Elisabeth Larsdatter Bakke Skott

"Er dette riktig, lærer?"

En kvalitativ studie av elevers matematiske resonnering og kommunikasjonsmønstre i klasserommet.

Masteroppgave i matematikkdidaktikk 1.-7. trinn

Veileder: Anita Valenta

Mai 2021

Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Elisabeth Larsdatter Bakke Skott

"Er dette riktig, lærer?"

En kvalitativ studie av elevers matematiske resonnering og kommunikasjonsmønstre i klasserommet.

Masteroppgave i matematikkdidaktikk 1.-7. trinn
Veileder: Anita Valenta
Mai 2021

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

Sammendrag

Denne studien har undersøkt matematisk resonnering hos elever på barnetrinnet. Hensikten har vært å bidra med mer kunnskap om hvordan kommunikasjon mellom lærer og elev under arbeid med matematikkoppgaver kan påvirke elevers matematiske resonnering. Studiens forskningsspørsmål var: Hvilke kommunikasjonsmønstre oppstår i samtalene mellom lærer og elev under arbeid med matematikkoppgaver, og hvordan påvirker mønstrene elevens resonnering?

Studien har benyttet kvalitative metoder med observasjon i to klasserom på mellomtrinnet som ble undervist av hver sin lærer. Observasjonen fokuserte på samtalene mellom lærer og elev, både i felles klassesamtaler og under arbeid med matematikkoppgaver, enten individuelt eller i små grupper. Datamaterialet ble analysert gjennom teoretisk tematisk analyse, med forhåndsdefinerte koder. Kodene var basert på begrep fra to modeller. Den ene modellen omhandlet matematisk resonnering og den andre beskriver læreres grep for å støtte elevers resonnering. Det overordnede teoretiske rammeverket representerer et sosiokulturelt læringssyn og anser læring som deltagelse i et sosialt fellesskap.

Studien viser at kommunikasjonen mellom lærer og elev fulgte fire mønstre. Måten kommunikasjonen utviklet seg på, hang sammen med om eleven hadde kommet fram til riktig svar, feil svar, eller ikke hadde kommet fram til noe svar. Et fjerde mønster ble identifisert i tilfeller hvor eleven var i ferd med å forme en mulig antagelse som eleven drøftet med lærer. Det viste seg at det bare var i de tilfellene hvor eleven hadde kommet fram til riktig svar at læreren forsøkte å utvide elevens resonnering i retning av generalisering og bevis. Studien viste også at læreren både benyttet grep som støttet elevens resonnering, men også grep som så ut til å kunne stoppe elevens videre resonnering.

Nøkkelord: Kommognisjon, matematisk resonnering, lærerens grep, kommunikasjon.

Abstract

This study has examined primary school students' mathematical reasoning. The purpose has been to contribute with more knowledge about how communication between teacher and student while working with mathematical problems, can affect the students' mathematical reasoning. The study's research question was: Which patterns arise in the conversations between teacher and student while working on mathematical problems, and how do the patterns affect the student's reasoning?

The study has used qualitative methods like observation in two classrooms in the intermediate level which were taught by two different teachers. The observation focused on the conversations between teacher and student, both in joint class discussions and during work on mathematical problems, either individually or in small groups. The data was analyzed through theoretical thematic analysis, with predefined codes. The codes were based on concepts from two theoretical models. One model deals with processes within mathematical reasoning, and the other describes teacher moves to support students' reasoning. The overall theoretical framework represents a socio-cultural view of learning and considers learning as participation in a social community.

The study shows that four patterns arose in the communication between teacher and student. The way the communication developed depended on whether the student had come to the correct answer, incorrect answer or had not arrived at any answer. A fourth pattern was identified in cases where the student was in the process of forming a possible assumption which the student discussed with the teacher. It turned out that it was only in those cases where the student had found the correct answer that the teacher tried to expand the student's reasoning towards generalization and proof. The study also showed that the teacher both used communicational moves that supported the student's reasoning, but also moves that seemed to prevent the student's further reasoning.

Key words: commognition, mathematical reasoning, teacher moves, communication.

Forord

Dette masterprosjektet ble gjennomført skoleåret 2020/2021, og markerer slutten på min videreutdanning. Tre år har gått siden jeg møtte opp på første samling i masterstudiet Matematikkdidaktikk 1-7 ved NTNU i Trondheim.

Det er med blandede følelser jeg nå innser at studietida nærmer seg slutten. Det har vært noen krevende år, men det har først og fremst vært lærerikt og inspirerende. Jeg er takknemlig for at jeg fikk muligheten til å delta, og jeg er stolt av at jeg har klart å gjennomføre.

Jeg må få takke Kunnskapsdepartementet, KS, arbeidstakerorganisasjonene og lærerutdanningene som har samarbeidet om den nasjonale satsningen for videreutdanningen av lærere. Jeg er sikker på at denne satsningen styrker kvaliteten i skolen, og bidrar til å motivere lærere i en krevende arbeidshverdag. Jeg må også få takke arbeidsgiver som godkjente min søknad om videreutdanning, og kolleger som har støttet meg underveis i studieløpet.

Jeg må også få takke min veileder, Anita Valenta, som har vært en viktig støttespiller. Fra prosjektets spede begynnelse og fram til siste korrektur, har ditt engasjement gitt meg tro på at jeg kunne klare å ro dette i land. Dine konstruktive og konkrete tilbakemeldinger har vært uvurderlige for at jeg i dag kan levere fra meg en ferdig masteroppgave.

Til sist må jeg få takke familie, venner og mine nærmeste hjemme. Den største takken fortjener imidlertid han som har gjort det mulig for meg å dra på studiesamlinger og bruke mye tid på studier både kvelder, helger og ferier. Jeg er evig takknemlig for at du ikke lot meg slutte allerede etter første studiesamling, da jeg var overbevist om at dette kom jeg aldri til å klare.

Brekken, mai 2021

Elisabeth Larsdatter Bakke Skott.

Innhold

Figurer

Tabeller

Forkortelser

LK20	Læreplanverket Kunnskapsløftet 2020
NTNU	Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
MR	Matematisk resonnering

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for studien

Temaet for denne studien er matematisk resonnering hos elever på barnetrinnet. Tradisjonelt har arbeid med resonnering og bevis blitt knyttet til geometri på ungdomsskoletrinnet og i høyere utdanning (G. J. Stylianides, 2008) (G. J. Stylianides, 2009). I dag er det derimot enighet om at arbeid med resonnering og bevis er avgjørende for læring i matematikk, på tvers av emner og gjennom hele skoleløpet (A. J. Stylianides, 2007)

I 2020 ble det innført ny læreplan i Norge. Denne læreplanen legger større vekt på resonnering i matematikkfaget enn tidligere læreplaner, og bidrar dermed til å aktualisere feltet i den norske skolen. I læreplanen, LK20, regnes resonnering og argumentasjon som et av kjerneelementene i matematikkfaget (Utdanningsdirektoratet, 2020). Kjerneelementet beskrives på følgende måte:

Resonnering i matematikk handlar om å kunne følgje, vurdere og forstå matematiske tankerekkjer. Det inneber at elevane skal forstå at matematiske reglar og resultat ikkje er tilfeldige, men har klare grunngivingar. Elevane skal utforme eigne resonnement både for å forstå og for å løyse problem. Argumentasjon i matematikk handlar om at elevane grunngir framgangsmåtar, resonnement og løysingar og beviser at desse er gyldige (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Begrepene resonnering, argumentasjon og bevis blir ofte brukt sammen, uten av de nødvendigvis blir nærmere forklart eller definert. En vanlig oppfatning er at resonnering er å tenke seg fram til løsninger basert på kunnskap man har fra før. Argumentasjon handler om å forklare eller overbevise seg selv og andre om at en påstand er riktig. For å eksemplifisere dette kan man se for seg en elev som skal undersøke hva som skjer når man adderer to oddetall. Med utgangspunkt i tidligere kunnskap former eleven en påstand om at summen av to oddetall blir et partall. For å argumentere for at dette er riktig, kan eleven teste påstanden med flere ulike tall. Dersom påstanden hadde stemt gjentatte ganger, hadde kanskje eleven selv og medelevene blitt overbevist. Bevis på sin side, krever derimot en deduktiv struktur for å regnes som matematisk gyldig. Her er det ikke tilstrekkelig å basere seg på et antall tilfeller hvor en påstand stemmer. Et bevis stiller dermed større krav enn et argument for å kunne regnes som sant.

Jeannotte & Kieran (2017) er blant dem som har forsøkt å tydeliggjøre hva resonnering, argumentasjon og bevis er. De har utviklet et rammeverk hvor begrepet matematisk resonnering omfatter prosesser knyttet til både argumentasjon og bevis. Dette rammeverket har jeg brukt for å studere resonnering i denne masteroppgaven.

Til tross for at det i dag er enighet om at arbeid med resonnering har stor betydning for læring i matematikk gjennom hele skoleløpet, har en stor andel av forskninga studert resonnering hos de eldste elevene. G. J. Stylianides et al. (2016) er blant dem som peker på behovet for mer forskning på resonnering og bevis i matematikk på barnetrinnet.

Dette er årsaken til at jeg har valgt å studere resonnering hos yngre elever, nærmere bestemt 5. og 6. trinn.

Det viser seg også at mange elever på alle trinn i utdanningsløpet har store vansker knyttet til resonnering og bevis i matematikk (G. J. Stylianides, 2009) (G. J. Stylianides et al., 2013). G. J. Stylianides et al. (2013) hevder dette ikke skyldes at elevene mangler kognitive forutsetninger for å lykkes, men at resonnering og bevis ikke vektlegges i stor nok grad i undervisninga.

Forskning har vist at lærere har en viktig rolle for å utvikle elevers læring i matematikk (Ellis et al., 2019). Læreren må blant annet la elevene få mulighet til å utforske ideer, se sammenhenger, utforme og begrunne egne antagelser. I tillegg må lærere hele tiden avgjøre når og hvordan de kan støtte elevers tenkning på best mulig måte (Ellis et al., 2019). Også i kommunikasjon med elevene har læreren en viktig rolle. Her må læreren finne balansen mellom å holde fokus på viktige matematiske ideer, og å la elevene ta aktivt del i å konstruere matematisk mening (Leikin & Dinur, 2007).

For å kunne undervise effektivt, mener Fransisco & Maher (2011) at det er nødvendig at lærere har kunnskap om elevers resonnering i matematikk (Francisco & Maher, 2011). Dette begrunner de gjennom å vise til forskning av Rowan et al. (1997), som i sin studie fant en tydelig positiv sammenheng mellom læreres forståelse for hvordan elever utvikler kunnskap og elevenes akademiske prestasjoner.

Ellis et al. (2019) sier at valg av egnede oppgaver er et annet viktig aspekt ved lærerrollen. Samtidig viser forskning at selv om læreren velger oppgaver som åpner opp for at elevene kan engasjere seg i utforskning, er det ofte for stort fokus på aktiviteten og for lite på den matematiske ideen som utforskes (Makar et al., 2015). Det betyr at valg av egnede oppgaver i seg selv ikke er tilstrekkelig for at elever skal få engasjere seg i matematisk utforsking.

Forskning har også vist at meningsfylt matematisk engasjement opptrer i større grad i klasserom hvor elevene og læreren deler den matematiske autoriteten (Ellis et al., 2019). Likevel er det slik at mer tradisjonelle undervisningsformer hvor læreren er den matematiske autoriteten, fortsatt dominerer (Ellis et al., 2019) (Nachlieli & Tabach, 2019). Tradisjonelle undervisningsformer kjennetegnes av at læreren presenterer innholdet og stiller lukkede spørsmål til elevene. Elevene svarer deretter på spørsmålene som blir gitt, og det er opp til læreren å avgjøre om svarene er riktige eller ei (Skott, 2008). Dette innebærer at det er læreren som har ansvar for å styre kommunikasjonen, og gjerne er den som snakker mest.

Denne oppsummeringen av tidligere forskning viser at lærere er viktige i elevens læring, også når det gjelder resonnering. Samtidig blir det hevdet at det er for lite forskning på hvordan lærere kan støtte elevers resonnering (Maher et al., 2014) (Mueller et al., 2014) (Franke et al., 2009). Som lærer vet jeg at læreplanen forteller oss hva elevene skal lære i matematikkfaget. Likevel opplever jeg at det er mer utydelig hvordan jeg kan støtte elevene i læringsprosessen på best mulig måte. Dette har motivert meg til å sette søkelys på lærerrollen i denne masteroppgaven, og spesielt hvordan lærere kan påvirke elevers resonnering.

Tidligere forskning har undersøkt ulike faktorer som kan påvirke elevers muligheter til å delta i arbeid knyttet til resonnering og bevis. Maher et al. (2014) hevdet at det er uklart for mange lærere hvordan de kan engasjere elevene i arbeid med resonnering og bevis, fordi lærere har lite erfaring med denne typen arbeid fra egen skolegang. Derfor gjennomførte de en studie hvor videoopptak fra klasserom ble brukt i utdanningsøyemed, for at lærerstudenter skulle lære å gjenkjenne resonnering hos elever. Mueller et al. (2014) mente det var behov for mer kunnskap om hvilke klassemiljø som fremmer arbeid med resonnering og bevis, og hvilken rolle læreren har i dette. De studerte derfor hvilke handlinger (eng. moves) fra læreren som skapte et miljø hvor elever argumenterte, beviste løsninger og deltok i resonnering. Ponte & Quaresma (2016) undersøkte hvordan lærere kan kombinere flere handlinger (eng. actions) for å gi elever fruktbare læringsmuligheter. De satte søkelys på to basiselementer, nemlig oppgavene som blir gitt og lærerens håndtering av kommunikasjonen i klasserommet. Mata-Pereira & Ponte (2017) bygde videre på forskningen til Ponte & Quaresma (2016). De gjennomførte en intervensjonsstudie hvor målet var å utvikle kunnskap om hvordan lærere kan fremme elevers resonnering. Her ble både lærerens valg av oppgaver, lærerens handlinger (eng. actions) i felles klassesamtaler, og elevers generaliserings-, og bevisprosesser undersøkt. De hevdet at lærere må tilby et miljø hvor elever blir utfordret for å kunne fremme elevers resonnering, og at det ikke er tilstrekkelig å løse øvingsoppgaver som kan løses gjennom velkjente prosedyrer (Ponte & Quaresma, 2016).

Denne gjennomgangen viser at flere studier har valgt å sette søkelys på valg av oppgaver og kommunikasjonen i klasserommet under arbeid med resonnering og bevis. For å avgrense oppgaven har jeg valgt å fokusere på kommunikasjonen i klasserommet, nærmere bestemt samtalene mellom lærer og elev. Dette inkluderer felles klassesamtaler i oppstart og avslutning av timer, samtaler mellom lærer og enkeltelever, samt samtaler med små samarbeidsgrupper. Jeg har valgt å se bort fra samtaler mellom elever når lærer ikke er i nærheten, fordi det er kommunikasjon mellom lærer og elev jeg er ute etter å undersøke. Samtidig ønsker jeg å inkludere alle prosesser innen MR som beskrevet av Jeannotte & Kieran (2017), og begrenser meg ikke til å studere utelukkende enkeltprosesser som generalisering eller bevis.

1.2 Formålet med studien

Formålet med denne studien er å bidra med mer kunnskap om hvordan kommunikasjon kan påvirke elevers matematiske resonnering, som jeg heretter forkorter MR. For å gjøre det skal jeg begynne med å undersøke hva MR er, og hvordan prosesser knyttet til MR uttrykkes av elever. Deretter vil jeg studere hvilke grep læreren gjør i kommunikasjon med elevene, og hvordan det påvirker elevenes resonnering. Det vil videre gi meg et grunnlag for å reflektere rundt muligheter for å forbedre undervisningspraksis.

Flere forskere har uttrykt bekymring for at forskning ikke har spilt en større rolle i å forbedre undervisningspraksis, og på den måten legge bedre til rette for elevers læring i matematikk (A. J. Stylianides & Stylianides, 2013). A. J. Stylianides & Stylianides (2013) peker på flere faktorer som bør oppfylles for at forskning skal kunne forbedre klasseromspraksis. Det ene er at forskning må gjøres i lærernes virkelighet, altså klasserommet. Videre må forskning adressere problemer i elevers læring, og gi svar på hvordan undervisninga kan gi elevene bedre støtte. De sier videre at det ikke er tilstrekkelig at forskning viser at noe fungerer, men man må forsøke å gi svar på hvorfor noe fungerer.

Jeg har forsøkt å oppfylle kravene til forskning som A. J. Stylianides & Stylianides (2013) skisserer gjennom teoretiske og metodiske valg i min masterstudie. Først og fremst har jeg valgt å gjennomføre studien i klasserommet, i lærerens og elevenes hverdag. Jeg har ikke lagt noen føringer for hvilke oppgaver elevene skal jobbe med, eller hvilke tema læreren skal undervise i. Årsaken er at jeg ønsker å få innsikt i de utfordringene og mulighetene som finnes, uten å påvirke undervisninga gjennom å legge føringer for innholdet i timene. For det andre er studiens tema matematisk resonnering, som mange elever har utfordringer med. Som jeg har vært inne på tidligere, er dette et viktig emne som forskere etterlyser mer kunnskap om. Jeg har ikke hatt som mål å lete etter feil og mangler i lærernes kommunikasjon med elevene. Målet har tvert imot vært å se på hvilke muligheter som finnes for forbedring, ved å ta utgangspunkt i undervisninga slik den er i dag. Teorien og rammeverkene jeg har valgt er praksisnære, slik at det er mulig å knytte teori og praksis sammen. På denne måten mener jeg at min studie kan bidra til mer kunnskap om hvordan man kan legge bedre til rette for elevenes læring i matematikk.

Jeg har valgt forskningsspørsmålet:

Hvilke kommunikasjonsmønstre oppstår i samtalene mellom lærer og elev under arbeid med matematikkoppgaver, og hvordan påvirker mønstrene elevens resonnering?

For å svare på forskningsspørsmålet har jeg analysert videoopptak fra to undervisingsgrupper på en barneskole. Siden jeg ønsket å undersøke hvordan lærere påvirker elevers matematiske resonnering, begynte jeg å lete etter episoder hvor jeg kunne identifisere MR i samtalene mellom lærer og elev. I denne utvelgelsesprosessen brukte jeg en definisjon på MR fra Jeanotte & Kieran (2017). De definerer MR som kommunikasjon med seg selv eller andre, som gjør det mulig å slutte matematiske ytringer fra andre matematiske ytringer. Grunnen til at jeg valgte denne definisjonen, var at den sammenfatter hvordan begrepet resonnering brukes i et vidt spekter av litteratur. Definisjonen er forholdsvis åpen, slik at den passer for ulike innfallsvinkler til emnet resonnering. Etter å ha valgt episoder, analyserte jeg disse i detalj gjennom å bruke koder basert på begrep fra to rammeverk, nemlig Jeanotte & Kieran (2017) og Ellis et al. (2019). Det betyr at det er to sentrale rammeverk i min studie.

Rammeverket til Jeannotte & Kieran (2017) forklarer hva MR er, og hvilke prosesser MR består av. Gjennom å analysere episoder fra undervisninga med begrep fra denne modellen, kunne jeg belyse hvordan MR kan opptre i klasserom. Dette bidrar til mer kunnskap om hva resonnering og bevis er, noe som gjør det enklere for lærere å oppdage MR i undervisningshverdagen. Bruk av modellen fra Jeannotte & Kieran (2017) vil også gjøre det mulig å undersøke om det er noen prosesser i MR som er representert i større grad enn andre. Denne informasjonen er viktig for senere å kunne si noe om hvordan undervisningspraksis kan forbedres.

Jeannotte & Kieran (2017) ser på læring som kommognisjon. I teori om kommognisjon har Sfard (2008) lagt stor vekt på kommunikasjonens rolle, da læring i matematikk blir sett på som en sosial aktivitet. Det er i samsvar med mitt fokus på hvordan kommunikasjonen mellom lærer og elev påvirker elevers resonnering. Derfor ble det naturlig at jeg også valgte å se på læring som kommognisjon i min masterstudie.

Flere forskere har undersøkt hvordan kommunikasjonen mellom lærer og elever kan påvirke elevers læringsutbytte (Myhill & Dunkin, 2005). Ellis et al. (2019), har utviklet en modell som beskriver ulike kommunikative grep som lærere bruker for å støtte elevers matematiske resonnering. Modellen grupperer lærerens grep i fire ulike kategorier basert på funksjonen de har i å støtte prosessene i MR (Ellis et al., 2019). Jeg ser det som en styrke i min studie at rammeverket til Ellis et al. (2019) bygger direkte på arbeidet til Jeannotte & Kieran (2017). I og med at resonnering defineres på ulike måter i litteraturen (Yackel & Hanna, 2003, sitert i Jeannotte & Kieran 2017), kan det være diskrepans mellom ulike rammeverk som omhandler resonnering. Brousseau & Gibel (2005) sier det er viktig å definere resonnering eksplisitt, fordi måten begrepet brukes på er knyttet til en teoretisk tilnærming. Den teoretiske tilnærmingen avgjør begrepets mening, og gjør det ubrukelig innen andre tilnærminger (Brousseau & Gibel, 2005). Valget jeg har gjort av rammeverk, mener jeg imøtekommer denne problematikken.

En annen styrke ved rammeverket til Ellis et al. (2019), er at det tydeliggjør at ulike grep har forskjellig potensiale for å utvikle matematisk resonnering. Det medfører at rammeverket kan være et funksjonelt verktøy for lærere som ønsker å forbedre undervisningspraksis ved å skifte fra grep med lavt potensiale til grep med større potensiale. Samtidig er det åpenhet rundt at det er flere faktorer som påvirker elevens læringsutbytte, slik at det ikke er noen garanti for hvilken virkning et grep vil ha (Ellis et al., 2019). Det styrker min antagelse om at dette rammeverket er praksisnært, og at det ikke gir en opplevelse av et stort skille mellom teori og praksis.

1.3 Oppgavens oppbygning

I kapittel 2, teorikapitlet, vil jeg gjøre rede for teori om kommognisjon før jeg beskriver de to rammeverkene jeg har brukt i analysen. Videre vil jeg i kapittel 3 beskriver metode for datainnsamling og analyse. Hoveddelen av oppgaven vil være kapittel 4, som inneholder en presentasjon av funn jeg har gjort i analysen. Oppgaven avsluttes med en diskusjon i kapittel 5, og en avslutning i kapittel 6. I avslutninga skriver jeg om mulige implikasjoner for undervisning i skolen og videre forskning på feltet.

2 Teori

I denne studien skal jeg undersøke hvilke kommunikasjonsmønstre som oppstår i samtalene mellom lærer og elev under arbeid med matematikkoppgaver, og hvordan disse mønstrene påvirker elevens resonnering. Matematisk resonnering står sentralt i forskningsspørsmålet, og jeg skal derfor gjøre rede for dette begrepet i kapittel 2.2. Redegjørelsen tar utgangspunkt i en modell fra Jeannotte & Kieran (2017), som er et av rammeverkene jeg brukt i min analyse av datamaterialet. Grunnen til at jeg har valgt Jeannotte & Kieran (2017), er at dette rammeverket sammenfatter hvordan matematisk resonnering blir forklart i et bredt spekter av litteratur om resonnering og bevis. Jeg mener det er en styrke ved modellen at den forener hvordan MR beskrives av ulike forskere, fremfor at den er resultat av en enkeltstående studie.

I kapittel 2.3 presenterer jeg teori som belyser hvordan lærere kan påvirke elevers resonnering i matematikk. Her vil jeg blant annet forklare rammeverket til Ellis et al. (2019) som jeg har brukt i analysen av datamaterialet. Ellis et al. (2019) har utviklet en modell som viser hvordan lærere kan støtte elevers resonnering, noe som gjør den svært relevant i min undersøkelse. Modellen er bygd på teori om MR fra Jeannotte & Kieran (2017), og denne forbindelsen gjør det enklere for meg å kombinere begge rammeverkene i min analyse.

Kommunikasjon mellom lærer og elev står sentralt i min studie. Kommognisjon ble derfor et naturlig utgangspunkt, siden den bygger på en grunnleggende tanke om at mennesker lærer i et sosialt samspill gjennom kommunikasjon med andre. Dessuten sier teorien om kommognisjon at kommunikasjon mellom mennesker følger forskjellige mønster. Det er nettopp disse mønstrene i samtalen mellom lærer og elev jeg vil studere når jeg skal se på hvordan læreren påvirker elevers resonnering gjennom kommunikasjon. Derfor mener jeg at kommognisjon er velegnet som overordnet teoretisk rammeverk i min studie. I tillegg har Jeanotte & Kieran (2017) bygd sitt rammeverk på kommognisjon, derfor vil min redegjørelse av kommognisjon også gi et grunnlag for å forstå Jeanotte & Kieran (2017). Dessuten vil jeg senere i diskusjonskapittelet forklare enkelte funn i studien med teori om kommognisjon.

2.1 Kommognisjon

Kommognisjon er en teori om læring som bygger på et sosiokulturelt læringssyn, hvor mennesker lærer i sosial interaksjon med andre. Sfard utviklet teorien om kommognisjon for å kunne studere læring i matematikk spesielt (Skott, 2008).

Teori om kommognisjon sier at både tenking og kommunikasjon mellom mennesker følger bestemte regler, til tross for at mennesket selv ikke er bevisst på det (Sfard, 2007) For enhver handling i kommunikasjonen mellom mennesker, kan det observeres en reaksjon (eng. actions og reactions). Handlinger og reaksjoner ser altså ut til å henge sammen på en ikke-tilfeldig og gjentagende måte. En kan derfor si at alle kommunikative handlinger følger et system (Sfard, 2008). Det er viktig å merke seg at en kommunikativ handling ikke bestemmer hvilken reaksjon som utløses hos andre individer. Mennesker som deltar i kommunikasjon har handlingsrom, selv om det er mønster og regler som følges. Reglene legger føringer, men dikterer altså ikke reaksjonen (Sfard, 2008).

Dette gjør at kommunikasjon kan minne om spill som tar i bruk forskjellige redskaper og styres av ulike spilleregler. De fleste av oss har antageligvis opplevd å være i stand til å være med i enkelte spill, men ikke alle. På samme måte kan et individ klare å delta i noen former for kommunikasjon, men mangle forutsetninger for å delta i andre. En form for kommunikasjon som inkluderer enkelte og ekskluderer andre, kalles en diskurs (Sfard, 2007). Innen kommognisjon blir læring identifisert som endring i et individs deltagelse i en diskurs (Sfard, 2008). En matematisk diskurs en en form for diskurs som kjennetegnes av dens ordbruk, visuelle mediatorer, narrativer og rutiner (Sfard, 2008). I kapittel 2.1.1 skal jeg komme nærmere inn på hva disse begrepene betyr.

2.1.1 Kjennetegn på en matematisk diskurs

En matematisk diskurs kjennetegnes av dens ordbruk, visuelle mediatorer, narrativer og rutiner (Sfard, 2008). I en matematisk diskurs betegner ordene hovedsakelig mengde (eng. quantities) eller former (Sfard, 2008). Noen slike ord er en del av hverdagsspråket vårt, og barn lærer tidlig ord som firkant, trekant, flere og færre. Mange av disse hverdagslige ordene tillegges ny betydning når barna skal bli deltagere i en matematisk diskurs når de begynner på skolen. I tillegg må barna lære en rekke nye ord som er typiske for en matematisk diskurs i skolen, men som ikke brukes så ofte i barnas hverdag for øvrig. Det kan for eksempel være ord som betegner negative tall eller algebraiske uttrykk (Sfard, 2007). Siden en del av ordene brukes både hverdagslivet og i matematiske diskurser, er det ikke tilstrekkelig å bare studere ordbruk for å kjenne igjen en matematisk diskurs (Skott, 2008).

