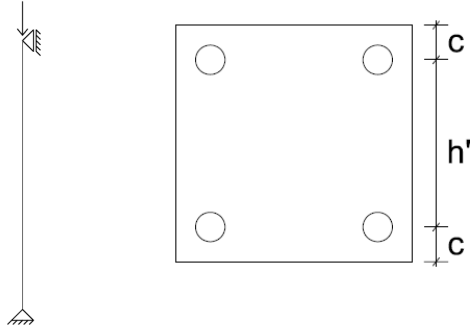
8.1 Eksempel 1: Slankhet for en fritt opplagt søyle

Formålet med dette eksempelet er å undersøke og sammenligne slankhetskriteriet etter Eurokoden og NA:2018. Resultatene er presentert ved grafer, slik at man får en visuell fremstilling av hvordan slankhet og slankhetsgrense varierer. EC2:2020 åpner som tidligere nevnt ikke for nasjonale bestemmelser, og Norge må derfor belage seg på å bruke formlene presentert i Eurokoden. For å se på hvilke endringer dette fører til skal de to slankhetskriteriene sammenlignes. Sammenligningen av formlene skal gjøres ved å endre betongkvalitet og armeringsmengde, for å se på hvordan disse parameterne påvirker slankheten og slankhetsgrensen.

Forutsetningene til den fritt opplagte søylen er vist i figur 8-1, og beregningen er vist i vedlegg A.1. Armeringsmengde er valgt i størrelsesorden fra minimum- til maksimalverdi beregnet etter NA:2018 [9.5.2]. Det er valgt å ikke ta hensyn til armeringsmengde gitt i Eurokoden, da den er usannsynlig liten i dette tilfellet. Minimumsarmeringen etter NA:2018 er 1608 mm^2 ($8\Phi 16$). For å ha samme avstand mellom armeringens tyngdepunkt, slik at h' er konstant, er det valgt å bruke $\Phi 16$ og øke jevnt med 2 armeringsjern. Ved høye armeringsmengder vil det være usannsynlig å bruke $\Phi 16$, da dette vil kreve flere jern enn det fysisk er plass til. Dette er derfor ikke helt realistiske verdier.

Figur 8-2 og 8-3 viser søylens slankhet og slankhetsgrense ved varierende armeringsmengde og betongkvalitet. Beregninger gjort etter Eurokoden er vist i blå, mens beregninger gjort etter NA:2018 er vist i oransje. De heltrukne linjene viser slankhet, mens de stiplede er slankhetsgrensene. Grå linje viser slankhetsgrensen beregnet etter forenklet metode gitt i EC2:2020. Denne er som tidligere nevnt beregnet med anbefalte verdier for A, B og C, og vil alltid være konservativ sammenlignet med slankhetsgrensen beregnet etter ligning (2.2). Søylen betegnes som slank dersom slankheten er større enn slankhetsgrensen. Skjæringspunktet mellom slankhet og slankhetsgrensen er dermed overgangen mellom kort og slank søyle.

Som vist i figur 8-2 og 8-3 er søylens slankhet beregnet etter Eurokoden konstant ved varierende armeringsareal og betongkvalitet, da slankheten kun avhenger av søylens opprinnelige lengde og treghetsradien for urisset betongtverrsnitt. Den normaliserte slankheten beregnet etter NA:2018 avhenger av søylens geometri, relativ aksialkraft og armeringsforhold, og vil derfor variere. Figurene 8-2 og 8-3 viser at slankheten beregnet etter NA:2018 vil synke ved økende armeringsmengder eller betongkvalitet. Dette gir mening ettersom søylen blir sterkere, og dermed mindre utsatt for forskyvninger. Den normaliserte slankhetsgrensen er konstant i dette tilfellet, mens slankhetsgrensen beregnet etter Eurokoden vil øke med økende armeringsmengde og betongkvalitet. Figur 8-2 og 8-3 viser begge at skjæringspunktet mellom slankhet og slankhetsgrensen oppstår tidligere for beregningene gjort etter NA:2018. Dette betyr at det ved flere tilfeller oppstår situasjoner der beregningene etter Eurokoden vil betegne søylen som slank, mens NA:2018 sier at den er kort.



Forutsetninger

- Tverrsnitt: $b \cdot h = 300 \cdot 300 \text{ mm}^2$
- Søylen lengde: $l = 3000 \text{ mm}$
- Betongkvalitet: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$
- Armeringsstørrelse: $\Phi = 20 \text{ mm}$
- Relativ aksialkraft: $n = 0,4$
- Effektivt kryptall: $\varphi_{ef} = 1,0$
- Momentforhold: $r_m = 1,0$

Figur 8-4: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast

ω	EC2			NA		
	λ	λ_{lim}	λ/λ_{lim}	λ_n	$\lambda_{n,lim}$	$\lambda_n/\lambda_{n,lim}$
0,1	34,64	20,21	1,71	20	13	1,54
0,25	34,64	22,59	1,53	17,89	13	1,38
0,5	34,64	26,09	1,33	15,49	13	1,19

Tabell 8-1: Sammenligning av λ/λ_{lim} og $\lambda_n/\lambda_{n,lim}$ ved konstant $h' = 173 \text{ mm}$

	h' [mm]	EC2			NA		
		λ	λ_{lim}	λ/λ_{lim}	λ_n	$\lambda_{n,lim}$	$\lambda_n/\lambda_{n,lim}$
$\omega = 0,25$	210	34,64	22,59	1,53	16,63	13	1,28
	190	34,64	22,59	1,53	17,31	13	1,33
	150	34,64	22,59	1,53	18,68	13	1,44
	120	34,64	22,59	1,53	19,67	13	1,51
$\omega = 0,5$	210	34,64	26,09	1,33	13,94	13	1,07
	190	34,64	26,09	1,33	14,76	13	1,14
	150	34,64	26,09	1,33	16,56	13	1,27
	120	34,64	26,09	1,33	18,01	13	1,39

Tabell 8-2: Sammenligning av λ/λ_{lim} og $\lambda_n/\lambda_{n,lim}$ ved varierende h'

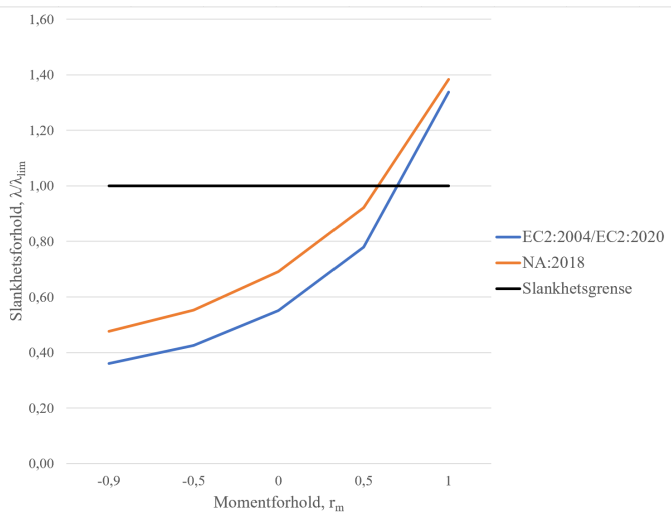
8.2 Eksempel 2: Slankhetsforhold ved varierende overdekning

I dette eksempelet er det valgt å gjøre en sammenligning av forholdet mellom slankhet og slankhetsgrense, og normalisert slankhet og normalisert slankhetsgrense. Dette er videre kalt slankhetsforholdet. Ettersom Eurokoden benytter geometrisk slankhet, og NA:2018 normalisert slankhet, gir resultatene fremstilt i forrige eksempel lite mening ved en direkte sammenligning. Ved å sammenligne slankhetsforholdet kan en se på forskjellen i størrelse, og hvordan forholdet øker eller minker ved endring i parameterne. I dette eksempelet er det brukt en fritt opplagt søyle, og forutsetningene er vist i figur 8-4. Det er valgt konstante verdier for n , ϕ_{ef} og r_m .

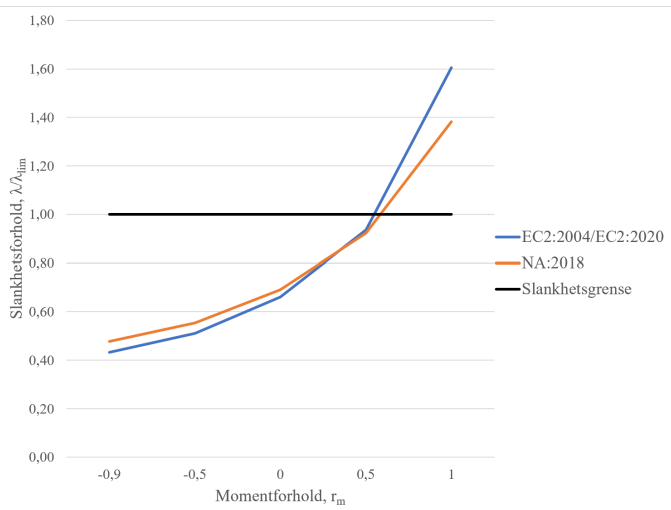
Resultatene er presentert i tabell 8-1 og tabell 8-2, samt i vedlegg A.2, og viser hvordan slankhetsforholdet varierer når armeringsforholdet, ω , endres. Alle slankhetsforhold over 1,0 beskriver at søylen er slank. I dette eksempelet gjelder dette for alle beregningene. Ved sammenligning av slankhetsforholdet beregnet etter Eurokoden og NA:2018 viser resultatene i tabell 8-1 at søylen beregnes slankere etter Eurokoden. Endringen av slankhetsforholdet ved økning av ω er tilnærmet lik, der prosentendringen er i snitt 11,8 % reduksjon for Eurokoden og 12,1 % for NA:2018. Prosentendringene er tilnærmet like da k_a er valgt lik 1,0 for beregningene gjort etter NA:2018, noe som gjør at Eurokoden og NA:2018 får relativt like innhold i formlene. Ved varierende k_a vil det bli en større forskjell mellom beregningene gjort etter Eurokoden og NA:2018.

For å se nærmere på påvirkningen av faktoren k_a , er det valgt å variere avstanden mellom tyngdepunktene til lengdearmering, h' . Disse er valgt ut ifra ulik overdekning, c , på henholdsvis 25, 35, 55 og 70 mm. Tabell 8-2 viser hvordan slankhetsforholdet varierer ved de ulike verdiene for h' . Som ventet er ikke resultatene beregnet etter Eurokoden avhengig av armeringens plassering, og slankhetsforholdet vil derfor være konstant for hver verdi av ω . For resultatene beregnet etter NA:2018 øker derimot slankhetsforholdet ved redusert h' . Tabell 8-1 viser at $\lambda_n/\lambda_{n,lim}=1,19$ for $\omega=0,5$, og for tilsvarende i tabell 8-2 er høyeste slankhetsforhold lik 1,39. Økningen er forventet da armeringen sentreres mer, og vil ha en kortere avstand til nøytralaksen.

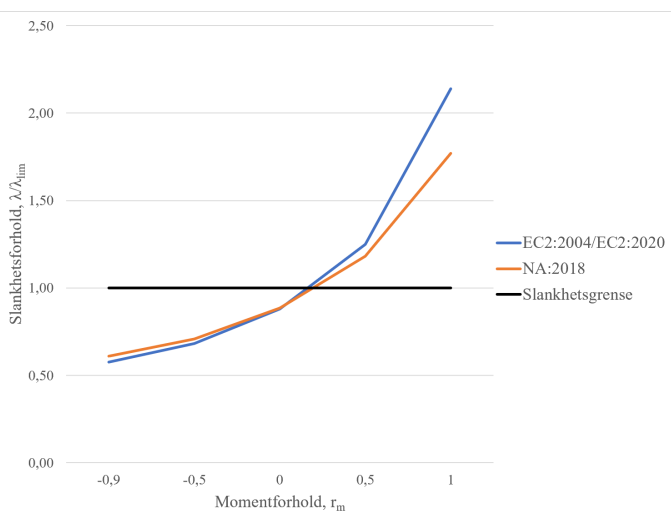
Det finnes også tilfeller av k_a der Eurokoden og NA:2018 nærmer seg hverandre. Et eksempel på dette er vist i tabell 8-2 for $\omega=0,25$ og $h'=120$ mm, samt når $\omega=0,5$ og $120 \leq h' \leq 150$. I disse tilfellene er $k_a < 1,0$ og $(h'/h) < 0,57$. Det betyr at det kunne vært på usikker side å velge $k_a=1,0$, som NA:2018 åpner opp for. Søylen ville da blitt mindre slank, som vist i tabell 8-2 ved for eksempel $\omega=0,5$ og $h'=210$. Når $h' \geq 190$ mm er $k_a > 1,0$, og søylen beregnet etter NA:2018 er mindre slank sammenlignet med beregninger etter Eurokoden. Det kunne derfor vært en fordel å bruke en maksimalverdi for k_a lik 1,0, slik at man alltid er konservativ. Beregningene etter Eurokoden gir stort sett mest konservative resultater, og vil derfor alltid være på den sikre siden uavhengig av armeringens plassering. Som nevnt i delkapittel 2.4 viser det seg at beregningene etter NA:2018 ikke alltid er på konservativ side. Tar man dette, sammen med resultatene i dette eksempelet, i betraktning, vil det være en god løsning å benytte formlene gitt i Eurokoden.



Figur 8-5: Sammenligning av slankhetsforhold ved ulikt momentforhold. $n=0,5$ og $\varphi_{ef}=0$.



Figur 8-6: Sammenligning av slankhetsforhold ved ulikt momentforhold. $n=0,5$ og $\varphi_{ef}=1,0$.



Figur 8-7: Sammenligning av slankhetsforhold ved ulikt momentforhold. $n=0,5$ og $\varphi_{ef}=3,0$.

8.3 Eksempel 3: Sammenligning av slankhetsforhold

I dette eksempelet undersøkes hvilken påvirkning momentforholdet og effektivt kryptall har for slankhetsforholden beregnet etter Eurokoden og NA:2018. Det at formlene stort sett inneholder de samme parameterne gjør det interessant å se i hvor stor grad en endring av én parameter vil påvirke om søylen må beregnes som slank eller ikke. Dette eksemplet har samme forutsetninger som figur 8-4 vist på forrige side, der det er en avstivet søyle påført aksiallast. Forskjellen her er at parameterne φ_{ef} og r_m ikke er konstante. Relativ aksialkraft, n , er lik 0,5.

Resultatene er presentert i figurene 8-5, 8-6 og 8-7 og tabellene 8-3, 8-4 og 8-5 på neste side, se vedlegg A.3 for fullstendig resultat. Den svarte linjen viser slankhetsforholdet lik 1,0, og er dermed grensen mellom kort og slank søyle. Der grafene er over den svarte linjen, er søylen slank og andre ordens effekter må derfor inkluderes.

8.3.1 Påvirkning av momentforholdet

Figurene 8-5, 8-6 og 8-7 viser hvordan ulike momentforhold påvirker forholdet mellom slankhet og slankhetsgrensene gitt i Eurokoden og NA:2018 for en konstant verdi av relativ aksialkraft og effektivt kryptall. Søylen har lik innspenning i endene, og det er derfor forventet en tydelig effekt ved å variere momentforholdet. Formlene i Eurokoden og NA:2018 inkluderer r_m i slankhetsgrensen, og denne vil generelt øke slankhetsgrensen med stigende momentforhold. Det er derfor forventet at forholdet vil være lavest for negative momentforhold, og høyest ved høye momentforhold.

For $r_m < 0$, der søylen er dobbeltkrum, er NA:2018 mest konservativ ettersom slankhetsforholdet er høyere enn for Eurokoden. Dette kommer tydeligst frem i figur 8-5, der grafen viser at NA:2018 ved $r_m = -0.9$ ligger godt over Eurokoden. I figur 8-6 og 8-7 er denne forskjellen en del mindre. Forskjellen ved negativt momentforhold kommer altså i størst grad frem for lave effektive kryptall.

I motsatt tilfelle, der $r_m > 0$, er den største forskjellen mellom metodene for beregning av slankhetsforholdet ved $r_m = 1,0$. I figur 8-5, der $\varphi_{ef} = 0$, nærmer grafene for Eurokoden og NA:2018 seg hverandre. I motsetning viser figur 8-6 og 8-7 at grafene i samme tilfelle går fra hverandre, og Eurokoden betegnes som mer slank enn NA:2018. Dette stemmer overens med observasjonen i eksempel 1, der det var tilfeller Eurokoden betegnet søylen som slank, mens den var kort ifølge NA:2018. I eksempel 1 oppsto dette ved økende armeringsmengde og betongkvalitet, men her viser det seg at momentgradienten også påvirker. Det at den ene metoden betegner søylen som slank, mens den andre betegner den som kort kommer av hvordan metodene venter bidraget fra momentforholdet. Som tidligere nevnt brukes $(1,7-r_m)$ i Eurokoden, som vil redusere slankhetsgrensen mer sammenlignet med NA:2018 som bruker $(2-r_m)$. Eurokoden vil dermed betegne flere søyler som slank ved høye, positive momentforhold.

r_m	λ/λ_{lim}		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]	$\lambda_n/\lambda_{n,lim}$		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]
	$\varphi_{ef}=0$	$\varphi_{ef}=1,0$		$\varphi_{ef}=0$	$\varphi_{ef}=1,0$	
1,0	1,34	1,6	19	1,38	1,38	0
0	0,55	0,66		0,69	0,69	
-0,9	0,36	0,43		0,48	0,48	

Tabell 8-3: Sammenligning av slankhetsforholdet når φ_{ef} økes fra 0 til 1,0 ved ulike r_m , $n=0,5$

r_m	λ/λ_{lim}		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]	$\lambda_n/\lambda_{n,lim}$		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]
	$\varphi_{ef}=1,0$	$\varphi_{ef}=2,0$		$\varphi_{ef}=1,0$	$\varphi_{ef}=2,0$	
1,0	1,6	1,87	17	1,38	1,55	11
0	0,66	0,77		0,69	0,77	
-0,9	0,43	0,5		0,48	0,53	

Tabell 8-4: Sammenligning av slankhetsforholdet når φ_{ef} økes fra 1,0 til 2,0 ved ulike r_m , $n=0,5$

r_m	λ/λ_{lim}		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]	$\lambda_n/\lambda_{n,lim}$		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]
	$\varphi_{ef}=2,0$	$\varphi_{ef}=3,0$		$\varphi_{ef}=2,0$	$\varphi_{ef}=3,0$	
1,0	1,87	2,14	15	1,55	1,77	15
0	0,77	0,88		0,77	0,89	
-0,9	0,5	0,58		0,53	0,61	

Tabell 8-5: Sammenligning av slankhetsforholdet når φ_{ef} økes fra 2,0 til 3,0 ved ulike r_m , $n=0,5$

8.3.2 Påvirkning av effektivt kryptall

Eurokoden og NA:2018 inkluderer virkningen av kryp ved et effektivt kryptall i slanketskriteriet. Tabellene 8-3, 8-4 og 8-5 viser hvordan forskjellen i de ulike formlene påvirker slankhetsforholdet. Dette er vist ved å øke det effektive kryptallet stegvis fra 0 til 3,0, og deretter beregne den gjennomsnittlige økningen av slankhetsforholdet.

Tabell 8-3 viser endring i slankhetsforholdet når det effektive kryptallet økes fra 0 til 1,0. Resultatene fra Eurokoden viser at søylens slankhetsforhold øker med hele 19 %, mens NA:2018 ikke øker. Dette viser at slankhetsforholdet beregnet etter Eurokoden påvirkes allerede ved endringer av lave kryptall. Resultatet beregnet etter NA:2018 er som forventet, ettersom formelen for A_φ begrenses slik at påvirkningen er konstant for effektive kryptall lavere enn 1,25. Det er altså for lavt kryptall til at formelen i NA:2018 inkluderer bidraget fra kryp.

Tabell 8-4 viser slankhetsforholdet beregnet etter Eurokoden og NA:2018 ved en økning av det effektive kryptallet fra 1,0 til 2,0. Gjennomsnittlig økning for Eurokoden er 17 %, mot 11 % for NA:2018. Utformingen av formelen for A_φ vil gjøre at NA er mindre sensitiv for endringer av det effektive kryptallet, da den ikke tar med bidragene for $\varphi_{ef} < 1,25$. Dette kommer godt frem i resultatene, da gjennomsnittlig økning av søylens slankhetsforhold er lavere. Det er også verdt å merke seg at ved like stor økning av φ_{ef} gir i dette tilfellet en mindre gjennomsnittlig økning for beregninger etter Eurokoden enn tilfellet i tabell 8-3.

