Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Ole Martin Søndervik

Den matematiske samtalen i klasserommet

Masteroppgave i lærerspesialist, Matamatikk 8.-10.trinn
Veileder: Anita Valenta
September 2020

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Ole Martin Søndervik

Den matematiske samtalen i klasserommet

Masteroppgave i lærerspesialist, Matamatikk 8.-10.trinn
Veileder: Anita Valenta
September 2020

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

I denne masteroppgaven har jeg svart på problemstillingen:
Hvilke grep gjør lærere som underviser etter modellen for utviklende opplæring i matematikk for å få frem, støtte og utfordre elevenes matematiske tenking i en matematikksamtale?

For å svare på problemstillingen har jeg skrevet om hva en matematisk samtale i klasserommet er og hva som er hensikten med en slik samtale. Jeg har gått i dybden på et rammeverk med navnet «Advancing children's mathematical thinking in everyday mathematics classrooms» (act). Act-rammeverket ble utviklet av Judith L. Fraivillig, Lauren A. Murphy og Karen C. Fuson. Act-rammeverket ble opprinnelig til ut fra en analyse som dreide seg om hva «lærere som får til gode resultater med elever gjør i helklasse samtaler». Rammeverket beskriver konkrete grep læreren kan benyttet for og engasjerer elever i en matematisk samtale.

Jeg har observert to undervisningsøkter fra to forskjellige lærere som begge underviser etter modellen for utviklende opplæring i matematikk. Når jeg analyserte observasjonene mine benyttet jeg act-rammeverket. Act-rammeverket beskriv forskjellige grep læreren kan benytte for å få frem, støtte og utfordre elevenes matematiske tenking i en matematikksamtale.

Avslutningsvis har jeg drøftet funn som jeg avdekket i analysen opp mot aktuell teori innenfor emnet.

Jeg fant at mange av grepen i act-rammeverket ble brukt av lærerne i undervisningstimene jeg observerte. Jeg valgte og fokusere på fem av grepene. Det var grep som ble hyppig benyttet av lærerne og det var grep som representerte alle tre kategoriene i rammeverket. Både kategorene få frem, støtte og utfordre i act-rammeverket.

Summary

In this master thesis I have responded to the following issue; “What measures do educators teaching after the model for development education in mathematics use to focus on, uncover, support and challenge the pupils’ mathematical thinking during a mathematical conversation?”

Responding to this challenge, I have endeavor to cover the subject of what a mathematical conversation in the classroom really are, and what we aim to gain from such conversations. Moreover, I have particularly focused on a framework known as “Advancing children's mathematical thinking in everyday mathematics classrooms» abbreviated to “ACT”. The ACT framework was developed by Judith L. Fraivillig, Lauren A. Murphy og Karen C. Fuson, and originated from the authors study and analysis scoping “what do teachers who gain material positive results do when conducting full-class conversations?”. The framework describe specific techniques teachers can use to increase engagement amongst pupils during a mathematical conversation.

Further – my own observations from two mathematics class sessions by two different teachers who base their teaching approach on the model for development education in mathematics are also included. My basis for the field work for this thesis were the ACT framework, and in the conclusive parts of my thesis I have compared my analysis and findings from my field work with the theoretical framework.

My thesis show that many of the techniques described in the ACT framework were actually deployed by the two teachers I observed. Of these, I decided to focus on five of the techniques observed, as these were frequently used, as well as also being representatives from all three of the categories in the ACT framework; uncover, support and challenge.

Forord

Som en avslutning på min utdanning for å bli lærerspesialist i matematikk fikk jeg muligheten til å skrive en masteroppgave innenfor emnet. Da gjalt det å legge bort lærerhatten og finne frem forskerhatten, noen som har vært en utfordring for en som har arbeidet som lærer i 25 år.

Jeg har lenge vært fasinert og interessert av dialogen i klasserommet. Når jeg nå fikk muligheten til å forske og å gå i dybden på et emne innenfor matematikken ønsket jeg å fordype meg innenfor dialogen i matematikkundervisningen. I tillegg til at jeg interesserer meg for emnet, er dette også et tema som er veldig aktuelt i forbindelse med at læreplanen i matematikken nå har blitt fornyet.

Å skrive en masteroppgave har vært en lærerik erfaring. Prosessen med å skrive en masteroppgave har vært mer lærerik en jeg på forhånd forestilte meg.

Jeg vil takke Anita Valenta som har vært min veileder under denne prosessen. Hun har kommet med tydelige og konstruktive tilbakemeldinger underveis, i tillegg til å være rask til å svare på spørsmål etter hvert som de har dukket opp.

Ellers vil jeg takke alle som har heiet på meg underveis i denne prosessen.

Sandnes, 5 september 2020

Ole Martin Søndervik

Innhold

1.0 INNLEDNING

1.1 Bakgrunn for oppgaven

Muntlig deltagelse i matematikken får større plass i læreplanene som tas i bruk høsten 2020. Dette fører til at de som underviser i faget vil ha nytte av å være mer bevist på hvordan de bruker elevenes innspill, hvilke tilbakemeldinger de gir elevene og hva de ønsker å oppnå med tilbakemeldingene til elevene.
Sentralt innhold og arbeidsmåter innen hvert fag blir nå presisert gjennom fagets kjerneelementer. Dette er et nytt element i de norske læreplaner i forhold til tidligere. I Matematikkfaget er fagets sentrale innhold og arbeidsmåter presisert i følgnde kjerneelementer: *Utforsking og problemløysing, Modellering og anvendingar, Resonnering og argumentasjon, Representasjon og kommunikasjon, Abstraksjon og generalisering* i tillegg til de *Matematiske kunnskapsområdene.* Dette er ikke nytt, men gjennom kjerneelementene gis disse elementene en mer sentral plass i den nye læreplanen og i matematikkfaget. En forandring i undervisningspraksisen som følger av at vi tar i bruk nye læreplaner vil være at elevenes muntlige deltakelse i matematikkundervisningen vektlegges mer. For å lykkes med dette må læreren være bevist hvordan han opptrer, hva han sier når og hvorfor til elevene. Det vil være en fordel om læreren er bevist hvilke grep læreren gjør for å få i gang den muntlige samtalen, og videre hva læreren kan gjøre for å støtte og utfordre elevene i denne matematiske samtalen.

At kommunikasjon er av betydning for læring i matematikken er viktig, blir bekreftet av flere. Allerede i 1978 skrev Vygotskiĭ and Cole (1978) om hvor betydningsfullt språket er som redskap for å kunne lære og at vi lettere lærer sammen med andre i forhold til hva vi kan lære på egenhånd. I artikkelen til Fraivillig, Murphy, and Fuson (1999) om «Advancing children's mathematical thinking in everyday mathematics classrooms» (ACT), kan vi lese om at kommunikasjon i matematikkundervisningen er viktig for læringen. Betydningen av kommunikasjon i matematikkundervisningen blir og bekreftet av Cengiz, Kline, and Grant (2011) i sin artikkelen sin om «Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions».

Kazemi og Hintz (Kazemi & Hintz, 2014) sier at klasseromssamtaler er avgjørende for matematisk læring. At elever som forklarer detaljene i matematiske ideer, som engasjerer seg i andres matematiske ideer og får medelever til å engasjere seg i sine matematiske ideer, oppnår en større forståelse for matematikk. Videre leser vi også at det å delta i matematiske samtaler på produktive måter kan hjelpe elevene å se seg selv som smarte og kompetente i matematikk. At elever som deltar i matematiske samtaler også lærer å lytte til andre, stille innsiktsfulle og fornuftige spørsmål i tillegg til å reflektere over egen forståelse. Dette betyr at klasseromsamtaler om matematikk er gylden anledninger til å fremme matematisk læring blant elevene. Vi kan si at en matematisk samtale er en samtale hvor deltakerne ut fra egne og andres argumenter resonnerer sammen med de andre deltakerne.
(Carpenter, Franke, Levi, Bass, & Ball, 2003) skriver at elever som lærer å presentere muntlig samt å argumentere for gyldigheten av sine matematiske ideer utvikler en dypere forståelse som er av betydning for fremtidig suksess innenfor områder knyttet

opp mot matematikk og matematikkfaget. Dette blir og bekreftet av (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2009). (Chapin et al., 2009) tilføyer og at når elevene presenterer sine oppfattelser og løsningsstrategier muntlig er det en fin mulighet for læreren til å danne seg oversikt av elevens ståsted for så å kunne gi den spesifikke eleven den tilbakemeldingen den trenger for å utvikle seg ytterligere.

Ut fra det som er nevnt ovenfor kan vi si at målet med en matematisk samtale er å få elevene til å utvide sin matematiske kunnskap slik at de kan trekke slutninger og gjøre generaliseringer. Et viktig steg på veien for å nå dette målet er å få elevene involverte og engasjerte i matematikksamtalen i klasserommet. I en slik samtale vil lærerens tilbakemeldinger til elevene være av betydning, om tilbakemeldingene støtter elevenes utsagn, om de fremkaller elevenes kunnskap eller om de utfordrer elevene til å trekke slutninger og gjøre generaliseringer. Det er derfor viktig at lærerne blir mer bevist den muntlige aktiviteten i matematikkundervisningen. (Smith & Stein, 2011) skriver i sin artikkel om fem praksiser for å lede en produktive matematiske samtaler i klasserommet. Dette dreier seg om fem grep læreren kan gjøre for å heve kvaliteten på den matematiske samtalen i klasserommet. I artikkelen til Fraivillig et al. (1999) om Advancing children's mathematical thinking in everyday mathematics classrooms» (ACT), påpekes det at kommunikasjon i matematikkundervisningen er viktig for læringen. I samme artikkel presenterer de og et rammevek, ACT-rammeveket. Et rammeverk for å analysere lærerens arbeid i klasserommet for å få til en matematisk sammtale. Senere i oppgaven vil jeg komme tilbake til både Smith og Stein sine fem grep for å lede en produktiv matematisk samtale og ACT-rammeverket til Fraivillig, Murphy, og Fuson.

For å i møte komme økt muntlighet i matematikkundervisningen og styrke den matematisk samtale mellom elevene, ble det i 2009 startet et forsøk mellom Universitetet i Stavanger og en barneskole lærer i Sandnes kommune hvor målet var å finne frem til en alternativ måte å undervise matematikk etter. Forsøket resulterte i at det høsten 2014 ble utgitt bøker for 1. klasse i en undervisningsmetode i matematikk som heter «Utviklende opplæring i matematikk». Høsten 2020 er boka for 7. klasse i samme læreverk tilgjengelig. Læreverket har fått navnet Matematikklandet. Undervisningsmetoden bygger på en undervisningsmodell som er rettet mot generell utvikling av elever og ble utviklet av den russiske psykologen og pedagogen L.V. Zankov. Zankov var den første til å teste ut L. Vygotskys teorier om læring, utvikling og undervisning gjennom eksperimentell forskning i russiske barneskoler. Med generell utvikling menes ikke bare intellektuell og emosjonell utvikling, men også utvikling av utholdenhet og moralsk beredskap, dvs. utvikling og dannelse av alle aspektene av barns psyke: utvikling av kognitive, emosjonelle, moralske og etiske kvaliteter og ikke minst interesse og motivasjon, vilje, evne til samarbeid og utholdenhet. (Melhus, Aslanov, Blank, Tveit, & Thomson, 2018). Undervisningsmodellen bygger på fem prinsipper:

- Undervisning på et høyt nivå
- Teoretisk kunnskap har ledende rolle
- Rask gjennomgang av stoffet
- Bevisstgjøring om egen læreprosess
- Systematisk og målrettet utvikling av hvert enkelt barn

17 av 24 barneskoler i Sandnes kommune underviser i dag etter prinsippene for Utviklende opplæring i matematikk. I hvor stor grad læreverket blir benyttet av de forskjellige skolene varierer.
Undervisningsmetoden «Utviklende opplæring i matematikk» har en så sentral plass i denne oppgaven at jeg har valgt å utdype den ytterligere i et eget avsnitt til slutt i dette kapittelet.

1.2 Formål og forskningsspørsmål

De nevnte forskningsartiklene beskriver viktigheten av å legge til rette for samtale i klasseromsundervisningen med mål om at elevene får utvikle sine evner til å trekke slutninger og gjøre generaliseringer, med andre ord utvikle sin matematiske tenkning. Med dette utgangspunktet vil jeg med hjelp av ACT-rammeverket se nærmere på hvordan lærerne som underviser etter modellen for utviklende opplæring i matematikk arbeider for å oppmuntre til helkalssesamtale om matematiske utfordringer med den hensikt å utvikle elevenes matematiske tenkning. For å svare på dette, har jeg valgt følgende problemstilling:

Hvilke grep gjør lærere som underviser etter modellen for utviklende opplæring i matematikk for å få frem, støtte og utfordre elevenes matematiske tenking i en matematikksamtale?

For å svare på problemstillingen min vil jeg observere to lærere som har undervist etter prinsippene for utviklende opplæring i matematikk siden Sandnes kommune bestemte seg for å satse på denne modellen (i 6 år). Bakgrunnen for at jeg har valgt ut akkurat disse to lærerne vil jeg komme tilbake til i metodekapittelet mitt. Jeg vil observere to undervisningsøkter hvor lærerne i begge tilfeller legger opp til matematikksamtale i hel klasse. Når jeg analyserer datamaterialet fra observasjonene, vil jeg se på lærernes innspill og tilbakemeldinger til elevene. Jeg vil se på hvordan lærerne gir innspill for å få oversikt over elevenes ståsted, i tillegg til å se på typen tilbakemeldinger lærerne gir. Gir de tilbakemeldinger som får frem elevenes kunnskap, støtter elevenes utsagn eller utfordrer elevene til å utvide sin matematiske kunnskap i form av å trekke slutninger og gjøre generaliseringer.

1.3 Oppgavens oppbygning

Undervisningsmetoden «Utviklende opplæring i matematikk» har en sentral rolle i denne oppgaven. Jeg vil presentere denne undervisningsmetoden før jeg begynner på teorikapitlet.
I teorikapittelet vil jeg presentere aktuell teori innenfor matematisk samtale og lærerens rolle i denne samtalen. Til slutt vil jeg presentere act-rammeveket, som er det rammeverket jeg vil bruke når jeg analyserer dataene fra klasseobservasjonene.
I metodekapittelet vil jeg redegjøre for prosesser for datainnsamling og analyse av datamaterialet. Jeg vil begrunne valg som er gjort og belyse etiske betraktninger og

metodiske utfordringer jeg har vurdert. I analysekapittelet vil jeg presentere analyser innenfor grep læreren gjorde får å få frem elevenes matematiske tenkning, støtte elevenes matematiske tenkning og utfordre elevenes matematiske tenkning.
I drøftingskapittelet vil jeg drøfte resultatene fra analysene opp mot aktuell teori og tidligere forskning, samt se dette i forhold til metodikken i metoden for utviklende opplæring i matematikk. Dette vil danne et grunnlag for å svare på studiets forskningsspørsmål.