Visuelle mediatorer er et annet kjennetegn på en matematisk diskurs. Dette er visuelle objekter som blir brukt i kommunikasjonsprosessen. I en matematisk diskurs er dette ofte symbolske artefakter som har blitt utviklet spesielt for bruk i denne formen for kommunikasjon. Typiske visuelle mediatorer i en matematisk diskurs er matematiske formler, grafer og diagrammer (Sfard, 2008).

Bruk av narrativer er et tredje kjennetegn. Et narrativ er en sekvens ytringer, enten skriftlige eller muntlige. Ytringene kan beskrive et objekt, forhold mellom objekter eller prosesser med eller av objektet. Disse ytringene kan enten godtas (eng. endorse) eller avvises (eng. reject), altså regnes som sanne eller usanne (Sfard, 2008). Kriterier for å godta ytringer kan variere i stor grad fra diskurs til diskurs, og ofte vil faktorer som henger sammen med maktforhold mellom deltagere i diskursen spille en avgjørende rolle. En matematisk diskurs skal ideelt sett være upåvirket av slike maktforhold, fordi ytringer skal godkjennes på bakgrunn av deduktive sammenhenger. Samtidig viser det seg at i matematiske diskurser på skolenivå, er godtatte ytringer gjerne matematiske teorier som inkluderer konstruksjoner som definisjoner, bevis og teoremer (Sfard, 2008). I denne studien vil både antagelser og begrunnelser som elevene former, være eksempler på ytringer som enten godtas eller avvises. Jeg har valgt ordet ytring fremfor narrativ, fordi jeg mener det er mer brukt i dagligtale og dermed enklere å forstå. Når jeg senere omtaler noe som en ytring, er det altså narrativ det er snakk om.

En matematisk diskurs kjennetegnes også av dens rutiner. Rutiner er repeterende mønster og kan ses i en rekke aspekter i diskursen. Slike mønster kan komme til uttrykk gjennom bruk av matematiske ord og mediatorer, eller i prosesser hvor ytringer formes og vurderes. Rutiner handler med andre ord om *hvilke* handlinger individer utøver og *når* individer utøver ulike handlinger (Sfard, 2008). Å lete etter slike repeterende mønster er selve kjernen i kommognitiv forskning (Sfard, 2008). På samme måte som menneskelig kommunikasjon kan defineres som en regelstyrt handling, vil også rutiner følge ulike regler. Her er det viktig å skille mellom regler på objektnivå og metanivå. Regler på objektnivå omhandler egenskaper hos objekter, og kan uttrykkes som ytringer om objektene (Sfard, 2008). Et eksempel kan være at vinkelsummen i en regulær trekant er 180°. Regler på metanivå, metaregler, er på sin side involvert i de repeterende mønstrene mellom deltagerne i diskursen. Metaregler sier noe om handlingene til individene, ikke de matematiske objektene (Sfard, 2008).

Sfard (2008) understreker at rutiner ikke på noen måte tilsier at individers handlinger i en matematisk diskurs er forutbestemte. Rutiner medfører ikke at deltagere utfører kjedelige, mekaniske handlinger uten kreativitet og rom for å velge framgangsmåte. Rutiner gjør det tvert imot mulig for oss å bruke kunnskaper og ferdigheter vi allerede har i nye situasjoner på vei mot nye oppdagelser (Sfard, 2008).

I min studie er det rutinene i diskursen som er mest interessante, fordi rutiner er sentrale både i kommunikasjonsmønstre mellom lærer og elev, og i prosesser innen matematisk resonnering. Jeg vil derfor se nærmere på hva kommognisjon sier om rutiner i kapittel 2.1.2.

2.1.2 Rutiner

Sfard (2008) skiller mellom tre former for rutiner: gjerninger (eng. deeds), utforsking (eng. explorations) og ritualer.

En gjerning (eng. deed) har som mål å endre et matematisk objekt eller et miljø, mens en utforskningsrutine har som mål å utvikle og godkjenne nye ytringer (narrativ) (Sfard & Lavie, 2005). For å forstå hva denne forskjellen innebærer, kan man se for seg en elev som bruker fysiske klosser for å lage en tredimensjonal modell med en bestemt omkrets på grunnflata. Dersom eleven fokuserer på selve byggingen, kan man si at bruken av konkretene er praktisk og målet er å *gjøre noe med* konkretene. Det innebærer at handlingen er en gjerning. Hvis eleven i stedet bruker klossene til å utforske hvordan en endring av lengden og bredden påvirker omkretsen, vil det være snakk om en utforskningsrutine. Her er ikke målet byggingen i seg selv, men *å utforske noe gjennom konkretene*.

Forskjellen mellom gjerninger og utforskingsrutiner kan også komme til uttrykk når elever løser rene talloppgaver. Å addere to tall, for eksempel 36 og 77, kan regnes som utforsking hvis eleven anser oppgaven som å konstruere og godkjenne en ytring om at 36+77=113. Den samme oppgaven kan innebære en gjerning for en annen elev, hvis eleven oppfatter oppgaven som å kombinere to tall og få et nytt (Lavie et al., 2019). Det er viktig å merke seg at en handling som for et individ er utforsking, kan for et annet individ bære preg av en gjerning. Det kommer helt an på hva individet ønsker å oppnå med handlingen. Hvorvidt en handling er utforsking eller gjerning, kan avdekkes gjennom måten individet snakker om sine handlinger (Sfard, 2008). Hvis det er snakk om å *gjøre* noe, kan det være en indikator på at det er en gjerning. Det betyr at læreren kan avdekke om en elev utfører en gjerning eller utforsking gjennom hvordan eleven omtaler handlingen.

Sfard (2008) sier at en rutine regnes som utforsking hvis den ender med et bidrag til en matematisk teori. Dette bidraget er ytringer som kan bli godtatt eller avslått, med grunnlag i allerede godtatte matematiske teorier (Sfard, 2008). Utforsking handler altså om å utvikle ny kunnskap om egenskaper hos matematiske objekt eller relasjoner mellom objekt, og finne ut om det stemmer. Målet med utforskningsrutinen er å produsere ny kunnskap om matematiske objekt som videre kan godtas eller avslås, altså man vurderer om kunnskapen er sann eller usann. Dette viser at utforskingsrutiner handler om å resonnering, argumentasjon og bevis. Det innebærer at det er kommunikasjon mellom lærer og elev knyttet til utforskingsrutiner jeg vil undersøke i denne studien.

Vurdering og godkjenning av ytringer er en prosess hvor deltagerne i en diskurs kan bli overbevist om at en ytring er sann eller usann. Denne prosessen er helt avhengig av hva deltagerne mener er overbevisende, og vil derfor variere i stor grad mellom ulike diskurser. Blant matematikere kan en ny ytring kun godtas dersom det bygger på allerede godtatte ytringer i tråd med aksepterte regler for bevisføring. I mer hverdagslige matematiske diskurser som de vi finner i skolen, vil rutinene for å konstruere og vurdere ytringer følge andre regler (Sfard, 2008). Her vil ytringene vurderes på grunnlag av empiriske bevis eller tidligere kunnskaper fra hverdagslivet. I skolen er det også slik at elever lar læreren eller medelever med mer kunnskaper enn en selv, avgjøre hvorvidt en ytring er sann eller ikke (Sfard, 2008). Det betyr at en kan forvente at vurdering av ytringer kan komme til uttrykk i kommunikasjon mellom lærer og elev.

For å oppsummere kan man si at både gjerninger og utforsking er produktorientert. Ritualer derimot, er prosessorientert (Lavie et al., 2019). Sfard (2008) argumenterer for at rutinene ofte ikke starter som utforsking eller gjerninger, men ritualer. Et ritual skiller seg fra gjerninger og utforsking ved at det sosiale aspektet har en viktig rolle. Et ritual er nemlig en sekvens handlinger der målet er å skape og opprettholde et bånd til andre mennesker. I begynnelsen er det sosiale bånd til andre som styrer mange barns rutine, de ønsker ganske enkelt å gjøre akkurat det samme som andre. Derfor ser en ofte at ritualer utføres sammen med andre, på grunn av andre, og i tråd med andres regler. Ritualer er mer situasjonsavhengige enn utforskende rutiner, fordi prosedyren hviler på at andre ber om en handling, eller setter i gang en handling. Ritualer skiller seg dessuten fra utforskende rutiner og gjerninger ved at selve handlingen er målet, og ikke resultatet av handlingen. Ritualer er ofte svært rigide og individet som utfører ritualet har lite handlingsrom og valgfrihet. Årsaken er at det er et mål at handlingen ligner mest mulig på andre individers handlinger. En kan si at dersom et ritual ikke er riktig utført, må ritualet ganske enkelt repeteres. Mens utforskende rutiner kjennetegnes ved innovasjon, variasjon og diversitet, er ritualer preget av reproduksjon, kontinuitet og ensartethet. For å avgjøre om en utforskende rutine er vellykket, må det vurderes om rutinen har resultert i en ytring som kan godtas. I et ritual er det derimot snakk om å utføre, ikke å forstå. Det eneste kriteriet er derfor at ritualet er utført med nøyaktighet (Sfard, 2008). I klasserommet kan et ritual for eksempel være at en elev etterligner en prosedyre som læreren har demonstrert.

Når en leser kommognitiv teori om ritualer, er det lett å tenke at ritualer er resultatet av undervisning som har mislyktes. Sfard (2008) argumenterer for at dette ikke er tilfellet, men at ritualer snarere er en uunngåelig fase i utviklingen av rutiner. Det henger sammen med at menneskers viten og læring er sosial av natur. På vei mot nye rutiner som involverer nye metaregler eller nye objekter, er det naturlig at utøverne i en diskurs er innom et stadium hvor en utfører ritualer. På dette stadiet er det mest fokus på *hvordan* ritualet skal utføres, og i mindre grad *når* ritualet er hensiktsmessig. En kan da undre seg over hvordan individ som ikke vet når en bestemt rutine skal brukes eller hvorfor rutinen fungerer, er i stand til å implementere rutinen og anvende den i en diskurs. Svaret er at individer imiterer andre for å kunne kommunisere, og følger andres regler fremfor å forsøke å forstå logikken i den nye diskursen. Å imitere andre er ikke enkelt. Individet må få tak på hva som er essensen i rutinen, hva som er situasjonsspesifikt og hva som er konstant. Som regel må individet gjenta imitasjonen flere ganger før ritualet er vellykket (Sfard, 2008).

Fordi utforsking skal forbedre matematiske gjerninger, er det naturlig å tenke at gjerningene er utgangspunktet for utvikling av matematiske diskurser, spesielt når gjerningene dreier seg om abstrakte matematiske objekter. Likevel er det ofte ikke mulig å utvikle rutiner direkte fra gjerninger til utforskingsrutiner. For det første vil ikke elever som er dyktige til å utføre gjerninger se behov for forbedring. Desto flinkere eleven er til å utføre en gjerning, desto mindre er behovet for å se etter alternative prosedyrer. I tillegg er det mindre sjanse for å utvikle utforskingsrutiner dersom nye metaregler er involvert. En kan ikke forvente at elever oppdager nye metaregler på egenhånd. Nye metaregler individualiseres tvert imot gjennom å delta i diskurser hvor disse metareglene allerede eksisterer. De første forsøkene på å individualisere nye metaregler vil dermed være ritualer i større grad enn utforskingsrutiner, selv om individet allerede er kjent med gjerninger som den nye diskursive rutinen er ment å forbedre (Sfard, 2008). Et annet hinder for å utvikle utforskingsrutiner er situasjoner som innebærer nye abstrakte objekt (Sfard, 2008).

For å kunne forstå når elever resonnerer i matematikk og hvordan lærer kan påvirke denne prosessen, er det viktig å kunne gjenkjenne utforsking i klasserommet. Jeg mener at kommognitiv teori om rutiner som jeg nå har gjort rede for, bidrar til mer kunnskap om matematisk resonnering. I kapittel 2.2 vil jeg gjøre rede for rammeverket til Jeannotte & Kieran (2017). Dette rammeverket bygger direkte på Sfards teori om kommognisjon

2.2 Matematisk resonnering

Ordet resonnering er mye brukt, både i matematikk og i hverdagsliv ellers. Når ordet brukes i forskningssammenheng, blir det ofte brukt uten at det gis en eksplisitt definisjon. Det antas at alle vet hva ordet betyr, og at alle legger det samme i ordet (Yackel & Hanna, 2003, sitert i Jeannotte & Kieran 2017). Studier har imidlertid vist at begrepet brukes på ulike måter, også innen matematikkdidaktisk forskning (Jeannotte & Kieran, 2017).

Jeannotte & Kieran (2017) har utført en litteraturstudie hvor de undersøkte hvordan begrepet matematisk resonnering, MR, ble definert i et bredt spekter av litteratur. Målet med studien var å bidra med teori om MR, som kunne fungere både som et verktøy for refleksjon og grunnlag for senere forskning.

Med bakgrunn i funn fra litteraturstudien, definerte Jeannotte & Kieran (2017) MR gjennom et kommognitivt perspektiv. De definerte MR som kommunikasjon med seg selv eller andre, som gjør det mulig å slutte matematiske ytringer fra andre matematiske ytringer.

Jeg har valgt å bruke denne definisjonen av MR i min studie, fordi den er satt sammen av ulike elementer ved MR fra et bredt spekter av litteratur. Jeg tolker det derfor slik at definisjonen kan godtas av forskere som har valgt andre innfallsvinkler til MR enn det jeg har gjort i min studie. I tillegg ser jeg det som en styrke at definisjonen ikke er knyttet direkte til et spesielt emne i matematikk, som for eksempel resonnering i geometri eller algebra. Ved å definere MR på mer generelt grunnlag, sikrer Jeannotte & Kieran (2017) at definisjonen kan brukes for å klargjøre begrepet uansett hvilket emne i matematikken man studerer. En annen fordel er at Jeannotte & Kieran (2017) har utviklet sitt rammeverk innen kommognisjon, som jeg altså har valgt som overordnet rammeverk i min studie. Det sikrer at teorien jeg baserer min undersøkelse på innehar samme teoretiske tilnærming til læring og undervisning i matematikk.

2.2.1 Rammeverk for MR

Jeannotte & Kieran (2017) utviklet en modell for å analysere MR. Modellen inkluderer to sider ved MR, nemlig et strukturelt aspekt og et prosessaspekt. Det strukturelle aspektet beskriver hvordan et matematisk resonnement er bygd opp. Disse strukturene defineres enten som deduksjon, induksjon eller abduksjon (Jeannotte & Kieran, 2017). I matematikk er en deduktiv struktur avgjørende for å kunne bevise at en påstand er sann (Jeannotte & Kieran, 2017)

I min studie har jeg sett nærmere på prosessaspektet ved matematisk resonnering. Jeannotte & Kieran (2017) bygger direkte på kommognisjon når de definerer prosesser ved MR:

Matematiske resonneringsprosesser er kommognitive prosesser som er metadiskursive, altså utleder ytringer om objekter eller relasjoner ved å utforske forhold mellom objekter (Jeannotte & Kieran, 2017).

Jeannotte & Kieran (2017) klassifiserer resonneringsprosessene i to hovedkategorier. Den ene kategorien er prosesser som er relatert til å lete etter likheter og forskjeller. Den andre kategorien er prosesser som handler om validering. En tredje kategori, eksemplifisering, karakteriseres av prosesser som støtter de to førstnevnte kategoriene.

Prosessene som Jeannotte & Kieran (2017) beskriver, er vist i tabell 2.1.

Matematiske resonneringsprosesser		
Prosesser som innebærer leting etter likheter og forskjeller	**Prosesser relatert til validering**	**Eksemplifisering**
Generalisere	Begrunne	Eksempler som støtter prosesser for leting etter likheter og forskjeller.
Forme en antagelse (eng. conjecture)	Formulere bevis	
Identifisere et mønster	Formulere formelt bevis	Eksempler som støtter prosesser for validering.
Sammenligne		
Klassifisere		

Tabell 2.1: Prosesser innen MR, som beskrevet av Jeannotte & Kieran (2017)

Jeg vil videre i teksten komme nærmere inn på hva som kjennetegner de ulike prosessene i MR. For hver prosess presenterer jeg definisjonene som Jeannotte & Kieran

(2017) har formulert, og til slutt gir jeg et eksempel som tydeliggjør hva prosessene innebærer i praksis.

Prosesser som innebærer leting etter likheter og forskjeller.

Generalisere: En prosess som leder til ytringer om en mengde matematiske objekt eller forhold mellom objektene, basert på undergrupper av denne mengden (Jeannotte & Kieran, 2017). Generalisering dreier seg altså om å formulere en ytring som gjelder en større mengde objekt enn de tilfellene generaliseringen baseres på.

Forme en antagelse: En prosess som, basert på leting etter likheter og forskjeller, leder til en ytring om en regularitet som er sannsynlig eller trolig, og som har potensiale for å teoretiseres (Jeannotte & Kieran, 2017). Jeg mener det betyr at å forme en antagelse handler om å utlede en ytring som senere kan godtas eller avslås, altså vurderes som sann eller usann. Jeg tolker definisjonen av denne prosessen som at antagelser både kan dreie seg om mulige svar på matematiske oppgaver og sannsynlige løsningsstrategier.

Identifisere mønster: En prosess som, basert på leting etter likheter og forskjeller, leder til en ytring om et tilbakevendende forhold mellom objekter eller relasjoner (Jeannotte & Kieran, 2017). Å identifisere et mønster kan senere lede til en antagelse, men de to prosessene kan ikke sidestilles (Jeannotte & Kieran, 2017). Det er viktig å legge merke til at ifølge Jeannotte & Kieran (2017) kan ikke det å *identifisere* et mønster forstås som å *observere* et mønster. For å identifisere et mønster kreves det nemlig aktiv leting, og deretter man må ta et steg tilbake for å kunne resonnere rundt mønsteret. Å identifisere et mønster skiller seg fra generalisering og antagelser, ved at det ikke nødvendigvis kan overføres fra et spesifikt sett til et større sett (Jeannotte & Kieran, 2017).

Sammenligne: En prosess som, basert på leting etter likheter og forskjeller, leder til en ytring om matematiske objekt eller relasjoner (Jeannotte & Kieran, 2017). Sammenligning av matematiske objekt eller relasjoner kan resultere i at man for eksempel identifiserer mønster, som videre leder til at nye antagelser blir formet. Jeannotte & Kieran (2017) sier at å sammenligne kan gjøres sammen med andre prosesser, som generalisering, identifisere mønster og validering.

Klassifisere: En prosess som, basert på leting etter likheter og forskjeller mellom matematiske objekter, leder til ytringer om en gruppe objekt med utgangspunkt i matematiske egenskaper og definisjoner (Jeannotte & Kieran, 2017). Matematiske egenskaper og definisjoner blir altså brukt for å klassifisere objekter. Klassifisering kan opptre sammen med andre prosesser som sammenligning, antagelser og generalisering (Jeannotte & Kieran, 2017).

For å tydeliggjøre hva disse prosessene innebærer, kan vi ta utgangspunkt i en situasjon jeg observerte under arbeid med denne studien. To mellomtrinnselever holder på å lage tredimensjonale modeller i papir. Elevene skal lage ulike modeller som alle har ei grunnflate med 36 cm i omkrets og en høyde på 24 cm. Elevene *sammenligner* to ferdige modeller som begge har ei grunnflate med 36 cm i omkrets. Den ene modellen har sidelengder på 9 cm, mens den andre modellen har lengde 10 cm og bredde 8 cm. Elevene *identifiserer et mønster* når de oppdager at det ser ut som at den ene siden av grunnflata blir lengre når den andre siden forkortes. Elevene tror at dette kan fungere i flere tilfeller og *former en antagelse* om at de kan forlenge ei side tilsvarende antall centimeter som en annen side forkortes, og fremdeles ha samme omkrets. Elevene *generaliserer* dersom de slutter en ytring om at dette gjelder utover de eksemplene som de har undersøkt. Antagelsen kan deretter *valideres,* det må altså avgjøres om antagelsen er sann eller usann.

Prosesser relatert til validering.

Før jeg går inn på definisjoner knyttet til de ulike prosessene for validering, må det avklares hva Jeannotte & Kieran (2017) legger i begrepet validering. Validering er ifølge Jeannotte & Kieran (2017) en prosess hvor målet er å endre den epistemiske verdien av en matematisk ytring. Det er viktig å merke seg at det ikke trenger å bety at det blir bevist at en ytring er sann. Den epistemiske verdien kan endres fra sannsynlig til sann, men det kan også innebære at verdien endres fra sann til feilaktig eller fra sannsynlig til mer sannsynlig. Det er metadiskursive regler som styrer de mulige endringene av den epistemiske verdien (Jeannotte & Kieran, 2017).

Begrunne: En prosess som, gjennom leting etter data, argument og underbygging, gjør det mulig å endre den epistemiske verdien av en matematisk ytring (Jeannotte & Kieran, 2017). Den epistemiske verdien endres ikke nødvendigvis fra sannsynlig til sann, men kan også forandres fra sannsynlig til mer sannsynlig. Hvilke metadiskursive regler som er sosialt aksepterte, legger føringer for hvordan den epistemiske verdien kan endres. Selv om metadiskursive regler bestemmer valideringsprosessen, er ikke strukturen nødvendigvis deduktiv (Jeannotte & Kieran, 2017). I denne definisjonen inkluderer Jeannotte & Kieran (2017) argumentasjon i begrepet matematisk resonnering. Definisjonen viser at å begrunne handler om å argumentere. Når elever begrunner sine antagelser, innebærer det at de argumenterer for å overbevise seg selv og andre.

Formulere bevis: En prosess som, gjennom leting etter data, argument og underbygging, endrer den epistemiske verdien fra trolig til sann (Jeannotte & Kieran, 2017). Flere faktorer styrer denne prosessen. For det første handler det om hvilke ytringer som allerede er aksepterte som sanne av medlemmene i diskursen. For det andre må beviset ha en deduktiv struktur. For det tredje må realiseringer av objektet eller produktet være kjente og godtatte innen diskursen (Jeannotte & Kieran, 2017).

Å formulere bevis skiller seg fra prosesser for å begrunne ved at det finnes et potensiale for å teoretisere. Den deduktive strukturen og de godtatte ytringene vil også gjøre det mulig å skille bevis og begrunnelser fra hverandre (Jeannotte & Kieran, 2017).

Formulere formelt bevis: En prosess som, gjennom leting etter data, argument og underbygning, endrer den epistemiske verdien fra trolig til sann (Jeannotte & Kieran, 2017). Prosessen er begrenset av at ytringene som er aksepterte av gruppa er systematisert i matematisk teori. En deduktiv struktur er nødvendig i tillegg til at realiseringene er formalisert og akseptert av det matematiske samfunnet (Jeannotte & Kieran, 2017).

Hvis vi tenker tilbake på elevene som lagde tredimensjonale figurer i papir, formet de en antagelse om at omkretsen av et rektangel er den samme om bredden øker like mye som lengden forkortes. Denne antagelsen kan gjennom en valideringsprosess enten godtas eller avslås. Dersom elevene *begrunner* sin antagelse ved å vise flere eksempler hvor dette stemmer, kan det innebære at medelever fester lit til at antagelsen er riktig. Da kan vi si at den epistemiske verdien endres fra sannsynlig til mer sannsynlig. Det er imidlertid ikke tilstrekkelig å vise at en antagelse stemmer i et gitt antall tilfeller for å endre den epistemiske fra sannsynlig til sann. Dersom ytringer skal kunne regnes som bevis, må de bygge på allerede aksepterte sannheter og strukturen må være deduktiv. Det innebærer at elevene må ta utgangspunkt i noe kjent og stegvis vise at antagelsen er gyldig. I dette eksempelet kunne elevene vist til regelen om at omkretsen av et rektangel er summen av de fire sidekantene som er parvis like lange. Disse sidekantene kalles ofte lengde og bredde. Omkretsen kan dermed uttrykkes som omkrets = lengde + bredde + lengde + bredde, altså O=a+b+a+b. Gitt nå et rektangel der bredden øker like mye som lengden forkortes, altså lengde a-x og bredde b+x. Da vil omkretsen være O=(a-x)+(b+x)+(a-x)+(b+x). På grunn av assosiativ og kommutativ egenskap ved addisjon og at x-x=0 for alle x, vil omkrets være lik a+b+a+b. Dette viser at omkretsen er den samme.

Eksemplifisering

Eksemplifisering er prosesser som fungerer som støtte for andre prosesser innen MR (Jeannotte & Kieran, 2017). Det kan være eksempler som elever bruker for å støtte prosesser innen leting etter likheter og forskjeller eller validering. Eksemplifisering bidrar blant annet som støtte både ved generalisering, ved å formulere antagelser og i validering (Jeannotte & Kieran, 2017).

Mitt forskningsspørsmål handler hvilke kommunikasjonsmønstre som oppstår i samtalen mellom lærer og elev under arbeid med matematikkoppgaver, og hvordan disse mønstrene påvirker elevers resonnering. For å kunne svare på det har det vært nødvendig å finne ut hva resonnering i matematikk er. Samtidig har ikke kunnskap om MR bare vært viktig for meg i forbindelse med denne masterstudien. Jeannotte & Kieran (2017) sier at dersom lærere skal kunne bidra til å utvikle MR hos elevene, må lærere være i stand til å gjenkjenne strukturer og prosesser i MR. Modellen som jeg nå har beskrevet, bidrar til å tydeliggjøre hva MR er og hvilke prosesser MR består av. Modellen kan dermed brukes som verktøy for lærere når de skal identifisere MR i undervisninga. Det vil gi muligheter for refleksjon og grunnlag for å forbedre undervisningspraksis (Jeannotte & Kieran, 2017).

2.3 Lærerrollen i matematiske resonneringsprosesser

Ellis et al. (2019) har utviklet et rammeverk som har fått navnet TMSSR- *Teacher Moves for Supporting Student Reasoning.* Rammeverket inneholder en modell som viser hvilke grep lærere kan ta for å støtte elevers resonnering (Ellis et al., 2019). Ellis et al. (2019) bygger på aktivitetsteori fra Engeström (1999), og hevder at ulike faktorer påvirker lærerens valg av grep og læringsutbyttet elevene har av undervisninga. Blant faktorene finner man regler i klasserommet, normer, læringssyn og undervisningspraksis. Andre faktorer er elevenes tenking og oppfatninger, bruk av ulike verktøy og valg av oppgaver. I tillegg vil lærerens kommunikasjon med elevene og hvem som har ansvar for den matematiske kunnskapen være med å avgjøre elevenes utbytte av undervisninga og deres utvikling av kompetanse i matematisk resonnering. Å forsøke å undersøke alle disse faktorene ville blitt for omfattende for min studie. Jeg har derfor måttet gjøre en avgrensning, og har valgt å sette søkelys på lærerens kommunikasjon med elevene. Jeg vil også komme inn på hvem som har ansvar for den matematiske kunnskapen, altså hvem som er den matematiske autoriteten i klasserommet, fordi dette ofte kommer til uttrykk i kommunikasjonen mellom lærer og elev. Når jeg velger å undersøke akkurat kommunikasjon i forbindelse med MR, henger det sammen med at jeg anser kommunikasjon med seg selv eller andre som fundamentalt i resonnering. Dette er i tråd med Brodie (2010), som sier at det er naturlig at elever diskuterer resonnering med andre. Når de argumenterer for sine ideer, hjelper de seg selv og andre til å avklare tankeprosesser. Dermed praktiserer de noe av det samme som matematikere som skal utlede argument og bevis (Brodie, 2010)

Modellen fra Ellis et al. (2019) grupperer læreres grep (eng. moves) i fire kategorier, ut fra hvilken funksjon de har i å støtte prosesser i MR. Her bygger Ellis et al. (2019) på Jeanotte & Kierans (2017) definisjon av MR. Disse fire kategoriene er *lokke frem elevers MR (eng. elicit), respondere på elevers MR, fremme elevers MR (eng. facilitating)* og *utvide elevers MR*. Innen hver kategori finnes det flere forskjellige grep som har ulikt potensiale for å støtte elevers resonnering (Ellis et al., 2019). Tabell 2.2 viser modellen fra TMSSR oversatt til norsk.

