Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Kjell Strøm

Elevers løsningsstrategier i møte med digitale oppgaver

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 1.-7. trinn
Veileder: Hermund André Thorkildsen
Mai 2021

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Kjell Strøm

Elevers løsningsstrategier i møte med digitale oppgaver

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 1.-7. trinn
Veileder: Hermund André Thorkildsen
Mai 2021

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Mye programvare som brukes i skolen i dag er ikke designet med utgangspunkt i fagenes didaktikk, eller laget i tråd med nyere forskningsbasert undervisningspraksis. Det meste av programvare som er utviklet med tanke på matematikkundervisning er basert på drill og øvelse. Det eksisterer få digitale læringsprogrammer som kan støtte elevenes utvikling av matematiske begreper. Dermed er det meste av programvaren som brukes i matematikkundervisning i dag ikke egnet til å hjelpe elever i matematikkvansker med å overkomme vanskene sine. I denne masterstudien undersøker jeg hvordan elever i matematikkvansker arbeider med digitale oppgaver som er designet med tanke på å støtte elevers begrepsutvikling. Jeg ser på elevenes handlinger i programvaremiljøet og elevenes utsagn som forklarer handlingene deres som uttrykk for deres matematiske tenkning. Dermed er forskjellige løsningsstrategier uttrykk for forskjellige måter å resonnere matematisk. Ved å studere løsningsstrategiene som elever bruker i arbeidet med de digitale oppgavene, ønsker jeg å bidra til forskning på hvordan elever arbeider med digitale oppgaver og hvilken matematisk tenkning som kan tenkes å ligge til grunn for elevenes valg av løsningsstrategi. Jeg stiller forskningsspørsmålet *«Hvilke løsningsstrategier bruker elever i matematikkvansker i arbeid med spillet NumberBeads?».*

Studien er gjennomført som en kvalitativ studie der utvalget består av 3 elever i matematikkvansker på 4. trinn ved en skole i Trondheim. Elevene ble filmet i sitt arbeid med digitale oppgaver i spillet NumberBeads. Underveis i elevenes arbeid gjennomførte jeg et ustrukturert, samtalepreget intervju for å avdekke mer av elevenes tanker og resonnementer omkring løsningsstrategiene deres.

Resultatene fra studien viser at det er stor variasjon i hvilke løsningsstrategier elever i matematikkvansker bruker i arbeid med spillet NumberBeads. Ut fra tanken om at ulike strategier bygger på til dels ulik matematisk tenkning viser resultatene også at digitale oppgaver, slik som de blir presentert i NumberBeads, kan invitere elever til å gjøre ulike matematiske resonnementer i sitt arbeid og kan dermed stimulere til utvikling av flere matematiske begreper.

Abstract

A lot of the software used in todays school is not designed with attention to the didactics of the subjects, nor is it designed according to recent research-based teaching practices. The majority of mathematics educational software is based on drill and practice. Only a few ICT-based learning arrangements which can support the development of mathematical conceptual knowledge exists. Because of this, most software used in mathematics education today is not suitable for helping pupils in mathematics difficulties to overcome their obstacles. In this masters study, I examine how pupils in mathematics difficulties solve digital tasks designed with the intent of helping pupils develop conceptual mathematics knowledge. I view pupils actions in the program environment as well as their statements that explains their actions, as expressions of pupils mathematical reasoning. Different solution strategies are expressions of different mathematical reasoning. Through studying pupils solution strategies to the digital tasks, I hope to contribute to research on how children solve digital tasks and what mathematical reasoning that might be at the core of pupils choice of strategy. I pose the research question «*What solution strategies do pupils in mathematics difficulties use while working with the game NumberBeads?*».

This study is a qualitative study with a sample consisting of 3 pupils in mathematics difficulties from grade 4 in a school in Trondheim. The pupils were videotaped during their work with the digital tasks of the game NumberBeads. During pupils work, I conducted an unstructured, informal interview in order to uncover pupils thoughts and reasoning related to their choice of solution strategy.

The studys results show great variation in pupils solution strategies while working with the game NumberBeads. According to the idea that different solution strategies build upon different mathematical reasoning, the results of the study also shows that digital tasks, as they are presented in NumberBeads, may invite students to diverse mathematical reasoning and thereby stimulate development of mathematical concepts.

Forord

Denne studien setter punktum for en fagdidaktisk utviklingsreise som jeg la ut på skoleåret 2015/2016. Over en periode på 6 år, med et opphold i videreutdanningen på 2 år, har jeg forsøkt å gå i dybden på hvordan elever lærer matematikk og hvordan man tilbyr matematikkundervisning som best kan støtte elevenes læring. Nå, etter fullført mastergrad i matematikkdidaktikk for 1. – 7. trinn, har jeg begynt å se kompleksiteten i dette – men også fått mange viktige innspill til hvordan jeg bør legge opp matematikkundervisning som bygger på nyere matematikkdidaktisk forskning og som kan fremme elevers begrepsutvikling.

Jeg vil takke familien min som har hatt tålmodighet med meg når ordinær arbeidstid ikke har strukket til, og gitt meg rom til å gjennomføre videreutdanningen. En spesiell takk til kona mi, som tålmodig har hørt på når jeg har hatt behov for å lufte tanker og resonnementer.

Jeg vil også rette en takk til veileder Hermund André Thorkildsen for gode og viktige innspill i prosessen.

Innhold

Figurer

Tabeller

1 Innledning

Et hovedmål i flere lands læreplaner i matematikk er at elevene skal tilegne seg tallforståelse (for eks. Dunphy, 2007; Howell & Kemp, 2005; Yang et al., 2008). I norske læreplaner ble begrepet tallforståelse brukt i innledningen til fagplanen i matematikk i Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen (L97) under overskriften «*Strukturen i faget*». Da ble det sagt at «*tallforståelse, behandling av tall og bruka av regneartene vektlegges og skal være et fundament i arbeidet med faget*» (Kirke-, utdannings-, og forskningsdepartementet, 1996, s. 156). I læreplanen i matematikk for Kunnskapsløftet, LK06, ble igjen begrepet tallforståelse brukt. Under overskriften «Hovedområder» beskrives de hovedområder som man skal arbeide med gjennom både grunnskole og videregående skole. Hovedområdet «Tal og algebra» blir det sagt «*handler om å utvikle tallforståelse og innsikt i hvordan tall og tallbehandling inngår i systemer og mønster*» Læreplanen for matematikk for «Fagfornyelsen», LK20, innfører begrepet kjerneelementer, og introduserer for matematikkfaget seks kjerneelementer som skal gjennomsyre arbeidet med matematikk i grunnskolen og den videregående opplæringa. Et av disse kjerneelementene er «matematiske kunnskapsområder». I beskrivelsen av kjerneelementet finner vi «*Dei matematiske kunnskapsområda omfattar tal og talforståing, algebra, funksjonar, geometri, statistikk og sannsyn*» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Videre sier beskrivelsen av kjerneområdet at elever tidlig må få et godt tallbegrep og utvikle varierte regnestrategier. Siden læreplanverket L97 har altså tallforståelse vært vektlagt i norske læreplanverk som et hovedmål for undervisningen.

Flere studier har pekt på at elever med god tallforståelse har større sjanse for senere matematisk suksess (for eks. Aubrey & Godfrey, 2003; Aunola et al., 2004). Young-Loveridge (2002) oppsummerer i sin artikkel forskning på tallforståelse og beskriver elevers utvikling av tallforståelse som en prosess som går gjennom flere steg. Utviklingen begynner med enkle tellestrategier. Deretter kommer telling uten at objektene som skal telles er synlige. Videre fortsetter utviklingen i det at barnet innser at når to mengder skal kombineres kan tellingen begynne fra antallet i den ene mengden. Denne *telle videre fra*-strategien regnes som den mest avanserte tellestrategien som barn bruker for å løse problemer (Young–Loveridge, 2002). Når en elev går fra å telle alt og til å telle videre fra, viser eleven innsikt i talls indre struktur som satt sammen av andre tall; at en mengde er komponert av ulike kombinasjoner av mindre mengder (Starkey & McCandliss, 2014). For eksempel kan tallet 5 være dannet av 4 og 1, og 3 og 2. Å utvikle begreper om hvordan tall er satt sammen av andre tall henger sammen med utvikling av del-hel-resonnering hos barn. Denne overgangen fra tellestrategier til del-hel-resonnering blir sett på som en milepæl i barns utvikling av tallforståelse (Young–Loveridge, 2002).

Forskning har vist at elever i matematikkvansker gjerne benytter seg av primitive tellestrategier for å løse matematiske problemer fremfor å benytte seg av strategier som stiller høyere krav til tallforståelse, som for eksempel å benytte seg av del-hel-resonnering (Gersten et al., 2005). Problemer med å løse oppgaver knyttet til del-hel-resonnering har vist seg å være en risikofaktor for senere matematikkvansker (Starkey & McCandliss, 2014).

Walter (2018) sier at mange barn ikke klarer å komme videre fra å benytte enkle tellestrategier når de løser aritmetiske problemer. Disse barna har behov for målrettet hjelp som retter seg mot deres vansker (Walter, 2018). Det vil si at for noen barn må utviklingen fra primitive tellestrategier til del-hel-resonnering bli lagt til rette for gjennom målrettet undervisning. Disse elevene, som står i fare for å havne i matematikkvansker, må derfor møte opplæring som tar sikte på å utvikle videre begreper om talls struktur som satt sammen av andre tall, slik at mer avanserte tellestrategier og del-hel-resonnering kan utvikles.

Laurillard (2016) fremhever at det i mange lands skoler er for få lærere som er spesialiserte på matematikkvansker og kan tilby en-til-en-støtte, og øktene med spesialundervisning i matematikk er for sjeldne til at elevene får tid til å utvikle nye ferdigheter og begreper. Elever i matematikkvansker vil, som elever med dyskalkuli, ha god nytte av ekstra tid til å arbeide med å utvikle begreper om tallenes struktur. De vil også ha behov for mer øvelse i å behandle og manipulere mengder, utvikle relasjoner mellom mengder og sifre og utføre manipulasjoner med mengder, sifre og andre symboler (Laurillard, 2016). I et forskningsprosjekt der man ønsker å imøtekomme dette behovet for mer tid og øvelse til å utvikle begreper om talls indre struktur som satt sammen av andre tall og del-hel-resonnering, er det digitale spillet NumberBeads utviklet (Laurillard, 2016). Gjennom at elever i matematikkvansker kan arbeide selvstendig med spillet når det passer for dem og i sitt eget tempo, håper Laurillard og hennes kolleger at elevene kan få tilstrekkelig støtte i begrepsutviklingen til at de kan se tall som satt sammen av andre tall. Bruk av digitale aktiviteter muliggjør at elever i matematikkvansker kan arbeide selvstendig og kan få den nødvendige tiden på en aktivitet som er nødvendig for at de skal kunne utvikle begreper og ferdigheter (Laurillard, 2016).

I norsk skole har vi siden innføringen av LK06, Kunnskapsløftet, hatt «digitale ferdigheter» som en av fem grunnleggende ferdigheter som skal gjennomsyre undervisningen i alle fag. I gjeldende læreplans overordnede del slås det fast at de grunnleggende ferdighetene er del av den faglige kompetansen, nødvendige redskaper for læring og faglig forståelse, og at lærere i alle fag skal støtte elevene i arbeidet med grunnleggende ferdigheter (Utdanningsdirektoratet, 2020). For faget matematikk sin del vil det si at digitale ferdigheter er både en del av det som skal undervises, og et nødvendig redskap for læring i faget. Med andre ord skal elever i norsk skole lære og øve på fagstoff gjennom å bruke sine digitale ferdigheter. Når lærere skal tilrettelegge undervisning som tar sikte på å utvikle elevenes tallforståelse, skal deler av denne undervisningen også foregå med digitale verktøy som for eksempel spillet NumberBeads.

Det er slik at mye programvare som brukes i skolen i dag ikke er designet med utgangspunkt i de ulike fagenes didaktikk, eller laget slik at de er i tråd med nyere forskningsbasert undervisningspraksis. Det meste av programvare som er utviklet med tanke på matematikkundervisning er basert på drill og øvelse (Walter, 2018). Det eksisterer få digitale læringsprogrammer som kan støtte utvikling av (og ikke bare øvelse i) matematiske begreper (Sinclair & Baccaglini-Frank, 2015). På grunn av dette er ifølge Walter (2018) det meste av programvaren som er tilgjengelig for matematikkundervisning i dag ikke egnet til å overkomme matematikkvansker, siden drillprogramvare fremmer automatisering av forstått kunnskap og grunnleggende forståelse er forutsetning for adekvat bruk.

I det matematikkdidaktiske fagfeltet er det begrenset med forskning på hvilke tankeprosesser og løsningsstrategier elever tar i bruk når de arbeider med digitale matematiske aktiviteter. Det eksisterer kun enkelte forskningsprosjekter som viser til mulighetene som bruken av programvare utviklet for å støtte utvikling av begreper tilbyr, og muligens overkomme lærevansker gjennom å benytte disse programmene (Walter, 2018).

For at programvareutviklere skal kunne designe digitale aktiviteter som er basert på nyere matematikkdidaktisk forskning og som vil invitere elever i matematikkvansker til utvikling av matematiske begreper, må vi vite noe om hvordan disse elevene løser digitale oppgaver og hvordan de arbeider med digitale matematiske aktiviteter. Jeg ser derfor at det er behov for mer matematikkdidaktisk forskning som tar sikte på å undersøke hvordan elever i matematikkvansker arbeider med digitale matematiske aktiviteter. For å imøtekomme dette behovet ønsker jeg å studere nærmere hvordan elever i matematikkvansker arbeider med digitale aktiviteter, spesielt hva slags tankeprosesser de digitale aktivitetene initierer hos elevene og om selvstendig arbeid med digitale aktiviteter kan bidra til å stimulere elever med svak tallforståelse til å utvikle nye begreper omkring talls struktur og del-hel-resonnering.

I denne masterstudien velger jeg å benytte spillet NumberBeads, da dette er et eksempel på forskningsbasert programvare som utviklerne hevder er laget for å stimulere til utvikling av begreper om del-hel-resonnering hos elever i matematikkvansker. Videre er spillet designet slik at det tilbyr flere matematikkdidaktiske potensialer som man ikke lett kan etterligne med andre aktiviteter. Jeg ser på elevers handlinger i det digitale programvaremiljøet som uttrykk for deres matematiske tenkning, i tråd med konstruktivistisk læringsteoris syn på tegn og symboler (Cobb, 1994). Jeg vil i denne studien se nærmere på løsningsstrategier som elever i matematikkvansker bruker i arbeidet med NumberBeads og stiller forskningsspørsmålet *«Hvilke løsningsstrategier bruker elever i matematikkvansker i arbeid med spillet NumberBeads?»*

2 Teori

Som fundament for denne oppgaven har jeg valgt tilnærminger både teoretisk og i praktisk utførelse som ligger innen et konstruktivistisk syn på kunnskap og læring. Jeg ser på tallforståelse som et sammensatt begrep bestående av flere delkomponenter, i tråd med for eksempel Andrews og Sayers (2014) sitt rammeverk for grunnleggende tallforståelse. Jeg vil i dette kapitlet først kort presentere teori om to ulike syn på kunnskap og læring for å plassere denne studien inn i en tradisjon. Deretter skisserer jeg teori om tallforståelse, før jeg går nærmere inn på delkomponenter ved tallforståelse som er aktuelle for å analysere elevenes løsningsstrategier i arbeidet med NumberBeads. Spillet NumberBeads tilbyr elevene digitale oppgaver som søker å hjelpe elever med å utvikle begreper om del-hel-resonnering. Jeg vil først ta for meg telling, deretter subitisering og inndelingen i perseptuell og konseptuell subitisering, før jeg avslutter kapitlet med teori om del-hel-resonnering.

2.1 Syn på kunnskap og læring

Vi kan skille mellom to ulike grunnsyn med tanke på kunnskap og læring som var ledende innen forskning på matematikkundervisning mot inngangen til 2000-tallet (Cobb, 1994). Den ene trenden, sosiokulturelt syn på læring og kunnskap, vektlegger at matematisk aktivitet har en sosialt og kulturelt situert natur (Cobb, 1994). Dette synet på læring bygger i stor grad på arbeidet til Vygotsky, der språk, tegn og symboler har en viktig rolle i medieringen av kunnskap og læring (Vygotsky, 1978). Med et sosiokulturelt perspektiv på kunnskap og læring ser man på læring som deltakelse i sosiale aktiviteter og kulturelt organiserte aktiviteter (Cobb, 1994).

Den andre trenden er et konstruktivistisk syn på kunnskap og læring. Innen konstruktivismen ser man på kunnskap som noe som konstrueres av det enkelte tenkende individ, og læring kan kun skje når individet reorganiserer sitt begrepsmessige rammeverk (Lerman, 2014). Cobb (1994) ser på dette synet opp mot læring i matematikk og sier at elever konstruerer sin matematiske viten gjennom at de prøver å gjenopprette orden og sammenheng i sin personlige erfaringsverden. Med uttrykk fra Piagets teorier er læring akkomodasjon, at elever må konstruere nye mentale skjema som følge av at de opplever nye situasjoner som de ikke får til å passe inn i sine allerede eksisterende mentale skjema (Skott et al., 2018). Forskere kan ikke vite hva slags kunnskap elever konstruerer siden læringsprosessen er usynlig, men oppgaver og samhandling mellom lærer/forsker og elev bringer frem bevis på begreper som er i utvikling hos eleven. Dette lar lærer/forsker danne sin egen modell av elevens læring (Lerman, 2014).

For en forsker som studerer tenking og læring innen et konstruktivistisk syn på læring er analyseenheten eleven, imens et sosiokulturelt syn på læring innebærer at analyseenheten er eleven i sosiale samhandlinger (Cobb, 1994).

De to ulike synene på kunnskap og læring skilles også i hvordan de ser på tegn og symboler. Innen et sosiokulturelt syn på læring ser man typisk på tegn og symboler som bærere av enten etablert matematisk tenkning eller kulturell arv. Innen et konstruktivistisk syn på læring er tegn og symboler måter elever kan uttrykke og kommunisere sin matematiske tenkning (Cobb, 1994).

2.2 Tallforståelse

Tallforståelse henviser til en persons generelle forståelse av tall og operasjoner, sammen med evnen og tilbøyeligheten til å bruke denne forståelsen fleksibelt til å ta matematiske beslutninger og utvikle strategier for å behandle tall og operasjoner (Mcintosh et al., 1992).

I forskningslitteraturen finner vi ikke en klar definisjon på begrepet tallforståelse. Forskere vektlegger ulike sider ved begrepet, og oppramsing av ulike komponenter i tallforståelse, beskrivelser av hvordan elever viser tallforståelse (eller manglende tallforståelse), og teoretiske analyser av tallforståelse fra et psykologisk perspektiv har vært sentrale deler av diskusjonen omkring begrepet tallforståelse (Mcintosh et al., 1992). Andrews og Sayers (2014) viser til forskning på begrepet tallforståelse og hevder at selv om tallforståelse er et viktig begrep er det ikke to forskere som definerer tallforståelse på nøyaktig samme måte (Andrews & Sayers, 2014). På bakgrunn av sin litteraturstudie finner Andrews og Sayers to klare perspektiver på tallforståelse som de har kalt *«foundational number sense»* (grunnleggende tallforståelse) og *«applied number sense»* (anvendt tallforståelse). Anvendt tallforståelse dreier seg om hva elever gjør, hvordan de løser problemer, hvilke representasjoner de velger å bruke osv. Andrews og Sayers (2014) ser på den grunnleggende tallforståelsen som basis for den anvendte tallforståelsen.

2.2.1 Grunnleggende tallforståelse

Grunnleggende tallforståelse er evnen til å operere fleksibelt med tall og mengder og kan uttrykkes gjennom ord som oppmerksomhet, intuisjon, gjenkjenning, kunnskap, ferdigheter, evne, ønske, forventning, prosess, begrepsmessig struktur eller mental tallinje (Andrews & Sayers, 2014). Det er evidens for at elementer som inngår i grunnleggende tallforståelse er medfødt hos mennesker og uavhengige av instruksjon (Andrews & Sayers, 2014). I en artikkel fra 2014 legger Andrews og Sayers fram et rammeverk som beskriver syv komponenter de hevder inngår i grunnleggende tallforståelse. I en senere artikkel (Sayers & Andrews, 2015) har de revidert rammeverket til å inneholde følgende åtte komponenter:

1. Gjenkjennelse av tall
2. Systematisk telling
3. Bevissthet omkring sammenhengen mellom tall og mengder
4. Diskriminering av mengder
5. Forståelse for ulike representasjoner av tall
6. Estimering
7. Enkel aritmetisk kompetanse
8. Bevissthet omkring tallmønstre

Telling, subitisering og del-hel-resonnering kan knyttes til Sayers og Andrews rammeverk og dermed igjen knyttes til utviklingen av barns tallforståelse. Telling inngår tydelig i rammeverkets andre punkt. Subitisering fremgår ikke like tydelig i hovedpunktene i rammeverket, men er en del av det som beskrives i rammeverkets fjerde punkt, diskriminering av mengder. Sayers og Andrews sier om dette punktet at det omhandler at barn forstår mengder og kan sammenligne ulike mengder, og at barn som er «mengdebevisste» har gått videre fra telling som en memorert liste og mekanisk rutine. De hevder videre at det å være mengdebevisst støtter utviklingen av andre matematiske ferdigheter, spesielt subitisering (Andrews & Sayers, 2014). Del-hel-resonnering knyttes i rammeverket til forståelse for ulike representasjoner av tall. I følge Sayers og Andrews (2015) handler dette om forståelse for at tall kan representeres på forskjellige måter som for eksempel tallinje, gjennom ulike partisjoner, ulike konkreter og fingre. Ulike partisjoner vil for denne oppgavens del si forståelse for at en mengde kan deles opp i mindre delmengder som til sammen utgjør en helhet.

2.3 Telling

Telling er en kompleks prosess som innebærer at tallord sies i korrekt rekkefølge samtidig som de systematisk tilordnes hvert sitt objekt som telles (Young–Loveridge, 2002). Det fins mange ulike telleregler, men det fins bare en riktig måte som man kan ramse opp alle naturlige tall på. Denne spesielle tallrekken kalles *telleramsen* (Nakken & Thiel, 2019). Barn lærer først telleramsen bare som en lydrekke (Nakken & Thiel, 2019). Barns bruk av telleramsen, etter at de har lært å gjengi den korrekt, viser en fast progresjon i nye ferdigheter fra at tellleramsen er en lang rekke av fremoverrettede, sammenkoblede, udifferensierte ord, til at tallordene i telleramsen kan fremhentes enkelt og fleksibelt i begge retninger (Fuson, 1988).

