Veronica Søberg

"Jeg bare telte, jeg"

En kvalitativ forskningsstudie om elevers bruk av tellestrategier i digitale oppgavesett.

Masteroppgave i LTMAGMA1
Veileder: Trygve Solstad
Mai 2020

Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Veronica Søberg

"Jeg bare telte, jeg"

En kvalitativ forskningsstudie om elevers bruk av tellestrategier i digitale oppgavesett.

Masteroppgave i LTMAGMA1
Veileder: Trygve Solstad
Mai 2020

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

De siste årene har det vært en enorm økning i bruken av interaktive, digitale verktøy i skolen, både i Norge og internasjonalt. Samtidig etterspørres det mer forskning på konsekvensene av denne digitaliseringen, og spesielt i tidlig matematikklæring (Goodwin & Highfield, referert i English & Mulligan, 2013, s.205-206). For å bidra til økt kunnskap på dette området undersøker jeg i denne studien om digitale oppgavesett gir like muligheter for matematisk aktivitet som analoge oppgaver innen temaet telling. Studien er avgrenset ved følgende forskningsspørsmål: *Hvilke tellestrategier bruker noen elever på 1. og 2.trinn i arbeid med digitale oppgaver?*

Studien er en kvalitativ forskningsstudie, og har tatt utgangspunkt i 18 elever fra 1. og 2.trinn og deres arbeid med et digitalt oppgavesett som jeg utformet basert på teori om barns telling og tellestrategier (Ostad, 1991; Fosnot, referert i Andersen, 2017; Clements & Sarama, 2009; Andrews & Sayers, 2015; Gelman & Meck, 1983). Metodene som er brukt i studien er observasjon og fortløpende intervju/samtale med elevene underveis i oppgaveløsningen, og er sammensatt for å få et størst mulig bilde av elevenes observerbare tellestrategier. Analysen av elevenes oppgaveløsninger og valg av strategier viser at det digitale oppgavesettet gir mulighet til å la elevene bruke et bredt sett av tellestrategier, men også at oppgavetypen har stor påvirkning på hvilke tellestrategier elevene bruker og hvilke muligheter for matematisk aktivitet det digitale oppgavesettet gir.

Studien kan være en informasjonskilde for utvikling av verktøy for vurdering og utvikling av elevers tellekompetanse, og for lærere som ønsker å gi elevene mulighet til å vise et størst mulig spekter av sine tellestrategier.

Abstract

In the recent years there has been a great increase in the use of interactive, digital tools in school, both in Norway and international. Simultaneously there is a demand for research concerning the consequences of this digitalization, especially regarding the early stages of mathematical education (Goodwin & Highfield, cited in English & Mulligan, 2013, s.205-206). To contribute to expanding the knowledge concerning this part of mathematics education I studied, through this thesis, if digital tasks gives the same opportunity for mathematical activity as analogue tasks do referring to the subject counting.

The study is limited by the following research question: *What counting strategies do some first and second grade students use when working with digital tasks?* The study is a qualitative research study based on 18 students from first and second grade, and their work with a digital set of tasks that I created based on curriculum about children's counting and counting strategies (Ostad, 1991; Fosnot, cited in Andersen, 2017; Clements & Sarama, 2009; Andrews & Sayers, 2015; Gelman & Meck, 1983). The methods used in the study are observation and continuous interview / conversation with the students throughout solving the tasks. The methods are combined to observe the broader picture of students counting strategies. The analysis of the students' task solving, and choice of strategies show that the digital sets of tasks opens a broader spectrum of counting strategies used by the students. It also shows that the design and type of task has great impact on what strategies the students choose to use. The digital design and type of task also influence the possibilities for mathematical activity.

This study can be used as a source of information when developing tools for assessment and development of children's counting capability, and teachers can use it when they desire to give their students opportunities to show the broader spectrum of counting strategies.

Forord

Det siste halvåret har vært en tid fylt med mange oppturer og lange nedturer. Det har vært krevende å holde motivasjonen oppe når motgangen har stått på som verst, men motiverende ord og varm støtte fra alle rundt meg har nå ført frem til at målet er nådd. Jeg tror ikke jeg hadde kommet i mål uten den gode støtten jeg har hatt rundt meg gjennom hele prosessen.

Først og fremst vil jeg takke min veileder, Trygve Solstad, som har vært en solid motivator fra start til mål. Takk for alle motiverende ord og grundige tilbakemeldinger. Jeg vil også takke samboeren min for all støtte gjennom hele lærerutdanningen. I tillegg vil jeg takke forskningsdeltakerne og lærerne på 1. og 2.trinn ved den aktuelle skolen for et godt samarbeid gjennom hele studie-prosessen. Til slutt vil jeg takke familie og venner for støtten de har gitt meg gjennom hele studielivet.

Denne oppgaven har lært meg mye, både om meg selv, men også om elevers tidlige matematikklæring. Jeg har lært at små faktorer i undervisningen og valg av verktøy er avgjørende for kvaliteten på undervisningen og mulighetene for matematisk læring. Dette, og all annen kunnskap lærerutdanningen har gitt meg, tar jeg nå med meg videre på veien når jeg nå retter blikket mot yrkeslivet.

Veronica Søberg

26.mai.2020

Innhold

Figurer

Tabeller

Forkortelser/symboler

TAFI	Telle alt of forfra igjen-strategien
TA	Telle alt-strategien
TV	Telle videre-strategien
MIN	Minimum-strategien
TT	Tvillingtall-strategien
TN	Tallnavn-strategien
PIT	Prikker i tallsymbol-strategien

1 Innledning

Læring av matematikk og hva som er med på å påvirke elevers læring av matematikk er et ofte omsnakket tema. I mange studier fremheves ofte utviklingen av tallforståelse som svært viktig for elevers læring av matematikk (Valenta, 2015, s. 2). Det er også kjent at en godt utviklet grunnleggende tallforståelse, eller evnen til å operere fleksibelt med tall og mengder, legger en kraftig forutsetning for små barns senere matematiske prestasjoner (Andrews & Sayers, 2015, s. 257). Å utvikle en god tallforståelse er altså svært viktig for at elevene skal kunne ha gode forutsetninger for å kunne prestere godt i matematikkfaget. Det er nettopp derfor jeg har valgt å se nærmere på tidlig tallforståelse i denne studien.

En tidlig tallforståelse er vanskelig å definere, men ifølge Case (1998) lett å gjenkjenne. Elever med god tallforståelse kan bevege seg sømløst mellom mengdenes virkelige verden og den matematiske verdenen av tall og numeriske uttrykk. Elevene med god tallforståelse kan også finne egne prosedyrer for å løse numeriske operasjoner, de kan representere samme tall på flere måter avhengig av kontekst og formålet med representasjonen. De kan gjenkjenne referansetall og tallmønstre, har en god følelse av tallstørrelse og kan gjenkjenne større tallfeil i for eksempel en rekke med tall eller mengder i rekkefølge hvor et tall eller mengden er feil plassert. Elevene med god tallforståelse kan også diskutere eller snakke på en fornuftig måte om de generelle egenskapene til et numerisk problem eller uttrykk (s.1).

En viktig del av utviklingen av tidlig tallforståelse, og et matematisk tema barna møter allerede i tidlig alder, er telling. Telling er den første og mest grunnleggende og viktige algoritmen barna skal lære. Det vil si at nesten alt som har med tall og algebra å gjøre avhenger på noen måte av telling. Telling ansees som en algoritme – et begrep som vanligvis brukes for måter å representere og behandle aritmetikk med flersifrede tall, fordi en algoritme er en trinnvis prosedyre som gir garanti for en løsning i en bestemt kategori av problemer. Telling er den første trinnvise prosedyren barn lærer som løser visse problemer, som for eksempel å avgjøre hvor mange objekter som er i et endelig sett (Clements & Sarama, 2009, s.22).

På veien til å mestre telling, er det også mange ferdigheter som må tilegnes og læres gjennom erfaringer fra den virkelige verden. I de første leveårene etablerer barnet et forhold til tall og telling, og allerede før de begynner på skolen begynner barna å tilegne seg ulike forståelser som vil være grunnlaget for tallforståelsen deres. I starten isolerer barna tallkunnskapene sine. Et eksempel på dette kan være at barnet kjenner igjen symbolet 4, og assosierer det med det 4-tallet som vises på bursdagskortet de har fått. Et annet eksempel kan være at barnet får fortalt av foreldre at de må legge seg før søsteren sin, fordi søsteren er 9 år og de er 5 år. Dette er isolert bruk av tallord, og de må forenes med det logiske systemet som brukes i telling. For at denne foreningen skal kunne finne sted og barna skal kunne beherske delkunnskapene som er nødvendige for å forstå måtene tall fungerer på, må barna gjennom en rekke erfaringer. For eksempel vil jevn bruk av tall i meningsfulle aktiviteter, gi barna tydeligere sammenhenger mellom tallord og symboler (Anghileri, J., 2000, s.21).

Dersom vi ser på telling fra et informasjonsteoretisk perspektiv på matematikklæring, er det ikke først og fremst fokus på resultatene på matematikktester eller matematikkoppgaver. Det rettes heller fokus mot hvordan elevene tilegner seg matematikkunnskapene, innlæringsmåter og hvordan de løser oppgavene. Uttrykk som lære-strategi, strategilæring og løsningsstrategier har derfor blitt et større fokus i senere matematikklæring (Ostad, 1991, s.78). Når elevene så begynner i skolen, er det derfor viktig at barna får mulighet til å utvikle en rikdom av strategier og en fleksibilitet som bygger på forståelse av relasjoner mellom tallene, støttet av tallforståelse og utviklet gjennom bruk av modeller og tellestrategier. Elevene skal altså selv utvikle fleksible og hensiktsmessige strategier, men det er viktig å være oppmerksom på at elevene vil være i ulike faser av utviklingen av strategier til enhver tid (Svingen, 2016, s.3).

Digital teknologi er en stor del av dagens samfunn, og de fleste mennesker er i dag avhengige av å kunne å bruke digital teknologi for å kunne delta i samfunnslivet og i arbeidslivet. IKT er i dagens skole en del av skolefagene både gjennom kompetansemålene i læreplanen og i undervisningsmetodene lærerne velger å bruke (Kunnskapsdepartementet, 2017, s.3-4).

Goldenberg (2000) presiserer at det ikke er selve bruken av teknologi som er av betydning, men nettopp hvordan den brukes. De fleste skoler er i dag utstyrt med nettbrett, datamaskiner og smart-tavler som brukes i undervisningen daglig, men ifølge Goldenberg må de digitale verktøyene også brukes riktig. Med dette tolker jeg det at man som lærere også må ha i baktankene at det faglige fokuset raskt kan forsvinne for elevene. Et eksempel kan være at man jobber med matematikkoppgaver på nettbrett, men oppgavene har mange spesielle funksjoner og effekter som gjør at elevene henger seg opp i effektene mer enn de fokuserer på det matematiske aspektet ved oppgaven. I tillegg til å se på hvordan tellestrategiene tas i bruk i digitale oppgavesett, ønsker jeg også å se på hvilke muligheter og utfordringer det digitale aspektet byr på.

Iløpet av de siste tiårene har det vært en eksponentiell vekst i det pedagogiske multimediemarkedet, med en mengde interaktive teknologier som er tilgjengelige for matematikklæring og undervisning som interaktive tavler, pedagogisk programvare, Ipads og robotikk. Bruken av interaktive representasjoner i matematikk har likevel ikke blitt støttet av et forskningssamfunn for å underbygge deres effektivitet, spesielt i tidlig matematikklæring. Det har vært en antatt følelse av overlegenhet av interaktive teknologier, uten et tilsvarende bevis som støtter deres kognitive verdi. Effekten av forskjellige multimedia-design på læring er i stor grad fortsatt ikke undersøkt, og dette problemet er ytterligere uttalt blant de unge elevene, hvor det er enda mindre forskning på området (Goodwin & Highfield referert i English & Mulligan, 2013, s.205-206.).

Som nevnt i avsnittene ovenfor, er tidlig tallforståelse altså en viktig faktor for elevenes videre utvikling av matematikklæring. Telling er en viktig del av utviklingen av tallforståelse, som elevene møter allerede i tidlig alder, og at det er viktig at elevene får mulighet til å utvikle en rikdom av løsningsstrategier. Det er lite forskning på tidlig matematikklæring gjennom bruk av digitale oppgavesett, ifølge Goodwin & Highfield referert i English & Mulligan (2013, s.205-206). Vi vet derfor lite om hvordan den store digitaliseringen av skolene har noen påvirkning på elevenes utvikling av matematikklæring, noe som også omfatter utviklingen av tidlig tallforståelse og elevenes mulighet til å utvikle et register av tellestrategier. For å kunne se nærmere på hvilke muligheter elevene har for utvikling av tellestrategier i en digital skolehverdag, skal vi i denne studien undersøke hvilke tellestrategier elevene bruker på et utvalg av digitale oppgaver om tallforståelse. Etterpå vil vi da vite mer om hvilke tellestrategier elevene bruker, og hvilke de ikke bruker, i det digitale oppgavesettet. Ostad (1991) har oppsummert tellestrategier som ofte er brukt i analoge oppgaver, men nå som en stor del av matematikkoppgavene digitaliseres, også i barneskolen, ønsker vi å se om de digitale oppgavene gir samme mulighet for matematisk aktivitet, og hvilke oppgaver som vil være nyttige for å for eksempel kartlegge elevers tellestrategi-register.

For å få mer kunnskap om digitale oppgavers muligheter og begrensninger i tidlig tallforståelse har jeg designet et digitalt oppgavesett for telling og undersøkt følgende forskningsspørsmål:

Hvilke tellestrategier bruker noen elever på 1. og 2.trinn i arbeid med digitale oppgaver?

2 Teori

I dette kapittelet presenterer jeg litteratur og forskning knyttet til tellestrategier og viktige faktorer i utvikling av tellekompetanse. Denne litteraturen og forskningen vil være nødvendig for å analysere de aktuelle funnene i denne studien, og for å kunne svare på problemstillingen i studien.

2.1 Kognitiv-konstruktivistisk læringsteori

Denne masteroppgaven er gjennomført med et kognitiv-konstruktivistisk læringssyn. I et kognitiv-konstruktivistisk læringssyn, legges det vekt på hva som skjer i personens indre under læringen. Interaksjonen mellom enkelt-individet og omverdenen, og hvordan individet skaffer seg mening i tilværelsen, er i fokus. Selve læringen eller konstruksjonen av kunnskap skjer i «hodet» til individet, og læring blir primært en individuell prosess (Imsen, 1998, s. 36)

2.1.1 Piagets teori

Piagets teori er best kjent som en teori om intellektuell utvikling, og kan plasseres innenfor den kognitiv-konstruktivistiske læringsteorien. Teori er en nomotetisk teori, fordi den beskriver det som er felles og alderstypisk. Piaget brukte ordet læring i en snever betydning, og mente læring handlet om å lagre kunnskap fra en ytre påvirkning (Imsen, 1998, s.88-89).

Piaget mener at vi erfarer den ytre verden gjennom handling og utforskning. Det som sitter igjen på det indre, mentale planet blir ikke et statisk minnespor, men et aktivt handlingsmønster. Den indre representasjonen av slike handlingsmønstre, ofte knyttet sammen til lengre handlingssekvenser, kalte Piaget for *skjema.* I denne studien er det de kognitive skjemaene som er aktuelle. De kognitive skjemaene hentes fram og anvendes i situasjoner som i tid og rom er forskjellig fra der de er brukt før, og utgjør et råmateriale for tenkning. Barnet kan tenke før det handler (Imsen, 1998, s.90-91).

Piaget nevner også begrepet *kognitiv struktur.* Det kan tenkes at flere skjema kan være nært beslektet gjennom likheter og indre koblinger. Kognitive strukturer dannes når større grupperinger av skjema vokser sammen, fordi de «hører sammen» på en eller annen måte. Slike endringer i elevenes kognitive skjemaer utgjør utviklingen mot et stadig høyere nivå i tenkning (Imsen, 1998, s.91).

2.1.1.1 Adaptasjonsprosessen

Våre indre skjemaer kan fungere på to måter som utgjør to nødvendige delprosesser i utviklingen.

Assimilasjon, den første delprosessen, foregår når vi møter nye og ukjente situasjoner eller fenomener gjennom forsøk på å tolke og forstå det vi sanser. Tolkningene gjøres ved hjelp av kunnskapen eller de skjemaene vi har fra før av. *Akkomodasjonsprosessen* skjer først når de gamle skjemaene ikke lenger er tilstrekkelige, og skjemaene må utvides og reorganiseres. I denne delen av prosessen blir skjemaene omdannet slik at de passer bedre til situasjonen. Akkomodasjon kan føre til helt nye skjemaer, men også en utvidelse eller utdypning av et skjema som allerede eksisterer. Assimilasjon og akkomodasjon er komplementære prosesser som løper side om side, men det som fører til utvikling og ny læring, er akkomodasjonen. Det er her forandringer av forståelse skjer, og læring fremkommer som et resultat av en evigvarende prosess der barnet inntar informasjon fra omgivelsene som tolkes og undersøkes (Imsen, 1998, s.92-93).

2.1.1.2 Figurativ og operativ kunnskap

Piaget skiller mellom to typer kunnskap. *Figurativ kunnskap* er basert på læring av fakta og detaljer som skal lagres i hukommelsessystemet uten å bli relatert til noen kognitiv struktur. Omtales ofte som pugging, og er knyttet til fysisk og spesifikk kunnskap som er hentet direkte fra ytre objekter. *Operativ kunnskap* er varig kunnskap og barnets egen. Kunnskap er her knyttet til generelle skjema som har utgangspunkt i handling overfor tingene og ikke i observerte egenskaper ved dem. *Logisk-matematisk læring* (LM-læring) fører til *Operativ kunnskap*. LM-læring er læring som går ut over registrering av enkeltfenomener, og fremkommer som et resultat av assimilasjon og akkomodasjon. (Imsen, 1998, s.94). Symboler og tegn, enten det er bokstaver, ord, formler eller figurer, har alltid både en figurativ og en operativ side. Symbolets ytre form er figurativ, mens meningen bak tegnet er operativ (Hundeide, 1973, s.25-26).

2.2 Piagets forskning på telling

På midten av 1900-tallet påvirket Piagets forskning på tall synet på tidlig matematikklæring. På den positive siden ble barns aktive rolle i læring belyst. En negativ side ved Piagets forskning og dens påvirkning, var at Piaget mente at inntil barnet kan konservere tall, er telling en meningsløs aktivitet. For eksempel, for å lage en mengde med like mange karameller som søsteren har, kan en 4-åring bruke parkobling. Dersom søsteren sprer sine karameller utover, kan barnet hevde at søsteren nå har flere. Selv hvis du ber barnet om å telle de to samlingene med karameller, kan det ikke hjelpe barnet med å finne det riktige svaret. Piagetianerne mente at barn trengte å utvikle «logikken» som ligger til grunn for konservering av tall for å få en meningsfull telling. Denne logikken består av to typer kunnskap; den første var hierarkisk klassifisering, for eksempel å vite at hvis det er 12 treperler, 8 blå og 4 røde, er det flere treperler enn det er blå perler. Piagetianerne mener at barn må forstå at hvert tall inkluderer de som kommer foran dem i tallrekken. Den andre typen logisk kunnskap er ordinalkunnskap eller sekvensering. Barn må både produsere tallord i rekkefølge og sekvensere objektene de teller, slik at de teller hvert objekt nøyaktig en gang. Dette er ingen enkel oppgave for små barn som står ovenfor en uorganisert gruppe med objekter). Barn må forstå at hvert telleord er kvantitativt ett mer enn det telleordet som kommer før. Barn må lære disse ideene for å få en god tallforståelse. Barn lærer imidlertid mye om telling og tall før de har mestret disse ideene (Clements, referert i Clements & Sarama, 2009, s. 19-21).

2.3 Barns utvikling av telleferdigheter.

I dette kapittelet presenterer jeg teori knyttet til barns telleferdigheter.

2.3.1 5 prinsipper for telling

Gelman og Gallistel foreslår at barns telling blir styrt av fem telleprinsipper. Disse er; (1) en-til-en-prinsippet – hvert element i samlingen skal telles én, og bare én gang; (2) prinsippet om stabil rekkefølge – markeringen av tallord må skje i riktig rekkefølge; (3) kardinalprinsippet – det siste tallordet som nevnes i en tellesekvens navngir antall elementer i settet; (4) abstraksjonsprinsippet – alle typer objekter kan samles sammen med hensikt for telling; og (5) prinsippet om ordens-irrelevans – objektene i et sett kan merkes i hvilken som helst rekkefølge, så lenge de andre telleprinsippene ikke brytes. De tre første telleprinsippene definerer telleprosedyren: det fjerde prinsippet bestemmer hvilke typer sett prosedyren kan brukes på; og den femte skiller telling fra merking. Gelman og Gallistel antyder at barn kjenner til disse prinsippene allerede i tidlig alder, men at de har problemer med å utføre dem med større sett av objekter (Gelman & Meck, 1983, s.343-344).

2.3.2 Verbal telling

Uten verbal telling utvikles ikke kvantitativ tenking. Som et eksempel på dette, er barn som kan fortsette å telle fra et hvilket som helst tall, bedre på alle tall-oppgaver. Barn lærer at tall henter rekkefølge og verdi fra deres plassering i et system, og de lærer et sett av relasjoner og regler som gjør det mulig å generere, ikke huske, den riktige rekkefølgen på tallene. Denne læringen foregår over år, og til å begynne med kan barnet bare si noen tall som et enkeltord, men ikke nødvendigvis i rekkefølge. Da lærer de å telle verbalt ved å begynne i begynnelsen og si en remse med ord, men de hører ikke tallordene som separate ord. Deretter, skiller de hvert tallord og lærer å telle opptil 10, deretter 20, og deretter høyere. Først senere kan barnet begynne å telle fra hvilket som helst tall, det vi kaller "telleren fra N (N + 1, N-1)" -nivået. Senere lærer de også å hoppe-telle og å telle til 100 og lenger (Clements & Sarama, 2009, s. 21).

2.3.3 Objekt-telling

Å navngi hvor mange objekter det er i et lite sett med objekter, krever opplevelser der settene merkes med et tallord av voksne eller eldre barn (for eksempel; her er to klosser). Den voksne eller det eldre barnet gjør på den måten det mulig for barnet å skape en mening for tallordene, som at de f.eks. forteller hvor mange objekter det er i et sett. Grunnmuren til tidlig tallforståelse, er å koble tellingen av objekter i en samling til antallet objekter i den samlingen. Til å begynne med vet barn kanskje ikke hvor mange gjenstander det er i en samling etter å ha telt dem. På spørsmål om hvor mange som er der, teller de vanligvis igjen, som om spørsmålet "hvor mange" er en kommando om å telle i stedet for en forespørsel om hvor mange elementer som er i samlingen. Barn må lære at det siste tallordet de sier når de teller, refererer til hvor mange elementer som er telt. For å telle et sett med objekter må barn ikke bare kunne verbal telling, men også lære (a) å koordinere verbal telling med objekter ved å peke på eller flytte objektene og (b) at det siste tallordet navngir kardinaliteten til settet, altså hvor mange objekter i settet. Slik telling er grunnleggende på mange måter. Det er metoden for å kvantifisere grupper som er større enn samlinger man kan "subitize". Det er også den nødvendige byggesteinen for alt videre arbeid med tall (Clements & Sarama, 2009, s. 21).

