Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Heidi Schjerpen

Spørsmålsstilling i matematikkundervisning

En kvalitativ studie av hvordan kognitivt krevende spørsmål påvirker matematiske samtaler på 2. trinn

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 1.-7. trinn
Veileder: Heidi Dahl
Mai 2020

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

Heidi Schjerpen

Spørsmålsstilling i matematikkundervisning

En kvalitativ studie av hvordan kognitivt krevende spørsmål påvirker matematiske samtaler på 2.trinn

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 1.-7. trinn
Veileder: Heidi Dahl
Mai 2020

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Det er en bred enighet om at muntlige ferdigheter og matematiske samtaler er viktige for elevers læring og utvikling i matematikk. Det viser seg imidlertid å være et gap mellom intensjonene om disse ferdighetene og det som faktisk skjer i matematikklasserommet. Samtalene viser seg å ofte være monologiske og med lavt kognitivt nivå, noe som gjør elevene til passive mottakere av kunnskap. Det er derfor behov for mer kunnskap om hvordan de matematiske samtalene kan bli mer dialogiske, og i større grad bestå av elevmedvirkning. Forskning viser at det å stille kognitivt krevende spørsmål kan fremme mer dialogiske samtaler og selvstendig refleksjon hos elevene. På dette grunnlag stilles følgende forskningsspørsmål: *Hvordan påvirker kognitivt krevende spørsmål matematiske samtaler på 2.trinn?*

Kognitivt krevende spørsmål er i denne studien definert som *spørsmål som* får elevene til å *forklare, begrunne og argumentere, samt utvide sin matematiske tenkning*. For å se sammenhenger mellom spørsmålene som blir stilt og responsen de fremprovoserer, er både lærerspørsmål og elevsvar kategorisert etter predefinerte koder. Lærerspørsmålene er sortert etter Boaler og Brodies (2004) spørsmålskategorisering, og elevresponsen etter Ilarias (2009) elevresponskategorier. Boaler og Brodies spørsmålskategorier er rangert fra spørsmål med lave kognitive krav til spørsmål med høye kognitive krav. Spørsmålene med høye kognitive krav er sett i sammenheng med elevresponskategoriene for å finne ut av i hvilken grad de kan fremme elevenes tenkning og matematiske diskusjoner. Spørsmålene er også sett i sammenheng med hvilke samtalemønstre som oppstår, og i hvilken grad de inneholder elevmedvirkning.

Studien viser at en ikke er garantert kognitivt krevende respons ved bruk av kognitivt krevende spørsmål. Den viser likevel at når kognitivt krevende spørsmål blir stilt i form av oppfølgingsspørsmål, fremmer de i de fleste tilfeller responskategorier hvor elevene snakker om sine matematiske tanker. Studien viser også at kognitivt krevende spørsmål kan skape elevmedvirkende samtalemønstre, i den forstand at de fremmer et mangfold av elevbidrag som er med på å påvirke hvilken retning samtalene tar.

Abstract

There is a broad consensus that oral skills and mathematical conversations are important for student learning and development in mathematics. However, it appears to be a gap between the intentions of these skills, and what is happening in the mathematics classroom. The conversations often turn out to be monologic and with low cognitive demands, making students passive recipients of knowledge. This emphasizes the need for increased knowledge of how to create more dialogical mathematical conversations, and to a greater extent consist of student participation. Research show that asking cognitively demanding questions can promote more dialogic conversations and students' independent reflection. Due to this, the following research question are asked: *How can cognitively demanding questions affect second grade students' mathematical conversations?*

In this study, cognitively demanding questions are defined as questions that *cause students to explain, reason and argue, as well as expand their mathematical thinking*. To be able to say something about the connections between the questions that were asked and the response they provoked, both teacher questions and student responses are categorized according to predefined codes. The teacher questions are sorted by Boaler and Brodie's (2004) question categorization, and the student response by Ilaria's (2009) student response categories. Boaler and Brodie's question categories are then ordered from questions with low cognitive demands to questions with high cognitive demands. The questions with high cognitive demands are seen in the context of the student response categories to determine whether they promote student thinking and mathematical discussions. The questions are also seen in context of the conversation patterns that arise and the extent to which they contain student participation.

The study shows that cognitively demanding responses is not guaranteed when using cognitively demanding questions. Nevertheless, it shows that when cognitively demanding questions are asked in form of follow-up questions, most cases promote response categories in which students talk about mathematics and share their thoughts, both with and without further explanations and arguments. The study also shows that cognitively demanding questions can create student-participant conversation patterns, in the sense that they promote a diversity of student contributions that influence the direction in which the conversations take.

Forord

Denne masteroppgaven i matematikkdidaktikk markerer avslutningen på min tid som student ved NTNU. De to siste årene som masterstudent har vært både spennende, krevende og lærerike.

Det kan være nyttig å være bevisst på hvilke spørsmål en stiller i matematikkundervisningen for å fremme gode og viktige matematiske samtaler. Temaet spørsmålsstilling i matematikkundervisning har gjennom arbeidsprosessen blitt enda viktigere for meg, og er noe jeg tar med meg videre inn i arbeidslivet. Prosessen har vært preget av både opp- og nedturer, men alt i alt er jeg stolt over oppgaven min.

Jeg ønsker å rette en takk til alle som, på hver sin måte, har bidratt underveis i prosessen med masterarbeidet. Jeg vil takke veilederen min, Heidi Dahl, for nyttige veiledninger og tilbakemeldinger. Videre vil jeg takke læreren og elevene som deltok i studien. Til slutt vil jeg takke familien min, samboeren min, medstudenter og gode venner, som har lest korrektur, kommet med innspill og bidratt med oppmuntrende ord både i og utenfor mastersalen.

Trondheim, mai 2020

Heidi Schjerpen

Innhold

Tabeller

Figurer

1. Innledning

1.1 Bakgrunn for oppgaven

I læreplanen for matematikk i grunnskolen legges det i stor grad vekt på at matematikkfaget handler om utforskende og undersøkende samtaler. I beskrivelsen av formålet med faget, står det at det skal innebære «språklige aspekter, som det å formidle, samtale om og resonnere omkring ideer» (utdanningsdirektoratet, 2013). Også i fagfornyelsen, som vil bli den nye læreplanen fra høsten 2020, står det, under kjerneelementene, at matematikk i barneskolen skal bestå av å argumentere for egne løsninger og fremgangsmåter, samt dra nytte av andres ideer og argumenter (utdanningsdirektoratet, 2020).

Det er en bred enighet om at samtalen er viktig for læring i matematikk. Botten (2016) hevder samtaler kan bidra til at elevene får til å sette ord på tanker, og få tilgang til andres ideer gjennom aktiv lytting. Franke, Kazemi og Battey (2007) hevder det å presentere egne problemløsninger, snakke om ulike representasjoner, forklare strategier, bevise løsninger og gjøre generaliseringer utvikler elevenes matematiske forståelse. Elevenes matematiske utvikling kan med andre ord avhenge av om de får muligheten til å samtale og hvordan samtalene foregår.

Intensjonene om muntlige ferdigheter ser likevel ikke ut til å stemme overens med det forskningen sier at faktisk skjer i praksis. Flere påpeker derfor et behov for økt kunnskap om måten å samtale på i matematikklasserommet (Tienken, Goldberg & Dirocco, 2009; Ulleberg & Solem, 2018). Boaler og Brodie (2004) kritiserer de matematiske samtalene som finner sted for ofte å være monologiske, med lavt kognitivt nivå, og mener det er behov for mer dialogiske klasserom.

Kommunikasjonen i svært mange klasserom karakteriseres som IRE (Initiation-Response-Evaluation), hvor læreren stiller et spørsmål, eleven svarer, og læreren evaluerer svaret (Lawrence & Crespo, 2016; Nosrati & Wæge, 2014). Slike samtaler kan gjøre elevene til passive mottakere av kunnskap. Forskere påpeker at en kan oppnå mer dialogiske klasserom ved å benytte alternativer til det tradisjonelle kommunikasjonsmønstret. Et eksempel er utvidelsen av IRE-mønsteret, IRF (Initiation-Response-Follow-up) hvor læreren følger opp elevenes respons i stedet for å evaluere den (Lawrence & Crespo, 2016). Wood (1994) skildrer også fokusering (focusing), et samtalemønster som innebærer at læreren stiller veiledende spørsmål som fokuserer på strategiene og svarene eleven selv formulerer, noe som kan føre til mer elevmedvirkende samtaler.

Enkelte forskere har studert kommunikasjon i norske matematikklasserom. Drageset (2014a) har blant annet utviklet et rammeverk som viser hvilke grep læreren kan bruke for å styre dialogene i ulike retninger. Enten frem mot et svar, eller fordype seg i begreper, strategier og begrunnelser ved å stoppe opp og samtale om dem. De ulike samtalegrepene skaper ulike læringsmuligheter, og rammeverket er ment som et verktøy for lærere og forskere. Hensikten med slike undersøkelser er å skape et bevisst forhold til hvilke grep en kan benytte i læringssamtaler i matematikk for å bidra til rikere diskusjoner og læringsmuligheter. Dragesets undersøkelser er gjort på mellomtrinnet, noe som er en fellesnevner for de fleste undersøkelser hva angår matematiske samtaler i norske klasserom. Forskning på matematiske samtaler på lavere trinn i grunnskolen virker derfor å være en mangelvare, og noe å vie oppmerksomheten til.

1.2 Lærerens spørsmål som utgangspunkt for matematiske samtaler

Ulleberg og Solem (2018) hevder læreres spørsmål er sentrale i utviklingen av elevenes matematiske samtaler. Tienken et al. (2009) beskriver spørsmål som en av de mest brukte lærerinstruksjonene. De mener lærere spør så mange som 300–400 spørsmål daglig. Dette betyr at bruken av dem kan være en enorm mulighet til å påvirke, veilede og utvikle elevene faglig. Videre hevder de at produktive, åpne spørsmål, gir elevene muligheten til å utvikle matematisk tenkning. Lærere holder seg likevel ofte til lukkede, reproduktive spørsmål av lavt kognitivt nivå, som ber elevene etterligne, huske eller repetere kunnskap og informasjon. Myhill (2006) mener dette kan forklares med at lærere trenger å føle at de har kontroll. Åpne spørsmål kan nemlig gi rom for at elevene i større grad får «makt» over samtalen og kontroll over hvilke retninger den tar. Dette kan oppleves som kaotisk, og blir derfor ofte unngått til tross for den gode læringen det potensielt kan gi.

Å utvikle gode og riktige spørsmålsteknikker er en viktig del av undervisning. For å få til dette må lærere vite hvilke spørsmål de skal stille elevene for å treffe dem på ulike nivåer, og hvordan de kan støtte dem uten å ta over tankeprosessen for dem (Moyer & Milewicz, 2002; NCTM, 2000). Med dette i bakgrunn hevder flere at lærere må bruke mer tid på planlegging for å kunne stille spørsmål av høyere kvalitet og kognitiv utfordring, i stedet for å stille mange uplanlagte spørsmål av lavere orden (Sahin, 2007; Tienken et al., 2009). Teodoro et al. (2011) hevder også planlegging av spørsmål garanterer at noen av elevene vil fremme produktiv tenkning, samt at det kan frigjøre læreren kognitivt til å stille bedre spørsmål i uventede situasjoner.

1.3 Forskningsspørsmål og aktualisering

Forskning om læreres spørsmål har betydning for praksis da den kan gjøre lærere og lærerstudenter bevisste på bruk av spørsmål som undervisnings- og læringsverktøy, og dermed bidra til å øke undervisningskvaliteten. Formålet med denne studien er å undersøke hvordan lærere, gjennom å stille planlagte kognitivt krevende spørsmål, kan få elevene til å dele sine matematiske tanker og skape produktive matematiske samtaler. På bakgrunn av dette blir problemstillingen for studien som følger: *Hvordan påvirker kognitivt krevende spørsmål matematiske samtaler på 2.trinn?*

Kognitivt krevende spørsmål kan være et bredt begrep å forholde seg til, og har behov for en definisjon. I denne oppgaven har jeg valgt å definere kognitivt krevende spørsmål som *spørsmål som får elevene til å forklare, begrunne og argumentere, samt utvide sin matematiske tenkning*. En mer utdypende forklaring kommer i kapittel 2.

For å kunne svare på problemstillingen er den delt opp i to underspørsmål som vil hjelpe meg å se sammenhengene mellom spørsmålene som blir stilt, og responsen og samtalemønstrene de fremprovoserer. Det er dette jeg mener med «påvirker» i hovedproblemstillingen. Underspørsmålene er derfor:
1. Hvilke sammenhenger ser vi mellom kognitivt krevende spørsmål og elevenes respons?
2. Hvilke samtalemønstre oppstår ved bevisst bruk av kognitivt krevende spørsmål?

Argumentene for planlegging av spørsmål og etterlysningen av mer kognitivt krevende matematikksamtaler, får meg til å undre hvordan bevisst bruk av kognitivt krevende spørsmål kan påvirke de matematiske samtalene i klasserommet. At tidligere forskning domineres av undersøkelser på høyere trinn, gjør det spesielt interessant å undersøke matematiske samtaler på småtrinnet.

1.4 Min undersøkelse og oppbygning av oppgaven

Gjennom en kvalitativ studie har jeg, ved hjelp av lydopptak og observasjonsnotater, observert to matematikksamtaler på 2.trinn, hvor læreren bevisst stilte kognitivt krevende spørsmål. Datamaterialet i studien består av observasjon av helklassesamtalene til én lærer og 32 elever på andre trinn, fordelt på grupper. Temaet for samtalene var telling av mengder opptil 100. Spørsmålene var delvis planlagt på forhånd. Dette vil si at mange av spørsmålene var planlagt, men at en stor del av samtalen også baserte seg på oppfølgingsspørsmål ut ifra elevenes respons. Oppfølgingsspørsmål er vanskelig å planlegge da en aldri vet sikkert hvilken respons elevene kommer med til en situasjon eller oppgave. En del av planleggingen var likevel å tenke ut mulige elevresponser, basert på lærerens kjennskap til elevgruppen. Metoden presenteres i kapittel 3.

For å kunne si noe om hvilke typer respons spørsmålene fremprovoserer, har jeg valgt et rammeverk utviklet av Ilaria (2009) som består av ni kategorier av elevrespons. Disse kategoriene hjelper meg med å si noe om i hvilken grad elevene deler sine matematiske tanker. Jeg benytter også Boaler og Brodies (2004) ni kategorier av lærerspørsmål, supplert med Ulleberg og Solems (2009) spørsmålsmodell, for å vurdere i hvilken grad spørsmålene som blir stilt er av kognitivt krevende karakter. Kategoriene benyttes også til å si noe om hvilke typer spørsmål som fører til hvilke typer respons. For å kunne si noe om hvilke samtalemønstre som oppstår, har jeg valgt å se på de ulike variasjonene og utvidelsene av det tradisjonelle IRE-mønsteret, samt andre typiske samtalemønstre som oppstår i helklassesamtaler i matematikk. Dette, sammen med teori om samtalens rolle og spørsmålstilling i matematikkundervisningen presenteres i kapittel 2, og er det som danner det teoretiske bakteppe for undersøkelsen.

Gjennom å analysere samtalene i de to undervisningsøktene, ved å se på hvilke elevresponser og samtalemønstre som oppsto, har jeg forsøkt å se sammenhengen mellom kognitivt krevende spørsmål og deres påvirkning på matematiske samtaler. Analysen blir gjort rede for i kapittel 4. Ut fra analysen drøftes funnene opp mot teori i kapittel 5. Til slutt kommer jeg med noen konklusjoner og forsøker å svare på problemstillingen. Jeg avslutter med å si noe om hvilken betydning funnene mine kan ha for praksis, samt forslag til videre forskning på feltet. Dette blir presentert i kapittel 6.

2. Teori

Før jeg går inn på hvordan kognitivt krevende spørsmål kan påvirke matematiske samtaler i barneskolen, ønsker jeg å si noe generelt om hvilken rolle kommunikasjon, i form av samtale og spørsmålsstilling, har i matematikkundervisningen. Jeg vil også definere hva som, i denne oppgaven, menes med kognitivt krevende spørsmål og produktive matematiske samtaler, for å tydeliggjøre hva problemstillingen spør om. Typiske samtalemønstre for matematikklasserommet vil også bli presentert. Avslutningsvis vil jeg se på tidligere forskning om sammenhenger mellom matematikklæreres spørsmål og elevers respons, og trekke frem ulike kategorier av lærerspørsmål og elevrespons. Dette vil være rammeverkene og grunnlaget for analysen av datamaterialet.

2.1 Sosiokulturell læringsteori i matematikkundervisning

Säljö (2016) påpeker viktigheten av talespråket i læringsprosesser. Han argumenterer blant annet med at mennesker, ved å kommunisere om erfaringer, kan bygge opp et sosialt minne som fungerer som en felles ressurs for en gruppe. Kommunikasjon er sentralt i et sosiokulturelt læringssyn, og Säljös argumenter baserer seg på Lev S. Vygotskijs utviklingspsykologi. Vygotskij var opphavsmannen til det sosiokulturelle perspektivet på læring, og skrev om at mennesker er sosiale og kulturelle skapninger. Teorien baseres på at fysiske og intellektuelle redskaper medierer virkeligheten for mennesker. Med «medierer» menes det at mennesker tolker verden gjennom redskaper som er forankret i sosiale praksiser. Læring skjer gjennom deltakelse i sosial samhandling og kan forstås som tilegnelse av begreper og spilleregler for kommunikasjon innad i ulike kontekster. Språket sees derfor som det viktigste medierende redskapet til utviklingen av tenkningen vår, og læring oppstår i samspill med andre (Vygotskij, 2012). Dette vil si at læring først og fremst skjer ved deltakelse i et kunnskapsfellesskap. Et slikt fellesskap kan for eksempel være matematikklasserommet, hvor kommunikasjon sees på som elementært i utviklingen av matematisk forståelse (Alrø & Skovsmose, 2004). Lærere som benytter en slik læringsteori i praksis involverer elevene i diskusjoner og er opptatt av deres forklaringer, argumenter og bevis. (Steele, 2001)

Når barn lærer noe nytt, internaliserer de betydningen av ordene de sier (Vygotskij, 2012). Internalisering tolker jeg som når kunnskap eller erfaringer som finnes hos en person, tas opp eller oppleves som en del av ens egen tenkning og forståelse. Idet barn internaliserer nye ord i nærvær av en kunnskapsrik annen person, som for eksempel en lærer, befinner de seg ofte i *den proksimale utviklingssonen* (Vygotskij, 2012) for ny læring. Dette begrepet kommer av at Vygotskij mente mennesker er i konstant utvikling, ved å ta til seg erfaringer fra andre. Den proksimale utviklingssonen er området mellom elevens nåværende forståelse - det han kan klare selv, og hans potensielle forståelse - det han kan klare med en mer kunnskapsrik annen. Læreren kan med andre ord lede eleven fra det kjente til det ukjente og dermed hjelpe til med å bygge deres kunnskapsbase. I et sosiokulturelt perspektiv utvikler de elevene som deler sine resonnementer om ideer med andre og lytter til andres tanker, en forståelse av kulturelt etablerte matematiske praksiser.

2.2 Samtalens rolle i matematikkundervisning

Kommunikasjonen i matematikkfaget har, ifølge Botten (2003) stor betydning for hvordan elevene lærer matematikk. Læreprosessen avhenger av en åpen kommunikasjon, både mellom enkelteleven og læreren, elevene som klasse og læreren, og elevene seg imellom. God kommunikasjon kan bety bedre forståelse og større engasjement. Får elevene delta aktivt og kommunisere med andre, vil de kunne få eierskap til kunnskapen, i stedet for at det bare er noe som overføres fra læreren. Gjennom matematiske samtaler kan aspekter ved matematisk tenking diskuteres, utforskes og forstås (Chapin, O'connor & Anderson, 2009).

Det finnes ulike måter å samtale på i et matematikklasserom. Ofte skiller man mellom en tradisjonell og en undersøkende måte. Tradisjonelle samtalemønstre beskrives som sekvenser hvor læreren stiller spørsmål og elevene svarer. Hovedansvaret ligger da hos læreren, som bevarer kontrollen over klassen og temaet som diskuteres (Lemke, 1990). Undersøkende matematikkundervisning åpner for at nye kommunikasjonsmønstre også kan oppstå. Alrø og Skovsmose (2004) trekker for eksempel frem dialoger som læringsorienterte samtaler med spesifikke kvaliteter. De skal være utforskende, uforutsigbare og avhengige av gjensidig engasjement mellom partene som deltar. På bakgrunn av dette har de utviklet IC-modellen som angir noen indikasjoner på kvaliteter i dialoger som finner sted mellom lærer og elever når de arbeider i en undersøkende prosess. IC-modellen består av 8 elementer som kan bidra og støtte opp om læring på spesifikke måter. Når de dialogiske handlingene i modellen opptrer i undervisningen, åpner de opp for elevmedvirkning i mye større grad (Alrø og Skovsmose, 2004).

2.2.1 Produktive matematiske helklassesamtaler

I denne studien undersøkes en strukturert helklassesamtale, og vi går derfor inn i et relativt tradisjonelt klasserom hvor læreren har planlagt samtalen, og derfor styrer den i stor grad. Samtidig kan vi også si det er et spekter innenfor tradisjonelle samtaler, fra produktive til uproduktive. Ved å benytte kognitivt krevende spørsmål er det et mål å oppnå produktive matematikksamtaler.

Truxaw og DeFranco (2008) mener kvaliteten på matematiske samtaler er avgjørende for i hvilken grad elevene utvikler matematisk forståelse. De mener i likhet med Ulleberg og Solem at det at elevene prater i faget ikke nødvendigvis betyr at de forstår det. Forklaringene må knyttes til matematiske ideer eller sammenhenger. Det matematiske må med andre ord ligge til grunn. Det er også viktig for læreren å fremheve elevenes tanker og gjøre den eksplisitt både for eleven selv og resten av deltakerne i samtalen. Samtaler av god kvalitet innebærer derfor at elevene får forklart sine tanker, formulert de og begrunnet de. Boaler (2009) hevder den beste måten for å sjekke om elevene forstår, er å be dem forklare. Ved at elever får forklare detaljene i egen tenkning, kan de også bli interesserte i detaljer i andres matematiske tanker.

Helklassesamtaler er en av de mest brukte samtaleformene i klasserommet. I denne måten å samtale på er læreren ordstyrer, slik som i direkte instruksjon, men i stedet for å overlevere informasjon, er hun her opptatt av å få elevene til å dele sine tanker. Læreren skal støtte elevene i å dele sine bidrag, etablere felles forståelse, og holde styr på det matematiske i samtalen (Chapin et al., 2009). Meningen med helklassesamtaler er å gi elevene erfaring med å resonnere matematisk, som kan fremme deres matematiske læring. I slike samtaler er derfor ikke målet å finne svaret med en gang, men fokusere på veien til et eller eventuelt flere svar. Helklassesamtaler gir elevene muligheter til å gi mening til nye ideer, og kan for eksempel avsløre elevenes misforståelser og uklarheter, som også er en viktig del av læringsprosessen.

Brukes helklassesamtalen til å styrke elevenes matematiske tenkning og resonnering er den, ifølge Chapin et al. (2009), produktiv. De foreslår fem prinsipper en lærer bør følge for å oppnå produktive matematiske samtaler. En må først og fremst etablere og opprettholde et respektfullt og støttende miljø. Dette fordi læring har lettere for å skje om elevene føler seg trygge og inkluderte. Er elevene vant til å snakke matematikk, og at det er lov å prøve og feile, vil dette skape en kultur som fremmer elevaktive bidrag og diskusjoner. For det andre, må samtalen omhandle matematiske ideer. Et tredje viktig punkt er at læreren må sørge for at alle får delta i samtalen. Dette handler om at alle skal få sjansen til å få ordet, men også at de som ikke har ordet engasjeres til å være aktive lyttere. Chapin et al. (2009) mener dette kan oppnås ved riktig «dirigering» av samtalen, og bevissthet om taletiden de ulike elevene får.