1.4 Utviklende opplæring i matematikk

En undervisningstime i matematikk som bygger på prinsippene for utviklende matematikk begynner med en grublis på tavla som elevene starter å arbeide med så fort de kommer inn i klasserommet. Når timene startes på denne måten, blir det stilt forventninger til elevenes arbeid og elevene blir mer beviste sin egen læringsprosess. Gruble oppgavene er og utarbeidet slik at alle skal kunne klare å få til litt, på den måten er det mulig for alle eleven å arbeide videre på det faglige nivået som de er på. (*Utvikling av hvert enkelt barn på sitt eget nivå).* Deretter repeteres stoff fra forrige økt. Her er det ofte en gildene overgang til innføring av nytt lærestoff. Bakgrunnen for dette er teorien om at elevene lærer best i den proksimale utviklingssonen og at for å lære noen nytt, må man bygge på det elevene allerede kan. (Vygotskij, 2001)
På alle de tre nevnte punktene legges undervisningen opp som en dialog mellom lærer og elev, og elev og elev. Her har lærerne en aktiv rolle med å stille spørsmål til eleven, både for å få frem, støtte og utfordre elevenes tenking. Utvikling av hvert enkelt barn handler om at det skal strebes etter at hver elev befinner seg i sin proksimale utviklingssone. I stedet for å differensiere klassen ut fra nivå (nivågrupper) og/eller å ta ut elever som er faglig svake, aksepterer man at hvert enkelt barn har sin egen utviklingssone, og dermed kan man ikke ta for gitt at alle i en klasse opplever og tenker likt. Det er da viktig at læreren organiserer elevene på en bevisst måte, samt at diskusjonen i klassen virker inkluderende. I tillegg til at læreren er bevist og aktivt når det gjelder å aktivisere svake elever, stille spørsmål som de kan besvare. (Guseva & Solomonovich, 2017). Det er og et poeng at det blir benyttet fagbegrep når det snakkes matematikk, at divisor, dividend, dekadisk enhet, assosiative lov, er dagligdagse begrep som blir brukt de matematiske samtalene. På denne måten blir prinsippet om at teoretisk kunnskap har en ledene rolle imøtekommet. At teoretisk kunnskap har en ledende rolle, er hentet fra (Vygotskij, 2001), og innebærer at elevene skal møte matematikken som et eget fag med et eget begrepsapparat og særegne symboler. Gjennom samarbeidet og diskusjonen får de god trening i å planlegge oppgaveløsning, reflektere over egne og andres forslag, samt at de blir trent i å begrunne sin egen tenkning. Ikke minst får de på den måten trening i å generalisere ut fra de slutninger de treffer, altså utlede de matematiske regler som følger av arbeidet med oppgavene. Det handler ikke om først å lære regler som så skal brukes, men om at elevene selv kommer frem til kunnskap om reglene og deres gyldighet, teoretisk kunnskap. (Melhus et al., 2018)

Mange læreverk bygger opp matematikkundervisningen etter spiral prinsipp. At høsten startes med et emnet tallforståelse, etterfølgt av de fire regneartene, for så å gå over til matematikk i dagliglivet og etter hvert algebra. Og at det er godt med tid innenfor hvert

emne for å få med flest mulig av elevene. For så å bli gjentatt året etter, bare på et litt høyere nivå.
Undervisningsøktene avsluttes ofte med at elevene arbeider med oppgaver individuelt. Utviklende opplæring i matematikk bygges og opp etter er spiralprinsipp, men det er og et prinsipp at det skal være rask gjennomgang av lærestoffet, at det ikke brukes så mye tid innenfor hvert enkelt emne, men til gjengjeld går det ikke lenge før en er innom det tidligere gjennomgåtte lærestoffet. Dette står i kontrast de som terper et tema over lengre tid. Tidsspennet som går fra elevene kommer tilbake til et tema de har arbeidet med tidligere er betydelig kortere enn mange andre læreverk legger opp til. Videre menes det at læren ikke skal bruke tid på lange forklaringer, men sette eleven raskt i gang med arbeidet. Det arbeides med varierte, utfordrende oppgaver som gjerne omhandler flere temaer samtidig.

2.0 TEORI

I denne studien undersøker jeg hvordan læreren kan legge til rette for at elevene deltar i helklassesamtale i matematikk. Før jeg begynne med analysearbeidet vil jeg tydeliggjøre hva som ligger i en helklassesamtale i matematikk og avklare viktige begreper. Jeg vil også presentere Smith og Stein sine fem praksiser for å lede en produktive matematiske samtaler i klasserommet siden jeg vil være bevist disse praksisene når jeg analyserer dataene mine. Deretter vil jeg presentere act-rammeverket «The framework for Advancing Children's Thinking», utviklet av Judith L. Fraivillig, Lauren A. Murphy og Karen C. Fuson. Jeg vil act-rammeverket for å analysere feltarbeidet jeg har gjennomført.

2.1. Matematisk samtale

Hensikten med en matematisk samtale er at deltakerne i samtalen skal utvikle sine matematiske ferdigheter. I en matematisk samtale vil det å kunne trekke slutninger, se sammenhenger og å kunne generalisere, være matematiske ferdigheter. Andre ferdigheter i en matematisk samtale vil være å kunne resonnere og argumentere over egne og andres matematiske strategier.

Det er flere måter å få til en matematisk samtale, men et fellestrekk vil ofte være at deltakerne starter med å dele sine ideer. Etter at deltakernes ideer er delt vil en måte å trekke samtalen videre på være å sammenligne de delte ideene, se etter likhetstrekk og se om det er samsvar mellom ideene. Et annet grep vil være å se på hvorfor de forskjellige ideene kan brukes og om deltakernes begrunnelse for ideene er gyldige. Videre kan vi se på hvilke av ideene er mest formålstjenlige og hvorfor. (Kazemi & Hintz, 2014).

Etter at deltakerne har delt sine ideer er det mulig at noen av ideene eller elementer av ideene kan være uklare. Da vil det være naturlig å bruke tid på å oppklare mulige uklarheter og kanskje bli enige om noen definisjoner, for på den måten å gjøre ideene mer tilgjengelige for alle tilhørere. Det er mulig at det blir oppdaget at det er feil med en eller flere av de delte ideene. Da oppstår det en fin mulighet til å lete etter hva som er galt, og ha det som tema for samtalen. Det er ofte lettere å diskutere det som er feil enn det som er rett. (Kazemi & Hintz, 2014).

Smith og Stein (2011) sier at klasseromssamtale i seg selv ikke er nok, men at det må være kvalitet på klasseromssamtalen og at diskusjoner av høy kvalitet som foregår i matematikklasserommet støtter elevenes læring av matematikk. Smith og Stein (2011) fremhever hvordan høykvalitetsdiskusjoner hjelper elever å kommunisere sine egne ideer og gjøre deres tenking offentlig for klassen slik at de kan bli guidet i matematiske retninger. Samtidig vil slike diskusjoner oppmuntre elever til å evaluere egne og andres matematiske ideer (Smith & Stein, 2011). I likhet med Smith og Stein (2011) fremhever Chapin et al. (2009) viktigheten av diskusjon i undervisning og læring gjennom det de mener er fem kritiske grunner. Samtale kan avsløre forståelse og misforståelser, samtale støtter robust læring ved å styrke hukommelse, samtale støtter dypere resonnering, samtale støtter språkutvikling og samtale støtter utviklingen av sosiale ferdigheter (Chapin et al., 2009).

2.2 Lærerens rolle i matematikksamtaler

Som ledere av en matematisk samtale i klasserommet er det flere faktorer læreren bør være bevisst. Franke et al. (2007) skriver om lærerens rolle for å støtte en matematisk samtale og at utviklingen av matematisk forståelse krever at elevene får mulighet til å snakke med andre om flere matematiske representasjoner og forklare løsningsstrategier. Matematiske diskusjoner vil og oppmuntre elever til å evaluere egne og andres matematiske ideer.
Det er mange momenter eller grep læreren bør være bevist og benytte seg av som leder av en matematikksamtale i klassen. Læreren må kunne komme med en matematisk utfordring uten å gi svaret på denne med en gang, (Lampert et al., 2013) At læreren stopper opp eller bremser den matematiske diskusjonen, med hensikt å gi flere elever mulighet for å hekte seg på samtalen er og et poeng (Kazemi & Hintz, 2014). Det er og en god støtte for elevene dersom læreren modellerer den akademiske diskursen for elevene (Ball, 1993) Som en hjelp for å sikre fremdrift og retningen av den matematiske samtalen kan læreren kommentere og utdype elevidéer, og stille spørsmål ved elevenes resonnement, (Kazemi & Hintz, 2014).
Ball (1993) påpekte at når læreren legger til rette for en matematisk samtale mellom elevene, må han samtidig sikre det matematiske innholdet og elevenes læring av matematikk.
Som tidligere nevnt er målet med matematikksamtalen at elevene utvikler sin matematiske forståelse, noe som krever at elevene får mulighet til å komme med løsningsforslag, presentere antagelser, snakke om et utvalg matematiske representasjoner, forklare egne løsningsstrategier, bevise hvorfor løsningen virker, og lage eksplisitte generaliseringer.
Som et hjelpemiddel for å nå dette målet vil det være lurt å være bevist hvordan læreren kan opptre for å få frem, støtter og utfordre elevenes matematiske tenkning.

2.3 Hvordan bør læreren gjøre for å få frem, støtte og utfordre elevenes tenking når elevene deltar i en matematisk samtale.

Å legge til rette for matematiske samtaler er en viktig del av en lærers jobb. Hvordan lærer og elever samtaler med hverandre i klasserommet har betydning for elevenes læring og hvordan de oppfatter sine egne matematiske ferdigheter.
Smith og Stein (Smith & Stein, 2011) skrive i sin artikkel «Fem praksiser» om noen grep som læreren kan gjøre slik at de er bedre forberedt til å lede klassen i en samtale. De fem praksisene, eller fem grepene som læreren kan gjøre er:

- Å anta, handler om at læreren på forhånd ser for seg og skriver ned hvilke løsningsstrategier og elevutspill som kan dukke opp i samtale med elevene. Da kan læreren tenke gjennom hva som er lurt å gi av respons på de forskjellige elevinnspillene for å få frem mest mulig argumentasjon og resonnering. Læreren kan og gjøre seg noen tanker om rekkefølgen de forskjellige elevinnspillene bør løftes frem, for å gi elevene best mulig forutsetninger for å argumentere og resonnere rundt det matematiske emnet.

- Å overvåke betyr å observere elevene når de arbeider og skape seg en oversikt over hva de forskjellige elevene arbeider med. På den måten kan læreren gjøre seg noen antagelser om hva de enkelte elevene vil bidra med når de skal snakke om arbeidet som er gjort. Den oversikten som læreren får kan han da bruke for styre rekkefølgen av elevinnspillene, slik at flest mulig av elevene kommer til orde og føler at de har noe å bidra med. Dette blir bekreftet av Franke et al. (2007) som sier at en lærer som kjenner til elevene sin matematiske tenkning kan støtte utviklingen av eleven sin matematisk kompetanse. Kjenner læreren elevens matematiske tenking, gir det muligheter for å stille spørsmål som er knyttet til denne tenkingen som vil gi elevene anledning til å argumentere og resonnere videre på sine strategier og tankerekker.
- Å velge ut, går ut på at læreren velger ut de av elevenes løsningsstrategier som er hensiktsmessige i forhold til det matematiske temaet som det arbeides med, for så å dele disse løsningsstrategiene med resten av klassen.
- Å velge rekkefølge, dreier seg om hvilken rekkefølge de utvalgte løsningsstrategiene til elevene skal presenteres for hele klassen. Her er det flere aspekt som læreren bør ta hensyn til. At flest mulig av elevene får dele sine ideer er av betydning for læringsmiljøet i klassen. At alle elevene føler at de har noe å bidra med er av betydning for den enkelte elevs selvtillit og innstilling til faget. En god måte kan være at de enkleste løsningsstrategiene blir fremmet først og de mer komplekse løsningsstrategiene etter hvert. Det er vanskelig at alle elevene i hele klassen skal komme til orde i alle timer, men det bør være mulig å få til i løpet av noen undervisningsøkter. Et annet aspekt er at rekkefølgen som elevene sine løsningsstrategier blir delt på er av betydning for hvilken retning læreren ønsker at matematikken skal arbeides med videre.
- Å koble sammen, er arbeidet læreren gjør med å knytte de forskjellige elevenes løsningsstrategier sammen. Tydeliggjøre for elevene at det er flere metoder som fungerer og at det kan være likheter mellom de forskjellige elevenes løsningsstrategier. Videre er det lærens oppgave å koble de nye matematiske temaene sammen med det som elevene tidligere har arbeidet med. Altså å knytte de matematiske temaene sammen til større matematiske ideer.

2.4 Rammeverket for Advancing Children 's Thinking (ACT)

Act-rammeverket ble opprinnelig til ut fra en analyse som dreide seg om hva «lærere som får til gode resultater med elever» gjør i helklasse samtaler. Rammeverket ble utviklet av Judith L. Fraivillig, Lauren A. Murphy og Karen C. Fuson. Jeg har valgt å bruke act-rammeverket i analysen av klasseromsamtalene jeg observerte. Hensikten med en matematisk samtale i klassen er å få eleven til å tenke matematikk. Act-rammeverket henviser til grep som læreren kan gjøre for å få frem, støtte og utfordre elevenes matematiske tenking. Grepene som beskrives i act-rammeverket vil være til hjelp for å støtte en matematisk samtale og gi elevene mulighet til å snakke med andre om flere matematiske representasjoner og forklare løsningsstrategier, som Franke et al. (2007) poengterer er viktig for utviklingen av elevenes matematiske forståelse.

I utviklende opplæring i matematikk har læreren ansvar for å starte matematiske diskusjoner, samt lede samtalen videre mot de mest aktuelle aspektene innenfor temaene det arbeides med.
Læreren skal også fungere som ordstyrer og lede klasseromssamtalen hvor resultater blir diskutert og uklarheter elimineres. Et godt hjelpemiddel for læreren for å lykkes med arbeidet innenfor modellen for utviklende opplæring i matematikk vil være å være bevist hvilke grep læreren faktisk gjør i matematikksamtalen i klasserommet for å få frem, støtte og utfordre elevenes matematiske tenking.

Mitt forskningsspørsmål har fellestrekk med arbeidet og rammeverket som blir presentert i artikkelen, «The framework for Advancing Children's Thinking (ACT)» av Judith L. Fraivillig, Lauren A. Murphy og Karen C. Fuson i en artikkel fra 1999. Hensikten med deres artikkelen var og bidra til å forstå hvordan lærere på en effektiv måte kan øke elevenes matematiske tenkning i et klasserom med å stille spørsmål uten å undergrave elevenes intellektuelle autonomi. Siden det som artikkelen beskriver er et veldig sentralt punkt i utviklende opplæring velger jeg å benytte samme rammeverk som Fraivillig et al gjorde i sin forskning.

I artikkelen hvor Fraivillig et al presenterer ACT-rammeverket og forklarer hvordan de brukere rammeverket, fremhever de samtidig hvilken forståelse de ønsker elevene skal tilegne seg og hva en matematisk samtale bør inneholde. Dette samsvare godt med de andre forskerne jeg har henvist til innledningsvis mener. Videre ser vi også at act-rammeverket stemmer godt overens med det som Smith og Stein skriver om matematiske samtaler, og at det passer godt inn med flere av prinsippene for utviklende opplæring i matematikk.

Hovedsakelig dreier dette rammeverket seg om å dele inn lærerens tilbakemeldinger til elevene inn i tre kategorier:

1) Få frem elevers løsningsforslag
2) Støtte elevene sin begrepsforståelse i arbeidet de har gjort
3) Utfordre eleven til å tenke enda lengre, og prøve å få elevene til å se flere sammenhenger.

På neste side følger eksempel på instruksjonsstrategier benyttet for å få frem, støtte og utfordre elevene matematiske tenkning:

Instruksjonskomponenter i act-rammeverket

Få frem	Støtte elevene sin forståelse i arbeidet de har gjort	Utfordre elevene til å tenke enda lengre enn de allerede har gjort (utvide)
• Få frem mange ulike løsningsmetoder fra hele klassen • Ta seg tid til å lytte til elevenes løsningsforslag • Oppmuntre elevene til å utdype • Vise, samt å uttrykke at feil elevsvar er greit og kan være spennende • Oppmuntre til at elevene samarbeider om problemløsning *Leder klasseromsdiskusjoner* • Tar utgangspunkt i elevenes løsningsforslag og bygger undervisningen på det • Bestemmer hvilke elever som forklarer sin løsning eller hvilke løsningsforslag som skal diskuteres av klassen	*Støtter den som snakker* • Læreren kan minne om tidligere lignende oppgaver • Læreren kan komme med bakgrunnsstoff • Læreren kan oppfordre resten av klassen til å komme med tips til det matematiske arbeidet som foregår • Læreren kan hjelpe elevene med å sortere og rydde i egne argumenter og tankerekker *Støtter tilhørernes tankerekker* • Læreren kan stille enkle spørsmål underveis • Læreren kan gjenta elevutsagnene uten å rangere de *Støtte både eleven som forklarer og elevene som hører på* • Lærerene kan skrive ned å oppsummer de presenterte løsningsstrategiene på tavla • Læreren kan spør en medelev om å forklare elevenes løsningsforslag *Støtte enkelt elever* • Læreren kan oppfordre alle eleven til å spør om hjelp	*Opprettholde høy standard og høye forventninger til alle elevene* • Oppfordre elevene til å prøve på å løse vanskelige oppgaver med hjelp av forskjellige løsningsstrategier *Oppfordre til matematisk refleksjon* • Oppfordre elevene til å analysere, sammenligne, og generalisere matematiske konsept • Skrive opp alle løsningsforslag, for å gjøre det lettere for elevene å reflektere rundt løsningsforslagene *Oppfordre eleven til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget* • Oppfordre enkeltelevene til å prøve alternative løsningsmetoder • Oppfordre elevene til å bruke de mest effektive løsningsmetodene • Bygge opp undervisningen rundt elevenes respons, spørsmål og utfordringer *Gi uttrykk for å være glad i utfordringer*

Skjematisk fremstilling av ACT-rammeverket hentet fra artikkelen til Fraivillig et al.

På de neste sidene vil jeg utdype instruksjonskomponentene i act-rammeveket:

2.4.1 Få frem

Det er flere ulike strategier læreren kan benytte for å få frem elevsvar fra klassen. Alle disse bygger mye på at det skal være forutsigbart og trygt å komme med elevinnspill. ACT-rammeverket ta for seg fem grupperinger.

- Få frem mange ulike løsningsmetoder fra hele klassen.
  Handler om å løfte frem så mange løsningsstrategier som mulig. Løsningsstrategiene vil bli utgangspunkt for den matematiske samtalen. Det er viktig at lærerene hele tiden spør elevene om andre strategier, eller varianter av strategier.
- Ta seg tid til å lytte til elevenes løsningsforslag.
  Dette er viktig for å motivere elevene til å ta ordet. Elevene som opplever at læreren ikke er interessert i løsningsforslagene de komme med slutter etter hvert å komme med innspill. Skal læreren klare å engasjere resten av klassen i samtalen er det en forutsetning at læreren selv er engasjert.
- Oppmuntre elevene til å utdype.
  Når elever presenterer sine løsningsforslag, er det flere faktorer som kan gjøre det vanskelig for tilhørerne å forstå. Det kan være faktorer som manglende begrepsapparat. Eller iver slik at den som snakker går fort frem o.l. Det vil da være lurt om lærerne ber elven utdype enten hele forklaringen eller deler av forklaringen. Eventuelt forklare på en annen måte eller med andre ord.
- Vise, samt å uttrykke at feil elevsvar er greit og kan være spennende.
  At læreren viser at han sette pris på elevenes svar stimulerer elevene til å komme med flere løsningsstrategier. Det er også viktig å vise at elevsvar som ikke er riktige er like velkomne. Da oppstår det en fin mulighet til å lete etter hva som er galt, og ha det som tema for samtalen. Det er ofte lettere å diskutere det som er feil enn det som er rett.
- Oppmuntre til at elevene samarbeider om problemløsning.
  At den matematiske samtalen blir mer elev – elev, enn lærer - elev vil ofte virke positivt på aktiviteten. Når klassen arbeider sammen for å løse et problem som heller ikke læreren på forhånd vet svart på vil og engasjere.

Disse fem punktene samsvarer med hva (Kazemi & Hintz, 2014) beskriver som gode grep for å starte en matematisk samtale. De vil også være til nyttige for læreren som underviser etter modellen for utviklende opplæring i matematikk. Hvor et av lærerens oppdrag er at læreren har ansvar for å starte matematiske diskusjoner, samt lede de videre mot de mest aktuelle aspektene innenfor temaene det arbeides med. Læreren skal og fungere som en ordstyrer og lede klasseromssamtalen hvor resultater blir diskutert og uklarheter elimineres.

Act-rammeverket forklare mange grep som kan være til nytte i en matematisk samtale, men de sier lite om når i undervisningsøkten de forskjellige grepene er hensiktsmessig å bruke. Smith og Sten i deres 5 praksiser, går mer inn på hva som er lurt å gjøre når og hvorfor. Smith og Stein nevner noen grep læreren kan gjøre for å bedre kunne få frem elevenes matematiske tenking. Derfor tenker jeg at det er lurt å se på act-grepene i sammenheng med Smith og Stein sine fem praksiser.

Fem praksiser (Smith & Stein, 2011) sier at samtidig som læreren bruker tid på å få oversikt over og å få frem elevsvar, er det lurt å gjøre seg noen tanker om hvilke rekkefølge som er mest hensiktsmessig å bruke når en trekker frem elevenes løsningsforslag. For å få dette til bør læreren observere elevene mens de arbeider, for å vite hvilke elever som har gjort hva. Det gir læreren bedre anledning til å trekke frem de løsningsforslagene i en rekkefølge som er mest hensiktsmessig for hele klassen. Oversikten gir også læreren anledning til å erkjenne de elevene som trenger det mest. Enten fordi de bør komme til orde for ikke å forstyrre resten av klassen, eller fordi de har løst oppgaven på en fin måte, men hvor deres løsningsforslag ikke bør bli tatt i plenum for tidlig i samtalen. Selv om læreren har oversikt over hvem som har gjort hva, vil det likevel være fornuftig å spørre om noen har løst oppgaven på en annen måte? Har noen brukt en annen strategi? Det vil være en fordel for elevene dersom de får se at det er flere strategier som fører frem til svaret. For å engasjere elevene til å komme med løsningsforslag er det viktig at læreren er tålmodig. Lar elevene få tid til å tenke og bli trygge nok på seg selv til å fremme sitt forslag foran hele klassen. Når elevene presenterer sine metoder, må læreren fortsatt være tålmodig nok til at elevene får tid til å si hva de har tenkt med sine egne ord. Når eleven har forklart med egne ord kan læreren oppfordre eleven til å utdype og forklare fullstendige løsningsmetoder. Et hjelpemiddel vil her være å stille eleven spørsmål hvor hensikten er å få eleven til å utdype, og noen ganger hjelpe elevene med å artikulere metoden sin. Et annet moment som er viktig for å få til elev-engasjement er at det er lov å svare feil, at feil kan være fruktbart, de gir oss mulighet for diskusjon. At læreren kan henvende seg til elevene for å spør om en løsning istedenfor å komme med svaret selv vil og være en faktor som er med på å skape et godt samarbeidsklima i klassen.

2.4.2 Støtte elevene sin begrepsforståelse i arbeidet de har gjort

To av prinsippene i Zankov sin undervisningsmodell er at teoretisk kunnskap har en ledende rolle og at det skal være en systematisk og målrettet utvikling av hvert eneste barn i klasserommet, (Melhus et al., 2018). Et viktig verktøy for læreren her er hvordan han snakker til elevene, er bevist på hvilke begrep han bruker og hvilke spørsmål han stiller til hvilke elever. På den måten kan læreren variere hvordan han snakker til hver enkelt elev, alt etter hvilke nivå de forskjellige elevene befinner seg på. Det er mange grep læreren kan ta for å støtte eleven i sin begrepsforståelse i forbindelse med at elevene arbeider med en oppgave. Kort fortalt kan læreren minne elevene om tidligere lignende oppgaver, samt presentere aktuelt bakgrunnskunnskap for å løse denne oppgaven. Dersom en elev står fast ved et punkt i oppgaven, kan læreren oppfordre medelever til å komme med forslag slik at eleven kommer videre med sin oppgave. Hjelpe elevene med å holde tråden i egne tankerekker. Hjelpe elever og forklare hvordan eleven har tenkt til resten av klassen. Notere elevforslagene på tavla, hjelpe de andre elevene å forstå hva som blir fremmet i plenum. Oppfordre andre elever til å forklare hvordan den som fremmet løsningen har tenkt. Læreren kan komme med, og forklare egne løsningsmetoder. Oppfordre elevene til å spørre om hjelp.

Nedenfor har jeg kategorisert dette mer, da det vil være lettere å kjenne igjen disse grepene i den senere analysen.

ACT-rammeverket har delt dette punktet i tre, 1 - støtte den som har ordet, 2 – støtte de som hører på, 3 - støtte både den eleven som snakker og de elevene som hører på.

- Læreren kan minne om tidligere lignende oppgaver, og på den måten støtte eleven i sitt arbeid.
- Læreren kan komme med bakgrunnsstoff som kan være nyttige for det matematiske arbeidet eleven holder på med.
- Læreren kan oppfordre resten av klassen til å komme med tips til det matematiske arbeidet som foregår.
- Læreren kan hjelpe eleven med å sortere og rydde i egne argumentasjons og tankerekker.

To grep læreren kan ta for å støtte elevene som hører på andre som argumenterer og resonnerer for egne løsningsstrategier:

- For å gjøre det lettere for de elevene som hører på en elevforklaring kan læreren underveis i elevens forklaring stille noen enkle spørsmål hvor hensikten er å sortere i elevens resonnering samt å senke fremdriften i elevens argumentasjon.
- Læreren kan gjenta elevutsagnene. På den måten kan læreren rydde opp i dårlige elevformuleringer. Ved at ting blir fortalt to ganger bremses tempoet, og elevene får bedre tid til å oppfatte det som blir sakt, og videre gjøre seg opp meninger om det.

Videre tar ACT-rammeverket for seg tre grep læreren kan gjøre for å støtte både den eleven som snakker og elevene som hører på:

- Skrive ned og oppsummere de presenterte løsningsforslag på tavla. Da vi hele klassen få en felles referanse til akkurat den spesifikke strategien. Videre vil det være lettere for resten av klassen å følge elevens resonnering når de ser løsningsforslaget nedskrevet.
- Spør en medelev om å forklare en annen elevs løsningsforslag. Dette er en fin måte å få frem flere variasjoner av samme forklaring, som igjen kan føre til at flere av elevene forstår den matematiske løsningen.
- Oppfordre alle om og spørre om hjelp. Legge til rette for et klassemiljø der alle spørsmål er viktige.

2.4.3 Utfordre elevene til å tenke enda lengre enn de allerede har gjort

Utfordre elevene til å generalisere, se etter slektskap mellom matematiske konsept og å prøve alternative løsningsmetoder. Be elevene tenke gjennom hvile metode som er mest effektiv og hvorfor. Gi elevene utfordringer som er av interesse for den og deres liv.
Vis glede ved å arbeide med matematiske utfordringer. Elevene vil legge merke til lærerens engasjement til arbeidet og dette vil smitte over på elevene. Vær positiv og gi elevene positiv oppmuntring til å arbeide og utfordre elevene til hele tiden å prøve seg på vanskelige oppgaver.

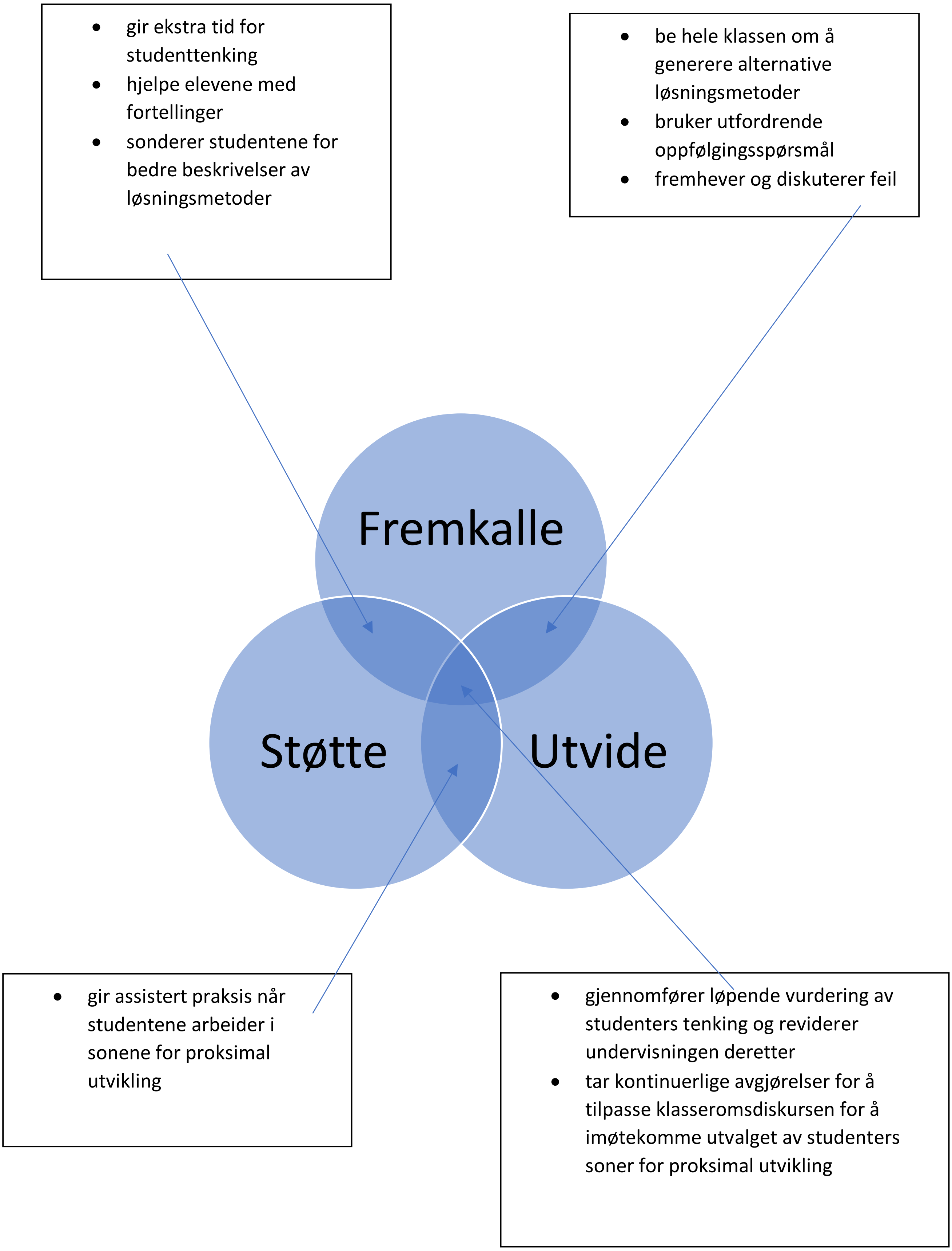
Nedenfor har jeg kategorisert dette mer, da det vil være lettere å kjenne igjen disse grepene i analysen senere.

- Opprettholde høy standard og høye forventninger til alle elevene. Dette samsvarer godt med Zankovs 1. prinsipp, at undervisningen skal være på er høyt nivå. Det skal være oppgaver som oppleves vanskelige.
- Oppfordre til matematisk refleksjon. Elevene ser etter sammenhenger mellom matematiske konsept, kan generalisere, og være bevist begrepsmessige sammenhenger. En god hjelp her vil være at lærerne skriver ned alle løsningsforslag på tavla for på den måten legge bedre rette til matematisk for refleksjon blant elevene.
- Oppfordre elevene til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget, til å se etter alternative, mer effektive metoder. At læreren griper muligheten når den byr seg til å presentere elevgenererte utfordringer for resten av klassen, slik at disse utfordringene kan arbeides videre med.
- Gi uttrykk for å være glad i utfordringer. Dette er viktig for å skape og opprettholde den kreativiteten vi ønsker at elevene skal ha, med tanke på å komme med forskjellige utfordringer og løsningsforslag.

Hensikten med punktene over er og hjelper eleven med å forstå et problem dypere, skape interesse for faget, motivere til lærelyst, til utforskning og selvstendig arbeid. Mmålet er at elevene kommer på et nytt nivå av forståelse i tillegg til å kunne se etiske sider ved matematikken. Dette samsvarer med det som i Zankov sin modell blir kalt for kognitiv konflikt. Kognitiv konflikt oppstår når noe nytt møter det gamle, dvs. den kunnskapen man allerede besitter. Zankov mente at en kognitiv konflikt hjelper eleven å forstå et problem dypere, skaper interesse for faget, skaper lærelyst, motiverer til utforskende og selvstendig arbeid, hjelper eleven å til å komme på et nytt nivå i forståelsen og tillater eleven å se etiske sider ved matematikken, (Melhus et al., 2018).

2.4.4 Sammenhenger og forventninger av resultat

Når læreren styrer den matematiske samtalen i klassen vil ikke lærerens innspill til elevene hele tiden være så kategoriske som de er skissert ovenfor. Det vil oppstå tilfeller hvor en tilbakemelding fra læreren både støtter elevens argument, samtidig som denne støtten og vil føre til at eleven prøver å utvide egen resonnering. Lærerens tilbakemelding vil fungere både som støtte og utfordring. Dette er vist i Fraivillig et al. sin modell, som jeg har gjengitt på neste side. Modellen illustrerer hvilke av strategiene i ACT-rammeverket som kan falle inn under flere kategorier. Det kan være episoder som kan tolkes til å ha elementer fra alle tre kategoriene i seg.



(Fraivillig et al., 1999)

Modellen illustrerer at strategiene i ACT-rammeverket kan falle inn under flere kategorier. Kategoriene fremkalle, støtte og utvide kan overlapper hverandre. Det kan være episoder som kan tolkes til å ha elementer fra alle tre kategoriene i seg. Sirkelen med kategorien å fremkalle overlapper både sirkelen for kategorien støtte og sirkelen for kategorien å utvide, samtidig som sirkelene for støtte og utvide også overlapper hverandre. På et punkt overlapper alle tre kategoriene.
Modellen viser at læreren noen ganger bruke grep fra både kategoriene fremkalle og støtte for å få frem elevkunnskap. Læreren kan også benytte grep fra de to samme kategoriene, men hensikten kan da være å støtte eleven som har ordet. På samme måte kan grep fra kategorien fremkalle bli brukt samtidig med grep fra kategorien utvide med hensikt om å utvide elevenes matematiske forståelse. Det kan også være episoder hvor læreren benytter grep fra alle de tre kategoriene hvor hensikten kan være å fremkalle eller utvide elevenes kunnskap.

3.0 METODE

Denne studien baserer seg på følgende forskningsspørsmål:

Hvilke grep gjør lærere som underviser etter modellen for utviklende opplæring i matematikk for å få frem, støtte og utfordre elevenes tenking i en matematikksamtale?

Ut fra forskningsspørsmålets karakter, er jeg avhengig av å samle inn et datamateriale som gir meg muligheten til å kunne analysere læreres undervisning hvor matematiske samtale med elevene, og mellom elevene har stor plass. I dette kapitlet vil jeg først gi et metodisk overblikk, før jeg går nærmere inn på studiens metodiske valg. Videre vil jeg beskrive gjennomføringen av datainnsamlingen og hvordan jeg har analysert datamaterialet. Deretter vil jeg belyse reliabiliteten og validiteten i studien, samt de ulike forskningsetiske betraktninger jeg har måttet ta hensyn til. Avslutningsvis jeg legge frem metodekritikk.

3.1 Samarbeid med skole

I Sandnes kommune har vi en ressursskole i matematikk. På denne skolen har det blitt undervist etter Zankov sine prinsipper for utviklende opplæring i matematikk siden høsten 2013. Denne undervisnigsmodellen kjennetegnes av mangfoldighet/ allsidighet, progresjon, kognitiv konflikt og variasjon (Melhus et al., 2018). Mangfoldighet innebærer bruk av allsidige metoder og arbeidsformer. Matematiske problem bør ses fra ulike sider, og målet er at elevene skal bli kjent med ulike løsningsmetoder og uante sammenhenger i faget. Læreren skal ikke bare utvikle elevenes intellekt, men også deres motivasjon, lærelyst og følelser, (Melhus et al., 2018). Jeg valgte å ta kontakt med denne skolen siden Zankov sin modell inneholder et stort element av muntlighet i timene hvor den matematiske samtalen blir vektlagt.

3.2 Utvalg

Rektor koblet meg opp med to lærere som begge underviste i matematikk på 6. trinn. Begge lærerne har undervist klassene siden de startet på skolen i 1. klasse og hele tiden brukt Zankov sine prinsipper for utviklende opplæring i matematikk. Jeg har besøkt skolen ved tre anledninger. Første møte fortalte jeg lærerne om studien min, de forklarte meg om undervisningen sin og jeg fikk også observert en av klassene. De to neste gangene jeg besøkte skolen var for å filme undervisningsøktene i de forskjellige klassene. I denne studien har jeg filmet to lærere i hver sin undervisningsøkt på 6. trinn. Hensikten har vært å se etter grep læreren gjøre for å få frem, støtte og utfordre elevenes tenking i matematikkundervisningen når undervisningen foregår i hel klasse.

3.3 Observasjon

I denne studien brukte jeg observasjon som metode. Som nevnt tidligere var skolen jeg besøkte i forbindelse med denne studien en ressursskole innfor matematikk i kommunen. Fordi skolen er en ressursskole var elevene vant til at det er andre voksne til stede i undervisningen som observerte både lærere og elever. I tillegg til å notere fortløpende mens jeg observerte, filmet jeg også undervisningen. Jeg valgte film fremfor lydopptak. Elevene som jeg observerte, var vant med å bruke håndsignal for å vise at de var enige eller tenkte annerledes enn de elevene som kom med innspill i helklassesamtalen. Tommel og lillefinger i luften signaliserte at de var enige. Peke og langfinger i luften signaliserte at de tenkte på en annen måte. For å få med disse håndsignalene var det nødvendig å filme elevene som en del av observasjonen.

3.4 Undervisningsøktene

En undervisnings økt etter Zankov sin modell er ofte oppbygd som følgende: Timen starter med en grublis på tavla som elevene starter å arbeide med så fort de kommer inn i klasserommet. Så repeteres stoff fra forrige økt. Her er det ofte en gildene overgang til innføring av nytt lærestoff. På alle de tre nevnte punktene legges undervisningen opp som en dialog mellom lærer og elev, og elev og elev. Her har lærerne en aktiv rolle med å stille spørsmål til eleven, både for å få frem, støtte og utfordre elevenes tenking. Undervisningsøktene avsluttes ofte med at elevene arbeider med oppgaver individuelt.

3.5 Analysemetode

I dette studiet er det bruke kvalitativ tilnærming for å analysere datamateriale. Kvalitativ tilnærming er studier av menneskers handlingsprosesser i deres naturlige setting, (Postholm, 2005). Handlingsprosessen jeg undersøker er matematikksamtalen som gjennomføres mellom elev – elev, og elev – lærer. Jeg ser spesielt på lærerens grep for å få frem, støtte og utfordre elevenes tenkning. Jeg ønsket å ha et bestemt rammeverk og kategorier på forhånd, slik at jeg enklere kunne navigere i noe så komplekst som en matematisk samtale.

Forskningsspørsmålet mitt handler om hvilke grep læreren bruker for å få frem, støtte og utfordre elevenes matematiske tenkning. Observasjon med film ble gjennomført. Dette var hensiktsmessig fordi den viste og hva elever og læreren gjorde i tillegg til hva de sa i løpet av undervisningen. Jeg hadde dermed muligheter for å analysere ulike typer spørsmål som ble stilt, og gjennom filmen kunne jeg registrere noe av det som ikke ble fanget opp på lydopptaket. Filmen og at jeg var til stede i klasserommet gav meg et grunnlag for å si noe om hva jeg så, samtidig som den matematiske samtalen ble gjennomført.

I analysearbeidet har jeg gått gjennom datamaterialet mange ganger og identifisert ulike funn. Jeg startet analysearbeidet med å transkribere opptakene fra begge undervisningsøktene. Deretter sorterte jeg lærer-utsagnene i kategoriene «få frem»,

«støtte» og «utfordre». Jeg erfarte at flere av lærernes tilbakemeldinger kunne passe i mer enn en kategori. Det var lærerutsagn som var ment for å støtte elevens utsagn som samtidig utfordret elevens tenking.
Her har jeg tatt med et utdrag fra den transkriberte dialogen som et eksempel på at lærerne støtter en elev i hans bidrag til matematikksamtalen, og det resulterer i at eleven starter å reflektere rundt den matematiske utfordringen: (T er elev og L er lærer)

T: det går det og

L: jaaa, og da fikk dere og *(støtte)*

T: 25/100, skal jeg komme frem å vise?

L: ja

T: vi fikk (de skriver på tavla) sånn stof det, og det er vi fornøyd med……….. boom

L: aha, så først bare utvidet dere istedenfor å forkorte, så forkortet dere litt etterpå, og så vips så hadde dere desimaltallet. *(støtte)*

T: så kunne du gjør det til sånn, men det var jo egentlig ikke det vi skulle *(her resonnerer eleven i tillegg til at han har gått forbi det opprinelige løsningsforslaget, noe som er et element i den siste kategorien «utfordre elevens matematiske tenkning».)*

L: nei, hva skulle dere da?

T: vi skulle skrive brøken som desimaltall.

L: kjempeflott, det var tre forskjellige måter, det er jo fantastisk, vi må gi oss selv en god applaus *(støtte)*

Eksempelet viser at lærerne ved å støtte elevene kan oppnå samme hensikt som en håper på å oppnå ved å utfordre elevene. Dette ble bekreftet flere steder i analysen. Analysen vister at bildet var mer nyansert enn bare de kategoriene jeg startet med. Behovet for å benytte instruksjonskomponentene i tabellen for act-rammeverket ble nødvendig. Samtidig som jeg og ser etter elementer fra Smith og Steins fem-praksiser, spesielt punktet som handler om «å overvåke».
Det neste steget i analysen ble å analysere timene jeg observert med utgangspunkt i ACT-rammeverket og Smith og Steins praksis om «å overvåke» for å
se etter grep lærerne benytter for å:

- *få frem elevenes matematiske tenkning?*
- *støtte elevenes matematiske tenkning?*
- *utfordre elevenes matematiske tenkning?*

Jeg benytte de samme kategoriene og underkategoriene som jeg redegjorde for i teorikapitlet. Etter at jeg hadde gått gjennom og plassert lærerutsagnene i de forskjellige kategoriene valgte jeg ut fem underkategorier som jeg ville se nærmere på. De fem underkategoriene var:

- Få frem mange ulike løsningsmetoder fra hele klassen
- Oppmuntre til at elevene samarbeider om problemløsning

- Læreren kan oppfordre resten av klassen til å komme med tips til det matematiske arbeidet som foregår
- Oppfordre elevene til å analysere, sammenligne, og generalisere matematiske konsept
- Oppfordre enkeltelevene til å prøve alternative løsningsmetoder

Grunnen for at jeg valgte akkurat disse fem punktene er at de representerer alle de fem momentene problemstillingen i oppgaven etterspør. Ved å se på disse fem punktene får jeg med meg punkter fra alle tre kategoriene i act-rammeveket. Både fra kategorien som handlet om å få frem elevenes matematiske tenking, fra kategorien som handlet om å støtte elevenes matematiske tenking og fra kategorien som handlet om å utvide elevenes matematiske tenking. I løpet av analysearbeidet fant jeg også at disse fem punktene ble hyppig benyttet innenfor de respektive kategoriene; få frem, støtte og utfordre.
Det er punkter som jeg mener er viktige for å få til en matematikksamtale i hele klassen hvor flest mulig av eleven deltar med hensikt på å utvikle hver enkelt deltaker sine matematiske ferdigheter.

3.6 Validitet

Som forsker i en kvalitativ studie hvor det er nærhet til forskningsdeltakerne, er det flere etiske betraktninger man bør ta hensyn til. I likhet med andre former for datainnsamling, kreves det at deltakerne er informert om studiet og det er frivillig å delta. Er personene som observeres under 15 år skal foreldre eller foresatte gi samtykke om deltakelse. For å sikre personvernet til deltakerne skal datainnsamlingsprosessen skal være godkjent av Norsk Senter for Forskningsdata, NSD.

I forkant av forskningsprosjektet gjennomførte jeg et møte med de involverte lærerne. I møte fortalte jeg om studiet og om oppgaven jeg skulle skrive. Om hvordan datainnsamlingen skulle foregå og hvordan de innsamlede dataene skulle bli behandlet etterpå. I forbindelse med dette møte var jeg og innom og hilste på elevene. Jeg fortalte hvem jeg var og hva jeg skulle gjøre, i tillegg observerte jeg elevene en kort periode. Tanken med det var at jeg ikke skulle være helt ukjent for eleven når jeg kom for å filme. I begge klassene var det innarbeidet bruk av håndtegn fra elevene. Det var håndtegn som symboliserte at en elev var enig og at en elev tenkte på en annen måte. For å få med elevenes håndtegn når jeg observerte klassene valgte jeg å benytte filmopptak fremfor bare lydopptak.

Elever og elevenes foresatte, samt lærerne fikk et informasjonsskriv hvor det ble informert om prosjektet i henhold til NSD sine retningslinjer. I informasjonsskrivet stod det at jeg kunne kontaktes dersom det var noe som de foresatte lurte på. Det stod også at dersom det var noen elever som ikke ønsket å delta ville de få den samme undervisningen i en annen gruppe.

Raskt etter at observasjonen ble gjennomført, ble forskningsdeltakerne anonymisert, og i henhold til NSD vil alt av datamateriale bli slettet ved studies slutt.

3.7 Metodekritikk

Det ble valgt å gjennomføre denne studien som en kvalitativ metode, som medfører at det er valgt å gå i dybden på noen få informanter. Det ville selvfølgelig vært ønskelig med flere informanter, men på grunn av studiet størrelse ble ikke det gjort. Når man undersøker hvordan lærerens grep kan legge til rette for å få frem, støtte og utfordre elevenes tenking, vet man ikke om resultatene er representative for hva de fleste lærere gjør, eller hva disse lærerne vanligvis gjør. Likevel vil en analyse av samtalene kunne si noe om hvilke grep som kan benyttes og hvordan disse grepene kan legge til rette for å få frem, støtte og utfordre elevenes tenking.
Det er naturlig å forvente at elevene kan oppføre seg annerledes med en observatør og filmkamera til stede i klasserommet. Som nevnt tidligere er dette en ressursskole med elever som er vant med at det er andre voksne til stede i undervisningen og observerer både lærere og elever. Derfor tror jeg ikke at min tilstedeværelse spilte nevneverdig inn på hvordan elevene opptrådde.

4.0 ANALYSE

Jeg analyserte de observerte timene med utgangspunkt i ACT-rammeverket og så etter grep som lærerne benytter for å:

- *få frem elevenes matematiske tenkning?*
- *støtte elevenes matematiske tenkning?*
- *utfordre elevenes matematiske tenkning?*

Jeg benyttet de samme kategoriene og underkategoriene som jeg redegjorde for i teorikapitlet. Etter at jeg hadde gått gjennom og plassert lærerutsagnene i de forskjellige kategoriene, valgte jeg ut fem underkategorier som jeg ville se nærmere på, og vise eksempler av i analysen. De fem underkategoriene er:

- Få frem mange ulike løsningsmetoder fra hele klassen (få frem)
- Oppmuntre til at elevene samarbeider om problemløsning (få frem)
- Læreren kan oppfordre resten av klassen til å komme med tips til det matematiske arbeidet som foregår (støtte)
- Oppfordre elevene til å analysere, sammenligne, og generalisere matematiske konsept (utvide)
- Oppfordre enkeltelevene til å prøve alternative løsningsmetoder (utvide)

De fem underkategoriene som jeg valgte å se nærmere på plassert i act-rammeverket:

<u>Få frem</u> • Få frem mange ulike løsningsmetoder fra hele klassen • Oppmuntre til at elevene samarbeider om problemløsning	<u>Støtte elevene sin forståelse i arbeidet de har gjort</u> • Læreren kan oppfordre resten av klassen til å komme med tips til det matematiske arbeidet som foregår	<u>Utfordre elevene til å tenke enda lengre enn de allerede har gjort (utvide)</u> *Oppfordre til matematisk refleksjon* • Oppfordre elevene til å analysere, sammenligne, og generalisere matematiske konsept *Oppfordre eleven til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget* • Oppfordre enkeltelevene til å prøve alternative løsningsmetoder

De tre første grepene: «Få frem mange ulike løsningsmetoder fra hele klassen», «Oppmuntre til at elevene samarbeider om problemløsning» og «oppfordre resten av klassen til å komme med tips til det matematiske arbeidet som foregår».

Er grep som jeg identifiserte gjentatte ganger under begge observasjonene. Siden disse tre grepene var så pass sentrale i matematikksamtalene som jeg observerte var det naturlig å ha fokus på disse videre i analysen.

I teorikapitlet skrev jeg at hensikten med en matematisk samtale er at deltakerne i samtalen skal utvikle sine matematiske ferdigheter. I en matematisk samtale vil det å kunne trekke slutninger, se sammenhenger og å kunne generalisere, være en matematiske ferdigheter. Andre ferdigheter i en matematisk samtale vil være å kunne resonnere og argumentere over egne og andres matematiske strategier.

De to siste grepene: «Oppfordre elevene til å analysere, sammenligne, og generalisere matematiske konsept» og «Oppfordre enkeltelevene til å prøve alternative løsningsmetoder».
Er begge grep som dreier seg om å utfordre elevenes matematiske tenking. Begge grepene er sentrale i forhold til hensikten med en matematisk samtale, og det var to grep som kom tydelig frem innenfor kategorien «utfordre» i act-rammeverket i analysen. Derfor var det naturlig å også se nærmere på disse to grepene.
Etter å ha arbeidet med teorien i denne oppgaven mener jeg at de fem underkategoriene samlet sett er viktige for å få til en matematikksamtale i hele klassen hvor flest mulig av eleven deltar med hensikt på å utvikle hver enkelt deltaker sine matematiske ferdigheter.

4.1 Få frem mange ulike løsningsmetoder fra hele klassen

Det er flere måter å få til en matematisk samtale, men et fellestrekk vil ofte være at deltakerne starter med å dele sine ideer. (Kazemi & Hinz, 2014). Ved å gå rundt i klasserommet og observere og danne seg en oversikt over elevenes arbeid kan læren gjøre seg noen antagelser om hva en kan forvente av de forskjellige elevene. Dette vil være en fordel for læreren når den matematiske diskusjonen skal ledes. (Smith & Stein, 2011).

Etter at læreren har observert elevene starter hun med å si, *«L: greit da er jeg spendt på om dokke har kommt frem til kor mye kver katt vege. Hummm då lure eg på, …………..».* Hun bruker ord som spent og lurer på. På den måten viser hun at hun bryr seg og er interessert i elevenes løsninger, noe som igjen kan føre til at mange elever vil dele sine løsningsforslag.

En annen strategi som ble benyttet av lærerne var, *«L: ok, nå har jeg vært litt rundt og hørt på dere, og her er det mange gode tanker. Først forkorte brøken og så skrive den som desimaltall».* Her sier læreren at hun har gått rundt og hørt på samtalen mellom elevene, samtidig som hun sier at det var mange gode tanker. På denne måten gi hun elevene tro på at dette har de fikset, og derfor vil de lettere dele det de har snakket om.

4.2 Oppmuntre til at elevene samarbeider om problemløsning

Modellen for utviklende opplæring i matematikk bygger på Vygotskiї sin tanke om at vi lærer best sammen med andre. Dette var tydelig å se i begge undervisningsøktene jeg observerte, da det stort sett hele tiden ble tilrettelagt og oppfordret til at elevene skulle sammarbeide med den de satt på siden av. Dette kom spesielt godt frem i den andre timen jeg observerte. I denne timen var to elever på elevrådsmåte, i tillegg til at en elev var borte. I oppstarten av denne timen da eleven arbeidet med den på forhånd oppsatte grubleoppgaven, flyttet læreren noen av elevene slik at alle skulle ha minst en medelev å sammarbeide med. Dette gjorde læreren samtidig som hun observerte arbeidet til elevene for å danne seg en oversikt med tanke på å lede den kommende klasseromssamtalen.
Måten lærerne stilte spørsmål på bar også tydelig preg av at det var forventet at elevene samarbeidet. To spørsmål som gikk igjen var: *Hvordan tror du de har tenkt? Og Kan du forklare hvordan dere tenkte?* I begge spørsmålene er det de og dere som blir benyttet, altså at det er flere personer og ikke enkeltindivid det blir spurt om. Det bekrefter at det var et kollektivt arbeid.
Her har jeg tatt med et utdrag fra observasjonen hvor en elev prøver å resonnere seg frem til et svar, uten å lykkes med det. Læreren gir ikke noe hjelp til denne eleven. Isteden henvender hun seg til resten av klassen og spør om det er noen andre som kan tenke seg til hvordan han/hun har tenkt. T rekker opp hånden og får spørsmålet om han kan hjelpe. Det svarer han ja på, men han viser at han er vel så ivrig på å forklare metoden deres etterpå.

> H: eg skal prøve å forklare det. 25 vis du dele det på eeeee eg vet ikkje heilt kossen eg skal forklare det. *(forsøk på resonnering)*
>
> L: nei, er det noen andre som kan forklare det, hvordan dere tror de har tenkt? Klarer du T? *(utfordre)*
>
> T: ja, men om eg kan vise våres metode etterpå?
>
> L: ja

I dette eksemplet gir ikke læreren noen støtte til eleven som prøver å forklare. Isteden oppfordrer hun resten av klassen til å komme med innspill for å hjelpe den eleven som står fast. På den måten oppnår hun samarbeid på tvers av de parene som i utgangspunktet sitter og arbeider sammen. I tillegg få hun og frem et løsningsalternativ til.

4.3 Læreren kan oppfordre resten av klassen til å komme med tips til det matematiske arbeidet som foregår

Franke et al. (2007) skriver om lærerens rolle for å støtte en matematisk samtale. Utviklingen av matematisk forståelse krever at elevene får mulighet til å snakke med andre om flere matematiske representasjoner og forklare løsningsstrategier. For å få til en matematisk samtale i klassen vil det være en fordel at flest mulig av elevene er en del av denne samtalen. Å oppfordre resten av klassen til å komme med tips til det matematiske arbeidet som foregår vil da være et veldig aktuelt grep læreren kan benytte. Analysen min viser og at det er et grep begge lærerne benyttet seg av ofte. Jeg har tatt med noen eksempler fra observasjonen som bekrefter dette:

> E: begge er 8 kg til sammen. Begge streken markeres på 4 kg. Så står der på han at han er 1 kg tyngre enn hun, så da forlenger vi den streken.
> *(argumentere)*
> L: Eg ser at någen e litt enige og någen tenker annerledes (håndtegn blant elevene), veldig flott modell, bare forsett. (brukt 23/6)
> (bekrefter)
> E: 9 til sammen
> L: 9 til sammen (gjentar læreren)
> L: ja dere er inne på det. Har du funnet ut av hver? eller skal vi se litt hva det er? e e e hva er det dere tenker? K hva er det du og A, hva tenkte dere da?

Læreren inviterer K og A inn i samtalen.

> L: ja kan dere gjør det slik at det kommer frem i modellen. Det er akkurat slik som I hadde. Et kg mer, hvis dere står litt på siden slik at alle får se.
> Er dere enige i at dette er en god modell som kan hjelpe oss i å finne løsningen. Me får se her at de to linjestykkene er like store. Vi vet ikke hvor lange de er men vi vet at han er et kg lengre.
> Men så var det… John du tenkte noe annerledes.

Læreren spør resten av klassen om de er enige eller uenige, for så å invitere J inn i samtalen.

> L: Da tror jeg vi skal begynne å rekna det ut. Vi gir applaus til J, E, F, K og A.
> Så lurer jeg på, er der noen som har en måte me kunne regnet det ut, et uttrykk me kan lage, som gjør at vi kan rekne ut og finne disse verdiene? K og H og I hadde dere, dere var kommet frem til

Læreren spør resten av klassen om hjelp til å regne det ut, for så å gå direkte på K, H og I.

> L: Akkurat her kunne vi bare løse det slik som M gjorde, men nå så har vi neste, S vil du prøve? hva var det K sa?
> S: Eg trur det var noe med at begge tallene må være delelige, det var noe sånt.
> L: Er han inne på noe?
> Elever: ja

I dette eksemplet utfordrer læreren S med å henvise til det som K sa. Etterpå inviterer hun resten av klassen til å bekrefte at det S sier og gjør er riktig. Her oppnår læreren to ting. Hun får involvert elever i tillegg til å bygge opp selvtillit hos S.

> L: okey, så nå har me begynt…. hvis me då tenke litt sånn. Her oppe var det jo M han tok telleren bort og ganget han nevner med divisor, det var en måte vi kunne dele på. m m m m m någe annet A

Her gjentar læreren siste elev sitt innspill for så oppfordre en annen elev til å komme med andre innspill.

> L: nei, er det noen andre som kan forklare det, hvordan dere tror de har tenkt? Klarer du T?
>
> T: ja, men om eg kan vise våres metode etterpå?

Samtidig som læreren får inkludert en elev til i samtalen, får hun samtidig frem enda et løsningsforslag.

> L: Ja, er dere enige med disse gutta?
>
> L: Forklar H
>
> L: J, V og E? tenkte dere sånn?
>
> L: Er det noen som har tenkt på en annen måte, eller er alle helt enig?
>
> L: Var det noen som tenkte på en annen måte?
>
> L: T har du en kommentar?

Over ser vi flere eksempler på at lærerne sjelden ga svar på oppgavene, isteden spurte de stadig om andre elevers synspunkt.

Grepene som læreren har gjort i disse eksemplene vil og fungere som en brems på fremdriften av den matematiske diskusjonen som vil kunne føre til at flere elever får mulighet til å henge seg på den pågående diskusjonen.

4.4 Oppfordre elevene til å analysere, sammenligne, og generalisere matematiske konsept

Å oppfordre elevene til matematisk refleksjon både over egne og andres løsningsforslag er et viktig element for å utvikle seg innen matematikk, Franke et al. (2007) skriver at utvikling av matematisk forståelse krever at elevene får mulighet til å snakke med andre om flere matematiske representasjoner og forklare løsningsstrategier.
Jeg fant flere eksempler på matematisk refleksjon fra begge observasjonsøkten. Her har jeg tatt med to eksempel som viser dette:
I det første eksemplet vises en elev som reflekterer over fremgangsmåten til andres løsningsforslag. Oppgaven er at de skal vise hvordan de kan gjøre om brøken $\frac{2}{8}$ til desimaltall. Det starter med at en elev er fremme ved tavla og skal forklare hvordan de har arbeidet. I løpet av forklaringen mister han tråden i egen fremgangsmåte:

> H: eg skal prøve å forklare det. 25 hvis du dele det på eeeee eg vet ikkje heilt kossen eg skal forklare det. *(forsøk på resonnering)*

L: nei, er det noen andre som kan forklare det, hvordan dere tror de har tenkt? Klarer du T? *(utfordre)*

T: ja, men om eg kan vise vårs metode etterpå?

L: ja

T: eg tror kanskje at vi du tenke at du gange 25 med 4, så får du 100 (*argumentere)*

L: 4 gange 25 er 100 *(støtte)*

T: Å så hadde de jo bare 1. Så da blir det bare 1 gange 25 og det e jo 25 (*argumentere)*

L: så bare 25 en gang - kan eg lage meg en sånn en kake f.eks med fire deler med 25 i hver del. Ja er det sånn du har tenkt? *(støtte)*

E: ja

I eksempelet over ser vi at læreren starter med å utfordre en elev. Etter hvert støtter læreren den eleven som har ordet, og i dette tilfelle resulterer det i at eleven argumenterer videre.

I det andre eksempelet viste læren to forskjellige løsningsforslag på tavla. Det dreide seg om hvordan figurene Aurora og Einar hadde løst den samme oppgaven på forskjellige måte. Aurora har gjort følgende: $3\ \frac{3}{4} : 3 = (3 + \frac{3}{4}) : 3 =$............
Einar har gjort: $3\ \frac{3}{4} : 3 = \frac{15}{4} : 3 =$ ....

L: Her har vi Aurora og Einar. Hvem har lyst å forklare hvordan Aurora tenker? Begge skal ta 3 ¾ og dele på 3. Hvilken måte brukte Aurora? Hva gjorde hun? Det står her, se nøye, hva er det som skjer der oppe? Har du lyst A?

A: eg vet ke Aurora tenke, eg tror det er en "lov"

E: den distributive loven

L: den distributive loven, hvem er enige i at det er den distributive loven?

A: fordi i den distributive loven gjør du det om til en sum, og det er akkurat det hun har gjort.

L: 3 hele pluss ¾ det er jo det det egentlig står der, også hva har hun gjort videre?

A: da har hun tatt det inni parentesen så deler hun det på 3 så blir det likt det som står der 3 delt på 3 pluss 3 delt på 4

L: kos er det Einar har tenkt?………. K *(utfordre)*

K: eee han har jo bare toge det då med same då mmmmmm nå blei eg litt usikker

L: ja

K: eg trodde han bare hadde skrevet 3 ¾ = ¾ : 3

L: jaa kos har han fått 15/4 Ka? *(utfordre)*

Ka: Han har liksom gjort det blanda tallet om til en uekte brøk slik at det blir lettere å regne det ut. *(resonnere)*

L: Han har gjort det blanda tallet om til uekte brøk så det skal bli enklere. Så du tenke rett å slett at Einar sin metode er enklere - ja. Begge metodene fungerer bra, så må du se litt ke tid du vil bruke hvilken metode. Okey nå skal vi; veldig dumt at tavla ikke virket, for det er litt styr å skrive alt på ny her, men klarer vi alikevell å fortsette fra det som står der her? Hvem vil prøve seg med å fortsette med Aurora sin.

Aurora, tar en A for Aurora. Hun har 3 ¾ : 3 så tok hun distributive lov hele 3 pluss brøken og delt på tre, nå skriver jeg bare det som står der *(3 + ¾) : 3* men så spør de: kordan kan me fortsette på denne he? og nå skal vi begynne å jobbe i ruteboka, og da skal vi gjøre det på akkurat de to metodene, du skal velge din metode selv. Vi tar den distributive loven først. Hva blir det videre da? M

Med å gi eleven denne oppgaven får elevene anledning til å reflekter over andres løsningsforslag og mulighet til å snakke med andre om flere matematiske representasjoner og forklare løsningsstrategier.

4.5 Oppfordre elevene til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget

Som et ledd i å utfordre elevene til å generalisere, se etter slektskap mellom matematiske konsepter og å prøve alternative løsningsmetoder, er et av grepene i act-modellen og oppfordre elevene til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget. Dersom elevene klarer og gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget, vil de kanskje koble det de jobber med nå, sammen med emner og strategier som de har jobbet med tidligere og ende opp med større matematiske ideer, (Smith & Stein 2011).
I eksemplet jeg har tatt med her har en elev kommet med en løsning som læreren som leder timen er fornøyd med. Så bryter den andre læreren inn og utfordrer eleven videre til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget:

M: når vi tar 3 delt på 3 får vi 1, også like eg å gjør på en måte då der vi tar og ganger de to, så da får vi 3/12, men så kan vi godt dele den på tri og den på tri (forkorte) så då får vi 1 ¼

L: fikk andre 1 ¼? dere skjønte at når han, at når det var en såpass eee 1 3/12 og begge er delelige med 3 teller og nevner delelige med 3 da korter vi ned, for vi vil ha mest mulig forkortet brøk. flott.

L: ja

Her er læreren fornøyd med svaret til eleven, men så bryter den andre læreren inn og utfordrer elevene til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget:

L2: eg har et spørsmål til M - om du kunne gjort det på en annen måte og eller?

M: en annen måte og…

Læreren støtter eleven.

L2: ja altså 3 : 3 + ¾ : 3

M: det blir jo kanskje då 3 av 4 delt på 3, kanskje eg kunne tatt 3 : ¾ ja så har eg jo allerede 1 så då får eg jo 1 ¼

L2: ja, det går og an fordi alt i tallet i telleren var faktisk delelig med det hele tallet.

Læreren støtter eleven med å konkludere at det går an.

> L: okey
>
> M: så det e to måter du kan gjøre, enten velge å ganga de to her, eller dele de to her vis de er delelige da. For eksempel du kan ikkje ta 2/4 : 6 eller noe sånt som det der, då går det ikkje an å ta den metoden siden de ikkje er delelige.
>
> L: okey, da har vi en metode hvor vi har den distributive loven også …………..

(Smith & Stein 2011) skriver at dersom elevene klare og gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget, vil de kanskje koble det de jobber med nå, sammen med emner og strategier som de har jobbet med før og ende opp med større matematiske ideer. At eleven i dette tilfellet endte opp med en større matematisk ide tror jeg var tilfellet her.

4.6 Episoder som kan tolkes til å ha elementer fra mer enn en av kategoriene i seg

Når en lærer styrer den matematiske samtalen i klassen, vil ikke lærerens innspill til elevene hele tiden være kategoriske. Det vil oppstå tilfeller hvor en tilbakemelding fra læreren for eksempel både støtter elevens argument samtidig som den fører til at eleven vil prøve å utvide egen resonnering. Lærerens tilbakemelding fungere, både som støtte og utfordring. Nedenfor har jeg tatt med et eksempel der læreren både støtter og utfordrer:
Oppgaven i dette tilfellet er å gjøre om fra brøk til desimaltall. Elevene arbeidet to og to eventuelt tre og tre sammen.
E rekker opp hånden, læreren lar han komme til orde, Erik spør om å få komme frem til tavla og han skriver at 25/20 = 1.25

> L: ok her blei løsningen 1,25 og det enes på fremste rad og bakre og (elevene viser håndtegn som bekrefter at de er enige). Kan du forklare E, hvordan dere tenkte? hvordan dere kom frem til det? *(utfordre)*

I dette tilfellet ble det bekreftet av flere elever at de var enige med E. Da følger læreren opp med å spørre om E kan forklare hvordan de har tenkt. E blir utfordret til å forklare hvordan E og de han arbeidet sammen med har tenkt.

> E: først så fikk vi 25/20 og det går jo ikke så da tok vi bort 5 og så hadde vi 20/20 deler og det blir en hel. Og da tar vi 5/20 etterpå og da får vi 1 hel og 25/100 og da ganger vi 1 og ……… *(resonnering)*

E starter å argumentere for løsningsforslaget, men kommer etter hvert ut av egne tankerekke. Da går læreren inn og støtter E med å henvise til hva han har skrevet på tavla, samt å stille noen oppfølgingsspørsmål til det som står skrevet. På denne måten bremser læreren fremdriften til E med håp om at han klarer å finne tråden igjen, samt at det blir lettere for resten av klassen å følge E forklaring.

> L: se på tavla E du har nettopp skrevet det. du ganget 5/20 med 5 i teller og nevner. Hvorfor gjør du det? E bare forklar det du har skrevet. *(støtte)*

E: eg skjønner det ikke sjøl lengre

E klarer ikke helt å plukke opp tråden igjen og læreren går inn og støtter enda litt til.

L: klassen er jo enig med deg, så noe fornuftig har du gjort. *(støtte)* JH?

JH rekker opp hånden.

JH: eg er enig med svaret, men hvordan har du forkortet brøken din?

JH sitt spørsmål skapte i dette tilfelle en mulighet som læreren benyttet for å sette E i gang med videre forklaring.

L: Har du forkortet brøken? *(støtte)*

E: nei egentlig ikke

L: nei du har egentlig ikke gjort det sånn. E han tenkte "ut av boksen" men han har jo fått rett løsning, eg er helt enig med E eg *(støtte)*, men har han forkortet før han gjorde om til desimaltall? Han har skrevet brøken som et blanda tall og så T? *(utfordre)*

Læreren fortsetter med å støtte E samtidig som hun stiller to raske spørsmål for å sikre fremdrift i undervisningen. Samtidig som hun lar T komme til orde.

T: Eg har et spørsmål, hvordan i alle dager fant, kan eg komme frem å vise?

L: ja

T: Eg lure på hvordan du klarer få den 1'eren

L: ja *(støtte)*

E: det er 25/20 då er det 20/20 pluss 5, så da blir det større en det hele tallet

E forklarer da hvordan han han har gjort samtidig som han forsvare gyldigheten av det.

T: eee ja da tok eg han

L: 20 en gang i 25 *(støtte)*

T: eg trodde det var sånn at det ikke var et 1-tall, og så har du bare begynt på nytt

L: ja han har glemt likhetstegnet, mellom. Vis hvordan dere tenkte da.

Læreren benytter samtidig muligheten for å utfordre andre til å bidra i samtalen.

J: vi tok sånn gangetegn sånn (visking,,,,,,,) også tok vi siden det er over tok vi bare og satte den foran (fra uekte brøk til ekte brøk) *(argumentere)*

Her melder en ny elev seg, og han argumenterer for hvordan vi går fra uekte brøk til ekte brøk.

E: men det blir jo det samme svaret.

L: Det blir akkurat det samme ja *(støtte).* Har J og V forkortet brøken før de begynte å gjøre om til desimaltall? *(utfordre)*

E: nei

L: hvordan du ville gjort? har du enda ett forslag? *(utfordre)*

ja Jeg er forsåvid enig med hele gjengen eg altså *(støtte)* 25/20 å forkorte brøken, hva må vi gjøre då da *(utfordre)*

H: forkorte i starten

L: forkorte før vi begynner å regne, aaha, og da bli 25/20 det samme som 5/4. og 5/4 er det samme som 1 ¼ og da visste Hans at ¼ er det samme som 0,25 flott Hans. Da har vi vist forskjellige måte å gjøre om brøk til desimaltall på, eg synes dere er kjempegode, dere tenker veldig godt. Da skal vi se på neste oppgaver, oj, ja den var på den andre siden av arket. Og da bare lurer jeg på om vi klarer den sånn på stående fot? uten å tenke å regne altfor mye å skrive 0,25 som en brøk? *(utfordre)*

Her ser vi flere eksempler på hvor læreren både utfordrer for så å støtte i samme setning. Læreren gjentar elevinnspillet og skryter til den eleven som hun gjentar. Videre sier læreren «jeg synes dere er kjempegode, dere tenker veldig godt». Dette fungerer som støtte, samtidig som det motiverer til videre arbeid. Så avslutte læreren med å utfordre eleven på neste oppgave og at den skal løses uten og tenke og regne altfor mye.

5.0 DRØFTING

I følgende kapittel vil jeg drøfte funnene i min analyse, sammenligne disse med tidligere forskning samt se i forhold til modellen for utviklende opplæring i matematikk som grunnlag for å svare på studiets forskningsspørsmål.

Drøftingen er strukturert på samme måte som analysen. Jeg tar for meg de fem samme underkategoriene i act-rammeverket:

- Få frem mange ulike løsningsmetoder fra hele klassen (få frem)
- Oppmuntre til at elevene samarbeider om problemløsning (få frem)
- Oppfordre resten av klassen til å komme med tips til det matematiske arbeidet som foregår (støtte)
- Oppfordre elevene til å analysere, sammenligne, og generalisere matematiske konsept (utvide)
- Oppfordre enkeltelevene til å prøve alternative løsningsmetoder (utvide)

I analysen av datamaterialet oppdaget jeg at når læreren arbeidet med å få frem elevenes matematiske tenkning benyttet de seg ofte av grep som hørte hjemme i en av de andre kategoriene. Enten kategorien «støtte elevenes matematiske tenkning» eller «utfordre elevenes matematiske tenkning». Eksempelvis kunne læreren minne om tidligere lignende oppgaver, som er et grep innen kategorien «støtte elevenes matematiske tenking» og bruke det for «å få frem mange ulike løsningsmetoder fra hele klassen». Det siste er et punkt innenfor å få frem elevenes matematiske tenking.
Jeg opplevde at lærerne både utfordret og støttet elevene som et hjelpemiddel for å få frem den matematiske tenkingen.
Videre kunne læreren oppfordret elevene til å reflektere. Dette er et grep i kategorien «utvide elevens matematiske tenking». Etterfulgt av grep fra en av de andre kategoriene for å hjelpe eleven videre i refleksjonen sin. I skjemaet på neste side er dette illustrere:

Instruksjonskomponenter i act-rammeverket

<u>Få frem</u>

- Få frem mange ulike løsningsmetoder fra hele klassen
- Ta seg tid til å lytte til elevenes løsningsforslag
- Oppmuntre elevene til å utdype
- Vise, samt å uttrykke at feil elevsvar er greit og kan være spennende
- Oppmuntre til at elevene samarbeider om problemløsning

Leder klasseromsdiskusjoner

- Tar utgangspunkt i elevenes løsningsforslag og bygger undervisningen på det
- Bestemmer hvilke elever som forklarer sin løsning eller hvilke løsningsforslag som skal diskuteres av klassen

<u>Støtte elevene sin forståelse i arbeidet de har gjort</u>

Støtter den so…

Læreren kan minne om tidligere lignende oppgaver lignende oppgaver

- Læreren kan komme med bakgrunnsstoff
- Læreren kan oppfordre resten av klassen til å komme med tips til det matematiske arbeidet som foregår
- Læreren kan hjelpe elevene med å sortere og rydde i egne argument og tankerekker

Støtter tilhørernes tankerekker

- Læreren kan stille enkle spørsmål underveis
- Læreren kan gjenta elevutsagnene uten å rangere de

Støtte både eleven som forklarer og elevene som hører på

- Lærerene kan skrive ned å oppsummer de presenterte løsningsstrategiene på tavla
- Læreren kan spør en medelev om å forklare elevenes løsningsforslag

Støtte enkelt elever

- Læreren kan oppfordre alle eleven til å spør om hjelp

<u>Utfordre elevene til å tenke enda lengre enn de allerede har gjort (utvide)</u>

Opprettholde høy standard og høye …entninger til alle elevene

- Oppfordre elevene til å prøve på å løse vanskelige oppgaver med hjelp av forskjellige løsningsstrategier

Oppfordre til matematisk refleksjon

- Oppfordre elevene til å analysere, sammenligne, og generalisere matematiske konsept
- Skrive opp alle løsningsforslag, for å gjøre det lettere for elevene å reflektere rundt løsningsforslagene

Oppfordre eleven til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget

- Oppfordre enkeltelevene til å prøve alternative løsningsmetoder
- Oppfordre elevene til å bruke de mest effektive løsningsmetodene
- Bygge opp undervisningen rundt elevenes respons, spørsmål og utfordringer

Gi uttrykk for å være glad i utfordringer

Siden læreren brukte grep på tvers av underkategoriene, vil jeg i drøftingen skrive om hvilke grep lærerne benyttet som hjelpemidler fra de forskjellige kategoriene.

Den første underkategorien jeg skriver om er hvordan læren arbeider for å få frem mange ulike løsningsmetoder fra hele klassen. I arbeidet med å få frem mange ulike løsningsmetoder fra hele klassen benytter læreren seg av grep hentet fra alle de tre underkategoriene i act-rammeverket. For å strukturere drøftingen min vil jeg derfor skrive om grep læreren benyttet for å få elevene til å dele ideene sine, grep læreren benyttet for å hjelpe elevene videre i den matematiske tenkingen og grep læreren benyttet for å motivere elevene til videre matematiske resonnering.

Den andre underkategorien jeg skriver om er å oppmuntre til at elevene samarbeider om en problemstilling. Også her benytter læreren seg av grep hentet fra alle de tre underkategoriene i act-rammeverket. For å strukturere diskusjonen min vil jeg derfor skrive om grep læreren benyttet for å få elevene til å dele ideene sine, grep læreren benyttet for å hjelpe elevene videre i den matematiske tenkingen og grep læreren benyttet for å motivere elevene til videre matematiske resonnering.

På samme måte som skissert over vil jeg også ta for meg de tre neste underkategoriene:

- Oppfordre resten av klassen til å komme med tips til det matematiske arbeidet som foregår (støtte)
- Oppfordre elevene til å analysere, sammenligne, og generalisere matematiske konsept (utvide)
- Oppfordre enkeltelevene til å prøve alternative løsningsmetoder (utvide)

Sakt med andre ord vil jeg innenfor hver av de fem underkategoriene drøfte hvilke grep lærerne brukte for å

- få elevene til å del ideene sine
- hjelpe elevene videre i den matematiske tenkingen
- utfordre elevene til videre matematiske resonnering

5.1 Få frem mange ulike løsningsmetoder fra hele klassen

På forhånd hadde læreren hentet frem en grubleoppgave som elevene startet på etter hvert som de kom inn i klasserommet. Noen arbeidet alene og andre samarbeidet med sidemannen. Samtidig går læreren rundt og observerer og hører på elevene og elevenes løsningsstrategier. Etter ca to minutter blir samtalen mellom elevene roligere og elevene begynner å rekke hendene i været. Dette var likt i begge undervisningsøktene jeg observerte. At oppstarten av begge timene var lik, tyder på at oppstarten av timene er en innarbeidet rutine i begge klassene. Kjente rutiner gjør timene forutsigbare for elevene, som videre fører til trygghet blant elevene. Med å starte timen på denne måten oppnår lærerne flere ting som jeg vil trekke frem. Det ene er at alle elevene blir aktivisert med en gang de kommer inn i klasserommet, overgangen mellom friminutt og time blir smidig. Arbeidet med matematikken begynner med en gang. Det tredje er at læreren ved å gå rund å observere og høre på de forskjellige elevene, samtidig som hun viser entusiasme for arbeidet elevene gjør, danner seg en oversikt over hva hun kan forvente av de forskjellige elevene. En oversikt hun kan nytte for å få frem flest mulig løsningsforslag på en hensiktsmessig måte. Ved å gå rundt i klasserommet og observere og danne seg en oversikt over elevenes arbeid kan læreren gjøre seg noen antagelser om hva hun kan forvente av de forskjellige elevene. Dette vil være en fordel for læreren når hun skal lede den matematiske diskusjonen, (Smith & Stein, 2011). Når læreren viser entusiasme for arbeidet elevene gjør, samtidig som det er forutsigbarhet og kjente rutiner for elevene, vil det og fungere som en motiverende faktor for elevenes ønske om å delta i det matematiske arbeidet, Fraivillig et al. (1999).

Hvilke grep benyttet læreren for å få elevene til å dele ideene sine?

Franke et al. (2007) skriver at utvikling av matematisk forståelse krever at elevene får mulighet til å snakke med andre om matematiske representasjoner og forklare løsningsstrategier. For å gi elevene mulighet for å snakke med medelever om matematiske representasjoner og løsningsforslag hadde læreren før timen begynte funnet frem en grubleoppgave som elevene skulle starte med når de kommer inn i klasserommet. Så går læreren rundt og observerer elevene mens de arbeider med grubleoppgaven. Etter at læreren har observert elevene starter hun med å si, *«greit, da er jeg spendt på om dokke har kommt frem til kor mye kver katt vege. Hummm då lure eg på…………..».* Hun bruker ord som spent og lurer på, på den måten viser hun at hun bryr seg og er interessert i elevenes løsningsforslag. Noe som igjen kan føre til at mange elever vil dele sine løsningsforslag.

Hvilke grep benyttet lærerne for å hjelpe elevene videre i den matematiske tenkingen?

Her dreier det seg om å få frem ulike forslag fra elevene. En faktor som kan ha betydning her er lærernes kroppsspråk og holdning. Er læreren positiv og interessert i hva eleven arbeider med når hun går rundt og observerer, kan det fungere som en støtte for elevene. En annen strategi som ble benyttet av lærerne var: Læreren sier, *«ok, nå har jeg vært litt rundt og hørt på dere, og her er det mange gode tanker. Først forkorte brøken og så skrive den som desimaltall.»* Her sier læreren at hun har gått rundt og hørt på samtalen elevene seg imellom, samtidig som hun sier at det var mange gode tanker. På denne måten gi hun elevene tro på at dette har de fått til, som igjen kan føre til at de deler det de har snakket om med resten av klassen. Som en hjelp for å sikre fremdrift og retningen av den matematiske samtalen kan læreren kommentere og utdype elevidéer, og stille spørsmål ved elevenes resonnement, (Kazemi & Hintz, 2014).

<u>Hvilke grep benyttet læreren for å utfordre elevene til videre matematiske resonnering?</u>

Hvilke grep læreren kan benytte avhenger av hvor godt hun har lykkes tidligere. Dersom læreren har klart å skape en oppfattelse blant eleven om at hun støtter dem og arbeidet deres, kan læreren være ganske direkte. Noe hun var i tilfellet fra observasjonen min, da hun sa, *«Dere tre gutter har dere lyst å komme frem? Flott.»* Læreren spør elevene direkte. Læreren er i act-rammeverkets kategori for å få frem kunnskap, men samtidig utfordrer hun to elever om å komme fram å vise hva de har arbeidet med.
Elevene kommer frem til tavlen. Den ene eleven sier at de er litt usikre. Da støtter lærerne eleven ytterligere med å si at dersom en er usikker får en alltids hjelp.

Hensikten med denne episoden var at læreren ønsket å få frem elevsvar som kunne være utgangspunkt for den matematiske samtalen i klassen. Læreren lykkes med det, men eksempelet viser at for å få akkurat disse elevene til å dele arbeidet sitt måtte de både utfordres og gis støtte. Det kan være flere grunner for at eleven i dette tilfellet måtte utfordres og støttes. De var de første elevene som delte sin modell og det kan også det er mulig at de ikke likte å være de som kom opp til tavla først. Det kan også tenkes at læreren ikke ønsket å få en fullstendig løsning på tavla til å starte med og at det var grunnen til at akkurat disse eleven ble bedt om å komme frem først.

5.2 Oppmuntre til at elevene samarbeider om problemløsning

Modellen for utviklende opplæring i matematikk bygger på Vygotskiї sin tanke om at vi lærer best sammen med andre. Dette var tydelig å se i begge undervisningsøktene jeg observerte. Det ble stort sett hele tiden tilrettelagt og oppfordret til at elevene skulle sammarbeide med den de satt på siden av. Dette kom spesielt godt frem i den andre timen jeg observerte. Denne timen var to elever på elevrådsmåte, i tillegg til at en elev var borte. I oppstarten av denne timen da elevene arbeidet med den på forhånd oppsatte grubleoppgaven, flyttet læreren noen av levene slik at alle skulle ha minst en medelev å sammarbeide med. Dette gjorde hun samtidig som hun observerte arbeidet til elevene for å danne seg en oversikt med tanke på å dirigere den kommende klasseromssamtalen. Måten lærerne stilte spørsmål på bar også tydelig preg av at det var forventet at elevene samarbeidet. To spørsmål som gikk igjen var, *«Hvordan tror du de har tenkt? og kan du forklare hvordan dere tenkte?»* I begge spørsmålene er det de og dere som blir benyttet, altså at det er flere personers løsningsstrategier og ikke enkeltindivids løsningsstrategier det blir etterspurt, det bekrefter at det var et kollektivt arbeid. Ved å stille spørsmålene på denne måten gir læreren elevene anledning til ansvarsfraskrivelse, samtidig som de «tvinger» elevene til å engasjere seg i samarbeidet, fordi de kan bli spurt selv om det ikke var deres ide. Dette blir motsatt av et av elementene som Fraivillig et al. (1999) fant at hjalp læreren med å få frem elevenes matematiske tanker. De fant ut at når en elev fikk eierskap til en strategi eller et løsningsforslag, erfarte de at eleven opplevde stolthet over å ha kommet med den strategien eller det løsningsforslaget. Jeg er ikke uenig i funnet til Fraivillig et al. (1999), men i dette tilfellet er hensikten å oppfordre til samarbeid mellom elevene, og da tenker jeg at det er mer formålstjenelig å stille spørsmål som nettopp oppfordrer til kollektivt samarbeid.

Hvilke grep benyttet læreren for å få elevene til å del ideene sine?

Franke et al. (2007) skriver at matematiske diskusjoner vil oppmuntre elevene til å evaluere egne og andres matematiske ideer. Før elevene kan evaluere andres matematiske ideer må de først deles. Når jeg analysert datamaterialet, kom det frem flere grep som læreren gjorde for å få elevene til å samarbeide om problemløsing. Det startet allerede før elvene kom inn i klasserommet ved at læreren gjorde klar en grubleoppgave som elevene startet med umiddelbart etter at de kom inn fra friminutt. Videre ble det og så stilt spørsmål av typen, «er det noen som kan forklare hvordan de har tenkt?» og «hvordan tror dere de har tenkt?»

Hvilke grep benyttet lærerne for å hjelpe elevene videre i den matematiske tenkingen?

I eksemplet fra analysen hvor lærerens mål er å oppmuntre elever til å samarbeide om en problemstilling, oppfattet ikke jeg at læreren gjorde noe får å støtte elevenes matematiske tenking. Isteden oppfattet jeg det som om læreren bevist brukte grepet fra act-modellen som handler om å ta seg tid til og lytte til elevenes løsningsforslag. Det som læreren da oppnår er at det først blir veldig stille i klasserommet, før noen andre elever tar initiativ til å drive den matematiske samtalen videre. I dette tilfellet oppnår læreren samarbeid på tvers av de elevparene som i utgangspunktet sitter og arbeider sammen. I tillegg få hun og frem nok et løsningsalternativ.

Hvilke grep benyttet læreren for å utfordre elevene til videre matematiske resonnering?

I dette tilfellet utfordrer læreren elevenes matematiske tenking ved å ikke komme med noen form for støtte. Hun benytter seg av grepet fra act-modellen som handler om å ta seg tid til å lytte til elevenes løsningsforslag. I act-rammeverket er dette et grep som er tenkt for å få frem elevenes matematiske tenking. *Læreren vente bevist med å komme med innspill for på den måten gi flere elever mulighet til å melde seg på og samarbeider om problemløsingen.*

5.3 Læreren kan oppfordre resten av klassen til å komme med tips til det matematiske arbeidet som foregår

Franke et al. (2007) skriver om lærerens rolle for å støtte en matematisk samtale og at utviklingen av matematisk forståelse krever at elevene får mulighet til å snakke med andre om flere matematiske representasjoner og forklare løsningsstrategier. For å få til en matematisk samtale i klassen vil det være en fordel at flest mulig av elevene er en del av denne samtalen. Å oppfordre resten av klassen til å komme med tips til det matematiske arbeidet som foregår vil da være et veldig aktuelt grep læreren kan benytte. Analysen min viser og at dette er et grep begge lærerne benyttet seg av ofte.

Hvilke grep benyttet læreren for å få elevene til å del ideene sine?

I ett tilfelle skulle elevene lage en modell som viste vekten på to katter, hvor den samla vekten på begge kattene var 8 kilo, men den ene katten var et kilo tyngre enn den andre katten. To elever er framme ved tavlen og tegner opp sin modell, men de ender opp med at totalvekten på begge kattene er 9 kilo. I dette tilfellet ville det vært fort gjort for læreren å stille noen ledende spørsmål til de to elevene som er fremme ved tavla. Spørsmål som (Lithner, 2007) omtale som veiledet resonering. Isteden sier læreren *«ja, dere er inne på noe»* for så å invitere to nye elever inn i samtalen ved å spørre om de har tips å komme med til modellen som allerede er tegnet på tavla.

Hvilke grep benyttet lærerne for å hjelpe elevene videre i den matematiske tenkingen?

I tilfellet jeg henviser til, inviterer læreren resten av klassen til å bekrefte at det eleven som har blitt utfordret, sier og gjør er riktig. Her oppnår læreren to ting; når den utfordrede eleven opplever støtte fra medelevene økes denne elevens selvtillit, i tillegg får læreren involvert flere elever inn i den matematiske samtalen.

Hvilke grep benyttet læreren for å utfordre elevene til videre matematiske resonnering?

I dette tilfellet utfordret læreren en annen elev om han kunne fullføre resten av argumentasjonsrekken til eleven som hadde vært fremme ved tavlen. For å kunne gjøre det er det viktig at læreren kjenner eleven sine godt, da hensikten er å bygge opp elevenes selvtillit rund egne matematiske ferdigheter. Med bakgrunn i hvordan matematikktimene startet opp, grubleoppgave og lærer som vandrer rund og observere og at læreren hadde undervist klassen i matematikk i flere år, tror jeg at læreren var rimelig sikker på at eleven som ble utfordret mestret utfordringen. Å gjøre de grepene som læreren her gjør vil når de lykkes resultere i at den eleven som ble utfordret opplever mestring. I utviklende opplæring i matematikk er det også et poeng at elevene skal utvikles på den enkelte elevs faglige nivå, noe som læreren også oppnår i dette eksempelet.
Grepene som læreren har gjort i disse eksemplene vil og fungere som en brem på fremdriften av den matematiske diskusjonen som vil kunne føre til at flere elever får mulighet til å hekte seg på den pågående diskusjonen.

5.4 Oppfordre elevene til å analysere, sammenligne, og generalisere matematiske konsept

Å oppfordre elevene til matematisk refleksjon både over egne og andres løsningsforslag er et viktig element for å utvikle seg innen matematikk. Franke et al. (2007) skriver at utvikling av matematisk forståelse krever at elevene får mulighet til å snakke med andre om flere matematiske representasjoner og forklare løsningsstrategier. I modellen for utviklende opplæring i matematikk heter det at teoretisk kunnskap har en ledende rolle. Det dreier seg ikke om først å lære regler som skal brukes, men om at elevene kommer frem til kunnskap om regler og deres gyldighet. Noe som eleven gjør gjennom å

samarbeide og diskutere rundt oppgaveløsning, samtidig som de reflektere over egne og andres løsningsforslag.
I analyse kapitlet tok jeg med to eksempler som viste elever som analyserte, sammenlignet og generaliserte. Som en hjelp på veien for å få eleven til å analysere, sammenligne og generalisere fant jeg fem grep som læreren benyttet. For at elever skal kunne analysere og sammenligne forutsetter det at de har noen ideer å se på. For å få disse ideene frem benyttet læreren følgende grep for å få delt ideer som elevene skulle se på. Læreren bekreftet, læreren gjentok og hun tegnet på tavla det som eleven fortalte. Når en ide var delt fulgte læreren opp med spørsmål som, *«hvordan tror du han har tenkt? og hvordan kan han ha fått det svaret?»*. Spørsmål som utfordret elevene til å reflektere rundt de delte ideene.