<table>
<tr><th colspan="3">Lokke fram resonnering</th><th colspan="2">Respondere på elevens resonnering</th></tr>
<tr><th colspan="2">Lavt potensiale</th><th>Høyt potensiale</th><th>Lavt potensiale</th><th>Høyt potensiale</th></tr>
<tr><td colspan="2">Lokke fram svar</td><td>Lokke fram ideer</td><td>Rette elevens feil</td><td>Oppmuntre til å rette opp feil</td></tr>
<tr><td colspan="2">Lokke fram fakta eller prosedyrer</td><td>Lokke fram forståelse</td><td>Repetere elevens utsagn</td><td rowspan="2">Representere om igjen. (eng. re-representing)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Etterspørre avklaring</td><td>Etterspørre forklaring</td><td>Oppmuntre til at elever repeterer hverandres utsagn</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sette seg inn i elevens resonnement</td><td></td><td>Validere et korrekt svar.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Undersøke elevens forståelse.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><th colspan="3">Fremme elevens resonnering</th><th colspan="2">Utvide elevens resonnering</th></tr>
<tr><th colspan="2">Lavt potensiale</th><th>Høyt potensiale</th><th>Lavt potensiale</th><th>Høyt potensiale</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Veilede</td><td>Sørge for fokus på et aspekt.</td><td>Tilby veiledning</td><td>Oppmuntre til evaluering</td><td>Oppmuntre til refleksjon</td></tr>
<tr><td>Stille ledende spørsmål (eng. funneling)</td><td>Oppmuntre til multiple løsningsstrategier</td><td>Etterspørre nøyaktighet</td><td>Oppmuntre til resonnering</td></tr>
<tr><td>Bryte ned oppgaven (eng. Topaze effekt)</td><td>Bygge videre på elevers bidrag</td><td>Bryte ned begrunnelser (eng. Topaze for Justification)</td><td>Etterspørre begrunnelser (eng. Pressing for Justification)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Tilføre</td><td>Gi generell informasjon</td><td>Gi alternative løsningsstrategier</td><td></td><td>Etterspørre generalisering</td></tr>
<tr><td>Gi forklaring av en prosedyre</td><td rowspan="2">Gi konseptuell forklaring</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Gi en oppsummering av en oppgave</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Tabell 2.2: Rammeverket TMSSR fra Ellis et al. (2019)

Kategoriene i modellen er ikke satt opp i et hierarki, men de to kategoriene *Læreren fremmer elevens resonnering* og *Læreren utvider elevens resonnering* regnes som mest effektive når det gjelder å støtte elevenes utvikling av MR. Ideelt sett kan man se for seg at læreren innledningsvis *lokker fram elevens resonnering* for å få et innblikk i hva eleven forstår eller tenker. Deretter *responderer* læreren på det eleven sier, for deretter å *fremme* og *utvide* elevens resonnering for å utvikle elevens forståelse ytterligere. Forskning tyder derimot på at progresjonen i en samtale ikke nødvendigvis følger dette mønsteret, men beveger seg frem og tilbake (Ellis et al., 2019)

Når læreren benytter grep med høyt potensiale vitner det om at der er elevens tenkning som er i senter, ikke lærerens instruksjoner. Det høye potensialet peker på muligheten for å fokusere på elevens ideer, og at læreren gir rom for at elevene kan ta aktivt del i MR (Ellis et al., 2019). Selv om Ellis et al. (2019) mener at det finnes grep med høyt eller lavt potensiale for å støtte elevers resonnering, hevder de at det ikke er slik at lærere skal unngå grep med lavt potensiale. Samtidig sier Ellis et al. (2019) at det er interessant å undersøke fordelinga mellom de fire kategoriene, og innad i hver kategori. Forskning har nemlig vist at elevene får mest effektiv støtte dersom grepene er fordelt mellom alle de fire kategoriene, og at bruk av et vidt spekter av grep er avgjørende for gi elevene muligheter til å utvide egen tenking (Ellis et al., 2019).

Ellis et al. (2019) understreker at selv om forskjellige grep har ulikt potensiale, er det ingen garanti for at et spesifikt grep støtter elevers resonnering på ønsket måte. Som aktivitetsteorien (Engeström, 1999) tilsier, vil flere faktorer i elevens læringsmiljø kunne påvirke utfallet av et grep. Likeledes vil ikke et grep nødvendigvis gi samme resultat hver gang (Ellis et al., 2019). Dette mener jeg er i samsvar med kommognitiv læringsteori, som sier at selv om individers handlinger i en diskurs følger bestemte mønster, er det ikke forutbestemt hvilken reaksjon en handling vil gi (Sfard, 2008). Dette er bakgrunnen for at Ellis et al. (2019) har valgt å forklare *potensialet* grepene har, fremfor å omtale hvilken *effekt* de har på elevers resonnering.

Jeg vil videre i teksten forklare hver kategori nærmere ved å utdype hva de ulike grepene innebærer og hvilken funksjon de har.

Kategorien Læreren lokker frem elevens resonnering:

Denne kategorien inneholder grep som læreren bruker for å trekke ut, identifisere, avklare og forstå elevenes ideer og bidrag. Læreren kan enten lokke fram elevenes grunnleggende faktakunnskaper, løsningsstrategier, deres forståelse for matematiske prinsipp eller forklaring på egne ideer (Ellis et al., 2019). Dette er med andre ord grep som gir læreren innblikk i hva elevene vet og forstår, og gjør det mulig å evaluere elevenes tenking underveis i diskusjoner og samtaler. (Ellis et al., 2019). Tabell 2.3 viser grep som tilhører kategorien *Lokke fram elevens resonnering* med forklaringer til hvert enkelt tilfelle.

	Grep	**Forklaring**
Lavt potensiale	Lokke fram svar	Læreren stiller spørsmål for å lokke fram svar på en gitt oppgave.
	Lokke fram fakta eller prosedyrer	Læreren ber om at elever resiterer kjente fakta eller prosedyrer.
	Etterspørre avklaring	Læreren stiller spørsmål for å få klarhet i hva eleven mener.
	Sette seg inn i elevens resonnement	Læreren forsøker å forstå elevens løsning, forklaring eller resonnement.
	Undersøke elevens forståelse	Læreren stiller spørsmål for å vurdere elevens forståelse for en matematisk ide.
Høyt potensiale	Lokke fram ideer	Læreren stiller spørsmål for å lokke fram elevens tanker om en løsningsstrategi eller matematisk ide.
	Lokke fram forståelse	Læreren vurderer hva eleven forstår og forsøker å identifisere elevens resonnering.

	Etterspørre forklaring	Læreren ber eleven utdype tanker, forklare resonnement eller dele resonnement.

Tabell 2.3: Grep for å lokke fram elevens resonnering, fra Ellis et al. (2019)

Et fellestrekk ved grep i denne kategorien er at fokuset er elevens tanker, resonnement og forståelse i øyeblikket. Derfor kan disse grepene kan være det første steget i en prosess for å støtte og bygge videre på elevers matematiske tenkning (Ellis et al., 2019). Den neste kategorien forteller hvordan lærere reagerer på elevenes resonnement.

Kategorien Læreren respondere på elevenes resonnering

Lærere må på kort tid bestemme seg for hvordan de skal reagere på elevenes tenking. Disse reaksjonene belyser Ellis et al. (2019) i kategorien *Læreren responderer på elevens tenking.* Lærere kan enten validere elevens svar og eventuelt korrigere resonnement og løsningsstrategier direkte, eller oppmuntre eleven til å ta aktivt del i valideringsprosessen. Dette kan gjøres ved at elevene selv får ansvar for å validere og korrigere egne og hverandres resonnement, svar og strategier (Ellis et al., 2019). Ifølge Ellis et al. (2019) vil grep i denne kategorien ofte benyttes etter at læreren har lokket fram elevens resonnering og dermed har fått innblikk i elevens tenking. Tabell 2.4 viser en oversikt over grep i denne kategorien.

	Grep	Forklaring
Lavt potensiale	Rette elevens feil	Læreren korrigerer elevens feil direkte, eller gir et mer korrekt svar.
	Repetere elevens utsagn	Læreren repeterer elevens svar enten skriftlig eller muntlig, for å gjøre svaret tilgjengelig for medelever.
	Oppmuntre til at elever repeterer hverandres utsagn	Læreren ber medelever gjenta en elevs ide eller løsningsstrategi.
	Validerer et korrekt svar	Læreren validerer korrekt svar gjennom å gjenta, omformulere eller legge til informasjon til elevens svar.
Høyt potensiale	Oppmuntre til å rette opp feil	Læreren oppmuntrer eleven til å rette opp egne feil.
	Representere om igjen	En form for gjentagelse hvor læreren gir en alternativ representasjon av en elevs ide eller strategi for å gjøre den tilgjengelig for medelever. Læreren kan organisere, omformulere eller formalisere det eleven i utgangspunktet delte.

Tabell 2.4: Grep for å respondere på elevens resonnering, fra Ellis et al. (2019)

For å avgjøre om et grep skal kategoriseres i den første eller den andre kategorien jeg har omtalt, er det ikke alltid tilstrekkelig å se på strukturen i lærerens utsagn. Kategoriseringa vil i enkelte tilfeller være avhengig av hvilken intensjon læreren har hatt, derfor må man vurdere hvilken funksjon grepet har hatt i samtalen (Ellis et al., 2019). Jeg vil gi et eksempel for å forklare dette nærmere. Vi kan tenke oss en samtale mellom en lærer og en elev. Eleven har tegnet et kvadrat hvor alle sidene er 8 cm. Eleven mener at omkretsen er 36 cm. Læreren spør: «Så det er 8 og 8? Og det blir 36 rundt?». Strukturen i spørsmålet kan tyde på at læreren forsøker å sette seg inn i elevens resonnement, noe som betyr at læreren bruker et grep i kategorien *Læreren lokker fram* *elevens resonnering.* Tar man derimot lærerens intensjon i betraktning, viser det seg at læreren forsøker å få eleven til å oppdage at svaret er feil. Dermed må dette grepet kategoriseres som at *Læreren responderer på elevens resonnering* ved å *oppmuntre til å rette egne feil.*

Ifølge Ellis et al. (2019) vil grep i den førstnevnte kategorien enten følges opp ved at læreren enten responderer eller fremmer elevens resonnering, som er den neste kategorien jeg skal gjøre rede for.

Kategorien Læreren fremmer elevens resonnering

Den forrige kategorien, *Læreren responderer på elevens* resonnering, kjennetegnes blant annet av at læreren reagerer på elevens resonnering som foregår der og da. I de to siste kategoriene jeg skal gjøre rede for, utvides perspektivet og lærerens grep handler mer om å videreutvikle elevens tenkning (Ellis et al., 2019).

Et hovedtrekk ved kategorien Læreren *fremmer elevens resonnering,* er at læreren forsøker å støtte eleven gjennom å veilede og forklare. Selv om ansvaret for matematikken hovedsakelig ligger hos læreren slik som i de to foregående kategoriene, vil læreren her forsøke å engasjere eleven i å ta aktivt del i resonneringsprosessene. Læreren prøver å oppnå dette ved å oppmuntre elevene til å forme antagelser, identifisere mønster, sammenligne og klassifisere ideer. Læreren kan på sin side bidra med å oppsummere elevenes ideer og tilføre meningsfull informasjon i en samtale (Ellis et al., 2019). Tabell 2.5 gir en oversikt over grep i denne kategorien og forklaring på disse.

	Funksjon	**Grep**	**Forklaring**
Lavt potensiale	**Veiledning**	Sørge for fokus på et aspekt	Læreren indikerer at eleven skal fokusere på et spesifikt aspekt ved en oppgave, ide eller løsning
		Stille ledende spørsmål (eng. funneling)	Læreren stiller ledende spørsmål for å lede eleven i en retning.
		Bryte ned oppgaven (eng. Topaze effect)	Læreren bryter ned oppgaven og reduserer kompleksiteten gjennom å stille stadig enklere spørsmål, slik at svaret nærmest blir avslørt til slutt.
	Tilførsel	Gi generell informasjon	Læreren gir generell informasjon som ikke er spesifikk for en oppgave.
		Gi forklaring på en prosedyre	Læreren gir en forklaring på hvordan en prosedyre skal utføres gjennom å skissere løsningsstrukturen.
		Gi en oppsummering	Læreren gir en oppsummering av tanker eller informasjon om en oppgave.
Høyt potensiale	**Veiledning**	Tilby veiledning	Læreren veileder gjennom å gi hint om potensielle strategier uten å avsløre løsningsstrukturen.
		Oppmuntre til multiple løsningsstrategier	Læreren oppmuntrer eleven til å finne eller bruke ulike løsningsstrategier.
		Bygge videre på elevens bidrag	Læreren bygger på elevens bidrag for å oppnå ny forståelse, eller oppmuntrer elever til å bygge på hverandres bidrag.

	Tilførsel	Læreren gir alternative løsningsstrategier	Læreren gir en ny eller annerledes løsning på et problem.
		Læreren gir begrepsmessig forklaring	Læreren gir en forklaring med fokus på hvorfor, ikke hvordan.

Tabell 2.5: Grep for å fremme elevens resonnering, fra Ellis et al. (2019)

Denne kategorien er todelt. Grep beskrives enten som veiledning (eng. guiding) eller tilførsel (eng. providing). Gjennom veiledning gir læreren elevene støtte (eng. scaffolds) underveis i resonneringsprosessene. Dersom læreren begrenser eller innskrenker samtaler hvor elever resonnerer, vil grepene anses for å ha lavt potensiale for å fremme elevers resonnering. Det vil være tilfellet for de grepene hvor læreren bryter ned oppgaven eller stiller ledende spørsmål (Ellis et al., 2019).

Alternativt kan læreren tilføre nye ideer, fakta, prosedyrer eller begrepsmessige forklaringer. Dersom denne tilførselen gjøres ved at læreren tydelig forteller elevene hva de skal gjøre eller hvordan noe henger sammen, innebærer det at grepene har lavt potensiale for å fremme elevers resonnering. Dersom læreren derimot vektlegger begrepsmessige forklaringer eller gir alternative løsningsstrategier etter at eleven har gitt sin forklaring, har grepene høyt potensiale for å fremme resonnering (Ellis et al., 2019).

Det kan virke noe forvirrende at grep som begrenser elevers resonnering, som å bryte ned oppgaver og å stille ledende spørsmål er inkludert i en modell som handler om hvordan lærere støtter elevers resonnering. Ellis et al. (2019) begrunner det med at slike grep ofte opptrer som et startpunkt før læreren skifter til grep som bygger på elevens tenking og veileder eleven i videre resonnering (Ellis et al., 2019).

Kategorien læreren utvider elevenes resonnering

I den fjerde og siste kategorien finner vi grep hvor læreren utvider elevens resonnering. Målet er å få elevene til å generalisere egne strategier og ideer eller å utvikle matematiske begrunnelser. Disse grepene anses for å være de mest betydningsfulle, fordi intensjonen er å utvide elevers resonnering mot mer sofistikert matematisk resonnering. Tabell 2.6 gir en oversikt over grep i denne kategorien og forklaringer i hvert enkelt tilfelle.

	Grep	**Forklaring**
Lavt potensiale	Oppmuntre til evaluering	Læreren spør elever om de er enige i hverandres svar eller forklaringer.
	Etterspørre nøyaktighet	Læreren ber eleven gi et eksakt svar, eller være nøyaktig i arbeidet.
	Bryte ned begrunnelser (eng. Topaze for Justification)	Læreren ber innledningsvis om begrunnelser, men forenkler deretter spørsmålene slik at strukturen i begrunnelsen blir avslørt.
Høyt potensiale	Oppmuntre til refleksjon	Læreren ber eleven reflektere rundt svar og forklaringer.
	Oppmuntre til resonnering	Læreren oppmuntrer eleven til å tenke omkring en oppgave på en begrepsmessig måte.

	Etterspørre begrunnelser (eng. Pressing for justification)	Læreren ber eleven forklare hvorfor noe fungerer, eller begrunne/bevise en matematisk ide, strategi eller løsning.
	Etterspørre generalisering	Læreren ber eleven generalisere gjennom å formulere en regel, beskrive en generell prosess eller finne forbindelser mellom ulike tilfeller.

Tabell 2.6: Grep for å utvide elevens resonnering, fra Ellis et al. (2019).

Ellis et al. (2019) sier at grep i denne kategorien handler om å videreutvikle eller bygge videre på elevens resonnering. Jeg mener det innebærer at læreren må vurdere hvilke muligheter som finnes i elevens resonnement og deretter forsøke å finne måter for å ekspandere elevens resonnering.

Et unntak i denne kategorien er grepet hvor læreren bryter ned elevens begrunnelser (eng. Topaze for justification). Dette grepet vil kunne begrense elevens muligheter for resonnering. Det kan for eksempel dreier seg om situasjoner hvor læreren stiller spørsmål for å lokke fram en begrunnelse. Hvis spørsmålene etter hvert blir så eksplisitte at begrunnelsen til slutt blir gitt gjennom spørsmålene som læreren stiller, vil det kunne hemme elevens muligheter for resonnering (Ellis et al., 2019).

Mitt forskningsspørsmål sier at jeg skal studere kommunikasjonsmønstre som oppstår i samtalene mellom lærer og elev, og hvordan disse mønstrene påvirker elevens resonnering. Ellis et al. (2019) tilbyr en modell som gjør det mulig å analysere lærerens deltagelse i kommunikasjon med elevene. Ved å koble denne modellen sammen med rammeverket i Jeannotte & Kieran (2019), får jeg mulighet til å studere både lærerens rolle i kommunikasjonen, og påvirkningen læreren har på den elevens resonnering. Teorien jeg har gjort rede for i dette kapittelet har dannet grunnlaget for min analyse av datamaterialet, og har blitt brukt for å forklare funn i analysen. I det neste kapittelet vil jeg gi en detaljert beskrivelse av de metodene jeg har brukt i forbindelse med datainnsamling og analyse.

3 Metode

Jeg har i denne studien undersøkt hvilke kommunikasjonsmønstre som oppstår i samtalene mellom lærer og elev under arbeid med matematikkoppgaver, og hvordan disse mønstrene påvirker elevens resonnering. Med tanke på at jeg har valgt å undersøke kommunikasjonsmønstre mellom lærer og elev, har jeg fokusert på samtaler hvor læreren deltar aktivt. Det betyr at jeg har sett bort fra samtaler mellom elever når læreren ikke er til stede.

Jeg har transkribert opptak fra to ulike klasserom som ble samlet over en periode på to uker, og gjennomført deduktiv koding av datamaterialet. Kodene jeg brukte ble basert på begrep i rammeverkene til Jeanotte og Kieran (2017) og Ellis et al. (2019). En detaljert beskrivelse av datainnsamling og analyseprosessen blir presentert i kapittel 3.2, 3.3 og 3.4.

I begynnelsen av dette metodekapittelet vil jeg først gjøre rede for hvilket læringssyn og filosofisk ståsted som danner grunnlag for denne studien. Deretter vil jeg gjøre rede for metode for datainnsamling og analyse. Til slutt vil jeg gi en vurdering av studiens troverdighet og forklare hvilke etiske vurderinger som har blitt gjort.

3.1 Læringssyn og filosofisk posisjonering

Som overordnet rammeverk har jeg valgt kommognisjon. Kommognisjon er utviklet innenfor et sosiokulturelt læringssyn, som tradisjonelt har blitt assosiert med Vygotsky (Skott, 2008). Her blir læring sett på som deltagelse i sosiale praksiser, hvor individet lærer i samspill med andre (Skott, 2008). Dette blir videre forklart av Goos (2004), som sier at læring i matematikk innebærer kommunikasjon i sosiale kontekster. Her blir det også hevdet at sosiokulturell læringsteori gir muligheter for å forstå forbindelsen mellom undervisningspraksis og læringsutbytte (Goos, 2004).

Valg av kommognisjon som overordnet rammeverk legger noen metodiske føringer. Innen kommognisjon blir det sagt at læring kan identifiseres som en endring i et individs deltagelse i en diskurs. Det er derfor diskursen som må være senter for forskning (Sfard, 2008). Siden det er vanskelig å analysere elevers tenking, må forskning ta utgangspunkt i hva enkeltindivider sier og gjør i samspill med andre deltagere i diskursen. Datamaterialet i kommognitiv forskning er derfor hovedsakelig menneskers tale, enten muntlig eller skriftlig (Sfard, 2008). Dette betyr at det er avgjørende for forskningens kvalitet at forskere dokumenterer nøyaktig hva som faktisk blir sagt og gjort. Det er altså ikke tilstrekkelig å basere analysen på forskeres gjenfortelling av det som har foregått (Sfard, 2008).

I kommognitiv forskning har derfor forskeren som observatør en avgjørende rolle i å samle datamaterialet på en nøyaktig måte. Gjennom sin tilstedeværelse vil observatøren påvirke diskursen, og denne påvirkningen er det ikke mulig å se bort fra når datamaterialet skal analyseres (Sfard, 2008). Kravet om nøyaktig datainnsamling innebærer at observatørens rolle ikke kan være ikke-deltagende, men det er viktig å være bevisst på hvor aktiv man skal være som deltager (Sfard, 2008).

Ifølge Sfard (2008) må forskeren analysere datamaterialet fra to perspektiv, både som deltager i diskursen og utenforstående observatør. Som utenforstående kan forskeren beskrive det som faktisk blir sagt og gjort, men fra denne vinkelen er det ikke mulig å tolke og legge mening i det som skjer. Som deltager i diskursen, vil forskeren kunne tolke det som skjer og se sammenhenger som en utenforstående ikke vil forstå. En kommognitiv forsker må derfor anvende begge perspektiv for å kunne komme fram til informative tolkninger av datamaterialet (Sfard, 2008).

Dette mener jeg har noen likhetstrekk med Kants forskningstradisjon. Kant sier at det er et viktig skille mellom den virkelige verden og verden slik vi opplever den. I det ligger det at vi tolker det vi ser gjennom våre egne erfaringer og kunnskaper, og mennesker kan dermed komme fram til forskjellige tolkninger av samme hendelse (Skott, 2008). Dette filosofiske perspektivet har jeg tatt med meg inn i arbeidet med å analysere datamaterialet i denne studien. Jeg vil bestrebe åpenhet rundt de metodiske og analytiske valg jeg har gjort, slik at andre kan feste lit kvaliteten ved studien. Samtidig er jeg åpen for at andre forskere kan tolke hendelser i datamaterialet på andre måter enn meg, siden vi oppfatter virkeligheten gjennom egne opplevelser, meninger og kunnskaper. Ved å gi detaljerte beskrivelser av hendelser og de teoretiske rammeverkene jeg har brukt i analysen, mener jeg likevel at studien kan anses som troverdig. Spørsmålet om troverdighet kommer jeg nærmere inn på senere i kapittelet.

Videre i metodekapittelet vil jeg gjøre rede for de metodiske valg jeg har gjort på bakgrunn av læringssyn og filosofisk ståsted.

3.2 Metode for datainnsamling: observasjon

Da jeg skulle samle datamaterialet til denne studien var ikke forskningsspørsmålet ferdig formulert, men jeg visste at jeg ville studere hvordan lærere påvirker elevens resonnering gjennom de samtale som oppstår i klasserommet. Jeg regnet intervju eller observasjon for å være de mest aktuelle metodene for å undersøke dette. Ved å bruke intervju hadde jeg hatt mulighet til å undersøke lærerens bevissthet rundt ulike grep i kommunikasjon med elevene. På den andre siden hadde ikke intervju gitt meg informasjon om hvordan elevene faktisk reagerer på lærerens handlinger i kommunikasjonen. Dessuten kan det være stor forskjell på hva mennesker sier at de gjør og hva som egentlig blir gjort i praksis (Cohen et al., 2018). Jeg valgte derfor å benytte observasjon som metode for datainnsamling. Dette mener jeg er i tråd med de føringer Sfard (2008) legger for kommognitiv forskning.

Observasjon som metode har potensiale til å samle valide og autentiske data. Det er observasjonens unike styrke, ifølge Cohen et al. (2018) Observasjon kan gi rik kontekstuell informasjon og gjør det mulig å samle førstehåndsdata. Videre gir det muligheter for å avdekke dagligdagse rutiner og aktiviteter. Dessuten gjør observasjon det mulig å dokumentere både verbale, ikke-verbale og fysiske aspekt ved den virkelige verden (Clark et al., 2009)

I følge Sfard (2008) er det viktig at observasjon blir utført nøyaktig og at datamaterialet inneholder detaljerte observasjoner. For å oppnå dette, er det en fordel å ta lydopptak og bruke videokamera. Det vil kunne sikre at transkripsjoner av datamaterialet blir mer nøyaktige. I tillegg er det en fordel at forskeren kan studere lyd- og videoopptak flere ganger, og på denne måten unngå at viktige hendelser og uttalelser blir oversett (Sfard, 2008).

Selve observasjonen kan gjennomføres på ulike måter når det gjelder struktur og hvilken rolle observatøren skal ha (Cohen et al., 2018). På det tidspunktet hvor datamaterialet til min studie ble samlet inn hadde jeg altså bestemt et fokusområde, men forskningsspørsmålet var ikke ferdig formulert. Ifølge Cohen (2018) er dette en form for semi-strukturert observasjon. Forskerne har en agenda for observasjonen og vil samle data for å kunne belyse tema. Observasjonen er likevel mindre strukturert og forutbestemt enn strukturert observasjon, hvor hypoteser og observasjonskategorier er bestemt på forhånd (Cohen et al., 2018).

Datamaterialet jeg har brukt i denne studien er samlet inn i forbindelse med et forskningsprosjekt ved NTNU, ProPrimEd. I dette prosjektet har forskere som er ansatt ved NTNU, tatt lyd- og videoopptak ved flere skoler i distriktet. Dette datamaterialet har jeg fått tilgang til, og det danner grunnlaget i studien jeg har gjennomført.

Datamaterialet bestod som sagt av både videofilmer og lydopptak. Lærerne i klassene som ble observert, hadde lydopptaker hengende rundt halsen. Denne tok opp alt læreren sa, både under felles klassesamtaler og samtaler som læreren hadde med enkeltelever og små elevgrupper. Læreren slo imidlertid av lydopptakeren i friminutt og i samtaler med elever uten tillatelse til å være med på opptak. I tillegg ble det plassert lydopptakere ved to små elevgrupper, som tok opptak når elevene arbeidet med samarbeidsoppgaver og ellers ved individuelt arbeid. Undervisninga ble også filmet. Det ble brukt tre kamera for å kunne filme både læreren og elevene. Et kamera var rettet mot læreren under felles klassesamtaler, mens to kamera var rettet mot elevene. Når elevene jobbet med oppgaver ble to kamera brukt til å filme smågruppene som hadde fått lydopptaker, mens det tredje kameraet skulle brukes til å filme læreren som bevegde seg rundt i klasserommet. Forskerne som gjennomførte observasjonene, noterte interessante hendelser underveis i en logg som jeg fikk tilgang til. Loggen inneholder også skisser som beskriver plassering av elever, kamera og lydopptakere.

