Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Rune Isachsen

# Modellering i et kommognitivt perspektiv

Masteroppgave i matematikkdidaktikk 5.–10. trinn
Veileder: Tore Alexander Forbregd
Mai 2020

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

Rune Isachsen

# Modellering i et kommognitivt perspektiv

Masteroppgave i matematikkdidaktikk 5.–10. trinn
Veileder: Tore Alexander Forbregd
Mai 2020

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

## Sammendrag

Denne studien ser på en gruppe elevers arbeid med modellering gjennom en kommognitiv linse. Formålet med studien er å søke innsikt i elevenes diskursive objekter i arbeid med modelleringsoppgaver samt hvor i modelleringssyklusen disse diskursive objektene gir seg til kjenne, og gjennom denne kunnskapen kunne planlegge bedre undervisningssituasjoner ved bruk av modellering. Forskningsspørsmålet i studien er: Hvordan kommer diskursive objekter til uttrykk i en gruppe 10.-trinnselevers arbeid med to modelleringsoppgaver?
I studien benyttes det kvalitativ metode med fullstendig deltakende observasjon, hvor det ses på en gruppe elever bestående av to jenter og en gutt.
Datamaterialet analyseres ved hjelp av Sfards og Ärlebäck og Frejds organisering av diskursive objekter i realisasjonstrær. Sfards rammeverk kommognisjon er basert på et sosiokulturelt syn på læring, og Sfard ser på læring som utvikling av diskurs.
Studien ser på elevenes diskurs og hvordan man kan analysere denne for å finne hvordan og hvor deres diskursive objekter gir seg til kjenne i en modelleringssituasjon.
Resultatet fra studien viser at elevenes diskursive objekter er de samme som det man som lærer forventer skal dukke opp, samt at de dukker opp i matematiseringsfasen av modelleringssyklusen. Gjennom analyse av oppgavers potensielle diskursive objekter kan man som lærer i forkant av en undervisningssituasjon finne eller lage egnede oppgaver som gjør at man kan bruke modellering til å undervise i alle matematiske emner.

Nøkkelord: modellering, kommognisjon, diskurs, deltakende læring, diskursivt objekt, betegner, realisasjonstre

# Abstract

This study views a group of pupils working on a modelling problem through a commognitive lens. The study aims to seek insight into the pupils' discursive objects, as applied in their work with modelling, as well as into where in the modelling cycle these discursive objects manifest, for the purpose of being better able to plan for the use of modelling in the teaching of mathematics. The research question is: How are discursive objects expressed when a group of 10th grade pupils works on two modelling problems? The study is qualitative and based on participant observation. The group comprises two girls and one boy.

The data material collected is analyzed using Sfard's and Ärlebäck and Frejd's organization of discursive objects in realization trees. Sfard's commognition framework is based on a sociocultural perspective on learning, and Sfard defines learning as the development of discourse.

The study analyzes the pupils' discourse to identify how and where their discursive objects manifest in a modelling situation.

The results from the study indicate that the discursive objects used by the pupils are the same the teacher expected to see, and that they manifest in the mathematizing phase of the modelling cycle. By analyzing a mathematical problem's potential discursive objects prior to class, a teacher may find or create suitable problems, whereby modelling may be used to teach all mathematical subjects.



Key words: modelling, commognition, discourse, participatory learning, discursive object, signifier, realization tree

# Innholdsfortegnelse


**Sammendrag** ..... **v**

**Abstract** ..... **vi**

**1. Innledning** ..... **1**

*1.1 Bakgrunn for oppgaven* ..... *1*

*1.2 Modellering i skolen* ..... *2*

1.2.1 Hva er modellering? ..... 2

1.2.2 Begrunnelser for at det bør modelleres i skolen ..... 3

1.2.3 Årsaker til at det ikke modelleres i skolen ..... 3

*1.3 Formål og forskningsspørsmål* ..... *4*

*1.4 Oppbygging av oppgaven* ..... *5*

**2 Teori** ..... **6**

*2.1 Modellering* ..... *6*

*2.2 Hva skal til for at en oppgave er en modelleringsoppgave?* ..... *6*

*2.3 Blum og Ferri* ..... *7*

2.3.1 Begrepene i modelleringsirkelen ..... 8

*2.4 Dual modelling cycle* ..... *9*

*2.5 Tilegnet eller deltakende læring* ..... *9*

2.5.1 Tilegnelsesmetaforen ..... 10

2.5.2 Deltakermetaforen ..... 10

*2.6 Kommognisjon* ..... *11*

2.6.1 Diskurs ..... 11

2.6.2 Matematikk som diskurs ..... 12

2.6.3 Diskursive objekter – betegnere – realisasjonstrær ..... 13

*2.7 Tidligere forskning på elevers diskurs i arbeid modelleringsoppgaver* ..... *15*

*2.8 Modellering i et kommognitivt perspektiv* ..... *15*

**3 Metode** ..... **18**

*3.1 Epistemologi og faglig ståsted* ..... *18*

*3.2 Valg av metode* ..... *19*

*3.3 Valg av informanter* ..... *19*

*3.4 Gjennomføringen av øktene* ..... *19*

*3.5 Forskning i eget klasserom* ..... *20*

3.5.1 Fullstendig deltakende observasjon ..... 20

*3.6 Etiske betenkninger rundt forskning i eget klasserom* ..... *21*

*3.7 Reliabilitet, validitet og overførbarhet* ..... *22*

3.7.1 Reliabilitet ..... 22

3.7.2 Validitet ..... 23

3.7.3 Overførbarhet ... 23

*3.8 Forskningsetikk ... 23*

*3.9 Datainnsamling ... 24*

*3.10 Analyse av datamaterialet ... 25*

*3.11 Valg av oppgaver ... 25*

3.11.1 Oppfyller oppgavene de seks kriteriene for modelleringsoppgaver? ... 25

*3.12 Oppsummering av metode ... 27*

**4 Analyse ... 28**

*4.1 Min løsning på oppgavene ... 28*

4.1.1 Hypertermi- og kubeoppgaven ... 29

4.1.2 Oljetank- og dorulloppgaven ... 29

*4.2 Hvilke diskursive objekter finner man i de to valgte oppgavene? ... 30*

4.2.1 Diskursive objekter i hypertermioppgaven ... 30

4.2.2 Diskursive objekter i oljetankoppgaven ... 30

*4.3 Elevenes modelleringssyklus ... 30*

4.3.1 Fasene i modelleringssyklusen ... 31

*4.4 Elevenes diskursive objekter ... 34*

4.4.1 Realisasjonstre for det diskursive objektet omkrets ... 36

4.4.2 Realisasjonstre for det diskursive objektet *det pytagoreiske teoremet*. ... 37

4.4.3 Realisasjonstre for det diskursive objektet *overflate av kube* ... 39

4.4.4 Realisasjonstre for det diskursive objektet *volum av kube* ... 40

*4.5 Hvor i modelleringssyklusen dukker elevenes diskursive objekter opp ... 42*

*4.6 Funn fra analysen ... 43*

*4.7 Oppsummering ... 44*

**5 Drøfting ... 45**

*5.1 Elevenes løsning av oppgavene ... 45*

*5.2 Sammenligning av elevenes og forskerens løsning av oppgavene ... 45*

*5.3 Elevenes diskursive objekter ... 46*

*5.4 Elevenes deltakelse i den matematiske diskursen ... 47*

*5.5 Forskning i eget klasserom ... 47*

*5.6 Hvordan kan andre lærere nyttiggjøre seg av funnene i denne studien? ... 48*

*5.7 Kvaliteten på undersøkelsen ... 48*

*5.8 Studiens bidrag til forskning og veien videre ... 49*

**6 Sammendrag og konklusjon ... 50**

*6.1 Konklusjon ... 50*

**7 Bibliografi ... 51**

**8 Vedlegg ........ 54**

*8.1 **Vedlegg 1:** Informasjonsskriv og samtykkeskjema ........ 55*

*8.2 **Vedlegg 2:** Godkjenning fra NSD ........ 58*

*8.3 **Vedlegg 3:** Hypertermioppgaven ........ 61*

*8.4 **Vedlegg 4:** Oljetankoppgaven ........ 62*

# 1. Innledning

## 1.1 Bakgrunn for oppgaven

*«Samfunnet har et stort behov for innovasjon, forskning og nyskaping og kompetanse til å håndtere sammensatte oppgaver og utfordringer. Dette gir behov for at elevene lærer kreativitet, innovasjon, kritisk tenkning og problemløsning.»* (NOU 2015:8, 2015, s. 21)

Sitatet ovenfor er hentet fra Ludvigsenutvalget, som har sett på hvilke behov framtidens skole står overfor. Innenfor matematikk kan modellering være en strategi for å tilnærme seg sammensatte oppgaver og utfordringer. Modellering som tilnærming til matematikk baserer seg ikke på å løse oppgaver etter gitte algoritmer, men legger i stedet til rette for en mer kreativ løsning av matematiske problemer, som kan gi elever bedre forståelse av verden og gi støtte til læring av matematikk (Blum & Ferri, 2009).

I følge forskere som Blum & Ferri (2009) og Doerr (2007) modelleres det ikke nok i skolen. I Kunnskapsløftet (LK06) nevnes modellering spesifikt som viktig matematisk kompetanse, både i formålet for faget og som grunnleggende ferdighet i regning og digitale ferdigheter. (UDIR, 2006)

Dette videreføres i føringer til den nye læreplanen som gjelder fra høsten 2020. Her peker man på modellering og anvendelse som et av kjerneelementene innenfor matematikk. Den nye læreplanen sier at elevene skal se på matematikk fra den virkelige verden og, på bakgrunn av den informasjonen de innhenter, være i stand til å lage en matematisk modell og vurdere om modellen er anvendbar i den tenkte situasjonen, samt om modellen kan anvendes på andre lignende problemer (Kunskapsdepartementet, 2018). Dette kjerneelementet ble vedtatt i den nye læreplanen som kom i november 2019 (Udir, 2019). Dette vil si at når den nye læreplanen tas i bruk, vil modellering være en sentral del av matematikkfaget.

Forskere som Blum og Ferri og Doer har i mange år forsket på modellering og framhevet modellering som en viktig matematisk kompetanse. De finner at det ikke modelleres nok i skolen. Hvis det er slik at både forskning og LK06 framhever at modellering er en viktig matematisk kompetanse – og lærerutdanningen vektlegger modelleringsundervisning – hvorfor er da ikke modellering en stor del av matematikkundervisningen?

Det finnes lite eller ingen forskning som ser spesifikt på norske forhold; Blum og Ferris forskning gjennomført i Tyskland og Doerrs forskning i USA. Vi kan likevel anta at norsk skole ikke skiller seg vesentlig fra hvordan lærere i Tyskland og USA underviser, da dette er land som vi sammenligner oss med, både sosialt og undervisningsmessig. I min undersøkelse har jeg derfor lagt til grunn at vi i Norge underviser på omtrent samme måte som i USA og Tyskland.

Hvis modellering er en kompetanse som er viktig for elevene, hvorfor er det da slik at lærere ikke bedriver modelleringsundervisning? Kan det være at lærerne ikke har nok kunnskap om emnet? Eller er det slik at de føler seg usikre på hvordan man skal tilrettelegge for gode modelleringssituasjoner i klasserommet? Hvis man legger disse antakelsene til grunn for at det ikke modelleres er dette utfordringer som det bør ses på.

I mangt et matematikklasserom hører man ofte spørsmålet «Når får vi behov for det her?». Denne typen spørsmål kan gi inntrykk av at elevene ikke fullt ut forstår relevansen av matematikk i sine egne liv. Hvis man som lærer kan legge til rette for undervisning som lar elvene oppdage at de har behov for matematikk gjennom arbeid med oppgaver som føles relevante for dem, kan man på sikt kanskje oppleve å få færre slike spørsmål. Elevene vil oppdager at matematikken blir relevant uten at læreren må forklare det for dem.

Under min grunnutdanning og i min lærergjerning har brorparten av matematikkundervisningen jeg har hørt om og også selv drevet, i stor grad vært preget av tradisjonell tavleundervisning, med noen spredte innslag av gruppearbeid og enkelte utforskende oppgaver. Etter min mening er denne formen for undervisning ikke spesielt motiverende – verken for elevene eller for læreren. Denne opplevelsen ga meg lyst til å forsøke å innhente ny motivasjon gjennom mer utdanning.

Gjennom de første årene på masterstudiet ble jeg eksponert for en del av matematikken jeg ikke var spesielt godt kjent med fra før, nemlig modellering. Denne tilnærmingen til matematikk virket spennende, og som metode mente jeg dette kunne bidra til å fange elevenes interesse og gi dem en bedre forståelse for hvorfor de trenger matematikk. I tillegg til å undersøke hvordan elevene modellerer fant jeg det også interessant å se nærmere på hvordan elevene beveger seg innenfor den matematiske diskursen og mellom den matematiske diskursen og den hverdagslige diskursen, samt på om disse bevegelsene kan identifiseres og på om en slik identifikasjon kan være med på å gjøre det lettere å legge til rette for modelleringsaktiviteter i skolen.

Innfallsvinkelen til denne studien var å ta tak i noe som man kan se på som en utfordring i skolen, i tillegg til at det er relevant for min yrkesutøvelse og min egen utvikling som lærer. Det ble derfor klart for meg at jeg ville forske på modellering i klasserommet. I tillegg til å se på selve modelleringen elevene gjør, bestemte jeg meg for også å se på hvordan elevene i samspill med hverandre bygger opp diskursive objekter – dette begrepet forklares nærmere senere i oppgaven – i arbeidet med modellering.

## 1.2 Modellering i skolen

I denne delen gjør jeg rede for hva modellering er, gir grunner for hvorfor det bør modelleres mer i skolen og peker på grunner til hvorfor det ikke modelleres nok i skolen.

### 1.2.1 Hva er modellering?

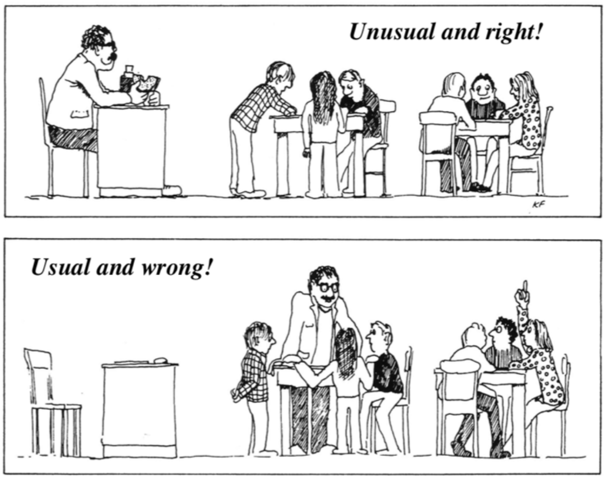
Det finnes flere definisjoner på hva modellering er, og det som er felles for disse er at det handler om at man oversetter noe fra den virkelige verden til en matematisk verden. Den nye læreplanen sier følgende om modellering: *«Ein modell i matematikk er ei beskriving av verkelegheita i matematisk språk.»* (Udir, 2019, s. 2). Schou, Scott, Jess og Hansen (2008) skriver at modellering dreier seg om man skal beskrive en situasjon og at man skal anvende matematikk på en situasjon i den virkelige verden. Niss, Blum og Galbraith (2007) beskriver modellering som en prosess. Denne prosessen går ut på at man må organisere oppgaven slik at den gir mening og finne fram til en adekvat matematisk løsning. Dette innebærer at man må finne en måte å kombinere den virkelige verden med den matematiske verden på. I en slik tilnærming handler modellering om å arbeide matematisk, og om å tolke og vurdere løsningen opp mot den opprinnelige oppgaven. Blum og Ferri (2007) beskriver modellering som en oversettelse fra den matematiske verden til virkeligheten. De definerer virkeligheten som den verden som befinner seg utenfor matematikken.

### 1.2.2 Begrunnelser for at det bør modelleres i skolen

Det faktum at modellering er inntatt som et kjerneelement i skolen er en god grunn til at det bør modelleres mer i matematikkundervisningen. I tillegg har Blum (2003) definert fire ulike typer argumenter for modellering. Den første typen har et pragmatisk element; Blum hevder at vi lærer matematikk for å kunne løse problemer fra den virkelige verden og at når vi løser slike problemer kan modellering være et godt verktøy. Den andre typen argumenter har et formativt element ved seg; elever som mangler kompetanse i matematikk, kan ved hjelp av modellering opparbeide seg matematisk kompetanse. Den tredje typen argumenter har et kulturelt element; elevene skal utvikle sin kunnskap om matematikk som vitenskap og om hvor matematikken kommer fra. Den fjerde typen argumenter er psykologisk; gjennom modelleringsoppgaver kan elevene motiveres til å jobbe med matematikk, og modellering kan bidra til at elevene utvikler sin matematiske kompetanse ved at de får innsikt i at matematikk består av mer enn å manipulere tall og bokstaver. Dette er en kompetanse elevene har bruk for i det virkelige livet.
Med tanke på Ludvigsen-utvalgets konklusjon om at problemløsning er en viktig kompetanse for framtiden, samt Blum og Ferris (2009) påstand om at modellering kan øke elevenes forståelse av verden og støtte matematisk læring, er det viktig at man som lærer er i stand til å legge til rette for gode modelleringsoppgaver for elevene. Gi elevene innsikt i at de vil få behov for matematikk i den virkelige verden og du kan unngå at de spør «Men når får vi bruk for det her, da?».

### 1.2.3 Årsaker til at det ikke modelleres i skolen

En årsak til at det ikke modelleres mer i skolen kan være at modellering oppleves som vanskelig for både elever og lærere (Blum & Ferri, 2009, s. 45). For at modelleringsundervisningen skal herme virkelig modellering kreves det at læreren slipper noe av kontrollen i klasserommet og lar elevene komme fram til løsningene mer på egen hånd, her illustrert med en tegning fra Blum og Ferris artikkel.




Figur 1 – Feil tilnærming til elevers læring (min oversettelse) (Blum & Ferri, 2009, s. 51)

Selv om læreren må holde seg mer i bakgrunnen enn han er vant til fra annen type matematikkundervisning, hevder Blum og Ferri at læreren spiller en viktig rolle innenfor modellering og at det er helt sentralt at man finner den riktige balansen mellom minimal veiledning fra læreren og maksimal uavhengighet for elevene (Blum & Ferri, 2009). Det er ikke slik at læreren bare skal slippe elevene fri på egen hånd, men han skal la elevene jobbe selvstendig i større grad enn det som gjøres i mange klasserom i dag. Av egen erfaring kan jeg si at dette er en vanskelig balansegang. Som lærer opplever jeg at det nesten er en ryggmargsrefleks å hjelpe til med en gang elevene sliter med noe. Dette fører trolig til at elevene ikke får nok tid til å reflektere over oppgaven før læreren tilbyr sine løsninger. Hvis man som lærer klarer å la elevene jobbe litt mer med problemene før man tilbyr dem hjelp, vil elevene kanskje kunne klare mer enn det læreren forventer av dem før de starter på oppgavene.
En annen årsak til at det ikke modelleres så mye i skolen som man kanskje skulle ønske, kan være at en modellering krever at rollene til elevene og læreren byttes helt om i matematikkundervisningen (Doerr, 2007, s. 78). Lærere kan av og til oppleve dette som vanskelig, og da kan det føles tryggere for dem å undervise på den tradisjonelle måten de er vant til fra tidligere. Å skulle legge om undervisningen vil nok kreve en viss tilvenning, men det det kan la seg gjøre hvis lærerne er villig til å vurdere om deres nåværende undervisningspraksis er det som gir best resultater.
Nå er det imidlertid ikke slik at det å åpne for modellering betyr at læreren skal slippe all kontroll i klasserommet og la elevene overta. For at man skal kunne drive god modelleringsundervisning kreves det gode og grundige forberedelser. Slik kan læreren oppleve å ha kontroll i klasserommet selv om han ikke driver tradisjonell undervisning.

## 1.3 Formål og forskningsspørsmål

Formålet med denne oppgaven er å få bedre innsikt i hvordan elever jobber med modelleringsoppgaver og hvordan de bygger opp diskursive objekter i dette arbeidet. Målsetningen med å studere elevenes arbeid er at man lettere vil bli i stand til å identifisere elevenes utfordringer i deres arbeid med modelleringsoppgaven og på bakgrunn av dette bli i bedre stand til å forberede gode modelleringsaktiviteter for elevene.
Ut ifra dette har jeg kommet fram til følgende problemstilling:
**Hvordan kommer diskursive objekter til uttrykk i en gruppe 10.-trinnselevers arbeid med to modelleringsoppgaver?**

For å svare på denne problemstillingen har jeg utformet to forskningsspørsmål til å belyse problemstillingen:

1. Hvor i modelleringssyklusen finner man de diskursive objektene?
2. Hvordan kan det å identifisere diskursive objekter og hvor de finner sted i modelleringssyklusen være nyttig i planleggingen av undervisning?

Dataene som kreves for å svare på problemstillingen i denne studien er samlet inn over to undervisningsøkter i en tiendeklasse ved den skolen der jeg jobber. Begrunnelse for utvalg av forskningdeltakere vil bli diskutert i metodekapitlet.
Undervisningsopplegget ble gjennomført både av en kollega og av meg, og vi bruker begge de innsamlede dataene som grunnlag for våre respektive oppgaver. Studien baserer seg på to 60-minutters undervisningsøkter, som begge startet med en

gjennomgang i plenum av dagens tema før elevene ble delt inn i grupper og spredte seg på ulike grupperom. Mot slutten av øktene var det en felles oppsummering.
Det ble tatt lydopptak av samtalene elevene hadde mens de forsøkte å løse de gitte modelleringsoppgavene, og vi samlet også inn de skriftlige arbeidene de gjorde underveis. Under de to øktene gikk min kollega og jeg rundt og veiledet elevene i arbeidet og ga støtte når det var nødvendig.
Oppgavene elevene jobbet med er hentet fra Saeki & Matsuzaki (2011) og Galbraith (2018), og begge oppgavene er basert på *A dual modelling cycle*, et begrep som blir forklart senere i oppgaven.

## 1.4 Oppbygging av oppgaven

Det teoretiske grunnlaget for oppgaven presenteres i kapittel 2. Kapittel 3 tar deretter for seg og begrunner de metodologiske valgene jeg har gjort. Kapittel 4 inneholder en analyse av de innsamlede dataene, og i kapittel 5 diskuteres de funnene som er gjort. I kapittel 6 har jeg trukket konklusjoner og kommentert videre bruk av de funnene som er gjort.