Sarnecka og Carey (2008) refererer til Gelman og Gallistel som legger frem tre «hvordan telle»-prinsipper; (1) En-til-en-korrespondanse, som innebærer at når man kvantifiserer en mengde må ett, og kun ett, tallord tilordnes hvert enkelt element i mengden, (2) Stabil rekkefølge, som innebærer at tallord som brukes til telling må brukes i samme rekkefølge for alle tellinger, og (3) Kardinalprinsippet som innebærer at tallordet som tilordnes det siste elementet som telles også utgjør det totale antallet elementer i mengden (Gelman og Gallistel (1978) som referert i Sarnecka & Carey, 2008).

Clements og Sarama (2014) gir en oversikt over barns utvikling av telling, og hevder at kvantitativ tenkning er betinget av muntlig telling. Grunnleggende nivå i deres oversikt over utviklingen er sammenfallende med det laveste nivå Fuson (1988) hadde i sin progresjon, og for så vidt også samme mål – å telle fleksibelt i begge retninger fra hvilket som helst tall. Imidlertid deler Clements og Sarama opp i andre steg underveis i progresjonen enn Fuson (1988) gjorde. Clements og Sarama (2014) sin oversikt beskriver utviklingen ut fra handlinger som elevene gjør; produserer en rekke tallord men kan ikke differensiere mellom de enkelte ordene, skiller mellom hvert tallord, begynner å telle fra hvilket som helst tall, teller med ulike steg – steg-telling, og teller tallordene i seg selv når de for eksempel bruker en «telle videre fra»-strategi (Clements & Sarama, 2014).

Tallene i telleramsen har en bestemt rekkefølge som aldri forandres. Dette er viktig kunnskap både når barn bruker tall til å beskrive rekkefølge (nummer 1, nummer 2, osv) og når barn bruker tall til å telle antall. Disse to ulike måtene å forstå tall på kalles *kardinalforståelse* og *ordinalforståelse* (Anghileri, 2000).

2.3.1 Kardinalforståelse og ordinalforståelse av tall

I begrepet kardinalforståelse ligger at tall blir brukt til å betegne størrelsen på en mengde, at tallord kobles til antallet i en mengde (Anghileri, 2000). Dette innebærer for eksempel at barnet kan telle opp antallet i en mengde ved å koble ett og ett element i mengden til hvert sitt tallord, og vet at tallordet som ytres ved det siste elementet også utgjør antallet i hele mengden. Kardinalforståelse innebærer også at hvert enkelt tallord i telleramsen som barnet bruker i opptellingen angir antallet som er telt opp til nå, selv om det gjenstår elementer i mengden som skal telles.

Begrepet ordinalforståelse brukes til å beskrive når tallord benevner rekkefølge i en tellesekvens (Anghileri, 2000). For eksempel kan et barn telle perler i en rekke fremfor seg som «en, to, tre, fire…». Tallet 3 sies etter tallet 2 og rett før tallet 4, og henviser til den tredje perlen fra begynnelsen fremfor antallet perler i hele perlerekken.

2.3.2 Steg-telling

Steg-telling er en form for telling der man teller med andre enheter enn én. Det kan være å telle med for eksempel 2, 5 eller 10 om gangen. Voutsina (2016) fant i sin studie at det å lære seg nye, mer sofistikerte tellesekvenser, som for eksempel å telle med 2, 5, eller 10 om gangen, å kunne komponere og dekomponere disse nylig lærte sekvensene, og bruke disse til regning, utvikler seg gradvis. Hun beskriver i studien hvordan elevers utvikling av steg-telling til å bli et redskap for addisjon er en utviklingsprosess. Prosessen begynner med at barnet lærer seg en muntlig tellesekvens, for eksempel rekken av partall. Gjennom tingliggjøring videreutvikler barnet begreper og ferdigheter om denne tellesekvensen slik at den gradvis blir et redskap som barnet kan benytte for å løse addisjonsproblemer (Voutsina, 2016).

2.3.3 Telling som løsningsstrategi for additive problemer

Telling som strategi for å løse addisjonsproblemer og den gradvise utviklingen av stadig mer sofistikerte tellestrategier som tas i bruk i løsningen av addisjonsproblemer har vært fokus for omfattende forskning (Voutsina, 2016). Et eksempel på denne utviklingen fra enkle til mer sofistikerte strategier er når barn utvikler seg fra å «telle alt» til å «telle videre fra» når de skal lære seg å addere. For å finne svar på for eksempel oppgaven 5 + 3 vil «telle alt» innebære at barnet først teller opp 5 fingre på den ene hånden (en, to, tre, fire, fem), og så teller opp 3 på den andre (en, to, tre) før barnet teller opp alle fingrene til sammen (en, to, tre, fire, fem, seks, sju, åtte). Med «telle videre fra» innebærer strategien at barnet teller opp 3 fingre på den ene hånden og teller videre fra 5: «seks, sju, åtte» (Carpenter & Moser, 1984).

2.4 Subitisering

Subitisering er å «umiddelbart se hvor mange» (Clements, 1999). Det engelske ordet «subitizing» er avledet av det latinske adjektivet «subitus» som betyr blant annet «plutselig, umiddelbar». Å subitisere er en direkte perseptuell oppfattelse og identifisering av antallet i en liten gruppe objekter. Man antar at det største antallet objekter man kan subitisere er omtrent fem, også for voksne (Young–Loveridge, 2002). Mekanismene som driver denne subitiseringen har ikke forskere klart å enes om enda, men to hovedsyn på hva som ligger til grunn for subitisering har tredd frem i løpet av 1900-tallet.

Det første synet ser på subitisering som en utviklingsmessig forutsetning for telling. I siste halvdel av 1900-tallet utviklet forskere flere modeller som omhandlet subitisering og telling. De baserte modellene på idéen om at subitisering er en mer grunnleggende ferdighet enn telling (Clements, 1999). Forskning med små barn antyder at disse innehar egenskapen subitisering og spontant benytter subitisering til å representere antallet i små mengder, og at subitisering fremtrer før telling (Klein & Starkey, 1988).

Det andre synet på subitisering er at barn utvikler subitisering senere, som en snarvei til telling. Etter dette synet er subitisering en form for hurtig telling (Clements, 1999).

Forskning har vist at også enkelte dyrearter har perseptuelle tallferdigheter, men kun fugler og primater har vist evnen til å koble et subitisert antall til et skrevet symbol eller lydmerke (Clements, 1999).

Clements (1999) hevder i sin artikkel at selv om dyr er i stand til å subitisere, så er ikke nødvendigvis subitisering en prosess på lavt kognitivt nivå. Det er kanskje ikke kun én mekanisme som ligger til grunn for all subitisering. Clements (1999) hevder at man kan løse forskernes motstridende syn ved å anerkjenne at det fins to typer subitisering; perseptuell subitisering og konseptuell subitisering.

2.4.1 Perseptuell subitisering

Perseptuell subitisering ligner mest på subitisering slik forskerne på 1900-tallet beskrev fenomenet. Perseptuell subitisering innebærer å gjenkjenne antall uten å benytte andre matematiske prosesser (Clements, 1999). Når man umiddelbart oppfatter antallet fire i en mengde uten at for eksempel telling har være involvert i prosessen, så er det perseptuell subitisering som har gjort det mulig å bestemme dette antallet.

Perseptuell subitisering tar i bruk en ubevisst kvantitativ kodingsprosess, og legger til en numerisk prosess (Clements et al., 2019). I dette ligger det at når et spedbarn kan gjenkjenne et antall, men ikke har språk for å uttrykke dette antallet, er ikke dette utviklet til perseptuell subitisering. Når barnet kan kode antallet med for eksempel et tallord eller et symbol er dette ifølge Clements et al. (2019) perseptuell subitisering.

Perseptuell subitisering er ikke bare en prosess der man umiddelbart gjenkjenner antall. Perseptuell subitisering har også en rolle i forhold til *unitizing*, det å lage enheter som man kan telle med (Clements, 1999). Et eksempel på dette kan være når barnet gjenkjenner at det i en mengde perler fins «to-ere», små grupper med 2 perler i hver. Dette er for små barn en krevende kognitiv operasjon i det at barnet må holde orden både på at det dreier seg om et antall enkeltperler, samtidig som barnet også må holde orden på gruppene med 2 perler i hver som en enhet som man for eksempel kan telle med.

I tillegg til at perseptuell subitisering har en rolle i forhold til å lage enheter barn kan telle med, spiller også perseptuell subitisering en rolle i å utvikle barnets begreper om kardinalitet (Clements, 1999). For eksempel kan barnets første forståelse for tallordenes kardinalitet være som benevning for små subitiserte mengder, også om barnet kom frem til benevnelsene gjennom telling (Clements, 1999). Gjennom å bruke tallordene som benevning på mengder som barnet kan subitisere, altså oppfatte det totale antallet uten å være nødt til å telle, gjør barnet seg erfaringer med at tallordene ikke bare benevner ett element i tellesekvensen (ordinal forståelse for tall), men også er en benevning for antallet i en mengde (kardinal forståelse for tall). For eksempel kan tre perler på rekke umiddelbart oppfattes av barnet som antallet tre, og når barnet teller «en, to, tre» og peker på perlene underveis i tellingen kan barnet gjøre erfaringer med at det siste nevnte tallordet benevner mengden totalt.

2.4.2 Konseptuell subitisering

Unitizing leder over i den andre formen for subitisering som Clements (1999) beskriver. Konseptuell subitisering handler om å identifisere en hel mengde som et resultat av å gjenkjenne mindre mengder som i tur er gjenkjent gjennom perseptuell subitisering, og som utgjør en helhet (Wästerlid, 2020). Dette beskriver avgrensingen mellom perseptuell og konseptuell subitisering.

Ved konseptuell subitisering benytter barnet hurtige oppdelingsstrategier, dekomponering og komponering av mindre grupper for å bestemme antallet i en mengde. For eksempel kan et barn som står foran en rekke med 6 perler gjenkjenne grupper med 2 perler i hver. Barnet oppfatter videre 3 slike grupper og gjenkjenner dermed antallet perler i hele rekken som 6.

Aktiviteter som omhandler konseptuell subitisering gir et grunnlag for å forstå addisjon siden både addendene og summen er synlig på samme tid, og tilbyr ulike innfallsvinkler til hvordan tallene er visuelt arrangerte. Videre har evnen til konseptuell subitisering blitt knyttet til barns generelle utvikling av begreper om tall som kardinalitet, konservasjon, relasjoner mellom tall og grunnleggende aritmetiske ferdigheter (Wästerlid, 2020).

Dekomponering og komponering av mengder er kombinerings- og separasjonsoperasjoner som hjelper barn til å utvikle generaliserte del-hel-relasjoner (Clements et al., 2019). Slik jeg forstår, og avgrenser det teoretiske fundamentet i denne masteroppgaven, dreier konseptuell subitisering seg først og fremst om gjenkjenning av antall i visuelle representasjoner av mengder fremfor mer abstrakte resonnementer om tall og operasjoner. I lys av dette tolker jeg utsagnet til Clements et al. (2019) til å handle om at konseptuell subitisering er fundament for å utvikle del-hel-relasjoner og mer abstrakt resonnering om dekomponering og komponering av tall, altså del-hel-resonnering.

2.5 Del-hel-resonnering

Evnen til å reflektere over et tall som et tankeobjekt, og å isolere delene som utgjør tallet, er basis for en dyp forståelse for aritmetikk, samt mye praktisk og anvendt matematisk problemløsing (Hunting, 2003). Det å kunne tenke på tall som deler og helhet er en stor begrepsmessig utvikling som gjør det mulig for barn å tenke på tall som komponert av andre tall (Resnick, 1984). Starkey og McCandliss (2014) kaller dette tallenes komposisjonelle struktur, og fant i sin undersøkelse at begrepsutvikling om denne indre strukturen i tall utvikles gjennom barndommen og er grunnleggende for barns evne til å bestemme antall (*enumeration*). Videre fant de at barns evne til å regne symbolsk aritmetikk med flyt er koblet til deres forståelse for at tall er satt sammen av ulike kombinasjoner av delmengder (Starkey & McCandliss, 2014). Del-hel-resonnering er altså knyttet til tallenes indre komposisjonelle struktur som satt sammen av andre tall. Tallet 5 kan for eksempel oppfattes som satt sammen av $2 + 3$, $4 + 1$, eller $2 + 2 + 1$.

Hunting (2003) refererer til Piaget som sier at *class inclusion* og kunnskap om tall som en *seriated* class (for eksempel at 3 inneholder 2, men 2 inneholder ikke 3) handler om del-hel-operasjoner. C*lass inclusion* er evnen til å identifisere delmengder, kunne koordinere dem med hverandre og forstå hvordan delmengdene kombineres med hverandre til å utgjøre en helhet (Sophian & McCorgray, 1994). Barns evne til å betrakte både delene og helheten samtidig, opptrer typisk ikke før i 6-7 årsalderen (Piaget 1941/1965 som referert i Hunting 2003). Senere forskning har funnet at barn kan være i stand til å koordinere deler og helheter tidligere enn Piaget hevdet når ulike aspekter ved oppgaver og presentasjon av oppgaver er tatt hensyn til (Hunting, 2003). For eksempel fant Sophian og McCorgray (1994) at barn helt nede i 5-årsalderen var oppmerksomme på del-hel-relasjoner mellom mengder både i aritmetiske oppgaver og problemer som tok for seg *class inclusion* (Sophian & McCorgray, 1994).

Barn som har utviklet begreper om komponering av tall, kan gjenkjenne relasjoner mellom de ulike måtene å komponere tall på og se disse som ulike måter å komponere den samme helheten (Baroody, 2006). Med komponering av tall mener Baroody (2006) at et tall kan komponeres av sine deler på ulike vis med ulike deler (for eks. $1+8$, $2+7$, $3+6$, og $4+5=9$).

Denne gjenkjennelsen kan også hjelpe barna med å danne begreper om dekomponering, at et tall kan brytes ned til delene som tallet er satt sammen av på ulike vis (f. eks $9=5+4$, $6+3$, $7+2$, og $8+1$). De store idéene som omhandler komponering og dekomponering av tall utgjør grunnlag for å beherske mengder og de grunnleggende tallene 1-10 på fleksible måter (Baroody, 2006).

Del-hel-resonnering og telling er tett knyttet innen barns numeriske utvikling, og små barns del-hel-resonnering utvikles samtidig som deres økende telleferdigheter. Hvordan utvikling av telleferdigheter støtter og blir støttet av utviklingen av mer sofistikert del-hel-resonnering er ikke klart (Hunting, 2003). Når et barn er i stand til å telle en mengde og hvert uttalte tallord underveis i tellingen angir antallet som er telt, fremfor at hvert tallord angir ett element i mengden, sier Hunting (2003) at barnet har gjort en *count-to-cardinal*-utvikling. Dette innebærer videre at når det siste uttalte tallordet har en kardinal betydning, vil antakelig også det nest-siste ordet også ha kardinal betydning og så videre nedover. Dermed vil tallordene som brukes i telling representere bestemte antall (Hunting, 2003).

3 Metode

I dette kapitlet vil jeg beskrive de metodiske valg jeg har gjort, og hvordan det har påvirket arbeidet jeg har gjort i forkant, underveis og i etterkant av innsamlingen av datamaterialet. Først vil jeg begrunne hvorfor det er fornuftig å velge en kvalitativ tilnærming til forskningen som skal svare på forskningsspørsmålet. Deretter vil jeg begrunne hvorfor jeg har valgt å belyse forskningsspørsmålet gjennom en kasusstudie og begrunne valget av kombinasjonen deltakende observasjon og uformelt, samtalepreget intervju som metode for datainnsamling. Etter en gjennomgang av den digitale aktiviteten som elevene arbeider med i denne studien, vil jeg ta for meg hvordan datamaterialet har blitt analysert. Til slutt vil jeg ta opp spørsmål rundt studiens pålitelighet og etiske betraktninger.

At noe skjer, *hvor ofte*, med *hvem* dette skjer eller *hvor stor* påvirkning dette har, er alle spørsmål som kvantitativ forskning kan ta for seg og undersøke nærmere. Kvantitativ forskning ønsker å måle og forsøker å sette tall på verden omkring oss, i den hensikt å forstå verden bedre. Spørsmål som *hvorfor* noe skjer, *hvilke prosesser* som ligger til bakgrunn, *hvilke prosesser* som igangsettes som resultat av at noe skjer, eller *hvordan* noe skjer er spørsmål som den kvalitative forskningen søker å finne svar på.

3.1 Kvalitativ forskningsmetode

Kvalitativ forskning er et ganske løst begrep som omfatter mange ulike forskningsmetoder. Ulike forskere har vektlagt ulike sider ved begrepet i sine forsøk på å definere hva kvalitativ forskning er, men felles er at innen kvalitativ forskning søker man å gå i dybden for å forstå deltakernes meninger, handlinger, fenomener, holdninger, intensjoner og væremåter (Cohen et al., 2018, s. 288). Ifølge Preissle tar kvalitativ forskning i bruk verbal informasjon og sanseinntrykk i form av deskriptive narrativer som feltnotater, lydopptak eller andre transkripsjoner fra lyd- eller videoopptak, skrevne notater, bilder og filmer (Preissle, 2006). Formål med kvalitativ forskning kan være å beskrive, forklare, rapportere, skape nøkkelbegreper, skape teorier og teste (Cohen et al., 2018).

Med dette som formål fremmer gjerne kvalitativ forskning bruk av ord fremfor tall (Hammersley, 2012). Med det forstår jeg at det for eksempel ikke alltid er mulig å måle og kvantifisere menneskers tanker og intensjoner. Noen ganger må man, for å forsøke å gjengi et så korrekt bilde av virkeligheten som mulig, beskrive nyanser og aspekter som ikke lar seg tallfeste, enkelt plassere i en kategori eller langs en akse. Det er da kvalitativ metode kommer til sin rett ved å åpne for ulike måter å beskrive virkeligheten slik den fremstår for forskeren og deltakerne. Dette gjøres innen kvalitativ forskning gjennom forskjellige måter å samle data på. Metoder som for eksempel observasjon, intervju og eksperiment er datainnsamlingsmetoder som kan gi datamateriale som ikke lett lar seg kvantifisere, men som gjennom språklige skildringer søker å beskrive virkeligheten sett fra forskerens, deltakerens, eller begges øyne.

Forskningsspørsmålet som min oppgave tar for seg er «Hvilke løsningsstrategier bruker elever i matematikkvansker i arbeid med spillet NumberBeads?», og gjennom å svare på forskningsspørsmålet ønsket jeg å forstå de løsningsstrategiene og tankeprosessene som de digitale oppgavene fremkalte hos elever. Når vi forsøker å forstå personers handlinger, intensjoner og væremåter, er vi over i den kvalitative forskningens sfære. Ved at jeg betraktet elever som løser digitale oppgaver som en kasus som jeg ønsket å studere i dybden, er det mulig å få svar på spørsmål som «hvordan?» og «hvorfor?» (Cohen et al., 2018). Innen kasus-studier kan man benytte ulike metoder for datainnsamling (Cohen et al., 2018). For å avdekke hvordan elever løser digitale oppgaver er det viktig å dokumentere både hvordan elevene opptrer, hva de gjør, og hvordan de tenker. Elevers handlinger kan dokumenteres for eksempel gjennom ulike former for observasjon, men deres tanker er imidlertid ikke åpne for å bli observert. For å hente ut informasjon om hvordan elever tenker må man be elevene selv sette ord på sine tanker. Dette kan for eksempel gjøres gjennom intervju. I det følgende vil jeg beskrive hvilken form for observasjon, og hvilken intervjuform, jeg valgte for å svare på denne studiens forskningsspørsmål.

3.2 Deltakende observasjon

Med forskningsspørsmålet «Hvilke løsningsstrategier bruker elever i matematikkvansker i arbeid med spillet NumberBeads?» var det behov for forskningsdata som avdekket de forskjellige løsningsstrategiene som elevene benyttet i arbeidet. Når elever arbeider digitalt, vil de ulike handlinger de gjør i programvaremiljøet være del av løsningsstrategiene deres. I tillegg vil handlinger utenfor programvaremiljøet, slik som for eksempel gester eller telling på fingre, også være del av løsningsstrategien til elevene. En unik egenskap ved observasjon som metode er at den tilbyr forskeren muligheten til å samle inn førstehånds data fra naturlige settinger idet hendelsene skjer, fremfor å få hendelser gjenfortalt. Dermed har observasjon som metode potensial til å gi mer ekte eller autentiske data enn det som ellers ville vært mulig gjennom gjenfortalte data (Cohen et al., 2018). Derfor var observasjon en godt egnet metode for å samle data om elevers handlinger.

«Deltakeren som observerer» er en del av deltakernes sosiale liv og dokumenterer det som skjer med forskningsøyemed. For eksempel kan observatøren ha rolle som lærer eller samtalepartner i en undervisningssituasjon og dokumentere elevenes uttalelser, handlinger, kroppsspråk, gester osv. På den måten kan forskeren observere hvordan elever opptrer i sitt naturlige miljø. Dette er en av styrkene med observasjon som metode for datainnsamling (Cohen et al., 2018).

Deltakende observasjon kan være særlig nyttig om man ønsker å studere små grupper, hendelser og prosesser som kun varer en kort stund, aktiviteter som er lett observerbare eller for forskere som ønsker å komme til bunns i en situasjon gjennom å kunne tilbringe lengre tid med å forstå situasjonen (Cohen et al., 2018).

Jeg valgte for denne studien å benytte meg av deltakende observasjon som en av datainnsamlingsmetodene. Ved at jeg deltok i observasjonen hadde jeg mulighet til å stille spørsmål og be elevene om å sette ord på tankene de gjorde seg i forbindelse med oppgaveløsningen. Dermed kunne jeg gjennom min deltakelse i større grad sørge for å få hentet ut informasjon som kunne bidra til å svare på studiens forskningsspørsmål, enn om elevene hadde arbeidet på egen hånd og kun delt tanker de selv spontant ønsket å dele. En annen fordel med å gjennomføre datainnsamlingen i denne studien med deltakende observasjon, fremfor annen form for observasjon, var at gjennom min tilstedeværelse og deltakelse i arbeidsøkten ble observasjonssituasjonen tilnærmet lik en ordinær arbeidsøkt for elevene. Dette kan ha bidratt til mer autentiske observasjoner enn dersom elevene hadde opplevd arbeidet som kunstig eller tilgjort.