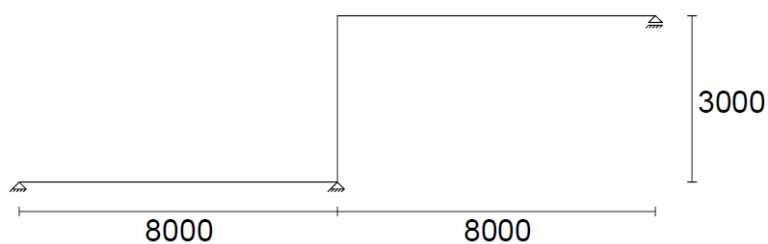
Det er forventet at når φ_{ef} økes fra 2,0 til 3,0 vil gjennomsnittlig økning for Eurokoden og NA:2018 bli mer lik, da man vil få full effekt fra A_φ . Resultatene i tabell 8-5 samsvarer med forventningene, ettersom økningen i slankhetsforholdet er 15 % for både Eurokoden og NA:2018. Ved en videre økning av det effektive kryptallet, noe som sjeldent oppstår, ser en at beregninger etter NA:2018 vil gi en lavere økning av slankhetsforholdet sammenlignet med Eurokoden. For realistiske verdier av det effektive kryptallet, forutsatt at det er over 1,25, vil formlene i Eurokoden og NA:2018 påvirkes relativt likt ved endring av det effektive kryptallet. Forskjellen mellom slankhetsforholdet beregnet etter Eurokoden og NA:2018 er størst når $r_m = 1,0$, og det effektive kryptallet er større enn 1,0. Dette stemmer overens med en kommentar i EC2:2020, der det er nevnt at forskjellen øker ved økende effektivt kryptall. Dette gjelder derimot ikke når $r_m = -0,9$, da slankhetsforholdet for ulike verdier av φ_{ef} er relativt like.

8.3.3 Kombinasjon av momentforhold og effektivt kryptall

Det er enkelte slankhetsforhold fra resultatene vist på side 65 og 67 som bør kommenteres litt nærmere. For en dobbeltkrum søyle ($r_m < 0$), med lave verdier av φ_{ef} ser en at NA:2018 er mer konservativt, og har større sannsynlighet for å betegne en søyle slank sammenlignet med Eurokoden. Ved momentforhold lik 1,0 vil derimot Eurokoden være mest konservativ, og det kan oppstå tilfeller der søylen betegnes som slank i Eurokoden, og kort etter NA:2018. Dette er tydeligst ved effektive kryptall som er lik eller høyere 2,0.

Formlene gitt i Eurokoden er mer sensitive ved endring av det effektive kryptallet, og vil ved normale verdier for φ_{ef} ha en høyere prosentvis økning. Ved å sammenligne slankhetsforholdet beregnet etter Eurokoden og NA:2018 når det effektive kryptallet varieres, ser en at disse er veldig like for r_m lik 0 og -0,9, mens de avviker for r_m lik 1,0. NA:2018 inkluderer ikke effekten fra kryp når $\varphi_{ef} < 1,25$, noe som fører til mer konservative resultat når $\varphi_{ef} < 1,0$. Om denne konservative betraktningen er nødvendig er vanskelig å si. Resultatet er at søylen tidligere blir betegnet som slank, noe som kan føre til at beregninger etter NA:2018 krever mer armering. I de andre tilfellene som er betraktet i dette eksempelet ble det oppnådd motsatt resultat, og beregninger etter Eurokoden kan føre til økt behov for armering.

Oppsummert gir formelene fra Eurokoden og NA:2018 relativt like resultater, og beregninger etter Eurokoden er stort sett mest konservative. En fordel med å benytte formelen gitt i Eurokoden vil være at en ikke trenger å forholde seg til den ekstra parameteren k_a . Ulempen er at en ny formel må tas i bruk, men denne er nokså lik formelen gitt i det nasjonale tillegget. Dette burde derfor ikke være et problem.



Forutsetninger:

- Randbetingelse g) (Ikke-avstivet søyle)
- Søylen tverrsnitt: $b \cdot h = 300 \cdot 300 \text{ mm}^2$
- Betongkvalitet: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

Figur 9-1: Rammekonstruksjon med en ikke-avstivet søyle

Tilstøtende konstruksjon		Relativ rotasjonsfleksibilitet, k					
		b·h [mm ²]					
Lengde	Randbetingelse	150·200	150·300	250·300	300·400	300·500	400·500
8000 mm	a	6,000	1,778	1,067	0,375	0,192	0,144
	b	3,000	0,889	0,533	0,188	0,096	0,072
	c	9,000	2,667	1,600	0,563	0,288	0,216
	d	4,500	1,333	0,800	0,281	0,144	0,108

Tabell 9-1: Oversikt over beregnet k for normale tilfeller av tilstøtende konstruksjon

k ₁	k ₂	l ₀ [mm] (EC2:2004)	l ₀ [mm] (EC2:2020)	Differanse
9		20347	19945	-402
1,067		9739	10320	581
0,889	9	9045	9758	713
0,563		7753	8579	826
0,288		6975	7370	395
0,108		6256	6414	158
1,067	1,067	7551	7423	-128
0,889		7256	7144	-112
0,563		6494	6508	14
0,288		5566	5781	215
0,108		4994	5152	158
0,889	0,889	7000	6885	-115
0,563		6326	6228	-98
0,288		5398	5599	201
0,108		4842	4998	156
0,563	0,563	5860	5772	-88
0,288		5114	5163	49
0,108		4478	4620	142
0,288	0,288	4686	4631	-55
0,108		4029	4145	116
0,108	0,108	3723	3697	-26

Tabell 9-2: Beregnet kneklengde for en ikke-avstivet søyle med normale verdier for k

9 Effektiv lengde

9.1 Eksempel 4: Normale verdier av relativ rotasjonsfleksibilitet

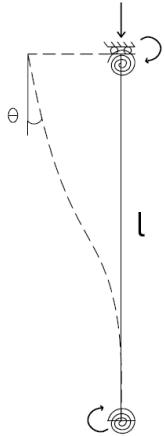
Formålet med dette eksempelet er å se på beregningen av relativ rotasjonsfleksibilitet, k , og observere hvilke verdier som vanligvis oppnås. Motivasjonen for dette er å få et normalt forhold til hvilke verdier for k man kan forvente. Videre brukes disse k -verdiene til å beregne og sammenligne effektiv lengde etter EC2:2004 og EC2:2020 for ikke-avstivede konstruksjonsdeler. Eksempelet tar for seg en ramme der tilstøtende konstruksjonsdeler har varierende tverrsnitt, lengder og randbetingelser, og hvordan variasjonen påvirker verdien av k . Forutsetningene er vist i figur 9-1.

Tabell 9-1 viser ulike verdier av k som er beregnet ved tilfeller der både randbetingelsene og tverrsnittet til tilstøtende bjelker er endret. Randbetingelsene a , b , c og d refererer til figur 3-5 (s. 23), og k er beregnet etter ligning (3.3). Høyeste verdi vist i tabell 9-1 er $k=9,0$, og laveste verdi er $k=0,072$. Ettersom Eurokoden poengterer at k bør være større enn 0,1, er laveste verdi valgt å være 0,108 videre i dette eksempelet. Det er tydelig at det er små forskjeller i verdiene av k , og majoriteten er mellom 0 og 1,0. Det er kun i tilfeller ved relativt lite tverrsnitt på tilstøtende bjelke, $b \cdot h = 150 \cdot 200$ mm, at verdien av k er mye større enn 1,0. Verdier mye større enn 1,0 vil nok være urealistisk verdier i virkeligheten.

Videre i eksempelet er det valgt ut ulike verdier for k mellom 0,108 og 9,0, og disse er brukt til å beregne effektiv lengde etter både EC2:2004 og EC2:2020. Resultatet er vist i tabell 9-2. Her vises de effektive lengdene, og differansen mellom dem. Gjentakende verdier er for enkelhetsskyld fjernet, og fullstendig tabell er vist i vedlegg B.1.

Den største differansen ser man når en eller begge av de relative rotasjonsfleksibilitetene er lik 9,0. Denne verdien av k er en urealistisk høy verdi, da denne tverrsnittsdimensjonen sjeldent benyttes ved lengre tilstøtende bjelker. Differansen mellom de effektive lengdene er minst ved $k_1=0,563$ og $k_2=1,067$, og ved $k_1=k_2=0,108$. Dette er noe som anses å være normale verdier av rotasjonsfleksibiliteter. Når ekstreme verdier (>500) er fjernet, er gjennomsnittlig differanse av absoluttverdiene 146 mm. Forskjellen mellom beregningene etter EC2:2004 og EC2:2020 er generelt relativt små.

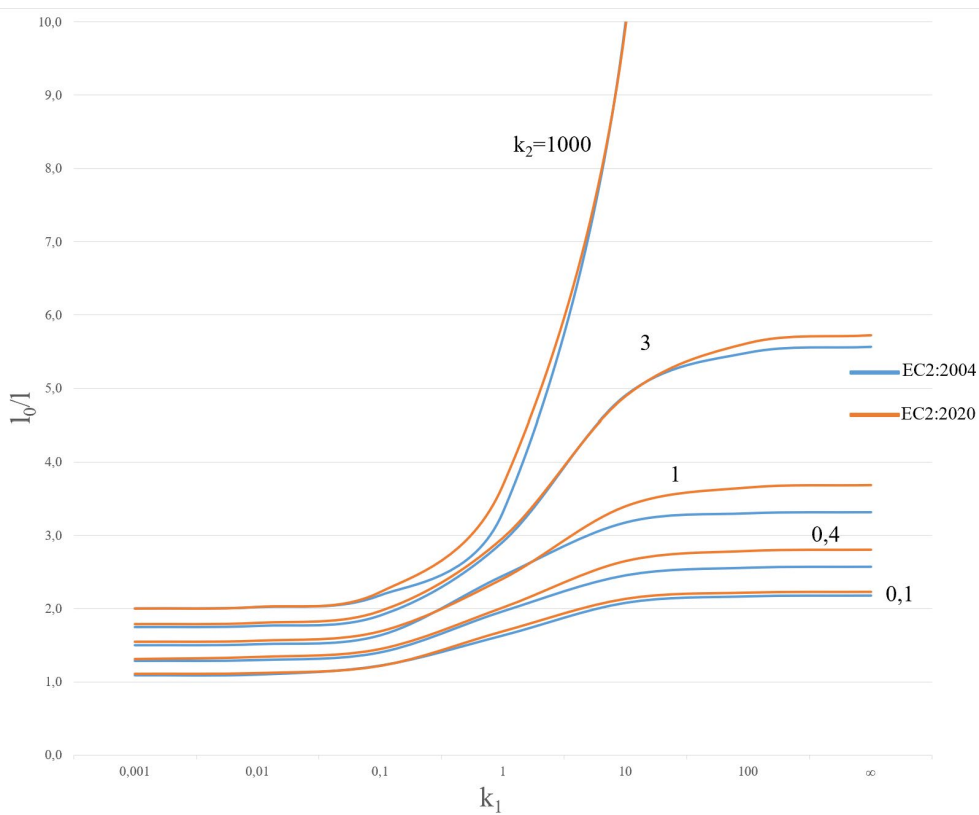
Formelen for effektiv lengde i EC2:2004 er som tidligere nevnt delt opp i to formler, der maksimal verdi benyttes. Det viser seg at i de aller fleste tilfellene der EC2:2004 gir størst beregnet effektiv lengde, er når første del av ligning (3.2) er størst, og når verdiene av k_1 og k_2 er tilnærmet like. I de fleste tilfeller viser det seg formelen gitt i EC2:2020 beregner størst effektiv lengde, og er derfor noe mer konservativ enn formlene i EC2:2004. Dette fører til at søylen blir slankere, og at det totale momentet øker.



Forutsetninger:

- Ikke-avstivet konstruksjonsdel
- Søylens lengde: $l=3000$ mm

Figur 9-2: Ikke-avstivet konstruksjonsdel



Figur 9-3: Effektiv lengde for en ikke-avstivet konstruksjonsdel

	$k_1 = 10,0$	$k_1 = 1,0$	$k_1 = \infty$	$k_1 = \infty$
	$k_2 = 3,0$	$k_2 = 1,0$	$k_2 = 1,0$	$k_2 = 0,4$
l_0/l (EC2:2004)	4,91	2,45	3,32	2,57
l_0/l (EC2:2020)	4,89	2,41	3,69	2,8
Differanse	-0,02	-0,04	0,37	0,23

Tabell 9-3: Utvalgte resultater fra figur 9-3

9.2 Eksempel 5: Effektiv lengde for ikke-avstivede konstruksjonsdeler

Dette eksempelet sammenligner formelen for effektiv lengde for ikke-avstivede konstruksjonsdeler i EC2:2004 og EC2:2020, se forutsetninger i figur 9-2. Det er valgt å benytte verdier av k mellom 0 og ∞ , da dette stemmer overens med definisjonen av relativ rotasjonsfleksibilitet. Verdiene av k er tilsvarende de Westerberg brukte i sin kalibrering av ligning (3.2), slik at det er mulig å sammenligne resultatet med figur 3-3 (s. 21). Det er derfor ikke tatt hensyn til det som fremsto som urealistiske verdier etter eksempel 4. Formålet er å visuelt vise for hvilke verdier av k resultatene av den effektive lengden har størst forskjell. Resultatet er fremstilt i figur 9-3 der y-aksen er l_0/l , x-aksen er verdier av k_1 og grafene er delt opp for ulike verdier av k_2 . Resultat fra EC2:2004 er representert med blå linjer, og EC2:2020 er representert med oransje linjer. Tilhørende verdier til grafen er vist i vedlegg B.2.

Tabell 9-3 viser utvalgte resultater hentet fra figur 9-3. Det er hentet ut verdier for l_0/l for fire kombinasjoner av ulike k -verdier, der differansen varierer. Figur 9-3 viser at beregnet effektiv lengde i de aller fleste tilfeller er størst ved beregning etter EC2:2020, og denne gir derfor mest konservativt resultat. Som observert i eksempel 4 er det mest normalt å ha relative rotasjonsfleksibiliteter mellom 0,1 og 1,0, og det er for disse verdiene forskjellen mellom EC2:2004 og EC2:2020 er minst. Dette kan sees ut ifra tabell 9-3 for $k_1=k_2=1,0$, der differansen er -0,04. Den største forskjellen er ved høye verdier for k , slik som vist i tabell 9-3 i begge tilfellene der $k_1=\infty$. Som vist i eksempel 4 er det i tilfellene der k_1 og k_2 er tilnærmet like den effektive lengden beregnet etter EC2:2004 er størst, men det er her tydelig at dette også oppstår i andre tilfeller. Dette er vist i tabell 9-3 når $k_1=10,0$ og $k_2=3,0$, der differansen er -0,02.

De effektive lengdene beregnet etter EC2:2004 og EC2:2020 er relativt like, og under normale forutsetninger er avviket minst. Ved sammenligning av resultatene i dette eksempelet og kurvetilpasningen vist i figur 3-3 (s. 21) kan man se at den effektive lengden beregnet etter EC2:2020 samsvarer bedre med eksakt verdi i kurvetilpasningen, sammenlignet med beregningene etter EC2:2004. I tilfellene der den effektive lengden beregnet etter EC2:2004 er konservativ i forhold til kurvetilpasningen, vil resultatene etter EC2:2020 beregne en noe større effektiv lengde, se figur 9-3. Det kan derfor antas at formelen gitt i EC2:2020 stemmer bedre med resultatene etter generell metode. Dette, i tillegg til at EC2:2020 kun har én formel for effektiv lengde, gjør at endringen fremstår som god.



Forutsetninger:

- Tverrsnitt: $b \cdot h = 300 \cdot 300 \text{ mm}^2$
- Søylen lengde: $l = 3000 \text{ mm}$
- Betongkvalitet: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ og $E_{cm} = 33000 \text{ MPa}$
- Geometrisk avvik: $e_i = 7,5 \text{ mm}$
- Endelig kryptall: $\varphi_{(\infty, t_0)} = 2,7$
- Langtidslast: $\Psi_2 = 0,6$ (60 % av total last)

Figur 10-1: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast

	Aksiallast [kN]				Tverrlast [kN/m]			
	Karakteristisk		Dimensjonerende		Karakteristisk		Dimensjonerende	
	N_k	$N_{k,L}$	N_{Ed}	$N_{Ed,L}$	$q_{k,vind}$	$p_{k,L}$	$q_{Ed,vind}$	$p_{Ed,L}$
L1: Uten tverrlast	1000	600	1500	900	-	-	-	-
L2: Med korttids tverrlast	1000	600	1500	900	5	-	7,5	-
L3: Kun permanent tverrlaster	1000	600	1500	900	-	3	-	4,5
L4: Både permanent og korttidslast	1000	600	1500	900	5	3	7,5	4,5

Tabell 10-1: Lasttilfeller. Av nedsenket skrift står «k» for karakteristisk, «Ed» for dimensjonerende og «L» for langtidslast.

Lasttilfelle	Moment [kNm]			φ_{ef}	
	M_{0Ed} (ULS)	M_{0Eqp} (SLS)	M_{0Eqp} (ULS)	SLS uten GA	ULS med GA
L1	11,25	0	6,75	0	1,62
L2	19,69	0	6,75	0	0,93
L3	16,31	3,38	11,81	0,56	1,96
L4	24,75	3,38	11,81	0,37	1,29

Tabell 10-2: Kombinasjon 1

Lasttilfelle	Moment [kNm]			φ_{ef}	
	M_{0Ed} (ULS)	M_{0Eqp} (SLS)	M_{0Eqp} (SLS)	SLS uten GA	SLS med GA
L1	11,25	0	4,5	0	1,08
L2	19,69	0	4,5	0	0,62
L3	16,31	3,38	7,88	0,56	1,3
L4	24,75	3,38	7,88	0,37	0,86

Tabell 10-3: Kombinasjon 2

Lasttilfelle	Moment [kNm]			φ_{ef}	
	M_{0Ed} (SLS)	M_{0Eqp} (SLS)	M_{0Eqp} (SLS)	SLS uten GA	SLS med GA
L1	7,5	0	4,5	0	1,62
L2	13,13	0	4,5	0	0,93
L3	10,88	3,38	7,88	0,84	1,96
L4	16,5	3,38	7,88	0,55	1,29

Tabell 10-4: Kombinasjon 3

GA = Geometriske avvik

10 Effektivt kryptall

10.1 Eksempel 6: Ulike definisjoner av effektivt kryptall

I litteraturstudiet i kapittel 4 ble effektivt kryptall diskutert, og beregningen av dette fremstår noe uklar. Det er ikke presisert om geometriske avvik skal inkluderes eller ikke, EC2:2020 har fjernet presiseringen av ULS og SLS, og DG har stilt spørsmål til hvorfor det ene momentet er i ULS, og det andre er i SLS. Dette eksempelet tar for seg de mulige misforståelsene, og kontrollerer ved ulike lasttilfeller hva som gir mest konservativt resultat. Forutsetningene til eksempelet er vist i figur 10-1, og de ulike laststilfellene er vist i tabell 10-1. Vindlast er regnet som kortidslast. Tilhørende beregninger til tabellene er vist i vedlegg C. Ut ifra diskusjon i kapittel 4 er følgende kombinasjoner valgt:

Kombinasjon 1, se tabell 10-2:

- M_{0Ed} i ULS og inkludert geometriske avvik
- M_{0Eqp} i SLS uten geometriske avvik mot M_{0Eqp} i ULS med geometriske avvik

Kombinasjon 2, se tabell 10-3:

- M_{0Ed} i ULS og inkludert geometriske avvik
- M_{0Eqp} i SLS uten geometriske avvik mot M_{0Eqp} i SLS med geometriske avvik

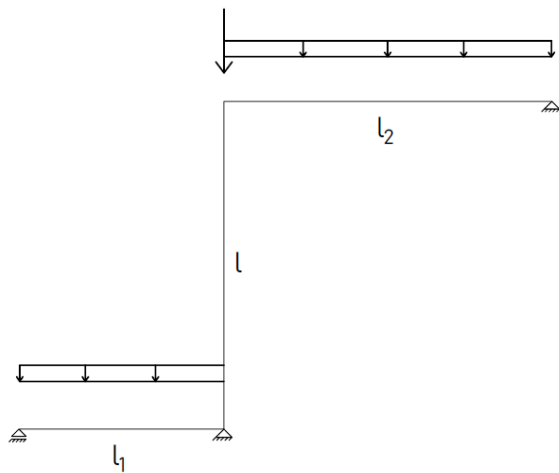
Kombinasjon 3, se tabell 10-4:

- M_{0Ed} i SLS og inkludert geometriske avvik
- M_{0Eqp} i SLS uten geometriske avvik mot M_{0Eqp} i SLS med geometriske avvik

Resultatene viser at for tilfellene der geometriske avvik er inkludert i M_{0Eqp} vil høyest effektivt kryptall oppnås. Dette kommer av at den er i telleren i formelen for effektivt kryptall. I lasttilfellene 1 og 2, uten tverrlast eller kun korttids tverrlast, er $\varphi_{ef}=0$ når geometriske avvik ikke er inkludert. Dette er et ulogisk resultat. Momentet på grunn av geometriske avvik betraktes som en langtidslast, og bør derfor inkluderes i den kvasipermanente lastkombinasjonen. Dette er ikke presisert i EC2:2004, og kan føre til for lave effektive kryptall. Dette vil ikke være et problem i EC2:2020, da formuleringen her er tydelig.

Det oppstår størst avvik ved kombinasjon 1, som tar for seg en mulig misforståelse om M_{0Eqp} er i ULS eller SLS. Ved lasttilfelle 1 er forskjellen så stor at det er en risiko at ved $\varphi_{ef}=0$ er søylen kort, mens ved $\varphi_{ef}=1,62$ er søylen slank. Resultatene i kombinasjonene 1 og 3, der både M_{0Ed} og M_{0Eqp} er i samme tilstand og inkludert geometriske avvik, gir relativt høyt effektivt kryptall. DG sitt forslag om at M_{0Ed} og M_{0Eqp} skal være i samme tilstand kan føre til for konservative verdier av det effektive kryptallet, sammenlignet med å ha de i ulike tilstander som Eurokoden foreslår.

Forslaget som er brukt i denne oppgaven er kombinasjon 2, der M_{0Eqp} er i SLS og inkludert geometriske avvik. Hovedargumentet for dette er at denne ikke gir like konservative resultater, og dette samsvarer best med definisjonen i Eurokoden.



Forutsetninger

Søyle:

- Tverrsnitt: $b \cdot h = 400 \cdot 400 \text{ mm}^2$
- Lengde: $l = 8000 \text{ mm}$
- Randbetingelse f) Avstivet konstruksjonsdel
- Betongkvalitet: $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$ og $E_{cm} = 36000 \text{ MPa}$
- Moment: $M_{\min} = 22 \text{ kNm}$ og $M_{\max} = 100 \text{ kNm}$
- Armeringsplassering: $h' = 0,8 \cdot h$

Tilstøtende konstruksjon:

- Tverrsnitt: $b \cdot h = 400 \cdot 500 \text{ mm}^2$
- Lengde bjelke 1: $l_1 = 5000 \text{ mm}$
- Lengde bjelke 2: $l_2 = 8000 \text{ mm}$

Figur 11-1: Rammekonstruksjon med en avstivet søyle

	$M_{Ed} \text{ [kNm]}$											
	$\varphi_{ef}=0,3$				$\varphi_{ef}=0,5$				$\varphi_{ef}=2,0$			
	EC2:2004		Hånd-beregninger/EC2:2020		EC2:2004		Hånd-beregninger/EC2:2020		EC2:2004		Hånd-beregninger/EC2:2020	
ω	S	K	S	K	S	K	S	K	S	K	S	K
0,1	274	145	161	150	314	146	169	150	1388	157	272	157
0,25	207	172	156	173	219	175	164	176	295	197	246	197
0,5	170	201	151	202	174	206	157	207	191	239	220	240

Tabell 11-1: Beregnet totalt moment. $n=1,0$.

11 Dimensjonerende moment

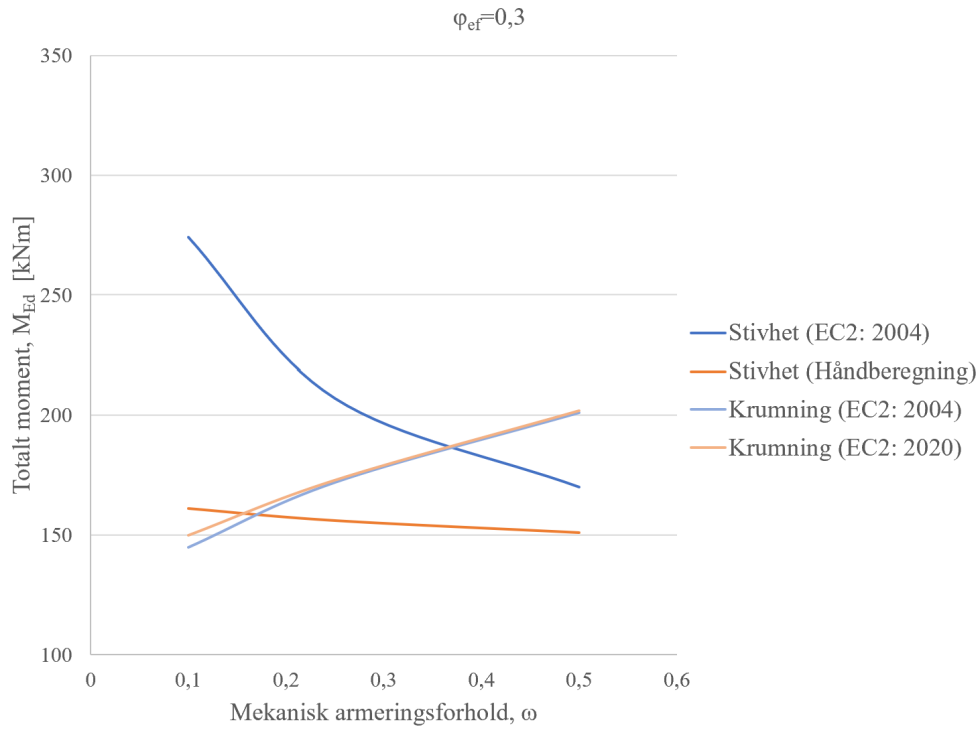
11.1 Eksempel 7: Sammenligning av de forenklete metodene

Dette eksempelet tar for seg de to forenklete metodene for beregning av totalt moment; metode basert på nominell stivhet og metode basert på nominell krumning. Hensikten er å få et forhold til metodene, og se hvordan de er i forhold til hverandre. Sammenligningen i dette eksempelet er basert på en påstand gitt i DG, der det står:

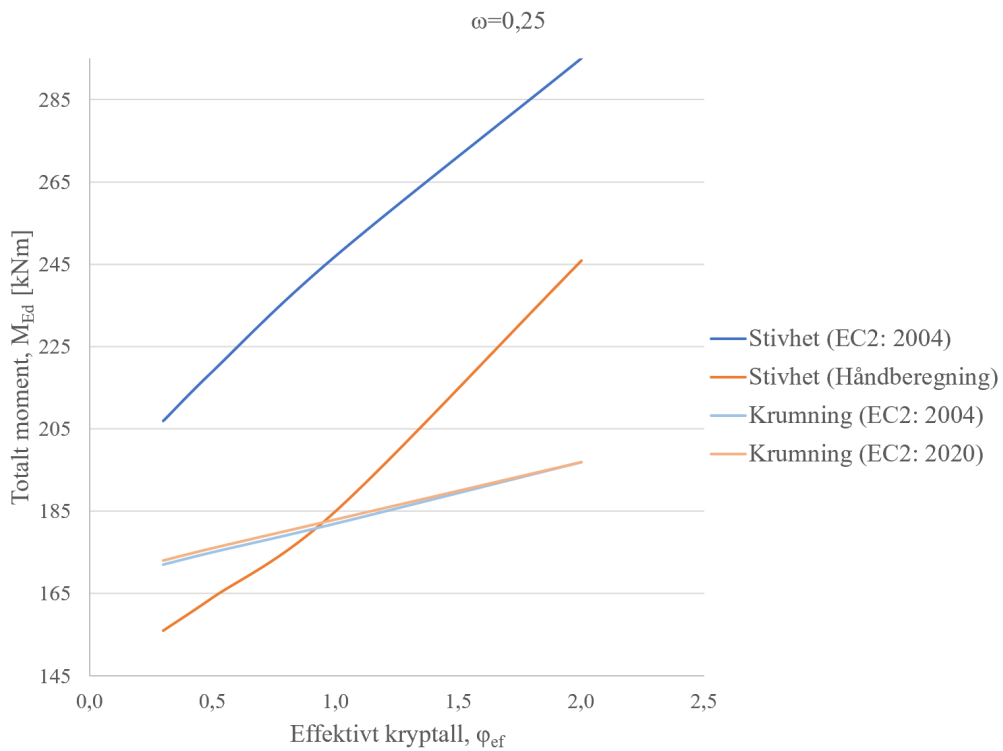
«Metoden basert på nominell stivhet gir vanligvis lavest moment for lavt effektivt kryptall ($\varphi_{ef} < 0,5$) eller for stort armeringsforhold, mens for høyere effektivt kryptall og normalt armeringsforhold, gir metoden basert på nominell krumning lavest moment» [10].

Det er tatt utgangspunkt i geometrien og belastningen i Eksempel 6.1 i «Betongkonstruksjoner: Beregning og dimensjonering etter Eurocode 2» av Sørensen [12]. Forutsetningene er vist i figur 11-1. Dette eksempelet er beregnet med varierende n , ω og φ_{ef} . n er endret for å se om påstanden gjelder for all belastning, og ω og φ_{ef} er endret tilpasset påstanden fra DG. Utvalgte verdier for totalt moment, der $n=1,0$, er vist i tabell 11-1. Her symboliserer S metoden basert på nominell stivhet, mens K er metoden basert på nominell krumning. Fullstendig og detaljert tabell er vist i vedlegg D.1.

De fleste momentene i tabell 11-1 ligger mellom 150 kNm og 280 kNm, men det er også noen verdier som avviker fra dette. Verdier som er markert i grått er verdier godt over $M_{Ed}=280$ kNm, og disse verdiene overskrider søylens kapasitet. Verdien som utpeker seg mest er resultatet fra metoden basert på nominell stivhet fra EC2:2004 ved $\omega=0,1$ og $\varphi_{ef}=2,0$. Her er $M_{Ed}=1388$ kNm, og mye større enn de andre tilfellene. Årsaken til dette er at aksiallasten, som i dette tilfellet er $N=4080$ kN, nærmer seg kritisk knekklast $N_B=4553$ kN. Når disse er tilnærmet like, vil faktoren for økning av moment bli veldig stor, og i dette tilfellet er den nesten lik 12. Resultatet for metoden basert på nominell krumning for det samme tilfellet ser tilsynelatende normalt ut. Det kan være kritisk at det ikke vises at søylens kapasitet er overskredet. Ved bruk av metoden basert på nominell krumning må ingeniøren derfor være oppmerksom, og ikke gjøre beregninger uten kontroll med et m-n diagram.



Figur 11-2: Endring av totalt moment ved lavt effektivt kryptall og varierende armeringsforhold



Figur 11-3: Endring av totalt moment ved normalt momentforhold og varierende effektivt kryptall

Figur 11-2 og 11-3 viser de tilfellene som belyser påstanden fra DG best. Grafene er delt opp etter metode, der blå representerer EC2:2004 og oransje EC2:2020. Den mørkeste fargen viser metoden basert på nominell stivhet, og lyseste er metoden basert på nominell krumning. Legg merke til at metoden basert på nominell krumning fra EC2:2004 og EC2:2020 er tilnærmet lik, og ligger derfor nærmest over hverandre.

Figur 11-2 viser et tilfelle med et lavt effektivt kryptall, og tar for seg hvordan totalt moment endrer seg ved ulikt armeringsforhold. Ut ifra påstanden er forventning at metoden basert på nominell stivhet vil gi et lavere moment ved økende armeringsforhold ($\omega \rightarrow 0,5$). For EC2:2004 stemmer påstanden som forventet, og ved $\omega \approx 0,4$ er momentet lavest for også EC2:2020. Figur 11-2 viser at momentet fra metoden basert på nominell stivhet synker ved økende armeringsmengde, mens momentet fra metoden basert på nominell krumning øker ved økende armeringsmengde. For metoden basert på nominell stivhet kommer dette av at økende armeringsmengde gjør søylen stivere, slik at det oppstår mindre moment. For metoden basert på nominell krumning inngår ω i korreksjonsfaktoren K_r , som reduserer krumning avhengig av aksialkraftnivå. Økende ω gjør som tidligere nevnt K_r større, og momentet vil derfor øke. Dette virker ulogisk og er årsaken til at metoden basert på nominell krumning krever iterering for å oppnå riktig resultat. Det er viktig at antatt armering stemmer overens med kombinasjonen av beregnet m og n , slik at beregnet K_r samsvarer med avlest verdi fra et m-n diagram.

Figur 11-3 tar for seg tilfellet med normal armeringsmengde ($\omega=0,25$), og økende effektivt kryptall. Resultatet vist i figur 11-3 samsvarer godt med påstanden til DG, der momentet fra metoden basert på nominell krumning blir lavest ved økende effektivt kryptall og normal armeringsmengde. Ved φ_{ef} større enn eller lik 1,0 er momentet beregnet etter metoden basert på nominell krumning lavest for både EC2:2004 og EC2:2020. Momentet fra metoden basert på nominell krumning øker på grunn av faktoren K_φ , da denne øker ved økende φ_{ef} . Momentet fra metoden basert på nominell stivhet øker på grunn av større reduksjon av E_{cd} fra faktoren $\frac{1}{1+\varphi_{ef}}$.

For metoden basert på nominell stivhet får søylen derfor lavere stivhet, og følgende større moment. Ut fra dette kan man se at metoden basert på nominell krumning ikke påvirker i like stor grad av økende effektivt kryptall.

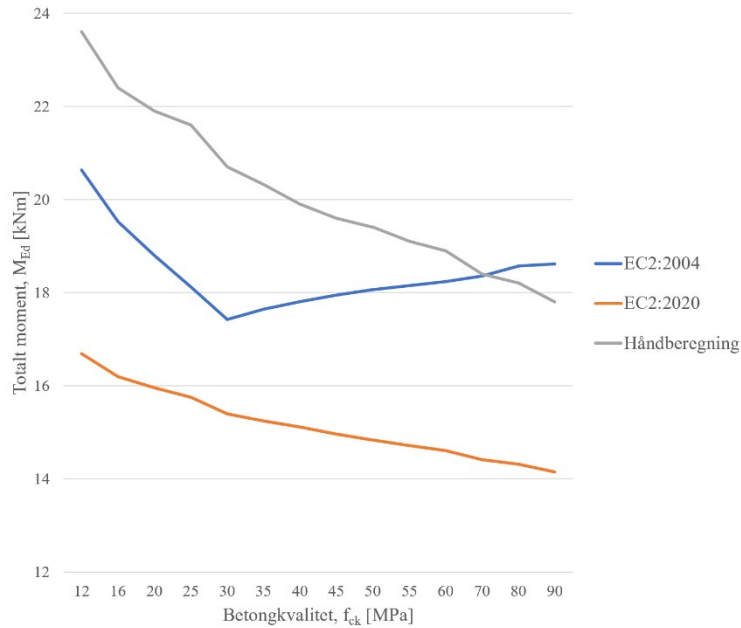
De fleste beregningene viser at metoden basert på nominell stivhet gir størst totalt moment, sammenlignet med metoden basert på nominell krumning. Ut ifra opplysninger fra Simon Wijte kan det tenkes at enkelte av disse verdiene er for konservative [25], men dette måtte vært kontrollert mot eksakte verdier for å kunne konkludere med dette. Videre vil det bli sett nærmere på hvordan de ulike parameterne i metodene påvirker sluttresultatet.



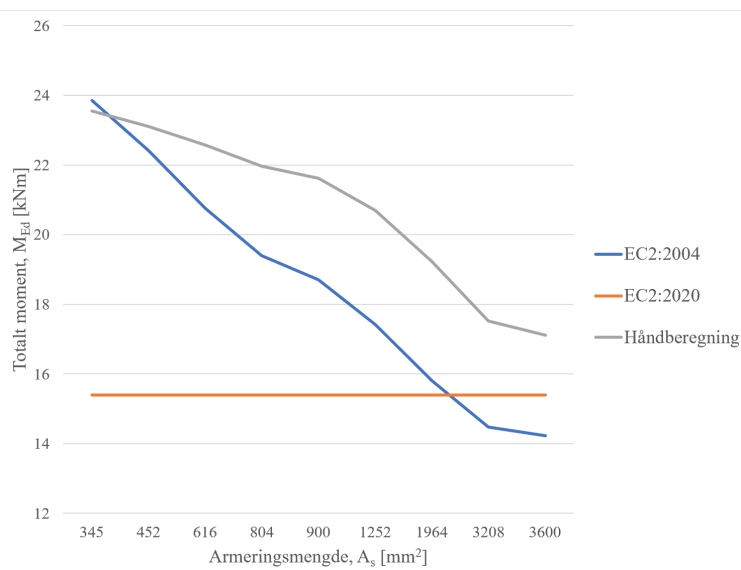
Forutsetninger:

- Tverrsnitt: $b \cdot h = 300 \cdot 300 \text{ mm}^2$
- Søylen lengde: $l = 3000 \text{ mm}$
- Geometrisk avvik: $e_i = 7,5 \text{ mm}$
- Endelig kryptall: $\varphi_{(\infty, t_0)} = 2,7$

Figur 11-4: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast



Figur 11-5: Totalt moment ved økende betongkvalitet



Figur 11-6: Totalt moment ved økende armeringsmengde

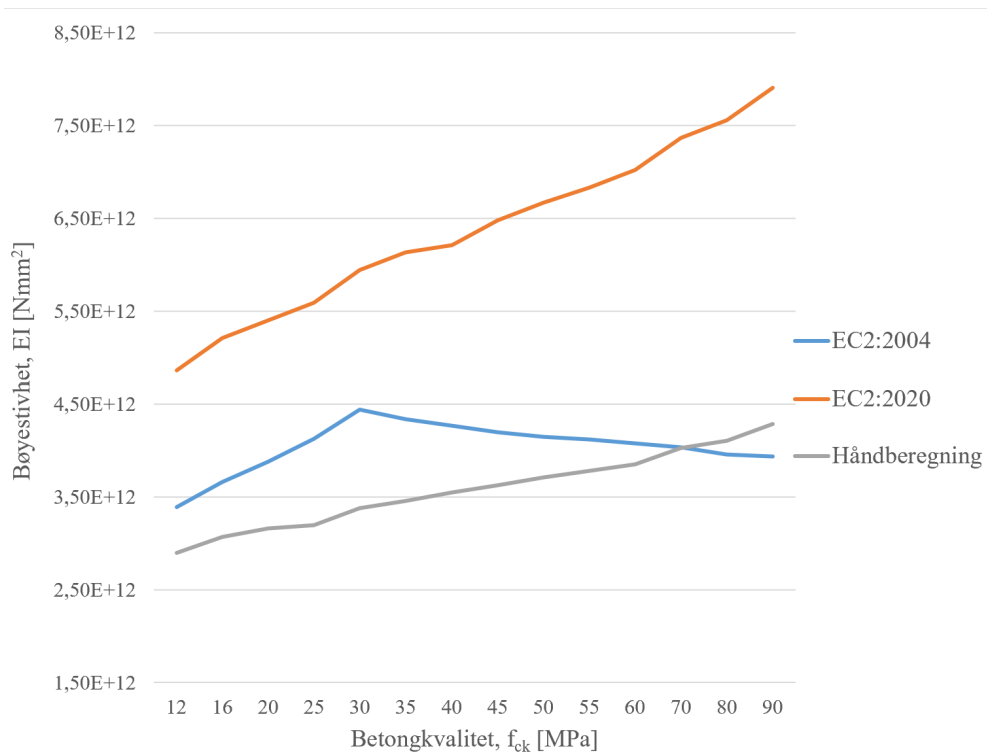
11.2 Eksempel 8: Metode basert på nominell stivhet

Formålet med dette eksempelet er å se enda nærmere på hvilke parametere som påvirker det totale momentet, inkludert andre ordens effekter, ved bruk av metoden basert på nominell stivhet. Det er valgt å ta utgangspunkt i en enkeltstående konstruksjon uten påført tverrlast, og forutsetningene er vist i figur 11-4. Hensikten med eksempelet er å se hvilke endringer som oppstår ved varierende betongkvalitet og armeringsmengde.

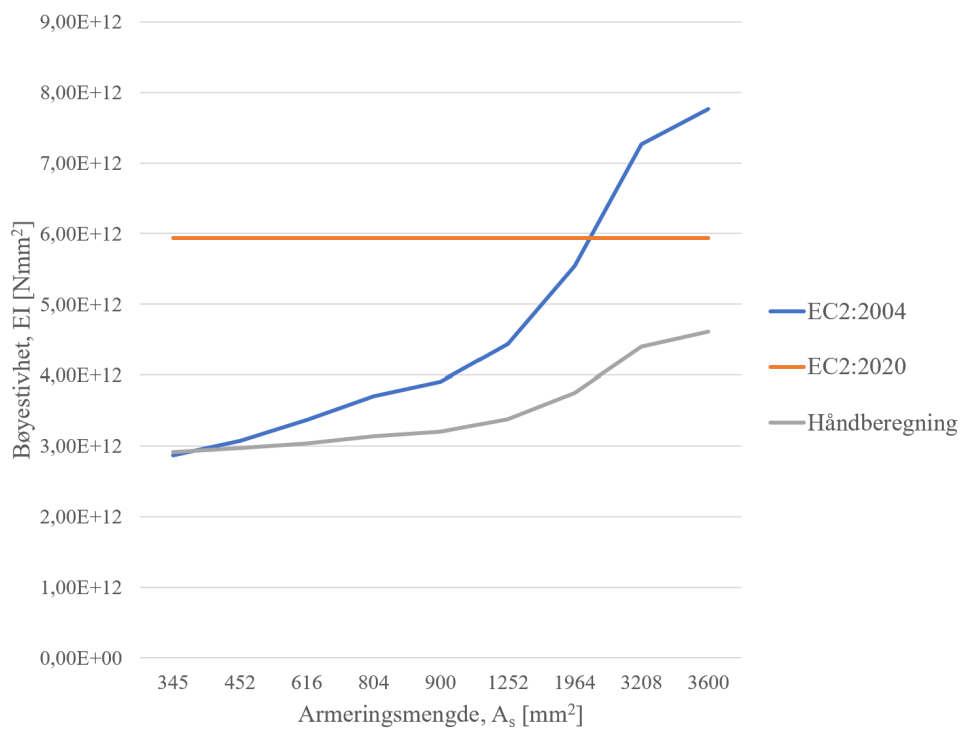
Resultatene for totalt moment er vist i figur 11-5 og 11-6, og fullstendig resultat er vist i vedlegg D.2. Den blå linjen viser beregninger etter EC2:2004, den oransje linjen viser beregninger etter EC2:2020 og den grå linjen viser håndberegningene etter beskrivelse i EC2:2020 (videre kun benevnt som håndberegning). Håndberegningen er vist i vedlegg E.2. Betongkvaliteten varierer fra $f_{ck}=12$ MPa til 90 MPa. Armeringsmengden er valgt slik at det går fra minimum til maksimal armeringsmengde. I dette eksempelet er minimumsarmering etter både EC2:2004 og NA:2018 inkludert, og er på henholdsvis 345 mm^2 og 900 mm^2 .

Figur 11-5 viser hvordan totalt moment endres ved varierende betongkvalitet. Armeringsmengden er konstant lik 1252 mm^2 . Beregningen etter EC2:2004 gir noe høyere momenter sammenlignet med beregninger gjort etter EC2:2020. Ved $f_{ck}=30$ MPa oppstår det et knekkpunkt for M_{Ed} , som kommer av at faktoren k_2 sin maksimalverdi er oversteget, og verdien 0,2 blir brukt. Ved dette knekkpunktet vil en økning av betongkvaliteten føre til at det totale momentet går fra synkende til økende. Det er naturlig å sette et spørsmålsteget ved denne økningen, men endringene er marginale. Resultatene for håndberegningene ligger stort sett over de andre grafene, men krysser grafen for EC2:2004 mellom $f_{ck}=60$ og 70 MPa. Det er altså håndberegningen etter EC2:2020 som stort sett gir det mest konservative resultatet, mens beregningene med forenklete verdiene for globale analyser etter EC2:2020 gir lavest totalt moment. Generelt er det ikke store avvik, da maksimal forskjell er på omtrent 4 kNm.

Figur 11-6 viser hvordan det totale momentet endres med varierende armeringsmengde, og $f_{ck}=30$ MPa. Beregningene med forenklete verdier for globale analyser etter EC2:2020 er konstante i dette tilfellet. Dette kommer av at denne beregningen ikke tar hensyn til bidraget fra armeringen. Av figur 11-6 kan man se at de største forskjellene opptrer ved lave armeringsmengder, noe som tyder på at EC2:2020 sin forenkling for globale analyser fungerer best ved normale armeringsmengder. Beregningene etter EC2:2004 er avhengig av armeringsmengden, da armeringens bidrag til bøyestivheten tas med som et eget ledd, se ligning (6.1). Ved varierende armeringsmengde samsvarer formen på grafen for totalt moment mellom EC2:2004 og håndberegningene bedre, sammenlignet med varierende betongkvalitet. Årsaken til at grafen for EC2:2004 ikke har samme knekkpunkt som i figur 11-5 er at k_2 er konstant lik minimumsverdien 0,2. Generelt er det marginale forskjeller mellom resultatene fra de tre ulike beregningsmetodene, og det skiller maksimalt 9 kNm. Håndberegningene er mest konservativ, og beregningene med forenklete verdiene for globale analyser etter EC2:2020 gir stort sett lavest moment.



Figur 11-7: Bøjestivhet ved økende betongkvalitet



Figur 11-8: Bøjestivhet ved økende armeringsmengde

11.2.1 Beregning av søylens bøyestivhet

Det er beregningen av søylens bøyestivhet, EI , som er hovedforskjellen mellom EC2:2004 og EC2:2020, og det er derfor ønskelig å se nærmere på beregningen av denne. Som tidligere nevnt skal EC2:2020 åpne for at ingeniøren skal gjøre egne antakelser og bestemmelser av stivheten. I denne oppgaven er det valgt å sammenligne beregninger av bøyestivhet etter EC2:2004 med EC2:2020 sin beskrivelse av denne, samt de forenklete verdiene gitt for globale analyser.

Figur 11-7 og 11-8 viser hvordan søylens bøyestivhet varierer med økende betongkvalitet og armeringsmengde. Det er tydelig at diagrammene for totalt moment på forrige side avhenger av bøyestivheten, da blant annet samme knekkpunkt oppstår ved $f_{ck}=30$ MPa. Figurene viser at beregningene gjort med forenklete verdier for globale analyser etter EC2:2020 gir en høyere bøyestivhet sammenlignet ved de to andre metodene. Forenklingen kan derfor være til usikker side for lokale beregninger, og bør ikke brukes til dette. Bøyestivhetene beregnet etter EC2:2004 og håndberegning er relativt like. Håndberegningene gir generelt noe lavere bøyestivhet, og det kan tenkes at beregningene er for konservative. Dette kan muligens begrunnes med neglisjeringen av (eng.) *tension stiffening*. Selv om figurene viser markante forskjeller i bøyestivhetene, vil det som vist i figur 11-5 og 11-6 ikke gi store endringer i totalt moment.

Beregningene med de forenklete verdiene for globale analyser gitt i EC2:2020 for søyler har en bøyestivhet lik $0,4 \cdot EI$. Forholdet mellom beregnet bøyestivhet for urisset tverrsnitt og bøyestivhetene beregnet etter EC2:2004 [5.8.7] er gjennomsnittlig lik $0,21 \cdot EI$ når betongkvaliteten varierer, og $0,25 \cdot EI$ når armeringsmengden varierer. Tilsvarende forhold mellom beregninger for urisset betongtverrsnitt og håndberegninger viser en gjennomsnittlig bøyestivhet lik $0,18 \cdot EI$ ved varierende betongkvalitet, og $0,19 \cdot EI$ ved varierende armeringsmengde. Dette viser at beregningene basert på en global analyse bruker en større del av den uopprissede bøyestivheten. I dette eksempelet ville en bøyestivhet på omtrent $0,2 \cdot EI$ fungert, som er halvparten av bidraget som tas med i globale beregninger. Det vil mest sannsynlig være greit med et slikt estimat, da momentene ikke er veldig sensitive for endringen av bøyestivheten.

Det er som nevnt usikkert om alle hensyn som må tas, er medregnet i håndberegningene. For studenter eller nyutdannede med lite erfaring og referanser kan det være vanskelig å estimere bøyestivheten til en søyle. For erfarne kan det være en forenkling å kunne bestemme bøyestivheten basert på erfaringer, fremfor formlene gitt i EC2:2004 [5.8.7]. Til videre arbeid med EC2:2020 bør det være mulig å anslå en forenklet verdi for bøyestivheten til en enkeltstående søyle, slik det er gjort for globale analyser. Denne må kunne tilpasses ulike geometri og betongkvaliteter. En forenklet beregning vil gjøre at Eurokoden er bedre tilpasset hele brukergruppen.



Forutsetninger:

- Søylen lengde: $l=3000$ mm
- Aksiallast: $N_{Ed}=1500$ kN
- Armeringsmengde: $A_s=1252$ mm² (4Φ20)
- Endelig kryptall: $\varphi_{(\infty,t0)}=2,7$

Figur 11-9: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast

b·h [mm ²]	E [MPa]	EI [Nmm ²]		
		EC2:2004	Håndberegninger	Urisset
300·300	27000	3,39E+12	2,90E+12	1,52E+13
	35000	4,27E+12	3,55E+12	1,97E+13
	44000	3,94E+12	4,29E+12	2,48E+13
450·450	27000	1,15E+13	8,94E+12	7,69E+13
	35000	1,02E+13	1,12E+13	9,97E+13
	44000	9,76E+12	1,38E+13	1,25E+14
600·600	27000	2,07E+13	2,05E+13	2,43E+14
	35000	1,90E+13	2,60E+13	3,15E+14
	44000	1,84E+13	3,23E+13	3,96E+14

Tabell 11-2: Bøystivheten ved ulike tverrsnitt og elastisitetsmodul, beregnet etter 3 ulike metoder

b·h [mm ²]	E [MPa]	Faktor		
		EC2:2004	Håndberegninger	Urisset
300·300	27000	1,83	2,10	1,12
	35000	1,58	1,77	1,09
	44000	1,66	1,58	1,07
450·450	27000	1,17	1,22	1,02
	35000	1,19	1,17	1,02
	44000	1,20	1,14	1,01
600·600	27000	1,09	1,09	1,01
	35000	1,10	1,07	1,01
	44000	1,10	1,05	1,00

Tabell 11-3: Faktor for økning av moment beregnet med bøystivhetene gitt i tabell 11-2

11.2.2 Faktor for økning av moment

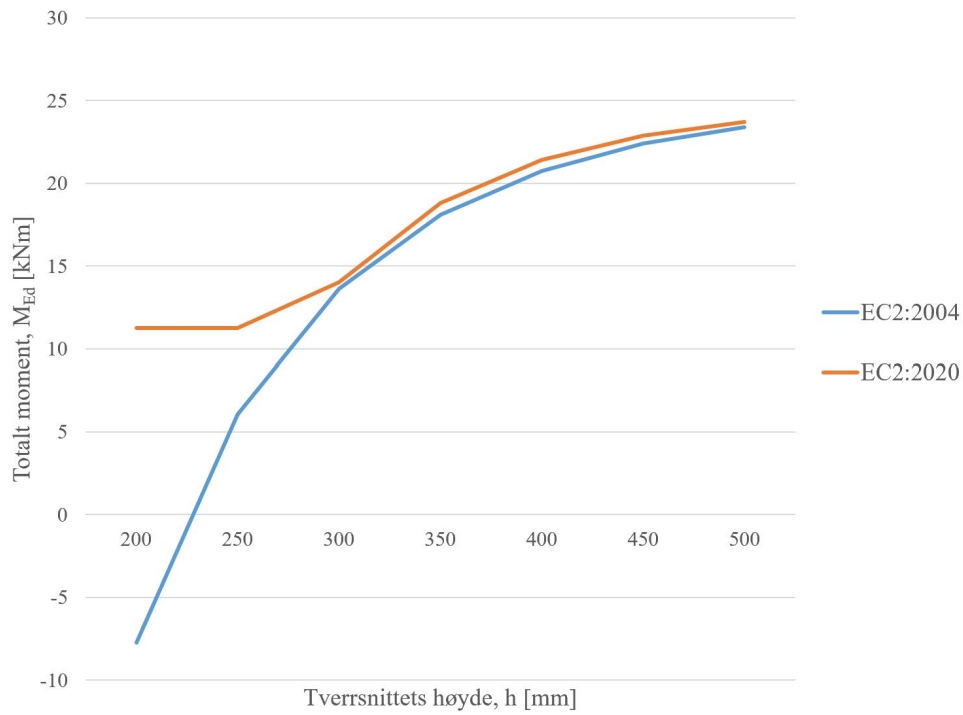
I EC2:2020 står det at bøyestivheten til en enkeltstående søyle kan bestemmes innenfor et bredt spekter. Det er derfor i dette eksempelet undersøkt hvordan faktoren for økning av moment vil variere ved ulike verdier av bøyestivheten. Det er benyttet ulike tverrsnittsareal, samt ulike verdier for elastisitetsmodulen.

Forutsetningen til dette eksempelet er vist i figur 11-9. Bøyestivheten er beregnet etter metoden gitt i EC2:2004 [5.8.7] og ved håndberegninger etter beskrivelse i EC2:2020, i tillegg til bøyestivheten til et urisset betongtverrsnitt. I urisset tilstand er annet arealmomentet beregnet med fullt tverrsnitt, etter formelen $I = \frac{1}{12} b \cdot h^3$, og med dimensjonerende elastisitetsmodul. Videre er faktoren for økningen av moment beregnet etter ligning (6.4.d).

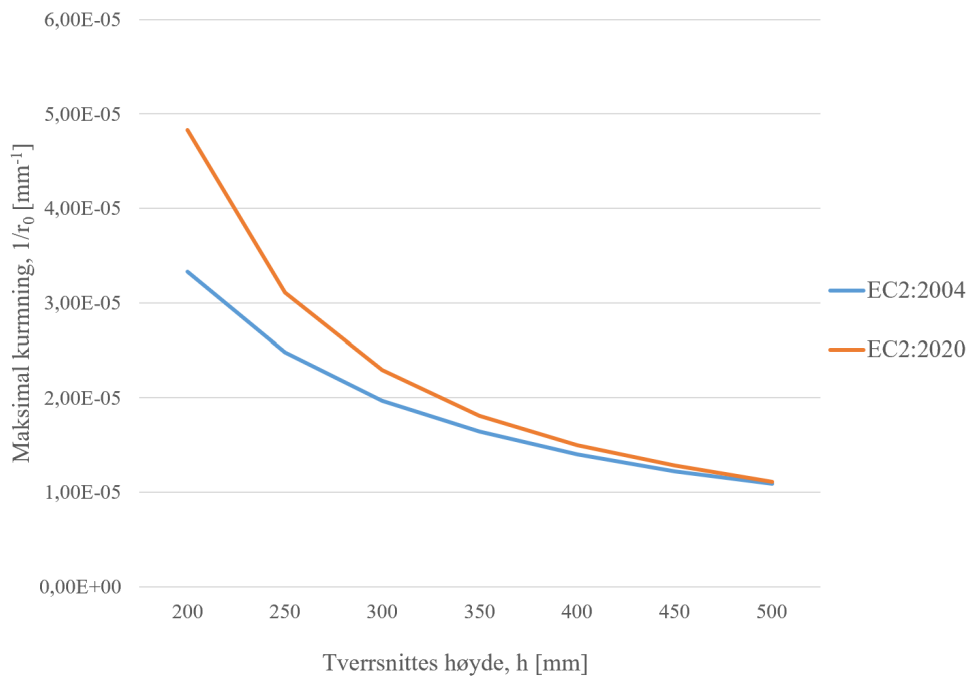
Tabell 11-2 viser de beregnede verdiene for EI. De laveste verdiene oppstår ved det minste tverrsnittsarealet, 300x300 mm². Metoden gitt i EC2:2004 gir lavest verdi av bøyestivheten når elastisitetsmodulen er høy, i motsetning til håndberegningen som gir lavest verdi ved små elastisitetsmoduler. Bøyestivheten beregnet med urisset betongtverrsnitt gir for alle tilfeller høyeste verdi. Det er størst avvik mellom EC2:2004 og håndberegningene ved det minste tverrsnittsarealet, 300x300 mm², og elastisitetsmodul lik 27000 MPa. Beregningene med urisset tverrsnitt avviker i størst grad fra de andre beregningene ved det største tverrsnittet, der det er beregnet en bøyestivhet over 20 ganger større enn ved de to andre metodene.

Bøyestivheten brukes til å beregne faktor for økning av moment, og resultatene av denne er gitt i tabell 11-3. Ettersom det er størst variasjon i bøyestivhetene beregnet for det største tverrsnittet, 600x600 mm², kan det tenkes at det er her det vil oppstå størst forskjell i faktoren for økning av moment. Dette viser seg å ikke stemme. Med dette tverrsnittet blir søylen betegnet som kort, og andre ordens effekter vil derfor ikke bli så store, selv med et bredt spekter av ulike verdier av bøyestivheter. Tverrsnittsarealet 450x450 mm² gir relativt like faktorer for økning av moment for beregningene etter EC2:2004 og håndberegning, og vil ha en tallverdi mellom 1,14-1,22. Beregningene med urisset tverrsnitt avviker en del, og faktoren er godt under 1,10. Dette vil gi andre ordens effekter mindre enn 10 % av første ordens moment, og søylen kan betegnes som kort. Resultatene i tabell 11-3 viser en større variasjon i faktoren for økning av moment for tverrsnittsarealet 300x300 mm², selv om det er her EC2:2004 og håndberegning gir likest resultater for bøyestivheten. Beregningene for det urissede tverrsnittet avviker fra de andre beregningene, og faktoren er omtrent 1,10. Det betyr at en veldig slank søyle får små andre ordens effekter, noe som virker urealistisk.

For en kort søyle er det i dette eksempelet vist at ulike verdier av bøyestivheten ikke påvirker faktoren for økningen av moment nevneverdig, og de ulike metodene ville gitt tilnærmet like resultat. Dette er ikke et interessant funn, da en ikke trenger å øke momentet for korte søyler. Det viser seg at slanke søyler er mer sensitive for ulike verdier av bøyestivheten. Desto slankere søylen er, desto mer varierer faktor for økning av moment med ulike verdier av bøyestivheten. Det kan derfor stilles spørsmål til hvorfor bøyestivheten ikke er mer regulert i EC2:2020.



Figur 11-10: Endring av totalt moment når tverrsnittshøyden varierer. $b=200$ mm



Figur 11-11: Endring av maksimal krumning når tverrsnittshøyden varierer. $b=200$ mm

11.3 Eksempel 9: Metode basert på nominell krumning

Formålet med dette eksempelet er å se nærmere på hvordan ulike parametere bestemmer det totale momentet, inkludert andre ordens effekter, ved bruk av metoden basert på nominell krumning. Forutsetningene til eksempelet er vist i figur 11-9. Fullstendig resultat er vist i vedlegg D.3.

Som nevnt i delkapittel 6.4 er definisjonen av den maksimale krumningen, $1/r_0$, endret fra EC2:2004 til EC2:2020. For å undersøke hvordan denne påvirker totalt moment er det her tatt for seg et eksempel der tverrsnittets høyde varierer, og resultatet er vist i figur 11-10. Tverrsnittets høyde varierer stegvis fra 200 mm til 500 mm, og bredden er konstant lik 200 mm. Det sees derfor på den sterke aksen til søylen. Det er i tillegg sett på endring av armeringsdiameteren, da denne parameteren inngår i beregningen av tverrsnittets effektive tykkelse. Dette vil derimot gi marginale forskjeller, og er derfor ikke tatt for seg i dette eksempelet.

Den største forskjellen i totalt moment er for $h=200$ mm og $h=250$ mm, se figur 11-10. Momentet beregnet etter EC2:2020 er størst for disse verdiene av h , og for høyere verdier av h nærmer det seg resultatene fra EC2:2004. Årsaken til dette er at EC2:2020 inkluderer flere snitt der maksimalt moment kan opptre. I tilfellene der totalt moment er størst beregnet etter EC2:2020 er det maksimale første ordens endemomentet større enn $M_{0Ed}+M_2$, som er det eneste alternativet beskrevet i EC2:2004. EC2:2004 viser seg å gi urealistiske verdier av dimensjonerende moment for søyler med lite tverrsnittsareal. Da er momentet negativt eller veldig lavt, i tillegg til at det blir mindre enn største første ordens endemoment, M_{02} . Den negative verdien av momentet ved $h=200$ mm kommer av at korreksjonsfaktoren K_r blir negativ, da aksialbelastningen er større en kapasiteten. Det er derimot heller ikke riktig å bruke momentet beregnet etter EC2:2020, da $n > n_u$ indikerer at søylens aksialkapasitet er overskredet, og materialbrudd har oppstått. I dette eksempelet må tverrsnittshøyden være større enn 281 mm for at K_r blir positiv. Dette vises i figur 11-10, da det er rundt $h=300$ mm grafene møtes.

Figur 11-11 viser maksimal krumning, $1/r_0$, for totalt moment vist i figur 11-10. Grafene følger samme paraboliske form som momentet, og også her er avviket størst ved $h=200$ mm. Årsaken til dette avviket kommer av en kombinasjon av tverrsnittshøyden, valgt armeringsdiameter og valgt overdekning. Som tidligere nevnt i delkapittel 6.4 er nevneren utledet fra $z=0,9 \cdot d$ i EC2:2004. Det vil gi et estimat av avstanden mellom lengdearmeringen på hver side av søylen. EC2:2020 har derimot definert den mer eksakt ved $d-d'$, som krever at man har bestemt nøyaktig plassering av lengdearmeringen på både trykk- og strekksiden. Generelt er forskjellen mellom EC2:2004 og EC2:2020 marginale ved metoden basert på nominell krumning, og endringen av definisjonen av maksimal krumning vil ikke utgjøre en stor forskjell i en dimensjonering.

DEL III – Konklusjon

12 Konklusjon

Denne oppgaven har tatt for seg forskjellene mellom EC2:2004 og EC2:2020. Hovedfokuset har vært slanke betongsøyler, og det er brukt litteratur- og parameterstudie til å belyse konsekvensene av endringene som er gjort. Det er lagt vekt på temaene slankhetskriterium, effektiv lengde, effektivt kryptall, geometriske avvik, første ordens moment og forenklete metoder til å bestemme andre ordens effekter.