Kameraet som skulle filme læreren, fikk imidlertid ikke tatt opptak hele tida. På grunn av tomt batteri og fulle minnekort, var det sekvenser som ikke har ble filmet. Jeg valgte derfor hovedsakelig å transkribere ut fra lydopptakerne som lærerne hadde rundt halsen. I tillegg brukte jeg filmene fra de ulike kameraene for å kunne identifisere hvem læreren snakket med. I noen tilfeller var det vanskelig å høre hva som ble sagt. Da benyttet jeg opptak fra lydopptakerne som hadde vært plassert ved to elevgruppene. Ved å kombinere opptak fra lærerens lydopptaker, lydopptak fra elevgruppene og videokamera, klarte jeg stort sett å oppfatte hva som ble sagt. I de tilfellene hvor det ikke var mulig å høre, ble dette notert i transkripsjonen. Jeg har altså ikke gjettet på hva som har blitt sagt, eller hvem som har snakket.

Forskerne som samlet datamatamaterialet, hadde en rolle som ifølge Cohen et al. (2018) kan betegnes som observatør-som-deltager. Det innebærer at observatøren ikke er medlem i gruppa som observeres, men kan delta i enkelte aktiviteter. Dessuten er gruppemedlemmene kjent med at de blir observert (Cohen et al., 2018). Denne nærheten til individene som blir observert medfører at man ikke kan se bort fra at individene blir påvirket av observatørens tilstedeværelse, og endrer væremåte fordi de er bevisst på at de blir observert. Under datainnsamlinga i forbindelse med denne studien, var det flere observatører til stede i klasserommet, og det ble benyttet flere kamera og båndopptakere. At det foregikk observasjon var dermed godt synlig for både elever og lærere, og det kan derfor tenkes at individene ble påvirket av observasjonen. Selv om dette kan sies å være en ulempe, var det behov for å gjennomføre observasjonene på denne måten for å sikre et nøyaktig og detaljert datamateriale.

3.3 Utvalg

Jeg har jobbet som lærer i flere år, og kunne gjennomført observasjon ved skolen hvor jeg er ansatt. Jeg så imidlertid at mine kunnskaper om skolen, lærerne og elevene ville gjøre det vanskelig å skille rollene som kollega, ansatt og forsker. Min personlige tilknytning kunne blitt problematisk med tanke på studiens troverdighet (Cohen et al., 2018). Jeg bestemte derfor tidlig at jeg ville gjennomføre datainnsamling ved en skole jeg ikke kjente, og hvor jeg ikke hadde noen kjennskap til verken elever eller lærere. Den uforutsigbare situasjonen med covid-19 gjorde imidlertid at jeg var usikker på om jeg ville kunne gjennomføre datainnsamling et annet sted i landet. Derfor bestemte jeg meg for å bruke datamaterialet som ble samlet inn av forskere ved NTNU. De hadde allerede inngått en avtale om datainnsamling ved to barneskoler i Trondheim, og datainnsamlinga skulle foregå høsten 2020.

Dette datamaterialet var langt mer omfattende og nøyaktig enn hva jeg kunne samlet selv, siden flere forskere var til stede og gjorde opptak med flere kamera og lydopptakere samtidig. De samlet inn datamateriale fra flere lærere og over flere uker enn hva jeg har inkludert i min studie. Jeg måtte gjøre et utvalg slik at datamaterialet ble stort nok for å kunne svare på forskningsspørsmålet og samtidig overkommelig for meg som masterstudent. Jeg valgte derfor å analysere datamaterialet fra to lærere over en periode på to uker. Årsaken til at jeg valgte å observere to lærere og ikke bare èn, var fordi det ville gi meg et bedre grunnlag for å kunne si noe mer generelt om hvordan kommunikasjonsmønstre påvirker elevers resonnering. Alternativet kunne vært å observere flere lærere over kortere tid, men jeg var usikker på om det ville gjøre det mulig å identifisere mønster i kommunikasjonen. Dersom jeg for eksempel hadde valgt å observere ei undervisningsøkt hos et større antall lærere, kunne jeg risikert at datamaterialet hovedsakelig ville bestått av enkeltstående hendelser uten mulighet for å oppdage mønster, altså rutiner i diskursen.

Det ble ikke gitt noen føringer når det gjaldt innhold i undervisningsøktene, verken arbeidsmåter, oppgaver eller matematiske emner. Det har sammenheng med at mitt forskningsspørsmål om elevers resonnering ikke er tilknyttet noen spesielle emner i matematikkfaget i skolen. Ei heller har jeg hatt som mål å undersøke elevers resonnering under arbeid med bestemte oppgavetyper.

3.4 Metode for analyse: teoretisk tematisk analyse

Kvalitativ forskning er et vidt begrep som inkluderer mange ulike former for forskning. Det finnes ikke en bestemt fremgangsmåte som forteller hvordan datainnsamling og analyse skal gjennomføres, men et vidt spekter av metoder kan anvendes (Cohen et al., 2018). Denne diversiteten kan oppleves overveldende når man som uerfaren forsker skal gjennomføre et masterprosjekt. For å ha noen retningslinjer i arbeidet med analyse og tolkning av datamaterialet, valgte jeg tematisk analyse som metode. Tematisk analyse er en metode som anbefales for forskere og studenter som ikke har mye erfaring innen kvalitativ forskning. Metoden regnes for å være fleksibel, slik at den kan tilpasses både induktiv og deduktiv analyse av data (Braun & Clarke, 2006). Valget av tematisk analyse mener jeg har bidratt til at analyseprosessen har blitt mer systematisk og oversiktlig, noe som er gunstig for å sikre studiens troverdighet. Denne påstanden finner jeg støtte for hos Nowell et al. (2017), som sier at dersom kvalitativ forskning skal bli ansett som troverdig, må analysen av datamaterialet være nøyaktig, inngående og systematisk. Metoden for analyse må dessuten beskrives så detaljert at utenforstående kan avgjøre om prosessen er troverdig (Nowell et al., 2017).

For å analysere datamaterialet har jeg brukt en deduktiv metode med koder fra to rammeverk. Stadiene i metoden er inspirert av tematisk analyse, som beskrevet av Braun & Clarke (2006). I dette kapittelet vil jeg først gjøre rede for teori om tematisk analyse, og etterpå skal jeg beskrive hvordan jeg analyserte datamaterialet for å kunne svare på forskningsspørsmålet i denne studien.

3.4.1 Tematisk analyse i kvalitativ forskning

Tematisk analyse er bygd opp av seks faser. Det gir inntrykk av tematisk analyse er en lineær prosess, men i virkeligheten er den ofte sirkulær. Forskeren må ofte gjennomføre samme fase flere ganger og stadig gå tilbake for å revurdere, justere og repetere (Braun & Clarke, 2006). I det følgende vil jeg forklare hva de ulike fasene består av for å gjøre analysemetoden eksplisitt.

Braun & Clarke (2006) bruker begrepet theme, som henger sammen med navnet thematic analysis. Direkte oversatt til norsk blir det tema og tematisk analyse, men jeg har valgt å oversette theme til kategori. Jeg mener det er mer intuitivt hva som ligger i begrepet kategori enn tema på norsk. Tabell 3.1 er hentet fra Braun & Clarke (2006), og oversatt til norsk. Tabellen viser de seks fasene i tematisk analyse og hva fasene innebærer.

Faser i tematisk analyse	
Fase	**Beskrivelse av prosessen**
1. Bli kjent med datamaterialet.	Transkribere data, og lese data gjentatte ganger. Notere ideer knyttet til koder forløpende.
2. Generere koder.	Kode interessante trekk i datamaterialet på en systematisk måte, og sortere data som er relevant for hver kode.
3. Lete etter kategorier (eng. themes).	Sortere kodene i potensielle kategorier, og samle alle data som er relevant for hver enkelt kategori.
4. Revurdere kategoriene.	Undersøke om kategoriene fungerer for de kodede utdragene, og for hele datasettet. Generere et tematisk kart over analysen.
5. Definere og navngi kategoriene.	Komme fram til tydelige definisjoner og navn på hver kategori.
6. Skrive rapport.	Lage en rapport med eksempler datamaterialet, som tydeliggjør og forklarer funn innen hver kategori.

Tabell 3.1: Faser i tematisk analyse, fra Braun & Clarke (2006).

Fasene i teoretisk analyse som vist i figur 3.1, kan ses som et utgangspunkt for hvordan analyseprosessen gjøres. Ifølge Braun & Clarke (2006) er tematisk analyse en fleksibel metode som kan gjennomføres enten med eller uten forhåndsdefinerte koder, gjennom å tilpasse fasene i analyseprosessen. Jeg valgte å bruke forhåndsdefinerte koder med begrep fra rammeverkene til Jeannotte & Kieran (2017) og Ellis et al. (2019). Samtidig var jeg også åpen for å kode andre interessante episoder som ikke falt innenfor de forhåndsdefinerte kodene. Fleksibiliteten ved tematisk analyse gjør dette mulig, og jeg vil i det følgende kapittelet gjøre rede for hvordan analysen ble gjennomført.

3.4.2 Analyse av datamaterialet i min studie

I dette delkapittelet vil jeg forklare hvordan jeg gjennomførte analyse av datamaterialet for å svare på forskningsspørsmålet. Studiens forskningsspørsmål var: *Hvilke kommunikasjonsmønstre oppstår i samtalene mellom lærer og elev under arbeid med matematikkoppgaver, og hvordan påvirker mønstrene elevens resonnering?*

I første fase av tematisk analyse handler det om å bli kjent med datamaterialet. Datamaterialet mitt bestod av videofilmer og lydopptak fra to klasserom som ble undervist av to ulike lærere. Det ble gjort opptak av all matematikkundervisning under en to-ukers periode, noe som tilsvarer omtrent 18 timer undervisning. Datamaterialet ble transkribert gjennom å høre på lydopptakene og se på filmene. Jeg transkriberte alt materialet fra det ene klasserommet, og halvparten av materialet fra det andre klasserommet selv. Det resterende materialet ble transkribert av en annen vitenskapelig assistent, som var ansatt i prosjektet ProPrimEd ved NTNU. Før vi begynte å transkribere, hadde vi et møte med leder og et av medlemmene i forskningsprosjektet. Her ble regler for transkripsjon gjennomgått for å sikre at vi transkriberte på samme måte. Sfard (2008) understreker at det er viktig at observasjoner nedtegnes nøyaktig og detaljert, slik at det ikke blir forskerens oppgave å gjenfortelle hva som er blitt sagt. Jeg har derfor vært påpasselig med å transkribere så nøyaktig og riktig som mulig. Hvis jeg har vært i tvil om hva som har blitt sagt eller hvem som har snakket, har jeg skrevet det eksplisitt i transkripsjonen. Jeg har ikke gjettet eller skrevet det jeg har trodd. Gjennom å se på filmer, høre på lydopptak og transkribere, ble jeg godt kjent med datamaterialet. Underveis i transkripsjonsarbeidet noterte jeg ideer med tanke på forestående koding, og hendelser som virket spesielt interessante. Her var jeg først og fremst ute etter å notere hendelser og uttalelser som så ut til å ha sammenheng med matematisk resonnering.

I fase to og tre av tematisk analyse skal man generere koder og lete etter kategorier som kodene kan grupperes i. Jeg importerte transkripsjonene i dataprogrammet NVivo, og kodet datamaterialet ved hjelp av dette verktøyet. For å velge episoder som var interessante for å kunne svare på forskningsspørsmålet, lette jeg først etter episoder hvor jeg kunne se at det foregikk en form for matematisk resonnering. Jeg brukte definisjonen fra Jeanotte & Kieran (2017), som sier at MR er kommunikasjon med seg selv eller andre, som gjør det mulig å slutte matematiske ytringer fra andre matematiske ytringer. Episodene jeg fant merket jeg med koden *Matematisk resonnering.* Etter å ha gått gjennom alle transkripsjonene, satt jeg igjen med 40 episoder jeg ville analysere nærmere.

Et fellestrekk ved episodene var at de inneholdt samtaler om matematikkoppgaver hvor elevene i utgangspunktet ikke visste hvilken prosedyre de skulle anvende for å komme fram til en løsning. Det vil si at verken læreren eller oppgavene i seg selv beskrev hvilken løsningsmetode elevene skulle bruke. Samtalene var interessante fordi elevene så ut til å forme matematiske ytringer basert på noe de kunne fra før. Elevene undret seg og forsøkte å komme fram til løsninger som bygde på tidligere erfaringer. Utdraget under viser en av episodene jeg valgte å inkludere i den videre analysen. Episoden utspiller seg i en felles klassediskusjon om desimaltall, hvor læreren spør elevene hva plassen bak tusendelsplassen kalles.

1. Lærer: Ja. Bra. Da har vi delt opp tallet ganske mye, da er det tusen deler, imellom to tall [holder hendene opp foran seg, gestikulerer for å vise en avstand], når vi snakker om tusendeler. Det ligger litt i ordet. Er det noen som kan tenke seg hva den plassen som hadde vært bak her, hadde hett? [Peker på talleksempelet, bak tusendelsplassen] Hvis vi legger på enda et tall bak der. Vi kan si at det er 9. Hvis vi legger på en nier bak tusendelsplassen. Hva kalles den plassen da? Tror dere? Hva kalles den plassen bak tusendelsplassen? Hva tenker du, Nils?
2. Nils: Titusendelsplassen?
3. Lærer: Ok. Er det noen spesiell grunn til at du tenker at det blir titusendelsplassen?
4. Nils: E… Fordi at… det kommer etter tusen.
5. Lærer: Du tenker at det kommer etter tusen? [Elev: Jeg vet hvorfor.] Det er helt riktig det du sier da, Nils, at det der, den plassen som kommer der blir da e… titusendelsplassen. Nora?
6. Nora: Fordi, for eksempel på hundredelsplassen da, så tar det ti ganger før det kommer opp til tusen [Lærer: Ja], og da er det… det gir jo mening da at det kommer titusen.
7. Lærer: Ja, at det deles opp [Nora: Ja] i ti nye… [Elev: Ganger med 10] deler igjen. Ja. Even, hva skulle du si?
8. Even: Ganger det med 10.
9. Lærer: At du ganger det med 10 ja, for hver plass bortover. Ok, hvis tallet hadde vært 9 da, som hadde stått bak den tusendelsplassen, hva hadde vært verdien til det 9-tallet egentlig vært da? Linda?
10. Linda: 0,0009?
11. Lærer: Ja. 0,0009. Annen måte å si det på? Even?
12. Even: 9 titusenedeler.
13. Lærer: Ja, 9 titusenedelsdeler. (…)

Jeg mener denne episoden inneholder resonnering fordi elevene her slutter en ytring om hva plassen bak tusendelsplassen heter, basert på det de kan fra før om egenskaper hos desimaltall.

Jeg har valgt å unnlate episoder hvor samtalene tydelig dreide seg om prosedyrer for utregning, altså hvor elevene hadde gitte algoritmer som skulle følges. For å tydeliggjøre hva jeg mener vil jeg vise et eksempel på en episode som ikke ble kodet matematisk resonnering, og som dermed ikke ble analysert nærmere. Episoden utspilte seg i en felles klassediskusjon hvor læreren spør elevene hvordan de har kommet fram til svaret på en bestemt oppgave.

640. Lærer: Er det noen som har løst det på en annen måte? (…) [Ingrid rekker opp hånda]
641. Ingrid: Eh, jeg har brukt oppstilling.
642. Lærer: Du har brukt oppstilling. [Ingrid: ja] ja. Så du har skrevet 3,40 [skriver opp nytt regnestykke på tavla i oppstillingsform] pluss 5,65. Hvordan startet du da, Ingrid?

643. Ingrid: eh, bakerst.
644. Lærer: (…) Du starter bakerst, så 0 pluss 5. Og det blir?
645. Ingrid: 5.
646. Lærer: Det blir 5. [Skriver opp 5 på hundredelsplassen under svarstreken på oppstillingen] Og så da?
647. Ingrid: Og så blir det 6 pluss 4, og det blir 10, og da setter jeg bare null under der, også setter jeg liksom en ener oppå der.
648. Lærer: [Skriver som Ingrid sier, skriver 1 i mente over 3 i 3,40, og 0 på tiendelsplassen i svaret] Ja, du veksler inn alle tiendedelene, så får vi en ener i stedet. Og da har vi null.
649. Ingrid: Og så bare regnet jeg det siste, som er 9.
650. Lærer: Ja, så bare regnet du ut det siste [Skriver 9,05 under oppstilling] Bra. Igjen da, da får vi samme svar. (…)

Denne episoden valgte jeg å utelate fra nærmere analyse, fordi den tydelig handler om å utføre en prosedyre. Jeg mener derfor den ikke kan regnes som matematisk resonnering, og kan derfor ikke brukes til å gi svar på mitt forskningsspørsmål.

I episodene jeg valgte å inkludere i videre analyse, initieres samtalen av at enten lærer eller elev stiller et spørsmål, eventuelt at eleven kommer med et utsagn. Så følger det en replikkveksling mellom lærer og en eller flere elever. Episoden avsluttes enten ved at eleven kommer fram til en foreløpig løsning eller løsningsmetode, eller at samtalen avsluttes ved at læreren går videre til andre elever. Enheten for analyse er med andre ord kommunikasjon mellom lærer og elev, hvor samtalen har en tydelig innledning og avslutning.

I den videre analysen av episodene brukte jeg forhåndsdefinerte koder bestående av begrep fra rammeverkene til Ellis (2019) og Jeanotte & Kieran (2017). Denne tilnærmingen kalles teoretisk tematisk analyse (Braun & Clarke, 2006). Teoretisk tematisk analyse blir ofte brukt når man skal studere spesifikke deler av et datamateriale grundig, og når analysen skal gi svar på et spesifikt forskningsspørsmål som er bestemt forut for analysen. En ulempe med å bruke forhåndsdefinerte koder, er at det er en fare for å utelate viktige data som ikke passer inn i en kode (Cohen et al., 2018) Det er også problematisk med tanke på menneskers tilbøyelighet til å finne mønster når man leter etter det. Bruk av forhåndsdefinerte koder vil kunne øke faren for at det skal skje (St. Pierre & Jackson, 2014). Jeg valgte likevel å bruke forhåndsdefinerte koder, fordi jeg på dette tidspunktet hadde formulert et forskningsspørsmål jeg ønsket å finne svar på. I tillegg hadde jeg allerede lest en del teori om matematisk resonnering og kommunikasjon som ville påvirke min tolkning av datamaterialet. I stedet for å gå induktivt inn i analysen, valgte jeg derfor å bruke forhåndsdefinerte koder som tydeliggjør hvilke teorier jeg legger til grunn for analysen. Denne åpenheten mener jeg bidrar til å sikre studiens troverdighet.

For å kunne undersøke hvordan kommunikasjonsmønstre i samtalen mellom lærer og elev påvirker elevens resonnering, trengte jeg koder for å analysere elevenes matematiske resonnering, samt koder for å analysere lærernes grep i kommunikasjonen.

Jeg brukte koder basert på rammeverket til Jeannotte & Kieran (2017) for å identifisere hvilke prosesser innen MR elevene benyttet når de arbeidet med matematikkopppgaver. Kodehierarkiet med begrep fra Jeannotte & Kieran (2017) er vist i tabell 3.1 nedenfor.

Kategori	Prosesser som innebærer leting etter likheter og forskjeller	Prosesser relatert til Validering	Eksemplifisering
Koder	Generalisere	Begrunne	Eksempler som støtter prosesser for leting etter likheter og forskjeller.
	Forme en antagelse (eng. conjecture)	Formulere bevis	
	Identifisere et mønster	Formulere formelt bevis	Eksempler som støtter prosesser for validering.
	Sammenligne		
	Klassifisere		

Tabell 3.2: Kodehierarki med koder fra Jeannotte & Kieran (2017).

Tabell 3.2 viser kodene jeg lagde med utgangspunkt i begrep fra Jeannotte & Kieran (2017). Disse kodene brukte jeg da jeg analyserte elevenes utsagn i samtalene mellom lærer og elev.

For å analysere lærerens grep i kommunikasjon med elevene brukte jeg koder basert på begrep i rammeverket til Ellis et al. (2019). Disse kodene gjorde det mulig å undersøke lærerens grep i samtalene mellom lærer og elev, og ble altså brukt for å analysere læreres utsagn. Kodehierarkiet med begrep fra Ellis et al. (2019) er vist i tabell 3.3 nedenfor.

Kategori	Læreren lokker fram elevens resonnering	Læreren responderer på elevens resonnering	Læreren fremmer elevens resonnering	Læreren utvider elevens resonnering
Koder	Lokke fram svar	Rette elevens feil	Sørge for fokus på et aspekt	Oppmuntre til evaluering
	Lokke fram fakta eller prosedyrer	Repetere elevens utsagn	Stille ledende spørsmål	Etterspørre nøyaktighet
	Etterspørre avklaring	Oppmuntre til at elever repetereer hverandres utsagn	Bryte ned oppgaven	Bryte ned begrunnelser
	Sette seg inn i elevens resonnement	Validere et korrekt svar	Gi generell informasjon	Oppmuntre til refleksjon
	Undersøke elevens forståelse	Oppmuntre til å rette opp feil	Gi forklaring av en prosedyre	Oppmuntre til resonnering
	Lokke fram ideer	Representere om igjen	Tilby veiledning	Etterspørre begrunnelser

	Lokke fram forståelse		Oppmuntre til multiple løsningsstrategier	Etterspørre generalisering
	Etterspørre avklaring		Bygge videre på elevers bidrag	
			Gi alternative løsningsstrategier	
			Gi konseptuell forklaring	

Tabell 3.3:Kodehierarki med koder fra Ellis et al. (2019)

Ved å kombinere koder som stammer fra begrep i disse to rammeverkene, fikk jeg mulighet til å studere hvilke prosesser innen MR elevene benyttet, og hvordan lærerens grep påvirket disse prosessene.

Selv om jeg foretok en deduktiv analyse, ønsket jeg å unngå og utelate viktige hendelser som ikke passet i noen av kodene fra rammeverkene. Derfor valgte jeg å merke noen hendelser med en egen kode, som jeg genererte underveis. Disse hendelsene anså jeg som interessante fordi de gjentok seg flere ganger i forbindelse med at elever resonnerte. Det jeg la merke til var at lærerens grep i enkelte tilfeller så ut til å stoppe elevenes resonnering. Disse utsagnene fra læreren valgte jeg å gi en egendefinert kode, fordi ingen av de forhåndsdefinerte kodene passet. Den egendefinerte koden fikk benevnelsen *Læreren stopper elevens resonnering.*

Fase 4 i tematisk analyse sier at jeg skal revurdere kategoriene. Etter å ha kodet de 40 episodene med koder som jeg har vist i tabell 3.2 og 3.3, startet jeg prosessen forfra og leste gjennom transkripsjonene på nytt. Jeg ble usikker på om enkelte av de 40 episodene jeg hadde plukket ut faktisk inneholdt prosesser knyttet til MR, fordi det var vanskelig å tyde hvorvidt elevene resonnerte eller om de i større grad benyttet seg av tidligere lærte prosedyrer. For å avgjøre dette brukte jeg teori om kommognisjon fra Sfard (2008), for å se hva som skiller utforskende rutiner fra gjerninger og ritualer. Teori om rutiner fra Sfard (2008) tydeliggjorde at noen av de episodene jeg først knyttet til MR hovedsakelig var preget av gjerninger eller ritualer, og kunne dermed ikke inkluderes i denne studien. Etter flere gjennomlesinger endte jeg opp med 38 episoder hvor jeg var sikker på at det fantes prosesser som kunne knyttes til MR og utforskende rutiner.

Jeg revurderte også kodinga innad i hver episode, og i noen tilfeller endret jeg kodene som var satt på lærerens grep i samtalene. Jeg opplevde kodingsprosessen som relativt ukomplisert når det gjaldt å plassere lærerens grep innenfor riktig kategori, altså om en uttalelse dreide seg om å *lokke fram*, *respondere*, *fremme* eller *utvide elevens resonnering.* Det var imidlertid mer utfordrende å skille enkelte av kodene fra hverandre. Det gjaldt for eksempel de to grepene *Sette seg inn i elevens resonnering* og *Undersøke elevens forståelse.* For å være sikker på at jeg hadde kodet riktig i alle tilfellene, ville jeg vært nødt til å vite intensjonen bak lærerens spørsmål, og det hadde jeg ikke forutsetninger for å uttale meg sikkert om. Min koding kan derfor være påvirket av hvordan jeg tolket situasjonene og hva jeg har trodd læreren ønsket å oppnå med å bruke ulike grep. Jeg mener likevel at utfordringer i kodingsprosessen ikke ødelegger studiens troverdighet, fordi grepene jeg opplevde som vanskelige å skille tilhørte samme kategori og hadde samme potensiale for å støtte elevers resonnering. For eksempel tilhører både *Sette seg inn i elevens resonnering* og *Undersøke elevens forståelse* kategorien *lokke fram elevens resonnering,* og begge defineres av Ellis et al. (2019) som grep med lavt potensiale. Dersom jeg har plassert disse grepene feil i enkelttilfeller vil det med andre ord ikke ha stor betydning for resultatet av analysen. Det faktum at jeg kodet noe annerledes i denne fasen, ser jeg som et resultat av en dypere forståelse av datamaterialet og teorien i rammeverkene etter å ha jobbet med det over lengre tid.

I fase 5 av tematisk analyse skal man definere og navngi kategoriene. Siden modellene fra Ellis et al. (2019) og Jeanotte & Kieran (2017) har så tydelig definerte kategorier, fant jeg det ikke nødvendig å endre navn og definisjoner i forbindelse med min analyse. I denne fasen lette jeg i stedet etter kommunikasjonsmønster som kunne gi svar på forskningsspørsmålet. Det gjorde jeg ved å se på resultatet av analysen jeg hadde gjort så langt. Jeg så på hvilke prosesser innen MR jeg hadde identifisert og lagde tabeller for å synliggjøre hyppigheten av de ulike prosessene. På samme måte satte jeg også opp tabeller for å se på hyppigheten av ulike lærergrep. Tabellene tydeliggjorde at det var noen prosesser og lærergrep som forekom hyppigere enn andre. Deretter gikk jeg tilbake til datamaterialet for å se hvilke situasjoner prosessene oppstod i og hvilke lærergrep som ble benyttet i hvert tilfelle. Jeg undersøkte med andre ord om det var noen mønster i kommunikasjonen som viste en sammenheng mellom hvilke prosesser som oppstod og hvilke grep som ble benyttet.

I kapittel 4 vil jeg først vise hvilke prosesser innen MR jeg identifiserte og hvilke grep lærerne benyttet i samtale med elevene. Deretter skal jeg presentere kommunikasjonsmønstrene jeg fant i fase fem av den tematiske analysen.

3.5 Troverdighet

I dette kapittelet vil jeg først gjøre rede for teori knyttet til troverdighet i kvalitativ forskning. Deretter vil jeg beskrive hvordan jeg har gjennomført teoretisk tematisk analyse for å sikre studiens troverdighet.

3.5.1 Troverdighet i naturalistiske studier

Når det gjelder rammeverk for å studere troverdighet i naturalistisk forskning, har jeg valgt Guba (1981). Gubas rammeverk er anerkjent, og har blitt brukt i forskning som er publisert i fagfellevurderte tidsskrifter. Rammeverket gir en strukturert oversikt over ulike kriterier som må oppfylles for at forskning skal være troverdig, og beskriver utfordringer ved naturalistisk forskning som må adresseres. Det mener jeg er verdifullt når man står i startgropa av et masterprosjekt og skal ta viktige avgjørelser som vil påvirke studiens troverdighet. Guba (1981) bruker begrepene kredibilitet, overførbarhet, avhengighet og bekreftbarhet for å belyse ulike aspekt ved forskningens troverdighet. Jeg vil gjøre rede for hva disse begrepene betyr, og hvilke grep som kan bidra til å styrke disse formene for troverdighet.

Kredibilitet handler om i hvilken grad forskningsresultat fremstår som pålitelige og overbevisende. Det er forskerens oppgave å etablere tillit til at funnene i en bestemt undersøkelse av respondenter i en spesifikk kontekst er sanne (Guba, 1981). For å sikre kredibilitet kan forskere gjennomføre observasjon over tid, slik at respondentene blir vant til å observeres og dermed vise sin naturlige adferd. En annen teknikk kan være å diskutere gjennomføring av studien og funn med andre, eventuelt la noen av respondentene være med å vurdere om datamaterialet og tolkninger er plausible (Lincoln, 1985)

I kvalitativ forskning studerer man ofte et mindre antall respondenter i en spesifikk kontekst. Ved å studere enkelthendelser forsøker forskerne å lete etter mønster i datamaterialet og ulikheter mellom respondentene (Guba, 1981). Dette reiser spørsmål om hvordan resultatet i en kvalitativ undersøkelse har noen interesse og betydning i andre sammenhenger (Guba, 1981). Overførbarhet henger altså sammen med muligheten for å generalisere (Nowell et al., 2017). For å sikre overførbarhet må forskere sørge for detaljerte beskrivelser av kontekst og prosesser for datainnsamling og analyse (Lincoln, 1985).

Guba (1981) sier at avhengighet handler om hvordan man kan avgjøre om funnene i en undersøkelse er stabile og uforanderlige, altså om funnene blir de samme dersom undersøkelsen repeteres, med lignende respondenter i samme eller lignende kontekst (Guba, 1981). En teknikk for å oppfylle kravet om avhengighet, er å skrive loggbok. I loggboka dokumenterer forskeren forskningsprosessen og noterer refleksive tanker og avgjørelser som blir tatt underveis (Lincoln, 1985). Loggboka bidrar til åpenhet ved at leseren kan få innsyn i hele forskningsprosessen, og ikke bare den ferdige forskingsrapporten.

Det fjerde aspektet ved troverdighet er bekreftbarhet. I naturalistisk forsking vil forskeren bruke seg selv som instrument for datainnsamling og analyse. Det vekker ifølge Guba (1981) spørsmål om forskeres nøytralitet. Det er nødvendig å avklare hvorvidt funnene faktisk er avhengige av respondentene, og ikke forskerens forutantagelser, motiv, interesser og perspektiv (Guba, 1981). I følge (Guba, 1989), vil bekreftbarhet nås når de andre aspektene ved troverdighet er oppfylt.

Jeg vil i neste kapittel gjøre rede for hvilke grep jeg har gjort for å sikre studiens troverdighet.

3.5.2 Troverdighet i min studie

Nowell et al., (2017) beskriver grep som kan gjøres for å sikre troverdighet i hver fase av tematisk analyse. Jeg har brukt flere av disse teknikkene, men det har ikke vært mulig å gjennomføre alle. Det har for eksempel ikke vært mulig for meg å be andre forskere analysere datamaterialet for å kunne sammenligne resultatet av kodingsprosessen. I tabell 3.4 har jeg listet opp grep for å sikre troverdighet slik det er beskrevet i Nowell et al. (2017). Jeg har utelatt grep som jeg ikke har brukt, og kun inkludert det jeg har gjennomført.

Faser i tematisk analyse	
Fase	**Grep for å sikre troverdighet**
1. Bli kjent med datamaterialet.	Forlenge arbeidet med data.
	Dokumentere teoretiske og refleksive tanker i loggbok.
	Dokumentere tanker om mulige koder og tema i loggbok.
	Lagre råmateriale i systematiske arkiv.
	Lagre feltnotater, transkripsjoner og refleksive notater.
2. Generere koder.	Diskutere koding med en annen student.
	Dokumentere at diskusjonene har funnet sted.
	Dokumentere refleksive tanker i loggbok.
	Bruke eksisterende rammeverk.

	Lage revisjonsspor for koding.
3. Lete etter kategorier (eng. themes).	Lage tabeller eller diagram som synliggjør sammenhenger mellom kategorier.
	Ta detaljerte notater fra arbeidet med å utvikle kategorier, og utvikling av hierarki med kategorier og konsept.
4. Revurdere kategoriene.	La medstudent undersøke kategorier.
	Teste kategoriene opp mot råmateriale.
5. Definere og navngi kategoriene.	Diskutere kategoriene med en annen student.
	Dokumentere at diskusjonen har funnet sted.
6. Skrive rapport.	Diskusjoner med en annen student og veileder.
	Lage detaljert beskrivelse av kode- og analyseprosessen.
	Detaljert beskrivelse av konteksten ved observasjonen.
	Rapporten skal inneholde begrunnelser for teoretiske, metodiske og analytiske valg som har blitt gjort gjennom hele studien.
	La respondentene lese rapporten.

Tabell 3.4: Grep jeg har gjort for å sikre troverdighet i min studie.

Grepene som er listet opp i tabell 3.4 vil kunne ha innvirkning på mer enn ett aspekt ved troverdighet som beskrevet av Guba (1981). For eksempel vil det å skrive loggbok både bidra til å sikre overførbarhet og avhengighet.

Lærerne som ble observert fikk lese gjennom den ferdige masteroppgaven før innlevering. De fikk dermed mulighet til å varsle dersom det var formuleringer og tolkninger som de ikke kjente seg igjen i. Begge lærerne godkjente det som står skrevet, noe jeg mener bidrar til å styrke studiens kredibilitet. I tillegg mener jeg at jeg har sikret troverdighet i min studie gjennom å være åpen om hvordan datamaterialet har blitt samlet inn og analysert.

3.6 Litteratursøk

Jeg har basert litteratursøkingen både på systematisk metode og kjedesøking (Rienecker & Stray Jørgensen, 2013).

Jeg begynte å lese litteratur til dette masterarbeidet i juni 2020. I et møte med veileder fikk jeg til tips om litteratur om resonnering og bevis i matematikk med ulike forskningsperspektiv. Ved å lese ulike forskningsartikler på feltet fikk jeg inspirasjon angående ulike innfallsvinkler og mulige problemstillinger i masteroppgaven.

I august 2020 begynte jeg systematisk søking i artikkelbasen til NTNU Universitetsbiblioteket. Søkingen fortsatte fram til jul samme år, og søkeordene endret seg i takt med at jeg kom fram til et tydeligere formål og forskningsspørsmål for studien. Jeg har brukt søkeordene: reasoning, proof, mathematics, commognition, discourse, routines, teacher moves, teacher actions, supporting, communication. Ved å sette sammen forskjellige kombinasjoner av ordene, fant jeg fram til mange ulike artikler som var relevante for min masterstudie. For å gjøre et grundig litteratursøk brukte jeg også norske oversettelser av de engelske søkeordene. Det resulterte i at jeg fant tidligere masteroppgaver, men ikke relevant forskningslitteratur som jeg kunne bruke videre. Litteraturen jeg har valgt å bruke i studien er hentet fra NTNU Universitetsbiblioteket, og er i stor grad fagfellevurdert. Dette kriteriet har vært viktig for å sikre at litteraturen er fra seriøse og pålitelige kilder. Noe av litteraturen jeg fant, valgte jeg som sentrale artikler i min masterstudie. Jeg har også benyttet kjedesøking med utgangspunkt i disse sentrale artiklene.

3.7 Forskningsetikk og behandling av personopplysninger

Jeg har forholdt meg til forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi, gitt av Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH). Disse retningslinjene har hjulpet meg med å følge forskningsetiske normer, både i planleggingen av forskningsprosjektet og ved rapportering av resultater (NESH, u.å.)

Jeg har i denne studien benyttet datamateriale som jeg ikke har samlet inn selv. Datamaterialet ble samlet av forskere ved NTNU, i forbindelse med forskningsprosjektet ProPrimEd. De ansvarlige for ProPrimEd har søkt NSD- Norsk senter for forskningsdata, noe som er nødvendig når et prosjekt skal behandle personopplysninger. NSDs vurdering var at behandlingen av personopplysninger i prosjektet var i samsvar med personvernlovgivningen.

Forskningsprosjektet ProPrimEd har utarbeidet en datahåndteringsplan gjennom NSD. Denne planen har jeg forholdt meg til i min studie. Det innebar at jeg ikke brukte egen PC for å lagre datamateriale under arbeid med transkribering. Jeg leide PC og ekstern harddisk fra NTNU, hvor datamaterialet ble kryptert. Den eksterne harddisken var innelåst når den ikke var i bruk. Transkripsjonene ble ikke lastet opp i NVivo eller privat PC før materialet var anonymisert. Bilder fra klasserommene ble beskjært slik at ingen personer kan identifiseres.

Jeg mottok ingen informasjon om personene som inngikk i studien, annet enn fornavn, navn på skole og klassetrinn. Av hensyn til personene, er private samtaler om sykdom, vikarbehov og lignende utelatt fra transkripsjonen.

4 Analyse

I dette kapittelet skal jeg gjøre rede for funn i min analyse. I analyseprosessen undersøkte jeg hvilke prosesser innen MR elevene ga uttrykk for i samtale med læreren og hvilke lærergrep lærerne benyttet. Dette har gitt meg mulighet til å studere hvordan læreren kan påvirke elevers resonnering gjennom samtale, både i felles klassesamtaler og når elevene jobber med oppgaver. Jeg har funnet fire kommunikasjonsmønster i samtalene mellom lærer og elev, og disse mønstrene vil jeg presentere senere i teksten.

Datamaterialet kommer fra to ulike klasserom som undervises av hver sin lærer. Det har ikke vært min intensjon å sammenligne de to lærerne, derfor vil jeg ikke gå nærmere inn på forskjeller i bruk av ulike grep.

Fra hver av de to læreren ble all matematikkundervisninga i to uker filmet. Den ene læreren hadde all matematikkundervisning i løpet av ei uke samlet på en hel dag. Datamaterialet fra denne læreren bestod dermed av to store filer, en fil per uke. Den andre læreren hadde matematikkundervisninga delt opp på to dager per uke. Datamaterialet fra denne læreren bestod altså av fire mindre filer. Tabellen 4.1. under viser antall episoder med MR i hver fil.

Fil i datamaterialet	**Episoder med MR**
Lærer 1, dag 1	8
Lærer 1, dag 2	20
Lærer 2, dag 1	0
Lærer 2, dag 2	1
Lærer 2, dag 3	0
Lærer 2, dag 4	9

Tabell 4.1: Antall episoder med MR i datamaterialet

I kapittel 3 forklarte jeg hvordan jeg valgte episoder for nærmere analyse. Som tidligere nevnt, har jeg analysert 38 episoder, hvorav 28 episoder er fra undervisning hos lærer 1, mens 10 er fra lærer 2. Det kan være flere grunner til at antallet er ulikt hos de to lærerne, og at antall episoder varierer når man sammenligner de forskjellige dagene. En årsak kan være at oppgavene som elevene jobbet med legger til rette for MR i ulik grad. Å studere matematikkoppgavenes betydning for å aktivisere MR ligger imidlertid utenfor rammene for denne studien, så det vil jeg ikke komme nærmere inn på her.

Da jeg analyserte datamaterialet skilte jeg ikke mellom felles klassesamtaler og samtaler som oppstod mens læreren gikk rundt i klasserommet og elevene jobbet med oppgaver. Likevel var det slik at majoriteten av episodene jeg analyserte oppstod mellom lærer og elev mens elevene jobbet med matteoppgaver enten individuelt eller i par.

I neste delkapittel vil jeg vise hvilke prosesser innen MR jeg identifiserte i disse episodene.

4.1 Prosesser innen matematisk resonnering

I dette delkapittelet vil jeg vise hvilke prosesser innen MR jeg identifiserte gjennom å bruke koder basert på begrep fra Jeannotte & Kieran (2017).

Tabell 4.2 viser hvor mange ganger jeg identifiserte de ulike prosessene til sammen i de 38 episodene.

Prosess innen MR	**Underkategori**	**Antall ganger koden ble benyttet i datamaterialet.**
Prosesser for å lete etter likheter og forskjeller	Prosess for å identifisere mønster	5
	Prosess for å sammenligne	2
	Prosess for å klassifisere	0
	Prosess for å generalisere	0
	Prosess for å forme en antagelse	42
Prosesser relatert til validering	Prosess for å begrunne	34
	Prosess for å formulere bevis	0
	Prosess for å formulere formelt bevis.	0
Prosess relatert til eksemplifisering	Prosess som støtter validering eller leting etter likheter/ forskjeller	0

Tabell 4.2: Antall ganger de ulike prosessene ble identifisert i analysen.

To prosesser ble identifisert langt hyppigere enn de andre, nemlig prosesser for å forme en antagelse, og prosesser for å begrunne. Det var ofte slik at jeg kunne identifisere begge disse prosessene i en og samme episode. Utdraget under viser et eksempel på dette:

14. Lærer: (…) Nå har vi gått igjennom hva omkrets er med et par eksempler. Og det er greit å være usikker, men prøv allikevel. Hva er omkretsen av den her? Den er 11 der, og 11 der, og 7 der og 7 der. [Peker på grunnflata.]
15. Ola: Det er 36.
16. Lærer: Isak, hva sier du?
17. Isak: 36.
18. Lærer: Hvordan fant du ut det?
19. Isak: Jeg tok bare 11+7 to ganger, 18, og 18+18.
20. Lærer: 11+7, altså den korte pluss den lange sida. Og så 18+18 for å få hele.
21. Isak: Mm.
22. Lærer: Så omkretsen er 36. Så det betyr at bygningen din, Ola, den er godkjent den.

I linje 218 og 220 ser vi at de to elevene Ola og Isak har *formet en antagelse* som svar på lærerens spørsmål om omkretsen av et rektangel.

I linje 222 ser vi at Isak *begrunner* sin antagelse, gjennom å forklare hvordan han har kommet fram til svaret. Dette er en form for validering, uten at antagelsen blir forsøkt bevist videre.

I oppstarten av timen repeterer læreren at omkrets handler om hvor langt det er rundt en figur, men presenterer ikke en fast prosedyre for utregning av omkrets. Derfor antar jeg at Ola og Isak her har resonnert seg fram til et svar ved å bruke noe de kan fra før. Samtidig begrunner Isak sin antagelse med å forklare at han *tok* noen tall og adderte disse for å komme fram til svaret. Denne ordbruken tyder på at Isak begrunner sin antagelse gjennom å basere seg på hva han har *gjort*, noe som er typisk for gjerninger og ikke utforskende rutiner.

En grundigere analyse av lærerens utsagn i samtalene kommer i neste delkapittel. Det denne episoden imidlertid viser, er hvordan prosessene for å *forme en antagelse* og *begrunne* ofte opptrer sammen i mange av episodene med MR.

Figur 4.1 over viser at jeg fant prosessen *å identifisere mønster* 5 ganger, mens prosessen *sammenligne* bare ble identifisert 2 ganger totalt i de 38 episodene. Prosessene *klassifisere*, og *generalisere* har jeg ikke funnet i det hele tatt. En mulig forklaring kan være at oppgavene elevene jobbet med ikke krevde at disse prosessene ble satt ord på slik at de kunne identifiseres i samtalen mellom lærer og elev. En annen forklaring er at disse prosessene i større grad foregår i elevens indre, eventuelt i samtale med andre elever underveis i arbeidet. Antagelsene som kommer fram i samtalen mellom lærer og elev, er derfor resultatet av de andre prosessene for å lete etter likheter og forskjeller. Dette stemmer overens med Jeannotte & Kieran (2017), som sier at *å identifisere et mønster* kan lede til *en antagelse.* Jeannotte & Kieran (2017) sier videre at *klassifisering* kan assosieres med *sammenligning*, *generalisering* og *antagelser*. Jeg mener dette viser at flere av prosessene relatert til å lete etter likheter og forskjeller ikke nødvendigvis kan anses som isolerte prosesser, men at flere prosesser kan henge sammen. Selv om *å forme en antagelse* dominerte i hyppighet, er det ikke nødvendigvis slik at de andre prosessene for å lete etter likheter og forskjeller var fraværende, de kom bare sjeldnere til uttrykk i samtalen mellom lærer og elev. Dersom jeg hadde valgt å observere elevgrupper i stedet for læreren, ville det kanskje vært enklere å identifisere prosessene som ledet fram til antagelsene.

Samtidig var det noen episoder hvor jeg var usikker på hvilken prosess et utsagn var uttrykk for. Episoden under er et eksempel hvor jeg var i tvil. Elevene holder på å bygge tredimensjonale papirmodeller av bygninger som skal ha bestemte mål. Grunnflata i bygningen skal ha en omkrets på 36 cm og høyden skal være 24 cm. Elevene har fått i oppgave å bygge flere forskjellige bygninger som tilfredsstiller disse kravene. Etter å ha bygd ulike modeller skal elevene regne ut areal av taket, areal av veggene og volum av bygningen. Oline er ferdig med å lage flere modeller og rekker opp hånda for å få snakke med læreren om noe hun har oppdaget. I utdraget under har jeg notert kodene jeg valgte i parenteser. Etterpå skal jeg forklare hva som gjorde meg usikker og argumentere for beslutningen jeg har tatt.

1142. Lærer: Ja?
1143. Oline: Når det er det her… Når jeg skal ta den her bygningen.
1144. Lærer: Ja.
  1. Oline: Er ikke det egentlig like mye som den her? Som jeg har funnet ut der? *(forme en antagelse)*
1145. Lærer: Fordi?
1146. Oline: Det er jo det samme som omkretsen. *(begrunne)*
1147. Lærer: Omkretsen er den samme ja.
1148. Oline: Og høyden. *(begrunne)*
  1. Lærer: Men er arealet det samme? Omkretsen og høyden er samme, det er riktig. Men er arealet og volumet det samme?
1149. Oline: Jeg vet ikke. Liksom, de veggene av glass…
1150. Lærer: Ja?

1151. Oline: Er ikke det det samme liksom, til sammen? *(forme en antagelse)*
1152. Lærer: Vet ikke? Er det det?
1153. Oline: Det vet jo ikke jeg?
1154. Lærer: Nei.
1155. Oline: Men jeg lurer på …
1156. Lærer: Finn det ut.
1157. Oline: Men hvordan skal jeg finne ut det?
1158. Lærer: Regn det ut.
    1. Oline: Hvordan skal jeg regne det ut? For før telte jeg en hel side og så en hel side og så bare …
1159. Lærer: Hvis du har lyst til å telle en hel side, så teller du en hel side.
1160. Oline: Ja, men det er jo to forskjellige …
1161. Lærer: Da må du telle to sider da.
    1. Oline: Ja, da gjør jeg det. Da teller jeg sånn her. [Lærer går videre til Agate og Anne]

Jeg konkluderte med at Oline *former en antagelse* i linje 1143 og 1145, og at hun *begrunner* denne i linje 1147 og 1149. Etter et spørsmål fra læreren omformulerer hun seg og uttrykker antagelsen igjen i linjene 1151 og 1153.

Underveis i kodingsprosessen var jeg imidlertid usikker på hvordan jeg skulle tolke denne episoden. En alternativ koding kunne vært at Oline ikke har formet en antagelse, men at vi her ser et eksempel på at Oline har *identifisert et mønster* som hun forteller læreren om.

Når jeg til slutt valgte å bruke koden *forme en antagelse* og ikke *identifisere et mønster*, er det fordi jeg mener at det er en antagelse Oline har satt ord på her. Det kan hende at Oline har *identifisert et mønster* når hun har bygd ulike papirmodeller, og at prosessen har ledet til antagelsen som hun forteller til læreren. Denne tolkningen kan bidra til å forklare hvorfor enkelte prosesser for å lete etter likheter og forskjeller i liten grad er representert i mitt datamateriale. Jeg mener altså at enkelte prosesser i større grad forekommer i elevens kommunikasjon med seg selv eller medelever, og at konklusjonene av disse prosessene, altså antagelsene og begrunnelsene, oftere blir satt ord på i kommunikasjon med læreren.

Episodene jeg har presentert over, viser de prosessene jeg har identifisert flest ganger ved å bruke koder basert på rammeverket til Jeannotte & Kieran (2017). I utdragene fra transkripsjonen har jeg bevisst utelatt koder knyttet til læreren, men konsentrert meg om å vise de ulike prosessene i MR. I neste kapittel vil jeg derimot vise funn fra min analyse knyttet til de grepene som læreren bruker i samtale med elevene.

4.2 Lærergrep som kan påvirke elevens resonnering.

I dette delkapittelet vil jeg vise funn fra analysen som viser hvilke grep læreren benyttet i samtale med elevene. Denne analysen er gjort gjennom å bruke begrep fra Ellis et al. (2019).

Ellis et al. (2019) beskriver 4 kategorier, som hver inneholder grep med høyt eller lavt potensiale for å støtte elevers resonnering i matematikk. Tabell 4.3 viser hvor mange ganger jeg har identifisert grep innenfor disse kategoriene i de 38 episodene som jeg har analysert. Tabellen viser også fordelinga mellom grep med høyt og lavt potensiale.

Kategori	**Lavt potensiale**	**Høyt potensiale**	**Totalt**
Læreren lokker fram elevens resonnering	70	10	80
Læreren responderer på elevens resonnering	55	13	68
Læreren fremmer elevens resonnering	57	7	64
Læreren utvider elevens resonnering	8	12	20
Totalt	190	42	

Tabell 4.3: Antall ganger kategoriene fra Ellis et al. (2019) ble identifisert i analysen.

Jeg skal videre komme nærmere inn på hver av de fire kategoriene, og gi eksempler fra datamaterialet som viser hvilke grep lærerne benyttet. For å gjøre det mest mulig oversiktlig, har jeg valgt å skrive et underkapittel om hver av disse kategoriene. I eksemplene fra datamaterialet har jeg inkludert koder som tilhører den kategorien som blir beskrevet. Jeg har altså utelatt koder som tilhører andre kategorier inntil de blir nærmere forklart for å unngå forvirring. I eksemplene har jeg likevel valgt å inkludere koder knyttet til prosessene innen MR, fordi disse ble forklart i forrige delkapittel. Ved å inkludere disse kodene får man inntrykk av hvilke grep og prosesser som ser ut til å opptre sammen.

4.2.1 Læreren lokker fram elevens resonnering

Som tabell 4.3 viser var det denne kategorien som forekom flest ganger i datamaterialet, i alt 80 ganger. Tabell 4.4 viser fordelinga mellom de ulike grepene i denne kategorien.

	Grep	Eksempel	Antall ganger grepet forekommer
Lavt potensiale	Lokke fram svar	Lærer: 19,19 minus 0,11. Hva blir det?	27
	Lokke fram fakta eller prosedyrer	Lærer: Husker du hva addere betyr?	6
	Etterspørre avklaring	Lærer: 9+9+9+9. Og da får du? Liam: 36. Lærer: Du mener den her er innenfor?	3
	Sette seg inn i elevens resonnement	Lærer: Hva var det du brukte for å finne ut det der da?	26
	Undersøke elevens forståelse	Lærer: Men når vi ganger da, hva gjør vi da, egentlig?	8
Høyt potensiale	Lokke fram ideer	Lærer: Ja. Gjorde alle det på samme måte? Ola: Nei. Lærer: Ola? Hva gjorde du?	2
	Lokke fram forståelse	Hvis vi legger på en nier bak tusendelsplassen. Hva kalles den plassen da? Tror dere? Hva kalles den plassen bak tusendelsplassen?	1
	Etterspørre forklaring	Lærer: Hvordan fant dere ut at det var 32 da?	7

Tabell 4.4: Resultat fra analysen i kategorien *Læreren lokker fram elevens resonnering*

Som tabell 4.4 viser, er det to grep som forekommer langt hyppigere enn de andre. Det er grepene *Lokke fram svar* og *Sette seg inn i elevens resonnement.* Å *lokke fram svar* vil si at læreren stiller et spørsmål for å få svar på en gitt oppgave. Å *sette seg inn i elevens resonnement* innebærer at læreren stiller spørsmål for å forstå elevens resonnement, løsning eller forklaring. Eksempelet under viser en episode hvor jeg har identifisert begge disse grepene. Episoden har jeg tidligere brukt for å vise et eksempel på prosesser innen MR, men nå har jeg også inkludert koder knyttet til lærerens rolle i samtalen. Kodene jeg har brukt står i parentes og kursiv.

Episoden er hentet fra en samtale hvor læreren har samlet hele klassen i oppstarten av timen. Elevene har jobbet med å lage ulike papirmodeller og noen av elevene har allerede lagd ferdig en modell.

217. Lærer: […] Nå har vi gått igjennom hva omkrets er med et par eksempler. Og det er greit å være usikker, men prøv allikevel. Hva er omkretsen av den her? Den er 11 der, og 11 der, og 7 der og 7 der. (Lærer peker på grunnflata.) *(Lokker fram svar)*
218. Ola: Det er 36. *(Antagelse)*
219. Lærer: Isak, hva sier du?
220. Isak: 36. *(Antagelse)*
221. Lærer: Hvordan fant du ut det? *(Setter seg inn i elevens resonnement)*
222. Isak: Jeg tok bare 11+7 to ganger, 18, og 18+18. *(Begrunner)*
223. Lærer: 11+7, altså den korte pluss den lange sida. Og så 18+18 for å få hele.
224. Isak: Mm.
225. Lærer: Så omkretsen er 36. Så det betyr at bygningen din, Ola, den er godkjent den.

Episoden viser at læreren innledningsvis stiller et spørsmål for å lokke fram svar fra elevene i linje 217. Oppgaven er å finne omkretsen når sidene i grunnflata er 11cm og 7cm. De to elevene, Ola og Isak, viser at de har formet en antagelse når de svarer på lærerens spørsmål i linje 218 og 220. Etter at elevene har fortalt hva deres antagelse er, stiller læreren et nytt spørsmål for å lokke fram elevens resonnement i linje 221. Det utløser et nytt svar fra Isak, som forklarer hvordan han kom til svaret i linje 222. Denne forklaringen er en begrunnelse for elevens antagelse om at riktig løsning er 36 cm.

Min analyse viser at læreren innledningsvis bruker grep som lokker fram elevens resonnering i de ulike episodene. Grepene resulterer i at læreren får informasjon om hva elevene vet og forstår, og avgjør hvilke grep læreren velger videre. Hvordan læreren velger å reagere videre, kommer derfor an på hvilken informasjon læreren får gjennom disse innledende grepene.

4.2.2 Læreren responderer på elevens resonnering.

Etter at læreren har fått informasjon om hva elevene forstår gjennom å bruke grep som lokker fram resonnering, må læreren avgjøre hvordan hen skal reagere på denne informasjonen. En del av disse reaksjonene er samlet i kategorien *Læreren responderer på elevens resonnering.* I mitt datamateriale identifiserte jeg grep i denne kategorien totalt 68 ganger i episodene jeg har analysert. I tabell 4.5 viser jeg fordelinga mellom de forskjellige grepene i kategorien, og eksempler på de grepene jeg fant.

	Grep	Eksempel	Antall ganger grepet forekommer
Lavt potensiale	Rette elevens feil	Nora: Vi fant jo svaret vårt. Lærer: Men det er jo ikke gyldig. Nora: Det er jo det. Lærer: Halvparten av 15,5 er jo ikke, det er jo ikke 7. Og det er ikke 22,5 heller.	6
	Repetere elevens utsagn	Lærer: Ja. Even, hva skulle du si? Even: Ganger det med 10. Lærer: At du ganger det med 10 ja, for hver plass bortover.	16
	Oppmuntre til at elever repeterer hverandres utsagn		0
	Validerer et korrekt svar	Isak: Ja, men en ting. [Lærer: Ja?] Det går an å bare ta 9 ganger 10, for det vet vi jo er 90 da. Og så tar man bare minus 10. Nei, minus 9. Lærer: Minus 9 ja. Skjønte dere det? Isak og mange andre, hvert fall Rita og Tora, synes det er enklere å regne med 10 enn med 9. Så i stedet for å ta 9 ganger 9, så kan man ta 9 ganger 10. Da later man som at det er en ekstra rad med klosser her ute, så tar man de vekk etterpå.	33
Høyt potensiale	Oppmuntre til å rette opp feil	Lærer: Men Isak og Bea? Begge to tror at det er 36 (feil svar). Kan dere ikke snakke sammen og komme dit at dere vet at det er 36?	11
	Representere om igjen	Lærer: 9. Så 9 ganger 4 og 9+9+9+9 er det samme?	2

Tabell 4.5: Resultat fra analysen i kategorien *Læreren responderer på elevens resonnering.*

Jeg vil vise to episoder hvor læreren responderer på elevens resonnering. I den første episoden ser vi at *læreren validerer et korrekt svar,* og i den andre bruker læreren grepet *oppmuntrer til at elevene selv retter opp feil*. Grunnen til at jeg har valgt episodene er at disse to grepene er blant de mest brukte i denne kategorien, og representerer et vanlig handlingsmønster. Jeg har skrevet mine koder i parentes og kursiv som tidligere.

Den første episoden viser at *læreren validerer et korrekt svar*. Dette er det mest brukte grepet i denne kategorien. Her ser vi Liam og Ola som har sammenlignet svar etter å ha regnet ut volum av hver sin papirmodell. Begge modellene tilfredsstiller kravene om at grunnflata er 36 cm og høyden er 24 cm. Guttene har imidlertid valgt forskjellig lengde og bredde på grunnflata. Liam har valgt å lage en modell hvor både lengde og bredde er 9 cm, mens Ola har brukt lengde 11 cm og bredde 7 cm. Guttene forventet å få samme volum, men en sammenligning viste at det ikke stemte. I samtalen mellom elevene og læreren setter Liam ord på sammenligningen som de to guttene har gjort:

1337. Liam: Men her er svaret mitt, men Ola fikk over hundre tusen. Er det her riktig? *(Sammenligne)*
1338. Lærer: Hva var det du brukte for å finne ut det der da? (*Sette seg inn i elevens resonnement)*
1339. Liam: 9 ganger 9 ganger 24. Er der riktig? *(Begrunne)*
1340. Lærer: Så da har du regnet ut hvor mange klosser som er i bunnen ved å ta 9 ganger 9? og så har du ganget det med antall etasjer oppover? (*Setter seg inn i elevens resonnement)*
1341. Liam: Ja.
1342. Lærer: Ja, skal stemme det. *(Validerer korrekt svar)*
1343. Liam: Ja, men Ola fikk over hundre tusen, han. *(Sammenligne)*
1344. Lærer: Ola, kom hit. Eller jeg kan komme dit. Hvordan har du regnet ut? *(Setter seg inn i elevens resonnement)*
1345. Ola: Jeg bare, se her. Nå er jeg på null her. Så gikk jeg på 7 ganger 11, siden det var det jeg brukte. [Eleven regner på kalkulator] *(Begrunne)*
1346. Lærer: Og det er på en måte nederste laget. Og det blir? *(Validerer korrekt svar)*
1347. Ola: 77. [Lærer: Og så?] Så ganger jeg det igjen med 24. *(Begrunne)*
1348. Lærer: For da får du et lag oppover. *(Validerer korrekt svar)*
1349. Ola: Den her tuller bare!
1350. Lærer: Hva fikk du da? Nå fikk du 1800 og noe.
1351. Ola: Hæ, jeg. Nei, jeg må finne en annen kalkulator. Den her tuller bare.
1352. Lærer: Du må finne deg en offline kalkulator da. Men Ola? Jeg synes det er logisk i hvert fall, at du regner ut hvor stort et lag er, og så går man opp antall etasjer. Så det må være riktig. *(Validerer korrekt svar)* Men hvorfor får du og Liam forskjellig svar da? *(Oppmuntrer til refleksjon)*

Denne episoden starter med at Liam forteller læreren om en sammenligning som han og Ola har gjort. Innledningsvis bruker læreren grep fra kategorien *lokke fram elevens resonnering*, for å få informasjon om hva elevene har gjort og hva de har kommet fram til. Læreren får vite at begge elevene har regnet ut volum av papirmodellene på korrekt måte, noe læreren validerer. Til slutt i linje 1352, benytter læreren grepet *oppmuntrer til refleksjon*, som er et grep med høyt potensiale i kategorien *læreren utvider elevens* *resonnering*. Vi får imidlertid ikke vite hva elevene gjør videre, fordi læreren etterpå forlater dem for å snakke med andre elever.

I den neste episoden ser vi at *læreren oppmuntrer til å rette opp feil*. Dette er et grep med høyt potensiale for å støtte elevers resonnering. Eksempelet viser en samtale mellom læreren og Even, som ikke har fått til å løse en av oppgavene som var hjemmelekse. Elevene Even og Ivar sitter sammen, men det er Even som deltar aktivt i samtalen med lærer. Samtalen var forholdsvis lang, så jeg har unnlatt enkelte replikker som ikke hadde noen spesiell betydning i samtalen.

Oppgaven elevene jobber med er som følger:
"Da Usain Bolt vant VM-gull på 200 m i Berlin i 2009, senket han sin egen verdensrekord med elleve hundredeler.
Skriv rekordsenkningen med sifre.
Den nye verdensrekorden var 19,19 sekunder. Hva var den gamle rekorden?"

100. Lærer: (…) Skjønner dere hva de mener med rekordsenkningen? *(Lokke fram fakta eller prosedyrer)*
101. Even eller Ivar: Åhå, nei.
102. Lærer: Det er kanskje litt vanskelig forklart, men det er hvor mye han senket rekorden med, altså, hvor mye *mindre* rekorden ble. Og hvor mye mindre ble rekorden? Hvor mye mindre ble den tida han fikk? *Undersøke elevens forståelse)*
(…)
105. Even: 200 meter?
106. Lærer: Ja, det var 200 meter, men rekorden i tid?
(…)
117. Lærer: Hm, okei. Så det her ble den nye rekorden, men hva var den gamle rekorden da? *(Lokke fram svar)*
118. Even: Jeg vet ikke.
119. Lærer: Hvor mye ble rekorden senket med da sa du? *(Lokke fram svar)*
120. Even: Hm, elleve hundredeler.
121. Lærer: Ja, så hva må du gjøre for å finne ut hva den gamle rekorden var da? *(Lokke fram svar)*
122. Even: Hvordan skal jeg vite det da? Elleve hundredeler..
123. Lærer: Vi vet at den nye rekorden nå, den er 19,19 sekund. Det er det raskeste som er sprunget på 200 meter. Og når den rekorden ble satt, så fant du ut at den har slått den gamle med elleve hundredeler, så den her er elleve hundredeler raskere tid enn den forrige rekorden. Hva kan den gamle rekorden ha vært [Even: aha]. Skjønner du liksom hva du må gjøre for å finne ut av det? Du trenger ikke å si hva det blir, men hva kan du gjøre for å finne det ut? *(Lokke fram svar)*
124. Even: Må jeg ikke trekke fra den nye, trekke elleve derfra? (*Antagelse)*
125. Lærer: Var det der en tid som var bedre eller dårligere? *Lokke fram svar)*
126. Even: Dårligere?
127. Lærer: Så om du trekker ifra elleve hundredeler her, får du til å gjøre det da, sånn i hodet? 19,19 minus 0,11. Hva blir det? *(Lokke fram svar)*
128. Even: Ehm, er ikke det sånn, hm, dårlig i matte ass. Blir det ikke 18,08?

129. Lærer: Hm, nei. *(Retter elevens feil)*
130. Even: Men Arne, det blir jo det, om du fjerner den fra der?
131. Lærer: Du kan stille opp da, visst du vil det? Det er kanskje enklere?
(…)
137. Even: 9 minus 1, det er 8. Det kan du ikke si noe på.
138. Lærer: Nei altså, jeg er helt med. [Ler] *(Validerer korrekt svar)*
139. Even: Så det er null, eh, 19,08 da?
140. Lærer: Ja, kan det stemme da, at den gamle rekorden var 19,08? *(Oppmuntre til å rette opp feil)*
141. Even: Ja?
142. Lærer: Og nå er rekorden 19,19. Kan det stemme, om du tenker deg om? *(Oppmuntre til å rette opp feil)*
143. Even: Eh.
144. Lærer: At den nye rekorden, er dårligere tid enn den gamle? Er ikke det litt rart? *(Oppmuntre til å rette opp feil)*
145. Even: Åja, da må jeg plusse på da sikkert. *(Former en antagelse)*
146. Lærer: Ja! Riktig! Bra, da finner du svaret Even, flott altså. *(Validerer korrekt svar)*

Denne episoden innledes av at læreren bruker grep som tilhører kategorien *lokke fram resonnering*. Eleven er usikker, og læreren stiller gjentatte spørsmål for *å lokke fram svar*. Eleven former en antagelse om at subtraksjon vil gi riktig svar i linje 124, men klarer ikke å regne ut svaret på 19,19 minus 0,11 ved hoderegning. I linje 129 ser vi at *læreren retter elevens feil*, ved å fortelle at svaret eleven kommer fram til ikke er riktig. Læreren sier imidlertid ikke hva riktig svar er, og oppmuntrer eleven til å forsøke å regne ut svaret ved hjelp av oppstilling. I linje 141, 143 og 145 ser vi at læreren *oppmuntrer eleven til å rette opp feil* ved å få eleven til å oppdage at løsningen på oppgaven er feil. Eleven former så *en antagelse* i linje 146 om at addisjon vil gi riktig svar, noe læreren validerer i linje 147. Det er verdt å merke seg at læreren her validerer hvilken løsningsstrategi som vil gi riktig svar, for eleven har ikke regnet ut oppgaven på nytt på dette tidspunktet.

Utdraget viser et mønster som gjentar seg i flere episoder hvor læreren *oppmuntrer til å rette feil.* For at grepet *oppmuntre til å rette egne feil* skal ha en effekt, må læreren først få elevene til å innse at svaret eller løsningsstrategien faktisk er feil. I episoder hvor elevene ikke innser at de tar feil, er de i liten grad villige til å gjøre oppgaven om igjen. Det vil si at læreren først må få elevene til å se at de tar feil, og deretter kan elevene oppmuntres til å rette feilene sine.

4.2.3 Læreren fremmer elevens resonnering

Lærere kan respondere på elevers ideer på mer betydningsfulle måter gjennom å bygge videre på deres tenking, tilby alternative strategier eller oppmuntre til at elevene finner ulike løsningsstrategier. Når lærerne skifter fra grep som er typiske «øyeblikks-reaksjoner», til grep som bidrar til å videreutvikle elevens tenking, beveger man seg inn i kategoriene *Fremme elevens resonnering* og *Utvide elevens resonnering* (Ellis et al., 2019). Jeg kommer nærmere inn på kategorien *Utvide elevens resonnering* i underkapittel 4.2.4.

Som i de foregående kategoriene inneholder også denne grep med høyt og lavt potensiale for å støtte elevers resonnering. Tabell 4.6 viser hvilke grep jeg identifiserte i mitt datamateriale.

	Grep	Eksempel	Antall ganger grepet forekommer
Lavt potensiale	Sørge for fokus på et aspekt	Lærer: Vi skal finne hvilket tall som mangler i mønsteret. Da må vi se på hvor mye det hopper med mellom hver her.	7
	Stille ledende spørsmål (eng. funneling)	Lærer: Så da tar du 0,30. Også, hva blir den neste da? Om du skal fortsette å hoppe med fire?	32
	Bryte ned oppgaven (eng. Topaze effect)	Lærer: Okei om du skal dele tallet 15, og det er det samme som 14 pluss 1. Hva skjer om du deler 14 i to? [Nina: 7] Ja, da får du 7. Hva skjer om du deler 1 i to?	11
	Gi generell informasjon		0
	Gi forklaring på en prosedyre	Lærer: Skal jeg hjelpe deg litte grann? Nora: Ja. Lærer: Okei, når du ikke vet noe som helst her da på en måte Nora [Peker på oppgava i boka] så kan det være lurt å bare prøve seg frem [Nora: men det tar så lang tid] Ja, men om vi prøver nå. Vi prøver med 20 først. 20 pluss halvparten av seg selv, og det er?	5
	Gi en oppsummering av en prosedyre	Lærer: Å ja, ikke sant. Det er bare det at, når vi har en kortside og en langside, så er det halvparten av omkretsen. Ser dere her. Det er på en måte sånn. Så hvis vi dobler, får vi omkretsen. Omkretsen skulle være 36 på alle. Så det stemmer.	2
Høyt potensiale	Tilby veiledning		0
	Oppmuntre til multiple løsningsstrategier	Ok. Dere som hadde 9 ganger 9 bygning, var det noen som gjorde noe annet enn å telle for å finne ut arealet? Det går an å gjøre det på mange forskjellige måter. Ada?	7
	Bygge videre på elevers bidrag		0
	Læreren gir alternative løsningsstrategier		0
	Læreren gir begrepsmessig forklaring		0

Tabell 4.6: Resultat fra analysen i kategorien *Læreren fremmer elevens resonnering.*

Når det kommer til grep med lavt potensiale, var det to grep som forekom oftere enn de andre. *Stille ledende spørsmål* og *bryte ned oppgaven* ble identifisert henholdsvis 32 og 11 ganger. Når det gjelder S*tille ledende spørsmål* kan hyppigheten til dels forklares med at da læreren brukte dette grepet, gjentok det seg ofte flere ganger i løpet av samme episode.

Grepene *Stille ledende spørsmål*, *bryte ned oppgaven* samt *Sørge for fokus på et aspekt,* benyttet lærerne først og fremst når elevene ikke fikk til å resonnere seg fram til en løsning selv, eller var i ferd med å gi opp. Episoden under viser hvordan læreren først *bryter ned oppgaven* og deretter *stiller ledende spørsmål* i en samtale med Erik, som strever med å løse en oppgave.

427. Erik: Et tall addert med halvparten av seg selv gir summen 22,5. Hvilket tall er det? Jeg skjønner ikke den.
428. Lærer: Okei, ett tall, hva er addert da? *(Lokker fram fakta eller prosedyrer)*
429. Erik: Addert er pluss.
430. Lærer: Ja, så plusse det med halvparten av seg selv, bli 22,5. Hvilke tall er det? [Elev: sier noe uhørlig] Det er lov til å prøve og feile her. Start med ett tall, se hva du får, kanskje du må opp eller ned. *(Lokke fram svar)*
431. Erik: Eeh.
432. Lærer: Prøv noen tall da. [Elev: eh] Si et tall da. *(Stille ledende spørsmål)*
433. Erik: 12.
434. Lærer: Okei, 12. pluss halvparten av seg selv Erik. Hva blir det. *(Bryte ned oppgaven)*
435. Erik: Pluss halvparten av seg selv, så, pluss 6 da?
436. Lærer: Hva får du?
437. Erik: 18? om jeg regner..
438. Lærer: 18 ja, er vi for høyt eller for lavt da? *(Stille ledende spørsmål)*
439. Erik: Lavt.
440. Lærer: Ja. Hva kan du teste på neste da? *(Stille ledende spørsmål)*
441. Erik: Ehm, [tenker 3 s.] 14!
442. Lærer: Ja, fint.
443. Erik: [mumler mens han skriver i boka]
444. Lærer: Er det for høyt eller for lavt da? (*Stille ledende spørsmål)*
445. Erik: Det er akkurat for lavt.
446. Lærer: Ja det er for lavt ja, hva kan det være da? *(Stille ledende spørsmål)*
447. Erik Eh, 15, (uhørlig, sier noe om halvparten)
448. Lærer: Vet du det?
449. Erik: Jo! Eh, det er … [Lærer: Hva er halvparten av 15 da?] *(Stille ledende spørsmål)* Det er 7,5.
450. Lærer: Åja, kan det være riktig at det er komma 5 du skal plusse på da? *(Stille ledende spørsmål)*
451. Erik: Jeg kan sjekke. [Lærer: ja] [Erik mumler mens han regner] Ja, det er det!
452. Lærer: Er det riktig?

453. Erik: Ja, det må det være.

Dette utdraget viser Erik som ikke har klart å resonnere seg fram til en antagelse på egenhånd. Læreren *lokker fram elevens resonnering* gjennom å *lokke fram fakta* (linje 428) og *lokke fram svar* (linje 430) for å finne ut hva eleven vet, og setter på denne måten i gang samtalen. Læreren bryter *ned oppgaven* (linje 434) gjennom å stille et konkret spørsmål som hjelper eleven til å komme i gang. Oppgaven brytes ned slik at eleven bare trenger å finne halvparten av tallene som blir foreslått, og deretter addere tallene. Deretter *stiller læreren ledende spørsmål* for å hjelpe eleven fram til svaret. Grepene *Bryte ned oppgaven* og *stille ledende spørsmål* er eksempler på at læreren kan hindre eleven i å resonnere, framfor å støtte elevens resonnering. Lærerens spørsmål i linje 450 kan likevel tolkes som et forsøk på å få eleven til å reflektere rundt sitt eget svar, og på den måten fremme elevens resonnering. Det vanligste i de episodene jeg har analysert, er imidlertid at læreren stiller ledende spørsmål for å hjelpe eleven fram til en antagelse (riktig svar), og så avsluttes samtalen uten at svaret begrunnes eller at det blir gjort nye grep for å utvide elevens resonnering.

Blant grepene med høyt potensiale i kategorien *Fremme elevens resonnering*, har jeg bare identifisert grepet *Oppmuntre til multiple løsningsstrategier.* Dette grepet forekom 7 ganger totalt i episodene jeg har analysert.

Episoden under er hentet fra en felles klassesamtale hvor elevene har blitt spurt om å regne ut omkretsen av et bestemt rektangel. Etter at flere elever har svart at omkretsen er 12, bekrefter læreren at det er riktig svar. Deretter stiller læreren spørsmål om hvordan elevene kom fram til svaret ved å benytte grepet *oppmuntre til multiple løsningsstrategier.*

34. Lærer: Ja. Da blir det 12. *(Validerer korrekt svar)* Hvordan fant du ut, Liam, omkretsen? *(Setter seg inn i elevens resonnement)*
35. Liam: Jeg telte rundt. *(Begrunner)*
36. Lærer: Du telte rundt. *(Repeterer elevens utsagn)*
37. Liam: Mm.
38. Lærer: Ja. Gjorde alle det på samme måte? *(Oppmuntrer til multiple løsningsstrategier)*
39. Ola: Nei.
40. Lærer: Ola? Hva gjorde du? *(Lokke fram ideer)*
41. Ola: M, jeg tenkte at det var 4 der og 2 der [Peker mot veggen.] 6 til sammen. Og så gjør vi bare det to ganger. *(Begrunner)*
42. Lærer: Ja. *(Validerer korrekt svar)*
43. Ola: Enkelt.
44. Lærer: Mm. Fordi du har … *(Etterspørre avklaring)*
45. Ola: Jeg vet at det er 6 rundt halve. (*Begrunner)*
46. Lærer: Ja, ikke sant. *(Validerer korrekt svar)*
47. Ola: Og da er det bare å doble det. (*Begrunner)*
48. Lærer: Ja. Så det er forskjellige måter å finne det ut på. […] *(Validerer korrekt svar)*

Grepet *oppmuntre til multiple løsningsstrategier* regnes som et grep med høyt potensiale i kategorien *fremme elevens resonnering.* I de episodene hvor jeg har identifisert dette grepet, validerer læreren de korrekte forslagene til alternative løsningsstrategier, og poengterer at det ofte er flere metoder som kan føre til riktig svar. Det blir imidlertid ingen videre samtale om de ulike løsningsstrategiene som det kommer forslag om. Det er med andre ord ikke slik at læreren utvider elevens resonnering ytterligere etter at elevene har kommet fram til flere løsningsstrategier.

Et annet grep som tilhører denne kategorien og har høyt potensiale for å støtte elevers resonnering, er grepet *Læreren tilbyr veiledning.* Ved et par tilfeller var jeg i tvil om jeg skulle velge koden *Tilby veiledning* eller *Gi forklaring på en* prosedyre, som er et grep med lavt potensiale. Ellis et al. (2019) sier at grepet *Tilby veiledning* krever at læreren gir hint og støtte uten å avsløre løsningsstrategien. I de episodene hvor jeg var usikker, demonstrerte læreren derimot tydelig hvordan oppgaven kunne løses. Jeg valgte derfor å kode disse utsagnene som *Gi forklaring på en prosedyre,* i stedet for *Tilby veiledning.*

4.2.4 Læreren utvider elevens resonnering

Grep i denne kategorien gir elever mulighet til å utvikle sin matematiske resonnering, spesielt med tanke på å generalisere ideer og strategier, og bevise disse på matematisk gyldige måter. Grep som utvider elevens resonnering er av stor betydning når det gjelder å støtte elevers resonnering, fordi de bidrar til mer sofistikert MR (Ellis et al., 2019). Tabell 4.7 viser hvilke grep jeg har identifisert i kategorien *Læreren utvider elevens resonnering.*

	Grep	Eksempel	Antall ganger grepet forekommer
Lavt potensiale	Oppmuntre til evaluering	Lærer: Så er den 2 høy og 4 bred. E … Hva er omkretsen av den? Tora? Tora: 11? Lærer: 11. Hvordan fant du ut det? Tora: Jeg telte. Lærer: Du telte. Er dere andre enige?	7
	Etterspørre nøyaktighet		0
	Bryte ned begrunnelser (eng. Topaze for Justification)	Lærer: Men da må jeg spørre Isak, men dere andre også. Hvorfor blir det akkurat tallet 18? Hva er det som er så spesielt med tallet 18 da? […] Alice: 18+18 er 36. Lærer: Å! Hørte alle det? 18+18 er 36. Hvorfor er det så viktig? Da tror jeg vi må tegne, jeg. (Tegner et rektangel med lengde 17 cm og bredde 1 cm) […] Så. Det Isak fant ut, når vi skriver for eksempel 17 og 1… […] Og så vet vi at 17+1 blir 18. Altså herfra og rundt dit blir 17. Nei 18, mener jeg. Og så sier Alice at 18 og 18 blir 36. Hvor mye er det på den sida her da? Hvor lang er den den veien? Alice? Alice: 17.	1
Høyt potensiale	Oppmuntre til refleksjon	Lærer: Jeg synes det er logisk i hvert fall, at du regner ut hvor stort et lag er, og så går man opp antall etasjer. Så det må være riktig. Men hvorfor får du og Liam forskjellig svar da?	5
	Oppmuntre til resonnering		0
	Etterspørre begrunnelser	Lærer: Og Ada sier det er helt sikkert. Hvordan vet dere det helt sikkert?	7
	Etterspørre generalisering		0

Tabell 4.7: Resultat fra analysen i kategorien Læreren utvider elevens resonnering

Tabell 4.3 viste at grep i denne kategorien forekom sjeldnere enn de tre øvrige kategoriene. Samtidig er dette den eneste kategorien hvor grep med høyt potensiale forekom hyppigere enn grep med lavt potensiale.

Grepet *oppmuntre til refleksjon* er blant grepene som brukes hyppigst i denne kategorien. Episoden under er et eksempel hvor jeg har identifisert at læreren *oppmuntrer til refleksjon.* Denne episoden presenterte jeg tidligere for å vise hvordan læreren responderte på elevenes resonnering.

Elevene Liam og Ola har altså sammenlignet svar etter å ha regnet ut volum av hver sin papirmodell. Begge modellene tilfredsstiller kravene om at grunnflata er 36 cm og høyden er 24 cm. Guttene har imidlertid valgt forskjellig lengde og bredde på grunnflata. Liam har valgt å lage en modell hvor både lengde og bredde er 9 cm, mens Ola har brukt lengde 11 cm og bredde 7 cm. Guttene forventet å få samme volum, men en sammenligning viste at det ikke stemte.

1337. Liam: Men her er svaret mitt, men Ola fikk over hundre tusen. Er det her riktig? *(sammenligne)*
1338. Lærer: Hva var det du brukte for å finne ut det der da? *(setter seg inn i elevens resonnement)*
1339. Liam: 9 ganger 9 ganger 24. Er der riktig? *(begrunne)*
1340. Lærer: Så da har du regnet ut hvor mange klosser som er i bunnen ved å ta 9 ganger 9? og så har du ganget det med antall etasjer oppover? *(setter seg inn i elevens resonnement)*
1341. Liam: Ja.
1342. Lærer: Ja, skal stemme det. *(validerer korrekt svar)*
1343. Liam: Ja, men Ola fikk over hundre tusen, han. *(sammenligne)*
1344. Lærer: Ola, kom hit. Eller jeg kan komme dit. Hvordan har du regnet ut? *(setter seg inn i elevens resonnement)*
1345. Ola: Jeg bare, se her. Nå er jeg på null her. Så gikk jeg på 7 ganger 11, siden det var det jeg brukte. *(begrunne)*
1346. Lærer: Og det er på en måte nederste laget. Og det blir? *(validerer korrekt svar)*
1347. Ola: 77. [Lærer: Og så?] Så ganger jeg det igjen med 24. *(begrunne)*
1348. Lærer: For da får du et lag oppover. *(validerer korrekt svar)*
1349. Ola: Den her tuller bare!
1350. Lærer: Hva fikk du da? Nå fikk du 1800 og noe.
1351. Ola: Hæ, jeg. Nei, jeg må finne en annen kalkulator. Den her tuller bare.
1352. Lærer: Du må finne deg en offline kalkulator da. Men Ola? Jeg synes det er logisk i hvert fall, at du regner ut hvor stort et lag er, og så går man opp antall etasjer. Så det må være riktig. *(validerer korrekt svar)* Men hvorfor får du og Liam forskjellig svar da? *(oppmuntrer til refleksjon).*

I linje 1351 konkluderer Ola med at det må være kalkulatoren som er årsaken til at de får forskjellig svar, men innledningsvis ser vi at Liam forteller læreren om sammenligningen de hadde gjort. Denne episoden viser at Liam og Ola har sammenlignet løsningene sine, uten at de har fått det i oppgave av læreren. Dersom de hadde kommet fram til samme volum, ville trolig ikke denne sammenligningen blitt kommunisert til læreren og hadde dermed ikke blitt inkludert i datamaterialet i denne studien.

Utdraget viser også hvordan læreren stiller spørsmål for å *sette seg inn i elevens resonnement*, og dermed får informasjon om hva som ligger bak den sammenligningen elevene har gjort. Læreren *validerer elevens svar* når guttene forklarer hva de har gjort når de har regnet ut volumet av papirmodellene. Deretter forsøker læreren å utvide elevens resonnering gjennom å *oppmuntre til refleksjon.*

Da jeg gjennomførte en deduktiv analyse med koder basert på begrep fra rammeverkene til Jeannotte & Kieran (2017) og Ellis et al. (2019), markerte jeg også interessante hendelser som falt utenfor mine forhåndsdefinerte koder. I neste delkapittel vil jeg gjøre rede for resultat fra analysen av disse hendelsene.

4.3 Andre lærergrep som kan ha påvirket elevers resonnering

I dette delkapittelet vil jeg gjøre rede for interessante funn fra analysen som ikke kunne forklares kun gjennom å bruke de forhåndsdefinerte kodene. Som beskrevet i metodekapittelet, brukte jeg teoretisk tematisk analyse med forhåndsdefinerte koder i analyseprosessen. Jeg var imidlertid også åpen for å kode andre interessante hendelser i datamaterialet, dersom det kunne bidra til å belyse forskningsspørsmålet. Gjennom åpen koding av disse hendelsene kom jeg fram til kategorien *Lærergrep som kan stoppe elevens resonnering*. Jeg mener dette funnet må inkluderes i studien fordi det representerer et kommunikasjonsmønster som kan påvirke elevenes resonnering og kan dermed bidra med svar på forskningsspørsmålet. Derfor passer det også inn i studiens formål om å bidra med mer kunnskap til forskningsfeltet. I det neste underkapittelet vil jeg gjøre rede for dette funnet.

4.3.1 Lærergrep som kan stoppe elevens videre resonnering

I analyseprosessen fant jeg to episoder hvor læreren så ut til å stoppe elevenes videre resonnering. Her hadde elevene formet antagelser som læreren kunne oppmuntret til å generalisere eller bevise, og på denne måten bidratt til å utvide elevenes resonnering. I stedet ble eleven oppmuntret til å bruke utregning som løsningsstrategi for å sikre riktig svar. Dette mener jeg er et eksempel på at læreren gjør et grep som kan stoppe elevens resonnering i stedet for å støtte resonneringsprosessene. Slike grep er ikke beskrevet i Ellis et al. (2019), fordi den modellen beskriver grep som støtter MR. Jeg hadde derfor ingen forhåndsdefinerte koder som kunne forklare grep som så ut til å stoppe videre resonnering. Jeg mener likevel det var viktig å inkludere dette funnet i min studie, fordi det viser hvordan læreren også kan påvirke elevers resonnering på måter som ikke nødvendigvis støtter MR.

Utdraget under viser den ene episoden hvor læreren stopper elevens resonnering. De tre elevene Liam, Ola og Alex sitter ved siden av hverandre. Liam har lagd flere pairmodeller av bygninger hvor grunnflata har en omkrets på 36 cm. Idet læreren kommer, har han tegnet et rektangel med lengde 10 cm og bredde 8 cm. Mine koder er skrevet i parentes og kursiv i utdraget.

250. Liam: 10 ganger 8? (*Forme en antagelse)*
251. Lærer: Mm. Om det går?
252. Liam: Ja.

253. Lærer: Hvordan kan dere finne ut det da? *(Setter seg inn i elevens resonnement)*
254. Alex: Jeg prøvde med 7 ganger 7, men det gikk ikke.
255. Ola: Fordi jeg sa det til dem, da stemmer det.
256. Liam: 9 ganger 9, og så tar man en fra 9 og putter på den andre siden. 10 og 8. Riktig? *(Begrunne)*
257. Lærer: At du på en måte bare flytter den rundt hjørnet? *(Setter seg inn i elevens resonnement)*
258. Liam: Ja. Flytter på en fra nieren og over til den andre nieren. Det blir 10 på den nieren, og 8. *(Begrunne)*
259. Lærer: Kan hende det fungerer. Men e… dere bør regne for å være sikker altså. *(Læreren stopper elevens resonnering)*
260. Liam: Regne ja.
261. Lærer: Dere trenger bare legge sammen… *(Læreren stopper elevens resonnering)*

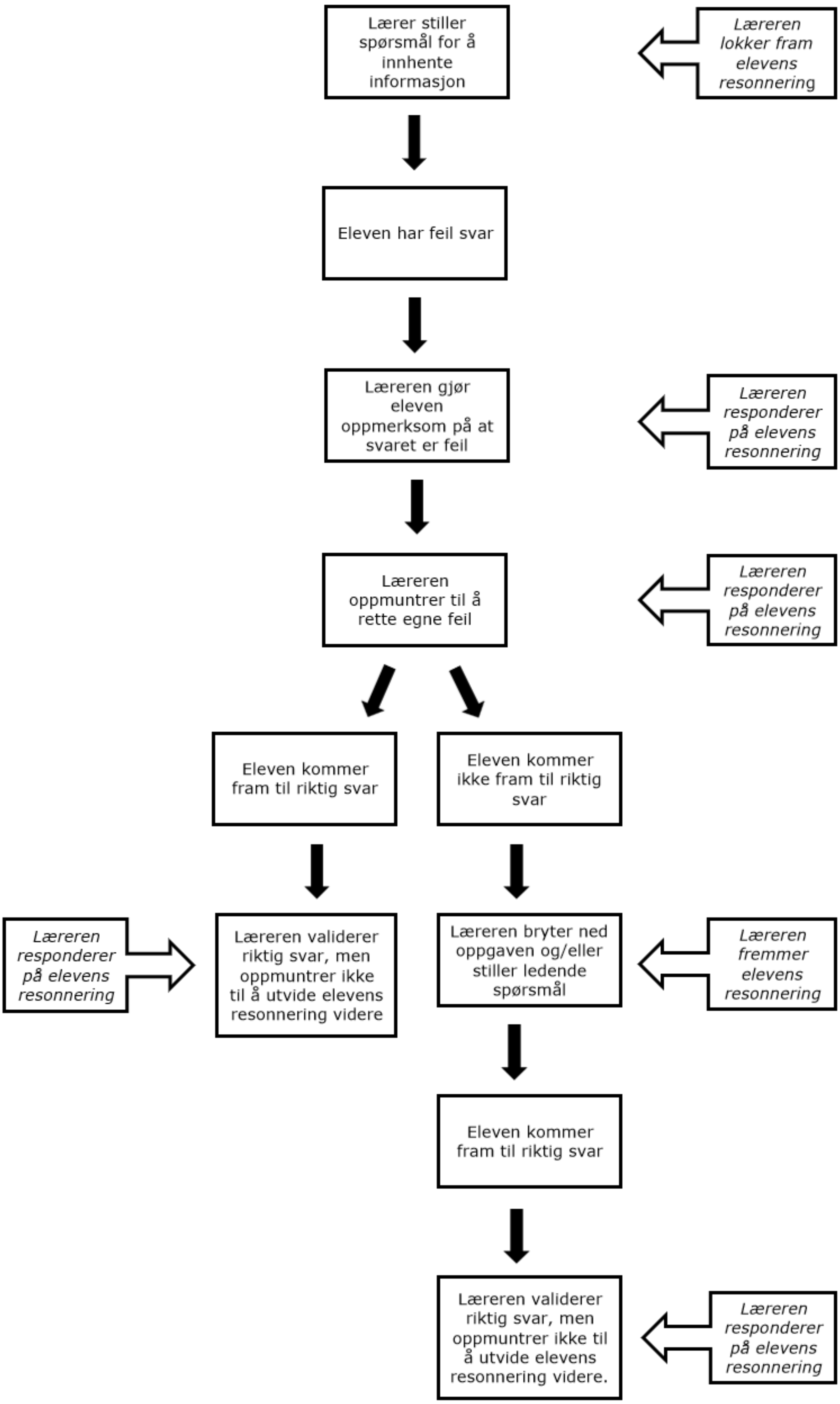
I denne episoden *begrunner* Liam sin *antagelse* om at sidelengdene 10 cm og 8 cm gir en omkrets på 36 cm. I linje 256 forklarer han hvordan han kan forkorte bredden og øke lengden tilsvarende, slik at omkretsen er den samme. Jeg mener at Liam har oppdaget et *mønster* som det ville vært mulig å *generalisere* slik at han hadde funnet alle rektangler med omkrets 36 cm. I stedet for å støtte eleven i denne resonneringsprosessen, foreslår læreren at han bør regne ut omkretsen for å være sikker. Jeg mener dette er et eksempel på at læreren stopper elevens resonnering ved at muligheten for å utvide elevens resonnement ikke blir utnyttet. I tillegg mener jeg at læreren gjennom å oppmuntre til utregning ber eleven utføre en gjerning, fremfor å støtte elevens utforskingsrutine.

I kapittel 3.4.2 Analyse av datamaterialet i min studie, forklarte jeg hvordan jeg lette etter kommunikasjonsmønstre etter å ha kodet de 38 episodene gjennom Ellis et al. (2019) og Jeannotte & Kieran (2017). De fire kommunikasjonsmønstrene jeg identifiserte vil jeg forklare nærmere i neste delkapittel.

4.4 Kommunikasjonsmønstre i samtalen mellom lærer og elev.

Gjennom å studere hvilke prosesser og grep som opptrer sammen og i hvilke situasjoner dette oppstår, er det mulig å oppdage mønster i kommunikasjonen mellom lærer og elev. For det første starter alle samtalene med at læreren bruker grep som lokker fram elevens resonnering. Det gjelder både i felles klassediskusjoner, i situasjoner hvor lærer går rundt i klasserommet og snakker med elevene, og når det er elever som rekker opp hånda for å be om hjelp. Det første som skjer, er uansett at læreren stiller spørsmål for å finne ut hva eleven tenker og har kommet fram til. Den informasjonen læreren får gjennom å lokke fram elevens resonnering i den innledende fasen, ser ut til å styre hvilke grep læreren velger videre. Her har jeg identifisert fire ulike mønster hvor utviklingen i samtalen ser ut til å henge sammen med om eleven har riktig svar eller ikke. Jeg har lagd figurer for å synliggjøre hvert kommunikasjonsmønster, og vil presentere disse videre i dette kapittelet. Ved siden av hver figur har jeg satt inn tekstbokser som viser hvilken kategori fra Ellis et al. (2019) lærerens grep tilhører.

Figur 4.1 viser hvordan samtalen utvikler seg når eleven har feil svar.

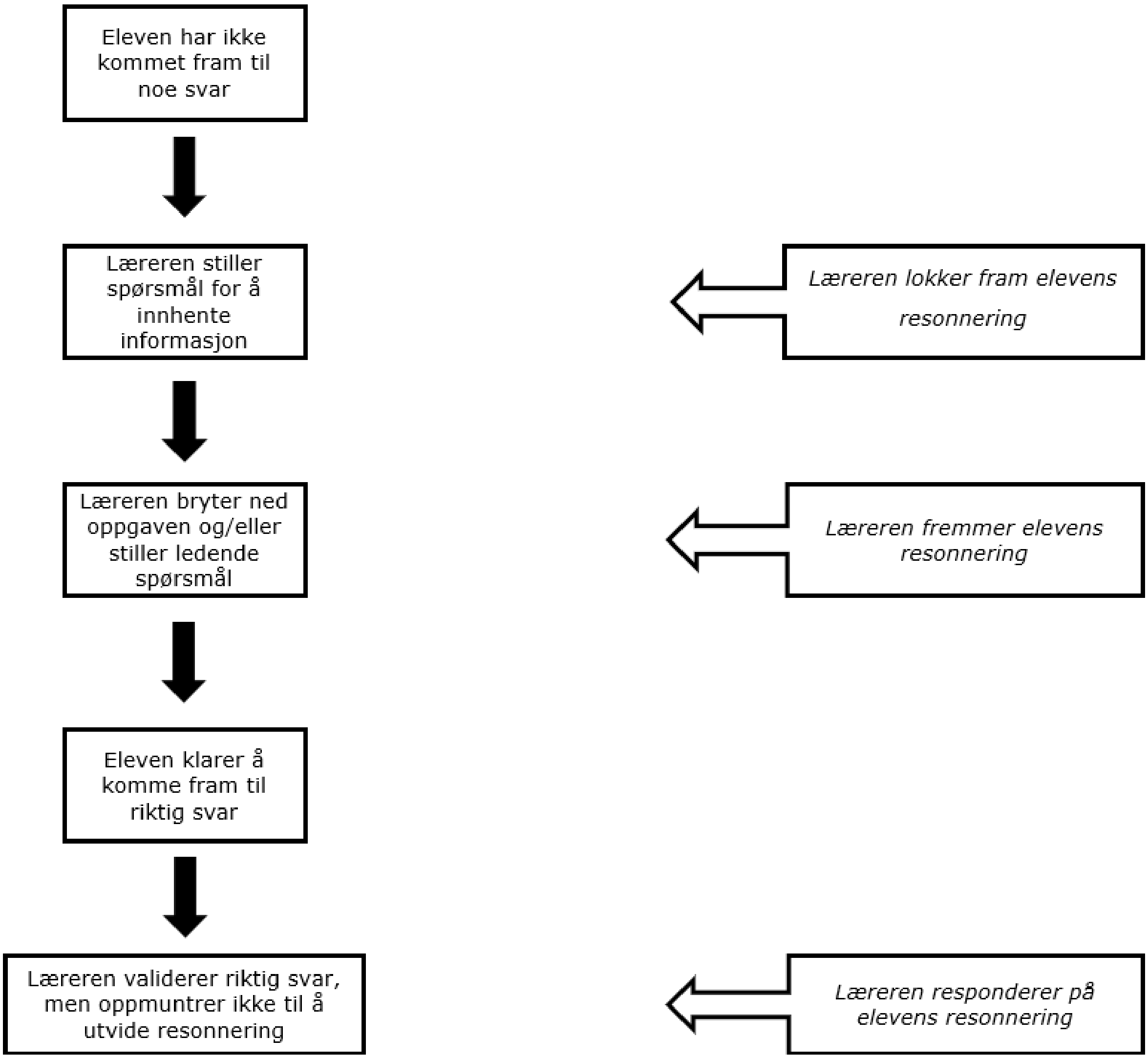


Figur 4.1: Mønster i samtalen når eleven har feil svar.

Figur 4.1 viser at når eleven er i ferd med, eller har kommet fram til feil svar, gjør læreren først eleven oppmerksom på feilen. I flere av episodene jeg har analysert, har ikke eleven selv vært klar over feilen, og det blir derfor vanskelig for læreren å oppmuntre eleven til å rette feilen selv. Når eleven så har forstått at svaret eller løsningsstrategien er feil, oppmuntrer læreren eleven til å rette feilen selv. I hvilken retning samtalen utvikler seg videre, er avhengig av om eleven klarer å komme fram til riktig svar eller ei.

Alternativ 1: Eleven kommer fram til riktig svar og læreren validerer svaret.

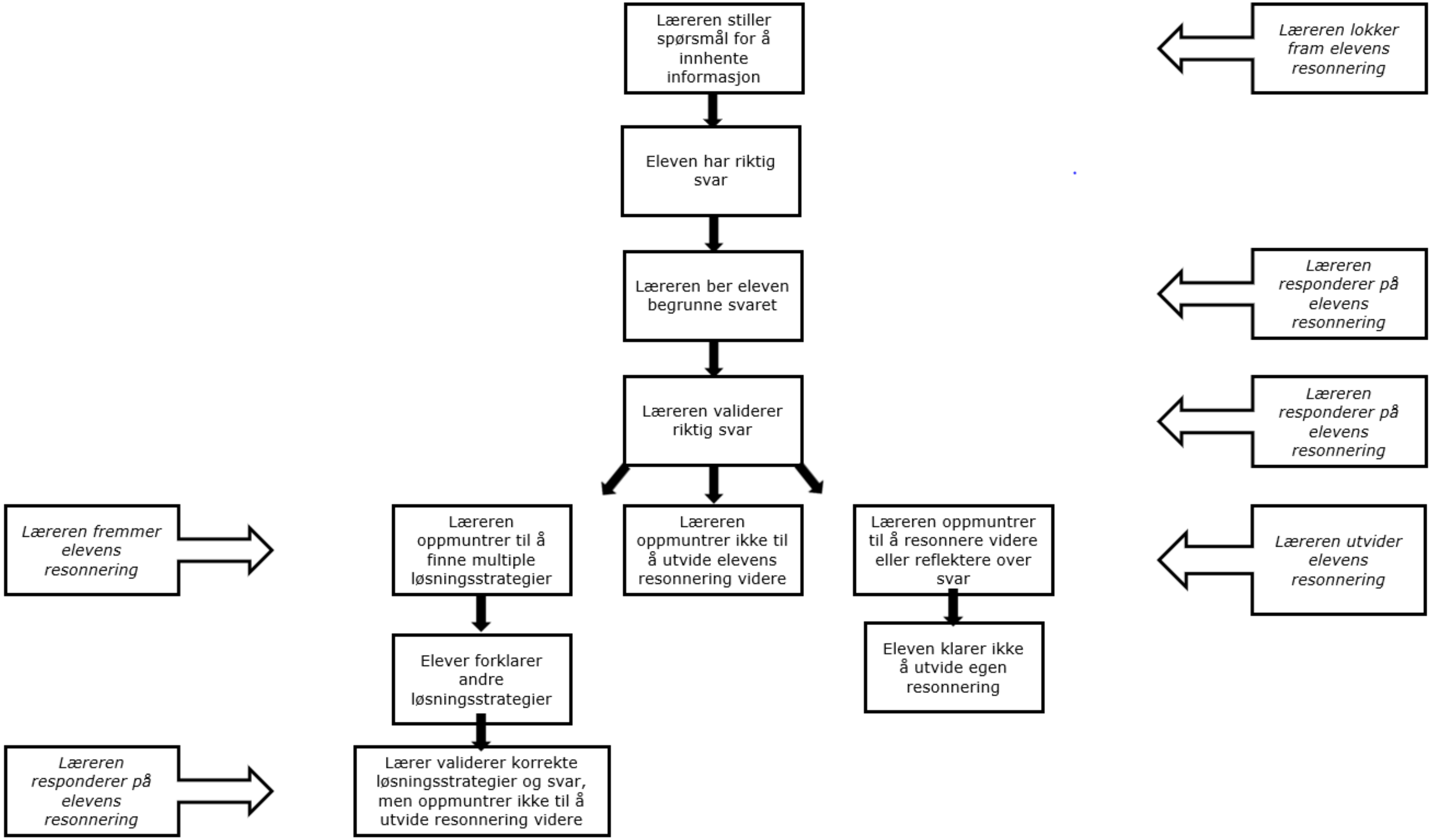
Alternativ 2: Eleven klarer ikke å komme fram til riktig svar. Det medfører at læreren bryter ned oppgaven og deretter stiller spørsmål som leder eleven fram til riktig svar. Avslutningsvis validerer læreren svaret. Her er eleven avhengig av læreren for å komme fram til riktig svar, og rutinen bærer dermed preg av å være et ritual. Dette har klare likhetstrekk med mønsteret i samtaler hvor eleven ikke har klart å komme fram til et svar. Dette mønsteret presenterer jeg i figur 4.2.



Figur 4.2: Mønster i samtalen når eleven ikke har kommet fram til et svar

Figur 4.2 viser mønsteret som oppstår når eleven ikke har klart å komme fram til et svar. Samtalen starter med at læreren stiller spørsmål for å finne ut hva eleven har tenkt eller gjort. Informasjonen som læreren får, brukes for å avgjøre hvordan eleven kan støttes videre. Etterpå bryter læreren ned oppgaven og stiller ledende spørsmål som hjelper eleven fram til riktig svar. Til slutt validerer læreren svaret. Også her er eleven avhengig av læreren, og rutinen som leder fram til riktig svar ser ut til å være et ritual. Dette mønsteret har klare likhetstrekk med samtaler hvor eleven har feil løsning, og ikke klarer å komme fram til riktig svar etter å ha blitt gjort oppmerksom på feilen. I begge tilfeller vil læreren bryte ned oppgaven og stille ledende spørsmål.

Det tredje mønsteret jeg har identifisert oppstår i samtaler hvor det viser seg at eleven har riktig svar. Dette mønsteret har jeg framstilt i figur 4.3.



Figur 4.3: Mønster i samtalen når eleven har riktig svar

Som i de foregående mønstrene innledes samtalen ved at læreren lokker fram elevens resonnering. Basert på informasjonen læreren får, forstår læreren at eleven har kommet fram til riktig svar, eller er i ferd med å komme fram til riktig svar. Læreren ber så eleven begrunne svaret sitt. Deretter er det tre ulike utfall:

Alternativ 1: Læreren validerer riktig svar, og fremmer deretter elevens resonnering gjennom å oppmuntre til å finne multiple løsningsstrategier. Det gjøres ofte i situasjoner hvor samtalen inkluderer mer enn en elev. I disse episodene stiller læreren spørsmål til medelevene om de har kommet fram til samme svar ved å bruke andre strategier. Dersom det kommer flere forslag til mulige løsningsstrategier, vil læreren validere disse før samtalen avsluttes.

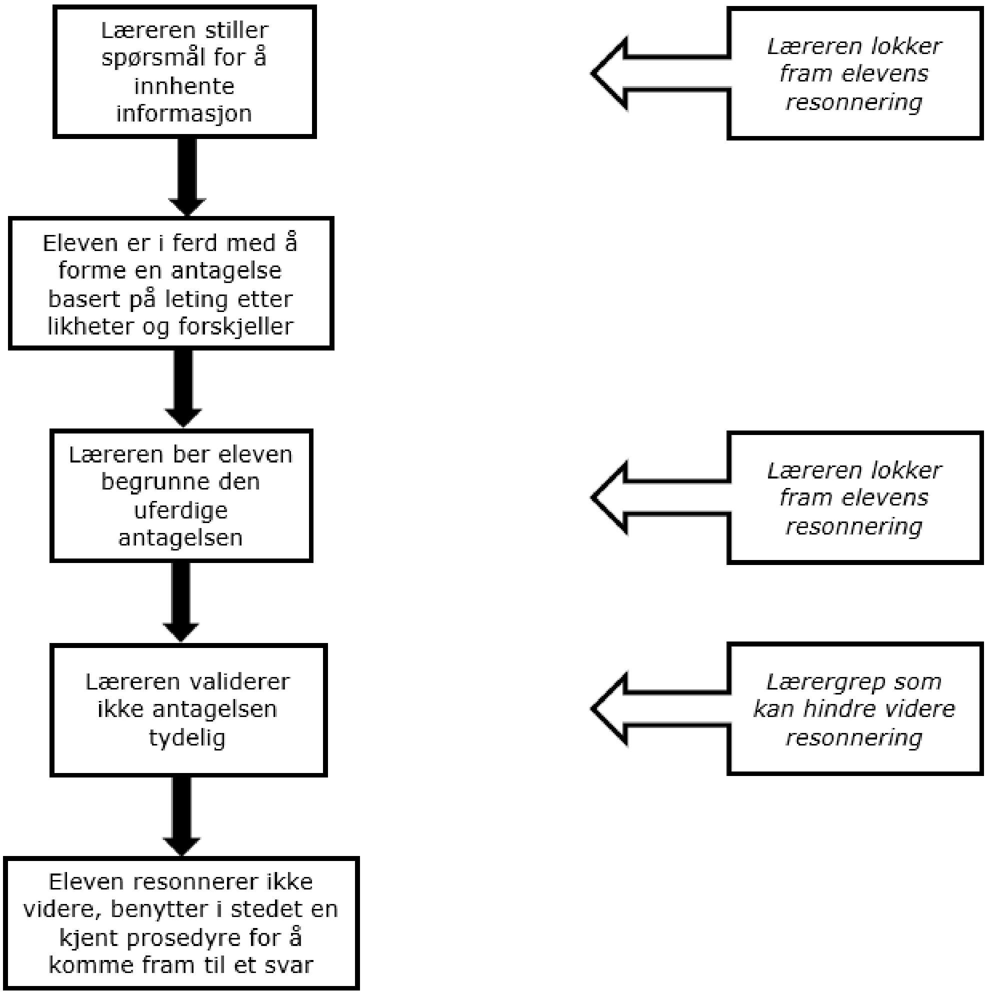
Alternativ 2: Læreren validerer elevens svar, uten at det følges opp av grep for å utvide elevens resonnering videre. Det vil si at samtalen avsluttes med at læreren validerer svaret.

Alternativ 3: Læreren validerer riktig svar, og bruker deretter grep for å utvide elevens resonnering. Det er imidlertid ingen eksempler på at eleven lykkes i å utvide sin resonnering i de episodene jeg har analysert.

Til forskjell fra de to førstnevnte mønstrene, er eleven her i mindre grad avhengig av læreren eller medelever for å komme fram til et svar. Det betyr at rutinen ikke bærer tydelig preg av å være et ritual. Det er i stedet slik at når elevene blir bedt om å begrunne antagelsene sine, baserer de som regel forklaringen på hva de har *gjort*. Dette kan vitne om at gjerninger blir trukket inn i utforskingsrutinen.

I kommunikasjonsmønstrene hvor eleven først har feil svar eller ikke har kommet fram til et svar, avsluttes samtalen ved at læreren validerer riktig svar. Det samme gjelder alternativ 1 og 2 i mønsteret hvor eleven har riktig svar. Det er bare i alternativ 3 hvor eleven selv har kommet fram til riktig svar, at læreren forsøker å utvide elevens resonnering. Det betyr at i de aller fleste samtalene mellom lærer og elev er fokuset den resonneringa eleven gjør der og da. Læreren vil i mindre grad forsøke å utvide og videreutvikle elevens resonnering i retning generalisering og bevis.

Det fjerde og siste mønsteret opptrer i samtaler hvor eleven ikke har kommet fram til et svar, men er i ferd med å forme en antagelse basert på leting etter likheter og forskjeller. Eleven snakker med læreren for å drøfte sin mulige antagelse. Dette mønsteret viser jeg i figur 4.4.



Figur 4.4: Mønster i samtalen når eleven er i ferd med å forme en mulig antagelse.

Disse samtalene blir altså innledet av at eleven forteller læreren om en mulig antagelse som eleven er usikker på om kan være riktig. Læreren forsøker å sette seg inn i elevens resonnement ved å stille spørsmål, og lokker altså fram elevens resonnering. Det videre forløpet skiller seg fra de foregående mønstrene ved at læreren ikke validerer elevens resonnement tydelig. Det ser ut til å hindre eleven i å resonnere videre, og fører til at eleven i stedet velger en kjent prosedyre for å løse oppgaven.

I kapittel 5 vil jeg svare på forskningsspørsmålet gjennom å diskutere hvordan kommunikasjonsmønstrene påvirket elevens resonnering. Jeg skal drøfte funn opp mot tidligere forskning og reflektere rundt hvordan lærere kan forbedre undervisningspraksis.

5 Diskusjon

I dette masterprosjektet har jeg valgt å studere elevers resonnering i matematikk. Forskningsspørsmålet jeg stilte var:

Hvilke kommunikasjonsmønstre oppstår i samtalene mellom lærer og elev under arbeid med matematikkoppgaver, og hvordan påvirker mønstrene elevens resonnering?

I kapittel 4.4 presenterte jeg de fire kommunikasjonsmønstrene som jeg identifiserte i datamaterialet. I dette diskusjonskapittelet vil jeg svare på forskningsspørsmålet gjennom å diskutere funn i analysen i lys av teori som jeg har gjort rede for tidligere. I kapittel 5.1 vil jeg først diskutere hvordan fordelinga av lærerens grep vil kunne påvirke elevens resonnering. Deretter vil jeg drøfte betydningen av kommunikasjonsmønstrene jeg har identifisert. Til slutt vil jeg vurdere kvaliteten av studien i kapittel 5.2.

5.1 Kommunikasjonsmønstre i samtalene mellom lærer og elev

Ellis et al. (2019) fant ut at lærere som benyttet grep fra alle fire kategorier i TMSSR-modellen støttet elevenes resonnering mer effektivt enn lærere som hovedsakelig brukte grep fra færre kategorier. Min analyse viser at lærerne jeg observerte riktignok benyttet grep fra alle fire kategorier, men at grep innenfor kategoriene *Læreren lokker fram elevens resonnering* og *Læreren responderer på elevens resonnering* forekom hyppigst.

Analysen viser også at lærerne totalt sett brukte langt flere grep med lavt potensiale enn høyt potensiale. Ellis et al. (2019) sier at man ikke skal unngå å bruke grep med lavt potensiale, og at det heller ikke er slik at grep med høyt potensiale nødvendigvis resulterer i bedre diskusjoner og mer korrekt tenking. Likevel kan en overvekt av grep med lavt potensiale bety at elevene får mindre effektiv støtte når de resonnerer enn de kunne fått hvis grep med høyt potensiale hadde blitt brukt i større grad. Jeg mener TMSSR-modellen fra Ellis et al. (2019) kan være et verdifullt verktøy for å reflektere over hvordan undervisningspraksis kan forbedres. Dersom en lærer for eksempel bruker grepet *lokke fram fakta eller prosedyrer* ofte kan det være gunstig å forsøke å *lokke fram ideer* i større grad, fordi dette grepet har høyere potensiale for å støtte elevers resonnering.

Tidligere forskning har imidlertid vist at enkeltgrep isolert sett ikke er tilstrekkelig for å stimulere til resonnering, men at det er interessant å se på mønster i samtalene og sekvenser av grep som blir brukt (Mata-Pereira & Ponte, 2017). Mata-Pereira & Ponte (2017) undersøkte hvordan læreres handlinger kan fremme generalisering og bevis, og de fant ut at en kombinasjon av handlinger er nødvendig. Det er derfor interessant å se på hvordan ulike grep blir kombinert. Da jeg analyserte samtalene mellom lærer og elev, oppdaget jeg at kommunikasjonen fulgte fire ulike mønster som var avhengig av om eleven hadde kommet fram til riktig svar, feil svar eller ikke hadde kommet fram til noen svar. Jeg oppdaget i tillegg et mønster i episoder hvor eleven var i ferd med å forme en mulig antagelse som ble drøftet med lærer.

De fire mønstrene innledes riktignok på samme måte, ved at læreren benytter seg av grep i kategorien *Læreren lokker fram elevens resonnering.* Disse grepene brukes for å innhente informasjon om hva eleven gjør, tenker eller forstår. Annen forskning på kommunikasjon i klasserom viser at faktaspørsmålene som lærere stiller, også blir brukt for å lokke fram tenkning og åpne opp for refleksjon (Myhill & Dunkin, 2005). Franke et al. (2009) mener at når elever forteller om hvordan de har løst en oppgave, kan det føre til økt kunnskap på to måter. For det første gir det læreren mulighet til å overvåke elevens forståelse, avgjøre videre oppfølging og finne ut hvilke oppfølgingsspørsmål som bør stilles videre. For det andre gir det eleven mulighet til å beskrive, forklare og bevise egen tenking.

Det er altså i denne innledende fasen læreren får inntrykk av om eleven har kommet fram til riktig svar eller ikke, eller om eleven er i ferd med å forme en antagelse som det er mulig å bygge videre på. Det faktum at alle episodene starter med at læreren stiller spørsmål for å få et innblikk i elevens tenking, kan forklare hvorfor denne kategorien var hyppigst representert i datamaterialet.

Informasjonen læreren får ved å *lokke fram elevens* resonnering, danner grunnlaget for hvordan læreren velger å reagere videre på elevens resonnering. I de mønstrene hvor eleven enten har riktig svar eller feil svar, blir grep i den førstnevnte kategorien etterfulgt av grep i kategorien *Læreren responderer på elevens resonnering*. Denne forbindelsen kan forklare hvorfor disse to kategoriene forekommer hyppigst i datamaterialet. I de to mønstrene hvor eleven ikke har kommet fram til et svar, eller drøfter en mulig antagelse med læreren, blir ikke de innledende spørsmålene fulgt opp av at *læreren responderer på elevens resonnement*. Det kan forklare hvorfor kategorien *læreren responderer på elevens resonnering* er representert færre ganger enn kategorien *læreren lokker fram elevens resonnering.*

Grep i kategorien *læreren responderer på elevens resonnering* innebærer at læreren validerer eller retter elevens resonnement selv, eller oppmuntrer elevene selv til å rette egne feil. Hvem som har det aktive rollen i å validere korrekte svar og rette feil, kan vitne om hvem som innehar den matematiske autoriteten i klasserommet (Ellis et al., 2019). Dersom læreren aktivt validerer elevens svar direkte, gir det inntrykk av at læreren har den matematiske autoriteten. Hvis læreren derimot oppmuntrer elevene til å rette egne feil, er det et uttrykk for at læreren flytter en del av ansvaret over på elevene. Det innebærer at læreren og elevene deler den matematiske autoriteten. Å studere hvem som er den matematiske autoriteten er interessant fordi forskning har vist at delt matematisk autoritet er gunstig for å oppnå meningsfylt engasjement hos elevene (Ellis et al., 2019). Min analyse viste at det var læreren som i størst grad rettet eller validerte elevens svar, selv om det forekom tilfeller hvor læreren oppmuntret elevene til å rette egne feil. At det som oftest er læreren som har størst ansvar for å styre samtalene og i tillegg innehar autoriteten i klasserommet, viser også forskning av Myhill & Dunkin (2005).

Dersom læreren skal lykkes i å oppmuntre elevene til å rette egne feil, forutsetter det at elevene faktisk innser at de tar feil. Min analyse av episodene hvor læreren retter elevens feil viser at læreren bruker dette grepet for å gjøre elevene oppmerksomme på at det er noe feil i resonnementet eller svaret. Når elevene deretter ser at noe har blitt feil, oppmuntrer læreren til at de skal rette feilene selv. Dette viser at lærere kan kombinere grep med både lavt og høyt potensiale for å støtte elevens resonnering, og det forklarer også hvorfor grepet *Læreren retter elevens feil* forekommer i så stor grad i denne kategorien.

I mønsteret hvor eleven ikke har kommet fram til et svar, er det naturlig nok ingen svar som læreren kan respondere på. I min analyse viste det seg at læreren i stedet *brøt ned oppgaven* og *stilte ledende spørsmål* for å *fremme elevens resonnering*. Disse grepene benyttet læreren også dersom eleven ikke klarte å komme fram til riktig svar etter at læreren hadde oppmuntret til å rette egne feil. De to grepene ligner på hverandre, og jeg syntes i begynnelsen av analysen at det var vanskelig å skille dem fra hverandre. Jeg har imidlertid tolket det dithen at å bryte ned oppgaven innebærer at læreren forenkler oppgaven og stiller stadig enklere spørsmål dersom eleven(e) ikke klarer å svare på oppgaven. Å bryte ned oppgaven vil dermed være et grep som læreren bruker for å få elevene i gang når de står fast i oppgaveløsingen. Å stille ledende spørsmål vil si at læreren stiller gjentatte spørsmål som leder eleven fram til svaret. Min analyse viste en sammenheng mellom disse to grepene, ved at læreren først brøt ned oppgaven og deretter stilte ledende spørsmål. Analysen viste også at læreren brukte disse grepene når eleven ikke klarte å komme fram til riktig svar på egenhånd. Grepene har lavt potensiale med tanke på å støtte elevers resonnering, men dersom læreren ikke hadde brukt disse grepene ville kanskje ikke eleven kommet fram til et svar i det hele tatt. Det er viktig å merke seg at grepene ikke bare ble brukt når elevene hadde feil svar, men også når elevene ikke klarte å komme i gang med oppgaveløsning og var i ferd med å gi opp. Dermed kan disse grepene være uttrykk for lærerens stillasbygging (eng. scaffolding) i situasjoner hvor eleven ikke er i stand til å løse matematiske problem på egenhånd (Goos, 2004).

Kommunikasjonsmønsteret som oppstår når eleven har riktig svar, skiller seg fra de mønstrene jeg har omtalt hittil. Det er nemlig bare i dette mønsteret at læreren benytter grep for å *utvide elevens resonnering.* Kategorien *Læreren utvider elevens resonnering* inneholder grep hvor læreren forsøker å få eleven til å utvikle resonnement i retning generalisering eller gyldige bevis. Et kjennetegn på grep i denne kategorien er at læreren løfter blikket fra elevens resonnering der og da, til å se mulighetene for å videreutvikle elevens ideer. Ellis et al. (2019) sier at grep i kategorien *Læreren utvider elevens resonnering* er de mest betydningsfulle, fordi de potensielt kan resultere i at elevene utvikler mer sofistikerte resonnement. Det vil si at elevene generaliserer sine strategier eller ideer, og utleder bevis som er matematisk holdbare. Når min analyse viser at grep som utvider elevens resonnering opptrer sjeldnere enn de andre kategoriene, kan det bety at elevene får færre muligheter til å videreutvikle sin resonnering enn om læreren hadde benyttet slike grep i større grad.

Min analyse viser at selv om læreren gjør forsøk på å utvide elevens resonnering, er det ingen elever som lykkes i å generalisere eller forme bevis. Dette kan bety at overgangen fra å begrunne eget resonnement til å utvide resonnementet, er en krevende øvelse for elevene. En studie av Mata-Pereira & Ponte (2017) viste at elevene klarte å komme fram til generaliseringer og bevis når læreren utfordret elevene til det, dersom utfordringen ble fulgt opp av grep som støttet og veiledet elevenes resonnering. Jeg forstår det som at en utfordrende handling er en handling hvor læreren oppfordrer eleven til å bygge videre på tidligere kunnskap. Det vil si at læreren oppmuntrer eleven til å utforske, se sammenhenger, sammenligne og lete etter mønster. Mata-Pereira & Ponte (2017) fant ut at dersom elevene skulle komme fram til generalisering, var de avhengige av en utfordrende handling eller flere veiledende handlinger fra læreren. De sier videre at for å oppnå bevis, kreves det en utfordrende handling fra læreren. Veiledende handlinger kan på sin side fremme ytterligere utvikling av resonneringsprosessen.

Funn av Mata-Pereira & Ponte (2017) kan kanskje forklare hvorfor ingen av elevene i min studie klarte å generalisere eller forme bevis. Min analyse viser at læreren i enkelte episoder utfordret elevene til å utvide sin resonnering, men det ble ikke fulgt opp av veiledende handlinger fra lærerens side. Det kan altså hende at elevene har fått for lite støtte og veiledning til at de har klart å utvide resonneringa i retning av generalisering og bevis. Ponte & Quaresma (2016) har gjort lignende funn. De fant ut at utfordrende handlinger fra læreren fostrer verdifulle læringssituasjoner, men at læreren også må støtte elevene gjennom veiledende spørsmål som bidrar med retning og underbygger elevens resonnering. Først da kan elevene ha mulighet til å lære det læreren har intensjoner om (Ponte & Quaresma, 2016).

I mønsteret hvor eleven drøfter en mulig antagelse med læreren, virker det som at lærerens grep stopper eleven i å resonnere videre. Det kan se ut som at det faktum at læreren ikke validerer elevens foreløpige antagelse tydelig, bidrar til at eleven blir usikker. Det medfører i sin tur at eleven går bort fra videre resonnering, og i stedet forsøker å anvende en kjent prosedyre for å løse oppgaven. Det vil altså si at lærerens grep resulterer i at eleven utfører en gjerning framfor å fortsette utforskingsrutinen.

Dette funnet kan kanskje forklares gjennom forskning av Francisco & Maher (2011), som fant ut at lærere overså eksempler på rik resonnering i klasserommet. Jeg tror ikke at læreren med viten og vilje stoppet elevens resonnering, men at det snarere handlet om at læreren ikke oppdaget ikke muligheten for å utvide resonneringa.

Analysen viste at det var to prosesser innen matematisk resonnering som kom til uttrykk langt oftere enn andre, nemlig prosesser for å forme en antagelse og prosesser for å begrunne. Jeg har tidligere nevnt at det ikke betyr at de andre prosessene som Jeannotte & Kieran (2017) beskriver ikke forekommer, men at de sjeldnere blir satt ord på i samtalen mellom lærer og elev. Antagelsene som elevene formet, var ofte i form av mulige svar eller løsningsstrategier. Begrunnelsene som elevene kom fram til, var som regel basert på hva de hadde gjort. Det kan henge sammen med at læreren vanligvis stilte spørsmål som *Hvordan fant du ut det?* eller *Hvordan regnet du ut det?* Slike spørsmål ble brukt både i forbindelse med at læreren lokket fram-, og utvidet elevens resonnering.

Denne spørsmålsformuleringen vil kunne resultere i at elevene fokuserer mest på utregning og hva som har blitt gjort, noe som er typisk for gjerninger og ikke utforsking. Sfard (2008) sier at rutiner som karakteriseres som gjerninger eller ritualer forekommer før utforsking, men her finner vi også et kritisk punkt i utviklingen av utforskingsrutiner. Dersom lærere fokuserer mer på *hvordan* enn på *når*, er det fare for at rutinene ikke vil kunne regnes som utforsking, bare gjerninger og ritualer. Nachlieli & Tabach (2019) mener at dersom læreren stiller spørsmål som *Hvordan regner du videre?,* vil rutinen ha trekk av ritual. Hvis læreren i stedet spør *Hva skal du finne ut?*, vil det i større grad fremme utforsking. De sier samtidig at ritualer hjelper elever til å huske tidligere ytringer om objektene i fokus, og at en balanse mellom ulike rutiner leder til en utforskende matematisk diskurs (Nachlieli & Tabach, 2019).

Å skille mellom gjerninger, ritualer og utforskning viste seg å bli en utfordring i min undersøkelse. I begynnelsen av analyseprosessen brukte jeg definisjonen på MR fra Jeannotte & Kieran (2017) for å velge episoder hvor det forekom matematisk resonnering. Jeg fant episoder hvor elever både formet antagelser og begrunnet disse, men den videre analysen viste samtidig at elevene ofte begrunnet gjennom å fortelle hva de hadde gjort. Det vil si at begrunnelsene bygger på gjerninger og ikke kan regnes som ren utforsking. At det ikke alltid finnes klare skiller mellom ulike rutiner, bekreftes av Lavie et al. (2019). Det er mange stadier mellom ritualer og utforsking, noe som kan ses som faser i utviklingen av en rutine (Lavie et al., 2019).

I følge Lavie et al. (2019) er det sjelden man ser rutiner som enten er rene ritualer eller utforsking i klasserommet. Det er heller snakk om en sammenhengende skala der ritualer og utforsking er ytterpunktene, og elevenes rutiner befinner seg et eller annet sted mellom disse. Så sant en spesifikk prosedyre regnes som nødvendig for å kunne løse en oppgave, kan ikke rutinen regnes som fullverdig utforsking (Lavie et al., 2019). Dette støtter min observasjon av at gjerninger og ritualer ofte opptrer som en del av utforskingsrutiner når elever resonnerer i matematikk.

I de episodene hvor læreren så ut til å stoppe elevens resonnering, kan det se ut som at manglende eller utydelige bekreftelser fra læreren gjorde eleven usikker på om den foreløpige antagelsen kunne være riktig. Det medførte i flere tilfeller at eleven gikk bort fra sin antagelse, og i stedet valgte å bruke kjente prosedyrer i oppgaveløsningen. Fra et kommognitivt perspektiv kan vi si at eleven trekker en gjerning inn i utforskingsrutinen, i stedet for å resonnere videre. Til tross for at Ellis et al. (2019) kategoriserer å validere et korrekt svar som et grep med lavt potensiale, kan det se ut til at lærerens bekreftelser har stor betydning for at eleven skal fortsette sin resonnering. Å dele uferdige ideer eller uferdige antagelser innebærer at elevene må være villige til å ta en intellektuell risiko (Makar et al., 2015). Derfor mener jeg at elever, som på tross av risikoen velger å dele uferdige antagelser, har behov for støtte og bekreftelser for å unngå at de trekker seg fra videre resonnering. Når slike bekreftelser uteblir eller ikke er tydelige nok, kan det resultere i at eleven velger å bruke kjente prosedyrer som antageligvis oppleves som mindre risikofylte, noe jeg har vist eksempel på i analysen.

5.2 Vurdering av kvaliteten på undersøkelsen

Jeg har gjennomført en kvalitativ studie hvor jeg har analysert datamateriale fra to klasserom. Det innebærer at jeg ikke kan uttale meg på generelt grunnlag om hvordan lærere påvirker elevers resonnering i andre klasserom enn de jeg har observert.

Det ble ikke lagt føringer for hvilke oppgaver lærerne og elevene skulle arbeide med under observasjonen. Det betyr at dersom elevene hadde arbeidet andre oppgaver, kunne bruken av matematiske resonneringsprosesser og lærergrep i samtalene blitt annerledes.

Det er også viktig å understreke at metoden for datainnsamling har vært observasjon, og det er ikke blitt gjennomført intervju i tillegg. Lærerne har altså ikke fått mulighet til å uttale seg om hvilke intensjoner de har hatt ved valg av grep i samtalene. Det betyr at min tolkning av lærerens intensjoner kan prege den analysen som har blitt gjort. En annen observatør kan med andre ord tolke lærerens intensjoner på en annen måte enn meg.

Likevel mener jeg at studien er et viktig bidrag til forskningsfeltet fordi den viser eksempler på hvordan lærere kan påvirke elevers resonnering i matematikk. Gjennom å analysere datamaterialet med de rammeverkene jeg har valgt, bidrar jeg med kunnskap om hva MR er og hvordan prosessene i MR kan påvirkes gjennom samtale. Jeg har dessuten beskrevet analysemetoden slik at det er mulig for andre forskere å undersøke om de samme kommunikasjonsmønstrene oppstår i andre klasserom også. I tillegg kan studien brukes som et utgangspunkt for å reflektere over lærerens rolle og mulig forbedring av undervisningspraksis i andre klasserom.

6 Avslutning

Min studie har vist hvordan lærere kan påvirke elevenes resonnering gjennom ulike grep som blir gjort i samtalen mellom lærer og elev. Selv om læreren åpner for at elevene får komme med antagelser og begrunne disse, er det læreren som til sjuende og sist må vurdere hvilke muligheter det finnes i de resonnementene som elevene utvikler. Læreren må sette seg inn i elevens resonnement, vurdere sannhetsgehalten i resonnementet, og avgjøre hvordan eleven kan støttes videre. Læreren har derfor en avgjørende rolle i samtalen, og elevens resonnering påvirkes av de grepene læreren gjør.

Jeg kan ikke vite sikkert hva som er årsaken til at lærerne ikke forsøkte å utvide elevenes resonnering i de tilfellene hvor elevene måtte ha hjelp for å komme fram til riktig svar, men det er mulig å tenke seg ulike forklaringer. En forklaring kan handle om tid. Å forsøke å få eleven til å rette egne feil for deretter å bryte ned oppgaven og stille ledende spørsmål var ofte tidkrevende. Det kan derfor hende at tidspress og behov for å snakke med andre elever medførte at forsøk på å utvide elevens resonnering i disse tilfellene ikke ble prioritert. En annen forklaring kan være at læreren tolker det slik at elever som trenger mye hjelp for å komme fram til riktig svar, ikke har forutsetninger til å kunne utvide sin resonnering videre. Uten å ha spurt lærerne om dette direkte, må dette bare ses på som spekulasjoner og ingen entydig forklaring.

I innledninga skrev jeg at formålet med denne studien har vært å bidra med kunnskap om hvordan kommunikasjon mellom lærer og elev kan påvirke elevens matematiske resonnering, MR. Min undersøkelse har vist hvordan MR kommer til uttrykk i klasserommet, og hvordan lærerens grep i samtalen påvirker elevenes resonnering. På bakgrunn av funnene er det mulig å reflektere over hvordan undervisningspraksis kan forbedres. På den ene siden mener jeg at kunnskap om MR gjør de enklere å oppdage prosesser innen resonnering. Det betyr også at læreren kan bli mer oppmerksom på sin egen rolle, og hvordan hen påvirker elevens resonnering i ulike retninger. På den andre siden kan økt bevissthet om lærerens grep i samtalen med elevene bidra til at man i større grad forsøker å velge grep som støtter elevers resonnering på mer effektive måter.

Med tanke på videre forskning ville det vært interessant å gjennomføre en intervensjonsstudie med utgangspunkt i rammeverkene til Jeannotte & Kieran (2017) og Ellis et al. (2019). Da kunne man undersøkt om lærerens påvirkning på elevens resonnering ville endret seg etter at læreren hadde fått mer kunnskap om ulike prosesser i MR og hvilke grep som i teorien er mer effektive for å støtte elevers resonnering.

Kunnskapen jeg har fått gjennom å skrive denne masteroppgaven skal jeg ta med meg tilbake til skolen og egen undervisningspraksis. Et ordtak sier at man ikke kan endre andre enn seg selv. Hvis man ser på læring som endring i et individs deltagelse i en diskurs, tør jeg påstå det motsatte. Du kan endre andre, men bare hvis du begynner med deg selv.

Referanser

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, *3*(2), 77–101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Brodie, K. (2010). Teaching Mathematical Reasoning: A Challenging Task. I K. Brodie (Red.), *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms* (s. 7–22). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09742-8_1

Brousseau, G., & Gibel, P. (2005). Didactical Handling of Students' Reasoning Processes in Problem Solving Situations. *Educational Studies in Mathematics*, *59*(1/3), 13–58.

Clark, A., Holland, C., Katz, J., & Peace, S. (2009). Learning to see: Lessons from a participatory observation research project in public spaces. *International Journal of Social Research Methodology*, *12*(4), 345–360. https://doi.org/10.1080/13645570802268587

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. R. B. (2018). *Research methods in education* (8th ed.). Routledge.

Ellis, A., Link to external site, this link will open in a new window, Özgür, Z., & Reiten, L. (2019). Teacher moves for supporting student reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, *31*(2), 107–132. http://dx.doi.org/10.1007/s13394-018-0246-6

Engeström, Y. (1999). Activity theory and individual and social transformation. I R.-L. Punamäki, R. Miettinen, & Y. Engeström (Red.), *Perspectives on Activity Theory* (s. 19–38). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511812774.003

Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2011). Teachers attending to students' mathematical reasoning: Lessons from an after-school research program. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*(1), 49–66. https://doi.org/10.1007/s10857-010-9144-x

Franke, M. L., Webb, N. M., Chan, A. G., Ing, M., Freund, D., & Battey, D. (2009). Teacher Questioning to Elicit Students' Mathematical Thinking in Elementary School Classrooms. *Journal of Teacher Education*, *60*(4), 380–392. https://doi.org/10.1177/0022487109339906

Goos, M. (2004). Learning Mathematics in a Classroom Community of Inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education*, *35*(4), 258–291. https://doi.org/10.2307/30034810

Guba, E. G. (1981). ERIC/ECTJ Annual Review Paper: Criteria for Assessing the Trustworthiness of Naturalistic Inquiries. *Educational Communication and Technology*, *29*(2), 75–91.

Guba, E. G. (1989). *Fourth generation evaluation*. Sage.

Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *96*(1), 1–16. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8

Lavie, I., Steiner, A., & Sfard, A. (2019). Routines we live by: From ritual to exploration. *Educational Studies in Mathematics*, *101*(2), 153–176. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9817-4

Leikin, R., & Dinur, S. (2007). Teacher flexibility in mathematical discussion. *The Journal of Mathematical Behavior*, *26*(4), 328–347. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.08.001

Lincoln, Y. S. (1985). *Naturalistic inquiry*. Sage.

Maher, C. A., Palius, M. F., Maher, J. A., Hmelo-Silver, C. E., & Sigley, R. (2014). Teachers Can Learn to Attend to Students' Reasoning Using Videos as a Tool. *Issues in Teacher Education*, *23*(1), 31–47.

Makar, K., Bakker, A., & Ben-Zvi, D. (2015). Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom. *ZDM*, *47*(7), 1107–1120. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0732-1

Mata-Pereira, J., & Ponte, J.-P. da. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: Teacher actions facilitating generalization and justification.

Educational Studies in Mathematics, *96*(2), 169–186. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9773-4

Mueller, M., Yankelewitz, D., & Maher, C. (2014). Teachers Promoting Student Mathematical Reasoning. *Investigations in Mathematics Learning*, *7*(2), 1–20. https://doi.org/10.1080/24727466.2014.11790339

Myhill, D., & Dunkin, F. (2005). Questioning Learning. *Language and Education*, *19*(5), 415–427. https://doi.org/10.1080/09500780508668694

Nachlieli, T., & Tabach, M. (2019). Ritual-enabling opportunities-to-learn in mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, *101*(2), 253–271. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9848-x

NESH. (u.å.). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Forskningsetikk. Hentet 26. november 2020, fra https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi/

Nowell, L. S., Norris, J. M., White, D. E., & Moules, N. J. (2017). Thematic Analysis: Striving to Meet the Trustworthiness Criteria. *International Journal of Qualitative Methods*, *16*(1), 160940691773384-. https://doi.org/10.1177/1609406917733847

Ponte, J. P. da, & Quaresma, M. (2016). Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. *Educational Studies in Mathematics*, *93*(1), 51–66.

Rienecker, L., & Stray Jørgensen, P. (2013). *Den gode oppgaven: Håndbok i oppgaveskriving på universitet og høyskole* (W. Landaas, Overs.; 2. utg.). Fagbokforl. https://www.nb.no/search?q=oaiid:"oai:nb.bibsys.no:991204708454702202"&mediatype=bøker

Rowan, B., Chiang, F.-S., & Miller, R. J. (1997). Using Research on Employees' Performance to Study the Effects of Teachers on Students' Achievement. *Sociology of Education*, *70*(4), 256–284. https://doi.org/10.2307/2673267

Sfard, A. (2007). When the Rules of Discourse Change, but Nobody Tells You: Making Sense of Mathematics Learning From a Commognitive Standpoint. *The Journal of the Learning Sciences*, *16*(4), 565–613. https://doi.org/10.1080/10508400701525253

Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing*. University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511499944

Sfard, A., & Lavie, I. (2005). Why Cannot Children See as the Same What Grown-ups Cannot See as Different?: Early Numerical Thinking Revisited. *Cognition and Instruction*, *23*(2), 237–309.

Skott, J. (2008). *Delta: Fagdidaktik*. Forlaget Samfundslitteratur.

St. Pierre, E. A., & Jackson, A. Y. (2014). Qualitative Data Analysis After Coding. *Qualitative Inquiry*, *20*(6), 715–719. https://doi.org/10.1177/1077800414532435

Stylianides, A. J. (2007). Proof and Proving in School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(3), 289–321. https://doi.org/10.2307/30034869

Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2013). Seeking research-grounded solutions to problems of practice: Classroom-based interventions in mathematics education. *ZDM : The International Journal on Mathematics Education*, *45*(3), 333–341. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0501-y

Stylianides, G. J. (2008). An Analytic Framework of Reasoning-and-Proving. *For the Learning of Mathematics*, *28*(1), 9–16.

Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-Proving in School Mathematics Textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, *11*(4), 258–288. https://doi.org/10.1080/10986060903253954

Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Shilling-Traina, L. N. (2013). PROSPECTIVE TEACHERS' CHALLENGES IN TEACHING REASONING-AND-PROVING. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *11*(6), 1463–1490. https://doi.org/10.1007/s10763-013-9409-9

Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Weber, K. (2016). Reseach on the teaching and learning of proof: Taking stock and moving forward. I J. Cai (Red.), *Compendium for research in mathematics education*. National Council Of Teachers Of Mathematics.

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05)*. Utdanningsdirektoratet. https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

NTNU
Kunnskap for en bedre verden