Dersom jeg hadde valgt å benytte en observasjonsform der jeg ikke var deltakende, kunne jeg risikert å ende opp med et datamateriale som kun inneholdt observasjoner av rekker av handlinger som elever gjorde i programvaremiljøet og eventuelle håndgester utenom programvaremiljøet. Ut fra et slikt begrenset datamateriale ville det vært vanskelig å beskrive løsningsstrategiene elevene benyttet, ikke minst der løsningsstrategiene skilte seg fra hverandre i den matematiske resonneringen de bygde på men var ellers tilsynelatende identiske i de handlingene som ble utført i programvaremiljøet.

Da jeg deltok i observasjonen ved å stille spørsmål til elevene, gjennomførte jeg også en form for intervju. Dermed ville innsamlingen av data til denne studien bestå både av observasjon av elevenes handlinger, og samtidig intervju for å avdekke tanker som elevene gjorde seg i forbindelse med de ulike handlingene sine. Dette intervjuet ble gjennomført som et uformelt, samtalepreget intervju.

3.3 Uformelt, samtalepreget intervju

Det uformelle, samtalepregete intervjuet er spontant i det at spørsmålene som stilles utformes i den naturlige samhandlingen mellom intervjuer og intervjuobjekt, gjerne i forbindelse med en deltakende observasjon (Turner, 2010). Med denne fremgangsmåten stiller ikke intervjueren noen bestemte typer spørsmål, men stoler på at samhandlingen med samtalepartnerne vil styre intervjuprosessen. Dermed dannes spørsmålene idet samtalen skrider frem, og følger retningen i samtalen. Imidlertid vil forskeren som intervjuer ha en formening om hva slags informasjon som vil bidra til å skape klarhet i forhold til studiens forskningsspørsmål og dermed rette samtalens fokus gjennom spørsmålene sine mot å hente ut informasjon som kan bidra til dette formålet. Dermed er ikke det uformelle, samtalepregete intervjuet helt tilfeldig (Cohen et al., 2018).

Jeg valgte å bruke et slikt intervju fordi det åpnet for stor grad av fleksibilitet i å få hentet ut viktig informasjon i forhold til forskningsspørsmålet og opprettholde tillit og engasjement til intervjuobjektet. Viktige momenter som dukket opp i løpet av samtalen kunne følges nøye opp i og med at spørsmålene ble dannet underveis i intervjuet. Siden jeg i denne studien ønsket å undersøke elevers valg av løsningsstrategier og resonneringen som ligger bak strategien, ville intervjuer av denne typen kunne bidra til at jeg avdekket flere sider ved elevenes tenkning enn formelle intervjuer kunne åpnet for. I et formelt intervju er det utarbeidet en intervjuguide på forhånd, som ville låst meg til planlagte spørsmål. Interessante temaer som hadde dukket opp underveis i intervjusituasjonen kunne ikke ha blitt fulgt opp, uten at det ville brutt med intervjuguiden og den planlagte forskningsmetoden.

3.4 Gjennomføring av observasjon og intervju

I studien benyttet jeg meg av videokamera i den kombinerte observasjonen og intervjuet. Gjennom at jeg filmet elevene i settingen der de løste oppgaver og sørget for at også dataskjermen de arbeidet på ble filmet, fikk jeg dokumentert handlingene de utførte for å løse oppgavene både på skjerm og «fysisk» utenfor programvaremiljøet. En klar fordel med videofilming av de som skal observeres er at da har man mulighet til å kunne spille av situasjoner så mange ganger man har behov for med hensyn på å få klarhet i forskjellige aspekter ved situasjonene. En begrensning man har med videofilming med ett kamera er at kameraet kun filmer der som linsen er rettet eller tar opp dialog som foregår nært nok til kameraets mikrofon. Det kan med andre ord være noe som videokameraet ikke fanger opp av handlinger eller dialog dersom man ikke planlegger nøye plassering av videokameraet. For å unngå slike utfordringer plasserte jeg videokameraet slik at det fanget opp elevenes handlinger på skjerm og utenfor. I tillegg avklarte jeg med elevene hvor de må sitte og arbeide for at kameraet kunne fange opp det de gjorde og at de gjerne skulle vise tydelig for kameraet det de gjorde for å løse oppgavene.

3.5 Utvalg

Ifølge Cohen et al. (2018) vil man i kvalitativ forskning basere utvalget som deltar i forskningen på ulike kriterier, ett av disse kriteriene er det de kaller «critical-case sampling». Med «critical-case sampling» velger man ut deltakere i utvalget basert på tanken om at dersom informasjonen man henter inn er sann for disse kritiske tilfellene, vil den trolig også være sann for andre. Dermed kan man gjennom et utvalg med få deltakere innhente informasjon som trolig er relevant for andre tilfeller også.

Utvalget av antall informanter til studien er basert på å ha en overkommelig mengde data å analysere, samtidig som det har vært viktig å ha tilstrekkelig antall informanter til at variasjon i løsningsstrategier i arbeidet med oppgavene kunne forventes. Jeg tok tidlig i prosessen med masterstudien et valg om å samle inn datamateriale ved kun én skole da jeg mente dette ville gi tilstrekkelig antall informanter i utvalget. Beslutningen om å hente informanter fra kun én skole ble også delvis basert på uforutsigbare restriksjoner i forbindelse med pågående koronapandemi. Ved å bruke informanter fra samme skole og trinn som jeg til daglig arbeider på, reduserte jeg muligheten for at smittevernrestriksjoner skulle komme i veien for datainnsamlingen. Utvalget er hentet fra 4. trinn ved en skole i Trondheim, der jeg til daglig arbeider som lærer. Informantene måtte, ut fra forskningsområdet og forskningsspørsmålet, være elever i matematikkvansker. Dermed er utvalget gjort ved at elever som på den nasjonale kartleggingsprøven i regning for 3. trinn oppnådde en poengsum som plasserte de under kritisk grense fikk forespørsel om å delta. Det var i alt 3 elever der foresatte og elever ga samtykke til deltakelse i forskningsprosjektet. Jeg vurderte antallet deltakere som lavt, men allikevel tilstrekkelig til at en kan forvente at flere løsningsstrategier ville bli tatt i bruk i elevenes arbeid. Dermed ble ikke noen ny runde med forespørsel om deltakelse iverksatt.

Alle 3 deltakerne ble definert som under kritisk grense ved nasjonal kartleggingsprøve i regning for 3. trinn og har gjennom skoleåret 2020/2021, som studien ble gjennomført i, på ulike tidspunkt fått tilbud om intensive regnekurs på skolen. Jeg har i tiden som studien ble gjennomført vært lærer for elevene på disse intensive regnekursene. Elevene i utvalget har ulike områder de synes er vanskelige i forhold til matematikk, og noe ulik grad av vansker. To av elevene presterer klart svakere enn andre elever på samme aldersnivå, både på kartleggingsprøver og i den ordinære undervisningen. Den siste eleven følger tilnærmet ordinær progresjon i faget, men prestert svakt på nasjonal kartleggingsprøve i regning. Dermed er det en variasjon i faglig nivå innen dette utvalget elever i matematikkvansker.

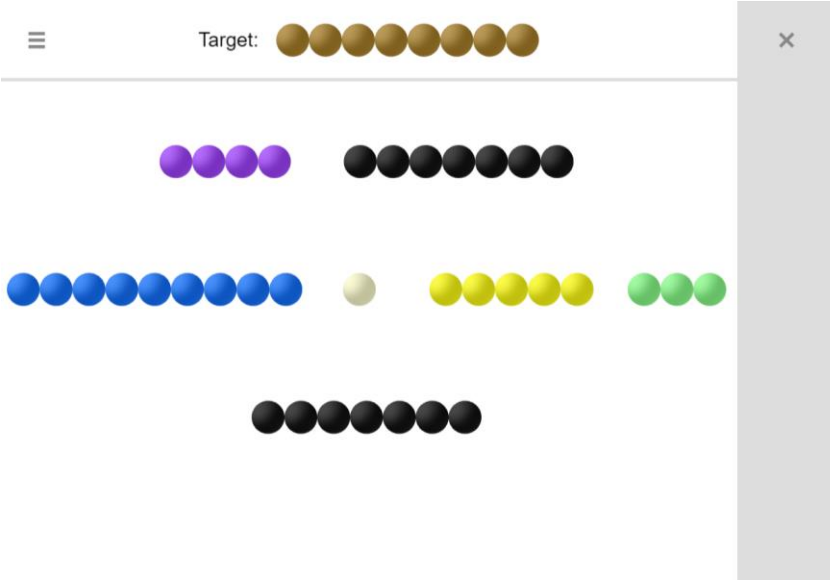
3.6 Elevenes oppgave; NumberBeads

Laurillard (206) skriver i sin artikkel om et pågående forskningsprosjekt der man søker å utvikle en digital intervensjon for å hjelpe elever med dyskalkuli og andre som presterer svakt i matematikk med sine vansker. Som del av dette prosjektet har Laurillard og hennes kolleger utviklet spillet NumberBeads, en app der elever gjennom en mikroverden skal få mulighet til å utvikle idéer omkring del-hel-resonnering. Jeg har valgt for denne studien å benytte NumberBeads som oppgave for elevene i utvalget.

Digitale miljøer kan tilby oppgaver som gir enten *extrinsic feedback* (tilbakemeldinger utenfra) – en evaluering av brukerens input, eller *intrinsic feedback* (iboende tilbakemeldinger) – informasjon om inputens resultat (Laurillard, 2016). For å forklare forskjellen på disse formene for tilbakemelding bruker en av utviklerne av spillet, Brian Butterworth, i et intervju med youtubekanalen «Numberphile» følgende analogi; Se for deg at du skyter piler på en blink. Med *extrinsic feedback* vil du etter å ha skutt pilen mot blinken kun få tilbakemelding om du traff blink eller ikke. Om skuddet gikk for eksempel for høyt, lavt eller for langt mot høyre får du ikke noen tilbakemelding om – kun en evaluering av skuddet. Med *intrinsic feedback* vil du etter å ha skutt pilen kunne se hvor pilen traff, og har dermed mulighet til å korrigere ditt neste forsøk ut fra skuddets resultat (*Digits and Sets (extra) - Numberphile*, 2020). På samme vis vil apper som bygger på *extrinsic feedback* ikke gi elever noen tilbakemelding som forteller eleven hva som må endres neste gang eleven forsøker å løse oppgaven, kun gi en rett/galt evaluering av elevens input på skjermen. Når Laurillard og hennes kolleger skulle utvikle en digital app for å hjelpe elever med dyskalkuli til å utvikle begreper om del-hel-resonnering, ønsket de å skape en app der tilbakemeldinger til elevene var iboende i selve appen/oppgaven slik at elevene på egen hånd kunne korrigere sine forsøk og gjennom dette videreutvikle begrepsforståelsen sin. En slik mulighet så de i å utvikle en digital mikroverden der elevene kunne manipulere objekter på en skjerm for å nå ulike mål. Ut fra handlingene sine vil elevene se om de når målet eller ikke. Om målet ikke nås, må elevene evaluere handlingene sine og manipulere objektene på nytt inntil målet er nådd. Underveis får de ingen andre tilbakemeldinger enn at de selv ser resultatene av handlingene sine. NumberBeads er dermed utviklet med de designprinsipper at utviklerne ønsket en digital mikroverden med *intrinsic feedback*.

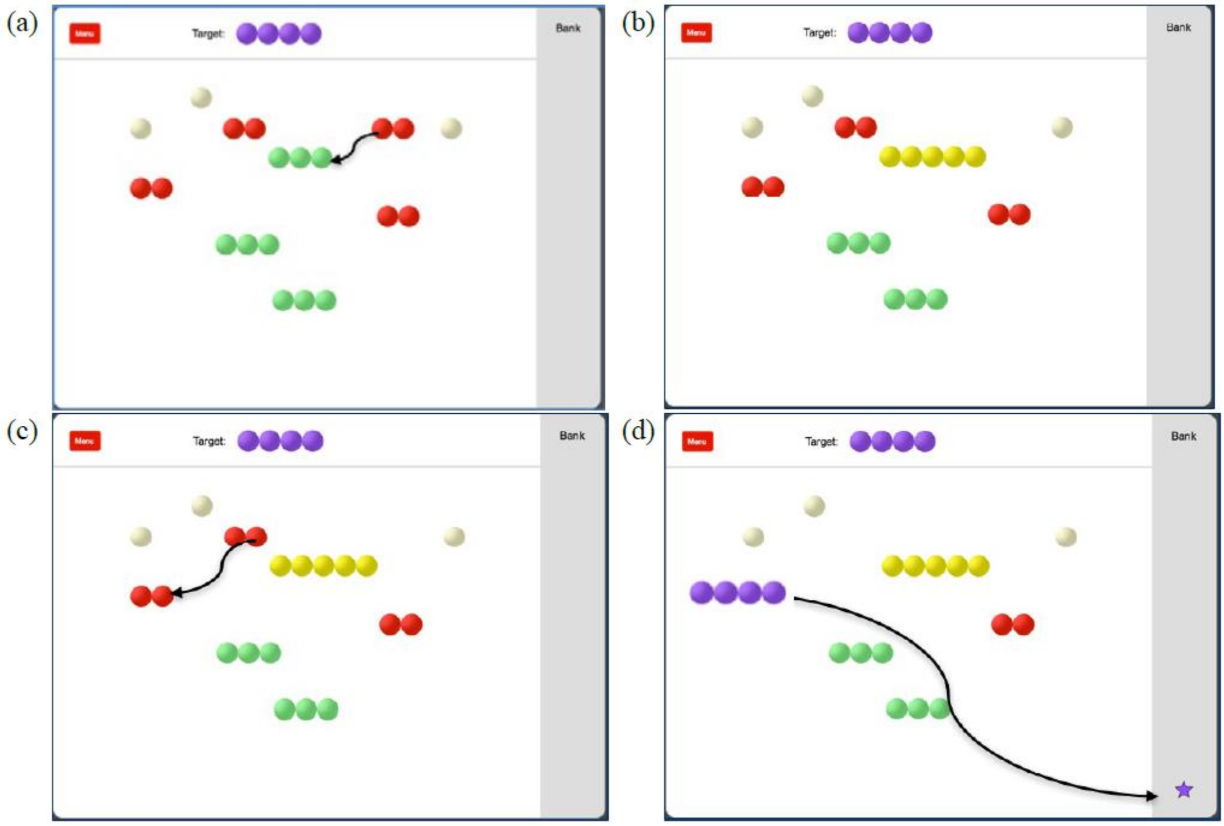
3.6.1 Appdesign

Appen NumberBeads er et spill som genererer et spillområde på skjermen med ulike rekker av fargekodede perler med forskjellig antall perler i rekkene (se figur 1). Rekker som inneholder like mange perler fargekodes likt. Denne fargekodingen er fast for de forskjellige antallene perler du kan ha i en rekke i spillet, for eksempel er alltid rekker med 4 perler kodet med lilla farge. Målet for spillet er å danne rekker med perler som er identiske med en gitt målrekke (*Target*). Denne målrekken presenteres på toppen av skjermbildet (se figur 1). For å nå målet må spilleren danne perlerekker som er identiske med målrekken ut fra de forskjellige perlerekkene som er tilgjengelige på skjermen. I figur 1 bes spilleren om å danne brune perlerekker med 8 perler i hver rekke. Målrekken presenteres på toppen av skjermbildet ved ordet «Target:». Om elevene konstruerer rekker som ikke er lik målrekken, må de finne den neste handlingen som kan konstruere målrekken. I mikroverdenen er det bestemte handlinger som elevene har mulighet til å utføre; kombinere og splitte.



Figur 1 Spillområdet i NumberBeads.

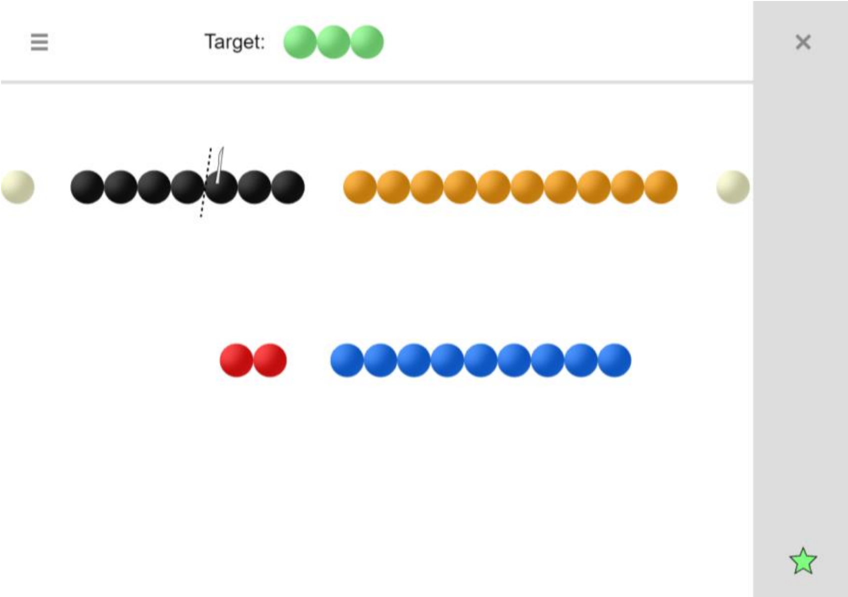
Kombineringshandlingen i spillet virker på den måten at spilleren setter sammen to perlerekker ved å trekke en perlerekke inntil siden av en annen. De to perlerekkene som kombineres vil da utgjøre en ny perlerekke. Spillet viser kombineringen gjennom en kort animasjon av perlerekkene som dulter inn i hverandre, og deretter endrer farge ut fra det totale antallet perler i den nydannede perlerekken. I figur 2 viser jeg hvordan man kan kombinere en rekke med 2 perler med en rekke med 3 perler ved å dra den ene perlerekken inntil den andre (a). Resultatet av kombineringen blir en ny, gul perlerekke med 5 perler (b).



Figur 2 Kombineringshandlinger i NumberBeads.

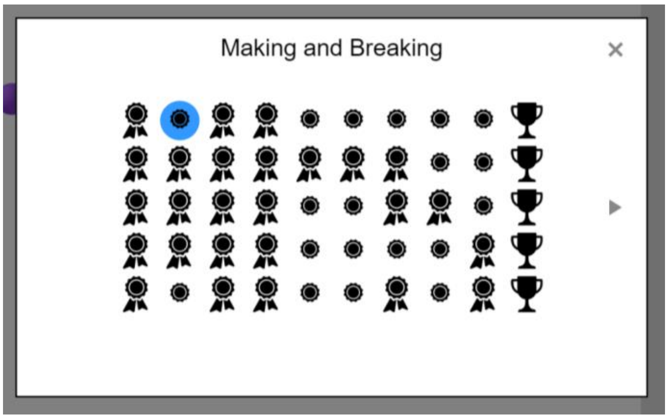
Dersom perlerekken som dannes ikke er identisk med målrekken (vist i toppen av skjermbildet i figur 2) gir ikke spillet noen videre tilbakemelding, etter prinsippet om *intrinsic feedback*. I figur 2 viser jeg også kombinering av 2 perlerekker med 2 i hver (c) til å danne en perlerekke som er identisk med målrekken. Når spilleren danner en perlerekke som er identisk med målrekken, animeres perlerekken slik at den beveger seg ut av spillområdet til høyre og en stjerne dannes i spillområdets høyre kantområde, «banken» (d).

Splittehandlingen i spillet virker på den måten at spilleren trekker en linje, enten med musepeker eller med finger direkte på touchskjerm, gjennom en perlerekke der spilleren ønsker å dele opp perlerekken. Dette vises i figur 3 der spilleren har trukket en linje gjennom en rekke med 7 perler for å splitte den i 4 og 3. Etter at spilleren har trukket linjen animeres den opprinnelige perlerekken slik at den deler seg i to perlerekker som hver for seg får ny fargekoding etter antallet perler i rekken.



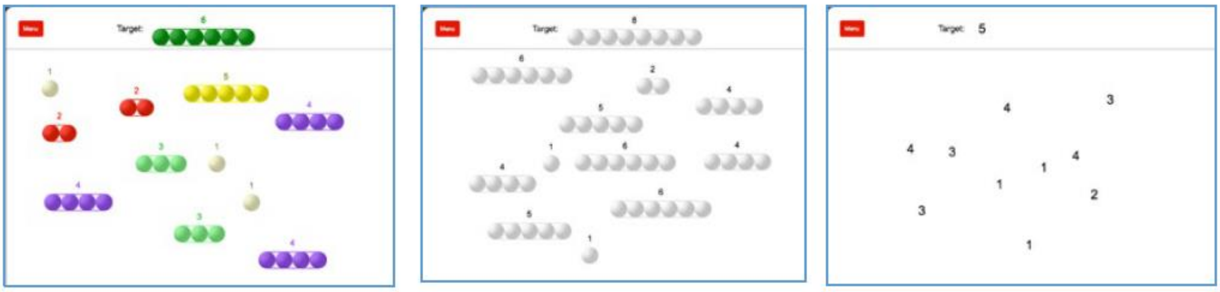
Figur 3 Splittehandlingen i NumberBeads.

Etter hvert som spilleren får dannet perlerekker som er identiske med målet og disse forsvinner ut av spillområdet, vil nye perler dukke opp på spillområdet frem til eleven har fått 8 stjerner i «banken» og eleven er klar for neste nivå. Dersom eleven har brukt få trekk på å danne nok perlerekker til å få 8 stjerner i «banken» belønnes eleven med en stor rosett på spillets nivåoversikt (se figur 4). Dersom eleven har benyttet mange trekk, vil eleven belønnes med en mindre rosett (se figur 4).



Figur 4 Nivåoversikten i NumberBeads for de første spillnivåene

På neste spillnivå øker antallet i målmengden med 1, og slik fortsetter det inntil eleven har fått 8 stjerner i banken med målmengden 10. Deretter går spillet over i spillformat 2 der siffer kobles til perlemengdene, format 3 der fargekodingen blir fjernet og format 4 der perlene blir fjernet slik at kun sifre gjenstår;



Figur 5 Illustrasjon av spillformat 2, 3, og 4 i NumberBeads

Jeg har i denne studien kun sett på elever som arbeider med spillets første spillformat.

