Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Bjørn-Tore Solli

«Liten tue kan velte stort lass» - Om vanskelige ord og matematisk leseforståelse i ungdomsskolen.

Hva trenger en lærer å vite om temaet « vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver», for å kunne hjelpe elever i ungdomsskolen til bedre matematisk leseforståelse?

Masteroppgave i Master i matematikkdidaktikk 5.–10. trinn
Veileder: Liping Ding
Mai 2020

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Bjørn-Tore Solli

«Liten tue kan velte stort lass» - Om vanskelige ord og matematisk leseforståelse i ungdomsskolen.

Hva trenger en lærer å vite om temaet «vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver», for å kunne hjelpe elever i ungdomsskolen til bedre matematisk leseforståelse?

Masteroppgave i Master i matematikkdidaktikk 5.–10. trinn
Veileder: Liping Ding
Mai 2020

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

«Liten tue kan velte stort lass» - Om vanskelige ord og matematisk leseforståelse i ungdomsskolen.

Hva trenger en lærer å vite om temaet «vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver», for å kunne hjelpe elever i ungdomsskolen til bedre matematisk leseforståelse?

av

Bjørn-Tore Solli

Sammendrag

Forskningen i denne masteroppgaven har hatt som formål å gi et innblikk i *hva en lærer trenger å vite om vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver i ungdomsskolen*. En lærers kunnskaper om hvilke utfordringer vanskelige ord i tekstoppgaver kan skape for den enkelte elev, har potensiale til å påvirke både undervisningen og elevens matematiske leseforståelse. Forskning på norsk undervisningspraksis viser imidlertid til at dette ikke er et tradisjonelt fokusområde.

De kvalitative forskningsdataene er basert på elevarbeider og innhentet fra en ungdomsskole i Midt-Norge høsten 2019. En tematisk analyse ble valgt for å avdekke ulike særtrekk ved de vanskelige ordene knyttet til de tekstoppgavene elevene arbeidet med.

Med utgangspunkt i Duval's (2000b) internaliseringsmodell vil resultatene fra analysen vise til at en lærer ved hjelp av to semiotiske verktøy, *lokalisering*- og *definering* av vanskelige ord, bedre vil kunne tilrettelegge for elevenes matematiske forståelse under arbeidet med tekstoppgaver.

Resultatene indikerer at en gjennom å fokusere på å lete etter vanskelige ord og definere disse sammen med elevene, tilrettelegger for en forbedret matematisk leseforståelse. Matematiske tekstoppgaver er multisemiotiske og er mettet med informasjon. De normalspråklige delene av tekstoppgaven blir sjeldent inkludert som en naturlig del av den fagspråklige opplæringen i matematikk i norsk skole. Forskningen antyder derfor at læreren gjennom å fokusere på de normalspråklige delene av det matematiske språket, i større grad også vil kunne styrke den semantiske og kontekstuelle forståelsen hos eleven.

Nøkkelord

Matematiske tekstoppgaver, Duval's internaliseringsmodell, multisemiotiske verktøy, semiotikk, lingvistikk, matematisk leseforståelse, kontekstuell forståelse, det matematiske språket, lokalisering av vanskelige ord, definering av vanskelige ord, språkopplæring i matematikkfaget.[1]

[1] En kort ordliste med de sentrale faguttrykkene i masteroppgaven er utarbeidet og blir presentert som Vedlegg 6. Det anbefales at leseren gjør seg kjent med denne før de begynner lesingen.

Innholdsfortegnelse

Masteroppgavens ulike tabeller

Masteroppgavens ulike figurer

Forord

Denne oppgaven henvender seg først og fremst til meg selv og de av mine nærmeste kolleger som også arbeider med å rette et spesielt fokus på vanskelige ord knyttet til matematiske tekstoppgaver. Ved å arbeide med dette spesifikke fokusområdet, har vi som kolleger merket oss en økt bevissthet til når og hvordan vi knytter de mest frekvente vanskelige ordene opp mot normalspråklige samtaler med elevene. Dette har i første omgang gjort oss bevisste på hvor viktig det er å være oppmerksomme på at det eksisterer et behov for å anse dette temaet som et problemområde og undervisningen vår har gjennom de siste månedene også blitt mer preget av dette – ikke bare i matematikktimene, men også i alle språkrelaterte timer. De vanskelige ordene har dannet grunnlaget for hvordan vi har tilnærmet oss undervisningen på ulike måter både gjennom repetisjonsøvelser og i presentasjon av nytt fagstoff.

Jeg vil takke min veileder Liping Ding som har loset meg trygt fram mot det ferdige forskningsprosjektet. Hennes gode og presise tilbakemeldinger har vært til uvurderlig hjelp gjennom prosessen.

En spesiell takk rettes til min kjære Inna som har vasket, kokt og tilrettelagt alt rundt meg, og sett til at jeg har kunnet skrive ferdig. Uten din hjelp og støtte har jeg aldri kunnet gjennomført arbeidet.

Bjørn-Tore Solli

Trondheim, mai 2020.

Kapittel 1 - Innledning og forskningsspørsmål

Learning mathematics is learning to discriminate and to coordinate semiotic systems of representation in order to become able of any transforming of representation.

Raymond Duval (2000b)

1.1. Bakgrunn og valg av tema

Hvilke ord er vanskelige å lese og forstå hos elever i ungdomsskolen når de arbeider med matematiske tekstoppgaver? Hvorfor kan matematiske tekstoppgaver oppleves som vanskeligere å lese og forstå enn andre tekster? Og, hvorfor er nettopp dette temaet viktig for den enkelte matematikklærer?

De nasjonale prøvene i regning for 8. og 9. trinn 2019 (NPR19) besto utelukkende av tekstoppgaver og mange lærere og foreldre spurte seg i den sammenhengen om hva som skulle måles; lese- eller regneferdighetene. Statistisk sentralbyrå (SSB) la 27. januar 2020, resultatene fra de nasjonale prøvene 2019 fram i en rapport som blant annet viste til at «*elever med høyt utdannede foreldre gjør det bedre på nasjonale prøver*». Nyheten viste et sammenfall av resultater i de ulike mestringsnivåene mellom regne- og leseforståelse. Elever med lav skår i lesing, skåret dårlig i regning og motsatt, elever med høy skår i lesing, skåret også høyt i regning. Tallene korrelerte også med tallene fra 2014. Tekstoppgaver fra NPR19s vil, sammen med et utvalg tekstoppgaver fra læreverket Grunntall 8 (G8), danne deler av datagrunnlaget i min forskningsoppgave.

Lærerens kunnskaper om hvilke utfordringer eleven opplever når han eller hun leser matematiske tekstoppgaver, vil i større grad kunne hjelpe de ulike elevene både til å kartlegge sine egne utfordringer, og til å oppnå større mestring gjennom lesingen og løsningen av de ulike oppgavene. En kartlegging av hvilke utfordringer læreren kan forvente seg i arbeidet med matematiske fagtekster, vil derfor kunne være et didaktisk bidrag og en støtte for den enkelte.

1.2. Formål med oppgaven

Denne masteroppgaven ønsker å se på hvordan en lærer, gjennom å bevisstgjøre eleven på de ulike vanskelige ordene i en tekstoppgave, kan bidra til å styrke den matematiske leseforståelsen hos eleven. Et godt matematisk ordforråd er en viktig forutsetning for å kunne tolke en matematisk tekstoppgave. Ved et manglende ordforråd vil eleven oftere ha vansker med å oversette tekst til handlinger og regneuttrykk. Ikke sjelden vil eleven gjette seg fram til en løsningsstrategi basert på de elementene eleven forstår av oppgaven, uten å ha tilegnet seg en helhetlig oversikt. Noen ganger går dette greit. Andre ganger ikke.

Masteroppgaven har derfor også som formål å si noe om hvordan læreren kan hjelpe eleven til å lokalisere vanskelige ord, da hovedsakelig knyttet til normalspråket, og videre hjelpe eleven til å definere og skape forståelse for de ulike ordene. Gjennom denne handlingen er målet å legge til rette for større leseforståelse av matematiske tekstoppgaver og forbedrede løsningsstrategier.

For å kunne gjennomføre en slik undersøkelse var det derfor viktig å kartlegge hvilke vanskelige ord elevene selv opplevde som utfordrende, se på hvilke lingvistiske sider ordene hadde, samt å vise til relevante eksempler og hvilken frekvens ordene fremstår med. Alle eksempler fra tekstoppgaver er enten hentet fra NPR19 eller fra lærebokverket G8 fra kapittelet om brøk.

Lærerens oppmerksomhet på korrelasjonen mellom leseferdigheter og regneferdigheter, kan skape et bedre utgangspunkt for tilretteleggingen for den enkelte elev. Læreplanverket (UDIR, 2006) slår fast at elevens opplæring i matematikkfaget skal bestå i å utvikle matematikkspråklige kompetanse gjennom tale, skrift, lesning, regning og digital opplæring. Opplæringen av gode matematiske lese- og løsningsstrategier forutsetter et godt samtaleklima i klasserommet og er naturlig nok også avhengig av hvordan læreren planlegger og gjennomfører undervisningen. Franke et. al (2007) beskriver undervisningssituasjonen fra flere amerikanske klasserom der læreren underviser etter et bestemt mønster. IRE-mønsteret – læreren tar *initiativ*, elevene gir *respons* og læreren vurderer elevens svar (*evaluates*) - understøtter ikke nødvendigvis det gode samtaleklimaet og vil ofte heller ikke kunne vise til hvilke strategier elevene bruker for å komme fram til sine svar. Klette (2003) viser til at denne praksisen også er dominerende i norske klasserom.

Denne praksisen stimulerer ikke til samtaler rundt vanskelige ord og uttrykk i matematikkundervisningen. Adams (2003) og Riccomini & Witzel (2010) underbygger dette inntrykket ved å vise til forskning som sier at elevens språkutvikling som tema, ofte blir oversett av matematikklærere. Dyrvold (2016) viser til at en tekstoppgave som fremstår som vanskelig i en matematisk kontekst eller i en hverdagskontekst, gjerne kan favorisere elever med gode leseferdigheter fremfor elever med gode matematiske ferdigheter. Forundersøkelsen, der resultatene fra de nasjonale prøvene i lesing og regning 2019 ble sammenlignet for elevene knyttet til mitt eget utvalg, viser også til en sterk korrelasjon og bekrefter dermed disse teoriene.

Formålet med denne studien er å vise til hvordan en lærer, gjennom et konkret undervisningsopplegg med fokus på å lokalisere og definere vanskelige ord, kunne hjelpe elevene til bedre matematisk leseforståelse.

1.3. Forskningsspørsmål

På grunnlag av bl.a. Klette (2003), Adams (2003) og Riccomini & Witzels (2010) forskning, vil det også blant norske lærere kunne være et behov for å øke kunnskapsnivået rundt elevens matematiske språkutvikling. Basert på de erfaringer og tilbakemeldinger jeg som lærer har fått fra foreldre, elever og medlærere rundt temaet vanskelige ord i tekstoppgaver, har forskningen min derfor konsentrert seg om de didaktiske aspektene rundt hva en lærer trenger å vite om temaet vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver. Som et overordnet rammeverk har jeg valgt Duval's (2000b) internaliseringsmodell for å gi en fremstilling av hvordan det matematiske språket innarbeides, forstås og læres. En nærmere beskrivelse av rammeverket forklares i kapittel 2.4.

Gjennom et undervisningsopplegg over 3 timer har 47 elever i en 8. klasse i Midt-Norge fått undervisning i hvordan de kan arbeide med egen forståelse av matematiske tekstoppgaver. Resultatene fra denne gruppen elever danner grunnlaget for mine forskningsdata.

Mitt forskningsspørsmål:

Hva trenger en lærer å vite om temaet «vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver», for å kunne hjelpe elever i ungdomsskolen til bedre matematisk leseforståelse?

Resultatene fra forskningen og besvarelsen av forskningsspørsmålet, er ment å gi læreren kunnskaper, råd og veiledning til hva og hvordan den enkelte kan arbeide med temaet vanskelige ord i matematiske tekster. Masteroppgaven vil beklageligvis ikke kunne besvare, kartlegge eller vise til alle sidene knyttet til temaet, men kun vise til beskrivende utfordringer og gi forklarende eksempler.

1.4. Masteroppgavens struktur

Teorikapittelet – kapittel 2 - vil søke å beskrive *forståelsesbegrepet* og sette det i sammenheng med det større og samlende begrepet *kompetanse*. Duval's (2000b) internaliseringsmodell er valgt som rammeverk og vil nærmere bli beskrevet i kapittel 2.4. To spesifikke underkategorier vil bli implementert til rammeverket – perifere- og sosiokulturelt vanskelige ord. Kapittel 3 vil beskrive hvordan undersøkelsen ble gjennomført. Resultatene i kapittel 4 vil kronologisk beskrive funnene fra 3 enkeltstående timer og en prøve, og videre beskrive funnene sett fra et lingvistisk perspektiv. Resultatene vil fortløpende bli analysert i samme kapittel. Kapittel 5 vil sette funnene i relasjon til teoridelen. Samlet vil kapittel 3, 4 og 5 konkretisere, gi råd og vise til deler av hva lærere trenger å vite om temaet vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver. Kapittel 6 vil samle sammen konklusjonene i 3 enkelte punkter og gi råd om videre forskning på området.

Kapittel 2 - Teoretisk tilnærming

Kapittel 2.1. ønsker å gi en beskrivelse av ulike utfordringer knyttet til det matematiske språket. Det vil vise til hvilke vanskeligheter dette medfører og hvilken språkdefinisjon som knyttes til forskningsoppgaven. Kapittel 2.2. viser til hvordan elever leser og forstår matematiske tekstoppgaver. I kapittel 2.3. vil jeg presentere hvordan Duval beskriver vanskene knyttet til det matematiske språket og komme nærmere inn på hvordan det matematiske språket i tekstoppgaver kan beskrives som multisemiotisk og hvorfor dette gir eleven særlige utfordringer i lesingen og tolkningen av disse. I siste kapittel – 2.4., vil jeg vise til hvordan jeg ønsker å bruke Duval (2000b, 2006) som rammeverk for å beskrive de kognitive læringsprosessene i det multisemiotiske matematiske språkregisteret.

2.1. Matematikkens språk og utfordringer

Det matematiske språket er særegent og for mange elever også vanskelig tilgjengelig. Lesingen og tolkningen av en matematisk tekstoppgave skjer ikke lineært som i vanlige tekster, men består av flere elementer som må settes sammen til en ny helhet. Det matematiske språket skiller seg fra dagligtalen gjennom sin bruk av symboler og gjennom graden av presisjon. Setningsstrukturen er ofte også spesielle, gitt gjennom korte innholdsmettede setninger. Enkelte ord har noen ganger også et annet meningsinnhold enn det en møter i dagligtalen og noen ord møter en i tillegg så og si bare i matematisk sammenheng. For å forsterke eller lette lesningen, blir tekstene også noen ganger assistert av bilder, grafer eller tabeller. En sier gjerne at tekstene er multisemiotiske (O'Halloran, 2008) i betydning av de gjerne viser til flere ulike representasjonsformer samtidig. Dette gjør matematiske tekster til blandingstekster som stiller særlige krav til leseren.

Matematisk meningsdannelse, det å skape egen forståelse, kan ikke skje uten hjelp av et språk. Meningsdannelse kan gjerne beskrives ved hjelp av to samtidige teoretikere, Piaget og Vygotskij. Mens Piaget fokuserer på dannelse av mening gjennom handlinger og aktivitet, er Vygotskijs fokus mer knyttet til den sosiale interaksjonen og til utviklingen av språk gjennom en kognitiv prosess. Vygotskij beskriver blant annet hvordan individets språkdannelse er avhengig av utviklingen av et eget privat språk – et tankespråk (Vygotskij et. al, 2012, s. 213). Mens Piaget så på dette «egen-snakket» (self talk) delvis som et substitutt for manglende toveis logisk sans, mente Vygotskij at denne delen av språket og språkdannelsen var helt nødvendig for å kunne sette ord og uttrykk inn i en større kontekstuell ramme. Et vanlig eksempel i denne sammenhengen er å vise til hvordan mange av oss snakker høyt med oss selv mens vi leser igjennom en bruksanvisning og på den måten forsterker egen leseforståelse. Med følgende sitat av Vygotskij (2012) understrekes også kompleksiteten og utfordringene en som lærer møter i læringsprosesser rundt vanskelige ord i samspillet med hver enkelt elev:

> *Ethvert forsøk på å påtvinge et ord en mangefasettert mening, fører faktisk til at det skapes et orginalt idiom. I indre tale (den delen av språket som først og fremst kjennetegnes ved at en snakker med seg selv, red.) står ett ord for en rekke tanker og følelser, og noen ganger erstatter det en lang og dyptpløyende tankerekke. Og det valgte ordets enestående indre mening kan naturlig nok ikke oversettes til vanlig ytre tale. Indre mening er noe helt annet enn det samme ordets ytre betydning.*

Indre tale er mao. en språkfaktor som hjelper en til sortere meningsbærende innhold på en måte som gjør at en selv forstår meningsinnholdet. Arbeider en videre ut fra Vygotskijs resonnement i lys av arbeidet med vanskelige ord, vil en derfor også måtte erkjenne at arbeidet med felles avklaringer av hvilke vanskelige ord en lokaliserer i de ulike tekstoppgavene og ikke minst hvilken felles kontekstuell tolkning en skal benytte for de enkelte ordene, er og bør være en viktig del av matematikkundervisningen. Uten en felles forståelse av hvilke vanskelige ord en finner i de ulike tekstene og hvordan vi som sosial gruppe skal forstå dem, vil ikke den kontekstuelle rammen for tekstoppgaven fungere tilfredstillende.

Ifølge forskningen til Rubenstein og Thompson (2002) er det minst 11 kategorier av vanskeligheter assosiert rundt læringen av språk tilknyttet det matematiske vokabularet. Kategoriene er definert på følgende måte:

Tabell 1: Rubenstein og Thompson's (2002) 11 kategorier av vanskeligheter assosiert med læring av språk knyttet til det matematiske vokabularet.

a.	Meningsinnholdet er avhengig av konteksten (eks. En fot som i 30,48 cm eller som den nederste delen av beinet).
b.	Matematiske meninger er mer presist enn normalspråket (eks. produktet er løsningen på et multiplikativt problem vs. produktet et firma produserer).
c.	Spesifikke termer innenfor den matematiske konteksten (eks. polygon, parallellogram,

	imaginære tall).
d.	Multiple meninger (eks. siden av et triangel vs siden av en kube).
e.	Disiplin-spesifikke tekniske meninger (eks. en bølge beskrevet som en matematisk sinuskurve vs. en fysisk bølge på havet).
f.	Homonymer til hverdagsspråket (eks. tre som i tallet 3 vs. et tre).
g.	Relaterte men andre ord (eks. omkrets vs. perimeter).
h.	Spesifikke utfordringer knyttet til oversatte ord (eks. eng. table som betyr både tabell og bord på norsk).
i.	Irregulær staving (eks. funksjon vs. lydrett fungschon).
j.	Konsepter kan verbaliseres på mer enn en måte (eks. 15 minutter over vs. kvart over).
k.	Elever og lærere adopterer uformelle termer i stedet for de matematiske termene (eks. å plusse/å ædde vs. addere og diamant vs. rombe).

Mange av de vanskene elevene i skolen opplever med matematikkfaget, knytter seg utvilsomt til det matematiske språket. En bevisstgjøring hos lærere og andre samfunnsaktører til den matematiske språkutviklingen hos elever, anses derfor også kunne ha en positiv innvirkning på elevens matematiske språkutvikling og forståelse.

Hvilke ord som oppleves som vanskelige, vil variere fra person til person. Lingvistisk deler en gjerne ordforrådet mer generelt inn i *innholdsord* og *funksjonsord* (Holum, L. 2016, NAFO).

> *Innholdsord er substantiv, verb (unntatt hjelpeverb), adjektiv og de adverbene som er avledet av adjektiv. Innholdsordene tilhører åpne ordklasser som stadig tar inn nye ord (red. eks. å adde eller ædde, å minuse, å laine (opp), ta en enåtti (om å snu seg rundt en halv gang), ta en treseksti (om å snu seg rundt en hel gang), å plusse). De aller fleste innholdsordene kan i tillegg bøyes i norsk. Funksjonsordene brukes mer frekvent enn de enkelte innholdsordene, og det er ikke så mange av dem. Derfor er det innholdsordene som gjerne vies størst oppmerksomhet i undervisningen. Det er naturlig i og med at disse ordene er de mest meningsbærende ordene i en tekst, men mange funksjonsord er også betydningsbærende, og de fungerer som tekstbindere, f.eks. da, når, mens, deretter, etterpå som uttrykker tid, fordi uttrykker årsak og hvis som uttrykker betingelse. Det er viktig å arbeide mye med disse, både for at elevene skal forstå resonnementer i tekster, og for selv å kunne utvikle et godt fagspråk.*

Leseren vil i kapittel 4 få et innblikk i hvordan innholds- og funksjonsord blir knyttet mot forskningsresultatene i denne oppgaven, og hvordan disse ble tolket og forstått av elevgruppen i utvalget.

Det finnes ulike syn på hvorvidt matematikk er et språk eller om det er et middel for å kommunisere ren matematikk. De to standpunktene eksisterer hver for seg, men det eksisterer også et tredje som kan sies å ligge i skjæringspunktet mellom dem.

Argumentet for at *matematikk er et selvstendig språk* blir framsatt av flere ulike forskere (Swhweiger, 1992; Usiskin, 1996; Wakefield, 2000). Usiskin (1996) påpeker at matematikk er konstruert som et naturlig språk med uttrykk som er setningslike. Det har syntaks og symboler som har funksjon som verb, og det å lære matematikk er som å lære seg et andre fremmedspråk.

Det andre synet beskriver *språk som et redskap for å kommunisere matematikk*. Dette perspektivet er noen ganger gjennom forskningsartikler referert til som et middel for å kommunisere matematikk. Eksempelvis beskriver Sato, Rabinowitz, Gallagher og Huang (2010) en lingvistisk modifikasjon av tekstoppgaver som en tekst som er «konstruert for å øke elevens tilgang til testet innhold ved å minimere språkbelastningen assosiert gjennom teksten i et tekstelement.» (Sato et al., 2010, s. 16). En tilsvarende måte å snakke om det matematiske språket finner man hos Tindal's (2014) studie der lesing og skriving blir referert til som ferdigheter som gjør matematikken tilgjengelig for en (access skills). Oppfatningen av språket som et redskap finner en også hos Adu-Gyamfi, Bossé og Faulconer (2010). Dette studiet refererer til lesing og skriving som verktøy for å uttrykke matematisk forståelse. Beskrivelsen av lesing og skriving som verktøy, antyder derimot ikke at matematikken skal oppfattes som språkfritt, men det signaliserer et skille mellom språk og matematikk.

Det tredje standpunktet angir at *matematikken har et språk*. Eksempler på dette matematiske språket er ikke bare definert gjennom teknisk vokabular og grammatiske mønstre (Schleppengrell, 2007), men også gjennom bruken av multiple samhandlende semiotiske ressurser (O'Halloran, 2008). Dette tredje standpunktet om at matematikk har et språk, er kompatibelt med konseptet om at matematisk leseferdigheter og matematiske kunnskaper og evner, innbefatter flere ulike matematiske kompetanser. Historisk sett har matematiske leseferdigheter vært nært knyttet opp mot det matematiske kunnskapsfeltet, men i senere tid har det skjedd et skifte i syn der matematikk anses som en sammenstilling av ulike leseferdigheter (Cobb, 2004). Cobb og de Lange (2003) argumenterer for at det finnes ulike former for matematiske leseferdigheter. I PISAs rammeverk (OECD, 2013) er derimot matematisk leseferdighet kun definert som «et individs evne til å formulere, anvende og tolke matematikk i ulike sammenhenger (OECD, 2013, s. 25). PISAs definisjon illustrerer likevel at språklige ferdigheter spiller en viktig rolle for hva det vil si å inneha en matematisk leseferdighet; i denne sammenhengen vil ordene å formulere og å tolke fremstå som viktige språkferdigheter.

Den matematiske leseferdigheten som konsept er nært knyttet til oppfatningen av at matematiske evner består av flere ulike kompetanser (se f.eks. de Lange, 2003). Matematiske kompetanser er definert gjennom flere ulike kompetanserammeverk (se f.eks. Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001; Niss & Højgaard, 2011). Basert på disse definisjonene er det også nærliggende å forstå at matematikk har sitt eget språk: et språk som må mestres som en del av den matematiske kompetansen. I KOM-rammeverket er den kommunikative kompetansen beskrevet som det å «være i stand til å kommunisere i, med og om matematikk» (Niss & Højgaard, 2011, s. 67). Det å kommunisere i og med matematikk, impliserer at kommunikasjonen skjer gjennom et matematisk språk. Hva som karakteriserer matematisk argumentasjon skjer ifølge Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) gjennom en «sti» av uttalelser og argumenter. NTCM standardene (NTCM, 2000) definerer matematiske argumentasjon som: «evnen til å utvikle og evaluere formodninger og argumenter i matematikken.» Både det å konstruere og det å evaluere formodninger og argumenter krever evner som en finner gjennom språkevnene.

De to motstående perspektivene av det matematiske språket, sammenfattes dermed i det tredje og mellomliggende perspektivet slik:

1. Matematikk er et språk (eks. Swhweiger, 1992; Usiskin, 1996; Wakefield, 2000).
2. Matematikk er en vitenskap som eksisterer uavhengig fra den humane ativiteten. Språket er kun et middel menneskene benytter seg av for å kommunisere

Figur 1: 3 ulike tilnærminger til det matematiske språket

matematikk (eks. Sato et al., 2010; Tindal's, 2014).

3. Matematikk har sitt eget språk og språket er en del av selve matematikken (eks. Schleppengrell, 2007; O'Halloran, 2008).

Standpunktet jeg vil følge gjennom denne oppgaven, relaterer seg til det siste punktet. Det relaterer seg videre også til det teoretiske rammeverket presentert i Duval's modell (se Tabell 3) i kapittel 2.4; hvis matematikk har sitt eget språk, vil behovet for å arbeide for å opparbeide spesifikke matematiske leseferdigheter og forståelse hos elevene også være tilstede.

2.2. Lærerens utfordringer knyttet til den matematiske kompetansen, forståelsen og leseforståelsen

Hva er forskjellen på matematisk forståelse og matematisk leseforståelse? Den generelle delen av læreplanen (UDIR, 2006) for norsk grunnskole setter en omfangsrik og beskrivende ramme for begrepene, selv om den ikke direkte definerer dem:

> *Å kunne lese i matematikk inneber å forstå og bruke symbolspråk og uttrykksformer for å skape meining i tekstar frå daglegliv og yrkesliv så vel som matematikkfaglege tekstar. Matematikkfaget er prega av samansette tekstar som inneheld matematiske uttrykk, grafar, diagram, tabellar, symbol, formlar og logiske resonnement. Lesing i matematikk inneber å sortere informasjon, analysere og vurdere form og innhald og samanfatte informasjon frå ulike element i tekstar. Utvikling i å lese i matematikk går frå å finne og bruke informasjon i tekstar med enkelt symbolspråk til å finne meining og reflektere over komplekse fagtekstar med avansert symbolspråk og omgrepsbruk.*

Å lese en matematisk tekstoppgave, er å lese en fagtekst. Leseopplæringen må være en naturlig og kontinuerlig del av matematikkundervisningen. Lesingen betinger at eleven har god ordavkoding (tolkning), har god leseflyt og lesehastighet, klarer å benytte seg av innlærte forkunnskaper, har innøvde lesestrategier, i tillegg til motivasjon, konsentrasjon og et engasjement for oppgaven. Å lese en matematisk tekst, forutsetter at man må kunne:

1. Lese tegn og symboler
2. Forstå ord med spesiell betydning i fagspråket

3. Beherske den matematiske rettskrivningen

4. Beherske algebra, bokstaver for tall med ulik betydning i ulike settinger

5. Se at ulike representasjoner kan ha samme forhold

6. Avkode komprimert og innholdsmettet tekst

7. Orientere seg i den matematiske teksten

En god matematisk forståelse betinges med andre ord av en god matematisk leseforståelse (Jensen, 2017).

En annen og mer generell innfallsvinkel av leseforståelse beskrives av Sweet og Snow (2003, s.10):

> *We define reading comprehension as the process of extracting and constructing meaning through interaction and involvement with written language. The reading comprehension process includes three dimensions: the reader, the text, and the activity. These three dimensions define a phenomenon that occurs within a larger sociocultural context.*

Sweet og Snows perspektiv blir vist til fordi det knytter leseforståelsen til det sosiokulturelle aspektet. Perspektivet vil aktualiseres i kapittel 2.3. og 2.4. der den sosiokulturelle konteksten direkte vil knyttes opp mot Duval's (2000b) rammeverk.

Selv om en gjennom forskningen kan vise til korrelasjon mellom den individuelle leseforståelsen og den matematiske forståelsen, er de utførte studiene på forskningsområdet hovedsakelig knyttet til ordavkoding eller til globale mål for lesing (eks. Nasjonale prøver i lesing, UDIR). Ofte hemmes forskningen av vurderingsspørsmål der en i for stor grad fokuserer på å vise til enkeltmål eller til globale mål som eksempelvis generelle leseresultat. Dette kan være problematisk fordi ordgjenkjenning (å kjenne igjen enkeltord, ferdighetskodingsevner) påviselig skilles fra leseforståelsen (Nation & Angell, 2006) og vil dermed vise andre matematiske relasjoner i tekstoppgaver. I en undervisningssituasjon vil det for en lærer derfor være viktig å hjelpe elevene til å avdekke hvilke relasjoner de enkelte ordene har slik at det kontekstuelle innholdet i teksten bli tydelig.

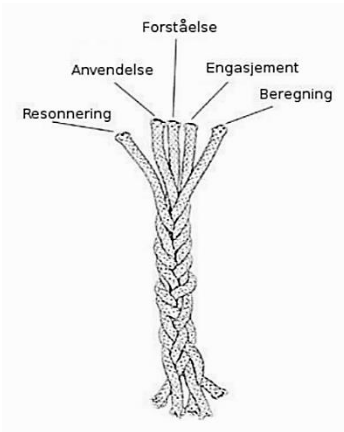
Det etiologiske studiet til Harlaar et al. (2012) går i dybden på hvorfor fenomener oppstår og hvorfor de utvikler seg, avdekket betydelige genetiske og delte miljøkorrelasjoner mellom matematikk, ordforståelse og leseforståelse. Studiet fastslår den sterke bindingen mellom ord-, leseferdigheter og matematiske ferdigheter. Videre fastslo det en sterk binding mellom evnen til å tolke enkeltord og leseforståelsen. Dette underbygger de slutninger som ligger til grunn for formen på undervisningsopplegget og prøvene som ble utviklet for dette studiet. Mer om dette i kapittel 3.2.

Skemp (1978) deler forståelsesbegrepet inn i to deler, *instrumentelle forståelse* og *relasjonell forståelse*. Norstrati & Wæge (2015) beskriver de to på følgende måte:

> "Instrumentell forståelse innebærer å lære et økende antall regler og formler som hjelper eleven med å finne løsningen på oppgavene; eleven vet hvordan oppgaven skal løses. Relasjonell forståelse innebærer å bygge opp begrepsmessige strukturer og se sammenhenger mellom begrepene. Det innebærer å vite både hvordan en oppgave skal løses og hvorfor det blir sånn."

Mens den relasjonelle forståelsen ofte knyttes opp mot det som beskrives som utviklende matematikkundervisning med åpne og såkalt "rike" oppgaver, vil den instrumentelle forståelsen mer være knyttet til undervisningsformer der det er viktig å følge bestemte løyper og pugge formler for å kunne løse oppgavene og utvikle forståelsen. Instrumentell forståelse kan med andre ord være et godt middel på veien mot en målsetting om en mer relasjonell forståelse.

Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) beskriver matematisk forståelse ved hjelp av et tauverk (se Figur 2) bestående av fem komponenter som til sammen utgjør den matematiske kompetansen: *forståelse*, *beregning*, *anvendelse* (strategisk tankegang), *resonnering* og *engasjement*. I dette tauverket er de ulike kompetansetrådene flettet nøye sammen. Bildet av tauets lengde og holdbarhet avhenger derfor av utviklingen av hver enkelt tråd.



Figur 2: Kilpatrick, Swafford og Findells (2001) illustrasjon av den matematiske kompetansen vist gjennom et tauverk. Forståelse inngår som enkeltbegrep.

Den norske tilnærmingen til forståelsesbegrepet, koples gjerne sammen med begrepet *kompetanse*. Kompetansebegrepet blir gjerne knyttet opp mot ulike kompetansemål der ferdigheter og kunnskaper utgjør de ulike kompetansene innen faget. Kompetansebegrepet *innbefatter* forståelse og vil først og fremst være retningsgivende i forhold til *hvordan* en kan tilnærme seg forståelse i matematikkfaget.

Tabell 2: Niss og Jenssen, (2002) De 8 kompetanseområdene i matematikk, KOM-rapport 2002.

1. Å kunne spørre og svare i, med og om matematikk	2. Å omgås språk og redskaper i matematikk
▪ Tankegangskompetanse ▪ Problembehandlingskompetanse ▪ Modelleringskompetanse ▪ Resonnementskompetanse	▪ Representasjonskompetanse ▪ Symbol- og formaliseringskompetanse ▪ Kommunikasjonskompetanse ▪ Hjelpemiddelkompetanse

Niss & Jenssens 8 kompetanseområder (se kulepunktene i Tabell 2) i matematikken ble i 2002 utarbeidet gjennom en KOM-rapport (red. Kompetencer og matematik, Skott et al., 2008). De åtte kompetanseområdene deles gjerne inn i to hovedgrupper (se Tabell 2). De ulike kompetanseområdene danner et viktig bakteppe av flere grunner. Jeg vil fremheve tre:

a. fordi de kan spores tilbake til de 17 siste vurderingsveiledningene fra UDIR (Det norske utdanningsdirektoratet),

b. de ligger til grunn for utviklingen av de nasjonale prøvene i regning og

c. dermed også kan oppfattes som et tillegg til den norske skolens ulike styringsdokumenter i matematikkundervisningen.

Både matematisk forståelse og leseforståelse betinges å inneha alle disse kompetansene. Ulikt nivå innen de ulike kompetansene vil kunne gi ulike utslag innenfor andre kompetanser. Et eksempel vil være om eleven har lav representasjonskompetanse og symbol- og formaliseringskompetanse, så vil eleven sannsynligvis også ha utfordringer knyttet til leseforståelsen og motsatt.

I regjeringens NOU fra 2018 (NOU 2018: 2, Fremtidige kompetansebehov — Kunnskapsgrunnlaget), beskrives kompetansebegrepet som et samlebegrep for kunnskap, forståelse, ferdigheter, egenskaper, verdier og holdninger. NOU’en benytter seg videre ikke av forståelsesbegrepet, men henviser heller til begrepet leseferdighet som samlebegrep.

Kognisjon innenfor psykologien, beskriver de indre tankeprosessene og knyttes gjerne til oppfatning, tenkning, oppmerksomhet, persepsjon, hukommelse, problemløsning, avgjørelser, ressonering, språk og kommunikasjon. Det er sterke paralleller til disse ulike begrepene og til beskrivelser av de ulike kompetanseområdene. Når eks. de Lange (2003) viser til at de ulike kompetansene er nært knyttet til konkrete matematiske evner, definerer kompetansene nettopp ulike kognitive sider ved forståelsen. En kan ikke sette likhetstegn mellom forståelse og kompetanse, men heller beskrive forståelsen gjennom å vise til elevens ulike kompetanser. De tre forklaringsmodellene over er likevel gode didaktiske hjelpemiddel og kan fungere som rammeverk for utvikling av en god undervisning og veiledning av elevene. De tre modellene danner videre et bilde av kompleksiteten knyttet til forståelsesbegrepet. Begrepet forståelse er i seg selv sammensatt og jeg vil i avsnitt 2.4. ta for meg hvordan Duval beskriver matematisk forståelse gjennom ulike representasjonsformer og språkregistre. Som en delkonklusjon kan en derfor hevde at de ulike kompetansene i stor grad representerer og ønsker å beskrive ulike didaktiske komponenter der forståelse inngår som et underbegrep. Kompetanse vil videre tolkes som et mer helhetlig samlebegrep der forståelse inngår som en av delene.

Hvilken relasjon finner en så mellom matematisk forståelse og leseforståelse? Ved å se på de tre foregående modellene, ser en at alle beskriver leseforståelse som en viktig del av den matematiske forståelsen. Det ene betinger den andre. Skemps instrumentelle forståelsesbegrep, betinger eksempelvis at eleven parallelt må utvikle matematisk leseforståelse. Kilpatric et. als tauverk betinger også den samme leseforståelsen for å kunne hevde den matematiske forståelsen. Dette blir i sin tur en betingelse for å kunne utvikle den relasjonelle forståelsen.

Enkelte studier har tatt utgangspunkt i kontekstuell matematisk forståelse av matematiske tekstoppgaver. Lesh & Doerr (2003); Mellone, Verschaffel, & Van Dooren (2017) og Mershet (1993) viser til at elever ikke ser ut til å trekke kontekstuelle vurderinger inn i tolkningen av vanskelige matematiske ord. Å forstå de ulike sidene av en matematisk tekst, blir på mange måter ansett som bortkastet tid. Gjennom å overse tekstinnholdet, og dermed også det kontekstuelle innholdet, sparer elevene seg for tid som de kan benytte til å arbeide direkte med de aritmetiske utfordringene i oppgaven (Zan, 2011). Sowder (1988) og Greer (1997) viser til en vellykket løsningsstrategi under arbeidet med vanskelige ord for bruk i barneskolen. Denne trestegs mekaniske prosessen kan beskrives slik:

1. Velg deg en aritmetisk strategi (dette valget kan baseres gjennom identifiseringen av nøkkelord i teksten).
2. Gjennomfør beregningen.
3. Rapporter resultatet.

Elever som arbeider etter denne løsningsmetoden, vil noen ganger lykkes med de aritmetiske utfordringene i tekstoppgaver, men arbeider dessverre ikke frem en løsningsstrategi som vil fungere på alle typer tekstoppgaver. Fenomenet er relevant fordi det beskriver elevenes mekaniske tilnærming til ordproblematikken (Verschaffel, Greer & De Corte, 2000). En kan hevde at det er et paradoks at elevene gjennom denne løsningsstrategien utvikler en for lett og uproblematisk tilnærming til matematiske problemer. Verschaffel et al. (2000) poengterer videre at elever samtidig minimaliserer forståelsesmekanismen gjennom at de

a. forutsetter at tekstoppgavene er løsbare og gir mening, og

b. antar at oppgavene kun har én løsning og at det skal være et pent tall og

c. antar at løsningen må finnes ved å bruke matematiske operasjoner på alle tallene i oppgaveteksten.

Eleven skaper dermed et mindre behov for å vurdere om oppgaven er løsbar og det blir også mindre viktig å skille vesentlig fra uvesentlig informasjon.

Fordi enkelte elever ikke ser ut til å ønske å trekke kontekstuelt innhold inn i sin vurdering av de ulike matematiske tekstoppgavene, vil mye informasjon gå tapt. Eleven vil derfor noen ganger også streve med å utarbeide en god besvarelse for oppgaven. Verschaffel et al. (2000) synliggjør i stor grad også problematikken knyttet til vanskelige ord og uttrykk i tekstoppgaver. Hvis elever følger denne strategien, vil det være nærliggende å se for seg at vanskelige ord bare blir «hoppet over» hvis en ikke forstår dem ved gjennomlesning av tekstoppgaven. Dermed gjenstår bare de kjente størrelsene i tekstoppgaven igjen, og eleven må derfor sette sammen besvarelsen på et tynnere grunnlag. Det kan noen ganger gå greit – og noen ganger ikke. Leseforståelsen av alle de ulike ordene i en matematisk tekstoppgave satt inn i en kontekstuell sammenheng, er en forutsetning for å kunne løse tekstoppgavene riktig, hver gang. På grunnlag av dette kan en derfor hevde at relasjonen mellom matematisk forståelse og leseforståelse betinger hverandre. Hvordan langt den enkelte elev er kommet i utviklingen av sin matematiske forståelse og leseforståelse vil dermed kunne påvirke både arbeidsmetodikk og resultater for den enkelte elev.

2.3. Duval's (2006) beskrivelser av utfordringer knyttet til matematisk forståelse og det multisemiotiske matematiske språket

To sentrale spørsmål stilles av Duval (2006) og kan beskrive utfordringene knyttet til det matematiske forståelsesbegrepet.

1. *Hvilke kognitive systemer må mobiliseres for å gi tilgang til matematiske objekter og samtidig gjøre det mulig å utføre multiple transformasjoner som uttrykker matematiske prosesser?*

Det kan ifølge Duval anses å være en utfordring at en generelt antar at matematisk tenkning behandles på samme måte som for andre områder av tenkningen selv om matematisk tenkning, språk og tolkning er langt mer abstrakt. Videre spør han:

2. *Er tenkningen den samme i matematikken som på andre kunnskapsområder? Er matematisk aktivitet bare knyttet til generelle kognitive prosesser eller er det spesifikke kognitive strukturer en må ta hensyn til i undervisningen?*

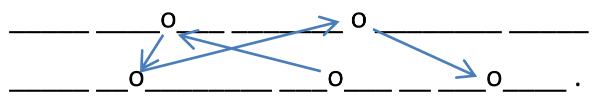
En bør spesielt vurdere hvilke semiotiske ressurser en ønsker å presentere for elevene til hvilken tid i utviklingen deres. Spesielt påpeker Duval hensynet til opplæringen som viktig.

> *Matematikkundervisningen skal ikke primært handle om å gi opplæring til framtidige matematikere eller for å gi elevene matematiske verktøy. Undervisningen skal heller*

bidra til den generelle utviklingen av elevenes potensiale til fornuftstenking, analysering og visualisering av verden rundt oss. (fritt oversatt etter Duval, 2006, s. 105).

Jeg støtter meg til dette resonnementet.

En multisemiotisk tekst tillater forfatteren å fortelle om ting på flere ulike måter, men også til å si ulike ting. Multisemiotiske tekster skiller seg fra tekster med hovedsakelig et naturlig språk (eks. skjønnlitteratur, avisartikler) på mange måter. De mest fremtredende ulikhetene mellom multisemiotiske tekster og tekster med kun naturlig språk, er knyttet til at de multisemiotiske tekstene som oftest ikke leses lineært ettersom relasjonene mellom de ulike semiotiske ressursene noen ganger leder leseren fram og tilbake i teksten (Unsworth & Cléirigh, 2009). Kress (2010) mener at leseren langt på vei er «designeren» av den multisemiotiske teksten siden den kun følger leserens interesser. De multisemiotiske tekstene kan dermed både være en ressurs og en kilde til vansker (Duval, 2006).

Skjønnlitterær tekst	**Multisemiotisk tekst**
______ __________ _________ _ __________ ______ ______ _____ __________ ________ ___ __________ .	
En skjønnlitterær tekst leses lineært.	*En multisemiotisk matematisk tekstoppgave leses først lineært. De vanskelige ordene lokaliseres og defineres (o). Deretter blir de vanskelige ordene satt sammen til et nytt og helhetlig semiotisk uttrykk. De ulike representasjonene blir ofte ikke presentert i en lineær rekkefølge.*

Figur 3: Illustrasjon over hvordan lesing av multisemiotiske matatematiske tekster tolkes og settes sammen på en helt annen måte enn skjønnlitterære tekster.

Ifølge Duval (2000b) er det et gap mellom de kognitive ressursene en har tilgang på i matematikken, sammenlignet med andre vitenskaper som biologi, fysikk, kjemi etc. ved at en ikke har tilgang til en perseptuell eller instrumentell tilgang til matematiske objekter i den virkelige verden. Den eneste måten å få tilgang til objektene er gjennom bruk av ord, tegn, symboler, uttrykk og tegninger. Samtidig må ikke matematiske objekter forveksles med semiotiske representasjoner. Denne konflikten beskriver Duval (2000b) som selve kjernen innenfor matematisk kunnskap:

…how can a student learn to distinguish a mathematical object from any particular semiotic representation? And therefore, how can a student learn to recognize a mathematical object through its possible different representations?.

I matematikkdidaktisk perspektiv påpeker Duval blant annet her også viktigheten av det å bevisstgjøre elevene på det å skille mellom de matematiske objektene, de som gjerne defineres på matematisk og filosofisk plan, og semiotikken som i en videre forstand beskriver objektets mening eller formål.

Bruken av semiotiske representasjoner reiser ofte, iflg. Duval (2006, s. 105-106) spørsmål om konsepter og deres epistemologiske kompleksitet. Disse konseptene danner imidlertid ikke et fullstendig bilde av den matematiske kognitive tankeprosessen sammenlignet med andre deler av vitenskapen. Duval konkluderer dermed at:

Forskjellen mellom den kognitive aktiviteten en trenger for å utføre matematikk og den en trenger for å utføre andre deler av kunnskapsfeltet kan en ikke gjenfinne i konseptene – fordi det ikke finnes noe kunnskapsdomene som ikke utvikler et sett mer eller mindre komplekse konsepter – foruten de som kan knyttes til følgende tre karakteristikker:

1. *Den overordnede rollen til semiotiske representasjoner*
2. *Det kognitive paradokset knyttet til tilgangen til kunnskap om objekter*
3. *Den store variasjonen av semiotiske representasjoner brukt i matematikken*

Den store variasjonsrikdommen en finner gjennom tallene alene, beskriver det første punktet på en god måte. Tallet «10» og beskriver eks. representasjonen «IIIIIIIIII» av nummeret «ti». Bruken av tallet viser derimot ikke til hvordan representasjonssystemet fungerer. Få unge elever kan eksempelvis beskrivelse egen forståelse av sammenhengen mellom uttrykk som: 38,45 x 10; 38,45 x 100 eller 38,45 : 0,1; 38,5 : 0,01. Tilgangen til tall er knyttet til bruken av et representasjonssystem, noe som også er målrettet. I tillegg skal de ulike semiotiske representasjonene kunne knyttes til arbeid med matematiske objekter. Matematisk prosessering involverer med andre ord alltid et skifte mellom ulike semiotiske representasjoner. Tegn avløses dermed ikke av objekter, men av nye tegn. Som en konsekvens av dette er det (i.flg. Duval, 2006) som er viktig å studere, ikke selve representasjonene, men transformasjonene (overgangene) mellom dem.

Det kognitive paradokset knyttet til tilgangen til kunnskap om objekter tar utgangspunkt i det epistemologiske synet om den grunnleggende forskjellen mellom matematikk og øvrige vitenskaper som astronomi, fysikk, kjemi, etc. der matematikken rent perseptuelt og i motsetning til andre vitenskaper, aldri har tilgang til objektene de skal beskrive annet enn gjennom de ulike semiotiske representasjonene. Dette leder mot to motstridende kognitive behov i det matematiske arbeidet;

> - for å utføre en matematisk aktivitet, må semiotiske representasjoner brukes, selv om en har valget mellom hvilke semiotiske representasjoner en ønsker å bruke.
>
> - de matematiske objektene må aldri forveksles med de semiotiske representasjonene en ønsker å bruke.

En kule er eksempelvis et matematisk objekt, men for å beskrive eller konstruere kula, må velge seg hvilke (-n) semiotiske representasjoner en ønsker å fremstille kula som. Duval spør derfor:

> *Hvordan kan de to motsatte behovene skille det representerte objektet fra de semiotiske representasjonene som brukes hvis en ikke kan få tilgang til matematiske objekter annet enn igjennom semiotiske representasjoner?*

Spørsmålet understreker kompleksiteten i skiftet mellom objekter og ulike representasjonssystemer og dermed også kompleksiteten i selve læringsprosessen.

Det tredje punktet omhandler den store variasjonen av semiotiske representasjoner brukt i matematikken. Matematikk har et behov for å ta i bruk ulike semiotiske representasjonssystemer for å beskrive ulike oppgaver, både gjennom abstrakter og konkrete objekter. Som oftest er ikke bare ett system i bruk, men minst to. I geometrien må eksempelvis minst to systemer kombineres, et for verbale uttrykk og et for å visualisere figuruttrykket. Dette er kognitivt komplekst både fordi dette ofte strider mot allmenngyldig assosiering mellom ord og former og fordi det arbeider mot elevens perseptuelle selvfølgeligheter (Duval, 1998b, s. 38-44).

Matematikken er med andre ord det domenet innenfor vitenskapen der en finner den største bruken av semiotiske representative systemer, både gjennom et naturlig språk og gjennom spesifikk matematikk. Dette medfører konkrete utfordringer for elevenes forståelse. De multisemiotiske representasjonsformene skaper utfordringer knyttet, ikke bare til forståelsen av den enkelte representasjonsformen, men også til transformasjonene mellom dem.

Mot slutten av kapittelet vil jeg kort beskrive et utdrag knyttet til Duval's (2006) tilnærminger til matematikkens bruk av ulike representasjoner. Både fra et epistemologisk og fra et undervisningsmessig syn, er det ifølge Duval én felles faktor – begge benytter seg av *representasjoner* for å beskrive fenomenet matematikk. En representasjon står tradisjonelt for noe som står for noe annet (Duval, 2006, s. 103). Den mer presise definisjonen, som kan sies å danne et metodologisk og teoretisk rammeverk for å undersøke og forklare matematiske kunnskapsspørsmål, ble imidlertid presentert av Piaget (1923, 1926, kilde: Duval, 2006):

> *En representasjon kan være personers tro, forestillinger eller vrangforestillinger, som en kan få tilgang til gjennom personens verbale eller skjematiske produksjoner*.

Duval presiserer videre at:

> En representasjon kan også være tegn og deres komplekse assosiasjoner som produseres i henhold til regler og som tillater beskrivelsen av et system, en prosess eller et sett med fenomener. Dette beskriver de *semiotiske representasjonene* og inkluderer alle språk.

Duval (1998a) bygger her videre på teoriene til blant annet Frege og Hilbert.

Representasjoner er imidlertid ifølge Piaget (1967, s. 78-79, kilde: Duval, 2006)) «bare de synlige resultatene av de dypere tankestrukturene som ikke er avhengig av faktisk bevissthet hos individet». Flere ulike kognitive funksjoner ligger med andre ord til grunn for de ulike matematiske prosessene. For å overføre disse betraktningene til klasseromssituasjonen vil en dermed kunne gjøre følgende slutning: Bevisstheten rundt de ulike matematiske objektene, kan bare uttrykkes gjennom semiotiske representasjoner. Disse vil kunne synliggjøres gjennom elevenes arbeider og er dermed også målbare. Elevens forståelse kan dermed bare antydes gjennom de samme semiotiske representasjonene. Forståelsen av selve objektet vil dermed også ha en abstrakt dimensjon som ikke kan beskrives gjennom de ulike semiotiske representasjonsformene, men er likevel en forståelse den enkelte har tilegnet seg gjennom det å arbeide med objektet (eks. kunnskapen om en kules egenskaper som eleven har tilegnet seg gjennom å spille fotball). Denne dypere kunnskapen om objektet vil kunne utdype og hjelpe eleven i beskrivelsen av det.

Duval (2006) påpeker at et semiotisk system ikke bare spiller en rolle når en skal beskrive matematiske objekter eller for å kunne kommunisere, men også blir et viktig verktøy for å arbeide med og på. Alle deler av språket i en tekstoppgave er med andre ord viktige å bearbeide og kontekstualisere i en arbeidsprosess. I den forbindelse tar han i bruk to begreper for å beskrive transformasjonen mellom de ulike semiotiske systemene i arbeidet med den matematiske aktiviteten – treatments og conversions[2]. Treatments beskriver transformasjoner mellom en representasjonsform til en annen innenfor det samme systemet eller registeret. Den behandlingen en representasjon kan få, henger dermed sammen med hvilket system representasjonen er satt inn i. Han beskriver treatments som aritmetiske handlinger, og betegner dermed ikke treatments som en definert matematisk handling. Duval viser her til eksempelet at algoritmen av en desimalløsning vil være forskjellig fra en løsning vist gjennom en brøk med de samme tallene:

$$0{,}2 + 0{,}25 \text{ i motsetning til } \frac{1}{5} + \frac{1}{4}$$

Den ulike behandlingen av de like størrelsene beskrives av Duval (2006, s. 116) som den første kilden til feiltolkning. Siden disse kildene består av mange ulike registre, er en lærers første utfordringen knyttet til forståelse, forbundet med å vise til de mange ulike representasjonsformene et og samme matematiske objekt kan ha.

Det andre kilden til feiltolkning knyttet til begrepet conversions og beskriver overganger mellom ulike representasjoner, samtidig som en opprettholder referansen til det samme objektet. Et eksempel på en slik omdannelse vil kunne være gjennom å vise til følgende eksempel:

[2] Treatments og conversions er sterkt etablerte begreper innenfor fagfeltet og vil derfor ikke bli oversatt til norsk.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$$

endres til ikke-diskursivt register

+

+

=

En kan se for seg læreren som forsøker å forklare eleven brøkoppgaven ved å vise til nye representasjoner – melkepakker i to ulike størrelser. Årsaken til valget kan være at læreren forutsetter at eleven kjenner til denne typen objekter og egenskapene deres (her 1/4 l og ½ l) gjennom elevens daglige kjøp i skolens kantine. Læreren har her endret sitt tankemønster fra det diskursive registeret i en formalspråklig representasjon, til det ikoniserte ikke-diskursive registeret vist gjennom bilder av de to kvartliters- og den ene halvliters melkepakken. For mange elever kan dette være en mer forståelig tilnærming enn den formalspråklige. Duval (2006) ønsker å rette et spesielt fokus mot denne typen transformasjoner, fordi overgangene mellom ulike registre skaper særskilte utfordringer. Først og fremst stiller det krav til at eleven forstår hensikten med transformasjonen. At melkepakker i ulike størrelse skal kunne forklare utfordringene knyttet til det formalspråklige begrepet er kanskje en god ide i utgangspunktet. Duval vil poengtere at vi her står ovenfor det kognitive paradokset knyttet til tilgangen til kunnskapen om objekter. For at læreren skal kunne kommunisere det aritmetiske brøkuttrykket gjennom et nytt ikonisk språkregister, må eleven også ha forstått objektets egenskaper – at to av pakkene inneholder ¼ l melk og den midterste inneholder ½ l. Hvis ikke, vil ikke transformasjonen lykkes og eleven vil fortsatt ikke ha forstått budskapet. Forkunnskaper om hvilke representasjonsformer som vil fungere for den enkelte elev blir dermed også en forutsetning for å hjelpe eleven til forståelse. Uten at eleven har kunnskap til objektets ulike egenskaper, vil slike transformasjoner dermed også kunne skape mer forvirring og frustrasjon.

Semiotisk vil en videre finne utfordringer i de ikke-matematiske ordene knyttet til normalspråket. Selv om slike ord (Vygotskij et. al, 2012) ikke direkte viser til et matematisk innhold men mer mot den semantiske siden av språket, vil studien vise til at det kontekstuelle innholdet de representerer, kan være av betydning for om eleven opplever å ha forstått innholdet i den matematiske tekstoppgaven. Vanskelige ikke-matematiske ord vil videre i oppgaven bli karakterisert som *perifere-* eller *sosiokulturelt betingede ord* etter Vygotskij et. al (2012). Disse vanskelige ordene kjennetegnes også ved at de ordene som er vanskelige for én elev ikke trenger å være det for en annen. Sosiokulturelt betingede vanskelige ord forutsetter kjennskap til bestemte kulturelle kontekster. Eksempler på sosiokulturelt betingede ord vil være: Aspmyra, Kygo og Operasjon Dagsverk (Kilde: NPR19). Elever fra andre kulturer uten kjennskap til vår norske fotball-, musikk- eller dugnadskultur ville dermed ha ekstra utfordringer knyttet til gjennomføringen og tolkningen av NPR19 siden prøven har mange slike referanser. Perifere ord blir i forskningsoppgaven beskrevet som ord en ikke knytter til dagligtalen eller som er generelt lite brukt. Eksempler på perifere vanskelige ord vil være: røre, Shaszaan, Runar, fargestoff og vannstoff. Disse navnene eller ordene er ofte ikke direkte knyttet til de aritmetiske utfordringene i oppgaven, men står som viktige faktorer i beskrivelsen av det kontekstuelle innholdet i hver enkelt oppgave. Uten kjennskap til hva ordet betyr eller hvilken grad av betydning det har for selve oppgaven, vil eleven fort oppleve tekstoppgaven som vanskelig og utilgjengelig.

2.4. Duval's modell (2000b) for beskrivelse av språkets ulike internaliseringsprosesser

Hva trenger så en lærer å vite om temaet vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver for å kunne hjelpe elever i ungdomsskolen til bedre matematisk leseforståelse? For å oppsummere det teoretiske grunnlaget fram til nå, så fastslås det at tekstoppgaver fremstår som multisemiotiske representasjoner, at de ulike oppgavene beskriver en eller flere kontekstuelle forhold, at de ulike tekstoppgavene beskriver abstraksjoner eller objekter som videre skal transformeres om til nye abstraksjoner og gjerne i en ny representasjonsform, at forståelse er et sammensatt begrep en gjerne også knytter til ulike kompetanser, at det er en påvist korrelasjon mellom leseforståelse og matematisk forståelse og til slutt – matematikk har sitt eget abstrakte språk og at dette krever spesifikk kunnskap om lesing og forståelse av dette språket.

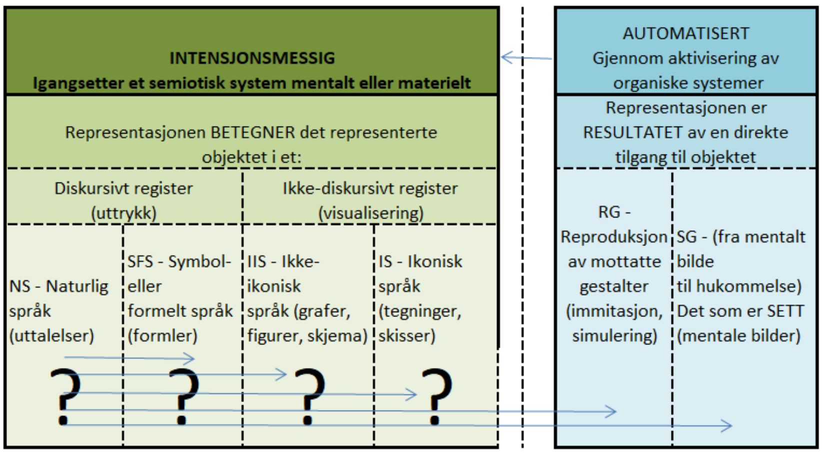
Den matematiske læringsprosessen kan beskrives som et samspill mellom det å skape innsikt i ulike konsepter og objekter, og å innøve algoritmer og tankeprosesser som vil gjøre eleven i stand til å forstå konseptene og deres applikasjoner (Duval, 2000b). For å tilegne seg kunnskap om hva en lærer trenger å vite om vanskelige ord må en ifølge Duval spørre seg hvordan de vanskelige ordene fungerer i en tekstoppgave og danne seg et bilde av hvordan tankeprosessene mellom dem igangsettes. Dette vil kunne endre måten å se på problemer knyttet til vanskelige ord på. Aller først er det sentralt å spørre seg hvilke typer vansker vi står ovenfor. Duval (2000b) trekker frem tre ulike sider:

- Midlertidige vansker med ord – disse knyttes til nye ord, misforståtte begreper, sosiokulturelt betingede ord eller ord som sjelden eller aldri brukes av eleven (perifere vanskelige ord).
- Tilbakevendende vansker med ord – disse knyttes til skifter av de kontekstuelle forholdene, eks. ved overganger fra komplekse forklaringer (eks. beskrivelse av geometriske figurer ved hjelp av det naturlige språket) til forenklet beskrivelse (eks. beskrivelse av geometriske figurer ved hjelp et bilde gjennom det ikoniske språket).
- Vedvarende vansker med ord – misforståtte ord som hindrer eller blokkerer for videre forståelse av nye ord.

I forskningen vil de tre ulike perspektivene kunne gi ulik tilnærming til både hvilke data en ønsker å analysere og til hvordan en ønsker å analysere dem.

Tabell 3: De språklige internaliseringsprosessene, Duval (2000b)

Duval (2000): Samspillet mellom hvilke ulike produktive systemer en tar i bruk i beskrivelsen av matematisk forståelse



For å avdekke hvilke interne kognitive sider av språket elevene tar i bruk, må de ulike semiotiske representasjonsformene ifølge Duval (2000b) implementeres inn i kognitive systemer som viser til hvilke systemer som anvendes både intensjonsmessig (bevisst) og automatisert (ubevisst). Dette leder meg fram mot det teoretiske rammeverket som danner grunnlaget for analysen og for øvrig også helheten knyttet til dette studiet.

Duval’s modell (se Tabell 3) beskriver språkets ulike internaliseringsprosesser. Internaliseringsprosessen beskriver hvilke språklige representasjonsformer eleven må ta opp i seg og mestre, for å kunne gjennomføre arbeid med ulike matematiske oppgaver. Duval forklarer med denne modellen hvordan det matematiske språksystemet deles inn i to ulike språksystemer: et intensjonsmessig- og et automatisert system. Det intensjonsmessige semiotiske systemet er viljestyrt, mens det automatiserte ikke er det. Det intensjonsmessige systemet består av to ulike registere – det diskursive-, språkformer som gjerne kan uttales; og det ikke-diskursive registeret som kjennetegnes gjennom grafer, figurer, tegninger, skisser etc. Det automatiserte semiotiske systemet er imidlertid avhengig av direkte tilgang til objektet for å aktiviseres. Eksempler på dette vil være å vise til objekter en har sett, kjent eller følt på. Duval poengterer at flere av disse systemene kan være eller er i bruk samtidig i arbeidet med en matematisk oppgave og at prosessene mellom de to språksystemene gjerne går frem og tilbake mens man arbeider (i modellen markert med blå piler). Prosessen, det som skjer mellom de ulike semiotiske representasjonene, beskriver Duval (2006) som *transformasjoner*. Andre bruker ordene omdannelse, konvertering eller omkoding. Jeg vil i resten av oppgaven forholde meg til Duval’s begrep.

Vanskene elevene opplever med matematiske tekstoppgaver synliggjøres gjennom de ulike transformasjonene. Ettersom matematiske tekstoppgaver er multisemiotiske og dermed også fremstår med to eller flere representasjonsformer, vil de mange representasjonsformene først transformeres om til en representasjonsform for at oppgaven skal kunne løses. Deretter må den ofte transformeres om til en annen representasjonsform for å gi et fullendt svar. Et eksempel her vil være å vise til en geometrisk tekstoppgave med fire ulike representasjonsformer - tekst, tall, symboler og grafikk - der en først må transformere innholdet i oppgaven om til rent symbolspråk for å regne, så transformere tallene om til en ikke-ikonisk representasjonsform vist gjennom en tabell, for så å transformere tabellen om til en figur vist gjennom en ikonisk representasjonsform. Alle disse transformasjonene mellom de ulike semiotiske representasjonsformene må være på plass for at eleven skal kunne hevde egen forståelse. Å lære og forstå matematikk er med andre ord å lære og forstå hvordan en kan sortere og koordinere de ulike semiotiske systemenes representasjonsformer for videre å bli i stand til å utføre transformasjoner av enhver representasjon (Duval, 2000b).

En kan dermed konkludere i at den matematiske aktiviteten fra et kognitivt perspektiv kan beskrives ved hjelp av hvordan de ulike transformasjonene (treatments og conversions) forløper seg mellom de ulike registrene presentert i Tabell 3. De ulike registerne vil danne grunnlaget for de kodene og kategoriene som danner grunnlaget for analysen. Dette vil nærmere bli presentert i kapittel 3. I tillegg vises det til en utvidelse i modellen knyttet til det normalspråklige registreret vist i Tabell 5, kap. 3.3 der de sosiokulturelle- og perifere representasjonene er innlemmet som deler av normalspråket. Disse vil også bli avmerket med underkoder. Rammeverket vil på bakgrunn av dette kunne hjelpe meg å beskrive hvordan elever i ungdomsskolen både beskriver ulike vanskelige ord i arbeidet med ulike tekstoppgaver samt beskrive transformasjonene mellom dem vist gjennom de ulike språkregistrene.

Kapittel 3 - Metode

Metodekapittelet vil beskrive forskningsdesignen, feltstudiet, hvordan dataene ble behandlet og forskningens etiske sider. Forskningsdesignen beskriver hvordan vanskelige ord i matematikken knyttes opp mot det teoretiske rammeverket og hvordan Duval's internaliseringsprosesser (se Tabell 3) danner grunnlaget for å si noe om hvorfor resultatene fra studiet både kan belyse hva en lærer trenger å vite om temaet vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver og kartlegge særlige trekk ved et utvalg av disse vanskene. Feltstudiet beskriver observasjonene knyttet til det skriftlige materialet produsert av et utvalg elever gjennom tre undervisningstimer og to prøvesett.

3.1. Forskningsdesign

Studiet er hermneutisk og vi ta utgangspunkt i resultater fra elevarbeider gjennom 3 undervisningstimer og en prøve. Den kvalitative tilnærmingen vil gjennom en tematisk analyse gi en beskrivelse av ulike særtrekk knyttet til vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver. En kvalitativ undersøkelse retter et annet fokus mot datamaterialet enn det kvantitative og tillater en å gå mer i dybden på data som ikke enkelt kan tallfestes. En tematisk analyse vil tilføre den fordelen at den produserer data som ofte er lettere tilgjengelig for andre å lese og forstå, er metodisk enkel å sette seg inn i og tillater en videre å trekke parallelle likheter og ulikheter ut av datasettet. (Creswell, 2014; Befring, 2002). Tematisk analyse ble valgt for å avdekke ulike særtrekk ved vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver. Gjennom metodisk koding av elevenes arbeider fremstår de vanskelige ordene i ulike kategorier. Generelle kategorier vil deretter bli analysert og tolket deduktivt ved hjelp av Duval's (2000b) rammeverk.

Studiet ønsker å si noe om hva en lærer må vite om temaet vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver for å kunne hjelpe elever i ungdomsskolen til en bedre matematisk leseforståelse. Gjennom den metodiske kodingen og den videre kategoriseringen av datamaterialet vil det framkomme resultater som vil kunne fremme kunnskapen om vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver. Dette grunnlaget vil på et senere tidspunkt dermed også kunne styrke den matematiske forståelsen hos eleven. Forskningen har dermed som formål å også si noe om hvilke vanskelige ord, hovedsakelig knyttet til normalspråket, som spiller inn på elevens leseforståelse av matematiske tekstoppgaver.

3.2. Feltstudiet

For å undersøke hvilke ord elevene hadde vansker med, var det hensiktsmessig å studere konkrete eksempler produsert av ungdomsskoleelever. Det ble derfor utviklet et undervisningsopplegg (se Vedlegg 1, 2 og 3) og en prøve (se Vedlegg 4) som skulle hjelpe til å avdekke hvilke vanskelige ord elevene selv lokaliserte i de ulike oppgavene. For å underbygge elevens forståelse av de ulike ordene, ble deler av undervisningen avsatt til å definere de ulike vanskelige ordene sammen med eleven. Under prøven måtte derimot eleven selv definere de vanskelige ordene han/hun hadde lokalisert. Dette undervisningsgrepet ble foretatt for å hjelpe eleven til å avdekke alle de ulike elementene i den multisemiotiske tekstoppgaven (se Figur 3). Deretter skulle elevene bruke opplysningene som var avdekket, til å sette sammen oppgaven til et endelig svar. De ulike representasjonsformene og transformasjonen mellom dem, ville samtidig vise til dybden i elevenes forståelse. Timene ble planlagt med målsettingen om å få elevene til å framvise to spesifikke transformasjoner - hva elevene viser til gjennom sine definisjoner/tolkninger av vanskelige matematiske ord og om i disse definisjonene kan hjelpe elevene videre fram mot den endelige representasjonen. Gjennom arbeidet med disse transformasjonene, var det en overordnet målsetting at eleven også skulle oppleve at han/hun styrket sin egen forståelse av vanskelige ord tilknyttet matematiske tekstoppgaver og dermed også opplevde at de løste de enkelte matematiske tekstoppgavene på en lettere måte. Dette undervisningsgrepet støtter seg på Harlaar et al.s (2012) forskning om at det finnes en sterk binding mellom ord-, leseferdigheter og matematiske ferdigheter. Forskningen fastslår en sterk binding mellom evnen til å tolke enkeltord og leseforståelsen generelt. Undervisning med dette som målsetting, antas dermed også å kunne styrke den matematiske leseforståelsen.

3.2.1. Generelt om datainnsamlingen

Dataene ble samlet inn høsten 2019 og består av elevarbeider og en prøve. 47 elever på 8. trinn arbeidet i 3 uker med temaet *brøk*. Undervisningen gikk over tre undervisningstimer og ble gjennomført av elevenes egen faglærer Randi (fiktivt navn). Hovedfokus for timene var å lokalisere vanskelige ord og uttrykk, definere dem og fremstille et representativt svar.

Prøven ble utviklet med samme formål som for timene: å se om elevene klarte å lokalisere vanskelige ord, definere dem og fremstille representative svar. Prøven besto av 15 bearbeidede spørsmål med oppgaver hentet fra de nasjonale prøvene i regning 2019 (NPR19). Bearbeidelsen besto i en omarbeiding av de digitale enkeltoppgavene om til tekster med kun normal og symbol-/formalspråk. Prøven var beregnet å ta en time. Alle elevene fikk på forhånd et samtykkebrev med seg hjem der de sammen med sine foreldre skulle bestemme seg for om de ville delta i undersøkelsen.

Samtlige elever i klassen deltok.

3.2.2. Beskrivelse av datautvalget

Dataanalysen vil beskrive funnene i elevarbeidene fra de 3 undervisningstimene og fra prøven. Elevarbeidene vil kunne beskrive et utvalg av ordene elevene lokaliserer som vanskelige, hvordan de tolker dem og hvordan de fremstiller sine svar av oppgaven til slutt. Hoveddatamaterialet er knyttet til de ulike transformasjonene en finner i elevarbeid fra andre og tredje undervisningstime og fra prøven. Transformasjonene vil fremkomme ved å vise til om elevene har fulgt den skjematiske arbeidsbeskrivelsen og lokalisert vanskelige ord, definert dem og besvart oppgaven. Prøven vil i tillegg vise til hvor mange elever som tar i bruk det de har lært i undervisningen i en prøvesituasjon.

Omfanget av datamaterialet kan sammenfattes gjennom følgende beskrivelse:

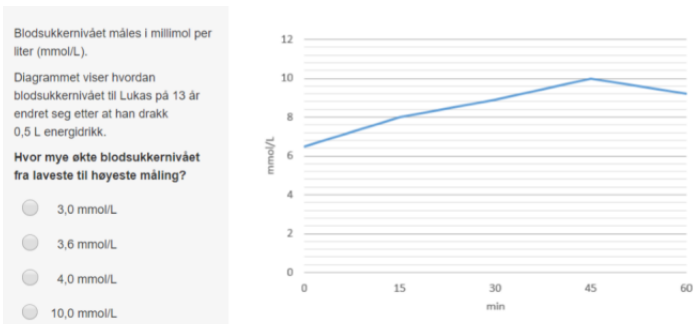
Tabell 4: Beskrivelse av datamaterialet.

3 undervisningstimer			Prøve
1. time	2. time	3. time	
Lokalisering	Definering	Dekomponering	
Mål for timen:	Mål for timen:	Mål for timen:	
Finne de vanskelige ordene i de ulike matematiske tekstoppgavene	Finne en felles tolkning av de ulike vanskelige ordene. Arbeide med et gitt skjema.	Sette sammen opplysningene fra de ulike delene av teksten til et helhetlig aritmetisk uttrykk	Elevene ble anbefalt å bruke det de hadde lært i timene og føre dette inn i gitte skjema.

3.2.3. Observasjonsform

I klasserommet ønsket jeg å spille en passiv rolle både i forhold til elevgruppen og i forhold til selve innsamlingsmaterialet. Årsaken til dette var mangesidig. Først og fremst var det viktig å rette fokus mot selve datamaterialet. Dette var gjenspeilet i elevenes arbeidsprodukter, ikke i elevene selv. En ro til å fokusere kun på datainnsamlingen ville kunne sikre en større grad av objektivitet og dermed også reliabilitet til materialet. Det var derfor viktig å etablere avstand. Videre ville en avstand til innsamlingen av datamateriale være fordelaktig fordi en dermed enklere kunne forhindre forurensning av eget datamateriale (bias) gjennom å hjelpe elevene underveis. Den tredje årsaken var relatert til eleven. For å skape en størst mulig og tilnærmet normalsituasjon i klasserommet, var det viktig å samarbeide med en lærer som jeg visste kunne skape *god klasseledelse* og understøtte undervisningsopplegget i så stor grad som mulig. Å benytte seg av elevenes kjente faglærer gjennom en så realistisk arbeidssituasjon som mulig effektiviserte arbeidsgangen, understøttet og skapte validitet til egne forskningsdata. Det fjerde punktet knytter seg til observasjonen av selve arbeidsprosessen. Jeg ønsket i tillegg å stille observere og notere hvordan dialogen mellom lærer og elevene utspant seg gjennom de ulike oppgaveløsningene, for selv å lete etter hva dialogen kunne understøtte i henhold til eget forskningsspørsmål. Slike små notater kunne senere lede meg fram og understøtte egen kategorisering i analysearbeidet.

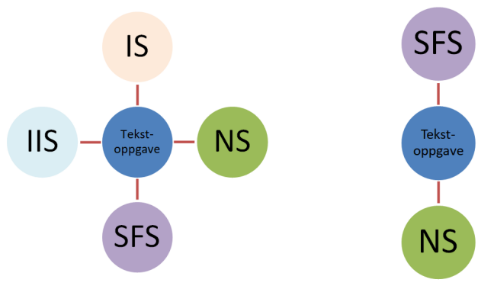
3.3. Dataanalyse



Figur 4: Oppgave 9, NPR19

Det analytiske rammeverket (se Tabell 3) fungerte som styringsverktøy for å beskrive de ulike semiotiske kodene i hver enkelt tekstoppgave. I en typisk tekstoppgave i de Nasjonale prøvene i regning 2019 (se Figur 4) ville en finne tekst (naturlig språk, NS), tall (symbol- eller formelt språk, SFS), figurer, skjema eller grafer (ikke-ikonisk språk, IIS) eller bilder, tegninger og skisser (ikonisk språk, IS). De mange og ulike representasjonsformene hadde til hensikt å forsterke den kontekstuelle forståelsen i hver enkelt oppgave. For å løse oppgaven i Figur 4, måtte eleven lese og sammenstille alle de 4 ulike semiotiske representasjonene og transformere informasjonen fra dem om til et svar. Svaret ble ofte gjengitt enten i et rent symbol og formelt språk (SFS) eller i kombinasjon med normalspråket (NS). I elevarbeidene ble tekstoppgavene bearbeidet slik at IIS og IS ikke ble uttrykt (se Figur 5 og 6).

Gjennom en bearbeidelse av flervalgsoppgavene i NPR19 (se eksempel i Figur 5), fra tekstoppgaver med flere representasjonsformer som bilder og diagrammer, til tekstoppgaver med færrest mulige representasjoner, ønsket jeg å rette et større fokus mot de normalspråklige delene av tekstoppgaven. Målet for bearbeidelsen[3] var å se om en reduksjon av semiotiske representasjoner i større grad ville hjelpe til å rette et større fokus mot ordene i hver enkelt oppgave. Gjennom denne reduksjonen fremsto tekstoppgavene fra NPR19 også mer like med de oppgavene elevene møtte i læreboka (M8).



Figur 5: Illustrasjon av hvordan oppgavene i prøven ble omarbeidet til tekster med et redusert antall representasjoner.

Fra - Oppgave 22, NPR19	Til – Oppgave 2, Etterprøve
I Norge begynte 64 855 elever i videregående skole høsten 2011. Fram til våren 2016 hadde 9 663 av disse elevene sluttet, uten å fullføre videregående skole. **Hvilken av påstandene nedenfor er mest riktig?** ○ Omtrent 10 % av elevene hadde sluttet. ○ Omtrent 15 % av elevene hadde sluttet. ○ Omtrent 20 % av elevene hadde sluttet. ○ Omtrent 30 % av elevene hadde sluttet.	I Norge begynte 64 855 elever i videregående skole høsten 2011. Fram til våren 2016 hadde 9 663 av disse elevene sluttet, uten å fullføre videregående skole. Prosentvis, omtrent hvor mange av elevene hadde sluttet?

Figur 6: Generelt eksempel på hvordan en tekstoppgave hentet fra NPR19, ble omarbeidet og fremsto i prøven.

[3] Prøven besto av spørsmål hentet fra NPR19 (sp. 20, 21, 22, 26, 27, 30, 32, 34, 36, 37, 41, 43, 46, 49 og 50). Alle spørsmålene ble bearbeidet på samme måte:

- Ingen spørsmål hadde utheving.
- Alle spørsmål krevde et skriftlig svar.
- Ingen bilder ble brukt.

Imidlertid ble det forventet at elevene selv kom til å lage tegninger, lage tabeller eller illustrere sine tolkninger til hjelp i sine besvarelser. De ulike språkregistrene, samt transformasjonene mellom dem, ville fremstå som koder for analysen og vil bli nærmere beskrevet under i Tabell 5. Målet for analysen var å se etter hvilke vanskelige ord elevene lokaliserte i de ulike oppgavene, om de vanskelige ordene grupperte seg inn i ulike mønstre, hvordan elevene tolkete de ulike ordene og til sist hvordan de representerte sine svar. Dataene var forventet å vise at hovedvekten av de vanskelige ordene kunne knyttes til de normalspråklige (NS) delene av teksten. De ulike representasjonsformene ville fungere som koder i analysen.

Elevens forståelse kunne leses ut fra transformasjonen mellom de ulike representasjonsformene. Mer konkret betydde dette at en enklest ville godta at eleven viste forståelse for tekstoppgaven hvis eleven klarte å forklare eller gi eksempler på transformasjoner mellom de ulike representasjonene (Duval, 2006). Et større representasjonsspekter ville kunne gi eleven et større forklaringsregister og dermed også forbedre mulighetene for å kunne beskrive den matematiske substansen. En kunne dermed ved hjelp av elevens beskrivelser av de ulike semiotiske systemene og transformasjonene mellom dem, både si noe om hva og hvordan eleven hadde forstått en tekstoppgave.

Valget av hvordan en definerte de vanskelige ordene i de normalspråklige delene av representasjonen, ville kunne styre den videre behandlingen av representasjonene. På grunnlag av denne forutsetningen, kunne en dermed også hevde at definerte vanskelige ord i en tekstoppgave, ville kunne hjelpe eleven til økt forståelse i oppgaveløsningen.

Innenfor det naturlige språket (NS) ble det opererert med to underkoder, perifere vanskelige ord (NSP - naturlig språk, perifert ord) og sosiokulturelt vanskelige ord (NSS - naturlig språk, sosiokulturelt ord) som tidligere beskrevet i kapittel 2.4.

Følgende koder ble utledet etter Duval’s modell av de ulike internaliseringsprosessene:

Tabell 5: Kodetabell for analyse av matematiske tekstoppgaver. NSP og NSS fremstår som underkoder i normalspråket.

<table>
<tr><td colspan="2">Normalspråk (NS)</td><td rowspan="3">Symbol- eller Formalspråk (SFS)</td><td rowspan="3">Ikke-ikonisk språk (IIS)</td><td rowspan="3">Ikonisk språk (IS)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Den normal-språklige delen har i tillegg to sidekategorier:</td></tr>
<tr><td>NSP - naturlig språk, perifert ord</td><td>NSS - naturlig språk, sosiokulturelt ord</td></tr>
</table>

Fargeangivelsen vist i Tabell 5 ble brukt både for å visualiere de ulike delene av de matematiske tekstoppgavene og for å synliggjøre grupperinger i de ulike elevtekstene.

Følgende eksempel ble hentet fra 2. undervisningstime. Temaet for undervisningsperioden var brøk. Oppgaven ble hentet fra G8 og illustrerer oppgavens koder fra to ulike sider:

a. hvordan en enkeltelev markerte de ulike vanskelige ordene i oppgaven (vist gjennom uthevet skrift),

b. hvilke ulike koder en kan knytte til denne oppgaven (grønn farge markerer NS/NSP og fiolett markerer SFS).

2.93 Marius har **to fulle** vannflasker som **begge rommer 1/3 liter**. Han fyller vannet **over på en halvlitersflaske**.

Hvor mye vann blir det **til overs**?

Uthevet skrift markerer hvordan en elev har markert sine vanskelige matematiske ord. Satt inn i kodetabellen fordeler ordene seg slik:

Tabell 6: Kodetabellen viser hvilke ord en elev har markert som vanskelige og hvilke koder de har fått i analysen.

<table>
<tr>
<td colspan="2">Normalspråk (NS)
fulle
begge
over
på
halvlitersflaske
Hvor mye</td>
<td rowspan="3">Symbol- eller Formalspråk (SFS)
to
1/3 liter
en</td>
<td rowspan="3">Ikke-ikonisk språk (IIS)

Oppgavene vil ikke fremstilles med ikke-ikoniske representasjonsformer</td>
<td rowspan="3">Ikonisk språk (IS)

Oppgavene vil ikke fremstilles med ikoniske representasjonsformer</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Den normal-språklige delen har i tillegg to underkategorier:</td>
</tr>
<tr>
<td>NSP - naturlig språk, perifert ord
rommer
til overs</td>
<td>NSS - naturlig språk, sosiokulturelt ord</td>
</tr>
</table>

Her ser en at den dominerende delen av teksten tilhører NS, og kun fire ord, *to*, *1/3*, *liter* og *en* kategoriseres som SFS. De uthevede ordene angir elevens lokaliserte vanskelige ord – ord og uttrykk eleven trekker fram som avgjørende for å skape forståelse rundt og for å kunne løse oppgaven. Utfordringen i det videre aritmetiske arbeidet med denne oppgaven var tredelt:

1. eleven måtte definere innholdet i NS og SFS ord dvs. skape egen forståelse for hvert enkelt vanskelige ord og uttrykk.

2. eleven måtte tolke de ulike vanskelige ordene og uttrykkene og sette dem inn i en kontekstuell ramme,

3. eleven måtte uttrykke sin besvarelse i gjennom en eller flere representasjonsformer.

Innfallsvinkelen i analysen ble også knyttet til hvilke transformasjoner eleven foretok seg mellom de ulike representasjonene. Transformasjonen fra tekstoppgave til egne definisjoner og videre til endelig besvarelse viste til hvilke ord eleven selv opplevde som vanskelig og til hvordan eleven aktivt valgte sine generaliseringer for å kunne løse de enkelte tekstoppgavene. Transformasjonene beskrevet fra tekstoppgave til egen definisjon ville også kunne beskrive elevens oppfatning av tekstoppgavens kontekstuelle bilde. Transformasjoner som knyttes til overgangen fra definering til endelig besvarelse ville kunne si noe om hvilke generaliseringer eleven foretok seg på bakgrunn av den informasjonen som forelå og ytterligere vise til elevens forståelse.

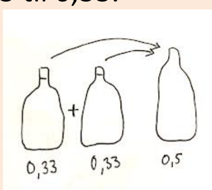
De tenkte transformasjonsprosessene kan beskrives slik:

Eleven Per, tegner to flasker og skriver under hver av dem 1/3 L. Per vet at han nå har 2/3 L til sammen vist gjennom de to flaskene. Videre tegner Per opp en litt større flaske og skriver 0,5 L under denne. Av erfaring vet Per at hvis han forsøker å fylle vann fra den ene lille flasken, så vil alt innholdet rommes i den store. Videre vet han at hvis han forsøker å gjøre det med den andre, vil han få noe til overs i og med at Per ser for seg at han fyller opp en halvliters flaske med innholdet fra to mindre (1/3 l) flasker og at det renner over. Per husker at brøkuttrykk som 1/3 ikke bør blandes med desimaluttrykk som 0,5 og gjør derfor om 0,5 til brøken ½. Per vet nå at han har 2/3 L vann som skal fylles over på en ½ L flaske. Av erfaring vet Per at ved addisjon og subtraksjon, så må nevnerne være like. Per finner ut at fellesnevneren er 6 og skriver utregningen:

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2*2}{3*2} - \frac{1*3}{2*3} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$

En tenkt analyse av Per arbeid vil i analysen skjematisk beskrives slik:

Tabell 7: Tenkt analyse av Pers besvarelse, oppgave 2.92 (M8).

<table>
<tr>
<td colspan="2">Normalspråk (NS)
fulle begge over på halvlitersflaske Hvor mye</td>
<td rowspan="3">Symbol- eller Formalspråk (SFS)
to
1/3 liter
en
$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} =$
$\frac{2*2}{3*2} - \frac{1*3}{2*3} =$
$\frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$</td>
<td rowspan="3">Ikke-ikonisk språk (IIS)
Per viser til en tabell med desimaltall og viser utviklingen til flasker/liter:
1/3 l | 0,33 l
2/3 l | 0,66 l
3/3 l | 0,99 l = 1 l</td>
<td rowspan="3">Ikonisk språk (IS)
Per tegner en tegning av to mindre flasker og en større og viser med piler at de to skal fylles opp i halvlitersflaska. Per har her transformert 1/3 til 0,33.
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Den normal-språklige delen har i tillegg to sidekategorier:</td>
</tr>
<tr>
<td>NSP - naturlig språk, perifert ord
rommer til overs</td>
<td>NSS - naturlig språk, sosiokulturelt ord</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="4">Den multisemiotiske fremstillingen av hvordan Per leste og løste oppgaven kan leses punktvis lineært og nedover i tabellen under:</td></tr>
<tr><td>Per viser først til en transformasjon fra NS</td><td>…og SFS gjennom at han transformerer NS-ordene om til SFS-uttrykk.</td><td></td><td>…(via den automatiserte representasjonen sette gestalter, SG, som ikke vil fanges opp i denne analysen) til IS vis gjennom egne tegninger</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>…gjennom IIS der han beskriver flaskenes samlede innhold satt opp i en tabell</td><td></td></tr>
<tr><td>…NS-uttrykket «rommer» har Per tolket som det halvlitersflasken har plass til
NSP-uttrykket «hvor mye» har Per tolket som at han her enten må addere eller subtrahere
NSP-uttrykket «til overs» har Per tolket som noe ekstra – det som blir igjen. Per konkluderer her med at han må subtrahere.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>…og tilbake til SFS vist gjennom vist gjennom den symbol og formalspråklige besvarelsen</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Det henvises her også til Figur 3. Måten Per løser oppgaven på slik det fremstilles i skjemaet, understreker den typiske multisemiotiske lesestrategien av matematiske tekstoppgaver.
Per viser i eksempelet til en overgang fra NS og SFS, til SG, til IS, til IIS, til NS og tilbake til SFS. I de siste to leddene – fra NS til SFS viser Per at han også har dannet seg et helhetsbilde av hvordan oppgaven må fremstilles og at han velger å fremstille sin besvarelse gjennom SFS. SG uttrykker de sette gestaltene - Per bruker et kjent bilde av en flaske som renner over for å forklare den uønskede situasjonen for seg selv. Det perifere uttrykket til overs (NSP) har Per tolket som noe ekstra, det som blir igjen. Uttrykket sier her noe om hvordan han kan velge å behandle det aritmetiske uttrykket. Per vet av erfaring at hvis en har en mengde og trekker noe fra, så vil en få noe til overs. Han velger seg derfor å fremstille tallstørrelsene i et subtraksjonsstykke.</td></tr>
</table>

I dette tenkte eksempelet viser Per til multiple transformasjoner av representasjoner, både innenfor samme register og mellom ulike registre, altså både til treatments og conversions. De ulike transformasjonene vil mao. fremgå gjennom hvordan eleven viser til de ulike overgangene mellom de ulike representasjonsformene. Første transformasjon vil vise til hvordan Per tolker de ulike vanskelige ordene i oppgaven. Andre transformasjon vil vise hvordan Per videre internaliserer gitte informasjon og dekomponerer frem mot endelige representasjon. Per viser i eksempelet til en overgang fra NS og SFS, til SG, til IS, og tilbake til SFS. SG uttrykker de sette gestaltene - Per bruker et kjent bilde av en flaske som renner over for å forklare den uønskede situasjonen for seg selv. Det perifere uttrykket *til overs* (NSP) har Per tolket som noe ekstra, det som blir igjen. Uttrykket sier her noe om hvordan han kan velge å behandle det aritmetiske uttrykket. Per vet av erfaring at hvis en har en mengde og trekker noe fra, så vil en få noe til overs. Han velger seg derfor å fremstille tallstørrelsene i et subtraksjonsstykke.

Denne tenkte analysen gir dessverre et ikke helt realistisk bilde av Pers arbeid i og med at den også beskriver Pers indre tanker. Det vil være vanskelig å påvise automatiserte internaliseringsprosesser som RG og SG, siden de som her, ofte bare fremstår som en tankespråk som støtter den egne forklaringsprosessen. Derfor er også den automatiserte delen av Duval's modell utelatt i den videre analysen. (For å få innsikt i disse delene av internaliseringsprosessene kunne en benyttet seg av intervjuformen i tillegg til nevnte metode.)

Lokaliseringsprosessen sto som et sentralt didaktisk grep gjennom de 3 undervisningstimene og representerer en av de viktigste delene av det innsamlede datamaterialet. Denne metoden å jakte etter vesentlige matematiske ord, var både en støtte for elevens egen leseforståelse, men avdekket ikke minst hvilke vanskelige ord elevene selv oppfattet som vanskelige i de ulike oppgavetekstene (se vedlegg 5).

I tolkningsprosessen skulle elevene samtale og skrive sine ulike tolkninger av begrepene. SFS-ord kan selvstendig oppleves som problematiske. Disse var imidlertid ikke fokus for denne delen av undervisningen. Fokuset var derimot avsatt til å bli enige med elevene om hvordan en best skulle tolke og forklare de vanskelige ordene knyttet til NS. Begrunnelsen for ikke å fokusere på SFS-ord, bygger på egen erfaring der hoveddelen av vanskelige ord gjerne knyttes til å forklare enten SFS, IIS eller IS. Svært sjelden blir NS-ord diskutert i forbindelse med undervisning. Når denne undersøkelsen nå setter et særskilt fokus på NS, er det fordi denne delen av språket oppleves som «en glemt del» av undervisningen. For oppgaven i eksemplet over ville det derfor her være naturlig å finne gode tolkninger av NS ordene: å *romme*, *hvor mye* og *til overs*. Et tenkt eksempel (se tabell 8) på tolkning blir derfor:

Tabell 8: Tenkte eksempler på elevers tolkninger av NS-ordene i oppgave 2.93.

å *romme*	*hvor mye*	*til overs*
• ordet kan også beskrives som å *inneholde* eller *ha plass til* • *ordet er delvis ukjent for eleven blir derfor kodet som et perifert ord i normaslspråket - NSP*	• begrepet handler om en *del av en mengde* og skape forståelse av mengdebegrepet • uttrykket er kjent for eleven men meningsinnholdet er uklart	• ordet kan også bety *rest* eller *noe ekstra* • *uttrykket er delvis ukjent for eleven blir derfor kodet som et perifert ord i normaslspråket - NSP*

Gjennom en felles tolkningsprosess fikk elevene dermed også avgrenset hva ordene ikke beskriver og det ble markert en konsensus i klassen for de enkelte ordene. Denne fellestolkningen av enkeltord lettet senere deler av undervisningen fordi elevene kunne referere tilbake til allerede etablert enighet rundt enkeltordet. Forståelsen av de ulike delene av den normalspråklige teksten ville dermed også kunne leses gjennom de ulike vanskelige ordenes tolkninger. Dette vil kunne speile elevens oppfatning av hvilke deler av den normalspråklige teksten som er vesentlig for å kunne løse oppgaven.

Perifere- eller sosiokulturelle ord innenfor normalspråket ville kjennetegnes ved ord som eleven ikke hadde innarbeidet som en naturlig del av språket sitt. Med henvisning til fotballterminologien, kunne en eksempelvis hevde at elever som løste oppgaver med fotball som tema, ville ha et fortrinn ettersom han/hun sannsynligvis kjente til og forsto begreper som *corner*, *midtbane* og *offside.* Elever som ikke var fotballinteresserte kunne imidlertid oppleve slike ord som vanskelige og ordene ville således kunne hindre forståelsen av oppgaven. Hvis tekstoppgaven inneholdt for mange slike vanskelige ord, kunne en videre anta at det ble vanskeligere å skille hvilken informasjon som var relevant og ikke. Antallet perifere og sosiokulturelle ord i en tekstoppgave kunne dermed vise seg å være en relevant faktor.

Alle forskningsoppgavene som ble benyttet i studiet, var tekstoppgaver hentet både fra *Nasjonale prøver i regning 2019* (NPR19) og fra læreverket *Grunntall 8* (G8). Oppgavene i prøven var hentet fra NPR19 mens arbeidsoppgavene gjennom 3 undervisningstimer var hentet fra G8. Begrunnelsen for valget av oppgaver var todelt:

1. Oppgavene i NPR19 var utarbeidet av Matematikksenteret etter OECD-(2010) prosedyren og forhåndstestet på ca. 3000 elever og

2. Læreverket MA8 er kjent for elevene og dette gjør det enklere å planlegge undervisningen ut fra den kjente lærebokkonteksten.

3.4. Validitet og reliabilitet

Metodiske validitetsspørsmål ønsker å vise til om oppgaven svarer på de spørsmål som stilles. I hovedsak gjelder dette forskningsspørsmålet, men validiteten retter seg også mot oppgavens logiske resonnementer underveis, om hvert avsnitt er fullstendige argumenter og om de begrunnes med støtte i faglighet og logikk. Reliabilitetsspørsmål stiller søkelyset på forskningens nøyaktighet og hvordan konklusjonen sammenfattes og presiseres. Jeg vil i denne delen av oppgaven drøfte validitets- og reliabilitetsspørsmål, målt opp mot egen forskning og med bakgrunn i Gubas (1981) retningsgivende anbefalinger for å underbygge egen troverdighet av datamaterialet.

3.4.1. Intern og ekstern validitet

Intern og ekstern validitet blir nøye beskrevet gjennom kapitlene om studiedesign og dataanalyse og jeg henviser derfor til disse. Det er videre viktig å understreke at alt datamateriale var anonymisert og ble behandlet ut fra gjeldende retningslinjer fra NSD. Data angående enkelteleven kun ble behandlet med et fast nummer. Et stort arbeid ble nedlagt for å skape god koherens gjennom eget datamateriale, Duval's (2000b) teoretiske rammeverk, studiedesignen og selve dataanalysen. I arbeidet for å sammenfatte de ulike delene ble det spesielt viktig å «spisse» forskningsspørsmålet slik at det framsto som forenelig med alle delene av oppgaven.

3.4.2. Reliabilitet

Forskningens reliabilitet viser til i hvilken grad, ikke bare dataene i forskningen kan etterprøves men om masteroppgaven som helhet er til å stole på. Forskningsspørsmålet stiller spørsmål om hva en lærer trenger å vite om temaet «vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver» for å kunne hjelpe elever i ungdomsskolen til bedre matematisk leseforståelse. Mitt hovedfokus var derfor å tilegne meg data som kunne underbygge hva læreren trengte å vite og jeg ønsket å vise dette ved hjelp av tekstoppgaver utført av elever i ungdomsskolen. I disse arbeidene var det kun de lokaliserte vanskelige ordene og hvordan den enkelte bearbeidet dem som var av interesse.

Ved hjelp av de teoriene som legges til grunn for oppgaven, Duval's rammeverk, dataene og analysen vil jeg i drøftingsdelen vise til mine resultater. Metoden som ligger til grunn for innsamling av mine data er fullt ut etterprøvbar og vil kunne benyttes også av lærere i ungdomsskolen. Gjennom å lese masteroppgaven vil læreren kunne tilegne seg viktig kunnskap om forskningsfeltet.

Et viktig premiss for å ivareta reliabiliteten til datainnsamlingen blir også knyttet til hvordan de tre undervisningstimene (se Vedlegg 1, 2 og 3) ble gjennomført. At læreren var kjent for klassen og ivaretok god klasseledelse, tilrettela for innsamlingen av et godt datagrunnlag. Det at de var gjennomførbare tidsmessig og at oppgavene tok utgangspunkt i det temaet klassen arbeidet med var viktig. Språkføringen i de ulike tekstoppgavene var kjent på forhånd. For læreren var de ulike målene for timen kun didaktiske grep. Vi samsnakket litt på forhånd om hvordan de enkelte timene skulle legges opp, men bortsett fra det var den didaktiske utførelsen helt ut styrt av henne. Dette ivaretok hennes spontanitet i forhold til fagstoffet og sikret at jeg fikk samlet data som kunne besvare mitt forskningsspørsmål.

Prøven (se Vedlegg 4) ble utformet på bakgrunn av oppgaver alle elevene hadde arbeidet med tidligere på høsten i NPR19. Det eneste nye momentet lå i omskrivingen til tekstoppgaver med færre representasjoner. Selv om oppgavene manglet bilder, illustrasjoner og ikke lenger var flervalgsoppgaver, kjente elevene godt igjen oppgavene. Gjenkjennelsen var imidlertid ikke av betydning for resultatene i prøven. Hver ble oppgave gjennomlest av to uavhengige lærere før de ble presentert for klassen.

3.4.3. Objektivitet

Undersøkelsen er transparent og etterprøvbar. Analysen vil kunne gjentas i de fleste klasserom og sammenligningen av data, samt omarbeidelsen av tekstoppgaver fra nye nasjonale prøver, vil kunne gi god informasjon om hvordan elever arbeider med tekstoppgaver slik at læreren selv kan danne seg et bedre bilde av hva han eller hun trenger å vite om temaet vanskelige ord. Dette vil videre kunne ivareta nødvendige tilpasninger for den enkelte elev og kunne hjelpe eleven mot bedre leseforståelse. Det at enkeltlærere selv kan gjennomføre en lignende forskning i sitt klasserom, er også med på å styrke objektiviteten i materialet.

Kapittel 4 - Resultat og analyse

Denne masteroppgaven ønsker å se på hva en lærer må vite om temaet vanskelige ord i tekstoppgaver for å kunne hjelpe elever i ungdomsskolen til bedre matematisk leseforståelse. Et godt matematisk ordforråd er en viktig forutsetning for å kunne tolke en matematisk tekstoppgave. Ved et manglende ordforråd vil eleven møte utfordringer både knyttet til de ulike representasjonsformene og til overgangen mellom dem. Masteroppgaven har dermed som formål å også si noe om hva som kjennetegner vanskelige ord i tekstoppgaver i ungdomsskolen og hva en lærer kan gjøre for å bedre elevenes leseforståelse.

Kapittelet vil bli presentert i et kvalitativt perspektiv ved hjelp av tematisk analyse. Leseren vil i dette kapittelet få et innblikk i resultatene fra forskningens tre hovedfunn:

1. Lokalisering av vanskelige ord i tekstoppgaver.
2. Definering av vanskelige ord i tekstoppgaver.
3. Andelen normalspråklige ord dominerer de vanskelige ordene i tekstoppgaver.

Hovedfunnene vil danne underkapitler i denne delen.

Duval's rammeverk ble knyttet til analysen av elevenes arbeider. Samtlige koder (NS, SPS, IIS og IS) og underkoder (NSP og NSS) ble påvist. Resultatene fra elevutvalget var todelt – en gruppe som fulgte gitte arbeidsskjema for timene og prøven (se Vedlegg 1, 2 og 3), og en gruppe som ikke klarte å benytte seg av det. Den siste elevgruppen ga likevel verdifull informasjon til forskningen. Gjennom å se på arbeidene fra denne siste gruppen, ble det i større grad belyst hvorfor lokalisering og definering av vanskelige ord i normalspråket ikke bare er viktig, men ofte er en forutsetning for å forstå det kontekstuelle innholdet i tekstoppgaven. Uten en kartlegging og tolkning av oppgavens vanskelige ord, ble enten det videre arbeidet med oppgaven løst med mangelfull informasjon, eller så kom eleven ikke i gang med arbeidet i det hele tatt. Manglende lokalisering og definering av de vanskelige ordene, ga eleven ofte ikke nok opplysninger til å kunne løse tekstoppgaven. Analysen vil benytte seg av rammene for undervisningen og prøven for å beskrive funnene i forskningen. Kapittel 4.1 – 4.3 vil hver beskrive forskningens hovedfunn.

Analysen vil videre beskrive både frekvens av vanskelige innholds- og funksjonsord knyttet til datamaterialet og gi eksempler på hvordan disse blir tolket og forstått av elevgruppen i utvalget. Videre vil transformasjonene mellom de ulike representasjonsformene kunne si noe om elevenes forståelse og hvordan en som lærer kan velge å angripe tekstoppgavens ulike utforminger.

4.1. Lokalisering av vanskelige ord i tekstoppgaver bevisstgjør eleven på hvilke ord eleven selv opplever som vanskelig

Duval's rammeverk gir læreren en god indikator på hvilke representasjonsformer og transformasjoner eleven forstår og ikke. Første hovedfunn knyttes til lokalisering av vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver. Spør man 8. klassinger om hva de opplever som vanskelig med de ulike matematiske tekstoppgavene, risikerer man å få svaret: Alt! Svaret er beskrivende for den grunnleggende oppgittheten mange føler når de ikke ser hvordan de skal begynne å ta fatt i de ulike problemene. For å kunne begynne å ta tak i problemet, må man først finne ut hvor problemet ligger. Er problemet knyttet til enkelte vanskelige ord i en tekstoppgave, må man først finne dem og bli bevisste på at de opptrer som problemer. Det at ulike elever finner fram til ulike vanskelige ord, viser i tillegg til hvor omfattende denne utfordringen kan være.

Før jeg går dypere inn i lokalisering som hovedfunn, vil jeg kort beskrive rammene for de tre undervisningstimene. Rammene vil underbygge den videre i beskrivelsen av funnene. Et innblikk i hvordan undervisningstimene ble gjennomført vil også kunne gi lærere et innblikk i hvordan arbeidet med hovedfunnene kan gjennomføres i ungdomsskolen.

Mål for første undervisningstime: Lokalisere og tolke de vanskelige ordene ulike tekstoppgaver. Oppdage at ulike elever oppdager ulike vanskelige ord i en tekstoppgave.

Første time (se vedlegg 1) hadde som fokus å finne vanskelige ord og forsøke å tolke dem. Arbeidet ble knyttet opp mot tre ulike tekstoppgaver fra matematikkverket Grunntall 8 (G8). Gjennom denne prosessen ble det i tillegg fastslått at vanskelige ord er en subjektiv størrelse. Konkret betyr dette at *forskjellige elever opplever forskjellige ord som vanskelige*. Oppgave 2.3. i G8 ble løst som gruppeoppgave for å eksemplifisere hvordan elevene kunne begynne å lete etter de ulike vanskelige ordene. Elevene kom med forslag på hvilke ord de opplevde som vanskelige og læreren skrev dem opp på tavla. Deretter drøftet lærer Randi og elevene betydningen av de ulike ordene og forsøkte å bli enige om hva ordene betydde.

Relativt hurtig ble det fastslått at ordene måtte settes i sammenheng med resten av oppgaven for å kunne beskrives på en korrekt måte. De vanskelige ordene måtte knyttes sammen med det kontekstuelle innholdet i tekstoppgaven.

Etter at første oppgave var gjennomført, ble elevene invitert til å utforme en definisjon av hva vanskelige ord er. Elevene samlet seg rundt følgende definisjon:

> *Vanskelige ord er ord man må arbeide litt ekstra med, for å kunne løse en tekstoppgave. Ofte må man snakke sammen og bli enige om hvordan vi sammen skal forstå ordet.*

Tredje del av timen handlet om å lokalisere, å markere alle vanskelige ord i oppgave 2.4. (G8), tolke og beskrive ordene for læringspartneren sin og bli enige mellom seg hvilken betydning de hadde i den konseptuelle sammenhengen. Underveis gikk Randi rundt og stilte åpne spørsmål uten å komme med svarene. Timen ble avsluttet med at Randi og elevene samlet alle de vanskelige ordene i oppgave 2.4. på tavla og ble i fellesskap enige om hvordan de innvirket på oppgaven.

I den første timen var et tydelig trekk at elevene hovedsakelig merket av SFS-ord som vanskelige ord. Et tydelig utviklingstrekk gjennom de ulike timene kan knyttes til hvordan flere av elevene i større og større grad opplevde NS-ord som viktige og vanskelige ord og i mindre og mindre grad SFS-ord som de eneste vanskelige. Elevene ble enige om en felles definisjon og slo også fast at hva som oppleves som vanskelige ord varierer fra person til person.

Mål for andre undervisningstime: Lokalisere, tolke og definere de vanskelige ordene i oppgavene. Trene på hvordan definisjonene styrer hvordan oppgavene kan løses. Se på ulike løsningsforslag.

I 2. time skulle elevene arbeide mer selvstendig med oppgavene 2.47., 2.48. og 2.50 (G8) på grunnlag av et gitt skjema som Randi tegnet opp på tavla:

Tabell 9: Skjema til hjelp i arbeidet med matematiske tekstoppgaver.

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

Skjemaet (se Tabell 9) var utviklet for å hjelpe elevene til å organisere de vanskelige ordene i hver enkelt tekstoppgave, for å lage egne definisjoner og til å hjelpe dem i gang med den aritmetiske oppgaveløsningen. Dette var ikke lett. De aller fleste elevene fant felles vanskelige ord, men så og si ingen skrev ned egne tolkninger før de gikk i gang med løsningen av oppgaven. Som det vil gå frem av resultatene, peker det seg likevel ut noen fellestrekk av disse besvarelsene.

> *2.48 Mehmet er trener for et knøttelag i fotball. Før trening blander han saft som han tar med til spillerne sine. To flasker tar 1 ½ liter, en flaske ¾ liter og en flaske 2/3 liter.*
>
> *Hvor mye saft har Mehmet med?*

I oppgave 2.48 stoppet flere av elevene opp ved det vanskelige ordet *knøttelag*. Dette var ukjent, og skapte usikkerhet, da de mente det kunne være av betydning å kunne det for å kunne løse oppgaven. Lærer Randi benyttet anledningen til å presentere begrepene *perifere- og sosiokulturelle vanskelige ord* (NSP og NSS) – ord som av elevene ikke oppleves som del av normalspråket eller ord som kan knyttes til en bestemt kultur. Her var ordet knyttet til fotballkulturen der *knøttelag* (NSS) er en vanlig benyttet term. Dette lille ordet fikk mange elever til å stoppe opp hele arbeidsprosessen. Enkelte elever fikk ikke til å jobbe videre før de hadde fått innsikt i hva ordet betydde gjennom å spørre læreren sin. Selv om lærer Randi i alle timene gjentok at elevene skulle bruke oppslagsverk og spørre hverandre for å skape forståelse for de enkelte ordene, var det tydelig at flere hadde innarbeidet fast rutine i å spørre lærer først. Det oppsto en diskusjon om hvorvidt alle vanskelige ord var vanskelige for alle elever eller om de bare var det for noen. Ord som *blandet* og navnet *Mehmet* (NSP), var eksempelvis kjent for de aller fleste, og mange elever mente derfor at det var unødvendig å notere seg dette som et vanskelig ord. Elever og lærer Randi diskuterte ordet perifert og satte dette inn i sammenhengen som et ord kun enkelte av elevene kanskje syntes var vanskelig; et ord som kanskje ville gjøre at enkelte elever ikke var i stand til å løse oppgaven, selv om det ikke nødvendigvis var relatert til selve regneoppgaven som skulle utføres. Konklusjonen var derfor at slike ord også var viktige å både skaffe seg oversikt over og å forstå.

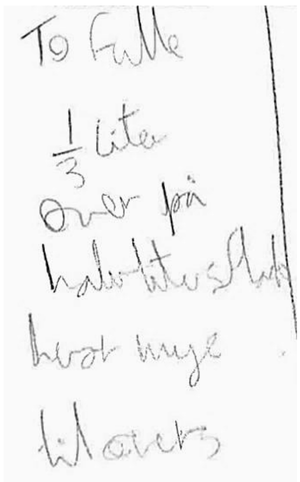
En utfordring meldte seg i forbindelse med lokaliseringen. I kjølvannet av at flere og flere elever lokaliserte flere og flere vanskelige ord i hver tekstoppgave, ble elevene også fokusert på at tekstoppgaver også inneholdt opplysninger som ikke var relevante for løsningen av oppgaven. Enkelte oppgaver, se f.eks. oppgave 2.48, kunne inneholde hele setninger med irrelevante opplysninger. Dette var for enkelte en frustrerende og demotiverende oppdagelse.

Mål for tredje undervisningstime: Lokalisering og definering av vanskelige ord som fast løsningsrutine når en arbeider med tekstoppgaver.

I 3. undervisningstime skulle elevene igjen benytte seg av ovenfor nevnte skjema til å løse oppgave 2.92. og 2.93. (G8). Som eksempel tas det utgangspunkt i sistnevnte. Følgende ord ble lokalisert i oppgaven (uthevet):

> *2.93* *Marius har **to fulle** vannflasker som **begge rommer 1/3 liter**. Han fyller vannet over **på en halvlitersflaske**.*
>
> ***Hvor mye** vann blir det **til overs**?*

Gjennom en delvis instrumentell tilnærming, var målet også at flere og flere elever skulle sette arbeidsmetoden inn i en mer relasjonell sammenheng. Samtalene rundt de ulike vanskelige ordene, arbeidet med å skape en felles forståelse rundt de enkelte definisjonene, samt elevenes kjennskap til stadig flere representasjoner gjennom deres ulike løsningsforslag, skulle skape grunnlag for en mer relasjonell arbeids- og forståelsesmodell (Skemp 1978).



Figur 7: Eksempel på en elevs lokaliserte ord fra oppgave 2.93 (G8).

Arbeidet med å trene elevene opp i å lokalisere vanskelige ord i teksten gikk greit. Stort sett alle elevene så seg i stand til å lokalisere hvilke ord de selv mente gjorde teksten vanskelig å forstå. I løpet av siste time var alle de 4 kodene påvist i de tekstoppgavene elevene hadde arbeidet med. Lærer Randi uttalte etter timen at de fleste elevene hadde oppfattet at de arbeidet med å skape bedre leseforståelse under arbeid med matematiske tekstoppgaver. Ord som *i, av, mange* og *mye* var med ett blitt en del av den matematiske diskusjonen i klassen. Dette opplevdes som en vellykket avslutning av undervisningsøktene. Gjennom de tre undervisningstimene, ble det også ofte gjentatt at flere av de ulike ordene også sa noe om hvordan en skulle eller kunne sette opp det aritmetiske uttrykket. Flere elever uttrykte at de syntes det var blitt enklere å regne og forstå oppgaven.

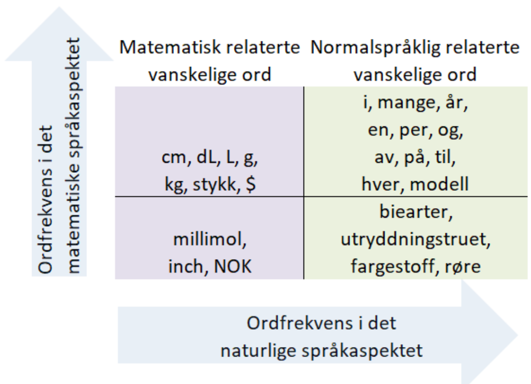
4.1.1. Hovedfunn knyttet til lokalisering av vanskelige ord

Opptelling av lokaliserte ord fra oppgave 2.93 viser at over ¾ av elevene på dette tidspunktet (siste arbeidsoppgave) hadde lokalisert vanskelige ord slik de hadde fått beskjed om å gjøre. Den siste andelen (10 elever) skrev enten ingenting eller så skrev de opp så å si alle ordene i oppgaveteksten. For å ta tak i det siste punktet først.

Det at elever skriver opp hele teksten i kolonnen som vanskelige ord, tolkes her først og fremst som et uttrykk for at eleven opplever arbeidsoppgaven i sin helhet som vanskelig. Det kan ofte også være utenforliggende behov som ligger til grunn for slike handlinger. Uten å gå nærmere inn på slike grunner, nevnes det likevel at det i denne klassen er flere elever med utenomfaglige utfordringer, noe som krever spesielle tilpasninger og som videre kan være med på å forklare hvorfor de ikke fikk til å gjøre oppgaven.

Elever som skriver ned hele oppgaven, selv om de vet at dette ikke er riktig løsningsstrategi, oppfattes gjerne som pliktoppfyllende og stolte. Så stolte er de, at de noen ganger kvier seg for å spørre om hjelp og i stedet for å dermed oppklare eventuelle misforståelser, blir det at de ikke spurte eller fikk hjelp i tide, selve årsaken til at de ikke utvikler forståelse og kommer videre. Kartlegging av denne gruppen elever (gjerne stille og introverte) blir dermed viktig slik at lærer i større grad kan følge opp eleven muntlig og skriftlig.

Tabell 10: Vanskelige matematiske ord fremstilt i et frekvensdiagram.



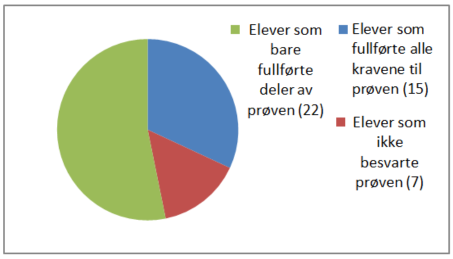
(Samtlige ord og uttrykk er hentet fra Nasjonal prøve i regning for 8. og 9. trinn 2019)

Majoriteten av klassen viste imidlertid at de hadde lært seg hvordan en kunne lokalisere ulike vanskelige ord. Perifere- og sosiokulturelle ord var ikke nødvendigvis blitt etablerte begreper, men i diskusjonen mot slutten av siste time var det enighet om at vanskelige ord var av personlig karakter og at en derfor ikke ville ha lokalisert de samme vanskelige ordene i hver oppgave.

Tabell 10 er utviklet for å vise til hvilke vanskelige ord elevene lokaliserte i forbindelse med prøven som ble gitt i etterkant av undervisningen. Tabellen er utviklet for å gi et bilde av hvilken frekvens de ulike vanskelige ordene har i tekstoppgaver. Vanskelige ord oppe til høyre i tabellen som *i*, *mange* og *år*, er ord som ofte er i bruk og som oppleves som en del av det normalspråklige aspektet (NS), mens ord nede til venstre som *millimol* og *inch* er lavfrekvente og knyttes hovedsakelig til det matematiske språkaspektet. Grønn kolonne nede til høyre, viser at ord som *biearter*, *utrydningstruet og fargestoff,* tilhører NS, men samtidig er lavfrekvente. Derfor kan denne typen vanskelige ord av enkelte elever også oppleves som perifere- (NSP) eller til og med sosiokulturelt betingede vanskelige ord (NSS). (De to sistnevnte kategoriseres som underkoder i datamaterialet og blir markert med dypere grønnfarger). Fiolett kolonne oppe til venstre beskriver høyfrekvente vanskelige matematiske ord, mens ordene i nederst til venstre beskriver lavfrekvente ord.

Flere elever uttalte spontant i timene at de tidligere hadde lest tekstoppgavene med blikk på kun tall og tallord (SFS), men at de sakte men sikkert kom til at også de normalspråklige ordene nå var blitt viktige. Spesielt var det å se at så mange lokaliserte det lille ordet *i* som et vanskelig ord. Dette ordet frekventerer oftest gjennom de utvalgte spørsmålene i NPR19 og er kanskje et av de mer spesielle vanskelige ordene en lærer bør merke seg. Årsaken knyttes til de mange bruksområdene (mer om hvordan høy frekvens av vanskelige ord gir innvirkning på elevenes forståelse vil bli gitt i avsnitt 4.5.) og til at ordet ofte hoppes over når det leses.

I prøven var det lagt inn samme skjema som elevene hadde arbeidet med i timene (se Tabell 9). Resultatene viser at kun 15 elever gjennomførte hele prøven etter de retningslinjene som var angitt om å lokalisere vanskelige ord før man gikk i gang med den aritmetiske løsningen (se Figur 8). Resten av elevene leverte enten ufullstendige prøver der noen hadde fulgt skjemaet kun i



Figur 8: Diagrammet viser hvordan elevene gjennomførte sine besvarelser på prøven.

første del av prøven, og deretter gått over til å arbeide slik de hadde gjort før. Noen hadde hoppet over vanskelige/umulige oppgaver og verken skrevet forslag til løsning eller vanskelige ord. Noen gikk tom for tid, atter andre hadde andre og ikke faglig relaterte utfordringer som forhindret dem i å fullføre.

Elever som ikke skrev noe, kan knyttes til den andelen elever som har andre utfordringer i skolehverdagen. Enkelte av disse elevene kan i tillegg ha matematiske utfordringer, men dette trenger ikke være tilfelle. I denne klassen har omlag 7 elever andre pedagogiske utfordringer som ikke relateres til faget. Dette gjør at det i de fleste timer suppleres med støttelærer eller spesialpedagoger. Konsentrasjon og motivasjon er et vesentlig stikkord i så måte. Flere i denne gruppen elever, klarer verken å konsentrere seg eller å motivere seg en hel time av gangen og de må dermed få spesialtilpassede arbeidsoppgaver individuelt. Dette resultatet var forventet. Resultatene til denne gruppen elever samsvarer med resultatene etter NPR19.

Hovedargumentet for ikke å benytte seg av angitte skjema hos den resterende andelen elever (22) var at de opplevde at arbeidet ble både tidkrevende og vanskelig. Flesteparten av klassen hadde begynt å skrive etter gitte metode, men ble stresset av tidsrammen (55 min.) og følte derfor de måtte velge å svare aritmetisk på spørsmålet famfor å notere de vanskelige ordene og definere dem først. Spesielt påpekte de utfordringene knyttet til selve defineringen av de ulike ordene (mer om dette i kap. 4.2.).

Noen elever mente at de ble forstyrret av skjemaet – at det ikke hjalp dem til å tenke aritmetisk. Disse elevene (2 stk.) hadde også vist vansker med å uttrykke seg både skriftlig og muntlig gjennom undervisningstimene i forkant, noe som tolkes som et uttrykk for at de ikke helt hadde forstått deler av undervisningskonseptet.

For de 15 som gjennomførte prøven etter anvisningene, viste alle at de hadde forstått hvordan de skulle lokalisere de vanskelige ordene i oppgavetekstene. De 15 viste også til tre fellestrekk:

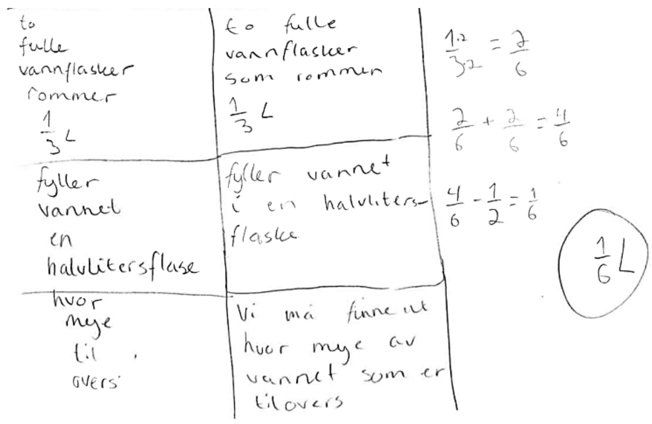
a. Elevene var veldig samstemte om hvilke vanskelige ord de finner i de ulike tekstene.

b. Hovedandelen av vanskelige ord knyttes til NS.

c. Elevene opplevde at det var blitt enklere å lese og forstå innholdet i de matematiske tekstoppgavene.

4.2. Definering av vanskelige ord i tekstoppgaver er en bevisstgjøring av at tolkningen av vanskelige ord kan skape kontekstuell forståelse

For de aller fleste elevene viste det seg vanskelig å definere de ulike ordene. Selv om elevene ble oppmuntret til å slå opp i ordlister og andre oppslagsverk, viste dette seg fort for arbeidsomt for mange av dem. Flere vanskelige ord hadde i disse mediene også flere meninger de måtte velge mellom. Øvelsen for klassen som helhet ble derfor å bli enige om et felles meningsinnhold for de enkelte ordene – hva de enkelte ordene skulle tolkes som i de bestemte tekstoppgavene. Videre viste arbeidet at elevene hadde behov for å diskutere tekstens kontekstuelle innhold.



Figur 9: Eleven forklarer bare delvis definisjonene av de lokaliserte vanskelige ordene. Deler av tolkningen bærer preg av å være eget tankespråk. Likevel angir dette tilstrekkelige definisjoner av de vanskelige ordenes betydning i tekstoppgave 2.93 (G8).

Konteksten styrte meningsinnholdet i de ulike vanskelige ordene. Defineringskategorien beskrev mao. både definisjoner av de enkelte vanskelige ordene, men også av den kontekstuelle definisjonen gitt i hver enkelt tekstoppgave.

Arbeidet med å definere de ulike vanskelige ordene utviklet seg videre mot å finne ut hvilke kontekstuelle rammer de ulike tekstoppgavene stilte krav om. Elever og lærer drøftet spesielt hvordan ulike substantiv, preposisjoner, og verbene ville styre tolkningen. Gjennom denne prosessen, fikk mange elever ideer om hvordan de skulle løse den aritmetiske oppgaven. De fleste elevene godtok en demokratisk tilnærming der klassen ble enige om fortolkningen. Likevel viste det seg at det å skrive ned de ulike definisjonene skulle bli svært vanskelig for de fleste av elevene. Ofte ble det derfor til at elevene bare gjentok de vanskelige ordene de hadde lokalisert, kanskje da med en liten omskrivning. Noen av disse omskrivningene bar preg av tankespråk (jmf. Vygotskij, 1978). Selv om ordene ikke forklares eller defineres til fulle, fungerte de som bruksanvisning for den videre tankeprosessen (se Figur 10). Kun en håndfull elever så verdien i å bruke oppslagsverk for sine egne definisjoner som en styrke for å kunne skape eget innhold for ordet eller egen kontekstuell forståelse.

Transformasjonen mellom de lokaliserte og de definerte ordene kunne derfor ofte ikke påvises på grunn av det mangelfulle definisjonsleddet.

Tabell 11: Eksempel på definisjoner knyttet til oppgave 2.92. De definerte ordene hjalp til å utfylle den kontekstuelle oppfatningen av tekstoppgaven.

<table>
<tr><td colspan="2">Normalspråk (NS)</td><td rowspan="3">Symbol- eller Formalspråk (SFS)</td></tr>
<tr><td colspan="2">To underkategorier:</td></tr>
<tr><td>NSP - naturlig språk, perifert ord</td><td>NSS - naturlig språk, sosiokulturelt ord</td></tr>
<tr><td colspan="2">NS – fulle, maks innhold
NS – begge, betyr to som i de to vannflaskene M. har…
NS – rommer, betyr inneholder
NS – på, preposisjon, betyr her å fylle noe opp i en annen flaske
NS/SFS – halvlitersflaske, vanlig størrelse på ei brusflaske, inneholder en halv liter
NS – hvor mye, spørreord og mengdeord, spør ofte om hvor mye noe blir til sammen
NSP – til overs, preposisjon og substantiv, betyr å ha noe i rest, hvor mye blir det igjen, her må vi trekke fra noe</td><td>To – tallord, betyr 2
1/3 – tall, betyr det samme som ca. 0,33
Liter – forkortes L, vi måler ting vi drikker i antall liter eks. 1 liter melk</td></tr>
</table>

Likevel så det ut til at de fleste elevene klarte å utarbeide den aritmetiske representasjonen, uten at dette gikk ut over det endelige svaret. Dette kan antyde bl.a. tre ting:

a. elevene er lite vante med å bruke definisjoner som et semiotisk verktøy i arbeidet med aritmetiske tekstoppgaver.

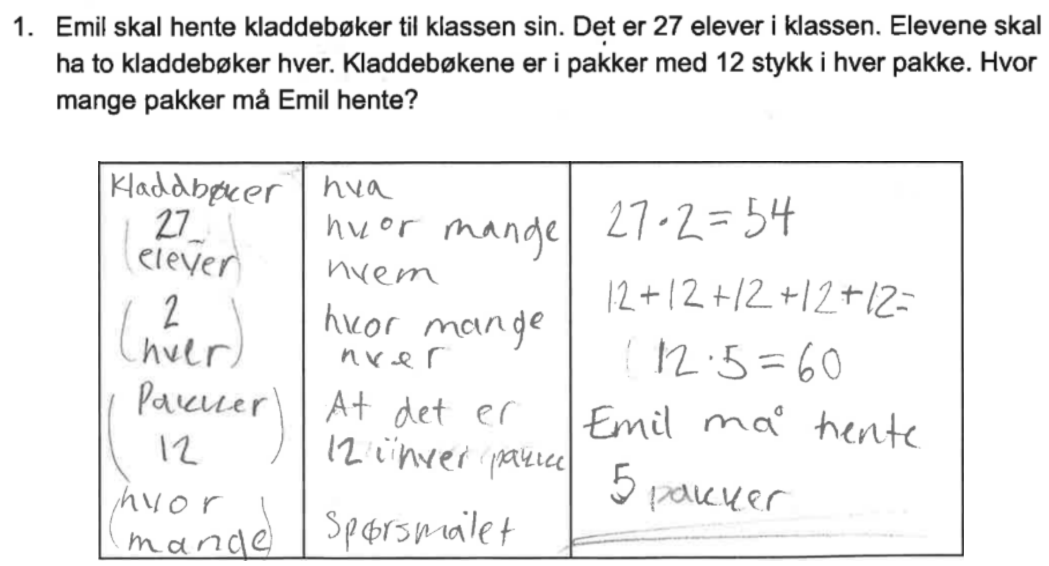
b. tekstoppgavene kan være utformet på en måte som gjør at eleven har automatisert løsningsrutinen og derfor ikke ser verdien i å gå veien om definisjonsleddet som en tilleggsrutine for løsningen av oppgaven. En automatisert løsningsrutine kan i

ifølge Zan (2011) gjennomføres uten full forståelse for hele innholdet. Metodetilnærmingen gir for liten mening og oppleves for lite verdifull til å bruke tid på.

c. elevene har forstått alle de vanskelige ordene og innholdet i tekstoppgaven tar steget direkte fra lokalisering og over i besvarelsen uten å vise til at de har definert de ulike vanskelige ordene.

Målet for arbeidet med definisjoner av vanskelige ord var å tilføre elevenes løsningsstrategi en ekstra forståelsesdimensjon, en dimensjon som kunne være med å hjelpe eleven også i videre matematiske arbeid. Den umiddelbare konklusjonen ut fra denne delen av undersøkelsen er imidlertid at den generelle elev trenger til dels mye mer tid for å utvikle denne kompetansen.

Det skulle vise seg at det å utarbeide definisjoner alene ble svært utfordrende for mange av elevene. I prøvesituasjonen var eleven overlatt til seg selv, og usikre elever unnlot å følge den skjematiske fremstillingen. De fleste elevene som skrev ned definisjoner skulle imidlertid vise seg å gi tilbakemeldinger på at skjemaet hjalp dem mye med oppgaveløsningen selv om det gjorde det mer arbeidsomt. Eksempelet under viser til hvordan en elev skjematisk definerte sine lokaliserte vanskelige ord:


1. Emil skal hente kladdebøker til klassen sin. Det er 27 elever i klassen. Elevene skal ha to kladdebøker hver. Kladdebøkene er i pakker med 12 stykk i hver pakke. Hvor mange pakker må Emil hente?

Kladdbøker 27 elever 2 hver Pakker 12 hvor mange	hva hvor mange hvem hvor mange hver At det er 12 i hver pakke Spørsmålet	27·2=54 12+12+12+12+12= 12·5=60 Emil må hente 5 pakker

Figur 10: Eksempel på en elevs lokalisering, definering og besvarelse av prøvens oppgave 1 (NPR19, Oppg. 20).

4.2.1. Elevenes besvarelser av de ulike oppgavene

Den samme eleven som i figuren over (se Figur 10) sin besvarelse vist analytisk:

Tabell 12: En elevs lokalisering, definering og besvarelse av prøvens oppgave 1 (NPR19, Oppg. 20).

<table>
<tr><td colspan="2">Normalspråk (NS)</td><td rowspan="3">Symbol- eller Formalspråk (SFS)</td><td rowspan="3">Ikke-ikonisk språk (IIS)</td><td rowspan="3">Ikonisk språk (IS)</td></tr>
<tr><td colspan="2">To underkategorier:</td></tr>
<tr><td>NSP - naturlig språk, perifert ord</td><td>NSS - naturlig språk, sosiokulturelt ord</td></tr>
<tr><td colspan="5">Den multisemiotiske fremstillingen av hvordan eleven leste og løste oppgaven. Analysen kan leses punktvis nedover i tabellen under og indikerer løsningsstrategi:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kladdbøker
27
elever
2
hver
Pakker
12
hvor
mange</td><td>27
2
12</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">hva
hvor mange
hvem
hvor mange
hver
At det er
12 i hver pakke
Spørsmålet</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>27·2=54
12+12+12+12+12=
12·5=60</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td></td><td>12+12+12+12+12=</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Emil må hente
5 pakker</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="5">Eleven har i første kolonne lokalisert de vanskelige ordene og satt parenteser rundt de ulike uttrykkene for å markere tilhørighet mellom ord (NS) og tall (SFS). I andre kolonne har eleven definert egen forståelse av de ulike ordene og skriver ned, nærmest i muntlig form (indre tale), hvordan eleven ser for seg betydningen av innholdet i de ulike ordene og uttrykkene. I siste kolonne har eleven videreført og omdannet tankene til symbolspråk (SFS). Først regner eleven ut hvor mange elever det er i klassen. Deretter setter eleven opp en addisjonsalgoritme, men videreutvikler den til en multiplikasjonsalgoritme og skriver deretter svaret. Ved å sette opp denne forklaringsmodellen, viser eleven til sin forståelse for at Emil må hente hele pakker på 12 stk.. Eleven markerer dette ved å sette opp pakker på 12 i en addisjonsrekke. Dette kan beskrives som en enkel tabell og vil derfor betegnes som IIS. Eleven teller opp eller ser at 12 * 5 blir 60 vha. SFS.
Eleven viser til videre forståelse gjennom å skrive sin besvarelse som en helsetning med ord (NS) og tall (SFS).
Elevens transformasjoner beveger seg både i det diskursive og det ikke-diskursive registeret fra NS og SFS, via IIS og tilbake til NS og SFS. Dette beskriver både treatments og conversions iom. at eleven både omformer språk innenfor samme register og mellom ulike register.</td></tr>
</table>

Transformasjonen fra lokalisert ord til definert ord er interessant på flere måter. I tillegg til at det gir eleven oversikt over hva de ulike ordene betyr, forteller definisjonen også noe om hvordan oppgaven skal løses. Transformasjonen skaper i seg selv en større bevissthet rundt verdien av å forstå vanskelige ord. Å skape oppmerksomhet rundt hvilke ord som er viktige og hvilke som er uviktige for den aritmetiske løsningen, hjelper eleven til å sortere og strukturere innholdet i de ulike tekstene. Gjennom definisjonene fremstår oppgavens kontekstuelle innhold. For eleven vil transformasjonen skape bevissthet rundt tekstoppgavens indre struktur (jmf. Figur 3 og 11) . Det viste seg at de elevene som bare delvis hadde benyttet seg av skjemaet for å lokalisere og definere sine vanskelige ord, også bare delvis besvarte de andre oppgavene i prøven riktig. Elevene hadde i det siste tilfellet gått direkte fra lokalisering til besvarelsen. Noen ganger ble svarene riktig, andre ganger ikke. Dette indikerer en prøve/feilestrategi. Videre gir dette et tydelilg signal om at når eleven ikke gjennomfører forarbeidet ved å lokalisere og definere sine vanskelige ord, så vil eleven heller ikke avdekke alle bestanddelene i oppgaven. Dermed fremstår ikke det kontekstuelle innholdet i tekstoppgaven. Dette kan illustreres på følgende måte:

Illustrasjon 1: Tekstoppgave der alle de vanskelige ordene er lokalisert og definert	**Illustrasjon 2: Tekstoppgave der to av de vanskelige ordene ikke er definert**
______ _____o___ _______ o _________ ______ ______ __o_________ ____o___ __ ___o_____ .	______ _____o___ _______ x _________ ______ ______ __o_________ ____o___ __ ____o_____ .

Figur 11: Illustrasjon viser hvordan elever lokaliserer og definerer ord i matematiske tekstoppgaver. **o** markerer lokalisert og definert vanskelig ord. **x** markerer lokalisert men udefinert vanskelig ord. Uten en fullstendig forståelse av alle de vanskelige ordene vil ikke den kontekstuelle rammen i teksten stå fram og forståelsen vil bli mangelfull.

I illustrasjon 2 (Figur 11) viser en elev til en mangelfull lokalisering og definering av de vanskelige ordene i tekstoppgaven. Ved å unnlate eller misforstå de vanskelige ordene (x), vil heller ikke den kontekstuelle rammen og framgangsmåten (se illustrasjon 1) tre tydelig fram. De blå pilene markerer hvordan eleven ønsker å sette sammen de ulike vanskelige ordene til et meningsbærende aritmetisk uttrykk. Denne siste typen besvarelser gir tre mulige utfall: 1. Enten vil eleven velge å gjette seg fram til svaret, eller så 2. vil eleven prøve å utarbeide et svar ut fra det han/hun har, eller så 3. vil eleven gi opp.

Gjennom besvarelsene sine viste elevene til transformasjoner fra definerte vanskelige ord og til endelige representasjoner.

Færre elever klarte å definere sine vanskelige ord under det selvstendige arbeidet i prøven. Det viste seg at elevene i stor grad ble usikre på hvordan de skulle utforme definisjonene på egen hånd. Det antas at noe av grunnen kan knyttes til at arbeidsformen i seg selv var uvant. Andre grunner kan være at elevene ikke helt hadde forstått hvorfor de skulle gå veien om det skrive ned sine definisjoner når de likevel så løsningen på oppgaven. Konklusjonen var at få elever løste oppgavene slik arbeidsoppgaven la opp til. Videre viser resultatene at flertallet av elevene tar steget direkte fra lokalisering til besvarelse av oppgaven.

En kan likevel ikke se bort fra at elevene likevel utfører egne definisjoner av de vanskelige ordene selv om de ikke har skrevet dem ned. Den beste indikatoren på dette vises gjennom det faktum at så mange elever gir korrekte utregninger og svar. Disse elevene viser med andre ord til delvis forståelse gjennom sine korrekte utregninger. De fikk bare ikke til å uttrykke hvordan de gjennomførte sine transformasjoner.

Elevene viste gjennom sine samtaler i løpet av 2. undervisningstime, at de var kommet til et punkt der de begynte å bli klar over at vanskelige ord også var av personlig karakter. Dette medførte at hver enkelt måtte gjøre det utvalget ord de synes var riktig ovenfor egen tolkning og forståelse. Dette var et viktig stadium i læring av arbeidsformen.

For elevene som brukte skjemaet som del av sin løsningsstrategi, var resultatene fra prøven positive. Godt over halvparten av elevene i utvalget benyttet seg av gitte løsningsstrategi. Spontane tilbakemeldinger fra elevene etter timen gikk på at det var enklere å skjønne hver oppgave, men at hver oppgave var blitt mer arbeidsom.

Målsettingen for prøven var å undersøke om eleven i en prøvesituasjon ville være i stand til å lokalisere og definere de ulike vanskelige ordene på egenhånd. En løsning av oppgaven ville i tillegg vise til elevens forståelse av det kontekstuelle innholdet i oppgaven. Elevene delte seg inn i tre grupper med hensyn til hvordan de har løst oppgavene i prøven:

a) 12 av 47 elever benyttet seg ikke av gitte skjema som løsningsstrategi under prøven. Av disse viste 6 elever til mangelfulle eller misforståtte lese- og løsningsstrategier.
b) 13 av 47 elever fulgte løsningsstrategien, men klarte ikke å gjøre ferdig mer enn mellom 40 – 60 % av oppgavene innen tidsrammen på 1 undervisningstime.

c) 16 av 47 elever benyttet seg av skjemaet og gjennomførte prøven innen gitte tidsramme.

4.2.2. Hovedfunn knyttet til definering av vanskelige ord

Hovedfunnene kan sammenfattes i tre ulike punkter:

1. Elevene trenger god tid til å etablere definering som fast løsningsrutine ved arbeid med matematiske tekstoppgaver.
2. Elevene som benyttet seg av definering som løsningsrutine, ga tilbakemelding på at de opplevde en forbedret forståelse av matematiske tekstoppgaver. Resultatene fra prøven bekrefter også dette inntrykket.
3. Definisjonsprosessen oppleves som arbeidskrevende og vil for enkelte elever også oppfattes som en unødvendig omvei for å arbeide seg fram mot besvarelsen.

4.3. Normalspråklige ord utgjør en dominerende andel av de vanskelige ordene i tekstoppgaver

I dette avsnittet ønsker jeg å gå litt dypere inn i funnene i datamaterialet og se spesifikt på de to mest dominante språkregisterne knyttet til vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver, normalspråket (NS) og symbol- og formalspråket (SFS), sett gjennom frekvens- og lingvistisk perspektiv.

4.3.1. Lokaliserte høyfrekvente vanskelige ord

Gjennom tre undervisningstimer og en prøve, ble det markert et stort antall vanskelige ord. For å gi et bilde av frekvensen av vanskelige ord ble det utarbeidet en tabell (se Tabell 13) over hvor ofte ordene frekventerer i 15 oppgaver i NPR19. Ordlisten gir et inntrykk av hvilke vanskelige ord elevene merker seg i tekstoppgaver. Summerer en opp det totale antallet NS ord i NPR19 sammenlignet med SFS ord, består tekstoppgaver av i gjennomsnitt av ca. 70 % vanskelige ord knyttet til det normalspråklige registeret og 30 % i det symbol- og formalspråklige. Overvekten av NS ord er med andre ord dominerende.

Tabell 13: Vanskelige lokaliserte ord ordnet etter hvor ofte de fremkommer i prøven. Det mest frekventerte ordet står øverst.

Høyfrekvente vanskelige ord i prøven
i
mange
år
cm
en
per
og
av
på
til
hver
modell

4.3.2. Grammatikalske sider ved de vanskelige ordene

Vanskelige ord kan knyttes til de fleste ordklasser. Eksempler på vanskelige ord knyttet til de vanligste ordklassene i NPR19 er samlet i tabellen under. Tolkning og definering av ord knyttes ikke normalt til matematikkundervisningen, men heller til andre språkfag. Det er derfor et tankekors når et fåtall av de norske fagspråklige tekstene for ungdomsskolen erfaringsmessig forfattes med et matematisk innhold. Vanskelige ord, ordenes grammatikk og ikke minst den matematiske språkføringen i tekstoppgaver må derfor kanskje ses på i et annet lys både fra læreren og lærebokforfatternes side. UDIR er på sin side helt klar i sine målsettinger, her vist gjennom et utdrag fra de grunnleggende ferdighetene i den nåværende læreplanen:

> *Å kunne lese i matematikk innebærer å skape meining både i tekstar frå dagleg- og samfunnslivet og i matematikkfaglege tekstar. Å kunne lese i matematikk vil seie å sortere informasjon, analysere og vurdere form og innhald og samanfatte informasjon i samansette tekstar.*

Tabell 14: De vanskelige ordenes ordklasser. Eksemplene er hentet fra NPR19.

Substantiv	Verb	Adjektiv	Preposisjoner	Betemmerord (determinativ)	Konjunksjoner (sideordningsord)	Adverb
Eks. Alder, antall, bredde, tabell, dato, modell	Eks. Fullføre, måle, tilsvare, beregne, speile	Eks. Lang, stor, liten, hel, halv, mange, få, mye, lite	Eks. I, til, på, omkring, per	De mest aktuelle er kvantorer (mengdeord) som eks. en, to, tre, ingen, alle	Eks. Og, eller, men, for, så	Eks. Igjen, lenge, like, maksimalt, mest, omtrent, opp, ut

4.3.3. Andre lingvistiske sider ved de vanskelige ordene

Flere lingvistiske aspekter danner utgangspunkt for de vanskene en knytter til leseforståelsen av matematiske tekstoppgaver. En har som eksempel tidligere studert ulikheter i ords vanskegrad (Allalouf et al., 2003; Ercikan et al., 2010), grammatiske og semantiske ulikheter (Roth et al. 2013), eller vansker knyttet til tekstlengde (Ercikan, Gierl, McCreith, Puhan, & Koh, 2004). Et av funnene knyttet til min forskning knytter seg imidlertid til det minste ordet i en norskspråklig matematisk tekstoppgave. Eksempelet kan være med på å beskrive hvor viktig det er å lese en tekst grundig. Ordet er samtidig det mest frekvente ordet i ordlisten (se Tabell 13) – det vanskelige ordet *i*. Merk at det vanskelige ordet *i* ikke bare har et mangfoldig bruksområde. 8. klassinger generelt, har et høyt og ofte unøyaktig høytlesningstempo. Ved gjennomlytting av elevers høytlesning av tekstoppgaver, vil dette lille ordet ofte bare hoppes over. Selv om ordet både styrer og binder sammen ulike faktorer i de ulike oppgavene, så blir det noen ganger bare utelatt. Når en i oppgave 2.48 opplyser om at – *Mehmet er trener for et knøttelag* ***i*** *fotball* – må en her mao. se for seg følgende: Fotball er en sportsaktivitet og et knøttelag er en gruppe som driver med denne aktiviteten. Ordet *i* beskriver tilknytningen knøttelaget har til grupperingen fotball og fremstår som preposisjon i denne setningen. I tillegg vil ordet kunne ha følgende flere ulike betydninger som eleven må vite om for å velge seg riktig kontekst for tolkning av tekstoppgaven:

Tabell 15: Ordet "i" har mange forskjellige betydninger.

Ordet **i** i forskjellige betydninger			
1. I – som i det kjemiske symbolet for grunnstoffet Jod	2. I eller i – som i det romerske tallordet en.	3. I – som en fysisk betegnelse for strøm	4. I eller i – som en preposisjon som igjen kan ha multiple betydninger

Bevisstgjøring av hvilken tolkning eleven skal velge, knyttes til det kontekstuelle innholdet i resten av teksten. Elevene viste i stor grad at de var i stand til å tolke funksjonen eller innholdet i de enkelte vanskelige ordene. De avgjørende aspektene var først og fremst knyttet til selve lokaliseringen, eller bevisstgjøringen av at enkeltord kunne være av betydning for oppgaven og til tolkningen av ordet.

Innholds- og funksjonsord er begge deler av de normalspråklige representasjonene. Siden matematiske tekstoppgaver er utformet som komprimerte mettede tekster, vil en større andel av den matematiske tekstoppgaven inneholde meningsbærende ord sammenlignet med andre litterære tekster. Funksjonsord består grammatikalsk av preposisjoner og hjelpeverb som da, når, mens etc. og uttrykker årsaker og betingelser. Rettet mot det matematiske innholdet, kan disse bestå av ord som blant annet sier noe om hvilke handlinger teksten ber elevene gjennomføre eller hvilke operatorer som knyttes til den enkelte oppgaven. Innholdsordene i en tekstoppgave består grammatikalsk av verb, substantiv, adjektiv og enkelte adverb og står ofte frem som de meningsbærende ordene i en tekst. Betrakter man ordklassene i lys av Duval's rammeverk, vil en derfor kunne konkludere i at det finnes gode grunner for å belyse de normalspråklige delene av en matematisk tekstoppgave gjennom undervisningen.

Normalspråket innehar den største andelen meningsbærende ord i en tekstoppgave. Gjennom lokaliseringsprosessen ble det avdekket at andelen normalspråklige vanskelige ord (NS) lå på ca. 70 % sammenlignet med de symbol- og formalspråklige ordene (SFS). En tabell med oversikt over hvilke ord elevene lokaliserte er nedtegnet som Vedlegg 5. Enkelte SFS-ord kategoriseres også under normalspråket slik som dag, dollar og uke. Disse ordene har ulike funksjoner innenfor hver representasjonsform.

4.3.4. Perifere- og sosiokulturelle vanskelige ord, resultater og funn

Ca. 18 % av funnene i datamaterialet knyttes til de perifere- (NSP) og de sosiokulturelle ordene (NSS) (se fargeanalyse i Vedlegg 5). Gjennom lokaliseringsprosessen, viste det seg at de to underkodene ble påvist i langt større grad enn det som var forventet. Elevene benyttet lokaliseringsprosessen til også å avmerke ord de bare var litt usikre på, gjerne knyttet til personnavn (eks. Mehmet, Rikke), fremmedord (eks. målestokk, fyller (50) år, pappkasse) og sosiokulturelle uttrykk (eks. NBA, Aspmyra Stadion). Det kan virke som om oppgaven knyttet til lokalisering, ikke bare hjalp eleven med å sette fokus på disse perifere vanskelige ordene i teksten, men også senket terskelen for å spørre om betydningen av dem. Dette letter og gjør oppfølgingsarbeidet mer oversiktlig. De positive sidene ved dette funnet kan antyde at læreren i større grad, gjennom elevarbeidet i timene, mer spesifikt og direkte vil kunne lese og drøfte de ordene i teksten han eller hun opplever som vanskelig med hver enkelt elev.

Det mer urovekkende med de normalspråklige ordene er vissheten om at mange av ordene (se Vedlegg 5) er så vanlige at en som lærer, gjerne ubevisst tar det for gitt at elevene har innarbeidet ordene. Denne ubevisste holdningen til problemet kan få den konsekvens at problemet rundt slike ord kan få lov til å vokse. Dermed mistes også lærerens mulighet til å hjelpe eleven med å relatere vanskelige matematiske ord opp mot den korrekte normalspråklige sammenhengen. Konsekvensen kan bli at eleven danner seg et feil bilde av ordet og dermed misoppfatter den kontekstuelle sammenhengen. Et eksempel i denne her vil være ordet *bolle* som i NPR19 sto i betydning av *en krukke det kan trekkes lodd ut av*. Forveksles ordet med en bolle man kan spise, vil oppgaven gi liten mening. Språklige uklarheter som dette, kan være avgjørende for om en elev velger å løse oppgaven eller ikke. Et annet vanskelig uttrykk knytter seg til problematikken rundt klokka. Uttrykket *kvart på* og *kvart over* relaterer seg til 15 minutter før en time eller 15 minutter over en time. I dagens digitale verden har flere av ungdomsskoleelevene ikke innarbeidet denne analoge beskrivelsen av tiden. Flere elever bruker heller 18.15 for å beskrive kvart over seks eller 18.45 for å beskrive kvart på sju. Spesielt med tanke på de mange elevene som vanligvis ikke er muntlig aktive i timene blir derfor lokaliseringsprosessen et viktig verktøy. Flere av disse ordene oppleves som private vansker og mange elever vil derfor kvie seg å nevne dem i felleskap med andre elever. Læreren kan gjennom lokaliseringsprosessen tilnærme seg elevens utfordringer med NSP- og NSS-ord mer diskret hvis eleven har skrevet dem ned, og dermed stille lese disse sammen med enkelteleven uten at disse blir sagt høyt ut i klasserommet.

Lokaliseringsprosessen vil ikke bare fortelle læreren om hvilke vansker eleven opplever av den enkelte teksten men også være et godt utgangspunkt for å drøfte sammen med eleven om hvordan oppgaven videre skal kunne løses.

4.3.5. Økt leseforståelse gir elevene en større mestringsfølelse

En transformasjon av en tekstoppgave fordrer multiple treatments og conversions. Alle de ulike ordene står frem som enkeltstående faktorer i tekstoppgaven og skal ofte konverteres om til én representasjonsform. I dette studiet var fokuset på treatments og conversions ikke rettet mot hvordan de ulike vanskene oppsto, men mer knyttet til mekanismer som fordret **at** de oppsto. Lokaliseringsprosessen fungerte som en nøkkel til hvordan den enkelte elev kunne begynne å nøste opp i utfordringene knyttet til den enkelte oppgaven. Når de ulike faktorene først var kartlagt, opplevde elevene at overgangen til andre representasjonsformer også ble enklere å gjennomføre.

4.3.6. Hovedfunn knyttet til de normalspråklige vanskelige ordene

1. De normalspråklige vanskelige ordene dominerer matematiske tekstoppgaver for ungdomsskolen.
2. De vanskelige ordene i normalspråket knyttes til de fleste ordklassene. Læreren må derfor også inneha gode grammatikalske forkunnskaper for å kunne tilrettelegge for elevens matematiske leseforståelse i matematikkundervisningen.
3. Undergrupperingene perifere- og sosiokulturelle ord utgjør en ikke ubetydelig andel av de vanskelige ordene i en matematisk tekstoppgave. Denne gruppen vanskelige ord varierer i større grad enn andre vanskelige ord fra elev- (gruppe) til elev- (gruppe). En grunnleggende forståelse av alle elementene i oppgaveteksten kan ofte være avgjørende for om eleven klarer å arbeide videre med en tekstoppgave.

Læreren må derfor søke å danne seg et rikt bilde av hvilke NSP- og NSS-ord de ulike tekstoppgavene kan inneholde for sine særegne elever. Et forsterket fokus på disse undergruppene i undervisningen, vil videre kunne tilrettelegge for en forbedret kontekstuell forståelse hos eleven.

4. Lokalisering og definering av vanskelige ord knyttet til normalspråket oppleves av elevgruppen å utvide leseforståelsen. Med en bedret leseforståelse oppfattes det kontekstuelle innholdet i større grad. Som et resultat av dette oppga elevene at de syntes de forbedret egne prestasjoner. Dette bekreftes også gjennom elevenes ulike transformasjoner og representasjonsformer i oppgavene.

Kapittel 5 - Drøfting

Drøftingen vil søke å oppsummere funnene i forskningen i lys av teoridelen. For å lette lesningen, henviser jeg derfor først til mitt forskningsspørsmål: Hva trenger en lærer å vite om temaet «vanskelige ord i matematiske tekstoppgaver», for å kunne hjelpe elever i ungdomsskolen til bedre leseforståelse?

Resultatene viser at matematiske tekstoppgaver i hovedsak består av normalspråklige ord. Vanskelige normalspråklige ord dominerer også i antall sammenlignet med andre representasjonsformer. Gjennom å lokalisere de ulike vanskelige ordene i en tekst og å definere dem, indikeres det at elever kan utvikle større forståelse for oppgavens kontekstuelle innhold og dermed også oppnå bedre resultater på tester med tekstoppgaver.

Det multisemiotiske fagspråket knyttet til matematiske tekstoppgaver må ta mye av skylden for de vanskene elevene opplever ved å lese og forstå disse tekstene. Kompleksiteten er for eleven knyttet til de mange og ulike representasjonsformene og er mer utfordrende å skaffe seg oversikt over, enn andre fag- og skjønnlitterære tekster. I tillegg er det ikke utviklet en undervisningstradisjon som fokuserer på lesing og tolking av denne typen matematikkfagtekster. Dette forsterker de normalspråklige utfordringene knyttet til tekstoppgaver i matematikktimene. Denne dominerende delen av tekstoppgaven består ofte av like store-, og noen ganger større deler av ordomfanget i selve oppgaven med sine meningsbærende og kontekstuelt viktige ord. Disse vanskelige ordene styrer ofte operatorer og sier noe om hvilke størrelser som er relatert til andre størrelser. Små ord som i, på, over, og etc., hoppes noen ganger over i lesningen hos denne elevgruppen. Dette medfører at eleven i større grad må gjette seg fram til det kontekstuelle innholdet i oppgaven. Antallet vanskelige ord i en tekst ser ikke ut til å ha stor betydning. Derimot ser lokalisering av hvilke ord eleven opplever som vanskelig, ut til å være av større betydning for den helhetlige forståelsen av oppgaven. Lokaliseringen hjelper eleven til å se omfanget av oppgaven og beskriver samtidig hvilken representasjonsform og rekkefølge oppgaven skal utvikles gjennom.

Gjennom å lære elevene å lokalisere de vanskelige ordene i tekstoppgaver, gjør elevene seg kjent med problemets omfang. Lokaliseringsprosessen avdekker hvilke utfordringer den enkelte oppgave stiller til leseforståelsen.

Lokaliseringsprosessen spilte en sentral rolle i de tre undervisningstimene og prøven, og står frem som en retningsgivende handling for hvordan matematiske tekstoppgaver kan leses og løses. Hvis enkelteleven selv ikke er klar over hvilke enkeltord de opplever som vanskelige, vil eleven ikke kunne danne seg et fullstendig bilde av oppgaven. Bevisstgjøringen gjennom lokaliseringsprosessen hjelper elever til å fastsette egne kognitive skjema (se Figur 3 og 11) i den enkelte oppgave – skjema over hvilke ord som styrer hvilke handlinger og blir dermed forutsetningen for den videre behandlingen. Uten en avklaring av slike ord, blir arbeidet med en tekstoppgave redusert til det Zan (2011) beskriver som enslige behandlinger av symbol- og formalspråklige elementer i teksten. En slik tilnærming til tekstoppgaven, vil videre ifølge Sowder (1988) og Greer (1997), stimulere til en arbeidsmetode der prøving og feiling med kun de kjente tallstørrelsene i teksten får lov til å dominere. Denne «prøve/feile» metodikken er en kjent størrelse i norsk skole og blir omtalt som en studieteknisk anerkjent i flere lærebøker (bl.a. også G8). Men som Sowder og Greer også poengterer, vil denne arbeidsmetoden kun føre fram til riktig svar – og ikke hver gang. For å innarbeide en arbeidsform som eleven i større grad oftere vil lykkes med, må en derfor ta utgangspunkt i alle de kritiske delene av tekstoppgaven, dvs. alle vanskelige ord knyttet til alle representasjonsformer, kartlegge dem og sette opp en løsningsstrategi for seg selv. Bare gjennom en slik kartlegging, kan eleven hevde forståelse for oppgavens kontekstuelle innhold. Prøve/feile-metoden bygger som sådan kun på en antakelse av oppgavens kontekstuelle innhold og underbygger derfor i liten grad forståelsen som begrep selv om eleven ofte kan komme fram til riktig svar. Gjennom å studere elevens ulike representasjoner, der lokalisering og definering av vanskelige ord i tekstoppgaven også fremstår som naturlige representasjoner, vil en lærer dermed få et innblikk i elevens forståelse av tekstoppgaven.

En elev som overser det kontekstuelle innholdet (Zan, 2011) vil hovedsakelig fokusere på det symbolske-/formelle språket (SFS), det ikke ikoniske språket (IIS) og det ikoniske språket (IS). Siden en matematisk tekstoppgave ikke leses lineært, vil lesestrategien også være sterkt knyttet til hvordan eleven skaper kontekstuell forståelse av den resterende teksten. Denne delen av teksten er imidlertid hovedsakelig knyttet til normalspråket (NS). En elev som bare delvis tar i betraktning det kontekstuelle innholdet i SFS, IIS og IS, vil eksempelvis bruke følgende tenkte lese- og løsningsstrategi:

David vasker hos bestemor. Hver uke får han 300 kr som han sparer.

David har satt seg som mål å spare 2000 kr.

Hvor mange uker vil det ta før David har spart 2000 kr?

Svar:

Figur 12: Eksempel på hvordan en elev løser en tekstoppgave uten å ha et helhetlig kontekstuelt bilde av alle de vanskelige ordene i den normalspråklige delen av teksten (Oppgave 13, NPR19).

David skal spare 2000 kr. David får 300 kr hver uke. Da må David dividere 2000 på 300. Svaret blir 6,67 uker.

Eleven overser her den kontekstuelle rammen for oppgaven som indirekte spør etter hvor mange hele uker det vil ta før David har spart 2000 kr. Vel er det riktig at ved 6,67 uker har David nådd det ønskede sparebeløpet sitt, men likevel må han arbeide i 7 hele uker.

Oppgaven beskriver hvordan en elev kun har benyttet seg av tall, benevninger (SFS) og en innarbeidet løsningsstrategi, som jo ofte fører fram til et riktig svar. Den kontekstuelle rammen, som her er knyttet til den normalspråklige delen (NS) av spørsmålet (Hvor mange uker vil det ta før David har spart…), forstyrres imidlertid av fokuset på sparebeløpet. Selv om eleven aritmetisk tilnærmer seg oppgaven på en korrekt aritmetisk måte, vil svaret ikke bli riktig fordi han ikke har lest oppgaven inn i riktige kontekstuelle sammenheng. Utelatelsen av ordet **hele** (Hvor mange (hele) uker…) kunne derfor skapt en større kontekstuell forståelse hos eleven. Siden eleven også har en godt innarbeidet aritmetisk løsningsstrategi, ser også svaret riktig ut for eleven. Eksempelet poengterer videre at hvis eleven mangler øvelse i å lese og tolke NS inn i den kontekstuelle rammen av de andre språkregisterne, så vil utfordringene med å finne fram til de riktige svarene også bli større.

Gjennom definisjonsprosessen vil elevene få hjelp til å internalisere de vanskelige ordene, strukturere dem og finne riktige representasjonsform for regneoppgaven. Dette vil kunne knytte det naturlige språket opp mot andre representasjoner og forbedre de ulike transformasjonsprosessene.

Når rammene for det kontekstuelle innholdet er på plass, antyder forskningen at transformasjonene mellom de ulike representasjonsformene (treatments og conversions), i mindre grad blir et problem. Elevens forståelse av en tekstoppgave er nært knyttet til hvordan eleven oppfatter og tolker alle de vanskelige ordene i oppgaven. Uten å forstå hva hvert enkelt ord betyr, vil eleven bare kunne «gjette» seg fram til hvilket aritmetisk bilde han eller hun skal fremstille oppgaven gjennom. Problemene er med andre ord ikke bare knyttet til representasjonsformen i seg selv, men også til avklaringen av det normalspråklige innholdet i teksten. Dataene viser at elevene i stor grad, bare ved å velge seg en definisjon av de lokaliserte ordene, langt på vei også skaper egenforståelse for de enkelte vanskelige ordene. Lokaliseringsprosessen blir, sagt på en annen måte, halve jobben utført. En kan med rette hevde at dette også kan beskrives som nok en form for «gjetting» siden tolkningene av de ulike ordene ikke alltid kan skje i fellesskap med andre eller gjennom bruk av oppslagsverk, men arbeidet skaper likevel, og i større grad en mer kvalifisert form for gjetting, i og med at eleven i det minste har skaffet seg en større og bredere oversikt over hvilke deler og problemer oppgaven består av.

Gjennom å studere datautvalgets ulike transformasjoner kan det påvises korrelasjon mellom leseferdighetene og regneferdighetene.

Det etiologiske studiet til Harlaar et al. (2012) angir hvorfor fenomener oppstår og hvorfor de utvikler seg. Harlaar et al.s studier avdekket betydelig genetiske og delte miljøkorrelasjoner mellom matematikk, ordforståelse og leseforståelse. Min studie styrker oppfatningen av den sterke bindingen mellom ord-, leseferdigheter og matematiske ferdigheter. Gjennom lokaliseringsprosessen og definisjonsprosessen viste elevene at de i større grad skapte egen leseforståelse og utviklet dermed også en videre forståelse for det kontekstuelle innholdet i de ulike tekstoppgavene. Leseforståelsen hjalp dem med andre ord videre gjennom de ulike transformasjonene i oppgaveløsningen. Min forskning kan med andre ord også antyde at det finnes en binding mellom evnen til å tolke enkeltord, leseforståelsen og en vellykket løsningsstrategi.

Gjennom å utvide Duval's rammeverk til også å gjelde perifere- og sosiokulturelt betingede ord, kan en vise til at vanskelige ord som normalspråklig representasjon, også har to underrepresentasjoner.

Gjennom en utvidelse av Duval's modell til også å gjelde NSP og NSS, viser forskningen at eleven under arbeid med matematiske tekstoppgaver også bør lokalisere både vesentlige og uvesentlige vanskelige ord. Selv om disse vanskelige ordene vanligvis er ikke matematiske størrelser eller har matematisk relevans, men vil dette kunne bidra til å avdekke det kontekstuelle innholdet i teksten. Det blir derfor videre riktig å si at en gjennom tolkningen av slike ord i sammenheng med de matematisk relaterte ordene, også arbeider seg fra semiotikken og mot semantikken.

Andelen perifere- og sosiokulturelle vanskelige ord viste seg å være større enn forventet. Dette angir et didaktisk paradoks. Siden disse typene vanskelige ord ikke oppleves som vanskelige for alle elevene, men tvert imot er en subjektiv størrelse, vil utfordringen i stor grad bestå i å lokalisere ordene for hver elev. Uten denne formen for lokalisering vil ikke læreren kunne forutse hvilke ord enkeltelevene opplever som vanskelige. Ord som oppleves som godt innarbeidede og selvsagte hos noen, f.eks. corner, straffe, offside og midtbane for de fotballinteresserte, vil gi liten mening for de som aldri har vært i kontakt med sporten. Denne typen ord har et potensiale til å kunne blokkere for deler av, eller hele tekstforståelsen av oppgaven. Den kan i verste fall fungere som et rødt trafikklys der eleven stopper opp og ikke kommer videre i transformasjonen uten at ordet blir redegjort for og forstått. Dette var også en av observasjonene fra undervisningen. Elever som stoppet opp ved et perifert- eller sosiokulturelt enkeltord, som av læreren ble oppfattet som selvsagt og del av normalspråket, klarte ikke mange av elevene å finne ut av selv. Eleven ble dermed sittende passivt og vente til læreren kom og hjalp eleven med enkeltordet. Først når denne avklaringen var på plass, kunne eleven arbeide videre med oppgaven.

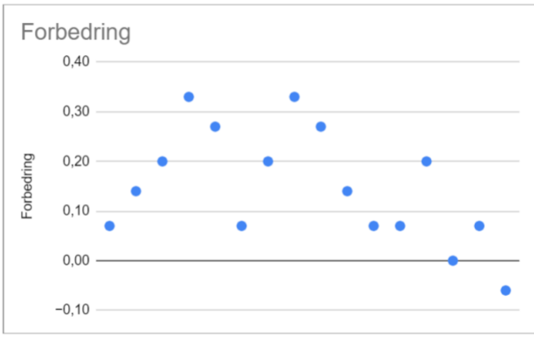
Gjennom å sette de mest frekvente vanskelige ordene knyttet til normalspråket inn i en lingvistisk rammestruktur, kan en lærer bedre vise til hvilke typer vanskelige ord elevene strever med.

Det kan vises til at vanskelige ord knyttet til den normalspråklige representasjonsrammen i matematiske tekstoppgaver, involverer nesten alle språkklassene (se Tabell 13 og 14). Empirisk kjenner en til elevens behov for å øve på bøyninger av verb og substantiver, bevisstgjøre seg på adverb, adjektiver og å lære seg tilordningen av de ulike preposisjonene. Det andre didaktiske paradokset koples derved til at den normalspråklige delen ikke knyttes sterkere opp mot den matematiske språkopplæringen. En nærliggende årsak kan være at denne delen av fagområdet ikke har vært eller er tradisjonsbundet til undervisningen. Dermed blir denne delen av språkopplæringen enten oversett eller overlatt til lærere i andre språkfag.

En annen innfallsvinkel er knyttet til matematikkteksten som fagtekst. De ulike norskverkene brukt i norsk skole i dag, gir få (om noen) matematikkfaglige eksempler med fokus på normalspråket i tekstoppgaver. Ved en hurtig gjennomgang av læreverket Kontekst 8-10 (Gyldendal forlag) ble det eksempelvis påvist kun to matematikkfaglige tekster. Begge tekstene omhandler lesing av tabeller (IIS). Empirisk bruker matematikklærere fortrinnsvis mye tid på nettopp tabeller også i matematikkundervisningen sammenlignet med undervisning i det normalspråklige matematiske feltet. Den normalspråklige delen kan dermed også i norskundervisningen bli oversett. Uten en aktiv kopling mellom de språklige utfordringene en møter i de matematiske fagtekstene, kan de normalspråklige delene av opplæringen bli ignorert.

Gjennom bruk av skjema for lokalisering og definering av vanskelige ord antydes det at elevene vil forbedre sin leseforståelse og dermed også sine matematiske resultater.

Av 47 elever, var det kun 16 som benyttet seg av gitte løsningsstrategi gjennom hele prøven. 14 av disse igjen forbedret resultatene sine sammenlignet med de samme spørsmålene i NPR19. Gjennomsnittlig forbedret gruppen på 16 sine resultater med 15 % (0,15). Resultatet kommer frem ved å regne gjennomsnittlig poengsum og deretter differensen for hver enkelt elev mellom NPR19 og prøven. Kun én elev skåret dårligere og nok én skåret det samme som på NPR19. Resten av elevene (31) fikk samme resultat eller dårligere på prøven sammenlignet med resultatene fra de samme spørsmålene i NPR19. Dette gir grunn til å antyde at de av elevene som benyttet seg av gitte løsningsstrategi, også kan vise til en forbedret matematisk leseforståelse.



Figur 13: Plottdiagram av resultatene i prøven for de 16 elevene som benyttet seg av skjemaet som løsningsstrategi.

Det konstateres at matematikk har et språk. Dette språket er multisemiotisk i betydning av at det består av tegn, bokstaver, bokstaver for tegn, bilder, grafer og tabeller. Til dette multisemiotiske språket må det også vises til den abstrakte sfæren der mentale bilder av handlinger eller objekter kan hjelpe individet i beskrivelsen av de matematiske objektene eller transformasjoner mellom de ulike representasjonsformene. Normalspråket er den dominerende delen av dette multisemiotiske språket. Det har selv mange utfordrende sider som kan forsterke de vanskene elever opplever i møte med matematiske tekstoppgaver. Ved å rette et større fokus på den normalspråklige delen av det matematiske språket gjennom undervisningen, kan læreren i større grad hjelpe eleven gjennom disse språkbariærene.

Kapittel 6 – Konklusjon

Studiet antyder at tekstoppgaver med færre semiotiske representasjonsformer (se Figur 5 og 6), kan være en god støtte i undervisningen og hjelpe eleven med å fokusere og lokalisere de normalspråklige sentrale ordene i teksten. Formålet med omarbeidelsen var å se på om en reduksjon av semiotiske representasjoner i større grad kunne hjelpe eleven til å fokusere på vanskelige ord, da spesielt knyttet til normalspråket (NS), og at transformasjonene gjennom tolkning og aritmetisk fremstilling dermed skulle bli enklere. En semiotisk representasjon fordrer sin egen forståelse. En oppgave med multiple representasjonsformer fordrer derfor også multiple innfallsvinkler til det samme problemet. Flere forklaringsmodeller av samme problem, behøver ikke bety at oppgaven blir bedre forklart. Tvert imot kan flere representasjoner skape mer forvirring og mindre forståelse. Færre representasjoner i tekstoppgaven skaper imidlertid ikke nødvendigvis et mindre behov for å uttrykke seg i ulike representasjonsformer. Forskningen viser at elevene i stor grad selv lager egne tabeller, grafer og tegninger for å understøtte egen kontekstuelle forståelse. Transformasjonene mellom disse ulike representasjonsformene er styrt av den samme kontekstuelle forståelsen. Når eleven, gjennom lokalisering og definering av de ulike vanskelige ordene i NS og SFS, allerede har dannet seg en forståelse av de ulike begrepene, antydes det at fremstillingene i andre representasjonsformer (IIS og IS), benyttes som et indre språk der tegninger, grafer og bilder blir uttrykte delforklaring for eleven selv.

Lokaliseringen står fram som et godt semiotisk verktøy og vil sammen med definisjoner av de vanskelige ordene gi elevene en bedre mulighet til å avdekke tekstoppgavens indre struktur. Gjennom lokaliseringsprosessen kom det fram at elevene ble oppmerksomme på at de avdekker langt flere vanskelige ord enn han/hun tidligere har vært vant til i lesingen av matematiske tekstoppgaver. Imidlertid fremstår ikke dette som et problem, men mer en kilde til kontekstuell forståelse. Studiet viser at når eleven får avspeilet hvilke vanskelige ord og uttrykk hver oppgave inneholder, så settes de i større grad også i stand til å løse dem fordi oppgavens indre struktur dermed også lettere trer fram. Høy frekvens av vanskelige ord i hver oppgave ser dermed ikke ut å ha innvirkning på elevenes forståelse av oppgaven.

Studiet indikerer videre at læreren i større grad må forsøke å kartlegge enkeltelevers ulike tolkninger av de ulike vanskelige normalspråklige ordene de finner i tekstoppgaver siden disse er en viktig kilde til misforståelser. Gjennom en kartlegging av hvilke ord eleven opplever som vanskelig og en felles avklaring av hvordan disse kan tolkes, antydes det at eleven kan oppleve større mestring og forståelse. Et sterkere fokus på de normalspråklige delene av i tekstoppgaver, vil kunne styrke elevens matematiske leseforståelse og dermed også kunne heve eleven faglig. Selv om elevene opplever en slik arbeidsprosess som mer arbeidsom enn de vanlige løsningsstrategiene de bruker, gir elevene tilbakemeldinger på at de opplever at de tilegner seg en bedre oversikt over både hva oppgaven spør om, og hvordan de skal løse oppgaven. Det didaktiske grepet knyttet til lokalisering og definering av vanskelige ord, kan dermed sies å hjelpe den matematiske leseforståelsen og gir gode forutsetninger for å oppnå bedre resultater i arbeidet med matematiske tekstoppgaver. Gjennom lokaliserings- og defineringsprosessen har dermed eleven tilegnet seg et verktøy som vil gi bedre oversikt over hvilke kontekstuelle utfordringer tekstoppgaven byr på, uavhengig av bilder, tabeller og grafer.

Den normalspråklige andelen av tekstoppgaven er en dominerende andel av alle tekstoppgaver. En lærers bevissthet rundt elevens manglende forståelse av vanskelige ord knyttet til normalspråket, vil potensielt også kunne styrke elevens forståelse i arbeidet med tekstoppgaver. Siden det påvises korrelasjon mellom lese- og regneforståelse, anbefales det at deler av matematikkundervisningen må endres for å stimulere til en bedre utvikling av elevens matematiske leseforståelse. Derfor bør lærere også stille nye krav til det undervisningsmateriellet de bruker i skolen; krav om et materiell som i større grad stimulerer til den matematiske språkutviklingen. Endringer trenger imidlertid ikke være dramatiske. Som forskningen viser, vil en gjennom en lokalisering og definering av hvilke vanskelige ord en finner i matematiske tekstoppgaver, kunne skape en bevissthet rundt hvilke vanskelige ord den enkelte elev har vansker med.

Som en naturlig konsekvens av resultatene fra forskningsprosjektet, anbefales det at matematikkens grammatiske sider belyses sterkere, gjennom læreplanverket, av matematikklæreren og av lærebokforfatterne. Semantikk, morfologi, fonologi og syntaks er alle områder ved grammatikken som skaper utfordringer i møte med vanskelige ord i matematiske tekster. Min forskning har i all hovedsak tatt for seg den semiotiske og den semantiske siden av de vanskelige ordene der betydningen av de ulike ordene og deres kontekstuelle innordning stod i fokus. Andre utfordringer rundt vanskelige ord vil kunne knyttes til grammatisk oppbygning og funksjon eller til hvordan ord uttales og skrives.

Jeg vil avslutte forskningsoppgaven med å dra en parallell mellom forskningsprosjektet og rollen til en kjørelærer:

> *Se for deg at å styre, bremse, kløtsje, gasse og gire er et bilde på de ulike aritmetiske ferdighetene. Disse ferdighetene må automatiseres for å kunne kjøre en bil. I dette bildet vil lokaliserings- og defineringsprosessen beskrives gjennom kjørelærerens beskjed til sin elev om å løfte blikket for å skaffe seg et bedre overblikk av situasjonen. Stirrer eleven ned rett foran panseret på bilen, blir kjørestilen vinglete og uforutsigbar. Gjennom å løfte blikket, vil kjørestilen bli roligere og mer planlagt.*

Litteraturliste

Adams, T. L. (2003) Reading mathematics: More than words can say. The Reading Teacher, 56, (s.786-795).

Adu-Gyamfi, K., Bossé, M. J., & Faulconer, J. (2010). *Assessing understanding through reading and writing in mathematics*. International Journal For Mathematics Teaching And Learning, 11(5), (s. 1-22).

Allalouf, A. (2003). *Revising translated differential item functioning items as a tool for improving cross-lingual assessment*. Applied Measurement in Education, 16(1), (s. 55-73).

Bakke, I. N & Bakke, B. (2011). *Grunntall 8*. Elektronisk Undervisningsforlag AS, Drammen.

Befring, E. (2002). *Forskningsmetode, etikk og statistikk*. Det norske samlaget. Gjøvik trykkeri AS. Gjøvik.

Cobb, P. (2004). *Mathematics, literacies, and identity*. Reading Research Quarterly, 39(3), (s.333-337).

Creswell, J. W. (2014). *Research Design. International Student Edition*. Sage Publications Inc., Dorset Press, Dorchester.

de Lange, J. (2003). *Mathematics for literacy*. In B. L. Madison & L. A. Steen (Eds.), Quantitative literacy. Why numeracy matters for schools and colleges (pp. 75-89). Princeton, NJ: The National Council on Education and the Diciplines.

Duval, R. (2000b). *Basic Issues for Research in Mathematics Education*. Universite du Littoral Cote d'Opale. Institut de Formation des Maitres du Nord Pas-de-Calais.

Duval, R. (2006). *A cognitive analysis of problems of comprehension i a learning of mathematics*. Educational Studies in Mathematics, Springer.

Dyrvold, A. (2016). The role of semiotic resources when reading and solving mathematics tasks. *Nordisk matematikkdidaktikk, 21*(3), (s.51-72).

Ercikan, K., Gierl, M. J., McCreith, T., Puhan, G., & Koh, K. (2004). *Comparability of bilingual versions of assessments: Sources of incomparability of English and French versions of Canada's national achievement tests*. *Applied Measurement in Education, 17*(3), (s. 301-321).

Ercikan, K., Arim, R., Law, D., Domene, J., Gagnon, F., & Lacroix, S. (2010). *Application of think aloud protocols for examining and confirming sources of differential Item functioning identified by expert reviews*. *Educational Measurement: Issues and Practice, 29*(2), (s. 24-35).

Franke, M. L., Kazemi, E. & Battey. D, (2007). *Mathematics teaching and classroom practice.* In F. K. Lester, Jr., (Ed), Second handbook of research on Mathematics, Teaching and Learning (s. 225-256), Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Greer, B. (1997). *Modelling reality in mathematics classrooms: the case of word problems*. Learning and Instruction, 7, (s. 293-307).

Guba, E. G. (1981). Educational Communication and Technology, Vol. 29, No. 2 (Summer, 1981), (s. 75-91). Springer

Harlaar, N., Kovas, Y., Dale, P. S., Petrill, S. A., & Plomin, R. (2012). *Mathematics is differentially related to reading comprehension and word decoding: Evidence from a genetically sensitive design. Journal of Educational Psychology, 104*(3), (s. 622–635).

Holum, L. (2016). *Ordforråd i alle fag*. NAFO. OsloMet

Jensen, A. (2017) *Lesing i matematikk*, Forelesning på Novemberkonferansen, Trondheim 28.-29.11. 2017, Matematikksenteret

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* Washington, DC: National Academy Press.

Klette, K. et al. (2003). *Klasserommets praksisformer etter Reform 97*, (s. 39-76), UniO, Pedagogisk Forskningsinstitutt, Unipub AS, avdeling for skriftserier

Lesh, R., & Doerr, H. M. (Eds.). (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Mellone, M., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2017). The effect of rewording and dyadic interaction on realistic reasoning in solving word problems. *The Journal of Mathematical Behavior, 46,* (s.1–12). https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.02.002

Meshet, K. (1993). *How old is the shepherd? An essay about mathematics education.* Phi Delta Kappan, 74, (s. 548-554).

Nation, K., & Angell, P. (2006). *Learning to read and learning to comprehend*. London Review of Education, 4, (s.77-87)

NCTM. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA, USA: National Council of Teachers of Mathematics.

Niss, M., & Højgaard, T. (2011) Competencies and Mathematical Learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark. Vol. 485. Roskilde: Roskilde Universitet.

Norstrati & Wæge (2015), *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*, Matematikksenteret, Trondheim

Regjeringen.no (2018), *NOU 2018: 2, Fremtidige kompetansebehov - Kunnskapsgrunnlaget*

O'Halloran, K. (2008). *Inter-semiotic expansion of experiental meaning: Hierarchical scales and metaphor in mathematics discourse*. In E. Ventola & C. Jones (Eds.), From Language to Multimodality. New developments in the study of Ideational Meaning (s. 231-254). London: Equinox Publishing Ltd.

OECD. (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Scince, Problem Solving and Financial Literacy*: OECD Publishing.

Riccomini, P. J., & Witzel, B. S. (2010). *Response to intervention in mathematics*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.

Roth, W.-M., Oliveri, M. E., Sandilands, D. D., Lyons-Thomas, J., & Ercikan, K. (2013). *Investigating Linguistic Sources of Differential Item Functioning Using Expert Think-Aloud Protocols in Science Achievement Tests*. *International Journal of Science Education, 35*(4), (s. 546-576).

Rubenstein,R., & Thompson,D. (2002). *Understanding and supporting children's mathematical vocabulary development*. Teaching Children Mathematics, 9, (s.107–112).

Sato, E., Rabinowitz, S., Gallagher, C., & Huang, C. W. (2010). *Accommodations for English Language Learner Students: The Effect of Linguistic Modification of Math Test Item Sets*. Washington, DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.

Skemp, R. R. (1978). *Relational understanding and instrumental understanding*. The Arithmetic Teacher, Vol. 26, No. 3 (November 1978), (s. 9-15)

Statistisk Sentralbyrå (2020). *Rapport om Nasjonale Prøver 2019,* https://www.ssb.no/utdanning/statistikker/nasjprov/aar

Schweiger, F. (1992). Mathematics is a language. Paper presented at the The 7th International Congress on Mathematical Education, Quebec, 17-23 August.

Schleppegrell, M. J. (2007). *The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review*. Reading & Writing Quarterly, 23(2), (s. 139-159).

Skott, J., Jess, K. & Hansen H. C. (2008). *Matematikk for lærerstuderende: Delta Fagdidaktik*. Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur

Sowder, L. (1988). *Children's solutions of story problems*. Journal of Mathematical Behavior, 7, (s. 227-238)

Sweet, A. P. & Snow, C. (2003). *Rethinking reading comprehension*. New York: The Guilford Press.

Tindal, G. (2014). *Large-scale assessments for all students: Issues and options*. In G. Tindal & T. M. Haladyna (Eds.), Large-scale assessment programs for all students : validity, technical adequacy, and implementation (s. 1-24). Mawah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.

Udir.no (2006). *Læreplanverket*, https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/

Udir.no (2019). *Nasjonale prøver i regning 2019*, https://sokeresultat.udir.no/?query=nasjonale+pr%C3%B8ver+2019

Usiskin, Z. (1996). *Mathematics as a language*. In P. C. Elliott & M. J. Kenney (Eds.), Communication in Mathematics, K-12 and Beyond. 1996 Yearbook (s. 231-243). 1906 Association Drive, Reston, VA 220911593: National Council of Teachers of Mathematics.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. The Netherlands: Swets & Zeitlinger.

Vygotsky. L. S. (1978). *Mind in Society*: *The development of higher psychological processes*. Harvard University Press. Cambridge, MA

Vygotskij, Lev S. (2012). *Tenkning og tale*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS

Wakefield, D. V. (2000). *Math as a second language*. Educational Forum 64, no. 3, (s.272-279).

Zan, R. (2011). *The crucial role of narrative thought in understanding story problems*. In K. Kislenko (ed.). Current state of research on mathematical beliefs XVI (pp. 287-305). Tallin: Tallin University.

Vedlegg 1 - Vanskelige ord, første undervisningstime

Mål for timen: Lokalisere og tolke de vanskelige ordene i de ulike oppgavene. Oppdage at ulike elever oppdager ulike vanskelige ord.

1. Skriv på tavla de vanskelige ordene i oppgave 2.3 i en kolonne. Spør elevene om de ser sammenhengen mellom det du har skrevet og oppgaven i boka - hvilket spørsmål du har stilt for å få dette svaret du har skrevet opp på tavla.

Vanskelig ord	**Diskuter og definer betydningen av ordet i oppgaven**
en	
sirkel	
den	
ut	
brett	
lag/laget	
$\frac{1}{2}$	
av	
videre	
$\frac{1}{6}$	
$\frac{1}{8}$	
$\frac{1}{3}$	
dobbelt	

Diskuter innholdet av de ulike ordene og spør elevene om hvorfor det er viktig å fokusere på disse ordene i denne oppgaven.

Gå videre uten å brette - dette skal/kan dere gjøre mot slutten av timen.

2. Les opp følgende:

Et vanskelig ord er et ord som kan være vanskelig å forstå - et ord man må arbeide litt ekstra med for å kunne løse en oppgave. Ofte må man snakke sammen og bli enige om hvordan vi sammen skal forstå ordet.

3. Be elevene om å finne, markere/skrive ned alle de vanskelige ordene i oppgave 2.4. Tolk og beskriv alle de vanskelige ordene sammen. Hvilken betydning har disse ordene for denne oppgaven? Løs oppgaven sammen.

Vanskelig ord	**Diskuter og definer betydningen av ordet i oppgaven**
25	
på	
en	
⅕	
av	
mange	
scoret (perifert vanskelig ord, kulturelt betinget)	

Tips!
Hvis du synes det er vanskelig å finne de vanskelige ordene kan du tenke slik:

En ny elev begynner på skolen. Eleven kan ikke norsk så godt, men kan regne og skrive. Hvilke matematiske ord blir viktige å lære seg for å kunne løse oppgaven?

4. Finn og marker de vanskelige ordene i oppgave 2.46. Tolk og beskriv dem sammen. Løs oppgaven.

halvliter
med
i
tillegg
et
⅕
liter
mye
til sammen

5. Gå tilbake til oppgave 2.3 Klipp, brett og diskuter.

Vedlegg 2 - Vanskelige ord, andre undervisningstime

Mål for timen: Lokalisere, tolke og definere de vanskelige ordene i oppgavene. Trene på hvordan definisjonene styrer hvordan oppgavene kan løses. Se på ulike løsningsforslag.

Kartlegg de vanskelige ordene i oppgave 2.47, 2.48 og 2.50, diskuter hvilke vanskelige ord dere fant og snakk om hvilken strategi dere vil bruke for å løse oppgavene. Snakk gjerne også hvor mye tid det er rimelig å disponere på hver tekstoppgave - oppfordre til å få opp tempoet der det er naturlig.

2.47	2.48	2.50
sju spiste 2 ⅗ mye igjen perifere ord: vaffelplater stekte plate	et i før blander til to tar 1 ½ liter en ¾ og ⅔ mye perifere ord: knøttelag	ei full rommer 1 ½ liter en og ⅘ ⅙ fra på mye igjen perifere ord: kaffekanne/kanna termos kopp

Diskuter ordet perifert - i denne konteksten betyr det vanskelige ord som kan ha betydning for oppgaven, men som forutsetter kunnskaper om kulturen oppgaven refererer til - et eksempel er at elever som ikke spiller fotball eller driver idrett, noen ganger ikke vet hva et *knøttelag* er.

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

Vedlegg 3 - Vanskelige ord, tredje undervisningstime

Mål for timen: Lokalisering av vanskelige ord som fast løsningsrutine når en arbeider med tekstoppgaver.

Finn de vanskelige ordene i oppgave 2.92

i
en
4/9
av
stor
brøkdel

Diskuter betydningen av de vanskelige ordene i oppgave 2.92 og i tekstoppgaver generelt. Bruk følgende punkter i diskusjonen:

- Finnes det noen mønstre i disse ordene?
- Kan de grupperes?
- Er det noen ord som lett kan byttes ut med andre uten at det går ut over målet med oppgaven?

Del ut et A4-ark til hver elev. Be elevene om å finne de vanskelige ordene i oppgave 2.93. Be elevene om å snu arket og skrive en setning om hvorfor vanskelige ord er viktig for deg.

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

Vedlegg 4 - Vanskelige ord, Prøve

A. Finn og marker de vanskelige ordene - skriv dem ned som "Dine vanskelige ord" for hver oppgave
B. Tolk og beskriv hva de ulike vanskelige ordene betyr i oppgaven - skriv eller tegn dem ned under "Dine tolkninger" for hver oppgave
C. Løs oppgaven i feltet "Din løsning av oppgaven"

Elevens prøvenummer:

1. Emil skal hente kladdebøker til klassen sin. Det er 27 elever i klassen. Elevene skal ha to kladdebøker hver. Kladdebøkene er i pakker med 12 stykk i hver pakke. Hvor mange pakker må Emil hente?

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

2. Tromsø IL spiller sine hjemmekamper på Alfheim Stadion. Banen har lengde 110 m og bredde 70 m. Leyla skal lage en modell av Alfheim Stadion i målestokk. På modellen skal bredden til banen være 35 cm. Hvor lang skal banen være på modellen?

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

3. I Norge begynte 64 855 elever i videregående skole høsten 2011. Fram til våren 2016 hadde 9 663 av disse elevene sluttet, uten å fullføre videregående skole. Prosentvis, omtrent hvor mange av elevene har sluttet?

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

4. Fem venner er på tur og skal lage pannekaker. De har 3 L røre, og de beregner 1,5 dL røre til hver pannekake. Alle skal få like mange pannekaker. Hvor mange pannekaker skal hver få?

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

5. Faren til Simen fikk sin første mobiltelefon i 1998. Da kostet det 2,50 kr å sende en melding. Simen har et abonnement der han kan sende ubegrenset antall meldinger. En dag sendte Simen 50 meldinger. Hvor mye ville dette kostet i 1998?

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

6. Aurora ser en episode av “Stallgjengen”. Hun har sett 18 min og 39 s av episoden. Hele episoden varer 22 min og 27 s. Hvor lenge er det igjen av episoden?

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

7. Henrik er på ferie i Tyskland. Der ser han en jakke til 20,99 euro (€) som han ønsker å kjøpe. I en app ser Henrik at 1€ koster 9,6545 norske kroner (NOK). Gjør et overslag over hvor mange norske kroner jakken koster.

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

8. Tyrone Curtis Bouges er den laveste spilleren som har spilt i NBA. Han er 5 fot og 3 inch høy. En fot er 30,5 cm, og en inch er 2,5 cm. Hvor høy er Tyrone Curtis Bouges, målt i centimeter?

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

9. CO_2-utslippet til en bil er avhengig av hvilket drivstoff bilen bruker og bilens forbruk. Dieselbiler slipper ut 2,66 kg CO_2 per liter diesel. Familien til Guri har en dieselbil. Når de skal til hytta, kjører de 200 km. Det gjennomsnittlige forbruket på denne turen er 0,5 L per mil. Hvor mye CO_2 slipper bilen deres ut når de kjører til hytta?

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

10. I 2017 ble danske Patrick Mortensen toppskårer for Sarpsborg 08 i Eliteserien. Han skåret 12 mål på 30 kamper. Hvor mange mål skåret Partick Mortensen i gjennomsnitt per kamp?

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

11. Rikke skal kjøpe lys til en bursdagskake. Kaken skal være til en tante som fyller 50 år. Lysene selges i pakker med åtte lys i hver pakke. Hvor mange pakker må Rikke kjøpe?

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

12. Johan skal på kino og se en film som begynner kl. 18.00. For å komme til kinoen må Johan reise med buss i 20 min. Bussen går hver halvtime, med avreise kvart over og kvart på. Når må Johan senest ta bussen?

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

13. I forbindelse med Operasjon Dagsverk jobber Kasper i en sportsbutikk. Kasper skal pakke skoesker i pappkasser. Skoeskene har lengde 30 cm, bredde 20 cm og høyde 20 cm. Pappkassene har innvendig lengde 70 cm, bredde 60 cm og høyde 20 cm. Hvor mange skoesker er det det maksimalt plass til i en pappkasse?

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

14. Kygo ble i 2015 den artisten som oppnådde 1 milliard (1 000 000 000) avspillinger på Spotify på kortest tid. Kygo tjente omtrent 3 øre per avspilling. Hvor mange kroner tjente Kygo på 1 milliard avspillinger?

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

15. I en bolle med 200 lodd er det 40 lodd som gir premie. Lina har lyst til å vinne en premie. Hvor mange lodd må Line kjøpe for å være helt sikker på at hun vinner en premie?

Dine vanskelige ord	Dine tolkninger	Din løsning av oppgaven

Vedlegg 5 - Vanskelige ord lokalisert gjennom undervisningen og i prøven

Lokaliserte ord knyttet til normalspråket (fargekodene er markert under)		Lokaliserte ord knyttet til symbol- eller formalspråket
Alfheim Stadion	lenge	%
antall	like	$
av	løpet	€
avhengig	maksimalt	centimeter
bak	mange	cm
begynne (-er, -te)	med	cm^3
beregner	Mehmet	(dag)
ble	mest	(dollar)
bolle	modell (-en)	dL
bredde (-n)	mye	en
bruk/forbruk	mål	ett
CO_2-utslippet	måles/måling	f.Kr.
dag	målestokk	fot
deler	målt	g
dollar	NBA	gjennomsnitt (-lige)
drivstoff	nøyaktig	gram
døde	og	h
Eliteserien	Operasjon Dagsverk	hg
endre	opp	inch
episoden	omtrent	kg
etter	over	kilogram
euro	overslag	kl.
for	pakke (-r)	km
forbindelse	pappkasse	kr
fra	per	kroner
fullføre	plass	liter
fyller (50) år	på	L
født	Rikke	m
første	romme (-t)	mil
gammel	røre (m)	milliard
gjennomsnitt (-lige)	Sarpsborg 08	millioner
halvtime	selge	min
hele	senest	minutter
hos	skårer (topp-)	mm
hver	sluttet	NOK
høsten	sparer	s
høy	spre	tidel (-s)
høyden	stykk	to
høyeste	ta	tre
i	tid (-en)	(uke/uker)
igjen	til	øre
inneholder	tilsvarer	(år)
innvendig	tjente	åtte
kamp (-er)	totale	
kjøp (-er, -et, -e)	ubegrenset	
klassen	uke/uker	
knøttelag	under	
kortest	ut	
koste (-er, -et)	valutakurs	
kuler	varer	
kvart (på/over)	vurderer	
lang	våren	
laveste	år	
lengde		
NS NSP NSS	NS NSP NSS	

Vedlegg 6 - Ordliste, masteroppgavens sentrale ord og uttrykk

Ordliste over sentrale fagord og uttrykk	Generelle definisjoner relatert til oppgaven
aspekt	Synspunkt
automatisert semiotisk språksystem	Det automatiserte forteller noe om at handlingen skjer av seg selv uten at en må tenke over hva en skal gjøre, semiotikk er studiet av sosialt betingede tegnsystemer og språksystemer kjennetegnes gjennom de ord, den uttalen og den grammatikken det enkelte språket har. Eks. når en person kalkulerer en matematisk uten å måtte tenke over automatiserte handlinger som multiplikasjonstabellen, forkorting, divisjonsalgoritmen etc.
didaktikk	Læring om undervisning og læring i skolen.
epistemologisk	Erkjennelse, opplevelse som følge av kunnskap om oss selv.
etiologisk	Studier om hvordan ting oppstår og årsakene til hvorfor de utvikler seg som de gjør.
flervalgsoppgave	En matematikkoppgave med flere mulige svaralternativer. Eleven må ofte ikke vise til utregning eller beskrive ulike representasjoner i arbeidet med slike oppgaver. I de nasjonale prøvene i regning 2019 framsto flervalgsoppgavene med 4 - 6 svaralternativer der ett var riktig. Dette ga eleven en %-vis sjanse til riktig svar på mellom ca. 17 - 25 % på hver oppgave. Flervalgsoppgavene som metodisk måleinstrument er jevnlig oppe til diskusjon i de ulike fagmiljøene.
fonologi	Læren om språklydenes funksjoner. Aktuell i denne oppgaven i forbindelse med sosiokulturelle vanskelige ord og elever med en annen kulturell bakgrunn enn den dominerende.
formalspråk	Beskriver de vanlige og tradisjonelle matematiske ordene og uttrykkene
hermneutikk	Beskriver læren om fortolkning av tekster.
idiom	Uttrykksmåte eller vending som er spesiell for et språk, eks. Min bedre halvdel som er en spøkefull uttalelse av en ektemann om sin hustru.
implementere	Iverksette, utføre, realisere
indre tale	Se tankespråk
innholdsmettet tekst	Beskriver en tekst som inneholder mange ulike detaljer vist med få ord, symboler og uttrykk. Matematiske tekstoppgaver er innholdsmettede tekster.
instrumentell	Det som tjener som hjelpemiddel. En instrumentell forståelse betinger ikke en dyp forståelse av problemet, men kan vises fram gjennom automatiserte arbeider. Eks. når en elev regner seg fram til et svar uten å sette spørsmål til hvilken relasjon utregningen elle svaret har for helheten i oppgaven.
intensjonsmessig semiotisk språksystem	Tegn uttrykt på en hensiktsmessig måte.
kode	I denne oppgaven i betydning av analyseverktøy. Ulike koder viser til handlingsmønstre i ulike oppgaver. Duval's ulike registre, vil her beskrives som ulike koder.
kognitiv	Omhandler det som har med erkjennelse, tenkning og oppfatning.
kommunikativ kompetanse	Omhandler de regler som gjelder for språkbruk og oppførsel i ulike situasjoner.
kontekstuell	Sammenhengen ordene er satt inn i.
korrelasjon	Samsvar, samvariasjon mellom to mål.
lingvistikk	Språkvitenskap, det vitenskapelige studiet av språk og tale.
matematiske objekter	Det er vanlig å vise til fem ulike representasjoner for matematiske objekter: visuelle, konkreter, kontekst/hverdagssituasjoner, verbale og symbolske (Kilpatrick et al., 2001; Lesh, Cramer, Doerr, Post, & Zawojewski, 2003)
perseptuell	Omhandler tilegnelse, tolkning, utvelgelse og organisering av sanseinformasjon innen psykologi og kognitiv vitenskap.

relasjonell	Et objekt som står i forblindelse med et annet objekt har en relasjon.
representasjon	Beskriver et objekt gjennom en bestemt språkform. I oppgaven vil de ulike representasjonene vises gjennom: normalspråket (vanlige ord og uttrykk), symbol- og formalspråket (matematiske tegn og uttrykk), det ikke-ikoniserte språket (tabeller, grafer, figurer) og det ikoniserte språket (bilder, tegninger, skisser). I tillegg vil en kunne vise til automatiserte representasjoner der representasjonen er et resultat av direkte erfaring med objektet eks. gjennom immitasjon, simulering eller beskriver matematikken ut fra noe en har opplevd (mentalt bilde av et objekt eller en situasjon).
reproduserte gestalter	Se sette gestalter; beskriver å hente fram og bruke det du har sett og opplevd og å fremstille det på nytt
self talk	Beskriver det språket en bruker når en snakker og forklarer for seg selv, selvforklaring
semantikk	Læren om språkets innhold, sammenhengen mellom ord, fraser og setninger og deres betydning eller mening.
semiotikk	Studiet av sosialt betingede tegnsystemer og den mening de kan gi.
setningsstruktur	Beskriver hvordan setningene er oppbygde.
sette gestalter	Beskriver opplevelsen av å se og oppfatte objekter, størrelser eller helhetlige egenskaper. Opplevelse av hvordan ting fungerer alene eller sammen.
sosiokulturelle vanskelige ord	Vanskelige ord som betinger innsikt i ulike subkulturer, eks. fotballspråket, dialekter, musikerspråket
språkfaktor	Del av språket
språkregister	Duval viser til to slike registre, det diskursive som man knytter til normal-, formal- og symbolspråket, og det ikke-diskursive en knytter til bilder, illustrasjoner, grafer etc.. Det er mer vanlig å knytte språkregister til enten rent faglige register, eks. matematisk språkregister, eller mer generelle register eks. normalspråklig register eller akademisk språkregister.
subjektiv størrelse	Det vanskelige ordet er et personlig problem og oppleves derfor ikke problematisk av andre, kan ikke enkelt generaliseres
symbolspråk	Matematiske symboler som eks. +. - og =.
tankespråk	Beskriver det språket en bruker når en snakker og forklarer for seg selv, selvforklaring
visualisere	Synliggjøre, gjøre synlig.

NTNU

Kunnskap for en bedre verden