<u>Hvilke grep benyttet læreren for å få elevene til å del ideene sine?</u>

To av grepene læreren benytte er å gjenta og å tegne på tavla det som eleven sier. Dette er grep som i act-rammeverket er ment som hjelp til å få frem elevers matematiske tenking. Når læreren gjentar, bremser han framdriften i resonneringen til den eleven som har ordet, og flere elever får anledning til å hekte seg på den matematiske diskusjonen. Når læreren tegner, eventuelt skriver opp det som en elev sier, reduseres også tempoet, og det blir lettere for andre elever og engasjere seg i den matematiske samtalen.

<u>Hvilke grep benyttet lærerne for å hjelpe elevene videre i den matematiske tenkingen?</u>

Som en støtte i elevenes refleksjon bekreftet læreren at det som ble sakt hørtes fornuftig ut. Kanskje dette er litt lite hjelp fra lærerens side, men det kan tenkes at når læreren ikke kom med mer støtte, fungerte det som en utfordring for eleven til å arbeide videre. Her vil det også være vesentlig at læren kjente eleven og vet hva som fungerer best for akkurat han.

<u>Hvilke grep benyttet læreren for å utfordre elevene til videre matematiske resonnering?</u>

Elever ble også utfordret til å ta del i den pågående refleksjonen ved at læreren spurte, «hvordan tror du han har tenkt, og hvordan kan han ha fått det svaret?»
I act-rammeverket er bekrefte ført opp som et grep for å støtte den eleven som har ordet. Grepene gjenta og tegne opp er grep som ifølge act-rammeverket har til hensikt å støtte de som hører på det som blir fortalt, men i dette tilfellet var det et steg på veien for å få elevene til å reflektere.

5.5 Oppfordre elevene til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget

Som et ledd i å utfordre elevene til å generalisere, se etter slektskap mellom matematiske konsepter og å prøve alternative løsningsmetoder, er et av grepene i act-rammeverket å oppfordre elevene til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget. Dersom elevene klare å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget, vil de kanskje koble det de jobber med nå, sammen med emner og strategier som de har jobbet med før og ende opp med større matematiske ideer, (Smith & Stein 2011). Dersom læreren klarer å få elevene til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget får elevene en fin anledning til å trene på å generalisere ut ifra de slutningene de trekker i det matematiske arbeidet. dette kan igjen føre til at elevene får en dypere forståelse av problemet (Melhus et al., 2018), noe som en streber etter når en arbeider etter modellen for utviklende opplæring i matematikk. Dersom læreren videre klarer å få til en samtale mellom elevene på dette nivået er vi inne på det som Smith & Stein (2011) kaller en matematikksamtale av høy kvalitet. I analysen tok jeg med en episode hvor en elev går forbi det opprinnelige løsningsforslaget. En episode hvor læreren som ledet samtalen var fornøyd med elevens svar og var på vei videre, da den andre læreren griper inn og utfordrer eleven til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget. I dette tilfellet kunne muligheten for å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget gått tapt, men siden det var to lærere til stede så ble denne muligheten utnyttet. Solem og Strand (2005) skriver om tapte muligheter. At det i løpet av en matematisk samtale kan dukke opp muligheter som kan lede til enda mer læring. Muligheter som læreren ikke klare å gripe tak i. Lærerens evne til å være dynamisk og fleksible nok til å gripe sjansene som oppstår, rutine kan spille inn, eller for lojal til manus, tidspress er og av betydning. (Margaret & Glenda, 2008) kaller det lærerens refleksjonsevne i øyeblikket. I act-rammeverket er det et grep under kategorien for å utfordre elevenes matematiske tenking som sier at læreren må bygge opp undervisningen rundt elevenes respons, spørsmål og utfordringer.

Hvilke grep benyttet læreren for å få elevene til å del ideene sine?

I dette tilfellet blir en elev bedt om å fortsette en annens elevs tankerekke. Det kan ha to gunstige effekter. Den ene er at dersom læreren ber en annen elev om å fortsette en elevs resonneringer, vil denne eleven oppleve det han sa var riktig. Hvis ikke ville ikke læreren bedt en annen elev om å fullføre. Samtidig som det vil bringe frem den matematiske tenkingen til den som fortsette resonneringen. I dette tilfellet tror jeg hensikten var å få frem en annens elevs matematiske tenking.

Hvilke grep benyttet lærerne for å hjelpe elevene videre i den matematiske tenkingen?

Som en støtte for den eleven som fortsetter resonneringen, går læreren inn og repeterer og honorerer det som eleven bidro med. I tillegg til å anerkjenne arbeidet til eleven som resonerer, oppnår læreren samtidig å bremse fremdriften til den eleven som snakker, noe som igjen kan resultere i at flere elever klarer å henge seg på tankerekken til eleven som resonnerer, (Kazemi & Hintz, 2014).

Hvilke grep benyttet læreren for å utfordre elevene til videre matematiske resonnering?

Jeg mener at dersom du oppfordres til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget blir du samtidig utfordret på matematisk tenking. I dette tilfellet oppfordres en elev til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget. Det skjer etter at den ene læreren er fornøyd med elevens løsningsforslag. Da ser den andre læreren at her er det anledning til å utfordre eleven videre til å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget.

De to siste instruksjonskomponentene jeg vektla i analysen min var «å få eleven til å analysere, sammenligne og generaliserte matematiske konsept» og «å gå forbi det opprinnelige løsningsforslaget». Da jeg analyserte disse to instruksjonskomponenten fant jeg få grep som læreren benyttet for å støtte eleven. Dette er to instruksjonskomponenter som er ment for å utvide elevenes matematiske tenking, men at det likevel ikke ble gitt mer støtte til elevene når de arbeidet med synes jeg er bemerkelsesverdig. Dette funnet samsvarer ikke med det som Fravillig et al. oppdaget da de utviklet ACT-rammeverket. Fraivillig et al. fant at de lærerne de da forsket på hadde overvekt av elementer fra «støtte» kategorien i forhold til kategoriene «få frem» og «utvide». Fravillig et al. mente at de kunne skylles at kategoriene «få frem» og «utvide» krevde en annen type fagdidaktisk kunnskap en å «støtte» elevutsagn, i tillegg til at eleven må være trygge på miljøet i klassen. «Få frem» og «utvide» handler i mye større grad om at læreren lar elevenes argumenter, resonnement og strategier bli førende for den matematiske samtalen. En grunn for at lærerne jeg observerte ikke trengte å gi mer støtte kan være at det var etablert en emosjonell komfort i timen og at det var en god stemning i klasserommet, som er viktig for læringsprosessen. Elevene var ikke redde for å gjøre feil, (Melhus et al., 2018).

6.0 KONKLUSJON

I denne oppgaven ville jeg undersøke følgende forskningsspørsmål:

Hvilke grep gjør lærere som underviser etter modellen for utviklende opplæring i matematikk for å få frem, støtte og utfordre elevenes matematiske tenking i en matematikksamtale?

Hensikt med oppgaven var å se etter grep som blir benyttet i matematikksamtalen av lærere som underviser etter modellen for utviklende opplæring i matematikk. Bakgrunnen for oppgaven er presiseringen av matematikkfagets arbeidsmåter som er en del av fagets kjerneelement i de nye læreplanene. I presiseringene kommer det frem at eleven skal trenes mer i bandt annet resonnering, argumentasjon og kommunikasjon. Siden modellen for utviklende opplæring i matematikk er i bruk blant mange skoler i min kommune var det naturlig for meg å ta utgangspunkt i to lærere som underviser etter denne modellen, og se på undervisningspraksisen deres.
For å finne svar på forskningsspørsmålet mitt har jeg benyttet act-modellen til Fraivillig et al. (1999) som teoretisk rammeverk. Gjennom å analysere datamaterialet (fant jeg at de fleste grepene i act-rammeverket ble benyttet i løpet av timene jeg observert.) har jeg funnet flere grep som læreren benyttet for å få frem, støtte og utfordre elevenes matematiske tenking i en matematikksamtale. Jeg valgte og fokusere på fem av grepene. Det var grep som ble hyppig benyttet av lærerne og det var grep som representerte alle tre kategoriene i rammeverket. Både kategorene få frem, støtte og utfordre i act-rammeverket. Grepene var:

- Få frem mange ulike løsningsmetoder fra hele klassen (få frem)
- Oppmuntre til at elevene samarbeider om problemløsning (få frem)
- Oppfordre resten av klassen til å komme med tips til det matematiske arbeidet som foregår (støtte)
- Oppfordre elevene til å analysere, sammenligne, og generalisere matematiske konsept (utvide)
- Oppfordre enkeltelevene til å prøve alternative løsningsmetoder (utvide)

I tillegg benyttet begge lærerne seg av å gå rundt i klasserommet å observere elevene mens de arbeidet for å danne seg et grunnlag som de benyttet når de ledet den matematiske samtalen.

Som en oppsummering av arbeidet vil jeg trekke frem noen moment. En matematisk samtale er veldig dynamisk. Det er mange deltakere i samtalen og umulig for læreren å planlegge hva som blir sakt av hvem og når. Å tenke gjennom mulige løsningsstrategier på forhånd i tillegg til å vandre rundt og observere elevene når de arbeider skriver Smith & Stein (2011) er nyttig. Videre når samtalen er i gang er det stor sannsynlighet for at de grepene du har planlagt å benytte ikke har akkurat den effekten du trodde de skulle ha. Fraivillig et al. (1999) bemerker at undervisningsepisodene ikke alltid vil kunne plasseres inn i de forskjellige kategoriene i act-rammeverkets instruksjonskomponenter og at virkeligheten ofte er mer kompleks. Dette stemmer godt med mine observasjoner. I løpet av kort tid i en matematisk samtale, vil læreren komme med innspill som både ønsker å få frem matematiske ideer, støtte de elevene som snakker, i tillegg til å utfordre elever med hensikt om å utvikle elevene sin matematiske kompetanse.

Jeg vil også trekke frem to funn som overrasket meg. Kazemi og Hintz skriver at det ofte er lettere å diskutere det som er feil enn det som er rett. Dette blir også bekreftet av Fraivillig et al. skriver om dette som et av grepene i act-rammeverket læreren kan benyttet for å få frem elevenes matematiske tenkning. Jeg hadde forventninger om at dette vil bli nyttet i større grad en jeg observerte. Forventningene mine bygger på tidligere erfaringer, foredrag jeg har deltatt på hvor det har blitt snakket om «det perfekte nei» - gode feile svar som ble utgangspunkt for matematiske samtaler. Det andre funnet jeg vil trekke frem var hvor god effekt grepene innenfor kategorien «å støtte» i act-rammeverket viste seg å ha, både som hjelp for å få frem elevenes sin matematiske tenking og å utfordre elevenes matematiske tenking. Dette bekrefter viktigheten av det som Vygotskij skriver om signifikante andre som fungerer som stilas for elevene.

I utviklende opplæring i matematikk ønskes det at timene skal være dynamiske, at læreren er fleksibel og åpen og griper de mulighetene som byr seg når han styrer den matematiske samtalen i klassen. Elevenes innspill i en matematikksamtale vil være av varierende art. Læreren må bruke de innspillene som kommer for å drive den matematiske samtalen videre. Siden elevenes innspill ikke er kategoriske, vil heller ikke lærerens innspill til elevene hele tiden være kategoriske. Det vil oppstå tilfeller hvor en tilbakemelding fra læreren både støtter elevens argument samtidig som denne støtten og vil føre til at eleven vil prøve å utvide egen resonnering. Derfor vil lærerens tilbakemelding fungere både som en støtte og en utfordring.
Det ble valgt å gjennomføre denne studien som en kvalitativ metode, som medfører at det er valgt å gå i dybden på noen få informanter. Det ville selvfølgelig vært ønskelig med flere informanter, men på grunn av studiet størrelse ble det ikke gjort.
Som lærerspesialist tenker jeg at det ville vært interessant om samme forskningsprosjekt ble gjennomført med observasjoner av lærere som ikke underviser etter modellen for utviklende opplæring i matematikk.

Litteratur

Ball, D. L. (1993). With an Eye on the Mathematical Horizon: Dilemmas of Teaching Elementary School Mathematics. *The Elementary school journal, 93*(4), 373-397. doi:10.1086/461730

Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Bass, H., & Ball, D. L. (2003). *Thinking mathematically : integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth, N.H: Heinemann.

Cengiz, N., Kline, K., & Grant, T. J. (2011). Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions.(Report). *Journal of Mathematics Teacher Education, 14*(5), 355.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions : using math talk to help students learn, grades K-6* (2nd ed. ed.). Sausalito, Calif: Math Solutions.

Fraivillig, J., Murphy, L., & Fuson, K. (1999). Advancing children's mathematical thinking in everyday mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(2), 148. doi:10.2307/749608

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. I F. K. Lester & M. National Concil of Teachers of (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: Vol. 1* (B. 1, s. 225-256). Charlotte, N.C: Information Age.

Guseva, L., & Solomonovich, M. (2017). Implementing the Zone of Proximal Development: From the Pedagogical Experiment to the Developmental Education System of Leonid Zankov. *International Electronic Journal of Elementary Education, 9*(4), 775-786.

Heiberg Solem, I. & Strand, T. (2005). Gylne øyeblikk og tapte sjanser. Norsk og matematikk i 2. klasse. I S. Skjong (Red.), GLSM: Grunnleggjande lese-, skrive- og matematikkopplæring

Kazemi, E., & Hintz, A. (2014). *Intentional talk : how to structure and lead productive mathematical discussions*. Portland, Me: Stenhouse Publishers.

Lampert, M., Franke, M. L., Kazemi, E., Ghousseini, H., Turrou, A. C., Beasley, H., . . . Crowe, K. (2013). Keeping It Complex: Using Rehearsals to Support Novice Teacher Learning of Ambitious Teaching. *Journal of Teacher Education, 64*(3), 226-243. doi:10.1177/0022487112473837

Lithner, J. (2007). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational studies in mathematics, 67*(3), 255-276. doi:10.1007/s10649-007-9104-2

Margaret, W., & Glenda, A. (2008). The Teacher's Role in Classroom Discourse: A Review of Recent Research into Mathematics Classrooms. *Review of educational research, 78*(3), 516-551. doi:10.3102/0034654308320292

Melhus, K., Aslanov, M., Blank, N., Tveit, C., & Thomson, A. (2018). *Matematikk : Lærerveiledning : 5. trinn : 5A·B* (Bokmål[utgave], 1. utgave. ed.). Kirkenes: Barentsforlag.

Postholm, M. B. (2005). *Kvalitativ metode : en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier*. Oslo: Universitetsforl.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Vygotskiĭ, L. S., & Cole, M. (1978). *Mind in society : the development of higher psychological processes*.

Vygotskij, L. S. (2001). Interaksjon mellom læring og utvikling. In *Interaction between learning and development* (pp. 151-165). [Oslo]: Gyldendal akademisk, 2001.

NTNU

Kunnskap for en bedre verden