# 2 Teori

I dette kapittelet presenterer jeg det teoretiske rammeverket min oppgave bygger på. Jeg ser først på den definisjonen av modellering som er lagt til grunn i denne studien, før jeg tar for meg Blum og Ferris' modelleringssirkel. Deretter drøfter jeg begrepet *Dual Modelling Cycle* og diskuterer forskjellen på tilegnet og deltakende læring, før jeg ser på Anna Sfards kommognisjon og Ärlebäck og Frejds rammeverk for analyse av diskursive objekt innenfor matematisk diskurs.

## 2.1 Modellering

Kaiser (2006) har utarbeidet fem ulike kategorier for modellering basert på ulike tilnærminger til modellering og hvordan modellering brukes. Disse kategoriene er: Realistisk modellering[1], kontekstuell modellering[2], undervisningsmodellering[3], kognitiv modellering og epistemologisk modellering[4]. Blum og Leiss' modelleringssyklus er sentral i denne studien, og Kaiser klassifiserer deres modelleringssyklus under kognitiv modellering. Det sentrale målet for denne tilnærmingen går ut på å analysere de kognitive prosessene som aktiveres under modelleringsprosessen og å forstå disse prosessene, samt å fremme matematiske tankeprosesser ved å bruke modeller, som mentale bilder eller til og med fysiske eksempler, eller gjennom å fremheve modellering som mental prosess, som abstraksjon eller generalisering. (Kaiser, 2006, s. 1616-1617)

## 2.2 Hva skal til for at en oppgave er en modelleringsoppgave?

I sitt arbeid med modellering har Lesh, Doerr, Kramer, Post og Zawojewski (2003) utarbeidet seks prinsipper som kjennetegner modelleringsoppgaver. Disse prinsippene er utarbeidet i samarbeid med flere hundre lærere og kan brukes når man lager modelleringsoppgaver eller omformulerer oppgaver fra lærebøker slik at de kan omgjøres til modelleringsoppgaver.

De seks prinsippene er (min oversettelse):

1. Prinsippet om personlig meningsfullhet: Kunne dette skjedd i virkeligheten? Legger oppgaven opp til at elevene kan bruke sine egne erfaringer og sin egen kunnskap til å løse den? Legger oppgaven opp til at elevenes forslag tas på alvor og at det ikke er lærerens syn som anses som den enseste riktige tenkemåten?
2. Prinsippet om modellkonstruksjon: Legger oppgaven opp til at elevene forstår at det er behov for en modell som kan modifiseres, utvides og tilpasses? Legger oppgaven opp til konstruksjon, beskrivelse, forklaring og antakelser om

---

[1] Det sentrale målet her er pragmatisk-utilitaristisk, det vil si å løse problemer fra den virkelige verden, forstå den virkelige verden og fremme modelleringskompetanse.
[2] De sentrale målene her er emnerelaterte og psykologiske, det vil si å løse ordproblemer.
[3] Det sentrale målene her er pedagogiske og emne-relaterte, det vil si strukturering av læringsprosesser og økt fokus på dette, samt begrepsinnføring og -utvikling.
[4] Det sentrale målet her er teoriorientert, det vil si å fremme utvikling av teori.

løsningen? Fokuserer man på de underliggende mønstrene i stedet for for å fokusere kun på informasjonen som ligger i overflaten ?

3. Prinsippet om selvevaluering: Er studentene oppmerksomme på kriteriene for å vurdere om de ulike svarene deres er relevante? Er elevene i stand til å vurdere om svarene deres er bra nok? Hvorfor er svaret på oppgaven viktig? For hvem og når er oppgaven viktig?
4. Prinsippet om modelleksternalisering: Vil svaret på oppgaven kreve at elevene viser hvordan de har tenkt for å løse oppgaven? Hvilke matematiske objekter, operasjoner og sammenhenger har de tenkt på?
5. Prinsippet om enkle prototyper: Er situasjonen så enkel som mulig, samtidig som den likevel krever en modell? Vil løsningen være en brukbar prototyp for å løse andre, lignende problemer? Gjør det å ha løst oppgaven det mulig å kunne forklare hvordan den er løst – eller gjør løsningen det mulig å gi mening til andre, lignende problemer?
6. Prinsippet om modellgeneralisering: Gir løsningen av problemet et verktøy som kun kan brukes til å løse det gitte problemet, eller kan verktøyet tilpasses for å løse andre, lignende problemer? Elever bør utfordres til å gå lenger enn å kun tenke på at de skal løse en gitt oppgave, og de bør oppfordres til å komme fram til gjenbrukbare, delelige og foranderlige modeller.

(Lesh, Doerr, Kramer, Post, & Zawojewski, 2003, s. 43-44)

Begrunnelsen for de seks prinsippene er at elever skal møte oppgaver som føles som oppgaver fra det virkelige liv og at elevene skal få mulighet til å vise matematiske ferdigheter som de ikke får vist på standardiserte prøver. I tillegg hevder Lesh, Doerr, Kramer, Post og Zawojewski (2003) at tradisjonell kunnskap ikke vil være nok i et framtidig høyteknologisk samfunn, men at modellering setter elever i bedre stand til å løse komplekse problemer; modellering kan gi elevene bedre forståelse for matematikken, da modelleringsoppgaver krever en helt annen tilnærming enn tradisjonell oppgaveløsning. Disse tilnærmingene inkluderer problemformulering, innhenting av informasjon, matematisering, planlegging, kommunikasjon, monitorering og vurdering av foreløpinge resultater (Lesh, Doerr, Kramer, Post, & Zawojewski, 2003, s. 41-42).

## 2.3 Blum og Ferri

I sin artikkel *Mathematical Modelling: Can it Be Taught And Learnt* framstiller Blum og Ferri, basert på Blum og Leiss (2007), modellering som en oversettelse i begge retninger mellom virkeligheten og matematikken (Blum & Ferri, 2009, s. 45).
Når man modellerer er man avhengig av å forstå problemet, og man må skape en virkelig modell som man deretter må oversette til et matematisk problem. Man jobber så matematisk med dette matematiske problemet til man oppnår en matematisk modell, som man deretter må undersøke om er anvendbar i de virkelige verden – såkalt validering – før man framstiller modellen for bruk på virkelige problemer (Blum & Ferri, 2009).
Blum og Leiss (2007) ser på elevenes kognitive prosesser i deres arbeid med modellering, og har utarbeidet en modell som som beskriver de ulike fasene i denne prosessen. I denne modellen har de identifisert sju faser for hvordan

modelleringprosessen foregår. Disse fasene utgjør et hypotetisk veikart for hvordan man kan løse modelleringsoppgaver. Ferri (2006) kaller dem individuelle modelleringsruter. Fasene i modellen, som er inntatt under, viser det kognitive aspektet ved hvordan man jobber med modelleringsoppgaver. Selv om modellen framstår som syklisk er det ikke nødvendigvis slik at elever som modellerer følger denne sykliske modellen fase for fase. Blum og Ferri fant ut at elever beveger seg fram og tilbake i modellen i arbeidet med å løse modelleringsoppgaver.

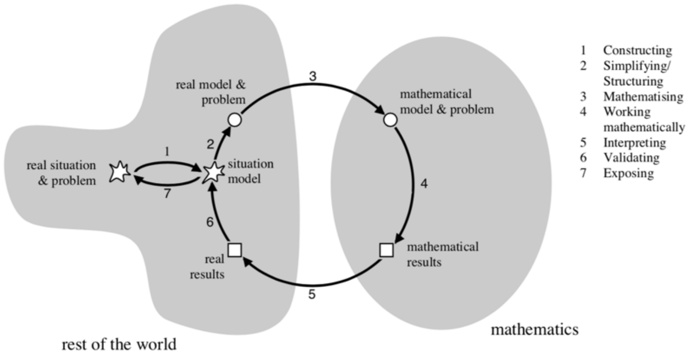


**Figure 1** – Modelling cycle

Figur 2 - Blum og Leiss modelleringssirkel (Blum & Leiss, 2007)

### 2.3.1 Begrepene i modelleringsirkelen

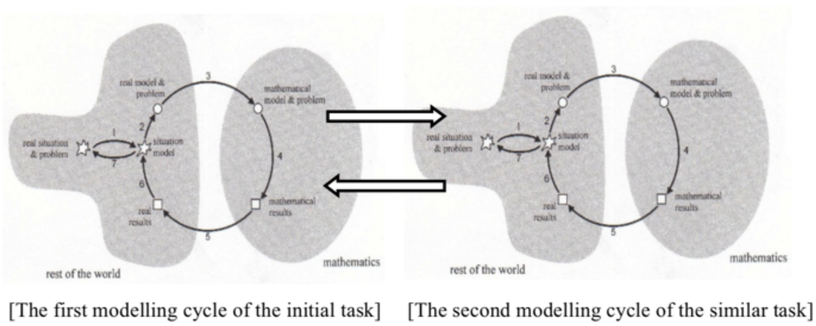
De syv fasenene i modellen er (min oversettelse):

1. Konstruere
    - Dette punktet krever at den som løser oppgaven forstår problemet og lager en beskrivelse av det virkelige problemet.
2. Forenkle/strukturere
    - I denne fasen forenkles og struktureres problemet og det lages en virkelig modell for situasjonen.
3. Matematisere
    - Å matematisere innebærer at man går fra den virkelige modellen for problemet til en matematisk modell for problemet.
4. Arbeide matematisk
    - Når man arbeider matematisk, utfører man kalkulasjoner med den modellen man kom fram til i matematiseringsfasenet, noe som gir matematiske resultater.
5. Fortolke
    - Når man fortolker bruker man resultatene fra det matematiske arbeidet til å komme fram til et resultat som man kan bruke i den virkelige verden.
6. Validere
    - Valideringsfasen går ut på at man vurderer resultatene av modellen og undersøker om de passer til den virkelige situasjonen, eller om det er nødvendig å gå tilbake til modellen for å justere den.
7. Framstille
    - Denne fasen i prosessen består av å presentere modellen og de resultatene den har gitt.

I modelleringsmodellen deler Blum og Leiss verden opp i to kategorier: resten av verden og matematikken. Påstanden om at det finnes en verden adskilt fra matematikken – en verden som inneholder natur, samfunnet,hverdagsliv og andre vitenskapelige disipliner – henter Blum og Leiss fra Pollak (1979). I modellen er fasene *konstruere* og *forenkle* lagt til resten av verden, mens fasen *matematisere* kan ses på som en oversettelse som løfter problemet bort fra resten av verden og over til matematikken. Fasen *arbeide matematisk,* hvor man kommer fram til en matematisk løsning, hører hjemme i matematikken, mens fasen *fortolke* kan ses på som en oversettelse som leder problemet ut av matematikken og tilbake til resten av verden. Fasene *validere* og *framstille* hører hjemme i resten av verden.

## 2.4 Dual modelling cycle

I sin artikkel fra 2015 viser Kawakami, Saeki og Matsuzaki hvordan elever som ikke er i stand til å løse en modelleringsoppgave, blir satt i stand til å løse den ved hjelp av en todimensjonal oppgave som ligner på den originale oppgaven. Denne framgangsmåten kalles *Dual Modelling Cycle Framework*, heretter forkortet til DMCF, et rammeverk de har hentet fra Saeki og Matsuzaki (2013). Saeki og Matsuzaki har igjen basert sitt rammeverk på Blum og Leiss' modelleringsmodell fra 2007. Bruken av Blum og Leiss begrunner Saeki og Matsuzaki med at Blum og Leiss' modell tar utgangspunkt i at man i den første fasen i modellen – *konstruere* – går fra en virkelig situasjon og et virkelig problem til en situasjonsmodell for «resten av verden». Saeki og Matsuzaki hevder blant annet at DMCF bygger på en lang tradisjon innen problemløsning; man blir satt i stand til å løse en oppgave ved å kunne relatere oppgaven til en tidligere løst oppgave (Saeki & Matsuzaki, 2013). Hvis man jobber med en type oppgave man har tidligere erfaring med å løse, vil dette øke sannsynligheten for at man også vil være i stand til å løse den gitte oppaven, og det er her DMCF tilbyr en løsning på denne utfordringen. Selv om Saeki og Matsuzaki sier at det å løse en lignende, men enklere versjon av oppgaven ikke gir noen garanti for at man også vil kunne løse den opprinnelige oppgaven, vil man, ved å løse en enklere oppgave av samme type, stille bedre rustet til å kunne løse den opprinnelige oppgaven.




Figur 3 - Saeki & Matsuzaki Dual Modelling Cycle (Saeki & Matsuzaki, 2013)

## 2.5 Tilegnet eller deltakende læring

Gjennom sitt arbeid med læringsteorier har Sfard (1998, 2008) identifisert to ulike metaforer for læring: tilegnelsesmetaforen og deltakermetaforen.
Disse to metaforene er vidt forskjellige i synet på hva læring er og hvordan læring foregår, og Sfard (2008) sier at man i eldre forskning finner mer av tilegnelsesmetaforen

og at man i nyere forskning finner mer av deltakermetaforen. I de følgende avsnittene gjør jeg rede for forskjellen på tilegnelses- og deltakelsesmetaforen.

### 2.5.1 Tilegnelsesmetaforen

I så godt som all læringsforskning, helt tilbake til Piaget og Vygotskij, har læring blitt sett på som en tilegnelse av begreper og utvikling av disse, samt som noe som vil kunne anses som en tilegnelse av kunnskap for den enkelte.
Tilegnelsesmetaforen (TM) illustrerer tilegnelsen av kunnskap ved å se på hjernen som en beholder som kan fylles opp av kunnskap – en kunnskap som vil være innehaverens eiendom. Læring har blitt sett på som at man skaffer seg en vare som man senere kan bruke. Selv om TM kan anses som en passiv overføring av kunnskap – et syn på læring som tidligere var høyst tilstedeværende innenfor TM – så er det innenfor TM også snakk om at elever må konstruere sin egen kunnskap, og at de som underviser må tilrettelegge for at elevene skal kunne tilegne seg den kunnskapen de trenger (Sfard, 1998).

### 2.5.2 Deltakermetaforen

Deltakermetaforen (DM) ser på læring som noe som foregår i et sosialt fellesskap. *«From a lone entrepreneur, the learner turns into an integral part of a team»* (Sfard, 1998, s. 6). Innenfor DM anses læringssituasjonen å bestå av en rekke ulike handlinger som fører til læring, og denne læringssitasjonen finner sted gjennom kommunikasjon mellom flere personer. Gjennom kommunikasjon blir man en del av en diskurs og det er utviklingen av denne diskursen som utgjør læring. Innenfor DM er det altså slik at det man lærer som individ og det læringsfellesskapet som helhet lærer henger nøye sammen, og at både indvidet og gruppen er gjensidig avhengig av hverandre for å lære. Innenfor DM krever læring at man blir deltaker i et læringsfellesskap, med sine egne regler og normer, og at man er i stand til å delta i diskursen i dette læringsfellesskapet (Sfard, 1998). Fokuset i denne oppgaven ligger på elever som løser modelleringsoppgaver i fellesskap og det er derfor deltakermetaforen som her legges til grunn for hvordan læring skjer. Kommognisjon, som jeg ser nærmere på under, henger naturlig sammen med deltakermetaforen.

Tabell 1 viser en skjematisk sammenligning av tilegnelses- og deltakelsesmetaforen.

| Tilegnelsesmetaforen | | Deltakermetaforen |
|---|---|---|
| Individuell berikelse | Læringsmål | Bygge fellesskap |
| Å tilegne seg noe | Læring | Bli en deltaker |
| Mottager (forbruker), (re-)produsent | Elev | Perifer deltaker, lærling |
| Leverandør, tilrettelegger, mediator | Lærer | Ekspertdeltaker, opprettholder av praksis/diskurs |
| Eiendom, besittelse, vare (individuell, allmenn) | Kunnskap, begrep | Del av praksis/diskurs/aktivitet |
| Ha, besitte | Viten | Tilhøre/delta/kommunisere |

Tabell 1 - The Metaphorical Mappings (Sfard, 1998, s. 7, min oversettelse)

## 2.6 Kommognisjon

Rammeverket for analysen i denne oppgaven bygger på Anna Sfards (2008) begrep *kommognisjon*. I kommognisjon ser man på læring som en diskursendring. Sfard (2008) hevder at innenfor matematikk skjer læring gjennom deltakelse, ved at man tar del i en etablert diskurs med vedtatte normer og regler. Gjennom en slik deltakelse utvikler man seg intellektuelt og man blir en mer kompetent deltaker innenfor den gitte diskursen. I denne prosessen blir personlig intellektuell utvikling og styrket deltakelse i diskursen sett på som én enkelt prosess (Cobb, 2007, s. 22). Denne diskursendringen kommer til uttrykk ved at man endrer sin måte å handle på, enten på egen hånd eller i samspill med andre, gjennom arbeid med faget (Sfard, 2006). En slik tilnærming gjør at man kan bruke rammeverket til å se på hvordan mennesker samhandler.
Det at man, i tillegg til å se på enkeltindivider, kan se på hvordan mennesker samhandler gjør kommognisjon godt egnet til å analysere diskursen innad i en gruppe. Siden man innenfor kommognisjon ser på tenkning som en individualisert form for interpersonell kommunikasjon (Sfard, 2008, s. 81), og kommunikasjon og tenkning derfor anes å være to sider av samme sak, passer kommognisjon godt til å se på hvordan elever kommuniserer i en gitt diskurs og reflekterer rundt måten elevene handler på.

### 2.6.1 Diskurs

Diskursbegrepet stammer fra Foucault (1972), og Neumann (2001) definerer en diskurs som: *«…et system for frembringelse av et sett utsagn og praksiser som, ved å innskrive seg i institusjoner og fremstå som mer eller mindre normale, er virkelighetskonstituerende for sine bærere og har en viss grad av regularitet i et sett sosiale relasjoner*.» (Neumann, 2001)
Denne definisjonen stemmer godt med det Sfard (1998) skriver om hva en diskurs er. Hun definerer diskurs som*: «special type of communication made distinct by its repertoire of admissible actions and the way these actions are paired with re-actions; every discourse defines its own community of discourse; discourses in language are distinguishable by their vocabularies, visual mediators, routines, and endorsed narratives.»* (Sfard, 2008, s. 297).

Både Neumann og Sfard hevder at ved å ta del i en diskurs blir man en del av et fellesskap med sine egne regler og måter å kommunisere på. Innenfor en gitt diskurs er det fellesskapet som legger premissene for hva som aksepteres. Sfard kaller dette *«endorsed narratives»* (Sfard, 2006), et begrep som jeg har oversatt til godkjente fortellinger. Godkjente fortellinger er de handlinger og regler diskursfellesskapet har akseptert som gjeldende for den gitte diskursen, og det er disse godkjente fortellingene som utgjør kjørereglene for hvordan man forholder seg til hverandre og kommuniserer innenfor en gitt diskurs. Disse kan variere betydelig fra ett felt til et annet. Den diskursen som gjør at du blir akseptert innenfor et annet fagfelt vil ikke nødvendigvis gjøre deg til en kompetent diskursdeltaker innenfor matematisk vitenskap, da fagbegrepene som benyttes i ulike diskurser varierer.

I tillegg til fagdiskursene beskriver Sfard (2008) også såkalt «*colloquial discourse*», eller hverdagslig diskurs. Dette er den dagligdagse måten vi omtaler et objekt eller et begrep på. Den hverdagslige diskursen vil være preget av personlige erfaringer og opplevelser og vil derfor ha sine egne godkjente fortellinger. Den faglige diskursen vil på sin side være preget av fagspesifikke begreper, og innen skolesystemet vil dette også omfatte regler og normer for klasserommet. Der man innenfor den matematiske diskursen snakker om sirkler, vil man i den hverdagslige diskursen ofte omtale samme form som en runding. Innenfor den hverdagslige diskursen vil begrepet runding være en del av den godkjente fortellingen, mens runding ikke vil oppfylle kravene til de godkjente fortellingene innenfor den matematiske diskursen. Ulike typer kommunikasjon, og dermed også kommognisjon, fungerer slik at de binder en gruppe mennesker sammen i et fellesskap, men vil samtidig også ekskludere dem som ikke har inngående kjennskap til hva som passer og ikke passer inn i dette fellesskapet. Det er dette Sfard legger i begrepet diskurs (Sfard, 2008, s. 91)

### 2.6.2 Matematikk som diskurs

Et spørsmål som er interessant innenfor matematikken er hvor matematikk kommer fra og hvordan man definerer hva et matematisk objekt er. Rent ontologisk er dette på ingen måte enkelt. Er det slik at matematikk er naturgitt – noe som alltid har eksistert, og som bare venter på at vi mennesker skal oppdage den – eller er matematikken menneskeskapt? Argumentet om at matematikk alltid har eksistert stammer fra Platon og hans hulelignelse, og denne tilnærmingen kalles derfor platonsk. Som en diametral motsetning til dette står tanken om at matematikk er en sosial konstruksjon, skapt av et diskursfellesskap av matematikere. I en slik tilnærming er det språket og dets konvensjoner, i kombinasjon med regler og overenskomster, som etablerer og rettferdiggjør matematiske sannheter (Ernest, 1991). Sfard plasserer seg innenfor den retningen som ser på matematikk som en sosial konstruksjon når hun hevder: «*Considering the fact that mathematics is a product of mathematicians' pursuit of the Holy Grail of infallible communication*». Dette underbygger tanken om at matematikk er skapt av mennesker som har jobbet med fagfeltet, og hun går videre til å definere matematikk som en diskurs om matematiske objekter, som for eksempel tall, funksjoner og geometriske former (Sfard, 2008). Sfards definisjon på matematiske objekter er at de består av matematiske betegnere og deres realisajonstrær[5] (Sfard 2012).

Sfard definerer begreper i matematikken som deler av en diskurs, hvor «et begrep er et symbol i kombinasjon med dets bruk» (Sfard, 2008, s. 111). Sfard baserer sin definisjon på Vygotskijs analyse av språklig tenking: *«[D]et er i det indre aspektet, i ordets betydning, at tenkning og tale smelter sammen til språklig tenkning.»* (Vygotskij, 2008, s. 26) Men der Vygotskij fokuserer utelukkende på språk, inkluderer Sfard mer enn kun språklige uttrykk i sin definisjon; hun inkluderer alle aspekter av kommognisjon, også dem som ikke er verbale uttrykk.