Det fjerde prinsippet handler om at læreren må formidle sine forventninger til samtalen, slik at elevene er klar over hva som kreves av dem. Alle elever er ikke nødvendigvis vant til å bli bedt om å ta ordet, forklare eller diskutere. Det vil derfor være hensiktsmessig for læreren å tydelig formidle hva som ønskes og forventes av samtalen. Det siste prinsippet går ut på at læreren må holde seg til en ny utfordring om gangen. Fordi det å skape produktive samtaler er en kompleks oppgave, vil dette være hensiktsmessig for å gjøre de overkommelige. Chapin et al. (2009) påpeker også viktigheten av hvilke spørsmål som stilles og skriver "at the heart of using productive talk in instructions are the questions we pose" (s.180).

Wood (1994) hevder helklassesamtaler hvor hensikten er å diskutere og resonnere omkring matematiske ideer kan skape utfordringer for læreren. På den ene siden ønsker man å fremme enkeltelevenes egne konstruksjoner og tanker, ved å stille spørsmål som gjør at han kan reflektere rundt egen tenkning. Samtidig er det et mål at også de resterende elevene skal være involvert i dialogen. Skal en få til dette må en derfor stille spørsmål med hensikt å oppmuntre elevene til å reflektere over både egne og andres tenkning. Med andre ord kan helklassesamtaler både fremme og begrense elevenes læring. Det kommer an på samtalemønstrene som benyttes og spørsmålene som blir stilt.

2.2.2 Kognitivt krevende spørsmål i matematikkundervisning

Borich (2010) definerer spørsmål som verbale enheter, brukt til å anmode om svar fra andre. Enten spørsmål stilles i skriftlig eller muntlig form, er deres formål det samme: de søker informasjon. Et utgangspunkt for en lærer som ønsker å utvikle undervisningen sin, kan være å utforske spørsmålene hun stiller i klasserommet. Ved riktig bruk av spørsmål kan en fremme elevenes deltakelse, kritiske tanker, uavhengighet og kreativitet, som er en del av skolens større mål (Ulleberg & Solem, 2018). Boaler og Brodie (2004) mener spørsmålene lærere stiller skaper en viktig forståelse for sammenhengen mellom undervisningen og elevenes læring. De er med på å forme det matematiske landskapet, miljøet, diskursen og elevenes holdning til faget. De kan også være med å påvirke elevene til å forstå hvilke spørsmål de bør stille til seg selv og sitt eget arbeid. Ulleberg og Solem (2018) hevder læreres spørsmål er avgjørende i forhold til hvilke utfordringer elevene blir gitt, og at det å skape en utforskende og nysgjerrig klasseromskultur kan støttes av typen spørsmål læreren stiller.

Spørsmål med høye kognitive krav beskrives som spørsmål som krever at elevene svarer med mer enn ett eller to ord, og som krever analyse, bruk eller forklaring. Dette er ofte spørsmål læreren ikke kan forutse svaret på og som oppfordrer elevene til å tenke kritisk. Disse er derfor viktige for læring. Kognitivt krevende spørsmål kan lede elevenes tanker videre, kreve at de forklarer, bygger videre, og kobler det opp mot kjente fakta (Chapin et al., 2009). En kan si at et spørsmål er en oppgave, samtidig som at en oppgave kan være noe mer enn et spørsmål. Jeg velger likevel å beskrive Smith og Steins (1998) definisjon på kognitivt krevende oppgaver, da de kjennetegnes relativt likt som kognitivt krevende spørsmål.

Smith og Stein (2011) hevder oppgaver kan kategoriseres ut ifra nivået av kognitiv utfordring. De skiller mellom oppgaver som stiller lave kognitive krav – lower-level demands, og høye kognitive krav – higher-level demands. Oppgaver av lavt kognitivt nivå kan være oppgaver som fokuserer på a) memorering eller b) prosedyrer uten koblinger. Oppgaver som fokuserer på memorering kjennetegnes blant annet ved at elevene kan løse dem ved å reprodusere svar eller tidligere lærte regler, fakta eller prosedyrer. Slike oppgaver kan ikke tolkes på flere måter, og kan i liten grad kobles til underliggende matematiske ideer. De stiller derfor lave kognitive krav til elevene.

Oppgaver av høyt kognitivt nivå kan, på den andre siden, fokuserer på c) prosedyrer med koblinger eller d) det å gjøre matematikk. Prosedyrer med koblinger vil si oppgaver som i større grad oppfordrer til at elevene skal forstå prosedyrene, samt utvikle dypere matematisk forståelse. Slike oppgaver kan som regel tilnærmes og løses på ulike måter. Oppgavene stiller høyere kognitive krav da de fokuserer på elevenes forståelse, og krever at elevene tenker, samt beskriver tenkningen sin (Smith & Stein, 1998). Med *å gjøre matematikk* mener Smith og Stein (1998) når elevene blir stilt ovenfor oppgaver som ikke bygger på innøvde måter og strategier å løse de på. Slike oppgaver handler om å utforske konsepter, samt forstå prosessene i dem. Dette gjør at de kan kategoriseres som kognitivt krevende.

Kort oppsummert kjennetegnes oppgaver av høyt kognitivt nivå at de krever at elevene knytter forbindelser til underliggende matematiske ideer. Smith og Stein (1998) påpeker at slike oppgaver *ber elevene om å forklare, begrunne, generalisere og utvide elevenes tenkning, og er ofte åpne i den forstand at det ikke er fastsatt hvilke strategier som skal brukes*. Dette er også kjennetegnene for kognitivt krevende spørsmål, og er derfor definisjonen som blir brukt for kognitivt krevende spørsmål i denne studien.

2.2.2 Samtalestrukturer

Mange lærere synes det er utfordrende å stille spørsmål som bidrar til læring. Ifølge Andersson-Bakken og Klette (2016) ender derfor mange opp med det tradisjonelle IRE-mønsteret (initiativ-respons-evaluering). Spørsmålene er da hovedsakelig lukkede, fordi lærerens hensikt ofte er å få tilgang til noe elevene allerede vet. Det finnes imidlertid utvidelser av det tradisjonelle mønstret som, ifølge forskning, kan være med på å øke læringsmulighetene (Drageset, 2014b; Lawrence & Crespo, 2016; Lim et al., 2019). IRE, utvidelser av IRE og andre vanlige samtalemønstre blir beskrevet i følgende del av oppgaven.

IRE

Flere forskere skriver om det velkjente samtalemønsteret IRE/IRF som går ut på at læreren tar initiativ (I) ved å for eksempel stille et spørsmål, etterfulgt av at eleven responderer (R), før læreren evaluerer (E) responsen (Lawrence & Crespo, 2016; Mehan, 1979; Mercer & Sams, 2006). I IRE-mønsteret evaluerer læreren elevens svar, og samtalen stopper derfor der. Slike samtalemønstre kan begrense elevenes engasjement i læringsprosessen da læreren kontrollerer samtalen fult og helt. Hun bestemmer hva det blir spurt om, hva som sees på som relevant og viktig, og hvor mye taletid elevene får (Mercer & Sams, 2006). Lawrence og Crespo (2016) mener samtidig at et slikt mønster kan være nyttig for læreren for å vurdere elevenes læring og å etablere felles kunnskap. For eksempel kan en lærers initiativspørsmål be elevene om å huske kunnskap utviklet i en tidligere kontekst eller undervisningsøkt, og på denne måten gjøre kunnskapen tilgjengelig igjen som en ressurs for arbeidet de holder på med.

Wood (1994) hevder slike samhandlingsmønstre ikke oppfordrer elevene til å være involvert i noen matematisk tenkning. Elevene trenger bare å være i stand til å utføre passende atferd som svar på lærerens handlinger. Et mål bør derfor være å heller opparbeide samtalemønster der elevene blir oppfordret til å ta initiativ og delta i diskusjoner rundt både egne og andres ideer, på lik linje med læreren. Slike samtaler skaper rom for utforsking og reelle diskusjoner (Drageset, 2014b).

IRF/IRq

En utvidelse av IRE er IRF, hvor evaluering (E) byttes ut med at læreren følger opp elevens respons (F). Et IRF-mønster kan være med på å åpne og utvide samtalene mer, avhengig av hvordan læreren velger å følge opp elevens utsagn (Lawrence & Crespo, 2016). Selv om også dette mønstret blir sett på som lærerdominerende, kan det ha flere nyanser og unngå den evaluerende lærerutspørringen flere beskriver som negativ. Drageset (2014b) mener en for eksempel kan utvikle IRF-mønsteret gjennom å på forhånd gjøre seg opp noen tanker om hva elevene kommer til å svare, samt oppfordre elevene til å dele tanker, strategier og argumenter gjennom spørsmålene som blir stilt.

Lim et al. (2019) har gått dypere inn i oppfølgingsdelen (F) av IRF mønstret ved å beskrive en spesifikk variant av den - oppfølgingsspørsmål (q). Studien bygger på mulighetene lærernes oppfølgingshandlinger tilbyr for å berike samtalene og diskusjonene i matematikklasserommet. De har derfor gjort et forsøk på å tilpasse IRF-mønsteret til å presentere en mer beskrivende og differensiert rekke av samhandlinger i klasseromsdiskusjoner. De argumenterer for at lærere kan implementere oppfølgingshandlinger, i stedet for å evaluere elevenes respons, gjennom varierte former for tilbakemeldinger og oppfølgings- og utvidende spørsmål. IRq-mønstret beskrives som at læreren setter i gang samtalen med et spørsmål (I), elevene svarer (R), læreren lytter og stiller ytterligere oppfølgingsspørsmål for å utvide diskusjonen (q). Det er ikke meningen å skille IRq fra IRF da dette mønstret ikke er noe annet, men heller fremhever en *spesiell form* for IRF som ikke-evaluerende spørsmålsstilling.

Lim et al. (2019) hevder oppfølgingsspørsmålene (q) kan forekomme på to nivåer. For det første kan det oppstå i en og samme syklus av I-R-q med flere «løkker» av respons (R) og oppfølgingsspørsmål (q). Med dette mener de et mønster som for eksempel (I-R-q-R-q-R-q). En slik IRq-struktur kan forekomme som i følgende eksempel:

> *Lærer: Lisa, kan du fortelle oss hva du fikk? (I)*
> *Lisa: Ja, jeg fikk 38? (R)*
> *Lærer: Hvordan kom du frem til 38? (q)*
> *Lisa: Jeg plusset de sammen? (R)*
> *Lærer: Hva mener du med plusset de sammen? Hvordan tenkte du? (q)*
> *Lisa: Fordi 20+18 betyr at man skal legge de sammen. Jeg tenkte først tjue pluss ti, som er 30. Så 30 pluss åtte, som blir 38. (R)*
> *Lærer: Bra! Forsto dere andre hvordan Lisa hadde tenkt for å få 38? Er det noen som har gjort det på en annen måte enn Lisa? (q)*

I denne sekvensen bygger både elevens responser og lærerens spørsmål på utgangsspørsmålet (I), og læreren stiller oppfølgingsspørsmål for å få Lisa til å forklare både for seg selv og resten av klassen hvordan hun har tenkt. Det andre nivået av IRq-mønsteret Lim et al. (2019) beskriver, er når det oppstår gjennom flere sykluser av IRq med forskjellige matematiske temaer. Et eksempel på dette er om samtalen går i en sekvens som (I-R-q-R-q-R-q)-(I-R-q-R)-(I-R-q-R). Her oppstår tre forskjellige oppfølgingsspørsmåls-sykluser. De påpeker her at starten og slutten av en syklus ikke nødvendigvis er så tydelig, da et oppfølgingsspørsmål også kan virke som et spørsmål som setter i gang samtalen omkring et nytt matematisk tema, begrep eller fenomen (Lim et al., 2019).

Trakteffekten

Oppgaver eller spørsmål med høye kognitive krav kan være utfordrende for mange elever, noe som fører til at de trenger hjelp. For å hjelpe elevene kan læreren forenkle spørsmålet. Ender hun opp med å forenkle spørsmålet mer og mer, kan det være begrensende for elevenes egen tenkning og utvikling. En slik forenkling av spørsmålene kalles for *topazeeffekten* (Brousseau, 1997), eller *trakteffekten* (Kang & Kilpatrick, 1992). Trakteffekten oppstår altså ved at læreren snevrer inn spørsmålene sine ved å bidra med mer og mer hjelp helt til eleven svarer riktig. Dette skjer ofte fordi hun vil at elevene skal lykkes, mestre oppgaver og gi korrekte svar. Hun kan i utgangspunktet ha et ønske om at elevene selv skal være aktive og komme frem til løsningen, men forenkler svaret på forskjellige måter uten å gi det direkte, om de ikke får det til. I verste fall kan læreren ende opp med å fortelle elevene direkte hva de skal si eller skrive. Dette er altså et fenomen som kan oppstå selv om utgangspunktet for samtalen er kognitivt krevende spørsmål med hensikt å fremme elevenes tenkning.

Fokuseringsmønster
Et annet kommunikasjonsmønster, fokuseringsmønsteret, blir imidlertid beskrevet av Wood (1994). Dette mønsteret er preget av en utveksling hvor læreren stiller veiledende spørsmål for å få elevene til å fokusere på et gitt aspekt ved en aktivitet, oppgave, strategi eller løsning. Wood hevder dette kan likne noe på traktmønsteret, men forskjellen ligger i at læreren har avgjort hvilke svar hun ønsker elevene skal komme med på forhånd i et traktmønster. I et fokuseringsmønster vil hensikten med spørsmålene som stilles være å snu diskusjonen tilbake til eleven, og det blir derfor eleven selv som får ansvaret for å løse situasjonen på den måten de selv ønsker. Elevene får altså muligheten til å reflektere over egen tenkning ved at læreren stiller fokuserende spørsmål.

Wood (1994) viser til et eksempel på hvordan fokuseringsmønsteret kan være med en situasjon hvor en elev, Jack, på andre trinn presenterer en løsning på en subtraskjonsoppgave. Læreren opplever Jacks løsning som mer sofistikert enn de andre elevenes forslag. Hun opplever samtidig at Jack selv virker usikker på løsningen. Løsningen virker med andre ord å være vanskelig for elevene å forstå. Læreren spør derfor om resten av klassen forsto Jacks strategi og ber han prøve å forklare en gang til. Ønsket er her at de andre elevene skal bli klar over et spesielt interessant trekk. Ved å få Jack til å forklare hvordan han har tenkt i prosessen mot løsningen ved å be han skrive, forklare og peke på tallene på tavla, fokuseres elevenes oppmerksomhet mot nettopp dette.

2.4 Rammeverk for lærerspørsmål
Da problemstillingen i denne studien omhandler hvordan kognitivt krevende spørsmål kan påvirke matematiske samtaler på 2.trinn, vil en spørsmålskategorisering være en viktig del av både planleggingen og analysearbeidet. Det vil også fortelle noe om i hvilken grad spørsmålene sees på som kognitivt krevende eller ikke. For å kategorisere de ulike spørsmålene benyttes Boaler og Brodies (2004) ni spørsmålskategorier.

2.4.1 Boaler og Brodies spørsmålskategorier
Boaler og Brodie (2004) har utarbeidet ni spørsmålskategorier basert på videoopptak av matematikklasserom over fire år. Gjennom kodingen av lærerspørsmål illustrerer Boaler og Brodie (2004) viktigheten av variasjon i de forskjellige spørsmålene lærere spør og de kognitive mulighetene som tilbys elevene. I denne studien vil de ni kategoriene benyttes

til å sortere lærerspørsmål i analysen av datamaterialet. En oversikt over kategoriene blir gitt i tabell 1, etterfulgt av Boaler og Brodies (2004) beskrivelse av dem.

Spørsmålskategori	**Beskrivelse**
Samle informasjon	Spør etter etablerte og kjente fakta eller prosedyrer
Legge til terminologi	Spør etter korrekt matematisk språk for å diskutere ideer
Utforske matematiske betydninger/sammenhenger	Spør etter underliggende matematiske sammenhenger og meninger
Få elevene til å forklare sin tankegang	Spør om eleven kan sette ord på, utdype eller forklare matematiske tanker
Generere diskusjon	Spør om andre elever har bidrag til samtalen
Koble sammen og anvende	Spør om sammenhenger
Utvide tenkning	Utvider situasjonen ved å lage en annen situasjon hvor samme ide blir brukt
Skape retning og fokusere	Hjelper elever til å fokusere på viktige elementer eller aspekter
Etablere kontekst	Spør om noe som ikke omhandler matematikk for å skape sammenheng mellom dette og matematikken

Tabell 1: Boaler og Brodies spørsmålskategorier - min oversettelse

Samle informasjon, er spørsmål som spør etter noe eleven allerede kan eller kjenner til. Svar på slike spørsmål er gjerne enkle og korte repetisjoner av fakta. Et slikt spørsmål krever ingen forklaring, noe som gjør det til lite kognitivt krevende. Et eksempel på et slikt spørsmål kan være «Hvor mye er 5+5?» der det besvares med et kort svar «ti».

Skyte inn terminologi, er spørsmål med hensikt om at elevene skal bruke matematiske begreper når de forklarer. Det etterspør med andre ord matematisk språk om læreren savner dette i elevenes uttalelser. Et slikt spørsmål kan for eksempel være «hva kaller vi et slikt diagram?» eller «hva kalles den firkanten vi har tegnet her?».

Utforske matematiske betydninger og/eller sammenhenger, spør etter underliggende matematiske sammenhenger og meninger. Slike spørsmål har som hensikt å få elevene til å se sammenhenger mellom matematiske konsepter og representasjoner som blir brukt. Et eksempel er «hvordan kan vi lage en tabell ut ifra disse tallene?» eller «hvordan kan vi vite hvor mange klosser vi har til sammen ved å kun telle tierstavene?».

Få elevene til å forklare sin tankegang, spør elevene om en utdypende forklaring på hvordan de tenker. Disse krever mer av eleven enn om de bare gjengir fakta. Slike spørsmål kan være «kan du forklare hvordan du tenkte?» eller «hvordan fikk du 10?».

Skape diskusjon, handler om at læreren spør andre elever for å se om de har andre bidrag enn det en elev har kommet med. Dette for å fremme et mangfold av strategier og skape diskusjoner rundt hvilke som kanskje fungerer best og liknende. Slike spørsmål kan lyde som «har noen gjort det på en annen måte?»

Koble sammen og anvende er spørsmål læreren stiller for å skape sammenhenger mellom matematiske konsepter de fokuserer på i økten og andre kontekster som for eksempel utenfor klasserommet. Eksempler på slike spørsmål er «hvor har vi hatt bruk for dette før?» eller «når kan det være nyttig for oss å kunne telle så mange ting?».

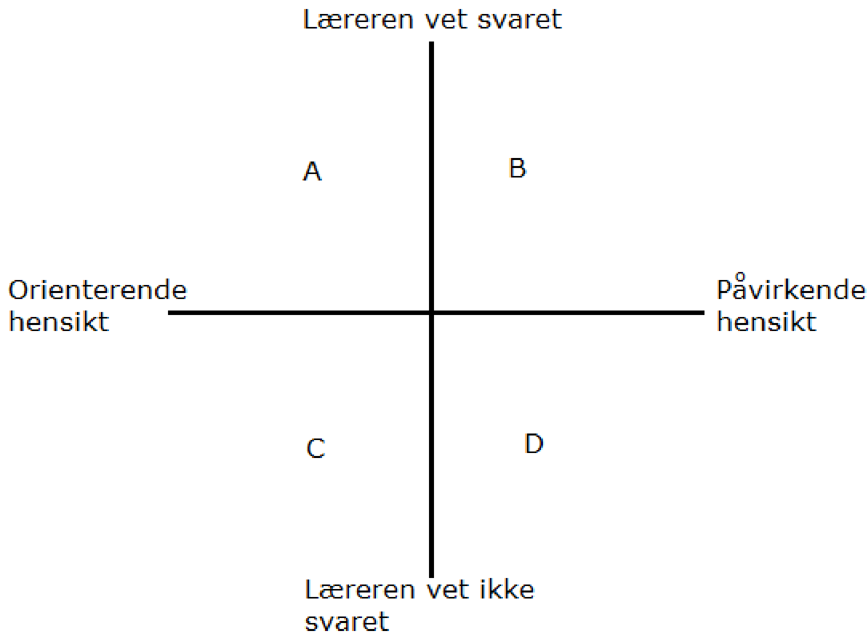
Utvide tenkning er spørsmål som har som hensikt å utvide situasjonen ved å lage en annen situasjon der de samme ideene blir brukt. Slike spørsmål kan fremme en utvidet forståelse av konseptet for elevene. Eksempler kan være «vil dette fungere med andre tall?» eller «hva skjer om vi endrer dette sifferet?».

Skape retning og fokusere har som hensikt å hjelpe elevene med å fokusere på viktige deler av oppgaven for å løse problemet. Disse guider til å forstå hva oppgaven spør etter eller hva som må til for å løse den. Slike spørsmål kan for eksempel være «hva spør oppgaven om?» eller «hva er viktig å tenke på når vi skal løse en slik oppgave?».

Etablere kontekst har som hensikt å skape sammenheng mellom matematikken og hverdagen, og læreren kan bruke eksempler elevene kjenner fra andre situasjoner for å skape mening til det de blir undervist. Et eksempel, i arbeid med måling, kan være "Hvor høy tror dere en sjiraff er?".

2.4.2 Ulleberg og Solems spørsmålsmodell

Ulleberg og Solem (2018) undersøker også spørsmålsstilling i matematikkundervisningen. De ser på to dimensjoner knyttet til spørsmålstilling - 1) om spørsmålet har en påvirkende eller en orienterende hensikt, og 2) om læreren vet svaret på spørsmålet eller ikke. Ut ifra dette har de utviklet en modell bestående av fire områder (se figur 1). Modellen skal gjøre det mulig for læreren å evaluere, analysere, vurdere og reflektere over hvilke typer spørsmål som stilles i klasserommet.



Figur 1: Ulleberg og Solems spørsmålsmodell - min oversettelse

På den vertikale aksen er fokuset på lærernes forhold til svaret, enten de selv vet svaret på spørsmålet de stiller, eller ikke. På den horisontale aksen er fokuset på intensjonen med spørsmålet. På venstre side av aksen, er lærerens intensjon bak spørsmålet å orientere seg om hva elevene husker, vet, hvordan de tenker, hvilke strategier de bruker og så videre. På høyre side er lærerens intensjon med spørsmålet å påvirke eller føre elevenes tankegang videre. Her finner vi spørsmål med klare innflytelsesrike og utfordrende formål. Dette vil omfatte spørsmål som oppfordrer elevene til å tenke videre, utforske, forklare, rettferdiggjøre og oppdage nye sammenhenger. De to aksene skal forstås som kontinuum, slik at et spørsmål tydelig kan være plassert på en side av aksene mens et annet kan plasseres på midten, for eksempel fordi det har mer uklare intensjoner eller flere meninger bak.

Område A har som hensikt å orientere læreren om hva elevene kan eller husker fra før. Spørsmålene i denne kategorien har ofte lave kognitive forventninger til elevene. Spørsmålene som stilles i område B har som hensikt å påvirke eller utfordre elevene til å tenke i bestemte retninger eller se ting fra bestemte vinkler. Slike spørsmål er ment for å fremme elevenes oppdagelser av sammenhenger og mønstre, samt argumentering og bevis. Dersom læreren ikke vet svaret, men orienterer seg om elevenes matematiske tenkning og strategiene de bruker til å løse problemer befinner spørsmålet seg i område C. Disse spørsmålene er viktige for å kunne stille tilpassede oppfølgingsspørsmål fra B-kategorien. Gjennom slike spørsmål kan læreren koble seg til elevenes matematiske forståelse på forskjellige nivåer, og utforske disse. Samtidig inviterer slike spørsmål elevene til å sette ord på tankene sine og dele deres forklaringer og strategier med hverandre. I område D oppmuntrer læreren elevene til å utforske oppgaver uten å lede dem mot en bestemt måte å gjøre det på. Her kan refleksjonene ta uventede retninger. Læreren har heller ikke på forhånd klart for seg hva løsningen på oppgaven er, og vet ikke hvilke forslag elevene kan komme med. Læreren kan til og med gå utenfor sin faglige forståelse for å utforske sammen med elevene. Slike spørsmål kan åpne opp for en klasseromskultur hvor utforsking, feiling, argumentering og ideer er i fokus (Ulleberg & Solem, 2018).

2.4.3 Sammenheng mellom spørsmålsmodellen og spørsmålskategoriene

Ulleberg og Solems spørsmålsmodell er delvis basert på Boaler og Brodies (2004) studie, og de har blant annet forsøkt å plassere noen av de ni spørsmålskategoriene inn i modellen. Basert på dette, og Ulleberg og Solems beskrivelser av de fire områdene, har jeg forsøkt å lage en oversikt over sammenhengen mellom områdene og spørsmålskategoriene (tabell 2). Dette er for å se hvilke spørsmål som kan kategoriseres som mer kognitivt krevende enn andre.

Ulleberg & Solem	**Boaler & Brodie**
A: Læreren vet svaret – orienterende hensikt - Hva blir svaret? - Hva kalles en slik firkant?	1. Samle informasjon 2. Legge til terminologi
B: Læreren vet svaret – påvirkende hensikt - Hvorfor blir det riktig? - Hva skjer om vi endrer dette sifferet?	3. Skape retning og fokusere 4. Etablere kontekst 5. Koble sammen og anvende 6. Utforske matematiske betydninger/sammenhenger
C: Læreren vet ikke svaret – orienterende hensikt - Hvordan kom du frem til svaret? - Hvordan vet du at løsningen er riktig? - Har noen gjort det annerledes?	7. Få elevene til å forklare tankegang 8. Generere diskusjon
D: Læreren vet ikke svaret – påvirkende hensikt - Er det andre måter å løse oppgaven på? - Vil dette fungere med andre tall?	9. Utvide tenkning

Tabell 2: Sammenhenger mellom Ulleberg og Solems spørsmålsmodell, og Boaler og Brodies spørsmålskategorier

Av tabellen ser vi at Boaler og Brodies spørsmålskategorier er rangert ut ifra hvor kognitivt krevende de er. «Samle informasjon» og «legge til terminologi» krever ingen forklaringer eller begrunnelser, på lik linje med Ulleberg og Solems område A. De sees derfor på som lite kognitivt krevende spørsmålskategorier. Spørsmålskategoriene som går innenfor Ulleberg og Solems område B er noe mer kognitivt krevende enn område A. De preges likevel av at læreren ønsker å lede elevene i retninger hun selv har planlagt. Dette kan hjelpe elevene til å oppdage viktige aspekter ved matematikken og gjør at nivået av kognitive krav stiger. Samtidig kan slike spørsmål gjøre at læreren leder elevene trinn for trinn til riktige svar, som ved trakteffekten.

Spørsmålskategoriene «få elevene til å forklare tankegang» og «generere diskusjon» kan, på lik linje med område C, kategoriseres som spørsmål med høyere kognitive krav enn kategori B. Gjennom slike spørsmål utforsker læreren elevenes matematiske tenkning på flere nivåer. Spørsmålene legger opp til at elevene skal gjøre tankene sine om til ord og dele sine strategier med andre. Dette er en viktig del av det Chapin et al. (2009) mener kjennetegner kognitivt krevende spørsmål. Blir spørsmål innen kategorien «utvide tenking» stilt på en måte der læreren selv ikke vet svaret, kan den settes under Ulleberg og Solems område D. Her utfordrer læreren elevene til å tenke videre og oppfordrer dem til å utforske en oppgave eller fenomen uten å føre de i noen spesiell retning. Dette krever høyt kognitivt nivå av elevene, og kan også gå utenfor lærerens kunnskaper, slik at hun må utforske sammen med elevene. Slike spørsmål kan fremme elevenes selvstendige tenking.

2.5 Rammeverk for elevrespons

I tillegg til å se på hvilken grad av kognitivt nivå de ulike spørsmålene krever, ønsker jeg å se på hvilke responser elevene gir til de ulike spørsmålene. For å finne ut av dette er det hensiktsmessig å undersøke i hvilken grad elevsvarene inneholder elevenes tanker, forklaringer, argumenter og resonnement. Ilaria (2009) har utarbeidet ni elevsvarkategorier for å kunne si noe om dette. En oversikt over kategoriene blir gitt i tabell 3, etterfulgt av Ilarias beskrivelse av dem.

Responskategori	**Beskrivelse**
Tenke høyt	Eleven snakker høyt om matematikk uten å begrunne/argumentere for sine tanker
Bevisbygging	Eleven snakker høyt om matematikk og begrunner/argumenterer for sine tanker
Svar	Eleven gir kort respons som fakta eller deler av informasjon
Avklaring	Eleven kommer med mer informasjon til en tidligere uttalelse uten å redegjøre for hvordan han tenker
Bekreftelse	Eleven uttrykker enighet med en tidligere uttalelse
Lik forståelse	Eleven prøver å forstå/sjekker om han forstår det som er sagt
Spør elever	Eleven spør andre elever om informasjon om fremgangsmåte eller hjelp til å forstå
Søker lærer	Eleven søker tilbakemelding eller bekreftelse hos læreren
Ikke-bidrag	Eleven deltar ikke i pågående samtale eller har ikke nok kunnskap til å svare

Tabell 3: Ilarias kategorier av elevrespons - min oversettelse

Tenke høyt defineres som når eleven snakker høyt om matematikk, men uten å forklare det han snakker om. Eksempler kan være «ti pluss ti er 20», «ti er et partall» eller «det der er en trekant».

Bevisbygging er, til forskjell fra «tenke høyt», en respons som inkluderer begrunnelse eller forklaring. Eleven kommer med et utsagn og forklarer hvorfor. Eksempler kan være «ti er et partall fordi det kan deles likt på to» eller «100 er det samme som 10+20+30+40 fordi 10+40 er 50 og 20+30 er 50. Og 50+50 er 100».

Svar innebærer en kort gjengivelse av fakta eller del-informasjon, og sees på som det motsatte av «bevisbygging». Et slikt svar ingen forklaring eller begrunnelse og er derfor ofte mye kortere enn svarene i de andre kategoriene. Det kan også være ikke-matematiske svar som «ja» og «nei».

Avklaring kjennetegnes ved at eleven gir tilleggsinformasjon til noe han tidligere har sagt, og oppstår gjerne fordi læreren vil forsikre seg om at hun og resten av klassen har forstått eleven rett. Den inneholder likevel ikke begrunnelse for den matematiske tenkningen. Et slikt svar må sees i sammenheng med det som har blitt sagt tidligere. Ilaria viser til et eksempel hvor han koder et elevsvar i denne kategorien som hvis en elev svarer «jeg målte og fant omkretsen» og læreren spør «måler hva?» etterfulgt med at eleven svarer «diameteren». Det siste utsagnet er da avklaringen.

Bekreftelse kjennetegnes ved at eleven uttrykker enighet med et tidligere utsagn. Dette kan være enighet med både lærerens og andre elevers uttalelser. Eksempler kan være «stemmer», «ja, sånn ja» eller «ok».

Lik forståelse er uttalelser eller spørsmål fra elever som vil forsikre seg at de har forstått eller som er usikre på det som blir snakket om. Dette kan være fordi eleven ikke har hørt godt nok, ikke forstått eller ikke fulgt med nøye nok. Eksempler kan være «så dette er et søylediagram?» eller «så 10+20+30+40 er det samme som 100?».

Spør elever kjennetegnes som når elever spør hverandre om problemet de arbeider med. Dette kan oppstå om elevene ikke har forstått riktig eller lurer på hvordan de skal gå løs på problemet. Kategorien gjelder altså om elevene henvender seg til en annen elev for hjelp i stedet for læreren. Eksempler kan være «hvordan kom du frem til at det ble ti?» eller «har du gjort det slik?».

Søker lærer går ut på at eleven søker tilbakemelding fra læreren. Det blir altså det motsatte av forrige kategori da spørsmålet rettes direkte mot læreren og ikke en annen elev. elevsvarkategori der eleven spør om tilbakemelding fra læreren. Denne kategorien kan sees på som det motsatte av spør elever fordi disse spørsmålene er rettet spesifikt mot læreren og ikke mot medelever. Slik respons oppstår ofte om eleven har manglende kunnskaper for å løse oppgaven og derfor henvender seg til læreren som sees på som den mest kunnskapsrike i klasserommet. Eksempler er «skal jeg gjøre det slik?» eller «hvordan skal jeg tegne denne trekanten?»

Ikke-bidrag er respons som tilsier at eleven ikke har noe å bidra med til samtalen. Dette oppstår om eleven ikke ønsker å ta del i diskusjonen, ikke har nok kunnskap til å delta eller i det hele tatt nok kunnskap om hvordan en deltar i en diskusjon. Et vanlig eksempel er «vet ikke».

Ilaria (2009) beskriver kategoriene «tenke høyt» og «bevisbygging» som de to responskategoriene hvor elevene i størst grad verbaliserer sine matematiske tanker. Dette fordi de er lengre uttalelser hvor elevene snakker om, samt redegjør for tenkningen sin. Han beskriver videre «svar» som en motpol til disse kategoriene, da de inneholder lite verbalisering av matematiske tanker og ingen forklaringer. «Ikke-bidrag», «søker lærer» og bekreftelse er også eksempler på respons med lite verbalisering.

2.6 Sammenheng mellom spørsmålstype og elevrespons – hva vet vi?

Ilaria (2009) har undersøkt hvilke spørsmålstyper som fremmer matematisk tenkning og matematiske diskusjoner ved å analysere hvilke elevresponser de ulike spørsmålene fremprovoserer i matematikklasserom på ungdomstrinnet. Klasserommene han har observert dominerte av det han definerer som et elevsentrert miljø. Dette vil si at læreren lot elevenes ideer og tanker styre samtalene og at hun stilte spørsmål som var inviterende og støttende. Dette skapte normer som forventet at elevene deltok og bidro, og gjorde at elevene delte tanker og ideer med fellesskapet og var aktive i diskusjoner. Ilaria trekker spesielt frem responsene «*tenke høyt*» og «*bevisbygging*» som kategoriene som i størst grad inneholder elevenes matematiske tanker. Disse kategoriene krever forklaring og begrunnelse. Spørsmål som ga flest svar i disse kategoriene var spørsmål som spesifikt ble rettet mot en spesiell elev eller mot hele klassen. Typiske eksempler på slike spørsmål var når læreren inkluderte elever som ikke deltok i samtalen fra før ved å si «kan du gjenta spørsmålet?», «kan du forklare det vi nettopp snakket om?» eller «er det noen som har forslag til en annen måte å si det på?». Samtidig ble en stor del av svarene på slike spørsmål også kategorisert som «*svar*», en kategori Ilaria beskriver som motpolen til «*tenke høyt*» og «*bevisbygging*», da den inneholder respons som snever fakta uten begrunnelse. Ilaria påpeker at et så varierende resultat tyder på at det å engasjere elever i matematiske diskusjoner og fremme elevers matematiske tenking, avhenger av mer enn bare spørsmålstyper.

I en undersøkelse av Boaler (1997) sammenlignes elevers opplevelse av matematikk på to skoler. På skole A arbeidet elevene hovedsakelig med oppgaver med lave kognitive krav, memorering og prosedyrer uten forståelse. På skole B la lærerne vekt på komplekse oppgaver som stilte høye kognitive krav. Datamaterialet i studien ble samlet over flere år i form av observasjon, intervjuer og tester. Resultatene og analysene i studien viste at elevene på skole A var passive, mindre engasjerte enn elevene på skole B, og kjedet seg i større grad i matematikktimene. De uttrykte også at de ikke forsto det de arbeidet med i større grad. Elevene på skole B trivdes bedre med faget, betraktet det som et kreativt fag, viste bedre tålmodighet og selvtillit, og prøvde seg frem i større grad enn elevene på skole A. Elevene på skole B hadde også bedre resultater på prøver, til og med prøver som gikk ut på prosedyrer som elevene på skole A hadde jobbet mer med. De hadde dessuten mye bedre resultater når det gjeldt matematiske problemer elevene kan møte i dagliglivet.

Boaler og Brodie (2004) har analysert lærerspørsmål i det de har valgt å kalle et tradisjonelt klasserom og to reformklasserom. Tradisjonelle klasserom blir definert som klasserom der det blir undervist ved bruk av tradisjonelle metoder. Reformklasserom definerer de som undervisning med en mer åpen og utforskende tilnærming til matematikken. I undersøkelsen viste seg at de fleste spørsmålene som ble stilt etterspurte allerede kjente fakta og prosedyrer. I reformklasserommene var 60 og 70% av spørsmålene i denne kategorien. I det tradisjonelle klasserommet var 95% av spørsmålene av denne typen. Boaler og Brodie (2004) konkluderte studien med at lærere som varierte mellom ulike typer spørsmål fikk bedre flyt i samtalene og forbedret elevenes kognitive muligheter.

En annen studie, gjort av Mills, Rice, Berliner og Rosseau (1980), analyseres 54 lærere og deres elever på fjerde til åttende trinn. Hensikten er å se på sammenhengen mellom de kognitive kravene til lærerens spørsmål og elevenes svar. Av analysen fant de at bare halvparten av elevenes svar var på samme kognitive nivå som spørsmålene som ble stilt. Mills et al. begrunner dette med at elevenes evne til å respondere med et svar av høyt kognitivt nivå til et spørsmål av høyt kognitivt nivå avhenger av om de er vant til å svare på slike spørsmål eller ikke. Et viktig funn ble derfor at hvorvidt klasseromsdiskusjoner blir verdsatt eller ikke er en viktig faktor for hvordan elevene deltar i samtalene. Har de ikke opplevd at diskusjoner settes pris på, kan responsen begrenses til korte uttalelser av fakta fordi de kun ønsker å gi korrekt svar.

3. Metode

I det følgende kapittelet vil valg og vurderinger av metodene som er benyttet for å planlegge, samle inn og bearbeide empirien i studien beskrives og begrunnes. Svakheter og styrker ved studien vil trekkes frem gjennom et kritisk blikk metodevalgene. Etiske betraktninger og troverdigheten for studien vil også bli diskutert.

3.1 Metodisk tilnærming

Vi skiller hovedsakelig mellom kvalitative og kvantitative metoder i samfunnsforskningen. Kvalitativ forskning tar utgangspunkt i en subjektiv sannhet der verdier og forskerens fortolkninger spiller inn, mens den kvantitative forskningen er mer objektiv og i mindre grad avhengig av disse faktorene (Christoffersen & Johannessen, 2012). Kvalitative forskningsdesign kjennetegnes ved at de ofte fokuserer på avgrensede enkeltmiljøer og handler om å karakterisere. Ordet kvalitet forbindes med egenskaper eller karaktertrekk ved fenomener, og målet med forskningen er å beskrive prosesser og særtrekk som finnes i et bestemt miljø (Repstad, 2007). Ormston et al. (2014), skriver at kvalitative undersøkelser i større grad tar for seg spørsmål som «hva», «hvordan» og «hvorfor» i stedet for «hvor mange». Det ivaretar ideen om at menneskers subjektivitet er viktig i produksjonen av kunnskap, til forskjell fra kvantitativ forskning hvor regelstyrte metoder og tallfestede oversikter er i søkelyset (Kvale & Brinkmann, 2012). Kvantitative metoder er ofte preget av et strukturert design basert på avstand og selektivitet i relasjon til kildene, mens kvalitative studier er preget av mer spontanitet og åpne rammer fordi forskningen søker forståelse mer enn forklaring (Tjora, 2012). Valget av forskningsstrategi avhenger derfor av hva en ønsker å undersøke i sin forskning.

For å kunne besvare problemstillingen i denne studien om hvordan kognitivt krevende spørsmål påvirker samtalene i et matematikklasserom på 2. trinn, er det benyttet en kvalitativ tilnærming. Dette er hensiktsmessig i og med at jeg ønsker å beskrive og forstå samspill mellom mennesker, atferd og handlinger, og gjøre de til gjenstand for analyse og tolkning (Kvale & Brinkmann, 2012). For å kunne si noe om kommunikasjonen i klasserommet så jeg det som nødvendig å selv være til stede. Med tanke på studiens omfang ville det blitt for stort å sett på mange nok lærere og klasser til å kunne gjennomføre noe kvantitativt.

Formålet med denne studien er å observere sammenhengen mellom kognitivt krevende spørsmål og elevenes respons, for å få innsikt i hvordan bruk av spørsmål som undervisningsverktøy kan påvirke de matematiske samtalene og diskusjonene på lave trinn i barneskolen. For å få denne innsikten har jeg studert en enkel læringssituasjon, eller case, og det metodologiske utgangspunktet i studien er derfor casestudie. I en casestudie kan man bruke en enkel situasjon som utgangspunkt for økt forståelse og kunnskap om et eller flere fenomener, uten å nødvendigvis generalisere situasjonen. Det er altså ett eller flere tilfeller som studeres grundig. Ulike forskere har gjennom tidene satt ulike preg på casedesign og dens tilnærming. Yin (2009) definerer casestudie som «en empirisk undersøkelse som studerer et aktuelt fenomen i dets virkelige kontekst fordi grensen mellom fenomenet og konteksten er uklare». Yin (2009) mener designen av casestudier har to dimensjoner, hvorav den ene går ut på antall caser som studeres, mens den andre går ut på forskerens avgrensing. Det vil si om det er en eller flere analyseenheter. Denne studien er et enkelt casedesign med en analyseenhet. Yin (2009) beskriver dette som når forskeren innhenter informasjon fra en empirisk begrenset enhet, i dette tilfellet elevene i en klasse og deres matematikklærer som en gruppe, innenfor studiet av et avgrenset system, i dette tilfellet et klasserom og to matematikkøkter.

Det at kun en case studeres, gjør at casestudier ofte kritiseres for mangel på muligheter til å generalisere funnene (Yin, 2009). Enkelte mener for eksempel at casestudier er subjektive, fordi de gir forskerens egne fortolkninger alt for stort spillerom. Flyvbjerg (2010) mener likevel at vitenskap som ikke kan generaliseres kan inngå i den kollektive vitenskapsakkumulasjonen på et gitt felt, som for eksempel undervisningskunnskap. En casestudie uten forsøk på å generalisere kan være et verdifullt bidrag i prosessen mot økt forståelse for fenomener. Dette betyr ikke at forsøk på formelle generaliseringer ikke er viktige, men at den vitenskapelige utviklingen kan begrenses ved at formell generalisering blir sett på som den eneste anerkjente metoden i vitenskapelige undersøkelser. Forskerens oppgave i en casestudie er derfor å legge til rette for at mottakeren selv kan gjøre en «naturalistisk generalisering» på bakgrunn av en god og utfyllende fremstilling av casen (Flyvbjerg, 2010).

3.2 Metode for datainnsamling

Casestudier egner seg om forskeren vil finne ut av hvorfor et fenomen forekommer eller er som det er. Forskeren vil derfor ønske et autentisk bilde av situasjonen eller fenomenet som skal studeres (Yin, 2007). For å få et godt bilde av hvordan kognitivt krevende spørsmål påvirker den matematiske samtalen i helklassesamtaler på 2.trinn, ønsket jeg å undersøke dette så naturlig som mulig, slik at observasjonene representerer kommunikasjonen slik den faktisk forekommer i klasserommet. For å oppnå et slikt autentisk bilde, bør datainnsamlingssituasjonen utspille seg så normalt som mulig. Læreren og elevene ble derfor observert i naturlige omgivelser, der jeg var en ikke-deltakende observatør (Christoffersen & Johannessen, 2010). Dette vil si at jeg oppholdt med i klasserommet synlig for elevene, slik at de visste at de ble observert, men var passiv i den forstand at jeg var en tilskuer og ikke en del av selve undervisningen.

For å kunne undersøke hvordan kognitivt krevende spørsmål påvirker de matematiske samtalene i helklassesamtaler, er det nødvendig å få direkte tilgang til samtalene som utspiller seg i de to matematikkøktene. Christoffersen og Johannesen (2012) påpeker at observasjon egner seg godt når forskeren ønsker direkte tilgang på det som skal undersøkes, som for eksempel samhandling mellom lærer og elever. De forklarer videre at det å være til stede og observere i mange tilfeller er den eneste måten å skaffe seg tilgang på gyldig informasjon om fenomenet som skal undersøkes (Christoffersen & Johannessen, 2010). Observasjon har verdi som metode for datainnsamling fordi den viser den direkte interaksjonen mellom mennesker, og lar forskeren se hvordan forskningsdeltakerne opptrer i naturlige situasjoner (Repstad, 1998). Jeg anser derfor observasjon for å være godt egnet for denne studien.

Ved observasjon er det ulike måter å dokumentere opplysninger på. Det er vanlig at dette foregår ved at forskeren noterer samtidig som observasjonen foregår (Christoffersen & Johannessen, 2010). I tillegg til å ta notater har jeg i denne studien valgt å ta lydopptak under observasjonen. Jeg anså det som hensiktsmessig å ta lydopptak underveis for å kunne oppfatte alle uttalelsene fra elevene. Da forskningsspørsmålet for studien spør etter verbal kommunikasjon i form av spørsmål og respons, var det viktig med nøyaktige henvisninger til lærerens og elevenes ytringer. Jeg valgte lydopptak over videoopptak fordi jeg vurderte lydopptak og feltnotater som tilstrekkelig for å innhente ønsket informasjon. Feltnotatene var hovedsakelig notater av hvilke elever som snakket til hvilken tid, slik at det var mulig å skille og gjenkjenne elevene i arbeidet med å transkribere lydopptaket. Etter at lydopptaket var transkribert, ble det slettet i tråd med retningslinjene fra NSD.

3.3 Informanter og kontekst

Problemstillingen i denne studien uttrykker at det er interaksjonene mellom læreren og elevene på 2.trinn som undersøkes. Dette vil si at jeg i utgangspunktet kunne observert en hvilken som helst matematikklærer og elever på 2.trinn. Da problemstillingen også spesifiserer at jeg ønsker å se på spørsmålsstilling i helklassesamtaler, måtte informantene være en hel klasse. Kriteriet til utvalget var derfor at det måtte bestå av en matematikklærer på 2.trinn og en klasse med elever. Jeg er klar over at denne studien ikke vil ha grunnlag for å si noe om hvilke responser elever på 2.trinn generelt vil gi på kognitivt krevende spørsmål, da den kun tar utgangspunkt i én lærer og to klasser. Informantene er likevel nok til å kunne representere hvordan kognitivt krevende spørsmål kan påvirke samtalene.

Selve utvelgelsen av læreren og elevene ble gjort slik Thagaard (2009) kaller et *tilgjengelighetsutvalg*. Dette vil si at jeg brukte mitt kontaktnettverk for å finne deltakere. For å finne deltakere som oppfylte kravet, tok jeg kontakt med rektoren på en skole jeg tidligere hadde vært i praksis på, og fikk videre kontaktinformasjonen til matematikklærerne på 2.trinn. Etter å ha informert om prosjektet til de to aktuelle matematikklærerne, var den ene læreren positiv til å delta i prosjektet. Da læreren underviste matematikk i to forskjellige klasser, valgte jeg å observere begge klassene for et rikere datamateriale. Empirien i denne studien er derfor hentet fra samtalene til en matematikklærer på 2.trinn og hennes 32 elever, fordelt på to grupper med hver sin undervisningsøkt. Det matematiske temaet, oppgavene og lærerens planlagte spørsmål var det samme for begge øktene.

Matematikklæreren fortalte tidlig at hun selv var opptatt av åpne spørsmål og elevaktiv undervisning hvor elevene oppmuntres til å dele tanker, ideer, fremgangsmåter, og diskutere i klasserommet. Samtidig påpekte læreren at elevene er unge, og at disse normene derfor fortsatt er under utvikling. Dette kan påvirke datamaterialet i den forstand at undersøkelsen trolig kan få andre resultater i en klasse, hvor elevene ikke er vant til å snakke om metoder, strategier og tanker i like stor grad. Det kan samtidig være en faktor som beriker datamaterialet, da undervisningsøktene for det meste består av dialoger og diskusjoner, som jo er det jeg ønsker å studere.

Det faglige temaet for samtalen var på forhånd satt til å handle om tallene 0-100, og da spesielt telling av mengder opptil 100. Dette var temaet som allerede var på klassens agenda for dagen datainnsamlingen ble gjennomført, og var derfor lærerens valg. Jeg hadde ingen påvirkning på dette valget. Da spørsmålene som ble planlagt for øktene hovedsakelig skulle bestå av oppfordringer og oppmuntringer til elevenes forklaringer, tanker, argumenter og begrunnelser for strategier i oppgaveløsningen, tør jeg påstå at det matematiske temaet ikke påvirker resultatene i noen stor grad. Hadde elevene for eksempel arbeidet med oppgaver knyttet til måling, i stedet for telling, ville fortsatt spørsmålene omhandlet hvordan elevene løste oppgavene og hvorfor, samt diskusjoner omkring dette. Hovedfokuset i studien er spørsmålsstilling og dens påvirkning på matematiske samtaler, og jeg så det derfor ikke som nødvendig å bestemme et spesifikt matematisk tema.

Spørsmålene som ble stilt var imidlertid planlagt med min påvirkning. Da jeg ønsker å se nøyere på sammenhengen mellom kognitivt krevende spørsmål og responsen elevene kommer med, er denne typen spørsmål vektlagt i både planleggingen og gjennomføringen av de to undervisningsøktene. Selv om undervisningen skulle gå så normalt som mulig, var læreren altså ekstra bevisst på å benytte seg av kognitivt krevende spørsmål. I arbeidet med å planlegge spørsmålene for økten hadde læreren og jeg en samtale om hvordan kognitivt krevende spørsmål defineres i denne studien. Ut fra definisjonen, utarbeidet vi ni spørsmål som skulle være utgangspunktet for samtalene (se figur 4).

Koble elevene på før oppgaven:

- Hva ser dere på bildet?
- Hva kan det dere ser på bildet ha med tall å gjøre?
- Kan dere noe om tallene 0-100 fra før?
- Hva kan telles? Kan alt telles?

Etter oppgaven:

- Hvordan gikk dere frem for å telle alle klossene dere fikk?
- Er det andre måter dere kunne telt de på?
- Hvilke(n) metode(r) synes dere fungerte bra/dårlig? Hvorfor?

Utvide tenkning:

- Hvordan ville dere tenkt om vi skulle telt alle klossene i boksen?
- Ville dere brukt samme metode som i telleoppgaven dere nettopp gjorde? Hvorfor/hvorfor ikke?

Figur 2: Spørsmål som utgangpunkt for undervisningsøkten

Selv om disse spørsmålene var utgangspunktet for samtalen, ble lærer og jeg enige om at hun ikke nødvendigvis skulle låse seg til de, men heller følge opp elevenes respons der hun mente dette var naturlig og interessant, samt inkorporere elevenes svar i oppfølgingsspørsmål. Dette for å fremme, samt utvide, elevenes tenkning. Hensikten med studien er ikke å se på effekten av planlegging av spørsmål, og dermed er ikke planleggingsmøtet en del av datagrunnlaget for denne oppgaven.

3.3.1 Telleoppgavene

Som introduksjon til matematikkøkten, startet læreren med å vise elevene et bilde fra matematikkboken (se figur 2). Bildet viser forskjellige situasjoner hvor barn teller relativt store mengder. Læreren benyttet dette bildet for å få frem elevenes forkunnskaper og koble disse til de kommende telleoppgavene.

Figur 3: Bildet elevene ble presentert i introduksjonen av økten

Etter å ha snakket om bildet, var neste oppgave å telle et tilfeldig antall klosser. Elevene arbeidet i par, og samarbeidet derfor om tellingen. Læreren ga de en mengde på rundt 100 klosser, og elevene ble bedt om å telle de slik de mente var mest hensiktsmessig. De fikk god tid til å telle, og om noen ble raskt ferdig fikk de enda flere klosser. Da alle var ferdige, samlet læreren alle elevene i lyttekrok for å snakke om hvilke strategier elevene hadde brukt. Hvert par fikk fortelle sine fremgangsmåter og strategier. Etter å ha samtalt om elevenes tellestrategier, utvidet læreren situasjonen med å gi elevene en imaginær oppgave. Denne gikk ut på at de skulle telle alle klossene i boksen læreren tidligere hadde delt ut klosser fra. Dette var en boks med angivelig over 1000 klosser. Det er hovedsakelig samtalene omkring elevenes valg av tellestrategier for klossene, samt deres tanker omkring den imaginære oppgaven, datamaterialet i denne studien består av. Opplegget ble gjennomført på samme måte i begge øktene. Økt 2 ble likevel avbrutt og rakk ikke å samtale rundt utvidelser av tellingen.

Hensikten med telleoppgavene var å arbeide med tallforståelse og titallsystemet, og introdusere elevene til gjentatt addisjon og multiplikasjon. Grünke (2016) hevder tellestrategien hoppetelling (skip-counting) er et viktig utgangspunkt for forståelse av dette. Hoppetelling innebærer å telle med et tall som ikke er en. Man kan for eksempel telle med fire til 20, ved å telle i følgende rekkefølge: 4, 8, 12, 16, 20. Å kombinere basen (i dette eksempelet, fire) med antall grupper (i dette eksemplet, fem) får vi en standard multiplikasjonsligning: fire multiplisert med fem tilsvarer 20. De fleste barn finner multiplikasjon med to, fem og ti for å være enklere enn andre multiplikasjonsfaktorer. Hoppetelling er et middel for å hjelpe elevene til å forstå konseptet med gjentatt addisjon og å memorere andre multiplikasjonstabeller enn to-, fem- og tigangen, og er blitt brukt som en måte å undervise multiplikasjon i lang tid (Grünke, 2016).

Fraivillig (2017) hevder en forståelse av plassverdisystemet er fundamentalt og et kritisk element for barns forståelse og utvikling av matematiske ferdigheter. Fuson et al. (1997) hevder elevers utvikling av forståelse for plassverdi starter med en enhetsbasert forståelse av mengder. Dette vil si at de teller en mengde, som for eksempel 47 med 47 individuelle tellinger, uten å vurdere noen form for gruppering av tiere. Elevene kan alternativt se på mengden som bestående av femti og tre, som en siste-tier-og-ener-utforming. Ingen av disse forestillingene utnytter imidlertid nytteverdien av den organiserende strukturen på ti. En kan likevel utvide siste-tier-og-ener-konseptet slik at grupper på ti identifiseres og brukes til å telle den totale mengden, som 10, 20, 30, 40, og syv til. Fuson et al. (1997) mener at om elevene kan separere tiere og enere, har de en forståelse for at et tall består av flere enheter, altså tiere og enere, som kan telles hver for seg.

3.4 Gjennomføring av datainnsamling

Datainnsamlingen fant sted på samme dag. Begge øktene var på 45 minutter. Den ene gruppen besto av 17 elever og den andre besto av 15 elever. I begge øktene ble det gitt felles informasjon om hvorfor jeg var i klasserommet. Det var første gangen elevene så meg, så jeg presenterte meg selv og fortalte kort hva oppgaven min skulle handle om, uten å si så mye annet enn at jeg skulle se på hvordan elevene og læreren snakket sammen i økten. Læreren hadde forberedt elevene på at jeg skulle komme slik at det ikke skulle komme så uventet på dem.

Det samme klasserommet ble benyttet for begge gruppene. Klasserommet var organisert slik at alle elevene hadde hver sin pult pekende mot tavlen fremst i klasserommet. Det var her de arbeidet med selve «telle klosser»-oppgaven i par. Foran tavlen var tre benker plassert i en halvsirkel med lærerens stol i senter. Dette var klassens «lyttekrok». Klassen brukte lyttekroken både til «se på bildet»-oppgaven og samtalene omkring «telle klosser»-oppgaven. Da jeg først og fremst var opptatt av å observere helklassesamtalene, ble lydopptakeren plassert på et bord ved siden av læreren i lyttekroken, pekende ut mot ringen av elever. I og med at alle helklassesamtalene foregikk her, var det tilstrekkelig med den ene lydopptakeren som fanget samtlige av lærerens og elevens ytringer.

I tillegg til at en lydopptaker tok opp lyden fra hele matematikkøkten, benyttet jeg meg av et observasjonsskjema. Dette brukte jeg som et supplement til lydopptakene, hovedsakelig for å notere hvilke elever som snakket til hvilken tid, for å enkelt kunne skille og gjenkjenne elevene i arbeidet med å transkribere lydopptaket. Elevene ble på forhånd av samtalene nummerert ut ifra hvor de satt i lyttekroken, og en stoppeklokke som var samkjørt med lydopptakeren sikret at feltnotatene og lydopptaket korresponderte. Dette gjorde at jeg kunne omtale elevene som elev 1, elev 2 osv.

3.5 Behandling av datamaterialet

Etter datainnsamlingen satt jeg igjen med 90 minutter med lydopptak. Alt som ble sagt under introduksjonen og samtalene omkring elevenes strategier i etterkant av telleoppgaven ble transkribert. Det som ble sagt under selve arbeidet med telleoppgaven ble utelatt, da det var helklassesamtalene jeg skulle studere. Utsagn som ikke hadde noe med de matematiske samtalene å gjøre, som for eksempel «kan jeg gå og snyte meg?» ble heller ikke transkribert da dette ikke var interessant for min studie. Lydopptakene ble korrespondert med observasjonsskjemaet og ut ifra dette anonymisert ved at elevene ble gjengitt som tall.

Ut ifra transkripsjonene ble alle spørsmålene kodet etter Boaler og Brodies (2004) spørsmålskategorier. I arbeidet med å kode lærerspørsmålene oppdaget jeg at enkelte av spørsmålene ikke kunne kodes under noen av Boaler og Brodies kategorier. Disse spørsmålene oppsto når læreren gjentok eller omformulerte elevens respons i et spørsmål. Spørsmålene virket å ha to ulike hensikter i form av a) å få resten av klassen til å forstå elevens utsagn eller b) få eleven til å utdype eller forklare sitt eget utsagn på en annen måte, fordi det i utgangspunktet var utydelig. Responskategorien «repetere som spørsmål» er derfor lagt til som en ekstra kategori til Boaler og Brodies kategorier og benyttes i analysearbeidet.

Etter å ha kodet spørsmålene ble elevresponsene kodet ut ifra Ilarias (2009) elevresponskategorier. Å benytte seg av predefinerte koder gjør det enklere for forskeren å systematisere et datamateriale av større omfang (Andersson-Bakken, 2014). For å gjøre kodene oversiktlig for meg selv, valgte jeg å bruke ulike farger for de ulike kodene (se tabell 4 og 5).

Spørsmålskategori	**Fargekode**
Samle informasjon	1.
Legge til terminologi	2.
Repetere som spørsmål	3.
Skape retning og fokusere	4.
Etablere kontekst	5.
Koble sammen og anvende	6.
Utforske mat. betydninger/sammenhenger	7.
Få elevene til å forklare tankegang	8.
Skape diskusjon	9.
Utvide tenkning	10.

Tabell 4: Koder i farger - spørsmålskategorier

Responskategori	**Fargekode**
Ikke-bidrag	1.
Svar	2.
Søker lærer	3.
Bekreftelse	4.
Viser samme forståelse	5.
Spør elev	6.
Avklaring	7.
Tenke høyt	8.
Bevisbygging	9.

Tabell 5: Koder i farger - responskategorier

For å få system på spørsmåls- og responskategoriene kodet jeg spørsmålene i ett dokument, og responsene i et annet. I ettertid ser jeg det kanskje ville vært mer hensiktsmessig å bruke andre koder enn farger, for eksempel forkortelser – eksempelvis TH for «tenke høyt». Dette hadde gjort det enklere å kode både spørsmål og responser i ett og samme dokument.

Neste steg i analysen var å se etter tendensene i det, for så å gå nærmere inn på hvilke kategorier som kunne kategoriseres som kognitivt krevende spørsmål og hvilke responskategorier disse fremkalte. For å få en overordnet oversikt over tendensene i materialet valgte jeg å lage tabeller. En for lærerspørsmålene som ble stilt, og en for elevresponsene. Slike tabeller kan ifølge Cohen et al. (2018) være nyttige for datareduksjon og for datadisplay av kvalitative data.

Kognitivt nivå	**Type lærerspørsmål**	**Antall økt 1**	**Antall økt 2**	**Totalt**
Lavt kognitivt nivå	Samle informasjon			
	Legge til terminologi			
	Repetere som spørsmål			
Middels kognitivt nivå	Skape retning og fokusere			
	Etablere kontekst			
	Koble sammen og anvende			
	Utforske mat. betydninger/sammenhenger			
Høyt kognitivt nivå	Få elevene til å forklare tankegang			
	Skape diskusjon			
	Utvide tenkning			
	Totalt			

Tabell 6: Analysetabell for antall lærerspørsmål

I tabell 6 er Boaler og Brodies spørsmålskategorier, samt den tillagte kategorien «repetere som spørsmål», rangert fra lavt kognitivt nivå til høyt kognitivt nivå.

Type elevrespons	**Antall økt 1**	**Antall økt 2**	**Totalt**
Ikke-bidrag			
Svar			
Søker lærer			
Bekreftelse			
Viser samme forståelse			
Spør elev			
Avklaring			
Tenke høyt			
Bevisbygging			
Totalt			

Tabell 7: Analysetabell for antall elevresponser

I tabell 7 er Ilarias spørsmålskategorier satt i rekkefølge ut ifra i hvor stor grad elevene verbaliserer sine matematisk resonnement, fra minst til mest. «Tenke høyt» og «bevisbygging» er responskategoriene hvor elevene gir de mest utfyllende og utdypende svarene, og er derfor markert. Målet med å benytte slike tabeller er å få en oversikt over datamaterialet, og kunne si noe om hvilke spørsmål- og respons-typer som ble mest og minst brukt. Ut ifra de kodede transkripsjonene ble tabellene utfylt med antall spørsmål og respons som passet inn i de forskjellige kategoriene.

Da denne studien undersøker sammenhengene mellom kognitivt krevende spørsmål og respons, så jeg det som hensiktsmessig å slå sammen de to analysetabellene over, for å få et bilde av hvilke spørsmål som fremkalte hvilke responser (tabell 8). Denne tabellen ga meg også et bilde av hvilke responser som var hyppigst og minst brukt for de ulike spørsmålene som ble stilt. I denne tabellen er elevresponskategoriene forkortet slik at tabellen ikke skulle bli for stor for dokumentet. Spørsmålskategoriene «legge til terminologi» og «etablere kontekst», samt elevsvarskategoriene «viser samme forståelse» og «spør elev», er ikke med i denne tabellen da de ikke ble benyttet i øktene.

Lærerspørsmål/Elevrespons	IB	Sv	SL	Be	Av	TH	Bb	**Totalt**
Samle informasjon								
Repetere som spørsmål								
Skape retning og fokusere								
Koble sammen og anvende								
Utforske mat. betydninger/sammenhenger								
Få elevene til å forklare tankegang								
Skape diskusjon								
Utvide tenkning								
Totalt								

Tabell 8: Analysetabell for sammenhengen mellom lærerspørsmål og elevrespons

Etter å ha fylt inn tabellen basert på det kodede materialet, så jeg etter mønster og sammenhenger. Jeg så etter hvilke responskategorier som var hyppigst brukt, hvilke spørsmålskategorier som fremkalte flest elevresponser, samt hvilke responser spørsmålskategoriene med høye kognitive krav fremkalte. Ut ifra dette kunne jeg gå tilbake til deler av transkripsjonene for å få en bedre forståelse av hva som skjedde i ulike sekvenser av dialogen.

3.6 Etiske betraktninger

Etiske og moralske retningslinjer forteller oss noe om hva som er riktig og feil, akseptabelt og uakseptabelt, samt verdig og uverdig oppførsel i forskningssammenheng. Etikk kan derfor ses på som en viktig målestokk for å vurdere forskning (Befring, 2007). Ifølge Thagaard (2009) er det tre etiske retningslinjer innenfor forskning; informert samtykke, konfidensialitet og konsekvenser av å delta i forskningsprosjektet. Skal en behandle personopplysninger i prosessen med studien, er det forskerens plikt å melde studien til *Norsk senter for dataforskning*, NSD. Dette prosjektet omfatter lydopptak av en lærer og 32 elever. Lydopptak blir sett på som å inneholde personopplysninger. NSD (u.å.) beskriver anonym forskningsdata som materiale hvor ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. I lydopptak kan personer gjenkjennes i form av stemme eller bruk av navn. Dette prosjektet er derfor meldepliktig. Søknaden har blitt behandlet og godkjent av NSD før datainnsamlingen (vedlegg 3).

Som forsker har man en spesiell plikt og et etisk ansvar for å være særlig oppmerksom hvis man arbeider med barn som ikke nødvendigvis forstår hva det vil innebære å være deltakere i forskning. (Befring, 2007). I denne studien forsker jeg på kommunikasjonen i klasserommet og ikke på noe som kan sees på som sensitiv informasjon, verken for elevene eller læreren. Det jeg undersøker vil heller ikke fremkalle personopplysninger som kan anses som ubehagelig å dele. Dette gjør at jeg følte det var helt trygt å la foreldrene samtykke for elevene.

For at deltakerne skulle forså hva samtykket gjaldt, at det var frivillig og at de kunne trekke seg når som helst, utformet jeg et informasjonsskriv med svarslipp om samtykke til deltagelse (vedlegg 1 og 2). Dette ble sendt til både læreren, og elevenes foreldre. På informasjonsskrivet beskrev jeg også studien og hvordan personvern og anonymitet ble sikret. Elevene hadde med seg underskrevne svarslipper som tilsa at både de og foreldrene deres samtykket deltagelse i prosjektet. For at forskningsdataene skal være anonyme, kalles den aktuelle læreren for «lærer», og enkeltelevene skilles med tall (Elev 1, Elev 2 osv.). De to øktene omtales som økt 1 og økt 2.

3.7 Studiens troverdighet

Når en gjennomfører en undersøkelse, ønsker man å få data som gir et bilde av hvordan ting faktisk er. Validitet, eller gyldighet, handler om hvor godt dataene representerer virkeligheten (Christoffersen & Johannessen, 2012). Datamaterialet i denne studien er basert på en klasseromssituasjon som er relativt vanlig for elevene. En kan derfor hevde at funnene representerer de fleste samtaler som forekommer i disse klassene. Det er likevel rimelig å anta at min tilstedeværelse som observatør og lydopptakeren kan ha påvirket både lærerens og elevenes atferd i noen grad.

Et grunnleggende spørsmål i all forskning er hvor pålitelige dataene og funnene er, og troverdigheten til en studie innebærer derfor spørsmål om reliabilitet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Reliabiliteten går ut på i hvilken grad dataene er konsistente. Dette vil si; kan en annen forsker gå inn i klasserommet å gjøre det samme som meg, og så de samme resultatene? (Tjora, 2012). Spørsmålet om reliabilitet er viktig da en bruker observasjon som metode da forskningsdataene avhenger av hvordan observatøren opplever dem. At jeg i denne studien benytter meg av lydopptak kan styrke reliabiliteten, da jeg kan høre klippene flere ganger og få med meg hva læreren og elevene sier ordrett. Samtidig preges analysen i kvalitativ forskning av forskerens egne oppfatninger og analytiske blikk, og analysen vil derfor påvirkes av meg. Likevel er analysen drevet av teoretiske begreper og kategorier basert på tidligere forskning, noe som kan være med på å øke studiens reliabilitet. Jeg søker også å styrke reliabiliteten i studien gjennom å redegjøre for hvordan datamaterialet er kodet og analysert i kapittel 3.5, samt at det i kapittel 4 vil vises til og bli diskutert rundt ulike eksempler fra datamaterialet som argumentasjon for kodingen.

Christoffersen og Johannessen (2012) hevder at reliabiliteten til en studie kan økes ytterligere ved at flere forskere undersøker samme fenomen og kommer frem til samme resultat. Jeg er klar over at reliabiliteten i denne studien derfor ville vært styrket dersom to eller flere forskere hadde gjennomført kodingen av datamaterialet uavhengig av hverandre, for så å diskutere det. Dette var likevel ikke mulig innenfor rammene av en masteroppgave.

Kvalitativ forskning kritiseres for at funnene i slik forskning aldri vil la seg generalisere. Den epistemologiske forutsetningen for kvalitativ forskning sier at kunnskap konstrueres i møtet mellom forskeren og deltakeren. Dette betyr at resultatene i forskninger avhenger av konteksten og at resultatet ikke nødvendigvis blir det samme i en annen kontekst. Som nevnt tidligere, påpeker likevel forskere at kvalitativ forskning kan være et viktig bidrag til tross for liten grad av generaliserbarhet (Flyvbjerg, 2010). Denne forskningen viser et bilde av undervisningssituasjonen på 2.trinn, og kan representere hvordan matematiske samtaler på barnetrinnet kan foregå.

4. Resultater

Slik det kommer frem av metodekapittelet er denne forskningen kvalitativ. Den tar for seg to matematikkøkter på andre trinn, og observasjoner av hvordan de matematiske samtalene foregår da læreren bevisst stiller kognitivt krevende spørsmål. I dette kapitlet rettes blikket først mot de mest brukte lærerspørsmålene, deretter mot hvordan elevene responderer til disse. For å gjøre datamaterialet oversiktlig, vil de samlede resultatene presenteres i form av tabeller. Hvordan ulike utsagn er kodet i henhold til kategoriene blir gjort rede for, gjennom eksempler fra datamaterialet. Disse presenteres i form av utdrag fra samtalene. Hvilke samtalemønstre som oppstår i form av hvem som initierer til samtalene og hvorvidt læreren bruker elevenes utsagn til videre diskusjoner, trekkes til slutt frem.

4.1 Lærerens spørsmål

Hvilke typer spørsmål læreren stiller, svarer ikke nødvendigvis på forskningsspørsmålet i denne studien. Det er likevel nødvendig å identifisere de kognitivt krevende spørsmålene som ble benyttet i samtalene for å si noe om hvordan disse påvirker elevresponsen. I tillegg til de kognitivt krevende spørsmålene, vil også de mest stilte spørsmålene av lavere kognitive nivå bli presentert. Dette er for å senere kunne si noe om hvordan responsen som fremprovoseres ved kognitivt krevende spørsmål eventuelt skiller seg fra responsene ellers i samtalene.

I den første undervisningsøkten ble det registrert 37 spørsmål, mens det i den andre ble registrert 57. Til sammen ble det registrert 94 lærerspørsmål. Hyppigheten av spørsmålene var altså litt større i økt 2. Dette skyldes at den første økten ble avbrutt, som vil si at helklassesamtalen ble kortere. De registrerte lærerspørsmålene er fordelt på Boaler og Brodies (2004) spørsmålskategorier. Tabell 9 viser en oversikt over antall spørsmål som ble stilt innenfor hver kategori, både i økt 1 og økt 2.

Kognitivt nivå	**Type lærerspørsmål**	**Antall økt 1**	**Antall økt 2**	**Totalt**
Lavt kognitivt nivå	Samle informasjon	7	7	14
	Legge til terminologi	0	0	0
	Repetere som spørsmål	6	12	18
Middels kognitivt nivå	Skape retning og fokusere	1	2	3
	Etablere kontekst	0	0	0
	Koble sammen og anvende	1	6	3
	Utforske mat. betydninger/sammenhenger	0	3	3
Høyt kognitivt nivå	Få elevene til å forklare tankegang	19	21	40
	Skape diskusjon	3	2	5
	Utvide tenkning	0	4	4
	Totalt	**37**	**57**	**94**

Tabell 9: Antall stilte spørsmål kategorisert etter de ti spørsmålskategoriene

Av teorikapittelet så vi at spørsmålskategoriene «få elevene til å forklare tankegang», «skape diskusjon» og «utvide tenkning» er de tre kategoriene som i størst grad stiller høye kognitive krav til elevene, fordi de legger opp til at de må forklare, begrunne, diskutere og utvide eller generalisere situasjoner. Ut fra tabell 9 ser vi at det i begge undervisningsøktene er spørsmålskategorien «få elevene til å forklare tankegang» som er mest brukt, etterfulgt av «samle informasjon» og «repetere som spørsmål». «Samle informasjon» og «repetere som spørsmål» er spørsmålskategorier av lavt kognitivt nivå, noe som vil si at til tross for at lærerens intensjoner var å stille spørsmål med høye kognitive krav, benyttet hun likevel en god del spørsmål med lave kognitive krav. Da spørsmålsstillingen var relativt lik i begge øktene, vil jeg ikke skille datamaterialet, men heller se på det som ett. Videre vil de mest brukte spørsmålskategoriene bli eksemplifisert med utdrag fra datamaterialet. De vil skilles som spørsmål med lave kognitive krav og høye kognitive krav. Da kategoriene beskrevet som middels kognitivt krevende er benyttet veldig lite, vil ikke disse bli presentert.

4.1.1 Eksempler på spørsmål med lave kognitive krav

Av spørsmålskategoriene med lave kognitive krav, er «samle informasjon» og «repetere som spørsmål» mest brukt. Spørsmål som er kodet som «samle informasjon» er spørsmål som spør etter noe elevene allerede kan eller kjenner til. Eksempler på slike spørsmål ser vi i følgende utdrag fra datamaterialet:

> *Lærer: Hvor mange tjuekroninger får vi plass til i en hundrelapp?*
> *Lærer: Hvor mye er ti tiere?*

Her har læreren som hensikt å introdusere elevene til store mengder og koble det opp mot hoppetelling, som å telle med ti eller tjue om gangen. Dette er fordi elevene senere i økten skal arbeide med effektive strategier for telling av mengder opptil 100. Spørsmålene spør kun etter et enkelt svar eller elevenes forkunnskaper, og benyttes i disse situasjonene for å koble kjente fakta til det elevene skal arbeide med. Hvor mange tiere og tjuekroninger en hundrelapp består av, er for eksempel allerede kjent for elevene. Disse spørsmålene krever derfor bare at elevene husker eller repeterer noe de kan fra før. Spørsmålene går derfor under kategorien «samle informasjon».

Eksempler på spørsmål som kategoriseres som «repetere som spørsmål» kan vi se i følgende utdrag:

> *Elev 4: Det er lettere å telle med tiere enn en og en. For det tar veldig lang tid.*
> *Lærer: Ja, så du tenker at når vi samler det i bunker på ti så blir det på en måte ikke like mange å telle som når vi må telle en og en?*
> *Elev 4: Ja*
>
> *Elevpar 3: Ehm, vi sortere de i farger og la de ved siden av hverandre, så la vi sammen alle til slutt.*
> *Lærer: Okei, så dere begynte med å fargesortere dem? Også telte dere hver farge?*
> *Elevpar 3: Ja, eller, vi telte bare en og en egentlig.*
> *Lærer: Så dere fargesorterte først, så telte dere en og en kloss?*
> *Elevpar 3: Ja, vi tenkte det var lettere da vi hadde fargene for seg selv, men det var egentlig ikke det.*

Her benytter læreren seg av spørsmål som repeterer eller omformulerer elevenes foregående respons. Dette med hensikt å få bekreftelse på at hun har skjønt elevene riktig, for å få en mer detaljert forklaring, eller som et virkemiddel for å få de andre elevene til å forstå hva som er blitt sagt. I det første utdraget er lærerens spørsmål et forsøk på å oppklare hva eleven mener med «for det tar veldig lang tid» i beskrivelsen av «å telle en og en». Ved å foreslå at det er mer effektivt å telle en bunke med ti som en enhet enn ti enkle, legger hun frem en annen måte å si at «det tar veldig langt tid» på. Akkurat dette eksemplet er litt utfordrende å kategorisere, fordi selv om læreren på en måte omformulerer «det tar veldig lang tid», er det likevel hun som kommer opp med forslaget for *hvorfor* det tar lang tid. For en med erfaringer med at hoppetelling er mer effektivt enn å telle en og en på store mengder, er dette naturlig å tenke. Samtidig er det ikke sikkert det er dette eleven i utgangspunktet tenker. På grunn av Elev 3s bekreftelse som oppstår etter spørsmålet, blir likevel spørsmålet kategorisert som «repetere som spørsmål».

Denne spørsmålskategorien er her kategorisert som spørsmål med lave kognitive nivå. Dette er fordi de veldig ofte kun krever at elevene bekrefter eller avkrefter lærerens omformuleringer. Samtidig kan slik repetisjon være en verdifull mulighet til å hjelpe resten av elevene med å følge den samme tankegangen, og sånn sett være spesielt viktige i en helklassesamtale. Samtidig som at de kun krever avkreftelse eller bekreftelse, kan de også oppfordre til mer utdypende forklaringer, om elevene selv opplever det slik. Da vil de kunne oppnå noe høyere kognitive krav.

4.1.2 Eksempler på spørsmål med høye kognitive krav

Spørsmål i kategorien «få elevene til å forklare tankegang» kjennetegnes med at de spør elevene om en utdypende forklaring på hva eller hvordan de tenker. I de to utdragene under ser vi eksempler på slike spørsmål:

Elev 9: Hva blir egentlig 20 pluss 20? Blir det 12?
Lærer: Hmm, ja hva blir 20 pluss 20? To tiere og to tiere.
Elev 10: Ehm 49?
Lærer: Du tror 49. Hvordan tenkte du for å komme frem til 49?
Elev 10: Jeg vet egentlig ikke.
Elev 3: Jeg tenker 40.
Lærer: Du tenker 40. Hvorfor det?

Lærer: Hvilken metode tenker dere er den beste da? Som gjør det lettest eller mest effektivt å telle?
Elev 7: Jeg synes i hvert fall det er mye lettere å telle ti og ti, ikke tjue og tjue.
Lærer: Hva er det som gjør at du tenker det er lettere å telle med ti enn tjue da?

Disse spørsmålene krever mer av elevene enn om de kun blir spurt om kjente fakta. Eksemplene ovenfor er hentet fra samtaler omkring hvordan elevene løste telleoppgaven. Læreren spør her etter hvilke strategier elevene har benyttet seg av for å telle den store mengden klosser, og hvorfor. Spørsmålene spør om forklaringer på hvordan elevene har tenkt. «Du tenker 40. Hvorfor det?» krever at eleven begrunner hvordan han har kommet frem til at 20 pluss 20 er 40.

Av utdragene ovenfor ser vi også at flere av spørsmålene er oppfølgingsspørsmål til elevenes respons. Disse oppstår når læreren ønsker å få mer utdypende begrunnelser og forklaringer til elevenes løsninger og tanker, hvorfor de har valgt de ulike strategiene og hva som gjør de effektive. Når læreren spør hvorfor eleven tenker det er lettere å telle med ti enn 20, er det et eksempel på et «få elevene til å forklare tankegang»-spørsmål som benyttes som oppfølgingsspørsmål. Dette krever at eleven gir en mer detaljert forklaring eller begrunnelse av påstanden om at det er lettere.

Eksempler på spørsmål som går under kategorien «skaper diskusjon» ser vi i følgende utdrag:

> *Lærer: Hvilke av alle metodene som er foreslått nå synes dere fungerte best? Bruk litt tid på å tenke nå. Hvis dere skulle telt igjen, og være mest mulig effektiv, hvilken ville dere valgt?*
> *Elev 1: Jeg synes den med å lage tiere var ganske bra. Sånn som Elevpar 7 gjorde. Liksom tiere og tiere og tiere, også de ekstra ved siden av.*
> *Elev 3: Jeg synes også den med tierstaver. Fordi da vet man jo at man har ti på hver. Og da er det bare å telle oppover med tiere.*
> *Elev 8: Jeg synes egentlig det var best å bare telle en og en jeg.*
> *Elev 4: Jeg synes den til Elevpar 6 var best. Den der det ble 10 mer for hver stav.*

Her har elevene på forhånd fått fortelle hvordan de har løst oppgaven, og spørsmålet gir dem muligheten til å diskutere hvilke metoder de mener er mest hensiktsmessige. I dette utdraget oppfordrer læreren til at alle kan komme med forslag, noe som kan være med på å få elevene til å oppdage ulike måter å løse en oppgave på, eller se løsningene fra ulike vinkler. I utdraget ser vi at lærerens spørsmål fremmer ulike strategier og forslag ved at hun åpner for at alle kan foreslå hvilken metode de mener er best. Elev 1 og 3, og Elev 8 har for eksempel ulike syn på hvilken metode som fungerer best. Det er ingen ytterligere begrunnelser i dette utdraget, men det kan tenkes at Elev 8 ikke er like trygg på titallssystemet som Elev 1 og 3, da det og telle med en og en i utgangspunktet vil være mindre effektivt enn å telle med tiere i et tilfelle som her hvor de skal telle rundt 100 klosser. Spørsmålene har som hensikt å fremme et mangfold av strategier og skape diskusjoner rundt hvilke av de som fungerer best og kan derfor kategoriseres som «skaper diskusjon».

Spørsmål som kategoriseres som «utvide tenkning» har som hensikt å utvide situasjoner ved å lage en ny situasjon der de samme ideene eller strategiene blir brukt. Eksempler på slike spørsmål ser vi i følgende utdrag:

> *Lærer: Nå fikk dere et antall som jeg tenkte dere klarte å telle ganske raskt, men hva hvis vi tenker oss at vi skulle telt alle klossene i hele boksen? Hvordan ville dere gått frem da?*
> *Lærer: Tror dere det hadde vært like lett å telle med tiere da? Hvis det er over hundre tiere i boksen?*
> *Elev 3: Jeg tror vi kunne lagd, ehm, hvis for eksempel alle lagde en tier hver, også satt vi ti og ti staver sammen til hundrerstaver. Da måtte vi hatt veldig god plass da. Men ja, hundrerstaver, så vi visste at en stav var hundre, da er det kanskje lettere å telle. Med hundre om gangen. Sånn 100, 200, 300.*

Her har elevene på forhånd diskutert ulike strategier for telling av klossene og hvilke metoder som var mest hensiktsmessige. Læreren benytter seg av spørsmål for å utvide situasjonen til en imaginær oppgave hvor de skal telle alle klossene i hele boksen, eller enda flere. Hensikten er å diskutere strategiene elevene allerede har lagt frem, samt om de vil være like hensiktsmessige på antall over 100, eller om et større antall gir behov for andre strategier. Ved at læreren spør elevene om de tror det ville vært like lett å telle med tiere på et så stort antall, setter hun i gang noen tanker hos Elev 3. Han kommer inn på tanken om at det vil være mer hensiktsmessig å sette sammen ti tiere til hundre og telle med hundre om gangen. På dette tidspunktet har elevene kun arbeidet med tall opp til 100 på skolen, og det å telle med 100 er derfor ikke nødvendigvis kjent for alle elevene. Vi kan imidlertid kanskje si at Elev 3 her utvider noe som allerede er kjent for elevene, nemlig posisjonssystemet opptil 100. Han bruker på en måte samme strategi som da han telte mengden på rundt 100, bare med større tall, altså hundrere i stedet for tiere. Lærerens spørsmål i disse utdragene har som hensikt å fremme en utvidet forståelse av stegtelling og posisjonssystemet, og kategoriseres derfor som «utvide tenkning».

4.2 Elevenes respons

I likhet med kategoriseringen av lærerspørsmål, vil ikke kategoriseringen av elevenes respons direkte svare på studiens problemstilling. Elevenes responser vil likevel bli presentert for å kunne begrunne hvordan de er kodet. Kategoriene er også viktige for å kunne se sammenhengene mellom de kognitivt krevende spørsmålene og elevresponsene disse fremprovoserer, som jeg vil gå inn på i kapittel 4.3.

I den første undervisningsøkten ble det registrert 61 elevresponser, mens det i den andre ble registrert 74. Til sammen ble det registrert 135 elevresponser. Dette betyr at det var flere elevresponser enn lærerspørsmål. Tabell 10 viser en oversikt over antall elevresponser oppsto både i økt 1 og økt 2.

Type elevrespons	**Antall økt 1**	**Antall økt 2**	**Totalt**
Ikke-bidrag	3	4	7
Svar	13	12	25
Søker lærer	3	2	5
Bekreftelse	4	4	8
Viser samme forståelse	0	0	0
Spør elev	0	0	0
Avklaring	5	10	15
Tenke høyt	21	30	51
Bevisbygging	12	12	24
Totalt	**61**	**74**	**135**

Tabell 10: Antall benyttede elevresponser kategorisert etter de ni responskategoriene

Kategorien «tenke høyt» dominerer av elevsvarene i begge øktene. Av tabellen ser vi at også «bevisbygging» og «svar» benyttes ganske ofte. I økt 2 er også «avklaring» en kategori som har høyt antall sammenliknet med resten. For å kunne begrunne hvordan responsene er blitt kategorisert vil de bli eksemplifisert med utdrag fra datamaterialet. Også her vil datamaterialet bli sett på som ett da responsen er tilnærmet lik i begge øktene. Det er vanskelig å lage et tydelig skille mellom responskategoriene som tyder på kognitivt krevende aktivitet og lav kognitiv aktivitet, da mange av kategoriene er i et mellomsjikt. I tabell 10 er likevel rekkefølgen på kategoriene satt ut ifra i hvor stor grad elevene verbaliserer sine matematiske resonnement, fra minst til mest. «Tenke høyt» og «bevisbygging» er responskategoriene hvor elevene gir de mest utfyllende og utdypende svarene, og er derfor markert i tabell 10. Videre vil jeg skille responskategoriene mellom lite til middels og mye verbalisering av matematisk tenkning.

4.2.1 Eksempler på elevrespons med lite til middels verbalisering

Innenfor kategoriene med lite verbalisering av matematisk tenkning, er det «svar» og «avklaring» som er mest brukt av elevene. Responskategorien «svar» kjennetegnes ved at den innebærer en kort gjengivelse av fakta eller del-informasjon. Eksempler på slik elevrespons er markert i utdragene under:

> *Lærer: Hvor mange tiere er hundre?*
> *Elev 2: Ti*
>
> *Lærer: Ja, 20, 40, 60, 80, 100. Hvor mange tjuere var det?*
> *Elev 8: Fem.*

Her er elevsvarene korte svar i form av fakta og inneholder ingen form for forklaring eller begrunnelse. De er derfor mye kortere enn responsene i de andre kategoriene.

Responskategorien «avklaring» kjennetegnes ved at eleven gir tilleggsinformasjon til noe han tidligere har sagt. Eksempler på elevrespons som er blitt kodet som avklaring er markert i utdragene nedenfor:

> *Elevpar 1: Vi lagde ti om gangen. Også telte vi de ti og ti, og det ble 10,20,30,40,50,60, også telte vi en og en, så 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69. Det ble 69.*
> *Lærer: Så dere samla de i ti og ti og telte resten en og en?*
> *Elevpar 1: Ja, for den siste var ikke nok til en egen tierstav.*
>
> *Lærer: Nå har jo alle delt sin metode. Tror dere vi kunne gjort det på noen helt andre måter også?*
> *Elev 2: Vi kunne kanskje samlet de i andre bunker og. Men jeg tror tiere er best, for det er så lett.*
> *Lærer: Hva mener du med at dere kunne samlet de i andre bunker?*
> *Elev 2: Jo, liksom, femmere, tjuere, femtnere. Også telt de sånn. Men jeg tror tier er best.*

Disse responsene må sees i sammenheng med det som har blitt sagt tidligere i samtalen. I eksemplene ovenfor ser vi at læreren formulerer elevenes egne svar om til spørsmål. Lærerens spørsmål i det første utdraget, og «hva mener du med at …» i det andre utdraget, er eksempler på omformuleringer av elevenes foregående respons. «Repetisjon som spørsmål» benyttes av læreren for å forsikre seg om at hun og resten av klassen har skjønt hva eleven mener, eller oppnå et mer utdypende svar. Elevenes respons er derfor ofte bekreftelser på at læreren har forstått de rett eller galt, etterfulgt av noe tilleggsinformasjon. I utsagnet «Ja, for den siste var ikke nok til en egen tierstav» bekrefter Elevpar 1 at de satt sammen tierstaver av ti enkeltklosser, og dermed telte med ti om gangen. De legger også til at grunnen til at de til slutt gikk over til å telle med en og en, var fordi de ni siste klossene ikke var nok til å lage en hel tierstav. Hadde eleven kun svart «ja», ville responsen blitt kodet som «bekreftelse». Det er altså den lille tilleggsinformasjonen som skiller de to kategoriene fra hverandre. «Avklaring» består sånn sett av noe mer verbalisering enn både «svar», «ikke-bidrag» og «bekreftelse». Kategorien består likevel av mye gjentakelser og omformuleringer av noe læreren sier, og inneholder ikke like mye verbalisering av matematisk resonnement som «tenke høy» og «bevisbygging». «Avklaring» kategoriseres derfor som lav til middels verbalisering.

4.2.2 Eksempler på elevrespons med mye verbalisering

Den første elevsvarkategorien, «tenke høyt», kjennetegnes ved at eleven snakker høyt om matematikk, men uten å forklare det han snakker om. Eksempler på elevrespons som er blitt kodet som tenke høyt er markert i utdragene nedenfor:

> *Lærer: Oi så dere bygde ti, tjue, tretti og førti. Så dere økte med 10 for hver. Hvordan kan man klare å telle hvor mange det er til sammen da?*
> *Elevpar 6: Vet egentlig ikke, for vi bare sorterte. Så jeg vet det er ti her, tjue her, tretti her og førti her, men ikke hva det blir.*
> *Elev 3: Det blir 100.*
> *Lærer: Hvordan kom du frem til det?*
> *Elev 3: Det er bare å ta 50+50.*
>
> *Lærer: Hva hvis vi skulle telt alle klossene i hele den boksen da? Hvordan kunne vi gjort det enklest for oss selv?*
> *Elev 3: Jeg tror det er lettere å telle hvis alle lager en tier hver og setter de sammen til hundrere. Liksom ti, ti, ti, ti, ti, også blir det 100.*
> *Lærer: Hvis vi tenker oss at vi hadde gjort det Elev 3 sier. Hvordan vet vi hvor mange det er da? Om vi teller med hundrere?*
> *Elev 5: Det er lett. Det er som å telle med 10, bare at vi legger på en null.*

I disse to utdragene snakker Elev 3 og Elev 5 om matematikk høyt i klassen, og forteller hvordan han mener ulike situasjoner kan løses. Elev 3 gir likevel ingen videre forklaring på hva eller hvordan han tenker. I det første utdraget foreslår han en enklere måte å regne ut 10+20+30+40 på, ved å trekke sammen to og to av tallene slik at regnestykket blir 50+50. Han forklarer likevel ikke hvordan han kommer frem til dette før senere i samtalen, da læreren spør om en mer utdypende forklaring.

I det andre utdraget kommer både Elev 3 og Elev 5 med påstander om at det er effektivt å telle store mengder med hundre om gangen, men ikke hvorfor. Konklusjonen blir derfor at elevene snakker om matematikk i klasserommet uten begrunnelse og kodes derfor som «tenke høyt». Ser en disse utdragene isolert fra resten av samtalen kan det virke som om elevene ikke er kapable til å begrunne tankene sine. Ser en imidlertid videre på samtalene hvor læreren eksplisitt krever begrunnelser gjennom spørsmålene hun stiller, ser vi at elevene i mange tilfeller er i stand til dette.

«Bevisbygging», er til forskjell fra «tenke høyt» en respons som inkluderer begrunnelse eller forklaring. Eksempler på elevrespons som er blitt kodet som bevisbygging er markert i utdragene nedenfor:

> *Lærer: Også lurer jeg på, hva mente dere med at dere begynte på nytt etter dere hadde fått 100?*
> *Elevpar 1: Ehm, vi lagde ti tierstaver og det blir hundre fordi ti tiere er hundre. Også begynte vi på en ny tierstav, også en til. Så vi lagde hundre først, så begynte vi på nytt og fikk to tierstaver som er tjue. Så vi fikk, ehm 100 + 20 som er 120.*
>
> *Elev 3: Det er bare ta 50+50.*
> *Lærer: Oi, kan du prøve å forklare oss andre hvordan du tenkte nå?*
> *Elev 3: Jeg tenkte, fordi 30+20 er 50 og 10+40 er 50. Så blir 10+20+30+40 egentlig det samme som 50+50. Og 50+50 er 100.*

I disse utdragene ser vi at elevene forklarer det de har tenkt, og begrunner svarene matematisk. I motsetning til responsen som ble kodet som «tenke høyt», bruker elevene blant annet ord som «fordi» for å si noe om hvordan de kom frem til løsningene, som i eksemplet «det blir hundre fordi ti tiere er hundre». Her viser eleven at han har en forståelse av, eller i hvert fall vet, hvor mange tiere 100 består av. I det andre utdraget ser vi at Elev 3 er kapabel til å begrunne sine påstander «det blir 100» fordi «det er bare å ta 50+50», om hvorfor 10+20+30+40 blir 100, som tidligere ble kodet som «tenke høyt». Her viser eleven at han umiddelbart ser at 30+20 og 10+40 er 50, og at dette er en mer effektiv måte å legge sammen de fire tallene på. En kan trekke paralleller mellom elevens utsagn og den kommutative lov. Eleven viser at hvilken rekkefølge han legger sammen tallene ikke har noe å si for resultatet. I tillegg til å inneholde elevenes tanker, består disse responsene av begrunnelser for tankene. Derfor er de kodet som «bevisbygging».

Ilaria (2009) beskrev «bevisbygging» som en kategori hvor elevsvarene ofte er lenger fordi de inneholder elevenes tanker i tillegg til en begrunnelse. Dette stemmer overens med eksemplene ovenfor. Jeg opplevde midlertidig at det til tider var vanskelig å skille kategoriene «tenke høyt» og «bevisbygging», spesielt om elevresponsen var lengre svar som «Jeg tror det er lettere å telle hvis alle lager en tier hver og setter de sammen til hundrere. Liksom ti, ti, ti, ti, ti, også blir det 100». I dette utsagnet sier eleven at det er lettere å telle store mengder om man lager tiere, for så å sette de sammen til hundrere, slik at man kan telle med hundre om gangen. Dette kan ligne på bevisbygging fordi forslaget hans er at alle lager hver sin tier og at disse kan bli til hundrere. Samtidig sier eleven verken noe om hvor mange tiere som trengs, hvorfor det er effektivt å telle med hundre eller hvordan en teller med hundre. Den avgjørende faktoren ble altså at elevsvaret ikke inneholdt en begrunnelse for tenkingen hans. Det ble derfor kodet som «tenke høyt». I det andre utsagnet kan det se ut som at eleven forklarer hvorfor han mener det er mest effektivt å telle med ti. Samtidig er ikke «for det er så lett» en matematisk begrunnelse, noe som gjør at også dette elevsvaret kodes som «tenke høyt».

4.3 Sammenheng mellom lærerspørsmål og elevrespons

For å kunne si noe om hvordan de kognitivt krevende spørsmålene påvirker de matematiske samtalene, må vi også se på sammenhengen mellom spørsmålene og elevresponsene de frembringer. I dette delkapittelet er derfor tabellene med antall spørsmål og elevrespons i de ulike kategoriene slått sammen. Tabell 11 viser en oversikt over hvilke elevsvar de ulike spørsmålstypene fremprovoserte. Økt 1 og økt 2 er her slått sammen. Responskategoriene er forkortet i denne tabellen for å få plass. IB betyr for eksempel «ikke-bidrag» osv.

Lærerspørsmål/Elevrespons	IB	Sv	SL	Be	Av	TH	Bb	**Totalt**
Samle informasjon	1	8	4	0	2	7	2	**24**
Repetere som spørsmål	0	6	1	4	8	6	0	**25**
Skape retning og fokusere	0	1	0	0	1	2	2	**6**
Koble sammen og anvende	0	0	0	0	0	1	0	**1**
Utforske mat. betydninger/sammenhenger	0	1	0	0	1	3	0	**5**
Få elevene til å forklare tankegang	5	9	0	2	3	19	17	**55**
Skape diskusjon	1	0	0	2	0	6	2	**11**
Utvide tenkning	0	0	0	0	0	7	1	**8**
Totalt	**7**	**25**	**5**	**8**	**15**	**51**	**24**	**135**

Tabell 11: Sammenheng mellom lærerspørsmål og elevrespons - økt 1 og 2 slått sammen

Tabell 11 viser hvilke responstyper alle spørsmålene som ble stilt i øktene fremprovoserte. Den er likevel markert med rødt rundt de tre spørsmålskategoriene som inneholder kognitivt krevende spørsmål, da det er disse studien setter søkelyset mot. Av tabellen ser vi først og fremst at spørsmålskategorien «få elevene til å forklare tankegang» er den som har desidert flest elevresponser, og da spesielt i kategoriene «tenke høyt» (TH) og «bevisbygging» (Bb). Dette er de to kategoriene Ilaria (2009) beskriver som i størst grad inneholder elevenes matematiske tenkning, og derfor tyder på matematiske diskusjoner. Samtidig som fremprovoserer denne spørsmålskategorien også respons av typen «svar». «Svar» kategoriseres som en responskategori med lave kognitive krav.

4.3.1 Kognitivt krevende spørsmål fremprovoserer både lite og mye verbalisering

Jeg ønsker videre å trekke frem noen utdrag hvor «få elevene til å forklare tankegang» fører til ulik respons for å se nærmere på hva som skjer i samtalen ved slike initiativ, og om det er mulig å si noe om hva som påvirker dette. Eksempler hvor «få elevene til å forklare tankegang» fremkaller responsen «tenke høyt» ser vi i følgende utdrag:

Lærer: Hvordan tenkte dere da Elevpar 6?
Elevpar 6: Vi tok bare en tier, en tjuer, en tretti og en førti.
Lærer: Oi så dere bygde ti, tjue, tretti og førti. Så dere økte med 10 for hver. Hvordan kan man klare å telle hvor mange det er til sammen da?
Elevpar 6: Vet egentlig ikke, for vi bare sorterte.
Elev 3: Det blir 100.

Lærer: Hva kan det dere ser på bildet ha med tall å gjøre
Elev 7: Ehm, pengene. Det er forskjellige tall på pengene, noen er tiere, noen er tjuekroninger, en femtilapp og en hundrelapp.
Elev 8: Man kan si 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100.
Elev 9: Man kan faktisk telle med tjue og, ikke bare ti.
Lærer: Oi, det er spennende. Hvordan kan man gjøre det tenker du?
Elev 9: Båre sånn 20, 40, 60, 80, 100

Her ser vi at spørsmålene som skal få elevene til å forklare tankegang er stilt ganske åpent. «Hvordan tenkte dere?» kan i utgangspunktet fremme elevenes forklaringer og begrunnelser av strategier, samtidig som at det ikke nødvendigvis trenger å oppfattes som at læreren spør om noen form for begrunnelse eller argumentasjon. «Hvordan tenkte dere?» kan oppfattes ulikt for hvert enkelt individ, kanskje ut ifra hva de er vant til at læreren forventer. I disse utdragene virker det som om elevene ikke tenker, eller føler det er forventet, at det trengs noen videre forklaring på det de sier. I det første utdraget hvor læreren spør hvordan man kan klare å telle hvor mange det er til sammen i en strategi hvor en øker med ti for hver stav (10+20+30 osv.), søker hun en forklaring på strategien og ikke nødvendigvis svaret. Elev 3 responderer likevel med svaret uten videre begrunnelse. Her kan det tenkes at dette oppstår fordi Elev 3 bare vet svaret og ikke ser noen grunn til å forklare. Det kan også tenkes at Elev 3 kan regne ut tilfellet av 10+20+30+40, men ikke nødvendigvis si noe om en slik strategi generelt. Er dette tilfellet, vil «tenke høyt» oppstå i stedet for «bevisbygging» som læreren er ute etter, fordi eleven ikke sitter inne med den matematiske kunnskapen for å kunne begrunne strategien.

Eksempler hvor «få elevene til å forklare tankegang fremkaller responsen «bevisbygging» ser vi imidlertid i følgende utdrag:

Lærer: Hvilken metode tenker dere er den beste da? Som gjør det lettest eller mest effektivt å telle?
Elev 7: Jeg synes i hvert fall det er mye lettere å telle ti og ti, ikke tjue og tjue.
Lærer: Hva er det som gjør at du tenker det er lettere å telle med ti enn tjue da?
Elev 7: Fordi det er så lett å telle med tiere. Tigangen er som engangen, bare med null bak alle tallene. Og da er det lett å huske hvor mye man skal legge på for hver. Liksom, har du tre staver, så blir det 10,20,30. Det er nesten som å telle en, to, tre. Og jeg ser det nesten uten å telle og, for 10 gange 3 er tretti. Vi lærte ti gangen i første klasse.

Lærer: Jaha, hvilken metode brukte dere for å komme frem til det?
Elevpar 7: Vi lagde mange tiere. Men den siste ble 12. Så vi lagde 12 tiere og en tolver. Så det blir jooo. Ehm. 112. Nei, 120 + 12. Ehm, 132.
Lærer: Oi, det var mange. Hvorfor lagde dere en tolver til slutt da?
Elevpar 7: For å bruke opp de siste. Siden det ikke var nok til en ny tier, så satt vi den bare på den siste. Det blir det samme som en tier og to enere. (Tenkepause). Ja, ehm, da kan vi si 13 tiere og to enere til sammen da.

I disse utdragene ser vi at «bevisbygging» oppstår som respons til spørsmål av kategorien «få elevene til å forklare tankegang», i det de blir benyttet som oppfølgingsspørsmål. I utdragene har læreren tidligere stilt et «få elevene til å forklare tankegang»-spørsmål og fått elevrespons av typen «tenke høyt». Ved å benytte denne responsen i et oppfølgingsspørsmål, oppnår hun i disse tilfellene at elevene begrunner sine tanker og strategier ytterligere. I det første utdraget starter for eksempel læreren med et åpent spørsmål i form av hvilken metode elevene mener er mest hensiktsmessig. Dette krever ikke nødvendigvis en begrunnelse og Elev 7 responderer kun med svaret på spørsmålet - strategien han mener er best. I oppfølgingsspørsmålet som forekommer av denne responsen, snevrer imidlertid læreren inn spørsmålet og følger opp med *hvorfor* i form av «hva er det som gjør den best?». Dette krever, i motsetning til det første spørsmålet, elevens begrunnelser. Elev 7 begrunner hvorfor han mener det er lettest å telle med tiere fordi tigangen er «som å telle en, to, tre» fordi «tigangen er som engangen, bare med null bak». Elevene på 2.trinn kan ikke nødvendigvis begrepene for titallsystemet og posisjonssystemet vi benytter, men det er dette han bruker for å begrunne sin påstand, og responsen blir derfor «bevisbygging».

Eksempler på situasjoner hvor elevene responderte med «svar» på spørsmål av typen «få elevene til å forklare tankegang» ser vi i følgende utsagn:

> *Lærer: Hvordan tenkte dere da dere skulle løse oppgaven Elevpar 3? Hva begynte dere med?*
> *Elevpar 3: Vi fikk 65.*

I dette tilfellet kan det, på lik linje med da responsen ble «tenke høyt», tenkes at elevene ikke oppfattet at det trengtes noen videre forklaring, da de uansett visste svaret. Læreren spør om elevenes fremgangsmåter for tellingen av klossene, men elevene responderer med hvor mange de fikk. Det kan tenkes at elevene her oppfattet svaret på oppgaven som antallet klosser de hadde, selv om den egentlig gikk ut på å oppdage de mest hensiktsmessige tellestrategiene. Mange oppfatter matematikkfaget som et fag hvor en alltid skal komme frem til en riktig løsning, gjerne i form av et tall. Det kan tenkes at elevene var mer opptatt av dette i denne situasjonen. Det kan også tenkes at de var fornøyde med å ha telt så mange klosser, og derfor ville dele antallet de hadde kommet frem til.

4.4 Samtalemønstre som oppstår

4.4.1 IRF/q-struktur

Slik det kommer frem av teorikapitlet er det IRE-mønstret, samt utvidelsen, IRF/q, som ofte blir benyttet i matematikkundervisning. I tillegg til disse, er også trakteffekten et utbredt fenomen som oppstår i mange matematikksamtaler. Store deler av samtalene i de to undervisningsøktene i denne studien domineres av ulike varianter av samtalemønstret IRq. Følgende utdrag viser et eksempel på dette:

Lærer: Hvordan tenkte dere da, Elevpar 6? (I^1)
Elevpar 6: Vi lagde en tierstav, en tjuestav, en trettistav og en førtistav vi. (R)
Lærer: Oi, så dere bygde ti, tjue, tretti og førti. Dere økte med ti for hver stav? Hvorfor gjorde dere det? (q)
Elevpar 6: Vet egentlig ikke, vi bare sorterte på en måte. Så jeg vet det er ti her, tjue her, tretti her og førti her, men ikke hva det blir til sammen da. (R)
Elev 3: Det er bare ta 50+50. (R)
Lærer: Oi, kan du prøve å forklare oss andre hvordan du tenkte nå? (q)
Elev 3: Jeg tenkte, fordi 30+20 er 50 og 10+40 er 50. Så blir 10+20+30+40 egentlig det samme som 50+50. Og det er 100. (R)
Lærer: Skjønte dere andre hvordan Kristian tenkte? (q)
Elev 4: Ja. Fem tiere og fem tiere blir hundre. (R)
Lærer: Hva med dere Knut og Silje? Hvordan løste dere oppgaven? (I^2)

Her setter læreren i gang et spørsmål om hvordan Elevpar 6 har tenkt i arbeidet med telleoppgaven (I^1), en eller flere elever svarer på lærerens initiativ (R), læreren lytter til elevene etterfulgt av at hun stiller oppfølgingsspørsmål eller nye spørsmål, basert på elevenes respons (q). Det er sjeldent samtalene ender med at læreren avslutter sekvensen med å evaluere eller gi tilbakemelding, slik IRE-mønstret beskrives. I de fleste tilfellene, slik som her, er det elevene som har det siste ordet før læreren går over til å spørre andre elever om sin strategi eller nye spørsmål som omhandler noe annet eller «nytt» (I^2).

I utdraget ser vi at IRq-strukturen fører til at elevene legger til mer og mer informasjon til utgangsspørsmålet (I^1) for hvert oppfølgingsspørsmål (q). Sekvensen avsluttes med at læreren går over til å spørre et nytt par om deres strategi (I^2) da hun ser seg fornøyd med elevenes forklaring og Elev 3s bidrag til en felles forståelse for hvordan en kan legge sammen 10+20+30+40. I dette utdraget er strukturen for samtalen (I^1-R-q-R-R-q-R-q-R) - (I^2). Dette vil si at samtalen ikke nødvendigvis består av annenhver elev- og lærer-bidrag (I-R-q), men at det er rom for flere elevbidrag mellom hvert oppfølgingsspørsmål. Vi kan se flere eksempler på dette i utdragene under:

Lærer: Hva ser vi på dette bildet? (I)
Elev 1: Penger (R)
Elev 2: Mange klosser (R)
Elev 3: En hundrelapp (R)

Lærer: Hvor mange tjuekroninger er det i en hundrelapp? (I)
Elev: Fem. (R)
Elev: 100 er også det samme som ti tiere, eller to femtier. Eller 100 enere. (R)

Lærer: Hvilke av alle metodene som er foreslått nå synes dere fungerte best? Bruk litt tid på å tenke nå. Hvis dere skulle telt igjen, og være mest mulig effektiv, hvilken ville dere valgt? (I)
Elev 1: Jeg synes den med å lage tiere var ganske bra. Sånn som Elevpar 7. Liksom tiere og tiere og tiere, også de ekstra ved siden av. (R)
Elev 3: Jeg synes også den med tierstaver. Fordi da vet man jo at man har ti på hver. Og da er det bare å telle oppover med tiere. (R)
Elev 8: Jeg synes egentlig det var best å bare telle en og en jeg. (R)
Elev 4: Jeg synes den til Elevpar 6 var best. Den der det ble 10 mer for hver stav. (R)

Her stiller læreren kollektive spørsmål som ikke er rettet mot en enkelt elev, og vi ser at flere elever melder seg på samtalen uten at det nødvendigvis må gå via læreren.

IRE/F/q-strukturen har, av flere forskere, blitt beskrevet som en struktur hvor læreren står for den første komponenten - initiativet til samtalen (Drageset, 2014b; Lawrence & Crespo, 2016; Lim et al., 2019). Dette stemmer overens med mange, men ikke alle, sekvensene i dette datamaterialet. I følgende utdrag ser vi et eksempel hvor en elev initierer med et spørsmål:

Lærer: Hvordan telte dere klossene deres? Hvilken metode brukte dere? (I_L)
Elevpar 5: Vi prøvde først å lage tjuerstaver, siden det var litt gøyere enn tierstaver, men det var litt vanskeligere å telle. (R)
Elev 9: Hva blir egentlig 20 pluss 20? Blir det 12? (I_E)
Lærer: Ja, hva blir 20 pluss 20? To tiere og to tiere. (q)
Elev 2: 14? (R)
Elev 10: Ehm 49? (R)
Lærer: Du tror 49. Hvordan tenkte du for å komme frem til 49? (q)
Elev 10: Jeg vet egentlig ikke. (R)
Lærer: Er dere andre enige i 49 da? (q)
Elev 3: Jeg tenker 40. (R)
Lærer: Du tenker 40. Hvorfor det? (q)
Elev 3: Fordi. Ehm. Jeg tror det er fordi jeg sier 10, 20, 30, 40. Liksom, jeg teller med tiere, og tjue er to tiere, så det blir fire tiere. (R)
Elev 10: Ja. Man kan bare tenke at 2+2 er 4. Så 20+20 er 40. (R)

Her oppstår elevens spørsmål (I_E) midt i en samtale hvor læreren egentlig initierte med et spørsmål (I_L) om hvilken strategi Elevpar 5 benyttet i telleoppgaven. Da Elevpar 5 sier de prøvde å telle med 20 om gangen, undrer Elev 9 seg over hvor mye 20 pluss 20 blir til sammen. Her virker det som om læreren opplever Elev 9s spørsmål som interessant og relevant for samtalen, og derfor følger det opp som et utgangspunkt i diskusjonen. Hva 20 pluss 20 er til sammen er ikke nødvendigvis noe læreren har planlagt å diskutere, men velger å sette av tid til da flere elever er usikre på det.

Både i dette og i det forrige utdraget kan vi se at store deler av samtalene er strukturert i et mønster som vekseler mellom elevrespons og oppfølgingsspørsmål. En struktur som for eksempel I-R-R-R-q-R-q-R-q-(I), altså at samtalene dominerer av flere elevresponser og oppfølgingsspørsmål, før læreren beveger seg over i nye spørsmål, er typiske i datamaterialet.

4.4.2 Tilfeller av IRE-struktur og trakteffekten
Det typiske IRE-mønstret oppstår også i noen få tilfeller i oppstarten av begge undervisningsøktene, og henger sammen med spørsmålene som er blitt kodet som «samle informasjon» hvor elevene blir spurt om snevre fakta. I følgende utdrag ser vi eksempler på IRE-struktur:

Lærer: Hva ser vi på dette bildet? (I)
Elev: Penger (R)
Elev: Mange klosser (R)
Elev: En hundrelapp (R)
Lærer: Ja, det ser vi. (E)

Lærer: Hvor mange tjuekroninger får vi plass til i en hundrelapp? (I)
Elev: Fem (R)
Elev: 100 er også det samme som ti tiere, eller to femtier. Eller 100 enere. (R)
Lærer: Det er helt riktig. (E)

Lærer: Hvor mye er ti tiere? (I)
Elev: Ti (R)
Lærer: Riktig. (E)

Her introduserer læreren elevene til økten, og spørsmålene krever kun enkle svar. Målet med spørsmålene er å koble kjente fakta og elevenes forkunnskaper til det de skal arbeide med. Det forventes derfor at elevene vet svaret på det læreren spør om. Hvor mange tiere og tjuekroninger en hundrelapp består av er for eksempel allerede kjent for elevene. På grunn av dette forventes ingen utdypende forklaringer og læreren avslutter sekvensene med å bekrefte at elevene svarer rett.

Av samtalene som oppsto i de to undervisningsøktene, besto de fleste sekvensene av at elevene forklarte sine strategier og begrunnet disse. Da målet med øktene var at elevene skulle oppdage og erfare ulike tellestrategier på mengder opptil 100, var dette en utforskende situasjon hvor læreren ikke nødvendigvis hadde spesifikke løsninger eller strategier hun ønsket at elevene skulle bruke. Samtidig var det et mål å diskutere hvilke metoder som var effektive og ikke, samt ønskelig at elevene kunne begrunne sine valg. Hadde ikke elevene noen matematisk begrunnelse forsøkte læreren derfor å hjelpe de til å forstå hvorfor enkelte metoder kunne være mer effektive. I følgende utdrag ser vi et eksempel på dette:

Lærer: Hvilke av alle metodene som er foreslått nå synes dere fungerte best? Bruk litt tid på å tenke nå. Hvis dere skulle telt igjen, og være mest mulig effektiv, hvilken ville dere valgt?
[tre andre elever kommer med forslag]
Elev 4: Jeg synes den til Elevpar 6 var best. Den der det ble ti mer for hver stav.
Lærer: Hvorfor synes du den var best da Elev 4?
Elev 4: Jeg synes den var kulest.
Lærer: Så du tenker den er best for å telle alle klossene mest mulig effektivt?
Elev 4: Ja. Ti pluss 20 pluss 30 pluss 40 er 100. Lett det!
Lærer: Hva om det hadde vært et annet antall enn 100 da? Eller litt mer?
Elev 4: Ehm, nei det er kanskje ikke så lett da. For det er egentlig litt vanskelig å telle liksom 30 + 40 og sånn. Og hvis man skulle lagt på enda mer. Nei, det får jeg ikke til. Men akkurat her var det 100 da, så da funket den bra. Men det gikk kanskje fortere å telle med ti og ti. For jeg måtte få hjelp av Elev 3 for å klare å telle den 20 pluss 30-greia.
Lærer: Ja, og det var jo den mest effektive måten vi skulle prøve å finne. Og du sier selv det går raskere å telle med ti og ti?
Elev 4: Ja, da er det nok bedre med tiere tror jeg. Det går nok fortere. Det går i hvert fall fortere enn å telle en og en, for det tar veldig lang tid.

Lærer: Ja, så du tenker at når vi samler det i bunker på ti så blir det på en måte ikke like mange å telle som når vi må telle en og en?
Elev 4: Ja.

Da læreren ikke får en matematisk begrunnelse for hvorfor Elev 4 mener metoden til Elevpar 6 er mest hensiktsmessig her, ser det ut som om hun prøver å få han til å tenke over om den kan gjelde for andre tall. Dette kan være for å få eleven til å se at metoden ikke nødvendigvis er så effektiv likevel. Det virker som om læreren ønsker at eleven skal se på strategien hvor en teller med ti om gangen som den mest hensiktsmessige i denne situasjonen, og vi kan se antydninger til det Brousseau (1997), og Kang og Kilpatrick (1992) beskriver som trakteffekten. Eleven er selv den som foreslår at «det gikk kanskje fortere å telle med ti og ti» da læreren spør om metoden ville fungert på andre mengder enn akkurat 100, og noen av spørsmålene læreren stiller kan kanskje også sees på som fokuseringsspørsmål. Et eksempel er da læreren sier «du sier selv at det går raskere å telle med ti og ti?», for å få eleven til å fokusere på og diskutere denne strategien ytterligere. Det siste spørsmålet læreren stiller i dette utdraget får meg likevel til å tenke at det oppstår en slags trakteffekt. Eleven sier «det tar veldig lang tid» å telle en og en, og læreren foreslår en annen måte å si dette på. Samtidig legger hun kanskje ordene i munnen på eleven ved at det er hun som beskriver *hvorfor* det tar lang tid. Som nevnt i kapittel 4.1 under spørsmålskategorien «repetere som spørsmål» er det ikke sikkert det er nettopp dette eleven i utgangspunktet tenker, men det er dette samtalen konkluderes med.

5 Diskusjon

I denne delen av oppgaven vil resultatene diskuteres opp mot teori og tidligere forskning. Utgangspunktet for studien var å undersøke hvordan kognitivt krevende spørsmål kan påvirke matematiske samtaler på 2.trinn. For å kunne svare på dette ble to delspørsmål utviklet: «Hvilke sammenhenger ser vi mellom kognitivt krevende spørsmål og elevenes respons?» og «hvilke samtalemønstre oppstår ved brukt av kognitivt krevende spørsmål?». I følgende del av oppgaven vil disse bli diskutert.

5.1 Ikke bare kognitivt krevende spørsmål ble benyttet

«Få elevene til å forklare tankegang», «skape diskusjon» og «utvide tenkning» er de tre spørsmålskategoriene som i størst grad stiller høye kognitive krav til elevene. Dette på grunnlag av at de legger opp til at elevene må forklare, begrunne, diskutere og utvide eller generalisere situasjoner (Chapin et al, 2009; Smith & Stein, 1998; Wilhelm, 2014). I læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2013, s.4) trekkes muntlige ferdigheter frem som viktig, og også her kan disse tre spørsmålskategoriene kobles med læreplanens intensjoner. For at elevene i det hele tatt skal kunne snakke om matematikk, må de oppmuntres og oppfordres til dette. Spørsmål som «få elevene til å forklare tankegang» kan få elevene til å argumentere og kommunisere strategier. Spørsmål som «skape diskusjon» kan oppmuntre elevene til å samtale, drøfte problemer, løsninger og strategier med andre. Ved å benytte spørsmål som «utvide tenkning» kan elevene få muligheten til å drøfte og generalisere ideer og strategier.

Ut ifra resultatene så vi at det i begge undervisningsøktene var spørsmålskategorien «få elevene til å forklare tankegang» som dominerte. Selv om spørsmålskategoriene «skape diskusjon» og «utvide tenkning» også er beskrevet som kognitivt krevende, ble disse derimot lite brukt. «Samle informasjon» og «repetere som spørsmål», to kategorier som beskrives som lite kognitivt krevende, var imidlertid de mest brukte spørsmålskategoriene etter «få elevene til å forklare tankegang». Til tross for at hovedfokuset i undervisningsøktene skulle være kognitivt krevende spørsmål, benyttet med andre ord læreren også en god del spørsmål med lave kognitive krav.

For å inkludere flest mulig elever i samtalene og variere samtalemønstrene er det viktig at læreren stiller varierte spørsmål (Boaler & Brodie, 2004; Ulleberg & Solem, 2018). Å opprettholde noe variasjon, samt oppnå at undervisningsøktene skulle oppleves som så naturlige som mulig for elevene, var ønskelig i denne studien. Chapin et al. (2009) beskriver viktigheten av bevisst bruk av kognitivt krevende spørsmål, men påpeker likevel at selv om lavt kognitive spørsmål sjeldent bidrar til diskusjoner, kan de være et utgangspunkt for en samtale bestående av en gradvis utvikling av kognitive krav. Ved å starte med enkle, korte spørsmål for å sjekke elevenes forkunnskaper eller forståelse, kan en koble elevene på og hente frem kunnskaper de allerede har for videre utforsking og arbeid (Chapin et al., 2009). Slik ble også de lite kognitivt krevende spørsmålene benyttet i de to matematikkøktene. Læreren startet for eksempel øktene med å spørre elevene hvor mange tiere hundre består av, eller hvor mange femmere en tjuekroning består av. Dette var allerede kjent for elevene, men ble brukt som en repetisjon i introduksjonen for å koble de på, samt være utgangspunktet for videre spørsmål som forventet forklaringer, begrunnelser og tanker senere i øktene.

Spørsmål av typen «repetisjon som spørsmål» kan også, selv om de kategoriseres som lite kognitivt krevende, være en verdifull mulighet til å hjelpe resten av elevene med å følge samme tankegang som elever som bidrar med interessante ideer. Sånn sett kan de være spesielt viktige i en helklassesamtale. Lim et al. (2020) skriver at for å klare å skyve klasseromsdiskursen mot elevenes tenkning, må oppfølgingsspørsmål baseres på elevenes ideer, satt i gang av deres egne tanker og spørsmål. Også ved å støtte elvene i å gjenta sitt eller andres resonnement kan være et skritt mot denne retningen – det viser at det ikke bare er læreren som lytter, svarer og verdsetter elevens ideer, men også resten av klassen. Ved å spørre elevene om å omgjøre eller utdype sine egne tanker, ble de og de andre elevene oppfordret til å lytte og gi mening til ideene. Dette bidro til at elevenes tanker ofte ble kilden til diskusjonene i klasserommet.

Et gjennomgående funn i tidligere forskning er at spørsmålene lærere stiller i matematikkundervisning ofte er lukkede og med lave kognitive krav. Spørsmål med høye kognitive krav sees derfor på som en mangelvare (Boaler & Brodie, 2004; Ilaria, 2009; Myhill, 2006). Selv om de lavt kognitive spørsmålskategoriene «samle informasjon» og «repetere som spørsmål» var de nest mest benyttede kategoriene i denne studien, var likevel «få elevene til å forklare tankegang» benyttet over dobbelt så mange ganger som «repetere som spørsmål», og nesten fire ganger så mange ganger som «samle informasjon». Dette betyr at samtalene dominerte av kognitivt krevende spørsmål, og at intensjonen om å i størst grad benytte slike spørsmål ble opprettholdt. Samtidig viser resultatene at en ikke nødvendigvis må stille kognitivt krevende spørsmål for å oppnå kognitivt krevende respons, da for eksempel også «samle informasjon» framprovoserte noen elevresponser av typen «tenke høyt» og «bevisbygging».

5.2 Kognitivt krevende spørsmål gir mange, men ikke nødvendigvis bare, kognitivt krevende svar

Av resultatene så vi at kategorien «tenke høyt» dominerte blant elevsvarene i begge øktene, og at også «bevisbygging» og «svar» ble benyttet relativt ofte. I og med at «svar» var den andre mest hyppige responskategorien tyder det på at datamaterialet i denne undersøkelsen til en viss grad går overens med Ilarias (2009) resultater hvor «svar» dominerte resultatene. Samtidig var det nesten dobbelt så mange responser av kategorien «tenke høyt» som «svar», noe som kan tolkes som at lærerens spørsmål fremkalte elevtenkning som en del av samtalene i større grad enn i Ilarias studie. Den tredje hyppigste responskategorien, «bevisbygging», tyder også på at elevene i flere tilfeller har gjort rede for sine matematiske tanker med begrunnelser.

De tre kategoriene «tenke høyt», «bevisbygging» og «svar» er de mest brukte kategoriene blant elevene ut ifra alle spørsmålene som ble stilt. I og med at problemstillingen i denne studien går ut på å se etter hvordan samtalene ble påvirket av kognitivt krevende spørsmål, er det de tre spørsmålskategoriene «få elevene til å forklare tankegang», «skape diskusjon» og «utvide tenkning», og responsene disse fremprovoserte, som vil være hovedfokuset for den videre diskusjonen.

Lærerspørsmål/Elevrespons	IB	Sv	Be	Av	TH	Bb	**Totalt**
Få elevene til å forklare tankegang	5	9	0	3	19	17	**53**
Skape diskusjon	1	0	2	0	6	2	**11**
Utvide tenkning	0	0	2	0	7	1	**10**
Totalt	**6**	**9**	**4**	**3**	**32**	**20**	**74**

Tabell 12: Elevresponsen til de kognitivt krevende spørsmålskategoriene

Fokuserer vi kun på de tre kognitivt krevende spørsmålskategoriene, ser vi av tabell 12 at det er til sammen 74 elevresponser. Vi ser at 32 responser befinner seg i «tenke høyt» og at 20 responser er i kategorien «bevisbygging». Dette vil si at 52 av 74 elevresponser er innenfor kategorien «tenke høyt» eller «bevisbygging», og kan tyde på at den mest direkte måten å få frem elevenes tenkning, er å spørre dem hvordan de tenker. Samtidig viser også resultatene at ni responser er i kategorien «svar», og seks responser er i kategorien «ikke-bidrag». Dette er de to responskategoriene som inneholder minst verbalisering av elevenes matematiske tenkning.

5.2.1 Kognitivt krevende spørsmål som fremprovoserer respons med lite verbalisering av matematiske tanker

Selv om andelen responser av typen «svar» og «ikke-bidrag» er benyttet i mye mindre grad enn «tenke høyt» og «bevisbygging», oppstår de likevel, og da spesielt av spørsmålstypen «få elevene til å forklare tankegang». Dette er elevresponskategorier Ilaria (2009) beskriver som lavt kognitivt krevende og som inneholder lite verbalisering av matematiske tanker.

Responsene som ble kodet som «ikke-bidrag» var utsagn som «vet ikke» eller som handlet om noe annet enn det elevene ble spurt om. Ilaria (2009) beskriver denne typen respons som typisk for elever som ikke ønsker å ta del i diskusjonen, ikke har nok kunnskap til å delta eller i det hele tatt nok kunnskap om hvordan en deltar i en diskusjon. Kognitivt krevende spørsmål kan være utfordrende for elevene, da de ofte legger opp til at de må beherske muntlige ferdigheter, samt snakke om prosedyrer, og ikke bare et resultat. Det kan tenkes at disse elevene syntes det var utfordrende å forklare hvordan de hadde tenkt, eller at de for eksempel hadde vært lite deltakende i pararbeidet og derfor ikke hadde noen forklaring på hvordan den andre på gruppa hadde tenkt. Flere forskere mener samarbeidslæring har positiv effekt på elevenes læring og prestasjoner i matematikk (Ding et al., 2007; Jebson, 2012). Ding (2007) mener også det er allment kjent at samarbeidslæring har positiv effekt på elevenes skoleprestasjoner. Det finnes likevel også forskning som viser at spesielt svake elever fort kan bli passive deltakere i en gruppe og at gruppearbeid kan forverre elevenes utgangspunkt og gjøre forskjellene mellom de suksessfulle og de mindre suksessfulle elevene enda større (Cohen et al., 1999; Good et al., 1990).

En av grunnene til at responskategorien «svar» ble fremprovosert av «få elevene til å forklare tankegang», kan være at elevene ikke forsto hva læreren etterspurte i spørsmålene sine. I de fleste tilfellene hvor responsen var «svar», kom elevene med *løsningen* på oppgaven, i form av totalt antall klosser de hadde fått som for eksempel «vi fikk 134», selv om læreren egentlig spurte *hvordan* de hadde løst den. Selv om elevene i begge klassene, ifølge læreren, var vant til et utforskende miljø med fokus på forklaring og begrunnelse, kan det tenkes at de også var opptatt av å «vise frem» at de hadde et konkret svar. I flere tilfeller der elevresponsen var «svar» etter «få elevene til å forklare tankegang», kunne læreren likevel følge opp med «og hvordan kom dere frem til det?» etterfulgt av at elevene responderte med utdypende forklaringer og begrunnelser som i følgende eksempel:

> *Lærer: Hvordan tenkte dere da dere skulle løse oppgaven Elevpar 3? Hva begynte dere med?*
> *Elevpar 3: Vi fikk 65.*
> *Lærer: Jaha, hvordan fant dere ut det? Hvilken metode brukte dere?*
> *Elevpar 3: Ehm, vi sortere de i farger og la de ved siden av hverandre, så la vi sammen alle til slutt.*

Her virket det som om elevene ikke hadde noe problem med å forklare, men at de ønsket å si svaret først. Eventuelt kan det tenkes at spørsmålet var så åpent at de trengte et mer innsnevret spørsmål for å vite at læreren faktisk etterspurte strategien de hadde benyttet. «Hvordan tenkte dere da dere løste denne oppgaven?» er et «få elevene til å forklare tankegang»-spørsmål som gikk igjen flere ganger i begge øktene. Elevene arbeidet i par og læreren ønsket å høre fremgangsmåtene og strategiene til hver enkelt par. Dette spørsmålet ga ulike responser i form av både «tenke høyt», «bevisbygging», «svar» og «ikke-bidrag». Grunnen til dette kan være at spørsmålet er såpass åpent at elevene ikke nødvendigvis er klar over hva læreren egentlig spør etter. Enkelte responderte med svaret på oppgaven i form av hvor mange klosser de hadde, slik vi ser i eksemplet ovenfor. Andre snakket om prosessen uten begrunnelse eller forklaring, mens enkelte også forklarte hvordan de hadde tenkt fra start til slutt og hvorfor. De elevene som responderte med et enkelt svar eller snakket uten forklaring, trengte oppfølgingsspørsmål som «hvordan tenkte dere for å komme frem til det?» eller «hva begynte dere med?» for å respondere med mer utdypende begrunnelser og forklaringer.

5.2.2 Kognitivt krevende spørsmål fremprovoserer respons med mye verbalisering av matematiske tanker

Responskategorien «tenke høyt» dominerer i dette datamaterialet. At denne kategorien er benyttet i større grad enn «bevisbygging» kan komme av ulike grunner som at spørsmålene var for vanskelige, at elevene ikke hadde nok kunnskap til å begrunne sine påstander matematisk, eller at de ikke var vant til å måtte begrunne eller argumentere for sine uttalelser. Samtidig betyr den store andelen av «tenke høyt» at elevene har delt tanker og ideer, noe som krever mer verbalisering enn om de kun responderer med «svar». Da Ilaria (2009) skulle se på hvilke spørsmålstyper som fremmet matematisk tenking og matematiske diskusjoner, så han spesielt på hvilke typer spørsmål som ga elevsvar i kategoriene «tenke høyt» og «bevisbygging». Han mente det var disse kategoriene som var mest verdifulle i forbindelse med matematisk tenking og matematiske diskusjoner.

Hyppigheten av «tenke høyt» og «bevisbygging» som ble framprovosert av «få elevene til å forklare tankegang» tyder altså på at elevene i mange tilfeller gjorde rede for sine matematiske tanker i samtalene. Spørsmålskategorien ga, som tidligere nevnt også respons med lite verbalisering, men mer innsnevrede oppfølgingsspørsmål ga imidlertid responskategoriene «tenke høyt» og «bevisbygging». Et eksempel på dette ser vi i følgende utdrag:

> *Lærer: Hvordan løste dere oppgaven Elevpar 7?*
> *Elevpar 7: Vi fikk over 100.*
> *Lærer: Jaha, hvilken metode brukte dere for å komme frem til det?*
> *Elevpar 7: Vi lagde mange tiere. Men den siste ble 12. Så vi lagde 12 tiere og en tolver. Så det blir jooo. Ehm. 112. Nei, 120 + 12. Ehm, 132.*

Det så altså ut til å oppstå et slags mønster der åpne spørsmål i kategorien «få elevene til å forklare tankegang» skapte lite verbal respons, mens innsnevrede spørsmål av samme typen fremmet elevenes begrunnelser for valg og metoder. Det kan tenkes at deltakernes alder spilte inn her. Elever på andre trinn er svært unge elever som ikke nødvendigvis er vant til matematiske samtaler. Samtidig kan det tenkes at ved å delta i slike samtaler over lengre tid, vil de erfare hva læreren forventer at de skal svare. Mønsteret vil derfor kunne endre seg på sikt.

Samtidig oppsto det også tilfeller hvor elevene responderte med «bevisbygging» som første respons til spørsmålskategorien «få elevene til å forklare tankegang». Det er vanskelig å finne noen klar sammenheng mellom spørsmålene som endte med å trenge oppfølgingsspørsmål for å fremkalle «bevisbygging» og de som ikke gjorde det, da de var relativt like. Det kan likevel tenkes at elevenes oppfatning av spørsmålet påvirket responsen. «Hvordan tenkte dere da dere løste denne oppgaven?» fikk, som nevnt tidligere, respons av både typen «tenke høyt», «svar» og «bevisbygging». Elevene som responderte med «bevisbygging» oppfattet kanskje spørsmålet som at det krevde deres forklaring av strategi og fremgangsmåte, i motsetning til elevene som responderte med «svar». Dette kan komme av hva de har erfart at kreves av et svar på en matematikkoppgave, eller hvilke spørsmål de er vant med at læreren stiller.

Selv om det er svært få tilfeller av spørsmålskategorien «skape diskusjon» i dette datamaterialet, dominerte likevel responsen på slike spørsmål av «tenke høyt». I og med at responsen dominerte av «tenke høyt» virket det som om spørsmålene var med på å koble flere elever på samtalene og at de oppfordret elevene til å dele tanker omkring metodene som ble diskutert, slik som i følgende eksempel:

> *Lærer: Hvilke av alle metodene som er foreslått nå synes dere fungerte best? Bruk litt tid på å tenke nå. Hvis dere skulle telt igjen, og være mest mulig effektiv, hvilken ville dere valgt?*
> *Elev 1: Jeg synes den med å lage tiere var ganske bra. Sånn som Elevpar 7 gjorde. Liksom tiere og tiere og tiere, også de ekstra ved siden av.*
> *Elev 3: Jeg synes også den med tierstaver. Fordi da vet man jo at man har ti på hver. Og da er det bare å telle oppover med tiere.*
> *Elev 8: Jeg synes egentlig det var best å bare telle en og en jeg.*

Her får flere av elevene mulighet til å melde seg på samtalen og dele hva de tenker, uavhengig av hva læreren nødvendigvis mener er rett eller best. Ved å invitere andre elever til å bidra i samtaler og diskusjoner, kan en utvikle en mer robust matematisk samtale. Ilaria (2009) hevder spørsmål som bringer frem diskusjon blant elevene er med på å la ideer flyte gjennom klasserommet og oppmuntre til produktive matematiske samtaler.

Spørsmålskategorien «utvide tenkning» er heller ikke benyttet nok til å kunne si noe generelt om hvilke elevresponser den fremprovoserte. De få spørsmålene som ble stilt ga likevel kun elevrespons i kategoriene «tenke høyt» og «bevisbygging». Da disse spørsmålene gikk ut på å utvide telleoppgaven og benytte tall elevene ikke nødvendigvis hadde jobbet med før, er det kanskje naturlig at så å si alle responsene var av typen «tenke høyt». Elevene hadde for eksempel telt med tiere før, mens det å telle med tjue om gangen var nytt for dem. Enkelte av elevene kunne telle med tjue opp til 120, men ikke videre, selv om de uttrykket at de visste at 20+20 var 40. Dette tolker jeg som at de ikke hadde noen innsikt i den underliggende strukturen i telleremsen, og at de ikke nødvendigvis var bevisste på at det var tjue mellom hvert av stegene i den. Dette kan samstemme med Truxaw og Defrancos (2008) uttalelse om at elever som prater i matematikk ikke nødvendigvis har forstått det de prater om, og at forklaringene må knyttes til matematiske ideer eller sammenhenger for at de skal vise matematisk forståelse. Her var hensikten med spørsmålene å starte en utvidelse av elevenes tanker om hoppetelling, og de matematiske ideene som lå til grunn var nytt for dem. Det var derfor ikke forventet at elevene skulle kunne begrunne tankene med «bevisbygging».

5.3 Kognitivt krevende spørsmål og samtalemønstre

For å kunne svare på det andre delspørsmålet om hvilke samtalemønstre som oppstår ved bevisst bruk av kognitivt krevende spørsmål, vil jeg i den følgende delen av diskusjonen drøfte omkring hvorfor disse samtalemønstrene oppsto, samt i hvilken grad de oppsto på grunn av de kognitivt krevende spørsmålene.

5.3.1 Kognitivt krevende spørsmål fører til oppfølgingshandlinger

Det typiske IRE-mønstret oppsto i noen få tilfeller i starten av begge undervisningsøktene og viste seg å henge sammen med spørsmålene som ble kodet som «samle informasjon» hvor elevene ble spurt om snevre fakta. Klette (2003) fant i sin studie at IRE i stor grad benyttes for å sjekke enkle faktakunnskaper og forkunnskaper. Cazden (2001) trakk også frem at elevene fikk faktaspørsmål som kunne besvares kort i et slikt kommunikasjonsmønster. I og med at et slikt mønster kun oppsto i introduksjonen av begge øktene, hvor læreren stilte snevre faktaspørsmål av typen «samle informasjon», kan dette tyde på at IRE-mønsteret oppsto i sammenheng med lite kognitivt krevende spørsmål og i situasjoner hvor læreren forventet at elevene allerede visste svaret. Dette tyder derfor også på at denne typen samtalemønster, i dette datamaterialet, ikke oppsto ved bruk av kognitivt krevende spørsmål.

Beskrivelsene av IRE-mønsteret står i kontrast til de fleste observerte mønstrene fra samtalene i denne undersøkelsen. Av resultatene så vi at det heller var høy forekomst av det Cazden (2001), Klette (2003) og Truxaw og Defranco (2008) kaller et IRF-mønster. Store deler av lærerens responser til elevene var noe mer enn en evaluerende tilbakemelding. Samtalemønstrene var i stor grad preget av oppfølgingsspørsmål, og spørsmål som oppmuntret til mer detaljrike forklaringer. På bakgrunn av dette tolker jeg de fleste samtalemønstrene i disse øktene for den utvidede formen av IRE, nemlig IRF, og da spesifikt Lim et als (2020) variant av IRF; IRq-mønsteret. Læreren satt i gang et spørsmål (I), en eller flere elever responderte (R), læreren lyttet til elevene etterfulgt av at hun stilte et oppfølgingsspørsmål eller nye spørsmål for å utvide diskusjonen (q) (Lim et al., 2020). Det var sjeldent samtalene endte med at læreren avsluttet sekvensen med å evaluere eller gi tilbakemelding. I de fleste tilfellene var det elevene som hadde det siste ordet før læreren gikk over til å stille nye spørsmål.

Dataene i denne studien viser ikke direkte *hvordan* læreren lyttet til elevenes ideer og fulgte de opp, men sier noe om lærernes oppfølgingshandlinger i form av oppfølgingsspørsmål. Det virker som om oppfølgingsdelen er viktig for at de kognitivt krevende spørsmålene i det hele tatt skal fungere. At det er selve oppfølgingen som gjør samtalen kognitivt krevende, ikke nødvendigvis spørsmålet. Samtidig er oppfølgingsspørsmålet en viktig del da det virker som om det må være av utforskende karakter og oppmuntre til forklaring, begrunnelser og diskusjon. Dette er faktorer som kjennetegnes av kognitivt krevende spørsmål slik de er definert i denne undersøkelsen. Hvis det er slik at en ideell interaksjon i matematikklasserommet består av at både læreren og elevene spør «hvorfor», for så å uttrykke sine tanker og resonnement med andre, kan en anta at kognitivt krevende spørsmål kan være et bidrag til slike gode matematiske samtaler, spesielt om de brukes som oppfølgingsspørsmål.

5.3.2 Oppfølgingsspørsmål fører til fokuseringsmønster

Ved første øyekast kan bruken av «få elevene til å forklare tankegang» som oppfølgingsspørsmål likne en slags trakteffekt. Trakteffekten beskrives som når læreren hjelper elevene med å komme til rett svar ved å forenkle spørsmålet. Ender hun opp med å forenkle spørsmålet mer og mer, kan det være begrensende for elevenes egen tenkning og utvikling. Brousseau (1997) beskrev trakteffekten ved at læreren på forhånd har bestemt hva det forventede svaret på en matematikkoppgave vil være. Derfor leder hun elevene frem til dette svaret gjennom eksplisitt eller implisitt hjelp. Måten læreren benytter seg av oppfølgingsspørsmål i denne studien tolker jeg som at skjer fordi læreren ønsker en annen, eller mer utdypende respons enn det elevene først gir. Endringen eller innsnevringen av spørsmålene blir likevel ulikt det Brousseau skriver om trakteffekten da spørsmålene ikke forenkles på samme måte, men heller blir omformulert eller mer tilspisset for å gjøre det mer eksplisitt hva læreren faktisk ønsker at elevene skal forklare. Dette gjør at sekvensen minner mer om Woods (1994) beskrivelse av et fokuseringsmønster. Dette mønsteret er preget av en utveksling hvor læreren stiller veiledende spørsmål for å få elevene til å fokusere på et gitt aspekt ved en aktivitet, oppgave, strategi eller løsning. Det er dette læreren til en viss grad gjør med sine oppfølgingsspørsmål. Hun fanger opp viktige eller interessante momenter ved elevenes respons, for så å snevre spørsmålet inn på dette for at det skal være fokuset for samtalen. Et eksempel på dette ser vi i følgende utdrag:

Lærer: Jaha, hvilken metode brukte dere for å komme frem til det?
Elevpar 7: Vi lagde mange tiere. Men den siste ble 12. Så vi lagde 12 tiere og en tolver. Så det blir jooo. Ehm. 112. Nei, 120 + 12. Ehm, 132.
Lærer: Oi, det var mange. Hvorfor lagde dere en tolver til slutt da?
Elevpar 7: For å bruke opp de siste. Siden det ikke var nok til en ny tier, så satt vi den bare på den siste. Det blir det samme som en tier og to enere. (Tenkepause). Ja, ehm, da kan vi si 13 tiere og to enere til sammen da

Her sier elevpar 7 at de har fått «12 tiere og en tolver». Dette synes læreren er interessant og trekker det frem i oppfølgingsspørsmålet «hvorfor lagde dere en tolver til slutt?». Her kan det tenkes at læreren så det som interessant at eleven ikke hadde gjort om de tolv siste til en tier og to enkle, da dette kan være en mer effektiv måte å legge det sammen på. 130+2 er for mange enklere enn 120+12. Oppfølgingsspørsmålet bevisstgjør elevpar 7 på dette, og de oppdager selv at det er det samme som «13 tiere og to enere». Wood (1994) hevder hensikten med et fokuseringsmønster er å snu diskusjonen tilbake til eleven. Elevene får muligheten til å reflektere over egen tenkning ved at læreren stiller fokuserende spørsmål, og det blir derfor eleven selv som får ansvaret for å løse situasjonen på den måten de ønsker. Dette virker å skje også i denne situasjonen.

5.3.3 Elevmedvirkning og elevinitiativ

Både Lim et al. (2020), som beskriver IRq-mønsteret, og forskning om IRF (Cazden, 2001; Klette, 2003; Lawrence & Crespo, 2016; Truxaw & Defranco, 2008) beskriver at det i slike mønstre er læreren som i hovedsak styrer samtalen da det er hun som initierer til dialogene, stiller spørsmålene og velger hva hun ønsker å følge opp. I utdragene fra samtalene i denne studien var det også læreren som styrte samtalen, i den forstand at hun stilte spørsmål og avsluttet eller førte dialogene videre. Samtidig var elevenes forklaringer i flere tilfeller lange og mange. Av resultatene så vi faktisk at det var flere elevresponser enn lærerspørsmål, noe som tyder på at lærerens uttalelser ikke dominerte i samtalene, og at elevene fikk gode muligheter til å snakke. Strukturen I^1-R-R-R-q-R-q-R-q-I^2, altså at samtalene domineres av elevrespons (R) og oppfølgingsspørsmål (q), før læreren beveger seg over i nye spørsmål (I^2), er typiske i flere av utdragene. En slik struktur tilsier at samtalene foregikk slik at flere elever meldte seg på, uten at det nødvendigvis måtte gå gjennom læreren. Jeg tolker det derfor som at elevene var like store, om ikke enda større, bidragsytere til samtalene som læreren. Dette datamaterialet skiller seg derfor ut fra datamaterialet hos for eksempel Klette (2003) med at det var elevene som hadde mest taletid. Stein og Smith (1998) hevder elevene kan utvikle en bedre matematisk forståelse ved å forklare hvordan de har tenkt for andre. En kan derfor anta at elevenes taletid kan føre til økt matematisk innsikt.

IRF-strukturer og varianten IRq er også beskrevet som strukturer hvor læreren står for den første komponenten - initiativet til samtalen. I datamaterialet i denne studien tolker jeg det likevel som at også elevene i noen tilfeller initierte til samtalen eller diskusjon, med et spørsmål. Selv om læreren initierte til samtalene ved å stille et spørsmål, var det i noen tilfeller likevel elevene som påvirket hvilken retning samtalen skulle ta. Dette ved oppsto ved at elevspørsmål ble utgangspunkt for at samtalen endret fokus eller tema. Elevene tok altså initiativ i allerede påstartede lærerinitiativ og endret derfor samtaleretningen. Dette oppsto i flere tilfeller og kan komme av de sosiomatematiske normene i klasserommet. En kan også kanskje anta at lærerens fokus på de kognitivt krevende spørsmålene spilte en rolle her. Da kognitivt krevende spørsmål ble definert som *spørsmål som får elevene til å forklare, begrunne og argumentere, samt utvide sin matematiske tenkning*, var det kanskje også naturlig for læreren å følge opp respons som ikke nødvendigvis hadde noe med utgangsspørsmålet som ble stilt, slik at elevene fikk forklart og diskutert ting de selv ga uttrykk for at de lurte på. I slike tilfeller kan læreren bidra til å fremme en kultur hvor elevene får lov til å stille spørsmål og ta initiativ, noe som er med på å berike de matematiske samtalene.

6. Konklusjon

Bakgrunnen for denne studien var den manglende forskningen på bevisst spørsmålsstilling i matematikkundervisningen på småtrinnet, samt intensjonene om et mer dialogisk klasserom. Formålet med studien var å undersøke hvordan matematiske samtaler på lave trinn i barneskolen kunne påvirkes av bevisst bruk av kognitivt krevende spørsmål, og problemstillingen var derfor *Hvordan påvirker kognitivt krevende spørsmål matematiske samtaler om telling på 2.trinn?* I denne oppgaven ble kognitivt krevende spørsmål definert som *spørsmål som* får elevene til å *forklare, begrunne og argumentere, samt utvide sin matematiske tenkning*. «Påvirker» ble definert som sammenhengene mellom spørsmålene som ble stilt, og responsen og samtalemønstrene som oppsto. Ved hjelp av de to underspørsmålene «Hvilke sammenhenger ser vi mellom kognitivt krevende spørsmål og elevenes respons?» og «Hvilke samtalemønstre oppstår ved bevisst bruk av kognitivt krevende spørsmål?» har jeg trukket følgende konklusjoner:

Analysen av samtalene viste at elevene ga flest responser i kategorien «tenke høyt» og «bevisbygging» til de tre kognitivt krevende spørsmålskategoriene «få elevene til å forklare tankegang», «skape diskusjon» og «utvide tenkning». Responsene «svar» og «ikke-bidrag» ble også benyttet, men i mye mindre grad. Dette betyr at noen av responsene på de kognitivt krevende spørsmålene kun var snevre responser med fakta, mens den mest dominerende responsen var «tenke høyt» hvor elevene delte sine tanker uten begrunnelse, etterfulgt av «bevisbygging» hvor responsene også inneholdt begrunnelser og argumentasjon. Dette indikerer at de kognitivt krevende spørsmålene i stor grad fremmet elevenes verbalisering av matematiske tanker. Basert på resultatene kan vi derfor påstå at kognitivt krevende spørsmål kan få elevene til å dele sine tanker i større grad enn ved bruk av lite kognitivt krevende spørsmål. Vi kan samtidig påstå at kognitivt krevende spørsmål kan virke mot sin hensikt, og fremkalle korte faktasvar og ikke-matematiske-bidrag som «vet ikke», fordi de oppfattes som for krevende for elevene. En er med andre ord ikke garantert å få en spesiell type elevsvar ut ifra typen lærerspørsmål. Det kan tyde på at elevsvaret avhenger av mer enn kun spørsmålet som ble stilt. Det kan for eksempel avhenge av hvor «åpent» spørsmålene stilles, elevenes individuelle oppfatning av hva spørsmålet krever, de sosiomatematiske normene i klasserommet, elevenes alder, eller hvor vant de er til å snakke i helklassesamtaler.

I og med at kognitivt krevende spørsmål ble definert som spørsmål som får elevene til å forklare, begrunne og argumentere, samt utvide sin matematiske tenkning, viste det seg at oppfølgingsspørsmål ble en viktig del av samtalene. Et elevaktivt IRq-mønster dominerte derfor samtalene. Dette fordi læreren hele tiden søkte mer detaljerte forklaringer, og at elevene ofte ikke forklarte nok i sin første respons. Dette kan ha noe med elevens alder å gjøre, og kan indikere at er noe som er typisk for samtalemønstre ved bruk av slike spørsmål på småtrinnet. Da læreren også valgte å følge opp uventede elevresponser og var åpen for at samtalene kunne endre retning bort fra det som egentlig var planlagt, ble også samtalene bestående av elevinitiativ og elevmedvirkning. Det er likevel vanskelig å hevde at dette oppsto kun av de kognitivt krevende spørsmålene som ble stilt, da de sosiomatematiske normene i klasserommet, samt lærerens holdning til matematikkfaget også spiller en rolle her.

Denne undersøkelsen viser hvilke muligheter det kan ligge i matematikklærerens spørsmål og hvordan de kan påvirke elevenes respons, elevinitiativ og elevaktive samtalemønstre. Dette gjør at den kan være betydningsfull for utvikling av spørsmålsteknikker og samtalegrep i matematikkundervisningen. Undersøkelsen kan også være et nyttig bidrag til forskning da den skiller seg fra andre studier ved at den ser på matematiske samtaler på et lavt trinn i småskolen, samt at den ser på sammenhengen mellom lærerspørsmål og elevrespons i stedet for å omtale disse hver for seg.

6.1 Videre forskning

For videre forskning kunne det først og fremst være interessant å gjøre denne undersøkelsen med en elevgruppe over lengre tid, for å se om bevisst bruk av kognitivt krevende spørsmål påvirker elevenes muntlige ferdigheter og deltakelse i matematiske samtaler. Innsamlingen av datamaterialet for denne studien var i en klasse hvor elevene til en viss grad allerede var vant med at læreren krevde at de snakket og diskuterte om tanker og forklaringer. Det kunne derfor også vært interessant å gjøre samme undersøkelse på en annen klasse for å se om resultatene ville blitt de samme. En lignende undersøkelse som denne, med et større omfang og et større datamateriale ville også være interessant. På den måten kunne man fått en indikasjon på hvor representative og generaliserbare funnene for denne oppgaven er.

Det kunne også vært interessant å forsøke å anvende Dragesets (2014a) rammeverk, for hvilke grep matematikklærere kan bruke for å styre dialogene i ulike retninger, på dette datamaterialet. Dette for å kunne si noe mer om helheten, i form av hvilke andre grep enn spørsmål, som kan påvirke læringssamtalene i matematikk.

Referanser

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique* (Vol. 29). Springer Science & Business Media.

Andersson-Bakken, E., & Klette, K. (2016). Teachers' use of questions and responses to students' contributions during whole class discussions: Comparing language arts and science classrooms. I *Teaching and Learning in Lower Secondary Schools in the Era of PISA and TIMSS*. 63-84. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17302-3_5

Befring, E. (2007). *Forskningsmetode med etikk og statistikk.* Oslo: Det Norske Samlaget

Boaler, J., & Brodie, K. (2004). The importance, nature, and impact of teacher questions. I *Proceedings of the twenty-sixth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 774-782.

Boaler, J. (1997). *Experiencing school mathematics*. Buckingham: Open University Press

Botten, G. (2003). *Meningsfylt matematikk*: Bergen: Caspar forlag.

Botten, G. (2016). *Matematikk med mening: mening for alle*: Caspar.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer.

Chapin, S. H., O'Connor, C., O'Connor, M. C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, Grades K-6*: Math Solutions.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt.

Cohen, E. G., Lotan, R. A., Scarloss, B. A., & Arellano, A. R. (1999). Complex instruction: Equity in cooperative learning classrooms. *Theory into practice, 38*(2), 80-86. https://doi.org/10.1080/00405849909543836

Ding, M., Li, X., Piccolo, D., & Kulm, G. (2007). Teacher interventions in cooperative-learning mathematics classes. *The Journal of Educational Research, 100*(3), 162-175. https://doi.org/10.3200/JOER.100.3.162-175

Di Teodoro, S., Donders, S., Kemp-Davidson, J., Robertson, P., & Schuyler, L. (2011). Asking good questions: Promoting greater understanding of mathematics through purposeful teacher and student questioning. *The Canadian Journal of Action Research, 12*(2), 18-29. https://doi.org/10.33524/cjar.v12i2.16

Drageset, O. G. (2014a). Redirecting, progressing, and focusing actions—a framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 85*(2), 281-304. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9515-1

Drageset, O. (2014b). Korleis leie ein matematisk samtale. I *Tangenten.* Hentet fra http://www.caspar.no/tangenten/2014/tangenten%201%202014%20nett.pdf

Dysthe, O. (2001). Sosiokulturelle teoriperspektiv på kunnskap og læring. I O. Dysthe (Red.). *Dialog, samspel og læring, 3*, 33-72.

Flyvbjerg, B. (2010). Fem misforståelser om casestudiet (Five Misunderstandings about Case-Study Research). *Kvalitative metoder, København: Hans Reitzels Forlag*, 463-487.

Fraivillig, J. L. (2018). Enhancing established counting routines to promote place-value understanding: An empirical study in early elementary classrooms. *Early Childhood Education Journal*, *46*(1), 21-30. https://doi.org/10.1007/s10643-016-0835-5

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning, 1*(1), 225-256.

Good, T. L., Reys, B. J., Grouws, D. A., & Mulryan, C. M. (1989). Using work-groups in mathematics instruction. *Educational Leadership, 47*(4), 56-62.

Grunke, M. (2016). Fostering multiplication fluency skills through skip counting. *International Journal of Basic and Applied Science*, *4*(4), 1-6.

Ilaria, D. R. (2009). *Teacher questions that engage students in mathematical conversation.* Rutgers University-Graduate School-New Brunswick. https://doi.org/doi:10.7282/T3668DFV

Kazemi, E., & Hintz, A. (2014). *Intentional talk: How to structure and lead productive mathematical discussions*. Stenhouse Publishers.

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2012). *Det kvalitative forskningsintervju*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Lawrence, A. M., & Crespo, S. (2016). IRE/F as a cross-curricular collaborative genre of implicit argumentation. *Theory into practice, 55*(4), 320-331. https://doi.org/10.1080/00405841.2016.1209021

Lemke, J. L. (1990). *Talking science: Language, learning, and values*. Ablex Publishing Corporation, 355 Chestnut Street, Norwood, NJ 07648 (hardback: ISBN-0-89391-565-3; paperback: ISBN-0-89391-566-1)

Lim, W., Lee, J.-E., Tyson, K., Kim, H.-J., & Kim, J. (2020). An Integral Part of Facilitating Mathematical Discussions: Follow-up Questioning. *International Journal of Science and Mathematics Education, 18*(2), 377-398. https://doi.org/10.1007/s10763-019-09966-3

Mehan, H. (1979). 'What time is it, Denise?": Asking known information questions in classroom discourse. *Theory into practice, 18*(4), 285-294. https://doi.org/10.1080/00405847909542846

Mercer, N., & Sams, C. (2006). Teaching children how to use language to solve maths problems. *Language and Education, 20*(6), 507-528. https://doi.org/10.2167/le678.0

Moyer, P. S., & Milewicz, E. (2002). Learning to question: Categories of questioning used by preservice teachers during diagnostic mathematics interviews. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*(4), 293-315. https://doi.org/10.1023/A:1021251912775

Myhill, D. (2006). Talk, talk, talk: Teaching and learning in whole class discourse. *Research papers in education, 21*(1), 19-41. https://doi.org/10.1080/02671520500445425

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics,* Reston, VA: NCTM.

Ormston, R., Spencer, L., Barnard, M., & Snape, D. (2014). The foundations of qualitative research. *Qualitative research practice: A guide for social science students and researchers*, *2*, 52-55.

Repstad, P. (1998). *Mellom nærhet og distanse: kvalitative metoder i samfunnsfag* (3. utg.). Oslo: Universitetsforl

SAHİN, A. (2015). The effects of quantity and quality of teachers' probing and guiding questions on student performance. *Sakarya University Journal of Education, 5*(1), 95-113. https://doi.org/10.19126/suje.06688

Säljö, R., Gilje, &., & Goveia, I. (2016). *Læring : En introduksjon til perspektiver og metaforer*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.

Steele, D. F. (2001). Using sociocultural theory to teach mathematics: A Vygotskian perspective. *School science and Mathematics, 101*(8), 404-416. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2001.tb17876.x

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, *3*(4), 268-275.

Thagaard, T. (2009). *Systematikk og innlevelse* (3. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Thomas, N. D., Mulligan, J. T., & Goldin, G. A. (2002). Children's representation and structural development of the counting sequence 1–100. *The Journal of Mathematical Behavior, 21*(1), 117-133. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00106-2

Tienken, C. H., Goldberg, S., & Dirocco, D. (2009). Questioning the questions. *Kappa Delta Pi Record, 46*(1), 39-43. https://doi.org/10.1080/00228958.2009.10516690

Tjora, A. (2012). Kvalitative forskningsmetoder i praksis. 2. utgave. *Oslo: Gyldendal norsk forlag AS*.

Truxaw, M. P., & DeFranco, T. (2008). Mapping mathematics classroom discourse and its implications for models of teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 489-525.

Ulleberg, I., & Solem, I. H. (2018). Which questions should be asked in classroom talk in mathematics? Presentation and discussion of a questioning model. *Acta Didactica Norge, 12*(1). https://doi.org/10.5617/adno.5607

Utdanningsdirektoratet. (2013) *Læreplan i matematikk fellesfag* (MAT1-04). Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04

Utdanningsdirektoratet. (2020*). Læreplan i matematikk 1.–10. trinn* (MAT01-05). Hentet fra https://www.udir.no/lk20/mat01-05

Vygotskij, L., Kozulin, A., Hanfmann, E., & Vakar, G. (2012). *Thought and language* (Rev. and expanded ed.). Cambridge, Mass: MIT Press.

Wheeler, M., & Feghali, I. (1983). Much Ado about Nothing: Preservice Elementary School Teachers' Concept of Zero. *Journal for Research in Mathematics Education, 14*(3), 147-155.

Wilhelm, A. G. (2014). Mathematics teachers' enactment of cognitively demanding tasks: Investigating links to teachers' knowledge and conceptions. *Journal for Research in Mathematics Education, 45*(5), 636-674. Hentet fra https://www.jstor.org/stable/10.5951/jresematheduc.45.5.0636

Wimer, J. W., Ridenour, C. S., Thomas, K., & Place, A. W. (2001). Higher order teacher questioning of boys and girls in elementary mathematics classrooms. *The Journal of Educational Research, 95*(2), 84-92. https://doi.org/10.1080/00220670109596576

Wood, T. (1994). Patterns of interaction and the culture of mathematics classrooms. I *Cultural perspectives on the mathematics classroom* (pp. 149-168). Springer, Dordrecht.

Wæge, K. (2015). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*: Matematikksenteret. Hentet fra https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/product/Oppdatert%20september%202019%20Sentrale%20kjennetegn%20p%C3%A5%20god%20l%C3%A6ring%20og%20undervisning%20i%20matematikk.pdf

Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods*. Thousand Oaks, CA: Sage

Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv til foresatte og elever

Vedlegg 2: Informasjonsskriv til lærer

Vedlegg 3: Godkjennelse fra NSD

Vedlegg 1: Informasjonsskriv til foresatte og elever

Vil du delta i masterprosjektet

" Spørsmålsstilling i matematikkundervisningen"?

Til foresatte ved 2. trinn.
Dette er et spørsmål til deg/ditt barn om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å si noe om hvordan ulike typer spørsmål læreren stiller påvirker matematikkundervisningen og elevenes respons. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for ditt barn.

Formål
Formålet med prosjektet er samle inn datamateriale til en masteroppgave i matematikkdidaktikk. Den foreløpige problemstillingen er: Hvordan fremmer ulike type spørsmål 2.trinns elevers matematiske diskusjoner?

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
NTNU, institutt for lærerutdanning er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Alle elevene på 2.trinn får dette skrivet da målet er å se på helklassesamtalen i en undervsiningsøkt der alle elevene deltar.

Hva innebærer det for barnet ditt å delta?
Hvis du/ditt barn velger å delta i prosjektet, innebærer det at ditt barn deltar i en vanlig undervisningsøkt i matematikk der lærer og masterstudent har planlagt spørsmål på forhånd med bakgrunn i teori om hvilke spørsmål en bør stille i matematikkundervisningen for å utvikle produktive klassesamtaler og elevers matematiske tenkning. Det vil bli gjort lydopptak og notater av samtalene som utspiller seg underveis. Elevenes besvarelser vil bli transkribert og anonymisert i etterkant og det vil ikke være mulig å spore besvarelsene tilbake til enkeltpersoner.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å la barnet ditt delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for ditt barn hvis dere ikke vil delta eller senere velger å trekke dere.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Datamaterialet vil være tilgjengelig for meg og veilederen min på NTNU, men vi vil ikke behandle andre personopplysninger enn fornavn på ditt barn. Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjon, men masteroppgaven vil bli publisert våren 2020.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Prosjektet skal etter planen avsluttes i mai 2020. Lydopptaket vil bli slettet så raskt det er transkribert, og all data vil etter 2020 bli slettet med unntak av anonyme transskripsjoner og selve masteroppgaven som vil være tilgjengelig hos NTNU.

Dine rettigheter
Så lenge du/ditt barn kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.
På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- NTNU, Institutt for lærerutdanning ved Eivind Kaspersen (eivind.kaspersen@ntnu.no
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen (thomas.helgesen@ntnu.no)
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personvernombudet@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Heidi Dahl Heidi Schjerpen

Prosjektansvarlig Student
(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Spørsmålsstilling i matematikkundervisningen* og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg og mitt barn samtykker til:

☐ å delta i denne masterstudien

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, mai 2020

(Signert av foresatt, dato)

Vedlegg 2: Informasjonsskriv til lærer

Vil du delta i masterprosjektet

" Spørsmålsstilling i matematikkundervisningen"?

Til (navn på lærer)
Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å si noe om hvordan ulike typer spørsmål læreren stiller påvirker matematikkundervisningen og elevenes respons. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
Formålet med prosjektet er samle inn datamateriale til en masteroppgave i matematikkdidaktikk. Den foreløpige problemstillingen er: Hvordan fremmer ulike spørsmålssekvenser 2.trinns elevers matematiske diskusjoner?/matematiske tenkning?

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
NTNU, institutt for lærerutdanning er ansvarlig for prosjektet.

Hva innebærer det for deg å delta?
For å kunne si noe om hvordan klassesamtalen utarter seg der læreren har planlagt spørsmål og spørsmålssekvenser ut fra teori og erfaringer, innebærer dette at vi sammen må utarbeide en matematikkøkt hvor vi må bruke litt tid på å planlegge hvilke spørsmål som skal stilles, samt begrunne hvorfor. Jeg ønsker at vi utarbeider spørsmål basert på en blanding av teori og dine erfaringer som lærer på andre trinn. Det vil også innebære at du gjennomfører den planlagte undervisningøkten med elevene, slik at jeg kan observere og notere hvordan klassesamtalen utarter seg. Poenget med dette er at vi skal se hvordan en time med nøye planlagte spørsmål påvirker undervisningsøkten, hva skjer og hvordan responderer elevene. Det vil bli gjort lydopptak og notater av vårt samarbeid om planleggingen av undervsiningsøkten, samt samtalene som utspiller seg underveis i gjennomførelsen. Lydopptakene vil bli transkribert og anonymisert i etterkant og det vil ikke være mulig å spore samtalene tilbake til enkeltpersoner.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg om du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Datamaterialet vil være tilgjengelig for meg og veilederen min på NTNU, men vi vil ikke behandle personopplysninger annet enn at det er en lærer på 1.trinn. Deltakere vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjon, men masteroppgaven vil bli publisert våren 2020.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Prosjektet skal etter planen avsluttes i mai 2020. Lydopptaket vil bli slettet så raskt det er transkribert, og all data vil etter 2020 bli slettet med unntak av anonymiserte transkripsjoner og selve masteroppgaven som vil være tilgjengelig hos NTNU.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- NTNU, Institutt for lærerutdanning ved Eivind Kaspersen (eivind.kaspersen@ntnu.no
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen (thomas.helgesen@ntnu.no)
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personvernombudet@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Heidi Dahl Heidi Schjerpen

Prosjektansvarlig Student
(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Spørsmålsstilling i matematikkundervisningen* og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ å delta i denne masterstudien

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, mai 2020

(Signert av prosjektdeltaker, dato

Vedlegg 3: Godkjenning fra NSD

NSD NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

NSD sin vurdering

Prosjekttittel

Spørsmålsstilling i matematikkundervisningen

Referansenummer

777376

Registrert

16.09.2019 av Heidi Schjerpen - heidisas@stud.ntnu.no

Behandlingsansvarlig institusjon

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet NTNU / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) / Institutt for lærerutdanning

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Heidi Dahl, heidi.dahl@ntnu.no, tlf: 73559819

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Heidi Schjerpen Aspen, heidisas@stud.ntnu.no, tlf: 40726329

Prosjektperiode

01.09.2019 - 31.05.2020

Status

02.10.2019 - Vurdert

Vurdering (1)

02.10.2019 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 02.10.2019, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD ENDRINGER
Dersom behandlingen av personopplysninger endrer seg, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. På våre nettsider informerer vi om hvilke endringer som må meldes. Vent på svar før endringer gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.05.2020.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Elizabeth Blomstervik
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology