Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Anna Schjølberg

"Jeg må prøve å telle"

En kvalitativ studie om elevers strategier i arbeid med tallforståelsesoppgaver på første trinn

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 1.-7.
Veileder: Gunnhild Saksvik-Raanes
Mai 2021

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Anna Schjølberg

"Jeg må prøve å telle"

En kvalitativ studie om elevers strategier i arbeid med tallforståelsesoppgaver på første trinn

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 1.-7.
Veileder: Gunnhild Saksvik-Raanes
Mai 2021

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Denne masteroppgaven studerer elevers strategier i møte med tallforståelsesoppgaver. Hensikten med å studere dette er å finne ut hvilke strategier elevene benytter, og hvilken tallforståelse som kommer frem gjennom de ulike strategiene. Dette er for å kunne hjelpe elevene til å utvikle sin tallforståelse og ha en forståelse for hvordan elevene tenker i møte med oppgaver innenfor tallforståelse. Studien belyser følgene forskningsspørsmål: «***Hvilke strategier viser elever på 1. trinn i arbeid med tallforståelsesoppgaver som fokuserer på subitisering og aritmetisk kompetanse?»***

Datamaterialet har blitt samlet inn gjennom intervjuer med 19 elever på første trinn. Under intervjuene ble det tatt videoopptak og skrevet ned feltnotater. I intervjuet fikk elevene arbeide med 26 oppgaver på skjerm. Av disse oppgavene var elleve subitiseringsoppgaver. De resterende 15 oppgavene var aritmetisk kompetanse oppgaver. Elevene ble tatt ut en om gangen for å se på hvilken strategi hver enkelt elev benyttet seg av. Av de 19 elevene som ble intervjuet, ble elleve intervjuer analysert. Elevene ble valgt ut ifra hvor stor grad de kunne sette ord på sin strategibruk. For å analysere datamaterialet ble det benyttet en tematisk analyse hvor målet var å få en oversikt over strategiene elevene benyttet i oppgavene. Jeg benyttet meg av induktiv koding for å kunne kode alle strategier som jeg oppdager at elevene brukte, og dermed ikke overse noen på grunn av et rammeverk.

Resultatene fra studien viser at elevene bruker ulike strategier i møte med tallforståelsesoppgaver som fokuserer på subitisering og aritmetisk kompetanse. Av de ulike strategiene, benytter elevene seg mest av tellestrategier, fingre, tallinje og datakonkreter. Tellestrategiene ble ofte benyttet sammen med en av de andre strategiene, og ble på denne måten benyttet flest ganger.

Nøkkelord: Tallforståelse, subitisering, aritmetisk kompetanse, strategier og telling

Abstract

This master's thesis studies students in first grades strategies when they work with number sense tasks. This study aims to find out what kind of strategies the students use, and which number sense categories that emerge through different strategies. The goal of the study is to discover how students work with numbers sense tasks to better understand and aid their development process. The master's thesis is based on the following research question: ***"What kind of strategies do students in the 1st grade show when working with number sense tasks that focus on subitizing and arithmetic competence?"***

The data material has been collected through interviews. I have interviewed 19 students in 1st grade. Throughout the interviews, it has been taken video recordings and I have also written field notes. In the interviews, each child worked with 26 task on a computer. Eleven of the tasks were about subitizing and 15 of the tasks were about arithmetic competence. Every student was interviewed individually, this was because I wanted to see which strategies each child used without being affected by others. Eleven of the 19 student interviews was analyzed. The eleven students were selected based on to which extent they could explain their strategies verbally. To analyze the data material I used a thematic analyses, where the goal was to get an overview of the students strategies. I used inductive codes. The reason for this was to enable the fining of the strategies the students used without overlooking something because of an established framework.

The results of the study shows that the students use different strategies when they work with tasks that focus on subitizing and arithmetic competence. The Students use counting strategies, fingers, number line and data manipulatives. Counting strategies is often used together with one of the other strategies, and is therefore the most used strategies.

Key words: Number sense, subitizing, arithmetic competence, strategy and counting

Forord

To år på master studiet, matematikkdidaktikk, ved NTNU er nå ved veis ende. Det har vært to lærerike år, som har gitt meg en dybdekompetanse innenfor læreryrket. Denne dybdekompetansen ønsker jeg å ta med meg ut i skolen som lærer. Arbeidet med masteroppgaven har vært en lang og krevende prosess. Prosessen har vært som en berg og dalbane med følelser. I det ene øyeblikket har jeg følt på en forståelse for forskningen og mestring, for så i neste øyeblikk å famle i mørket. Gjennom det siste året har jeg lært utrolig mye om elevenes matematikk kompetanse det første året på skolen, og fått fordype meg i et tema jeg synes er utrolig interessant. De to lærerike årene ser jeg på som nyttig å ha med meg når jeg nå skal ut i arbeidslivet og ta med meg i fremtidige årene som lærer på småskolen.

Først ønsker jeg å takke min veileder, Gunnhild Saksvik-Raanes. Takk for god veiledning med tydelige og konstruktive tilbakemeldinger og motiverende ord. Jeg er takknemlig for alle tilbakemeldingene du har gitt meg fra start til slutt. Jeg vil også takke elevene som deltok i studien. Tusen takk for at jeg fikk intervjue dere og få et innblikk i hvordan dere tenker. Uten dere hadde det ikke blitt en studie. Til slutt vil jeg takke mine nærmeste for god støtte gjennom studietiden.

Røros, Mai 2021

Anna Schjølberg

Innhold

Figurer

Tabeller

Forkortelser/symboler

FoNS	Grunnleggende tallforståelse (eng. «Foundational number sense»)
LK20	Kunnskapsløftet 2020
NSD	Norsk senter for forskningsdata
NTNU	Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

1 Innledning

1.1 Bakgrunn og formål

Temaet for denne masteren er elevers strategier i tallforståelsesoppgaver. Barn starter på skolen med ulike forutsetninger og forkunnskaper, dette gjelder også innenfor matematikkfaget (Anghileri, 2006). Carpenter et al. (2014) hevder at elevene som starter på skolen har ulike kunnskaper i matematikk, disse kunnskapene blir sett på som byggesteiner for elevenes videre forståelse i faget. Vi kan på mange måter se på kunnskapene elevene kommer på skolen med som en del av tallinsiktene som menneskene har medfødt (Dehaene, 2011). Det vil si den tallforståelsen som er naturlig i mennesker og som blir utviklet naturlig videre. Andrews & Sayers (2015) beskriver dette perspektivet på tallforståelse som eksisterende tallforståelse, og nevner to perspektiver til: grunnleggende tallforståelse og anvendt tallforståelse. Grunnleggende tallforståelse bygger videre på barnets eksisterende tallforståelse, her trenger barnet instruksjoner for å utvikle tallforståelsen. Anvendt tallforståelse bygger på den grunnleggende tallforståelse. Dette er den tallforståelse alle voksne trenger for å kunne delta i samfunnet. Det å utvikle elevenes tallinstinkter er essensielt for å få en god tallforståelse for den videre utviklingen av kunnskapen (Andrews & Sayers, 2015).

Flere forskere har understreket viktigheten subitisering (eng. «subitizing») har for elevenes forståelse for tall (Clements & Sarama, 2014; Sayers et al., 2016). Subitisering omhandler å kunne gjenkjenne en mengde, ofte små mengder, uten å telle. Arbeid med subitisering i tidlig alder er med på å lage flere grunnleggende ideer hos elevene (Clements & Sarama, 2014). De grunnleggende ideene omhandler blant annet kardinalitet, som beskriver en størrelse eller mengde. Et eksempel kan være «hvor mange», «større enn» og «mindre enn». Elevene får også grunnleggende ideer om del og hel, og relasjonen mellom dem. Subitisering vil kunne gi elevene ideer som er begynnelsen på aritmetikk, og gi en generell idé på mengde. Dersom eleven får en forståelse for subitisering i tidlig alder, vil han eller hun kunne bygge grunnleggende byggesteiner i matematikken som vil være til hjelpe gjennom skoleårene.

Grunnleggende tallforståelse har flere komponenter som vil defineres nærmere. En av komponentene er aritmetisk kompetanse (Andrews & Sayers, 2015). Aritmetikken omhandler grunnleggende operasjoner på tall (Anghileri, 2006). Kompetansen om aritmetikk er viktig for å få en forståelse for matematikken og for å kunne bygge videre på denne kompetanse i senere skoleår. Elevens tidlig aritmetisk kompetanse kan, ifølge forskning, være en indikator på hvordan eleven gjør det i matematikk senere (Andrews & Sayers, 2015).

Regnestrategier blir sett på som viktig i beskrivelsen av matematisk kompetanse (Kunnskapsdepartementet, 2020a). Matematisk kompetanse er sammensatt av fem komponenter: begrepsmessig forståelse, beregning, anvendelse, resonnering og engasjement (Kilpatrick et al., 2001). Komponentene er sammenflettet og avhengig av hverandre. Beregning omhandler å kunne utføre prosedyrer fleksibelt, effektiv og nøyaktig. Anvendelseskomponenten innebærer å kunne gjenkjenne og formulere matematiske problemer og utvikle løsningsstrategier. Gjennom disse to komponentene i matematisk kompetanse kommer viktigheten av elevenes kunnskaper om ulike strategier frem. For å kunne utføre prosedyrer fleksibelt, effektiv og nøyaktig må elevene ha gode strategier som de kan benytte i møte med matematiske problemer. LK20 (2020a) understreker viktigheten av at elevene får kunnskap om ulike regnestrategier når de lærer tallforståelse. Ifølge forskning bruker elever ulike strategier for å løse matematiske problemer (Geary, 2003). Etterhvert når elevene blir eldre vil de kunne variere mellom strategiene de kan (Siegler & Jenkins, 1989). Med tanke på viktigheten av tallforståelsen som eleven tilegner seg i de tidlige årene, og bruk av varierte og hensiktsmessige strategier, er dette et sentralt tema. I denne sammenhengen ønsker jeg å se nærmere på temaet tallforståelse og strategier. Som fremtidig lærer ser jeg det som nyttig å ha kunnskap om tallforståelse og hvilke strategier elevene har når de kommer på skolen. Ettersom det er viktig at lærere har en kunnskap om dette for å kunne legge til rette for elevenes utvikling av god tallforståelse. I tillegg er det viktig at læreren kan støtte elevene i å opparbeide seg et bredt spekter av strategier som kan anvendes for å løse matematiske problemer.

Læreplanen viser til: «opplæringen skal gi elevene et godt grunnlag for å forstå seg selv, andre og verden, og for å gjøre gode valg i livet. Opplæringen skal gi et godt utgangspunkt for deltakelse på alle områder innenfor utdanning, arbeids- og samfunnsliv.» (Kunnskapsdepartementet, 2020b). I overført betydning kan sitatet ses opp mot arbeid med strategier. Eleven kan få en forståelse for hvilke strategier han eller han benytter seg av, men også hvilke strategier andre tar i bruk. Dermed kan situasjonen få frem at man kan arbeide på ulike måter, men at man likevel kommer frem til det samme. Det er viktig å kunne akseptere at man arbeider og tenker ulikt som i overført betydning kan vises ved at vi er forskjellige, noe som gir et godt grunnlag for å delta i samfunnet.

1.2 Forskningsspørsmål

Det er essensielt at elevene kan å variere strategier når de deltar i ulike situasjoner, både i skolen og hverdagen, hvor det trengs matematisk kompetanse (Ostad, 2013). I den forbindelse må læreren ha en forståelse for hvilke strategier elevene som kommer på skolen har fra før, og hvordan man kan hjelpe elevene til å utvikle strategiene videre. På denne måten vil læreren kunne hjelpe elevene med å øke sin kompetanse og strategikunnskaper. Mitt hovedfokus har derfor vært å se på hvilke strategier elevene i første klasse bruker når de møter oppgaver om tallforståelse som blir presentert gjennom et digitalt verktøy. Ettersom tallforståelse er et stort felt innenfor matematikken, har jeg valgt å se nærmere på oppgaver som omhandler subitisering og aritmetisk kompetanse. Jeg har kommet frem til forskningsspørsmålet:
«***Hvilke strategier viser elever på 1. trinn i arbeid med tallforståelsesoppgaver som fokuserer på subitisering og aritmetisk kompetanse?»***

I forkant av intervjuet ble det arbeidet med tallforståelsesoppgavene elevene skulle få, hvor det ble sett på mulige strategier elevene kunne bruke. I den anledning stilte jeg meg selv noen spørsmål som kan være aktuell som underspørsmål for studien:

- «I de fleste av oppgavene er det en tallinje, hadde den noe å si for elevens valg av strategier?»
- «Kommer elevenes tallforståelse frem gjennom strategiene de velger i arbeidet med tallforståelsesoppgavene?»

Oppgavens forskningsspørsmål gjorde det naturlig at dataene ble innhentet i kontakt med elever. Derfor ble det valgt en kvalitativ forskningsmetode. Siden forskningsspørsmålet omhandler elevenes strategier, er det naturlig å gjennomføre en samtale med elevene for å finne ut hvordan de tenker for å løse de aktuelle oppgavene. Valget av metode falt av den grunn på intervju. Elevene fikk i intervjuet presentert oppgaver som omhandler subitisering og aritmetisk kompetanse. Disse oppgavene er hentet fra et større doktorgradsprosjekt. Jeg vil presentere oppgavene elevene fikk nærmere i metodedelen.

1.3 Oversikt over oppgaven

Masteroppgaven er delt inn i følgende fem kapitler: Teori, metode, resultat, diskusjon og konklusjon. Det første som blir presentert er teorien for undersøkelsene i min forskning. Først i dette kapittel vil mitt teoretiske forskerblikk bli presentert. Videre vil teorien ta for seg forskning om telling og FoNS som er en modell for tallforståelse. Deretter vil jeg gå nærmere inn på subitisering og aritmetisk kompetanse, før jeg ser på spesifikke strategier som elevene kan bruke i de ulike oppgavene. Metodekapittelet tar for seg innhentingen av data. Jeg benyttet meg av metoden intervju, hvor jeg har intervjuet 19 elever på 1. trinn. I metodekapittelet beskriver jeg hvordan dataene ble samlet inn og begrunner valgene jeg har tatt underveis, som valg av metode, skole, elever og oppgaver. Jeg vil også gå inn på hvordan datamaterialet ble analysert. Videre vil det bli sett på studiens troverdighet, etikk og helt til slutt vil jeg diskutere metoden som har blitt brukt. I resultatkapittelet blir datamaterialet presentert i ulike underkategorier: fingre, tallinje, datakonkreter og tellestrategier. Underveis i resultatene vil det bli vist til eksempler på elevenes strategier i møte med tallforståelsesoppgavene. Til slutt i delkapittelet vil Live og Emils strategier gjennom oppgavesettet bli presentert. I diskusjonskapittelet drøfter jeg hovedfunnene opp mot teori for å finne et svar på forskningsspørsmålet. Kapittelet inneholder også en diskusjon om begrensinger om studien og hva som kan gjøres videre i forskning basert på denne oppgaven. Helt til slutt i oppgaven vil jeg vise til avsluttende refleksjoner og svare på forskningsspørsmålet.

2 Teori

Teorikapittelet tar for seg tidligere forskning av temaet for masteroppgaven tallforståelse og strategier. Dette er gjort for å få en forståelse for tidligere forskning, og hvordan den kan være til nytte i denne studien. Litteraturen som er benyttet omhandler først og fremst tallforståelse og strategier hos elevene. Kapitelet vil først ta for seg læringssynet i studien, som danner grunnlaget for hvordan studien er gjennomført. Jeg vil så gå inn på litteraturen innenfor tallforståelse og telling, som er nyttig å ha kunnskap om når man ser på elevenes strategier. Deretter vil rammeverket til Andrews & Sayers (2015), «Foundational Number Sense» bli presentert. Dette rammeverket er en modell for grunnleggende tallforståelse og et overordnet rammeverk for studien. Rammeverket tar for seg blant annet aritmetisk kompetanse, men vil bli grundigere forklart i delkapittel 2.6. Delkapittelet 2.5 vil ta for seg subitisering, og hva det innebærer. De tre siste delkapitlene tar for seg litteratur om strateger elevene bruker.

2.1 Kognitiv-konstruktivistisk læringssyn

Masterstudien har tatt utgangspunkt i et kognitiv-konstruktivistisk læringssyn. Kognitiv-konstruktivistisk læringsteori har utgangspunkt fra blant annet kognitiv pyskologi (Imsen, 2005). Cobb (2007) beskriver at jeg kan få en forståelse for andres indre kognitive prosesser. For å få denne innsikten kan en benytte seg av blant annet en samtale. Samtale kan være til hjelp for å forstå hvordan elevene tenker i møte med ulike matematikkoppgaver og hvilke strategier de benytter. Kognitiv-konstruktivistisk læringssyn fokuserer på hva som skjer i individets indre under læring (Imsen, 2005). De ser på læring som en prosess hvor individet konstruerer nye tanker på grunnlag av tidligere erfaringer. Læring er derfor en individuell prosess, som skjer i samspill mellom barnet og det fysiske i verdenen rundt.

2.1.1 Piaget

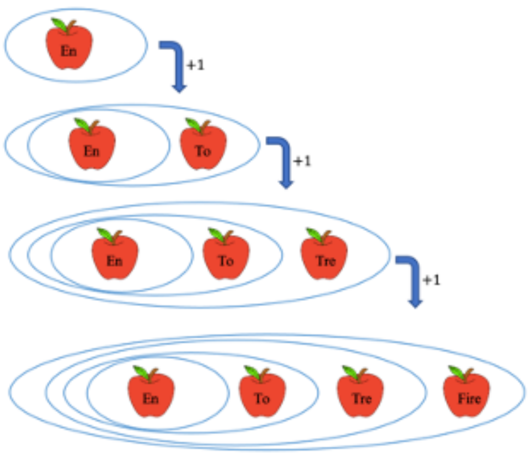
Piaget er en kjent skikkelse innenfor kognitiv-konstruktivistisk læringssyn, og hans teori er basert på fellestrekk innad i ulike aldersgrupper (Imsen, 2005). Han redegjorde for kunnskapens struktur og hvordan strukturene ble konstruert i barnet. Læring skjer når noe forandrer seg i elevens indre, men for å kunne lære må eleven ha en mental oppfattelse av verdenen rundt (Imsen, 2005). Oppfatningen eleven har av verden blir lagret i mentale representasjoner, som blir kalt for kognitive strukturer. I en kognitiv struktur har eleven dannet flere skjemaer. Et skjema er en bestemt oppfatning av noe, eller sammenheng som eleven har utforsket, og eleven strukturerer disse i skjemaene.

Barns læringsprosess kaller Piaget for adaptasjonsprosessen, og omhandler det å tilpasse individ og miljø parallelt i den mentale prosessen (Imsen, 2005). For å lære kan adaptasjonen i de indre skjemaene fungere på to måter; assimilasjon og akkomodasjon. Assimilasjon er når eleven tolker nye hendelser ved å bruke de skjemaene som eleven har fra før. Skjemaene til eleven vil ikke forandres, men det blir lagt til ny informasjon til de skjemaene som allerede eksisterer. Vi kan si at under assimilasjon utvider skjemaene seg. Den andre typen en kan adaptere kunnskap på er akkomodasjon. Akkomodasjon er når eleven ikke kan bruke de nåværende skjemaene, og eleven må skape et nytt skjema i den kognitive strukturen. Det nye skjemaet som eleven lager ved adapsjon vil påvirke elevens forståelse av virkeligheten (Imsen, 2005). Akkomodasjon og assimilasjon er to prosesser som er komplementære, og skjer samtidig.

Piaget skilte mellom to former for konstruksjon av kunnskap: figurativ kunnskap og operativ kunnskap (Imsen, 2005). Figurativ kunnskap er faktakunnskaper om noe konkret eller forhold som ikke krever noen videre forståelse. Et eksempel på dette vil være pi som er 3,14. Denne typen kunnskap læres ved pugging, og kan derfor ses på som figurativ kunnskap, men trenger ikke alltid forståelse. Operativ kunnskap er på den andre siden kunnskap i større sammenhenger som krever at eleven har forståelse og innsikt. Denne kunnskapen kommer fra assimilasjon og akkomodasjon, og blir en del av våre kognitive strukturer og en del av forståelsen for virkeligheten. Å tilegne seg operativ kunnskap skjer ved en annen måte en pugging, og Piaget kaller dette for logisk-matematikk læring.

2.2 Telling

Anghileri (2006) hevder til at tall relaterer seg til objekter på to ulike måter: kardinalitet og ordinalitet. Kardinalaspektet refererer til en størrelse eller mengde (Anghileri, 2006; Frye et al., 1989; Sarnecka & Carey, 2008). Innenfor kardinalaspektet blir det skilt mellom to hovedtyper (Anghileri, 2006): (a) Tallordet angir antallet objekter, som for eksempel seks epler. (b) Tallordet angir antallet måleenheter, som for eksempel kan være at det er fire meter fra vinduet til bordet, hvor da fire meter er tallordet. Den andre måten å relatere seg til objekter på er ordinalaspektet, her forteller tallordet hvor et objekt er plassert i en serie eller rekkefølge (Anghileri, 2006; Frye et al., 1989; Sarnecka & Carey, 2008). Dette blir ofte kalt for ordenstall. Et eksempel på dette kan være datoer, som beskriver en rekkefølge og ikke et antall. For eksempel vil eleven kunne si at eple «to» i den siste rekken av fire epler i figur 2.1 er det andre eplet i rekken. I ordinalaspektet er det viktig å kunne noe mer enn å angi antallet i mengden, men å kjenne til den riktige sekvensen på telleremsen for å kunne telle riktig.



Figur 2.1: Hvert tall i tellesekvensen er en mer (inspirasjon: (Van De Walle et al., 2014, s. 139))

Når eleven teller objekter må han eller hun ha en forståelse av tallene og objektene som blir telt, dette kalles for en-til-en-korrespondanse (Anghileri, 2006). En-til-en-korrespondanse omhandler å kunne koble tellingen til objektet, og telle hvert objekt kun en gang (Anghileri, 2006; Frye et al., 1989; Sarnecka & Carey, 2008). Hvis eleven har en en-til-en-korrespondanse vil han eller hun vite at objektene allerede er telt, og dermed ikke skal telles på nytt. For å forstå en-til-en-korrespondansen kreves det at eleven har både verbale, visuelle og taktile sanser, sammen bidrar sansene med kognitive tegn i telleprosessen. Gjennom telleprosessen er det viktig at eleven forstår at når han eller hun teller et nytt objekt i mengden indentifiserer eleven en mengde som er en mer enn det forrige mengden (Van De Walle et al., 2014). I figur 2.1 er det illustrert hvordan elevene identifiserer dette, og at det forrige tallet er en del av den nye mengden.

Telleprosessen utvikler seg etterhvert som barna blir eldre. I barnehagen og første klasse tilegner barna seg mer komplekse evner for tellingen (Jordan & Levine, 2009). Barna lærer å telle bakover, telle med og kombinerer sett med objekter som er større enn ti. De lærer større og større tall, og hvordan reglene for å kombinere tallord er. Ferdighetene barna tilegner seg i telling er viktig for å kunne beregne med større tall. Aunio & Räsänen (2016) påpeker tre viktige aspekter ved telleferdigheter, hvor en av dem er tallsymbolene. Barn som holder på å lære symboler for tall vil bruke assosiasjoner som de har fra før med tallet, som for eksempel bursdager og barnet ble fire år (Anghileri, 2006). Likevel må barnet utvikle en forståelse for det abstrakte i tallet for å kunne forstå tallsymbolet. Det er sjeldent forståelse for tallsymboler utvikles før skolealder (Aunio & Räsänen, 2016). Derfor kan en ikke forvente at elevene kan tallsymbolene da de starter på skolen. Aunio & Räsänen (2016) understreker viktigheten av å kunne veksle mellom symbol og verbale tallord.

2.3 Tallforståelse

Griffin (2004) stiller spørsmålet «Hva er tallforståelse?», og sier videre at vi alle vet hva tallforståelse er, men problemet kommer når vi skal forklare begrepet. Forskere beskrivelser begrepet «tallforståelse» ulikt (Andrews & Sayers, 2015). Tallforståelse defineres fra enkle til mer komplekse beskrivelser på definisjonen. Eksempelvis definerer Dehaene (2011) tallforståelse som noe som finnes naturlig i oss mennesker, og vi kan utvikle de naturlige ferdighetene våre. Hun påpeker at barna spontant kan sammenlikne tallstørrelser, telle og gjøre enkle aritmetiske oppgaver. Case (1998, gjengitt av Valenta, 2015) på den andre siden definere tallforståelse ved at elever som har tallforståelse kan være fleksibel. En grunn til ulike definisjoner av tallforståelsesbegrepet kan være avhengig av hvem som uttaler seg om begrepet. Tallforståelse som begrep kan ses på fra ulike disipliner, som for eksempel psykologi og utdanning (Andrews & Sayers, 2015). Selv om flere forskere er uenige om hvordan begrepet skal beskrives, påpeker flere forskere viktigheten av tallforståelse for å få en forståelse for matematikk. McIntosh et al. (1992) understreker også viktigheten av tallforståelse, deres definisjon legger vekt på noe annet enn definisjonene til Dehaene (2011) og Case (1998, gjengitt av Valenta, 2015). Anghileri (2006) har valgt å benytte seg av den samme definisjonen som McIntosh et al. (1992), som er definert slik:

> *«Number sense refers to a person's general understanding of number and operations along with the ability and inclination to use this understanding in flexible ways to make mathematical judgements and to develop useful strategies for handling numbers and operations» (Anghileri, 2006, s. 5; McIntosh et al., 1992, s. 1)*

Definisjonen viser til personers forståelse av tall og operasjoner, som er utgangspunkt for å kunne utvikle strategier.

Andrews & Sayers (2015) trekker frem tre ulike perspektiver på tallforståelse (1) Eksisterende tallforståelse (eng. «Preverbal Number Sense»), (2) Grunnleggende tallforståelse (eng. «Foundational Number Sense», FoNS) og (3) Anvendt tallforståelse (eng. «Applied Number Sense»). Eksisterende tallforståelse gjenspeiler de tallinnsiktene som er medfødt, og omfatter forståelse av små mengder på måter som muliggjør sammenligning. Denne tallforståelsen er uavhengig av instruksjoner og utvikler seg som en medfødt konsekvens av menneskets evolusjon. Det Andrews & Sayers (2015) definerer som eksisterende tallforståelse kan altså sees i sammenheng med Dehaenes (2011) definisjon som er beskrevet over. Grunnleggende tallforståelse bygger på barns tidlige tallforståelse, og omfatter de tallrelaterte forståelsene som krever instruksjon og som vanligvis oppstår i løpet av de første årene på skolen. Det er en konstruksjon som barn tilegner seg eller oppnår, snarere enn bare å ha (Robinson et al., 2002). Det gjenspeiler elementære talloppfatninger som en representasjon av mengde eller et fast punkt i tellesekvensen. Utfra grunnleggende tallforståelse bygges anvendt tallforståelse (Andrews & Sayers, 2015). Anvendt tallforståelse referer til den grunnleggende tallforståelse som kreves av alle voksne, uavhengig av yrke. Dette perspektivet kan ses i sammenheng med McIntosh et al. (1992) sin definisjon på tallforståelse.

Jeg ønsker å benytte meg av definisjonen grunnleggende tallforståelse. En grunn til dette er at perspektivet er rettet mot tallforståelsen i de første skoleårene, som elevene i denne studien. Samtidig tar perspektivet for seg elevenes telling, noe som er svært essensielt i elevenes arbeid med matematikk i begynneropplæringen. Studien omhandler også i stor grad aritmetisk kompetanse, og som Clements & Sarama (2014) påpeker er aritmetikk koblet til telling. Derfor vil også telling være en viktig faktor i denne studien. Innenfor grunnleggende tallforståelse påpekes også barnets representasjon av mengde, noe som er sentralt i elevenes bruk av strategier og hvordan de representerer disse. Likevel vil jeg understreke viktigheten av den anvendte tallforståelsen, som er i sammenheng med McIntosh et al. (1992) sin definisjon. Her blir det påpekt at personens forståelse av tall og operasjoner påvirker hans eller hennesevne til å utvikle strategier.

2.4 Grunnleggende tallforståelse (rammeverk)

Andrews & Sayers (2015) har utviklet et rammeverk for grunnleggende tallforståelse som er ett av de tre perspektivene på tallforståelse som de har beskrevet. Rammeverket består av åtte ulike komponenter: nummergjenkjenning, systematisk telling, bevissthet mellom forhold og tall, mengdebedømmelse, forståelse for ulike representasjoner av tall, estimering, enkel aritmetisk kompetanse og bevissthet om tallmønstre. Noen av de åtte komponentene er mer essensielle i denne studien enn andre, da jeg går inn på tallforståelsesoppgaver som fokuserer på subitisering og aritmetisk kompetanse. Selv om noen av komponentene ikke er like essensielle for denne masteroppgaven, vil de bli forklart da Andrews & Sayers (2015) understreker at tallforståelse er en sammensatt og sirkulær prosess, hvor alle komponentene henger sammen. De komponentene som er essensielle for studien, slik som aritmetisk kompetanse, vil bli utdypet senere i kapittelet.

2.4.1 Nummergjenkjenning

Nummergjenkjenning omhandler å kunne gjenkjenne tallsymbolene og vite hva meningen til tallsymbolet er (Malofeeva et al., 2004). Eleven kan identifisere et tallsymbol fra en samling av tallsymboler, og vite hvilket nummer symbolet viser. En elev med nummergjenkjenning vil kunne gjenkjenne tallsymbolet på eplet (Figur 2.2), her vil eleven vite at tallsymbolet er tre. De som får til å gjenkjenne tall har en større sannsynlighet til å kunne håndtere flersifret aritmetikk. Mens elever som har vanskeligheter med nummergjenkjenning har en tendens til å oppleve problemer i matematikk senere, spesielt med subitisering (Andrews & Sayers, 2015).

Figur 2.2: Nummergjenkjenning

2.4.2 Systematisk telling

For at barnet skal ha grunnleggende tallforståelse må han eller hun kunne systematisk telling. Systematisk telling inkluder begrepene ordinalitet og kardinalitet, som er beskrevet i delkapittel «2.2 Telling». Det handler om å kunne telle til tjue og tilbake eller telle oppover og nedover fra et vilkårlig tall (Jordan & Levine, 2009). Samt å vite at hvert tall har en fast posisjon i rekkefølgen av alle tall (Griffin, 2004). Ferdigheter om telling baserer seg på både generell og mental aritmetisk kompetanse.

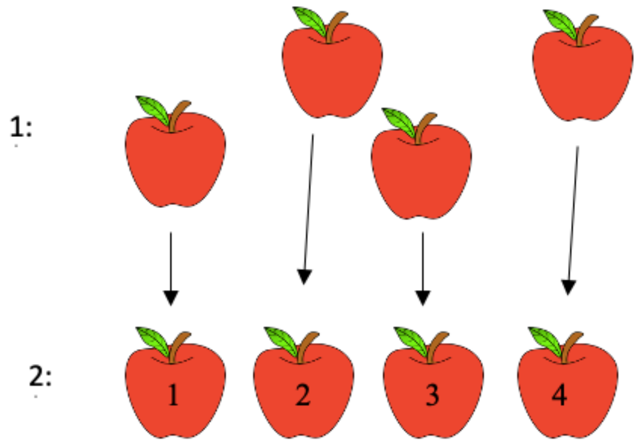
Figur 2.3: Systematisk telling

Innenfor denne kategorien vil eleven kunne telle eplene i figur 2.3, og vite at etter tallet en, kommer tallet to, så tallet tre osv. Eleven vil innenfor denne dimensjonen også mestre at det siste tallordet i mengden representerer det samlede antallet. Eleven vil vite at det er til sammen sju epler.

2.4.3 Bevissthet om forholdet mellom tall og mengde

Å ha bevissthet om forholdet mellom tall og mengde må til for å ha en grunnleggende tallforståelse. Eleven vil ha en en-til-en-korrespondanse mellom tallordene og mengden som blir representert, men også vite at det siste tallordet i tellingen viser til det totale antallet objekter, kalt for kardinalitet (Jordan & Levine, 2009). Begge begrepene, en-til-en-korrespondansen og kardinalitet, er forklart i delkapittelet «2.2 Telling».

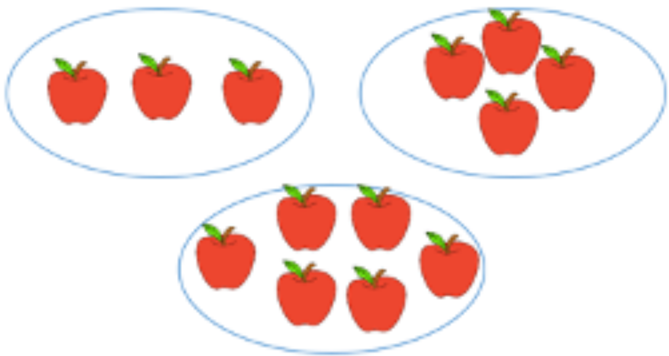
En elev som får tildelt en mengde med epler med virkårlig plassering (se figur 2.4, 1:) vil kunne telle eplene og vite at alle eplene er telt kun en gang (se figur 2.3, 2:). Eleven vil også kunne vite at det siste tallordet som ble telt er antall epler i mengden, altså fire epler.



Figur 2.4: Bevissthet om forhold mellom tall og mengde

2.4.4 Mengdebedømmelse

Mengdebedømmelse handler om bevissthet om størrelser og sammenligninger mellom ulike størrelser (Griffin, 2004). Griffin (2004) understreker at barn i fem årsalderen kan å angi en mengde og kan tallene, og på denne måten har en forståelse for at tallene har en størrelse. I sammenheng med elevenes mengdebedømmelse påpeker Gersten et al. (2005) at elevene utvikler et språk som inneholder begreper som «større enn» og «mindre enn». Begrepene trekkes også frem av Anghileri (2006) med tanke på elevens utvikling av telling for å kunne bedømme mengden. En elev med forståelse for mengdebedømmelse vil kunne forstå at mengden med fire epler er mindre enn seks epler, men større enn en mengede med tre epler (figur 2.5).



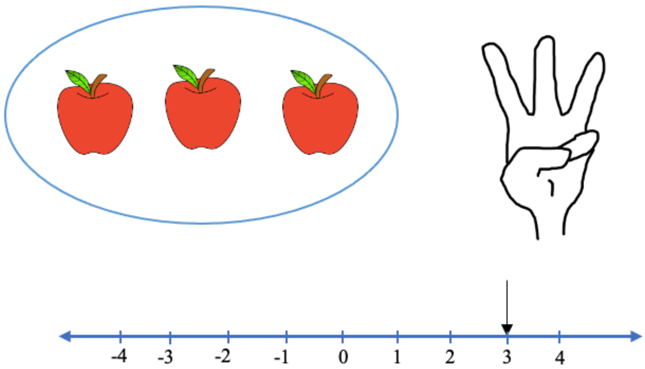
Figur 2.5: Mengdebedømmelse

Piaget beskrev barns forståelse av at en mengde ikke er påvirket av mønsteret som objektene er lagt i, og kalte dette for konservering (eng. «conservation») (Anghileri, 2006). Gjennom tester fant han ut at barn mente at to rader med ulikt antall baller hadde like mange baller så lenge de var like langt fra først til siste ball.

2.4.5 En forståelse av ulike representasjoner av tall

Det å ha en forståelse for ulike representasjoner innebærer å forstå hvordan tall kan representeres på ulike måter (Ivrendi, 2011; Jordan et al., 2007). Siegler & Booth (2008; 2004) hevder at barn som har en forståelse for tallinja kan ha en bedre aritmetisk presentasjon senere i livet. Likedan påpekes elevenes bruk av fingre i telling og regning som en fordel for elevens videre kompetanse i matematikk (Gracia-Bafalluy & Noël, 2008). En elev med god oversikt over ulike representasjoner har større sannsynlighet for å bli kompetent innenfor aritmetikken (Andrews & Sayers, 2015).

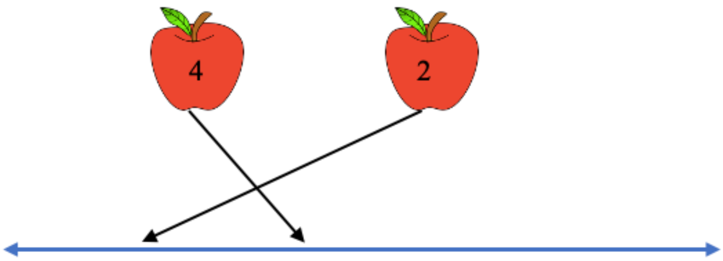
Figuren nedenfor (Figur 2.6) viser tre representasjoner av mengden tre. En elev med en forståelse av ulike representasjoner kan se at det er tre epler, tre fingre og pila viser tre på tallinja. Eleven vil vite at en kan bruke alle disse representasjonene for å vise tallet tre.



Figur 2.6: Ulike representasjoner av tallet tre

2.4.6 Estimering

En elev med grunnleggende tallforståelse kan å estimere størrelsen på et sett eller et objekt. Siegler & Booth (2008; 2004) viser til at estimering handler om å flytte mellom representasjoner av antall, ved for eksempel å plassere tall på en tomtallinje. En elev som kan å estimere vil kunne plassere tallene to og fire på den tomme tallinja ved å sette strek til riktig plass på tallinja (Figur 2.7).



Figur 2.7: Estimere størrelsen på en rom tallinje

2.4.7 Enkel aritmetisk kompetanse

Flere forskere påpeker at et barn som har tallforståelse vil kunne utføre enkle aritmetiske operasjoner (Anghileri, 2006; Ivrendi, 2011; Jordan & Levine, 2009). Ferdighetene som elevene opparbeider vil hjelpe dem med aritmetisk og matematisk flyt. Enkel aritmetisk kompetanse er en viktig forutsetning for å lykkes innenfor matematikken (Geary et al., 2009). En elev med aritmetisk kompetanse vil kunne løse addisjonsstykket $3+4$. Eleven vil kunne løse oppgaven ved hjelp av en strategi, og komme frem til summen sju.

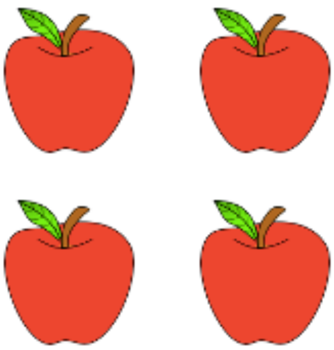
2.4.8 Bevissthet om tallmønstre

FoNS omhandler også bevissthet om tallmønstre, og særlig å kunne identifisere et manglende tall. En elev som har bevissthet om tallmønstre vil kunne se i tallremsen nedenfor (Figur 2.8) at det mangler tallene tre og fem.

Figur 2.8: Bevissthet om tallmønstre

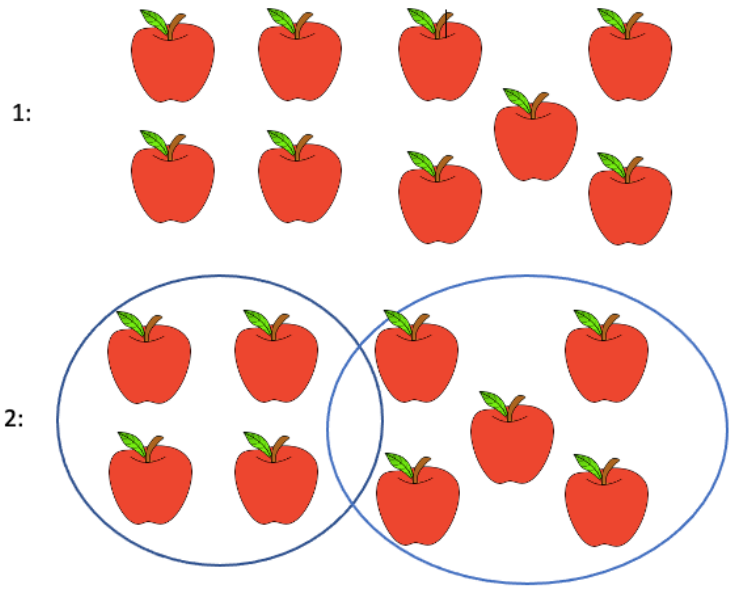
2.5 Subitisering

Clements & Sarama (2014) ser på subitisering som en annen grunnleggende evne barn bør utvikle med tanke på tallforståelse. Subitisering er å kunne gjenkjenne mindre antall uten å telle (Sayers et al., 2016). Barn kan klare å gjenkjenne antall opp til tre uten å telle helt ned i treårsalderen, mens voksne er i stand til å gjenkjenne prikkene på en terning med en gang uten å telle. Subitisering blir ofte delt inn i to grupper: perseptuell subitisering og konseptuell subitisering (Clements, 1999). Perseptuell subitisering er det som likner mest på definisjonen på subitisering, altså å gjenkjenne antall uten å bruke matematiske prosesser. Et eksempel på dette er når en person får ser et bilde av en mengde med epler (Figur 2.9) i noen sekunder, og utfra å se på dette bilde vet personen at det er fire epler uten å telle.



Figur 2.9: Eksempel på subitisering

Den andre typen subitisering, konseptuell subitisering, er når personer gjenkjenner en mengde raskt ved å dele mengden opp i mindre enheter for å finne mengden (Sayers et al., 2016). Det å bruke mønstre, som dominos, gjennom konseptuell subitisering hjelper elevene til å utvikle abstrakte tall og aritmetiske strategier (Steffe et al., 1988). Et eksempel på dette kan være at en elev ser eplene nedenfor (Figur 2.10 1:). For å finne ut hvor mange epler det er, deler eleven opp mengde i mønstre som han eller hun kjenner til fra før. I figur 2.10 2: ser vi et eksempel på en som har delt opp i en firer og en femmer. Til sammen får eleven ni epler, uten å ha telt eplene.



Figur 2.10: Eksempel på konseptuell subitisering

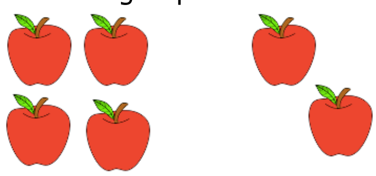
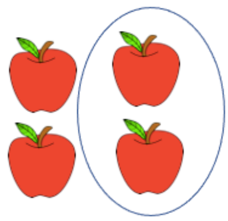
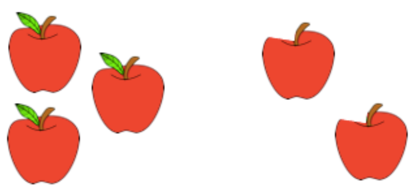
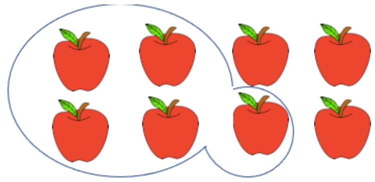
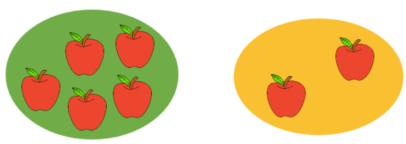
Sayers et al. (2016) påpeker at konseptuell subitisering ikke er relatert til FoNS, men har stor betydning for undervisning og læring. I tillegg til å spille en viktig rolle i barns utvikling av generell forståelse for tall, har konseptuell subitisering også vært sett på som viktig med tanke på læringsutbytte innenfor telling, tellehastighet og forståelse for kardinalitet. Konseptuell subitisering kan støtte barns forståelse for å dele opp tall på ulike måter, og på denne måten få en forståelse for kommutativ lov for addisjon. Den kommutative loven sier $a + b = b + a$ (Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2016). Et eksempel på dette er i figur 2.10 hvor en elev får det samme svaret uansett hvilket tall som er først i regnestykket, altså vil eleven kunne addere $4 + 5$ eller $5 + 4$. Svaret vil uansett hvilken av disse regnestykkene eleven velger bli ni.

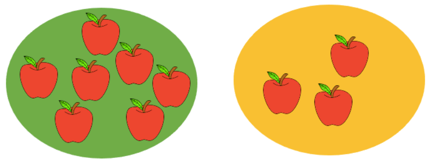
2.6 Aritmetisk kompetanse

Aritmetikk er den delen av matematikken som handler om å lære grunnleggende operasjoner på tall (Anghileri, 2006). Anghileri (2006) vektlegger at aritmetikkbegrepet har utviklet seg over tid. I dag mener Anghileri (2006) at det er en generell forståelse for at drilling og øvelse av rutiner ikke vil være nok for barn i dagens teknologiske samfunn. Barn i dagens samfunn trenger å kunne arbeide kognitivt, observere mønster, forutsi resultater og samtale om sammenhenger. Viktigheten av den kognitive aktiviteten når barn skal lære aritmetikk blir også påpekt av flere forskere som Siegler & Booth (2004).

Aunio & Räsänen (2016) har i sin studie kommet frem til at barn i aldersgruppen fem til åtte år burde ha kunnskaper om fire ferdigheter. Den ene ferdigheten er grunnleggende kompetanse i aritmetikk, som omhandler å kunne forstå addisjon og subtraksjon med tallsymboler. Barn ser på addisjon og subtraksjon på en annen måte enn voksne, men likevel kan vi ikke si at deres forestilling er feil eller misforstått (Carpenter et al., 2014). Faktisk gir barns forståelse mening, barn skaffer seg en grunn for læring av matematiske begreper og ferdigheter med forståelse. Barna vil etter hvert gå fra direkte modelleringsstrategier til tellestrategi, og på denne måten bli mer effektive. Siegler & Booth (2004) undersøkte også barns aritmetiske kompetanse. I denne studien kom de frem til at flertallet av riktige svar i undersøkelsen var knyttet til spørsmål der summen var under 20. For å kunne gjennomføre ulike regneoperasjoner, påpeker Jordan & Levine (2009) at telling og sammenlikning av antall er essensielt. Clements & Sarama (2014) trekker frem sammenhengen mellom aritmetikk og telling ved blant annet at man kan definere addisjon ved betingelser av telling. Anghileri (2006) viser til kombinasjon av ti som en referanse elevene kan bruke når de skal addere. Hun hevder at denne kunnskapen kan hjelpe barnet til å regne raskere og gjøre det enklere.

Aritmetikkoppgavene i denne studien er basert på problemtypene; endre (eng. «change»), kombinere (eng. «combine»), sammenlikne (eng. «compare») og gjøre likt (eng. «equalize»). Alle problemtypene er undergrupper av addisjons- og subtraksjonsproblemer (Anghileri, 2006; Carpenter et al., 1983; Carpenter et al., 2014). Problemtypen *endre* er aktiv, det vil si at den har en startmengde for så å gjøre noe med startmengden som for eksempel å legge til to. På den andre siden har vi *kombinasjonsproblemene* som ikke tilbyr en prosedyre. Denne typen problemer representerer situasjoner hvor det er to mengder som kan betraktes individuelt eller som deler av en helhet. *Sammenlikningsproblemene* er ofte oppfattet som vanskeligere enn problemer som innebærer endring og kombineringsproblemer. Dette er på grunn av måten elevene oppfatter oppgavene på, da de oppfatter det som et subtrakssjonsstykket. Sammenlikningsproblemene omhandler sammenligningen av to størrelser. *Gjøre-likt* problemene har likheter med både endre- og sammenlikningsproblemer. Problemene har ofte en underforstått handling på ett sett, men sammenlikning er ofte også involvert i problemene. Nedenfor er det laget en tabell, tabell 2.1, som viser eksempler på oppgaver for hver av de fire oppgavetypene.

Oppgavetype	Addisjon	Subtraksjon
Endre	Per har fire epler, og får to til. Hvor mange epler har Per? 	Ola har fire epler, og gir to til Mia. Hvor mange epler har Ola? 
Kombinasjon	Per har tre epler med grønt blad og to epler uten grønt blad. Hvor mange epler har Per? 	Tilsammen har Ola og Mia 8 epler. Hvis Ola har 5, hvor mange har Mia? 
Sammenlikne	Hvor mange flere epler er det i den grønne rundingen? 	Ola har 3 epler, som er 4 mindre enn Mia. Hvor mange epler har Mia?

Gjøre likt	Det skal være like mange epler i begge rundingene. Hvor mange flere epler skal den gule rundingen ha? 	Mia har 5 epler. Hvis Ola spiser 3 epler har de like mange epler. Hvor mange epler har Ola?

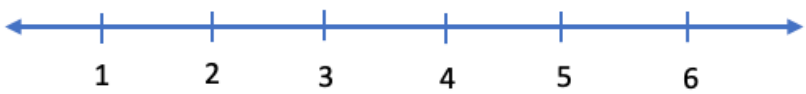
Tabell 2.1: Ulike problemtyper i addisjon og subtraksjon (Inspirasjon: (Anghileri, 2006, s. 63))

Elever som skal løse aritmetiske problemer uten kunnskap om algoritmer, kan representere et problem ved hjelp av en representasjon (Carpenter et al., 1983). Representasjoner kan både være eksterne (eks: fingre eller konkreter som baller) og interne (eks: mental tallinje). Ved bruk av disse representasjonene kan elevene løse problemene ved hjelp av ulike tellestrategier.

2.7 Tallinje

Litteraturen innenfor matematikkdidaktikken finner vi ulike definisjoner knyttet til tallinja (Teppo & van den Heuvel-Panhuizen, 2014). En definisjon på tallinje er fra Skemp (1989) som trekker frem tallinja som et begrep på et mentalt objekt, selv om vi kan bruke et diagram til å hjelpe oss å tenke på den. Definisjonen til Skemp viser at vi ønsker at tallinja skal bli en del av vårt mentale verktøy i møte med ulike matematiske problemer som vi møter.

Saxe (2005) beskriver ulike aspekter ved tallinja. Tallinjas form viser til de visuelle egenskapene, altså det vi kan se. Figur 2.11 viser ulike elementer som kan være i en tallinje. På denne tallinja ser vi blant annet at det er merker og at det mellom hvert intervall øker med en. Vi kan også legge merke til at tallet null ikke er med i tallinja. Elementene som vi ser vil ha en funksjon. Funksjonen omhandler hvordan man ser og benytter elementene i tallinja.



Figur 2.11: Eksempel på tallinje

Siegler & Booth (2004) hevder at det ikke bare er telling på fingrene som kan gjøre aritmetikken meningsfull, men også bruken av lineære representasjoner som tallinja. Funnene deres indikerer at representasjoner av numerisk størrelse er positivt relatert til en rekke type tallkunnskaper, spesielt i aritmetiske problemer. Under en vurdering av norske elever, på 1.-3. trinn, ble det vist at flere elever brukte tallinja for å komme frem til svaret (Nortvedt, 2018). Ved bruk av tallinja løste elever addisjonsoppgaver som har et svar som er mindre enn ti. Eleven teller blant annet fra null eller en og teller videre med en oppover tallinja for å komme frem til svaret. Nortvedt (2018) påpeker at dette kan være en indikasjon på at eleven holder på å utvikle en indre mental tallinje. Pettito (1990) observerte også elevers arbeid med tallinjer. Under disse observasjonene ble det lagt merke til at noen elever brukte telling. Intervallene på tellingen var som regel på en eller ti, og påpekte videre at barnet som regel telte fra en kjent posisjonsverdi for å komme frem til svaret. Den kjente posisjonsverdien kan både være startpunktet og endepunktet på tallinjene eller det kan være en verdi som er midt i tallinja.

Clements & Sarama (2014) trekker frem forskning som viser til at elevene av og til benytter konkreter, som tallinja, på en annen måte enn læreren ønsker. Et eksempel på dette er addisjon på tallinja, hvor elevens forståelse ikke samsvarer med intensjonen for bruk av tallinje. Addisjonsstykket $6 + 4$, hvor eleven som benytter tallinja teller videre fra første addenden (seks) med en – to – tre – fire. Dette vil ikke hjelpe elevene med å løse problemet mentalt. For å kunne løse problemet mentalt ville eleven ha telt videre fra den første addenden med de riktige tallordene i forhold til hvor på tallinja de er, som sju – åtte – ni – ti.

2.8 Fingre

Carpenter & Moser (1983) viser til at flere elever som bruker tellestrategier, ofte bruker fingrene som konkreter. Fingre blir i den sammenheng ofte brukt som støtte for tellingen (Clements & Sarama, 2014). For elevene er det en naturlig prosess å benytte fingrene når de skal regne (Dehaene, 2011). Long et al. (2016) påpeker at de senmotoriske evnene, som bevissthet om fingre, er relatert til den aritmetiske utviklingen hos eleven. Noël (2005) trekker også frem denne relasjonen. Og legger til at elevene bruker fingrene til å peke på gjenstander når de teller, representere kardinalitet og for å holde oversikt over tellingen når de arbeider med addisjonsoppgaver.

Siegler (1987) hevder at det er større sannsynlighet for at barnet bruker fingrene til å løse et vanskelig aritmetisk problem enn et som er lettere. Likevel er ikke bruk av fingre et tegn på dårlige matematiske evner (Kerkman & Siegler, 1997). Det å telle på fingrene kan vise at eleven tilpasser strategien til oppgavens krav og minker sannsynligheten for feilsvar. Kerkman & Seigler (1997) understreker at det ikke er barn som er mindre kunnskapsrike som bruker fingrene, men at det er viktig at elevene bruker fingrene riktig når de teller. Fingrene blir ofte benyttet i sammenheng med tellestrategier (Siegler, 1987). Baccaglini-Frank (2018) påpeker at litteratur fra ulike felter foreslår at elevene skal benytte seg av fingre for telling og representasjoner, og at dette kan ha en positiv påvirkning på tallforståelsen til elevene. Representasjoner og prosesser av tall er ifølge Butterworth (1999, gjengitt i Baccaglini-Frank, 2018) støttet av tre ulike evner: (1) Subitisering – som er nevnt i delkapittel 2.5, (2) Fingermotorikk – finmotoriske evner og (3) Fingerkjennskap – evnen til representere egne fingre mentalt. Baccaglini-Frank (2018) sitt mål med studien var først og fremst å finne ut om det var ulikheter i utviklingen mellom utførelse av skjemaene i de to elevgruppene. Hvor den ene gruppen var fire-åringer, mens den andre gruppen var fem og seks åringer. Ett av funnene i studien var at nesten alle elevene i studien med fem og seks åringer hadde en etablert telleprosess i skjemaene sine, og samtlige av telleprosessene startet fra tallordet «en». Baccaglini-Frank (2018) trekker frem at det å kunne telle fra en er viktig, og at det kan føre til at elevene lærer å telle fortere.

Fingre kan bli brukt for å representere tall, noe som er naturlig for mennesker da de er lett tilgjengelige (Bender & Beller, 2012). Noe Dehaene (2011) også beskriver, som påpekt tidligere i dette delkapittelet. Likevel er det viktig å understreke at det ikke er medfødt, og at det er mulig å benytte andre kroppsdeler enn fingrene, som tær (Bender & Beller, 2012). Til tross for at det er mulig å telle med tær er de ikke like tilgjengelige. På en hånd har vi fem fingre, men hvordan disse fem fingrene kan representere tall er ulikt over hele verden. Bender & Bell (2012) trekker frem fem ulike måter man benytte seg av fingrene for å telle til fem på, hvor alle er riktige på sin måte. Likevel har forskning kommet frem til at mennesker ofte velger en av måtene hvor fingrene representerer en tallmengde, for eksempel ved at to alltid blir representert med tommelfingeren og pekefingeren. Å telle videre på den andre hånden fører til flere friheter. Her kan man enten benytte anatomisk symmetri eller romlig symmetri. Ved bruk av anatomiske symmetri starter eleven å telle på samme finger som på den første hånden han benyttet, altså repeteres det samme på den andre hånda. Gjennom romlig symmetri benytter eleven den andre hånden på motsatt måte, og begynner med den siste fingeren han eller hun tok opp. Bender & Bell (2012) påpeker videre at det varierer hvordan elevene teller videre fra den første hånden, hvor noen teller videre med seks, sju, åtte og så videre, mens andre starter på en igjen som om man får regnestykket $5+2$. Det påpekes også hvordan man tar opp fingrene hvor noen elever først fyller en hånd for så å starte på neste, mens andre elever benytter seg av addendene til addisjonsstykket. Dermed i regnestykket $3+3$ vil noen ha oppe fem fingre på den ene hånda og en finger på den andre, mens en annen elev vil kunne ha tre fingre på hver hånd for å representer addisjonsstykket.

2.9 Tellestrategier

Tellestrategier er mer effektive og abstrakte enn modellering med fysiske objekter (Carpenter et al., 2014). Barn bytter, etter en periode, ut direkte modelleringsstrategier med mer effektive tellestrategier (Carpenter et al., 2014). Bruk av tellestrategier er en viktig markør i utviklingen av tallbegrepet. Tellestrategier representerer mer enn bare effektive prosedyrer for å regne ut svaret i addisjons- og subtraksjonsproblemer. De viser til et nivå av forståelse av tallbegreper og evner å reflektere over tallenes abstrakte realitet. Carpenter et al. (2014) hevder det er vanskelig å observere hvordan barnet stopper å telle ved bruk av tellestrategier mentalt.

Tellestrategiene kan være en måte eleven løser addisjonsproblemer på, spesielt når de ikke har lært en formell måte å løse addisjon på (Carpenter et al., 1983). Geary, Bailey & Hoard (2009) viser til at elever som strever med matematikk bruker mindre effektive tellestrategier når de løser aritmetiske problemer enn barn med forventet progresjon. I denne studien har jeg tatt utgangspunkt i tellestrategier fra Carpenter et al. (2014) og Clements & Sarama (2014). Det vil bli presentert seks tellestrategier: Telle alle, telle videre fra første, telle videre fra største, telle videre til, telle nedover og telle nedover til.

2.9.1 Telle alle

Barnet velger å bruke strategien «tell alle» ved å telle begge addendene (Carpenter et al., 2014; Clements & Sarama, 2014). Et barn som får oppgaven $2+3$ ville her for eksempel ha telt $1-2$ og $1-2-3$ for så å telle alle $1-2-3-4-5$, og på denne måten kommet frem til at summen er 5. Sieger (1987) viser i sin studie at «telle alle» strategien er oftere i bruk hos yngre barn. Studien viser at 22% av barna i barnehagen bruker denne strategien mens det kun er 1% i 1. klasse.

En elev kan også benytte seg av en strategi som er veldig lik «telle alle» strategien, men ville ha løst denne addisjonsoppgaven $2+3$ på en enklere måte (Clements & Sarama, 2014). Eleven ville her ha telt på denne måte $1-2-3-4-5$, og slik kommet frem til at summen er 5. Clements og Sarama (2014) kaller denne for «snarvei til summen».

2.9.2 Telle videre fra største

Telle videre fra den største er identisk med telle videre fra den første, men barnet begynner å telle fra den største av de to addendene (Carpenter et al., 2014; Clements & Sarama, 2014). Et eksempel på dette er $4+8$, barnet teller da $9-10-11-12$, og kommer frem til at summer av fire og åtte er tolv. For at barnet skal kunne vite når han eller hun skal stoppe å telle, må barnet holde kontroll på tallene for tellingen for å få med seg hele den andre addenden (Carpenter et al., 2014).

2.9.3 Telle videre fra første

En strategi er telle videre fra den første (eng. «counting on from first») (Carpenter et al., 2014). Barn bruker ofte to relaterte tellestrategier til å løse problemer der resultatet er ukjent og del-del-hel (hel ukjent) problemer. Ved å telle videre fra første ledd, begynner barnet å telle fra den første addenden i problemet. Sekvensen er slutt når eleven har telt tallet til den andre addenden. I addisjonsstykket $4+8$ ville barnet ha startet å telle fra 4, som er den første addenden. Barnet ville da ha telt på denne måten $5-6-7-8-9-10-11-12$, og kommet frem til summen tolv.

2.9.4 Telle nedover

En annen strategi er å telle baklengs. Barnet starter å telle fra det største tallet i regnestykket, og teller baklengs derfra (Carpenter et al., 2014). Å løse oppgaven, $6-2$, med denne strategien ville barnet ha startet på seks, og telt videre nedover derfra på denne måten $5-4$. På denne måten ville barnet ha kommet frem til at svaret er 4.

2.9.5 Telle nedover til

Telle ned til, er også en baklengs tellesekvens slik som telle nedover (Carpenter et al., 2014; Clements & Sarama, 2014). Telle ned til er en strategi der eleven teller til det minste tallet i regnestykket er nådd. I oppgaven $8-\_\_=3$ vil barnet ha telt ned fra 8 til han eller hun kom til tallet tre, $7-6-5-4-3$. For at eleven skal finne svaret må han eller hun vite hvor mange tallord som har blitt telt som her er fem.

2.9.6 Telle videre til

Telle videre til er en annen tellestrategi (Carpenter et al., 2014; Clements & Sarama, 2014). En liknende strategi som er brukt til å løse endre ukjent problemer. I stedet for at tallet man finner ut av er svaret, er svaret et tall i tellesekvensen. I denne strategien begynner barnet å telle med det minste tallet, og teller seg fremover til en viss sum. Sekvensen ender med det største tallet. Ved å holde styr på antall som er telt i sekvensen, finner eleven svaret. Et eksempel på dette kan være at eleven får addisjonsstykket $4+\_\_=10$. Eleven teller fra fire og opp til ti på denne måten $5-6-7-8-9-10$, men for å finne svaret må eleven vite hvor mange tallord som har blitt telt som her er seks.

3 Metode

I denne delen av masteroppgaven ønsker jeg å gå inn på valg av forskningsmetode og metoden som er valgt til å samle inn data for å besvare forskningsspørsmålet. Fokuset vil være på hvordan og hvorfor de praktiske valgene ble tatt og selve gjennomføringen av datainnsamlingen. Her vil jeg se på de valgte oppgavene, valg av skole og elever. Jeg ønsker også å beskrive min forforståelse av temaet før jeg begynte med studien. Videre blir det lagt frem hvordan analysen av datamaterialet har foregått, for så å se på studiens troverdighet. Deretter vil kapittelet ta for seg etikk rundt den valgte metoden og gjennomføringen av datainnsamlingen. Til slutt drøfter jeg metoden.

3.1 Kvalitativ forskningsmetode

Verktøyet metode blir benyttet når noe skal utforskes (Dalland, 2012). Metode deles inn i to kategorier: kvantitativ og kvalitativ metode. Kvantitative metoder gir oss data som er målbare, mens kvalitative metoder er data som gir mening, opplevelse og ord som dermed ikke kan måles (Cohen et al., 2018). Utfra forskningsspørsmålet i denne masteroppgaven, «Hvilke strategier viser elever på 1. trinn i arbeid med tallforståelsesoppgaver som fokuserer på subitisering og aritmetisk kompetanse?», vil det være nødvendig å bruke en kvalitativ metode. Postholm & Jacobsen (2018) understreker ved å bruke kvalitative metoder kan man se på forståelsen og tolke menneskers syn på verden. Grunnen til at kvalitativ metode var mest gunstig var at det i datamaterialet, som skulle samles inn for å besvare forskningsspørsmålet, hadde behov for elevers ord og meninger for å få frem elevenes tankeprosess. Med utgangspunkt i forskningsspørsmålet var det essensielt å komme i kontakt med elevene for å høre deres beskrivelse av hvordan de tenker og deres strategier i møte med oppgavene. Derfor valgte jeg en kvalitativ forskningsmetode.

3.1.1 Intervju

En kvalitativ forskningsmetode kan være intervju, som vil si å komme «frem til felles meninger» (Postholm & Jacobsen, 2018). Kvale & Brinkmann (2015) påpeker at det kvalitative forskningsintervjuet ønsker å se verden fra intervjupersonens perspektiv, og få frem deres opplevelser av verden. Slik kunne jeg få et innblikk i elevenes perspektiver og hvordan de tenkte og opplevde oppgavene som ble presentert. Samtalen mellom meg som intervjuer og elevene var gjennom faglige konversasjoner, med et tematisk mål. Strukturen i intervjuet var det Kvale & Brinkmann (2009) kaller spørre-og-lytte-orientert intervju. Målet var å få frem kunnskapen som elevene hadde for å se på hvilke strategier de tok i bruk. I forkant av intervjuet ble temaet, tallforståelse og elevers strategier, og et foreløpig forskningsspørsmål bestemt. Kvale & Birkman (2009) viser til ulike former for intervju; strukturert, ustrukturert og semi-strukturert. Intervjuene er utført ved bruk av en intervjuguide med noen spørsmål som ble nedskrevet før intervjuet. Likevel var planen åpen og intervjuer kunne stille andre spørsmål til elevene utfra hvilken retning samtalen tok. Dette var et såkalt semi-strukturert intervju. Ved å bruke denne formen for intervju hadde intervjueren mulige spørsmål som kunne stilles, men ved at samtalen tok en uventet retning kunne intervjueren gå ut av intervjuguiden og stille andre spørsmål. Strukturert intervju var derfor ikke vært en mulighet da elevene kunne ha brukt en strategi som intervjueren ikke hadde tenkt på tidligere. I et slikt intervju kunne ikke intervjueren ha stilt oppfølgingsspørsmål til eleven, og måtte ha holdt seg til intervjuguiden. Under intervjuet kan man stille både åpne- og lukkede spørsmål (Cohen et al., 2018; Kvale & Brinkmann, 2009). Før gjennomføringen av intervjuene ble det laget en intervjuguide (se vedlegg 1), intervjuguiden var planen og strukturen for intervjuet som inneholdt temaet som skulle bli undersøkt (Kvale & Brinkmann, 2009).

Siden studien handler om å finne ut hvilke strategier elever i 1. klasse benytter seg av, var det nødvendig å intervjue barn. En av grunnene til at barna selv blir intervjuet er at de er den beste kilden til å få informasjon om de selv (Docherty & Sandelowski, 1999, gjengitt av Cohen et al., 2018). Det må påpekes at det å intervjue barn kan gi noen utfordringer. En av utfordringene kan være å få barnet til å fortelle om hvilken strategi han eller hun benytter, og få dem til å forklare sin strategi og ikke den de tror intervjueren vil at de skal benytte. En annen utfordring kan være å forstå elevenes uttalelser, og ikke tolke det elevene sier. Det må også påpekes at under intervju med barn, og da kanskje spesielt små barn, er observasjon av eleven også en del av intervjuet. I denne studien hvor hensikten er å finne ut hvilke strategier elevene benytter var det essensielt å plukke opp om elevene benyttet fingrene eller ikke og i så fall hvordan de benyttet fingrene. Postholm og Jacobsen (2018) trekker frem at intervju og observasjon er komplementære datainnsamlingsstrategier.

3.1.2 Videoopptak

For å samle inn data ble det benyttet videoopptak. Videoopptakene kan gjøre det mulig å analysere det mellommenneskelige samspillet som finner sted i interaksjonen (Kvale & Brinkmann, 2009). Videokameraet ble plassert til høyre for barnet og litt bak, dette for å se hva eleven gjorde på skjermen. Ved å bruke video som hovedkilde kunne jeg bruke min oppmerksomhet på eleven og det han eller hun gjorde, og stille oppstillingsspørsmål. Videoopptaket ga meg muligheten til å skrive transkripsjonen akkurat slik elevene uttalte setningene sine og om de telte på fingrene eller brukte tallinja i oppgaven. På denne måten ble observasjonene mer presise, noe som styrker kredibiliteten i oppgaven. Etter intervjuet ble videoopptaket ført over til en kryptert minnepinne som eies av NTNU og slettet fra videokameraet, dette for å ivareta elevenes personvern. Da transkripsjonen var gjennomført ble de slettet fra minnepinnen.

3.1.3 Transkripsjon

Da intervjuene var ferdige startet jeg å transkribere videoopptakene. Jeg valgte å transkribere alt som ble sagt i alle intervjuene fra vi startet med oppgavene til oppgavene var gjennomført. En av grunnene er at samtalen før og etter oppgavene ikke er vesentlig for analysen. Samtidig får arbeidet med transkripsjonen i gang tankeprosessen om den kommende analysen, noe som blir understreket av Kvale & Brinkmann (2015). I transkripsjonen gikk hendelsene mellom intervjueren og intervjupersonene fra videoopptak til skiftelig form, og ble på denne måten abstrahert. Gjennom arbeidet med transkripsjonene kunne det oppstå noen utfordringer. Kvale & Brinkmann (2009) påpeker blant annet at man mister kroppsspråket, tonefallet og mimikken hos intervjupersonene. Likevel om datainnsamlingen er samlet inn ved hjelp av videoopptak, blir vanligvis ikke all kroppsspråket skrevet ned i transkripsjonen. For å forklare transkripsjonene som er skrevet har elevenes handlinger også blitt skrevet ned, som når eleven brukte tallinja eller fingre. Gjennom transkripsjonene er det blitt benyttet ulike skrivemåter, på denne måten har jeg fått beskrevet noen av elevenes ikke-verbale handlinger (Tabell 3.1).

Kortkommando	Elevens ikke-verbale handlinger
(.)	Tenkepause under 5 sekunder
(..)	Tenkepause under 15 sekunder
(...)	Tenker over 15 sekunder
[.]	Eleven trykker på svaret (angir riktig svar)
[.-]	Eleven trykker på svaret (angir feil svar)
[:]	Viser til tallinja på PC
[-]	Trykker på neste og jenta for å høre oppgaven
(J.S.)	Jenta på skjermen sier oppgaven

Tabell 3.1: Elevenes ikke-verbale handlinger i transkripsjonene

3.2 Valg og gjennomføring

I forkant av intervjuene var det flere valg som måtte bli tatt. Et av valgene var hvilken skole og skoleklasse jeg skulle undersøke. Et annet valg var å bestemme seg for hvor mange elever det var behov for i studien. Før selve gjennomføringen ble det også valgt hvilke oppgaver elevene skulle arbeide med for å se på deres strategibruk.

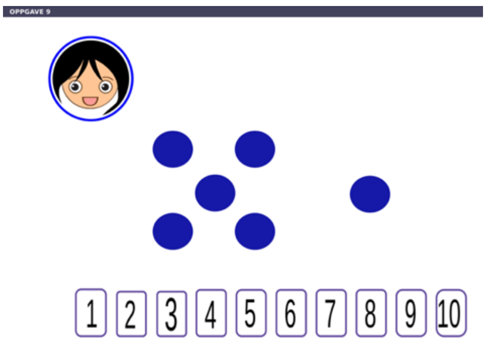
3.2.1 Valg av skole og elever

Datainnsamlingen til denne studien ble gjennomført på 19 elever på første trinn ved en skole i Trøndelag. Det vil si at elevene var fem eller seks år, de fleste var seks år da intervjuet ble gjennomført i november. Det var ønskelig å ha en blanding av gutter og jenter, og det ble til sammen intervjuet sju gutter og tolv jenter. Da studien omhandler elevers strategier i arbeid med oppgaver, valgte jeg å intervjue elever for å samle inn data. Cohen et al. (2018) påpeker at intervjuer av barn har blitt sett på som den beste kilden til informasjon om de selv. For å kunne intervjue elever, måtte jeg finne en skole hvor jeg kunne samle inn data. For valg av skole satte jeg noen kriterier. Det første kriteriet var at skolen ikke skulle være langt unna mitt nærmiljø, da jeg kunne ha mulighet til å komme tilbake hvis jeg hadde behov for mer informasjon eller data. Det andre kriteriet var at jeg ikke skulle ha noen kjennskap til elevene fra før. For å komme i kontakt med skolen valgte jeg først å kontakte rektoren for å høre om det var mulig å få samle inn datamaterialet på den utvalgte skolen. Kontakten med rektoren ble gjennomført i midten av september. Det ble da gitt informasjon om hva studien gikk ut på, hvordan datamaterialet ville bli samlet inn og informasjon generelt om studien. Rektoren bekreftet at jeg fikk samle inn datamateriale på skolen, og jeg fikk kontaktinformasjon til teamlederen på 1. trinn. Alle avtaler som ble gjort om tid, sted og praktisk informasjon ble tatt direkte med teamlederen. Foresatte ble informert gjennom et samtykkeskjema. Samtykkeskjemaet vil bli nærmere forklart senere i kapittelet. Samtykkeskjemaet ble levert til skolen og foresatte en måned før datainnsamlingen. Alle elevene i klassen fikk med seg samtykkeskjemaet hjem, det vil si at til sammen rundt 40 elever hadde muligheten til å delta. Jeg fikk tilbake til sammen 23 samtykkeerklæringer av foresatte som ønsket at barnet skulle delta i studien. På grunn av noen elevers norskferdigheter og på grunn av tidsrammen for gjennomføring av intervjuer ble noen av elevene ikke intervjuet. Intervjuene ble utført i midten av november. Elevene som ble intervjuet, var elever som ønsket å være med i forskningsprosjektet, samtidig som samtykkeskjema var innlevert. Siden studien hadde som hensikt å se på hvilke strategier en gruppe elever bruker i møte med tallforståelsesoppgaver, var 19 elever nok. Da målet ikke er å beskrive hva alle elever gjør, men beskrive hva noen elever gjør. Derfor ble ikke alle disse 19 transkribert. Elleve av de 19 intervjuene ble transkribert, da de resterende sju intervjuene var med elever som strevde med å beskrive hvordan de tenkte når de arbeidet med oppgavene.

3.2.2 Valg av oppgaver

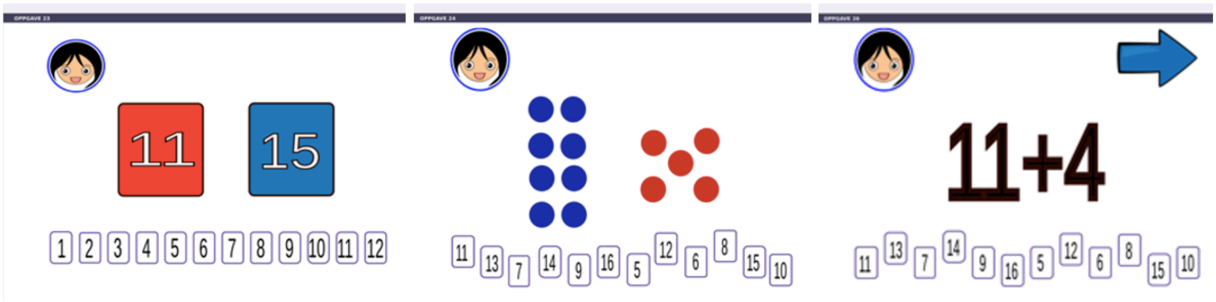
Da elevgruppen var bestemt, så jeg nærmere på oppgavene elevene skulle få. Først bestemte jeg meg for hvilket tema innenfor matematikk som skulle undersøkes. Jeg kom frem til at jeg ønsket å se på elevenes tallforståelse da den er essensiell for elevenes videre arbeid i matematikk. Min veileder Gunnhild Saksvik-Raanes arbeider fortiden med sin doktorgrad. Hun har i den forbindelse utviklet et formativt tallforståelsesverktøy som lærere skal kunne bruke for å finne ut hva 1. trinns elever kan når de starter på skolen. Verktøyet er basert på rammeverket til Andrews & Sayer (2015) som omhandler grunnleggende tallforståelse (FoNS). Jeg ble presentert for ulike oppgaver som hun har laget, hvor vi kom frem til at jeg skulle se på elevenes strategier innenfor kategoriene subitisering og aritmetisk kompetanse.

Hovedfokuset i oppgavene er som sagt subitisering og aritmetisk kompetanse. I begge kategoriene til sammen er det 26 oppgaver som elevene skulle prøve å løse. Innenfor subitisering, fikk elevene se objekter i ulike mønstre og antall, hvor elevene skulle finne ut hvor mange objekter de hadde sett (Vedlegg 2 – oppgave 3 til 13). Et eksempel på dette er oppgave 9 hvor eleven så en mengde med fem objekter og en mengde med ett objekt (Figur 3.1). Samtidig fikk eleven spørsmålet «Hvor mange prikker så du?», hvor spørsmålet i subitiseringsoppgavene alltid var det samme. I subitiseringsoppgavene var tallene alltid i rekkefølge, som på en tallinje, dette var for at tallrekken skulle kunne fungere som støtte for elevene.



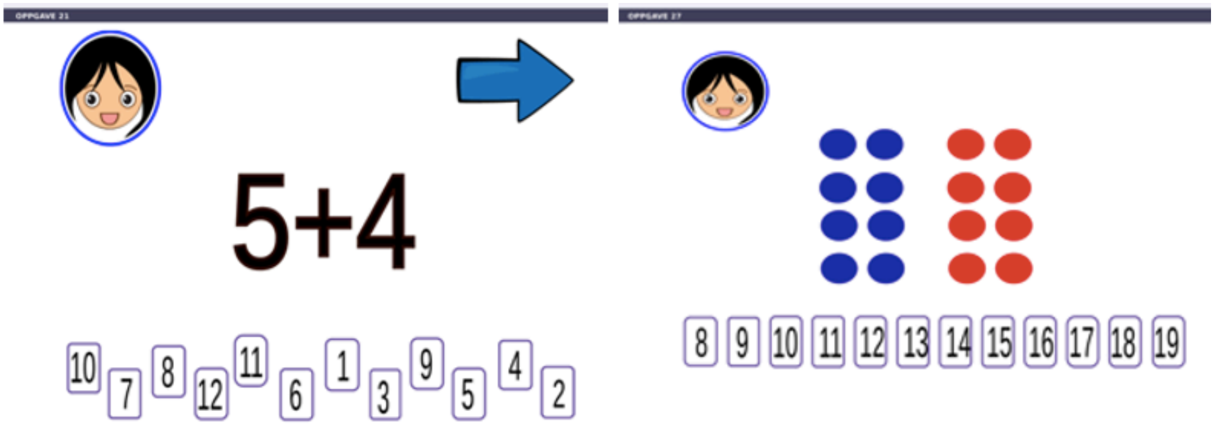
Figur 3.1: Oppgave 9 subitisering

Oppgavene som omhandlet aritmetisk kompetanse har ulike tilnærminger som hvor mange objekter (baller for elevene) det er til sammen, hvor mange flere objekter er det i den ene boksen og addisjon med symboler (Vedlegg 2 – oppgave 14 til 28). Eksempler på oppgaver er i figuren nedenfor. Figuren viser tre oppgaver: oppgave 23 som omhandler hvor mange flere objekter må den røde boksen ha, oppgave 24 som omhandler hvor mange objekter det er til sammen og oppgave 26 som er addisjon med symboler. Oppgavene er bygget opp etter oppgavetypene; endre, kombinere, sammenlikne og gjøre likt.



Figur 3.2: Illustrasjon på oppgave 23 (venstre), oppgave 24 (midten) og oppgave 26 (høyre)

Nesten alle oppgavene hadde en tallinje nederst på skjermen, men det varierte om den var ordnet eller uordnet. Tallinja som ble vist i teorikapittelet (figur 2.11) er det vi vanligvis tenker på når vi hører ordet tallinje, og benevnes her som en ordnet tallinje. Ordnet tallinje ville i denne sammenhengen si at svaralternativene som eleven skulle velge mellom var i riktig rekkefølge. I noen av oppgavene var svaralternativene uordnet. I slike tilfeller var ikke tallene i riktig rekkefølge, og benevnes som uordnet tallinje. Elevene som var med i denne studien møtte tallinjer som var ordnet og uordnet. Grunnen til dette var blant annet for å kunne vurdere hvorvidt elevene brukte tallinja som støtte for å finne svaret på oppgaven. I figuren nedenfor (figur 3.3) er det to oppgaver hvor den ene oppgaven har en tallinje som er uordnet (oppgave 21) og den andre har en tallinje er ordnet (oppgave 27).



Figur 3.3: Aritmetiske oppgaver hvor tallinjen er ordnet og uordnet (oppgave 21 til venstre og oppgave 27 til høyre)

Etter oppgavene var valgt, så jeg nærmer på hver oppgave for å se på mulige strategier som elevene kunne bruke for å løse dem. Grunnen til dette var for å kunne forberede meg på intervjusituasjonen og tenke på hvilke spørsmål jeg kunne stille elevene ved de ulike strategiene. Noen av strategiene, slik som tellestrategier og fingre, ble benyttet av elevene som antatt og er derfor nærmere forklart i teorikapittelet.

3.2.3 Valg av gjennomførelsen

Intervjuene ble valgt å gjennomføres ansikt til ansikt for å få en bedre forståelse for elevenes strategibruk. Flere elever brukte både skjermen hvor oppgavene er på, fingre og andre muligheter for å løse oppgavene, noe som gjorde at det var hensiktsmessig å gjøre intervjuene ansikt til ansikt.

Hvor gjennomføringen av selve intervjuet fant sted kan også påvirke intervjuet. Intervjuene fant sted på elevenes skole, en av grunnene til dette er at elevene føler seg tryggere i sitt vante miljø. Cohen et al. (2018) trekker frem at det er viktig at elevene er på en trygg plass da de blir intervjuet. Rommets plassering kan også påvirke studien med tanke på distraksjoner. Ved at vi var på et rom som hadde vindu ut mot skolegården, var det tydelig at noen av elevene ble distrahert til tider. Starten av hvert intervju gikk til å få elevene trygge. For å få elevene trygge, valgte jeg å snakke med de om andre ting enn matematikk, som for eksempel interesser, før vi gikk over på temaet og de ulike oppgavene. I forkant av og under intervjuet fokuserte jeg på å bruke språk som var tilpasset elevene, slik at jeg ikke brukte begreper som var utenfor elevenes rekkevidde. På denne måten var det lettere for elevene å delta i intervjuet, og beskrive sine tanker i arbeidet med oppgavene.

Før selve undersøkelsen, måtte jeg ta noen valg med tanke på hva jeg skulle gjør om elevene strevde med å løse en oppgave. På grunn av at jeg ønsket å undersøke hvilke strategier elevene kunne bruke på egen hånd, ble det naturlig at jeg ikke kunne hjelpe dem. Derfor ble elevene som strevde med å løse en oppgave spurt om de ønsker å prøve å løse oppgaven selv eller ville gå videre på den neste oppgaven. Jeg valgte å gjenta oppgavespørsmålet om elevene glemte hva spørsmålet var, da jeg ikke hjalp de med å bestemme en strategi ved å gjøre dette. I tillegg var det enkelte elever som hadde behov for bekreftelse av intervjuer for å velge et svaralternativ. I disse situasjonene ønsket jeg ikke å si om det de hadde kommet frem til var riktig eller galt, og valgte derfor å si noe som: «Hva tror du er riktig?» som fikk de til å svare det de selv mente.

3.3 Min forståelse

En forsker vil alltid ha en forforståelse, før man begynner med en studie eller et prosjekt. Jeg ønsker derfor å vise til mine forforståelser, som kan ha en innvirkning på studien. Før jeg startet på master i matematikkdidaktikk 1.-7. ved NTNU har jeg tatt utdanningen grunnskolelærer 1.-7. Underveis i utdanningsløpet har jeg hatt praksisperioder og jobbet som vikar, på denne måten har jeg fått et innblikk i hvordan hverdagen i skolen fungerer. Gjennom utdanningsløpet har jeg sett og observert elevers arbeid med matematikk og ulike strategier elevene benytter seg for å løse ulike matematikkoppgaver. Denne forforståelse kan påvirke forskerprosessen blant annet i valg av teori og analysearbeidet. Jeg ønsker å utdype analysearbeidet nærmere i neste delkapittel.

3.4 Analysearbeid

For å analysere datamaterialet har jeg benyttet en tematisk analyse med en induktiv tilnærming. Tematisk analyse er inspirert av Braun & Clark (2006). Jeg vil i dette delkapittelet først gå inn på induktiv metode og tematisk analyse, for så å beskrive min analyse av datamaterialet.

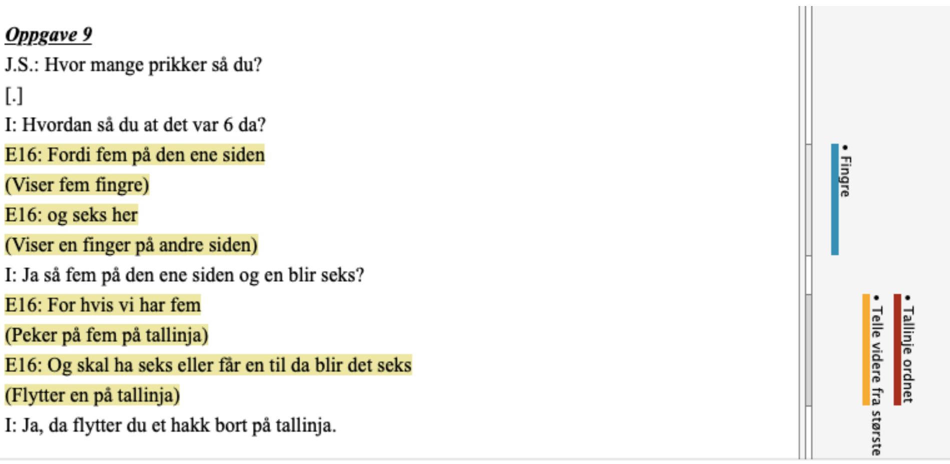
3.4.1 Tematisk analyse og induktiv tilnærming

Tematisk analyse er ifølge Braun & Clark (2006) en metode for å identifisere, analysere, organisere, beskrive og rapportere temaer som finnes i et datasett. Gjennom å bruke tematisk analyse av datasettet er målet å få en oversikt over hvilke strategier elevene i studien bruker. Ved å identifisere strategiene, beskrive de og organisere de i sammenhenger med hverandre ønskes det å beskrive temaene i datamaterialet. Kodene i analysen kan gjennomføres både induktivt og deduktivt. Induktiv koding er å kode uten koder som allerede eksisterer (Braun & Clarke, 2006). Mens deduktiv på den andre siden er utfra forskerens teoretiske eller analytiske interesse og kan ha koder som man leter etter. I denne studien har jeg valgt å gå inn induktivt. På denne måten ser jeg på datamaterialet uten et fast rammeverk (Nowell et al., 2017). Ved å bruke denne måten å kode på kunne jeg kode alle strategiene som jeg oppdaget at elevene brukte, og kan dermed ikke overse noen på grunn av et rammeverk. Likevel må det påpekes at jeg som student har kunnskaper om temaet fra tidligere, som er beskrevet i delkapittel 3.3. På grunn av dette vil det være en mulighet for at mine forkunnskaper påvirker kodingen. En av årsakene til at induktiv koding ble benyttet var for å ikke ha mulighet til å utelukke noen av strategiene elevene brukte.

3.4.2 Analyse av datamaterialet

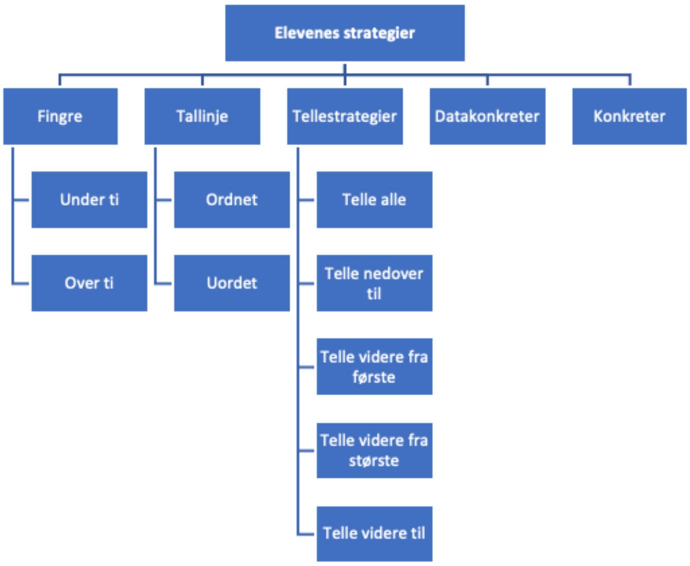
Først gikk jeg igjennom videoopptakene for å få et innblikk i elevenes strategier. I denne gjennomgangen noterte jeg, i et Excel-ark, kjapt ned hvilke strategier jeg mente elevene brukte ved første øyekast. Jeg transkriberte så videoopptakene av elleve av de 19 intervjuene som ble gjennomført. Videoopptakene ble gjennomgått flere ganger for å være sikker på at alt under arbeidet med oppgavene ble tatt med. Dette er en del av det som går under fase en av analysen, å bli kjent med datamaterialet (Braun & Clarke, 2006; Nowell et al., 2017). Deretter ble transkripsjonene lest gjennom på nytt for å få et enda bedre overblikk over datamaterialet, men også for å se over skrivefeil i transkripsjonene.

Da jeg hadde blitt kjent med datamaterialet importerte jeg transkripsjonene inn i NVivo for videre analyse. NVivo er et dataprogram som er laget for å analysere kvalitative data (NTNU, u.å.). Ved hjelp av verktøyene inne i NVivo begynte jeg å kode dataene med å stille meg selv spørsmålet «Hva gjør eleven for å finne svare på oppgaven?», som er fase to. Dette spørsmålet dannet koder utfra hvilke strategier jeg mente elevene brukte i hver oppgave. I figur 3.4 er det vist hvordan kodingen kunne se ut i NVivo. Figuren viser hvilke strategier Emil bruker for å komme frem til hvor mange objekter han så i oppgave. I selve transkripsjonen ser vi at det som er blitt kodet er markert med en gul uthevingsfarge. Figuren viser til høyre i bildet hvilke koder som er blitt brukt i uthevingen, som i dette tilfellet er «fingre», «tallinje ordnet» og «telle videre fra største».



Figur 3.4: Koding i NVivo

Når alle transkripsjonene var kodet, gikk jeg over i fase tre det som kalles for «søke etter tema» (Braun & Clarke, 2006; Nowell et al., 2017). I NVivo fikk jeg se listen med kodene som var blitt kodet i alle transkripsjonene, disse kodene skulle jeg nå ordne inn i temaer. Kodene ble skrevet ned på lapper, og deretter organisert i bunker som kunne bli til et tema. Figur 3.5 viser et hierarki med temaene som ble valgt, og hvilke koder som tilhører det aktuelle temaet. Fra hierarkiet kan vi blant annet se at kodene, ordnet tallinje og uordnet tallinje, er slått sammen til temaet tallinje. Det må understrekes at temaet «tellestrategier» ofte ble benyttet sammen med en av de andre strategiene, og på denne måten går inn i de andre strategiene. Likevel er tellestrategier benyttet mye hos elevene, så jeg ønsket å se på den som et eget tema.



Figur 3.5: Hierarki som viser temaer og koder

For å se nærmere på temaene og kodene, og sammenhengen innad i et tema, ble det laget tabeller og diagrammer, noe flere forskere påpeker som viktig (Braun & Clarke, 2006; Nowell et al., 2017). Utformingen av tabeller og diagrammer ble gjort i dataprogrammet Microsoft Excel. Gjennom bruk av Excel laget jeg ulike oversikter som for eksempel «samlet frekvens over hvilke oppgaver elevene brukte mest av fingre, tallinje, konkreter og tellestrategier» og «hver enkelt elevs bruk av tallinje». Alle oversiktene ble vist i en tabell, et linjediagram eller søylediagram. Tabellene viste oversikt over hvor mange ganger en elev benyttet en strategi eller hvor mange ganger en strategi ble benyttet av elevene. Utvalg av noen tabeller og diagrammer vil ta en del av resultatdelen sammen med utdrag av intervjuene. Tabellene og diagrammene blir en del av resultatet for å gi en kort og sammenhengende beskrivelse av dataene både for hvert av temaene og på tvers av temaene.

3.5 Studiens troverdighet

Guba & Lincoln (1981) foreslår fire spørsmål som viser til om en studie er troverdig eller ikke: sannhetsverdien, anvendbarheten, uforanderligheten og nøytraliteten. Det er ulike forskere som tar for seg troverdighet i kvalitativ analyse, men i denne masteren har jeg valgt rammeverket til Guba (1981). Gubas (1981) rammeverk tar for seg hvordan en studie kan være troverdig, og hva forskeren selv kan gjøre for at studien skal bli mer troverdig. Det er ulike grunner til at det er dette rammeverket som er valgt. For det første bruker Guba (1981) begreper som er rettet mot en naturalistisk tilnærming slik som Cohen et al. (2018) angir at kvalitative undersøkelser er. For det andre er Gubas (1981) rammeverk anerkjent innfor troverdighetsfeltet, og svært mange forskere har brukt det aktuelle rammeverket. I rammeverket påpekes fire aspekter ved troverdighet, og aspektene blir sett i sammenheng med både den vitenskapelige og naturalistiske tilnærmingen (Guba, 1981). Jeg har valgt en kvalitativ forskningsmetode, og de kvalitative forskningsmetodene er ofte koblet opp mot det naturalistiske paradigmet. En annen grunn til at jeg ser på denne studien innenfor det naturalistiske paradigme er fordi teorien kommer fra datamaterialet som blir samlet inn, og på denne måten styrer datamaterialet utfallet til studien. Gjennom denne studien bli datainnsamlingen gjort i elevenes miljø, på skolen, og den naturalistiske forskeren undersøker ofte i den virkelige verdenen – noe skolen er. Guba (1981) viser til en tabell (3.2) som beskriver disse parallellene. Hvor de naturalistiske betegnelsene på aspektene er i høyre kolonne.

Aspekt	**Vitenskapelige betegnelser**	**Naturalistiske betegnelser**
Sannhetsverdi	Indre validitet	Kredibilitet
Anvendbarhet	Ekstern validitet Generaliserbarhet	Overførbarhet
Uforanderlighet	Reliabilitet	Avhengighet
Nøytralitet	Objektivitet	Bekreftbarhet

Tabell 3.2: Vitenskapelige og naturalistiske betegnelser til de fire aspektene, hentet fra Guba (1981)

Det første aspektet, sannhetsverdi, omhandler synet på virkeligheten og hva som er sant og ikke (Guba, 1981). På den naturalistiske siden er sannhetsverdien representert ved kredibilitet. Aspektet omhandler hvordan man ser på virkeligheten, og i virkeligheten skjer det mange hendelser på en gang. Naturalistene ønsker se på mønsteret i sin helhet og velger ut noen handlinger som tar hensyn til kompleksitetene. Gjennom studien ble det benyttet intervju. Intervjuene ble underveis oppfattet av intervjuer som skrev ned feltnotater, samtidig som det ble benyttet videokamera. På denne måten kan intervjuer og videokamera oppfatte ulike vinkler på den samme hendelsen, noe som blir kalt for triangulering og styrker kredibiliteten i studien (Guba, 1981; Nowell et al., 2017). I denne sammenhengen kan intervjuerens feltnotater se en annet perspektiv enn videoopptakene, da det kan være muligheter for at de fokuserer på ulike hendelser i situasjonene. Triangulering er også gjennomført ved å ha flere elever som blir intervjuet, og dermed ulike kilder, her elever, i selve datamaterialet. Med bruk av ulik litteratur vil man kunne se ulikt og diskutere ulikt om funnene som er blitt gjort, og på denne måten triangulere mellom teorier. Å samle inn mer data enn det som trengs er også med på å styrke kredibiliteten til studien (Guba, 1981; Nowell et al., 2017). I denne studien ble det samlet inn mer data enn det som var nødvendig, og dataene som ikke ble brukt kunne vurderes opp mot de som ble brukt derom de stemte overens. Underveis i arbeidet har studien blitt diskutert med veileder og medstudenter. Møtene har blant annet tatt utgangspunkt i diskusjon rundt temaer som: hvordan analysere datamaterialet og ulike vinkler man kan se datamaterialet fra, koding og kategorisering av datamateriale, troverdigheten i studien og hvordan gjøre analysen om til resultatdel. Diskusjonene har medført ulike blikk på datamaterialet, og vært med på å utforske datamaterialet. Gjennom samtalene har jeg fått nytt blikk på datamaterialet og fått et annet innblikk enn tidligere, noe som er med på å styrke kredibiliteten (Guba, 1981; Nowell et al., 2017).

Anvendbarhet er det andre aspektet som Guba (1981) angir innen troverdighet, og handler om funnene kan brukes i en annen kontekst. Den naturalistiske tilnærmingen bruker begrepet overførbarhet. Naturalistene ønsker at det de viser frem skal være relevant for mottakeren, og holder seg derfor unna generalisering. De ønsker å ha innhold med uttalelser som er beskrivende og fortolkende av en kontekst. Språket i transkripsjonene ble oversatt fra dialekt til bokmål, det samme gjelder fagbegreper på engelsk som er oversatt til norske begreper. Dermed er språket i studien forsøkt til å lage forståelige og gode oversettelser til norsk, slik at det kan leses av lærere og forskningsfeltet. På denne måten kan forhåpentligvis begge feltene kjenne seg igjen i det som blir formidlet, da det er en større overførbarhet jo flere som kan relatere seg til forskningen (Guba, 1981). En annen måte å få flere til å relater seg til forskningen på er å velge intervjupersoner med ulike synspunkt. Likevel bør det påpekes at det i intervjuer med barn kan være vanskelig å få en klar oppfatning av barnets synspunkter. I denne studien er det valgt å ha en variasjon av gutter og jenter, barn som er etniske norske og ikke, samt ulike matematiske nivå på elevene. Barnas utgangspunkt vil derfor være med på å variere synspunktene til barna som er med i studien, og høyne troverdigheten til studien.

Aspektet uforanderlighet er det tredje aspektet ved troverdighet (Guba, 1981). Uforanderlighet blir innenfor tilnærmingen naturalisme knyttet til begrepet avhengighet. Avhengighet omhandler stabiliteten i dataene, siden virkeligheten blir påvirket av synet til den som ser. Underveis i analysene har det blitt skrevet en loggbok. Ved å bruke denne loggboka hadde jeg for det første en oversikt over hva som ble gjort når og hvordan, men også en mulighet allerede i planleggingsdelen av intervjuene til å se for meg hva som kan gjøres i de ulike stadiene i intervjuene. Loggboka kan på denne måten være med på å øke studiens troverdighet. Det er også benyttet ulike metoder som overlapper hverandre, ved at jeg som intervjuer skrev ned feltnotater som jeg mente var viktig underveis i intervjuet. Disse to perspektivene vil kunne være avgjørende for min forskerrolle. Feltnotatene vil sammen med videoopptakene være med på å ha to metoder som overlapper hverandre, som kan ses i sammenheng med trianguleringen beskrevet lengre oppe, og føre til ulike syn som vil øke troverdigheten.

Det siste aspektet innenfor troverdighet er nøytralitet (Guba, 1981). Nøytralitet blir ofte betegnet som bekreftbarhet innenfor den naturalistiske tilnærmingen. Bekreftbarhet tar utgangspunkt i at funnene som det vises til i undersøkelsen kommer fra datainnsamlingen, og ikke fra teorien. For å øke bekreftbarheten i studien har jeg prøvd å finne flere kilder som viser til påstander. Et eksempel på dette er innenfor telling hvor forskerne Anghileri (2006), Saranecka & Carey (2008) og Frye et al. (1989) påpeker for eksempel en-til-en-korrespondanse innenfor telling. Studien har også flere elever, som kan ses på som kilder, og flere av elevene benytter seg av samme strategi på oppgavene. Deler av metodedelen er også med på å øke troverdigheten siden den viser hvordan datainnsamlingen har foregått. Metodekapittelet vil dermed få andre til å få et innblikk i hva som er gjort underveis. På denne måten er prosessen av studien transparens, noe som gjør at leseren får et innblikk i prosessen som er blitt gjennomført og alt er lagt frem.

3.6 Etikk

Gjennom studien er det viktig å ta hensyn til de etiske retningslinjene, både før, under og etter intervjuet. Jeg holdt meg til generelle forskningsetiske retningslinjer og fagspesifikke forskningsetiske regler for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi. Å følge disse reglene er en plikt jeg som forsker har. Pliktetikk som omhandler å ta et valg utfra gyldige prinsipper og/eller moralske regler, og at handlingen da vil være riktige (Ohnstad, 2018). Kant er en kjent pliktetiker som mente at vi har en norm som gjelder over alt til enhver tid, som blir kalt for det kategoriske imperativ (Andersen, 2008). I denne studien hvor jeg forsker på barn må jeg ta hensyn til at informantene ikke er myndige. Derfor har jeg utarbeidet et samtykkeskjema som ble gitt til foresatte i den aktuelle klassen (se vedlegg 3). I dette samtykkeskjema blir det beskrevet hva studien går ut på, at det er frivillig å delta i prosjektet og om det er ønskelig å trekke seg ved en senere anledning er det bare å gi beskjed. På denne måten er det sikret at det er frivillig å delta og at personvern blir ivaretatt.

Under intervjuet ble det brukt videokamera hvor elevenes handlinger og samtale med intervjuer ble fanget opp. Bruk av videokamera og samtykkeskjema blir regnet som personvernopplysninger hos NSD (Norsk senter for forskningsdata). På grunn av personopplysninger i studien var jeg pliktet til å sende inn meldeskjema til NSD. I meldeskjemaet forklarte jeg hvilke personopplysninger som ville finne sted i studien, informasjon om studiet slik som formålet, temaet og daværende forskningsspørsmål. Deretter gikk jeg inn på hvordan studien skulle gjennomføres, og hva som skulle gjøres i etterkant av intervjuet. Alt datamaterialet jeg har samlet inn ble og blir oppbevart ifølge NSDs retningslinjer. Etter at meldeskjemaet var godkjent fra NSD, i starten av oktober, kunne jeg starte med å sende ut samtykkeskjema til foresatte og deretter starte intervjuene. Det å melde opp til NSD og følge reglene for personvern er en plikt jeg som forsker har når jeg skal intervjue barn.

Som student ved NTNU er det også noen retningslinjer som må følges, i tillegg til NSD og de forskningsetiske retningslinjene. NTNU sine retningslinjer aksepterer ikke å oppbevare personopplysninger på egne enheter, noe som også er anbefalt fra NSD. I den sammenheng ble det lånt videokamera fra NTNU for å filme intervjuene. Deretter ble videoene lagt inn på en minnepenn fra NTNU som var kryptert med et passord. NTNU og NSD har godkjent at lagringen av filene er på en kryptert minnepenn, og på denne måten oppfylles kravene for lagringssikkerhet.

Med intervju som metode følger jeg mange etiske og moralske spørsmål (Kvale & Brinkmann, 2009). Blant annet kommer man innom elevenes konfidensialitet, og i den sammenheng ble elevenes intervjuer transkribert og elevene fikk fiktive navn og alle uttalelser ble skrevet på bokmål. Ved å skrive fiktive navn og bokmål vil verken elevene kunne bli kjent igjen på dialektord eller navn.

3.7 Drøfting av metode

For å se elevenes bruk av strategier tar studien for seg elleve elevers arbeid med tallforståelsesoppgaver innenfor subitisering og aritmetisk kompetanse. Datamaterialet inneholder først og fremst intervjuer av elever, hvor samtalene er transkribert. Studien har sine begrensninger da det kun er elleve elever som er blitt analysert, oppgaven har en begrensing på antall ord og tiden man har til rådighet for å skrive masteroppgaven. Disse tre begrensingene vil være med på å påvirke at studien vil ha et mindre omfang enn en studie som hadde hatt mulighet til å bruke lengre tid på å se på elevenes strategier.

For å samle inn datamaterialet ble det benyttet intervju, og det må nevnes at det finnes fordeler og ulemper med bruk av denne metoden for datainnsamling. Det kan være en utfordring å intervjue små barn slik man gjør i denne studien. For det første kan det være vanskelig for barna å gjøre det de ville ha gjort til vanlig når de er sammen med en voksen de ikke har en lang relasjon til. For det andre, er det en utfordring å unngikk jeg at intervjusituasjonen påvirket eleven i for stor grad. I denne studien ble elevene tatt ut av klasserommet, og på denne måten var de ikke i den vanlige klasseromssituasjonen derfor ble det aktuelt å ha et intervju. Ved å ta eleven ut av klasserommet for intervju unngikk jeg at eleven lor seg påvirke og bruke samme strategi som den ved siden av seg. Datamaterialet vil derfor kunne se på elevenes bruk av strategier, og være sikker på at det er denne strategien eleven har valgt selv og ikke fått en veldig stor ytre påvirkning i det aktuelle handlingsøyeblikket. Likevel må det påpekes at eleven kan ha blitt påvirket av min tilstedeværelse og at jeg på denne måten kunne ha vært en ytre påvirkning. Selv om disse utfordringene kan påvirke studien, er likevel det å intervjue barna den beste måten å få kunnskap om dem selv (Docherty & Sandelowski, 1999, gjengitt av Cohen et al., 2018). I intervju må elevene forklare hvordan de tenker for å komme frem til svaret, og på denne måten vil jeg kunne få et innblikk i hva som ligger bak elevenes handlinger. Ved å stille oppfølgingsspørsmål kom det tydeligere frem hvilke strategier elevene brukte i de ulike oppgavene. Gjennom intervju kunne jeg få en tydeligere forståelse for hvilke strategier elevene faktisk brukte og fikk et innblikk i deres tankegang noe som ville vært vanskeligere ved å kun observere det de gjør. Det må likevel påpekes at det å skille mellom deltakende observasjon og intervju kan være vanskelig.

For å analysere datamaterialet ble det benyttet en tematisk analyse. Tematisk analyse er mindre beskrevet enn mange andre analysemetoder, slik som Grounded Theory (Braun & Clarke, 2006; Bryman, 2018). På grunn av at den ikke er beskrevet like grundig i forskningsfeltet fant jeg mindre teori som kunne benyttes, selv om det har kommet mer de siste årene (Bryman, 2018). Dette er noe som kan være med å påvirke analysen. Likevel må det påpekes at tematisk analyse er fleksibel, og gir en rik og detaljert redegjørelse for den aktuelle dataen (Braun & Clarke, 2006). I denne studien er det nødvendig å få en detaljert oversikt over elevenes bruk av strategier, for å kunne fremheve likheter og forskjeller elevene imellom. Jeg påpeker også at jeg gikk inn i datamaterialet induktivt, en åpen koding. Det må samtidig påpekes at mine forkunnskaper likevel vil være med å påvirke min tankegang underveis i analysen. Postholm & Jacobsen (2018) påpeker dette med at både intervjuene og analysen vil bli påvirket av forskerens erfaringer og teoretiske kunnskaper. Ved å ha et eget delkapittel, «3.4 Min forforståelse», i dette kapittelet ønsket jeg å legge frem min forforståelse. Grunnen til dette var for å klargjøre mine egne erfaringer og kunnskaper som kunne ha påvirket studien.

4 Resultat

I dette kapittelet vil jeg presentere datamaterialet og resultatene av analysen. Datamaterialet baserer seg på transkripsjoner fra intervjuene. Transkripsjonene er analysert opp mot teoretiske rammeverk og essensielle begreper, som omhandler strategier i tallforståelsesoppgaver med fokus på subitisering og aritmetisk kompetanse nevnt i teorikapittelet. Analysen vil ta utgangspunkt i forskningsspørsmålet for å kunne diskutere funnene i etterkant.

Resultatene er delt inn i fem deler. Den første delen beskriver hvilke strategier elevene brukte og i hvilke oppgaver elevene bruker strategiene. Deretter vil resultatene fordype seg i fire strategier. Først fremstilles strategien fingre, hvor det vil bli vist til hvilke elever som benytter fingrene i møte med oppgavene. Deretter vil jeg se nærmere på elevenes bruk av fingre som strategi når oppgavene har et svar over og under ti, for å se om det er noe forskjell på elevenes bruk av fingre. Videre vil elevenes bruk av tallinja bli lagt frem. Delkapittelet vil se på når elevene benyttet seg av tallinja og hver enkelt elev og deres bruk av tallinje opp mot riktige svar. For så å se på noen utdrag av hvordan elevene bruker tallinja. Jeg vil så vise til resultatene av elevenes bruk av datakonkreter. Delkapittelet vil først se nærmere på hvilke elever som benyttet seg av strategien, for deretter å se hvordan de brukte strategien for å løse oppgavene. Deretter vil jeg presentere elevenes bruk av tellestrategier. Først vil det bli sett på hvilke tellestrategier elevene brukte, og på hvilke oppgaver de var hyppigst i bruk. Videre vil jeg se nærmere på hver av tellestrategiene, og hvordan elevene benyttet seg av disse i oppgaveløsningen. Helt til slutt vil jeg gå inn på hvordan Live og Emil varierte sine strategier gjennom oppgavesettet.

4.1 Hvilke strategier brukte elevene?

Tabellen (4.1) nedenfor viser en oversikt over de elleve elevenes mest brukte strategier i de ulike tallforståelsesoppgavene. Kolonnen til venstre viser oppgavenummeret, og er farget i blå. De grønne kolonnene, angir de ulike strategiene: tallinje, fingre, datakonkreter og tellestrategier. Høyre kolonne, gul, viser antall strategier som er blitt observert for hver oppgave. I oppgave 16 ser vi det er blitt brukt tre ulike strategier: tallinje, fingre og tellestrategier. Nederste linje er også farget gul, den henviser til antall ganger den enkelte strategien er brukt gjennom hele oppgavesettet. Eksempelvis er tallinje brukt til sammen 42 ganger av elevene. Om vi ser på en rad i tabellen vil vi få en oversikt over en oppgave. Rad med oppgavenummer ti viser at elevene har brukt strategien «tallinje» fire ganger, strategien «fingre» to ganger, «datakonkreter» null ganger og «tellestrategier» seks ganger. Noe som til sammen utgjør at det er tre ulike strategier som er blitt brukt. Noen av elevene benyttet seg av flere strategier i en oppgave, og derfor vil summen av alle elever som har brukt strategiene i en oppgave kunne bli over antall elever. Dette kan vi se et eksempel på i oppgave 24 hvor summen blir 26.

Oppgave nr.	Tallinje	Fingre	Datakonkreter	Tellestrategier	Antall strategier pr. oppgave
3	0	1	0	1	2
4	0	1	0	0	1
5	1	0	0	0	1
6	1	4	0	1	3
7	2	4	0	6	3
8	1	3	0	4	3
9	3	5	0	6	3
10	4	2	0	6	3
11	1	2	0	2	3
12	1	3	0	2	3
13	2	8	0	7	3
14	0	2	3	5	3
15	0	5	4	9	3
16	2	4	0	3	3
17	3	6	0	9	3
18	2	4	0	3	3
19	1	8	0	1	3
20	2	8	0	5	3
21	1	8	0	5	3
22	0	9	0	5	2
23	2	6	0	3	3
24	2	5	5	13	4
25	5	5	0	11	3
26	3	4	0	10	3
27	3	3	6	12	4
28	0	4	6	4	3
Antall	**42**	**114**	**24**	**133**	

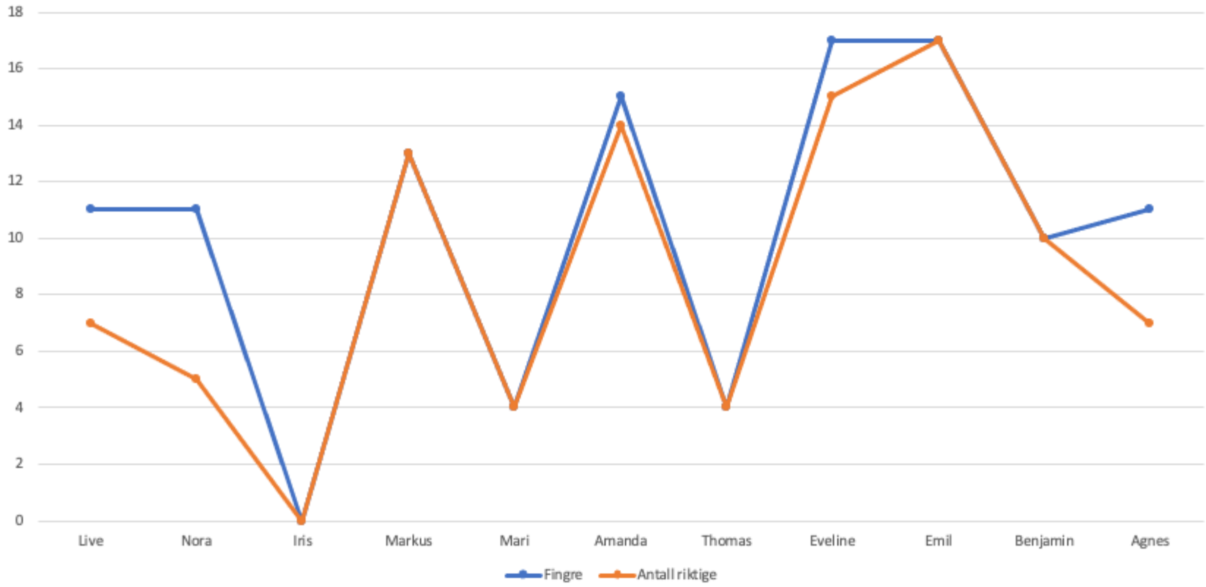
Tabell 4.1: Oversikt over elevens strategier

Tabellen viser til fire hovedkategorier. Videre utover i kapittelet vil det nå bli sett nærmere på hver av de presenterte hovedkategoriene. Dette for å gi en dypere forståelse for hvilke strategier elevene brukte i arbeid med tallforståelsesoppgaver, og hvordan de benytter seg av dem.

4.2 Fingre

Tabell 4.1 viser at fingre er en hyppig strategi, som elevene brukte i arbeidet med tallforståelsesoppgaver i subitisering og aritmetisk kompetanse. Oppgavene ble løst ved hjelp av fingre 114 ganger. Det var kun på oppgave 5 at ingen av elevene brukte strategien.

Det må påpekes at det er stor variasjon blant elevene i forhold til hvor hyppig de brukte fingrene som strategi. Figuren nedenfor (figur 4.1) viser antall ganger elevene brukte strategien fingre (blå) og antall riktige svar (oransje) gjennom oppgavesettet. Her er det tydelig at Eveline og Emil brukte fingre flest ganger, hvor begge benyttet fingrene i 17 av oppgavene. Eveline hadde derimot to feil av disse 17, mens Emil hadde alle rett. Iris på den andre siden brukte ikke fingre som strategi en eneste gang. Det må understrekes at figuren viser forskjeller mellom elevene i forhold til antall riktige svar da de benyttet seg av fingrene. Eksempelvis hadde Nora seks feil, mens Emil hadde null.

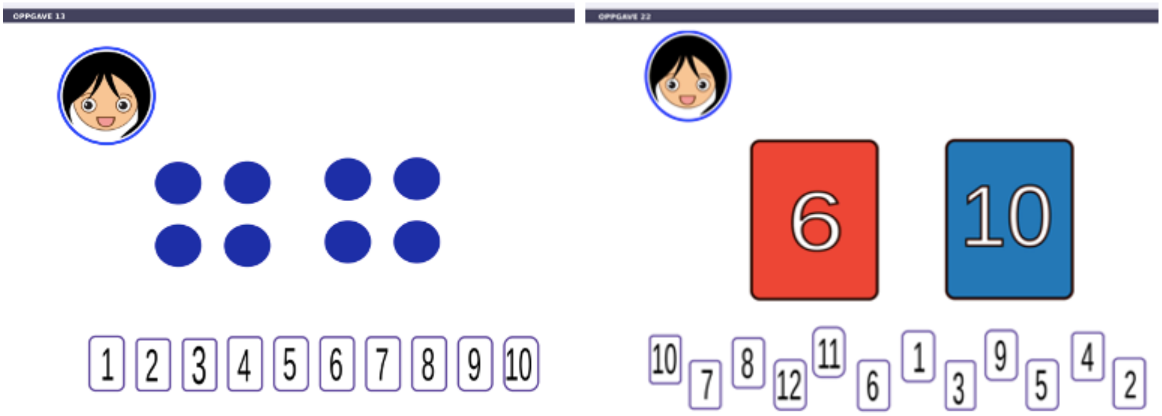


Figur 4.1: Antall ganger hver elev har brukt fingre som strategi og fått riktig svar

Figuren viser at Live og Nora er blant de to elevene med flest feil ved bruk av fingre som strategi. Dette samsvarer med den totale poengsummen gjennom hele oppgavesettet, hvor Live og Nora er de to med flest feilsvar. Live hadde totalt åtte feil i oppgavesettet mens Nora hadde i alt ti feilsvar. Begge elevene brukte fingrene i elleve av de 26 oppgavene, og er dermed strategien de brukte mest sammen med tellestrategi.

4.2.1 Fingre under ti

De aller fleste oppgavene, 21 av 26, i oppgavesettet har svar under ti. Som linjediagrammet over viser er fingrene en hyppig strategi som ble brukt av elevene. Av disse oppgavene ble fingre brukt av flest elever på oppgave 13 og 22. Oppgave 13 er en subitiseringsoppgave mens oppgave 22 er en aritmetikkoppgave. Nedenfor ser vi et utklipp, figur 4.2, av hvordan skjermen så ut for elevene på de to oppgavene. Oppgaven til venstre er subitiseringsoppgaven, hvor elevene fikk spørsmål om: «Hvor mange prikker så du?». Subitiseringsoppgaven inneholder åtte objekter og en ordnet tallinje. Til høyre er den aritmetiske kompetanse oppgaven, hvor oppgavetypen er «gjøre likt» og vi ser at tallinja er uordnet. Elevene fikk i denne oppgaven spørsmålet: «Det skal være like mange baller i begge boksene. Hvor mange flere baller skal den rødeboksen ha?». Slik som i oppgave 22 kan en grunn være at tallinja er uordnet og oppgavetypen gjøre likt, som mest sannsynligvis er en oppgavetype de ikke hadde arbeidet mye med tidligere. Dermed er fingrene en mulig strategi. Samtidig er det kanskje enklere for noen elever å se at det mangler fire for å komme til ti når de har seks fingre oppe.

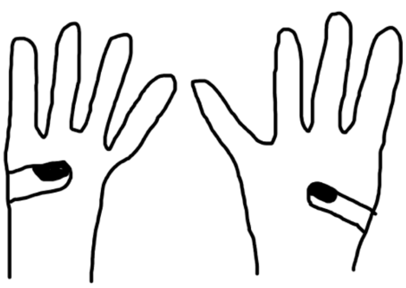


Figur 4.2: Illustrasjon av oppgave 13 (venstre) og 22 (høyre)

Begge oppgavene har et svar på under ti. Jeg ønsker å vise et utdrag fra Amandas arbeid med subitiseringsoppgaven.

11.116 Amanda: For jeg vet at 8+8.. jeg vet at 4+4 blir 8.
11.117 I: Åja, så du så fire?
11.118 Amanda: Ja, også så jeg enda en firer ved siden av.
11.119 I: Ja
11.120 Amanda: Og jeg vet at 4+4 blir 8.
11.121 I: Hvordan vet du at 4+4 blir 8 da?
11.122 Amanda: Jo, jeg har regnet
11.123 I: Du har regnet?
11.124 Amanda: Eksempel; $1-2-3-4$. $1-2-3-4$.
(tar opp en og en finger mens hun sier tall ordene og står med fire på hver hånd)
11.125 Amanda: $1-2-3-4-5-6-7-8$.
(Teller en og en finger)

Amanda viste at hun så to grupper på fire i subitiseringsoppgaven. Av grupperingene på fire laget hun addisjonsstykket fire pluss fire. For å vise at fire pluss fire ble åtte, brukte hun i replikk 11.124 fingrene til å telle opp to mengder på fire. Først telte hun fra en til fire på en hånd før hun så telte fra en til fire på den andre hånda på samme måte. Figur 4.3 viser hvordan hun hadde fingrene. Til slutt i replikk 11.125 telte hun alle fingrene hun hadde oppe, og kom frem til at summen ble åtte.

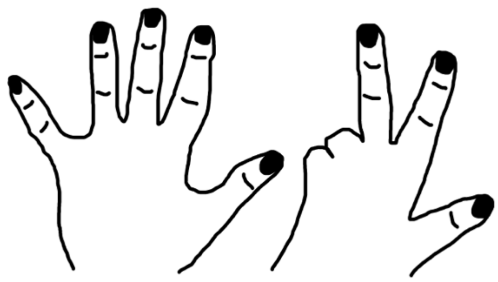


Figur 4.3: Illustrasjon på Amandas fingre

Elevene brukte også fingrene som strategi i arbeid med aritmetiske kompetanse oppgavene. Et eksempel på dette er i oppgave 20. Hvor spørsmålet er: «Hva er seks og to til sammen?». På skjermen ser eleven addisjonsstykket $6+2$ med symboler og en ordnet tallinje. Eveline benytter seg av fingrene for å finne ut hvor mange objekter det er til sammen.

[.] (Eveline svarer 8)
14.179 I: Hvordan visste du at det ble 8?
14.180 Eveline: Fordi at hvis vi har seks
(Tar opp seks fingre)
14.181 E14: Og legger på $1-2$
14.182 (Tar opp to fingre til)
14.183 Eveline: Så telte jeg disse ikke med de er ni og ti
(Eveline peker på de to fingrene som er nede)
14.184 Eveline: Og den er 8 og den er 7 og 6, 5, 4, 3, 2 og 1.
14.185 I: Ja

Eveline benytter også fingrene til å løse oppgaven. Hun tar først opp noen fingre, og svarer åtte. Intervjuer velger derfor å spørre henne hva hun gjorde for å komme frem til summen åtte (replikk 14.179). Eveline forteller da at hun hadde seks, og tar da opp seks fingre før hun videre legger på to fingre til. Dette er illustrert i figur 4.4 nedenfor. Eveline teller derfor ikke den første addenden slik som Amalie gjorde i utdraget over. I replikk 14.183 påpeker Eveline at to fingre ikke er oppe, som indikerer tallene ni og ti. Den neste replikken, 14.184, viser hun hva de fingrene som er oppe indikerer. Eveline benytter seg her av faste sammenhenger mellom fingre og tallord.



Figur 4.4: Illustrasjon på Evelines fingre

4.2.2 Fingre over ti

Det er til sammen fem av de 26 oppgavene hvor svaret blir over ti (oppgave 23, 24, 25, 26 og 27). Hvis vi summerer bruken av fingre i disse oppgavene fra tabell 4.1 kommer det frem at elevene benyttet seg av fingrene 23 ganger. Fingre er dermed den strategien som ble benyttet flest ganger etter tellestrategier i de fem oppgavene. Det må likevel påpekes at det ikke er de samme elevene som benytter fingre som strategi i alle oppgavene. Derimot er det en elev, Amanda, som benyttet fingre i alle disse fire oppgavene. Elevene benyttet fingrene på ulike måter. Utdragene nedenfor viser først to ulike eksempler på hvordan elevene kan bruke fingrene i arbeid med oppgave 26, og deretter er det et utdrag fra Emil som påpeker at han ikke brukte fingrene. Elevene blir i oppgave 26 stilt spørsmålet «Hva er 11 og 4 til sammen?», se figur 3.2 for illustrasjon. På skjermen ser elevene en uordnet tallinje og addisjonsstykket $11+4$.

11.297 J.S.: Hva er 11 og 4 til sammen?
11.298 Amanda: 11 og 4 det er jo lett. Det tror jeg at jeg skal klare.
(..)
11.299 Amanda: 11,12,13,14,15
(Tar opp en og en finger for hvert tallord)

Amanda gjentok først addisjonsstykkene før hun tok utgangspunkt i den største addendenden. Utfra den første og største addenden telte hun videre med de fire neste tallordene elleve-tolv-tretten-fjorten-femten. Da hun telte disse tok hun opp en og en finger for hvert tallord fra og med tolv, og sto til slutt oppe med fire fingre. På denne måten slapp Amanda å finne ut hvordan hun skulle bruke fingrene når hun kom over ti, da hun i stedet startet på elleve. Dette førte til at hun kun fikk behov for å ta opp fire fingre i stedet for femten. Dermed brukte Amanda to strategier, både fingrene og tellestrategien «telle vider fra største». Tellestrategier vil kommenteres senere i resultatkapittelet. Agnes brukte også fingrene som strategi på den samme oppgaven, men utførte det på en annen måte enn Amanda.

18.262 J.S.: Hva er 11 og 4 til sammen?
(..)
18.263 Agnes: $1-2-3-4-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15.$
Femten.
(Tar opp en og en finger for hvert tallord, teller videre på første hånda når hun har telt ti)
18.264 I: Ja, hvordan fant du ut av det da?
18.265 Agnes: For jeg telte først den også den
(Peker på 11 tallet også på 4 tallet i addisjonsstykket)

Agnes velger derimot, som vi ser i replikk 18.263, å telle alle i begge addendene. Dermed må hun ta opp flere fingre enn det hun har på hendene. Denne strategien med fingrene gjør så Agnes teller alle og hun får en tier-overgang, hvor hun ikke hadde flere fingre. Eleven velger å markere denne tier-overgangen ved å starte på den første hånden igjen, og dermed teller hun den ene hånden to ganger.

Oppgave 23 har også et svar over ti, se figur 3.2. Da Emil skal begrunne valg av strategi sier han at han ikke kan bruke fingrene. Han påpekte at grunnen til dette er at han ikke hadde så mange fingre, og på denne måten ble fingrene utelukket som strategi for å løse den aktuelle oppgaven.

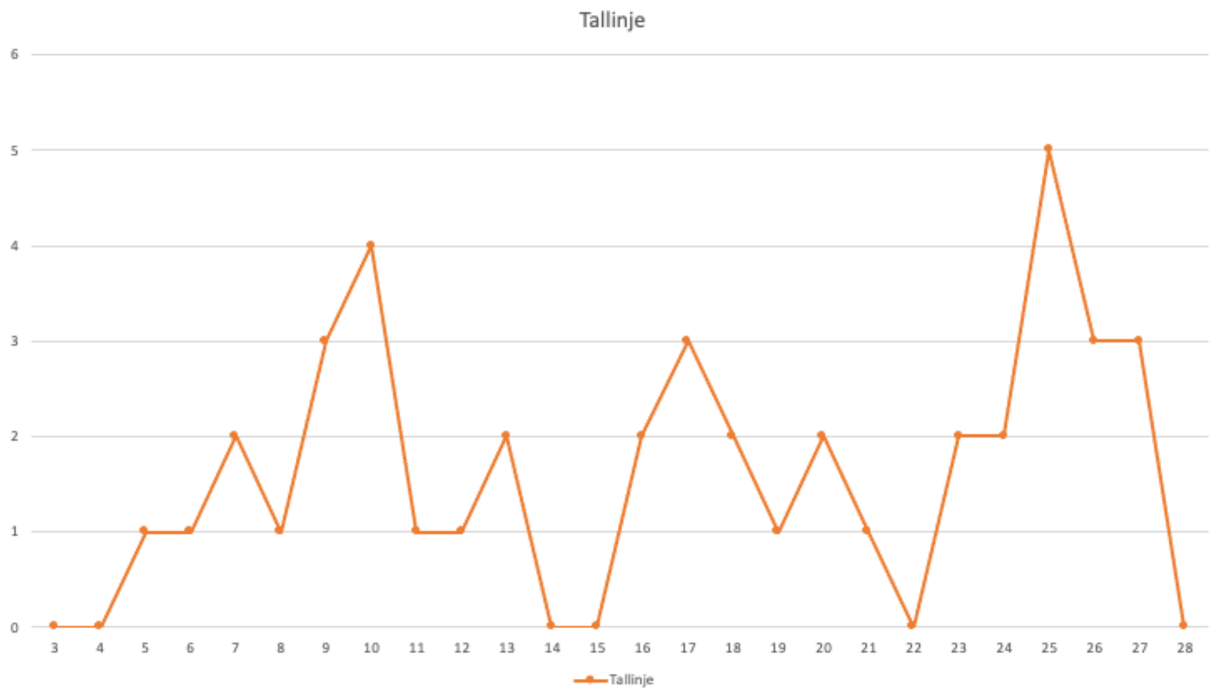
16.188 I: Hvordan vet du at det er fire?
(..)
16.189 Emil: Jeg kan ikke gjøre det med disse
(Tar opp fingrene)
16.190 Emil: jeg har ikke 11.

4.2.3 Oppsummering fingre

Fingre ble til sammen benyttet 114 ganger av elevene, som er den metoden som ble brukt nest flest ganger etter tellestrategier. Det varierte likevel hvordan elevene valgte å benytte seg av fingrene i de ulike oppgavene. Elevene varierte om de telte alle fingrene eller startet å telle fra den andre addenden. De elevene som startet å telle fra den andre addenden tok ofte opp antall fingre fra den første addenden med en gang, uten å telle en og en. Denne variasjonen kom frem både når elevene telte over og under ti. Det kom også frem at flere av elevene hadde en fast rekkefølge på hvordan de tok opp hendene når de skulle benytte seg av fingrene, og på denne måten visste de hvilket tall svaret ble. I arbeid med oppgaver hvor svaret ble over ti var det noen elever som benyttet seg av fingrene, mens andre mente at det ikke kunne gå. Elevene som mente at man ikke kunne bruke fingrene begrunnet dette med at de ikke hadde nok fingre på hendene sine, da de kun hadde ti fingre.

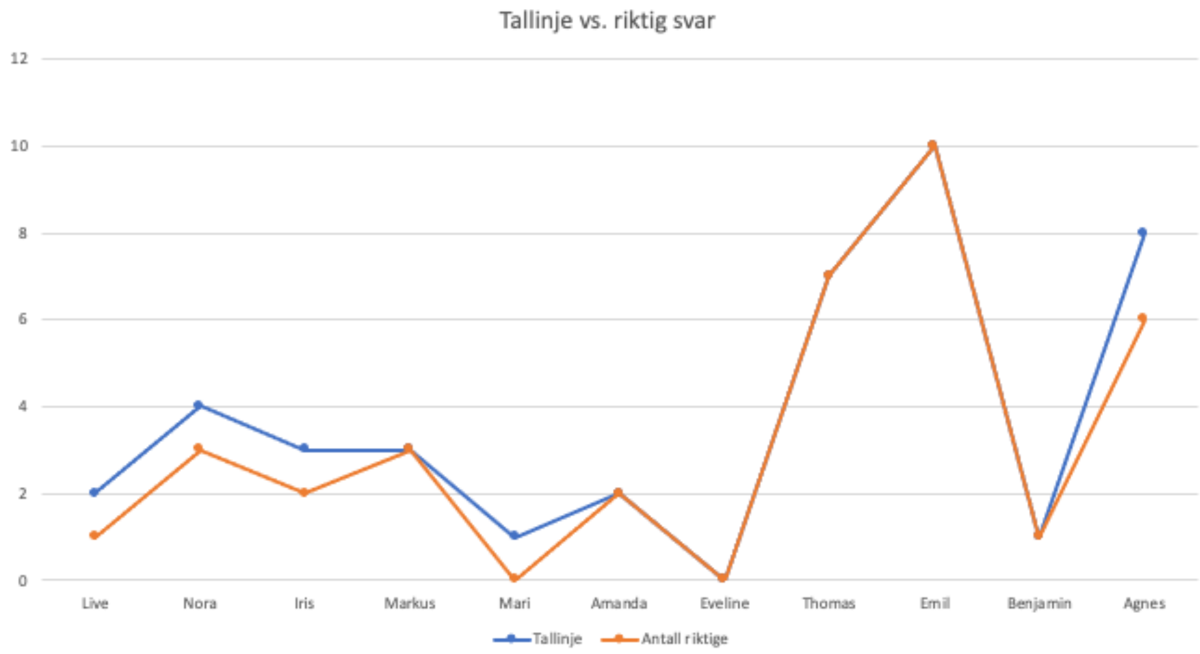
4.3 Tallinje

Alle oppgavene hadde en tallinje nederst i oppgaven, unntatt oppgave 14. Tallinja som strategi ble benyttet 42 ganger av elevene (se tabell 4.1). Figuren nedenfor illustrerer i hvilke oppgaver elevene benyttet tallinja. X-aksen viser oppgavenummeret og Y-aksen viser antall elever som har benyttet strategien. Figuren viser at tallinje ble mest benyttet i oppgave 25, og at det var fem av elleve elever som benyttet tallinja. Oppgave 25 inneholder addisjonsstykket $16+2$ med symboler og en ordnet tallinje. Det finnes ulike forklaringer på hvorfor elevene har valgt å benytte seg av tallinje på denne oppgaven. For det første har denne oppgaven et høyt addisjonsstykke for elevene. Videre inneholder ikke denne oppgaven noen objekter som elevene kan telle. Og for det tredje er 16 et tall som kan være vanskelig for de å bruke fingrene på, spesielt da de må ha en tier overgang.



Figur 4.5: Bruk av tallinja igjennom oppgavesettet

For å se nøyere på elevenes bruk av tallinja viser figuren 4.6 nedenfor hvor mange ganger hver elev brukte tallinja og hvor mange av de gangene svaret ble riktig. Blå linje viser hvor mange ganger eleven benyttet tallinja, mens oransje linjen viser antall riktige av de gangene eleven brukte tallinja. Om vi ser på Nora brukte hun tallinja fire ganger, og tre av gangene svarte hun riktig.



Figur 4.6 Antall ganger hver elev har brukt tallinja og fått riktig svar

Utfra figuren over ser vi at Markus, Amanda, Thomas og Emil har besvart riktig alle gangene de benyttet tallinja. Av alle elevene var det Thomas, Emil, Live og Nora som brukte tallinja da den var uordnet. Live benyttet den i oppgave 24. Hvor oppgaven har en sum over ti, som er en mulig grunn til at Live valgte å benytte tallinja. Likevel fikk hun feil svar. Utdraget nedenfor viser Live sitt forsøk med strategien tallinja da den var uordnet. Oppgave 24 er en aritmetikkoppgave, og består av datakonkreter hvor det er fem rød objekter og åtte blå objekter, se figur 3.2. Live får spørsmålet «Hva er åtte og fem til sammen?».

1.281 Live: Mhm, 14
(Leter etter tallet 14 på skjermen)
(...)
1.282 I: Vet du hvordan tallet fjorten ser ut?
1.283 Live: Jeg må prøve å telle her. 6- nei, 5-6-7-8-9-10
(Starter på første tallet i tallinja, og teller på tallinja som ikke er i rekkefølge)
(...)
1.284 I: Finner du 11-tallet noe plass? Vet du hvordan det ser ut?
1.285 Live: Nei
1.286 I: Huske du vi så på 11 i sta?
1.287 Live: Sånn?
1.288 I: Ja, sånn ja. Det er 11, og hva var det du fikk til svar?
(..)
1.289 I: Husker du hva du fikk?
1.290 Live: Jeg husker ikke helt.
1.291 I: Vil du prøve på nytt?
1.292 Live: Ikke telle på nytt, gå videre.

Live prøver i replikk 1.283 å telle på tallinja for å finne 14, men siden tallinja er uordnet var det ikke like lett som hun trodde. Live valgte å telle videre fra fem, men hun startet å telle fra tallet helt til venstre på tallinja som var tallet elleve. Etter å ha telt skjønner hun at det ikke stemmer, og stopper opp og tenker en god stund. En stund senere spurte intervjueren om hun husket hvordan tallet 11 så ut. Etter litt betenkningstid husket hun, men det hjalp ikke og eleven ønsket til slutt å gå videre på neste oppgave. Live klarte i dette tilfelle ikke å finne svaret på tallinja, da hun ikke visste hvordan 14 så ut. Det må påpekes at Live benyttet seg ikke av tallinja så ofte.

I oppgave 25 vises addisjonsstykket $16 + 2$ og en ordnet tallinje på skjermen. Mens elevene fikk spørsmålet: «Hva er 16 og 2 til sammen?». Agnes benyttet seg av tallinja, men visste likevel ikke hvilket tallord hun fant frem til:

18.251 J.S.: Hva er 16 og 2 til sammen?
(..)
18.252 Agnes: Det er... 16 og 2..
(..)
18.253 Agnes: Vent.. også går vi 1-2
(Agnes peker på 16 tallet på tallinja og hopper 2 til høyre)
(..)
18.254 I: Hva tenker du?
18.255 Agnes: Den
(Peker på 18 på tallinja)
[.]
18.256 I: Vet du hvilket tall det der er?
18.257 Agnes: 1-2-3-4-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18. 18
(Fra 14 peker hun på tallene på tallinja)
18.258 I: Ja

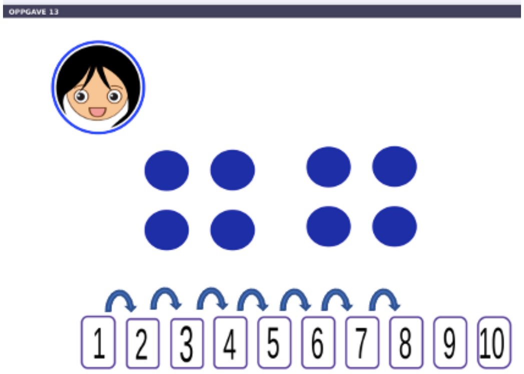
Agnes pekte på 16 på tallinja, og valgte å telle videre fra den største addenden. Da hun telte videre i replikk 18.253 brukte hun tallordene en og to, som er addenden, i stedet for tallordene til som stemte med tallrekka på tallinja. I replikk 18.255 pekte Agnes på tallet 18 på tallinja og sier «den». Intervjueren spurte så hvilket tall det er, da intervjueren var usikker på om Agnes visste hvilket tall 18 var. Agnes valgte i neste replikk å telle seg oppover for å finne ut hvilket tall 18 er. I stedet for å starte på 14 som tallinja starter på, teller Agnes fra en og oppover. Når hun kom til tallet 14 peker hun på tallet 14 på tallinja, og flyttet seg en bort på tallinja for hvert tallord. Dette er illustrert i figuren, 4.7, nedenfor. Agnes telte opp til hun pekte på symbolet 18, og telt dermed fra en til 18. Agnes benyttet seg på denne måten av tallinja både for å komme frem til svaret, men også for å finne ut hvilket tallord svaret var. Flere av elevene benyttet seg av tallinja for å finne det riktige tallsymbolet etter at de hadde funnet svaret. Denne typen strategi ble tydeligere da summen var over ti.

Figur 4.7: Agnes hoppet på tallinja for å finne ut hvilket tallord 18 har

I subitiseringsoppgave 13, som er forklart i delkapittel «Fingre under ti» figur 4.2, valgte Agnes derimot å starte å telle fra en:

18.130 J.S.: Hvor mange prikker så du?
18.131 Agnes: 4+4 blir 8
[.]
18.132 I: Hvordan vet du at 4+4 blir 8?
18.133 Agnes: For vi må flytte
(..)
18.134 Agnes: 1-2-3-4 fire ganger
(Hopper fire ganger på tallinja slik at hun er på fire)
18.135 Agnes: 1-2-3-4
(Hopper fire bort fra fire til hun kommer på åtte)
(..)
18.136 I: Ja så hvis du står på 4 og flytter 4 ganger bortover så kommer du på 8?
18.137 Agnes: Ja

I utdraget over viser Agnes hvordan hun tenkte at to mengder med fire ble åtte. I replikk 18.133 sa hun at hun må flytte noe, etter hun hadde tenkt en liten stund begynte hun å telle seg opp til fire med å flytte med intervall på en på tallinja. Det kan derfor virke som at det hun sa i replikk 18.133 var at hun måtte flytte seg på tallinja. Hun startet å telle fra en som vi ser i den neste replikken, og på denne måten brukte hun tellestrategien «telle alle» i tallinja. I replikk 18.135 viser hun videre at hun måtte flytte fire til for å finne ut hva to mengder med fire ble. Likevel, da hun skal forflytte seg fra fire og oppover, valgte hun å benevne tallene med en – to – tre – fire, som addenden sier. Dette er illustrert i figuren, 4.8, nedenfor. Agnes valgte i denne sammenhengen å ikke bruke de riktige tallordene til hvor hun befant seg på tallinja. Og så at hun kom frem til åtte på tallinja.

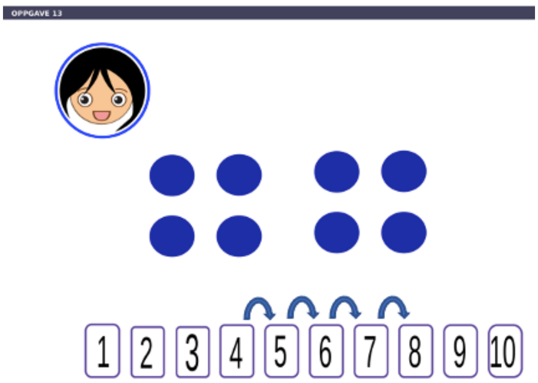


Figur 4.8: Illustrasjon av Agnes sitt arbeid på tallinja

En annen elev, Emil, benyttet også tallinja på den samme oppgaven, men valgte å telle annerledes:

16.117 I: Hvordan vet du at fire pluss fire blir åtte?
16.118 Emil: Se vi har fire og får fire til
(Peker på fire på tallinje)
16.119 Emil: 1-2-3-4
(Hopper en til høyre for hvert tallord)
16.120 I: Ja

Emil benyttet også tallinja på den samme oppgaven, men valgte å starte på fire (se replikk 16.118). Før han i neste replikk telte fire videre fra fire, og hoppet en til høyre på tallinja for hvert tallord, se figur 4.9. Emil brukte dermed tallinja og tellestrategien «telle videre fra største» og «telle videre fra første». Selv om Emil benyttet seg av en annen strategi i forhold til hvor han startet på tallinja teller han på samme måte som Agnes. Ved at begge teller en – to – tre – fire i stedet for fem – seks – sju – åtte.



Figur 4.9: Illustrasjon av Emil sitt arbeid på tallinja

Emil varierte måten han telte på. I oppgave 7 valgte han å telle videre med tallordene som er riktig i forhold til hvor han var på tallinja. Dette ser vi i replikk 16.73 nedenfor hvor Emil startet på tre og telte videre med fire – fem – seks. Dermed har Emil benyttet seg av begge måtene å telle på tallinja på.

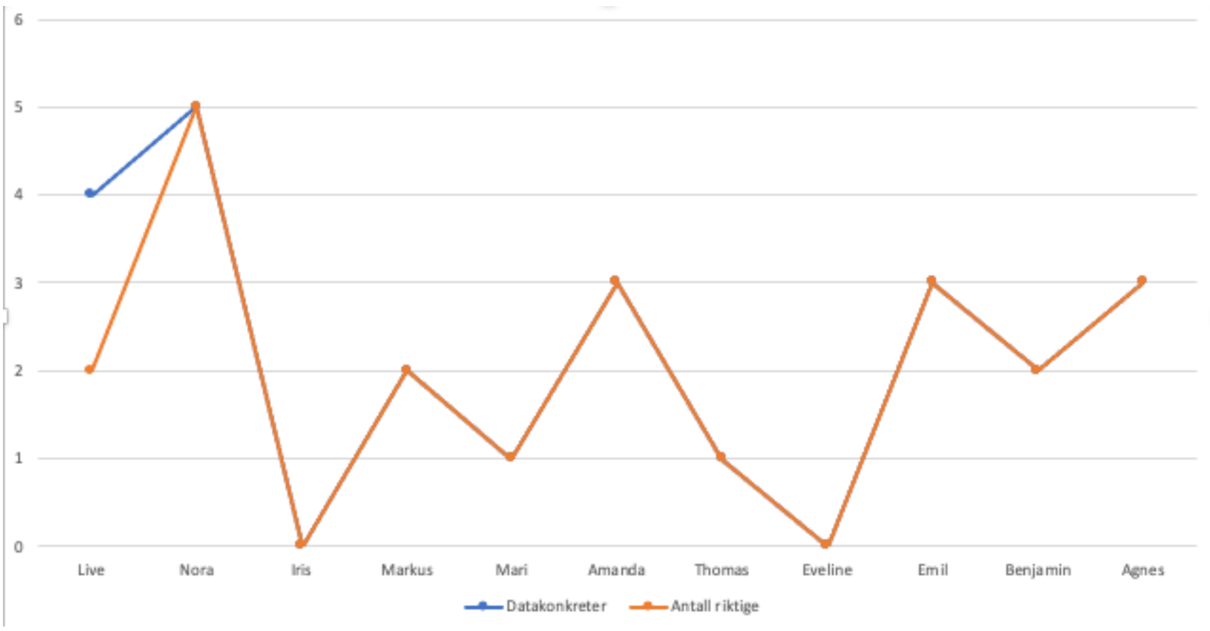
16.72 I: Ja, og hvordan vet du at tre og tre blir seks da?
16.73 Emil: Ja, for se nå 3 også tre til 4-5-6
(Emil peker på tre på tallinja og flytter seg tre bortover til seks)
16.74 I: Ja

4.3.1 Oppsummering tallinje

Tallinja ble tilsammen benyttet 42 ganger. Resultatene viser at to av fire som benyttet tallinja da den var uordnet fikk feil svar. Mens tallinja ble benyttet flere ganger da den var ordnet, og flere av elevene fikk riktig svar. Elevene valgte å bruke ulike fremgangsmåter på tallinja. For det første valgte noen elever å starte på null og telle seg oppover for å komme frem til summen, mens andre elever valgte å starte på en av addendene for så å telle videre derfra. Det ble også observert elever som telte videre fra en av addendene med telleordene en og oppover til den andre addenden. Andre elever valgte å benytte seg av de tallordene som var rett i forhold til hvor på tallinja de var. Tallinja ble ikke kun benyttet for å finne selve svaret, men elevene brukte den til tider for å finne tallsymbolet. Noen elever visste ikke hvordan symbolet til summen så ut, spesielt da summen var over ti. Dermed brukte flere elever tallinja til å komme frem til tallsymbolet.

4.4 Datakonkreter

Datakonkreter ble benyttet 24 ganger, som vi kan se utfra tabellen (4.1) i delkapittel «Hvilke strategier brukte elevene?». Jeg valgte å ikke telle med de oppgavene da datakonkretene ble borte fra etter noen sekunder, som i subitiseringsoppgavene. Figuren nedenfor, figur 4.10, viser hver enkelt elevs bruk av datakonkreter som strategi og hvor mange av de gangene elevene svarte riktig. Utfra figuren ser vi at Nora brukte datakonkreter mest. Til sammen brukte Nora datakonkreter fem ganger og alle er besvart riktig. Iris og Eveline, på den andre siden, brukte ikke datakonkreter en eneste gang gjennom arbeidet med oppgavesettet. Mens det er kun Live som har svart feil på noen av oppgavene da hun har benyttet seg av strategien.



Figur 4.10: Antall ganger hver elev har brukt datakonkreter og riktig fått svar

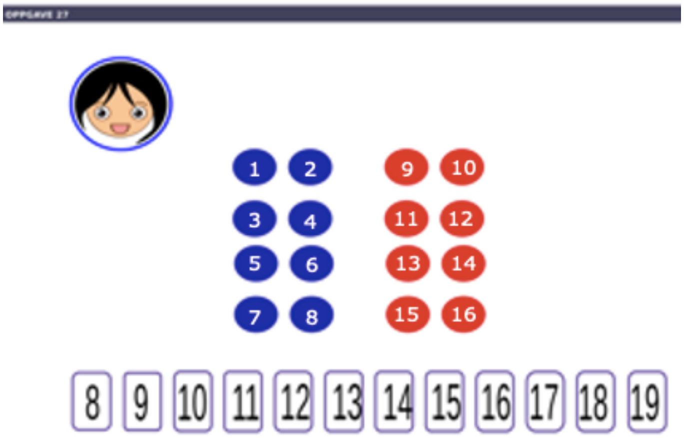
I oppgave 27 benyttet Nora seg av datakonkretene. Oppgave 27 er vist i figur 3.3. Eleven får her se åtte blåe objekter og åtte røde objekter, samt en ordnet tallinje og får spørsmålet: «Hva er 8 og 8 til sammen?». Utdraget under viser Noras strategi for å løse oppgaven.

3.236 J.S.: Hva er åtte og åtte til sammen?

(..)

3.237 I: Det var et stort regne stykke.
3.238 Nora: Åjj.
3.239 Nora: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16.
(Nora teller høyt mens hun peker på et og et av objektene på skjermen)
3.240 Nora: 16!?
3.241 I: 16? hvordan fant du ut det da?
3.242 Nora: Jeg telte.

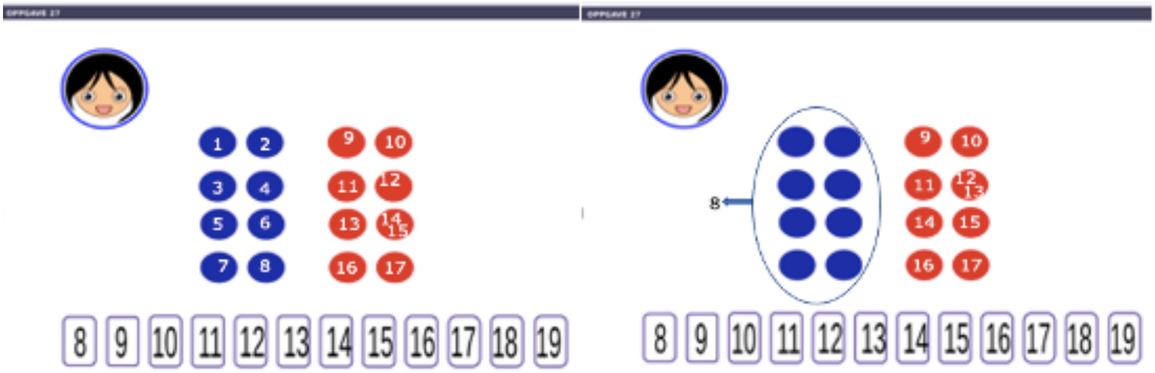
Replikken 3.239 viser at Nora telte alle objektene på skjermen mens hun pekte på ett og ett objekt. Figuren 4.11, under viser hvordan Nora telte hvert objekt (markert med hvite tall). Nora viste at hun har en en-til-en-korrespondanse, og telte hvert objekt kun en gang.



Figur 4.11: Illustrasjon av hvordan Nora telte objektene på skjermen

Live benyttet seg også av denne strategien i den samme oppgave. Likevel fikk Live en annen sum enn Nora.
1.307 J.S.: Hva er åtte og åtte til sammen?
1.308 Live: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17. 17
(Mens hun teller peker hun på ett og ett objekt på skjermen, men teller en to
ganger)
1.309 I: 17, okei.
(.)
1.310 Live:8-9-10-11-12-13-14-15-16-17. 17
(Teller igjen, men teller nå ikke de åtte blå sier bare åtte.)
[.-] (Live svarer 17)

Utdraget over viser Live i oppgave 27, hvor hun telte et av objektene to ganger. Den første gangen, replikk 1.308, valgte hun å telle alle objektene. Og telte objektet 14 to ganger, slik at den både ble 14 og 15. Dette er illustrert til venstre i figuren, 4.12, nedenfor. I replikk 1.310 valgte Live derimot å telle fra åtte, og dermed telte hun kun de røde objektene. Likevel telte hun det tolvte objektet to ganger, slik at hun igjen fikk summen 17. Dette er illustrert til høyre i figuren.

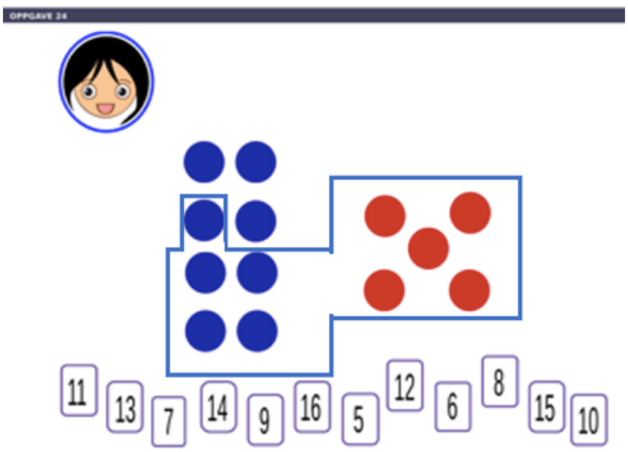


Figur 4.12: Illustrasjon av hvordan Live telte objektene på skjermen

Emil benyttet seg av datakonkretene i oppgave 24, men valgte å ikke telle de på samme måte som Nora og Live. Oppgave 24 er også en aritmetikkoppgave, hvor elevene fikk spørsmålet: «Hva er åtte og fem til sammen?», se figur 3.2. Skjermen viste åtte blå objekter og fem røde objekter, og en tallinje som er uordnet.

16.202 I: Hvordan fant du ut at det var 13, Emil?
16.203 Emil: Fordi jeg tenkte litt
16.204 I: Hva tenkte du da?
16.205 Emil: Hvis vi har da... se hvis vi tar fem der til det
(Emil peker på fem objekter av de åtte blå objektene)
16.206 Emil: Så blir det ti. Også tre til da blir det 13.
(Viser til de resterende blå objektene)

I utdraget bruker Emil sin kompetanse om kjente kombinasjoner av ti. Ved at han hadde fem røde objekter og la til fem blå objekter, dette ser vi i replikk 16.205 og 16.206. Og er illustrert i figuren, 4.13, nedenfor. I replikk 16.206 forklarte han at han da hadde igjen tre etter at han hadde lagt sammen fem og fem som ble ti. I illustrasjonen nedenfor ser vi at det er tre objekter som ikke er i de ti. Videre forklarte han i replikken at tre og ti til sammen ble summen 13. Emil valgte å dele opp de åtte blå objektene slik at han får et annet regnestykke som han syntes var enklere. Addisjonsstykkene ble $5 + 5 = 10$ og $10 + 3 = 13$ som også kan skrives i ett addisjonsstykke $5 + 5 + 3 = 13$.



Figur 4.13: Illustrasjon av hvordan Emil telte objektene på skjermen

4.4.1 Oppsummering datakonkreter

Elevene brukte datakonkreter til sammen 24 ganger. Alle elevene som benyttet strategien fikk riktig svar på alle oppgavene, med unntak av Live som fikk to feilsvar. Måten elevene brukte datakonkretene varierer. Noen valgte å telle objektene, her telte de enten alle eller videre enten fra første eller største. Mens andre elever valgte å benytte seg av kjente kombinasjoner av ti.

4.5 Tellestrategier

Tabell 4.1 viser at elevene på 1. trinn benyttet seg av tellestrategier i tallforståelsesoppgavene. Til sammen ble tellestrategier brukt 133 ganger. Dermed er tellestrategier den strategien som ble benyttet flest ganger av de fire hovedstrategiene. Tellestrategiene ble ofte benyttet i kombinasjon med de andre strategiene, og er på denne måten ikke en enkeltstående strategi. Som teorien viser til finnes det ulike tellestrategier, og tabellen nedenfor (Tabell 4.2) viser hvilke tellestrategier som ble benyttet. Kolonnen til venstre viser oppgavenummeret og er farget i blå, slik som i tabell 4.1. De grønne kolonnene, viser tellestrategiene («telle alle», «telle videre fra største», «telle videre fra minste», «telle videre fra første», «telle nedover», «telle nedover til» og «telle videre til»). Høyre kolonne, gul, viser antall elever som har blitt observert med tellestrategier for hver oppgave. For eksempel ser vi i oppgave 10 at seks elever har brukt tellestrategier. Nederste linje er også farget gul, og den viser antall ganger den enkelte tellestrategien er brukt gjennom hele oppgavesettet. Eksempelvis er tellestrategien «telle alle» brukt 69 ganger gjennom hele oppgavesettet av alle elevene. Denne tabellen viser at tellestrategier er flittig brukt hos elevene, men at noen av de er mer i bruk enn andre. Blant annet ser vi at «telle alle» og «telle videre fra største» er mye mer brukt enn de andre.

Oppgave nr.	Telle alle	Telle videre fra største	Telle videre fra minste	Telle videre fra første	Telle nedover	Telle nedover til	Telle videre til	SUM
3	1	0	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1	0	0	0	0	0	0	1
7	3	2	0	1	0	0	0	6
8	2	2	0	0	0	0	0	4
9	2	2	1	0	0	1	0	6
10	2	2	1	0	1	0	0	6
11	1	1	0	0	0	0	0	2
12	1	1	0	0	0	0	0	2
13	5	2	0	0	0	0	0	7
14	5	0	0	0	0	0	0	5
15	7	2	0	0	0	0	0	9
16	2	1	0	0	0	0	0	3
17	7	1	0	1	0	0	0	9
18	2	1	0	0	0	0	0	3
19	1	0	0	0	0	0	0	1
20	2	1	0	0	1	1	0	5
21	4	0	1	0	0	0	0	5
22	1	0	4	0	0	0	0	5
23	1	0	0	1	0	0	1	3
24	3	4	4	2	0	0	0	13
25	2	7	0	1	0	0	1	11
26	3	5	0	2	0	0	0	10
27	7	3	0	2	0	0	0	12
28	4	0	0	0	0	0	0	4
Antall	69	37	11	10	2	2	2	133

Tabell 4.2: Oversikt over elevens bruk av tellestrategier

4.5.1 Telle alle

Som vi ser i tabellen, 4.2, ovenfor ble «telle alle»-strategien benyttet til sammen 69 ganger av elevene. I subitiseringsoppgavene (oppgave 3-13) ble den benyttet 18 ganger, mens i aritmetikkoppgavene (oppgave 14-28) ble den benyttet 51 ganger. «Telle alle» ble mest brukt i de aritmetisk kompetanseoppgavene 15, 17 og 27. Både oppgave 15 og 27 inneholder datakonkreter, noe som gjør det naturlig for flere av elevene å telle objektene på skjermen. De velger å telle alle, da dette er det de mest sannsynligvis er vant med å gjøre. I oppgave 27 ser elevene datakonkreter med 16 objekter til sammen, og en ordnet tallinje. Oppgaven er forklart under metodekapittelet (figur 3.3) og nærmere i delkapittel datakonkreter. Utklippet fra transkripsjonen nedenfor viser hvordan Nora løste oppgave 27 ved hjelp av «telle alle»-strategien:

3.239 Nora: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16.
(Nora teller høyt mens hun peker på et og et av objektene på skjermen)

3.240 Nora: 16!?
3.241 I: 16? hvordan fant du ut det da?
3.242 Nora: Jeg telte.

Utdraget over viser Noras bruk av tellestrategien «telle alle». I replikk 3.239 viser eleven at hun starter på en og teller alle opp til 16 for å finne ut hva summen av åtte og åtte er til sammen. Nora teller her begge addendene på en gang ved at hun benytter seg av objektene som er på skjermen, og benytter seg dermed av både tellestrategien «telle alle» og strategien datakonkreter.

4.5.2 Telle videre fra største

«Telle videre fra største» strategien er til sammen blitt brukt 37 ganger av elevene, og er dermed den tellestrategien som er blitt brukt flest ganger etter «telle alle». Tolv av gangene ble strategien benyttet i subitiseringsoppgavene, mens de resterende 25 gangene var i aritmetisk kompetanse oppgavene. Strategien ble benyttet flest ganger i oppgave 25, med til sammen sju elever. Oppgave 25 viser addisjonsstykket $16 + 2$. Emil brukte i denne oppgaven «telle fra største»-strategien. Slik som denne oppgaven er illustrert for elevene vil det være enklere for de å telle videre fra 16 enn å telle opp dit først. Derfor er det mulig elevene valgte å telle fra største addend når den hadde et høyt tall.

16.208 J.S.: Hva er 16 og 2 til sammen?
[.] Emil svarer 18
16.209 I: Hvordan vet du at det blir 18, Emil?
16.210 Emil: Fordi 16
(Emil peker på 16 på tallinja)
16.211 Emil: 17-18
(Hopper ett hakk til høyre på tallinja for hvert tallord)

I replikk 16.210 viser eleven tallet 16 på tallinja. Den neste replikken teller Emil videre fra 16 med tallordene 17 og 18. Emil starter å telle fra den største addenden, 16, og teller videre derfra med to. Da Emil teller videre benytter han de riktige tallordene i forhold til hvor han er på tallinja.

4.5.3 Telle videre fra første

Tabell 4.2 viser at «telle videre fra første»-strategien ble benyttet ti ganger. «Telle videre fra første» ble for det meste benyttet i oppgavene som omhandlet aritmetisk kompetanse.

11.297 J.S.: Hva er 11 og 4 til sammen?
11.298 Amanda: 11 og 4 det er jo lett. Det tror jeg at jeg skal klare.
(..)
11.299 Amanda: 11,12,13,14,15
(Tar opp en og en finger for hvert tallord)

Utdraget over viser Amandas arbeid med oppgave 26, oppgaven er vist i metodekapittelet og figur 3.2. I replikk 11.299 ser vi Amanda sier «elleve» og tar opp en finger før hun teller videre derfra. Amanda benytter de riktige tallordene i forhold til hvor hun er i tallrekken. Hun starter da å telle fra elleve, og teller ikke den første addenden for så å telle videre derfra.

4.5.4 Telle nedover

«Telle nedover»-strategien ble benyttet to ganger, og av to ulike elever; Live og Eveline. Eveline benyttet seg av «telle nedover» strategien i oppgave 20, som er av typen enkel aritmetisk kompetanse oppgave med symbolene $6 + 2$ og ordnet tallinje.

14.181 I: Hvordan visste du at det ble 8?
14.182 Eveline: Fordi at hvis vi har seks
(Tar opp seks fingre)
14.183 Eveline: Og legger på 1-2
(Tar opp to fingre til)
14.184 Eveline: Så telte jeg disse ikke med de er ti og ni
(Eveline peker på de to fingrene som er nede)
14.185 Eveline: Og den er 8 og den er 7 og 6, 5, 4, 3, 2 og 1.
14.186 I: Ja

Eveline benyttet seg først av tellestrategien «telle videre fra største», for så i replikk 14.184 også benytte seg av «telle nedover». Eveline viste i denne replikken at hun ikke telte med ni og ti hvor fingrene lå nede. På denne måten visste hun at det er åtte fingre som er oppe. Hun hadde dermed to fingre som lå nede og vet hva de to fingrene ville ha representert om de var oppe. I replikken, 14.185, forsetter Eveline å telle nedover til en for å vise hvilket tallord hver finger representerer.

4.5.5 Telle nedover til

Tabell 4.2 viser at strategien «telle nedover til» ble benyttet to ganger. Agnes brukte «telle nedover til» i oppgave 9, som var en subitiseringsoppgave. Subitiseringsoppgaven viste en mengde med fem objekter til venstre og en mengde med et objekt til høyre, se figur 3.1, i metodekapittelet. Utdraget viser Agnes sitt arbeid med oppgave 9:

18.89 Agnes: Seks
18.90 I: Hvordan så du at det var seks, Agnes?
18.91 Agnes: Først ga vi på 1 også... også... nei.. først flytte fem
(Hopper bortover på tallinja til hun kommer på 6)
18.92 Agnes: Nei vi må flytte fire ganger
18.93 I: Hva sa du nå?
18.94 Agnes: først må vi flytte fire ganger 1-2-3-4
(Flytter seg fire ganger på tallinja fra 5 til 1)
18.95 I: Ja, for å komme til en?
18.96 Agnes: Ja

18.97 I: Hvorfor går du nedover da?
18.98 Agnes: Hva?
18.99 I: Hvorfor flytter du deg ned til en?
18.100 Agnes: Fordi.. Fordi. En også fem
(Peker på en på tallinja også fem)

Utdraget over viser Agnes sitt arbeid med subitiseringsoppgaven fem pluss en. For å vise at summen ble seks valgte hun i replikk 18.94 å telle nedover til en fra fem. Hun benyttet seg av å telle ned til den andre gruppen med objekter, en, fra den første gruppen, fem. Da hun fikk spørsmål om hvorfor, gir hun utrykk for at hun er usikker før hun sier «fem og en» som er de to gruppene i subitiseringsoppgaven.

4.5.6 Telle videre til

«Telle videre til» strategien ble kun brukt av Markus, som benyttet seg av denne strategien to ganger, oppgave 23 og 25. Begge disse oppgavene er aritmetikkoppgaver, og er beskrevet over. I oppgave 23 får elevene se en ordnet tallinje og to bokser hvor den ene inneholder elleve objekter og den andre 15 objekter (se figur 3.2). Elevene får spørsmålet «Det skal være like mange baller i begge boksene. Hvor mange flere baller skal den røde boksen ha?». Utdraget nedenfor viser Markus sitt arbeid med oppgave 23:

5.308 Markus: 11 -12-13-14-15
(Markus tar opp en finger fra tolv og oppover, eleven ser på fingrene)
5.309 Markus: Da må den ha fire.
5.310 I: Ja, den må ha fire baller.
[.]
5.311 I: Hvorfor telte du fra 11 da?
5.312 Markus: Fordi jeg skulle jo få like mange

Markus telte i utdraget videre fra elleve, og brukte de riktige tallordene i telleremsen frem til 15. Etter å ha telt til 15 hadde Markus oppe fire fingre, og kom i replikk 5.309 frem til at svaret ble fire. Markus telte i dette tilfellet videre fra elleve, og da videre opp til 15, som gjorde at han kom frem til svaret.

4.5.7 Oppsummering tellestrategier

Tellestrategier er strategien som ble benyttet mest av de fire strategiene, og ble benyttet til sammen 113 ganger. Det må likevel påpekes at ikke alle tellestrategiene ble benyttet like mye. Funnene viser tydelig at det var tellestrategien «telle alle» elevene benyttet aller mest. Likevel må det påpekes at de fleste tellestrategier, og kanskje spesielt «telle alle», ble brukt i kombinasjon med de andre strategiene. Tabellen, 4.2, viser tydelig at elevene benytter seg av tellestrategier gjennom hele oppgavesettet, men aller mest i oppgavene med aritmetisk kompetanse. Det kommer også frem at mange av elevene benyttet seg av denne typen strategi i oppgavene 24 til 27, som alle hadde en sum på over ti. Gjennom tellestrategiene kom elevenes variasjon i tellingen frem. Noen telte med riktig tallord i forhold til telleremsen, mens andre startet og telte fra en igjen fra første addenden.

4.6 Hvordan et utvalg av elevene varierte sin strategi gjennom oppgavesettet

En av hensiktene med denne studien, var å se hvilke strategier elevene brukte. Jeg ønsker nå å se nærmere på hvordan et utvalg av elevene varierte strategiene gjennom oppgavesettet. For å gjøre dette har jeg valgt ut to av elevene: Live og Emil. Tabellen nedenfor viser til venstre Live sine strategier i oppgavesettet og til høyre Emil sine strategier. De to blå kolonnene viser oppgavenummeret, mens de grønne viser strategiene og den oransje kolonnen til høyre viser om svaret er riktig. «0» vil si at eleven ikke har benyttet den strategien i den aktuelle oppgaven, mens «1» betyr at den er blitt benyttet. Nederst i tabellen er det en gul rad som viser antall ganger eleven har benyttet seg av hver enkelt strategi gjennom hele oppgavesettet. Eksempelvis kan vi se at Live har brukt datakonkreter fire ganger. Helt til høyre i den gule raden vises summen av antall riktige gjennom hele oppgavesettet.

LIVE

Oppgave nr.	Fingre	Tallinje	Datakonkreter	Tellestrategier	Riktig svar
3	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	1
5	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0
7	1	0	0	1	1
8	1	0	0	0	1
9	0	0	0	0	1
10	0	1	0	1	1
11	0	0	0	0	1
12	0	0	0	0	0
13	1	0	0	0	1
14	0	0	0	0	1
15	0	0	1	1	1
16	0	0	0	0	1
17	1	0	0	1	0
18	0	0	0	0	1
19	1	0	0	0	0
20	1	0	0	1	1
21	1	0	0	1	1
22	1	0	0	0	1
23	1	0	0	0	0
24	0	1	1	1	0
25	1	0	0	0	0
26	1	0	0	0	1
27	0	0	1	1	0
28	0	0	1	1	1
SUM	11	2	4	9	18

EMIL

Oppgave nr.	Fingre	Tallinje	Datakonkreter	Tellestrategier	Riktig svar
3	0	0	0	0	1
4	1	0	0	0	1
5	0	0	0	0	1
6	1	0	0	0	1
7	0	1	0	1	1
8	0	1	0	1	1
9	1	1	0	1	1
10	1	1	0	1	1
11	1	1	0	1	1
12	0	1	0	1	1
13	1	1	0	1	1
14	0	0	1	1	1
15	1	0	0	1	1
16	1	0	0	0	1
17	0	1	0	1	1
18	1	0	0	1	1
19	1	0	0	0	1
20	1	0	0	0	1
21	1	0	0	1	1
22	1	0	0	0	1
23	1	0	0	0	1
24	1	0	1	1	1
25	0	1	0	1	1
26	0	1	0	1	1
27	1	0	1	1	1
28	1	0	0	1	1
SUM	17	10	3	17	26

Tabell 4.3 Live og Emil sine strategier gjennom oppgavesettet

Tabellen ovenfor viser at elevene i stor grad benyttet seg av ulike strategier, likevel er det tydelig at begge elevene hadde noen strategier de benyttet mer enn andre. Begge elevene brukte fingre og tellestrategier flest ganger. Om vi ser nærmere på tellestrategier er den alltid brukt i sammenheng med en eller flere av de andre strategi(ene) hos begge elevene. Derimot kan vi se at elevene noen ganger brukte de andre strategiene uten tellestrategiene. Et eksempel på dette er Emil på oppgave 23, hvor han kun brukte fingrene. Gjennom tabellen får vi også en oversikt over hvor mange feilsvar elevene hadde i oppgavesettet. Live hadde til sammen åtte feil svar, mens Emil hadde null. Seks av åtte feilsvar hos Live er i aritmetikkoppgavene, og to av de i subitiseringsoppgavene. Det kommer ikke frem en tydelig sammenheng mellom feil svarene og en bestemt strategi. Av disse feile svarene har fire av oppgavene svar over ti. Noe som indikerer at Lives aritmetiske kompetanse påvirkes av hennes kunnskap om nummergjenkjenning og forholdet mellom tall og mengde. Det kan altså se ut til at Live strever med å summere tall som ble over ti til sammen på grunn av at hun var usikker på tallsymbolene over ti. Noe som samsvarer med flere av elevene i studien. Oppgavene med svar over ti hadde flere feilsvar enn mange av de andre oppgavene. Det var en oppgave over ti Live klarte å løse, oppgave 26. I denne oppgaven benyttet hun fingrene, og kom frem til summen 15. Det er mulig at hun gjenkjente dette tallsymbolet da hun kan ha hørt andre telle med fem om gangen. Samtidig kom fem tydelig frem i tallordet femten i motsetning til tallordet elleve og en.

Selv om både Live og Emil brukte fingre og tellestrategier flest ganger. Benyttet Emil tallinja flere ganger enn Live. De fleste gangene han ikke brukte fingrene brukte han tallinja. Emil varierte mellom fingre og tallinje som strategi både innenfor subitisering og aritmetisk kompetanse. Live på den andre siden forholdt seg først og fremst til fingre, og benyttet kun tallinja to ganger i løpet av hele oppgavesettet. Det må understrekes at det er stor forskjell mellom elevene i studien og antall ganger de benyttet tallinja som vi kan se i figur 4.6 i delkapittelet «4.3 Tallinje». Emil er blant de elevene som brukte tallinja flest ganger gjennom hele oppgavesettet. Utfra tabellen 4.3 med sammenlikning av Live og Emil og figur 2.7 kan det virke som om elevene enten brukre tallinje mye eller i noen få oppgaver. Da det gjelder datakonkreter benyttet de fleste elevene seg av dette i noe samme grad som Live og Emil, eller noe mindre. Nesten hver gang elevene benyttet seg av datakonkreter brukte de tellestrategier som «telle alle» eller «telle fra største».

Jeg ønsker nå å se nærmere på hvilke strategier Live og Emil brukte i de fire oppgavetypene i aritmetisk kompetanse, som er nevnt i teoridelen. For å se nærmere på dette er det laget en tabell med de ulike oppgavetypene og elevene hvor det er beskrevet hvilken eller hvilke strategier de benyttet. Til venstre, i gult, er oppgavetypen og hva som er på skjermen beskrevet. Oppgavenummeret er i blått og elevenes valg av strategi er i de grønne rutene.

Oppgavetype	Skjerm	Oppgave nr.	Live	Emil
Endre	Symbol, ordnet tallinje, enkel	20	Fingre og tellestrategi	Fingre
	Symbol, uordnet tallinje, enkel	21	Fingre og tellestrategi	Fingre og tellestrategi
	Symbol, ordnet tallinje, vanskelig	25	Fingre og tellestrategi	Tallinje og tellestrategi
	Symbol, uordnet tallinje, vanskelig	26	Fingre og tellestrategi	Tallinje og tellestrategi
	Datakonkreter, uordnet tallinje, enkel	15	Datakonkret og tellestrategi	Fingre og tellestrategi
	Datakonkreter, ordnet tallinje, vanskelig	27	Datakonkret og tellestrategi	Fingre, datakonkret og tellestrategi
	Datakonkreter, uordnet tallinje, vanskelig	24	Tallinje, datakonkret og tellestrategi	Fingre, datakonkret og tellestrategi
Kobinasjon	Datakonkreter (borte) , ordnet tallinje, enkel	16	Svarer ikke noe	Fingre
	Blank skjerm og ordnet tallinje	17	Fingre og tellestrategi	Tallinje og tellestrategi
Sammenlikne	Ordnet tallinje	18	Svarer ikke noe	Fingre og tellestrategi
	Uordnet talline	19	Fingre	Fingre
Gjøre likt	Ordnet tallinje	23	Fingre	Fingre
	Uordnet talline	22	Fingre	Fingre

Tabell 4.4 Live og Emils strategibruk mellom de ulike oppgavetypene

Tabellen beskriver at Live brukte fingre og tellestrategier i problemtypen endre. Bortsett fra da hun hadde mulighet til å benytte datakonkreter, da brukte hun den sammen med en tellestrategi. Mens Emil varierte mellom fingre og tallinje sammen med tellestrategier. Begge to brukte dermed tellestrategier med en annen strategi på nesten alle endreproblemene. I kombinasjonsproblemene varierte Emil, han brukte fingre på en oppgave og tallinje og tellestrategi på en annen. Mens Live valgte å ikke svare på den ene oppgaven og brukte fingre og tellestrategi på den andre. Derimot i sammenlikneproblemene valgte begge å benytte seg av fingrene. Oppgaven med ordnet tallinje svarte ikke Live på, og valgte heller å gå på neste. Live og Emil brukte begge kun fingrene for å løse gjøre likt oppgavene. Det må understrekes at det var stor variasjon mellom elevene og hvor mye de varierte mellom ulike strategier. Noe vi tildels også ser i tabell 4.4 ved at Emil varierte bruk av strategier i større grad enn Live.

5 Diskusjon

Datamaterialet som består av elever på 1. trinn sine strategier i arbeid med tallforståelsesoppgaver har blitt analysert, og funnene er vist i resultatkapittelet. I dette kapittelet vil jeg binde funnene fra resultatdelen opp mot teorien for å kunne besvare forskningsspørsmålet: *«Hvilke strategier viser elever på 1. trinn i arbeid med tallforståelsesoppgaver som fokuserer på subitisering og aritmetisk kompetanse?»*. Jeg ønsker derfor å gå inn på hovedfunnene som kom frem i resultatdelen, og se på dette opp mot teorien. De ulike hovedfunnene vil også bli sett opp mot de ulike tallforståelsesoppgavene, subitisering og aritmetisk kompetanse. Jeg ønsker først å diskutere elevenes bruk av de fire strategene: fingre, tallinje, datakonkreter og tellestrategier, hver for seg opp mot teori. Deretter vil jeg diskutere nærmere hvilken tallforståelse som kommer frem gjennom elevenes strategier. Helt til slutt i kapittelet ønsker jeg å diskutere begrensninger ved studien.

5.1 Elevenes bruk av fingre som strategi

Clements & Sarama (2014) hevder elevene ofte bruker fingre som støtte ved telling. Denne uttalelsen støttes av min studie. Gjennom oppgavesettet viste funnene at elevene til sammen benyttet fingre som strategi 114 ganger for å løse tallforståelsesoppgaver. Noe som vil si at fingre var en av de hyppigste strategiene både innenfor subitisering og aritmetisk kompetanse. Likevel må det påpekes at oppgavene kan ha påvirket elevenes strategi. Elevene hadde ikke tilgang til datakonkreter i alle oppgavene, for eksempel i subitiseringsoppgavene. Dermed var det naturlig for elevene å bruke fingrene for å forklare hvordan de tenkte, da konkretene ble borte fra skjermen. Kerkman & Siegler (1997) understreker at telling på fingrene kan vise at eleven tilpasser strategien til oppgavens krav og minker sannsynligheten for feilsvar. Dette gjenspeiles i denne studien ved at elevene ofte benytter seg av fingrene, da elevene alltid har fingrene tilgjengelig. Flere av elevene har lite feilsvar ved bruk av strategien, slik som Kerkman & Siegler (1997) understreker. Det er kun tre elever som hadde fler enn to feil da de brukte fingre som strategi. Noe som indikerer at elevene får rette svar når de løser oppgaver med fingrene. Clements & Sarama (2014) viser i sin forskning at det å slutte tidlig med fingertelling, kan gå utover elevens matematiske utvikling og at utviklingen vil kunne gå saktere. Ved at elevene benytter seg av fingrene i arbeid med oppgaver kan de blant annet holde oversikten over addisjonsstykker (Noël, 2005). I min studie tyder resultatene på at flere av elevene benyttet seg av fingrene for å holde oversikten på addenden de telte. Fingrene hjalp på denne måten elevene til å holde oversikten over det de hadde telt til de kom frem til svaret.

Elevene i studien benytter varierte måter å telle fingrene på både i oppgaver hvor svaret er over og under ti. Variasjonen i å telle på fingrene gjelder både for subitiseringsoppgavene og aritmetisk kompetanseoppgavene. Baccaglini-Frank (2018) trekker frem at nesten alle elevene i sin studie hadde en etablert mental telleprosess, og at nesten alle elevene startet å telle fra tallordet «en». Deler av resultatene i min studien stemmer med Baccaglini-Frank (2018) sin studie om at elevene har etablert en telleprosess. Gjennom flere av utdragene i resultatdelen kommer det frem at elevene kan telleremsen. Det å kunne telleremsen, å vite hvilke tall man har telt og hvilke tall som gjenstår å telle er essensielt for den videre tallforståelsen. Det å ha en forståelse for dette er det Anghileri (2006) og andre forskere beskriver som ordinalitet, som er beskrevet i teorikapittelet. Derimot anvender ikke alle elevene, i denne studien, seg av å starte fra tallordet «en», slik som Baccaglini-Frank (2018) hevder at fem og seks åringene i hennes studie gjør. Noen av elevene i min studie velger å starte på enten den første eller største addenden, og teller videre derfra. Funnene som beskrev telling av fingre viste forskjeller i måten elevene telte videre på. Ett antall av elevene benyttet seg av tallordene som stemte overens med hvor de var i telleremsen. Måten elevene telte videre fra den første addenden har også Bender & Bell (2012) påpekt i sin studie. Det å telle videre med de riktige tallordene i forhold til hvor i telleremsen de er, kan gjøre det enklere for elevene å forstå hva summen blir til sammen. Når eleven teller videre fra en vil han eller hun være nødt til å telle alle fingrene på nytt eller «bare se» hvor mange fingre som er oppe. Noe flere av elevene i denne studien må gjøre. Clements & Sarama (2014) hevder at elevene som teller riktig i forhold til hvor de er i telleremsen, har en større forståelse enn de som begynner å telle fra en igjen. Grunnen til dette er at elevene viser at de har en forståelse for at det er to mengder som blir til en.

Studien viste at elevene har en fast rekkefølge på hvordan de brukte fingrene når de skal telle. Elevene benyttet fingrene for å representere tallene, noe som Bender & Bell (2012) påpeker at mennesker gjør. Som nevnt i teorikapittelet beskriver Bender & Bell (2012) fem ulike måter å telle til fem på med fingrene, og videre opp til ti. Dette samsvarer med studiens funn om at elevene telte med fingrene i en bestemt rekkefølge. Eveline, for eksempel anvendte fingrene for å representere tall, her kom det tydelig frem at hun brukte den samme rekkefølgen på begge hendene. Funnet samsvarer med Bender & Bell (2012) sin studie. For å telle på den andre hånden benyttet hun seg av anatomisk symmetri, slik som Bender & Bell (2012) observerte noen elever gjøre. Bender & Bell (2012) kom frem til at elever også teller med andre kroppsdeler, som for eksempel tær. Det erfarer vi ikke i denne studien. Ingen av funnene viste at elevene gjør seg nytte av andre kroppsdeler enn fingrene til å telle. Derimot er det noen elever som påpekte at de ikke har nok fingre da svaret ble over ti. Denne studien inneholder kun oppgaver hvor ene addenden var høy, over ti, og den andre addenden lav, under ti. Dette kan tyde på at de elevene som uttalte at de ikke har nok fingre teller begge addendene, og tar opp en finger for hvert tallord i hver addend. Eleven velger dermed ikke å telle videre fra den største addenden. Hvis eleven hadde telt videre fra den største addenden vil han eller hun hatt mulighet til å ta opp en finger for hvert tallord i den andre addenden. Noe som kan tyde på at eleven ikke har kunnskap om den kommutative lov enda. Hadde eleven hatt kunnskap om kommutativitet ville han eller hun mest sannsynligvis ha hatt en forståelse for at man kunne ha telt videre fra største da man får det samme svaret uansett.

5.2 Elevenes bruk av tallinje som strategi

Siegler & Booth (2004) understreker at det ikke bare er telling på fingrene som kan gjøre aritmetikken meningsfull, men også bruken av lineære representasjoner som tallinja. Elevene i denne studien benyttet også tallinja ved telling, slik som Siegler & Booth (2004) viser til. Siegler & Booth (2004) så først og fremst på tallinja innenfor aritmetikken, men elevene i denne studien brukte i tillegg tallinja i subitiseringsoppgavene. Den lineære representasjonen hjalp elevene å forklare hvordan de tenkte for å løse oppgavene, og var på denne måten til stor hjelp for elevene som deltok i studien. Pettito (1990) observerte i sin studie elevers arbeid med tallinjer, og under disse observasjonene ble det lagt merke til at noen elever brukte telling. Intervallene på tellingen var som regel på en eller ti. I min studien valgte alle elevene å telle i intervaller med en, noe som stemmer overens med Nortvedt (2018) sin studie. Grunnen til at elevene teller med en, og ikke flere om gangen kan være at de fortsatt er i starten av første klasse. Elevene vil mest sannsynligvis eksperimentere mer med å forflytte seg i større intervaller senere. Nortvedt (2018) påpeker videre at det kan indikere at eleven er på vei til å utvikle en indre mental tallinje. Det å utvikle en indre mental tallinje kan være til stor hjelp for elevene. Selv om alle elevene i denne studien benyttet seg av å telle i intervaller på en, viser funnene at elevene varierte hvor på tallinja de begynte å telle fra. Noen elever startet å telle på null og en, mens andre elever telte videre fra en av addendene. Det varierte også hvordan elevene telt videre fra den ene addenden. Gjennom funnene har det kommet frem at noen elever valgte tallordene som er knyttet til riktig symbol på tallinja, mens andre elever starter å telle fra en igjen når de skal telle den andre addenden. Dette funnet stemmer med Clements & Samara (2014) sine uttalelser. Ifølge forskning har elevene som teller videre fra den første eller største addenden og med de riktige tallordene, en større mental forståelse enn de som teller fra en (Clements & Sarama, 2014). For denne studien vil det si at elevene viste at de har en forståelse for hvor i telleremsen de er. Et eksempel på dette er hvordan eleven flytter seg på tallinja i addisjonsstykket åtte pluss fem. Om eleven starter på åtte og bruker de riktige tallordene ni – ti – elleve – tolv – tretten. Ved å telle på denne måten vil eleven tydeliggjøre en forståelse for at tallene har en fast posisjon i rekkefølgen.

Tallinja er ikke kun benyttet for å finne ut hva svaret i oppgaven er, men også for å finne tallsymbolet til svaret elevene allerede har funnet både i subitiseringsoppgavene og aritmetisk kompetanseoppgavene. Det må understrekes at dette ikke er en strategi for å finne selve svaret i oppgavene, men en strategi for å finne tallsymbolet. Anghileri (2006) hevder at barn må ha utviklet forståelse for tallets abstrakte karakter for å kunne forstå tallsymbolet. Elevenes forståelse for hvordan tallsymbolet så ut, manglet hos flere av elevene. Funnet ble enda mer tydelig i oppgavene over ti. Dette kan tyde på at elevene ikke er sikre på nummergjenkjenning spesielt med symboler over ti. Som nevnt i teorikapittelet påpeker Aunio & Räsänen (2016) viktigheten av aspektet tallsymboler, og at barnet ofte utvikler dette etter de har startet på skolen. Det at elevene ikke har lært tallsymboler over ti enda, kan være en grunn til elevenes problemer med tallsymbolene. Den manglende kunnskapen om tallsymboler kan komme av tidspunktet for intervjuet, da elevene ble intervjuet i midten av høst semesteret. Resultatene kunne dermed ha vært annerledes om man hadde intervjuet elevene mot slutten av 1. klasse. Funnene tyder på at den aritmetiske kompetansen hos elevene går raskere enn utviklingen av tallgjenkjenning. Flere av elevene klarer å komme frem til ulike svarene ved hjelp av ulike strategier, men å finne symbolet er betydelig vanskeligere. Noe som indikerer at elevenes aritmetiske kompetanse påvirkes av kunnskapen om nummergjenkjenning og forholdet mellom tall og mengde.

5.3 Elevenes bruk av datakonkreter som strategi

I aritmetisk kompetanseoppgavene kommer det frem i resultatene at elever benyttet seg av datakonkreter som strategi. Noël (2005) konkluderer i sin undersøkelse med at elevene bruker fingrene til å peke på gjenstander når de teller. Og på denne måten representere kardinalitet og for å holde oversikt over tellingen når arbeider med addisjonsoppgaver. Funnet til Noël (2005) om telling stemmer overens med mine funn innenfor datakonkreter. Ved å benytte denne strategien, datakonkreter, i min studie pekte elevene på skjermen og objektene for å holde kontroll. Det er her tydelig at noen elever har korrespondansen mens andre elever teller en eller flere objekter mer enn en gang. Dermed viste elevene i den sammenheng om de har en en-til-en-korrespondansen eller ikke og om de har en forståelse for kardinalitet. Ved at eleven kan å uttale tallordet til hvert objekt, og kun teller hver objekt en gang, vil eleven ha en en-til-en-korrespondanse (Anghileri, 2006; Frye et al., 1989; Sarnecka & Carey, 2008). Denne korrespondansen er essensiell for å kunne få telt riktig antall i mengden. Når elevene mangler denne kunnskapen vil barna kunne oppleve vanskeligheter i matematikk, påpeker Andrews & Sayers (2015). I den sammenheng er det viktig at elevene får en forståelse for en-til-en-korrespondanse slik at de har en mulighet til å lykkes i matematikken. Selv om noen av elevene viste at de ikke har en en-til-en-korrespondanse, har alle en forståelse av kardinal aspektet og at den mengden de har telt av datakonkreter er antall objekter de har. Dette tyder på at eleven har en forståelse for at mengden er antallet, men at de kanskje ikke har fått en god nok måte å strukturere tellingen sin på.

Anghileri (2006) påpeker at kjente kombinasjoner av ti er en referanse elevene kan få nytte av videre i arbeidet med matematikk, og kan fungere som et mentalt bilde. I resultatdelen så vi at noen elever benyttet denne kunnskapen. Det å kunne ha kjente representasjoner av ti som strategi kan hjelpe elevene til å løse vanskelige aritmetiske problemer i matematikken. Eleven kan da benytte kjente kunnskaper som de har om tiere, og benytte disse kunnskapene til å løse problemet. Ifølge forskning bruker mange elever denne type strategi med bruk av tallfakta de kan fra før (Anghileri, 2006).

5.4 Elevenes bruk av tellestrategier

Gjennom oppgavene innenfor subitisering og aritmetisk kompetanse har det kommet frem at elevene benyttet seg mest av tellestrategier, hvor tellestrategien «telle alle» ble brukt flest ganger. Dette funnet stemmer overens med Sieger (1987) sin studie, som påpeker at «telle alle» strategien er oftere i bruk hos yngre barn. Sieger (1987) uttaler at «telle alle» strategien blir mer anvendt hos barn i barnehagen enn hos elever i 1. klasse. Mine funn viser derimot at en del elever i første klasse benytter seg av denne tellestrategien. Likevel må det her tas i betraktning at når elevene i denne studien ble intervjuet hadde de kun gått på skolen i noen få måneder. Dermed kunne elevenes bruk av tellestrategier ha vært noe annet om intervjuene hadde blitt gjort senere på skoleåret, da telleprosessen utvikler seg etterhvert som barna blir eldre (Jordan & Levine, 2009). Tellestrategiene ble benyttet i subitisering og aritmetisk kompetanse, men elevene anvender strategien mest i aritmetisk kompetanse oppgaver. Carpenter et al. (1983) viser til at tellestrategiene kan være en måte eleven kan løse addisjonsproblemer på, spesielt da de ikke har lært en formell måte å løse addisjon på. I likhet med Carpenter et al. (1983) sine uttalelser kan dette være en grunn til at elevene benytter tellestrategier i denne studien. Elevene anvender derfor kunnskapen de har om telling til å løse oppgavene, og spesielt i oppgavene med en sum over ti.

Elevene i min undersøkelse benyttet seg av tellestrategier kombinert med andre strategier, som tallinje, datakonkreter og fingre. Siegler (1987) hevder at barn ofte bruker fingre som konkreter ved bruk av tellestrategier, denne uttalelsen stemmer overens med funnene i denne studien. Elevene i studien brukte tellestrategier sammen med en av strategiene fingre, tallinja eller datakonkreter for å løse oppgaven. Det kan tyde på at elevene har en forståelse for ulike representasjoner de kan anvende for å representere tall. Elever som har en god forståelse av ulike representasjoner har en fordel når det gjelder å bli kompetent innenfor aritmetikken (Andrews & Sayers, 2015). Carpenter et al. (2014) viser også til fingre eller andre objekter som ofte blir tatt i bruk i tellestrategier.

5.5 Hvordan kommer elevenes grunnleggende tallforståelse frem i strategiene

Elevene anvendte de fire samme strategiene innenfor subitisering og aritmetisk kompetanse. Subitisering har en sammenheng med FoNS, men er ikke en egen komponent. Kunnskap om subitisering har en betydning for elevenes læringsutbytte innenfor telling, tellehastighet og forståelse for kardinalitet (Sayers et al., 2016). Elevene i studien brukte tellestrategier i mange av oppgavene, og på denne måten benyttet elevene sin kompetanse om telling. Flere av elevene viste til kunnskaper om systematisk telling. Her kom elevenes forståelse for at det siste tallordet som ble telt er mengden objekter. Elevenes kunnskaper om ordianlitet og kardinalitet kommer frem gjennom elevenes arbeid. Derimot varierte elevenes forståelse for en-til-en-korrespondanse, som er diskutert over. Sayers et al. (2016) har påpekt viktigheten av å ha disse kunnskapene, og hvordan subitisering kan være til hjelp for å utvikle elevenes matematiske kompetanse. Funnene om elevenes ordinalitet, kardianlitet og en-til-en-korrespondanse gjenspeiler at fler av elevene har en grunnleggende tallforståelse innenfor kategoriene systematisk telling og bevissthet om forholdet mellom tall og mengde.

Resultatene i studien viste elevenes kompetanse av å løse oppgavene ved hjelp av addisjon. Elevene benyttet ikke kun addisjon i aritmetisk kompetanseoppgaver, men også i subitiseringsoppgavene. På denne måten får vi et innblikk i elevenes tallforståelse i komponenten aritmetisk kompetanse både innenfor subitiseringsoppgavene og aritmetikk-oppgavene. Viktigheten av denne kompetansen påpekes av flere forskere (Andrews & Sayers, 2015; Aunio & Räsänen, 2016). Aunio & Räsänen (2016) understreker at eleven skal forstå addisjon med tallsymboler. Med diskusjonen om tallsymboler i minne fra tidligere i dette kapittelet, kan vi si at elevene tildels har en forståelse for dette. Addisjon har flere av elevene kunnskaper om og det samme med tallsymboler under ti. Vi kan derfor si at noen av elevene har mer kunnskap om aritmetisk kompetanse enn andre. I tabell 4.4 vises det til Live og Emil sine strategier i oppgavetypene som er beskrevet i teoridelen (Anghileri, 2006; Carpenter et al., 1983, 2014). Tabellen illustrerer elevenes individuelle strategier i hver oppgavetype. Dette tyder på at elevene benytter seg av en strategi innenfor de fleste oppgavetypene. Strategiene elevene benytter stemmer overens med uttalelsene til Capenter et al. (1983), hvor det trekkes frem at elever som ikke har kunnskaper om algoritmer representerer ofte problemet med en representasjon som fingre eller tallinje.

Det er tydelig at elevene i studien benyttet seg av tellestrategier sammen med fingre, tallinje eller datakonkreter. Dette kommer spesielt frem i resultatkapittelet. Funnet stemmer overens med Baccaglini-Frank (2018) sine uttalelser om at elevene benytter seg av fingre og andre representasjoner for telling. Flere av elevene viste at de har forståelse for hvordan de kan representere tall på ulike måter, som Ivrendi (2011) og Jordan et al. (2007) hevder er essensielt. Gjennom oppgavesettet ser vi både Live og Emil varierer strategier, men Emil varierer i større grad enn Live. Ettersom elevene benytter seg av flere ulike representasjoner som strategi, viser de en forståelse for ulike representasjoner for tall. Dette er en av de åtte komponentene i Andrews & Sayers (2015) rammeverk for grunnleggende tallforståelse. Bruk av ulike representasjoner kan ha en positiv innvirkning på elevenes tallforståelse (Baccaglini-Frank, 2018). Ved at elevene har kunnskap om ulike representasjoner vil de kunne benytte den representasjonen som ut ifra situasjonen er mest gunstige. Elevene benyttet ulike representasjoner i subitiseringsoppgavene, som stemmer overens med funnen til Sayers et al. (2016) sin studie. Noe som kan ha med at objektene elevene får se danner et etterbilde som de ønsker å representerer. Derfor velger for eksempel Amanda å ta opp fire fingre på hver hånd for å representere objektene som var på skjermen i oppgave 13.

5.6 Begrensinger ved studien og videre forskning

Studien kan bli påvirket av ulike faktorer. En faktor kan være valg av teori. Teorien kan være med på å påvirke ulike kapitler av masteren, og vil dermed legge et stort grunnlag for hvordan man blant annet vil diskutere funnene. Selve teorien har blitt valgt ut på ulike måter. Noe teori er blitt anbefalt av blant annet veileder, mens andre artikler har blitt funnet ved søk i Oria med ulike søkefiltre. Et eksempel på søkefilter kan være «subitizing», «types» og «teach» for å få opp ulike artikler om subitisering. Jeg har også benyttet meg av å finne kilder gjennom artikler som jeg allerede har lest. Måten jeg har søkt etter artikler og teorier på kan være med på å avgrense oppgaven ved at jeg kun har valgt et utvalg av all forskning som finnes fra før.

En annen faktor ved studien er antall elever som deltok. Det var 19 elever som ble intervjuet, og alle intervjuene ble ikke transkribert. Studien har i den grad få deltakere, og kan ikke generaliseres for å si at dette resultatet ville ha vært det samme for alle elever på 1. trinn. Dermed vil studien kun si noe om strategiene noen elever anvender i møte med tallforståelsesoppgaver. Likevel kan studien vise en tendens til elevenes strategier. Studien vil også ha sine begrensinger ved at fokuset ligger kun på 1. trinns elever, og dermed vil den ikke si noe om de andre aldersgrupper og hvilke strategier de ville ha brukt. Resultatene kan ha blitt påvirket av at elevene var tatt ut på et rom alene med intervjuer, og da elevene hadde lite kjentskap til intervjuer fra før kan det ha vært en påvirkende faktor for studien. Elevene var heller ikke vant med et kamera, som også kan ha påvirket elevene. For å se nærmere på dette kunne det ha vært interessant å arbeide med en slik studie over lengre tid. Det kunne da også ha vært mulig å se nærmere på hvordan elevene utviklet seg over en lengre periode.

Fremtidig forskning kunne ha sett nærmere på strategier ved å studere flere elever og over en lengre periode. På denne måten er det en større sannsynlighet for at man kan få til en generalisering av hvilke strategier elevene benytter seg av. I en slik sammenheng kunne det også ha vært interessant å se hvordan elevene utviklet sine strategier i løpet av første klasse eller de første årene på skolen. Ved å ha en studie som går over ett år kunne man ha sett forskjellen mellom strategiene de benyttet i starten av første klasse og på slutten. En annen mulighet kunne ha vært å sett over flere år, og hvordan de utvikler strategiene og om de etterhvert benytter mer effektive strategier.

6 Konklusjon

I denne studien har jeg undersøkt forskningsspørsmålet ***«Hvilke strategier viser elever på 1. trinn i arbeid med tallforståelsesoppgaver som fokuserer på subitisering og aritmetisk kompetanse?»***. Studiens formål var å se hvilke strategier elevene velger og benytter for å løse oppgaver innenfor subitisering og aritmetisk kompetanse. Før jeg startet med studien stilte jeg meg selv noen underspørsmål som var aktuelle for studien:

- «I de fleste av oppgavene er det en tallinje, hadde den noe å si for elevens valg av strategier?»
- «Kommer elevenes tallforståelse frem gjennom strategiene de velger i arbeidet med tallforståelsesoppgavene?»

Datamaterialet har blitt samlet inn ved bruk av intervju. Under intervjuene ble informasjon om hvilke strategier elevene benyttet fanget opp gjennom videoopptak og feltnotater. Til sammen ble 19 elever intervjuet, og elleve intervjuer ble transkribert. Datamaterialet er analysert for å avdekke hvilke strategier elevene brukte under arbeidet med tallforståelsesoppgavene.

Regnestrategier trekkes frem som viktig i læreplanen fra 2020 for elevens matematiske kompetanse (Kunnskapsdepartementet, 2020a). Barns kompetanse innenfor matematikk avhenger på denne måten av elevenes strategier. Det er derfor viktig at elever kan å benytte seg av ulike strategier og at lærere vet hvilke strategier som blir mest brukt. Det å vite hvilke strategier elevene benytter seg av er essensielt i arbeid med å utvikle elevenes kompetanse i matematikk. Et av mine ønsker er at lærere i skolen kan benytte dette til å få en bedre forståelse for hvordan elevene tenker og dermed kunne hjelpe elevene videre i deres matematikkopplæring. Læreplanen vektlegger at elevene har kunnskaper om ulike strategier for å utvikle tallforståelse (Kunnskapsdepartementet, 2020a). Derfor er det viktig at lærerne vet hvilke strategier eleven behersker og hvordan de kan hjelpe elvene videre.

Studiens resultater viste at elevene benyttet ulike strategier i møte med subitiserings- og aritmetikkoppgaver. De fire mest benyttede strategiene i arbeidet med tallforståelsesoppgavene var fingre, tallinje, datakonkreter og tellestrategier. Vi kan derfor si at min studie stemmer overens med Gearys (2003) som hevder at elever bruker varierte strategier. Variasjon av strategier kom også til syne mellom de ulike elevene i studien. Live og Emil brukte alle de fremhevede fire strategiene: fingre, tallinje, datakonkreter og tellestrategier. Likevel varierte Emil mer enn Live. Dette kom frem ved at Emil varierte mellom fingre, tallinje og datakonkreter sammen med tellestrategiene flere ganger både innenfor subitiserings- og aritmetikkoppgavene. Live forholdt seg først og fremst til fingre sammen med tellestrategiene. Elevenes variasjon i strategier indikerer at de har kunnskap om ulike representasjoner. Det tyder på at samtlige av elevene mestrer å variere mellom forskjellige representasjoner, og har en forståelse for ulike representasjoner av tall. Det må understrekes at elevene også varierte strategi mellom de ulike oppgavetypene i aritmetikk. Siden elevene benytter seg av flere strategier igjennom oppgavesettet, kan det ses på som sentralt at de kan utvikle anvendelseskomponenten innenfor matematisk kompetanse, som Kilpatrick et al. (2001) beskriver som viktig.

Funnene i denne studien viser at fremgangsmåten elevene benyttet for å komme til svaret varierte. Elevene varierte hvor de startet å telle fra og hvordan de valgte å telle videre, dette gjelder i alle strategiene. Samtlige elever benyttet tellestrategier sammen med fingre, tallinje og datakonkreter. Telling var på denne måten en sentral strategi for å komme frem til svaret. Elevene viste at de har en forståelse for systematisk telling og bevissthet om forholdet mellom tall og mengde, men i noe ulik grad. Dette kom blant annet frem ved elevenes forståelse for ordinalitet, kardinalitet og en-til-en-korrespondanse.

Tallinja hadde noe å si for elevenes strategier. Ettersom samtlige av elevene benyttet seg av tallinja. Det må likevel påpekes at det er mulig at noen av elevene hadde benyttet en annen strategi om ikke tallinja var på skjermen. Tallinja ble både brukt som strategi for å finne svaret og for å finne det tilhørende tallsymbolet. Flere av elevene strevde med å summere da tallene ble over ti til sammen, på grunn av usikkerhet rundt tallsymbolene over ti. Den aritmetiske kompetansen ble på denne måten påvirket av elevenes kunnskap om nummergjenkjenning og forholdet mellom tall og mengde. Flere funn ga en indikasjon på at noen elever bruker lengre tid på å lære seg å gjenkjenne symbolene enn å løse aritmetikkoppgaver. Dette kan indikere at den aritmetiske kompetansen utvikler seg fortere enn komponentene nummergjenkjenning og forholdet mellom tall og mengde hos enkelte elever. De ulike komponentene Andrews & Sayers (2015) trekker frem i grunnleggende tallforståelse er altså gjensidig avhengig av hverandre og utvikles ulikt hos forskjellige elever. Gjennom arbeidet med oppgavene i studien har mange av elevene i første klasse vist kunnskaper innenfor flere av komponentene, men det varierer hvor god tallforståelse elevene har. For at elevene skal kunne utvikle en god tallforståelse er det viktig at lærere har innsikt i denne utviklingen for å kunne legge til rette for elevenes læring.

Referanser

Andersen, S. (2008). *Som Dig Selv: En Indforing I Etik* (3. utg.). University Press.

Andrews, P., & Sayers, J. (2015). Identifying Opportunities for Grade One Children to Acquire Foundational Number Sense: Developing a Framework for Cross Cultural Classroom Analyses. *Early Childhood Education Journal*, *43*(4), 257–267. https://doi.org/10.1007/s10643-014-0653-6

Anghileri, J. (2006). *Teaching number sense* (2nd ed.). Continuum international pub.

Aunio, P., & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years—A working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal*, *24*(5), 684–704. https://doi.org/10.1080/1350293X.2014.996424

Baccaglini-Frank, A. (2018). What Schemes Do Preschoolers Develop When Using Multi-touch Applications to Foster Number Sense (and Why)? I I. Elia, J. Mulligan, A. Anderson, A. Baccaglini-Frank, & C. Benz (Red.), *Contemporary Research and Perspectives on Early Childhood Mathematics Education* (s. 223–243). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73432-3_12

Bender, A., & Beller, S. (2012). Nature and culture of finger counting: Diversity and representational effects of an embodied cognitive tool. *Cognition*, *124*(2), 156–182. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2012.05.005

Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2008). Numerical Magnitude Representations Influence Arithmetic Learning. *Child Development*, *79*(4), 1016–1031. https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2008.01173.x

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, *3*(2), 77–101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Bryman, A. (2018). *Social Research Methods* (5. utg.). OUP Oxford.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (2014). *Children's Mathematics, Cognitively Guided Instruction* (2. utg., Bd. 60). Heinemann.

Carpenter, T. P., Hiebert, J., & Moser, J. M. (1983). The Effect of Instruction on Children's Solutions of Addition and Subtraction Word Problems. *Educational Studies in Mathematics*, *14*(1), 55–72. https://doi.org/10.1007/BF00704702

Clements, D. (1999). Subitizing: What Is It? Why Teach It? *Teaching Children Mathematics*, *5*(7), 400–405.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach* (2nd ed.). Routledge.

Cobb, P. (2007). Putting philosopy to work: Coping with multiple theoretical perspectives. I F. K. Lester (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (s. 3–38).

Cohen, L., Manison, L., & Morrison, K. R. B. (2018). *Research methods in education* (8th ed.). Routledge.

Dalland, O. (2012). *Metode og oppgaveskriving for studenter* (5. utg.). Gyldendal akademisk.

Dehaene, S. (2011). *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics, Revised and Updated Edition*. Oxford University Press, USA.

Frye, Braisby, Lowe, Maroudas, & Nicholls. (1989). Young children's understanding of counting and cardinality. *Child development*, *60*(5), 1158–1171.

Geary, D. (2003). Learning Disabilities in Arithmetic: Problem-Solving Differences and Cognitive Deficits. I Swanson, Harris, & Graham (Red.), *Handbook of Learning Disabilities* (s. 199–212).

Geary, D. C., Bailey, D. H., & Hoard, M. K. (2009). Predicting Mathematical Achievement and Mathematical Learning Disability with a Simple Screening Tool: The Number Sets Test. *Journal of Psychoeducational Assessment*, *27*(3), 265–279. https://doi.org/10.1177/0734282908330592

Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early Identification and Interventions for Students With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, *38*(4), 293–304. https://doi.org/10.1177/00222194050380040301

Gracia-Bafalluy, M., & Noël, M.-P. (2008). Does finger training increase young children's numerical performance? *Cortex*, *44*(4), 368–375. https://doi.org/10.1016/j.cortex.2007.08.020

Griffin, S. (2004). Building number sense with Number Worlds: A mathematics program for young children. *Early Childhood Research Quarterly*, *19*(1), 173–180. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2004.01.012

Guba, E. G. (1981). ERIC/ECTJ Annual Review Paper: Criteria for Assessing the Trustworthiness of Naturalistic Inquiries. *Educational Communication and Technology*, *29*(2), 75–91.

Guba, E., & Lincoln. (1981). *Effective evaluation*. Jossey-Bass.

Hinna, K. R. C., Rinvold, R., & Gustavsen, T. S. (2016). *QED 1-7: Matematikk for grunnskolelærerutdanningen: Bd. Bind 1* (2. utg.). Høyskoleforl.

Imsen, G. (2005). *Elevens verden: Innføring i pedagogisk psykologi* (4. utg.). Universitetsforlaget.

Ivrendi, A. (2011). Influence of Self-Regulation on the Development of Children's Number Sense. *Early Childhood Education Journal*, *39*(4), 239–247. https://doi.org/10.1007/s10643-011-0462-0

Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N., & Ramineni, C. (2007). Predicting First-Grade Math Achievement from Developmental Number Sense Trajectories. *Learning Disabilities Research and Practice*, *22*(1), 36–46. https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x

Jordan, N. C., & Levine, S. C. (2009). Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental Disabilities Research Reviews*, *15*(1), 60–68. https://doi.org/10.1002/ddrr.46

Kerkman, D. D., & Siegler, R. S. (1997). Measuring individual differences in children's addition strategy choices. *Learning and Individual Differences*, *9*(1), 1–18. https://doi.org/10.1016/S1041-6080(97)90017-0

Kilpatrick, J., Findell, B., & Swafford, J. (Red.). (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, D.C: National Academics Press.

Kunnskapsdepartementet. (2020a). *Kjerneelement—Matematikk 1-10* (MAT01-05). https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer

Kunnskapsdepartementet. (2020b). *Prinsipper for læring, utvikling og danning* (Overordnet del). https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (T. M. Anderssen & J. Rygge, Overs.; 2. utg.). Gyldendal akademisk.

Long, I., Malone, S. A., Tolan, A., Burgoyne, K., Heron-Delaney, M., Witteveen, K., & Hulme, C. (2016). The cognitive foundations of early arithmetic skills: It is counting and number judgment, but not finger gnosis, that count. *Journal of Experimental Child Psychology*, *152*, 327–334. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.08.005

Malofeeva, E., Day, J., Saco, X., Young, L., & Ciancio, D. (2004). Construction and Evaluation of a Number Sense Test With Head Start Children. *Journal of Educational Psychology*, *96*(4), 648–659. https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.648
McIntosh, A., Reys, B., & Reys, R. (1992). A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense. *For the Learning of Mathematics*, *12*(3), 2–44.
Noël, M.-P. (2005). Finger gnosia: A predictor of numerical abilities in children? *Child Neuropsychology*, *11*(5), 413–430. https://doi.org/10.1080/09297040590951550
Nortvedt, G. A. (2018). *«Det er et verktøy, ikke sant, for oss?»—Erfaringer fra fire gjennomføringer med kartleggingsprøver i regning 2014–2017*. Utdanningsforskning.no. https://utdanningsforskning.no/artikler/2018/det-er-et-verktoy-ikke-sant-for-oss---erfaringer-fra-fire-gjennomforinger-med-kartleggingsprover-i-regning-20142017/
Nowell, L. S., Norris, J. M., White, D. E., & Moules, N. J. (2017). Thematic Analysis: Striving to Meet the Trustworthiness Criteria. *International Journal of Qualitative Methods*, *16*(1), 160940691773384-. https://doi.org/10.1177/1609406917733847
NTNU. (u.å.). *NVivo—Wiki—Innsida.ntnu.no*. NVivo. Hentet 29. april 2021, fra https://innsida.ntnu.no/wiki/-/wiki/Norsk/NVivo
Ohnstad, F. O. (2018). *Profesjonsetikk i skolen* (3. utg.). Cappelen Damm akademisk.
Ostad, S. A. (2013). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring: Med fokus på elever med matematikkvansker : Ressurshefte til boken Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring* (2. utg.). Læreboka forlag.
Petitto, A. L. (1990). Development of Numberline and Measurement Concepts. *Cognition and Instruction*, *7*(1), 55–78. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0701_3
Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen* (1. utg.). Cappelen Damm akademisk.
Robinson, C. S., Menchetti, B. M., & Torgesen, J. K. (2002). Toward a Two-Factor Theory of One Type of Mathematics Disabilities. *Learning Disabilities Research and Practice*, *17*(2), 81–89. https://doi.org/10.1111/1540-5826.00035
Sarnecka, B. W., & Carey, S. (2008). How counting represents number: What children must learn and when they learn it. *Cognition*, *108*(3), 662–674. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2008.05.007
Saxe, G. (2005). Practices of quantification from a socio-cultural perspective. I A. Demetriou & Raftpoulos (Red.), *Cognitive development change: Theories, models and measurement* (s. 241–263). Cambridge University Press.
Sayers, J., Andrews, P., & Björklund Boistrup, L. (2016). The Role of Conceptual Subitising in the Development of Foundational Number Sense. I *Mathematics Education in the Early Years* (s. 371–394). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-23935-4_21
Siegler, R. S. (1987). The Perils of Averaging Data Over Strategies: An Example From Children's Addition. *Journal of Experimental Psychology. General*, *116*(3), 250–264. https://doi.org/10.1037/0096-3445.116.3.250
Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of Numerical Estimation in Young Children. *Child Development*, *75*(2), 428–444. https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x
Siegler, R. S., & Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies*. Erlbaum.
Skemp, R. R. (1989). *Mathematics in the primary school*. Routledge.
Steffe, L. P., Cobb, P., & Sinclair, H. (1988). *Construction of Arithmetical Meanings and Strategies*. Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3844-7
Teppo, A., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). Visual representations as objects of analysis: The number line as an example. *ZDM*, *46*(1), 45–58.

https://doi.org/10.1007/s11858-013-0518-2
Valenta, A. (2015). *Aspekter ved tallforståelse*. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/Valenta_Aspekter%20ved%20tallforsta%CC%8Aelse%20okt16.pdf
Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (8th ed.). Pearson Education Limited.

Vedlegg

Vedlegg 1: Intervjuguide
Vedlegg 2: Oppgavene elevene fikk
Vedlegg 3: Samtykkeskjema

Vedlegg 1: Intervjuguide

Intervjuguide

Spørsmålene elevene vil blir stilt er fra listen under, men spørsmålene vil bli stilt i ulike rekkefølger og alle elevene trenger ikke å få alle spørsmålene stilt. Intervjuet vil bli basert på en samtale mellom intervjuer og elev, og påvirkes på denne måten av elevenes utsagn og deres svar på oppgavene.

Generelle spørsmål:

- Hvordan tenkte du her?
- Hvordan kom du frem til dette svaret?
- Brukte du tallinja til å løse oppgaven?
    - Om Ja; Hvordan brukte du tallinja?
    - Var den til hjelp?
- Jeg ser du brukte tallinja til å løse oppgaven, hvordan brukte du denne for å komme frem til svaret?
- Hva er det oppgaven sier du skal finne ut av?
- Ville du brukt tallinja om den ikke var tilstede for å løse oppgaven?
- Hvorfor brukte du tallinja til å løse oppgaven?

Spørsmål til subitisering (subitizing):

- Hvordan så du objektene?
- Hvor mange objekter så du?
- Hvordan visste du at det var X objekter?
- Du sa du så det som en figur (geometriskfigur), hvilken?
- Hvordan klarte du å finne antall objekter utfra figuren?
- Forsto jeg deg riktig at du så objektene på en linje? Hvor mange var det på hver linje? ? Hvor mange var det til sammen?
- Du sa du så en trekant med tre og en som liknet, hvordan vet du hva det blir til sammen?
- Om eleven så 2 og 2 og det blir 4, hvordan visste du at det ble 4?
- Hvilke tall så du?

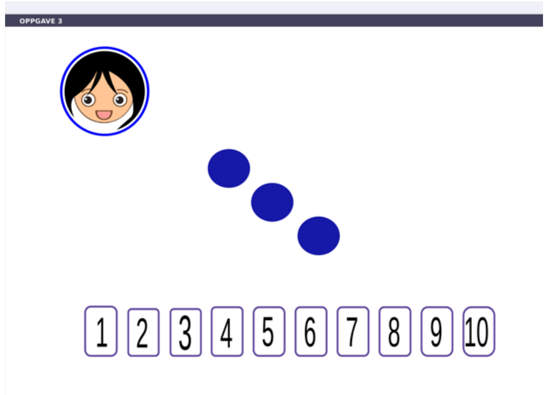
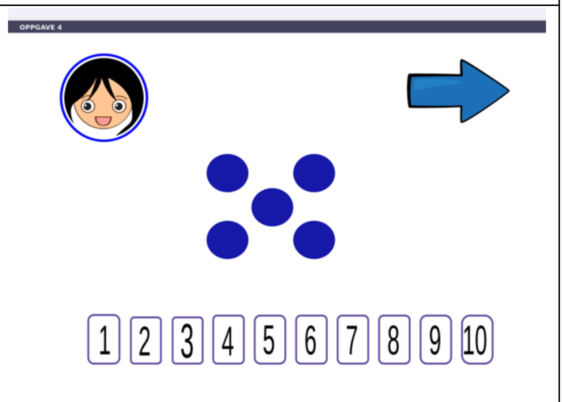
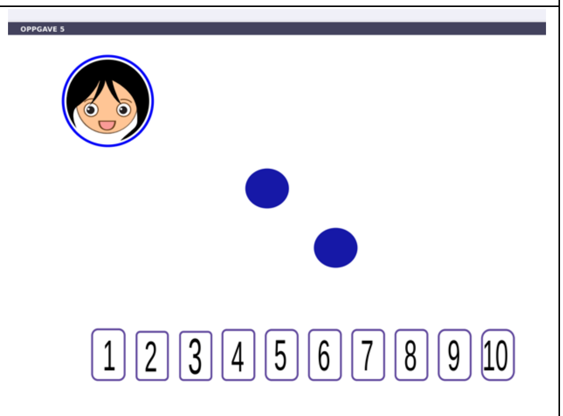
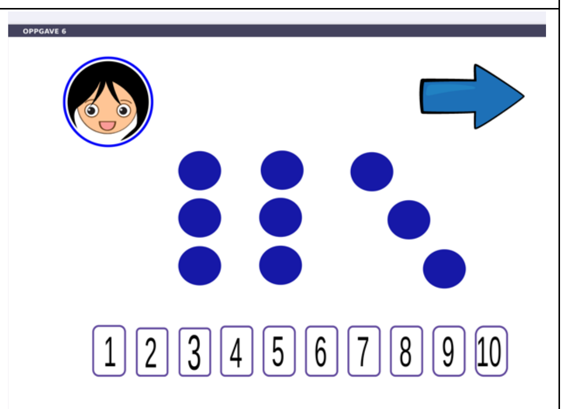
Spørsmål til aritmetisk kompetanse:

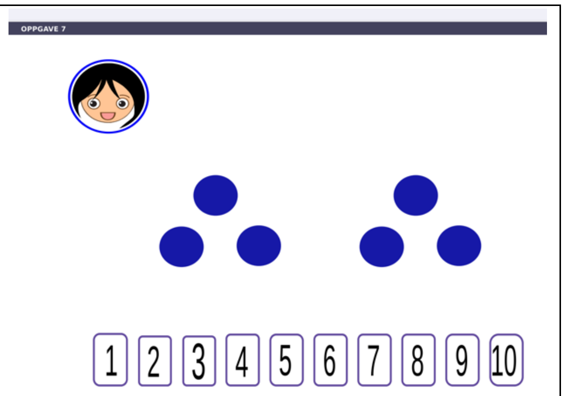
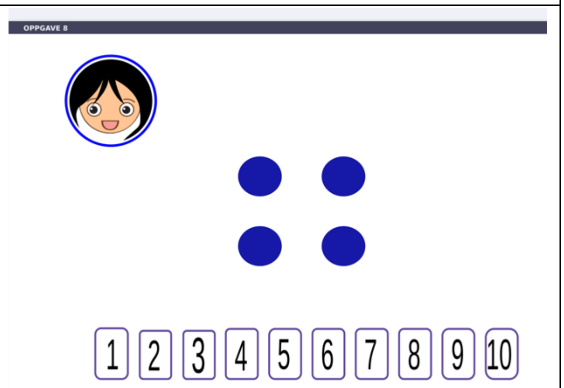
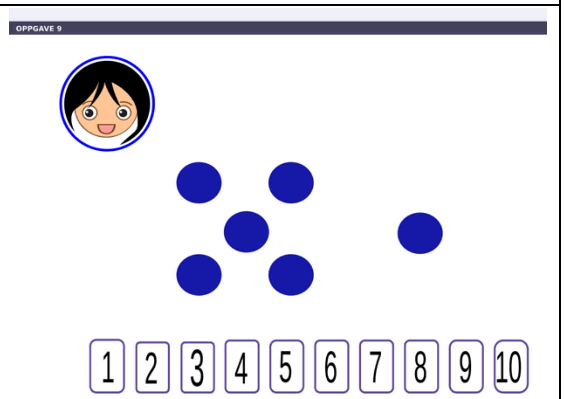
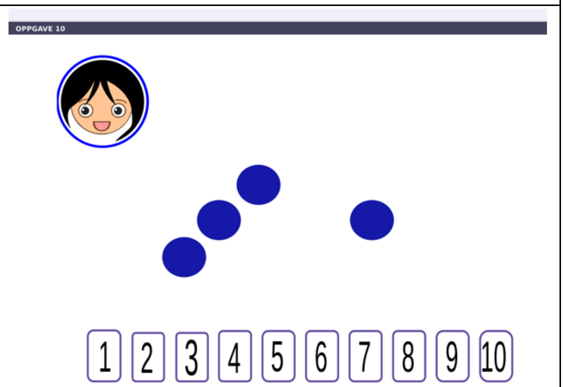
- Hvordan vet du at 2+2 blir fire?
- Hvorfor brukte du subtraksjon (minus) for å løse regnestykket (f.eks 4-2=2)?
- Hvordan visste du at 8+8=16 (hvilke som helst av addisjonsstykkene)?
- Hvor mange baller er det i rundingen nå? Hvor mange baller har du dratt inn i rundingen?
- Du sa du telte, hvordan telte du?
    - Hvorfor telte du videre fra «det høyeste tallet»?
    - Hvorfor telte du videre fra «det laveste tallet»?
    - Hvorfor valgte du å telle antall baller?
    - Hvorfor valgte du å telle nedover?
    - Hvorfor valgte du å telle fra den første tallet (addenden)?
- Du sa du brukte tallinja, hvordan var den til hjelp?
- Du sa du brukte tallinja, men fant ut at du ikke kunne bruke den. Hvorfor?
- Du adderte (plusset) sammen (eks: 3+2), hvorfor valgte du å addere de?
- Jeg så du telte på fingrene, hvordan brukte du fingrene til å finne svaret?

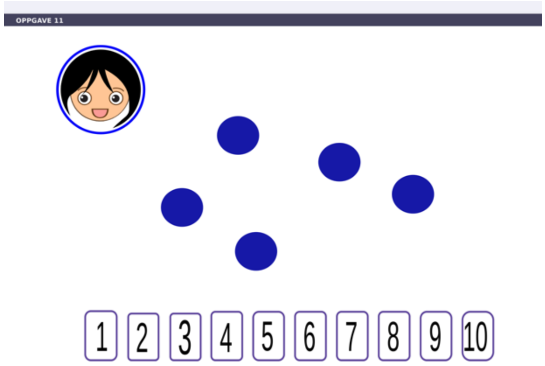
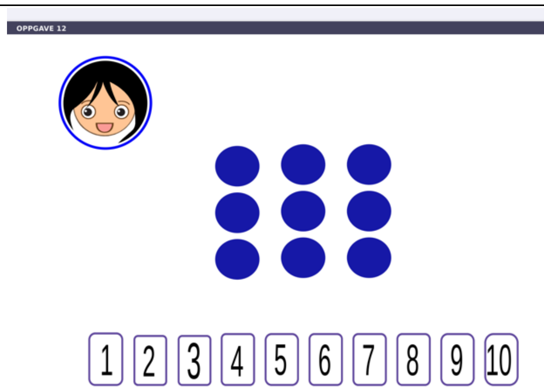
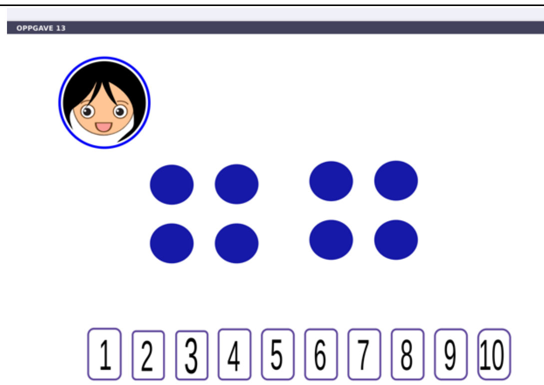
- Hvorfor valgte du å bruke fingrene når du skulle finne ut hvor mye det var til sammen?
- Hvordan visste du at X+Z=Y (eks: 6+2=8)?
- Hvordan visste du at X-Z=Y (eks: 10+6=4)?
- Hvorfor laget du et regnestykke?
- Hvorfor valgte du å doble for å komme frem til svaret?
- Hvorfor brukte du kombinasjoner av ti?
- Hvordan brukte du konkretene til å finne svaret?
    - Hvordan telte du konkretene?

Vedlegg 2: Oppgavene elevene fikk

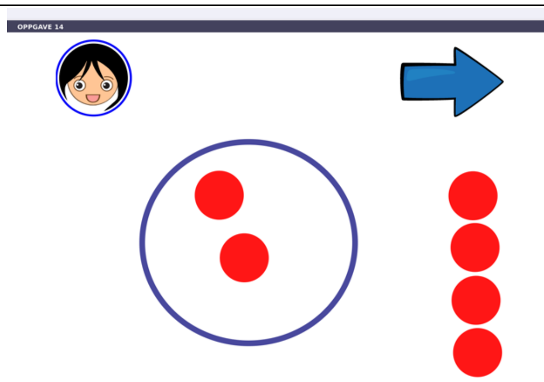
Subitisering:

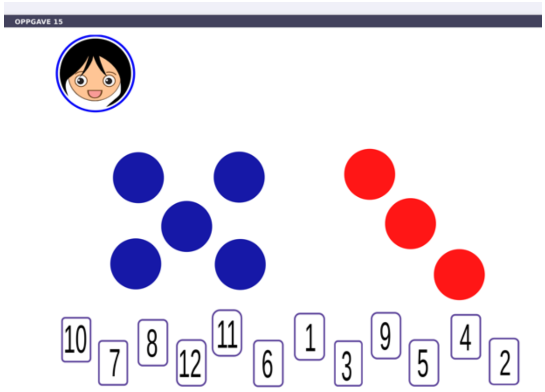
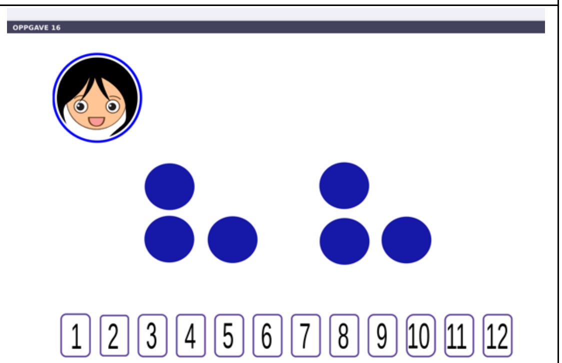
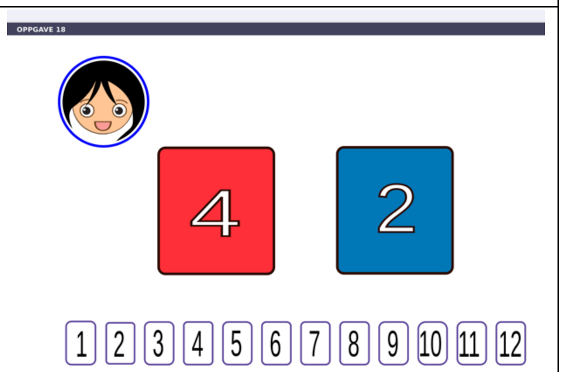
Oppgave	Oppgave tekst	Bilde
3	Hvor mange prikker så du?	
4	Hvor mange prikker så du?	
5	Hvor mange prikker så du?	
6	Hvor mange prikker så du?	

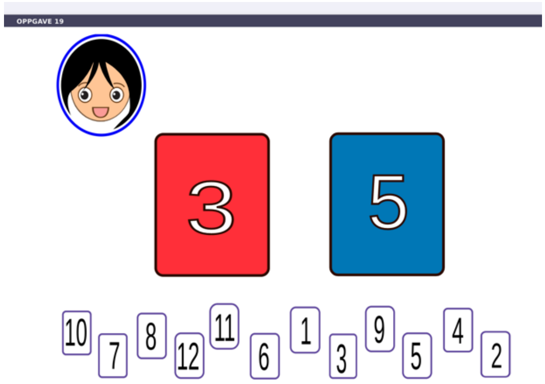
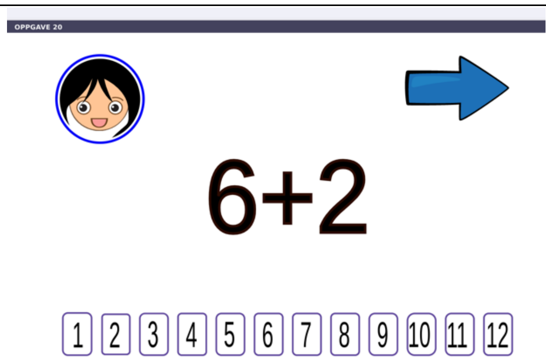
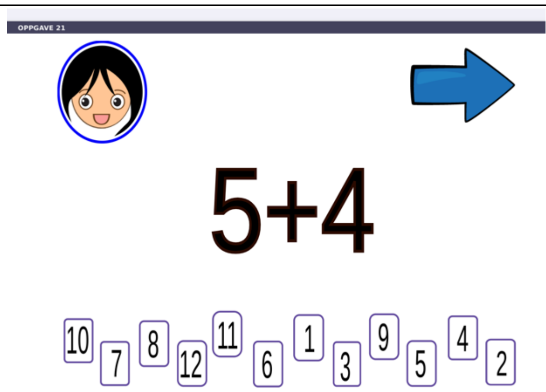
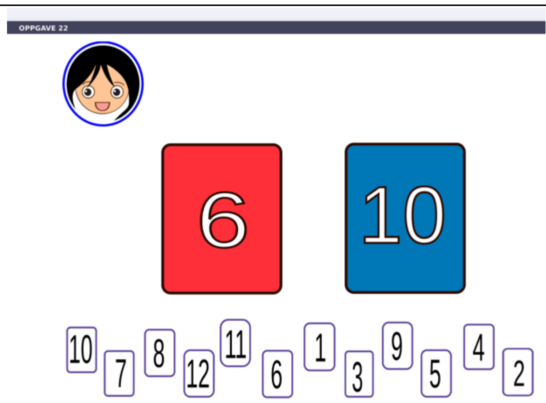
7	Hvor mange prikker så du?	
8	Hvor mange prikker så du?	
9	Hvor mange prikker så du?	
10	Hvor mange prikker så du?	

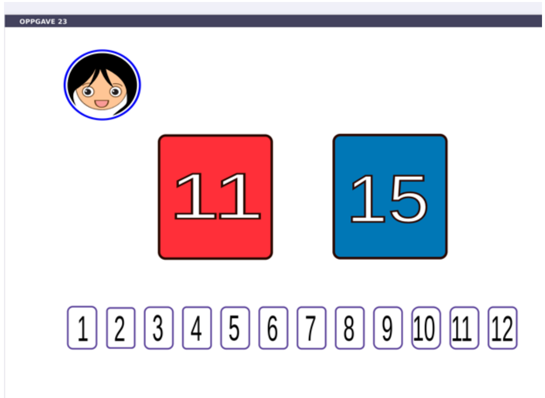
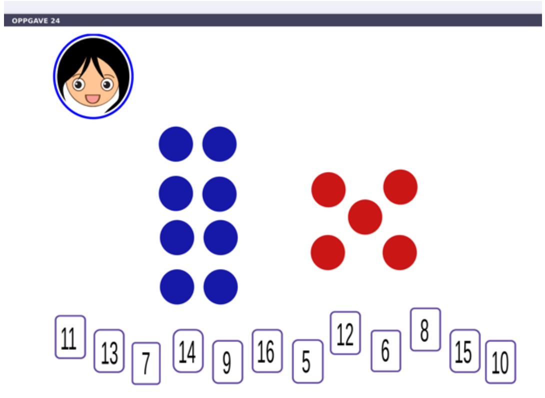
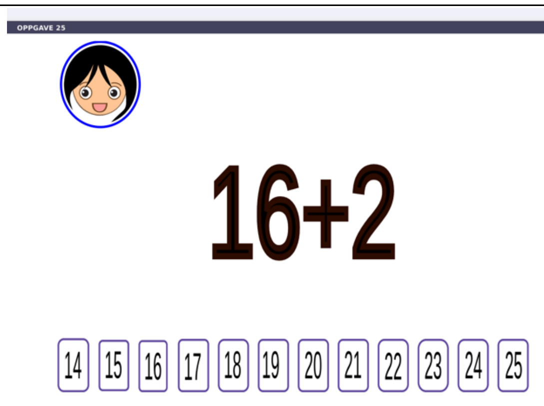
11	Hvor mange prikker så du?	
12	Hvor mange prikker så du?	
13	Hvor mange prikker så du?	

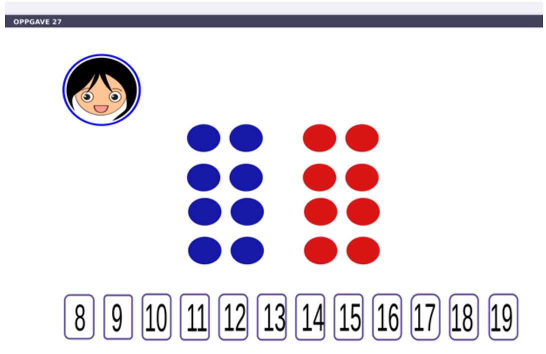
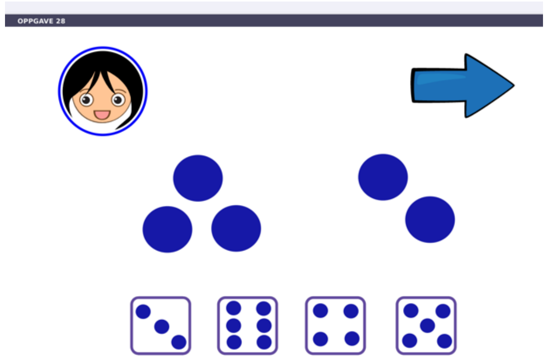
<u>Aritmetisk kompetanse:</u>

Oppgave	**Oppgave tekst**	**Bilde**
14	Dra baller inn i rundingen, slik at det blir 4 til sammen.	

15	Trykk på tallet som viser hvor mange baller det er til sammen	
16	Du har tre baller også får du tre baller til. Hvor mange baller har du da?	
17	Du får to baller også får du fem baller til. Hvor mange baller har du da? (uten noe visuelt – ingen baller)	
18	Hvor mange flere baller er det i den røde boksen?	

19	Hvor mange flere baller er det i den blå boksen?	
20	Hva er 6 og 2 til sammen?	
21	Hva er 5 og 4 til sammen?	
22	Det skal være like mange baller i begge boksene. Hvor mange flere baller skal den rødeboksen ha?	

23	Det skal være like mange baller i begge boksene. Hvor mange flere baller skal den rødeboksen ha?	
24	Hva er 8 og 5 til sammen?	
25	Hva er 16 og 2 til sammen?	
26	Hva er 11 og 4 til sammen?	

27	Hva er 8 og 8 til sammen?	
28	Trykk på terningen som viser hvor mange baller det er til sammen?	

Vedlegg 3: Samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet "Elevers strategier i arbeid med tallforståelsesoppgaver"?

Til foresatte for elever på 1. trinn ved ___ skole

Jeg, Anna Schjølberg, er masterstudent ved NTNU, Institutt for Lærerutdanning, og skal gjennomføre et kort forskningsprosjekt ved ___ skole. I dette skrivet gir jeg deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for ditt barn.

Formål
Formålet med prosjektet er å samle inn datamateriale til en masteroppgave i matematikkdidaktikk. Den nåværende problemstillingen er: «Hvilke strategier bruker elevene på 1. trinn i arbeidet med oppgaver når de har tallinjer tilgjengelig?» Resultatene av studien vil bli brukt i en masteroppgave ved NTNU.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
NTNU, Institutt for Lærerutdanning er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Elevene som blir plukket ut til å være med i prosjektet er tilfeldige, men målet er å studere elever på
1. trinn i arbeid med matematikkoppgaver som omhandler tallforståelse.

Hva innebærer det for deg å delta?
Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at elevene vil jobbe med noen oppgaver på nettbrett. Det vil ta rundt 30 minutter per elev. Underveis i oppgavene vil jeg spørre hvordan elevene tenker for å komme frem til svaret. Jeg kommer til å ta videoopptak av elevens fremgangsmåte, hvor også samtalen vil bli tatt opp. Om dere ønsker kan dere få se intervjuguiden på forhånd ved å ta kontakt med masterstudent eller veileder.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis dere velger å delta, kan dere når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om barnet vil bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil kun bruke opplysningene om ditt barn til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Datamaterialet vil kun bli sett av masterstudent Anna Schjølberg og veilederne ved NTNU Gunnhild Saksvik-Raanes og Trygve Solstad. Datamaterialet vil kunne diskuteres med medstudenter. Opplysningene i prosjektet vil bli holdt konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Deltakerne i prosjektet vil bli anonymisert, og vil ikke kunne gjenkjennes i en eventuell publikasjon. Videoopptakene vil bli transkribert etter innsamlingen og slettet etterpå, på denne måten vil det ikke finnes noen opplysninger om elevene.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Prosjektet skal etter planen avsluttes i juni 2021*.* Alle personvernopplysninger vil som sagt bli slettet ved prosjektslutt.

Dine rettigheter
Så lenge eleven kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om barnet,
- å få rettet personopplysninger om barnet,
- få slettet personopplysninger om barnet,
- få utlevert en kopi av barnets personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av barnets personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om ditt barn basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU, institutt for lærerutdanning har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS - vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- NTNU, Institutt for Lærerutdanning ved: Masterstudent Anna Schjølberg (annaschj@stud.ntnu.no) eller veiledere Gunnhild Saksvik-Raanes (gunnhild.b.saksvik@ntnu.no) og Trygve Solstad (trygve.solstad@ntnu.no)
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Gunnhild Saksvik-Raanes Anna Schjølberg

Prosjektansvarlig Student

(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *«Elevers strategier i arbeid med tallforståelsesoppgaver»* og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til at:

_____________________________ (barnets navn) kan delta i prosjektet.

(Signert av foresatt/prosjektdeltaker, dato)

NTNU

Kunnskap for en bedre verden