I følge Sfard (2008) kjennetegnes en diskurs av fire ting: vokabular, visuelle mediatorer, rutiner og godkjente fortellinger. Selv om flere begreper fra matematikken også er å finne i den hverdagslige diskursen, er disse begrepene ofte underlagt strengere krav innenfor den matematiske diskursen. Ta begrepet trekant, for eksempel. I en matematisk diskurs vil det være de matematiske definisjonene som bestemmer hva en trekant er, og ikke hva en selv personlig legger i ordet trekant. Visuelle mediatorer finnes også i den hverdagslige diskursen, ofte som bilder på ting som eksisterer uavhengig av diskursen. Innenfor en matematisk diskurs kan eksempler på slike visuelle mediatorer være tall, symboler og funksjoner, som alle har en spesifikk mening. Den matematiske diskursen har rutiner for hvordan ting skal utføres. Rutiner skapes av gjentatte gjennomføringer, og for en deltaker i diskursen skapes nye rutiner ved at man først

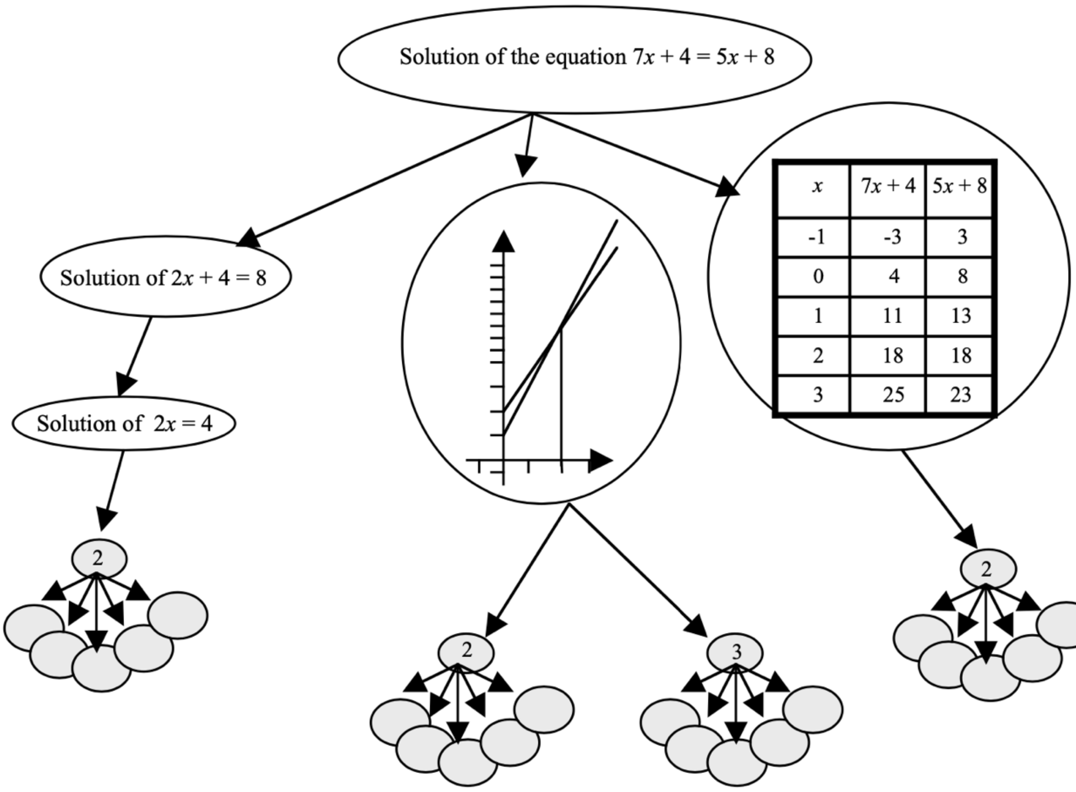
[5] Begrepene *betegner* og *realisajonstre* blir forklart nærmere senere i oppgaven.

utfører en handlingen rituelt, og så, gjennom å utføre handlingen gjentatte ganger, blir man etter hvert i stand til å utføre handlingen på en mer kompetent måte. Godkjente fortellinger består i en matematisk diskurs av vedtatte teoremer og definisjoner. Den avgjørende faktoren for om en fortelling blir godkjent innenfor den matematiske diskursen er at bevisene for at den aksepteres av deltakerne innenfor diskursen. Dette er et uttrykk for Sfards argument om at matamatikk er et sosialt produkt. Hun påpeker imidlertid at man skal være forsiktig med å gå fra å hevde at matematikk er en til diskurs til å hevde at matematikk er et eget språk eller register, da dette impliserer at matematiske objekter eksisterer og at de tilhører denne verden (Sfard, 2008. s. 130).

### 2.6.3 Diskursive objekter – betegnere – realisasjonstrær

Sfard unnlater å definere hva et matematisk objekt er – hun beskriver dem i stedet som diskursive objekter. Hennes definisjon på hva et diskursivt objekt er finner man i boken *Thinking as Communicating* fra 2008, hvor hun skriver: «*The (discursive) object signified by S (or simply object S) in a given discourse on S is the realization tree of S within this discourse.*» (Sfard, 2008. s. 166) Det vil si at all kommunikasjon omkring et «begrep» og alle betegnere for dette «begrepet», som kan klassifiseres i et realisasjonstre, er å anse som diskursive objekter.

Om dette skriver Ärlebäck og Frejd i sin artikkel fra 2013 at «[a] discursive object is manifested through its *signifier* and its *realization tree*» (Ärlebäck & Frejd, 2013, s. 49), og det er denne forståelsen av diskursive objekter som er lagt til grunn i denne studien. Jeg har oversatt begrepene *discursive object, signifer* og *realization tree* til henholdsvis diskursivt objekt, betegner og realisasjonstre. Ifølge Sfard er betegnere og deres realisasjonstrær personlige uttrykk for en persons diskurs, og selv om de stammer fra den felles diskursen er det ikke grunnlag for å hevde at alle deltakerne innenfor en gitt diskurs vil ha like realisasjonstrær for den samme betegneren (Sfard, 2008). Under vises et eksempel på et realisasjonstre.




Figur 4 - Et realisasjonstre for betegneren: Løsning av ligningen 7x+4=5x+8 (Sfard, 2008, s. 165)

Et realisasjonstre består av noder, som alle er et uttrykk for det diskursive objektet. Hvis man ser på figur 4, ser man at man kan begynne hvor som helst i treet. Enhver node som ligger over en annen kan anses for å være betegneren for noden under og enhver node som ligger under en annen kan anses for å være en realisasjon av noden som ligger over. Dette betyr at de fleste diskursive objekter kan være både en betegner og en realisasjon.

Ved å undersøke en persons realisasjonstre kan man få verdifull innsikt i vedkommendes diskurs, og det å gå fra en realisasjon til den neste er innenfor kommognisjon betegnet som selve kjernen i problemløsning (Sfard, 2008). Det vil derfor være svært interessant å se på elevers diskurs innenfor modellering med et kommognitivt blikk. En ting man også bør merke seg, er at når man analyserer realisasjonstrær, må man ha i bakhodet at slike realisasjonstrær er situerte og at de i stor grad kan bli påvirket av samtalepartneren (Sfard 2008). Dette innebærer at realisasjoner som en elev er i stand til å bruke i en samtale styrt av læreren, ikke nødvendigvis vil kunne hentes frem som en realisasjon i en samtale mellom to elever som ikke er like kompetente deltakere i den matematiske diskursen. Denne varierende forståelsen av en realisasjon kan tyde på at eleven ikke har individualisert betydningen av realisasjonen, men at eleven vil kunne individualisere betydningen ved repetert bruk av den.

## 2.7 Tidligere forskning på elevers diskurs i arbeid modelleringsoppgaver

I denne delen gjøres det rede for tidligere forskning på elevers diskurs i arbeid med modelleringsoppgaver. I forarbeidet til studien fant jeg svært lite slik forskning, noe som var med på å legge grunnlaget for denne studien. Mangelen på tidligere forskning innenfor dette aspektet av kommognisjon gjorde meg interessert i å finne ut mer om elevers diskurs i arbeid med modellering.
For å undersøke om det finnes tidligere forskning på emnet ble det gjort søk i Scopus.[6] Scopus søker i engelskspråklige databaser, og søkeresultatene er kvalitetskontrollert etter Touerner og Arzarellos (2013) kriterier A*, A og B. I tillegg til de strenge kontrollkravene ble Scopus valgt fordi denne databasen gjør det mulig å tilpasse søket til de spesifikke nøkkelordene man leter etter. De ordene det ble søkt etter, i tittel, sammendrag og nøkkelord, var kombinasjoner av ordene: *commognition*, *modelling* og *discourse*. Et søk på alle tre ordene fant én artikkel, mens et søk på *commognition* og *modelling* ga treff på to artikler, hvorav den ene var den samme som i det første søket. Disse to artiklene er Ärlebäck & Frejd (2013), som tar for seg to elever på ungdomsskolenivå sine realisasjonstrær i arbeidet med modelleringsoppgaver, og Viirman & Nardi (2019), som skriver om førsteårs biologistudenters diskurs i modelleringsoppgaver. I begge disse artiklene er Sfards kommognisjon lagt til grunn i en analyse av diskursen til elever som driver med modellering.

## 2.8 *Modellering i et kommognitivt perspektiv*

I sitt rammeverk for å se på modellering fra et kommognitivt perspektiv sier Ärlebäck & Frejd at dette innebærer å fokusere på den særegne diskursen som blir brukt når matematiske modeller blir brukt, utviklet eller modifisert (Ärlebäck & Frejd, 2013, s. 49). I sin studie analyserer Ärlebäck og Frejd data fra to elevers arbeid med en modelleringsoppgave og deres fokus er å finne frem til den diskursen som oppstår, hvilke betegnerne de bruker og hvilke realisasjonstrær elevene kommer fram til. Dataene som Ärlebäck og Frejd analyserer er hentet fra en studie som hadde til hensikt å undersøke potensialet for Fermi-problemer i startfasen av modellering for elever.
Begrepet Fermi-problemer kan tilskrives Enrico Fermi (1901-1954). Han stilte spørsmålet «Hvor mange pianostemmere finnes det i Chicago?», og på bakgrunn av antakelser og estimater klarte han å komme frem til et overraskende nøyaktig anslag. Ross og Ross (1986) hevder at selve essensen i Fermi-problemer er at en opplyst person vil være i stand til komme frem til en omtrentlig løsning på problemet ved hjelp av en rekke antakelser (Ross & Ross, 1986, s. 175).
Ärlebäck og Frejd hevder at kommognisjon gir dem et rammeverk for å analysere både inter- og intrapersonlig kommunikasjon (Ärlebäck & Frejd, 2013, s. 48), og en slik tilnærming passer også godt til formålet med min studie, da den ser på hvordan elever kommuniserer i arbeid med modelleringsoppgaver.
Ärlebäck & Frejd hevder at det å delta i modellering vil si at man tar del i en modelleringsdiskurs. For forskeren innebærer dette at man må identifisere relevante diskurser for det gitte problemet gjennom å finne og konstruere meningsfulle koblinger mellom betegnere/realisasjoner i realisasjonstrær som tilhører ulike diskurser og sammenfatte disse i en ny diskurs. Ärlebäck og Frejd diskuterer også hvordan elever gjør betegnere fra hverdagsdiskursen operasjonelle innenfor den matematiske diskursen.

[6] Scopus.com

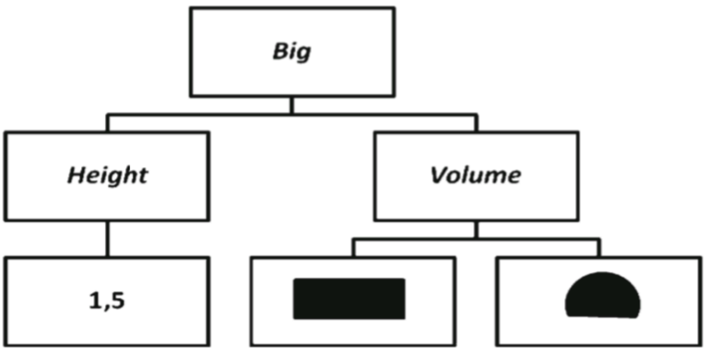
Dette kommer til uttrykk ved at elevene går fra hverdagsdiskursen til den godkjente klasseromsdiskursen – som de tror læreren forventer at de bruker – for de betegnerene de diskuterer (Ärlebäck & Frejd, 2013). Det faktum at elevene tror læreren har en forventning om at de skal bruke fagspesifikke ord i arbeidet sitt, viser at elevene er klar over at det finnes en matematisk diskurs, og at de prøver å bli en del av denne fagspesifikke diskursen.
I sin undersøkelse benytter Ärlebäck og Frejd seg av Sfards realisasjonstre til å analysere to elevers diskurs i deres arbeid med en modelleringsoppgave. I analysen av elevenes arbeid har Ärlebäck og Frejd fokus på elevenes diskurs med henblikk på hvilke betegnere elevene bruker og realisasjonstrærne elevene konstruerer i sitt arbeid. Oppgaven Ärlebäck & Frejd gir sine elever kaller de «*The Snow Clearance problem*», og oppgaveteksten er satt inn nedenfor.

**The Snow Clearance Problem**

A firm gets the job to clear a soccer field from a 2 dm thick layer of snow fallen during the night. If the snow is shovelled into two piles on the two respective shorter sides of the field, how big will the piles be? What would each pile weigh?

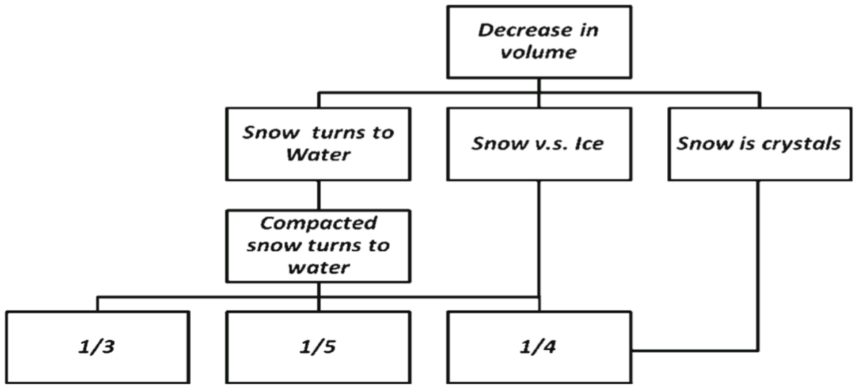
Figur 5 - The Snow Clearance problem (Ärlebäck & Frejd, 2013, s. 50)

I Ärlebäck og Frejds analyse av elevenes diskurs tar de sikte på å identifisere hvordan elevene bruker både hverdagsdiskurs og matematisk diskurs til å løse oppgavene de er gitt. Figuren under viser realisajonstreet for betegneren stor, hvor betegneren stor, som er hentet fra hverdagsdiskursen, blir realisert ved hjelp av ord hentet fra den matematiske diskursen, som for eksempel volum.




Figur 6 – Realisasjonstre for betegneren stor (Ärlebäck & Frejd, 2013, s.52)

Et realisasjonstre for en gitt betegner kan ha flere nivåer av noder, hvor nodene kan bestå av begreper fra både hverdagsdiskurs og matematikkdiskurs. I tillegg skriver Ärlebäck og Frejd at ved å se på modellering gjennom en kommognitiv linse, gir dette en mulighet til å sette fokus på tverrfaglighet som kommer til syne ved modelleringsoppgaver. Dette er illustrert i figuren under, hvor begreper fra både fysikk og kjemi kommer inn i elevenes diskurs.




Figur 7 – Realisasjonstre for betegneren minkning i volum (Ärlebäck & Frejd, 2013, s. 53)

Gjennom sitt rammeverk hevder Ärlebäck og Frejd at elevenes diskursive objekter, manifestert gjennom betegnere og deres realisasjonstrær, er et resultat av et samspill mellom hva elevene kognitivt brakte med seg, kommunikasjonen dem i mellom og den sosiale konteksten modelleringen utspilte seg i, samt at et kommognitivt ståsted gir rom til å se på alle disse aspektene innenfor et felles rammeverk (Ärlebäck & Frejd, 2013, s. 54).
Det er dette rammeverket som blir brukt i analysen av dataene i denne studien.

# 3 Metode

Planleggingen av masterprosjektet har bestått av mye tenking på hva det innebærer å være lærerforsker, samt på hvilke implikasjoner det vil ha å forske på sine egne elever – det være seg både etiske og metodiske utfordringer. I det følgende kapittelet klargjør jeg mitt faglige og epistemologiske ståsted og hva det innebærer å forske på egne elever, med de fordeler og ulemper som følger med. Jeg tar for meg de metodiske og etiske utfordringene hver for seg. I tillegg diskuterer jeg hvorvidt forskning i eget klasserom – såkalt lærerforskning – er å anse som en legitim forskningsform og hvorvidt resultatene slik forskning gir er anvendbare utenfor klasserommet det forskes i. Jeg legger også frem min forståelse av hva det vil si å være lærerforsker og hvilke roller man kan innta når man utfører lærerforskning.

## 3.1 Epistemologi og faglig ståsted

Epistemologi er læren om kunnskapens natur og hva vi kan si er virkelig, samt om på hvilken måte vi går fram for å tilegne oss denne kunnskapen – det vil si en teori om hva kunnskap egentlig er (Johansen, Tufte, & Christoffersen, 2010).

Min tilnærming til kunnskap og tilegnelse av kunnskap er sosiokulturell – kunnskap skapes i samspill mellom mennesker, og sosialt samspill er også hvor man tilegner seg kunnskap. Om dette sier Olga Dysthe: *«Språk og kommunikasjon er ikkje berre eit middel for læring, men sjølve grunnvilkåret for at læring og tenking skjer»* (Dysthe, 2001, s. 49). Dysthes syn er i tråd med Sfards (2008) syn på læring, da Sfard sier at læring kjennetegnes av utvikling av diskursen innenfor et diskursfellesskap. Deltakelse i et diskursfellesskap har stor betydning for både hva og hvordan vi lærer, og derfor er Sfards (1998) deltakelsesmetafor lagt til grunn for hvordan læring foregår i denne oppgaven.

De innsamlede dataene er tolket i henhold til hermeneutisk tradisjon. Hermeneutikk går ut på å fortolke noe andre har sagt og å skape mening av det de har sagt eller skrevet (Cohen, Manion, & Morrison, 2011, s. 32). Jeg har her forsøkt å gjengi elevenes utsagn så sannferdig som mulig, men det vil fortsatt være min tolkning av det elevene sier som er lagt til til grunn i denne oppgaven. Alt som ble sagt i de to undervisningsøktene forskningen bygger på, er skrevet ned, men likevel er ikke det som er skrevet om de to øktene den absolutte sannheten om hva som har skjedd. Som forsker har man ikke hatt tilgang på elevenes tanker, og derfor blir det som skrives forskerens tolkning av hva som har skjedd. I dette tilfellet er det er det anvendt en kommognitiv linse for å fortolke og finne mening i transkripsjonene av dialogen i gruppene som jobbet med de gitte oppgavene.

Når det kommer til hvordan jeg stiller meg til de dataene som jeg har samlet inn, ser jeg ikke på disse som fullstendig nøytrale og verdifrie. Jeg er fullstendig klar over at mine erfaringer og holdninger nødvendigvis vil virke inn på hvordan jeg har tolket de innsamlede dataene (Halvorsen, 2008, s. 21-26). Det at man på forhånd av forskningsprosessen er klar over at man vil være påvirket av sine holdninger under analysearbeidet, bør gi en selvinnsikt som gjør det mulig å tolke de innsamlede dataene så likt virkeligheten som mulig. Fordi man er klar over at man ikke er verdinøytral med tanke på de innamlede dataene, vil man bestrebe å behandle dem så objektivt som mulig.

## 3.2 Valg av metode

Målet med denne studien er å finne ut hvordan en gruppe elever kommuniserer når de jobber med modelleringsoppgaver, og jeg har derfor valgt å observere en gruppe elever mens de jobber med nettopp slike oppgaver. Observasjonen besto av deltakende forsker/lærer og grupper på 3–5 elever. Det ble gjort gruppevis lydopptak av elevene, hvor målet var å fange opp elevenes samtaler i modelleringsprosessen. Lydopptak ble valgt fordi man i forkant av innsamlingen mente dette ville være tilstrekkelig for å observere hva elevene snakket om under modelleringsprosessen, og at det ville være mindre forstyrrende for elevene enn et videopptak. Med bakgrunn i at lydopptak er mindre inngripende enn et videoopptak var tanken at man ville få en så tilnærmet normal diskurs som mulig. Siden det ble innhentet mye informasjon innenfor et smalt felt, og målet er å kartlegge elevenes diskurs innen modellering, ble det valgt en kvalitativ tilnærmingsmåte til studien (Johansen, Tufte, & Christoffersen, 2010, Larsen, 2016).

## 3.3 Valg av informanter

Denne studien er gjennomført på en klasse på tiende trinn ved den skolen jeg jobber på, og som jeg underviste i. Skolen ligger et stykke utenfor sentrum i en liten by i Midt-Norge, og den ligger i et område som preges av mye primærnæring. Elevenes erfaring med modellering var at de hadde jobbet med et modelleringsopplegg det foregående skoleåret.
For å få tilgang på informanter ble det klargjort med skolens ledelse at forskningen kunne gjennomføres i den ønskede klassen. Etter at prosjektet var godkjent av ledelsen ble elevene spurt om de ville delta. Da elevene sa seg villige til å delta i studien ble det sendt ut et samtykkeskjema (Vedlegg 1) til elevenes foresatte, da elevene var under 18 år og ikke lovlig i stand til å gi samtykke selv.
En slik gruppe informanter hentet fra egne elever kan sies å utgjøre et bekvemmelighetsutvalg, siden det da det ikke var nødvendig å kontakte andre skoler for å få tilgang på forskningsdeltakere og det heller ikke var nødvendig å bruke tid på å reise til en annen skole for å gjennomføre forskningen. Det blir gjort nærmere rede for betydningen av begrepet bekvemmelighetsutvalg og hvilke konsekvenser et slikt utvalg har for forskningen senere i oppgaven.

## 3.4 Gjennomføringen av øktene

Modelleringsopplegget ble gjennomført i to 60-minutters undervisningsøkter, hvor begge øktene startet med en gjennomgang av dagens opplegg i plenum før elevene ble delt inn i grupper på tre til fem elever som ble tildelt hvert sitt grupperom for arbeid med oppgavene. De to deltakende lærerne beveget seg rundt og observerte gruppene. Gruppesammensetningen var i utgangspunktet ment å være heterogen, basert på elevenes tidligere prestasjoner i matematikkfaget. Bakgrunnen for dette valget av heterogene grupper var en forventning om at elever med ulike kompetansenivåer i faget ville kunne få mulighet til å bidra med ulike synsvinkler på problemene. Da det kom til gjennomføringen av opplegget var flere elever fraværende, så da ble ikke gruppene fullt så heterogene som opprinnelig planlagt, siden de måtte tilpasses de elevene som faktisk var til stede. Denne forskyvningen i gruppesammensetning kan ha påvirket dataene, da gruppene ikke ble like heterogene som opprinnelig planlagt.