Ifølge Clements & Sarama (2009, s.22) har den enkleste typen samling av objekter for treåringer å telle, bare noen få objekter som er plassert i en rett linje der objektene kan berøres underveis i tellingen. Mellom 3- og 5-års alderen, tilegner barn seg større ferdigheter under øvingen på å telle, og de fleste blir i stand til å beherske numerisk større samlinger.

Det er også mange flere telle-ferdigheter barna trenger å lære seg. De må blant annet kunne å produsere en samling av et gitt antall, det vil si å "telle opp" en gruppe. For voksne kan dette se ut til å ikke være noe vanskeligere enn det er å telle en samling av objekter. For å produsere en mengde på for eksempel 4 objekter, må barnet følge med på tallordene, holde en-til-en-korrespondanse, og sammenligne tallordet de sier til tallet 4 for hver telling. Før de når dette kompetansenivået, fortsetter de ofte å telle oppover uten å ha noen formening om hvor langt de skal telle eller hvor stor mengde de skal ha (Clements & Sarama, 2009, s. 22).

Deretter lærer barnet å telle objekter i forskjellige formasjoner og figurasjoner, og holder rede på hvilke de har telt og hvilke de ennå ikke har telt. Etter hvert lærer de også å telle samlinger uten å måtte berøre eller flytte objekter under tellingen. Barn lærer også å fortelle raskt hvor mange det er i en samling hvis man legger til eller fjerner en ved å telle opp eller ned. Til slutt lærer barna også mer komplekse tellestrategier som å telle videre eller telle bakover for å løse aritmetiske problemer (Clements & Sarama, 2009, s. 22).

2.4 Prosedyremessige- og deklarative kunnskaper i matematikk.

Ostad (1991) skiller mellom to kunnskapsformer; prosedyremessige kunnskaper og deklarative kunnskaper. Den prosedyremessige kunnskapen kjennetegnes ofte som kunnskap om løsningsmåter, altså om hvordan man kan gå frem for å få riktig svar på oppgaven eller problemet. Det kan være forskjellige løsningsstrategier som fremkommer av prosedyremessige kunnskaper. Matematikkunnskapene kan også lagres som meningsbærende kunnskapsenheter, for eksempel at 3+5 = 8 kan gjenerverves automatisk fra langtidsminnet. Når elevenes løsningsstrategier kjennetegnes som en fremhenting av oppgaverelevante kunnskapsenheter, vil dette være en gjenspeiling av at kunnskapene er lagret som deklarative kunnskaper. Når elevene henter frem deklarative kunnskaper, er dette en relativt rask og automatisk prosess sammenlignet med de prosedyremessige strategiene som foregår noe saktere og mer kontrollert. Gjennom deklarative kunnskaper, vet eleven for eksempel at 3+5=8, og telling på fingrene for å finne frem til svaret vil derfor være unødvendig (s.80).

2.5 Viktigheten av utviklingen av tellestrategier

Tellestrategier, spesielt sofistikerte tellestrategier, spiller en viktig rolle i utviklingen av aritmetisk kompetanse. Å vite hvilket tall som kommer etter, forutsier aritmetisk oppnåelse og addisjonshastighet hos elever i 1. og 2.trinn (Clements & Sarama, 2009, s.64).

Langsgående studier antyder at, til tross for gevinsten mange yngre barn gjør ved å ta i bruk effektive og mentale strategier for utregning i de første årene av skolen, er en betydelig andel av dem fortsatt avhengige av ineffektive tellestrategier for å løse aritmetiske problemer mentalt senere i barneskolen. Tidlig bruk av mer sofistikerte strategier, inkludert flyt og nøyaktighet, ser ut til å påvirke senere aritmetisk kompetanse (Clements & Sarama, 2009, s.66)

2.6 Utvikling av fleksibel telling og systematisk telling

Den enhetlige tellesekvensen, som å telle en og en, starter som en liste over tall som kan resiteres i en bestemt rekkefølge. Når elevene er trygge på å starte på en, kan de oppfordres til å starte på et hvilket som helst tall. Det å telle ved å for eksempel starte på tallet syv, er mer krevende enn å starte på én, da det vil kunne sammenlignes med å prøve å fullføre en sang eller et dikt som du starter midt i. Når barna møter addisjon, vil dette være en essensiell ferdighet, da "telle videre" er en av de effektive strategiene i de tidlige fasene i addisjon. Å regne ut 8+3, for eksempel ved å si åtte, ni, ti, elleve, krever det at ordene ni, ti, elleve samsvarer med en telling av tre. Her vil bruk av fingre, tappe, nikke på hodet eller noen annen fysisk bevegelse være nyttig for å holde rede på de tre tallordene som brukes til å telle oppover fra åtte. Noen barn begynner med å finne det nyttig å starte på det første tallet i hodet, og teller videre derfra ved å bruke fingrene (Anghileri, 2000, s.33).

2.7 Utvidede tellemønstre

I tillegg til å telle én og én, kan barn også benytte seg av andre tallmønstre som for eksempel å telle 2 og 2, 3 og 3, 5 og 5 og 10 og 10. Selv om disse forskjellige tellingene i utgangspunktet vil være lister over tall som gir liten betydning, vil måten de er konstruert på, gjøre barna kjent med de systematiske strukturene som finnes i multiplikasjon. Når elevene utvider tellemønstrene sine ved å for eksempel telle 5, 10, 15, 20, 25 for å identifisere hvilket tall som er neste i rekken, kan dette være en mulighet for å også utvide tallmønstrene utover 100, noe som vil bidra til å styrke forståelsen av hvordan tallene er konstruert. Ved å lære mønstrene for forskjellige tall, kan barn bli kjent med "fine tall" som 12 og 36, som ofte kommer igjen i flere tallmønstre, og "ikke så fine tall" som 13 og 23 som vises sjelden. 13 og 23 er begge primtall, men dette er definisjoner elevene ikke møter før senere i skolen. Fordelen med å jobbe med tallmønstre og forskjellige tellesekvenser er at barn utvikler en "følelse" for tall som vil ha positiv innvirkning på elevenes videre evner til utregning (Anghileri, 2000, s.34-35).

2.8 Grunnleggende ideer, strategier og modeller

Det er flere grunnleggende ideer som inngår i arbeid med tidlig tallforståelse, og i Fosnot (2017, s.6) nevnes det fire grunnleggende ideer som er viktig å merke seg; kardinalitet, en-til-en-korrespondanse, hierarkisk inkludering og kompensasjon og ekvivalens. I tillegg nevner Clements & Sarama (2009, s.9) enda en viktig grunnleggende ide eller evne barn bør utvikle; "Subitizing".

2.8.1 Kardinalitet

Når barn begynner å telle samlinger med objekter, peker de på objekter én om gangen og er mest sannsynlig uvitende om at tallordet som avslutter tellingen representerer hele samlingen. Denne anerkjennelsen og evnen til å navngi hele settet kalles kardinalitetsprinsippet (Anghileri, 2000, s.27).

Man hører ofte at små barn sier telleregler eller de har lært utenat, men det er ikke nødvendigvis slik at de forstår meningen med tellingen. Å kunne telle med mening eller forståelse innebærer at barnet forstår hensikten ved å telle og forstår kardinalitet. Det er derfor viktig at man spør barna hvor mange objekter de har eller hvor mange objekter det er i et sett, når de er ferdige med å telle. Det er ikke sikkert at alle barn som "kan å telle" forstår at åtte representerer åtte objekter selv om. Noen kan også tenke at det åttende objektet er åtte, og ikke at det er en mengde på åtte objekter totalt (Fosnot, referert i Andersen, 2017, s.6).

2.8.2 Én-til-én korrespondanse

En-til-en korrespondanse er også en grunnleggende ide elevene trenger å konstruere forståelse av. Det vil si at hvis hvert objekt i en mengde har et tilsvarende objekt i den andre mengden, så er mengdene like store. Hvis det for eksempel er åtte barn på overnatting, så trengs det åtte senger for at alle skal få en seng hver (Fosnot, referert i Andersen, 2017, s.6).

2.8.3 Hierarkisk inkludering

Selv om et barn har fått forståelse for og skjønner kardinalitet og en-til-en korrespondanse, vil det ikke automatisk si at barnet har oppdaget at tallene øker med en, og akkurat en, hver gang. Det sies at mengder henger sammen i hverandre ved at for eksempel fem inkluderer fire pluss en og seks inkluderer fem pluss en (Fosnot, referert i Andersen, 2017, s.6).

2.8.4 Kompensasjon og ekvivalens

Barn kan i starten ha vanskeligheter med å forstå at for eksempel 5+3 er det samme som 4+4. Den matematiske forståelsen her er kompensasjon og ekvivalens, altså dersom du for eksempel tar bort en fra fem, og legger den til tre, er det totale antallet det samme. Man kompenserer for å opprettholde ekvivalens (Fosnot, referert i Andersen, 2017, s.6-7).

2.8.5 Subitizing

Ifølge Clements & Sarama (2009, s.9-10) viser forskning at en av de viktigste evnene små barn bør utvikle, er evnen til å "subitize". På et eller annet tidspunkt vil barnet kjenne igjen tall og endringer i tallene. Når barnet har utviklet denne evnen, og koblet det til de verbale tallordene, sier vi at barnet subitize-gjenkjenner antallet objekter i en gruppe veldig raskt. Altså kan barnet øyeblikkelig si hvor mange gjenstander det er i en samling barnet ser. Subitizing sies også å være springbrett for konstruksjon av mer sofistikerte prosedyrer med større tall. Subitizing er et begrep vi ikke har et godt norsk ord på. Jeg velger derfor å bruke det i den engelske forstanden i denne teksten, for å unngå å vike fra ordets betydning i Clements & Sarama (2009) sin definisjon av begrepet. Jeg velger også å bruke begrepet som et verb når jeg henviser til elever som øyeblikkelig gjenkjenner antall objekter i en samling, altså "å subitize" eller at barnet "subitizer".

Clements & Sarama skiller mellom to typer subitizing. Perseptuell subitizing vil si at du "bare ser" hvor mange objekter det er i en liten samling. Et eksempel på dette er når et barn kan se tre prikker på en terning og si "tre". Da opplever barnet de tre prikkene intuitivt og samtidig eller som én enhet. Barn kan også bruke en konseptuell subitizing. Da ser barnet på en dominobrikke med åtte prikker på, og "bare vet" det totale antallet prikker. Barnet ser da på deler av helheten og setter de sammen for å se den totale helheten. Barnet ser da to grupper på fire prikker, og en gruppe på åtte. Selv om barnet her ser på to deler og setter det sammen til en helhet, skjer alt veldig raskt og ofte ubevisst, og kategoriseres derfor som subitizing likevel (Clements & Sarama, 2009, s.9-10).

2.9 Et rammeverk for grunnleggende tallforståelse.

En utviklet grunnleggende tallforståelse (FONS), eller evnen til å operere fleksibelt med tall og mengder, er en kraftig forutsetning for små barns senere matematiske oppnåelse. Andrews & Sayers (2015) skisserer et åttedimensjonalt rammeverk knyttet til grunnleggende tallforståelse. Dette rammeverket vil være aktuelt å bruke for vurdering av denne studiens oppgaver, og deres aktualitet. Kan dette oppgavesettet gi mulighet til å utvikle grunnleggende tallforståelse? Grunnleggende tallforståelse er en konstruksjon barn skaffer seg eller oppnår. Det er ikke en egenskap eller evne barnet «bare har» (Robinson m.fl., 2002, s.85).

Anvendt tallforståelse bygger på grunnlaget for FONS, og refererer til en grunnleggende tallforståelse som kreves av alle voksne uavhengig av yrke, og derfor bør det være et av hovedmålene for den obligatoriske utdanningen at alle barn tilegner seg tallforståelse (McIntosh m.fl., 1992, s.3). Anvendt tallforståelse gjenspeiler et sett av forståelser og ferdigheter som muliggjør en person til å se på et problem helhetlig, deretter se etter sammenhenger mellom tall og operasjoner, og vurdere konteksten spørsmålet eller problemet stilles i; velge eller finne opp en metode som drar nytte av sin egen forståelse av forholdet mellom tall eller mellom tall og operasjoner, og til slutt søke den mest effektive representasjonen for den gitte oppgaven (Reys, 1994, s.115).

Hensikten med rammeverket er at det skal fungere som et verktøy for å analysere FONS-relaterte muligheter i forskjellige kulturelle sammenhenger. Et slikt verktøy tilbyr mer raffinert og bedre operasjonaliserte definisjoner med tallforståelse, og er nødvendig og rettidig (Gersten m.fl., 2005, s.302). Rammeverket er sammenfattet gjennom en sammenligningsprosess og analyser av artikler som omtaler kategorier for systematisk telling. Analysene av litteraturen førte til åtte distinkte, men ikke ubeslektede egenskaper ved FONS (Andrews & Sayers, 2015, s.161). Egenskapene er ikke uten tilknytning, akkurat slik som tallforståelse er avhengig av mange koblinger mellom matematiske forhold, matematiske prinsipper og prosedyrer. Koblingene fungerer som viktige verktøy for å hjelpe elevene til å tenke på matematiske problemer og for å utvikle bedre ordensinnsikt når de arbeider med matematiske problemer (Gersten m.fl., 2015, s.297). Uten oppmuntring til slike koblinger, er det alltid en risiko for at barn *«kan»* å telle, men ikke forstår at for eksempel fire er større enn to.

Nedenfor presenteres de åtte distinkte, men beslektede, egenskapene Andrews & Sayers (2015) oppsummerer som et resultat av sine analyser.

2.9.1 Tallgjenkjennelse

FONS-bevisste barn gjenkjenner tallsymboler og deres mening (Malofeeva, referert i Andrews & Sayers, 2015, s.259). Barna kan identifisere et bestemt tallsymbol fra en samling av tallsymboler og navngi et tall når symbolet vises. Barn som opplever problemer med tallgjenkjenning har tendens til å senere oppleve matematiske problemer, særlig med subitizing. Et barn som er i stand til å gjenkjenne tall er mer sannsynlig i stand til å beherske flersifret aritmetikk (Andrews & Sayers, 2015, s.259).

Når barn lærer symbolene som representerer tallene, knyttes det assosiasjoner til mange forskjellige situasjoner der tallene brukes, men barn vil også ha behov for å forstå den mer abstrakte karakteren til et tall. Å forstå tallet 6 inkluderer de forskjellige måtene seks kan dekomponeres og komponeres på, og mange av disse ideene vil være tydelige i en billedlig fremstilling av seks objekter der mønsteret kan sees på forskjellige måter. Gray & Tall, referert i Anghileri (2000, s.37) antyder at "procept" 6 inkluderer prosessen med å telle seks og samtidig at det er en voksende samling av andre representasjoner som tre og tre, tre grupper med to, en mer enn fem osv. Jo mer varierte mønstrene barna assosierer med symbolet 6 er, jo bedre vil forberedelsene deres være for å kunne innlemme disse ideene i problemløsningsstrategier. Tvetydighet når det gjelder å tolke symbolikk på denne fleksible måten, er roten til vellykket matematisk tenkning (Anghileri, 2000, s.36-37).

2.9.2 Systematisk telling.

FONS innebærer systematisk telling, og inkluderer prinsipper som tallrekkefølge og kardinalitet. Dette innebærer telling til tjue og tilbake eller telling oppover og bakover fra et vilkårlig tall, vel vitende om at hvert tall inntar en fast plass i sekvensen av alle tall (Griffin, referert i Andrews & Sayers, 2015, s. 259).

2.9.3 Bevissthet om forholdet mellom tall og mengde.

Barn forstår ikke bare en-til-en-korrespondanse mellom et tallord og mengden det representerer, men også at det siste tallordet i en telling representerer det totale antallet objekter (kardinalitet). Ifølge Geary, er korrespondansen mellom tallnavn og eller symbol og mengden som er representert er menneskeskapt og krever instruksjon. Barn som opplever vanskeligheter med denne kartleggingsprosessen, har en tendens til senere å oppleve matematikkvansker (Andrews & Sayers, 2015, s.259).

2.9.4 Diskriminering av mengde.

Denne kategorien omhandler bevissthet om størrelsesorden og sammenligning mellom størrelser, og bruk av uttrykk som; «større enn» eller «mindre enn». Barnet forstår at åtte representerer en mengde som er større enn en mengde med seks, men mindre enn en mengde med ti (Lembke & Foegen, referert i Andrews & Sayers, 2015, s.260). Barn som er bevisste på størrelsesorden, har beveget seg utover å telle som en memorert liste og en mekanisk rutine, uten å feste noen følelse av numerisk størrelse på tallordene (Lipton & Spelke, 2005, s.979).

2.9.5 En forståelse av forskjellige representasjoner av tall.

Barnet har forståelse av at tall kan være representert annerledes og at de fungerer som forskjellige referansepunkter (Van Nes & Van Eerde, 2010, s.146). Jo bedre et barn forstår en oppdeling som en representasjon av et tall, jo bedre utviklet er barnets senere forståelse av tallstrukturer (Thomas m.fl., referert i Andrews & Sayers, 2015, s.260). Jo mer kompetent et barn er med tanke på bruk av fingre, både i telling og tidlig aritmetikk, jo mer kompetent er barnet i senere alder (Fayol; Jordan; Noel, referert i Andrews & Sayers, 2015, s.260).

2.9.6 Estimering

FONS-bevisste barn er i stand til å estimere, om det er størrelsen på et sett eller et objekt. Estimering innebærer å flytte mellom representasjoner av tall; for eksempel å plassere et tall på en tom tallinje (Booth & Siegler, referert i Andrews & Sayers, 2015, s. 260).

2.9.7 Enkel aritmetisk kompetanse

Et FONS-bevisst barn vil kunne bruke enkle aritmetiske operasjoner (Ivrendi; Jordan & Levine; Malofeeva; Yang & Li, referert i Andrews & Sayers, 2015, s.260), ferdigheter som underbygger aritmetisk kompetanse og matematisk flyt. Enkel aritmetisk kompetanse blir ansett å være en sterkere forutsetning for senere matematisk suksess enn målinger av generell intelligens (Andrews & Sayers, 2015, s.260).

2.9.8 Bevissthet om tallmønstre

FONS inkluderer bevissthet om tallmønstre og spesielt å kunne identifisere et manglende tall. Slike ferdigheter forsterker ferdighetene til telling og letter senere aritmetiske operasjoner. Det er viktig at manglende identifisering av manglende tall i en sekvens er en av de sterkeste indikatorer for senere matematiske vansker (Andrews & Sayers, 2015, s.260-261).

2.10 Tellestien

Barn følger en naturlig utviklingsprogresjon i læring og utvikling. Som et eksempel lærer barn å krype, deretter å gå, hoppe og å hoppe med større hastighet. På samme måte følger de naturlige utviklingsmessige fremskritt i læring av matematikk også. Disse utviklingsstiene er grunnlaget for det som ofte kalles for "tellestien", som viser en oversikt over barns utviklingsnivåer av telling (Clements & Sarama, 2009, s.2-3).

Jeg velger å presentere nivåene som kan knyttes opp mot funnene i denne studien. Clements & Sarama (2009, s.36-41) beskriver noen av nivåene som tilhører alderen 6- og 7 år slik;

2.10.1 Teller fra N (N+1, N-1).

Teller muntlig og med objekter fra andre tall enn 1 (men har ikke oversikt over antall tellinger). På spørsmål om å telle fra 5 til 8, teller eleven 5,6,7,8. Svarer umiddelbart på spørsmål om hvilket tall som kommer rett før eller etter et gitt tall. F.eks. på spørsmål om hva som kommer rett før 7, sier eleven 6 (Clements & Sarama, 2009, s.36).

2.10.2 Telle videre ved hjelp av mønstre

Holder rede på noen få telle-handlinger, men bare ved å bruke numeriske mønstre (romlig, auditive eller rytmiske). Hvor mye er 3 mer enn 5? Barnet kjenner 3 takter som teller 5 …. 6,7,8 (Clements & Sarama, 2009, s.38).

2.10.3 Hoppetelling

Teller med 5'ere og 2'ere med forståelse. Barnet teller f.eks. objekter slik; 2,4,6,8 … (Clements & Sarama, 2009, s.38).

2.10.4 Counter of imagined items

Teller mentale bilder av skjulte objekter. På spørsmål som "det er 5 brikker her, og 5 under teppet, hvor mange er det totalt?" Sier eleven "feeem .... peker deretter på teppet i 4 forskjellige punkter (hjørner av en innbilt firkant) og sier 6,7,8,9" (Clements & Sarama, 2009, s.39).

2.10.5 Counting on keeping track

Eleven holder oversikt over tellingen numerisk, først med objekter, deretter ved å telle tellinger. Teller opp 1 til 4 mer fra et gitt tall. Hvor mye er 3 mer enn 6? 6 … 7 (setter opp en finger), 8 (setter opp enda en finger), 9 (setter opp en tredje finger). 9. Hva får man dersom man tar bort 2 fra 8? Åtte … 7 er en mindre, og 6 er to mindre, så 6 (Clements & Sarama, 2009, s.39).

2.11 Tellestrategier

For de fleste elementære matematikkoppgavene finnes det flere alternativer for løsningsstrategier som eleven kan velge å ta i bruk for å komme frem til et riktig svar. Telling, og ulike former for telling er også eksempler på løsningsstrategier elevene kan bruke (Ostad, 1991, s.78).

Det er flere faktorer som spiller inn på elevenes valg av løsningsstrategier. Noen elever har lært å bruke flere forskjellige strategier, og har derfor et bredere register av løsningsstrategier å velge mellom. Elevenes valg av løsningsstrategier kan variere og er avhengig av situasjonen de er i, som for eksempel oppgavetypen. Andre elever kan ha et smalere register av løsningsstrategier som de kan velge mellom. I de tilfellene der elevene har et smalt register av løsningsstrategier, får oppgavetypen ofte en rigid karakter, som f.eks. hvis elevene alltid teller på fingrene på en bestemt måte for å komme frem til riktig svar på oppgaven (Ostad, 1991, s.79).

I denne studien tok jeg utgangspunkt i og inspirasjon fra Ostad (1991, s.80-81) og Fosnot, referert i Andersen m.fl. (2017, s.7) sine eksempler på tellestrategier i mine observasjoner av elevenes oppgaveløsninger. Ostad (1991) mener at elevene bruker en rekke forskjellige tellestrategier når de løser matematikkoppgaver. Tellestrategiene illustreres med eksempler på oppgaveløsning i enkel addisjon (s.80-81).

2.11.1 Telle alt og forfra igjen-strategien

Oppgaver: 3+5=. Eleven teller på først "1,2,3" på fingrene på én hånd, og fortsetter med "1,2" på samme hånd og "3,4,5" på neste hånd. Deretter starter eleven forfra igjen og teller "1,2,3,4,5,6,7,8" (Ostad, 1991, s.80-81). Denne strategien forkorter jeg til TAFI-strategien når jeg refererer til den videre i denne teksten.

2.11.2 Telle-alt-strategien

Oppgave: 3+5=. Eleven teller fortløpende: "1,2,3" på den ene hånden og fortsetter "4,5,6,7,7" på den andre hånden (Ostad, 1991, s.80-81). Denne strategien forkorter jeg til TA-strategien når jeg refererer til den videre i denne teksten.

2.11.3 Telle-videre-strategien

Oppgave: 3+5=. Eleven teller videre fra det første tallet: 4,5,6,7,8" (Ostad, 1991, s.80-81). Denne strategien forkorter jeg til TV-strategien når jeg refererer til den videre i denne teksten.

2.11.4 Minimum-strategien (dvs. med minimum antall tellesteg).

Oppgave 3+5=. Eleven teller videre på fingrene fra det tallet som representerer det største antallet: "6.7,8" (Ostad, 1991, s.80-81). Denne strategien forkorter jeg til MIN-strategien når jeg refererer til den videre i denne teksten.

2.11.5 Tvillingtall-strategien

Oppgave: 3+5=. Eleven vet at 3+3=6 og sier: "3+3 er 6… pluss 2...7,8" (Ostad, 1991, s.80-81). Denne strategien forkorter jeg til TT-strategien når jeg refererer til den videre i denne teksten.

2.11.6 Tallnavn-strategien

Eleven teller høyt eller beveger leppene i en synlig stillelesnings-sekvens. Tellingen har ellers ingen annen direkte observerbar, ytre referanseramme (Ostad, 1991, s.80-81). Denne strategien forkorter jeg til TN-strategien når jeg refererer til den videre i denne teksten.

2.11.7 Prikker i tallsymbol-strategien

Eleven tegner (eller tenker seg) prikker i tallsymbolene. Prikkene representerer antallet. Addisjon foregår på den måten at eleven peker på og teller sammen prikkene (Ostad, 1991, s.80-81). Denne strategien forkorter jeg til PIT-strategien når jeg refererer til den videre i denne teksten.

2.11.8 Ola-strategien.

Ola går i 7.klasse. Når han skal løse oppgaver i addisjon, tegner han først det antall streker han trenger for å kunne telle seg frem til svaret (Ostad, 1991, s.80-81).

2.11.9 Synkron telling og parkobling.

For å kunne telle effektivt forutsettes det at man må koordinere mange operasjoner samtidig. Barna må huske tallordet som kommer etter, kun bruke ett ord for hvert objekt (synkron telling) og de må kunne telle hvert objekt en og bare en gang (parkobling). Når barn lærer seg å telle, kan denne koordinasjonen være vanskelig. De hopper ofte over noen objekter eller dobbeltteller objekter. Barna er altså ikke synkroniserte, og bruker for mange, eller for få ord for antallet de teller (Fosnot, referert i Andersen, 2017, s.7).

2.11.10 Å telle tre ganger versus å telle videre.

Å lage mengder og bestemme det endelige antallet i mengden er også en utfordring for barn. For å finne ut om antallet stemmer, kan de telle omstendelig tre ganger. Først teller de hver av de to mengdene, så teller de alt på nytt ved å starte på en. Når de skal fastslå at 6 røde epler og 4 grønne epler fyller en kasse med 10 epler, teller de først fra 1-6, videre fra 1-4, for så å telle alt på nytt, fra 1-10. De kan også miste oversikten og telle feil mengde, og dermed begynne tellingen forfra igjen. De prøver ofte igjen fra start når det ikke stemmer, i stedet for å forandre for å få det til å bli riktig. Et viktig landemerke er når eleven begynner å telle videre - og telle den første mengden og si 6, for så å telle videre - og telle den første mengden og si 6, for så å telle videre "7, 8, 9, 10" altså 4 grønne (Fosnot, referert i Andersen, 2017, s. 7).

2.11.11 Å prøve og feile versus systematisk utforsking

Barn forsøker ofte å løse et problem gjennom prøving og feiling, noe som i seg selv er en matematisk metode. Etter hvert skal de etablere grunnleggende ideer med kompensasjon og ekvivalens, for eksempel at 5+3 = 4+4, og hierarkisk inkludering, at tallene er nøstet i hverandre og vokser med én hver gang. En viktig strategiendring oppstår når de bruker disse ideene til å generalisere og oppdage systematikk: å endre 9+1 til 8+2, så 7+3 (Fosnot, referert i Andersen, 2017, s.7).

2.11.12 Estimering

Et estimat er ikke bare en gjetning - det er en matematisk gjetning. Estimering er en prosess for å løse et problem som krever en grov eller tentativ evaluering av en mengde (Clements & Sarama, 2009, s.45). FONS-bevisste barn er i stand til å estimere, enten det er størrelsen på et sett eller et objekt. Estimering innebærer å flytte mellom representasjoner av tall; for eksempel å plassere et nummer på en tom tallinje. Estimering antas å være en avgjørende faktor for senere aritmetisk kompetanse, spesielt med hensyn til nye situasjoner (Andrews & Sayers, 2015, s.260).

2.11.13 «Jeg bare vet»

Løsningsstrategier kan kategoriseres som back-up-strategier, og retrieval-strategier. «Jeg bare vet» er en strategi som kategoriseres som retrieval-strategi. Dersom en elev «bare vet» svaret, og kommer med et raskt svar, registreres dette som et retrieval-svar. Eleven kjenner da igjen oppgaven, og vet svaret umiddelbart (Ostad, 1996, s.91-92).

2.12 Teknologi i matematikk-klasserommet

Ifølge Goldenberg (2000), finnes det ikke et enkelt, universelt akseptert syn på den beste bruken av teknologi i klasserommet. Videre mener han at de riktige spørsmålene om teknologi ikke er brede spørsmål om hvilken maskinvare eller programvare som skal brukes, men om hvordan de fungerer i en viss læreplan, og helt ned til effekten av hvordan de individuelle problemene formuleres og fremstilles til eleven. Det er altså problemene som stilles, ikke teknologien de blir angrepet med, som utgjør hele forskjellen. Det som endrer seg ved bruk av teknologi i matematikkundervisningen, er utvalget av problemer man kan velge mellom og måtene de kan presenteres på. Noen problemer er vanskelige å fremstille kun ved hjelp av penn og papir, og da kan teknologien i form av for eksempel Ipad eller programvarer være med på å åpne opp for flere muligheter i valg av oppgaver og fremstilling av oppgavene. For eksempel krever noen matematiske temaer at elevene eksperimenterer med visse matematiske objekter og ser hvordan de reagerer. Noen krever visuelle fremstillinger som svarer på elevenes spørsmål, svar eller kommandoer (s.1).
Forsker Petter Kongsgården sier også at elevenes læring grunnleggende handler om innholdet i og kvaliteten på undervisningen, ikke hvilken teknologi som benyttes. Med dette mener han at selve nettbrettet bidrar like mye, eller lite om du vil, til læring som blyanten eller kalkulatoren (Blåsmo & Thorsen, 2015).

I de tidlige trinnene i barneskolen, gir fysiske manipulasjoner ofte visuelle og eksperimentelle støtter for elevene. De fungerer som midlertidige fysiske "stand-ins" for matematiske ideer, gjenstander som barna kan se med egne øyne og manipulere de matematiske ideene både visuelt og taktilt. Dette kan for eksempel være geometriske figurer som elevene kan ta og føle på som støtte i arbeid med geometriske figurer. I de høyere trinnene er det mange matematiske ideer som ikke har slike fysiske modeller. Her kan datamaskiner tilby interaktive "virtuelle manipulasjoner" der de fysiske enhetene ikke eksisterer. Som alltid avhenger verdien av et verktøy av hvordan det brukes. Hvis fysiske eller elektroniske manipulasjoner er godt designet og brukt, kan de øke mangfoldet av problemer som elevene kan jobbe med og løse (Goldenberg,2000, s.1).

En rapport viser at det er flere fordeler ved å bruke nettbrett i undervisningen. Elevene er mer motiverte og mestrer mer. De lærer raskere og føler seg flinkere i fag, i tillegg til at effektiv bruk av nettbrett og apper uten tidkrevende pålogging sparer undervisningstid og skaper en bedre struktur. En rektor fra en skole i Bærum sier at elevene på den skolen er mye mer motiverte og aktive etter at de begynte med et prøveprosjekt der de bruker nettbrett i alle fag. En annen stor fordel med bruk av nettbrett, er at elevenes arbeid blir mye mer tilgjengelig for læreren, fordi lærerne kan ha tilgang til elevenes arbeid kontinuerlig gjennom sitt eget nettbrett. Dette gjør også at elevene kan få verdifull vurdering underveis (Blåsmo & Thorsen, 2015).

Det viser seg også at det er en del utfordringer ved bruk av nettbrett i skolen. Den samme rapporten sier at lærere har observert elever som bruker nettbrettene til å spille og å være på sosiale medier i undervisningstiden. Foreldre er også bekymret, fordi det ikke er like lett å følge med på hva barna driver med på skolen. Enkelte er også bekymret for at barna bruker nettbrett og skjermbaserte verktøy for mye. Det kommer også frem at det ikke alltid er slik at teknologien fungerer slik den skal, som for eksempel problemer med trådløst nett og id-trøbbel. Flere foreldre og lærere har også pekt på tapet av håndskrift og finmotorikk på grunn av innføring av nettbrettet (Blåsmo & Thorsen, 2015).

3 Metode

I dette kapittelet redegjør jeg for metodene jeg har benyttet i denne studien, og begrunner valgene jeg har gjort med hensyn til forskningsmetoden.

3.1 Valg av metode

Hovedhensikten med denne studien var å få et innblikk i hvilke tellestrategier noen elever på 1. og 2. trinn bruker når de arbeider med digitale oppgavesett, og hvilke utfordringer og muligheter det digitale aspektet gir elevene i dette arbeidet. For å få innsikt i hvilke tellestrategier elevene har brukt, og de ulike utfordringene og mulighetene det digitale aspektet byr på har jeg valgt en kvalitativ forskningsmetode for denne studien.

Jeg har valgt å benytte en kvalitativ forskningsmetode, fordi målet med studien er å se hvordan elevene teller når de arbeider med digitale oppgavesett, og om det oppstår utfordringer eller muligheter underveis i arbeidet. Jeg må da være nærmere informantene mine, slik at jeg får innsikt i nettopp tellestrategiene deres og om det oppstår utfordringer eller muligheter på veien. Ulempen med å velge en kvalitativ studie fremfor en kvantitativ studie, er at jeg ikke får et så stort antall informanter med i studien, da dette krever lang tid og flere ressurser. Flere informanter gir et mer helhetlig og reelt bilde av elevenes bruk av tellestrategier. Dersom jeg hadde valgt en kvantitativ forskningsmetode til denne studien med et større antall informanter, ville jeg ikke kunne få et så godt innblikk i utfordringer og muligheter som oppstår underveis i elevenes arbeid med de digitale oppgavene. En kvalitativ studie var altså nøkkelen for å komme nærmere elevene og for å få størst mulig innblikk i utfordringene og mulighetene som oppstod, i tillegg til deres bruk av tellestrategier. Hammersley, referert i Cohen, Manion & Morrison (2018, s.287) definerer kvalitativ forskning som:

> A form of social inquiry that tends to adopt a flexible and data-driven research design, to use relatively unstructured data, to emphasize the essential role of subjectivity in the research process, to study a number of naturally occuring cases in detail, and to use verbal rather than statistical forms of approach.

Jeg valgte en kvalitativ forskningsmetode for å få rikere informasjon om elevers bruk av tellestrategier i digitale oppgavesett. For å få informasjon om deres tellestrategier, har jeg i samarbeid med forskningsgruppa mi ved NTNU opparbeidet et digitalt oppgavesett med egendesignede oppgaver til å bruke på nettbrett. Underveis i elevenes arbeid med det digitale oppgavesettet, observerte jeg deres strategier, og benyttet meg av et semistrukturert intervju.

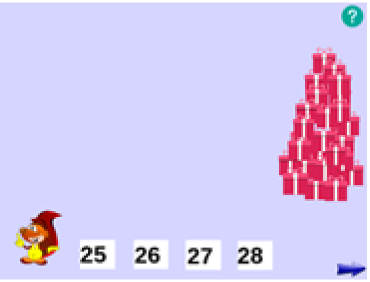
3.2 Det digitale oppgavesettet

Oppgavesettet ble pilotert på tre elever, og justert etterpå. I dette kapittelet beskriver jeg først det endelige oppgavesettet, og så prosessen med pilotering og justering. Det endelige oppgavesettet ligger vedlagt (vedlegg 1), med oppgavenes navn, oppgavetekst og eventuelle endringer fra pilot til endelig oppgavesett.

3.2.1 Det endelige oppgavesettet

Det endelige oppgavesettet består av 16 oppgaver.

Hver oppgave hadde en oppgavetekst som ble opplest av ekornet på skjermen. Elevene kunne når som helst trykke på ekornet for å lytte til oppgaveteksten igjen ved behov. For å gå videre til neste oppgave trykte elevene på den blå pila på skjermen. Dersom man gikk videre til neste oppgave, var det ikke mulig å gå tilbake til en tidligere oppgave. Elevene fikk derfor tydelig beskjed før oppgavene ble presentert, at de ikke måtte gå videre til neste oppgave før de hadde fått beskjed fra meg. Dersom elevene var usikre på hva de skulle gjøre eller hvordan løse oppgaven, kunne de trykke på et spørsmålstegn oppe i høyre hjørne på skjermen. Dersom en elev trykte der, ville jeg forsøke å forklare oppgaven til eleven med egne ord. Plasseringen av dette spørsmålstegnet, ekornet og pilen kan sees i figur 1 nedenfor. Figur 1 viser startskjermen til oppgave 10 som elevene ble presentert for. Resten av oppgavene er vist med bilder og oppgavetekst i vedlegg 1.



Figur 1; eksempel på oppgavenes utseende.

3.2.2 De ulike oppgavetypene

Oppgavene vi har brukt i denne studien er oppgaver som er designet og programmert av meg med god hjelp fra forskningsgruppen min ved NTNU. Oppgavene er designet i InkScape og programmert i Javascript implementert i læringsplattformen Matistikk som utvikles ved Institutt for lærerutdanning ved NTNU.

Oppgavene er delt inn i tre hovedkategorier; "Tell-me-tasks", "Give-me-tasks" og "Andre oppgaver". Nedenfor vil jeg forklare hver kategori nærmere, og presentere oppgavene som tilhører de ulike kategoriene. I tillegg nevner jeg hvilke tellestrategier jeg forventet å finne i de ulike oppgavetypene med utgangspunkt i teori og tidligere forskning.

3.2.2.1 Tell-me-tasks

Når barn begynner å telle samlinger med objekter, peker de på elementer én om gangen og er mest sannsynlig uvitende om at det eneste tallordet som avslutter tellingen representerer helheten i samlingen. Denne anerkjennelsen og evnen til å navngi et helt sett kalles kardinalitetsprinsippet (Anghileri, 2006, s.27). I denne kategorien av oppgaver, går oppgavene ut på å navngi hvor mange objekter det er i et sett, og jeg har derfor navngitt denne kategorien "tell-me-tasks". Elevene skal fortelle hvor mange objekter det er i settet.

Oppgave.	Oppgavetekst.
002	Tell eplene, og trykk på rammen som har flest epler.
005	Trykk på firkanten som har flest prikker.
010	Finn ut hvor mange gaver det er. Trykk på riktig svar.
016	Trykk på firkanten som har flest prikker.

Tabell 1: tell-me-tasks

I tabell 1 vises det at det er 4 oppgaver av totalt 16 oppgaver i dette oppgavesettet som er kategorisert som «tell-me-tasks». I denne kategorien med oppgaver forventet jeg som Anghileri (2006, s.27) nevner, å finne peketelling. Elevene peker på objektene når de teller de. I oppgave 010 overlapper objektene hverandre, og det vil derfor være naturlig å flytte på objektene for å være sikker på at alle gavene er telt. Jeg forventer derfor også å finne flyttetelling i denne oppgaven.

I oppgave 005 og 016 er mengdene objekter elevene skal telle mellom 3 og 5 objekter. Her forventer jeg at de fleste elevene benytter seg av subitizing, og ikke teller én og én.

I oppgave 002 er det to rammer med epler i. I rammen til venstre kan man se alle eplene, og her forventer jeg å finne peketelling som tellestrategi. I rammen til høyre overlapper noen av eplene hverandre, og jeg ser det derfor naturlig at elevene vil bruke flyttetelling her. Noen elever vil kanskje også flytte eplene slik at alle er synlige, og deretter peketelle slik som de eventuelt gjorde i rammen til venstre.

3.2.2.2 Give-me-tasks

Denne typen oppgaver er ofte brukt for å måle hvor godt barn forstår kardinalverdien til tallordene. Barna blir bedt om å f.eks. mate en dukke med nøyaktig 6 småkaker fra en haug (Wynn, referert i Chu & Geary, 2015, s.207).

I denne studien har jeg brukt 8 oppgaver som er kategorisert som "give-me-tasks". Nedenfor vises en tabell med oppgavene og oppgavetekst (tabell 2)

Oppgave.	Oppgavetekst.
001	Legg 9 fotballer i målet.
003	Gjør slik at det er 17 epler til sammen på treet.
004	Gi apen 8 bananer.
006	Gjør slik at det er 14 gulrøtter til sammen i kurven*
009	Gi kaninen like mange gulrøtter som bjørnen har.
013	Legg 6 gulrøtter og 12 epler i kurven. Hvor mange blir det til sammen?
014	Pynt juletreet med 5 blå og 3 gule kuler. Trykk på det tallet som sier hvor mange det er til sammen.
017	Gjør slik at det er 13 kuler til sammen på juletreet.

Tabell 2: give-me-tasks

*Denne oppgaven hadde annen oppgavetekst i pilotstudien.

Oppgave 001 og 004 er to oppgaver med veldig lik oppgavetekst. Forskjellen på de to oppgavene, er at i oppgave 001 kan man hele tiden se fotballene og hvor mange som er plassert i fotballmålet til enhver tid. I oppgave 004 forsvinner bananene etter hvert som de blir gitt til apen. I disse to oppgavene forventer jeg at elevene bruker noen av de samme strategiene i begge oppgavene. Forskjellen kan være at elevene bruker f.eks. fingertelling for å ha kontroll på hvor mange bananer apen har fått, fordi de ikke kan se bananene som allerede er gitt. Ellers forventer jeg å finne elever som bruker telle-alt strategien som Ostad (1991) nevner.

Oppgavene 017, 006 og 003 er alle oppgaver hvor det allerede er n-antall objekter på "target", og hvor elevene må legge på det antallet som mangler for å få det totale antallet som er angitt i oppgaveteksten. Her forventer jeg at elevene benytter seg av Ostad (1991) sine telle-videre-strategier. Hvordan elevene teller antall objekter som allerede befinner seg på "target", kan variere. Noen vil kanskje subitize antall objekter, og telle videre derfra.

Oppgave 013 og 014 er oppgaver hvor elevene først skal telle opp to mengder, og deretter oppgi totalt antall objekter i de to mengdene til sammen. Det er viktig å nevne at disse to oppgavene også kan regnes som "Tell-me-oppgaver", fordi elevene også skal fortelle hvor mange objekter det er til sammen i de to mengdene. Disse to oppgavene er altså både "give me-" og "tell me-oppgaver". Her forventer jeg at det brukes strategier som Fosnot, referert i Andersen (2017) nevner, og spesielt strategien hvor de beskriver at elevene teller tre ganger. Altså at de teller opp de to mengdene som er angitt i oppgaveteksten, og teller deretter alle objektene for å finne det totale antallet. Jeg forventer også å finne telle-videre strategier som Ostad (1991) nevner, i tillegg til peketelling og flyttetelling. Spesielt i oppgave 013, hvor det til slutt skal være 18 objekter i kurven, forventer jeg at elevene bruker flyttetelling fordi objektene kanskje overlapper hverandre på grunn av plassmangel.

Oppgave 009 er en oppgave hvor elevene skal gi kaninen like mange gulrøtter som bjørnen har. Her forventer jeg at elevene bruker peketelling eller flyttetelling for å finne antall objekter bjørnen har, og deretter telle opp samme antall objekter til kaninen. Dette er også en oppgave som kan kategoriseres som både "tell me-" og "give me-oppgave", fordi elevene må først finne antall objekter bjørnen har (tell me) og deretter lage en mengde med objekter til kaninen (give me).

3.2.2.3 Andre oppgaver

I denne kategorien har jeg plassert oppgaver som jeg ikke kan kategorisere som rene "give me-" eller "tell me-oppgaver". Dette er alternative oppgaver som jeg har tatt med i oppgavesettet for å se om det kan dukke opp tellestrategier eller funn som kan knyttes til elevenes tellekompetanse. I tabellen nedenfor vises oppgavene som er kategorisert som "andre oppgaver".

Oppgave.	**Oppgavetekst.**
007	Flytt på eplene slik at det er like mange på begge trea.
008	Sett tallene i riktig rekkefølge på linja.
011	Del ut 5 epler i to krukker på så mange ulike måter du kan.
015	Sett flaskene i hyllene slik at det er lettere å telle de.

Tabell 3: andre oppgaver

Dette er oppgaver hvor jeg ikke forventer å finne mange spesifikke tellestrategier. Hvordan elevene løser disse oppgavene vil være interessant å se på her, og hvordan de blir løst kan si noe om elevenes tellekompetanse.

I oppgave 007 skal elevene flytte på eplene slik at det er like mange epler på hvert tre. Her forventer jeg å finne tellestrategier som Fosnot, referert i Andersen (2017, s.7) nevner. Spesielt strategien hvor elevene prøver og feiler for å komme frem til løsningen. Jeg forventer at elevene bruker peketelling når de teller antall epler på trærne, fordi eplene ikke overlapper hverandre, og flyttetelling er derfor ikke nødvendig her.

Oppgave 008 er en oppgave som ikke inneholder objekter som skal telles, men tallsymboler som skal plasseres i riktig rekkefølge på en linje. Her får elevene oppfølgingsspørsmål som "hvilket tall kommer før dette tallet?" og "hvilket tall kommer etter dette tallet?". Å plassere tall på en tallinje, er ifølge Andrews & Sayers (2015, s.260) en estimerings-oppgave. Evnen til å estimere er sagt å være en avgjørende faktor for senere aritmetisk kompetanse, spesielt når det gjelder nye situasjoner.

I oppgave 011 ønsket jeg å se om elevene brukte noen av de samme strategiene som Fosnot skisserte som aktuelle: synkron telling og parkobling, å telle tre ganger versus å telle videre, å prøve og feile versus systematisk utforskning (Andersen, 2017. s7). Jeg forventet også å finne noen av Ostad (1991) sine tellestrategier i denne oppgaven, men samtidig inneholder oppgaven tallmengden 5, som også skal være en mengde som er mulig å subitize (Clements & Sarama, 2009, s.9-10). Jeg forventet derfor at de fleste elevene ikke ville se det nødvendig å benytte andre tellestrategier i denne oppgaven dersom de har utviklet evnen til å subitize.

I oppgave 015 får elevene oppfølgingsspørsmål som "hvor mange flasker har du i hver hylle?" og "hvor mange er det til sammen?". Det er på oppfølgingsspørsmålene her at jeg forventer å finne observerbare tellestrategier. Jeg forventer da å finne peketelling som et sentralt funn. I tillegg tror jeg noen elever vil organisere flaskene i like-grupper, og dermed bruke hoppetelling (som for eksempel 5'er grupper).

3.2.3 Pilot

De tre første elevene som gjennomførte det digitale oppgavesettet, blir regnet som pilot-deltakere. Pilot-deltakerne er likevel med i datagrunnlaget i denne studien. De tre elevene gjennomførte studien med samme rammefaktorer som resten av deltakerne i studien. De hadde ubegrenset tid til å gjennomføre oppgavene, og gjennomføringen ble gjort på grupperom hvor jeg og eleven var de eneste som var til stede. De tre første elevene regnes som pilot-deltakere, fordi det digitale oppgavesettet ikke fungerte optimalt på det tidspunktet de gjennomførte oppgavene. Ekornet som skal fortelle oppgaveteksten til elevene fungerte ikke, og derfor var det jeg som forsker som presenterte oppgavetekstene til de tre første elevene. I et forsøk på å presentere oppgaveteksten på lik måte til disse tre elevene, leste jeg opp oppgaveteksten ordrett akkurat slik ekornet ville gjort dersom det fungerte slik det skulle.

Hensikten med piloten var å se om oppgavene fungerte etter hensikten, og om alle tekniske aspekter ved de digitale oppgavene fungerte slik de skulle. På den måten kunne vi legge inn endringer og forbedringer der det viste seg å være behov, og dermed sikre best mulig utgangspunkt for elevene som gjennomførte oppgavesettet senere. Jeg har valgt å ta med de 3 elevene fra pilotundersøkelsen i datagrunnlaget til studien, fordi jeg mener de bidrar med sentrale funn til studien på lik linje med resten av deltakerne. Det er likevel viktig å merke seg at forskjellen på de tre første elevene, og resten av elevene er at de tre første elevene ikke fikk presentert oppgaveteksten av ekornet, og at det var noen tregheter i det digitale oppgavesettet. Treghetene er koblet opp mot objekter som var vanskelige å flytte på, eller som ikke var mulig å flytte i det hele tatt. I de situasjonene der dette har oppstått, er det blitt registrert i transkripsjon eller observasjonsskjema.

3.2.4 Tilpassing av oppgaver

I oppgavene som ble brukt til pilotgjennomføringen (Vedlegg x), var det flere utfordringer og nødvendige utbedringer både knyttet til det digitale aspektet, og oppgavene. Det ble raskt konkludert med at oppgave 12, som var en "give-me-oppgave" hvor elevene skulle gi en ape 16 bananer, skulle fjernes fra oppgavesettet. Oppgaven var veldig lik flere andre oppgaver, spesielt oppgave 4 hvor elevene skulle legge 8 bananer i kurven, og det viste seg i tillegg at oppgaven var svært tidkrevende. Det var bare elev1 som gjennomførte oppgave 12. Elev2 og elev3 ble bedt om å hoppe over denne oppgaven.

I tillegg til fjerning av oppgave 12, ble det gjort store endringer i oppgave 6. Oppgaveteksten pilotdeltakerne fikk presentert i oppgave 12, var som følger; "Legg 12 gulrøtter i kurven, tell gulrøttene før du gir de til kaninen". Her var formålet at elevene først skulle telle opp 12 gulrøtter, og deretter benytte seg av en tellestrategi for å kontrollere at det var 12 gulrøtter før de ga gulrøttene til kaninen. Her så jeg at oppgaven ble tidkrevende, og i tillegg var det trege objekter og feil i noen av objektene. Kurven sa "nam nam" for hver gulrot som ble lagt i kurven, noe som gjorde at elev2 ble forstyrret flere ganger, og ble raskt ufokusert. Her var poenget at kaninen skulle si "nam nam" for hver gulrot den fikk slik at elevene fikk bekreftelse på at de hadde gitt en gulrot til kaninen. Kaninen hadde heller ikke den funksjonen den skulle ha, altså den spiste ikke gulrøttene, noe som gjorde det lite hensiktsmessig å gi gulrøttene til kaninen i utgangspunktet. Oppgave 6 ble derfor endret slik at oppgaveteksten ble "Gjør slik at det er 14 gulrøtter til sammen i kurven". Kaninen ble derfor fjernet fra oppgavedesignet, og designet viste nå en kurv med 3 gulrøtter i.

I tillegg ble det gjort forbedringer i de objektene som skapte problemer i pilotstudien, slik at objektene ble lettere å flytte på. Lyd til ekornet ble fikset slik at elevene fikk høre oppgaveteksten av ekornet, og det ble fjernet lyd på objekter som hadde uønsket lyd (som for eksempel kurven som sa "nam nam").

3.3 Valg av informanter

I denne studien har jeg brukt totalt 18 informanter mellom 6 og 7 år, fordelt på 1.- og 2.trinn i en barneskole i Norge. Denne studiens overordnede tema er tidlig tallforståelse, og det var derfor naturlig å velge elever fra de første trinnene i barneskolen. Grunnlaget for elevers tallforståelse dannes allerede før barnet begynner på skolen (Anghileri, J., 2006, s.19). Tidlig tallforståelse er derfor mest aktuelt å finne hos elever i de laveste trinnene på barneskolen, når elevene fortsatt er i en tidlig fase av deres utvikling av tallforståelse.

Det var til sammen ca. 50 elever som fikk forespørsel om å delta i denne studien, alle på 1. og 2.trinn. Dette resulterte i at 14 elever fra 1.trinn ønsket å være med i studien, i tillegg til ca. 20 elever på 2.trinn. Jeg valgte å sette søkelys på elevene fra 1.trinn i første omgang, og bestemte meg for å inkludere så mange 2.trinns-elever jeg fikk tid til etter at 1. trinn hadde deltatt. Til slutt stod jeg igjen med 13 elever fra 1.trinn og 5 elever fra 2.trinn. Alle elever som takket ja til å delta i studien fra 1.trinn har deltatt, med unntak av 1 elev, som trakk seg før undersøkelsen. De 5 elevene på 2.trinn ble valgt ut ved at jeg spurte tilfeldige elever fra deltakerlisten om å delta. Jeg hadde ikke tid til å ta flere enn 5 elever, så de resterende elevene fra 2.trinn fikk ikke deltatt i studien.

Jeg ønsket også at informantene mine skulle være informanter med kjennskap til digitale oppgavesett, og at nettbrett var et verktøy de var godt kjent med fra før. På den måten sparte jeg tid og ressurser på å gjøre elevene kjent med nettbrettet og hvordan det fungerer. Elevene i denne studien går på en skole hvor de bruker nettbrett i de laveste trinnene, også i matematikk. De bruker læreverket Dragon Box, og er derfor kjent med ulike funksjoner et nettbrett kan ha. Som f.eks. at du kan dra og flytte på objektene på skjermen.

3.3.1 Anonymitet

I denne studien har informantene fått navn tildelt etter rekkefølgen de gjennomførte oppgavene på nettbrettet. Elev1 var den første eleven som deltok, og elev18 var den siste eleven som deltok. På den måten sikrer jeg informantenes anonymitet og hvilken skole de tilfører. I transkripsjonene har jeg også endret elevers sitater dersom de har nevnt navn på andre elever eller lærere for å sikre anonymitet. Navn er da blitt endret til f.eks. elev3 dersom navnet til elev3 blir nevnt i en setning. I utklipp fra transkripsjoner og i denne teksten har jeg også latt kjønnet til elevene være ukjent, da jeg ikke ønsker å rette fokus mot forskjeller knyttet til kjønn, og jeg ser det lite relevant for denne studien å bruke pronomen som identifiserer elevenes kjønn.

3.4 Kvalitativt forskningsintervju

Kvale, referert i Cohen, Manion & Morrison (2018, s.506) skiller mellom to forskjellige tilnærminger til intervjuer. "Gruvearbeideren" som mener at informanten sitter med informasjonen, og at intervjuerens fokus er å hente frem informantens dyrebare kunnskap. "Den reisende" er opptatt av å dra på en "reise" med informanten som en partner til et ukjent land. "Gruvearbeideren" henter ut informasjon, mens "den reisende" bygger opp kunnskap sammen med informanten. Jeg har valgt å være "gruvearbeideren" i denne studiens intervjusituasjoner. Jeg stiller elevene spørsmål for å hente kunnskap om deres telling og tellestrategier underveis i oppgaveløsningene deres.

Intervjuene ble gjort underveis i oppgaveløsningen for hver enkelt elev. På den måten kunne jeg spørre elevene når de enda var i den aktuelle situasjonen jeg ønsket å få et større innblikk i. Ved å intervjue elevene i oppgaveløsningen var sjansen også minst mulig for at elevene skulle glemme hva de hadde gjort og tenkt underveis. Ulempen med å ta intervjuene underveis var at elevene ble ivrige etter å løse oppgavene, og å komme seg videre til neste oppgave, slik at det ikke alltid var like lett å få de til å fokusere på mine spørsmål knyttet til oppgaveløsningene deres. At oppgavesettet var digitalt, gav også utfordringer knyttet til intervjusituasjonen, fordi mange elever trykte seg videre til neste oppgave før jeg rakk å stille spørsmål til oppgaveløsningene deres. Dersom jeg forsøkte å spørre elevene om en tidligere oppgave, når de allerede var i gang med en ny oppgave, var det vanskelig å få svar. Elevene var da fullt fokusert på et nytt problem og en ny oppgavetekst, og jeg fikk derfor sjeldent svar på spørsmål knyttet til tidligere oppgaver.

Et intervju vil ofte være en ukjent situasjon for mange barn, og Morrison referert i Cohen m.fl. (2018, s.528) sier at det er flere bevisste handlinger som intervjueren kan gjøre for å løse dette. De nevner blant annet at det er en fordel å gjennomføre intervjuene på et kjent sted, og at intervjueren er et kjent fjes for elevene. I tillegg nevnes det blant annet at det er viktig å opplyse elevene om hvor viktig de er i forskningen, og at man gir positive tilbakemeldinger og kommentarer. For å gjøre elevene trygg på intervjusituasjonen der de skal sitte på et enerom sammen med meg, var jeg inne i klasserommet og ute i friminuttene sammen med elevene i 4 dager før jeg begynte selve innsamlingen av datamateriale. På den måten ble elevene kjent med meg som person, og intervjusituasjonen ble mer som en naturlig samtale. Intervjuene ble gjennomført på grupperom elevene var kjent til fra før av eller på SFO-rommet som elevene også var godt kjent med.

3.4.1 Intervjuguide

Spørsmålene jeg stilte elevene underveis i oppgaveløsningene, var situasjonspreget, og det var derfor ikke alltid slik at alle elevene fikk de samme oppfølgingsspørsmålene. Likevel hadde jeg en intervjuguide med noen eksempler på spørsmål jeg trodde ville være aktuelle. Dette er det Cohen m.fl. (2018, s.511), kaller et semistrukturert intervju. Emnene og oppgavene er gitt, men spørsmålene er åpne og ordlyden kan tilpasses hvert enkelt intervjuobjekt og svarene som gis. Jeg så det mest aktuelt å bruke denne typen intervju i dette tilfellet, da elevene vil komme med forskjellige løsninger og svar på oppgavene og spørsmålene jeg kommer med underveis. Spesielt oppfølgingsspørsmålene vil derfor måtte tilrettelegges hver enkelt elev. Intervjuguiden er vedlagt (vedlegg 2).

3.5 Observasjon

Observasjon som metode for forskning har potensiale til å gi mer gyldige eller autentiske data. Denne metoden for forskning kan gi en rik kontekstuell informasjon, muliggjøre førstehåndsdata som kan samles inn og kan tilby en mulighet for å dokumentere de aspektene ved virkeligheten som er verbale, ikke-verbale og fysiske (Cohen m.fl., 2018, s. 542-543).

For å kunne se hvilke tellestrategier elevene bruker, kreves det mer enn bare å se på elevenes ferdige produkt i en oppgave eller en situasjon der eleven har telt objekter. Jeg må se på selve prosessen hvor eleven bruker tellestrategier, og på den måten dokumentere hvilke strategier de bruker og hvordan. Observasjon er derfor en avgjørende del for innsamling av data i denne studien.

I en observasjonsprosess er det mange ulike faktorer som er involvert og som påvirker situasjonen i denne forskningsstudien. Alt etter observasjonens hensikt, og hva man ønsker å få ut av en observasjonssituasjon, må man ta stilling til om man bør ha en strukturert, semi-strukturert eller ustrukturert observasjon. Ifølge Cohen m.fl. (2018, s.543) vil en svært strukturert observasjon vite på forhånd hva den søker etter, og vil derfor ha observasjonskategoriene utarbeidet på forhånd. En strukturert observasjon vil også ha hypotesene sine bestemt på forhånd, og bruke observasjonsdataene for å bekrefte eller tilbakevise disse hypotesene. I denne studien er det brukt en strukturert observasjon med et observasjonsskjema som viser oversikt over alle oppgavene (vedlegg 3). Jeg leste meg opp på tellestrategier og telle-kompetanse, og laget meg kategorier med koder slik at jeg raskt kunne identifisere tellestrategier når elevene brukte de. Dersom jeg var usikker på hvilken kategori elevenes strategier kom under, fikk jeg elevene til å forklare hva de gjorde slik at lydopptaket fikk med seg hva elevene gjorde. På den måten kan jeg forsøke å plassere strategiene i kategori etter at intervjuet fant sted også. Jeg var helt avhengig av å bruke en strukturert observasjon i denne studien for å få mest informasjon ut av observasjonene mine. Dersom jeg hadde valgt en semi-strukturert eller ustrukturert observasjon, ville jeg måtte bruke mye mer tid på å notere ned hva jeg så, og kategoriseringen ville vært mer tidkrevende i ettertid. Jeg mener at en strukturert observasjon gir meg en "rikere" observasjon fordi jeg hadde koder å forholde meg til når jeg noterte (vedlegg 5), slik at noteringen gikk raskt, og jeg måtte bruke minst mulig tid på å skrive ned elevenes handlinger underveis.

Cohen m.fl. (2018, s.543) skiller mellom ulike roller forskeren kan ha under en observasjon. Den fullstendige deltakeren, deltaker som observatør, observatør som deltaker eller den fullstendige observatøren. I denne studien valgte jeg å være en deltaker som observatør, fordi jeg ønsket å være tett på elevene når jeg observerte de, noe som var nødvendig for å få et innblikk i tellestrategiene de brukte og for å gjennomføre det semistrukturerte intervjuet samtidig. Ved å være en deltakende observatør får jeg informasjon om elevenes kroppsspråk, noe som er viktig informasjon å innhente i denne studien. Dersom en elev teller på fingrene eller peker på skjermen uten berøring av objektene, vil ikke dette oppfanges av det digitale verktøyet eller lydopptaket. Dette er informasjon jeg som observatør må registrere. Ved å være en deltakende observatør kunne jeg få informasjon fra deltakerne som jeg ellers ikke ville fått (Cohen, m.fl., 2018, s.543). Observasjonen foregikk samtidig som den pedagogiske aktiviteten, noe Bjørndal (2012, s.32) skildrer som observasjon av andre orden. Observasjonen er da en komplementær og sidestilt oppgave med undervisningen eller veiledningen.

Jeg tror også at elevene vil føle seg tryggere i en situasjon der jeg som observatør er delaktig i situasjonen, og ikke bare sitter i bakgrunnen uten å delta i samtaler og diskusjoner. Det vil være en mer naturlig situasjon for elevene dersom jeg sitter sammen med de, og har en samtale med de underveis i prosessen av oppgaveløsningene deres. Ulempen med denne typen observasjon, er at man ikke har like god tid til å notere ned viktig informasjon elevene kommer med, og det vil derfor være nyttig med et lydopptak av samtalene som oppstår underveis. I denne studien har jeg valgt å ikke bruke videoopptak, fordi det kan være et forstyrrelsesmoment for elevene dersom de ikke er vant med å bli filmet. Noen elever kan også bli mer opptatt av selve videokameraet enn å jobbe med oppgavene jeg gir de, og mye tid vil gå bort i å prøve å få elevene til å fokusere på det de skal. Jeg vet også av erfaring at videoopptak er noe mange mener er "skummelt", og i frykt for å få mindre deltakere som godtok å delta i studien, valgte jeg å ikke bruke videoopptak som observasjonsverktøy i denne studien.

3.5.1 Lydopptak som observasjonsverktøy

For å dokumentere samtalen mellom meg og eleven, brukte jeg lydopptak som supplerende observasjonsverktøy. Lydopptaket gjorde at jeg ikke trengte å notere ned det verbale språket fra elevene, og kunne derfor notere ned kun de fysiske og non-verbale observasjonene fra elevene. Kombinasjonen av deltaker som observatør og lydopptak gjør at jeg får med meg både verbale, non-verbale og fysiske handlinger fra elevene.

3.6 Reliabilitet og validitet

Om denne studien kan oppfattes som riktig eller ikke, kobles opp mot kvaliteten på studien.

Begrepet reliabilitet kan kobles til resultatenes pålitelighet, og om de kan reproduseres ved en senere anledning. Innenfor studiens reliabilitet er man opptatt av at studien må demonstrere at hvis den skulle gjennomføres på en lignende gruppe med deltakere i en lignende kontekst, ville lignende resultater bli funnet (Cohen m.fl., 2018, s.268).

Uttrykket "reliabilitet" for kvalitativ forskning er bestridt, men Denzin og Lincoln, referert i Cohen m.fl. (2018, s270) antyder at reliabilitet som reproduserbarhet i kvalitativ forskning kan adresseres på flere måter;

- stabilitet av observasjoner (om forskeren ville ha gjort de samme observasjonene og tolkningen av disse hvis de hadde blitt observert på et annet tidspunkt eller et annet sted),

- parallelle former (om forskeren ville ha gjort de samme observasjonene og tolkningene av det som hadde blitt sett om hun hadde lagt merke til andre fenomener under observasjonen),

- interrater-pålitelighet/reliabilitet (om en annen observatør med samme teoretiske rammeverk og som observerer de samme fenomenene ville ha tolket dem på samme måte).

I denne studien vil deltakernes tellestrategier og tellekompetanse komme frem i datamaterialet. Dersom noen skulle gjennomført en studie på en lignende elevgruppe i en lignende situasjon, vil det nok være stor sannsynlighet for at den senere studien ikke finner de samme observasjonene og tolkningene som jeg har gjort i denne studien. En annen elevgruppe i samme alder vil kunne komme med mange av de samme tellestrategiene, men det kan være variasjoner i hvor hyppige de er og hvilke tellestrategier som kommer frem i datamaterialet. I tillegg har jeg som forsker påvirket datamaterialet i denne studien helt fra jeg begynte å samle inn datamaterialet. Dersom en annen forsker hadde gjennomført studien på samme elevgruppe og til samme tid, ville det nok derfor også vært forskjellige tolkninger på datamaterialet. Det er dermed vanskelig å få reprodusert samme resultater i en lignende kvalitativ studie.

Validitet er en viktig nøkkel til effektiv forskning. Dersom en studie ikke er gyldig, er den heller ikke verdt noe. En studie er definert som gyldig dersom begrunnelsene er forsvarbare, og hvis konklusjonene som er trukket og forklaringene som gis, kan sette deres grunnlag i møte med konkurrerende konklusjoner og forklaringer (Cohen m.fl., 2018, s.245).

For å kunne sikre en så god validitet som mulig i denne kvalitative studien, er det viktig at jeg som forsker er objektiv når jeg håndterer datamaterialet. Men det kan være vanskelig å forholde seg objektivt til data uten å trekke inn egne erfaringer eller meninger i tolkningsprosessen.. Maxwell, referert i Cohen m.fl. (2018, s.247) antyder at "forståelse" er et mer passende begrep i kvalitativ forskning, fordi vi som forskere er en del av verden som vi forsker på, og kan derfor ikke være helt objektive. I en kvalitativ studie er derfor andres perspektiver like gyldige som mitt perspektiv i denne studien. Validiteten knyttes da til tolkningene jeg som subjekt har gjort av dataene og konklusjonene jeg har trukket frem fra dataene. Det kreves da at jeg som forsker er så ærlig som mulig i selvrapporteringen av forskningsdeltakerne.

I denne studien så jeg på elevenes tellestrategier og deres tellekompetanse. Validiteten eller gyldigheten til denne studien avhenger da om jeg har vært fokusert nok under observasjonene mine, og notert ned all relevant informasjon knyttet til problemstillingen min. Dersom dette ikke er gjort, vil det kunne være hull i funnene mine fordi jeg ikke har dekket “hele bildet” av elevenes tellestrategier og tellekompetanse. I tillegg har jeg som forsker gjennom hele tolkningsprosessen ubevisst påvirket konklusjoner og tolkninger av dataene i denne studien.

3.7 Forskerrollen

Som forsker har jeg en sentral rolle i skapelsen av kunnskap i denne studien. Som forsker har jeg påvirket med blant annet egne verdier, kunnskap, bakgrunn, tro, teorier, alder, kjønn, teorier og erfaringer inn i forskningssituasjonene. Hva jeg har fokusert på, hva jeg ser, hvordan jeg forstår, beskriver, tolker og forklarer er formet av meg og hva jeg bringer til situasjonen. Dette påvirker hvert eneste trinn i forskningen, inkludert forholdet til deltakerne, datainnsamlingen, analyse og tolkning (Cohen m.fl., 2018, s.302-303).

I denne studien er det nok flere faktorer som har påvirket de ulike trinnene i studien. Alder kan være en faktor her. Jeg og elevene snakker ikke samme “språk”, og det kan derfor være vanskelig både for elevene å forklare seg til meg og forstå meg, og omvendt. I tillegg vet jeg at det er viktig å være et kjent ansikt for elevene. Jeg gjorde derfor tiltak i forkant av undersøkelsen for å bli så kjent som mulig med elevene. Dette gjorde jeg ved å være på besøk hos skolen et par dager før undersøkelsen startet. Jeg ble på den måten kjent med elevene, og fikk delta i noen av matematikkøktene deres, slik at jeg hadde noe kunnskap om hva de kunne fra før. Jeg mener at de få dagene jeg var der før datainnsamlingen startet, bidro til å skape en viss trygghet i forholdet mellom meg og elevene som deltok i studien. Jeg tror også at dersom jeg hadde tatt meg bedre tid til å bli kjent med elevene, ville ført til en “løsere” samtale under datainnsamlingen. På den måten kunne jeg kanskje fått rikere informasjon fra elevene under intervjuene.

Jeg mener også at rammeverket jeg har brukt har påvirket studien på den måten at jeg stort sett har fokusert mest på de tellestrategiene rammeverket nevner, og derfor kanskje ikke alltid sett de alternative tellestrategiene elevene har brukt.

3.8 Dataanalyse

Analysene av resultatene i studien er todelt. Først gjorde jeg en kvalitativ analyse av hvert enkelt elevintervju og observasjonsskjema. Den kvalitative analysen av dataene ga meg oversikt over elevenes tellestrategier og i hvilke oppgaver strategiene ble brukt. Det ga grunnlag for å kunne kategorisere funnene og sette de inn i tabeller.

3.8.1 Kvalitativ analyse av elevintervjuer og observasjonsskjema.

Kvalitativ analyse inkluderer blant annet organisering, beskrivelse og forståelse av dataene (Cohen, m.fl., 2018, s.643). Denne prosessen er en gjentagende prosess, der forskeren må lese, reflektere rundt og tolke dataene i flere omganger (Cohen, m.fl., 2018, s.645). Etter å ha studert intervjuene og observasjonsskjemaene, fikk jeg et bilde av hvilke tellestrategier elevene brukte, og i hvilke oppgaver de ble brukt. På grunnlag av funnene i intervju og observasjonsskjemaene, fant jeg at elevene brukte et større utvalg tellestrategier enn hva Ostad (1991) viser til, og jeg måtte derfor danne nye kategorier for tellestrategier. Strategiene ble satt inn i en tabell (tabell 4) som viser oversikt over tellestrategier og hvilke oppgaver de er brukt i. Etter å ha satt funnene i system, kom det frem at antall strategier varierte fra oppgave til oppgave. Dette ga grunnlag til å lage en oversikt over hvilke strategier som viser seg i hvilke oppgavetyper (tabell 5).

I en observasjonssituasjon er det mulig å undersøke hva mennesker gjør, sier eller skriver, men ikke hvordan de tenker (Säljö, 2010, s.120). Det er altså ikke mulig å si noe om hva elevene tenker. Analysen i denne studien har derfor fokus på hvilke tellestrategier elevene faktisk viser. For å sikre dette på best mulig måte, har jeg gjennom hele prosessen hatt fokus på å se på elevbesvarelsene objektivt. I observasjonsskjemaene registrerte jeg hva elevene gjorde, lydopptakene registrerte hva elevene sa.

3.8.2 Transkripsjoner

Ved utarbeidelse av data, bør forskeren vurdere om transkribering av intervjudataene. Transkripsjoner kan gi viktige detaljer og en nøyaktig oversikt over verbalt språk gjennom intervjuet. På den andre siden utelater transkripsjonene ikke-verbale aspekter, hva som kan ha funnet sted før eller etter intervjuet og kontekstuelle trekk ved intervjuet (Cohen, m.fl., 2018, s.646). Transkripsjonene i denne studien er gjort med hensikt om å danne et størst mulig bilde av intervjusituasjonen. De ikke-verbale aspektene som transkripsjonen ikke får med seg, ble registrert gjennom observasjonsskjemaene.

Et viktig trekk ved kvalitativ forskning, er at analysen ofte begynner tidlig i datainnsamlingsprosessen, slik at generering av teori kan gjennomføres. Her blir feltnotater tatt fra hverandre, koblet, kontrastert og sammenlignet, før hovedpoengene for fenomenene fra undersøkelsen legges frem (LeCompte & Preissle, 1993, s.237-253). Detter settes grupper eller deler av dataene sammen, og det lages en sammenhengende helhet (f.eks. gjennom å skrive et sammendrag av hva som er funnet.) Intensjonen i denne prosessen er å gå fra beskrivelse til forklaring til teori-generering (Cohen, 2018, s.647-648). Etter undersøkelsen, brukte jeg god tid på å lese transkripsjonene og observasjonsskjemaene for å lete etter tellestrategier eller utsagn hvor elevene viste til tellekompetanse. Det ble laget en grovskisse over funnene som var mest aktuelle. Disse funnene ble notert ned med elev X og i hvilken oppgave funnet var gjort. Gjennom denne prosessen måtte ny teori innhentes, etter hvert som nye aktuelle funn ble oppdaget. Til slutt satt jeg igjen med en oversikt over aktuelle funn, og en liste med teori og litteratur som kunne brukes til å underbygge funn og påstander som presenteres i analysen.

Jeg valgte å skrive transkripsjoner av lydopptakene selv. Årsaken til at jeg valgte å skrive transkripsjonene selv, var at jeg ønsket å følge dataene hele veien fra gjennomføring av undersøkelsen, og frem til presentasjon i oppgaven. Ved å transkribere lydopptakene selv, fjernet jeg deler av samtalene som ikke omhandlet matematiske samtaleemner. Der dette er tilfelle, er det registrert i transkripsjonene.

3.9 Etiske overveielser

Etikk omhandler det som er godt og vondt, rett og galt. Etisk forskning dreier seg om hva forskeren bør og ikke bør gjøre i sin forskning og forskningsatferd. Etiske spørsmål er sjelden like enkle som reglene tilsier, og det er opp til hver enkelt å ta ansvar for beslutningene de tar om etiske forhold og handlingene knyttet til disse beslutningene (Brooks, referert i Cohen m.fl., 2018, s.111). Jeg har tatt etiske overveielser rettet mot deltakernes anonymitet, forberedelser og planlegging av studien, valg av metode og gjennomføring av datainnsamling og behandling av datamaterialet. Studien er meldt til Norsk Senter for Forskningsdata (NSD), og blitt godkjent der. Dataene som er brukt i studien er anonymisert og vil ikke være identifiserbare. Dataene er også oppbevart og behandlet på en slik måte at de kun har vært tilgjengelig etter tillatelsene og kravene som er gitt av NSD.

3.9.1 Samtykke

Samtykkeskjema ble godkjent av NSD (vedlegg 4) og sendt ut til foresatte på 1. og 2. trinn ved skolen jeg samarbeidet med. Selv om foresatte hadde undertegnet og samtykket til at eleven kunne delta på studien, brukte jeg tid på å forklare elevene at de har lov til å si nei, og at dette ikke skulle være noe de skulle oppleve som ubehagelig på noen måte. Dette var en av mange etiske overveielser, og jeg ønsket å informere om denne frivillige deltakelsen for å vise elevene at dette er noe de selv må kjenne på om er riktig eller ikke for akkurat dem. Under gjennomføringen av datainnsamlingen var det 1 elev som ytret at hen ikke ville delta på prosjektet likevel. Lærer på trinnet snakket med eleven og tilbød seg å gjennomføre oppgavesettet sammen med eleven, også uten at jeg var til stede, men eleven ønsket ikke å gjennomføre. Jeg forklarte denne eleven at dette er helt greit, og at det er hen selv som bestemmer.

4 Analyse og drøfting

Forskningsspørsmålet i denne studien var: *«Hvilke tellestrategier bruker noen elever fra 1. og 2.trinn i arbeid med digitale oppgavesett?»*

For å kunne svare på dette, presenterer jeg i dette kapittelet funn knyttet til problemstillingen min. Først presenterer jeg en tabell som viser resultatene av hvilke tellestrategier elevene har brukt, og i hvilke oppgaver de ble brukt.

Kapittelet er delt opp slik at tellestrategiene og bruken av strategiene presenteres én etter én og drøftes opp mot faktorer knyttet til tellekompetanse som er presentert i teori-kapittelet. Fremstilling av resultatene knyttet til bruk av tellestrategier danner også grunnlag for å kunne si noe om hvordan oppgavesettet skaper mulighet for bruk av tellestrategier i digitale oppgavesett, og hvilke oppgavetyper som er mest gunstige dersom man ønsker å se på elevenes tellekompetanse og telle-register.

4.1 Hvilke tellestrategier ble brukt av elevene?

Tabell 4 viser en oversikt over hvilke kategorier av tellestrategier jeg fant i mine observasjoner av elevenes oppgaveløsninger. Dersom man leser tabellen loddrett, vil man se hvilke strategier som er brukt på den bestemte oppgaven og hvor mange ganger strategien er brukt på nettopp den oppgaven. Dersom man leser tabellen vannrett, kan man se hvor mange ganger den bestemte strategien er brukt og i hvilke oppgaver den er brukt. Videre presenterer jeg nå hver enkelt strategi fra tabell 4 og de sentrale funnene knyttet til denne strategien.

Oppgavenummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	13	14	15	16	17	Totalt antall*
TAFI-strategien	3		2			2						4	2	1		2	16
TV-strategien			11	1		14						4	3	1		7	41
Min.-strategien												1	2				3
TN-strategien	2	4	5	3		2	2		1	1	2	4	4	2		6	38
Peketelling	3	14	8		4	4	4		7	5		5	4	7	1	10	76
Fingertelling	1			1							1	4	1	3		1	12
Flyttetelling		13	1			4			12	17		6					53
Hoppetelling										2		1	1	1			5
"Jeg bare vet"	1											1	6				8
Estimering												1					1
Syst. Utforsking												2	2				4
Totalt**	10	31	27	5	4	26	6	0	20	25	3	33	25	15	1	26	

Tabell 4: oversikt over bruk av strategier.

*totalt antall ganger denne strategien er brukt.

**totalt antall ganger det er brukt observerbare strategier i den gitte oppgaven.

4.1.1 TAFI-strategien

TAFI-strategien er en forkortelse for «å telle alt, og forfra igjen». Elever som bruker denne strategien teller først opp to mengder med objekter, før de til slutt teller alle objektene for å finne summen av objektene i samlingen (Ostad, 1991, s.80). I tabell 4 kan vi se at TAFI-strategien ble brukt totalt 16 ganger gjennom alle oppgavene i dette oppgavesettet. Strategien ble brukt i 7 forskjellige oppgaver. De 7 forskjellige oppgavene var oppgave 1, 3, 6, 13, 14, 15 og 17.

Tabell 4 viser at det var i oppgave 13 TAFI-strategien ble hyppigst brukt. Her er strategien blitt benyttet av 4 av totalt 18 elever. Oppgave 13 er en oppgave der elevene skal lage to mengder og deretter bestemme den endelige mengden til slutt. Elevene som bruker TAFI-strategi her, teller først opp mengdene de skal ha, og teller deretter alle objektene for å forsikre seg om at den totale mengden er riktig. Det er ikke overraskende at det er i en oppgave som oppgave 13, at TAFI-strategien er hyppigst brukt. Ifølge Fosnot, referert i Andersen (2017, s.7) vil det i oppgaver hvor det skal lages mengder og det endelige antallet av en eller flere mengder skal bestemmes, ofte bli brukt TAFI-strategi blant barn. I utklippet av samtalen mellom meg og elev13 nedenfor, viser elev13 hvordan hen løser oppgave 13 ved å bruke TAFI-strategien.

124. Ekornet: Legg seks gulrøtter og tolv epler i kurven. Hvor mange blir det til sammen?
125. Elev13: Seks gulrøtter og …
126. Ekornet: Legg seks gulrøtter og tolv epler i kurven. Hvor mange blir det til sammen? [eleven trykker på ekornet].
127. Elev13: En, to, tre, fire, fem, seks …
128. Ekornet: Legg seks gulrøtter og tolv epler i kurven. Hvor mange blir det til sammen? [eleven trykker på ekornet].
129. Elev13: En, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte …
130. Ekornet: Legg seks gulrøtter, og tolv epler i kurven. Hvor mange blir det til sammen? [eleven trykker på ekornet].
131. Elev13: En, to, tre, fire, fem, seks, sju, åtte … ni, ti, elleve, tolv … en, to, tre, fire, fem, seks, sju, åtte, ni, ti, elleve, tolv, tretten, fjorten, femten, seksten, sytten, atten. Atten.
132. L: Ja. Da kan du trykke på det tallet som sier hvor mange det er til sammen.
133. Elev13: En, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni, ti, elleve, tolv, tretten, fjorten,
femten, seksten, sytten, atten.
134. Svaralternativ: Tretten [eleven trykker på 13].
135. Svaralternativ: Tolv [eleven trykker på 12].
136. Svaralternativ: Atten [eleven trykker på 18].

Som vist i samtalen ovenfor, bruker eleven TAFI-strategi for å løse oppgave 6. I replikk 127 teller eleven først opp antall gulrøtter, i replikk 129 teller eleven opp antall epler, og i replikk 131 gjør eleven to forsøk på å telle alle objektene for å finne det totale antallet epler og gulrøtter. I replikk 131 avslutter eleven med å gjenta det siste tallordet «atten», og kan derfor kobles opp mot kardinalitetsprinsippet (Anghileri, 2000, s.27). Eleven har telt opp antall objekter i settet og når hen avslutter med å gjenta det siste tallordet i tellesekvensen, tolker jeg det som at eleven konkluderer med at det er 18 objekter totalt i samlingen den nettopp har telt. Eleven har i dette utklippet av samtalen fra oppgave 6, vist at hen har evne til å vise kardinalitet og systematisk telling (Griffin, referert i Andrews & Sayers, 2015, s.259) ved å telle oppover fra 1 uten noen feil i tellerekka. Eleven viser at hvert tall inntar en fast plass i sekvensen, og dette bekreftes ved at eleven teller med samme sekvensen alle gangene hen teller fra 1 og oppover til 6, 12 og 18. Ifølge Clements & Sarama (2009, s.36-41) er denne eleven en «counter from 1», fordi den starter tellesekvensen på 1. En videreutvikling av elevens tellekompetanse her, ville vært å bruke TV-strategien. Eleven kunne da telt videre fra 6 eller 12 opp til 18. Denne videreutviklingen vil foregå i en akkomodasjonsprosess der eleven utvider sitt skjema (Imsen, 1998, s.92-93) for tellestrategien TAFI, og innser at tellingen kan effektiviseres ved å bruke TV eller MIN-strategi.

Senere i samtalen (replikk 132-136) kommer det frem at eleven kanskje er litt usikker på hvor mange objekter det var likevel, eller at eleven nå har glemt hvor mange objekter det faktisk var. Eleven teller derfor alle gulrøttene og eplene på nytt ved å flyttetelle. Når eleven skal velge riktig svaralternativ, bruker eleven tre forsøk på å finne tallet 18. Det er viktig å merke seg at for hver gang eleven trykker på et svaralternativ får eleven høre hva tallet heter. Når eleven først trykker på 13 og 12 som svaralternativ i denne oppgaven, tolker jeg dette som at eleven ikke kjenner helt til tallsymbolene i denne oppgaven. Eleven vet ikke hvordan tallet 18 ser ut, og den auditive støtten er her avgjørende for at eleven skal kunne svare riktig på oppgaven. Dersom denne eleven har problemer med korrespondansen mellom tallnavn og, eller, symbol og mengden som er representert, er det sannsynlig at denne eleven senere opplever matematikkvansker (Andrews & Sayers, 2015, s.259). At eleven ikke husker eller ikke vet hvordan tallsymbolet 18 ser ut, tyder på at hen ikke har tilegnet seg figurativ kunnskap for symbolet 18 enda (Imsen, 1998, s.94; Hundeide, 1973, s.25-26).

Sett bort ifra oppgave 15, er de 6 andre oppgavene hvor det er brukt TAFI-strategi, definert som "give-me-oppgaver». Dette er oppgaver hvor elevene skal telle opp et gitt antall objekter, og i noen av oppgavene også angi hvor mange objekter det er til sammen dersom det er flere typer objekter eller samlinger de har telt opp. Denne typen oppgaver, hvor man skal lage mengder og bestemme det endelige antallet i mengden, er en utfordring for barn. Og elevene vil derfor telle flere ganger, gjerne tre ganger for å finne ut om antallet stemmer (Fosnot, referert i Andersen, 2017, s.7). Det er dette elevene som har brukt TAFI-strategien har gjort i disse oppgavene. De har telt tre ganger for å forsikre seg om at antallet stemmer, og på den måten benyttet seg av det Ostad (1991) definerer som en TAFI-strategi. Hvordan elevene teller i disse oppgavene varierer mellom peketelling, TN-telling, fingertelling og flyttetelling.

I beskrivelsene og tolkningene av elevenes bruk av TAFI-strategi i dette digitale oppgavesettet, kan det konkluderes med at oppgavesettet åpner for at elevene kan vise evne til kardinalitet, systematisk telling, bevissthet om forholdet mellom tall og mengde og figurativ kunnskap.

4.1.2 TV-strategien

TV-strategien, også kalt telle videre strategien, ble brukt totalt 41 ganger gjennom alle oppgavene. I tabell 4 viser oversikten at strategien er brukt i 7 ulike oppgaver.

Tabell 4 viser at det er i oppgave 3 og 6 at TV-strategien er hyppigst brukt. Dette er begge «give-me-oppgaver» der det allerede er f.eks. 7 epler på treet, og elevene får beskjed via oppgaveteksten at de skal gjøre slik at det er 17 epler til sammen på treet. Det er allerede noen objekter som vises på skjermen, som elevene må telle eller på annen måte bestemme antall objekter som eventuelt mangler for å kunne få det eksakte antallet objekter som oppgaveteksten sier. I oppgave 3 og 6 ble TV-strategien brukt 11 og 14 ganger. Elevene som har brukt denne strategien i de to oppgavene, har da telt eller subitizet antall objekter som allerede er på skjermen, og telt videre oppover for å få det totale antallet objekter som oppgaveteksten ba om. To ulike eksempler på dette kan vises i utklipp av samtalene mellom meg og elev18, og meg og elev11.

15. Ekornet: Gjør slik at det er sytten epler til sammen på treet.
16. Elev18: Oi, der var det en, to, tre, fire, fem, seks, syv.. syv epler.
    Og jeg skal ha sytten … Åtte, ni, ti, elleve, tolv, tretten, fjorten, femten, seksten, sytten.

    I samtalen med elev18 i oppgave 3, ser jeg at eleven teller antall epler som allerede er på trærne høyt, og gjentar det siste tallordet hen sier. Eleven viser her evne til systematisk telling, og kardinalitet (Andrews & Sayers, 2015, s.259). Deretter teller eleven videre fra syv, og oppover til sytten samtidig som eleven legger på ett og ett eple. Eleven viser her en form for objekt-telling (Clements & Sarama, 2009, s.21) ved å navngi hvor mange objekter det er på treet fra før av, og deretter koordinere verbal telling med objekter ved å telle videre oppover samtidig som eleven legger på ett og ett eple på treet opptil 17. Elever som koordinerer verbal telling, og objekter på denne måten som elev18 viser her, er en metode for å kvantifisere grupper som er større enn samlinger man kan subitize, og er en nødvendig byggestein for alt videre arbeid med tall (Clements & Sarama, 2009, s.21). Elev18 har her telt opp den første mengden, for så å telle videre, noe som er et viktig landemerke i elevers utvikling av tellestrategier (Fosnot, referert i Andersen, 2017, s.7).

Elev 18 har trolig brukt alle de tre første telleprinsippene til Gelman og Gallistel i sin oppgaveløsning i oppgave 3. De tre prinsippene eleven bruker, er en-til-en-prinsippet, prinsippet om stabil rekkefølge og kardinalprinsippet (Gelman & Meck, 1983, s.343-344). Det vi ikke vet ut ifra transkripsjonen er om eleven bruker en-til-en-prinsippet, fordi dette ikke kommer til uttrykk i samtalen. Ifølge mine observasjonsskjemaer av elev 18 sine oppgaveløsninger, ble det registrert at eleven her brukte peketelling for å støtte sin tellesekvens. Eleven viste til en-til-en-prinsippet ved å peke på eplene under telleprosessen.

I samtalen med elev11 som vises nedenfor, ser jeg at denne eleven ikke teller de syv eplene som allerede er på treet.

13. Ekornet: Gjør slik at det er sytten epler til sammen på treet.
14. Elev11: Der er syv … åtte, ni, ti, elleve, tolv, tretten, fjorten, femten, seksten, sytten.
15. L: Jeg så at du ikke telte de eplene som var på treet fra før av. Så du hvor mange det var?
16. Elev11: Mhm.
17. L: Så du trengte ikke telle? Hvordan så du at det var syv epler der da?
18. Elev11: Jeg så at det var fire der, også pluss tre. Og det vet jeg er syv til sammen.

Her subitizer eleven de 7 eplene før den teller videre fra syv og opp til 17. Som vist i replikk 18, ser jeg at elev11 ser på helheten 7 som to deler, 4 epler og 3 epler, og setter de to delene sammen til 7 epler. Dette er en konseptuell metode for subitizing (Clements & Sarama, 2009, s.9-10). Eleven subitizer to grupper med epler, og vet at 4+3=7, og teller seg videre oppover fra 7 opptil 17. I tillegg til å bruke en konseptuell metode for subitizing her, henter eleven også frem noen av sine deklarative kunnskaper i denne oppgaveløsningen. Eleven vet at 3+4=7, og behøver derfor ikke å benytte seg av f.eks. fingertelling for å sette samlingene av 3 epler og 4 epler sammen til én mengde. At elev11 sier den vet at 3+4=7, kan bety at denne eleven forstår at tallet 7 kan dekomponeres og komponeres ved hjelp av mengdene 3 og 4. Denne tvetydigheten når det gjelder å tolke symbolikk på denne fleksible måten, er roten til vellykket matematisk tenkning (Anghileri, 2000, s.36-37). Eleven viser her altså i denne oppgaven ved å bruke TV-strategien at den har evne til å bruke konseptuell subitizing, fremhente deklarative kunnskaper og komponere og dekomponere tallet 7.

Både i oppgave 4 og 15 er strategien brukt én gang. I utklippene fra samtalen mellom meg og elev 9 og meg og elev 13 vises det hvordan strategien ble brukt i de to ulike oppgavene.

46. Ekornet: Gi apen åtte bananer.
47. Elev9: Hvor er det bananer?
48. L: De ligger i kurven der.
49. Apen: Nam-nam
50. Apen: Nam-nam
51. Apen: Nam-nam
52. Ekornet: Gi apen åtte bananer.
53. Elev9: Jeg har tatt tre. Fire, fem, seks, sju, åtte [apen sier nam-nam for hver banan den får].
54. L: Okey. Hvorfor brukte du fingrene når du telte nå da?
55. Elev9: Slik at jeg skulle vite hvor mange jeg hadde gitt.
56. L: Ja.

Elev9 har her brukt TV-strategien i oppgave 4, som er en «give-me-oppgave». Eleven gir først apen tre bananer, trykker deretter på ekornet for å høre enda en gang hvor mange bananer apen skulle ha, og teller deretter videre fra 3 og opp til 8. Eleven ser ut til å raskt kunne si hvilket tall som kommer etter tallet 3 her (replikk 53), og dette kan tyde på at denne eleven innehar aritmetisk oppnåelse og addisjonshastighet (Clements & Sarama, 2009, s.64). Denne eleven, og andre elever som bruker denne strategien, har utviklet en essensiell ferdighet i møte med addisjon, fordi TV-strategien er en effektiv strategi i de tidlige fasene i addisjon (Anghileri, 2000, s.33).

Eleven bruker i tillegg fingrene som støtte i denne oppgaven, noe som ofte vil være nyttig for elevene for å holde rede på tallordene som kommer videre i tellingen (Anghileri, 2000, s.33). Denne eleven brukte fingrene for å holde rede på hvor mange bananer den hadde gitt apen, muligens fordi bananene forsvinner etter hvert som de blir gitt til bananen. Denne måten å holde rede på objekter som forsvinner/ blir usynlige for eleven, kan kobles opp mot nivået «counter of imagined items» i Clements & Sarama (2009) sin tellesti. Forskjellen i dette tilfellet, og det som beskrives i tellestien er at eleven bruker fingre for å holde rede på objektene som ikke synes lengre, i stedet for å peke på gjemte objekter. Eleven bruker her en kombinasjon av TV-strategien med fingertelling som støtte i telleprosessen.

I bruk av TV-strategien, kommer det frem i elevenes oppgavebesvarelser at oppgavesettet åpner opp for bruk av og utvikling av flere aspekter ved telling og tallforståelse. Blant funnene er de tre første prinsippene for telling, systematisk telling, objekt-telling, verbal-telling, konseptuell subitizing, deklarative kunnskaper og tallgjenkjennelse gjennom dekomponering og komponering av tallet 7.

4.1.3 Min-strategien

Minimum tellesteg-strategien ble brukt 3 ganger, én gang i oppgave 13 og to ganger i oppgave 14. Det oppgave 13 og 14 har til felles, er at de begge er en kombinasjon av "give me"- og "tell me"-oppgaver. I oppgave 14 skal elevene pynte juletreet med tre gule og fem blå kuler, og finne ut hvor mange kuler det er til sammen. I oppgave 13 skal elevene legge 6 gulrøtter og 12 epler i en kurv, og finne ut hvor mange det blir til sammen. Denne strategien ble altså brukt tre ganger, men det var bare to elever som brukte den. Elev8 brukte strategien i oppgave 13 og oppgave 14, mens elev18 brukte den i oppgave 14.

Nedenfor vises utklipp fra samtalene mellom meg og elev8.

144. Ekornet: Legg seks gulrøtter og tolv epler i kurven. Hvor mange er det til sammen?
145. Elev8: Oi … Hvor mange blir det til sammen?
146. Ekornet: Legg seks gulrøtter og tolv epler i kurven. Hvor mange blir det til sammen?
147. Elev8: En, to, tre, fire, fem, seks … en, to, tre, fire, fem, seks, sju, åtte, ni, ti, elleve, tolv … sånn, ferdig..
148. L: Ja, også … [blir avbrutt av eleven].
149. Elev8: Også … ehm … tolv … en, to, tre, fire, fem, seks, sju, åtte, ni, ti, elleve, tolv [teller veldig raskt til tolv, uten å peke på gulrøttene. Sier bare tallremsen opp til tolv] ... tretten, fjorten, femten, seksten, sytten, atten. Atten … Atten.
150. Svaralternativ: Atten [eleven trykker på 18].

I samtalen ovenfor viser elev8 i replikk nr. 149 at hen ønsker å telle videre fra 12 i oppgave 13. Eleven teller raskt opp til tolv, også teller eleven videre opp til 18. Det er usikkert hvorfor eleven telte opp til tolv, da den først sier "tolv" og jeg var forberedt på at eleven bare skulle telle videre direkte fra 12. Eleven sier tallrekka opp til 12 veldig fort, og ifølge mine observasjoner, peker eller henviser ikke eleven til de 12 gulrøttene når den teller opp til 12 heller. Det ser ut til at oppramsingen av tallrekka var nødvendig for eleven for å kunne fortsette å telle videre fra 12 her. Dette kan tyde på at eleven ser på telling som en prosedyre som starter med å telle fra 1. Eleven viser i så fall at det er utfordrende å måtte starte å telle fra 12, og velger heller å telle fra 1. Å telle fra et annet tall enn 1 er svært krevende (Anghileri, 2000, s.33), og det ser ut til at denne eleven ikke er helt trygg på Min-strategien enda, og velger å støtte seg på telleremsen ved bruk av verbal-telling med start fra 1 (Clements & Sarama, 2009, s.21).

Nedenfor vises samtaleutdraget fra transkripsjonen av elev 8.

155. Ekornet: Pynt juletreet med fem blå og tre gule kuler. Trykk på tallet som sier hvor mange det er til sammen.
156. Elev8: [eleven teller stille] [stille i 20-30 sekunder].
157. Elev8: Åtte.
158. Svaralternativ: Åtte [eleven trykker på 8].
159. L: Ja, hvordan fant du ut det?
160. Elev8: Hm … fordi, jeg bare telte. Jeg telte sånn … fem … seks, sju, åtte.

Eleven har her telt videre fra 5 og telt tre oppover fra 5. Eleven bruker altså minimum tellesteg når den teller videre ved å starte på det største tallet og telle videre derfra med 3 tellesteg. Dette er en videreutvikling eller effektivisering av TV-strategien. TV-strategien krever ikke at eleven bruker minst mulig tellesteg, og vil derfor ikke være like effektiv som MIN-strategien. Det kan her tenkes at elever som bruker Min-strategien, har oppdaget at det er mer effektivt å bruke minimum antall tellesteg i en telleprosess, og har derfor tilpasset sine skjemaer og vært gjennom en akkomodasjonsprosess for å videreutvikle sine tellestrategier (Imsen, 1998, s.92-93). Elev 8 viste i forrige samtaleutklipp antydninger til å ha problemer med å telle videre fra tall over 10, men viser her at det ikke er vanskeligheter med å telle videre fra 5. Likevel er eleven stille i 20 sekunder i samtalen her, og det kan tenkes at eleven da har hatt tid til å telle opp fra 1 inne i hodet sitt, som en stille-tellingsprosess (TN-strategi). Det kan derfor være vanskelig å vite om eleven faktisk evner å telle videre fra 5 her, slik som samtalen viser.

Nedenfor viser utklipp fra samtalen mellom meg og elev18.

110. Ekornet: Pynt juletreet med fem blå og tre gule kuler. Trykk på tallet som sier hvor mange kuler det er til sammen.
111. Elev18: Fem sånne da [peker på de blå kulene]. [stille i 15 sekunder]. Sånn, også tre gule … [stille i 10 sekunder]. Sånn …
112. L: Mhm …
113. Elev18: Det blir åtte.
114. L: Okey, hvordan visste du det? Eller hvordan kom du frem til at det var åtte?
115. Elev18: Fordi, jeg telte sånn.. en, to, tre, fire, fem … eller så kan jeg telle tre, også kan jeg telle to der, og da blir det fem. Også kan jeg telle seks der, og da er det seks … og der er syv og der er åtte.

I replikk 115 forklarer elev18 hvordan den har telt for å komme frem til svaret 8 i oppgave 14. Her viser ikke eleven noen ytre tegn til hvordan den har telt, men eleven forklarer selv hvordan den kom frem til svaret åtte. Kombinasjonen av metodene observasjon og samtale er her avgjørende for å få registrert denne elevens telling i oppgave 8. Det interessante her er at eleven, i replikk 115, viser at man kan dele opp mengden 5 i to deler, 3 og 2. Eleven viser da at den forstår at tallet 5 kan dekomponeres eller komponeres ved hjelp av en mengde med 3 objekter, og en mengde med 2 objekter (Anghileri, 2000, s.37). Eleven forklarer her en mengde på tre og en mengde på 2, blir en mengde på 5 objekter dersom man setter dem sammen (replikk 115). Dette kan tolkes som at eleven har utviklet en enkel aritmetisk kompetanse. Eleven viser indirekte til addisjon av to tall her, og denne formen for aritmetisk kompetanse ansees å være en sterk forutsetning for senere matematisk suksess (Andrews & Sayers, 2015, s.260).

Bruken av minimum-tellesteg-strategien i dette oppgavesettet, viser at oppgavesettet gir mulighet for at elevene kan vise eller utvikle verbal telling, dekomponering og komponering av tall, her tallet 5 i oppgave 14, og enkel aritmetisk kompetanse.

4.1.4 TN-strategien

TN-strategien er brukt totalt 38 ganger gjennom alle oppgavene, noe som gjør den som en av de fire mest brukte strategiene i denne studien. TN-strategien er brukt i 13 av 16 oppgaver. De oppgavene hvor strategien ikke er funnet, er oppgave 5, 8 og 16. Tallnavn-strategien sier ikke direkte hvordan tellingen foregår, men den sier noe om eleven har benyttet seg av verbal telling eller om eleven har beveget leppene sine som et tegn på at eleven teller i en stillelesnings-sekvens. Elever som bruker TN-strategien, har altså ikke vist noen andre ytre tegn som sier noe om telleprosessen.

Nedenfor vises et utklipp fra samtalen mellom meg og elev 15 fra oppgave 2.

6. Ekornet: Tell eplene og trykk på rammen som har flest epler.
7. Elev15: [Stille i 10 sekunder. Teller eplene i venstre ramme. Nikker på hodet]. Kan jeg flytte denne?
8. L: Ja.
9. Elev15: [Stille i 30 sekunder. Teller eplene i høyre ramme ved flyttetelling, og teller eplene i venstre ramme på nytt ved å bruke peketelling].

Elev 15 brukte TN-strategien når hen telte antall epler i rammen til venstre i oppgave 2. I rammen til venstre telte ikke eleven eplene høyt, men nikket med hodet for hvert eple hen telte. Det virket som hodet nikket mot eplene som ble telt, eller at eleven blikket mot ett og ett eple etter hvert som den telte eplene. Det kan derfor argumenteres for at eleven her bruker en kombinasjon av TN og en form for peketelling. Eleven «peker» med blikk og hodebevegelser, og jeg tolker at eleven bruker bevegelsene som støtte for å sikre parkobling her. Bruk av parkobling kan kobles til Gelman og Gallistel's første telleprinsipp, en-til-en-prinsippet (Gelman & Meck, 1983, s.343-344). Eleven bruker hodebevegelsene for å sikre en-til-en-prinsippet i sin telleprosess her. Eleven brukte ikke noen andre ytre observerbare tellestrategier her. I rammen til høyre flyttet eleven på eplene, og brukte ikke noen hodebevegelser når hen telte eplene i rammen.

Det interessante her er at eleven måtte telle eplene i rammen til venstre en ekstra gang. Denne siste gangen eleven telte eplene i rammen til venstre, brukte eleven peketelling istedenfor. Det ser ut til at eleven ble usikker på om den fikk telt alle eplene når den bare nikket samtidig som hen telte, og måtte peke på eplene for å ha kontroll på hvilke epler som var telt og ikke. Denne eleven kan derfor befinne seg mellom to faser i utviklingen av tellekompetansen sin. Altså en fase mellom å kunne telle objekter i forskjellige formasjoner ved å bruke berøring eller å flytte objektene, og fasen hvor den ikke lenger er avhengig av berøring eller flytting (Clements & Sarama, 2009, s. 22).

TN-strategien viser i diskusjonen ovenfor at bruken av strategien i dette oppgavesettet kan gi muligheter for utvikling og bruk av parkobling eller en-til-en-prinsippet. I tillegg viser elev 15 at veksling mellom hodebevegelser og peketelling kan tyde på at eleven er i en fase hvor hen er på vei bort fra å være avhengig av å bruke berøring i telleprosessen sin, til å ikke lenger være avhengig av berøring eller flytting.

4.1.5 Peketelling

I tabell 4 ser vi at peketelling er brukt som tellestrategi i elevenes oppgaveløsninger totalt 76 ganger gjennom alle oppgavene. Peketelling er brukt i alle oppgaver, unntatt oppgave 4, 8 og 11. Altså i 13 av 16 oppgaver finner jeg peketelling som en observerbar tellestrategi i elevenes oppgaveløsninger.

Oppgave 2 er en oppgave som skiller seg ut når det kommer til bruken av peketelling. Her har 14 av 18 elever benyttet seg av peketelling for å løse oppgaven. Det var da spesielt i rammen til venstre at elevene brukte peketelling. En årsak til at elevene brukte peketelling til å telle antall epler i rammen til venstre her, mener jeg er fordi eplene ikke overlapper hverandre. Det vil da være mulig å sikre parkobling gjennom en-til-en-prinsippet (Gelman & Meck, 1983, s.343-344). Parkobling, et grunnleggende og nødvendig prinsipp for telling, sikres ved å telle antall epler ved f.eks. å peke på de under tellingen. Flyttetelling vil derfor ikke være nødvendig for å sikre parkobling i dette tilfellet.

I oppgave 17 kan vi i tabell 4 se at det er 10 elever som har benyttet seg av peketelling som en løsningsstrategi. Denne oppgaven inneholdt 5 juletrekuler som hang på et juletre, og elevene skulle gjøre slik at det var 13 julekuler til sammen på juletreet. Det var de 5 kulene som hang på treet fra før av alle de 10 elevene peketelte. 6 av de 10 elevene brukte også peketelling etter at de hadde lagt på julekuler på treet, for å kontrollere at det var 13 kuler totalt. De resterende 4 elevene telte videre fra 5, og behøvde ikke å peketelle for å kontrollere at det var 13 julekuler etter at de hadde lagt på flere kuler.

Oppgave 16 er en subitize-oppgave, og her brukte en av elevene fra 2.trinn peketelling for å bestemme hvilken firkant som hadde flest prikker inni seg. Den samme eleven brukte også peketelling på oppgave 5 som også er en subitize-oppgave med samme oppgavetekst som oppgave 16.

23. Ekornet: Trykk på firkanten som har flest prikker.
24. Elev16: Det er den. [peker på firkanten med fire prikker].
25. L: Okey.
26. Elev16: En, to, tre … en, to, tre, fire. [trykker på firkanten med fire prikker].

Det er i replikk 26 at eleven bruker peketelling i denne oppgaven (oppgave 5). At eleven velger å peketelle her, kan tyde på at denne eleven ikke har utviklet en evne til å subitize mengdene 3 og 4 enda. Dersom denne eleven ikke har utviklet evnen til å subitize små mengder objekter enda, kan være svært kritisk for denne elevens videre matematiske utvikling. Subitizing er en av de viktigste evnene små barn bør utvikle, fordi den sies å være springbrettet for konstruksjonen av de mer sofistikerte prosedyrene med større tall (Clements & Sarama, 2009, s.9-10). I replikk 24 velger eleven, allerede før den har peketelt prikkene, firkanten med fire prikker i som sitt svar på hvilken firkant som har flest prikker i seg. Hvorfor eleven velger denne firkanten, og hvorfor den velger å telle antall prikker i etterkant, er usikkert.

Bruken av peketelling i dette oppgavesettet viser at oppgavene kan gi mulighet for bruk av- og utvikling av telleprinsippene, spesielt parkobling og evnen til å subitize en mengde.

4.1.6 Fingertelling

Fingertelling ble brukt totalt 12 ganger gjennom alle oppgavene, som vist i tabell 4. Strategien ble brukt i totalt 7 av 17 oppgaver, og det var i oppgave 13 strategien ble hyppigst brukt. Der ble den brukt 4 ganger. I kapittel 4.1.2 (TV-strategi) viser et utklipp av samtalen mellom meg og elev 9 at denne eleven har brukt fingertelling som støtte i oppgave 4. Eleven viser i det samtaleutklippet at den kan befinne seg i Clements & Sarama (2009) sitt «counter of imagined items»-nivå i tellestien. Fingertelling eller bruk av fingre som støtte i tellingen viser seg, ifølge forskning, å være en stor fordel i utviklingen av tellestrategier. Hvis barn beveger seg raskt bort fra fingertelling før de er klare for det, kan det føre til at den matematiske utviklingen deres går langsommere og blir mer problemfylt (Siegler, referert i Clements & Sarama, 2009, s.68). Det kan derfor være urovekkende dersom få tilfeller av fingertelling hadde dukket opp som tellestrategi i dette oppgavesettet. Det kan da ha antydet at det digitale oppgavesettet ikke legger opp til at elever som er avhengig av fingertelling, ikke får benytte seg av denne støtten. Jeg konkluderer med at det er mulig for elever å benytte seg av fingertelling som støtte i dette oppgavesettet, da fingertelling rangerer seg som den sjette mest brukte tellestrategien i dette oppgavesettet.

4.1.7 Flyttetelling

Flyttetelling ble brukt totalt 53 ganger gjennom alle oppgavene i denne studien. Det som er spesielt her er at selv om strategien er hyppig brukt, så er den brukt i kun 6 av 17 oppgaver. I oppgave 10 er den også brukt 17 ganger, noe som vil si at alle elevene, bortsett fra én elev, benyttet seg av flyttetelling i denne oppgaven. I oppgave 10 var det nesten nødvendig å bruke flyttetelling som strategi, fordi gavene overlappet hverandre, og for å få telt alle gavene måtte de flyttes på. Ved bruk av telleprosedyren for å navngi mengden gaver i denne oppgaven, må elevene følge de tre første telleprinsippene (Gelman & Meck, 1983, s.343-344). En-til-en-prinsippet er en avgjørende faktor for at flyttetelling er hyppig brukt i oppgave 10. Årsaken til dette er at gavene ligger i en stor haug (se oppgave 10, vedlegg 1), og elevene kan ikke se alle gavene. Gavene må derfor flyttes på for å kunne sikre en parkobling i telleprosessen.

2 av de 17 elevene (begge fra 2.trinn) plasserte gavene i oppgave 10 i femmergrupper, så de telte fem og fem gaver om gangen. De telte antall femmergrupper til slutt for å finne det totale antallet (se 4.1.8 Hoppetelling). Den ene eleven som ikke brukte flyttetelling i denne oppgaven, men som «bare» benyttet seg av peketelling, telte feil antall gaver og kom frem til at det var 25 som var det totale antallet gaver. Prinsippet om parkobling (Gelman & Meck, 1983, s.343-344) ble altså ikke tilfredsstilt ved å bruke peketelling i dette tilfellet.

I oppgave 2 (13 ganger) og oppgave 9 (12 ganger) ble strategien også hyppig brukt (tabell 4). Oppgave 2 er en oppgave som har mange likhetstrekk med oppgave 10 (begge er definert som "tell-me-oppgaver"). I oppgave 2 skal epler telles i to rammer, og det skal bestemmes hvilken ramme som har flest epler. I rammen til høyre, som forventet (3.2.2.1 Tell-me-tasks), var det hyppig bruk av flyttetelling som tellestrategi. I rammen til høyre overlappet eplene hverandre, og 13 av 18 elever valgte å bruke flyttetelling for å være sikre på at de fikk telt alle eplene. Jeg mener prinsippet om parkobling, en-til-en-prinsippet (Gelman & Meck, 1983, s.343-344), er en viktig faktor for valg av strategi i denne oppgaven. Eplene overlapper hverandre, og for å sikre at hvert eple blir telt én gang, og bare én gang, må mange av elevene bruke flyttetelling når antall epler i rammen til venstre skal bestemmes.

I oppgave 9 ble flyttetelling brukt som tellestrategi hos 12 av 18 elever. Også denne oppgaven kan sammenlignes med oppgave 10 og oppgave 2, da det også her er objekter som overlapper hverandre. Oppgaven gikk ut på at elevene skulle gi kaninen like mange gulrøtter som bjørnen har, og gulrøttene til bjørnen overlappet hverandre så flyttetelling var et forventet valg av strategi også her.

I oppgave 6 ble flyttetelling brukt hos 4 av 18 elever, og i oppgave 13 ble strategien brukt i 6 av 18 elevers oppgaveløsninger. Oppgave 6 og 13 er begge "give-me-oppgaver" der det skal legges et gitt antall epler eller gulrøtter i en kurv. Elevene som har brukt flyttetelling her, har brukt det for å telle opp de mengdene de selv har lagt i kurven.

Elevene kommer ut av tellingen, og glemmer hvor mange objekter de har lagt i kurven, og må bruke flyttetelling for å sikre seg at alle objektene blir telt. Kurven er liten, og det er derfor stor sjanse for at objektene elevene legger i kurven overlapper hverandre.

115. Elev6: En, to, tre, fire, fem, seks, sju, åtte, ni, ti … tror jeg.
116. L: Okey, ja. Kunne du telt de på en annen måte for å være helt sikker, tror du?
117. Elev6: De ligger helt inn i hverandre … hvis jeg tar de litt bort fra hverandre … [flytter gulrøttene fra hverandre]
118. Elev6: En, to, tre, fire, fem, seks, sju, åtte, ni, ti … tror jeg.
119. L: Okey … klarer du å telle alle?
120. Elev6: Elleve … hehe.

I utklippet fra samtalen mellom meg og elev 6 bruker eleven flyttetelling i oppgave 6. Eleven får spørsmål fra meg om hen vet hvor mange gulrøtter eleven la i kurven, hvis det var tre gulrøtter der fra før av. Eleven sier i replikk 115 at hen tror det er ti gulrøtter, etter å ha forsøkt å telle gulrøttene. For å være helt sikker, flytter elevene på gulrøttene, fordi de ligger helt inntil hverandre, og noen gulrøtter overlapper hverandre (replikk 117). Eleven beveger seg her inn i nivået i tellestien som kalles «counting on keeping track», fordi eleven holder oversikt over tellingen numerisk, ved hjelp av objektene. Elev 6 sa selv at hen var usikker på antall gulrøtter, men etter å ha flyttet på gulrøttene slik at alle var synlige, kunne eleven telle effektivt gjennom å sikre parkobling, altså at hvert objekt blir telt én, og bare én, gang (Fosnot, referert i Andersen, 2017, s.7; Gelman & Meck, 1983, s.343-344).

Flyttetelling er hyppig brukt i denne studien, og hvordan oppgavene er designet og hvordan objektene som skal telles er plassert, kan være en avgjørende faktor for at flyttetelling er hyppig brukt i denne studien. Flyttetelling er altså en nyttig og effektiv strategi i de oppgavene som har objekter som overlapper hverandre, fordi elevene lettere kan holde kontroll på hvilke objekter som er telt og ikke ved å flytte på objektene (Anghileri, 2000, s.33). Hvordan elevene i denne studien holdt kontroll på gavene de telte ved å bruke flyttetelling, varierte i noen grad. De 2 elevene som brukte hoppetelling som en kombinasjon i oppgave 10, holdt kontroll ved å flytte gavene i femmergrupper. Resten av elevutvalget varierte mellom to andre metoder for flyttetelling. Noen elever flyttet gavene slik at de ikke overlappet hverandre. Ved å bruke denne metoden, kan elevene bruke peketelling for å telle på nytt dersom de kommer ut av tellingen. Noen elever valgte å flytte gavene i en ny haug, og lot gavene som var flyttetelt overlappe hverandre igjen. Dersom elevene kom ut av tellingen ved å bruke denne metoden, måtte de flyttetelle på nytt for å sikre seg at alle gavene ble telt. Dersom flyttetelling skal være effektivt, vil det da være viktig å flytte gavene i for eksempel femmergrupper eller fordele gavene utover slik at alle gavene er synlige for eleven. Da kan man lettere gjenta tellingen uten å måtte flyttetelle dersom det er behov for å kontroll-telle.

4.1.8 Hoppetelling

Hoppetelling er et nivå som inngår i tellestien (Clements & Sarama, 2009, s.36-41) og går ut på å telle objekter i grupper på for eksempel 2, 5 eller 10. Hoppetelling er brukt i 4 av 16 oppgaver, og er brukt totalt 5 ganger av elevene i denne forskningsstudien.

I oppgave 10 i dette oppgavesettet var det 2 elever som brukte hoppetelling som tellestrategi, begge elevene var elever fra 2. trinn. Det interessante her er at det kun var to elever som benyttet seg av denne strategien totalt blant alle oppgavene. Elev16 brukte strategien i oppgave 10, og elev 17 i oppgave 10, 13, 14 og 15. Elev17 brukte altså denne strategien i fire ulike oppgaver. Elev17 brukte tellemønstrene 5'ergrupper og 2'ergrupper, mens elev16 benyttet kun 5'ergrupper i sin oppgaveløsning. Gelman og Gallistel antyder at barn kan kjenne til telleprinsippene i tidlig alder, men at de ofte får problemer med å utføre dem på større sett med objekter (Gelman & Meck, 1983, s.343-344). Elever som har brukt hoppetelling i oppgave 10, kan ha oppdaget at det er utfordrende å telle større antall objekter, og overholde telleprinsippene, og derfor utviklet en mer effektiv tellestrategi for å kunne sikre riktig telling. Elevene som har utviklet en effektiv tellestrategi som hoppetelling, kan tenkes å ha vært igjennom en akkomodasjon i form av nye skjemaer. Elevene oppdager en ny måte å telle på, og erfarer at den er effektiv og øker muligheten for å sikre telleprinsippene i arbeid med større sett av objekter.

Nedenfor vises et utklipp fra samtalen mellom meg og elev16. Her bruker eleven hoppetelling i oppgave 10, og forklarer at det er lettere å telle i 5'ergrupper fordi hen vet at det da er 5 gaver i hver gruppe.

59. Ekornet: Finn ut hvor mange gaver det er. Trykk på riktig svar.
60. Elev16: En, to, tre, fire, fem … en, to, tre, fire, fem … en, to, tre, fire, fem … en, to, tre, fire, fem … en, to, tre, fire, fem … en, to …. fem, ti, femten, tjue, tjue-fem, tjue-sju … nei, fem, ti, femten, tjue, tjue-fem, tjue-sju.
61. Svaralternativ: Tjue-sju [eleven trykker på 27].
62. L: Hvorfor la du de i grupper?
63. Elev16: Femmer-grupper mener du.
64. L: Ja, femmergrupper. Hvorfor gjorde du det?
65. Elev16: Fordi, jeg vil vite hvor alle femmergruppene er.
66. L: Okey. Er det lettere å telle da
67. Elev16: Ja, da vet jeg at det er fem i hver gruppe. Også var det en med bare to. Og da ble det tjue-sju.

Ingen elever på 1.trinn brukte altså hoppetelling i denne oppgaven. Elev16 og elev17 har vist i deres oppgaveløsninger at oppgavene kan løses ved hjelp at hoppetelling, og at det er hensiktsmessig, spesielt i oppgave 10 der det er mange objekter som skal telles, jeg konkluderer derfor med at hoppetelling er en tellestrategi som kan benyttes i dette digitale oppgavesettet. Årsaken til at ingen av elevene på 1. trinn benyttet seg av hoppetelling, kan tyde på at strategien da ikke inngår i deres register av tellestrategier (Ostad, 1991, s.79).

Elev16 og elev17, spesielt elev17 som i dette tilfellet har brukt hoppetelling i 4 ulike oppgaver, har vist at de har et utvidet tallmønster (Anghileri, 2000, s.34-35). De to elevene har blitt kjent med systematiske strukturer som finnes i multiplikasjon gjennom en utvidelse av tellemønstrene sine når de teller f.eks. 5, 10, 15, 20, 25 for å bestemme hvilket tall som er neste i rekken. Elev16 og elev17 kan derfor ha en mulighet for også å utvide tellemønstrene sine utover 100, som igjen vil bidra til å styrke deres forståelse av hvordan tallene er konstruert (Anghileri, 2000, s.34-35).

4.1.9 “Jeg bare vet”

“Jeg bare vet det” er en tellestrategi Ostad (1996, s.92) har kategorisert som en “retrieval-strategi” hvor elevenes svar kom umiddelbart og eleven bare ga uttrykk for at hen visste svaret. Ostad (1996) viser at backup-strategier er dominerende i de første trinnene i barneskolen, mens retrieval-strategiene ikke er like fremtredende tidlig i skolen. Etter hvert som elevene blir eldre, blir færre og færre oppgaver løst ved hjelp av backup-strategier, og retrieval-strategier som “jeg bare vet” blir mer og mer hyppige.

Denne strategien ble benyttet totalt 8 ganger i dette oppgavesettet (tabell 4). I oppgave 14 ble strategien brukt 6 ganger. I denne oppgaven skal elevene lage to mengder (5+3) julekuler som de skal pynte juletreet med. Ifølge Ostad (1991, s.80) er det en fremhenting av deklarative kunnskaper når elevene “bare vet” svaret i en slik oppgave. Dette er en rask prosess, der elevene henter frem lagret kunnskap fra langtidsminnet, og bruk av “backup-strategier” (Ostad, 1996, s.91-92) som for eksempel telling på fingrene, vil ikke være nødvendig.

4.1.10 Estimering og systematisk utforsking

Jeg velger å trekke estimering og systematisk utforsking inn under samme avsnitt, da jeg syns det var vanskelig å skille de to strategiene. Likevel har jeg forsøkt å skille de som forklart nedenfor. Først tar jeg for meg estimering, og deretter systematisk utforsking.

Estimering er brukt av en elev, og bare en gang, i dette oppgavesettet. Nedenfor vises et utklipp fra samtalen mellom meg og elev 11 i oppgave 13.

108. L: Okey. Hvordan fant du ut at det var atten da?
109. Elev11: Fordi, det må være det største tallet. Fordi.. tolv … Og det kan ikke være tretten, fordi da måtte det være en [sikter muligens til at man må legge til en?].. Så da tok jeg det høyeste tallet.
110. L: Okey. Er du helt sikker på at det er atten der da?
111. Elev11: Ja.

Elev11 bruker estimering i oppgave 13, fordi hen estimerer størrelsen på samlingen av objekter. I replikk 109 forklarer eleven at svaret må være 18, fordi hen har lagt på tolv objekter + noen til, og at det derfor ikke kan være svaralternativ 12. Svaret kunne heller ikke være 13, fordi eleven husker at hen la på flere enn 1 objekt. Her mener jeg at eleven viser forståelse for en hierarkisk inkludering (Fosnot, referert i Andersen, 2017, s.6) ved å vise til at 13 er én mer enn 12. Eleven som har brukt estimering, har også vist at den har en grunnleggende tallforståelse, og innehar en avgjørende faktor for utvikling av aritmetisk kompetanse (Andrews & Sayers, 2015, s.260).

Systematisk utforsking er brukt 4 ganger i dette oppgavesettet. Elev 14 og 16 har begge brukt systematisk utforsking i oppgave 13 og 14. Nedenfor viser et utklipp fra samtalen mellom meg og elev 16 hvor eleven bruker systematisk utforsking i oppgave 13.

96. Elev16: En, to, tre, fire, fem ... seks … også tolv … en, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni, ti, elleve, tolv …. okey, seks pluss tolv … Atten.

97. L: Hvordan visste du der?
98. Elev16: Fordi, en tier og en sekser blir seksten til sammen.. også legger jeg til to til.. sytten, atten.

Når elever, slik som elev 14 og elev 16 benytter seg av systematisk utforsking, har det oppstått en viktig strategiendring blant deres strategi-register. Elev 16 viser i utklippet ovenfor at hen har generalisert og oppdaget en slags systematikk i den hierarkiske inkluderingen (Fosnot, referert i Andersen, s.7) ved å endre 12 til en tier og to enere som vist i replikk 98. Elev 16 viser også en forståelse for kompensasjon og ekvivalens (Fosnot, referert i Andersen, 2017, s.7) ved å vise at man kan dele opp 12 til 10 og 2, og deretter legge sammen 10 og 6 til 16, for så å legge til 2'eren som ble separert fra 12 igjen, og da ende opp med 18 (altså at 12+6=18).

4.2 Har oppgavetypene noen betydning for valg av strategier?

Ovenfor vises en oversikt over tellestrategier i de ulike oppgavene. Hvorfor er noen strategier hyppigere brukt enn andre? Årsaken kan være oppgavene og hvilke oppgavetyper elevene har arbeidet med. Ifølge Ostad (1991, s.79) er det flere faktorer som spiller inn på elevenes valg av løsningsstrategier, og oppgavene er én av faktorene som er nevnt. Noen elever har et bredt spekter av løsningsstrategier å velge mellom, mens andre elever har et noe smalere spekter av løsningsstrategier å velge mellom. Det er i de tilfellene hvor elevene ofte har et smalt register av løsningsstrategier at oppgavetypen ofte får en rigid karakter (Ostad, 1991, s.79).

Nedenfor vises en oversikt over strategiene og deres bruk i de ulike oppgavetypene (tabell 5). Oppgavene er kategorisert etter tre kategorier: "give-me-tasks", "tell-me-tasks" og "andre oppgaver". Ved å kategorisere oppgavene på denne måten, og få en oversikt over hvilke strategier som dukker opp i hvilken oppgavetype, får vi et innblikk i hvilke oppgavetyper som vil være gunstige å bruke i f.eks. arbeid med å kartlegge elevers tellestrategi-register.

Oppgavetyper	Give me tasks (8 oppgaver)	Tell me tasks (4 oppgaver)	Andre (4 oppgaver)
TAFI-strategien	15	0	1
TV-strategien	40	0	1
Min-strategien	3	0	0
TN-strategien	27	5	6
Peketelling	41	24	11
Fingertelling	8	0	4
Flyttetelling	23	30	0
Hoppetelling	2	2	1
"Jeg bare vet"	8	0	0
Estimering	1	0	0
Syst. Utforsking	4	0	0
Totalt*	172	61	24

Tabell 5: strategier brukt i de ulike oppgavetypene.

*Totalt antall ganger strategier er brukt i denne oppgavetypen.

Det er viktig å merke seg at "give me"-kategorien inneholder dobbelt så mange oppgaver som de to andre kategoriene i dette oppgavesettet. Videre diskuterer jeg funnene knyttet til hver enkelt oppgavetype opp mot teori, og hvorvidt de er aktuelle å bruke for å kartlegge elevers tellestrategi-register.

4.2.1 Give me-oppgavene

I 10 av 11 strategier, er det "give-me-oppgavene" som er størst representert. "Give-me-oppgavene" representerer også 4 strategier som ikke er brukt i de to andre oppgavekategoriene ("Tell-me-tasks" og "Andre oppgaver").

I de fleste «give-me-oppgavene» så jeg for meg på forhånd av datainnsamlingen at elevene ville bruke TAFI-strategien for å løse denne typen oppgaver. Spesielt i de oppgavene hvor det er flere typer objekter eller flere mengder med objekter som skal telles opp, og hvor oppgaveteksten ber eleven om å finne det totale antallet til slutt.

Give-me-oppgavene ber ofte elevene om å lage en mengde objekter, og noen ganger bygge videre på en mengde slik at den får en gitt total mengde. Når elevene teller videre fra et vilkårlig tall, beveger elevene seg mot en systematisk form for telling (Andrews & Sayers, 2015, s.259). En slik type oppgave kan også være aktuell å bruke dersom man ønsker å føre elevene videre fra å telle én og én, til å utvikle en "telle-videre-strategi", noe som er en effektiv strategi i de tidlige fasene i addisjon. I tillegg til å bruke en "telle-videre-strategi", vil også bruk av fysiske bevegelser som f.eks. fingertelling, peketelling og å nikke på hodet være nyttig for å holde rede på tallordene som brukes til å telle fra f.eks. 8 og oppover (Anghileri, 2000, s.33). I "give-me-oppgaver" vil det ofte være bruk av "telle-videre-strategi", fingertelling, peketelling eller andre tallnavn-strategier som f.eks. å nikke med hodet eller bevege leppene i en stille-tellings-sekvens. I tabell 5 kan vi se at det er TV-strategien, TN-strategien og peketelling som nettopp er de strategiene som er mest fremtredende i "give-me-oppgavene" i denne studien også. Fingertelling var derimot svært lite representert som telle-strategi i forhold til TV-, TN- og peketelling-strategien. Likevel er fingertelling brukt flere ganger i "give-me-oppgavene" enn i de to andre oppgavekategoriene.

I denne studien fant vi i tillegg bruk av TAFI-strategi, min-strategi, flyttetelling, hoppetelling, "jeg bare vet"-strategi, estimering og systematisk utforsking i elevenes oppgaveløsninger av «give-me-oppgavene». Det er altså brukt et bredt spekter av strategier i disse oppgavene, noe som kan tyde på at "give-me-oppgaver" vil være fordelaktige oppgaver å bruke dersom man ønsker å se mest mulig av elevenes tellestrategi-register.

4.2.2 "Tell-me-oppgavene"

Dersom vi ser i kolonnen for "tell-me-oppgavene" i tabell 5 kan vi se at 4 ulike tellestrategier ble brukt av elevene i denne studien. 7 strategier som ble funnet i "give-me-oppgavene" ble ikke observert blant elevenes oppgaveløsninger i noen av oppgavene som er kategorisert som "tell-me-oppgaver". Peketelling og flyttetelling er de strategiene som er hyppigst brukt i denne oppgavekategorien. At elevene i denne studien viste en stor andel av peketelling som tellestrategi i "tell-me-tasks" kan kobles opp mot kardinalitetsprinsippet der elevene ofte peker på ett objekt om gangen når de teller samlinger med objekter (Anghileri, 2000, s.27).

4.2.3 "Andre oppgaver"

De «andre oppgavene» var oppgaver jeg la inn i oppgavesettet som ikke kunne kategoriseres som rene «give-me-oppgaver» eller «tell-me-oppgaver». Disse oppgavene inneholder få eller ingen objekter som skal telles, og det vises derfor et svært lite antall observerbare tellestrategier i disse oppgavene.

4.3 Like muligheter for matematisk aktivitet?

En av hensiktene med denne studien, var å finne ut om det digitale oppgavesettet ga like muligheter for bruk av tellestrategier som i analoge oppgaver. I denne delen av oppgaven viser jeg en oversikt over hvilke av Ostad (1991) sine tellestrategier som ble funnet i elevenes oppgaveløsninger. I tillegg diskuterer jeg tellestrategien og bruken av de opp mot viktige faktorer for utvikling av tellekompetanse.

I denne studien var det flere av Ostad (1991) sine tellestrategier som ikke ble funnet. I tabell 6 vises det en oversikt over strategiene og om de ble funnet, eller ikke funnet, blant elevers oppgaveløsninger i denne studien.

	TAFI	TA	TV	MIN	TT	TN	PIT	Ola	Totalt*
Funnet	X		X	X		X			4
Ikke funnet		X			X		X	X	4

Tabell 6: Hvilke av Ostad (1991) sine strategier ble funnet?

*Totalt antall av Ostad (1991) sine strategier funnet/ikke funnet i denne studien.

At bare halvparten av Ostad (1991) sine tellestrategier blir brukt i dette oppgavesettet forteller oss at ikke nødvendigvis alle strategier som blir brukt i analoge oppgaver, også kan brukes i digitale oppgaver.

Et eksempel på en tellestrategi som ikke er like aktuell å bruke i digitale oppgavesett, er Ola-strategien. Ola-strategien er en elevstrategi, altså at eleven selv har utviklet denne strategien. Den går ut på å tegne antall streker han trenger for å kunne telle seg frem til svaret. Ingen elever brukte denne strategien i dette digitale oppgavesettet, og årsaken til dette er knyttet til to rammefaktorer. For det første hadde ingen av de digitale oppgavene noen funksjoner som tilsa at de kunne tegne på skjermen, og derfor var det ikke mulig å benytte seg av denne strategien. For det andre, hadde elevene ikke tilgang til skrivesaker i tillegg til nettbrettet, så de kunne heller ikke tegne streker på et ark som støtte i oppgavene.

TAFI-strategien, TV-strategien, MIN-strategien og TN-strategien var de fire av totalt 8 tellestrategier Ostad (1991, s.7) presenterte som sentrale tellestrategier som ble funnet i dette oppgavesettet. At elevene kan benytte seg av tellestrategier som TAFI, TV og MIN, sier at dette oppgavesettet egner seg til å se på elevers utvikling av effektive tellestrategier. Det er rom for at elevene kan bruke TAFI-strategien, som gjerne er en strategi elevene bruker før de effektiviserer og benytter TV- eller MIN-strategiene som er en videreutvikling av TAFI-strategien. Ifølge Fosnot, referert i Andersen (2017, s.7) er det et landemerke når elevene beveger seg fra å telle alt tre ganger til å telle videre fra den første mengden. MIN-strategien vil jeg si er en effektivisering av TV-strategien, da den går ut på å telle videre, men at elevene her teller videre fra den største mengden. Og på den måten får minst mulig tellesteg.

5 Avsluttende drøfting

Hensikten med denne studien var å forsøke å finne svar på hvilke tellestrategier elever på 1. og 2. trinn bruker i arbeid med digitale oppgavesett, og på den måten bidra i forskningen rundt bruk av interaktive teknologier i tidlig matematikklæring.

I analysen fant jeg at elevene bruker mange ulike strategier (tabell 4) i sine oppgaveløsninger i dette digitale oppgavesettet, og at bruken av tellestrategier varierer ut ifra hvilke oppgavetyper elevene arbeider med (tabell 5). «Give-me-oppgavene» viser betydelig større andel observerbare tellestrategier, og vil derfor være gunstige oppgaver å bruke dersom en skal se etter elevers tellestrategiregister. Jeg fant også at det var tellestrategier som ikke ble brukt i dette oppgavesettet, men som Ostad (1991) nevner som vanlige tellestrategier elever bruker i analoge oppgaver (tabell 6). Dette peker mot at det kan være avgjørende om oppgavene er digitale eller analoge for hvilke tellestrategier elevene tar i bruk. Videre i dette kapittelet diskuterer jeg overordnet rundt disse funnene og kobler de opp mot relevant teori. Jeg kan da si mer om hvilken betydning resultatene i denne studien kan ha for bruk av digitale oppgavesett i tidlig matematikklæring.

I innledningskapittelet viser jeg til Goodwin & Highfield, referert i English & Mulligan (2013, s.205-206) som sier at det er lite forskning og bevis som støtter bruk av nettbrett og andre interaktive teknologier i tidlig matematikklæring. Svingen (2016, s.3) forklarer også at elevene må få mulighet til å utvikle en rikdom av strategier de første årene i skolen. I en digital skolehverdag vil det da være spørsmål knyttet til hvor vidt digitale oppgavesett vil være forsvarlig å bruke i tidlig matematikklæring. Gir de mulighet til å la elevene utvikle en rikdom av strategier? Elevutvalget i denne studien har vist et bredt utvalg av observerbare tellestrategier i arbeid med dette digitale oppgavesettet. Det brede spekteret av tellestrategier elevene i denne studien brukte i dette oppgavesettet er et bevis på at et digitalt oppgavesett kan brukes i tidlig matematikklæring, fordi det gir elevene mulighet til å bruke og utvikle et bredt spekter av tellestrategier.

Ifølge Svingen (2016, s.3) er det viktig at elevene får mulighet til å utvikle en rikdom av strategier og en fleksibilitet som bygger på forståelse av relasjoner mellom tallene, støttet av tallforståelse og utviklet gjennom bruk av tellestrategier. Dersom man ser på resultatene i tabell 5, kan man se at det er «give-me-oppgavene» som gir størst utslag på antall tellestrategier og hvor mange ganger hver enkelt tellestrategi er brukt. Dette indikerer at denne oppgavetypen vil være høyst aktuell å inkludere i et oppgavesett der man ønsker å se et bredt utvalg av elevers tellestrategier. Alle strategiene som er funnet i denne studien, er representert i oppgavekategorien «give-me-oppgaver». Ifølge resultatene i denne studien vil det nærmest være nødvendig å benytte seg av «give-me-oppgaver» for å kunne få et mest mulig helhetlig bilde av elevenes tellestrategi-register.

Kan vi ut ifra funnene i denne studien si noe om digitale oppgavesett gir lik mulighet for matematisk aktivitet som analoge oppgaver? Dersom man ser på tabell 6, er halvparten av tellestrategiene som Ostad (1991, s.7) nevner som aktuelle tellestrategier brukt blant elevene i denne studien. Ifølge Goldenberg (2000, s.1) er det ikke selve teknologien som brukes i matematikkundervisningen som er av betydning, men hvordan det teknologiske verktøyet brukes. Altså er det avgjørende hvordan man bruker de digitale oppgavesettene på nettbrett for at elevene skal kunne utvikle et rikt utvalg av tellestrategier, og ikke selve nettbrettet eller det digitale aspektet som er avgjørende her. Tellestrategier som brukes i analoge oppgaver, kan altså brukes i digitale oppgavesett dersom det digitale verktøyet legger til rette for de nødvendige funksjonene elevene behøver for å kunne benytte seg av de aktuelle tellestrategiene. Ifølge en rapport fra en skole i Bærum, er det flere fordeler ved å bruke nettbrett i undervisningen. Elevene er mer motiverte og mestrer mer, de lærer raskere og føler seg flinkere i dag (Blåsmo & Thorsen, 2015). Dette antyder at elever som bruker nettbrett i arbeid med digitale oppgavesett i matematikk, mestrer bruken av tellestrategier bedre enn i de gjør i analoge oppgaver.

At elevene ikke brukte mer enn halvparten av Ostad (1991) sine tellestrategier i denne studien, kan derfor antyde at oppgavesettet har hatt begrensninger som gjør at nettopp TT-, TA-, PIT- og Ola-strategiene ikke var mulig å bruke her. Og at endringer i oppgavesettets innhold og utforming vil da gjøre at disse strategiene også kan benyttes i arbeid med dette oppgavesettet. PIT-strategien og Ola-strategien kan brukes som et eksempel her. Det var ikke mulig å bruke de to strategiene i denne studien, fordi funksjonene i det teknologiske verktøyet ikke tillot elevene å tegne prikker i tallsymbol eller å tegne streker for antall objekter som skal telles. Dersom man hadde åpnet opp for en tegnefunksjon ville disse strategiene ha vært mulig å bruke i et digitalt oppgavesett på lik linje som i et analogt oppgavesett. TA- og TT-strategien ble ikke funnet i denne studien. Årsaken til dette kan være knyttet til elevenes tellestrategi-register. Ifølge Ostad (1991, s.79) er det flere faktorer som spiller inn på elevenes valg av tellestrategier. Et smalt register av løsningsstrategier nevnes som en sentral faktor her. I tillegg nevnes oppgavetypen som en faktor som kan være avgjørende for elevenes valg av løsningsstrategier. Elevenes valg av strategier i dette oppgavesettet kan derfor ha blitt påvirket av oppgavene eller ha et smalt tellestrategi-register som ikke inneholder disse tellestrategien.

Kan derimot alle strategiene som er brukt i digitale oppgaver kunne brukes i et analogt oppgavesett? Flyttetelling er en av strategiene som ble brukt hyppigst i dette digitale oppgavesettet (tabell 4). Ifølge Goldenberg (2000, s.1) skal denne strategien også kunne brukes i analoge oppgavesett, bare man bruker verktøyene riktig nok. Et oppgaveark alene, med objekter som skal telles, vil ikke gjøre det mulig å bruke flyttetelling som tellestrategi. De analoge oppgavene må derfor legges til rette på en slik måte at objektene som skal telles, må kunne flyttes på. Man må derfor trekke inn fysiske objekter som støtte i et oppgavesett i papirform. Manipulasjoner kan altså brukes i både analoge og digitale oppgavesett, og så lenge de er godt designet og brukt hensiktsmessig, kan det ifølge Goldenberg (2000, s.1) øke mangfoldet av problemer som elevene kan jobbe med og løse.

Har valg av metode noen betydning for funnene i denne studien? Jeg valgte å intervjue elevene underveis i deres oppgaveløsninger, samtidig som det ble tatt lydopptak av samtalen. I tillegg observerte jeg elevenes tellestrategier, og noterte ned funn av strategier fortløpende under oppgaveløsningene. Kombinasjonen av intervju m/ lydopptak og observasjoner av oppgaveløsningene førte til at jeg i denne studien fant 11 ulike tellestrategier blant forskningsdeltakernes oppgaveløsninger. Dersom jeg ikke hadde intervjuet elevene underveis, og kun skulle brukte den digitale loggføringen som informasjonskilde, kan det tenkes at mange av tellestrategiene ikke ble loggført. Tellestrategier som innebærer fysiske bevegelser som ikke foregår i det digitale verktøyet, vil ikke loggføres. Tellestrategier som for eksempel peketelling, TAFI, TV, Min, TN, «jeg bare vet», estimering og systematisk utforsking ville da ikke bli observert. Antall tellestrategier i dette oppgavesettet ville derfor vært betydelig mindre dersom observasjoner og intervju ikke inngikk som metode i studien. Hoppetelling og flyttetelling ville vært mulig å registrere, fordi dette medfører bevegelser av objekter i det digitale verktøyet, og derfor loggføres. Det kan diskuteres om hoppetelling vil være gjenkjennelig i den digitale loggføringen, men dersom elever flytter objektene i grupper på for eksempel 5 eller 2 objekter, vil det høyst sannsynlig være fordi de ønsker å hoppetelle objektene slik som vist i utklippet av elev 16 i oppgave 10 (4.1.8).

5.1 Begrensninger ved studien og forslag til videre forskning.

En begrensning ved denne studien er at det er et lavt antall forskningsdeltakere, noe som gjør at resultatene ikke kan vise til et fullstendig og mer generelt bilde av hvilke tellestrategier elever bruker i dette digitale oppgavesettet. Denne studien kan altså bare si noe om hvilke tellestrategier et fåtall av 1. og 2.trinnselever bruker i dette oppgavesettet. Den systematiske kategoriseringen av oppgavetypene ble derfor nødvendig for å kunne si noe om nettopp oppgavene og hvilken betydning de har for valg av strategier. Funnene knyttet til de ulike oppgavetypene indikerer at et lignende oppgavesett, eller en utbedret utgave av dette oppgavesettet, kan være nyttig å bruke som en ressurs for å forsøke å kartlegge elevers tellestrategi-register. Funnene i denne studien viser at et eventuelt utbedret digitalt oppgavesett bør inneholde funksjoner som gjør at elever skal kunne ha mulighet til å tegne prikker eller streker som støtte i telleprosessen sin, og bør helst inneholde en majoritet av «give-me-oppgaver» da det er disse oppgavene som viser et størst spekter av tellestrategier.

For fremtidig forskning hadde det vært interessant å gjennomføre studien på et større utvalg forskningsdeltakere, og gjerne med en geografisk spredning. På den måten kan man komme nærmere en generalisering av funnene og få et mer helhetlig bilde av hvilke tellestrategier elevene bruker, og i hvilke oppgavetyper de ulike tellestrategiene brukes. I tillegg hadde det vært interessant å sett om PIT-strategien og Ola-strategien ble brukt av noen av elevene dersom de hadde hatt en tegnefunksjon i det digitale oppgavesettet. På den måten vil man kunne bekrefte eller avkrefte om de digitale oppgavene vil gi like muligheter for bruk av tellestrategier som analoge oppgaver gjør. Det kan også være interessant å se på den digitale loggføringen av elevers bevegelser av objekter i oppgaveløsningene i dette oppgavesettet. Dette er informasjon jeg har hatt tilgang til, men som jeg ikke har brukt som informasjonskilde i denne oppgaven. Loggføringene vil for eksempel kunne si noe om tidsbruk på hver enkelt oppgave, og om alle objekter er flyttet på under en flyttetellingssekvens. I tillegg vil loggføringen kunne gi informasjon om hvor vidt elevene har svart riktig på de ulike oppgavene, og dermed si noe om vanskelighetsgraden av oppgavene.

Det er lite forskning som underbygger effektiviteten av bruken av interaktiv teknologi i tidlig matematikklæring, og hvilken effekt de forskjellige multimedia-designene på læring har (Goodwin & Highfield, referert i English & Mulligan, 2013, s.205-206). Jeg oppfordrer derfor til et større søkelys på forskningsfeltet slik at vi som lærere kan undervise i den digitale skolen med større kunnskap om begrensninger, muligheter og konsekvenser ved bruk at interaktive teknologiske verktøy.

6 Konklusjon

Forskningsspørsmålet i denne studien var «Hvilke tellestrategier bruker noen elever på 1. og 2.trinn i arbeid med digitale oppgavesett?». I forskningsdeltakernes oppgaveløsninger i arbeid med det digitale oppgavesettet med totalt 16 oppgaver, ble det funnet 11 tellestrategier (tabell 4). Strategiene som ble funnet er; TAFI-strategien, TV-strategien, Min-strategien, TN-strategien, peketelling, fingertelling, flyttetelling, hoppetelling, «jeg bare vet», estimering og systematisk utforsking.

I utdragene av samtalene mellom meg og elevene som er presentert i analyse- og drøftingskapittelet, kommer det også frem at elevenes bruk av tellestrategier også kan si noe om elevenes tellekompetanse. For eksempel viser elev 11 i sin oppgaveløsning i oppgave 3 at hen har evne til å bruke en konseptuell metode for subitizing og at eleven kan hente frem deklarative kunnskaper. I tillegg viser eleven at den forstår at tall kan dekomponeres til mindre mengder og komponeres av flere mengder (4.1.2). Faktorer eller evner som kan knyttes til tellekompetanse, og som ble funnet blant elevenes oppgaveløsninger, var; kardinalitet, gjenkjenne tallsymboler, subitizing og konseptuell subitizing, objekt-telling, verbal-telling, deklarative kunnskaper, komponering og dekomponering av tall, parkobling, en-til-en-korrespondanse, utvidet tellemønster, hierarkisk inkludering, aritmetisk kompetanse, kompensasjon og ekvivalens og Gelman & Gallistel sine telleprinsipper. I tillegg ble noen av besvarelsene koblet opp mot noen nivåer i tellestien (Clements & Sarama, 2009). Nivåer i tellestien som ble funnet; *counter of imagined items, hoppetelling, counter from N* og *counting on keeping track*. Funnene i analysen viser at oppgavesettet gir elevene mulighet til å vise et bredt spekter av tellekompetanse. Ifølge Clements & Sarama (2009, s.22) er telling den første og mest grunnleggende og viktige algoritmen barna skal lære. Telling er derfor en viktig del av utviklingen av tidlig tallforståelse. Dette indikerer at dette digitale oppgavesettet kan brukes i matematikkundervisning for utvikling av tidlig tallforståelse og et bredt spekter av tellestrategier.

Oppgavetypene som er brukt i dette oppgavesettet har vist seg å ha stor betydning for antall strategier som er funnet, da det viser seg at alle strategiene er representert i «give-me-oppgavene». Bruk av denne oppgavetypen vil derfor være aktuell å bruke dersom man ønsker å se et bredt spekter av tellestrategier blant elevenes oppgaveløsninger. Valg av metode i denne studien er også en betydelig årsak til funn av et bredt utvalg av tellestrategier, fordi mange av tellestrategiene kun er observerbare dersom man har observasjoner som loggfører kroppsspråk og auditivt språk elevene bruker i oppgaveløsningene sine.

4 av 8 strategier Ostad (1991, s.7) definerer som aktuelle tellestrategier i analoge oppgaver (tabell 6) ble ikke observert av elevutvalget i denne studien. Det konkluderes med at funksjonene i det digitale oppgavesettet har satt begrensninger for bruken av minst 2 av disse strategiene, og er derfor en mulig årsak til at strategiene ikke er funnet i dette oppgavesettet. Hvordan de teknologiske verktøyene brukes har stor betydning for den matematiske aktiviteten, og kan enten sette begrensninger dersom de ikke brukes

riktig, eller skape muligheter for et økt mangfold av problemer elevene kan jobbe med, dersom de brukes riktig (Goldenberg, 2000, s.1).

Referanser

Andersen, K, Gulaker, D, Heggem, T & Iversen, K. (2017). Køyesenger. Tidlig tallforståelse. Caspar Forlag.

Andrews, P., & Sayers, J. (2015). Identifying opportunities for grade one children to acquire foundational number sense: Developing a framework for cross cultural classroom analyses. *Early Childhood Education Journal*, *43*(4), 257-267.

Anghileri, J. (2000). *Teaching number sense*. A&C Black.

Blåsmo, T., & Thorsen, K. (2015, 14.november). Elevene lærer mer med Ipad. Budstikka. Hentet fra https://www.budstikka.no/skole/elevene-laerer-mer-med-i-pad/70268!/

Case, R. (1998). A psychological model of number sense and its development. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Diego

Chu, F. W., & Geary, D. C. (2015). Early numerical foundations of young children's mathematical development. *Journal of Experimental Child Psychology*, *132*, 205-212.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research methods in education*. Routledge.

Gelman, R., & Meck, E. (1983). Preschoolers' counting: Principles before skill. *Cognition*, 13(3), s.343-359.

Gersten, R., Jordan, N., & Flojo, J. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of learning diabilities*, 38(4), s.293-304.

Goldenberg, E. P. (2000). Thinking (and talking) about technology in math classrooms. *Issues in Mathematics Education*, *18*.

Goodwin, K. & Highfield, K. (2013). A framework for examining technologies and early mathematics learning. I English, L.D. & Mulligan, J. T (Red.), Reconceptualizing early mathematics learning. Advances in mathematics education. (s.205-226). Dordrecht, Nederland. Springer.

Hundeide, K. (1973). Piaget i skolen. Oslo.

Imsen, G. (1998). Elevens verden–innføring i pedagogisk psykologi. 3. utgave 2000.

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Framtid, fornyelse og digitalisering. Digitaliseringsstrategi for grunnopplæringen 2017-2021.* Hentet fra: https://www.regjeringen.no/contentassets/dc02a65c18a7464db394766247e5f5fc/kd_framtid_fornyelse_digitalisering_nett.pdf den 20.02.2020

LeCompte, M. and Preissle, K. (1993) *Ethnopraphy and qualitative design in educational research* (2.utg). London: Academic Press Ltd.

Lipton, J., & Spelke, E. (2005). Preschool children's mapping of number words to nonsymbolic numerosities. *Child development*, 76(5), s.978-988.

McIntosh, A., Reys, B., & Reys, R. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the learning of mathematics*, 12(3), s.2-8.

Ostad, S. A. (1991). Telling på alvor. *Matematikklæring og matematikkvansker – en artikkelsamling.*

Ostad, S. A. (1996). Addisjonsstrategier i et longitudinelt perspektiv: Sammenligning elever med og uten matematikkvansker. *Matematikklæring og matematikkvansker – en artikkelsamling.*

Reys, B. (1994). Promoting number sense in the middle grades. *Mathematics teaching in the middle school*, 1(2), s.114-120.

Robinson, C., Menchetti, B., & Torgesen, J. (2002). Toward a two-factor theory of one type of mathematics disabilities. Learning disabilities research & practice, 17(2), s.81-89.

Svingen, Olaug Ellen Lona. Barns strategier i arbeid med tall. Matematikksenteret (2016).

Säljö, R. (2010). *Læring i praksis. Et sosiokulturelt perspektiv*. (S. Moen, Overs.). Oslo: Cappelen akademisk forlag.

Valenta, A. (2015). Aspekter ved tallforståelse. Lastet ned *20.03.2020, fra* http://www.matematikksenteret.no/content/4791/Innholdsside#Tallf, 10, 2015.

Van Nes, F., & Van Eerde, D. (2010). Spatial structuring and the development of number sense: A case study of young children working with blocks. *The Journal of mathematical behavior*, 29(2), s.145-159.

Vedlegg

Vedlegg 1: Oppgavetekst til oppgaver brukt i pilotundersøkelsen og det endelige oppgavesettet.

Vedlegg 2: Intervjuguide.

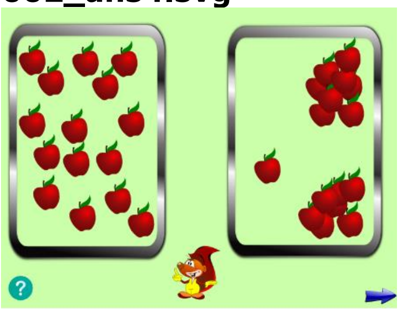
Vedlegg 3: Observasjonsskjema

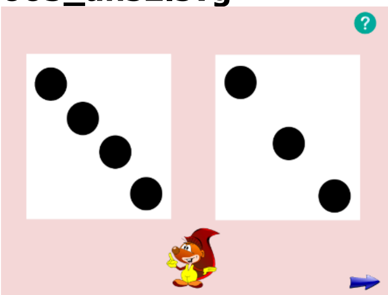
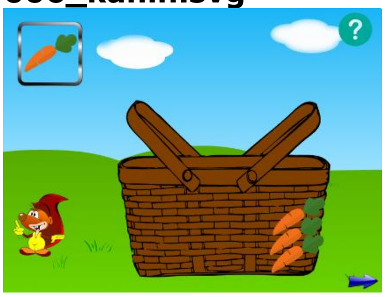
Vedlegg 4: Samtykkeskjema for deltakelse i forskningsstudien.

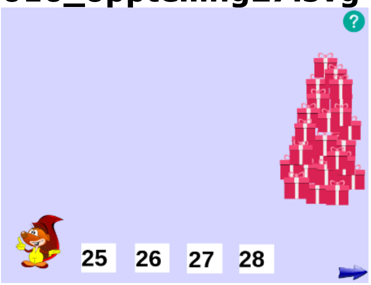
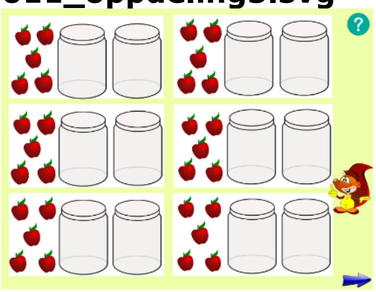
Vedlegg 5: Oversikt over kategorier til notasjon i observasjonsskjemaet.

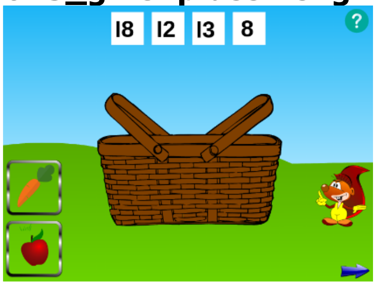
Vedlegg 1: Oppgavesettet.

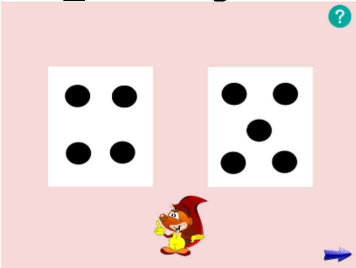
Oppgaver fra pilotstudien og det endelige oppgavesettet.

Oppgaver	Oppgavetekst
Oppgave 1 **001_fotball5.svg** 	Legg 9 fotballer i målet.
Oppgave 2 **002_ans4.svg** 	Tell eplene, og trykk på rammen som har flest epler.
Oppgave 3 **003_eplegiven.svg** 	Gjør slik at det er 17 epler til sammen på treet.

Oppgave 4 **004_monkeyeatbanana.svg** 	Gi apen 8 bananer.
Oppgave 5 **005_ans2.svg** 	Trykk på firkanten som har flest prikker.
Oppgave 6 **006_kanin.svg** 	Pilot: Legg 12 gulrøtter i kurven. Tell gulrøttene før du gir de til kaninen. Endelig oppgavesett: Gjør slik at det er 14 gulrøtter til sammen i kurven.
Oppgave 7 **007_epletre.svg** 	Flytt på eplene slik at det er like mange på begge trea.

Oppgave 8 **008_tallinje1.svg** 	Sett talla i riktig rekkefølge på linja.
Oppgave 9 **009_likemange.svg** 	Gi kaninen like mange gulrøtter som bjørnen har.
Oppgave 10 **010_opptelling27.svg** 	Finn ut hvor mange gaver det er. Trykk på riktig svar.
Oppgave 11 **011_oppdeling5.svg** 	Del ut 5 epler i to krukker på så mange ulike måter du kan.

Oppgave 12 **012_monkeyeatbanana** 	Gi apen 16 bananer.
Oppgave 13 **013_givenplussn.svg** 	Legg 6 gulrøtter og 12 epler i kurven. Hvor mange blir det til sammen?
Oppgave 14 **014_juletre.svg** 	Pynt juletreet med 5 blå og 3 gule kuler. Trykk på det tallet som sier hvor mange det er til sammen.
Oppgave 15 **015_opptelling33.svg** 	Sett flaskene i hyllene slik at det er lettere å telle de.

Oppgave 16 **016_ans1.svg** 	Trykk på firkanten som har flest prikker.
Oppgave 17 **017_juletre2.svg** 	Gjør slik at det er 13 kuler til sammen på juletreet.

Vedlegg 2: Intervjuguide.

1. Hvordan tenkte du da du arbeidet med denne oppgaven?
2. Hvordan gikk du frem for å løse denne oppgaven?
3. Hva gjorde du først? Hvorfor?
4. Hvorfor gjorde du det på den måten?
5. Kunne du løst oppgaven på en annen måte? Vet du om flere måter å telle på?
6. I oppgaver der elevene skal telle selv, er det naturlig å spørre de "hvor mange" objekter det er totalt i settet (kardinalitet).
7. Det kan være et alternativ å skjule settet elevene har telt før man spør "hvor mange" på noen oppgaver.
8. Vet du om en måte for å finne ut hvor mange det er?
9. Like-mange-oppgaven: Hvordan vet du at de har like mange nå? Kan du vise meg at det er like mange gulrøtter til begge?

Vedlegg 3: Observasjonsskjema.

001_fotball5	
002_ans4	
003_eplegiven	
004_monkeyeatbanana	
005_ans2	
006_kanin	
007_epletre	
008_tallinje1	
009_likemange	
010_opptelling27	
011_oppdeling5	
012_monkeyeatbanana	
013_givenplussn	
014_juletre	
015_opptelling33	
016_ans1	
017_juletre2	

Vedlegg 4: Samtykkeskjema for deltakelse i forskningsstudien.

Vil du at ditt barn skal delta i forskningsprosjektet

"Vurdering av elevers tidlige tallforståelse i arbeid med digitale oppgavesett"?

Dette er et spørsmål til deg om å la ditt barn delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se på elevers tidlige tallforståelse i arbeid med digitale oppgavesett. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for ditt barn.

Formål

Dette prosjektet er en masteroppgave i matematikkdidaktikk på Institutt for Lærerutdanning, NTNU, Trondheim. Matematikkoppgaver på nettbrett blir mer og mer vanlig, også på de første skoletrinnene, men det er lite forskning knyttet til hvordan elever arbeider med disse oppgavene og hvordan de kan støtte lærerens undervisning. I denne oppgaven skal jeg finne ut mer om hvordan elevers tallforståelse kan komme til syne i matematikkoppgaver på nettbrett. I denne studien er tidlig tallforståelse i fokus, og det vil derfor være relevant å se på 1. og 2. trinns-elever sin tallforståelse. Oppgavene blir gjort digitalt gjennom en programvare som loggfører elevenes besvarelser. På den måten kan forskningsgruppen få et mer helhetlig bilde av elevenes arbeidsprosess enn man får på en vanlig papirbesvarelse.

Masteroppgaven vil bli gjort offentlig når den er ferdigstilt, og innsamlede (og totalt anonymiserte) data vil bli tilgjengelig for eventuelle senere forskningsprosjekter.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Min veileder og ansvarlig for forskningsprosjektet er Trygve Solstad, førsteamanuensis i matematikkdidaktikk ved NTNU.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

______ skole har inngått et samarbeid med meg om denne forskningsstudien og jeg ønsker at elever på 1. og 2. trinn ved **______** skole skal delta i denne studien.

Hva innebærer det for deg å delta?

Elevene som gir samtykke til å delta i studien, vil få tildelt et sett med oppgaver i matematikk som jeg har valgt ut. Oppgavene blir designet og satt inn i en programvare som er utviklet av en forskningsgruppe ved NTNU. Denne programvaren loggfører elevenes besvarelser anonymt.
I etterkant av, og underveis i arbeidet med oppgavene vil det være aktuelt med intervju med noen av elevene. Her vil det bli stilt spørsmål som f.eks. "*Hvordan tenkte du i arbeidet med denne oppgaven?*", "*Hva gjorde du for å løse denne oppgaven?*", "*Hva gjorde du først i denne oppgaven?*".
Intervjuene vil bli tatt lydopptak av på godkjente utstyr, og slettet umiddelbart etter at alt av data er transkribert og anonymisert. Det vil ikke bli stilt spørsmål som identifiserer elevene på

noen måte.
Alt av innsamlede data vil bli anonymisert og behandlet kryptert.

Foresatte kan få tilgang til spørreskjema/intervjuguide i forkant av undersøkelsen dersom det er av interesse. Ta kontakt med meg, Veronica Søberg dersom dette er ønskelig.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du ønsker at ditt barn deltar, kan eleven/ dere når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger og innsamlede data om eleven vil da bli totalt anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for eleven hvis han/hun ikke vil delta eller senere velger å trekke seg. Dersom eleven ønsker å trekke seg fra forskningsprosjektet vil all data som omgår eleven bli totalt anonymisert.

Elever som deltar i studien vil bli tatt ut av ordinær undervisning i totalt ca.45-60 minutter per elev høsten 2019 for å arbeide med oppgavene som er designet for denne studien. Oppgavene som er knyttet til studien er koblet til matematikkfaget, og vi vil derfor forsøke så godt det lar seg gjøre å ta elever som deltar i studien ut av en ordinær matematikkøkt. På denne måten håper vi at vi på en best mulig måte sikrer at elevene som deltar i studien ikke går glipp av ordinær undervisning i andre fag.
Elevene som deltar vil altså bli tatt ut av en ordinær matematikkøkt for å delta i en matematikkøkt som er knyttet til studien. På denne måten vil ikke elever som ikke ønsker å delta være involvert i studien og datainnsamlingen.
De elevene som ikke deltar i studien vil følge den ordinære undervisningen, og ikke involveres i studien på noen måte.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke datainnsamling fra ditt barn til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.
Veronica Søberg med veiledere og forskningsgruppe ved NTNU vil ha tilgang til det anonymiserte og krypterte datamaterialet som blir innsamlet i denne studien.
Jeg, Veronica Søberg, vil sikre at ingen uvedkommende får tilgang til personopplysninger ved å lagre alle data kryptert på en minnepinne som oppbevares innelåst.

Deltakere vil ikke på noen måte kunne gjenkjennes i publikasjon, og det vil kun være elevenes faglige besvarelser som publiseres i arbeid med denne studien. Ingen personopplysninger vil bli inkludert.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Prosjektet skal etter planen avsluttes 01.10.2020. Personopplysninger vil bli fullstendig slettet når prosjektet er avsluttet, men anonymiserte og ikke-identifiserende elevbesvarelser vil være tilgjengelig for senere forskningsgrupper og forskningsprosjekter.

Dine rettigheter:
Så lenge ditt barn kan identifiseres i datamaterialet, har du/dere rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om barnet ditt,

- å få rettet personopplysninger om barnet ditt,
- få slettet personopplysninger om barnet ditt,
- få utlevert en kopi av ditt barns personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av barnet ditt sine
- personopplysninger.

Du har kun rett til å få innsyn i datamateriale som omfatter ditt barn. Vi kan ikke utlevere datamateriale som omfatter flere personer (f.eks. lydopptak eller videoopptak av flere elever samtidig).

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om barnet ditt basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

NTNU Trondheim ved førsteamanuensis i matematikkdidaktikk Trygve Solstad, +47 73412594 eller +47 95258917.

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på e-post (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

NTNU Trondheim ved personvernombud Thomas Helgesen, på e-post thomas.helgesen@ntnu.no eller på telefon: +47 93079038.

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig
(Forsker/veileder: Trygve Solstad) Student: Veronica Søberg.

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet;” *Vurdering av elevers tidlige tallforståelse i arbeid med digitale oppgavesett”*, og har fått anledning til å stille spørsmål.
Jeg samtykker til:

å delta i *digital oppgaveløsning med loggføring av besvarelser* å delta i *intervju*

Jeg samtykker til at ______________________ (barnets fulle navn) deltar i forskningsstudien slik den er skildret ovenfor, og at barnets opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. 01.10.20.

(Signert av prosjektdeltakers foresatt(e), dato)

Vedlegg 5: Oversikt over kategorier til notasjon i observasjonsskjemaet.

Tellestrategier Ostad

Telle alt og forfra igjen TAF
1,2,3 + 1,2 = 1,2,3,4,5

Telle alt TA
1,2,3 på en hånd, og fortsetter 4,5,6,7,8 på den andre hånden.

Telle videre TV
Eleven teller videre fra det første tallet

Minimumstrategien M
Minimum antall steg. 3+5 → teller videre fra det tallet som representerer det største tallet (antallet)

Tvillingtall TT
3+5 → eleven vet at 3+3=6, pluss 2... 7,8.

Tallnavn TN
Eleven teller høyt eller beveger leppene i en synlig stillelesningsselevens. Tellingen har ellers ingen annen direkte observerbar, ytre referanseramme.

Prikker i tallsymbol PT
Elevene tegner (eller tenker seg) prikker på tallsymbolene. Prikkene representerer antallet. Addisjon foregår på den måten at elevene peker på og teller sammen prikkene.

Ola-strategien OS

Setter streker først, og teller antall streker etterpå. Eks. 3+5 ||| + |||||

Andre strategier

- Fingertelling FT
- Peketelling PKT
- Flyttetelling FLT

NTNU
Kunnskap for en bedre verden