3.6.2 Det matematiske potensialet i appen NumberBeads

For å avgjøre hvilke handlinger de må utføre for å konstruere målrekken er det flere matematiske resonnementer elevene kan gjøre og strategier de kan benytte. Det vil være mulig for elever som støtter seg på enkle tellestrategier å konstruere rekker som når målet ved for eksempel telle seg frem til hvor en rekke må splittes opp slik at målrekken gjenstår. Det er også mulig med tellestrategier å finne ut hvor mange perler som må legges til en rekke slik at de to til sammen blir lik målrekken. Skal for eksempel eleven konstruere målrekken 5 kan eleven først telle 3 perler i én mengde, for deretter å fortsette å telle med perler fra en annen rekke. Når målet 5 er nådd kan eleven dele opp rekke nummer to etter perle nummer 5, for deretter å kombinere den nydannede 2'er rekken med rekken med 3 perler. Selv om eleven benytter enkle tellestrategier i løsningen sin, vil allikevel eleven gjøre seg erfaringer med at ulike mengder kan kombineres for å danne nye mengder og at mengder kan deles opp i nye, mindre mengder. Dette er kjernen i det som del-hel-resonnering består av (Resnick, 1984).

Elever kan også løse oppgaver gjennom perseptuell subitisering ved at de umiddelbart «ser» mengder opp til 4 eller 5 (Clements, 1999) slik at de ikke alltid har behov for å telle opp perler for å skille ut kortere perlerekker. Elever som har begynt å utvikle tanker om konseptuell subitisering kan løse oppgaver gjennom at de uten å telle kan finne kortere, perseptuelt subitiserte rekker som kan kombineres for å danne målrekken (Wästerlid, 2020). Del-hel-resonnering handler om å kunne resonnere seg frem til hvilke delmengder en helhet består av (Resnick, 1984), og gjennom del-hel-resonnering kan elever resonnere seg frem til to perlerekker som til sammen vil danne målrekken, hvor perlerekker kan deles opp for å skille ut målrekken fra en lengre perlerekke, eller for å lage en ny perlerekke som så kan kombineres med en annen perlerekke som er identisk med målrekken.

3.6.3 Matematikkdidaktiske potensialer som NumberBeads tilbyr

For at programvare skal være god programvare for bruk i matematikkundervisning, bør de ikke kun være en digital versjon av medier som allerede er tilgjengelig fysisk. I stedet bør programvaren ta i bruk de digitale medienes matematikkdidaktiske potensialer (Walter, 2018). For spillet NumberBeads første spillnivå har jeg identifisert følgende matematikkdidaktiske potensialer som er knyttet til spillet som digitalt medie og som ikke ville vært tilgjengelige i en fysisk versjon:

- Spillet NumberBeads benytter seg av animasjoner for å støtte opp om begrepsdannelse om tall som satt sammen av andre tall, tallenes komposisjonelle struktur. En måte dette gjøres på i spillet, er at når man kombinerer to perlerekker så animeres en sekvens der de to perlerekkene dulter inn i hverandre og blir koblet sammen til en helhet som kun kan brytes opp i nye rekker ved å bruke splittefunksjonen. En annen måte tallenes komposisjonelle struktur synliggjøres i spillet, er ved at perlerekkene i spillet er fargekodet etter antall perler i rekken. For eksempel er en rekke med 4 perler alltid lilla, og en rekke med 2 perler alltid rød. Når to perlerekker kombineres, blir fargen på perlene endret slik at den nydannede perlerekken får farge som angir antallet perler i den nydannede rekken. For eksempel vil kombineringen av en lilla rekke med 4 perler og en rød rekke med 2 perler gi en mørk grønn rekke med 6 perler. Dette bidrar til å vise elevene hvordan to tall kan kombineres og danne et nytt tall. Når elever benytter splittefunksjonen vil en liknende animasjon av perlerekker som skilles fra samme helhet og endrer farger opptre.

- Utviklerne av NumberBeads la til grunn prinsipper om intrinsic feedback inn i spilldesignet. Det innebærer at underveis i spillet får ikke elevene annen tilbakemelding på handlingene de utfører, enn at resultatene av handlingene er synlig på skjermen. Imidlertid har spillet en umiddelbar tilbakemelding hver gang spilleren danner perlerekker som er identiske med målrekken. Når spilleren danner en perlerekke som er identisk med målrekken blir denne nydannede perlerekken animert ut av spillområdet og erstattet med en stjerne i «banken». Denne umiddelbare tilbakemeldingen, bekreftelsen på korrekt svar, vil i andre undervisningssettinger enn de digitale være vanskeligere å oppnå. Måten spillet gir tilbakemelding til spilleren på, muliggjør at elever kan arbeide med NumberBeads for å danne perlerekker på egen hånd og få tilbakemeldinger underveis i arbeidet som bekrefter når de er på rett vei. I tillegg er tilbakemeldingen utformet slik at den også oppleves som ros og belønning og kan dermed også bidra til å bygge motivasjon for videre arbeid. Forsterkningen elevene får ved å oppnå en stor rosett som belønning for overstått nivå i spillet fremfor en mindre rosett er med på å styrke motivasjonen for å finne effektive løsninger underveis i spillet.
- Skulle oppgavene i NumberBeads ha blitt gitt elever i «fysisk versjon», er det vanskelig å se for seg hvordan en slik versjon skulle vært gjort; man kunne for eksempel tredd perler på snor for å lage rekker med bestemt antall, men splitting og kombinering av slike perlerekker på snor ville hatt en helt annen karakter enn det enkle grensesnittet som tilbys i den digitale versjonen av aktiviteten. Fargeendringer og enkle sammenkoblinger/splittinger som det digitale mediet tillater, har vi ikke mulighet til å reprodusere i en fysisk versjon av oppgaven.

3.7 Tematisk analyse

Tematisk analyse er en metode for å identifisere, analysere og rapportere tema innen et datamateriale (Braun & Clarke, 2006). Innen tematisk analyse leter man etter mønstre og temaer på tvers av et datasett fremfor innad i et dataelement. Et datasett er hele datamaterialet (alle intervjuer, observasjoner, notater, elevarbeider, osv.). Et dataelement er hvert enkelt element som utgjør datasettet som for eksempel det enkelte intervjuet eller elevarbeidet. Når man skal gjøre en tematisk analyse har man to ulike måter å tilnærme seg datamaterialet på; induktivt eller teoretisk.

Med en induktiv tilnærming til datamaterialet møter man det som et blankt ark. Det vil si at man har ikke på forhånd bestemt et rammeverk for kodingen av materialet, eller at man lar sine forutanelser farge hvilke temaer man identifiserer. Man leter på tvers av datamaterialet etter mønstre og tema som trer frem og koder materialet ut fra dette. På den måten vil temaer som identifiseres være sterkt knyttet til datamaterialet (Braun & Clarke, 2006). Naturlig nok vil man som forsker ha forskningsspørsmålet i bakhodet i kodingsprosessen slik at temaer og mønstre man finner vil være relaterte til forskningsspørsmålet og formålet med forskningen.

Med en teoretisk tilnærming til datamaterialet møter man det med et teoretisk rammeverk og forsøker å identifisere tilfeller i datamaterialet der temaer fra rammeverket kommer til syne. Man leter etter bestemte tilfeller fremfor å skaffe seg en bred oversikt og deretter se hvilke temaer som trer frem fra datamaterialet. Med en slik tilnærming til datamaterialet vil man miste litt av den rike oversiktsbeskrivelsen av datamaterialet som en induktiv analyse kan gi, men man kan til gjengjeld få en mer detaljert analyse av enkelte aspekter ved datamaterialet (Braun & Clarke, 2006).

Når man leter etter temaer og mønstre i datamaterialet kan det gjøres på to ulike nivåer. Braun og Clarke (2006) snakker i sin artikkel om semantiske og latente temaer. På det semantiske nivå er temaene eksplisitte i datamaterialet, forskeren tar utgangspunkt i det som blir sagt, skrevet eller gjort uten å lete etter en dypere mening i det. Analysen vil da først *beskrive* gjennom at dataene er organiserte etter tema og/eller mønstre, og deretter gå over i å *tolke* der man forsøker å forklare betydningen av mønstrene og deres dypere mening og ringvirkninger. En tematisk analyse på det latente nivået går utover det semantiske innholdet i datamaterialet og prøver å identifisere og utforske de underliggende idéene og ideologiene som former det semantiske innholdet i dataene.

3.7.1 Gjennomføring av analysen

I min analyse av datamaterialet har jeg valgt å bruke tematisk analyse. Forskningsspørsmålet «Hvilke løsningsstrategier bruker elever i matematikkvansker i arbeid med spillet NumberBeads?» inviterer til en form for kategorisering av ulike løsningsstrategier, altså å finne eksempler i datamaterialet på ulike løsningsstrategier som elever bruker når de løser digitale oppgaver. Ved å benytte en teoretisk tilnærmelse til datamaterialet står en i fare for at løsningsstrategier som ikke er del av det teoretiske rammeverket en bygger analysen på, kan forbli uoppdaget. Dette fordi man i en teoretisk basert tematisk analyse leter etter tema som er ferdig definerte i forkant av analysen. Derfor valgte jeg i min analyse å ta en induktiv tilnærming til datamaterialet og være åpen for at elevene kan ha mange ulike måter å løse oppgavene på. Jeg valgte videre å foreta analysen på det semantiske nivået slik at det elevene uttalte og handlingene de gjorde, fikk stå i sentrum for analysen og senere bli tolket og drøftet.

Den praktiske utførelsen av analysen begynte allerede ved innsamlingen av datamaterialet. Uttalelser og handlinger fra elevene som allerede ved innspilling av datamaterialet ble oppfattet som eksempler på løsningsstrategier ble kort notert ned med den hensikt at jeg ønsket allerede fra starten å være tett på datamaterialet og bli godt kjent med det.

Umiddelbart etter datainnsamling startet jeg transkripsjonsarbeidet. I transkripsjonen benyttet jeg koder for å kunne fortelle om elevenes handlinger som akkompagnerte utsagnene deres i de tilfeller der disse var avhengige av eller støttet opp om hverandre. Der uttalelser kunne være meningsbærende i seg selv, uavhengig av handling, ble kun uttalelsene transkribert. Handlinger som viste løsningsstrategi i seg selv, uten at de sto til noen uttalelser ble også notert inn i transkripsjonen slik at transkripsjonen kunne være kilde for den senere kodingen. Alternativ til denne fremgangsmåten kunne vært å kode direkte i videomaterialet, og deretter transkribere de partier av materialet som skulle benyttes videre i analysen. Jeg valgte ikke denne fremgangsmåten da den ville ha skapt problemer i forhold til deling av datamaterialet og triangulering av resultater. I min søknad til NSD, norsk senter for forskningsdata, har jeg fått godkjent å samle inn og behandle videodatamateriale, men ikke å dele dette materialet med en tredjepart. En transkripsjon av videoen derimot, er ikke regnet som personsensitiv informasjon så fremt personene er anonymiserte. Dermed kan en transkripsjon deles med tredjepart med tanke på for eksempel triangulering av resultater.

Kodingen av transkripsjonen ble gjennomført i flere runder. I første runde ble løsningsstrategier som kom fram fra datamaterialet kodet som løsningsstrategi. Etter denne innledende runden kom jeg enda tettere på datamaterialet og begynte å få god kjennskap til de løsningsstrategiene som elevene benyttet. Deretter lagde jeg koder for å gruppere disse løsningsstrategiene ut fra hva slags matematisk tenkning som kunne ligge bak strategien, og brukte disse kodene på datamaterialet. Da jeg skulle gjøre antakelser om elevenes matematiske tenkning la jeg konstruktivistisk læringsteori til grunn for mine antakelser. Min tematiske analyse førte til slutt frem til en gruppe tema som man kunne finne igjen i datamaterialet gjennom tilordnende koder.

3.8 Forskningens troverdighet

Når det gjelder forskningens troverdighet fins det ulike rammeverk man kan ta utgangspunkt i for å vurdere og forsøke å sikre den. Jeg velger i mitt arbeid å ta utgangspunkt i Gubas rammeverk fra hans artikkel utgitt i 1981. I følge Guba er det fire hovedbekymringer som man må ta stilling til i forhold til forskningens troverdighet: forskningens sannhetsverdi, anvendbarhet, konsistens og nøytralitet (Guba, 1981). Avhengig av hvilket forskningsfilosofisk paradigme man støtter seg til vil disse bekymringene anta ulik form.

Støtter seg man til det Guba omtaler som *«the rationalistic paradigm»* vil forskningens sannhetsverdi være knyttet til intern validitet, at man kan utelukke at andre faktorer enn de man studerer har påvirket resultatene i forskningen gjennom kontroll og randomisering. Forskningens anvendbarhet knyttes opp mot ekstern validitet for å motvirke at variasjoner i situasjon og kontekst vil gi andre resultater enn de man har funnet i sin forskning. For å imøtekomme forskningens konsistens vil man innen dette paradigmet unngå at ustabilitet i forhold til instrumenter man benytter i forskningen gir inkonsistente funn for eksempel gjennom å gjenskape forskningssituasjonen og kontrollere funn og instrumenter. Til sist vil man innen *«the rationalistic paradigm»* ta stilling til forskningens nøytralitet, objektivitet, ved å sikre at forskerens personlige holdninger, motiver, tro og tidligere antakelser ikke får mulighet til å påvirke forskningens resultater. Innen *«the rationalistic paradigm»* tenker man at det eksisterer kun én virkelighet som forskeren kan studere og avdekke. Gjennom kontrollerte studier kan man avdekke og beskrive denne virkeligheten (Guba, 1981).

Om man støtter seg til *«the naturalistic paradigm»*, ser man ikke verden slik at det kun eksisterer én virkelighet. Man tenker at verden og menneskene i den er kompleks, og at menneskets oppfatning av virkeligheten vil variere fra menneske til menneske, kontekst til kontekst og så videre. Forskningen kan dermed ikke søke å avdekke og beskrive én virkelighet, men i stedet avdekke så mye av virkeligheten som mulig slik den fremstår i den gitte konteksten med de gitte subjektene. Det ligger i paradigmets natur at det derfor eksisterer flere virkeligheter (Guba, 1981). For å allikevel sikre at forskningen er troverdig peker Guba på fire kriterier for å sikre forskningens troverdighet innen *«the naturalistic paradigm»*:

1. Credibility – kredibilitet. Dette kriteriet tar for seg forskningens sannhetsverdi.

2. Transferability – overførbarhet, imøtekommer spørsmål knyttet til forskningens anvendbarhet.
3. Dependability – avhengighet, som handler om konsistens i forskningen.
4. Confirmability – bekreftbarhet. Fokus for dette kriteriet er forskningens nøytralitet.

For å imøtekomme disse fire kriteriene har Guba utarbeidet et rammeverk som man kan benytte i arbeidet med å sikre troverdigheten til forskningen. Rammeverket peker på utfordringer som man vil møte på i forskningen, og tiltak man kan gjøre underveis og til slutt i forskningsarbeidet med mål om å sikre troverdige resultater. Rammeverket er gjengitt i tabellen nedenfor:

The Naturalistic Treatment of Trustworthiness

		To take account of which we:			
Inquiry can be affected by:	*Which produce effects of:*	*During:*	*After:*	*In the hope these actions will lead to:*	*And produce findings that are:*
Factor patternings	Noninterpretability	Use prolonged engagement Use persistent observation Use peer debriefing Do triangulation Collect referential adequacy materials Do member checks	Establish structural corroboration (coherence) Establish referential adequacy Do member checks	Credibility	Plausible
Situational uniquenesses	Noncomparability	Collect thick descriptive data Do theoretical/purposive sampling	Develop thick description	Transferability	Context-relevant
Instrumental changes	Instability	Use overlap methods Use stepwise replication Leave audit trail	Do dependability audit (process)	Dependability	Stable
Investigator predilections	Bias	Do triangulation Practice reflexivity (audit trail)	Do confirmability audit (product)	Confirmability	Investigator-free

(Guba, 1981, s. 83)

Når jeg i min studie tok utgangspunkt i en kasusstudie med observasjon som metode for datainnsamling, var forskningsmetodene mine godt plassert innen «*the naturalistic paradigm*». Dermed må også spørsmål omkring forskningens troverdighet drøftes innen dette paradigmets forståelser og behandles med paradigmets verktøy.

Med tanke på «*credibility*» - kredibilitet i denne studien, har jeg ivaretatt det Guba omtaler som «*prolonged engagement*» og «*persistent observation*». Studien er utført blant elever som jeg arbeider med i det daglige, og har arbeidet sammen med i fire år. Min rolle i observasjonen var som deltakende lærer lik den rollen jeg har fylt sammen med disse elevene over lengre tid. Dermed vil sannsynligvis ikke min tilstedeværelse i forskningssituasjonen ha vært kilde til forstyrrelser for elevene. I tillegg vil min tilstedeværelse og mitt engasjement over tid ha bidratt til at jeg har skapt god kunnskap om og gode relasjoner til elevene. Adferd hos enkeltelever som er utenom «det ordinære», eller atypiske uttalelser, vil enklere kunne fanges opp og tas stilling til når man kjenner enkelteleven godt. I rollen som deltakende observatør/lærer gjorde jeg også «*member checks*» underveis i undervisningssituasjonen gjennom å stille oppklarende spørsmål som for eksempel «*Hva var grunnen til at du gjorde slik?*», «*…når du sier…. Mener du da….?*» eller «*Hva mente du med…?*». Gjennom at jeg inntok denne aktive rollen i undervisningssituasjonen fikk elevene mulighet til å bekrefte eller avkrefte tolkninger av deres handlinger og utsagn som jeg gjorde løpende i økta. Det er naturlig nok ikke alle elevenes handlinger og utsagn som har blitt kontrollert på denne måten, men tilfeller der utsagn og handlinger ikke har blitt kontrollert eller utdypet kommer tydelig frem i datamaterialet og transkripsjonen. Utsagn og handlinger som ikke er kontrollerte, fikk i analysearbeidet mindre vekt enn kontrollerte handlinger og utsagn.

En forstyrrende faktor for elevene kan ha vært introduksjonen av et videokamera i undervisningssituasjonen. Dette arbeidet jeg aktivt for å motvirke gjennom å ha kamera til stede i tidligere undervisningsøkter, slik at elevene kunne få mulighet til å tilvenne seg denne uvante situasjonen.

Videre, med tanke på å ivareta kredibilitet i forskningen, har jeg triangulert resultatene fra analysen gjennom å ha veileder til å analysere utdrag fra transkripsjonen, for deretter å sammenlikne om resultatene våre stemte overens. Sammenlikningene ble gjort i møte der vi også hadde anledning til å diskutere tilfeller der tolkningene våre var ulike. I dette møtet kom vi fram til at vi var enige i hvordan vi tolket de ulike løsningsstrategier elevene hadde benyttet og min inndeling i koder.

For å ivareta «*transferability*», at resultatene fra denne studien også vil være relevante for andre, har jeg skrevet en «*tykk beskrivelse*» av konteksten studien er gjennomført i. Dette vil gjøre det mulig for andre å vurdere om studien og dens resultater vil være relevante for deres eget arbeid, innen deres kontekst.

Med hensyn til «*dependability*» - avhengighet, har jeg loggført hvordan datamaterialet har blitt behandlet, skrevet et «*audit trail*». I denne loggen har tanker omkring hele prosessen fra datainnsamling med videokamera via transkripsjon, koding av datamaterialet og analyse blitt notert ned. Denne loggen har jeg så diskutert sammen med veileder i møte for å utføre en «*dependability audit*» der veileder kunne kommentere problemstillinger omkring prosedyrene jeg har utført i arbeidet og om disse er innenfor akseptert forskningspraksis. I møte med veilederen fant vi ingen utfordringer i forhold til prosedyre. Gjennom dette arbeidet har jeg tatt skritt for å ivareta at funnene i analysen ikke er avhengig av at det er nettopp jeg som gjør analysen, men at analysen kunne vært gjort av andre under samme betingelser og de ville sannsynligvis kommet frem til de samme funnene.

«*Confirmability*» - bekreftbarhet i studien er blant annet ivaretatt gjennom triangulering av resultater. Som nevnt i avsnittet som omhandler kredibilitet har jeg delt utdrag av transkripsjonen med veileder for at han kunne analysere med utgangspunkt i samme teoretiske rammeverk. Deretter sammenliknet vi og diskuterte resultatene våre i et møte. I tillegg til triangulering har jeg gått inn for å «*practice reflexivity*». Det vil si at jeg har i arbeidet vært åpen om hvilke premisser jeg har for oppgaven, at jeg går inn i arbeidet med et sett verdier, holdninger og forkunnskaper som vil kunne farge arbeidet som blir utført, og at jeg har gjort grep for å forsøke å sikre at arbeidet er gjort på en troverdig måte. Mine refleksjoner omkring dette er loggført i mitt «*audit* trail» og har blitt drøftet med veileder. Videre har jeg beskrevet den læringsteoretiske tilnærmingen jeg legger til grunn for arbeidet med denne studien, og de muligheter og begrensninger som ligger i å velge en konstruktivistisk tilnærming til kunnskap og læring.

3.9 Etiske betraktninger

Etikk i forskningen handler om hva forskere bør og ikke bør gjøre i sitt forskningsarbeide. For å drive etisk forskning er det en rekke utfordringer som man må ta opp til vurdering (Cohen et al., 2018). I forskning der personer skal inngå som del av studien er det krav om informert samtykke;

> *Når forskningen omhandler personopplysninger, må forskeren både informere og innhente samtykke fra dem som deltar i forskningen eller er gjenstand for forskning. Samtykket må være fritt, informert og uttrykkelig.*
> (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH), 2016)

At et samtykke skal være fritt innebærer at de som blir bedt om å delta i studien ikke opplever at de på noe vis blir presset inn i deltakelse, hverken av forsker eller andre autoritetspersoner slik som for eksempel lærer eller rektor. I den sammenheng er det også viktig at ingen får inntrykk av at de ved å velge å ikke delta i studien går glipp av goder eller muligheter som deltakere i studien vil få. Dette kan oppleves som en annen form for press. Derfor har jeg i informasjonen som ble sendt ut til foreldre i forbindelse med studien vært nøye på å poengtere at det ikke vil være noen negative konsekvenser knyttet til ikke å delta i studien, og at alle elever vil får likeverdige tilbud uavhengig av deltakelse eller ikke. Når det i denne studien er snakk om å observere og intervjue et lite utvalg av elever er det også enklere å sikre likeverdige tilbud i praksis. At et samtykke er informert henger sammen med at de som får forespørsel om å delta i en studie skal være tilstrekkelig informert om hva det innebærer å delta i studien, eventuelt å ikke delta. Dette sikret jeg gjennom informasjonsskriv til foreldrene i to runder. Først sendte jeg ut et informasjonsskriv og samtykkeskjema for at foreldrene i klassen jeg ville foreta utvalg fra samtykket til at jeg fikk innsyn i elevenes prestasjoner i matematikk. Deretter sendte jeg et nytt informasjonsskriv og samtykkeskjema som beskrev mer detaljert forskningsprosjektet til foreldre av elever som presterte svakt i matematikk og som ble plukket ut som aktuelle kandidater til å delta. Gjennom at foreldrene returnerte et samtykkeskjema der de både måtte signere og krysse av for tillatelse til video- og lydopptak fikk jeg sikret at samtykket var uttrykkelig.