## 3.5 Forskning i eget klasserom

Lærerforskning utføres ofte av en lærer som ønsker å forstå noe som foregår i klasserommet eller av en lærer som føler et behov for en forandring i hvordan vedkommende utøver sin lærergjerning. Forskningen er for det meste kvalitativ og det dreier seg ofte om forskning på en liten gruppe individer (Hoel, 2000). Dette gjelder også for forskningen i denne oppgaven. Da jeg oppdaget en, for meg, hittil lite prøvd tilnærming til matematikk – modellering, oppsto det et behov for å gjennomføre et prosjekt for å undersøke om modellering kan hjelpe elevene å forstå verden bedre, øke motivasjonen for matematikk og bidra til å utvikle matematisk kompetanse og tilfredsstillende holdninger, slik Blum & Ferri (2009, s. 47) hevder, og om modellering gir elevene muligheten til å utvikle ulike tilnærminger til å presentere sine tolkninger av gitte situasjoner, slik Doerr (2007, s. 76) påstår.

Det faktum at jeg i denne studien opptrer som forsker i eget klasserom innebærer at forskningen er gjennomført av en forsker som ikke har forskningsutdanning, og at de strenge kravene som gjelder for tradisjonell kvantitativ forskning ikke er fulgt (Hoel, 2000; Hiim, 2003). Denne studien oppfyller heller ikke den tradisjonelle forskningens rigide krav til gjennomføring, da slike krav begrenser mulighetene til å gjennomføre forskning i eget klasserom. Kunnskapen som legges til grunn for gjennomføringen av forskningen er de deltakende lærernes erfaringsbaserte kunnskap (Hiim, 2003).
En styrke ved lærerforskning er imidlertid at slik forskning kan gi et autentisk innblikk i hva som foregår i klasserommet, noe denne studien også gir, på en måte som tradisjonelle forskere ikke vil kunne oppnå. En annen styrke ved den typen forskning som er gjennomført i denne oppgaven, er at forskningen oppstår på bakgrunn av opplevde utfordringer i klasserommet og slik gir verdifull innsikt i hva som foregår i et klasserom. På bakgrunn av dette vil det være enklere å få andre lærere til å implementere forskingsresultatene i sin egen undervisningspraksis (Hiim, 2003).

### 3.5.1 Fullstendig deltakende observasjon

Forskerens rolle i denne studien var som fullstendig deltakende observatør. Som forsker observerte jeg ikke utelukkende det som foregikk utenfra, i stedet deltok jeg i undervisningsopplegget som om det var en vanlig undervisningsøkt for elevene. Det at jeg både var lærer og forsker under undervisningsøkten gjorde at elevene opplevde undervisknigsøkten så lik en vanlig undervisningssituasjon som mulig, da det ikke kom utenforstående forskere som et forstyrrende element inn i klasserommet. Dette ga derfor så valide data som mulig (Hoel, 2000). Forskjellen på disse to ulike rollene er illustrert i tabellen under.

| UTENFORSTÅENDE | | ⟵⟶ | | INSIDER |
|---|---|---|---|---|
| Atskilt som observatør | Observatør | Observatør som deltaker | Deltaker | Fullstendig deltaker |

Figur 8 (Cohen, Manison, & Morrison, 2011, s. 233, min oversettelse)

## 3.6 Etiske betenkninger rundt forskning i eget klasserom

Et viktig etisk dilemma man bør være klar over når man er både forsker og lærer er hvordan man skal forholde seg til elevene sine. Når man forsker på egne elever har man et ekstra stort ansvar for elevene og for hvordan elevene framstilles i forskningen. Når man gjennomfører forskning til en masteroppgave på egne elever, er det lett at man ser på seg selv hovedsakelig som forsker, fordi det primære fokuset ligger på resultatet av studien som gjennomføres. Hvordan vil man da reagere om man kommer opp i en situasjon hvor rollen som forsker står i konflikt med rollen som lærer? Vil man da være i stand til å legge bort forskerrollen og tenke på hva som er best for elevene? Min vurdering av dette i forkant av prosjektet var at jeg følte meg trygg på at jeg ville være i stand til det, og jeg mente videre at jeg ville være i stand til å gjøre gode vurderinger knyttet til hva som er til det beste for elevene, slik at jeg ikke ville la meg friste til å bruke gode data som kunne være nyttig for meg som forsker, men som ville kunne stille elevene som deltok i forskningen i et uheldig lys. På dette punktet er Hoel helt klar i sin artikkel: *«Der lærer og forsker er en og samme person må det aldri være tvil om at lærerens forpliktelser har førsteprioritet, mens forskerens interesser må komme i annen rekke»* (Hoel, 2000, s. 162). Selv om man kan håpe på at man vil handle på en slik måte i alle tilfeller, vil det etter min mening være lettere å opptre på riktig måte når man har å gjøre med elever som man har et forhold til fra før. I slike situasjoner vil man gjerne tenke seg ekstra nøye om før man gjør etiske valg som setter elevene i et dårlig lys.

Et bekvemmelighetsutvalg av informanter kan også by på etiske dilemmaer knyttet til forskning i eget klasserom. Når en lærer sitter på inngående kunnskap om elevene kan det være fristende for læreren å velge de elevene vedkommende tror vil gi de beste dataene. Dette er noe Cohen, Manison & Morrison kaller *researcher bias*, eller forskerbias på norsk. Forskerbias knyttet til hvilke data forskeren ønsker å innhente, og hvordan dette påvirker utvalget av informanter, vil påvirke validiteten av dataene man samler inn i kvalitativ forskning (Cohen, Manison, & Morrison, 2011; Hoel, 2000). I slike tilfeller er det viktig at man som forsker i eget klasserom ikke lar seg styre av lysten til å få så «gode» data som mulig, men at man samler inn data fra alle elevene og gjennomfører analyser ut fra de dataene man faktisk får inn. Et annet argument for at man ikke skal gjøre et utvalg av bestemte elever er at om man forsker på en hel klasse vil forskningen foregå mer som en normal undervisningsøkt, og på den måten vil forstyrrelsen være mindre (Hoel, 2000). Selv om man som forsker er opptatt av å samle inn data, bør hensynet til klassen og elevenes faglige prestasjoner gå foran forskerens behov for data. I tillegg, ved at man ikke lar seg friste til å velge elever som man tror vil gi gode data, kan jo være at man gjør funn som man ikke hadde forventet på forhånd.

Dette bringer meg over til et annet etisk dilemma som kan påvirke validiteten i forskningen, noe Cohen, Manison & Morrison kaller *confirmation bias,* eller bekreftelsesbias på norsk. Bekreftelsesbias er når man som forsker velger en tilnærming til de innsamlede dataene som bekrefter de antakelsene eller hypotesene man allerede har. Som forsker kan man ofte ha en formening om hvilke funn man kommer til å gjøre, og da kan det være fristende å tolke dataene på en slik måte at de støtter de antakelsene man har på forhånd (Cohen, Manison, & Morrison, 2011).

En slik tilnærming til tolkning av data vil være uetisk. I tillegg vil tolkningen ikke representere datamaterialet på en troverdig måte. Både forskerbias og bekreftelsesbias

er noe man som forsker i eget klasserom bør være oppmerksom på. Når man forsker på informanter man allerede har et forhold til, kan det være fristende å fremstille dem i et så godt lys som mulig. Det er derfor viktig at man som forsker er tro mot de datene man får, og at man fremstiller disse så sannferdig og presist som mulig, uten at det er kompromitterende for elevene.
Som tidligere nevnt bør man tenke på hvordan de innsamlede dataene framstiller forskingsdeltakerne. Hva om de innsamlede dataene stiller deltakerne i et dårlig lys? I denne oppgaven er det tatt grep for å unngå at enkeltelever kan bli gjenkjent, så i dette tilfellet vil slike data fortsatt kunne bli brukt, fordi ingen vil kunne knytte de konkrete dataene til en bestemt person. Slike data kan være viktig for en undersøkelse og man bør bestrebe å framstille dataene så sannferdig som mulig, så fremt de ikke henger ut forskningsdeltakerne.

## 3.7 Reliabilitet, validitet og overførbarhet

### 3.7.1 Reliabilitet

*«Reliabilitet knytter seg til undersøkelsens data: hvilke data som brukes, hvordan de samles inn og hvordan de bearbeides.»* (Johansen, Tufte, & Christoffersen, 2010, s. 229)
I kvantitative studier er reliabilitet viktig, men Johansen, Tufte, & Christoffersen (2010) hevder at et tilsvarende krav om reliabilitet i kvalitativ forskning ikke er hensiktsmessig, da man bruker vidt forskjellige metoder til å samle inn data til bruk i forskningen. Der den kvantitative forskeren bruker strukturerte teknikker for å samle inn data, er konteksten med på å styre hvordan den kvalitative forskeren innhenter sine data. Her kan man si at den datainnsamlingen den kvalitative forskeren gjør kommer fra situert læring, noe som vanskeliggjør overførbarhet til andre situasjoner og gjennom dette også muligheten for å reprodusere resultatene. Reproduksjon av resultater fra et læringsfelleskap kan være vanskelig, da resultatene innenfor et læringsfelleskap er et produkt av deltakerens kunnskap og ferdigheter innenfor det gitte læringsfelleskapet (Lave & Wenger, 2019, s. 29). På grunn av at undersøkelsen er gjennomført i et sosialt læringsfellesskap med sin egen diskurs og sine egne sosiale spilleregler er det lite trolig at en annen forsker som forsket på en annen klasse ville oppnådd de eksakt samme resultatene som jeg gjorde i denne undersøkelsen.

For å styrke reliabiliteten i en kvalitativ forskningsprosess er det viktig at forskeren er nøyaktig og åpen i sin beskrivelse av hvordan forskningen blir gjennomført og i sin gjengivelse av hele forskningsprosessen (Johansen, Tufte, & Christoffersen, 2010). Jeg har derfor, for å sikre best mulig reliabilitet i denne studien, forsøkt å være så åpen som mulig om både forarbeidet, gjennomføringen og analysen i denne studien.
I tillegg vil jeg vise til Nilssen (2012), som peker på følgende grunnleggende antakelse for kvalitativ forskning: *«At det eksisterer flere virkeligheter betyr også at forskningen kan gi oss noen svar, men ikke svaret»* (Nilssen, 2012, s. 25). Dersom en annen forsker satte seg fore å replisere denne studien, kan det hende at han ville kommet fram til et annet, men like fullt gyldig, svar enn det jeg gjorde.
Ett aspekt det er viktig å opplyse om i så henseende er at valget av forskningsdeltakere til denne studien er gjort på bakgrunn av et bekvemmelighetsutvalg. I slike tilfeller er det viktig å understreke hvordan informantene er rekruttert, slik at man ikke presenterer dataene man har samlet inn som om det er snakk om data fra et tilfeldig utvalg informanter. De innsamlede dataene er derfor ikke nødvendigvis generaliserbare, siden

de ikke er innhentet fra et representativt utvalg av informanter (Cohen, Manison, & Morrison, 2011).

### 3.7.2 Validitet

Validitet knytter seg til om studien undersøker det den hevder å undersøke, og om man kan bruke den valgte teorien til å underbygge de tolkningene som er gjort og konklusjonene som er utledet. I tillegg handler validitet i kvalitative undersøkelser om at forskeren velger framgangsmåter og resultater sammenfaller med bakgrunnen for studien og at funnene er en korrekt gjengivelse av det som har skjedd (Johansen, Tufte, & Christoffersen, 2010, s. 230).

Jeg har tatt to grep for å prøve å sikre validitet i min forskning. Jeg har foretatt vedvarende observasjon ved at jeg har hatt god tid til å bygge tillit til forskningsdeltakerne og derfor er i stand til å skille mellom relevant og ikke relevant informasjon.
I tillegg er sannsynligheten for å få valide data økt ved at dataene analysen er basert på, ikke kun er hentet fra en enkelt undervisningsøkt, men fra to (Johansen, Tufte, & Christoffersen, 2010).

### 3.7.3 Overførbarhet

Er det slik at kvalitative undersøkelser har den samme overførbarheten som representative kvantitative undersøkelser?

Innenfor kvalitativ forskning søker man ikke en generalisering av funnene; målet er i stedet å overføre kunnskap fra en situasjon til andre sammenlignbare situasjoner (Johansen, Tufte, & Christoffersen, 2010, s.231). Her vil det da være snakk om at man tar med seg det man har lært fra denne studien og bruker det når man ser på en annen lignende situasjon. Selv om det ikke vil være mulig å generalisere direkte basert på denne typen studier, så vil man kunne ta med seg nyttig lærdom fra kvalitativ forskning – både denne studien spesielt og kvalitativ forskning generelt.

## 3.8 Forskningsetikk

Når man gjennomfører et forskningsprosjekt er man nødt til å forholde seg til forskningsetiske normer og regler. I det følgende gjør jeg rede for hvordan jeg har forholdt meg for å etterleve disse kravene.

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora har utarbeidet retningslinjer for hvordan forskning skal utføres innenfor feltene samfunnsvitenskap, humaniora, jus og teologi. Retningslinjene sier blant annet at universitetet er pålagt et ansvar for at forskningen utøves i overenstemmelse med anerkjente vitenskapelige, pedagogiske og etiske prinsipper (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora, 2016, s. 6).

I dette arbeidet har jeg derfor, så godt jeg kan, forsøkt å forholde meg til disse normene og reglene. Innhenting av informert samtykke er ett eksempel. Forskning på egne elever krever at man er ekstra oppmerksom på de etiske dilemmaene man står overfor ved forskning i klasserommet. Det er for eksempel viktig at man er helt klar på at deltakelse i studien er frivillig og at det ikke vil få noen negative konsekvenser om en elev ikke ønsker å delta.

Da selve forskningen er utført på barn, ble det utarbeidet et informasjonsskriv til foreldrene (Vedlegg 1), hvor foreldrene fikk informasjon om studien og dens formål, og hvor foreldrene var nødt til å signere på at deres barn kunne delta i studien. Elevene som deltok i studien fikk den samme informasjonen om studien som foreldrene, og elevene fikk også informasjon om at de på et hvilket som helst tidspunkt under studien kunne trekke sitt samtykke uten at det ville få negative konsekvenser for hverken dem eller studien.

For å få elevene til å delta i studien var det viktig å forsikre dem om at de ville være anonyme under hele prosessen og at det ikke på noe tidspunkt ville være mulig å identifisere de som individer. En slik tilnærming støttes av Cohen, Manison og Morrison, som framholder at selve essensen av anonymitet er at man på bakgrunn av den gitte informasjonen ikke skal være i stand til å identifisere deltakerne i studien (Cohen, Manison & Morrison, 2011, s. 91).

Behovet for anonymitet er i studien ivaretatt ved at elevene er gitt pseudonymer, spesifikt de mest vanlige navnene fra 2018 (Statistisk Sentralbyrå, 2019), og ved at navnet på skolen de går på ikke er oppgitt. På denne måten sikrer man at ingen enkeltelev skal kunne gjenkjennes i den ferdige studien.

Både NTNU og Norsk senter for forskningsdata (NSD) har kriterier for hvordan man oppbevarer det datamaterialet man innhenter. Dette er fulgt opp ved at lydfilene fra undervisningsøktene ble oppbevart på en kryptert ekstern harddisk, før de ble slettet så snart transkripsjonen var fullført. Transkripsjonene vil bli slettet så fort studien er avsluttet.

På bakgrunn av de opplysningene som er gitt i dette delkapitlet ga NSD godkjenning til gjennomføringen av studien. (Vedlegg 2)

## 3.9 Datainnsamling

Datainnsamlingen ble gjort i to undervisningsøkter på to forskjellige dager, hvor det først var en felles del i klasserommet. Elevene ble så delt inn i grupper som gikk til hvert sitt grupperom. Da elevene jobbet med oppgavene på grupperommene fikk de utdelt en lydopptaker som tok opp samtalen de hadde da de jobbet. Det ble bevisst valgt å ikke benytte videoopptak, på grunn av at videoopptak ble vurdert som mer forstyrrende for elevene. Ved å gjøre opptak av kun lyd la man til rette for en mer autentisk læringssituasjon enn man ville fått om det ble gjort videoopptak. Mangelen av videoopptak viste seg i ettertid å være en ulempe, da slike opptak ville gitt bedre oversikt over elevenes kroppsspråk, og det ville vært lettere å beskrive handlingene til elevene. For å gi elevene så gode forutsetninger som mulig til å løse de tildelte oppgavene, hadde de under arbeidet tilgang til lærerne, lærebøkene, kalkulator, en dorull til å klippe opp, støtteoppgaven til Oljetankoppgaven og PC med tilgang til internett og med GeoGebra installert.

Etter at de to undervisningsøktene var avsluttet ble lydfilene fra alle gruppene transkribert. Dette ble gjort for å gjøre det mulig å også finne likheter på tvers av gruppene og ikke kun innad i en gruppe, og på den måten styrke undersøkelsens reliabilitet (Johansen, Tufte, & Christoffersen, 2010). Av hensyn til reliabilitet er alt innholdet i øktene transkribert, med unntak av det som helt åpenbart er utenomfaglig innhold. Slikt innhold, i tillegg til andre handlinger, fikk sin egen koding i transkripsjonen, med ulike symboler som viser de spesifikke handlingene. Disse symbolene som presenteres i Tabell 4 er egendefinerte og ikke basert på annen litteratur.

| Tegn | Handling |
|---|---|
| … | Kort pause |
| …… | lang pause |
| --- | Latter |
| *** | Ikke relevant |
| ^^^ | Avbrutt |
| +++ | Uhørbart |
| [] | Beskrivelse av handling |

Tabell 2 - Kodingsnøkkel til transkripsjonene.

## 3.10 Analyse av datamaterialet

Når man analyserer et datamateriale deler man materialet opp i mindre biter, og man undersøker disse mindre bitene for å finne fram til et budskap eller et mønster i datamaterialet (Johansen, Tufte, & Christoffersen, 2010, s. 164). I denne studien analyseres deler av det transkriberte materialet for å svare på forskningsspørmålet.

Transkripsjonen av elevenes arbeid ble foretatt kort tid etter at undervisningsopplegget var ferdig gjennomført, for at detaljene om hva som hadde foregått skulle være så friskt i minne som mulig. Da det ble valgt å ikke gjøre videoopptak av øktene, ga denne nærheten i tid til gjennomføringen av undervisningsopplegget transkribenten god mulighet til å huske detaljer fra arbeidet som ikke var av en auditiv karakter, noe som var viktig for undersøkelsen. Transkripsjonene er gjort hovedsakelig på bokmål, men det er valgt å bruke dialekt på deler av dem, da dialekten gir en mer ærlig framstilling av elevene enn bruk av bokmål. Etter transkripsjonen er dataene gjennomgått for å beskrive elevenes diskurs i arbeidet med modelleringsoppgavene.

## 3.11 Valg av oppgaver

Oppgavene som ble brukt i studien er modelleringsoppgaver hentet fra annen forskning. Oljetankoppgaven er hentet fra Saeki og Matsuzaki (2011), og hypertermioppgaven er hentet fra Galbraith (2018). Selv om disse oppgavene er hentet fra utarbeidede modelleringsopplegg var det likevel på sin plass å forsikre seg om at de to oppgavene oppfyller kriteriene for en modelleringsoppgave, utarbeidet av Lesh, Doerr, Kramer, Post & Zawojewski (2003)

### 3.11.1 Oppfyller oppgavene de seks kriteriene for modelleringsoppgaver?

#### 3.11.1.1 Hypertermioppgaven

Hypertermioppgaven går ut på at man skal forklare hvorfor det er stor fare for hypertermi hos små barn og kjæledyr hvis de blir etterlatt i en sommervarm bil og at man skal bruke matematikk for å vise hvorfor det er slik (Vedlegg 3)

Prinsippet om personlig meningsfullhet og om dette er noe elevene kunne opplevd i virkeligheten gjelder for denne oppgaven, da den ble valgt på grunn av at det er mange elever som har kjæledyr og småsøsken. I tillegg ble opplegget gjennomført på våren, med utetemperaturer på vei opp. Denne typen oppgave ble derfor ansett for å kunne oppleves både aktuell og meningsfull for elevene.

Oppgaven oppfyller prinsippet om modellkonstruksjon, fordi det ikke lå en klar løsning framme i dagen for hvordan oppgaven skulle løses. Det var ikke slik at dette var en oppgave som elevene kunne gå ut og løse i virkeligheten, og derfor var oppgaven av en slik karakter at elevene kunne se nødvendigheten av å lage en modell for hvordan et slikt problem skulle løses.

Prinsippet om selvevaluering ble ivaretatt ved at elevene under arbeidet med oppgaven måtte vurdere om de forskjellige løsningene de kom fram til underveis passet til den gitte oppgaven. Da det som nevnt i forrige punkt ikke lå noen klar løsning framme i dagen, og det kunne finnes flere mulige løsninger, ble elevene nødt til å vurdere om den løsningen de valgte passet til den oppgaven de var satt til å løse. Selv om elevene ikke kunne teste ut sine hypoteser i praksis, hvilket hadde vært ideelt, kunne de sjekke med de deltakende lærerne om den løsningen de hadde kommet fram til, passet til problemet.

Prinsippet om modelleksternalisering oppfylles ved at elevene måtte begrunne hvordan de hadde tenkt for å komme fram til løsningene sine og hvordan de hadde brukt matematikken for å komme fram til dem. Her måtte elevene legge fram de løsningene de hadde kommet fram til, det være seg om modellen var av algebraisk art eller om de hadde kommet fram til en visuell modell.

Hypertermioppgaven ivaretar også prinsippet om enkle prototyper, og da spesielt i støtteoppgaven, den såkalte kubeoppgaven. Her ble elevene gitt en enklere mulighet til å lage en prototyp, da de kunne lage en 2D-modell av situasjonen ved å undersøke forholdet mellom overflate og volum til kuber i en todimensjonal kontekst.

Modellgeneraliseringprinsippet ble ivaretatt ved at oppgaven var framstilt så enkelt som mulig, samtidig som den krevde at elevene kom fram til en enkel, men effektiv modell for dette spesifikke problemet, som også er anvendbar i andre situasjoner som handler om å sammenligne størrelser.

#### 3.11.1.2 Oljetankoppgaven

Oljetankoppgaven går ut på at elevene får et bilde av en oljetank med en spiraltrapp rundt, og blir bedt om å regne ut hvor lang trappa er på bakgrunn av noen variabler som er gitt. (Vedlegg 4)

Prinsippet om personlig meningsfullhet oppfylles i denne oppgaven ved at dette er noe elevene kunne opplevd i virkeligheten. Denne oppgaven ble valgt på grunn av at oljetanken er en form som elevene er godt kjente med fra før og at de ser denne formen ofte i dagliglivet. Det at elevene ofte ser slike former fører til at denne oppgaven vil kunne oppleves som aktuell og meningsfull for dem.

Når det gjelder prinsippet om modellkonstruksjon var det ikke slik at elevene bare kunne måle lengden på spiraltrappa, så elevene ville finne det nødvendig å lage en modell for hvordan et slikt problem skulle løses. Det var heller ikke gitt at det kun fantes én løsning på oppgaven, da de kunne ha valgt ulik stigning på trappa, noe som ville gitt forskjellig lenge på trappa. På bakgrunn av disse opplysningene oppfyller oppgaven kravet til prinsippet om modellkonstruksjon.

Begrunnelsene for at oppgaven oppfyller kriteriene knyttet til prinsippene om selvevaluering, modelleksternalisering, enkle prototyper og modellgeneralisering er de samme som for den første oppgaven, så disse er ikke gjentatt her.

## 3.12 Oppsummering av metode

Jeg har i dette kapitlet gjort rede for de metodiske og etiske valgene jeg har tatt for gjennomføringen av undersøkelsen og for innsamlingen av datamaterialet til analysen. Dette er gjort for å styrke reliabiliteten i prosjektet mitt, da jeg har forsøkt å være så åpen og nøyaktig som mulig i beskrivelsen av forskningsprosessen (Johansen, Tufte, & Christoffersen, 2010). Redegjørelsen for de valgene som er tatt legger også grunnlaget for analysen av de innsamlede dataene.

# 4 Analyse

Forskningsspørsmålet i denne studien er: **Hvordan kommer diskursive objekter til uttrykk i en gruppe 10.-trinnselevers arbeid med to modelleringsoppgaver?**
I dette kapitlet presenterer jeg en todelt analyse av datamaterialet. Dataene blir tolket ved hjelp av Blum og Leiss' (2007) modelleringssyklus og gjennom en kommognitiv linse som beskrevet av Ärelbäck og Frejd (2013), basert på Sfards rammeverk om diskursive objekter innenfor modellering. I analysen ser jeg på hvordan elevene beveger seg i modelleringssyklusen. I tillegg ser jeg på hvordan elevenes diskursive objekter gir seg til kjenne gjennom betegnere og deres realisasjonstrær samt hvor i modelleringssyklusen disse diskursive objektene kommer fram.
Selv om alle elevene i klassen deltok i studien og det ble gjort transkripsjoner av alle gruppene, har jeg i analysen primært fokusert på arbeidet til én gruppe. Etter å ha transkribert samtalene fra alle gruppene ble det klart at det var tre grupper som hadde tatt oppgaven de ble gitt på alvor, og gjennom det gav data som lot seg analysere på en måte som var hensiktsmessig for denne studien. Av de tre gjenstående gruppene kunne jeg valgt alle tre. Med tanke på at min kollega baserer sin masteroppgave på data fra de samme undervisningsøktene som meg, og han har valgt data fra de to andre gruppene, har jeg valgt den gruppen som han ikke hadde fokusert på. Gruppen jeg har analysert data fra, besto av to jenter og en gutt. Jeg kan ikke utelukke at valget av gruppe har påvirket utfallet av studien min, men etter å ha gått gjennom transkripsjonene fra alle gruppene ser jeg at de er innom stort sett de samme diskursive objektene og at de diskursive objektene gir seg til kjenne i de samme fasene av modelleringsprosessen.
I dette kapitlet identifiserer jeg først min løsning på oppgavene elevene fikk, før jeg presenterer elevenes bevegelser i modelleringssyklusen. Deretter presenterer jeg elevenes diskursive objekter, før jeg til slutt ser jeg på hvor i modelleringssyklusen elevenes diskursive objekter gir seg til kjenne.

## 4.1 Min løsning på oppgavene

Før gjennomføringen av undervisningsopplegget med elevene løste jeg oppgavene selv. Dette gjorde jeg både fordi jeg selv ønsket å vite løsningen på forhånd, men også for å søke en viss innsikt i hvor elevene potensielt kunne støte på problemer i arbeidet. Selv om jeg hadde løsningene klare på forhånd var det ikke slik at disse ble presentert for elevene som en fasit, ref. Blum og Ferri (2009); jeg ønsket å stille bedre forberedt til å veilede elevene, hvis de skulle uttrykke et ønske om veiledning. I tillegg til å være godt forberedt på å støtte elevene var det å finne mulige betegnere for de diskursive objektene og organisere dem i realisasjonstrær en god øvelse i forkant av analysen av elevenes arbeid. Ved å skaffe meg oversikt over hvilke diskursive objekter oppgaven krever at elevene behersker, ville jeg som forsker være i bedre stand til å identifisere elevenes betegnere og tilhørende realisasjoner. Dette gjorde at jeg i rollen som forsker var i stand til å identifisere hvorvidt elevene brukte hverdagsdiskurs eller fagdiskurs (Ärlebäck & Frejd, 2013). Ved at jeg var bedre i stand til å skille elevenes forskjellige diskurser fra hverandre ble også realisasjonstrærne i analysen bedre enn de ville vært uten denne kunnskapen.

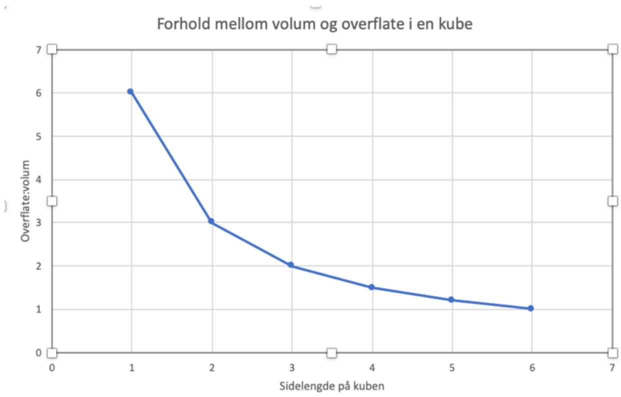
### 4.1.1 Hypertermi- og kubeoppgaven

Min intuitive løsning på hypertermioppgaven var ikke basert på matematikk, men en forståelse av at barn og hunder, som har små kropper, har større overflate i forhold til volum enn det voksne, altså personer med større kropper, har. Dette er også den matematiske forklaringen på oppgaven, noe som vises i framstillingen av kubeoppgaven under.

Kubeoppgaven

| Sidelengde | Overflate | Volum | $\frac{\text{Overflate}}{\text{volum}}$ |
|---|---|---|---|
| 1 cm | 6 $cm^2$ | 1 $cm^3$ | 6 |
| 2 cm | 24 $cm^2$ | 8 $cm^3$ | 3 |
| 3 cm | 54 $cm^2$ | 27 $cm^3$ | 2 |
| 4 cm | 96 $cm^2$ | 64 $cm^3$ | 1,5 |
| 5 cm | 150 $cm^2$ | 125 $cm^3$ | 1,2 |
| 6 cm | 216 $cm^2$ | 216 $cm^3$ | 1 |

Tabell 3 - Min løsning av kubeoppgaven framstilt som tabell




Figur 9 Grafisk framstilling av min løsning av kubeoppgaven

### 4.1.2 Oljetank- og dorulloppgaven

På oljetankoppgaven vil det ikke være kun én mulig løsning, men flere, da man ikke kan avgjøre med 100 prosents sikkerhet hvilken vinkel trappa har eller hvor den stopper. Formen på siloen vil også påvirke hvor lang trappa er. Hvis siloen har liten diameter og er høy, så kan lengden på trappa bli en annen enn hvis diameteren er stor og høyden er lav. En mulig løsning er at man ser for seg at man klipper opp oljetanken parallelt med høyden i siloen, bretter den ut til et rektangel og ser på trappa som diagonalen i rektangelet, noe som dorulloppgaven legger til rette for. Hvis man legger denne tankegangen til grunn for hvordan modellen vil se ut, vil man kunne finne lengden på trappa ved hjelp av det pytagoreiske teoremet. Om man velger denne modellen, vil omkretsen og høyden av oljetanken være katetene i en rettvinklet trekant og trappa vil være hypotenusen. Under følger min løsning av denne tolkningen av modellen. Opplysningene man kan hente ut av oljetankoppgaven er at diameteren er 9,766 meter ved bunnen og at høyden er 10,772 meter. Ved hjelp av disse opplysningene kan man regne ut omkretsen av oljetanken, $\mathrm{O}_{(\mathrm{oljetank})} = \mathrm{diameter} * \pi \rightarrow \mathrm{O} = 9{,}766\mathrm{m} * \pi = 30{,}68\mathrm{m}$. Etter at men har regnet ut omkretsen av siloen kan man finne lengden av trappa, hypotenusen i trekanten, ved hjelp av det pytagoreiske teoremet. Dette gir følgende utregning: $\text{Trappa}^2 = \text{omkrets}^2 + \text{høyde}^2 \rightarrow x^2 = (30{,}68\text{m})^2 + (10{,}772\text{m})^2$. Dette gir utregningen: $x^2 = 921{,}26\text{m}^2 + 116{,}04\text{m}^2$ som gir $x^2 = 1037{,}28\text{m}^2$. Ved å ta kvadratroten av 1037,28 meter i andre finner man at x = 32,21 meter.

Ved valget av denne modellen for løsning av oppgaven vil altså trappa være 32,21 meter lang. Grunnen til at jeg har presentert denne løsningen her er at det var denne modellen for løsning av oppgaven jeg forventet de fleste elevene ville velge på grunn av at de ble forelagt dorullen, og 2D modellen av denne la til rette for at de skulle velge denne tilnærmingen til problemet.

## 4.2 Hvilke diskursive objekter finner man i de to valgte oppgavene?

Da denne undersøkelsen fokuserer på å undersøke de diskursive objektene i elevenes arbeid med de valgte oppgavene, har jeg gått gjennom oppgavene for å se på hvilke diskursive objekter elevene potensielt kan avdekke. Dette ble gjort for at jeg skulle kunne veilede elevene på en så god måte som mulig i arbeidet deres og for å kunne forutse hvor elevene kunne støte på problemer i arbeidet. I tillegg vil de diskursive objektene en oppgave inneholder si noe om oppgavens matematiske potensial, hvilket igjen er relevant for planleggingen av matematikkundervisning.

### 4.2.1 Diskursive objekter i hypertermioppgaven

Hypertermioppgaven ser på hvorfor små barn og dyr er mer utsatt for overoppheting sammenlignet med voksne mennesker. De diskursive objektene jeg fant da jeg løste oppgaven var:

- Forhold
- Overflate
- Volum

### 4.2.2 Diskursive objekter i oljetankoppgaven

I oljetankoppgaven skal elevene regne ut hvor lang trappa på en oljetank er ved hjelp av at de får vite høyden og diameteren på oljetanken. De diskursive objektene jeg fant da jeg løste oppgaven var:

- Omkrets
- Diagonal
- Pythagoras læresetning
- Overflate
- Sylinder
- Trekant
- Firkant

## 4.3 Elevenes modelleringssyklus

For å vise elevenes bevegelser i modelleringssyklusen ser jeg på hvordan de jobbet med oljetankoppgaven. Denne analysen av elevenes modelleringssyklus gir svar på det ene forskningsspørsmålet: Hvor i modelleringssyklusen finner man de diskursive objektene?

I transkripsjonen har jeg samlet de forskjellige fasene i modelleringssyklusen i egne tabeller, og jeg har analysert fasene hver for seg. Kodingen jeg har brukt, er min oversettelse av de syv fasene i modelleringssyklusen, som er:

1. Konstruere
2. Forenkle/strukturere
3. Matematisere
4. Arbeide matematisk
5. Fortolke
6. Validere
7. Framstille

I analysen av elevenes arbeid, som er basert på utdrag av transkripsjonen, finner jeg at elevene er innom alle fasene i modelleringssyklusen unntatt fasene *fortolke* og *framstille*. Elevene går rett fra å arbeide matematisk til valideringsfasen. En mulig forklaring på at elevene hopper over fortolkingsfasen kan være at de ikke har nok erfaring med denne typen oppgaver til å se nytten av å fortolke funnene sine. Grunnen til at elevene ikke er innom framstillingsfasen er at de skulle framstille resultatene for klassen og at det ikke var behov for noen framstilling i den delen av arbeidet som det ble tatt lydopptak av.

### 4.3.1 Fasene i modelleringssyklusen

#### *4.3.1.1 Konstruere*

Å konstruere vil si at man prøver å forstå problemet man blir gitt og at man kommer fram til en beskrivelse av det problemet man skal løse. I arbeidet med oljetankoppgaven forventet jeg at elevene i denne fasen skulle snakke om hva oppgaven spurte etter og at elevene skulle komme fram til at de skulle finne lengden på trappa.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3. | Nora | Konstruere | Æ e ikke sikker, men æ trur vi ska finn ut lengden av trappa. |
| 4. | Emma | Konstruere | Kordan gjør vi det da, vi kan jo ikke mål den, liksom |
| 5. | Lukas | Konstruere | Kan vi bruk nå matte på å gjør det? Siden vi har matte no. |
| 6. | Nora | Konstruere | [Leser oppgaven igjen] Vi ska finn lengden på trappa |
| 7. | Emma | Konstruere | Kordan ska vi gjør det da? |
| 8. | Nora | Konstruere | Æ ikke sikker æ heller, men kanskje vi ska regn ut kor langt det er rundt siloen? |

Tabell 4 - utdrag fra transkripsjonen

Når Nora sier «*Æ e ikke sikker, men æ trur vi ska finn ut lengden av trappa.*», er det en forsiktig måte å prøve å forstå oppgaven på, og hun gir sin tolkning av hvordan hun tror de skal løse oppgaven. Her prøver Nora å forstå det virkelige problemet og hun kommer med et forslag om hvordan de skal kunne løse oppgaven, noe som gjør at Nora befinner seg på konstruksjonsfasen i modelleringssyklusen. Når Emma svarer «*Kordan gjør vi det da, vi kan jo ikke mål den, liksom*», prøver også hun å forstå oppgaven og hvordan de skal løse den, noe som plasserer henne i konstruksjonsfasen i modelleringssyklusen.

Nora befinner seg fortsatt i konstruksjonsfasen når hun sier «*Vi ska finn lengden på trappa*». Hun har her kommet fram til hva det er oppgaven går ut på, men det å forstå oppgaven er fortsatt en del av konstruksjonsfasen. Når de har kommet fram til hva det er de er forventet å gjøre, følger Emma opp med «*Kordan ska vi gjør det da?*», og Lukas med «*Kan vi bruk nå matte på å gjør det? Siden vi har matte no.*». Her har de tatt steget fra å forstå oppgaven til å forsøke å finne en måte å løse den på. De befinner seg fortsatt i konstruksjonsfasen, men de har kommet seg ett steg videre, siden de har funnet ut hva det er de skal gjøre. Noras uttalelse «*men kanskje vi ska regn ut kor langt det er rundt siloen*» er også en del av konstruksjonsfasen fordi hun beskriver noe er oppgaven spør etter.

#### 4.3.1.2 Forenkle/strukturere

Fasen forenkle/strukturere i modelleringssyklusen går ut på at elevene strukturerer den informasjonen de har hentet ut fra oppgaven i konstruksjonsfasen. Det jeg forventet av elevene i denne fasen, var at de skulle jobbe med å finne opplysningene de hadde bruk for til å løse oppgaven.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 10. | Lukas | Forenkle/ strukturere | Kordan finn vi lengden rundt da? |
| 11. | Emma | Forenkle/ strukturere | Enn om vi kunna ha målt rundt kanten på toppen da? |
| 12. | Lukas | | Men vi kan jo ikke mål. |
| 13. | Emma | Forenkle/ strukturere | Jo, det har vi, så vi kan regn ut kor langt det e rundt toppen. |

Tabell 5 - Utdrag fra transkripsjonen

Her sier Lukas «*Kordan finn vi lengden rundt da?*», og med det har han gått videre til konstruksjon/forenklingsfasen. Han tar tak i informasjonen elevene kom fram til i konstruksjonsfasen, for at de skal komme seg videre i arbeidet. Når Emma sier «*Enn om vi kunna ha målt rundt kanten på toppen da?*», prøver hun å forenkle den informasjonen elevene kom fram til i konstruksjonsfasen for at de skal kunne komme videre i arbeidet med oppgaven. Etter at Lukas sier «*Men vi kan jo ikke mål.*», svarer Emma «*Jo, det har vi, så vi kan regn ut kor langt det e rundt toppen.*». Her kommer hun fram til en sitasjonsmodell for hvordan elevene skal komme seg videre i løsningen av oppgaven.

#### 4.3.1.3 Matematisere

Det å matematisere vil si at man går fra en sitasjonsmodell over til en matematisk modell for å løse oppgaven.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 14. | Nora | Matematisere | Det va det. Men kordan regne vi ut kor langt det e rundt toppen da? |
| 15. | Lukas | Matematisere | E itj det nå me to gange pi gange radius? |
| 16. | Emma | Matematisere | E det sånn man regne ut hvor langt det e rundt? |
| 17. | Lukas | Matematisere | Du tænke på omkretsen? |
| 18. | Emma | Matematisere | Ja, omkretsen, vi må regne ut den, men e ikke det pi gange diameter da |
| 19. | Nora | Matematisere | Jo, men det e det samme som to gange pi gange radius, så vi kan bruk begge. |

Tabell 6 - Utdrag fra transkripsjonen

Der hvor elevene i den forrige fasen kom fram til en situasjonsmodell for problemet, er de i denne fasen over på å lage et matematisk problem hvis løsning vil gi dem svaret på modelleringsoppgaven. Nora starter med å spørre «*Men kordan regne vi ut kor langt det e rundt toppen da?*», noe som markerer starten på matematiseringen av problemet. Her er Nora på leting etter den matematiske løsningen på sitasjonsmodellen elevene kom fram til i det forrige fasen. Lukas svarer «*E itj det nå me to gange pi gange radius?*», noe som er ett steg videre i matematiseringen, siden han kommer med et forslag til en matematisk modell for å løse oppgaven, altså hvordan man regner ut omkretsen av en sirkel. Emma konkluderer med at de skal regne ut omkretsen av sylinderen når hun sier «*Ja, omkretsen, vi må regne ut den, men e ikke det pi gange diameter da?*». Her bekrefter hun at det å regne ut omkretsen er den matematiske modellen for løsningen på problemet, og i tillegg tilbyr hun en alternativ utregning for modellen. Nora bekrefter at det som kreves for å løse problemet er å regne ut omkretsen av sylinderen og hun bekrefter at både Emmas og Lukas' formler kan brukes som modell for å løse problemet når hun sier «*Jo, men det e det samme som to gange pi gange radius, så vi kan bruk begge.*».

#### 4.3.1.4 Arbeide matematisk

Å arbeide matematisk vil si at man anvender den matematiske modellen man kom fram til i matematiseringsfasen til å utføre utregninger som er ment å føre til et matematisk resultat. Som kjennetegn på at elevene arbeidet matematisk i sitt arbeid med de gitte oppgavene forventet jeg å se at de brukte opplysningene de fant i forenkle/strukturere-fasen og sette dem inn i den matematiske modellen de fant i matematiseringsfasen.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 22. | Emma | Arbeide matematisk | Finn ut diameteren? Skal vi sjå, æ kan skriv æ da |
| 23. | Nora | | Ja, så kan vi finn omkretsen |
| 24. | Emma | | Ska vi sjå |
| 25. | Nora | Arbeide matematisk | Diameter gange pi |
| 26. | Emma | Arbeide matematisk | 9,766 meter gange pi, trengte egentlig ikke å skriv det ned, ska vi sjå… 30,665 meter |

Tabell 7 - Utdrag fra transkripsjonen

I denne fasen arbeider elevene matematisk ved at de anvender modellen de fant fram til i matematiseringsfasen til å utarbeide matematiske resultater. Elevene henter ut opplysninger fra oppgaven og bruker dem i modellen sin. Gjennom dette arbeidet kommer elevene fram til at omkretsen på sylinderen er 30,665 meter.

#### 4.3.1.5 Fortolke

Å fortolke vil si at man tar det matematiske resultatet og kommer fram til et resultat som er anvendbart i den virkelige verden. Som kjennetegn på at elevene var innom denne fasen forventet jeg å se at de diskuterte om den modellen de kom fram til var i overenstemmelse med virkeligheten og om den kunne anvendes på lignende situasjoner. I transkripsjonen av elevenes samtaler finner jeg ingen spor at slike diskusjoner, da elevene går rett over i valideringsfasen.

#### 4.3.1.6 Validere

Å validere vil si at man ser om de resultatene den matematiske modellen har gitt passer til den virkelige situasjonen. Det jeg forventet å se som et kjennetegn på at elevene var innom valideringsfasen var at de diskuterte om den matematiske løsningen de hadde kommet fram til, kunne stemme med virkeligheten.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 27. | Nora | Validere | Kan det stæm da? E itj det for kort? |
| 28. | Emma | Validere | Ja, æ trur det … vi har jo brukt tallan fra oppgaven. |
| 29. | Nora | Validere | Da sei vi at omkretsen te oljetanken e 30,665 meter. |

Tabell 8 - Utdrag fra transkripsjonen

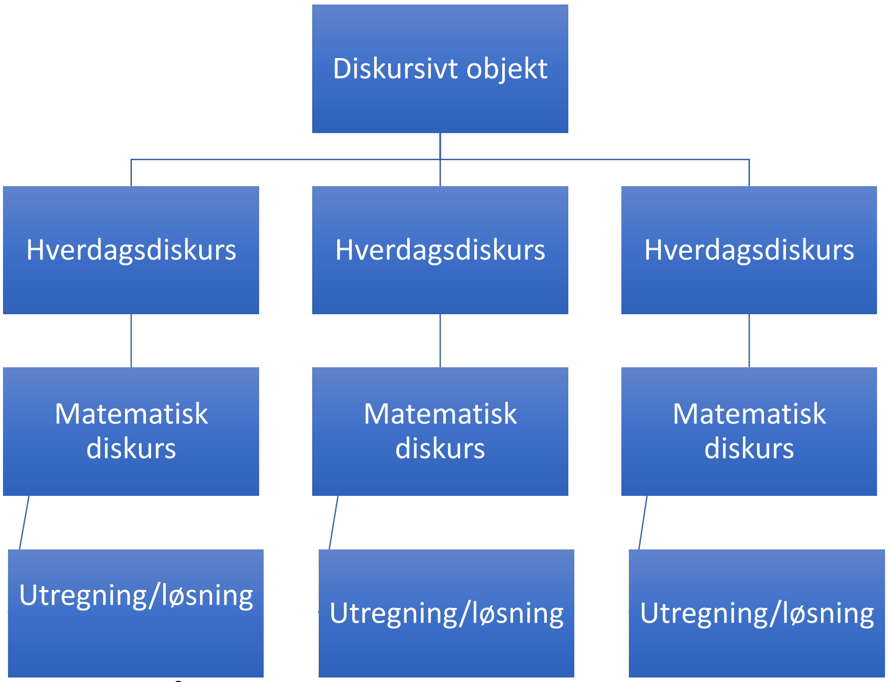
Her spør Nora: «*Kan det stæm da? E itj det for kort?*», noe tyder på at hun ikke er sikker på om det matematiske resultatet stemmer med virkeligheten. Dette viser at hun befinner seg på valideringsfasen. Når Emma sier «*Ja, æ trur det … vi har jo brukt tallan fra oppgaven*.», validerer hun at de har regnet riktig og at resultatet de har kommet fram til er riktig. Forelagt dette utsagnet slår Nora seg til ro med at resultatet de har kommet fram til stemmer når hun sier «Da sei vi at omkretsen te oljetanken e 30,665 meter.».