Den synligste endringen er hvordan EC2:2020 organiserer innholdet, sammenlignet med EC2:2004. Det har vært et økt fokus på brukervennlighet, og det er forsøkt å samle formler, tekst og figurer som omhandler det samme temaet. For slanke søyler er dette gjort ved at det under kapittel 7 «Konstruksjonsanalyse» er et kort underkapittel angående andre ordens analyser, og det henvises videre til tillegg O der resterende informasjon er gitt. Dette virker ryddig, og i likhet med andre tema i standarden er en generell forklaring gitt i hovedkapittelet, mens en nærmere forklaring på hvordan det skal beregnes og kontrolleres er plassert i et tillegg.

For å bestemme om en søyle er slank benyttes slankhetskriterier. EC2:2004 åpner for nasjonale bestemmelser for dette, og Norge har valgt å bruke et normalisert slankhetskriterium fremfor et geometrisk som er gitt i Eurokoden. Det åpnes ikke for nasjonale bestemmelser i EC2:2020, og det må derfor også i Norge brukes et geometrisk slankhetskriterium. Beregningene i denne oppgaven viser at dette ikke vil utgjøre en stor forskjell i dimensjoneringen, men at søylen betegnes som slank ved en noe lavere armeringsmengde og betongkvalitet sammenlignet med beregninger etter NA:2018. Dette betyr at det etter Eurokoden ved flere anledninger må beregnes andre ordens effekter. EC2:2020 inkluderer også et forenklet slankhetskriterium. Dette er svært konservativt, og det vil hovedsakelig være en indikasjon på om nøyaktigere beregninger må gjøres.

Bestemmelse av effektiv lengde er relativt like i EC2:2004 og EC2:2020. Det er valgt å fjerne figur 5.7 i EC2:2004, som viser eksempler på effektive lengder for enkeltstående konstruksjonsdeler. Formlene for effektiv lengde for avstivede konstruksjonsdeler er identiske, men EC2:2020 gir en ny formel for ikke-avstivede konstruksjonsdeler. Beregninger i denne oppgaven viser at denne samsvarer bedre med eksakte resultater hentet fra Westerberg. Brukervennligheten er også økt, da beregningene etter EC2:2020 kun inneholder én formel, sammenlignet med EC2:2004 som har to.

Beregning av effektivt kryptall fremstår som noe forvirrende. Det har oppstått misforståelser når det kommer til bruk av bruksgrensetilstand og bruddgrensetilstand om hverandre, samt en usikkerhet om geometriske avvik skal inkluderes. EC2:2020 har fjernet presiseringen som var i EC2:2004 om at M_{0Eqp} skal være i bruksgrensetilstand. Det er nok tydelig for flere at en kvasipermanent lastkombinasjon tilhører bruksgrensetilstand, men en slik presisering kan være til hjelp for enkelte og tar ikke mye plass. EC2:2020 presiserer at kvasipermanent lastkombinasjon skal inkludere geometriske avvik, noe som er en god presisering da standarden ellers åpner for at dette er valgfritt i bruksgrensetilstand. Punktet i EC2:2004 som tillater at det kan sees bort ifra virkningen av kryp er fjernet i EC2:2020, noe som virker fornuftig da kravene sjeldent oppfylles.

Det har også vært usikkert hvordan første ordens moment bør beregnes, spesielt med tanke på inkludering av geometriske avvik. Eurokodene varierer noe i formuleringene av første ordens moment de ulike stedene dette er benyttet. Etter gjennomført litteraturstudie fremstår det klart at geometriske avvik alltid skal inkluderes i første ordens moment. Til videre utforming av EC2:2020 foreslås det en entydig og konsekvent forklaring av symboler. Eurokodene beskriver ikke hvordan geometriske avvik skal tas med i beregningene, men det fremstår mest korrekt å inkludere bidraget uniformt langs søylen. Selve beregningen av geometriske avvik er noe endret slik at den skal samsvare bedre med andre materialstandarder og kravene til utførelse. Dette vil gjøre dimensjoneringen av samvirkekonstruksjoner enklere.

Både EC2:2004 og EC2:2020 inkluderer tre ulike metoder for å beregne andre ordens effekter; generell metode, metode basert på nominell stivhet og metode basert på nominell krumning. Denne oppgaven har studert de to sistnevnte, og det viser seg at de ikke alltid får tilsvarende resultater. Metoden basert på nominell stivhet gir enkelte resultater som avviker fra andre resultater, og dette kommer av at aksialbelastningen av søylen overstiger eller nærmer seg den kritiske knekklasten. Disse store avvikene oppleves som en god indikasjon på at noe er galt, og er en fordel med denne metoden. Metoden basert på nominell krumning gir derimot ikke like tydelige indikasjoner, og resultatene kan virke normale selv om søylens kapasitet er overskredet.

Metoden basert på nominell stivhet er endret i EC2:2020, og det er valgt å fjerne fremgangsmetoden for å anslå den nominelle stivheten. EC2:2020 presiserer hvilke hensyn som må tas ved bestemmelse av den effektive stivheten, men ikke hvordan dette skal beregnes. Det anbefales derfor at standarden inkluderer en beregning eller forenkling som kan benyttes for å estimere den nominelle stivheten. Metoden basert på nominell krumning er stort sett lik i EC2:2004 og EC2:2020, men beregningen av maksimal krumning er noe endret. EC2:2020 inkluderer også en beskrivelse av ulike snitt der maksimalt moment kan oppstå, og dette fremstår som en god inkludering. Det virker kanskje noe unødvendig å inkludere to forenklete metoder for bestemmelse av andre ordens effekter, og det foreslås derfor at det kun inkluderes én.

Endringene som er gjort fra EC2:2004 til EC2:2020 fremstår i hovedsak som gode. Det er lyktes med å få en mer oversiktlig standard, og den er oppdatert på ny kunnskap som kan bidra til fremtidens dimensjonering. Samtidig er det enda forbedringspotensialer, og da spesielt bevisstheten rundt konsekvent og entydig symbolbruk.

12.1 Forslag til videre arbeid

Etttersom denne oppgaven er skrevet i en begrenset tidsperiode er det flere relevante beregninger og undersøkelser som kunne vært gjort. Noen forslag til dette er:

- Sammenligne resultatene i denne oppgaven opp mot eksakte resultater. Dette ville gitt en tydeligere indikasjon på hvor konservative resultatene er, eventuelt om enkelte formler ikke gir konservative resultater.
- Estimere en forenklet metode for å bestemme den nominelle stivheten til en enkeltstående søyle. Denne bør avhenge av tverrsnittsdimensjoner, armeringsmengde og betongkvalitet, men ellers være så enkel som mulig.
- Sammenligne EC2:2004 og EC2:2020 med tanke på globale andre ordens analyser.

Referanser

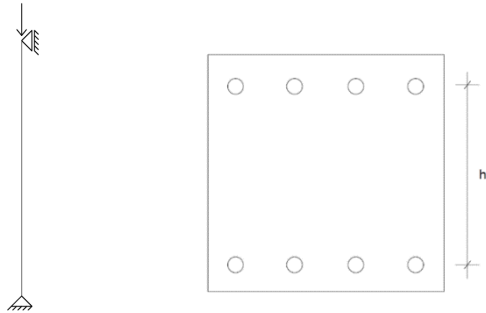
- [0] AF Gruppen. "Deichman Bjørvika." <https://afgruppen.no/prosjekter/bygg/nye-deichmanske-bibliotek/> (accessed 11.05.2021).
- [1] *Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner = Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings : Del 1-1 : Allmenne regler og regler for bygninger* (Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings). Lysaker: Standard Norge, 2018.
- [2] *prEN 1992-1-1 Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules - Rules for buildings, bridges and civil engineering structures*. CEN, 2020.
- [3] M. Strande. "Deichman Bjørvika regnes som en ingeniørbragd." https://www.tu.no/artikler/deichman-bjorvika-regnes-som-en-ingeniorbragd/456488?fbclid=IwAR3hlXm_B5RntvX0AdZbNkzhS3oBSUH4waMhvUU1k-8INwYkTKoHjWUta4c (accessed 10.05.2021).
- [4] A. W. Beeby and R. S. Narayanan, *Designers' guide to Eurocode 2 : design of concrete structures : designers' guide to EN1992-1-1 and EN1992-1-2 : Eurocode 2 : design of concrete structures, design of concrete structures, general rules and rules for buildings and structural fire design*, London: Thomas Telford, 2005.
- [5] K. Aas-Jakobsen, "Design of slender reinforced concrete frames," ed: Birkhäuser, 1973.
- [6] D. A. Fanella and C. International Code, *Reinforced concrete structures : analysis and design*. New York: McGraw-Hill, 2011.
- [7] P. Bhatt, T. J. MacGinley, and B. S. Choo, *Reinforced concrete design to Eurocodes : design theory and examples*, 4th ed. ed. Boca Raton, Fla: CRC Press, 2014.
- [8] B. K. T. h. Westerberg, *Second order effects in slender concrete structures : background to the rules in EC2*. Stockholm, 2004.
- [9] J. Helleland, *Reinforced concrete beams, columns and frames. Section and slender member analysis*. London: ISTE, 2013.
- [10] C. R. Hendy, D. A. Smith, and H. Gulvanessian, *Designers' Guide to EN 1992-2. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 2: Concrete bridges*. London: London: Thomas Telford Publishing, 2003.
- [11] J. Helleland, *On column slenderness limits* (Engineering structures). Mechanics Division, Dept. of Math., University of Oslo, 1999.
- [12] S. I. Sørensen, *Betongkonstruksjoner : beregning og dimensjonering etter Eurocode 2*, 2. utg., 3. oppl. ed. Bergen: Fagbokforl., 2017.
- [13] J. Helleland, *Lower slenderness limits for unbraced and transversely loaded braced r.c. compression members*, Oslo: University of Oslo, Department of Mathematics, Mechanics Division, 2002.
- [14] E. O'Brien, A. S. Dixon, and E. Sheils, *Reinforced and prestressed concrete design to EC2 : the complete process*, 2nd ed. ed. London: Spon Press, 2012.
- [15] J. Helleland, "Mechanics and effective lengths of columns with positive and negative end restraints," *Engineering structures*, vol. 29, no. 12, pp. 3464-3474, 2007, doi: 10.1016/j.engstruct.2007.08.021.
- [16] B. Westerberg, mailkorrespondanse, 27.04.21.
- [17] E. C. P. ASBL, "Eurocode 2 Commentary," *European Concrete Platform ASBL*, p. 168, 2008.
- [18] *Svenska betongföreningens handbok till Eurokod 2* (no. v. 1). Svenska betongföreningen, 2010.

- [19] J. Hellesland, "Evaluation of effective length formulas and applications in system instability analysis," *Engineering structures*, vol. 45, pp. 405-420, 2012, doi: 10.1016/j.engstruct.2012.06.028.
- [20] J. Hellesland, mailkorrespondanse, 12.04.21.
- [21] B. Westerberg, "Time-dependent effects in the analysis and design of slender concrete compression members," PhD dissertation, KTH, Stockholm, 2008.
- [22] *Eurokode : grunnlag for prosjektering av konstruksjoner = Eurocode : basis of structural design*, Lysaker: Standard Norge, 2008.
- [23] S. N. M. Wijte, "Background document to subsection 7.2.1 Geometrical imperfections," CEN/TC250/SC2/WG1/TG6 prEN 1992-1-1:D7, 2021.
- [24] *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner = Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings : Del 1-1 : Allmenne regler og regler for bygninger* (Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings). Lysaker: Standard Norge, 2008.
- [25] S. N. M. Wijte, mailkorrespondanse, 18.05.21.

Vedlegg

Vedlegg A.1

Eksempel 1: Slankhet for en fritt opplagt søyle



Forutsetninger

- Tverrsnitt: $b \cdot h = 400 \cdot 400 \text{ mm}^2$
- Søylen lengde: $l = 3000 \text{ mm}$
- Aksialbelastning: $N_{Ed} = 1500 \text{ kN}$
- Armeringsstørrelse: $\Phi = 16 \text{ mm}$
- Effektivt kryptall: $\varphi_{ef} = 1,09$

Figur: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast

Beskrivelse av parametere

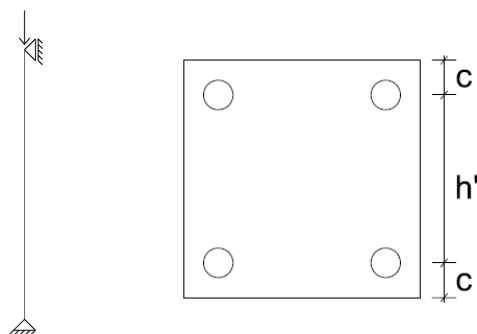
Beskrivelse	Forkortelse	Benevning	EC2:2004	EC2:2020	NA:2008
Armeringsareal	A_s	mm^2	5.8.3.1(1)	O.6(1)	
Betongtrykkfasthet	f_{ck}	MPa	Tabell 3.1		
Mekanisk armeringsforhold	ω		5.8.3.1(1)	O.6(1)	NA.5.8.3.1(1)
Relativ aksialkraft	n		5.8.3.1(1)	O.6(1)	NA.5.8.3.1(1)
Slankhetsforhold	λ		Formel (5.14)	Formel (O.8)	NA.5.8.3.1(1)
Slankhetskriterium	λ_{lim}		Formel (5.13N)	Formel (O.13)	
Normalisert slankhet	λ_n				NA.5.8.3.1(1)
Normalisert slankhetskriterium	$\lambda_{n,lim}$				Formel (NA. 5.13.aN)/ (NA. 5.13.bN)
Forenklet slankhetskriterium	$\lambda_{lim,simpl}$			Formel (O.12)	

Tabell med resultatene vist i figur 8-3:

	Tilfelle 1	Tilfelle 2	Tilfelle 3	Tilfelle 4	Tilfelle 5	Tilfelle 6	Tilfelle 7	Tilfelle 8	Tilfelle 9	Tilfelle 10	Tilfelle 11	Tilfelle 12	Tilfelle 13	Tilfelle 14
f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
A_s	2412	2412	2412	2412	2412	2412	2412	2412	2412	2412	2412	2412	2412	2412
ω	0,96	0,72	0,58	0,46	0,39	0,33	0,29	0,26	0,23	0,21	0,19	0,17	0,15	0,13
n	1,38	1,03	0,83	0,66	0,55	0,47	0,41	0,37	0,33	0,30	0,28	0,24	0,21	0,18
λ	26,0	26,0	26,0	26,0	26,0	26,0	26,0	26,0	26,0	26,0	26,0	26,0	26,0	26,0
λ_{lim}	16,8	17,7	18,6	19,6	20,6	21,6	22,5	23,4	24,2	25,0	25,8	27,3	28,8	30,1
λ_n	15,0	14,5	13,9	13,4	12,9	12,4	12,0	11,6	11,3	11,0	10,7	10,2	9,8	9,4
$\lambda_{n,lim}$	13,0	13,0	13,0	13,0	13,0	13,0	13,0	13,0	13,0	13,0	13,0	13,0	13,0	13,0
$\lambda_{lim,simpl}$	9,2	10,6	11,9	13,3	14,6	15,8	16,9	17,8	18,8	19,7	20,4	22,0	23,6	25,5

Vedlegg A.2

Eksempel 2: Slankhetsforhold ved varierende overdekning



Forutsetninger

- Tverrsnitt: $b \cdot h = 300 \cdot 300 \text{ mm}^2$
- Søylenes lengde: $l = 3000 \text{ mm}$
- Betongkvalitet: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$
- Armeringsstørrelse: $\Phi = 20 \text{ mm}$
- Relativ aksialkraft: $n = 0,4$
- Effektivt kryptall: $\varphi_{ef} = 1,0$
- Momentforhold: $r_m = 1,0$

Figur: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast

Beskrivelse av parametere

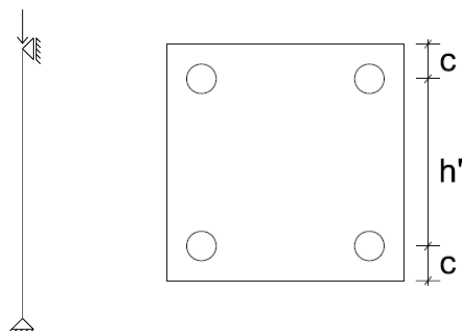
Beskrivelse	Forkortelse	Benevnning	EC2:2004	EC2:2020	NA:2008
Mekanisk armeringsforhold	ω		5.8.3.1(1)	O.6(1)	NA.5.8.3.1(1)
Relativ aksialkraft	n		5.8.3.1(1)	O.6(1)	NA.5.8.3.1(1)
Momentforhold	r_m		5.8.3.1(1)	O.6(1)	NA.5.8.3.1(1)
Avstand mellom tyngdepunktet til lengdearmeringen	h'	mm			
Slankhetsforhold	λ		Formel (5.14)	Formel (O.8)	NA.5.8.3.1(1)
Slankhetskriterium	λ_{lim}		Formel (5.13N)	Formel (O.13)	
Normalisert slankhet	λ_n				NA.5.8.3.1(1)
Normalisert slankhetskriterium	$\lambda_{n,lim}$				Formel (NA. 5.13.aN)/ (NA. 5.13.bN)
Forenklet slankhetskriterium	$\lambda_{lim,simpl}$			Formel (O.12)	

Fullstendig tabell av resultatet vist i tabell 8-1

		$\omega=0,1$						$\omega=0,25$						$\omega=0,5$					
<i>n</i>	<i>r_m</i>	EC2			NA			EC2			NA			EC2			NA		
		λ	λ_{lim}	$\frac{\lambda}{\lambda_{lim}}$	λ_n	$\lambda_{n,lim}$	$\frac{\lambda_n}{\lambda_{n,lim}}$	λ	λ_{lim}	$\frac{\lambda}{\lambda_{lim}}$	λ_n	$\lambda_{n,lim}$	$\frac{\lambda_n}{\lambda_{n,lim}}$	λ	λ_{lim}	$\frac{\lambda}{\lambda_{lim}}$	λ_n	$\lambda_{n,lim}$	$\frac{\lambda_n}{\lambda_{n,lim}}$
0,2	I	34,6	28,6	1,21	13,9	13,0	1,07	34,6	32,0	1,08	12,2	13,0	0,94	34,6	36,9	0,94	10,4	13,0	0,80
	0	34,6	69,4	0,50	13,9	26,0	0,54	34,6	77,6	0,45	12,2	26,0	0,47	34,6	89,6	0,39	10,4	26,0	0,40
	-0,9	34,6	106,1	0,33	13,9	37,7	0,37	34,6	118,7	0,29	12,2	37,7	0,32	34,6	137,0	0,25	10,4	37,7	0,28
0,4	I	34,6	20,2	1,71	19,7	13,0	1,51	34,6	22,6	1,53	17,3	13,0	1,33	34,6	26,1	1,33	14,8	13,0	1,14
	0	34,6	49,1	0,71	19,7	26,0	0,76	34,6	54,9	0,63	17,3	26,0	0,67	34,6	63,4	0,55	14,8	26,0	0,57
	-0,9	34,6	75,1	0,46	19,7	37,7	0,52	34,6	83,9	0,41	17,3	37,7	0,46	34,6	96,9	0,36	14,8	37,7	0,39
0,6	I	34,6	16,5	2,10	24,1	13,0	1,85	34,6	18,5	1,88	21,2	13,0	1,63	34,6	21,3	1,63	18,1	13,0	1,39
	0	34,6	40,1	0,86	24,1	26,0	0,93	34,6	44,8	0,77	21,2	26,0	0,82	34,6	51,7	0,67	18,1	26,0	0,70
	-0,9	34,6	61,3	0,57	24,1	37,7	0,64	34,6	68,5	0,51	21,2	37,7	0,56	34,6	79,1	0,44	18,1	37,7	0,48
0,8	I	34,6	14,3	2,42	27,8	13,0	2,14	34,6	16,0	2,17	24,5	13,0	1,88	34,6	18,5	1,88	20,9	13,0	1,61
	0	34,6	34,7	1,00	27,8	26,0	1,07	34,6	38,8	0,89	24,5	26,0	0,94	34,6	44,8	0,77	20,9	26,0	0,80
	-0,9	34,6	53,1	0,65	27,8	37,7	0,74	34,6	59,3	0,58	24,5	37,7	0,65	34,6	68,5	0,51	20,9	37,7	0,55
I	I	34,6	12,8	2,71	31,1	13,0	2,39	34,6	14,3	2,42	27,4	13,0	2,11	34,6	16,5	2,10	23,3	13,0	1,80
	0	34,6	31,0	1,12	31,1	26,0	1,20	34,6	34,7	1,00	27,4	26,0	1,05	34,6	40,1	0,86	23,3	26,0	0,90
	-0,9	34,6	47,5	0,73	31,1	37,7	0,82	34,6	53,1	0,65	27,4	37,7	0,73	34,6	61,3	0,57	23,3	37,7	0,62

Vedlegg A.3

Eksempel 3: Sammenligning av slankhetsforhold



Forutsetninger

- Tverrsnitt: $b \cdot h = 300 \cdot 300 \text{ mm}^2$
- Søyrens lengde: $l = 3000 \text{ mm}$
- Betongkvalitet: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$
- Armeringsstørrelse: $\Phi = 20 \text{ mm}$
- Relativ aksialkraft: $n = 0,4$
- Effektivt kryptall: $\varphi_{ef} = 1,0$
- Momentforhold: $r_m = 1,0$

Figur: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast

Beskrivelse av parametere

Beskrivelse	Forkortelse	Benevning	EC2:2004	EC2:2020	NA:2008
Effektivt kryptall	φ_{ef}		Formel (5.19)	Formel (7.26)	
Relativ aksialkraft	n		5.8.3.1(1)	O.6(1)	NA.5.8.3.1(1)
Momentforhold	r_m		5.8.3.1(1)	O.6(1)	NA.5.8.3.1(1)
Slankhetsforhold	λ		Formel (5.14)	Formel (O.8)	NA.5.8.3.1(1)
Slankhetskriterium	λ_{lim}		Formel (5.13N)	Formel (O.13)	
Normalisert slankhet	λ_n				NA.5.8.3.1(1)
Normalisert slankhetskriterium	$\lambda_{n,lim}$				Formel (NA. 5.13.aN)/ (NA. 5.13.bN)

		$\varphi_{\text{eff}}=2$						$\varphi_{\text{eff}}=3$					
n	r_m	EC2			NA			EC2			NA		
		λ	λ_{lim}	$\frac{\lambda}{\lambda_{lim}}$	λ_n	$\lambda_{n,lim}$	$\frac{\lambda_n}{\lambda_{n,lim}}$	λ	λ_{lim}	$\frac{\lambda}{\lambda_{lim}}$	λ_n	$\lambda_{n,lim}$	$\frac{\lambda_n}{\lambda_{n,lim}}$
0,2	1	34,6	29,3	1,18	11,4	11,6	0,98	34,6	25,6	1,35	11,4	10,2	1,12
	0	34,6	71,0	0,49	11,4	23,2	0,49	34,6	62,2	0,56	11,4	20,3	0,56
	-0,9	34,6	108,7	0,32	11,4	33,7	0,34	34,6	95,1	0,36	11,4	29,5	0,39
0,5	1	34,6	18,5	1,87	18,0	11,6	1,55	34,6	16,2	2,14	18,0	10,2	1,77
	0,5	34,6	31,7	1,09	18,0	17,4	1,03	34,6	27,8	1,25	18,0	15,2	1,18
	0	34,6	44,9	0,77	18,0	23,2	0,77	34,6	39,3	0,88	18,0	20,3	0,89
1	-0,5	34,6	58,2	0,60	18,0	29,0	0,62	34,6	50,9	0,68	18,0	25,4	0,71
	-0,9	34,6	68,7	0,50	18,0	33,7	0,53	34,6	60,1	0,58	18,0	29,5	0,61
	1	34,6	13,1	2,65	25,4	11,6	2,19	34,6	11,5	3,03	25,4	10,2	2,50
1,2	0	34,6	31,8	1,09	25,4	23,2	1,10	34,6	27,8	1,25	25,4	20,3	1,25
	-0,9	34,6	48,6	0,71	25,4	33,7	0,76	34,6	42,5	0,81	25,4	29,5	0,86
	1	34,6	11,9	2,90	27,9	11,6	2,40	34,6	10,5	3,31	27,9	10,2	2,74
1,2	0	34,6	29,0	1,19	27,9	23,2	1,20	34,6	25,4	1,36	27,9	20,3	1,37
	-0,9	34,6	44,4	0,78	27,9	33,7	0,83	34,6	38,8	0,89	27,9	29,5	0,95

Flere utvalg av tabellene slik som tabellene 8-3, 8-4 og 8-5

Innvirkning av kryp på slankhetsforholdet. Velger $n = 0,5$

r_m	λ/λ_{lim}		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]	$\lambda_n/\lambda_{n,lim}$		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]
	$\varphi_{ef}=0$	$\varphi_{ef}=3$		$\varphi_{ef}=0$	$\varphi_{ef}=3$	
1	1,34	2,14	60	1,38	1,77	28
0	0,55	0,88		0,69	0,89	
-0,9	0,36	0,58		0,48	0,61	

Innvirkning av kryp på slankhetsforholdet. Velger $n = 1$

r_m	λ/λ_{lim}		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]	$\lambda_n/\lambda_{n,lim}$		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]
	$\varphi_{ef}=0$	$\varphi_{ef}=3$		$\varphi_{ef}=0$	$\varphi_{ef}=3$	
1	1,89	3,03	0,6	1,96	2,5	0,28
0	0,78	1,25		0,98	1,25	
-0,9	0,51	0,81		0,67	0,86	

Innvirkning av kryp stegvis fra $\varphi_{ef}=0$ til $\varphi_{ef}=3$ på slankhetsforholdet. Velger $n = 0,5$

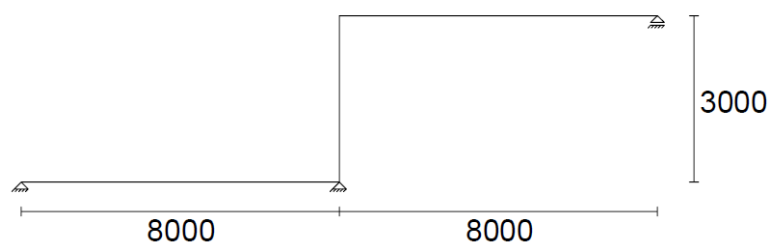
r_m	λ/λ_{lim}		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]	$\lambda_n/\lambda_{n,lim}$		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]
	$\varphi_{ef}=0$	$\varphi_{ef}=1$		$\varphi_{ef}=0$	$\varphi_{ef}=1$	
1	1,34	1,6	19	1,38	1,38	0
0	0,55	0,66		0,69	0,69	
-0,9	0,36	0,43		0,48	0,48	

r_m	λ/λ_{lim}		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]	$\lambda_n/\lambda_{n,lim}$		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]
	$\varphi_{ef}=1$	$\varphi_{ef}=2$		$\varphi_{ef}=1$	$\varphi_{ef}=2$	
1	1,6	1,87	17	1,38	1,55	11
0	0,66	0,77		0,69	0,77	
-0,9	0,43	0,5		0,48	0,53	

r_m	λ/λ_{lim}		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]	$\lambda_n/\lambda_{n,lim}$		Gjennomsnittlig økning av slankhet [%]
	$\varphi_{ef}=2$	$\varphi_{ef}=3$		$\varphi_{ef}=2$	$\varphi_{ef}=3$	
1	1,87	2,14	15	1,55	1,77	15
0	0,77	0,88		0,77	0,89	
-0,9	0,5	0,58		0,53	0,61	

Vedlegg B.1

Eksempel 4: Normale verdier av relativ rotasjonsfleksibilitet



Forutsetninger:

- Randbetingelse g)
(Ikke-avstivet søyle)
- Søylens tverrsnitt:
 $b \cdot h = 300 \cdot 300 \text{ mm}^2$
- Betongkvalitet: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

Figur: Rammekonstruksjon med en ikke-avstivet søyle

Beskrivelse av parametere

Beskrivelse	Forkortelse	Benevning	EC2:2004	EC2:2020	NA:2008
Effektiv lengde (Ikke-avstivede konstruksjonsdel)	l_0	mm	Formel (5.16)	Formel (O.10)	
Rotasjonsfleksibilitet	k / f_r		5.8.3.2(3)	O.5(3)	

Fullstendig tabell av resultatet vist i tabell 9-1

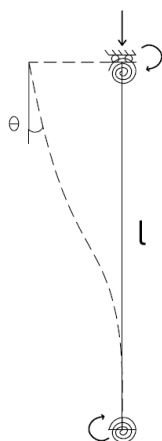
Lengde [mm]	Rand- betingelse	$b \cdot h$ [mm ²]							
		150·200	150·300	250·300	250·400	300·400	300·500	400·500	
5000	<i>a</i>	3,75	1,11	0,67	0,28	0,23	0,12	0,09	
	<i>b</i>	1,88	0,56	0,33	0,14	0,12	0,06	0,05	
	<i>c</i>	5,63	1,67	1,00	0,42	0,35	0,18	0,14	
	<i>d</i>	2,81	0,83	0,50	0,21	0,18	0,09	0,07	
8000	<i>a</i>	6,00	1,78	1,07	0,45	0,38	0,19	0,14	
	<i>b</i>	3,00	0,89	0,53	0,23	0,19	0,10	0,07	
	<i>c</i>	9,00	2,67	1,60	0,68	0,56	0,29	0,22	
	<i>d</i>	4,50	1,33	0,80	0,34	0,28	0,14	0,11	
10000	<i>a</i>	7,50	2,22	1,33	0,56	0,47	0,24	0,18	
	<i>b</i>	3,75	1,11	0,67	0,28	0,23	0,12	0,09	
	<i>c</i>	11,25	3,33	2,00	0,84	0,70	0,36	0,27	
	<i>d</i>	5,63	1,67	1,00	0,42	0,35	0,18	0,14	
12000	<i>a</i>	9,00	2,67	1,60	0,68	0,56	0,29	0,22	
	<i>b</i>	4,50	1,33	0,80	0,34	0,28	0,14	0,11	
	<i>c</i>	13,50	4,00	2,40	1,01	0,84	0,43	0,32	
	<i>d</i>	6,75	2,00	1,20	0,51	0,42	0,22	0,16	

Fullstendig tabell av resultatet vist i tabell 9-2

		EC2:2004	EC2:2020	
k_1	k_2	l_0 [mm]	l_0 [mm]	differanse
9	9	20347	19945	-402
1,067		9739	10320	581
0,889		9045	9758	713
0,563		7753	8579	826
0,288		6975	7370	395
0,108		6256	6414	158
9		1,067	9739	10320
1,067	7551		7423	-128
0,889	7256		7144	-112
0,563	6494		6508	14
0,288	5566		5781	215
0,108	4994		5152	158
9	0,889		9045	9758
1,067		7256	7144	-112
0,889		7000	6885	-115
0,563		6326	6228	-98
0,288		5398	5599	201
0,108		4842	4998	156
9		0,563	7753	8579
1,067	6494		6508	14
0,889	6326		6228	-98
0,563	5860		5772	-88
0,288	5114		5163	49
0,108	4478		4620	142
9	0,288		6975	7370
1,067		5566	5781	215
0,889		5398	5599	201
0,563		5114	5163	49
0,288		4686	4631	-55
0,108		4029	4145	116
9		0,108	6256	6414
1,067	4994		5152	158
0,889	4842		4998	156
0,563	4478		4620	142
0,288	4029		4145	116
0,108	3723		3697	-26

Vedlegg B.2

Eksempel 5: Effektiv lengde for ikke-avstivede konstruksjonsdeler



Forutsetninger:

- Ikke-avstivet konstruksjonsdel
- Søyrens lengde: $l=3000$ mm

Figur: Ikke-avstivet konstruksjonsdel

Beskrivelse av parametere

Beskrivelse	Forkortelse	Benevning	EC2:2004	EC2:2020	NA:2008
Effektiv lengde (Ikke-avstivede konstruksjonsdel)	l_0	mm	Formel (5.16)	Formel (O.10)	
Rotasjonsfleksibilitet	k / f_r		5.8.3.2(3)	O.5(3)	

Tabell med resultatene vist i figur 9-3

		EC2:2004		EC2:2020	
k_1	k_2	l_0	l_0/l	l_0	l_0/l
0,001	∞	6006	2,0	6007	2,0
0,01		6059	2,0	6072	2,0
0,1		6545	2,2	6681	2,2
1		9950	3,3	11063	3,7
10		30150	10,1	30000	10,0
100		94916	31,6	93145	31,0
0,001		1000	6003	2,0	6005
0,01	6056		2,0	6069	2,0
0,1	6542		2,2	6678	2,2
1	9945		3,3	11053	3,7
10	30001		10,0	29839	9,9
100	90503		30,2	88778	29,6
0,001	3		5255	1,8	5354
0,01		5302	1,8	5405	1,8
0,1		5727	1,9	5888	2,0
1		8746	2,9	8892	3,0
10		14720	4,9	14683	4,9
100		16466	5,5	16862	5,6
∞		16703	5,6	17181	5,7
0,001		1	4504	1,5	4641
0,01	4545		1,5	4683	1,6
0,1	4909		1,6	5066	1,7
1	7348		2,4	7225	2,4
10	9530		3,2	10196	3,4
100	9905		3,3	10964	3,7
∞	9950		3,3	11063	3,7
0,001	0,4		3861	1,3	3927
0,01		3895	1,3	4012	1,3
0,1		4208	1,4	4336	1,4
1		5892	2,0	6034	2,0
10		7364	2,5	7937	2,6
100		7676	2,6	8349	2,8
∞		7714	2,6	8400	2,8
0,001		0,2	3503	1,2	3584
0,01	3535		1,2	3618	1,2
0,1	3873		1,3	3919	1,3
1	5250		1,8	5433	1,8
10	6682		2,2	6957	2,3
100	6965		2,3	7262	2,4
∞	7000		2,3	7299	2,4
0,001	0,1		3276	1,1	3325
0,01		3305	1,1	3357	1,1
0,1		3674	1,2	3650	1,2
1		4909	1,6	5066	1,7
10		6248	2,1	6396	2,1
100		6513	2,2	6650	2,2
∞		6545	2,2	6681	2,2

Vedlegg C

Eksempel 6: Ulike definisjoner av effektivt kryptall



Forutsetninger:

- Tverrsnitt: $b \cdot h = 300 \cdot 300 \text{ mm}^2$
- Søylen lengde: $l = 3000 \text{ mm}$
- Betongkvalitet: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ og $E_{cm} = 33000 \text{ MPa}$
- Geometrisk avvik: $e_i = 7,5 \text{ mm}$
- Endelig kryptall: $\varphi_{(\infty, t_0)} = 2,7$
- Langtidslast: $\Psi_2 = 0,6$ (60 % av total last)

Figur: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast

Beskrivelse av parametere

Beskrivelse	Forkortelse	Benevning	EC2:2004	EC2:2020	NA:2008
Effektivt kryptall	φ_{ef}		Formel (5.19)	Formel (7.26)	
Første ordens bøyemoment for kombinasjonen tilnærmet permanent last	M_{0Eqp}	kNm	5.8.4(2)	7.4.2(2)	
Første ordens bøyemoment for dimensjonerende lastkombinasjons	M_{0Ed}	kNm	5.8.4(2)	7.4.2(2)	

Beregning av påførte laster gitt i tabell 10-1

Karakteristisk langtids aksiallast:

$$N_{k,L} = \psi_2 \cdot N_k = 0,6 \cdot 1000 \text{ kN} = 600 \text{ kN}$$

Dimensjonerende aksiallast:

$$N_{Ed} = 1,5 \cdot N_k = 1,5 \cdot 1000 \text{ kN} = 1500 \text{ kN}$$

Dimensjonerende langtids aksiallast:

$$N_{Ed,L} = \psi_2 \cdot N_{Ed} = 0,6 \cdot 1500 \text{ kN} = 900 \text{ kN}$$

Dimensjonerende vindlast:

$$q_{Ed,vind} = 1,5 \cdot q_{k,vind} = 1,5 \cdot 5 \text{ kN/m} = 7,5 \text{ kN/m}$$

Dimensjonerende langtids nyttelast:

$$p_{Ed,L} = 1,5 \cdot p_{k,L} = 1,5 \cdot 3 \text{ kN/m} = 4,5 \text{ kN/m}$$

Beregning av moment tilhørende tabell 10-2

Lasttilfelle 1

$$M_{0Ed}(ULS) = N_{Ed} \cdot e_i = 1500 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} = 11,25 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = 0$$

$$M_{0Eqp}(ULS) = N_{Ed,L} \cdot e_i = 900 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} = 6,75 \text{ kNm}$$

Lasttilfelle 2

$$M_{0Ed}(ULS) = N_{Ed} \cdot e_i + \frac{q_{Ed,vind} \cdot l^2}{8} = 1500 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} + \frac{7,5 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 19,69 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = 0$$

$$M_{0Eqp}(ULS) = N_{Ed,L} \cdot e_i = 900 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} = 6,75 \text{ kNm}$$

Lasttilfelle 3

$$M_{0Ed}(ULS) = N_{Ed} \cdot e_i + \frac{p_{Ed,L} \cdot l^2}{8} = 1500 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} + \frac{4,5 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 16,31 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = \frac{p_{k,L} \cdot l^2}{8} = \frac{3 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 3,38 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(ULS) = N_{Ed,L} \cdot e_i + \frac{4,5 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 11,81 \text{ kNm}$$

Lasttilfelle 4

$$\begin{aligned} M_{0Ed}(ULS) &= N_{Ed} \cdot e_i + \frac{p_{Ed,L} \cdot l^2}{8} + \frac{q_{Ed,vind} \cdot l^2}{8} \\ &= 1500 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} + \frac{4,5 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} + \frac{7,5 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 24,75 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = \frac{p_{k,L} \cdot l^2}{8} = \frac{3 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 3,38 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(ULS) = N_{Ed,L} \cdot e_i + \frac{4,5 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 11,81 \text{ kNm}$$

Beregning av moment tilhørende tabell 10-3

Lasttilfelle 1

$$M_{0Ed}(ULS) = N_{Ed} \cdot e_i = 1500 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} = 11,25 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = 0$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = N_{k,L} \cdot e_i = 600 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} = 4,5 \text{ kNm}$$

Lasttilfelle 2

$$M_{0Ed}(ULS) = N_{Ed} \cdot e_i + \frac{q_{Ed,vind} \cdot l^2}{8} = 1500 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} + \frac{7,5 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 19,69 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = 0$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = N_{Ed,L} \cdot e_i = 600 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} = 4,5 \text{ kNm}$$

Lasttilfelle 3

$$M_{0Ed}(ULS) = N_{Ed} \cdot e_i + \frac{p_{Ed,L} \cdot l^2}{8} = 1500 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} + \frac{4,5 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 16,31 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = \frac{p_{k,L} \cdot l^2}{8} = \frac{3 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 3,38 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = N_{Ed,L} \cdot e_i + \frac{p_{k,L} \cdot l^2}{8} = 600 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} + \frac{3 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 7,88 \text{ kNm}$$

Lasttilfelle 4

$$\begin{aligned} M_{0Ed}(ULS) &= N_{Ed} \cdot e_i + \frac{p_{Ed,L} \cdot l^2}{8} + \frac{q_{Ed,vind} \cdot l^2}{8} \\ &= 1500 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} + \frac{4,5 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} + \frac{7,5 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 24,75 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = \frac{p_{k,L} \cdot l^2}{8} = \frac{3 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 3,38 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = N_{Ed,L} \cdot e_i + \frac{p_{k,L} \cdot l^2}{8} = 600 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} + \frac{3 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 7,88 \text{ kNm}$$

Beregning av moment tilhørende tabell 10-4

Lasttilfelle 1

$$M_{0Ed}(SLS) = N_k \cdot e_i = 1000 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} = 7,5 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = 0$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = N_{k,L} \cdot e_i = 600 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} = 4,5 \text{ kNm}$$

Lasttilfelle 2

$$M_{0Ed}(SLS) = N_k \cdot e_i + \frac{q_{k,vind} \cdot l^2}{8} = 1000 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} + \frac{5 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 13,13 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = 0$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = N_{Ed,L} \cdot e_i = 600 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} = 4,5 \text{ kNm}$$

Lasttilfelle 3

$$M_{0Ed}(SLS) = N_k \cdot e_i + \frac{p_{k,L} \cdot l^2}{8} = 1000 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} + \frac{3 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 10,88 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = \frac{p_{k,L} \cdot l^2}{8} = \frac{3 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 3,38 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = N_{Ed,L} \cdot e_i + \frac{p_{k,L} \cdot l^2}{8} = 600 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} + \frac{3 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 7,88 \text{ kNm}$$

Lasttilfelle 4

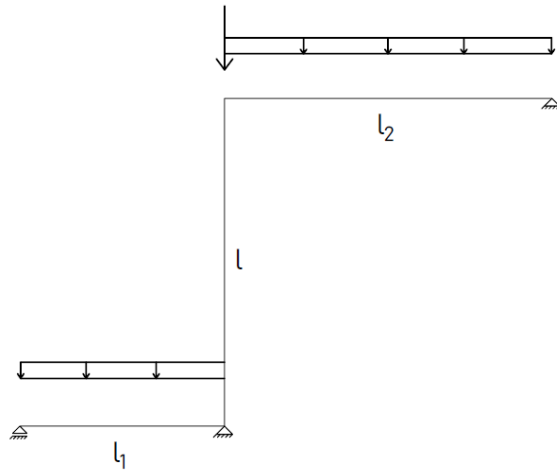
$$\begin{aligned} M_{0Ed}(SLS) &= N_k \cdot e_i + \frac{p_{k,L} \cdot l^2}{8} + \frac{q_{k,vind} \cdot l^2}{8} \\ &= 1000 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} + \frac{3 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} + \frac{3 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 16,5 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = \frac{p_{k,L} \cdot l^2}{8} = \frac{3 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 3,38 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp}(SLS) = N_{Ed,L} \cdot e_i + \frac{p_{k,L} \cdot l^2}{8} = 600 \text{ kN} \cdot 0,0075 \text{ m} + \frac{3 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8} = 7,88 \text{ kNm}$$

Vedlegg D.1

Eksempel 7: Sammenligning av de forenklete metodene



Forutsetninger

Søyle:

- Tverrsnitt: $b \cdot h = 400 \cdot 400 \text{ mm}^2$
- Lengde: $l = 8000 \text{ mm}$
- Randbetingelse f)
- Avstivet konstruksjonsdel
- Betongkvalitet: $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$ og $E_{cm} = 36000 \text{ MPa}$
- Moment: $M_{\min} = 22 \text{ kNm}$ og $M_{\max} = 100 \text{ kNm}$
- Armeringsplassering: $h' = 0,8 \cdot h$

Tilstøtende konstruksjon:

- Tverrsnitt: $b \cdot h = 400 \cdot 500 \text{ mm}^2$
- Lengde bjelke 1: $l_1 = 5000 \text{ mm}$
- Lengde bjelke 2: $l_2 = 8000 \text{ mm}$

Figur: Rammekonstruksjon med en avstivet søyle

Beskrivelse av parametere

Beskrivelse	Forkortelse	Benevning	EC2:2004	EC2:2020	NA:2008
Relativ aksialkraft	n		5.8.3.1(1)	O.6(1)	NA.5.8.3.1(1)
Mekanisk armeringsforhold	ω		5.8.3.1(1)	O.6(1)	NA.5.8.3.1(1)
Effektivt kryptall	φ_{ef}		Formel (5.19)	Formel (7.26)	
Totalt moment (Stivhetsmetoden)	M_{Ed}	kNm	Formel (5.28)	Formel (O.25)	
Totalt moment (Krumningsmetoden)	M_{Ed}	kNm	Formel (5.31)	Formel (O.14)	

Fullstendig tabell av resultatet vist i tabell 11-1, samt tilhørende resultater til figur 11-2 og 11-3

		M_{Ed} [kNm]											
		$\varphi_{ef}=0,3$						$\varphi_{ef}=0,5$					
		EC2:2004			EC2:2020/Håndberegning			EC2:2004			EC2:2020/Håndberegning		
n	ω	Stivhet	Krumning	Stivhet	Krumning	Stivhet	Krumning	Stivhet	Krumning	Stivhet	Krumning		
0,4	0,1	143	161	94	162	150	165	95	166				
	0,25	117	161	94	162	119	165	95	166				
	0,5	105	161	93	162	106	165	94	166				
	0,7	101	161	93	162	101	165	93	166				
0,5	0,1	158	171	103	172	168	176	104	177				
	0,25	130	174	102	175	133	178	103	179				
	0,5	115	176	101	177	115	181	102	182				
	0,7	109	177	100	178	110	182	101	183				
0,8	0,1	203	171	134	172	222	174	138	175				
	0,25	167	186	131	187	173	190	135	191				
	0,5	144	201	128	202	147	206	131	207				
	0,7	136	209	126	210	137	215	129	216				
I	0,1	274	145	161	150	314	146	169	150				
	0,25	207	172	156	173	219	175	164	176				
	0,5	170	201	151	202	174	206	157	207				
	0,7	158	217	147	218	160	222	152	223				

		M_{Ed} [kNm]											
		φ_{ef}=1,0						φ_{ef}=2,0					
		<i>EC2:2004</i>			<i>EC2:2020/Håndberegning</i>			<i>EC2:2004</i>			<i>EC2:2020/Håndberegning</i>		
<i>n</i>	<i>ω</i>	<i>Stivhet</i>	<i>Krumning</i>	<i>Stivhet</i>	<i>Krumning</i>	<i>Stivhet</i>	<i>Krumning</i>	<i>Stivhet</i>	<i>Krumning</i>	<i>Stivhet</i>	<i>Krumning</i>	<i>Stivhet</i>	<i>Krumning</i>
<i>0,4</i>	<i>0,1</i>	167	175	98	176	199	194	102	195	199	194	102	195
	<i>0,25</i>	123	175	97	176	128	194	101	195	128	194	101	195
	<i>0,5</i>	107	175	96	176	108	194	99	195	108	194	99	195
	<i>0,7</i>	102	175	95	176	102	194	98	195	102	194	98	195
<i>0,5</i>	<i>0,1</i>	194	186	108	187	247	207	116	208	247	207	116	208
	<i>0,25</i>	139	189	107	190	147	210	114	211	147	210	114	211
	<i>0,5</i>	117	192	105	193	119	213	111	215	119	213	111	215
	<i>0,7</i>	111	193	104	194	112	215	109	217	112	215	109	217
<i>0,8</i>	<i>0,1</i>	279	183	151	184	450	199	184	200	450	199	184	200
	<i>0,25</i>	189	200	146	201	213	220	174	222	213	220	174	222
	<i>0,5</i>	151	218	141	220	157	243	163	245	157	243	163	245
	<i>0,7</i>	140	228	137	229	143	255	156	257	143	255	156	257
<i>1</i>	<i>0,1</i>	457	150	195	150	1388	157	272	157	1388	157	272	157
	<i>0,25</i>	247	182	185	183	295	197	246	197	295	197	246	197
	<i>0,5</i>	182	217	174	218	191	239	220	240	191	239	220	240
	<i>0,7</i>	164	235	167	236	168	261	205	263	168	261	205	263

Vedlegg D.2

Eksempel 8: Metode basert på nominell stivhet



Forutsetninger:

- Tverrsnitt: $b \cdot h = 300 \cdot 300 \text{ mm}^2$
- Søylen lengde: $l = 3000 \text{ mm}$
- Geometrisk avvik: $e_i = 7,5 \text{ mm}$
- Endelig kryptall: $\varphi_{(\infty, t_0)} = 2,7$

Figur: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast

Beskrivelse av parametere

Beskrivelse	Forkortelse	Benevning	EC2:2004	EC2:2020	NA:2008
Samlede armeringsareal av lengdearmeringer	A_s	mm^2	5.8.3.1(1)	O.6(1)	
Betongtrykkfasthet	f_{ck}	MPa	Tabell 3.1		
Relativ aksialkraft	n		5.8.3.1(1)	O.6(1)	NA.5.8.3.1(1)
Faktor avhengig av betongens fasthetsklasse	k_1	MPa	Formel (5.23)		
Faktor avhengig av aksialkraft og slankhet	k_2		Formel (5.24)		
Faktor avhengig av opprissing, kryp osv.	K_C		Formel (5.22)		
Bøvestivhet	EI	Nmm^2	Formel (5.21)	O.8(5)	
Totalt moment	M_{Ed}	kNm	Formel (5.28)	Formel (O.25)	

Beskrivelse av «forhold»

$$\text{Forhold (EC2: 2004)} = \frac{EI \text{ (EC2:2004)}}{EI \text{ (Uopprisset)}}$$

$$\text{Forhold (Opprisset)} = \frac{EI \text{ (Opprisset)}}{EI \text{ (Uopprisset)}}$$

Tabell med resultatene vist i figur 11-5 og 11-7

	Tilfelle 1	Tilfelle 2	Tilfelle 3	Tilfelle 4	Tilfelle 5	Tilfelle 6	Tilfelle 7	Tilfelle 8	Tilfelle 9	Tilfelle 10	Tilfelle 11	Tilfelle 12	Tilfelle 13	Tilfelle 14
f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
E_{cm}	27000	29000	30000	31000	33000	34000	35000	36000	37000	38000	39000	41000	42000	44000
n	2,45	1,84	1,47	1,18	0,98	0,84	0,74	0,65	0,59	0,53	0,49	0,42	0,37	0,33
k_1	0,775	0,894	1	1,118	1,225	1,323	1,414	1,5	1,581	1,658	1,732	1,871	2	2,121
k_2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,171	0,15	0,133	0,12	0,109	0,1	0,086	0,075	0,067
K_C	0,074	0,086	0,096	0,108	0,118	0,109	0,102	0,096	0,091	0,087	0,083	0,077	0,072	0,068
EI (uoppriisset)	1,52E+13	1,63E+13	1,69E+13	1,74E+13	1,86E+13	1,91E+13	1,97E+13	2,03E+13	2,08E+13	2,14E+13	2,19E+13	2,31E+13	2,36E+13	2,48E+13
EI (EC2:2004)	3,39E+12	3,66E+12	3,88E+12	4,13E+12	4,44E+12	4,34E+12	4,27E+12	4,20E+12	4,15E+12	4,12E+12	4,08E+12	4,04E+12	3,96E+12	3,94E+12
EI (EC2:2020)	4,86E+12	5,21E+12	5,40E+12	5,59E+12	5,94E+12	6,13E+12	6,21E+12	6,48E+12	6,67E+12	6,83E+12	7,02E+12	7,37E+12	7,56E+12	7,91E+12
EI (oppriisset)	2,90E+12	3,07E+12	3,16E+12	3,20E+12	3,38E+12	3,46E+12	3,55E+12	3,63E+12	3,71E+12	3,78E+12	3,85E+12	4,03E+12	4,11E+12	4,29E+12
Forhold (EC2:2004)	0,22	0,22	0,23	0,24	0,24	0,23	0,22	0,21	0,20	0,19	0,19	0,18	0,17	0,16
Forhold (oppriisset)	0,19	0,19	0,19	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18	0,17	0,17	0,17
M_{Ed} (EC2:2004)	20,63	19,52	18,8	18,12	17,42	17,64	17,8	17,94	18,06	18,15	18,24	18,36	18,57	18,62
M_{Ed} (EC2:2020)	16,69	16,2	15,96	15,75	15,4	15,24	15,11	14,96	14,83	14,72	14,61	14,41	14,32	14,15
M_{Ed} (Oppriisset)	23,6	22,4	21,9	21,6	20,7	20,32	19,9	19,6	19,4	19,1	18,9	18,4	18,2	17,8

Tabell med resultatene vist i figur 11-6 og 11-8

	Tifelle 1	Tifelle 2	Tifelle 3	Tifelle 4	Tifelle 5	Tifelle 6	Tifelle 7	Tifelle 8	Tifelle 9
A_s	345	452	616	804	900	1252	1964	3208	3600
f_{ck}	30	30	30	30	30	30	30	30	30
n	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98
k_1	1,225	1,225	1,225	1,225	1,225	1,225	1,225	1,225	1,225
k_2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
K_C	0,118	0,118	0,118	0,118	0,118	0,118	0,118	0,118	0,118
I_s	3,45E+06	4,43E+06	5,92E+06	7,56E+06	8,64E+06	1,13E+07	1,68E+07	2,54E+07	2,79E+07
EI (uopprisset)	1,86E+13	1,86E+13	1,86E+13	1,86E+13	1,86E+13	1,86E+13	1,86E+13	1,86E+13	1,86E+13
EI (EC2:2004)	2,87E+12	3,07E+12	3,37E+12	3,70E+12	3,91E+12	4,44E+12	5,54E+12	7,27E+12	7,76E+12
EI (EC2:2020)	5,94E+12	5,94E+12	5,94E+12	5,94E+12	5,94E+12	5,94E+12	5,94E+12	5,94E+12	5,94E+12
EI (opprisset)	2,91E+12	2,97E+12	3,04E+12	3,14E+12	3,20E+12	3,38E+12	3,75E+12	4,40E+12	4,61E+12
Forhold (EC2:2004)	0,16	0,16	0,16	0,17	0,17	0,18	0,20	0,24	0,25
Forhold (opprisset)	0,15	0,17	0,18	0,20	0,21	0,24	0,30	0,39	0,42
M_{Ed} (EC2:2004)	23,86	22,41	20,75	19,4	18,71	17,42	15,8	14,47	14,22
M_{Ed} (EC2:2020)	15,4	15,4	15,4	15,4	15,4	15,4	15,4	15,4	15,4
M_{Ed} (Opprisset)	23,55	23,1	22,57	21,97	21,62	20,69	19,22	17,52	17,11

Vedlegg D.3

Eksempel 9: Metode basert på nominell krumning



Forutsetninger:

- Søylen lengde: $l=3000$ mm
- Aksiallast: $N_{Ed}=1500$ kN
- Armeringsmengde: $A_s=1252$ mm² (4 Φ 20)
- Endelig kryptall: $\varphi_{(\infty,t_0)}=2,7$

Figur: Fritt opplagt søyle påkjent av en aksiallast

Beskrivelse av parametere

Beskrivelse	Forkortelse	Benevning	EC2:2004	EC2:2020	NA:2008
Relativ aksialkraft	n		5.8.3.1(1)	O.6(1)	NA.5.8.3.1(1)
Mekanisk armeringsforhold	ω		5.8.3.1(1)	O.6(1)	NA.5.8.3.1(1)
Korreksjonsfaktor avhengig av aksialkraften	K_r		Formel (5.36)	Formel (O.23)	
Maksimal krumning	$1/r_0$	mm ⁻¹	5.8.8.3(1)	O.7.3(1)	
Totalt moment	M_{Ed}	kNm	Formel (5.31)	Formel (O.14)	

Tabell med resultatene vist i figur 11-10 og 11-11

	Tilfelle 1	Tilfelle 2	Tilfelle 3	Tilfelle 4	Tilfelle 5	Tilfelle 6	Tilfelle 7
h [mm]	200	250	300	350	400	450	500
b [mm]	200	200	200	200	200	200	200
n	2,21	1,76	1,47	1,26	1,1	0,98	0,88
ω	0,8	0,64	0,53	0,46	0,4	0,36	0,32
K_r	-0,29	-0,1	0,06	0,19	0,3	0,39	0,48
I/r_0 (EC2:2004)	3,33E-05	2,48E-05	1,97E-05	1,64E-05	1,40E-05	1,22E-05	1,09E-05
I/r_0 (EC2:2020)	4,83E-05	3,11E-05	2,29E-05	1,81E-05	1,50E-05	1,28E-05	1,11E-05
M_{Ed} (EC2:2004)	-7,72	6,05	13,64	18,08	20,75	22,39	23,37
M_{Ed} (EC2:2020)	11,25	11,25	14,02	18,8	21,42	22,89	23,7

Vedlegg E.1

Utledning av ny formel for effektiv lengde

Effektiv lengde uttrykkes som:

$$l_0 = \beta_0 \cdot l$$

der L er søylens lengde og β_0 er knekk lengdefaktoren.

Knekk lengdefaktoren for ikke-avstivede konstruksjonsdeler er presentert i Helleland som:

$$\beta_0 = \frac{2\sqrt{R_1+R_2-R_1R_2}}{R_1+R_2} \quad ; \quad \frac{l_j}{l} = \frac{R_j}{R_1+R_2}$$

der l_j/l gir plassering av infleksjonspunktene.

Rotasjonsinnspenningsgradene ved søyleendene er definert som:

$$R_j = \frac{k_{\theta j}}{k_{\theta j} + cEI/L} = \frac{1}{1 + \frac{cEI/L}{k_{\theta j}}} = \frac{1}{1 + \frac{c}{\kappa_{\theta j}}} \quad ; \quad j = 1,2$$

der

c er en nominell faktor

$k_{\theta j}$ er rotasjonsstivhet av bjelker og lignende som er tilknyttet søyleende j
($k_{\theta j} = M/\theta$, hvor M er moment som gir rotasjon θ av «innspenningen»)

$$\kappa_{\theta j} = \frac{k_{\theta j}}{EI/L} = \frac{1}{f_{rj}}$$

f_{rj} er rotasjonsfleksibiliteten

Definerer rotasjonsinnspenningsgraden ved rotasjonsfleksibilitet, og $c=2,4$:

$$R_j = \frac{1}{1 + 2,4f_{rj}}$$

Innsatt for R_j i knekkledefaktoren β_0 gir:

$$\beta_0 = \frac{2 \sqrt{\frac{1}{1 + 2,4f_{r1}} + \frac{1}{1 + 2,4f_{r2}} - \frac{1}{1 + 2,4f_{r1}} \frac{1}{1 + 2,4f_{r2}}}}{\frac{1}{1 + 2,4f_{r1}} + \frac{1}{1 + 2,4f_{r2}}}$$

Viser deretter omskrivningen til formelen i EC2:2020 steg for steg:

Multipliserer alle ledd slik at man oppnår fellesnevneren $(1 + 2,4f_{r1})(1 + 2,4f_{r2})$:

$$\beta_0 = \frac{2 \sqrt{\frac{(1 + 2,4f_{r1}) + (1 + 2,4f_{r2}) - 1}{(1 + 2,4f_{r1})(1 + 2,4f_{r2})}}}{\frac{(1 + 2,4f_{r1}) + (1 + 2,4f_{r2})}{(1 + 2,4f_{r1})(1 + 2,4f_{r2})}}$$

Løser ut parenteser og forenkler likningen til:

$$\beta_0 = \frac{2 \sqrt{\frac{1 + 2,4f_{r1} + 2,4f_{r2}}{(1 + 2,4f_{r1})(1 + 2,4f_{r2})}}}{\frac{2 + 2,4f_{r1} + 2,4f_{r2}}{(1 + 2,4f_{r1})(1 + 2,4f_{r2})}}$$

Multipliserer på teller og nevner med $(1 + 2,4f_{r1})(1 + 2,4f_{r2})$ og forenkler uttrykket til:

$$\beta_0 = \frac{\sqrt{\frac{1 + 2,4f_{r1} + 2,4f_{r2}}{(1 + 2,4f_{r1})(1 + 2,4f_{r2})}} \cdot (1 + 2,4f_{r1})(1 + 2,4f_{r2})}{1 + 1,2f_{r1} + 1,2f_{r2}}$$

Forenkler teller med bruk av regelen $\sqrt{\frac{x}{y}} \cdot y = \sqrt{x \cdot y}$ og får til slutt:

$$\beta_0 = \frac{\sqrt{(1 + 2,4f_{r1} + 2,4f_{r2})(1 + 2,4f_{r1})(1 + 2,4f_{r2})}}{1 + 1,2f_{r1} + 1,2f_{r2}}$$

Som er formelen slik den er gitt i EC2:2020 [O.5] likning (O.10) når innsatt i formelen for l_0 :

$$l_0 = l \cdot \frac{\sqrt{(1 + 2,4f_{r1} + 2,4f_{r2})(1 + 2,4f_{r1})(1 + 2,4f_{r2})}}{1 + 1,2f_{r1} + 1,2f_{r2}}$$

Vedlegg E.2

Beregning av effektiv bøyestivhet

EC2: 2020 [O.8.1] presiserer at ikke-lineær oppførsel må ta hensyn til:

- Opprissing
- Ikke-lineære materialegenskaper
- Kryp
- «Tension stiffening»

Kryp

For å ta hensyn til kryp er elastisitetsmodulen multiplisert med faktoren $\frac{1}{1+\varphi_{ef}}$, som beskrevet i EC2:2020 [7.4.3.3(4)].

Opprissing pga. kombinert aksiallast og moment

Bruker eksempel 5.7 fra boken «Betongkonstruksjoner» av Sørensen til å bestemme bøyestivheten EI for et risset tverrsnitt. Eksempelet er for beregninger i bruksgrensetilstand, og siden beregningene i denne oppgaven er i bruddgrensetilstand er det valgt å bruke dimensjonerende verdi av elastisitetsmodulen (som allerede er redusert pga. påvirkning av kryp).

Materialstivhetsforhold:

$$\eta = \frac{E_s}{E_{cd,ef}}$$

Armeringsforhold:

$$\rho' = \rho = \frac{A_s}{bd}$$

Aksiallikevekt i tverrsnittet og innføring av η , ρ og ρ' gir:

$$\frac{N_{Ed}}{bd\sigma_{cA}} = \frac{1}{2}\alpha + (\eta - 1)\rho' \frac{\alpha - d'/d}{\alpha} - \eta\rho \frac{1 - \alpha}{\alpha}$$

Ligningen over har to ukjente, σ_{cA} og α , og vi trenger derfor en likning til for å finne en løsning. Setter da opp momentlikevekt og får følgende:

$$\frac{N_{Ed}}{bd\sigma_{cM}} = \frac{d}{e+c} \left[\frac{1}{2}\alpha \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) + \frac{\alpha - d'/d}{\alpha} \left(1 - \frac{d'}{d}\right) (\eta - 1)\rho' \right]$$

Løser disse for σ for å definere grafene $f(\alpha)_A$ og $g(\alpha)_M$:

$$f(\alpha)_A = \sigma_A = \frac{\frac{N_{Ed}}{bd}}{\frac{1}{2}\alpha + (\eta - 1)\rho' \frac{\alpha - d'/d}{\alpha} - \eta\rho \frac{1 - \alpha}{\alpha}}$$

$$g(\alpha)_M = \sigma_M = \frac{\frac{N_{Ed}}{bd}}{\frac{d}{e + c} \left[\frac{1}{2}\alpha \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) + \frac{\alpha - d'/d}{\alpha} \left(1 - \frac{d'}{d}\right) (\eta - 1)\rho' \right]}$$

OBS! $A_s = A_s'$, som er halvparten av søylens totale mengde av lengdearmerings.

Bruker grafisk metode i Geogebra til å løse ut σ_c og α ved å plote $f(\alpha)_A$ og $g(\alpha)_M$. Skjæringspunktet mellom disse funksjonene gir σ_c på vertikalaksen og α på horisontalaksen.

Beregner krumning og bøyestivhet i midsnitt (der søylen vil være opprisset):

$$\kappa = \frac{\sigma_c / E_{c,middel}}{\alpha * d}$$

$$EI = \frac{M}{\kappa}$$

Ikke-lineære materialegenskaper

Ikke-lineære materialegenskaper er for eksempel opprissing og flytning, samt virkningen en endring av geometri vil ha på responsen. Det er tatt hensyn til opprissing som beskrevet over, men det er ikke funnet tilstrekkelig litteratur angående de andre temaene til å ta hensyn til dette i beregningene. Det er derfor valgt å kun ta hensyn til opprissing ved beregning av bøyestivheten EI.

«Tension stiffening»

Når deler av betongen er opprisset, vet vi fra ULS at strekkreftene som oppstår i rissene må tas opp av armeringen. Mellom to riss, vil noe av strekkreftene overføres til betongen pga. deformasjonene. Dette bidrar til økt stivhet mellom rissene, og fenomenet kalles «tension stiffening». Da dette ville økt stivheten til betongen, er det valgt å se vekk fra dette i denne oppgaven.

Vedlegg F.1

Mailkorrespondanse, Westerberg

Den fre 23 apr. 2021 kl 11:35 skrev Kristin Indgaard Rotmo <krisir@stud.ntnu.no>:

Hei!

Vi er to studenter fra NTNU som arbeider med masteroppgaven vår. Her skal vi sammenligne dagens betongstandard (NS-EN 1992-1-1) med det nye forslaget (vi arbeider med utkastet fra 2020), med hovedvekt på slanke søyler. I den anledning har vi benyttet din bok "Second order effects in slender concrete structures : background to the rules in EC2", og ser at du har mye kunnskap angående tema i vår oppgave. Vi har forstått det slik at du var komitéleder under utviklingen av NS-EN 1992-1-1:2004, og har derfor noen spørsmål vi håper du kan gi oss svar på:

1. I det nasjonale tillegget for Norge brukes normalisert slankhet ved kontroll av søylens slankhet, mens det i NS-EN 1992-1-1 brukes geometrisk slankhet. Hva er fordelene eller ulempene med å bruke geometrisk slankhet fremfor normalisert slankhet?
2. Vi har forstått det slik at formelen for effektiv lengde av en avstivet søyle er basert på Jostein Hellesland sine beregninger. Hvordan er formelen for effektiv lengde av ikke-avstivede konstruksjonsdeler utledet? Har forstått den er kalibrert med kurvetilpasning.
3. Ser at Hellesland bruker rotasjonsinnspenningsgrad, R , i sine formler, mens EC2 bruke relative rotasjonsfleksibiliteter, k . Hva er fordelene eller ulempene med dette?
4. Vi har også studert metoden basert på nominell stivhet for å bestemme det totale momentet, inkludert andre ordens effekter. Her lurer vi på hva som er bakgrunnen for formlene til k_1 og k_2 ?

Ser at dette ble en lang mail med mange spørsmål, men hadde satt stor pris på svar

Med vennlig hilsen

Inger Lise Austreim og Kristin Indgaard Rotmo

Den fre 23 apr. 2021 kl 11:53 skrev Bo Westerberg <bo.westerberg@gmail.com>:

Hej Inger Lise och Kristin,

Tack för ert mail! Trevligt att ni valt slanka pelare som huvudinriktning. Jag ska försöka svara så gott jag kan så snart jag får tid.

Hälsningar

Bo W

Fra: [Bo Westerberg](#)

Sendt: fredag 23. april 2021 kl. 13:07

Til: [Kristin Indgaard Rotmo](#)

Emne: Re: Masteroppgave for NTNU - Spørsmål angående EC2

Hej igen,

Jag var med i det s.k. Project Teamet som skrev EN 1992-1-1, och har skrivit all text som handlar om andra ordningens effekter, dvs avsnitt 5.8 och Annex H. Så jag om någon borde väl kunna besvara era frågor.

1. Normaliserad slankhet, som jag känner begreppet, är det som brukar användas för stål, men jag har inte träffat på någon användning av detta begrepp för betong, och jag vet inte riktigt hur det skulle se ut där. Kan ni skicka en definition av det?

2. Formlerna för slankhet med hänsyn till elastisk inspänning, dvs ekv (5.15) och (5.16), har jag tagit fram på grundval av numeriska beräkningar med den s.k. Vianellos metod. Jag vet inte om den metoden lärs ut nuförtiden, men jag lärde mig den som ingenjörstudent i början på 60-talet. Vore intressant att veta om ni överhuvudtaget känner till eller hört talas metoden. Formlerna har ingen fysikalisk betydelse, de är bara matematiska funktioner med parametrar anpassade till de numeriska beräkningsresultaten. Det är möjligt att Jostein Hellesland har presenterat något liknande som (5.15) och (5.16), men det känner jag inte till.

3. Jag vet inte hur Hellesland definierar sin rotationsstyvhet, men den definition med k som används i EN 1992-1-1 tycker jag är praktisk, även om den snarare avser flexibilitet dvs motsatsen till styvhet. Det spelar egentligen ingen roll hur man definierar styvheten (eller flexibiliteten), det finns alltid ett enkelt samband mellan olika definitioner.

4. Bakgrunden till faktorerna k_1 och k_2 beskrivs i bakgrundsrapporten. Det hela bygger på kalibrering mot resultat av närmare 1000 beräkningar med den generella metoden (icke-linjär analys).

Hör gärna av er om ni har fler frågor, eller om mina svar inte är tillräckligt utförliga.

Hälsningar

Bo W

Den fre 23 apr. 2021 kl 13:37 skrev Kristin Indgaard Rotmo <krisir@stud.ntnu.no>:

Tusen takk for raskt og godt svar, det setter vi pris på!

Vi legger ved et bilde av hvordan normalisert slankhet er presenter i det nasjonale tillegget for Norge.

Vianello's metode har ikke vært en del av vårt pensum på studiet. Har derfor ikke særlig kjennskap til metoden, men vi har hørt om den under arbeidet av denne masteroppgaven.

Et tilleggsspørsmål til likning (5.16): Hva er årsaken til at den er delt opp i to formler, hvor man benytter maks. verdi? Kommer dette også av denne kalibreringen? Slik det ser ut nå vil det være en ny formel for likning (5.16) i ny standard, se vedlagt bilde likn. (0.10), vi lurer derfor på om det var noen kjente ulemper med likningen i NS-EN 1992-1-1?

Med vennlig hilsen
Inger Lise og Kristin

Figur 1: Normalisert slankhet

NA.5.8.3.1 Slankhetskriterium for enkeltstående konstruksjonsdeler

NA.5.8.3.1(1) Betingelsen for at andre ordens beregning ikke kreves gjennomført, kan ansees oppfylt dersom

$$\lambda_n \leq \lambda_{n,lim}$$

der:

$$\lambda_{n,lim} = 13(2 - r_m)A_\varphi \quad \text{for trykkstaver der endene ikke er sideveis fritt forskyvelige, og som er uten tverrlast,} \quad (\text{NA. 5.13.aN})$$

$$\lambda_{n,lim} = 13A_\varphi \quad \text{for trykkstaver der en ende er sideveis fritt forskyvelig og for trykkstaver som er med tverrlast} \quad (\text{NA. 5.13.bN})$$

der

$r_m = M_{01}/M_{02}$ er forholdet mellom tallmessig minste og tallmessig største første ordens stavendemoment. Dersom $M_{02} < N_{Ed} \cdot h/20$, settes r_m lik 1. r_m er positiv dersom M_{01} og M_{02} gir strekk på samme side.

$$A_\varphi = 1,25 / (1 + 0,2 \varphi_{ef}) \leq 1$$

og

$$\lambda_n = \lambda (n/(1 + 2k_a\omega))^{1/2} \quad (\lambda_n \text{ er normalisert slankhet})$$

der

$$\lambda = l_0/i \text{ se 5.8.3.2}$$

$k_a = (i_s/i)^2$ med i_s lik treghetsradien for armeringen og i lik treghetsradien for det urissede betongtverrsnittet. Forenklet kan k_a normalt settes lik 1.

$$n = N_{Ed} / f_{cd}A_c \text{ (relativ aksialkraft)}$$

$$\omega = f_{yd}A_s / f_{cd}A_c \text{ (mekanisk armeringsforhold)}$$

Figur 2: Effektiv lengde

$$l_0 = 0,5l \sqrt{\left(1 + \frac{f_{r1}}{0,45 + f_{r1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{f_{r2}}{0,45 + f_{r2}}\right)} \quad (O.9)$$

For unbraced members:

$$l_0 = l \sqrt{\frac{(1 + 2,4f_{r1} + 2,4f_{r2}) \cdot (1 + 2,4f_{r1}) \cdot (1 + 2,4f_{r2})}{1 + 1,2f_{r1} + 1,2f_{r2}}} \quad (O.10)$$

where

f_{r1}, f_{r2} are the relative flexibilities of rotational restraints at ends 1 and 2 respectively; since fully rigid restraint is rare in practice, a minimum value of 0,1 should be taken for f_{r1} and f_{r2}

$$f_r = \frac{\theta}{M} \cdot \frac{EI}{l} \quad (O.11)$$

θ is the rotation of restraining members for bending moment M , see also (2);

EI is the bending stiffness of the compression member, see also (4);

l is the clear height of the compression member between end restraints.

NOTE: $f_r = 0$ is the theoretical limit for rigid rotational restraint and $f_r = \infty$ represents the limit for no rotational restraint at all.

Fra: Bo Westerberg

Sendt: fredag 23. april 2021 kl. 17:23

Til: Kristin Indgaard Rotmo

Emne: Re: Masteroppgave for NTNU - Spørsmål angående EC2

Hej,

Tack för utdraget ur nationella bilagan. Slankhetsgränsen för när man kan försumma 2:a ordningens effekter kan formuleras på många olika sätt, närmare bestämt oändligt många. Den modell som finns i EN 1992-1-1 är kalibrerad mot 10%-gränsen enligt 5.8.2 (6) genom beräkningar med generell metod, detta är beskrivet i bakgrundsrapporten. Varför man valt en annan modell i Norge vet jag inte, den verkar i varje fall inte enklare, men det kanske är någon expert som velat få in sin egen modell, så är det ju ofta i dessa sammanhang. Det kunde vara intressant om ni gör en jämförelse.

Det sista kan gälla även den nya formeln som ska ersätta (5.16): man har kanske tyckt att det är konstigt med två olika uttryck och någon expert har då lyckats få in sin egen modell. Det är dock inget fel på (5.16), den fungerar bra, och anledningen till att det är två uttryck från vilka man ska välja det högsta värdet är bara rent matematisk; det var helt enkelt svårare att hitta *ett* uttryck som täcker in hela registret. Men det nya uttrycket kanske gör det, jag har inte jämfört. Här kan ni också göra en jämförelse.

Hälsningar

Bo W

Vedlegg F.2

Mailkorrespondanse, Helleland

Fra: [Inger Lise Austreim](#)

Sendt: onsdag 7. april 2021 kl. 14.12

Til: josteih@math.uio.no

Emne: Masteroppgave, Effektiv lengde

Hei!

Vi er to studenter fra NTNU som skriver en masteroppgave der vi sammenligner nåværende standard i betong med den kommende revisjonen. Vi har fått en forståelse av at du har arbeidet med den nye formelen for beregning av effektiv lengde for en uavstivet søyle, og har et spørsmål angående denne.

Faktoren c er satt lik 2,4, og vi har sett ut ifra din artikkel «Mechanics and effective lengths of columns With positive and negative end restraints» at dette er en god tilnærming. Vi har tolket det som at faktoren c avhenger av hvordan knekkformen på søylen blir, men er noe usikre på om dette blir en helt korrekt forståelse av faktoren? Hva er det egentlig denne faktoren tar hensyn til?

Med vennlig hilsen

Kristin Rotmo og Inger Lise Austreim

Fra: [Jostein Hellesland](#)

Sendt: mandag 12. april 2021 kl. 16.14

Til: [Inger Lise Austreim](#)

Emne: Re: Masteroppgave, Effektiv lengde

Hei igjen.

Beklager at det har tatt noen dager; jeg måtte gjøre noen annet ferdig først. Takk for EC2, rev. 7-forslaget (2020-11-16). Det var nyttig.

Nedenfor kommenterer jeg spørsmålet, og også litt annen « historisk» informasjon som kan være av interesse. Jeg henviser til de to referansene nedenfor. Jeg vedlegger dem, samt noen andre som kanskje kan interessere.

Hellesland, J. (2007). "Mechanics and effective lengths of columns with positive and negative end restraints», Engineering Structures; Vol. 29 (No. 12): [3364-3474](#).

Hellesland, J. (2012). «Evaluation of effective length formulas and applications in system instability analysis». Engineering Structures ; Vol. 45 (No. 12): 405-420.

I). Faktoren c er, som dere antar, avhengig av knekkformen (utbøyningsformen). For de forskjellige knekkformene som vist i Hellesland (2007), Fig. 2 (for uavstivet (fritt forskyvelig) søyle) og Fig. 3 (for avstivet søyle) vil den variere som vist i Fig. 5.

Som jeg konkluderer med (rett under Fig. 5) for den uavstivede søylen, vil den, selv i ekstreme tilfeller, bli noe mindre enn 2.2–2.3, og ikke noe videre mindre enn 2.4 i praktiske tilfeller. Sammenligninger med nøyaktige resultater fra en hel rekke tilfeller er gjengitt i Hellesland (12), Table B.1.

For å forenkle litt kan det være greit å se på en utragersøyle, fast innspent ved fot. Som kjent kan utbøyningen ved søyletopp uttrykkes ved momentet ved søylefot M , som

$$a = M l^2 / c EI$$

Denne c -faktoren tilsvarende den ovenfor. Den er gitt ved

$c = 3$ dersom momentvariasjonen langs lengden er lineær (som pga en tverrlast ved topp),

$c = 2.47$ dersom momentvariasjonen er sinusformet (halvbølge), og

ca. $c = 2.4$ dersom den er parabelformet.

Jeg uttrykte knekkdeformelen for avstivet søyle ved såkalte **rotasjonsinnspenningsgrader** (fastinnspenningsgrader) R (**Rotational degrees of fixities**) som vist i Hellesland (2007), avsn. 5.2 og 5.3. $R = 0$ tilsvarende null innspenning (ledd), mens $R = 1$ tilsvarende 100 % innspenning. Dette er jo enkle verdier å forholde seg til. Samtidig gir de enkle formuleringer av plassering av infleksjonspunkter (Eq.(17)). Noen ganger er det faktisk greit å estimere disse.

Videre, for $c=3$ gir Eq. (17) nøyaktig plassering av 1. ordens infleksjonspunkter for søyler i en ramme med horisontalbelastning. Greit å vite, og benytte seg av!

II). Avstivet søyle: Jeg utviklet formlene for avstivet søyle (Eq. (25) og Eq. (26)) fra det uavstivede tilfellet. Fra den utviklingen følger en c -verdi på $c=4.8$ (altså 2 ganger den for det uavstivede tilfellet). Den er altså fysisk betinget. Det er imidlertid litt upraktisk å operere med to forskjellige c -verdier for uavstivet og avstivet tilfelle. I Avsn. 7 (Hellesland (2007)) utviklet jeg derfor det avstivede tilfellet også med $c=2.4$ (Eq. (31) og Eq. (32)).

III). Jeg synes jo at rotasjonsinnpenningsgrader R er meget brukervennlige (normalt mellom 0 og 1) sammenlignet med relative stivheter (mellom null og uendelig eller relative fleksibiliteter (mellom uendelig og null)). Dessuten gir bruk av R -verdier enkle knekk lengdeformuleringer.

Dette var komitéen bak den norske NS 3473 enige i. I NS 3473:1998 ble mine forslag gitt ved Eq. (21) og Eq. (25) beregnet med hhv $c=2.4$ (forskyvelig (avstivet) tilfelle) og $c=4.8$ (uforskyvlig (avstivet) tilfelle) inntatt.

I mitt forslag til EC2, revisjon i 2013, foreslo jeg hhv. Eq. (21) for uavstivet og Eq. (32) for avstivet tilfelle, begge beregnet med $c=2.4$.

Begrunnelsen var at forslaget ga nøyaktigere resultater og var enklere å beregne enn de tidligere EC2:2004-uttrykk. Men viktigst var det at uttrykkene lot seg utlede formelt fra relativt enkle fysiske modeller.

De tidligere EC2-uttrykkene var iflg Westerberg (komitélederen) basert på kurvetilpasning, og var uttrykt med en såkalt "innspenningsgrad k ", som slett ikke var noen innspenningsgrad i det hele tatt, men tvert om var en relativ fleksibilitet. En uhyrlig språkfeil.

IV). En tid etter at jeg trakk meg fra revisjonskomiteen (2017?) klarte noen i komiteen å ta tilbake formuleringer som lignet på de tidligere uttrykk med relative fleksibiliteter (språkfeil rettet opp). Jeg synes jo dette var beklagelig, og et tilbakesteg :-(. Men sånn er det. Knekk lengdeformuleringer engasjerer.

V). Jeg har sjekket formuleringene i EC2, Rev. 7, 2020:

— Formuleringen for avstivet søyle, Eq. (O.9) er den samme som i EC2:2004 (EN1992:2004). Den kan utledes fra Hellesland-formelen Eq. (32) (i Hellesland (2007)) dersom $c=2.4$ erstattes med $c=2.22$. Med $c=2.22$ gir den imidlertid ikke like god nøyaktighet som med $c=2.4$. Se Hellesland (2012), p. 414 (øverst t.h.)

— Formuleringen for avstivet søyle er endret fra den tidligere formen i EC2:2004 til Eq. (O.10) i EC2, Rev. 7. Eq. (O.10) er simpelthen en omskriving av min formel Eq. (32) i Hellesland (2007). Uttrykt med relative fleksibiliteter f blir resultatet heller «stygt», synes jeg.

Håper noe av dette var av nytte. Lykke til med masteroppgavene.

Jostein Hellesland.

Fra: [Jostein Hellesland](#)

Sendt: mandag 12. april 2021 kl. 16.25

Til: [Inger Lise Austreim](#)

Emne: Knekk lengde

Jeg så nettopp at jeg har skrevet feil ligningshenvisning i min siste e-post, siste paragraf. Korrigert nedenfor:

— Formuleringen for avstivet søyle er endret fra den tidligere formen i EC2:2004 til Eq. (O.10) i EC2, Rev. 7. Eq. (O.10) er simpelthen en omskriving av min formel [Eq. \(21\)](#) i Hellesland (2007). Uttrykt med relative fleksibiliteter f blir resultatet heller «stygt», synes jeg.

JHe

Vedlegg F.3

Mailkorrespondanse, Wijte

-
Fra: Inger Lise Austreim
Sendt: mandag 26. april 2021 09:10
Til: Simon Wijte <wijte@adviesbureau-hageman.nl>
Kopi: Kristin Indgaard Rotmo <krisir@stud.ntnu.no>
Emne: Master`s thesis, , Method based on stiffness

Dear Simon,

We have some more questions about prEN 1992-1-1: 2020-11-16 (rev 7), and hope you have an answer.

- Why are parts of the method based on stiffness ([5.8.7] eq. (5.21-5.27)) removed?
- Is it possible to use the simplification for global analysis for a single compression member? We have tried to do some calculations on this, but the stiffness turns out to be higher than expected. Do you have a suggestion on how to calculate or estimate the stiffness taking both cracking, non-linear materials, creep and tension stiffening into account?

Best regards,
Kristin and Inger Lise

Fra: Simon Wijte
Sendt: tirsdag 18. mai 2021 kl. 10:11
Til: Inger Lise Austreim
Kopi: Kristin Indgaard Rotmo
Emne: RE: Master`s thesis, , Method based on stiffness

Dear Kristin and Inger Lise

Sorry for my late reply to your mail. Due to a business schedule your two mails were forgotten.

Why are parts of the method based on stiffness ([5.8.7] eq. (5.21-5.27)) removed?

This method is removed because the results of the method turns out to be quite conservative in particular situations. This particular was valid when equation 5.22 and following were used. As an alternative the approximations in O.8 are given. Additionally as an NCCI (non conflicting complementary information) equations or tables with information similar to that which could be derived from paragraph 5.8.7 in EN 1992-1-1[2004]

Is it possible to use the simplification for global analysis for a single compression member? We have tried to do some calculations on this, but the stiffness turns out to be higher than expected. Do you have a suggestion on how to calculate or estimate the stiffness taking both cracking, non-linear materials, creep and tension stiffening into account?

What I like to suggest for a simplified, but kind of optimal design for a single compression member is to derive the stiffness from the moment-curvature relation. In general a bending stiffness derived from the ratio between the yielding moment and the related curvature can be used.

For your information an Excel sheet is attached that I use during lectures on stability of concrete structures for the analysis of a column with hinged boundary conditions. On the first tab-page the input can be given and the results are presented. On the other tab-pages the moment-curvature-relation is derived and the material and geometrical non-linear behaviour is derived.

Kind regards,
Simon Wijte