Når de som skal inngå i studien er barn, har de ikke samtykkekompetanse og det er dermed foreldrene som må gi samtykke til deltakelse i studien på vegne av sine barn. Jeg tenker at det allikevel er viktig at elevene som blir observert og intervjuet i studien selv synes det er i orden å delta, og har hatt samtaler med elevene der de har blitt informert om studien, dens formål og hva deres rolle skal være. Samtykkeskjemaet som ble sendt ut til foreldrene inneholdt også felt for elevens signatur, slik at elevene også fikk mulighet til å gi sitt samtykke.

Videre skal forskeren behandle innsamlet informasjon om personlige forhold konfidensielt og fortrolig. Personlige opplysninger skal vanligvis være avidentifisert, mens publisering og formidling av forskningsmaterialet vanligvis skal være anonymisert (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH), 2016). Lagring av personopplysninger skal være forsvarlig. For å ivareta disse viktige etiske retningslinjene har jeg søkt og fått godkjent masterstudien av NSD – Norsk senter for forskningsdata, og fulgt de retningslinjer som blir gitt derfra.

4 Resultater

I dette kapitlet presenterer jeg funnene fra den tematiske analysen av datamaterialet. Resultatene samlet sett er med på å besvare forskningsspørsmålet *«Hvilke løsningsstrategier bruker elever i matematikkvansker i arbeid med spillet NumberBeads?».*

Kapitlet er delt inn i underkapitler etter temaene som ble tilordnet egne koder i den tematiske analysen, altså unike løsningsstrategier som elevene benyttet i oppgaveløsningen. Gjennom elevenes uttalelser og handlinger får vi et lite innblikk i deres matematiske tenkning. Denne tenkningen er med på å styre elevenes valg av løsningsstrategi for den enkelte oppgaven. Jeg kobler derfor elevenes ulike løsningsstrategier opp mot det teoretiske fundamentet for å belyse hva slags matematisk tenkning elevenes strategier kan bygge på.

4.1 Utforsking uten spesifikk strategi

En måte å angripe oppgavene på, som alle 3 elevene i studiens utvalg benyttet seg av, var å utforske spillets funksjoner uten å ha en klar strategi for arbeidet. I dette legger jeg at elevene testet ut spillets splitte- og kombineringsfunksjon ved å dele opp perlerekker og/eller kombinere perlerekker uten noen åpenbar plan for arbeidet. Disse utprøvingene førte ikke alltid til at de fikk dannet perlerekker som stemte med spillets mål på det aktuelle nivået. Jeg vil først presentere ett eksempel på at det å utforske spillet uten å ha en spesifikk strategi førte frem til mål, før jeg kort presenterer ett eksempel der utforskingen ikke førte frem til mål.

Emil skal danne rekker med 7 perler på spillets første nivå. På dette nivået er rekkene med perler fargekodet. Det er ingen merking med tallsymboler som angir antall perler i rekkene på dette nivået. Emil har akkurat begynt på et nytt «brett» og fått tildelt et nytt mål for dette «brettet». Han har ikke telt opp antallet i den nye målrekken med perler. Målrekken 7 har fargen sort.

Emil splitter først en rekke med 5 perler (gul) opp i rekker med 2 (rød) og 3 (lys grønn) perler. Deretter setter han den nydannede treeren sammen med en toer som fantes fra før på skjermbildet slik at de danner en ny rekke med 5 perler (gul). Deretter drar han toeren han dannet med den første splittingen ned til den nye femmergruppen og kombinerer disse slik at de danner en rekke med 7 perler (sort).

Lærer: *Hvordan visste du at dette kom til å bli målet ditt?*

Emil: *Jeg så litt på dem, og så fant jeg en litt annen måte.*

Lærer: *Hva var måten her?*

Emil: *Jeg satte sammen… Jeg fant to rundinger og så satte jeg dem på en annen, og så ble dem gul, så tok jeg på en til så ble den grønn og så tok jeg på en til liten og så ble den svart… Og så kom det en stjerne.*

[Emil gjør tellebevegelser med pekefinger mot målgruppen som vises på skjermen]

Emil: (Hvisker) *En, to, tre, fire, fem, seks, sju...*

Lærer: *Visste du, før du begynte å sette de sammen, at det kom til å bli svart til slutt?*

Emil: *Jeg var bittelitt heldig.*

I utdraget fra transkripsjonen ser vi at det er ikke samsvar mellom den fremgangsmåten Emil beskriver i sin muntlige forklaring av handlingene sine, og de handlinger han gjennomfører for å komme frem til en løsning på oppgaven med å danne rekker med 7 perler. Handlingene han utfører innebærer egentlig to steg; først å kombinere en rød rekke med 2 perler og en lys grønn rekke med 3 perler slik at de danner en gul rekke med 5 perler. Deretter kombinerer han en rød rekke med 2 perler med denne gule perlerekken slik at de danner en sort rekke med 7 perler. I sin muntlige forklaring indikerer Emil handlinger som tilsvarer at han bygger på en gul rekke med 5 perler med én perle om gangen.

Jeg tolker dette avviket mellom handlinger og forklaring av fremgangsmåte som at Emil ikke selv er helt bevisst hvilke handlinger han utførte på perlene på skjermbildet. En mulig forklaring på dette er at Emil simpelthen innledet arbeidet på dette nye «brettet» med å prøve seg litt frem for å se hva som skjer nå han prøvde ulike handlinger i spillet. Det kan tenkes at han heller ikke var bevisst målet for oppgaven på dette tidspunktet. Denne antakelsen mener jeg blir styrket når Emil selv uttaler at han var «bittelitt heldig» da han dannet en rekke med 7 perler og fikk en stjerne.

Det var som tidligere nevnt ikke alltid slik at utforsking av spillets funksjoner førte frem til mål for oppgaven. I dette utdraget fra datamaterialet prøver Emil ut spillets splittefunksjon på en rekke med 8 perler. Målet for oppgaven er å lage rekker med 7 perler i hver.

[Emil bruker høyre pekefinger til å skille ut 2 perler fra rekken med 8, slik at det dannes en rekke med 6 perler og en rekke med 2. Deretter splitter han rekken med 2 perler i to enkeltperler, før han lar disse perlene være i fred og går over til å arbeide med andre perlerekker.]

Jeg tolker Emils handlinger i dette utdraget som å være utprøving av spillets splittefunksjon uten en videre plan for hvordan han skal danne rekker med 7 perler i hver. Denne tolkningen tenker jeg styrkes av at han tilsynelatende oppgir arbeidet med den opprinnelige rekken med 8 perler og skifter fokus over til en annen del av skjermbildet.

4.2 Bygge opp med én om gangen

En annen strategi som elever benytter når de gjør oppgaver i «NumberBeads» er å bygge opp med én om gangen inntil de når målet for det aktuelle «brettet» i spillet. Denne strategien belyser jeg gjennom et utdrag fra Emils arbeid med spillet.

Emil har som mål å danne sorte rekker med 7 perler på spillets første nivå. Han deler opp flere perlerekker i enkeltperler. Deretter bygger han på en rekke med 4 perler ved å legge til enerperler, én om gangen. Han legger til den første perlen uten å si noe.

Lærer: *Nå blir det?*

[Emil legger til enda en enerperle.]

Emil: *Nå er det seks… Og nå er det sju…*

[Perlene i rekken animeres fra midten av skjermbildet og ut til høyre, hvor en stjerne kommer til syne.]

Emil: *Så får jeg en til stjerne.*

Når lærer spør Emil om hvor mange perler han har i rekken som han bygger på, har Emil oversikt over hvor mange perler det er i rekken uten at han synlig viser telling gjennom pekebevegelser eller ved at han tar merkbare pauser i arbeidet for å telle eller tenke seg om. Dette indikerer at Emil holder oversikt over antallet perler i rekken etter hvert som han bygger på den opprinnelige rekken med 4 perler.

I dialogen kommer det frem at han teller med én om gangen inntil han når målet med 7 perler i rekken. Det kommer ikke tydelig frem i utdraget om Emil bevisst arbeider seg frem mot det bestemte målet på 7 perler i rekken, eller om strategien innebærer å legge til enkeltperler inntil spillet indikerer at målet er nådd. Gjennom strategien med å bygge på med én og én perle inntil han når målet, samtidig som han holder oversikt over antallet perler i rekken etter hvert som han bygger på, viser Emil tegn til å mestre telling med én om gangen. Dette er en form for primitiv del-hel-resonnering som er synlig i tidlig telleadferd gjennom at barnet er i stand til å holde en mengde i to deler; de som allerede er telt og de som fortsatt skal telles (Hunting, 2003).

4.3 Telle én om gangen for splitting

En enkel strategi som elever benytter i arbeidet med å danne perlerekker i NumberBeads, er at de teller seg frem i en vilkårlig, lang rekke med perler for å kunne skille ut en kortere perlerekke med spillets splittefunksjon. I dette delkapitlet vil jeg beskrive denne løsningsstrategien ved å se på to episoder fra datamaterialet der elever i utvalget brukte denne løsningsstrategien.

Marit har som mål å lage rekker med 5 perler på spillets første nivå.

Marit: *En, to, tre fire, fem..*

[Marit peker med høyre pekefinger mot én og én perle fra venstre på en rekke med 10 perler. Straks hun har sagt "fem" bruker hun spillets splittefunksjon til å dele rekken bak den femte perlen hun telte. Perlerekken deles da opp i to rekker med 5 perler i hver.].

I denne episoden benytter Marit seg av helt enkle tellestrategier for å finne frem til hvor hun må skille ut en rekke som er like lang som målet for oppgaven fra en lengre rekke med perler. Det ligger i selve spillet at mindre perlerekker skilles ut fra lengre rekker ved å benytte splittefunksjonen, så selve utskillingen av en mindre del fra helheten i denne konteksten krever ikke at eleven som arbeider gjør seg tanker omkring del-hel-resonnering. Faktisk er det slik at tellestrategier som innebærer telling med én ikke krever at eleven ser de telte stegene som del av det telte tallet dersom eleven legger ordinalforståelse av tall til grunn for tellingen (Kullberg & Björklund, 2020). Dersom Marit i sin løsning kun tenker på tallenes ordinalitet og splitter perlerekken etter den femte perlen, er hun inne i tankeprosesser som ikke nødvendigvis forbereder henne på å oppleve del-del-hel relasjoner med tall (Kullberg & Björklund, 2020). Om Marit legger til grunn kardinalforståelse for tall vil tellingen hennes til fem innebære at hun ser de fem perlene hun telte opp som en egen mengde som hun skiller ut fra en større mengde. Da kan hun gjøre seg erfaringer med tallenes indre komposisjonelle struktur, det at tall er komponert av mindre deler som utgjør en helhet (Starkey & McCandliss, 2014).

Hvilke begreper Marit har dannet seg om kardinalitet og ordinalitet er det ikke mulig å utlede med sikkerhet fra episoden som er beskrevet fra datamaterialet. Uansett om Marit legger ordinal eller kardinal forståelse av tall til grunns for strategien, forutsetter løsningsstrategien at Marit sier ett og ett tallord i den riktige rekkefølgen samtidig som hun tilordner det til ett element i rekken hun skal telle, altså at hun mestrer grunnleggende telling (Young–Loveridge, 2002).

Et annet eksempel på at elever kan benytte seg av helt enkle tellestrategier for å finne ut hvor en lengre perlerekke skal splittes for å skille ut en rekke med perler som tilsvarer målet, er når Emil skal lage rekker med 6 perler i hver på spillets første nivå.

> [Emil lager rytmiske bevegelser med høyre pekefinger mot en rekke med 7 perler på skjermen. Han starter ved perlen ytterst til venstre og beveger fingeren taktfast mot høyre inntil han har gjort seks pekebevegelser mot perlerekken. Etter seks slike bevegelser bruker han spillets splittefunksjon til å dele mellom den sjette og den syvende perlen i rekken.]
>
> Emil: *Sånn…*
>
> Lærer: *Hvordan visste du hvor du skulle dele her?*
>
> Emil: *At jeg skulle ta bort den ene som var igjen fordi det var for mye.*
>
> [Fortsetter arbeidet på skjermen].

I denne episoden ser vi at Emil benytter seg av helt enkel telling med én om gangen, indikert gjennom de seks rytmiske pekefingerbevegelsene han gjorde mot perlene på skjermen. Slik som Marit i den forrige episoden viser også Emil en løsningsstrategi som baserer seg på helt enkle tellestrategier som kun stiller krav til at elevene mestrer en-til-en-korrespondanse og kan gjengi telleramsen, rekken av naturlige tall, korrekt. Når lærer ber Emil om å forklare løsningsstrategien sin nærmere, benytter han imidlertid annen argumentasjon for løsningen sin enn telling med én om gangen. Etter å ha sett resultatet av handlingen i spillet ser det ut til at Emil kan ha oppdaget at han ville nå målet ved å fjerne en perle fra rekken med 7 perler i, tanker som omhandler del-hel-relasjoner ved at 7 inneholder både 6 og 1 og at ved å fjerne 1 fra 7 blir 6 stående igjen. Dette bruker han i sin forklaring til læreren når han sier at han fjernet en perle fra rekken med 7 slik at det ble 6 igjen.

4.4 Steg-telling for splitting

En annen strategi elever benytter seg av som også innebærer å skille ut en kortere rekke med perler fra en lengre for å lage rekker som er identiske med målet, har jeg kalt «steg-telling for splitting». Steg-telling vil si at elevene teller med andre enheter enn 1, for eksempel at de teller med 2 eller 3 om gangen.

Emil skal lage rekker med 4 perler på spillets første nivå.

> [Emil lar høyre pekefinger hvile i luften over en rekke med 5 perler i omtrent fem sekunder før han bruker spillets splittefunksjon til å dele opp rekken i en rekke med 4 perler og ei enkelt-perle.]

Lærer: *Der stoppet du opp litte grann.. Hvorfor det?*

Emil: *Fordi at det var en for mye, så sjekket jeg om det var fire.*

Lærer: *Men hvordan sjekket du at det var fire da?*

[Emil flytter høyre pekefinger i steg på skjermen samtidig som han forteller]

Emil: *to, to, og så så jeg at det var en for mye og så hakket jeg den mindre, i stedet for å la den være igjen.*

I dette utdraget teller Emil perler inntil han når målet, som er 4 perler i rekke. Han benytter seg av steg-telling der enheten for tellingen er 2 for å finne 4 perler på rekke, og dermed avgjøre hvor han skal benytte spillets splittefunksjon for å skille ut denne rekken med 4 perler fra den større rekken.

For å kunne benytte steg-telling og telle med 2 om gangen må Emil enten ha lært seg utenat ei telleregle som teller med 2 om gangen (to, fire, seks… osv.), eller så må han klare å lage denne telleregla underveis i tellingen sin ved stadig å legge til to på det forrige tallet. Hvilken forståelse for tellingen som Emil har kan vi ikke utlede med sikkerhet fra dette utdraget

En annen episode fra datamaterialet som viser at elever kan benytte steg-telling for å finne hvor en kortere perlerekke skal skilles ut fra en lengre rekke er når Marit skal lage rekker med 6 perler på spillets første nivå.

[Marit peker på én og én perle fra venstre mot høyre i en rekke med 9 perler imens hun sier:]

Marit: *En-to-tre, og en-to-tre. Da kan jeg gjøre sånn*

[Marit bruker spillets splittefunksjon til å dele av 6 perler fra en rekke med 9 perler bak den siste perlen hun pekte på].

Lærer: *Telte du med treere? Hvor mange treere må du ha for å få seks?*

Marit: *Eh.. To*.

I denne episoden teller Marit opp 6 perler som hun skiller ut fra en rekke med 9 perler. Hun teller til 3 to ganger, og skiller ut 6 perler. Denne måten å telle på kan tolkes som at hun teller med 3 om gangen, slik som lærers spørsmål ser ut til å anta. En annen mulighet for resonnering bak løsningsstrategien kan for eksempel være at Marit vet at to treere er 6. Når jeg har valgt å kode dette utdraget som steg-telling for splitting baserer jeg det på at Marit viser tydelige tellebevegelser mot skjermen imens hun teller, altså at telling foregår. Samtidig teller hun ikke videre oppover etter hun i første omgang kommer til tre, men teller på nytt til tre. Dette oppfatter jeg som at Marit har klar formening om at 3 to ganger gir 6. Hun teller altså med 3 to ganger for å nå målet på 6.

4.5 Telle én om gangen for kombinering

En strategi som elevene tok i bruk for å kombinere perlerekker, var å telle med én perle om gangen fra to eller tre vilkårlige rekker med perler inntil de nådde måltallet for oppgaven. Denne strategien illustrerer jeg jeg med to eksempler fra datamaterialet:

I det første utdraget skal Marit lage rekker med 6 perler i hver på spillets første nivå.

[Marit drar en rekke med 4 perler inntil en rekke med 2 perler slik at de kombineres og danner en rekke med 6 perler.]

Lærer: *Hvordan visste du at de passet sammen?*

Marit: *Eh… Jeg så at det var en-to-tre-fire-fem… Nei, en-to-tre-fire og to. Da kunne jeg gjøre sånn.*

[Marit viser med to pekefingre hvordan hun trekker de to gruppene inntil hverandre].

Lærer: *Hvordan visste du at du kunne gjøre slik da?*

Marit: *Jeg telte en, to, tre, fire, fem, seks,*

[Marit peker rytmisk på skjermen imens hun sier tallene høyt]

Marit: *og så satte jeg dem på hverandre.*

I dette utdraget teller Marit perler med én om gangen inntil hun når måltallet på 6 perler i rekken. Hun begynner å telle fra en rekke med 4 perler, og fortsetter tellingen fra en rekke med 2 perler. Løsningsstrategien til Marit krever av henne at hun mestrer å tilordne hvert element i en tellesekvens det riktige tallordet og at hun kun teller ett element i gangen, altså at hun mestrer helt grunnleggende telling. Løsningsstrategien innebærer også at Marit kombinerer to rekker for å danne en større rekke, en additiv prosess. En strategi som barn bruker for å løse additive problemer der de kan modellere problemet direkte er «telle alt» (Carpenter & Moser, 1984). I utdraget fra datamaterialet er de to addendene i problemet direkte modellert gjennom to perlerekker på dataskjermen. Marit teller først opp den ene addenden, deretter fortsetter hun tellingen med den neste addenden. Når summen av de to addendene stemmer overens med måltallet for oppgaven, gjennomfører Marit kombineringen av de to perlerekkene. Marits løsning av oppgaven med å lage rekker med 6 perler er basert på at hun modellerer problemet direkte gjennom å telle perler på skjermen, og at hun teller én og én perle.

Det andre utdraget fra datamaterialet som beskriver elevene telling med én om gangen for å kombinere perlerekker beskriver et annet tilfelle der Marit skal lage rekker med seks perler på spillets første nivå, og gjør dette ved å kombinere tre perlerekker.

Marit: *En, to tre,*

[peker på hver enkelt perle i en treergruppe imens hun teller høyt]

Marit: *fire, fem,*

[peker på to perler i en rekke med 2 perler imens hun teller høyt, og drar så rekken med 2 perler inntil rekken med 3 perler slik at de kombineres til en rekke med 5 perler].

Marit: *..og seks!*

[drar en enkeltperle inntil rekken med 5 perler slik at de kombineres og danner en rekke med 6 perler].

I dette utdraget benytter Marit samme løsningsstrategi som i forrige utdrag, med det skillet at i det siste utdraget teller hun perler fra tre ulike rekker med perler. Perlerekkene er direkte modellert på skjermen, noe som åpner for at hun kan benytte seg av disse representasjonene av antall til å telle på skjermen. Hun begynner å telle fra én, og fortsetter med å telle og kombinere perler inntil hun har 6 perler på en rekke. Også når denne strategien innebærer telling av flere addender krever den ikke mer fra henne enn at hun er i stand til å tilordne hvert element i en tellesekvens det riktige tallordet og at hun kun teller ett element i gangen, altså at hun mestrer helt grunnleggende telling.

4.6 Telle én om gangen for kombinering med splitting

Noen ganger i løpet av spillet vil ikke elevene finne to ulike perlerekker som direkte kan kombineres for å danne en perlerekke med samme lengde som målet. I det følgende utdraget presenterer jeg en episode fra datamaterialet der eleven teller med én om gangen for å kombinere perlerekker, men tilpasser den ene perlerekken ved hjelp av spillets splittefunksjon.

Emil skal danne rekker med 5 perler på spillets første nivå.

> [Emil gjør tellebevegelser med høyre hånds pekefinger mot perler på skjermen. Først tre små rytmiske pekefingerbevegelser over ei rekke med 3 perler, deretter to bevegelser til i samme takt mot ei større rekke med 6 perler som ligger like til høyre for den første rekken på skjermbildet. Etter den siste rytmiske bevegelsen bruker han splittefunksjonen i appen til å dele opp rekken med 6 perler i 2 og 4. Deretter kobler han sammen de 3 perlene i den første rekken han telte med den nydannede rekken med 2 perler.]
>
> Lærer: *Hvorfor gjorde du akkurat det du gjorde nå?*
>
> Emil: *Jeg satte sammen to med tre.*
>
> Lærer: *Hvordan visste du at det kom til å virke?*
>
> [Emil fortsetter arbeidet på skjermen for å danne flere rekker med 5 perler.]
>
> Emil: *Eh… Fordi… Litt usikker, bare fant det ut.*
>
> [Emil fortsetter arbeidet på skjermen.]

I denne episoden benytter Emil seg av enkel telling med én om gangen for å finne 5 perler som til sammen kan danne en rekke. De første 3 perlene finner han i en egen rekke med kun 3 perler. De 2 siste perlene som trengs for å lage 5 perler i rekke velger Emil å skille ut fra en annen perlerekke. Bakgrunnen for å velge å skille ut 2 perler tolker jeg til å være selve telleprosessen Emil gjorde da han telte opp 5 perler. Løsningen hans viser ingen andre tegn på resonnering enn selve tellingen, og heller ikke når han får mulighet til å forklare nærmere hvordan han tenkte har Emil noen ytterligere forklaring. Derfor antar jeg at Emils tanker bak løsningsstrategien var at siden spillet har mulighet til å splitte perlerekker kunne han telle opp 5 perler totalt og benytte splitting og kombinasjon til å sette disse 5 perlene sammen. Som nevnt i beskrivelsen av tidligere resultater krever ikke telling med én om gangen mer enn at eleven mestrer å tilordne hvert element i en tellesekvens det riktige tallordet og at eleven kun teller ett element i gangen.

4.7 Perseptuell subitisering for splitting

I noen tilfeller skilte elevene i utvalget ut korte rekker med perler, som var like lange som målet for oppgaven, fra lengre rekker uten at de hadde behov for å telle antallet perler i rekkene de lagde. Elevene forklarte på ulike vis at de «så» det riktige antallet perler. En slik episode har jeg gjengitt i følgende utdrag fra datamaterialet der Emil skal lage rekker med 3 perler på spillets første nivå.

> [Emil går direkte fra å splitte en firer-rekke i 3 og 1 til å bruke høyre pekefinger til å skille ut 3 perler fra en rekke med 7 perler.]
>
> Lærer: *Hvordan vet du at det blir målet?*
>
> Emil: *Hvordan jeg vet at det blir tre? Fordi at det er rundingene. Rundinger, og jeg teller dem bare.*
>
> Lærer: *Å, ja.. Så du teller dem bare?*
>
> Emil: *Jeg kan se det, og jeg kan telle det. Men jeg trenger ikke å telle det, for jeg ser det.*

Som beskrevet i teorikapitlet er det å kunne «se» et antall umiddelbart, å automatisk vite antallet i en liten mengde uten at telling eller andre matematiske prosesser er involvert, kalt perseptuell subitisering. Emil i utdraget arbeider hurtig med å lage rekker med 3 perler i hver ved å bruke spillets splittefunksjon. Selve hurtigheten i arbeidet antyder at han skiller ut 3 og 3 perler uten at han teller seg frem til hvor perlerekkene må splittes i to. I dialogen med læreren kommer Emil frem til et viktig poeng i siste linje med transkripsjon der han sier «Men jeg trenger ikke å telle det, for jeg ser det.». Slik jeg tolker Emils forklaringer i dialogen med læreren forsøker Emil først å forklare for lærer hvordan man generelt kan finne ut hvor man skal splitte perlerekkene. Når han blir utfordret på å utdype utsagnet om telling kommer Emils forklaring på sin egen prosess. Der kommer det frem at selv om det er mulig å telle seg frem til riktig antall perler, har ikke Emil behov for å telle perlene fordi han «ser» antallet. Dermed baserer Emils løsningsstrategi i dette utdraget seg på hans evne til perseptuell subitisering av små mengder, og å benytte dette til å splitte perlerekker i to rekker hvorav den ene rekken er like lang som målrekken.

En annen episode fra datamaterialet som viser samme løsningsstrategi er når Toril skal lage rekker med 3 perler på spillets første nivå.

> [Toril bruker spillets splittefunksjon til å dele av en rekke med 3 perler fra en rekke med 8 perler].
>
> Lærer: *Hvordan visste du at du skulle dele akkurat der?*
>
> Toril: *Fordi at hvis ikke hadde jeg for eksempel fått fire eller to.*
>
> Lærer: *Måtte du telle dem for å se tre, eller var dette noe du visste?*
>
> Toril: *Jeg bare vet at det er tre.*

I dialogen kommer det frem at Toril baserer splittingen av perlerekken i to rekker på at hun «bare vet» hvor hun skal splitte, hun «bare vet» hvordan 3 perler på rekker ser ut og bruker spillets splittefunksjon til å dele opp rekken med 8 perler like bak 3 perler. Slik jeg tolker Torils utsagn er dette et uttrykk for at hun «ser», subitiserer, 3 perler som hun skiller fra de andre perlene i rekken. Dette gjør at Torils løsningsstrategi i dette utdraget fra datamaterialet er på linje med måten Emil «ser» hvor han skal skille ut 3 perler i forrige utdrag.

4.8 Konseptuell subitisering for kombinering

En strategi elevene i utvalget benyttet for å kombinere korte rekker av perler til lengre rekker var å sette sammen rekker de «visste» ville bli like lange som målet for oppgaven. I dette legger jeg at elevene ikke hadde behov for å telle eller regne seg frem til antall perler som er større enn det antallet man regner som mulig å bestemme gjennom perseptuell subitisering. Konseptuell subitisering handler, som beskrevet i teorikapitlet, om å gjenkjenne et antall som et resultat av å gjenkjenne mindre, perseptuelt subitiserte mengder som til sammen utgjør det totale antallet. Konseptuell subitisering innebærer altså *gjenkjenning* av antall fremfor telling, regning, eller andre matematiske prosesser. Et eksempel på at elevene benyttet seg av å gjenkjenne antall er når Marit skal lage rekker med 6 perler på spillets første nivå:

> [Marit bruker høyre pekefinger til å «ta tak i» en rekke med 3 perler på skjermen.]
>
> Marit: *Og den!*
>
> [Fører rekken med 3 perler inntil en annen rekke med 3 perler på andre siden av skjermbildet slik at de kombineres og danner en rekke med 6 perler.]
>
> Lærer: *Hvordan visste du at de passet sammen?*
>
> Marit: *Jeg så at det var en-to-tre og en-to-tre*
>
> [Marit viser med høyre pekefinger på skjermen der hvor den første rekken med 3 perler var, og med venstre pekefinger der hvor den andre rekken befant seg imens hun forklarer.]
>
> Marit: *Så kunne jeg gjøre sånn!*
>
> [Fører de to pekefingrene sammen på midten av skjermen]
>
> Marit: *Fordi at det blir seks.*

I dette utdraget setter Marit sammen to rekker med 3 perler i hver slik at de danner en rekke med 6 perler. Når hun forklarer bakgrunnen for løsningsstrategien sin kommer det frem at hun så to rekker med 3 perler i hver og visste at de to rekkene til sammen ble 6 perler. Hun uttrykker ikke eksplisitt denne subitiseringen, men jeg tolker handlingene og forklaringen hennes sammen til å innebære dette. Dette gjør jeg fordi handlingene hennes ble utført i rask rekkefølge uten pauser for å telle eller resonnere, og fordi forklaringen hennes ikke inneholder referanser til at hun telte, regnet eller «tenkte seg om». Marit «visste» altså at 3 og 3 blir 6. I og med at spillet gir en visuell, romlig organisert representasjon av tallet 3 som en rekke med perler snakker vi i denne episoden fra datamaterialet om konseptuell subitisering fremfor memorerte tallfakta. Marit benytter seg av denne romlig organiserte representasjonen i sin forklaring når hun henviser til de to rekkene med 3 perler som «*en-to-tre og en-to-tre*», noe som forteller meg at hun fokuserer på perlene på skjermen i sin løsning og ikke memorerte tallfakta som hun henter opp fra hukommelsen.

Et annet eksempel på at elever benyttet seg av konseptuell subitisering for å kombinere rekker av perler er når Emil skal lage rekker med 4 perler på spillets første nivå.

> [Emil flytter en rekke med 2 perler inntil en annen rekke med 2 perler slik at de kombineres og danner en rekke med 4 perler.]
>
> Lærer: *Hvordan visste du at det der skulle bli fire?*
>
> Emil: *Hvordan jeg visste at det kom til å bli fire? For to pluss to er fire.*

I dette utdraget uttrykker Emil at han kombinerte to rekker med 2 perler i hver fordi han visste at 2 og 2 blir fire. I og med at spillet på det første nivået representerer tall gjennom rekker med perler er det nært å tenke at Emils tanker bak løsningen baserer seg på disse visuelle representasjonene av tall som han ser fremfor seg på skjermen. Dermed tolker jeg Emils løsningsstrategi i dette utdraget for å være basert på konseptuell subitisering av tallet 4 som satt sammen av 2 og 2.

4.9 Del-hel-resonnering

En annen strategi der elevene i utvalget kombinerte rekker med perler baserte seg på at elevene resonnerte seg frem til kortere perlerekker som til sammen ville utgjøre en perlerekke med samme lengde som målet for spillet. Denne strategien baserte seg ikke på telling av enkeltperler, og heller ikke på visuell gjenkjenning av antall som til sammen ville utgjøre målet. Strategien var en prosess som involverte abstrakt matematisk tenkning. I det legger jeg at elevene tenker på tall fremfor å benytte seg av visuelle representasjoner av tall i form av perler på skjermen. Et eksempel som illustrerer strategien, er når Emil skal lage rekker med 6 perler på spillets første nivå.

> [Emil bruker splittefunksjonen til å dele opp en rekke med 7 perler i 3 og 4. Deretter drar han den nydannede rekken med 3 perler inntil en annen rekke med 3 perler slik at de kombineres og danner en rekke med 6 perler.]
>
> Lærer: *Hva gjorde du nå?*
>
> Emil: *Jeg satte sammen tre stykker fordi det var noen stykker her*,
>
> [Emil peker på skjermen der rekken med 7 perler befant seg tidligere]
>
> Emil: *og noen stykker her*.
>
> [peker på skjermen der rekken med 3 perler var]
>
> Emil: *Så tok jeg og krysset av den der*,
>
> [peker på den opprinnelige treergruppen]
>
> Emil: *så tok jeg og krysset av 3 stykker der*
>
> [peker der splittingen av rekken med 7 perler ble gjort]
>
> Emil: *og satte dem på hverandre og da blir det seks.*

I dette utdraget lager Emil en rekke med 3 perler for å kombinere den med en annen rekke med 3 perler i. Slik jeg tolker hans beskrivelse har han sett at han har en kort rekke med 3 perler i, og deretter resonnert seg frem til at han trenger enda en rekke med 3 perler for at de to rekkene til sammen skal danne en rekke med 6 perler. Han sier i dialogen at han så at «*det var noen stykker her*» og henviser da til rekken med 7 perler, og disse ville han bruke for å kombinere med rekken med 3 perler («*noen stykker her.*). For å kunne kombinere perler fra disse to rekkene måtte han «*krysse av*» 3 perler fra rekken med 7. Utsagnene til Emil, støttet opp av at handlingene hans i spillmiljøet var direkte og uten nøling, tellepauser eller lignende, indikerer at oppgaveløsningen baserte seg på del-hel-resonnering. Jeg tolker episoden slik at Emil har resonnert seg frem til at to rekker med 3 perler til sammen vil bli en rekke med 6 perler og deretter utført handlingene i spillet som ville gjennomføre denne løsningen.

Et annet eksempel på at elever benytter seg av del-hel-resonnering til å finne løsninger på oppgavene i NumberBeads er når Toril skal lage rekker med 6 perler på spillets første nivå.

> Toril: *Jeg tror… Deler der...*
>
> [Toril bruker splittefunksjonen til å dele en rekke med 9 perler i 6 og 3. Rekken med 6 perler animeres ut av skjermbildet og erstattes av en stjerne nede i høyre hjørne. Deretter gjentar hun samme splittefunksjon på en annen rekke med 9 perler. Igjen blir rekken med 6 perler som dannes omgjort til en stjerne. Så drar hun rekken med 3 perler som ble dannet i den første splittingen inntil rekken med 3 perler hun dannet med den andre splittingen. De to rekkene kombineres og danner en rekke med 6 perler.]
>
> Toril: *Jeg delte opp de nierne.. Så delte jeg dem opp i en sekser, og så hadde jeg en sekser igjen. Og så delte opp enda en nier - jeg kan vise igjen… Jeg delte opp her.*
>
> [splitter en rekke med 9 perler på skjermen i 6 og 3. Toril lager så en ny rekke med 9 perler på skjermen ved å kombinere 8 og 1].
>
> Toril: *Og så delte jeg opp her*
>
> [splitter den nye rekken med 9 perler i 6 og 3].
>
> Toril: *Og så satte jeg sammen dem.*
>
> [drar de to nydannede rekkene med 3 perler inntil hverandre slik at de kombineres og danner en rekke med 6 perler].

I dette eksemplet lager Toril rekker med 3 perler for å kunne kombinere disse til rekker med 6 perler. Disse rekkene med 3 perler skiller hun ut fra rekker med 9 perler slik at hun både oppnår å lage rekker med 6 perler i, som er målet for oppgaven, samtidig som hun også lager deler hun tenker å kombinere til en helhet for igjen å nå målet for oppgaven. Eksemplet starter med at Toril sier «*jeg tror… Deler der*». De tre punktumene i transkripsjonen indikerer en kort tenkepause. I løpet av denne pausen bestemmer Toril seg for hvor hun skal splitte rekken med 9 perler. Deretter følger handlingene hennes hverandre uten pauser, slik at det er naturlig å tenke at hun har en plan for hvilke handlinger hun skal utføre. Jeg tolker dette slik at Toril i løpet av den korte tenkepausen har resonnert seg frem til at hvis hun splitter rekken med 9 perler i 6 og 3 får hun både en rekke som er målet, samtidig som hun får en rekke hun kan bruke til å bygge enda en rekke med 6 perler når hun splitter enda en rekke med 9 perler i 6 og 3. Toril benytter seg av del-hel-resonnering til å vite at i rekken med 9 perler ligger det en rekke med 6 perler, at helheten er komponert av mindre deler (Hunting, 2003). Det er også del-hel-resonnering når Toril lager seg en plan om å kombinere de to rekkene med 3 perler til å danne en rekke med 6 perler uten å ha visuelle representasjoner av de to rekkene med 3 perler foran seg på skjermen. Toril tenker om mengder, resonnerer seg frem til deler som utgjør ønsket hel.

5 Diskusjon

I dette kapitlet oppsummerer jeg først funnene fra analysen og svarer på forskningsspørsmålet *«Hvilke løsningsstrategier bruker elever i matematikkvansker i arbeid med spillet NumberBeads?»,* før jeg diskuterer resultatene fra analysen opp mot aktuell teori og tidligere forskning. Deretter drøfter jeg oppgavens læringsteoretiske forankring og spørsmål som er knyttet til teorien som jeg har brukt som analyseverktøy i studien. Videre presenterer jeg tanker jeg har gjort meg omkring min rolle som forsker/lærer i denne studien, og hvordan den kan ha påvirket resultatene.

5.1 *«Hvilke løsningsstrategier bruker elever i matematikkvansker i arbeid med spillet NumberBeads?»*

Elevene som utgjorde utvalget i studien brukte flere forskjellige løsningsstrategier i arbeidet med å gjøre oppgaver i spillet NumberBeads. I kapittel 4 la jeg frem funnene fra min tematiske analyse. I alt kodet jeg 9 ulike løsningsstrategier basert på handlingene elevene gjorde i programvaremiljøet og hvordan de argumenterte for disse handlingene.

Som svar på studiens forskningsspørsmål *«Hvilke løsningsstrategier bruker elever i matematikkvansker i arbeid med spillet NumberBeads?»* presenterer jeg her de 9 ulike løsningsstrategiene som elevene benyttet i tabellen nedenfor:

Strategi	
Utforsking uten spesifikk strategi	Elever utforsker NumberBeads og prøver ut ulike handlinger som kan gjøres i programvaremiljøet, uten en klar plan for hvordan oppgaver skal løses.
Bygge opp med én om gangen	Elever bygger opp perlerekker ved å kombinere én og én perle inntil perlerekken når målet for oppgaven.
Telle én om gangen for splitting	Elever teller én og én perle om gangen fra en vilkårlig perlerekke inntil de kommer til måltallet for oppgaven, og splitter deretter perlerekken ved den sist telte perlen.
Steg-telling for splitting	Elever teller perler fra en vilkårlig perlerekke med andre enheter enn én pr. steg i tellerekken, for deretter å splitte perlerekken ved den sist telte perlen.
Telle én om gangen for kombinering	Elever teller én og én perle fra flere vilkårlige perlerekker inntil de når måltallet for oppgaven. Deretter kombineres perlerekkene som til sammen blir målet for oppgaven.
Telle én om gangen for kombinering med splitting	Elever teller én og én perle fra flere vilkårlige perlerekker inntil de når måltallet. Når måltallet nås inne i en perlerekke, splittes denne ved den

	sist telte perlen. Deretter kombineres de telte perlerekkene for å nå målet.
Perseptuell subitisering for splitting	Elever kjenner umiddelbart igjen måltallet perler gjennom perseptuell subitisering som del av en lengre perlerekke, og skiller ut målet ved splitting.
Konseptuell subitisering for kombinering	Elever kjenner umiddelbart igjen antallet perler i korte, perseptuelt subitiserte perlerekker som til sammen utgjør måltallet for oppgaven. Deretter kombineres de perseptuelt subitiserte perlerekkene.
Del-hel-resonnering	Elever resonnerer seg frem til ulike kombinasjoner av perlerekker som til sammen utgjør måltallet gjennom abstrakt matematisk tenkning.

Tabell 1 Elevers løsningsstrategier i arbeid med NumberBeads

5.2 Diskusjon omkring resultatene i studien

5.2.1 Utforsking uten spesifikk strategi

Den første løsningsstrategien som ble presentert i tabellen, «utforsking uten spesifikk strategi», handler om hvordan elever prøver ut ulike funksjoner og handlinger i spill og apper de møter. For å gjøre seg kjent med spillets ulike handlinger, de muligheter og begrensninger de har, tester elever ut de ulike funksjonene og ser hva som hender når de gjennomfører handlingene. I noen tilfeller i arbeidet med denne studien førte slik utprøving av spillets funksjoner til at spillet indikerte at målet var nådd. Dette kunne komme som en overraskelse på eleven slik som Emil indikerte i utdraget fra datamaterialet som ble presentert i kapittel 4 der han sier «*Jeg var bittelitt heldig*» om hvordan han løste oppgaven. I andre tilfeller førte ikke utprøvingen av funksjoner til at oppgaver ble løst som direkte konsekvens av utprøvingene. Å oppfatte at elevene prøver ut spillets funksjoner, uten at de allerede har dannet seg en plan for arbeidet, kan være vanskelig siden elevenes utprøving også er med på å gi de idéer om mulige løsninger. Dermed kan utprøving av en eller flere funksjoner i spillet, umerkelig for observatøren, gli over i løsning av oppgaver der eleven har dannet seg en plan for arbeidet.

5.2.2 Bygge opp med én om gangen

Strategien «bygge opp med én om gangen» betegner en strategi der elever bygger seg opp mot et gitt måltall ved gjentagende å legge til én perle mer inntil målet er nådd. Om eleven er bevisst dette måltallet eller ikke, er ikke avgjørende for om denne strategien skal være vellykket i spillet NumberBeads. Med dette mener jeg at elevene har mulighet til å bygge seg opp, én perle om gangen, inntil spillet iverksetter animasjonene som indikerer at målet for perler i rekken er nådd. På det viset setter ikke spillet krav om at eleven er bevisst målet for sin gjentagende addisjon med én. Imidlertid kan det godt være at elever er bevisste antallet perler på rekke de skal danne, og teller seg opp til måltallet gjennom å legge til én og én perle. Når Emil i datamaterialet teller én og én perle kan vi ut fra det han sier vite at han er bevisst antallet perler underveis i tellingen sin, men om han også samtidig driver en sammenligning av antallet som er telt opp mot måltallet for tellingen kan vi ikke slå fast ut fra det tilgjengelige datamaterialet.

Dersom elevene er bevisste måltallet de arbeider mot og holder telling over perlene underveis i arbeidet, baserer denne løsningsstrategien seg på grunnleggende telleferdigheter. Som fundament for denne tellingen ligger at eleven kjenner *telleramsen*, rekken av naturlige tall (Nakken & Thiel, 2019) og kan gjengi den korrekt. I tillegg til å kjenne tallordene må eleven også ha utviklet begreper om en-til-en-korrespondanse for å kunne telle opp korrekt. Uten begrep om en-til-en-korrespondanse vil ikke hvert enkelt tallord i telleramsen kobles til én, og kun én, perle i opptellingen og kombineringen av perler (Sarnecka & Carey, 2008). Da kan vi for eksempel observere elever som i tellingen sin ramser opp to tallord for én enkelt perle. Videre vil elever som driver opptelling av perler for å nå et bestemt antall perler ha en kardinal forståelse for tall underveis i tellingen sin. Det vil si at tallordene de ytrer underveis i tellingen ikke er en benevning av den enkelte perlen, men at tallordene beskriver antallet perler som er telt opp til nå. I utdraget fra datamaterialet viser Emil tegn på at han mestrer disse grunnleggende telleferdighetene.

Når elever holder orden over antallet perler som er telt opp underveis i tellingen sier Hunting (2003) at elevene demonstrerer primitiv del-hel-resonnering gjennom at de klarer å holde måltallet for tellingen delt i to delmengder – de som er telt opp og de som fortsatt skal telles. Dette kan utdypes ved å bruke Piagets begrep *class inclusion* som sier at tall er en *seriated class*. Det innebærer at måltallet perler for oppgaven også inneholder alle de tallene som man kommer til når man teller seg opp mot måltallet. Begrepet *class inclusion* sier oss at måltallet 8 perler også inneholder 1, 2, 3, 4, 5, 6, og 7 perler, altså at mengden 8 perler inneholder ulike delmengder (Hunting, 2003). Å ha utviklet begrep om *Class inclusion* innebærer ikke at eleven også har utviklet begreper om del-hel-resonnering som lar eleven tenke på alle tall som deler og helheter som kan dekomponeres og komponeres på ulike måter, men at eleven er i stand til å betrakte både delene og helheten i tall samtidig. Dersom elevene holder orden over antallet perler som er telt opp kan vi betrakte bruken av løsningsstrategien «bygge opp med én om gangen» til å løse oppgaver i NumberBeads som en løsningsstrategi som gir elevene viktige erfaringer med tall og mengder som kan bidra til å styrke deres begreper om *class inclusion* som er grunnlag for å utvikle begreper om del-hel-resonnering.

5.2.3 Telle én om gangen for splitting

Strategien «telle én om gangen for splitting» betegner en strategi der elever velger seg ut en vilkårlig perlerekke, uten å ta hensyn til antallet perler i denne rekken så lenge perlerekken er lengre enn målrekken, og skiller ut en kortere perlerekke ved at de teller seg frem til måltallet for oppgaven og bruker spillets splittefunksjon. I selve opptellingen av perler som skal skilles ut teller elevene med én om gangen. På samme måte som utdypet i avsnittet om strategien «telle med én om gangen for kombinering» krever denne opptellingen med én om gangen grunnleggende telleferdigheter som å kunne telleramsen og ha begreper om en-til-en-korrespondanse.

Det kan også tenkes at det er noe tilfeldig om elever bruker denne strategien fremfor strategien «telle én om gangen for kombinering» eller «telle én om gangen for kombinering med splitting». Med det mener jeg at det kan være at elever begynner opptelling i en vilkårlig rekke perler, og det er tilfeldig om perlerekken er «for lang» slik at splittefunksjonen i spillet må benyttes, eller om andre strategier brukes for å nå måltallet. I datamaterialet er det ikke mulig å slå fast hvilke prosesser som ligger bak elevenes valg av perlerekke å begynne tellingen sin på, men for utdraget der Marit skiller ut 5 perler fra en rekke med 10 perler er det nærliggende å tenke at hun nok er klar over at perlerekken hun teller fra er lengre enn måltallet. I utdraget der Emil skiller ut 6 perler fra en rekke med 7 er det vanskeligere å gjøre noen antakelse.

Elever kan bruke tall både til å beskrive rekkefølge og til å telle antall. Når tallene beskriver rekkefølge, snakker vi om ordinal forståelse av tallene. Å tilordne hvert enkelt objekt i et antall ett tallord, for eksempel ved å tilordne tallord til hver enkelt perle i en perlerekke, forutsetter at den som teller er i stand til å følge de to første «hvordan telle»-prinsippene til Gelman og Gallistel som er beskrevet i teorikapittelet. Å telle med ordinal forståelse av tall krever dermed kun kjennskap til disse to første prinsippene, en-til-en-korrespondanse og stabil rekkefølge.

Strategien «telle med én om gangen for splitting» kan benyttes av elever som teller med ordinal forståelse av tallene. I det legger jeg at det er mulig for elever som for eksempel skal lage rekker med tre perler i hver å betrakte en lang perlerekke og bruke spillets splittefunksjon etter hver tredje perle i rekken. Tellestrategier der man teller med én om gangen, og med ordinal forståelse av tall, krever ikke at eleven ser hvert enkelt steg eller element i tellingen som en del av det totale antallet (Kullberg & Björklund, 2020). Dette innebærer også at elever som teller med én om gangen med ordinal forståelse av tallene ikke trenger å gjøre seg erfaringer med *class inclusion* eller kardinalitet. Så lenge hvert tallord i telleramsen for eleven er en benevning av et objekt i antallet som skal telles, trenger ikke eleven å innse at tallordet også angir antallet som er telt opp eller at alle foregående tallord i telleramsen angir deler som inngår i det totale antallet. Dermed gjør heller ikke eleven seg erfaringer med tallenes indre komposisjonelle struktur som satt sammen av andre tall, som er grunnlag for del-hel-resonnering.

Telling med én om gangen med kardinal forståelse av tallene er nærmere diskutert i forrige delkapittel. For strategien «telle med én om gangen for splitting» sin del innebærer det at elever som teller med kardinal forståelse av tall har mulighet til å gjøre seg både erfaringer med at tallene de teller underveis for å finne punktet for splitting er deler av et totalt antall, samtidig som at de perlene som skilles ut fra den lengre perlerekken også er del av en større helhet. Dette er erfaringer som gir grunnlag for utvikling av begreper om del-hel-resonnering (Hunting, 2003).

Ut fra datamaterialet er det ikke mulig å fastslå om elevene telte perler med ordinal eller kardinal forståelse for tall da de brukte strategien «telle én om gangen for splitting».

5.2.4 Steg-telling for splitting

Strategien «steg-telling for splitting» handler også om elever som velger seg ut en vilkårlig perlerekke som de tenker å skille ut en kortere perlerekke fra. Strategien skiller seg fra strategien «telle én om gangen for splitting» i måten elevene finner frem til hvor de skal benytte spillets splittefunksjon. Når elever bruker strategien «steg-telling for splitting» teller de seg frem til hvor perlerekken skal splittes ved å telle med andre enheter enn én, steg-telling. I datamaterialet ser vi i utdraget med Emil at han teller 2 og 2 perler om gangen for så finne ut at han må skille ut 1 perle for å nå måltallet. Marits bidrag i datamaterialet er valgt å kode til steg-telling for splitting med steg på 3 perler om gangen.

Utvikling av steg-telling som ferdighet og begrep er en gradvis prosess som går fra at eleven er i stand til å resitere en tellesekvens, men kan ikke bruke tellesekvensen til å telle eller løse addisjonsproblemer, til at eleven kan bruke tellesekvensen til opptelling og fleksibelt i løsning av addisjonsproblemer (Voutsina, 2016). Et eksempel på dette kan være når barn lærer seg å telle med to om gangen gjennom imitasjon. De kan etter forholdsvis kort tid resitere rekken «to, fire, seks, åtte… osv.», fra hukommelsen. Gjennom utviklingsprosessen blir barnet gradvis i stand til å benytte tellesekvensen til opptelling, og senere også til å telle med to om gangen for å løse addisjonsproblemer.

Dersom steg-tellingen elevene utfører når de bruker løsningsstrategien «steg-telling for splitting» gjøres med ordinal forståelse for tallene, vil hvert enkelt tallord i tellesekvensen benevne enkeltobjekter som telles. For eksempel vil det å telle perler i rekke med 3 om gangen og ordinal forståelse for tallene benevne hver tredje perle og tilordne tallord til disse perlene. Slik kan elever for eksempel skille ut rekker med 6 perler ved å splitte etter den sjette perlen, fremfor å telle opp antallet 6 perler som skilles ut fra rekken. Den ordinale forståelsen for tallene innebærer at eleven ikke opplever tallene underveis i tellingen som deler av et totalt antall. Dermed gjør heller ikke eleven seg erfaringer med *class inclusion* eller tall som komponert av andre tall (Kullberg & Björklund, 2020).

Elever kan også telle med ulike steg og ha kardinal forståelse for tall når de bruker strategien «steg-telling for splitting». Da vil tallene i tellesekvensen angi antallet perler i rekken som er telt til nå. En slik steg-telling med kardinal forståelse for tall gir elevene erfaringer med at tall er komponert av andre tall. For eksempel kan en elev som teller opp 6 perler i rekke, og teller med 3 om gangen, oppleve at det er 2 treere i 6, eleven må utføre 2 steg i tellingen sin for å komme til måltallet. Da gjør eleven seg erfaringer som er med på å styrke begrepene om tallenes indre komposisjonelle struktur og som bidrar til å utvikle begreper om del-hel-resonnering (Hunting, 2003).

I datamaterialet til denne studien finner jeg ikke grunnlag for å slutte om elevene teller med ordinal eller kardinal forståelse.

5.2.5 Telle én om gangen for kombinering

Strategien «telle med én om gangen for kombinering» er en strategi der elever teller opp perler fra to, eller flere, vilkårlige perlerekker inntil de når måltallet for oppgaven. Perlerekkene som til sammen utgjør måltallet for oppgaven kombineres deretter slik at de danner en ny perlerekke. Selve opptellingen av perler med én om gangen krever av elevene at de mestrer grunnleggende telleferdigheter som å kunne telleramsen og ha begreper om en-til-en-korrespondanse. I tillegg må elevene klare å sammenligne antallet de har telt opp med måltallet for oppgaven for å vite om de har nådd målet eller ikke, eventuelt om de går over måltallet og må finne andre kombinasjoner av perlerekker. I datamaterialet fant jeg eksempler på at elever telte opp perler fra to og tre ulike rekker som til sammen dannet måltallet for oppgaven. Jeg fant ikke tydelige eksempler i datamaterialet der elever teller på nytt fordi antallet perler går over måltallet. Det kan også være at det var først når antallet perler som var telt nådde måltallet at elevens valg av løsningsstrategi endelig ble tatt – om eleven kombinerte perlerekker eller brukte spillets splittefunksjon. For at en sammenlikning av antallet som er telt til nå opp mot et gitt måltall skal skje, må elevene ha begynt å utvikle begreper om *class inclusion*. De må se antallet som er telt opp på et gitt tidspunkt som et tall som inngår i det større måltallet for at en slik sammenlikning skal gi mening for dem.

Å kombinere perlerekker i NumberBeads er en additiv prosess. I det legger jeg at kombineringsfunksjonen i spillet innebærer at to antall adderes. For barn relateres telling til addisjon først gjennom at de erfarer at den praktiske handlingen «én mer» assosieres med det neste tallet i en tellesekvens (Anghileri, 2000). Dermed utvikles begreper om telling med én om gangen som å legge til én mer, et steg videre på tallinjen, osv. Deretter går barnets utvikling av addisjonsbegreper videre til at barnet utvikler begreper om å legge til 2, «to mer» (Anghileri, 2000), der «to mer» assosieres med 2 mer i en mengde eller 2 steg videre på tallinjen. Gjennom å koble telling til addisjon utvikler barnet begreper om at delmengder kan kombineres, og at antallet elementer i mengdene til sammen kan finnes gjennom telling. Carpenter og Moser (1984) har studert barns tellestrategier for å løse addisjonsproblemer og identifisert 3 tellestrategier barn bruker for å løse addisjonsproblemer; «telle alt», «telle videre fra første», og «telle videre fra største». Disse tellestrategiene for å løse addisjonsproblemer danner også fundament for elevenes bruk at strategien «telle med én om gangen for kombinering».

Når elever bruker strategien «telle med én om gangen for kombinering» for å løse oppgaver i NumberBeads begynner de tellingen sin fra 1, og teller alle perlene de trenger å legge til for å komme til måltallet. Dermed er denne løsningsstrategien parallell med tellestrategien «telle alt» som Carpenter og Moser (1984) har identifisert. I utdragene med Marit fra datamaterialet kommer det frem fra hennes forklaring av løsningen at hun teller alle perlene fra 2 og 3 ulike perlerekker som til sammen blir måltallet.

Selve handlingen elevene gjør i spillet, kombinere to eller flere perlerekker slik at de danner en større helhet, er å komponere tall fra mindre deler. Gjennom å gjøre praktiske erfaringer med å kombinere deler til helhet i spillet, får elever mulighet til å gjøre seg erfaringer med talls indre komposisjonelle struktur. Slike erfaringer er grunnleggende for utvikling av begreper om del-hel-resonnering (Hunting, 2003).

5.2.6 Telle én om gangen for kombinering med splitting

Strategien «telle én om gangen for kombinering med splitting» er en strategi der elever teller opp perler fra vilkårlige perlerekker. Strategien skiller seg fra den forrige, «telle med én om gangen for kombinering» ved at elevene når måltallet for tellingen «inne i» en eksisterende perlerekke. De tilpasser deretter denne perlerekken ved å splitte perlerekken etter den siste telte perlen fra opptellingen. Med andre ord teller elevene perler fra to vilkårlige rekker og splitter den ene perlerekken når de kommer til måltallet, for så å kombinere perlerekker til slutt. I datamaterialet teller Emil til 5 perler, først 3 perler fra en rekke og deretter 2 perler til fra en lengre perlerekke som han skiller ut ved splitting. Ut fra datamaterialet er det ikke mulig å si med sikkerhet om Emil har en plan på forhånd om at denne strategien vil føre til måltallet, eller om strategien blir til underveis i arbeidet.

Opptellingen av perler med én om gangen forutsetter at elevene mestrer grunnleggende telleferdigheter som å kunne telleramsen og ha begreper om en-til-en-korrespondanse. I tillegg må elevene klare å sammenligne antallet de har telt opp med måltallet for oppgaven for å vite om de har nådd målet eller ikke.

Å kombinere perlerekker er som tidligere nevnt en additiv prosess. Den additive prosessen som utgjør kombineringen av perlerekker, er også for løsningsstrategien «telle med én om gangen for kombinering med splitting» parallell med tellestrategien «telle alt» som beskrevet av Carpenter og Moser (1984).

Det som skiller «telle med én om gangen for kombinering med splitting» fra «telle med én om gangen for kombinering» er tilpassingen av en perlerekke ved splitting. Elever som når måltallet «inne i» en perlerekke og splitter ved måltallet, kan gjøre seg erfaring med at man kan dekomponere et tall (antallet som utgjør perlerekken) i to deler (antallet fra perlerekken som trengs for å nå måltallet, og resten). Slike erfaringer kan være med på å støtte utvikling av begreper om komponering og dekomponering av tall (Baroody, 2006).

5.2.7 Perseptuell subitisering for splitting

Når elever bruker løsningsstrategien «perseptuell subitisering for splitting», skiller de ut kortere, perseptuelt subitiserte perlerekker fra en lengre rekke med perler. Perseptuell subitisering innebærer at elevene umiddelbart oppfatter et antall, for eksempel som Emil i datamaterialet som «ser» 3 perler, uten at telling er involvert i antallsbestemmelsen (Clements, 1999). Å oppfatte antallet 3 perler gjennom subitisering og tilordne tallordet «tre» til antallet, kan være med på å støtte elevenes begreper om kardinalitet. Ett aspekt ved kardinalitet er å ha begreper om at det siste tallordet som ytres ved telling ikke bare benevner det siste telte objektet, men også benevner det totale antallet. Når elevene oppfatter antall gjennom subitisering kan det bidra til å styrke denne oppfattelsen av at tallord benevner det totale antallet objekter (Clements, 1999).

Gjennom subitiseringen av kortere perlerekker som er deler av en lengre rekke, kan elevene også erfare at tall er komponert av andre tall. Denne erfaringen med tallenes indre komposisjonelle struktur kan være med på å støtte elevenes utvikling av begreper om del-hel-resonnering (Hunting, 2003).

5.2.8 Konseptuell subitisering for kombinering

Strategien «konseptuell subitisering for kombinering» er en strategi der elever umiddelbart gjenkjenner antall som regnes for store til å subitiseres perseptuelt, og kombinerer perlerekker som til sammen blir måltallet. Det som skiller denne strategien fra andre tellestrategier der elevene kombinerer perlerekker er den umiddelbare gjenkjennelsen av antallet, som skjer uten at telling er involvert slik som Marit gjør i utdraget fra datamaterialet når hun hurtig og uten telling kombinerte to perlerekker med 3 perler i hver slik at de dannet en rekke med 6 perler. Elevene benytter altså konseptuell subitisering til å gjenkjenne antallet perler som til sammen utgjør måltallet for den aktuelle oppgaven.

Ifølge Wästerlid (2020) tilbyr aktiviteter som omhandler konseptuell subitisering muligheter for å utvikle begreper om addisjon siden både addendene og summen er synlig på samme tid. Når elever som arbeider med NumberBeads eller tilsvarende oppgaver oppfatter summen (målrekken med perler) som sammensatt av de ulike addendene (korte, perseptuelt subitiserte perlerekker) gjør de seg erfaring med operasjonen addisjon.

Når elever erfarer at tall er komponert av andre tall, som for eksempel når elever umiddelbart oppfatter at en rekke med 6 perler kan lages av to rekker med 3 perler i hver, gjør de seg erfaringer med tallenes indre komposisjonelle struktur (Starkey & McCandliss, 2014) og erfaringer som kan være med på å styrke deres begreper om del-hel-resonnering (Hunting, 2003).

5.2.9 Del-hel-resonnering

Strategien «del-hel-resonnering» betegner når elever tenker abstrakt om komponering og dekomponering av tall for å oppnå målet i spillet. I dette legger jeg at elevenes tenkning ikke er avhengig av visuelle representasjoner av tall på dataskjermen. Elevene som benytter «del-hel-resonnering» tenker ikke på perler på dataskjermen, men på tall og at tall kan komponeres på ulike måter av andre tall. I utdraget med Toril fra datamaterialet splitter Toril perlerekker med 9 perler i hver i to nye rekker med 6 og 3 perler. Ut fra beskrivelsen av situasjonen kan vi anta at planen hennes er å danne både rekker med 6 perler, som er måltallet for oppgaven, men også å danne 2 rekker med 3 perler i hver som hun deretter kan kombinere til en rekke med 6 perler.

Dette at elevene som benytter strategien «del-hel-resonnering» ikke bruker de visuelle representasjonene av perler på skjermen, er hovedskillet mellom strategien «konseptuell subitisering for komponering» og strategien «del-hel-resonnering». Konseptuell subitisering baserer seg på gjenkjenning av antall (som er representert visuelt eller gjennom andre sanseinntrykk) (Clements, 1999). Del-hel-resonnering er abstrakt tenkning om tall og delene som utgjør tallet (Hunting, 2003). Konseptuell subitisering har imidlertid til felles med del-hel-resonnering det at elever oppfatter tall som satt sammen av andre tall, slik at ved bruk av begge strategier vil elevene gjøre seg viktige erfaringer med talls indre komposisjonelle struktur (Starkey & McCandliss, 2014).

Hunting (2003) sier at del-hel-resonnering, evnen til å tenke om tall og å kunne isolere delene som utgjør tallet, støtter tilegnelsen av begreper som å bestemme antall (*enumeration*) og tallforståelse, grunnleggende tallfakta og operasjoner, og gjør det mulig å forstå aritmetiske algoritmer. Del-hel-resonnering gjør det mulig for elever å danne enheter fra andre enheter (for eksempel ved å sette sammen 3 enheter med 3 perler i hver til en ny enhet med 9 perler) og se enheter innen enheter (for eksempel å se en rekke med 3 perler og en rekke med 6 perler i en rekke med 9 perler) og løse addisjons- og subtraksjonsoppgaver på fleksible måter (Kullberg & Björklund, 2020). Elever som bruker strategien «del-hel-resonnering» til å løse oppgaver i spillet NumberBeads gjør seg derfor viktige erfaringer som stimulerer til å videreutvikle flere aspekter ved deres tallforståelse.

5.3 Elever i matematikkvansker kontra normalt presterende elever

I denne studien har jeg undersøkt hvordan elever i matematikkvansker løser oppgaver i spillet NumberBeads. Ut fra datamaterialet kan jeg ikke uttale meg om hvorvidt elever i matematikkvansker benytter andre løsningsstrategier, eller om de baserer strategiene sine på annen matematisk tenkning, enn normalt presterende elever. Imidlertid indikerer variasjonen i utvalget av strategier som elevene benyttet at elever i matematikkvansker får gjøre seg flere forskjellige erfaringer med begreper som er viktige for deres utvikling av tallforståelse når de arbeider med NumberBeads.

5.4 Oppgavens læringsteoretiske fundament

Jeg vil i dette delkapitlet rette et kritisk blikk på den konstruktivistiske læringsteorien som denne studien bygger på. Ifølge konstruktivistisk læringsteori skjer læring når eleven må danne nye mentale skjema. Denne endringsprosessen settes i gang av at eleven opplever manglende samsvar mellom sine allerede eksisterende kognitive skjema og en ny opplevd situasjon. For å oppnå likevekt mellom opplevd situasjon og sin forståelse av verden søker eleven å danne nye skjema slik at verden på ny gir mening for eleven (Lerman, 2014). Konstruktivistisk læringsteori sier at læring er en personlig, kognitiv endring, en progressiv skjematisering. Imidlertid har forskere funnet at det er aspekter ved læring som konstruktivistisk læringsteori ikke kan gi forklaring på (Sfard, 2006).

Innen sosiokulturell læringsteori tenker man at individet er en del av et sosialt nettverk. Alle funksjoner i et barns kulturelle utvikling opptrer to ganger; først på det sosiale nivået og senere på det personlige nivået (Lerman, 2014). Læring er dermed ikke bare en personlig kognitiv prosess, men har også en sosial komponent ved at kunnskap konstrueres i samspill med andre.

Når jeg i denne masterstudien studerer prosesser hos enkeltelever, og bruker konstruktivistiske teoretiske redskaper til å analysere elevenes handlinger og argumentasjon, står jeg i fare for å overforenkle læringsprosessene som foregår i matematikklasserommet. Barnet som sosialt, lærende individ er godt dokumentert, og det er ingen tvil om at sosiokulturell læringsteori bringer frem viktige forklaringsmodeller for hvordan kunnskapsdanning og læring skjer. Det kan derfor hevdes at jeg i min studie burde benyttet sosiokulturell læringsteori som teoretisk fundament både for utformingen av studien og som analyseredskap. Imidlertid tilbyr konstruktivistisk læringsteori, som Cobb (1994) påpeker, perspektiver på de individuelle aspektene ved læring som sosiokulturell læringsteori ikke går like mye i dybden på. Jeg har for denne studien valgt å fokusere på de individuelle aspektene ved læring, selv om jeg med det valget velger bort perspektiver på læring som også er interessante å studere.

Ved å basere det læringsteoretiske rammeverket på konstruktivistisk læringsteori gjør jeg også et valg i hvordan jeg i denne studien ser på språkets rolle for læring. Cobb (1994) fremhever skillet i hvordan de to læringsteoriene ser på tegn og symboler. Konstruktivistisk teori ser på tegn og symboler som måter elever kan kommunisere sin matematiske tenkning, imens sosiokulturell teori ser på tegn og symboler som bærere av matematisk tenkning eller kulturell arv (Cobb, 1994). Innen konstruktivistisk teori vil dermed språket mediere elevenes tenkning og den kunnskapen de har ervervet seg. En slik tolkning av språkets rolle ligger til grunn når jeg i min analyse ser på elevenes forklaringer som bevis for den matematiske tenkingen som styrer handlingene elevene gjør i programvaremiljøet. Med et sosiokulturelt perspektiv på språkets rolle vil imidlertid språket i seg selv være bærere av kunnskap og tenkning, altså vil elevenes bruk av språk når de forklarer for lærer være en del av tenkingen deres samt en del av læringsprosessen. Legger man et sosiokulturelt perspektiv på læring og språkets rolle inn i analysearbeidet i denne studien kan man kanskje finne aspekter ved elevenes løsningsstrategier som ikke er synlige gjennom konstruktivistiske briller.

5.5 Mulige påvirkninger av resultatene

I metodekapitlet blir det beskrevet grundig hvordan jeg i denne studien har gått frem for å ivareta forskningens troverdighet. Imidlertid er det noen aspekter ved min rolle i observasjons- og intervjusituasjonen, og språkets rolle i læringssituasjoner som må drøftes med tanke på mulige, utilsiktede påvirkninger av resultatet.

5.5.1 Ledende spørsmål

I den helt innledende fasen av den deltakende observasjonen med det uformelle, samtalepregete intervjuet var det uklart for elevene hva jeg i min rolle som forsker ønsket fra dem – at de skulle tilby forklaringer og argumentasjon for handlingene de gjorde i programvaremiljøet. Elevene løste oppgavene i NumberBeads, men var svært tilbakeholdne med å forklare sine handlinger i spillet. Når jeg for eksempel ba dem om å forklare hvordan de kom frem til hvor de skulle splitte en perlerekke, var det vanskelig for dem å vite hvor de skulle begynne forklaringen sin. I den innledende perioden ble gjerne spørsmål som for eksempel «Hvordan visste du hvor du skulle splitte?» fulgt opp med «Telte du? Regnet du? Eller så du bare hvor mange?» når elevene viste tegn til å ikke vite hvor jeg ville med spørsmålene mine. Slike ledende spørsmål kan ha påvirket hvordan elevene valgte å forklare løsningsstrategiene sine. Tar vi et sosiokulturelt perspektiv på læring for et øyeblikk kan slike ledende spørsmål potensielt ha gitt elevene idéer om nye løsningsstrategier som de deretter tok i bruk i arbeidet sitt.

5.5.2 Språkets rolle

Som del av drøftingen av mulige påvirkninger av studiens resultater kommer jeg igjen tilbake til syn på språkets rolle i kunnskapsdannelse og læring. Som nevnt har jeg for studien valgt å se på språket som elevenes måte å kommunisere tenkningen sin, et konstruktivistisk syn på språkets rolle. Imidlertid er sosiokulturelle perspektiver på språkets rolle godt dokumentert, så selv om jeg for studiens del har valgt å avgrense til konstruktivistisk læringsteori må jeg anerkjenne at når jeg som forsker ber elevene om å forklare løsningsstrategiene sine underveis i arbeidet, åpner jeg for at de gjennom denne forklaringsprosessen utvikler nye tanker og idéer som de kanskje ikke ville utviklet om de fikk arbeide fullstendig på egen hånd og kun bli observert. Intervjuet kunne i så fall ha blitt gjennomført i etterkant av arbeidsøkta for å unngå en slik påvirkning av resultatene. Jeg valgte imidlertid å gjennomføre intervjuet samtidig som observasjonen fordi jeg vurderte fordelene med dette, slik de er beskrevet i metodekapitlet, som større enn ulempene ved at elevene kunne utvikle nye idéer gjennom bruk av språket.

6 Avslutning

Som det fremgår av oversikten over løsningsstrategier som elever bruker i arbeidet med NumberBeads i kapittel 5, er det stor variasjon i løsningsstrategiene. «The variation theory of learning» sier at de handlinger mennesker utfører står i samsvar med hvordan de ser ting (Kullberg & Björklund, 2020). For å lære å gjøre noe, som å løse et problem på en bestemt måte, må man lære seg å se det på en bestemt måte (Kullberg & Björklund, 2020). Ifølge Kullberg og Bjørklund (2020) kan man dermed observere elevers løsningsstrategier og tolke strategiene som uttrykk for hvordan elevene oppfatter tall. På samme vis vil måten elever løser oppgaver i NumberBeads være et uttrykk for hvordan elevene oppfatter tall, og slik gi et innblikk i de matematiske begrepene elevene har utviklet – eller er i ferd med å utvikle. Som jeg har vist til i drøftingen bygger forskjellige løsningsstrategier på til dels ulik matematisk tenkning, og gir elevene muligheter til å gjøre seg ulike erfaringer med tall og talls egenskaper.

Med bakgrunn i at ulike løsningsstrategier bygger på til dels ulik matematisk tenkning hevder jeg at ved å stimulere elever som arbeider med digitale oppgaver til å benytte bestemte løsningsstrategier, kan man invitere elevene til å gjøre seg bestemte erfaringer og stimulere til utvikling av bestemte matematiske begreper. En måte å stimulere elever i retning mot bestemte løsningsstrategier er at det legges inn begrensninger/hindringer i de digitale oppgavene. Disse begrensningene kan man for eksempel legge inn fra programutviklerens side gjennom adaptive oppgaver, eller ved at det i programvaren er åpnet for at lærere kan stille inn ulike parametere. For eksempel vet vi fra teori at konseptuell subitisering handler om at perseptuelt subitiserte mengder kombineres. For å invitere elever til å gjøre seg erfaringer med konseptuell subitisering i NumberBeads kan programvareutviklere eller lærere stille inn parametere i programvaren som gjør at perlerekkene på spillområdet kun består av perlerekker som er innenfor området som man regner det er mulig for barn å subitisere perseptuelt. Elever som er avhengige av å benytte tellestrategier har fremdeles mulighet til å telle seg frem til kombinasjoner av perlerekker, men muligheten til å konseptuelt subitisere perlerekker som er identiske med målrekken ligger mye tydeligere fremme enn når det er stor variasjon i lengden på perlerekkene. For å sikre at elever gjør seg erfaringer med at tall er komponert av andre tall i NumberBeads, kan man for eksempel stille inn programvaren slik at målrekken inneholder et oddetall antall perler, imens alle perlerekkene som er tilgjengelige på spillområdet inneholder et partall antall perler. For å danne perlerekker som er identiske med målrekken er elevene nødt til å splitte perlerekker, og dermed gjør de seg erfaringer med at tall kan deles i to eller flere deler.

Når man forsøker å stimulere elever inn mot bestemte løsningsstrategier, og dermed inn mot bestemte matematiske erfaringer og bestemt matematisk resonnering, vil det være nyttig å vite mer om hva som er kilden til forskjeller i elevenes løsningsstrategier. I denne studien har jeg kartlagt ulike løsningsstrategier som elever benytter gjennom en kvalitativ undersøkelse, men jeg har ikke datamateriale som lar meg si noe generelt om hvilke løsningsstrategier som er mest utbredt eller om løsningsstrategiene elevene benytter er for eksempel avhengig av antallet perler i målrekken eller antallet perler i perlerekkene på spillområdet. Denne studien gir heller ikke svar på om det er en bestemt progresjon i elevenes løsningsstrategier, eller om løsningsstrategiene kan opptre uavhengig av hverandre og til ulike tider. I datamaterialet mitt ser jeg elever benytte primitive tellestrategier og strategier som stiller høyere kognitive krav om hverandre, men har ikke datamateriale nok til å trekke noen slutninger omkring dette. Dersom man ønsker å vite ytterligere om hvordan elever arbeider med digitale oppgaver og løsningsstrategiene de benytter, er det behov for å studere dette videre. For eksempel kan kvantitative studier i etterkant av denne kvalitative studien gi svar på for eksempel utbredelsen av ulike løsningsstrategier eller spørsmål om progresjon i strategiene.

I denne studien har jeg undersøkt hvilke løsningsstrategier elever i matematikkvansker bruker for å løse oppgaver i NumberBeads. Hvordan resultatene ville vært med elever som ikke er i slike vansker, kan jeg ikke si noe om ut fra denne studiens datamateriale. Dette ville imidlertid vært interessant å studere nærmere, da det også er behov for forskningsdata som sier noe om hvordan elever som ikke er i matematikkvansker arbeider med digitale oppgaver for blant annet å kunne utvikle god programvare som søker å støtte begrepslæring i matematikk.

Laurillard (2016) sier at hensikten med å utvikle spillet NumberBeads er å tilby elever i matematikkvansker et alternativ som gir dem mulighet til å utvikle en grunnleggende forståelse for den interne strukturen i tall. I dette legger hun å utvikle en forståelse for at tall er komponert av andre tall. Gjennom å spille NumberBeads er tanken at for eksempel elever med dyskalkuli på egen hånd, styrt gjennom spillets *intrinsic feedback*, skal utvikle eller viderutvikle begrepsapparatet sitt. Et funn i min studie er at elever kan løse oppgavene i NumberBeads ved å benytte seg av løsningsstrategier som ikke gir erfaringer med tall som komponert av andre tall, for eksempel gjennom primitive tellestrategier. Derfor vil jeg fremheve lærerens rolle også når elever arbeider med digitale oppgaver. Det er ikke tilstrekkelig med god programvare som elever kan arbeide med på egen hånd, om arbeidet ikke følges opp av en lærer. Det vil være behov for at elever mottar annen tilbakemelding enn hva den digitale oppgaven kan tilby, å tilby formativ vurdering av arbeidet som er mer individtilpasset enn hva en digital algoritme kan klare å gi gjennom adaptive oppgaver. For eksempel kan en lærer avdekke at en elev kun benytter seg av primitive tellestrategier og gjennom en matematisk samtale med eleven stimulere til at eleven tar i bruk andre løsningsstrategier. Hva slags løsningsstrategi elevene benytter i arbeidet med NumberBeads, har ikke programvaren slik den er i dag mulighet til å fange opp. Programvaren kan kun vurdere eleven ut fra handlingene som utføres i programmet, og som jeg har vist i denne studien kan handlinger som utføres likt være styrt av forskjellige matematiske resonnement. Inntil vi har programvare som kan hente ut samme, eller mer informasjon enn jeg hentet ut gjennom intervjuene i denne studien, vil lærere ha en kritisk rolle i elevenes arbeid med digitale oppgaver som skal stimulere til utvikling av matematiske begreper.

Referanser

Andrews, P., & Sayers, J. (2014). *Foundational number sense: A framework for analysing early number-related teaching*. MADIF 9, The Ninth mathematics Education Research Seminar, Umeå, Februari 5-6, 2014. http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:su:diva-111635

Anghileri, J. (2000). *Teaching Number Sense*. A&C Black.

Aubrey, C., & Godfrey, R. (2003). The development of children's early numeracy through key stage 1. *British Educational Research Journal*, *29*(6), 821–840. https://doi.org/10.1080/0141192032000137321

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance From Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology*, *96*(4), 699–713. https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.699

Baroody, A. J. (2006). Why Children Have Difficulties Mastering the Basic Number Combinations and How to Help Them. *Teaching Children Mathematics*, *13*(1), 22–31. https://doi.org/10.5951/TCM.13.1.0022

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, *3*(2), 77–101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The Acquisition of Addition and Subtraction Concepts in Grades One through Three. *Journal for Research in Mathematics Education*, *15*(3), 179–202. https://doi.org/10.2307/748348

Clements. (1999). Subitizing: What Is It? Why Teach It? *Teaching Children Mathematics*, *5*, 400–405. https://doi.org/10.5951/TCM.5.7.0400

Clements, D. H., & Sarama, J. (2014). *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. Taylor & Francis Group. http://ebookcentral.proquest.com/lib/ntnu/detail.action?docID=1694639

Clements, Sarama, J., & MacDonald, B. L. (2019). Subitizing: The Neglected Quantifier. I A. Norton & M. W. Alibali (Red.), *Constructing Number* (s. 13–45). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-00491-0_2

Cobb, P. (1994). Where Is the Mind? Constructivist and Sociocultural Perspectives on Mathematical Development. *Educational Researcher*, *23*(7), 13–20. https://doi.org/10.3102/0013189X023007013

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research methods in education*.

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH). (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Forskningsetikk. https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi/

Digits and Sets (extra)—Numberphile. (2020, november 15). https://www.youtube.com/watch?v=FCS4b3OjVJM

Dunphy, E. (2007). The primary mathematics curriculum: Enhancing its potential for developing young children's number sense in the early years at school. *Irish Educational Studies*, *26*(1), 5–25. https://doi.org/10.1080/03323310601125088

Fuson, K. C. (1988). Introduction and Overview of Different Uses of Number Words. I K. C. Fuson (Red.), *Children's Counting and Concepts of Number* (s. 3–31). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3754-9_1

Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early Identification and Interventions for Students With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, *38*(4), 293–304. https://doi.org/10.1177/00222194050380040301

Guba, E. G. (1981). ERIC/ECTJ Annual Review Paper: Criteria for Assessing the Trustworthiness of Naturalistic Inquiries. *Educational Communication and Technology*, *29*(2), 75–91.

Hammersley, M. (2012). *What is Qualitative Research?* A&C Black.

Howell, S., & Kemp, C. (2005). Defining Early Number Sense: A participatory Australian study. *Educational Psychology*, *25*(5), 555–571. https://doi.org/10.1080/01443410500046838

Hunting, R. P. (2003). Part-whole number knowledge in preschool children. *The Journal of Mathematical Behavior*, *22*(3), 217–235. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00021-X

Klein, A., & Starkey, P. (1988). Universals in the development of early arithmetic cognition. *New Directions for Child and Adolescent Development*, *1988*(41), 5–26. https://doi.org/10.1002/cd.23219884103

Kullberg, A., & Björklund, C. (2020). Preschoolers' different ways of structuring part-part-whole relations with finger patterns when solving an arithmetic task. *ZDM*, *52*(4), 767–778. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01119-8

Laurillard, D. (2016). Learning number sense through digital games with intrinsic feedback. *Australasian Journal of Educational Technology*, *32*(6). https://doi.org/10.14742/ajet.3116

Lerman, S. (2014). Learning and knowing mathematics. *Masterclass in mathematics education: International perspectives on teaching and learning*, 15–26.

Mcintosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense. *For the Learning of Mathematics*, *12*(3), 2–44. JSTOR.

Nakken, A. H., & Thiel, O. (2019). *Matematikkens kjerne* (2. utgave.). Fagbokforlaget.

Preissle, J. (2006). Envisioning qualitative inquiry: A view across four decades. *International Journal of Qualitative Studies in Education*, *19*(6), 685–695. https://doi.org/10.1080/09518390600975701

Resnick, L. B. (1984). *A Developmental Theory of Number Understanding*. https://eric.ed.gov/?id=ED251328

Sarnecka, B. W., & Carey, S. (2008). How counting represents number: What children must learn and when they learn it. *Cognition*, *108*(3), 662–674. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2008.05.007

Sayers, J., & Andrews, P. (2015). *Foundational Number Sense: Summarising the Development of an Analytical framework*. 361–367. http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:su:diva-110551

Sfard, A. (2006). Participationist Discourse on Mathematics Learning. I *New Mathematics Education Research and Practice* (s. 153–170). Brill Sense. https://doi.org/10.1163/9789087903510_015

Sinclair, N., & Baccaglini-Frank, A. (2015). Digital Technologies In The Early Primary School Classroom. *arXiv:1602.03361 [math]*. https://doi.org/10.4324/9780203448946

Skott, Jess, Hansen, & HC. (2018). *Matematik for lærerstuderende: Delta 2.0 Fagdidaktik, 1.-10. klasse* (2. udg.). Samfundslitteratur.

Sophian, C., & McCorgray, P. (1994). Part-Whole Knowledge and Early Arithmetic Problem Solving. *Cognition and Instruction*, *12*(1), 3–33. https://doi.org/10.1207/s1532690xci1201_1

Starkey, G. S., & McCandliss, B. D. (2014). The emergence of "groupitizing" in children's numerical cognition. *Journal of Experimental Child Psychology*, *126*, 120–137. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.03.006

Turner, D. W. (2010). Qualitative Interview Design: A Practical Guide for Novice Investigators. *The Qualitative Report*, *15*(3), 8.

Voutsina, C. (2016). Oral counting sequences: A theoretical discussion and analysis through the lens of representational redescription. *Educational Studies in Mathematics*, *93*(2), 175–193.

Vygotsky. (1978). *Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press. http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=nlebk&AN=575543&site=ehost-live

Walter, D. (2018). How Children Using Counting Strategies Represent Quantities on the Virtual and Physical 'Twenty Frame'. I L. Ball, P. Drijvers, S. Ladel, H.-S. Siller, M. Tabach, & C. Vale (Red.), *Uses of Technology in Primary and Secondary*

Mathematics Education: Tools, Topics and Trends (s. 119–143). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-76575-4_7

Wästerlid, C. A. (2020). CONCEPTUAL SUBITIZING AND PRESCHOOL CLASS CHILDREN'S LEARNING OF THE PART-PART-WHOLE RELATIONS OF NUMBER. *Problems of Education in the 21st Century*, *78*(6), 1038–1054. https://doi.org/10.33225/pec/20.78.1038

Yang, D.-C., Li, M., & Lin, C.-I. (2008). A Study of the Performance of 5th Graders in Number Sense and its Relationship to Achievement in Mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *6*(4), 789–807. https://doi.org/10.1007/s10763-007-9100-0

Young–Loveridge, J. (2002). Early Childhood Numeracy: Building an Understanding of Part–Whole Relationships. *Australasian Journal of Early Childhood*, *27*(4), 36–40. https://doi.org/10.1177/183693910202700408

Vedlegg

Vedlegg 1: Samtykkeskjema, første utvalg.

Vil dere delta i forskningsprosjektet

"Matematikkoppgaver med digitale konkreter"?

Høsten 2020 og våren 2021 skal jeg gjennomføre et forskningsprosjekt som skal munne ut i en masteroppgave våren 2021. I den forbindelse ber jeg om tillatelse til å bruke informasjon om deres barns prestasjoner i matematikk til å velge ut aktuelle kandidater til å delta i forskningsarbeidet.

Formålet med prosjektet er å undersøke hvordan digitale konkreter/apper kan bli brukt som gode matematikk-aktiviteter i undervisningen. I dette skrivet gir jeg dere informasjon om målene for prosjektet og hva samtykke vil innebære for dere og deres barn.

Formål
Prosjektet tar for seg å studere nærmere hvilke løsningsstrategier elever bruker når de løser matematikkoppgaver gitt digitalt. Hvordan kan vi i skolen benytte digitale konkreter og apper på en måte som gjør at elevene utvikler sin matematiske tenkning, fremfor at oppgavene kun blir repetisjon og testing av rett/galt svar?

Dette er et forskningsprosjekt som skal munne ut i en masteroppgave våren 2021.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
NTNU er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får dere spørsmål om å delta?
Prosjektet vil ha form som en kvalitativ undersøkelse, der jeg vil studere nærmere hvordan et lite utvalg elever arbeider med en digital nettressurs som omhandler tallforståelse. Etter at samtykker er mottatt, vil det foregå en utvelgelse av aktuelle kandidater som kommer til å få ytterligere informasjon og forespørsel om å delta i selve undersøkelsen.

Hva innebærer det for dere å delta?
Det vil ikke blir registrert annen informasjon enn barnets navn, prestasjoner i matematikk og foreldres signatur. Etter at utvelgelse av aktuelle kandidater har funnet sted, vil alle data umiddelbart bli slettet.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis dere velger å tillate deltakelse, kan dere når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle innsamlede personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deres barn hvis dere ikke vil delta eller senere velger å trekke dere.

Deres barns personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om ditt barn til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Hva skjer med opplysningene om deres barn når vi avslutter forskningsprosjektet?
Alle opplysninger slettes umiddelbart etter utvalg av potensielle kandidater til forskningsprosjektet.

Deres rettigheter
Så lenge deres barn kan identifiseres i datamaterialet, har dere rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om ditt barn, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om ditt barn,
- å få slettet personopplysninger om ditt barn, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av ditt barns personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om ditt barn?
Vi behandler opplysninger om ditt barn basert på deres samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis dere har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av deres rettigheter, ta kontakt med:

- NTNU ved Hermund André Torkildsen, Gunnerusgate 1, Kalvskinnet. Telefon: 73 41 27 78
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen, Sluppenveien 12B/C, Møllenberg 4 etg. Telefon: 93 07 90 38

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Hermund André Torkildsen (Forsker/veileder)	Kjell Strøm (Student)

Samtykkeerklæring

Vi har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Matematikkoppgaver med digitale konkreter», og har fått anledning til å stille spørsmål. Vi samtykker til at:

- ☐ Opplysninger om vårt barns prestasjoner i matematikk kan legges til grunn for utvelgelse av deltakere til undersøkelsen

Vi samtykker til at vårt barns opplysninger behandles frem til utvalg av kandidater til forskningsprosjektet er gjort.

Elevens navn: …………………………………………………………….

(Foresatte, dato)

Vedlegg 2: Samtykkeskjema, andre utvalg

Vil dere delta i forskningsprosjektet

"Matematikkoppgaver med digitale konkreter"?

Dette er et spørsmål til dere om tillatelse til å la deres barn delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan digitale konkreter/apper kan bli brukt som gode matematikk-aktiviteter i undervisningen. I dette skrivet gir jeg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for dere og deres barn.

Formål
Prosjektet tar for seg å studere nærmere hvilke løsningsstrategier elever bruker når de løser matematikkoppgaver gitt digitalt. Hvordan kan vi i skolen benytte digitale konkreter og apper på en måte som gjør at elevene utvikler sin matematiske tenkning, fremfor at oppgavene kun blir repetisjon og testing av rett/galt svar?

Dette er et forskningsprosjekt som skal munne ut i en masteroppgave våren 2021.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
NTNU er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får dere spørsmål om å delta?
Prosjektet vil ha form som en kvalitativ undersøkelse, der jeg vil studere nærmere hvordan et lite utvalg elever som presterer svakt i matematikk arbeider med en digital nettressurs som omhandler tallforståelse.

Hva innebærer det for dere å delta?
Prosjektet vil benytte en kvalitativ forskningsmetode der datamaterialet vil bestå av videopptak av elever i arbeid med digitale oppgaver i samhandling med lærer i en undervisningsøkt. Undervisningsøkta vil foregå innenfor ordinær undervisningstid. Elever som ikke deltar i selve undersøkelsen, vil motta ordinær undervisning. Datamaterialet vil bli transkribert og anonymisert.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis dere velger å tillate deltakelse, kan dere når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle innsamlede personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deres barn hvis dere ikke vil delta eller senere velger å trekke dere.

Deres barns personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om ditt barn til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Det er kun Kjell Strøm som vil ha tilgang til det innsamlede videomaterialet. Videomaterialet vil bli lagret på en innelåst, kryptert harddisk slik at ingen uvedkommende får tilgang til det. Veileder Hermund André Torkildsen vil kun få tilgang til den anonymiserte transkripsjonen. I den ferdige masteroppgaven vil det ikke være mulig å gjenkjenne den enkelte deltaker i datainnsamlingen.

Hva skjer med opplysningene om deres barn når vi avslutter forskningsprosjektet?
Opplysningene anonymiseres ved transkripsjon, og når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er i slutten av mai 2021, vil det innsamlede videomaterialet bli slettet.

Deres rettigheter
Så lenge deres barn kan identifiseres i datamaterialet, har dere rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om ditt barn, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om ditt barn,
- å få slettet personopplysninger om ditt barn, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av ditt barns personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om ditt barn?
Vi behandler opplysninger om ditt barn basert på deres samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis dere har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av deres rettigheter, ta kontakt med:
- NTNU ved Hermund André Torkildsen, Gunnerusgate 1, Kalvskinnet. Telefon: 73 41 27 78
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen, Sluppenveien 12B/C, Møllenberg 4 etg. Telefon: 93 07 90 38

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Hermund André Torkildsen (Forsker/veileder)

Kjell Strøm (Student)

Samtykkeerklæring

Vi har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Matematikkoppgaver med digitale konkreter», og har fått anledning til å stille spørsmål. Vi samtykker til at:

- ☐ Vårt barn kan delta i videopptak av undervisning, og at videopptakene lagres og behandles frem til prosjektet avsluttes mai 2021.

Elev: ……………………………………………….

(Foresatte, dato)

NTNU

Kunnskap for en bedre verden