#### 4.3.1.7 Framstille

Å framstille vil si at man presenterer modellen og de resultatene den har gitt.
I denne delen av arbeidet er ikke elevene innom framstillingsfasen, da den modellen de kom fram til kun utgjorde et ledd i arbeidet med å løse hele oppgaven. Elevene gikk tom for tid før de kom til denne fasen, og det finnes dermed ingen data fra denne fasen.

### 4.4 Elevenes diskursive objekter

I denne delen presenterer jeg realisasjonstrær for fire av elevenes diskursive objekter. Jeg har valgt å presentere to diskursive objekter fra hver av de to oppgavene elevene jobbet med. Dette dekker ikke alle de diskursive objektene som manifesterte seg hos elevene, men jeg har valgt ut fire diskursive objekter – to fra hver oppgave – som gir seg til kjenne i elevenes løsning av de to oppgavene. I realisasjonstrærne er det diskursive objektet representert i den øverste noden, før neste node representerer hverdagsdiskursen, hvorpå den neste noden deretter representerer den matematiske diskursen. Den siste noden representerer det matematiske resultatet. Nedenfor gis et eksempel på hierarkiet i realisasjonstrærne. Det er ikke gitt at alle realisasjonstrærne har akkurat den samme formen; noen realisasjonstrær har flere noder med hverdagsdiskurs og flere noder med matematisk diskurs.



Figur 10 - Eksempel på et realisasjonstre

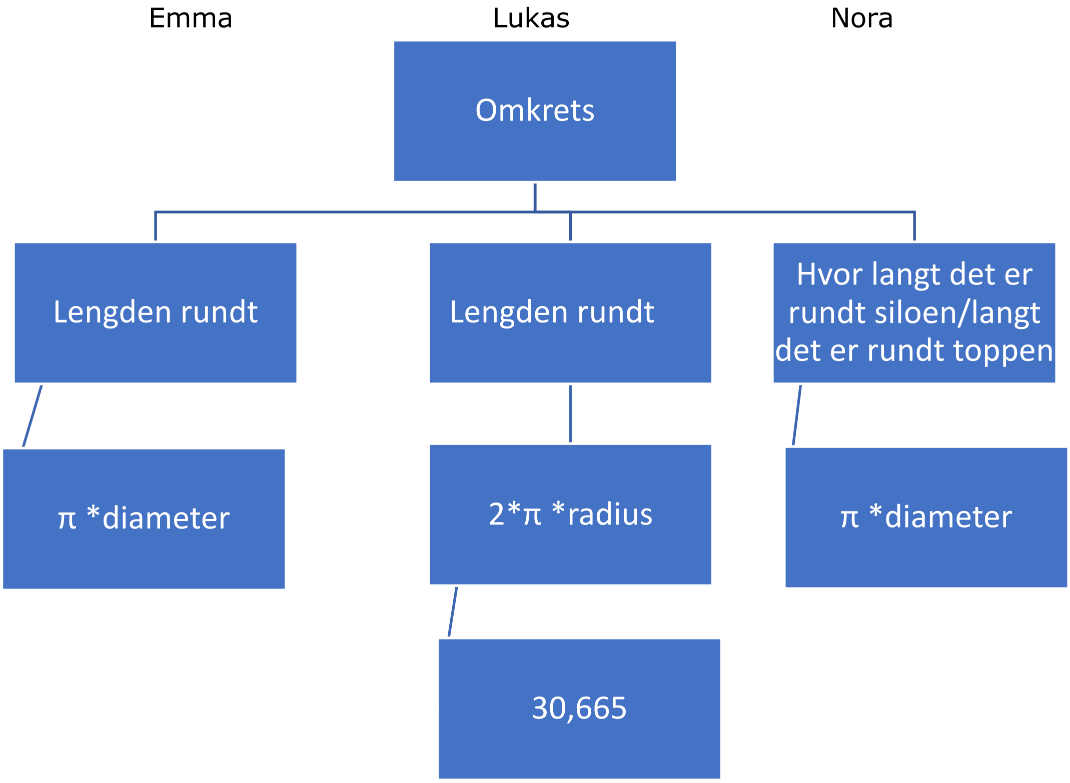
I alle realisasjonstrærne er Emma representert til venstre, Lukas i midten og Nora til høyre.

### 4.4.1 Realisasjonstre for det diskursive objektet omkrets

Jeg har valgt å inkludere det diskursive objektet *omkrets* fordi dette var et diskursivt objekt som måtte være til stede for at elevene skulle være i stand til å finne lengden på trappa rundt oljetanken ved hjelp av det pytagoreiske teoremet.

| | | |
|---|---|---|
| 9 | Nora | Æ ikke sikker æ heller, men kanskje det e nå med kor langt det er rundt siloen. |
| 10 | Emma | Mmm ,… , ja,…, altså æ har egentlig ikke peiling men, lengden rundt mene du? |
| 11 | Lukas | Kordan finn vi lengden rundt da? |
| 12 | Nora | Det va det. Men kordan regne vi ut kor langt det e rundt toppen da? |
| 13 | Lukas | E itj det nå me to gange pi gange radius? |
| 14 | Nora | Jo, eller pi gange diameter |
| 15 | Emma | Da bruke vi pi gange diameter |
| 26 | Emma | Ja, pi gange diameter e det. 9,766 ganger pi, trengte egentlig ikke å skriv det ned, ska vi sjå… 30,665 |

Tabell 9 - Utdrag fra transkripsjonen for det diskursive objektet *omkrets*




Figur 11 – Realisasjonstre for det diskursive objektet *omkrets*

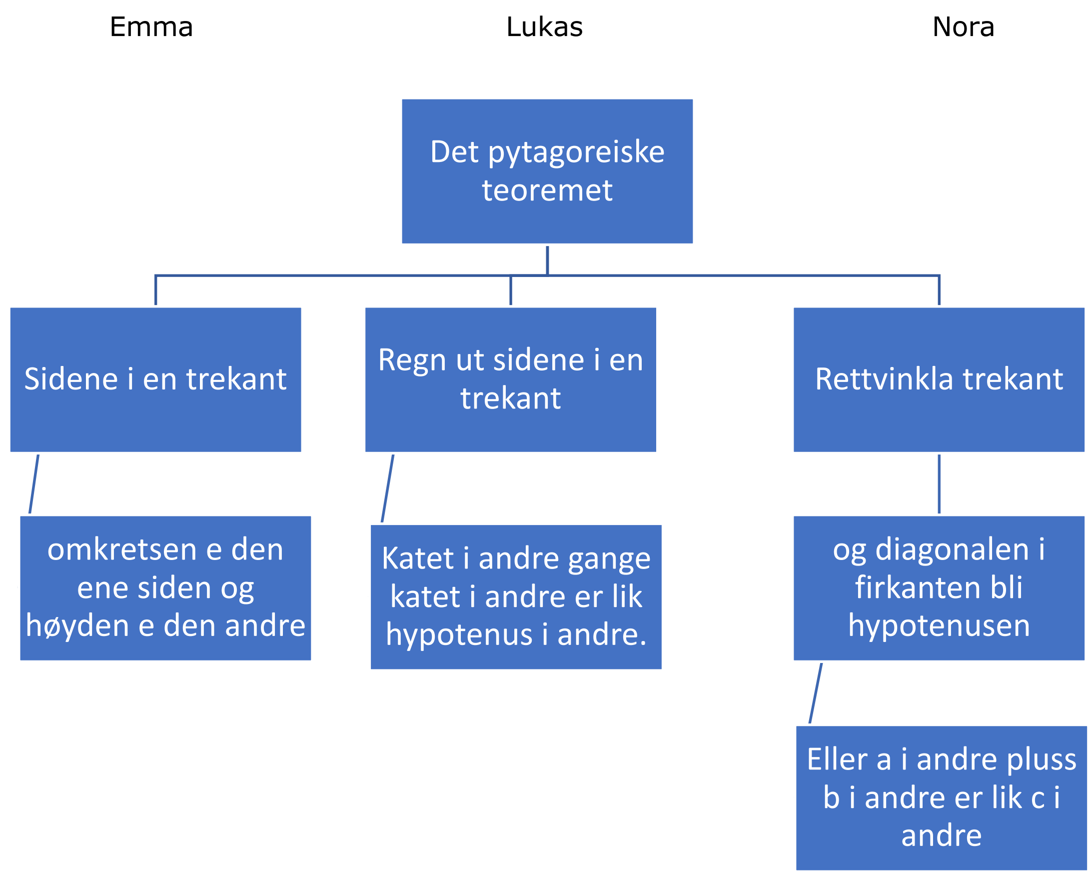
I starten av utdraget fra samtalen mellom elevene ser vi, i linje 9, at Nora bruker hvor lang det er rundt som en realisasjon for det diskursive objektet *omkrets*. Hvor langt det er rundt er et uttrykk som hører til hverdagsdiskursen, hvor uttrykket kan ha flere

betydninger. Emma og Lukas har også realisasjoner for omkrets som kommer fra hverdagsdiskursen, henholdsvis i linje 10 og 11, hvor de bruker uttrykket *lengden rundt*. Uttrykket *lengden rundt* forholder seg ikke spesifikt til omkretsen av en sylinder, og det kan derfor ikke sies å tilhøre den matematiske diskursen, selv om man forstår hva det handler om.
Når vi kommer linje 13, 14 og 15 er elevene kommet inn i den matematiske diskursen. Selv om de ikke spesifikt nevner ordet *omkrets*, har de gjennom sine realisasjoner fra hverdagsdiskursen kommet fram til diskursive objekter som hører inn under den fagspesifikke matematiske diskursen. Her kommer elevene fram til to ulike formler for hvordan man regner ut omkretsen av en sylinder, og disse formlene tilfredsstiller de kravene som stilles til en godkjent fortelling innenfor den matematiske diskursen. Etter at elevene har presentert formlene, utfører de enkelt utregningen som viser at omkretsen er 30,665 meter.

### 4.4.2 Realisasjonstre for det diskursive objektet *det pytagoreiske teoremet*.

| 87. | | |
|---|---|---|
| 88. | Nora | Det kan jo sjå ut som om at det e Pytagoras, men vi veit jo itj nå … |
| 89. | Lukas | Koss e derre Pytagoras? |
| 90. | Emma | Ja … det lura æ å på |
| 91. | Nora | Alt e Pytagoras |
| 92. | Alle | --- |
| 93. | Emma | Kordan e derre Pytagoras da? |
| 94. | Lukas | Det e derre med sidene i en trekant |
| 95. | Nora | Ja, vi kan regn ut sidene i en trekant |
| 96. | Emma | Kordan bli derre en trekant? |
| 97. | Lukas | Det bli en trekant hvis vi brette den ut og tar lengden fra hjørne til hjørne |
| 98. | Emma | Hæ, ka mene du |
| 99. | Nora | Han mene at, hvis vi brette ut sylinderen, så får vi en firkant. |
| 100. | Lukas | Ja, ikke sant |
| 101. | Emma | Hvis vi bretter den ut da^^^ |
| 102. | Lukas | Ja, hvis vi bretter den ut |
| 103. | Nora | Da kan vi bruk pytagoras for å finn lengden fra hjørne til hjørne. |
| 104. | Emma | Kordan gjør vi det da? |
| 105. | Nora | Vi bruke Pytagoras. |
| 106. | Lukas | Men bli det en rettvinkla trekant, hvis vi brette den ut da? |
| 107. | Nora | Ja, hjørnet der blir 90°. Og diagonalen i firkanten bli hypotenusen i trekanten |
| 108. | Emma | Ok, men kordan e derre pytagorasgreian da? |
| 109. | Lukas | Katet i andre gange katet i andre er lik hypotenus i andre. |
| 110. | Nora | Eller a i andre pluss b i andre er lik c i andre |

Tabell 10 - Utdrag 1 fra gruppens samtale om det diskursive objektet *det pytagoreiske teoremet*.



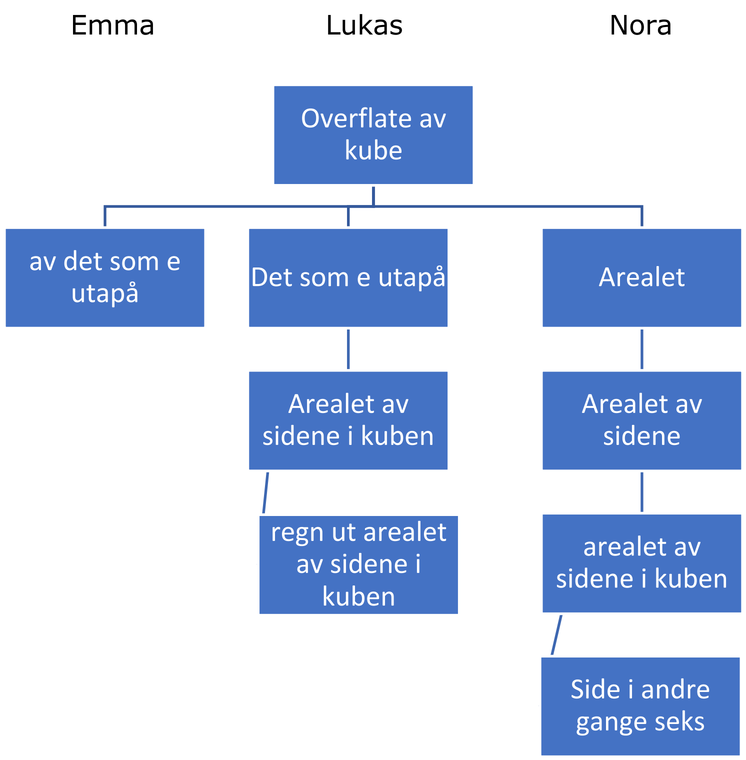

Figur 12 - Realisasjonstre for betegneren *det pytagoreiske teoremet.*

I starten av dette utdraget sier Nora at hun tror at det skal brukes Pytagoras for å kunne regne ut lengden av trappa som går rundt siloen. Her blir Pytagoras, eller *Pytagoras' læresetning* (min tolkning), betegneren for dette realisasjonstreet. Et gitt ord, som Pytagoras, vil i forskjellige sammenhenger kunne ha forskjellige betydninger. Pytagoras kan bety den kjente greske matematikeren eller det kan hentyde til teoremet som han er kjent for. Hvis det i dette tilfellet var personen Pytagoras det var snakk om ville realisasjonstreet sett helt annerledes ut enn om det var det pytagoreiske teoremet det var snakk om. På bakgrunn av realisasjonene for Pytagoras som fulgte i samtalen ble dette et realisasjonstre for teoremet. Hvis vi ser på realisasjonstreet i figur 14, ser vi at elevene går fra en hverdagsdiskurs om en trekant, hvor Emma nevner sidene i en trekant og Nora snakker om å regne ut sidene i en trekant. Dette er uttalelser som man ikke nødvendigvis trenger å være deltaker i en matematisk diskurs for å komme med. Hvis vi ser på de realisasjonene som brukes for Pytagoras er det min tolkning at elevene går over til en matematisk diskurs ved å bruke godkjente fortellinger om diskursive objekter innenfor den matematiske diskursen. En av disse godkjente fortellingene er, som Lukas sier, en rettvinklet trekant, et diskursivt objekt som må tilfredsstille spesifikke krav for å være en godkjent fortelling. Andre eksempler på godkjente fortellinger er katet og hypotenus, som blir brukt av Lukas før Nora kommer fram til det pytagoreiske teoremet $a^2 + b^2 = c^2$, som er den godkjente fortellingen for hvordan man regner ut ukjente sider i en rettvinklet trekant. Grunnen til at disse diskursive objektene er godkjente fortellinger for elevene er at de har kjennskap til dem fra tidligere matematikkundervisning. De vet derfor at disse diskursive objektene er en del av den matematiske diskursen.

### 4.4.3 Realisasjonstre for det diskursive objektet *overflate av kube*

| | | |
|---|---|---|
| 113. | Lukas | Overflate, e det det som e utapå? |
| 114. | Nora | Overflate e arealet … |
| 115. | Emma | Av det som e utapå? |
| 116. | Nora | Ja, de e arealet av sidene^^^ |
| 117. | Lukas | Arealet av sidene i kuben? |
| 118. | Nora | Ja, overflata e arealet av sidene i kuben … |
| 119. | Lukas | Så, vi kan regn ut arealet av hver side? |
| 120. | Nora | Ja, hvis vi har sidelengden, så kan vi det. Side i andre gange seks |
| 121. | Lukas | Ok, |
| 122. | Emma | Så hvis kuben har sidelengde en centimeter, så overflata det en gange en gange seks … som e seks. |
| 123. | Nora | Det stemme, overflata t en kube med sidelengde én e 6 kvadratcentimeter. |
| 124. | Lukas | Ok, da skjønne æ. Å volum e de som e inni? |

Tabell 11 - Utdrag fra transkripsjonen fra elevenes samtale om det diskursive objektet *overflate av kube*.



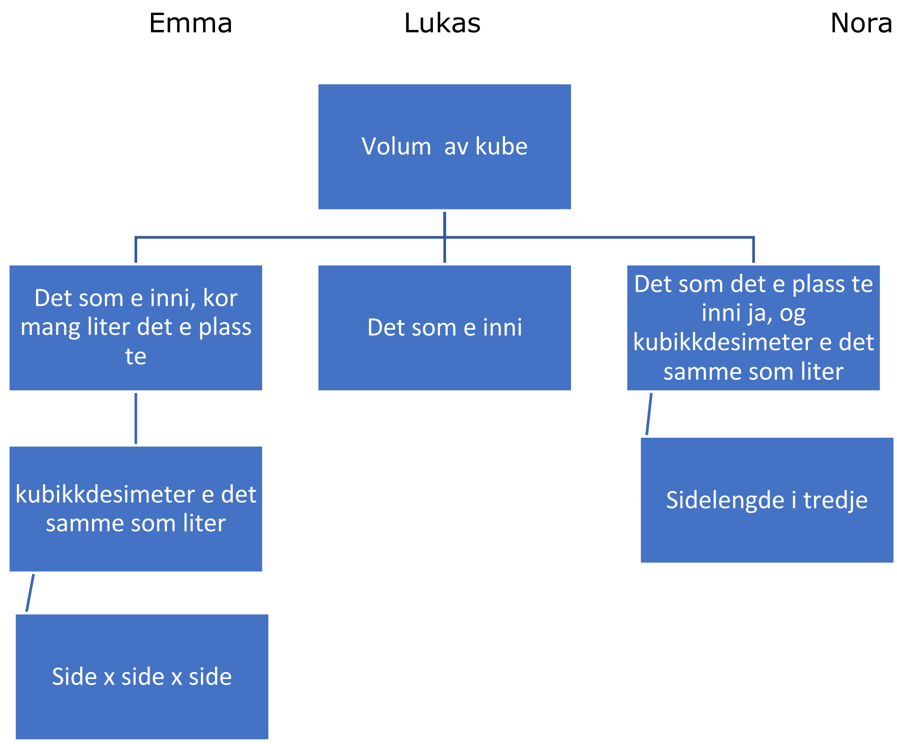

Figur 13 - Realisasjonstre for betegneren *overflate av kube*

I starten av utdraget fra transkripsjonen snakker Lukas om det som er utenpå når han skal komme fram til hva overflaten til en kube er. Dette er et uttrykk han henter fra hverdagsdiskursen. Nora følger opp med ordet *overflate*, som er et ord fra den matematiske diskursen, før Emma følger opp med et uttrykk fra hverdagsdiskursen, av *det som er utenpå*. I denne situasjonen virker det som om Emma og Lukas ikke er like trygge deltakere i den matematiske diskursen om det diskursive objektet *overflate av kube* som Nora, da de bruker uttrykk fra hverdagsdiskursen, mens Nora bruker en godkjent fortelling om det diskursive objektet. Senere i samtalen forklarer Nora innholdet i det diskursive objektet ved hjelp av uttrykk som arealet av sidene i kuben og side i andre ganger seks, noe som gjør at de andre, eller i alle fall Lukas, kan ta del i den godkjente fortellingen innenfor diskursen. Dette gir han uttrykk for ved at han sier at han skjønner. I denne sekvensen ser vi at Nora tar rollen som den kompetente deltakeren i den matematiske diskursen (Sfard, 2008) og bidrar slik til at Lukas bruker et diskursivt objekt som han ikke ville vært i stand til å hente frem på egen hånd.

### 4.4.4 Realisasjonstre for det diskursive objektet *volum av kube*

| | | |
|---|---|---|
| 113. | Lukas | Ok, da skjønne æ. Å volum e det som e inni? |
| 114. | Emma | Ja, e itj det det som det e plass te, kor mang liter d e plass te? |
| 115. | Lukas | Kor mang liter? |
| 116. | Emma | Ja, e itj det nå med at kubikkdesimeter e det samme som liter? |
| 117. | Lukas | Hæ? |
| 118. | Nora | Volum e det som det e plass te inni, ja og kubikkdesimeter e det samme som liter. |
| 119. | Lukas | Kordan regne vi ut det da? |
| 120. | Emma | E itj det side gange side gange side? |
| 121. | Nora | Jo, vi regne ut volum ved å ta sidelengde i tredje. |
| 122. | Emma | Så hvis sidelengdene e en centimeter, så bli det er gange en gange en, som e en. |
| 123. | Nora | Ja, hvis sidelengden e en centimeter så bli volumet til kuben en kubikk centimeter. |
| 124. | Lukas | Ok, da kan vi jo bare sett i gang da. |

Tabell 12 - Utdrag fra transkripsjonen av elevenes samtale om det diskursive objektet *volum av kube*.




Figur 14 - Realisasjonstre for betegneren *volum av kube*

I denne samtalen ser vi at Lukas forbinder volum med det som er inni kuben. Noe Emma og Nora bekrefter at stemmer. «Det som er inni» er et uttrykk fra hverdagsdiskursen. Dette uttrykket refererer ikke spesifikt til volumet av kuben, men det kan ses på som en viss forståelse av det diskursive objektet *volum*. Videre viser Emma at hun er klar over sammenhengen mellom kubikkdesimeter og liter når hun sier at dette er det samme. Nora bekrefter Emmas forståelse av hva volum er, og etter dette går de videre til den godkjente fortellingen om hvordan man regner ut volumet av en kube, Emma med «side ganger side ganger side» og Nora med «sidelengde i tredje». Her ser vi at Nora er mer presis i språkbruken enn det Emma er, da begrepet *side* kan forstås både som arealet av siden og som sidelengden. Det er min tolkning at Emma mener sidelengde når hun bruker begrepet *side*, mens Noras begrep *sidelengde* ikke kan misforstås.

## 4.5 Hvor i modelleringssyklusen dukker elevenes diskursive objekter opp?

For å se på hvor i modelleringssyklusen elevenes diskursive objekter kommer til syne har jeg valgt å se på deres samtale rundt det diskursive objektet *det pytagoreiske teoremet*.

| 111. | | Modelleringssyklusen | | Diskursive objekter |
|---|---|---|---|---|
| 112. | Nora | Matematisere | Det kan jo sjå ut som om at det e Pytagoras, men vi veit jo itj nå … | X |
| 113. | Lukas | | Koss e derre Pytagoras? | |
| 114. | Emma | | Ja … det lura æ å på | |
| 115. | Nora | | Alt e Pytagoras | |
| 116. | Alle | | --- | |
| 117. | Emma | | Kordan e derre Pytagoras da? | |
| 118. | Lukas | Matematisere | Det e derre med sidene i en trekant | X |
| 119. | Nora | Matematisere | Ja, vi kan regn ut sidene i en trekant | X |
| 120. | Emma | | Kordan bli derre en trekant? | |
| 121. | Lukas | Matematiserer | Det bli en trekant hvis vi brette den ut og tar lenden fra hjørne til hjørne | |
| 122. | Emma | | Hæ, ka mene du | |
| 123. | Nora | | Hu mene at, hvis vi brette ut sylinderen, så får vi en firkant. | |
| 124. | Lukas | | Ja, ikke sant | |
| 125. | Emma | | Hvis vi bretter den ut da^^^ | |
| 126. | Lukas | | Ja, hvis vi bretter den ut | |
| 127. | Nora | Matematiserer | Da kan vi bruk pytagoras for å finn lengden fra hjørne til hjørne. | x |
| 128. | Emma | | Kordan gjør vi det da? | |
| 129. | Nora | | Vi bruke Pytagoras. | |
| 130. | Lukas | Matematiserer | Men bli det en rettvinkla trekant, hvis vi brette den ut da? | x |
| 131. | Nora | Matematiserer | Ja, hjørnet der bli 90 grader. Og diagonalen i firkanten bli hypotenusen i trekanten | X |
| 132. | Emma | | Ok, men kordan e derre pytagorasgreian da? | |
| 133. | Lukas | Matematiserer | Katet i andre gange katet i andre er lik hypotenus i andre. | X |
| 134. | Nora | Matematiserer | Eller a i andre pluss b i andre er lik c i andre | X |

Tabell 13 - Utdrag fra gruppens samtale om det diskursive objektet *det pytagoreiske teoremet*.

Når elevene kommer fram til at de kan bruke det pytagoreiske teoremet til å regne ut lengden av spiraltrappa, manifesterer det seg et diskursivt objekt. Dette diskursive objektet kommer fram i matematiseringsfasen av modelleringssyklusen, hvor elevene går fra en virkelig modell til å komme fram til en matematisk modell for å løse oppgaven. Gjennom å føre en samtale om det pytagoreiske teoremet kommer elevene sammen fram til at å anvende teoremet som løsningsmetode er en farbar vei framover. I løpet av samtalen kommer det flere realiseringer av det diskursive objektet *det pytagoreiske teoremet* under matematiseringsfasen, før elevene kommer med flere realisasjoner for det det samme diskursive objektet i fasen *å arbeide matematisk*. Når de kommer til fasen *arbeide matematisk* legger elevene fram de godkjente fortellingene «*katet i andre gange katet i andre er lik hypotenus i andre*» og «*a i andre pluss b i andre er lik c i andre*» som modell for hvordan de skal kunne løse oppgaven. Selv om elevene selv ikke nevner ordet modell, har de kommet fram til en modell for hvordan de kan løse lignende oppgaver, gitt at man kan få til en modell med en rettvinklet trekant, i framtiden.

## 4.6 Funn fra analysen

Problemstillingen i denne oppgaven er

**Hvordan kommer diskursive objekter til uttrykk i en gruppe 10.-trinnselevers arbeid med to modelleringsoppgaver?**, fulgt opp av forskningsspørsmålene

1. Hvor i modelleringssyklusen finner man de diskursive objektene?
2. Hvordan kan det å identifisere diskursive objekter og hvor de finner sted i modelleringssyklusen være til nytte i planleggingen av undervisning?

I analysen av datamaterialet finner jeg at elevene i sin diskurs kommer fram til de diskursive objektene som jeg forventet at de skulle komme fram til. Det vil si at elevene kommer fram til flere av de samme diskursive objektene som det jeg gjorde i min analyse av oppgavene.
Når det kommer til hvor i modelleringssyklusen de diskursive objektene gir seg til kjenne, finner jeg at de gir seg til kjenne i matematiseringsfasen av modelleringssyklusen. Dette vil si at de diskursive objektene gir seg til kjenne når elevene går fra en situasjonsmodell til en matematisk modell for problemet.
Hvordan kan så det å identifisere de diskursive objektene og hvor i modelleringssyklusen være til nytte i undervisningsplanleggingen? Ved å analysere det matematiske potensialet til oppgaven på forhånd får man som lærer muligheten til å planlegge modelleringsaktiviteter for elevene, og samtidig kan man, med en viss grad av sikkerhet, forutse hvilken matematikk elevene kommer til å bruke for å løse den gitte oppgaven. Gjennom en slik analyse av oppgaven kan man derfor bruke modelleringsoppgaver i de fleste matematiske emner, så lenge man har en viss oversikt over hvilken matematikk elevene trolig vil bruke.
I planlegging av undervisning vil det også være nyttig å vite hvor i modelleringssyklusen de diskursive objektene gir seg til kjenne, fordi læreren da vil kunne forutse hvor elevene kan støte på problemer med å løse den oppgaven de er gitt. Hvis læreren vet at elevene ofte støter på diskursive objekter i matematiseringsfasen av modelleringssyklusen, kan han være godt forberedt på å veilede elevene akkurat i denne fasen av arbeidet. Ved at man gjennom analyse får en oversikt over hvilke diskursive objekter elevene møter i sitt arbeid kan læreren tenke gjennom hvilke forklaringer han kan gi for å hjelpe elevene videre om de opplever utfordringer i arbeidet sitt. Ved at læreren har oversikt over de

diskursive objektene har læreren også en bedre forutsetning for å stille gode spørsmål som kan hjelpe elevene videre i sitt arbeid. Gjennom at læreren stiller gode spørsmål, kan elevene klare å løse oppgavene på en måte som gir dem opplevelsen av å ha løst oppgaven på egen hånd, og ikke av at læreren bare har gitt dem svaret. En slik måte å jobbe på kan være med på å styrke elevenes mestringsfølelse innenfor matematikkfaget, og dermed også støtte elevenes læring og gi dem mer motivasjon for faget (Blum & Ferri, 2009).

## 4.7 Oppsummering

I analysen finner jeg at elevenes diskursive objekter er de samme diskursive objektene som oppgaven legger opp til at de skal finne, og at disse gir seg til kjenne i matematiseringsfasen av modelleringssyklusen. Det at de diskursive objektene kommer til syne i matematiseringsfasen er noe jeg også finner hos de andre gruppene, og jeg antar at dette er noe man vil finne hos de fleste elever om man analyserer deres arbeid med modelleringsoppgaver. Selv om jeg ikke har tatt med alle elevenes diskursive objekter i analysen, finner jeg i min gjennomgang av datamaterialet at de er innom de fleste diskursive objektene som jeg forventer å finne, og at disse diskursive objektene gir seg til kjenne i matematiseringsfasen av modelleringssyklusen. Disse funnene er i tråd med det jeg finner når jeg ser på samtalene til de andre gruppene som også var med i undersøkelsen. Også i deres arbeid finner jeg de forventede diskursive objektene og de gir seg til kjenne i matematiseringsfasen av modelleringssyklusen.

# 5 Drøfting

I analysen har jeg sett på en gruppe elevers arbeid med to modelleringsoppgaver og analysert deres bevegelser i modelleringssyklusen til Blum og Leiss (2007), identifisert diskursive objekter som gir seg til kjenne i elevenes arbeid, og sett på hvor i modelleringssyklusen de diskursive objektene gir seg til kjenne.

## 5.1 Elevenes løsning av oppgavene

I de to oppgavene elevene jobbet med, ble de oppfordret til å bruke støtteoppgaver basert på *Dual Modelling Cycle* (Kawakami, Saeki, & Matsuzaki, 2015). *Dual Modelling Cycle* (DMC) er et begrep som elevene ikke hadde kjennskap til i arbeidet sitt, men DMC ble brukt som et verktøy i planleggingen av undervisningsopplegget. For elevene utgjorde DMC i dette tilfellet tilbudet om en støtteoppgave for å løse den gitte oppgaven. I de to oppgavene elevene løste, benyttet de seg kun av støtteoppgaven til å løse hypertermioppgaven. En grunn til at de kun brukte støtteoppgaven til å løse hypertermioppgaven kan være at de anså den oppgaven som mer abstrakt, og at de ikke direkte fant en modell for å løse problemet, i motsetning til da de løste oljetankoppgaven. I oljetankoppgaven så elevene at de kunne finne en modell for løsning av problemet – selv om elevene ikke selv brukte ordet modell – ved hjelp av de opplysningene som oppgaven ga og med den matematiske kunnskapen de hadde fra før. Det faktum at de ikke fant noen løsning på hypertermioppgaven bare ved hjelp av den opprinnelige oppgaven, men at de fant en modell for å løse den ved hjelp av støtteoppgaven – kubeoppgaven – viser at Kawakami, Saeki og Matsuzakis *Dual Modelling Cycle Framework* (2015) kan ha noe for seg når elever skal løse modelleringsoppgaver som de i utgangspunktet ikke er i stand til å løse kun ved hjelp av den opprinnelige oppgaven.

## 5.2 Sammenligning av elevenes og forskerens løsning av oppgavene

Det å løse modelleringsoppgaver kan framstå som to forskjellige verdener for meg som forsker og for elevene. Som forsker er jeg er kjent med framgangsmåten i modellering og har plukket ut oppgavene på grunn av det matematiske innholdet i oppgaven, mens elevene har et helt annet utgangspunkt. De er både usikre på framgangsmåten, noe jeg må ta ansvaret for og som kunne forandret elevenes løsning på oppgavene, og de er usikre på hvilke diskursive objekter de vil ha behov for for å løse oppgaven.
Hvis vi ser på elevenes løsning av oljetankoppgaven, så var deres løsning lik min. Elevene kom fram til at de kunne se for seg å klippe opp oljetanken til et rektangel, som igjen kunne gjøres om til to rettvinklede trekanter hvor de så på diagonalen som lengden på trappa, uten at de hadde behov for støtteoppgaven med dorullen. Selv om elevene ikke eksplisitt kommenterer det i sin løsning, fordrer en slik løsning at trappa gjør nøyaktig en omdreining rundt tanken. Noe som skilte elevenes løsningsstrategi for oljetanken fra min var at elevenes sitasjonsmodell kun befant seg i hodene deres. De brukte ikke tid på å skrive ned situasjonsmodellen, men gikk i stedet rett fra tankene om den og over til matematiseringsfasen, hvor de kom fram til en matematisk modell for å løse oppgaven. Det å skrive en situasjonsmodell var noe jeg som forsker gjorde, før jeg gikk videre til matematiseringsfasen. En annen forskjell på min løsning og elevenes løsning var at de ikke brukte tegning som hjelpemiddel for å komme fram til en modell.

Årsaken til at elevene valgte å ikke tegne kan være at de ikke fant en slik tegning relevant med tanke på den matematikken de trengte for å løse oppgaven. Bakar, Way og Bobis (2016) påpeker at en av årsakene til at elever velger å ikke tegne er nettopp at de ikke relaterer tegningene til matematikk. En annen årsak til at elevene ikke valgte tegning som løsningsstrategi kan være at de ikke ser på tegning som en gyldig måte å løse matematikkoppgaver på. Edens og Porte (2001, s. 215) skriver at tegning og andre formgivningsaktiviteter blir ansett som morsomme aktiviteter og ikke som arenaer hvor læring foregår.
Når det kommer til elevenes løsning av hypertermi-/kubeoppgaven, så hadde ikke elevene her noen intuitiv forståelse av hvordan sammenhengen mellom en kropps overflate og volum innvirker på faren for overoppheting. For å løse denne oppgaven fant elevene det nyttig å benytte seg av støtteoppgaven for å finne løsningen på problemet. Heller ikke da de løste denne oppgaven valgte elevene å bruke tegning som strategi. Selv om det å tegne mennesker og hunder kanskje ikke ville hjulpet elevene til å finne løsningen, så kunne kanskje tegninger av utbrettede kuber i ulike størrelser ved siden av en ikke-utbrettet kube hjulpet elevene på vei til å løse oppgaven. Etter å ha sett hvordan elevene løste de to oppgavene de ble gitt, er det min oppfatning at det kan være nyttig å være mer tydelig i oppstarten av arbeidet på at det å tegne gode situasjonsmodeller kan hjelpe elevene med å komme fram til løsningen.

## 5.3 Elevenes diskursive objekter

Et av funnene i analysen er at de diskursive objektene som gir seg til kjenne er de diskursive objektene man som lærer forventer skal dukke opp. Selv om dette kanskje ikke er noen overraskelse, kan man med denne kunnskapen være mer sikker på at om man som lærer analyserer oppgavene planlegger å gi til elevene – det være seg tekstbokoppgaver eller modelleringsoppgaver – før elevene får prøve å løse dem, vil dette føre til at oppgavene elevene får, gir dem mulighet til å lære den matematikken man som lærer vil at elevene skal lære.
Et annet funn fra analysen tyder på at elevenes diskursive objekter dukker opp i matematiseringsfasen, når elevene går fra en situasjonsmodell til en virkelig modell for problemet. Grunnen til at de diskursive objektene gir seg til kjenne i denne fasen av arbeidet er nok at det er først her elevene får bruk for matematikken. Fram til denne fasen består arbeidet av å forstå oppgaven og av å sette ord på hvordan den skal kunne løses. I det de går over til matematiseringsfasen, altså fra en situasjonsmodell til en virkelig modell, har de behov for matematisk kunnskap for å kunne løse problemet, og da gir de diskursive objektene seg til kjenne.
Når det kommer til realisasjonstrærne for de diskursive objektene, så er disse et resultat av samspillet mellom elevene og et bilde på hva de kognitivt brakte med seg inn i prosessen og samspillet mellom dem (Ärlebäck & Frejd, 2013, s. 54). Det vil si at man gjennom å studere og analysere elevers matematiske diskurs kan se hvordan elevene gjennom bruk av hverdagsdiskurs går over til en matematisk diskurs med godkjente fortellinger. I Figur 15, hvor elevene omtaler det diskursive objektet *volum av kube,* bruker elevene sine personlige erfaringer/hverdagsdiskurs om det diskursive objektet før de, ved hjelp av hverdagsdiskursen, går over til den matamatikse diskursen. Både Sfard (2008) og Ärlebäck og Frejd (2013) sier i sin forskning at dette er hvordan elever fra et kommognitivt synspunkt utvikler sin matematiske diskurs. Men hvordan kan det å lage realisasjonstrær fra elevenes diskurs være til hjelp for læreren? Min mening er at man, for det første, ikke skal presse elevene til å bruke korrekte matematiske uttrykk, da

Sfards og Ärlebäck og Frejds forskning viser at elevene utvikler sin matematiske diskurs gjennom bruken av hverdagsdiskurs. For det andre kan det å analysere elevers diskurs gi lærere et innblikk i hvordan elevene utvikler sim matematiske diskurs og dermed sette læreren i bedre stand til å identifisere hvor elevene opplever problemer. Gjennom å identifisere disse problemene kan læreren være i bedre stand til å veilede elevene i deres utvikling av deres matematiske diskurs. Et tredje poeng er at man gjennom analyse av elevenes diskurs i større grad vil være i stand til å utforme eller finne oppgaver som passer til det temaet man skal undervise i. Hvis man som lærer analyserer oppgavene godt på forhånd, og man er klar over hvilke diskursive objekter som vil gi seg til kjenne ved løsning av oppgaven, vil man kunne gi elevene oppgaver som tilfredstiller Lesh, Doerr, Kramer, Post og Zawojewskis (2003) prinsipp om personlig meningsfullhet. Hvis man som lærer kan utforme eller finne slike oppgaver, kan man håpe at elevene er mer villige til å arbeide med matematikken og man kan unngår spørsmål som: Når får vi behov for det her, da?

## 5.4 Elevenes deltakelse i den matematiske diskursen

Når man ser på hvordan elevene deltok i den matematiske diskursen i arbeidet med de to oppgavene, ser man at de som deltakere i diskursen, kommer fram til felles kunnskap som den enkelte elev ikke ville ha kommet fram til på egen hånd. Siden Sfard (1998) hevder at både individets og fellesskapets diskursutvikling er gjensidig avhengig av hverandre, kan man derfor si at den matematiske diskursen for elevene i gruppen, både individuelt og for gruppen som helhet, gjennomgår en utvikling og at det fra et kommognitivt ståsted foregår læring i gruppens samtaler i løsningen av de to oppgavene. Dette er læring som antakeligvis ikke ville ha funnet sted ved bruk av en individuell arbeidsform hvor elevene ikke hadde tilgang på de andre elevenes diskursive objekter, og de ville da ikke fått hjelp til å bli mer kompetente deltakere i den matematiske diskursen. Da Emma i samtalen om det diskursive objektet *det pytagoreiske teoremet* sa «*Kordan bli derre en trekant?», ville hun trolig ikke vært i stand til å løse oppgaven på egenhånd. Lukas forsøkte da å hjelpe henne videre i den matematiske diskursen ved å si «*Det bli en trekant hvis vi brette den ut og tar lengden fra hjørne til hjørne*». Emma virket enda ikke helt å forstå, så Nora hjalp til ved å gå veien om en firkant for å få Emma til å forstå da hun sa «*Han mene at, hvis vi brette ut sylinderen, så får vi en firkant.*». Selv etter dette virket det ikke som om Emma helt forstod og Nora fulgte opp med «*Da kan vi bruk Pytagoras for å finn lengden fra hjørne til hjørne*.» og en forklaring på hvordan det pytagoreiske teoremet kan brukes til å regne ut ukjente sider i en trekant. Etter denne forklaringen kan det virke som at Emma hadde kommet et steg videre i den matematematiske diskursen, for hun svarte «*Ok, men kordan e derre pytagorasgreian da?*».
Hvis man legger disse funnene til grunn for planlegging av framtidig undervisning, kan man si at modelleringsoppgaver kan hjelpe flere elever til å bli mer kompetente deltakere i den matematiske diskursen enn om de kun jobber individuelt.

## 5.5 Forskning i eget klasserom

Som nevnt i metodekapitlet er en av utfordringene ved å forske i sitt eget klasserom at det ofte fører til at man foretar et bekvemmelighetsutvalg av deltakere (Cohen, Manison, & Morrison, 2011). Selv om man i en studie er åpen om at deltakerne er valgt på bakgrunn av et bekvemmelighetsutvalg, hevder Cohen, Manison og Morrison (2001 s. 155) at studier hvor deltakerne er valgt i henhold til slike kriterier, slik som i min studie, har lav generaliseringsverdi. Det vil si at resultatene fra denne studien ikke er generaliserbare, men de gir likevel et bilde av et undervisningsforløp. Det at datene fra studien ikke er generaliserbare kan ses i sammenheng med det Nilssen (2012) sier, at i klasseromsforskning finner man ett svar, ikke svaret. Erfaringene man tar med seg fra en slik studie vil, til tross for lav generaliserbarhet, fortsatt kunne ha verdi for andre, da de gir et innblikk i en autentisk læringssituasjon. Dette underbygges av Hoel (2000 s. 163–164), som skriver at for å oppnå relevante og pålitelige data er det viktig at undervisningen i forskningssitasjonen er så lik som mulig den typen undervisning som elevene er vant til.

## 5.6 Hvordan kan andre lærere nyttiggjøre seg av funnene i denne studien?

Funnene fra denne studien kan være nyttig for andre lærere, da den peker på hvor de diskursive objektene i en modelleringsoppgave gir seg til kjenne. Kunnskap om dette kan sette lærere i bedre stand til å planlegge bedre undervisning enn det de har kunnet tidligere. Det faktum at man på forhånd av en undervisningsøkt vil kunne forutse hvor elevene trolig vil ha behov for veiledning, kan være med på å gjøre denne veiledningen mer effektiv og slik øke elevenes læringsutbytte. Man kan på bakgrunn av denne ene studien ikke si med fullstendig sikkerhet at man vil gjøre de samme funnene i ethvert klasserom. Men siden de samme funnene ble gjort hos alle gruppene som deltok, peker funnene fra denne studien i retning av at diskursive objekter oftest gir seg til kjenne i matematiseringsfasen av modelleringssirkelen og at dette vil være informasjon det er nyttig for lærere å ha tilgang på når de skal planlegge modelleringsaktiviteter for elevene sine.

## 5.7 Kvaliteten på undersøkelsen

Funnene fra denne studien tyder på at man som regel finner de diskursive objektene man forventer skal dukke opp og at disse gir seg til kjenne i matematiseringsfasen av modelleringssyklusen. I denne undersøkelsen var jeg godt forberedt på utfordringene ved å forske i eget klasserom, og derfor også i stand til å legge til rette for en god gjennomføring av studien, både for deltakerne og for min kollega og meg som forskere. Dette bidrar etter min mening til det gode utfallet av studien. Dersom jeg ikke på forhånd hadde vært klar over hva bekvemmelighetsutvalg, forskerbias og bekreftelsesbias innebærer, kunne denne studien fått et helt annet utfall.
Min strategi om å være åpen og transparent om de valgene som er tatt, samt å forankre disse valgene i relevant teori, mener jeg har vært med på å heve kvaliteten på studien. I etterkant av studien ser jeg at det er noe jeg kunne jeg kunne gjort annerledes for å heve kvaliteten på dataene fra elevene. Der jeg på forhånd antok at det ville holde med lydopptak av elevene, ser jeg etter å ha transkribert elevenes samtaler, at transkripsjonen nok ville holdt høyere kvalitet dersom det i stedet hadde blitt gjort videoopptak av elevene mens de arbeidet. Det jeg ser jeg gikk glipp av ved kun lydopptak er elevenes mimikk og kroppsspråk, som også er viktig kommunikasjon. Et konkret eksempel på dette er da Nora i arbeidet med det pytagoreiske teoremet sa *«Ja, hjørnet der blir 90 grader»*. I den situasjonen, og lignende situasjoner hvor elevene refererer til tegninger eller andre hjelpemidler, ville videoopptak gjort transkripsjonene

bedre. I tillegg kunne kvaliteten på dataene blitt bedre om elevene hadde fått bedre tid, da de med bedre tid hadde kunnet kommet innom framstillingssteget i modelleringssyklusen. I tillegg kunne bedre tid gitt oss som forskere muligheten til å la elevene presentere sine løsninger for de andre gruppene, noe som Kawakami, Saeki og Matsuzaki (2015) hevder gjør elevene bedre i stand til å bruke Dual Modelling Framework for å løse modelleringsoppgaver.
Selv om funnene fra denne studien peker i retning av at man trolig vil finne de diskursive objektene man forventer skal dukke opp og at disse gir seg til kjenne i matematiseringsfasen av modelleringssyklusen, så må man se disse funnene i lys av at resultatene baserer seg på tre elevers arbeid over noen få økter. Det faktum at de samme diskursive objektene også ble funnet hos de andre elevene som deltok i studien, samt at de diskursive objektene hos disse gruppene også gir seg til kjenne i matematiseringsfasen av modelleringssyklusen, støtter opp under funnene fra studien.

## 5.8 Studiens bidrag til forskning og veien videre

Da det hittil er gjort lite forskning på elevers diskurs i arbeid med modellering, bidrar denne studien med et innblikk i elevers diskurs i deres møte med modelleringssyklusen. Studien gir også en viss indikasjon på hvilke diskursive objekter man kan forvente at dukker opp i elevenes diskurs og hvor disse diskursive objektene gir seg til kjenne i modelleringssyklusen. For å undersøke om det er mulig å reprodusere funnene i denne undersøkelsen, kunne det vært interessant å få andre forskere til å gjennomføre en lignende studie med andre elever og kanskje også i en større skala. Det jeg har funnet i denne studien er ett svar, og ikke svaret (Nilssen, 2012), på forskningsspørsmålene mine, men min antakelse er at også forskere som ikke har valgt sine forskningdeltakere på bakgrunn av et bekvemmelighetsutvalg ville kommet til de samme resultatene som jeg har gjort i denne studien.
Etter å ha gjennomført denne studien sitter jeg igjen med spørsmålet om man gjennom å analysere elevenes matematiske diskurs vil kunne planlegge bedre og mer motiverende matematikkundervisning. Dette er et spørsmål det kunne vært interessant å forske mer på, og man kunne for eksempel gjennomført en studie hvor man så på elever som jobbet med tekstbokoppgaver og sammenlignet disse med en gruppe elever som jobbet med godt analyserte modelleringsoppgaver, for å se på om man kunne registrere forskjell i elevenes motivasjon for matematikk.
Med tanke på at modellering er et kjerneelement i den nye læreplanen (Udir, 2019) som trer i kraft fra høsten, kan det være et godt verktøy for lærere å få innsikt i hvordan elever jobber med modellering, slik at man som lærer kan bli satt bedre i stand til å planlegge modelleringsundervisning som er tilpasset elevene. Det kan også være interessant å merke seg at arbeid med modelleringsoppgaver hvor elevene jobber i grupper, noe som Sfard (1998) regner som deltakende læring, setter elevene i stand til å løse oppgaver enkelte av dem ikke ville vært i stand til å løse på egen hånd.

# 6 Sammendrag og konklusjon

Målet med denne studien er å undersøke hvilke diskursive objekter som gir seg til kjenne i elevers arbeid med modelleringsoppgaver og å identifisere hvor de diskursive objektene gir seg til kjenne i modelleringssyklusen. Behovet for å analysere elevenes diskursive objekter og hvor de gir seg til kjenne i modelleringssyklusen ligger i å finne ut hvilke implikasjoner en slik identifisering og plassering i modelleringssyklusen har for læreres planlegging av modelleringsundervisning. For å belyse disse spørsmålene presenterer og analyserer jeg i denne studien tre elevers arbeid med to modelleringsoppgaver. I denne studien analyseres elevenes gang i modelleringsprosessen, før de diskursive objektene identifiseres og plasseres i modelleringssyklusen. Deretter diskuteres det hvilke implikasjoner funnene gjort i studien har for læreres planlegging av modelleringsundervisning.

## 6.1 Konklusjon

I denne studien, hvor problemstillingen er: **Hvordan kommer diskursive objekter til uttrykk i en gruppe 10.-trinnselevers arbeid med to modelleringsoppgaver?**, ser jeg, ved hjelp av to forskningsspørsmål, på tre elevers matematiske diskurs i møte med to modelleringsoppgaver og på hvilke diskursive objekter som gir seg til kjenne i elevenes arbeid, samt på hvor de diskursive objektene gir seg til kjenne i modelleringssyklusen.
Svaret på problemstillingen i denne studien er at de diskursive objektene man finner i elevenes arbeid med modelleringsoppgaver, er de diskursive objektene som ligger i oppgavens matematiske potensial, det vil si den matematiske kunnskapen som kreves for å løse oppgaven. Det vil si at læreren i forkant av elevenes møte med oppgaven, gjennom å analysere oppgavens matematiske potensial, bør være i stand til å forutse hvilke diskursive objekter elevene trolig vil støte på i sitt møte med oppgaven.
Det første forskningsspørsmålet i denne studien er: *«Hvordan kommer diskursive objekter til uttrykk i en gruppe 10.-trinnselevers arbeid med to modelleringsoppgaver?».* Svaret på dette spørsmålet er at de diskursive objektene gir seg til kjenne i matematiseringsfasen av Blum og Leiss' modelleringssyklus (Blum & Leiss, 2007). Dette vil si at de diskursive objektene gir seg til kjenne i den fasen hvor elevene går fra en situasjonsmodell for problemet til en matematisk modell for problemet.

Det andre forskningsspørsmålet i denne studien er: *«Hvordan kan det å identifisere diskursive objekter og hvor de finner sted i modelleringssyklusen være til nytte i planleggingen av undervisning?»* For en lærer som skal planlegge modelleringsundervisning, er fordelen med å vite hvilke diskursive objekter man kan vente å finne i elevers møte med modelleringsoppgaver og hvor disse diskursive objektene gir seg til kjenne, at man med en slik kunnskap vil være bedre i stand til å finne modelleringsoppgaver som passer til det emnet man skal undervise i. Hvis læreren på forhånd har analysert oppgaven, kan han bruke modelleringsoppgaver til å jobbe med alle temaer, fordi læreren på forhånd vil kunne utforme oppgaver som passer til temaet. Fordelen med å vite hvor de diskursive objektene gir seg til kjenne vil være at læreren på forhånd vet hvor i modelleringssyklusen elevene kan komme til å støte på matematiske utfordringer, og derfor også vil vite når elevene kan ha behov for veiledning og gode spørsmål for å bringe dem videre i arbeidet.

# 7 Bibliografi


Bakar, K. A., Way, J., & Bobis, J. (2016). Young Children's Drawings in Problem Solving. *Innlegg presentert ved Annual Meeting of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA) Adelaide, South Australia.*, (ss. 86-93).

Bergem, O. K., Kaarstein, H., & Nilsen, T. (2016). *VI KAN LYKKES I RELFAG, Resultater og analyser fra TIMMS 2015.* Oslo: Universitetsforlaget.

Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, ss. 45-58.

Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students' and teachers deal with modelling problems? I C. e. Haines, *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics.* (ss. 222-231). Chichester: Horwood.

Cobb, P. (2007). PUTTING PHILOSOPHY TO WORK:Coping with Multiple Theoretical Perspectives. I F. K. Lester, *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning : A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (ss. 3-38). Charlotte, NC: Information Age Publishing Inc.

Cohen, L., Manison, L., & Morrison, K. (2011). *Reseach method in Education.* London & New York: Routledge Taylor & Franscis Group.

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi.* Oslo: Oktan Oslo AS.

Doerr, H. M. (2007). What Knowledge Do Teachers Need for Teaching Mathematics Through Applications and Modelling? I *Blum W., Galbraith P.L., Henn HW., Niss M. (eds) Modelling and Applications in Mathematics Education. New ICMI Study Series, vol 10* (ss. 69-78). Boston: Springer.

Dysthe, O. (2001). *Dialog, samspel og læring.* Oslo: Abstrakt forlag AS.

Edens, K. M., & F.Porte, E. (2001). Promoting Conceptual Understanding through Pictorial Representation. *Studies in Art Education Vol. 42, No. 3*, ss. 214-233.

Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education.* Abingdon: Taylor & Francis Ltd.

Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. I *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* (ss. 86-95). Berlin: Springer.

Foucault, M. (1972). *Archaeology of Knowledge.* London: Taylor & Francis Ltd.

Ärlebäck, J. B., & Frejd, P. (2013). Modelling from the Perspective of Commognition – An Emerging Framework. I G. A. Stillman, G. Kaise, W. Blum, & J. P. (Eds.), *Teaching Mathematical Modelling:Connection to Research and Practice* (ss. 46-56). New York: Springer.

Galbraith, P. (2018). *The International Mathematical Modeling Challenge.* Hentet Februar 2019 fra Hyperthermia: https://www.immchallenge.org.au/files/IM2C_sample_problem_Hyperthermia.pdf

Halvorsen, K. (2008). *Å forske på samfunnet. En innføring i samfunnsvitenskapelig metode.* Oslo: CAppelen Akademiske forlag.

Hiim, H. (2003). Læreren som forsker. Erfaringer med en strategi for å forske i læreryrket. *Norsk pedagogisk tidsskrift 05/06 2003*, ss. 360-363.

Hoel, T. L. (2000). Forskning i eget klasserom. Noen praktisk-metodiske dillemma av etisk karakter. I *Norsk Pedagogikk, Vol 20, NR 3, 2000* (ss. 160-170 ). Oslo: Universitetsforlaget.

Jeanotte, D., & Kierann, C. (2017, September). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*(Vol. 96 Issue 1), ss. 1-16.

Johansen, A., Tufte, P. A., & Christoffersen, L. (2010). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode (4.utg).* Oslo: Abstrakt.

Kaiser, G. (2006). Introduction to the working group "Applications and Modelling". *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4).*

Kawakami, T., Saeki, A., & Matsuzaki, A. (2015). How do Students Share and Refine Models through Dual Modelling Teaching: The Case of Students who do not Solve Independently. I I. P. Stillman, W. Blum, & M. S. Editors, *Mathematical Modelling in Education Research and Practice Cultural, Social and Cognitive Influences* (ss. 195-206). New York: Springer.

Kunskapsdepartementet. (2018, Juni 26.). *Kjerneelementer i fag*. Hentet fra Regjeringen.no: https://www.regjeringen.no/contentassets/3d659278ae55449f9d8373fff5de4f65/kjerneelementer-i-fag-for-utforming-av-lareplaner-for-fag-i-lk20-og-lk20s-fastsatt-av-kd.pdf

Larsen, A. K. (2016). *En enklere metode Veiledning i samfunnsvitenskapelig forskningsmetode.* Bergen: Fagbokforlaget.

Lave, J., & Wenger, E. (2019). *Situated Learning Legitimate peripheral participation.* Cambridge: Cambridge University Press.

Lesh, R., Doerr, H. M., Kramer, K., Post, T., & Zawojewski, J. S. (2003). Model Development Sequences. I *Beyond Constructivism; Models and Modeling Perspectives on Mathematics Preblem Solving, Learning and Teaching* (ss. 35-58). London: Lawrence Earlbaum.

Neumann, I. B. (2001). *Mening, materialitet og makt: En innføring i diskursanalyse.* Bergen: Fagbokforlaget.

Nilssen, V. (2012). *Analyse i kvalitative studier Den skrivende forskeren.* Oslo: Universitetsforlaget.

Niss, M., Blum, W., & Galbrait, P. L. (2007). Introduction. I *Modelling and applications in mathematics education : The 14th ICMI Study New ICMI study series (bd. 10)* (ss. 3-32). New York: Springer.

NOU2015:8. (2015). *Framtidens skole.* https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/sec1.

Pollak, H. O. (1979). The Interaction between Mathematics and Other School Subjects. I U. (Ed.), *New Trends in Mathematics Teaching IV* (ss. 232-248). Paris.

Ross, J., & Ross, M. (1986). Fermi problems or how to make the most of what you already know. I H. L. (Eds.), *Estimation and mental computation* (ss. 175-181). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Saeki, A., & Matsuzaki, A. (2011). Dual Modelling Cycle Framework for Responding to the Diversities of Modellers. I *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling ICTMA 14* (ss. 89-99). New York: Springer.

Saeki, A., & Matsuzaki, A. (2013). Dual Modelling Cycle Framework for Responding to the Diversities of Modellers. I G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. P. Editors, *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice* (ss. 89-100). New York: Springer.

Schou, J., Skott, J., Jess, K., & Hansen, H. K. (2008). *Matematik for lærerstuderende : Omega : 4.-10. klassetrinn.* Fredriksberg: Samfundsliteratur.

Sfard, A. (1998). On two metaphors on learning and the dangers of choosing one. I *EducationalResearcher,27(2)* (ss. 4-13).
Sfard, A. (2006). PARTICOPATIONIST DISCOURSE ON MATHEMATICS LEARNING. *New Mathematics Education Research and Practice*, ss. 153-170.
Sfard, A. (2007). When the Rules of Discourde Change, but Nobody Tells You:Making Sense of Mathematical Learning From a Commognitive Standpoint. *Journal of the Learning Sciences* (16:4), ss. 565-613.
Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating - Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing.* New York;Cambridge: Cambridge University Press.
*Statistisk Sentralbyrå*. (2019, Januar 23). Hentet August 2019 fra Dette var de mest populære navnene i 2018: https://www.ssb.no/befolkning/artikler-og-publikasjoner/dette-var-de-mest-populaere-navnene-i-2018
Touerner, G., & Arzarello, F. (2013). Grading Mathematics Education Research Journals. I *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (ss. 31-34).
Udanningsdirektoratet. (2019, September 9). *Udir.no.* Hentet fra Matematikk fellesfag: https://hoering.udir.no/Hoering/v2/286?notatId=573
UDIR. (2006). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04).* Hentet fra Udir: https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-10.-arssteget
Udir. (2019, November). *Udir.no*. Hentet fra Matematikk 1-10(MAT01-015) Kjerneelement: https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer
Viirman, O., & Nardi, E. (2019). Negotiating different disciplinary discourses: biology students' ritualized and exploratory participation in mathematical modeling activities. I E. Heyd-Metzuyanim, & M. G. (Eds.), *Educational Studies in Mathematics* (Vol. Volume 101, Issue 2, June 2019). Nederland.
Vygotskij, L. S. (2008). *Tenking og Tale.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

# 8 Vedlegg

**Vedlegg 1:** Informasjonsskriv og samtykkeskjema
**Vedlegg 2:** Godkjenning fra NSD
**Vedlegg 3:** Hypertermioppgaven
**Vedlegg 4:** Oljetankoppgaven

## 8.1 **Vedlegg 1:** Informasjonsskriv og samtykkeskjema

# Vil du delta i forskningsprosjektet

## *“ Modellering i et commognativt perspektiv”*?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan elever kommuniserer når de jobber med modellering i matematikk.. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

**Formål**
Formålet med oppgaven er å undersøke hvordan elever kommuniserer når de jobber med modellering i matematikk.

**Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?**
NTNU – institutt for lærerutdanning

**Hvorfor får du spørsmål om å delta?**
Du får spørsmål om å delta i denne studien fordi du er elev i klassen jeg underviser
**Hva innebærer det for deg å delta?**
Elevene skal løse modelleringsoppgaver mens jeg tar video- og lydopptak.:

- Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at du jobber med matematikkoppgaver Det vil ta deg ca. to skoletimer.

Hvis dere har spørsmål om prosjektet kan dere få utfyllende opplysninger ved å kontakte meg.

**Det er frivillig å delta**
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

**Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- De som vil ha tilgang til datamaterialet er jeg og min kollega Morten Sagberg Johnsen
- Alle innsamlede data vil bli anonymisert og lagret på et kryptert medium.

Ingen elever vil kunne bli gjenkjent ved lesing av masteroppgaven.

**Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?**
Prosjektet skal etter planen avsluttes 1. desember 2020, og da vil alle data bli slettet

**Dine rettigheter**
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,

- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

**Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?**
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

**Hvor kan jeg finne ut mer?**
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Tore Forbregd: tore.a.forbregd@ntnu.no
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personvernombudet@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

| | |
|---|---|
| Tore Forbregd<br>Prosjektansvarlig<br>(Veileder) | Rune Isachsen<br>Forsker |

-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

# Samtykkeerklæring

Samtykke kan innhentes skriftlig (herunder elektronisk) eller muntlig. NB! Du må kunne dokumentere at du har gitt informasjon og innhentet samtykke fra de du registrerer opplysninger om. Vi anbefaler skriftlig informasjon og skriftlig samtykke som en hovedregel.

- Ved skriftlig samtykke på papir, kan du bruke malen her.
- Ved skriftlig samtykke som innhentes elektronisk, må du velge en fremgangsmåte som gjør at du kan dokumentere at du har fått samtykke fra rett person (se veiledning på NSDs nettsider).
- Hvis konteksten tilsier at du bør gi muntlig informasjon og innhente muntlig samtykke (f.eks. ved forskning i muntlige kulturer eller blant analfabeter), anbefaler vi at du tar lydopptak av informasjon og samtykke.

Hvis foreldre/verge samtykker på vegne av barn eller andre uten samtykkekompetanse, må du tilpasse formuleringene. Husk at deltakerens navn må fremgå.

Tilpass avkryssingsboksene etter hva som er aktuelt i ditt prosjekt. Det er mulig å bruke punkter i stedet for avkryssingsbokser. Men hvis du skal behandle særskilte kategorier personopplysninger og/eller de fire siste punktene er aktuelle, anbefaler vi avkryssingsbokser pga. krav om eksplisitt samtykke.

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet Modellering i et commognativt perspektiv og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ La mitt barn delta i prosjektet: Modellering i et commognativt perspektiv

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. (1.desember 2020)

-------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(Signert av foresatt til prosjektdeltaker, dato)

## 8.2 Vedlegg 2: Godkjenning fra NSD

NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

### NSD sin vurdering

**Prosjekttittel**

Modellering i et commognativt perspektiv

**Referansenummer**

955173

**Registrert**

23.11.2018 av Rune Isachsen - runeis@stud.ntnu.no

**Behandlingsansvarlig institusjon**

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet NTNU / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) / Institutt for lærerutdanning

**Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)**

Tore Forbregd, tore.a.forbregd@ntnu.no, tlf: 92446236

**Type prosjekt**

Studentprosjekt, masterstudium

**Kontaktinformasjon, student**

Rune Isachsen, runeis@gmail.com, tlf: 92652480

**Prosjektperiode**

02.01.2019 - 01.12.2020

**Status**

18.01.2019 - Vurdert

**Vurdering (1)**

---

**18.01.2019 - Vurdert**

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 18.01.2019. Behandlingen kan starte.

MELD ENDRINGER

Dersom behandlingen av personopplysninger endrer seg, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. På våre nettsider informerer vi om hvilke endringer som må meldes. Vent på svar før endringer gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 01.12.2020.

OBSERVASJON I KLASSEROMMET
Ved videoobservasjon eller (personidentifiserbare) lydopptak av fellesareal i skole må forsker sørge for et alternativt opplegg for elever som ikke skal delta i forskningen. Dette fordi elever skal kunne delta i sine vanlige aktiviteter uten at det registreres personopplysninger om dem til forskning.

Et eksempel her er filming i klasserom. Når videoobservasjonen også innebærer lydopptak er det ikke tilstrekkelig å plassere kamera slik at elever ikke filmes. Elevene som ikke deltar i forskningen må få være i annet rom (f.eks. hos parallellklassen), slik at de kan delta muntlig i undervisningen uten at deres stemmer registreres.

Utvalget må informeres om det alternative opplegget på forhånd, slik at deltagelse i forskningen oppleves reelt frivillig.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

## 8.3 Vedlegg 3: Hypertermioppgaven

# Ikke etterlat barn og dyr i sommervarm bil

I sommersolen stiger temperaturen i en parkert bil til det dobbelte i løpet av ti minutter. Allerede etter noen minutter er bilen så varm at den utgjør en potensiell dødsfelle.
En utetemperatur på 20 grader er nok til at det blir farlig dersom bilen står i solen. Derfor må hverken barn eller dyr etterlates i en parkert bil i sommervarmen.

### 31 grader i stillestående luft er kritisk

Små barn kan få problemer allerede i 31 grader dersom luften er stillestående. Det er den definitivt i en parkert bil. Barn er spesielt utsatt for overoppheting fordi de regulerer kroppstemperaturen mye dårligere enn voksne. Derfor håndterer et barn varme omgivelser langt dårligere enn en voksen. I tillegg er det slik at jo mindre barnet er dess større er faren for overoppheting.
Blir kroppsvarmen over 40 grader vil et barn få vanskeligheter med å puste og hjertet kan stoppe. I verste fall kan barnet dø.

### Like kritisk for dyr

Rask temperaturøkning i en bil er også kritisk for familiens kjæledyr. Når temperaturen i en bil blir over 40 grader er det livstruende for en hund.

Informasjonen er hentet fra:
https://www.naf.no/tips-og-rad/bilferie-og-reise/reisetips/ikke-etterlat-barn-og-dyr-i-sommervarm-bil/

Oppgave:
Undersøk ved hjelp av matematikk hvorfor barn og dyr er så ekstra utsatt for stor fare ved å bli igjen i en sommervarm bil.

## 8.4 **Vedlegg 4:** Oljetankoppgaven

# Spiraltrappa til en oljetank

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Oil_tanks_Rail_yard_Oulu_20121021.JPG

Vi ønsker å måle lengden på spiraltrappa til en oljetank. Den er utenfor vår rekkevidde siden vi ikke har tilgang til den. Vi klarer derfor ikke å måle den direkte med utstyr.

Vi har likevel fått vite at diameteren til tanken er 9.766 m ved bunnen og høyden er 10.772 m. Basert på disse dataene, så skal dere finne lengden på spiraltrappa av oljetanken.

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology