

Sammendrag

*Jeg ble litt overasket over hvor mye elevene kan, er en kvalitativ studie hvor jeg ser på læreres bruk av ulike læringsaktiviteter, helklassesamtale og samtaletrekk som redskap for å skape en aktiv tilnærming til matematikkfaget. Det teoretiske fundamentet for studien og datainnsamlingen tar utgangspunkt i Schoenfeld (2016a) sitt rammeverk Teaching for Robust Understanding (TRU), og Drageset (2014) sitt rammeverk med fokus på lærerens bruk av elevbidrag. Videre har jeg sett på bruken av Chapin et al. (2009) og Kazemi & Hintz (2014) sine samtaletrekk (gjenta, repetere, resonnere, tilføye, vente, snu og snakk og endre) som redskap for å støtte helklassesamtalen. For å besvare problemstillingen og forskningsspørsmålet har jeg brukt en kvalitativ studie som design, med observasjon, lydopptak og intervju som metode for datainnsamlingen. *Hvilke læringsaktiviteter¹ legger to lærere til rette for i matematikkundervisningen, og hvilken rolle har de i kommunikasjon med elevene? Hva kjennetegner deres kommunikasjon?* Det er forskningsspørsmålet jeg ønsket å finne svar på. Funnene mine viste at læringsaktiviteter som oppgavevalg, tidsbruk og struktur, sammen med elevfokus og bruk av samtalen i undervisningen er viktige læringsaktiviteter lærerne kan ta i bruk for å oppnå god undervisningskvalitet. Studien avdekket at lærerne i stor grad legger opp undervisningen slik at elevene får mulighet til å resonnere, begrunne og forklare strategivalg og tanker. Lærerne legger også til rette for at elevene skal dele, og at de får god tid til dette. Undervisningsstrukturen som lærerne hadde valgt, var en blanding av gruppearbeid og helklassesamtaler. For å undersøke om undervisningen foregikk med god kvalitet, brukte jeg rammeverket til Schoenfeld. Jeg fant at undervisning av god kvalitet avhenger av lærerens bevissthet, bruk av samtalen og hva slags relasjon læreren har til elevene. Dette var elementer som spilte en rolle for hvordan lærerne brukte verktøy og redskaper som støtter produktive klasseromsdiskusjoner.*

¹ I ordet læringsaktiviteter legger jeg hvordan undervisningen foregår med tanke på utforming, grupper, helklasse, valg av undervisningsform, oppgavevalg (instrumentelt/utforskende) og bruk av samtalen i klasserommet.

Innhold

Figurer	vii
Tabeller	vii
1.0 Innledning	8
1.1 Problemstilling	9
1.2 Oppgavens struktur	10
2 Teori	12
2.1 Undersøkende undervisning	12
2.1.1 Problemløsningsoppgaver	13
2.1.2 Sosiokulturell læringsteori	15
2.1.3 Kommunikasjon	15
2.1.3.1 Matematiske diskusjoner (produktive)	15
2.1.3.2 Lærerens rolle i relasjonsbygging	17
2.2 Teaching for Robust Understanding (TRU)	17
2.3 Kommunikasjonsmønster - læringssamtaler i matematikk	Feil! Bokmerke er ikke definert.
3 Metode	24
3.1 Kvalitativ metode	26
3.2 Utvalg og gjennomføring av studiet	26
3.2.1 Utvalg	26
3.2.2 Gjennomføring av studien	27
3.3 Datainnsamling	30
3.3.1 Observasjon	30
3.3.1.1 Observasjon og lydopptak av undervisningssituasjon	30
3.4 Analyseprosesser og analyseverktøyet	32
3.4.1 TRU	33
3.4.2 Kommunikasjonsmønster - læringssamtaler i matematikk	37
3.5 Etske overveielser	37
3.6 Reliabilitet og validitet	38
4 Analyse, resultat og diskusjon	40
4.1 Eplehagen og Tau-oppgaven – TRU helklassekommunikasjon	40
4.1.1 Matematikk	40
4.1.2 Kognitive krav	44
4.1.3 Agens, Autoritet, og Identitet	46
4.1.4 Kort oppsummering	48
4.2 Drageset – fremdrift og fokus	48

4.2.1	Fremdrift.....	48
4.2.2	Oppsummering fra utdragene i kategorien fremdrift	51
4.2.3	Fokus	51
4.2.4	Oppsummering fra utdragene i kategorien fokus	54
4.3	Oppsummering av utdragene samletsett gjennom TRU og Drageset	55
5	Drøfting av resultater	57
5.1	Læringsaktiviteter	57
5.1.1	Rik oppgave	57
5.1.2	Tid	58
5.1.3	Struktur.....	58
5.2	Elevene.....	59
5.2.1	Samtalen	59
5.3	Veien videre	60
5.4	Metodekritikk.....	61
5.5	Avslutning	62
6	Konklusjon	64
	Referanser.....	66
	Vedlegg.....	71
	Vedlegg 1 Eplehagen.....	71
	Vedlegg 2 Tauoppgaven	72
	Vedlegg 3 Samtykkeerklæring lærer og elev	73
	Vedlegg 4 Godkjennelse fra NSD	77
	Vedlegg 5 Intervjuguide	80

Figurer

Figur 1 Samtaletrekk (Wæge, 2015)	28
Figur 2 «Cutting string» (Blanton, 2008)	28
Figur 3 Eplehagen - start	29
Figur 4 Eplehagen - økende fra 1. - 4. eplehage	29
Figur 5 Rubins vase (Matsumoto, Xu & Takeno, 2018).....	30
Figur 6 Eplehagen - økende fra 1. - 4. eplehage	41
Figur 7 Lærer viser på tavla hva eleven ytrer	45
Figur 8 Tauoppgaven hentet fra Blanton "cutting string" s 163	72

Tabeller

Tabell 1 : TRU-rammeverket, min frie oversettelse (Schoenfeld, 2014, p. 408)	18
Tabell 2 Kategorisering av funn (Drageset, 2014, s. 302)	20
Tabell 3 Transkripsjonsnøkkel – oversikt over koder	32
Tabell 4 Scoring Rubric Helklassesamtaler (Schoenfeld, personlig kommunikasjon, 31.03.2020) - Fritt oversatt av meg.....	34
Tabell 5 Scoringstabellen og kodene fra transkripsjonsmaterialet	36
Tabell 6 Drageset (2014) kategorier	37
Tabell 7 Overganger mellom ulike representasjoner (9. trinn)	43
Tabell 8 Overganger mellom ulike representasjoner (8. trinn), (Duval, 2006, s. 110)...	44
Tabell 9 Lærerens undervisningsmetoder.....	60

1.0 Innledning

I 2015 fikk 41,6% av elevene i grunnskolen karakteren 1 eller 2 på skriftlig eksamen i matematikk. Det har vært stort fokus på matematikkarakteren på grunnskolenivå, og snittkarakteren har bedret seg noe de siste årene. TIMMS-undersøkelsen viser det samme resultatet som fra grunnskole-eksamen, Norge presterer middels i matematikk. I 2015 presterte 40% av 8. trinnselevne på lavt nivå eller under lavt nivå i TIMMS-undersøkelsen (UDIR, 2016). TIMMS undersøkelsen viser at det er en sammenheng mellom læringsmiljø, undervisningskvalitet og elevenes resultater (UDIR, 2016). Undersøkelsen viser også at lærernes faglige kompetanse henger nøye sammen med resultatene til elevene. For å øke den matematiske kompetansen til elevene, viser forskning at den matematiske samtalen er viktig, både for elevenes læring og motivasjon (Botten, 2016; Børresen, 2019; Hansen & Nielsen, 1999; Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008; Wæge, 2015; Wæge & Nosrati, 2018). Det kommer tydelig frem hvor viktig lærerens måte å stille spørsmål på er, både for at det skal skje læring, og for at elevuttalelser skal bli verdsatt og bygget videre på. Det at elevuttalelser blir verdsatt, handler om at elevene får større tro på seg selv som matematikere (Schoenfeld, 2016c). Mona Nosrati og Kjersti Wæge har skrevet om hvordan motivasjon bidrar til læring i boka «Motivasjon i matematikk» (2018). Indre motivasjon får elever til å holde på med matematiske oppgaver over lenger tid, og de vil stå i problemet uten å gi opp (Wæge & Nosrati, 2018). En studie gjort av Ponte og Quaresma (2016) kom frem til at elever lærer matematikk gjennom bruk av kommunikasjon. Det skjer gjennom elevdiskusjon, høre forskjellige måter å tenke på, og at elevene engasjeres i å gi mening til matematikkfaget.

Hvordan kan vi få til gode undervisningssituasjoner hvor elevene ikke bare lærer matematikk, men også får økt motivasjon for faget?

Med TIMMS resultatene og forskningen om kommunikasjon som bakgrunn, kommer det frem at et klasserom bør ha godt læringsmiljø, god undervisningskvalitet, bruk av kommunikasjon i klasserommet og lærerne bør ha god faglig kompetanse. Dette er komplekst, og som resultatene fra TIMMS og eksamensresultater viser, det er vanskelig å få til. I denne studien var jeg opptatt av å undersøke hvordan kommunikasjonen i utvalgte klasserom foregikk. Den muntlige aktiviteten kan oppstå ved at læreren inviterer til deltakelse, og følger opp med å få elevene til å resonnerer, argumentere, begrunne og dele sine ideer og utsagn.

Kommunikasjon kan være enkelt, men også komplisert. Ordet kommunikasjon bygger på det latinske ordet communis som vi finner igjen i det engelske ordet common, og det norske ordet kommune, som har med fellesskap å gjøre. For å drive matematiske diskusjoner, innebærer det å kommunisere eller «å gjøre noe felles». Sosiokulturell læringsteori bygger på dette fellesskapet, som baserer seg på at læring skjer ved at man deltar aktivt i fellesskapet, og språket er viktig (Hinna, 2011). Denne studien bygger derfor på det sosiokulturelle tankesettet, men også relasjonen mellom elevene og lærestoffet, mellom elevene innbyrdes, og mellom elevene og læreren (Imsen, 2005).

Mange forskere har undersøkt bruken av samtalen som redskap som for eksempel de syv samtaletrekkene; gjenta, repetere, resonnerer, tilføye, vente, snu og snakk, og andre

(Chapin, 2009; Johnsen-Høines & Herheim, 2016; Kazemi, 2014). Lærerne som var med i denne studien kjente godt til disse syv samtaletrekkene, og ønsket derfor å bruke dette redskapet i sin undervisning. Muntlig aktivitet er en grunnleggende ferdighet hvor det handler om å skape mening gjennom å lytte, tale og samtale (UDIR, 2017, s. 6-7). For å få til utforskende samtaler og kunnskapsdeling gjennom kommunikasjon, er den muntlige ferdigheten avgjørende. Ferdigheter som å lytte til, gi respons, videreutvikle innspill fra andre og fremme egne meninger i spontane og forberedte samtaler vil være ferdigheter som ligger til grunn for å kunne reflektere og vurdere (UDIR, 2017, s. 6-7). Vi lærere må fasilitere eller være stillasbyggere for at elevene skal klare å tilegne seg denne kunnskapen, og vi må hjelpe elevene til å bruke fagsamtalen/klassesamtalen som utviklingsverktøy (Hansen & Nielsen, 1999; Imsen, 2005).

Mange elever i grunnskolen presterer lavt i matematikk, og det er et problem. Den største utfordringen slik jeg ser det, er at elevene ikke føler mestring i faget. Mestringsfølelse fører til engasjement, som igjen fører til at elevene kan stå lenger i problemet, og som igjen kan føre til økt prestasjon. I min kommune har vi akkurat fått resultatene fra en omfattende undersøkelse om læringsmiljø blant barnehagebarn, elever, lærere, foreldre og skoleledere. Her kom det frem at mange elever på mellomtrinnet og ungdomstrinnet ikke føler mestring i matematikkfaget, og tror heller ikke de kan få til matematikkoppgavene som blir gitt av læreren. Denne studien er viktig dersom den kan føre til at flere lærere tar i bruk redskap som gir bedre mestringsfølelse for flere elever.

1.1 Problemstilling

Med kunnskap om hvor komplekst det er å utøve gode undervisningssituasjoner hvor elevene opplever mestring og motivasjon, ønsket jeg å studere undervisningen til to engasjerte lærere. I ordet engasjert, legger jeg at disse lærerne er interessert i faget sitt, de prioriterer tid til samarbeid, og de ønsker å utvikle seg som matematikklærere. Jeg var nysgjerrig på hvordan lærerne bruker læringsaktiviteter, elevbidrag i den matematiske samtalen i klasserommet, og hvordan de praktiserer dette i undervisningen. En av årsakene til min nysgjerrighet, var resultatene fra en observasjonsstudie gjort av Langer (2001). Hun studerte 25 skoler over 2 år og funnene viste at lese- og skrivefaget i engelskfaget, var høyere der bruk av helklassesamtale var dominerende. Gode resultater kan være påvirket av mange faktorer, og Langer (2001) fant at *en* sammenheng var bruk av helklassesamtaler. Gode resultater, mener jeg kan komme av god undervisningskvalitet. Langer sin forskning på språkfag interesserte meg, da den underbygger hva forskere har erfart når det gjelder å øke den matematiske kompetansen gjennom å bruke den matematiske samtalen (Botten, 2016; Børresen, 2019; Hansen & Nielsen, 1999; Stein et al., 2008; Wæge, 2015; Wæge & Nosrati, 2018). Jeg ønsket derfor å undersøke hva slags kommunikasjon som er dominerende i matematikkundervisning som fikk høy score gjennom TRU-rammeverket, *Teaching for Robust Understanding* (Schoenfeld, personlig kommunikasjon 31.03.2020). Schoenfelds arbeidsverktøy TRU, er et verktøy for å undersøke om undervisningen har som mål å få elever til å bli robuste matematikere. Robust kommer fra det latinske ordet «Robustus», og betyr styrke. Andre oversettelser er kraftig og hardfør. Når Schoenfeld snakker om robuste matematikere, forstår jeg det dithen at elevene får undervisning av god kvalitet, noe som styrker elevene som matematikere og troen på seg selv som det. Det er mange

faktorer som må være oppfylt for at undervisningen skal få høy score. Dette diskuteres senere i teorikapittelet.

Med bakgrunn i hvor viktig læringsaktiviteter, klasseromssamtaler og kommunikasjon er, ledet det meg til følgende forskningsspørsmål:

Hvilke læringsaktiviteter legger to lærere til rette for i matematikkundervisningen, og hvilken rolle har de i kommunikasjon med elevene? Hva kjennetegner deres kommunikasjon?

Hvis vi får innsikt i hva lærere som lykkes faktisk gjør, kan vi dra nytte av deres kunnskap. Jeg velger å definere god undervisningskvalitet ved bruk av rammeverket til Schoenfeld (2016a). God undervisningskvalitet vil i denne sammenheng bli scoret gjennom helklasseverktøyet til Schoenfeld (personlig kommunikasjon 31.03.2020), siden en av læringsaktivitetene som ble valgt, var bruk av nettopp helklassesamtaler. Jeg brukte scoringstabellen, med rådgivning fra Alan Schoenfeld. Det kan være elementer i scoringen som ikke er helt korrekt. Jeg mener imidlertid at resultatene som fremkommer vil gi meg informasjon som jeg kan bruke til å studere hvordan elevbidrag og den matematiske samtalen foregikk i de delene av undervisningen som har fått høy score. Høy score legger til rette for god undervisningskvalitet. Jeg vil trekke frem interessante trekk ved lærernes praksis, og bruke forskning og teori til å underbygge funnene. I studiens metodekapittel vil jeg gjøre rede for valget av lærere til dette forskningsprosjektet. Formålet med studien er å undersøke læreres undervisning, og se på valg av læringsaktiviteter, kommunikasjonsmetoder, og på den måten kunne lære av lærerens praksis.

Mitt håp er at funnene i denne studien kan være med på å belyse viktigheten av elevenes bidrag og den matematiske samtalen i klasserommet, samt bidra til å ha fokus på den matematiske samtalen for å få til gode undervisningssituasjoner for elevene.

1.2 Oppgavens struktur

I det neste kapittelet vil jeg gjøre rede for det teoretiske grunnlaget studien baserer seg på. Jeg vil se på hva matematiske samtaler av god kvalitet kan bidra til, og hvordan disse matematikksamtalene kan bidra til økt matematisk forståelse blant elevene. Lærerens rolle vil bli trukket frem som en stillasbygger og fasilitator. I kapittel 3 vil jeg presentere metoden for datainnsamling og analyse. Jeg drøfter videre valg som går på studiens reliabilitet. Etter metodekapittelet presenteres analysedel og resultat. Først presenteres resultatet av scoringen av undervisningssituasjonene presentert, før jeg viser til hvilke samtaleverktøy som ble tatt i bruk i undervisningssituasjoner av høy kvalitet, da det er disse situasjonene jeg ble ekstra interessert i. Etter at resultatene er presentert og diskutert, blir resultatene drøftet. Konklusjonen kommer i kapittel 6.

2 Teori

I dette kapitlet presenterer jeg teorien som forskningen min støtter seg på. Det danner grunnlaget for analysen av datamaterialet. Siden forskningsarbeidet ble gjort i et undersøkende klasserom, vil jeg presentere hva som legges til grunn for at det er undersøkende og ikke tradisjonell undervisning. En undersøkende matematikkundervisning baserer seg på sosiokulturell læringsteori, jeg vil derfor beskrive det sosiokulturelle perspektivet på matematiske samtaler. I et matematikklasserom er det mange ting som spiller en rolle i hvordan kommunikasjonen foregår. Jeg vil gå inn på ulike kommunikasjonsmønstre, og knytte disse til hva slags undervisning de fremmes av. Deretter presenterer jeg teori om matematiske samtaler, hvor jeg ser på hva som karakteriserer samtalenes formål, og hvordan samtalen bidrar til elevenes sosiale utvikling. Det sosiokulturelle perspektivet vil ligge til grunn og forståelse av at læringen som skjer, skjer i sosial interaksjon. Schoenfeld (2016a) har beskrevet hva som skal til for at læringsmiljø skal være robuste, slik at elevene støttes til å bli matematiske tenkere. Schoenfeld har utviklet et rammeverk hvor slike læringsmiljø beskrives, og i tillegg er det utviklet samtaleguide, observasjonsguide og scoringstabeller. I denne studien blir rammeverket presentert i kapittel 2.2 og bruk av scoringstabellen i metodekapitlet 3.4.1. Drageset (2014) har utviklet et rammeverk for å analysere matematiske samtaler, hvor fokuset er på lærerens spørsmål og kommentarer. Det er utviklet 13 kategorier hvor lærernes spørsmålsstillinger til elevene og hvilke respons elevene gir. Disse kategoriene blir til 3 hovedkategorier. Lærerens rolle i samtalen og teori om argumentasjon blir diskutert. Jeg brukte scoringstabellen til Schoenfeld (personlig kommunikasjon, 31.03.2020) og rammeverket til Drageset i analysearbeidet. Hjelpemidler som ble brukt for å få frem produktive kommunikasjonsmønstre er, relasjonsbygging, Five Practices², undersøkende undervisning, problemløsningsoppgaver og samtaletrekk.

Til slutt vil jeg gjøre rede for analyseverktøyene som benyttes i analysen av datamaterialet. Jeg vil også nevne at jeg ikke inkluderer all teorien fra dette kapitlet i analysearbeidet og drøftingen, men denne teorien er fortsatt viktig for teksten, da den gir leseren et innblikk i feltet som studeres, og hvor sammensatt robuste undervisningssituasjoner er.

2.1 Undersøkende undervisning

I denne oppgaven tolker jeg undersøkende undervisning til å være undervisning med bruk av problemløsningsoppgaver. Problemløsningsoppgaver tolkes til å være oppgaver der elevene må forstå problemene som ikke har en opplagt løsning, altså ikke en ferdig oppstilt problemstilling. I læreplanen i fellesfaget matematikk fra Kunnskapsdepartementet 24. juni 2010, formuleres deler av formålet med matematikkfaget slik:

² Heretter kalt fem praksiser

«...Problemløsning høyrer med til den matematiske kompetansen. Det er å analysere og omforme eit problem til matematisk form, løyse det og vurdere kor gyldig det er. Dette har og språklege aspekt, som det å resonnerer og kommunisere idear....»(UDIR, 2006, s. 2).

Læreplanen viser at problemløsningsoppgaver er et viktig redskap å bruke for å få elevene til å snakke matematikk, resonnerer og kommunisere med medelever og lærer. Det understreker også hvor viktig problemløsning og modellering er for den matematiske kompetansen. Sitatet fra Udir konkluderer med at problemløsningsoppgaver i matematikk også har overføringsverdi til det språklige aspektet – som formidle, samtale og resonnerer. Mange klasserom er i dag preget av tradisjonell undervisning. Det viser resultatene fra lærernes svar i TIMMS-undersøkelser. Et stort antall lærere svarer i TIMMS undersøkelsen at de i liten grad gjennomfører lærerstyrt oppgaveløsning sammen med klassen, og elevene blir i liten grad bedt om å forklare sine svar, som underbygger at det foregår stor andel tradisjonell undervisning (Fjørtoft & Sandvik, 2016). Lærere flest underviser med samme metode som de selv ble undervist, og det er stor grad IRE/IRF. Med IRE/IRF menes en tredelt sekvens bestående av lærer **I**nitiering, elev **R**espons og lærer **E**valuering/lærer **F**eedback (Børresen, 2019; Cazden, 1988; Johnsen-Høines & Herheim, 2016; Nassaji & Wells, 2000; Ong, 2019). Hyppig bruk av IRE/IRF, resulterer ofte i instrumentell forståelse (Skemp, 1978). Grunnen kan være hyppig bruk av fakta-spørsmål som læreren stiller, korte elevsvar på 3 ords setninger, hvor læreren responderer på elevsvaret med enten rett/galt (Fjørtoft & Sandvik, 2016). Hvilken forståelse man sitter igjen med, har ofte sammenheng med den undervisningen som er gitt i det aktuelle temaet (Hiebert & Lefevre, 2013). I følgende sitat har Dewey satt ord på denne problematikken:

“If we teach today as we taught yesterday, then we rob our children of tomorrow” Sitat av John Dewey (Cummins, 2013, s. 2).

Lærerne som var med på denne studien ønsket derfor å få til et klasserom preget av utforskning gjennom bruk av problemløsnings-/rikeoppgaver. Matematikkforståelsen, helklassesamtalen og lærersamarbeid i planleggingsfasen skulle være i fokus. Ved å være i et undersøkende klasserom, ble god tid til refleksjon, utforskning, argumentering og resonnering viktig. I 2020 kommer fagfornyelsen, og allerede 26. juni 2018 fastsatte Kunnskapsdepartementet kjerneelementene i matematikk. Disse underbygger viktigheten av kommunikasjon og bruk av problemløsningsoppgaver i klasserommet. De fem første kjerneelementene: Utforskning og problemløsning, Modellering og anvendelser, Resonnering og argumentasjon, Representasjon og kommunikasjon, Abstraksjon og generalisering, beskriver arbeidsmåter, metoder og tenkemåter i matematikk. Det sjette kjerneelementet er Matematiske kunnskapsområder som elevene møter gjennom de fem første. Kjerneelementene er selve skjelettet i matematikkfaget, og underbygger viktigheten av å bruke undersøkende undervisning.

2.1.1 Problemløsningsoppgaver

Problemløsningsoppgaver er ikke sett på som et mål i seg selv, men et redskap for å nå andre mål (Schoenfeld, 2016b). George Polya (1957) og Alan Schoenfeld (1992) har begge delt problemløsning inn i faser. Polya har skrevet i boka *How To Solve It (1957)*, at å hankses med et problem i en problemløsningsoppgave ikke er noen lineær-, men en syklisk prosess. Først må eleven forstå problemet, så legge en plan, videre må elevene

gjennomføre planen for så å se tilbake. Har jeg forstått problemet? Har det dukket opp andre problemer som jeg må hankses med? ol. Polya poengterte i sin bok at læreren må hjelpe elevene med å stille spørsmål til disse fire punktene – læreren må sees på som stillasbygger. Stillasbyggeren skal hjelpe eleven til å mestre å stå i den proksimale utviklingssonen. Denne utviklingssonen er forskjellen på hva eleven kan klare alene, og hva han/hun kan klare med hjelp, altså læring som skjer i sosial kontekst. Jerome Bruner beskriver lærerens rolle som støttende, og bruker begrepet scaffolding (Imsen, 2005, s. 260,328). På samme måte som Polya, har Schoenfeld delt problemløsningsmetodene inn i faser. Polya har fire ulike faser, og Schoenfeld deler dette inn i 6 faser. Disse benevner han slik: lese oppgaven og analysere, dette er det samme som Polyas første punkt å forstå problemet. Så må de planlegge hvordan de skulle finne ut av det, så gjennomføre planen for så å sjekke dens validitet. Elevene blir ikke gode problemløsere bare ved å se på disse punktene, det må trenes på. Lærerens rolle er svært viktig (Lester, 1994). For at elevene skal ha utbytte av problemløsningsoppgaver, må læreren være engasjert og overbevist om at problemløsningsoppgaver er et viktig redskap for å forstå matematikken. Lester mener også at vi må sette søkelys på samspillet mellom lærer/elev og elev/elev, noe som også underbygges av det sosiokulturelle dialogbegrepet (Imsen, 2005, s. 330). Hvordan dette samspillet oppleves, vil være viktig for analysen som kommer senere. Lærernes engasjement, og troen på at bruken av problemløsningsoppgaver er et viktig og riktig redskap er derfor avgjørende. Elevenes engasjement og iver i problemløsnings situasjonen gjør at de føler de deltar i et aktivt fellesskap. Dette er noe av grunnstammen i den sosiokulturelle læringsteorien, som denne studien har som teorigrunnlag. Problemløsning er som beskrevet i fotnote 2, et samlebegrep på oppgaver der løsningen ikke er åpenbar for den eller de som skal løse den. En problemløsningsoppgave kan være en rik oppgave, eller en rik oppgave kan være en problemløsningsoppgave. Denne komplekse sammensetningen av ulike kompetanser, som trenes i en og samme oppgave, er det vi ønsker å få til. Det er ikke bare å gi en rik oppgave til elevene, så vil de trene på alle disse elementene av seg selv, men læreren må legge til rette for at dette skal skje. Forfatterne Hagland, Hedrøn og Taflin (2005) beskriver syv kriterier for at en oppgave skal betegnes som rik:

1. Problemet skal introdusere viktige matematiske ideer eller løsningsstrategier
2. Problemet skal være lett å forstå (LIST³)
3. Problemet skal være utfordrende, anstrengende og kunne ta tid
4. Problemet skal kunne løses på ulike måter, med ulike strategier og representasjoner
5. Problemet skal kunne initiere til en matematisk diskusjon som inneholder bruk av ulike strategier, representasjoner og matematiske ideer
6. Problemet skal være en brobygger mellom ulike matematiske områder
7. Problemet skal kunne lede elever og lærere til å formulere nye interessante problem (Fritt oversatt av meg(Hagland et al., 2005, s. 28-29))

De syv punktene til Hagland et al. (2005) viser at oppgaven skal både være lett å forstå og utfordrende på en og samme tid. Et annet viktig element er at det skal ta tid å løse en oppgave, og at det er flere veier til målet. Schoenfeld (personlig kommunikasjon 31.03.2020) bruker også begrepet rik oppgave i sitt rammeverk, som blir benyttet i denne oppgaven. Det er hovedtema i dimensjon 1, Matematikk, i scoringstabellen for helklassesamtalen (kapittel 3.4.1). Spørsmålet som stilles er; hvor rik er oppgaven? Ut

³ LIST står for Lav Inngangsterskel Stor Takhøyde, en oppgave som passer for alle og med ulik kompetanse. Alle skal kunne løse noe i oppgaven, samtidig som at alle får utfordring og kan føle mestring.

ifra listen til Hagland et al. (2005), er det mange punkter som må være på plass for at en oppgave skal være rik og at elevene skal få erfaring med problemløsning, utforsking, samarbeid, matematisk tenking, og kommunikasjon.

2.1.2 Sosiokulturell læringsteori

Den norske læreplanen i matematikk inneholder blant annet to viktige deler, som sier noe om at elevene skal ha muntlige ferdigheter og regneferdigheter. Elevene skal kunne skape mening gjennom å lytte, tale og samtale om matematikk (UDIR, 2017, s. 6).

Reflektere, drøfte et problem, kommunisere, argumentere, og vurdere løsninger, er noe av det elevene skal kunne. Dette viser at den norske læreplan har et sosiokulturelt syn på læring. Sosiokulturell læringsteori er en teori om barns kognitive utvikling og en teori som tar for seg hvordan kultur og samfunn tar plass i individet (Imsen, 2005). Det legges vekt på at læring er noe som foregår mellom mennesker (Dysthe, 2001).

Vygotsky kaller overgangen på læringen som skjer i det sosiale til det individuelle for internalisering (Hinna, 2011, s. 900) Det betyr at læring skjer ved deltakelse i fellesskap, noe som igjen kan deles i to grupper:

- 1) At man deltar aktivt i fellesskap: At man ikke er passiv tilskuer.
- 2) At den lærende deltar aktivt i internaliseringsprosessen: At han gjør et aktivt tankearbeid (Hinna, 2011, s. 901).

Det er i samspillet mellom individer at læring skjer, og da spiller kommunikasjon og språket en viktig rolle. Imsen (2005) skriver at Vygotsky så på språket vårt, og først og fremst talen som det viktigste redskapet til å tilegne seg kunnskap. Sosiokulturell læringssyn passer derfor godt i denne studien, siden jeg undersøker kommunikasjonen mellom elever, og mellom elever og lærere i helklassesamtalen.

2.1.3 Kommunikasjon

I denne oppgaven legger jeg til grunn at det er flere aspekter som må være tilstede for å få til god kommunikasjonen i klasserommet. Med god kommunikasjon, mener jeg at det er et klasserom hvor elevene får delta aktivt ved å dele sine resonnementer og ideer. Læreren legger til rette for å høre elevenes meninger og tanker, og legger til rette for at medelever kan benytte seg av andre elevers ytringer, enten ved å forkaste utspillet eller ved å bygge på dette videre. Franke, Kazemi og Battey (2007) mener også at dette må til for å oppnå matematisk forståelse blant elevene:

«Developing mathematical understanding requires that students have the opportunity to present problem solutions, make conjectures, talk about a variety of mathematical representations, explain their solution processes, prove why solutions work, and make explicit generalizations» (Franke et al., 2007, s. 230).

I dette underkapittelet presenteres matematiske diskusjoner, samt hva som legges i det å bygge god relasjon i klasserommet.

2.1.3.1 Matematiske diskusjoner (produktive)

Matematiske diskusjoner og refleksjoner i klasserommet fremheves som viktig redskap for å bedre elevenes matematiske kompetanse (Chapin, 2009; Kazemi, 2014; Schoenfeld, 2016b). I en studie om hvordan elever tenker, beskrev Wood, Williams og McNeal (2006) det som fire ulike klasseromskulturer. De to første kulturene kalles «konvensjonell tekstbok» og «konvensjonell problemløsning». Fellestegnet ved disse to kulturene er at læreren er dominant og snakket mest. I den første kulturen er

undervisningen på IRE-formen, og i «konvensjonell problemløsning»- kulturen ga læreren mange hint slik at elevene skulle komme seg videre uten å måtte være i utforskerfasen så lenge. Den tredje kulturen kaltes «Strategideling», og er slik at elevene deler sine strategier, og blir bedt om å forklare og argumentere for sine valg. Den fjerde og siste klasseromskulturen heter «utforskende/argumenterende», hvor hovedmålet er å invitere elevene inn i et utforskende klasserom hvor medelever hører og stiller spørsmål for å forstå matematikk. I et slikt klasserom kan det være at elever blir utfordret av medelever, noe som kan føre til at elever utvikler robust matematisk evne til å argumentere og begrunne sine påstander (Drageset, 2014). Gode matematiske diskusjoner og refleksjoner er avhengig av at elever og lærere har god interaksjon. Franke et al. (2007) beskriver hvor viktig denne interaksjonen er slik:

«How teachers and students talk with one another in the social context of the classroom is critical to what students learn about mathematics and about themselves as doers of mathematics» (Franke et al., 2007, s. 230).

Dette understreker hvor viktig rolle lærerne har når elevene skal lære seg matematikk, og for at de skal få troen på seg selv som matematikere. Kazemi og Hintz (2014) vektlegger, som Franke et al. (2007), at elever må gis muligheten til å se på seg selv som «*sense makers*». Det innebærer at elevene får betrakte seg selv og sitt matematiske arbeid som meningsfylt og viktig. Ved at elever får forklare detaljene i egen matematisk tenkning, blir de ifølge Kazemi og Hintz (2014), også interesserte i detaljer i andres matematiske ideer. Dette passer godt inn i den fjerde kulturen til Wood et. al (2006) og Chapin (2009) sin forklaring på hvordan oppnå gode klasseromdiskusjoner:

«*Skillful use of classroom talk gives students more to observe, more to listen to, and more chances to participate in mathematical thinking*» (Chapin, 2009, s. 8).

Produktive matematiske samtaler kan på denne måten gi en slags selvforsterkende effekt som påvirker elevenes motivasjon for å forstå og skape mening i matematikk. Produktive matematiske samtaler beskriver Peressini og Knuth (2000) som samtaler som innebærer at elevene får presentere og forklare sitt arbeid for resten av klassen. Kazemi et al. (2014) legger imidlertid mer vekt på hvordan læreren skal bruke elevenes resonnementer.

«*Leading mathematical discussions can be both invigorating and challenging. It's easy to start a discussion by asking children to share their thinking. And nothing beats those moments when children proudly share something they figured out. But then what? Math discussions aren't just about show-and-tell: stand up, sit down, clap, clap, clap. Knowing what to do with students' ideas and teaching children how to meaningfully participate in discussions can be a lot more daunting*» (Kazemi, 2014, s. 1).

Det er flott at elevene deler sine tanker, men for at læring skal skje bør læreren vite hvordan man følger opp og styrer samtalene i ønsket retning. Stein et al (2008) utarbeidet en modell kalt fem praksiser. Disse fem nøkkelpraksisene ble laget for å være hjelpemidler til lærerne, slik at de på best mulig måte skal være godt forberedt til å lede produktive matematiske diskusjoner og vite hvorfor de tar de valgene de gjør.

2.1.3.2 Lærerens rolle i relasjonsbygging

Med tanke på utvikling, er det ingen arena som etter hjemmet, er så viktig for barn og unge som skolen. Det å bygge gode relasjoner til alle elever er utfordrende, men allikevel essensielt for at elever skal føle seg verdsatt og trodd på. I skolesammenheng er det grunnleggende at elevene føler gode relasjoner til lærere, men også elev-elev relasjoner er viktige. Forskning viser at lærernes holdninger og atferd overfor elever har stor påvirkning på hvilke relasjoner elevene får til hverandre (Kathryn, 2016). Wentzel og Ramani (2016) beskriver hvor verdifullt det er å føle seg akseptert og inkludert i en gruppe;

"They describe the nature of peer experiences as a function of peer acceptance, peer group membership, and dyadic friendships, and then present empirical evidence linking these aspects of peers with students' motivation, achievement, and social outcomes"(Kathryn, 2016, s. 3).

Dette viser hvor viktig gruppeinkludering er, og lærerens rolle for å få elevene motivert for læring, og å øke prestasjon og sosial interaksjon. Utfordrende situasjoner kan være byggesteiner i relasjonen mellom lærer-elev, ved at eleven føler seg forstått av læreren i vanskelige situasjoner (Brandtzæg, 2016). Lærere som lykkes i å opparbeide gode relasjoner til elevene, får elever som motiveres til økt arbeidsinnsats, de opprettholder ro og forutsigbarhet i undervisningen, og de er engasjerte og støttende i samspill med elevene (Aasen, Nordahl, Mælan, Drugli & Myhr, 2014). Læringsmiljøet i skolen vil gjennom slik lærerpraksis oppleves som både trygt og støttende for den enkelte elev (Brandtzæg, 2016).

2.2 Teaching for Robust Understanding (TRU)

Teori innenfor utforskende undervisning passer godt inn i rammeverket Teaching for Robust Understanding in Mathematics (Schoenfeld, 2014, 2016c). TRU er et verktøy for å kunne studere, beskrive og måle kvaliteter i matematikkundervisningen, hvor fokuset ligger på lærerens behandling av matematikken, språket og elevene. Schoenfeld stilte seg spørsmålet om hvordan slike miljøer så ut, og svaret på dette ble TRU-rammeverket.

«What are the attributes of equitable and robust learning environments – environments in which all students are supported in becoming knowledgeable, flexible, and resourceful disciplinary thinkers» (Schoenfeld, 2016a, s. 1).

Fem dimensjoner i TRU rammeverket er delt inn i tre nivåer. De fem dimensjonene er Matematikk (The mathematics), Kognitive krav (Cognitive Demand), Tilgang til matematikkforståelse (Access to Mathematical Content), Agens, Autoritet og identitet (Agency, Authority, and Identity), og til slutt bruk av vurdering (Uses of Assessment). De tre nivåene er beskrevet på hver dimensjon, og fokus er på hvordan læreren legger til rette for klasseromsaktiviteter⁴ som fører til god matematikkforståelse. Ønsket er at undervisningen som foregår er på nivå tre i alle de fem dimensjonene, siden undervisningen da er av høy kvalitet. Figur fem viser alle dimensjonene med de tre nivåene.

⁴ Klasseromsaktiviteter som blir brukt i TRU, er tilsvarende læringsaktiviteter i klasserommet

Tabell 1 : TRU-rammeverket, min frie oversettelse (Schoenfeld, 2014, p. 408)

N i v å	Matematikk «The Mathematics»	Kognitive krav «Cognitive Demand»	Tilgang til matematikk forståelse "Access to the Mathematical knowledge"	Agens, Autoritet og Identitet "Agency, Authority and Identity"	Bruk av vurdering "Uses of Assessment"
	Hvor nøyaktig, sammenhengende og godt begrunnet er det matematiske innholdet i undervisnings-situasjonen?	I hvilken grad støttes elevene i å jobbe med matematiske begreper?	I hvor stor grad legger lærere opp til at elevene skal forstå den matematiske gjennomgangen?	I hvor stor grad er det elevene som styrer diskusjoner og kommer med ideer i undervisningen?	I hvor stor grad vises studentenes matematiske tenkning i undervisnings-situasjoner. Er undervisningen bygget på elevenes verdifulle ideer, og blir misoppfatninger tatt på alvor.
1	Aktiviteter i klasserommet legger ikke opp til deltakelse i nøkkelaktiviteter som resonnering og problemløsning, men er ferdighetsbaserte	Klasseromsaktiviteter strukturert på en slik måte at elevene skal memorere prosedyrer og arbeide med rutine-øvelser.	Det er ulik tilgang på deltagelse i den matematiske aktiviteten, og læreren gjør ingen innsats for å løse dette problemet.	Klasseroms-aktiviteten har en form som bygger på IRE/IRF strukturen. Læreren initierer til en samtale, elevene responderer på spørsmålet med en setning eller kun noen få ord, og læreren evaluerer svarene. Elevene føler seg begrenset av læreren	Klasseroms-aktiviteten er slik at elevenes resonnement ikke plukker opp av læreren. Læreren tilbakemeldinger er kun av den korrigerende sorten, enten det er tilbakemelding eller oppmuntring.
2	Klasseroms-aktiviteter er i hovedsak ferdighetsorientert. Det er liten forbindelse mellom prosedyrer, begreper og kontekster	Klasseromsaktiviteter der det gis mulighet for begrepsrikdom eller problemløsnings-utfordringer, men undervisnings-interaksjonene ofte fører til at utfordringene blir borte. Det fører til at elevene ikke får være i den strevende og utholdende fasen.	Læreren gjør en viss innsats for å øke tilgangen til deltagelse for elevene.	Klasseroms-aktiviteten er lagt til rette for at elevene kan forklare noe av sin tenkning. Læreren holder i klasseroms-diskusjonen, og elevenes ideer blir ikke bygget på eller utforsket.	Læreren viser til elevens tenkning, men bygger ikke på elevenes ideer selv om disse kan være av interesse.
3	Aktiviteter i klasserommet støtter meningsfulle forbindelser mellom prosedyrer, begreper og sammenhenger (RIK). Det gis også mulighet til å engasjere seg i disse overgangene.	Læreren opptre som en fasilitator og støtter elevene i den den strevende fasen hvor det bygges for matematisk forståelse og engasjerende matematisk praksis.	Læreren er en aktiv støtte (fasiliterer) og oppnår stor og meningsfull matematisk deltagelse blant elevene. Det er etablert deltakerstrukturer (grupper-snu og snakk) som resulterer i økt engasjement og deltagelse.	Klasseroms-aktiviteten er lagt til rette for å høre elevenes ideer og resonnement. Læreren hjelper til med å sammenkoble elevenes ideer, slik at disse kan bygges på videre av elevene.	Læreren bygger på elevenes tenkning ved å ta opp eventuelle misforståelser og/eller ideer som kan bygges videre på. Læreren verdsetter elevenes tanke-virksomhet og legger til rette for å videreutvikle uferdige tanker.

Den første dimensjonen er matematikk. Spørsmålet er hvor nøyaktig, sammenhengende og godt begrunnet det matematiske innholdet er i undervisningssituasjonen. Støtter klasseromsaktivitetene at elevene opplever hvordan forbindelsene mellom prosedyrer, begreper og sammenhenger henger sammen? Og gis elevene mulighet til å engasjere seg i matematikk? Dette vil da være med på å utvikle elever med god matematisk forståelse. Forståelse handler om å kunne se sammenhenger mellom ulike begreper, ideer og prosedyrer. For å få til slike klasseromsaktiviteter, er lærerens rolle avgjørende. Det er ikke bare hvordan læreren stiller spørsmål og følger opp disse, men også hvilke valg læreren gjør med hensyn til oppgavevalg. Det handler blant annet om hvor rik oppgaven er og hvilke muligheter den gir elevene til å knytte begreper og prosedyrer sammen.

Den andre dimensjonen er kognitive krav som handler om å legge til rette for at elevene blir utfordret, og gjennom det utvikler den matematiske forståelsen. Problemet er å finne god balanse mellom utfordring og mestringfølelse. Det høyeste nivået i dimensjon kognitive krav legger til rette for at elevene utvikler problemløsningsstrategier. Det at læreren opptre som en fasilitator forteller at denne dimensjonen er innenfor den sosiokulturelle læringsteorien, hvor det blir lagt vekt på at læring er noe som foregår mellom mennesker (Dysthe, 2001). I nivå tre befinner vi oss i det sosiokulturelle læringssynet der læreren virker som en fasilitator og støtter eleven i den strevende fasen. Det er i samspillet mellom individer at læring skjer. Vygotsky (Imsen, 2005) så på talen som det viktigste redskapet for å tilegne seg kunnskap, derfor har kommunikasjon og bruk av språket viktige roller.

Den tredje dimensjonen, Tilgang til matematisk forståelse, ser på om klasseromsaktivitetene inviterer ALLE elevene til aktivitet. Den sier også noe om at hvis klasseromsaktiviteten er rik, men kun et fåtall av elevene får taletid, er det ikke rettfærdig, altså hjelper det lite at det er god aktivitet hvis gjennomføringen er urettfærdig. Denne dimensjonen underbygger lærerens viktige rolle for å få økt matematisk engasjement og deltagelse. Her vil jeg trekke inn fem praksiser, det at læreren har en formening om hva elevene kommer til å se av løsninger, hvordan de ser disse, hvilken rekkefølge læreren ønsker å ta tak i, og sette det i en sammenheng sammen med elevene. Som dimensjonen sier, er det viktig å få ALLE elevene aktivisert, noe som betyr at oppgavene må være slik at alle kan føle mestring, men også utfordring. For at alle elevene skal føle seg sett og hørt er, observasjon av elevenes arbeid og diskusjoner et viktig verktøy for læreren. Fasilitator-rollen til læreren legger til rette for utstrakt bruk av samtaletrekkene.

Den fjerde dimensjonen agens, autoritet og identitet tar for seg hvordan elevene har mulighet til å tenke, forklare, lage matematiske argumenter og bygge videre på hverandres ideer;

Agens - Mulighet og vilje til å engasjere seg matematisk

Autoritet - Anerkjennelse for å være matematisk solid

Identitet - Positive følelser for matematikk (Schoenfeld, 2014, s. 407).

Denne dimensjon søker å fange opp hvordan matematiske ideer deles mellom elevene, og om elevene bruker hverandre for å komme videre med den matematiske forståelsen. Når undervisningen anerkjenner elevenes matematiske ideer og forklaringer, bidrar det positivt til elevenes mestringfølelse. Det handler om matematisk forståelse, resonnement, beregning, anvendelse og engasjement. Gjennom å høre på elevene,

foregår det en form for kommunikasjon. Lærerens bruk av de syv samtaletrekkene, kan være et godt verktøy for å få til god kommunikasjon med elevene. Det handler om å bruke samtaletrekkene sammen med observasjon av elevarbeid, slik at læreren kan få med alle elevenes ulike tenkemåter. Dette kan være med på å engasjere elevene, det at de ser hva medelever har gjort og kan på den måten få hjelp i egen tankerekke og resonnement.

Den femte og siste dimensjonen «bruk av vurdering» bygger på den fjerde dimensjonen hvor læreren innhenter elevenes resonnementer. Denne dimensjonen ser på hvordan læreren innhenter og reagerer på informasjon. Bygges det videre på produktive og gode begynnelser eller tar læreren opp nye misoppfatninger? Læreren møter elevene der de er, og gjør dette klart for elevene ved å bygge videre på allerede kjent kunnskap. Den siste dimensjonen har fokus på forståelse, anvendelse, beregning, engasjement og resonnement. Det handler om at læreren fører gode klassesamtaler hvor elevene får delt sine tanker og ideer. Her er god kommunikasjon viktig, og hvis elevene skal dele tankene sine må klasserommet være et trygt og godt sted å være. Relasjonene mellom elever-elever, og lærer-elev må være god for at man skal nå nivå tre. Bruken av samtaletrekkene, og deler av rammeverket til Drageset, kan være gode verktøy for å nå nivå tre i TRU. Dette fordi samtaletrekkene og deler av rammeverket til Drageset legger til rette for god kommunikasjon gjennom å gi elevene god tid, får delt sine tanker og meninger, samtidig som de blir utfordret på å begrunne disse tankene og meningene.

2.3 Bruk av elevbesvarelser i matematikkopplæring

I sin studie av fem matematikklærere på mellomtrinnet undersøkte Drageset hvordan lærerne brukte elevenes bidrag for å arbeide med faget (Drageset, 2014). Dette resulterte i et rammeverk med tretten undergrupper fordelt på tre hovedgrupper: Retningsendring (redirecting actions), fremdrift (progressing actions) og fokus (focusing actions) (Drageset, 2014, s. 302).

Tabell 2 Kategorisering av funn (Drageset, 2014, s. 302)

Retningsendring	Fremdrift	Fokus
Avvise (1a): Det er feil, overse forslaget, la andre medelever slippe til	Demonstrere (2a): Læreren viser en løsning	Belyse detaljer (3a-i): Læreren ber eleven forklare/beskrive nærmere
Anbefal ny strategi (1b): Hva om...	Forenkle (2b): Deler opp i delspørsmål og forenkler/gir mer informasjon (Topaz-effekten)	Begrunne (3a-ii): Læreren spør om hvorfor
Korrigerer spørsmål(1c): ja kanskje, men...	Lukkede spørsmål (2c): ja/nei, er dere enig?	Henvise til lignende problem (3a-iii):
	Åpne spørsmål (2d): Andre eksempler på $\frac{1}{4}$ kan være?	Vurdering fra medelever (3a-iv): Læreren ber medelever vurdere påstanden
		Oppsummering (3b-i): Fremhever det læreren vil poengtere
		Poengtere (3b-ii): Poengterer viktige elementer i dialogen med elevene

I gruppen retningsendring kan læreren avvise, råde elevene til å bruke ny strategi, eller korrigere elevene med spørsmål som fører til dette. Det å avvise en elevs respons kan gjøres på flere måter (Drageset, 2014, s. 291). Noen ganger kan årsaken være at læreren ønsker å bruke en annen strategi enn eleven foreslår, og andre ganger kan det være at læreren ikke begrunner hvorfor responsen blir avvist. Når lærerne råder elevene til å bruke ny strategi, er det for å få elevene til å tenke annerledes, selv om valg av strategi kunne ha ført frem til riktig svar. Andre ganger er det slik at elevens strategivalg er feil og ikke vil føre frem (Drageset, 2014, s. 291). Den siste undergruppen i gruppen retningsendring, er korrigerende spørsmål. Det vanlige ved slike spørsmål, er at læreren først godkjenner elevresponsen, men kommer med et oppfølgings «men» og et påfølgende spørsmål. Selv om det eleven ytrer ikke er feil, ønsker læreren, gjennom slike korrigerende spørsmål, og få eleven til å tenke annerledes og/eller bruke en annen fremgangsmåte (Drageset, 2014, s. 290).

I gruppen fremdrift handler det om at læreren kan demonstrere, forenkle, stille lukkede- eller åpne spørsmål. Ved at læreren velger å demonstrere, deles valg av strategi uten at elevene får mulighet til å komme med innspill (Drageset, 2014, s. 292). Dette fører til at læreren utfører en monolog, og ikke en dialog. Ved å bruke undergruppen forenkle, legges det enten til mer informasjon, læreren endrer spørsmålet, eller så kommer læreren med hint til hvordan elevene kan løse oppgaven (Drageset, 2014, s. 292). Ved bruk av lukket fremdrift, stiller læreren korte spørsmål og forventer korte svar. Spørsmålene er deler av selve problemet, og elevene «leies» gjennom problemløsningen. En ulempe med slik fremdrift er at vanskelighetsgraden reduseres, og elevene mister muligheten til å se helheten i oppgaven (Drageset, 2014, s. 293). Den siste undergruppen i fremdrift er åpen fremdrift. Ved bruk av slike spørsmål, er flere ulike svar akseptable. Slike spørsmål er ofte stilt for å få elevene til å dele sine tanker og dele valg av strategier i problemløsningsoppgaver. Eksempler kan være oppgaver som handler om å generalisere ulike problem hvor det er mange måter å komme frem til en løsning på (Drageset, 2014, s. 294).

I gruppen fokusere, er det 6 undergrupper hvor læreren vil belyse en detalj, begrunne, henvise til liknende problem, vurdering fra medelever, oppsummere og poengtere. Den første undergruppen, å belyse en detalj, handler om at læreren ber elevene om å ha fokus på en detalj. Det kan gjøres på flere måter ved f.eks at elevene blir bedt om å forklare hvorfor, hva noe betyr eller hvordan noe skjer. Dette kan være en måte for læreren å få med seg alle elevene, eller for å sjekke om de virkelig har forstått hvorfor problemet er løst på valgt måte (Drageset, 2014, s. 294). Neste undergruppe handler om at læreren ber om begrunnelse. Det handler om at elevene skal begrunne hvorfor de har brukt den fremgangsmåten, og hvorfor det blir riktig. Læreren er ikke fornøyd med kun et riktig svar, men ønsker en begrunnelse for dette svaret (Drageset, 2014, s. 295). Når læreren bruker metoden å anvende et liknende problem, handler det om at læreren vil sjekke om eleven kan bruke den kompetansen de har vist på et nytt liknende problem (Drageset, 2014, s. 295). Neste undergruppe handler om at læreren ber medelever om å vurdere svaret som har fremkommet, dette kan gjøres ved at læreren spør om de er enige eller uenige, om de har noe å tilføye, eller om de ville løst det på en annerledes måte. Det som kan skje ved bruk av denne metoden, er at lærere kun bruker vurdering av medelever hvis svaret er riktig, eller at læreren bruker denne metoden for å sjekke om elevene følger med. Ifølge Drageset har denne metoden da en negativ effekt. Ved at læreren kun stiller spørsmålet om elevene er enig eller uenig ved riktig svar, vet medelevene dette og trenger ikke tenke selv (Drageset, 2014, s. 296). Nest siste undergruppe er at læreren oppsummerer. Denne metoden kan brukes på flere ulike

måter. Læreren kan oppsummere det eleven har sagt for å sikre at han/hun har forstått det riktig, det kan være for å legge til flere matematiske uttrykk, eller for å tydeliggjøre og sette sammen informasjonen fra eleven (Drageset, 2014, s. 296-297). Til slutt kan læreren poengtere viktige punkter i samtalen. Dette kan gjøres ved at læreren stopper eleven i en ytring for å poengtere viktige detaljer, eller for å hjelpe eleven som snakker, og/eller for å sikre at medelever følger med/henger med (Drageset, 2014, s. 297).

Det viktige i rammeverket til Drageset er at det er verktøy for lærere for å avdekke elevenes strategier og tenkemåter. Noen ganger kan det være til hjelp for læreren til å høre og få oversikt over elevenes tenkemåter, og andre ganger hjelper det elevene å få et matematisk resultat. Responsen og initiativene er avhengig av hverandre, elevene sine ytringer avhenger av lærernes spørsmål og oppfølging av disse. Ved å bruke rammeverket til Drageset som beskriver kvaliteten på samtalen, gir det meg mulighet til å se om helklassesamtalen er preget av IRE/IRF, eller om samtalen fremmer matematisk diskusjon, og hvordan dette eventuelt skjer. Jeg bruker dette rammeverket til å studere hvilke kommunikasjonsmønstre vi kan finne ved undervisning av høy kvalitet, scoret ved hjelp av TRU rammeverket. Det er interessant å få en oversikt over hvilke metoder som er mest fremtredende hos lærerne og hva slags elevrespons dette fører til.

3 Metode

Ifølge Kvale og Brinkmann (2017, s. 140) er den opprinnelige betydningen av ordet metode, «veien til målet». Dette metodekapitlet ønsker derfor å vise til og begrunne hvilke valg jeg har tatt i forskningen. Med dette forskningsprosjektet ønsket jeg å undersøke lærernes undervisning og elevenes respons på undervisningen. Jeg laget et forskningsprosjekt som består av lærere som underviser på ungdomstrinnet. Som lærerspesialist har jeg fått god kontakt og kjennskap til lærerne i min kommune. Jeg sendte en forespørsel om deltagelse til en ungdomsskole, og fikk respons fra to lærere som raskt svarte at de ønsket å være med i forskningen, og valget var da enkelt. Dette utvalget kan ikke sies å være representativt for lærergruppen i min kommune, men jeg anser disse lærerne til å være over snittet interessert i faget sitt, og får til undervisningssituasjoner som er lagt til rette for robust matematikkforståelse. Undervisningsoppleggene som ble valgt ut, er problemløsningsoppgaver. Begge problemløsningsoppgavene kommer inn under definisjonen LIST i matematikk, som betyr at det er Lav Inngangsterskel og Stor Takhøyde. Ved å bruke slike oppgaver ligger det godt til rette for at undervisningen skal være undersøkende og ikke instrumentell (Skemp, 1978), siden LIST oppgaver er problemløsningsoppgaver som fremmer undersøkende undervisning.

Siden jeg er interessert i å undersøke hvordan lærere bruker læringsaktiviteter og kommunikasjonsverktøy, og hvilken kvalitet det er på undervisning sammenlignet med bruk av helklassesamtale, ønsket jeg å finne rammeverk som måler kvalitet på undervisningen. Schoenfeld (2014) sitt rammeverk, *Teaching for Robust Understanding*, ble derfor valgt til å undersøke undervisningskvaliteten. Dette rammeverket legger til grunn mange viktige aspekter ved undervisningen. Rammeverket har fokus på hva slags oppgavetyper som er gode oppgaver, det må være en rik *problemløsningsoppgave* for å få høy score på undervisningskvalitet (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001; Schoenfeld, 2014, 2016a). Det er ikke nok å bruke en rik oppgave, men elevene må få nok *tid* og organiseringen bør være slik at elevene får diskutert oppgavene i *grupper*, noe som Black og William (2010) og Wood, Williams og McNeal (2006) mener er viktige aspekter ved god undervisning. Jeg ønsket ikke bare å se etter undervisning av god kvalitet, men også å undersøke lærernes kommunikasjonsmetoder i slike undervisningssituasjoner og hvilke læringsaktiviteter de tar i bruk.

Kvalitativ metode ble brukt for å besvare forskningsspørsmålet. Denne metoden går i dybden på det vi undersøker, og man trenger informasjon fra få enheter. Kvalitative metoder er fleksible, og de kan justeres underveis i prosessen (Flick, 2015). Det at kvalitative metoder er så fleksible, passer bra, da jeg har endret retning underveis i forskningen. For å kunne svare på forskningsspørsmålet, måtte jeg ha en nærhet til informantene, og informantene mine var to gode kollegaer som jeg hadde et godt forhold til. Uwe Flick (2015) beskriver at kvalitative forskere velger deltakere til forskningsprosjektene sine med omhu og de velges slik at de passer til prosjektet:

«Kvalitative forskere velger ut deltakere med omhu og integrerer et lite antall tilfeller i henhold til deres relevans» (Flick, 2015, s. 11).

Deltakerne, kollegaene mine, var matematikklærere siden det var dette faget som hadde relevans til dette forskningsprosjektet.

Siden hovedmålet med denne undersøkelsen handler om å finne læringsaktiviteter på høyt nivå og se hvordan elever får være i utforskerfasen, og om de deler sine ideer og resonnementer, er bruk av observasjon, intervju og lydopptak instrumenter som gir mulighet til rask informasjon. Ikke-verbal kommunikasjon kan være like viktig som verbalkommunikasjon (Merriam, 2016, s. 16). Jeg ønsket å forske på undervisningssituasjoner av god kvalitet, noe jeg ikke var sikker på om ville oppstå. Jeg valgte å være deltagende i planleggingsfasen. Med deltagende, legger jeg at min rolle var å være stillasbygger og stille spørsmål til lærerne slik at de fikk reflektert og diskutert viktige aspekter ved undervisningen. Yang og Ricks (2013) skrev i sin artikkel om *Chinese Lesson study*, om viktigheten av å bruke slike lærergrupper. Hovedmålet med slike grupper er at lærere kommer sammen for å reflektere og diskutere hvordan undervisning bør foregå. Ved at lærere er med i en lærergruppe som Yang og Ricks (2013) kaller Teacher research group (TRG), øker de stadig sin pedagogiske evne gjennom diskusjoner og refleksjoner i gruppa. TRG sine tre hovedknagger beskriver kort fokusområdene:

1. Undervisningen. Hva skal være i fokus?
2. Hva skal være fokus med læringen, hvordan skal læringen foregå?
3. Klarer vi å lære bort det vi ønsker? Hva er eventuelle misoppfatninger? Kan disse lukes ut for så å ha fokus på ønsket mål?

Det er flere forskere som ser på lærersamarbeid som godt verktøy for å øke læreres læring (Postholm, 2012). Given et al. (2010) har i en studie vist at læreres evne til å observere, reflektere, notere, analysere og respondere på undervisningen og læringen, økte ved bruk av lærersamarbeid. Det førte også til endringer i positiv retning for elevene. Læreren var mer forberedt på hva elevene kunne komme med, og kunne derfor på en mer pedagogisk måte, velge hvilken rekkefølge han/hun skulle ta tak i elevenes utsagn. På denne måten følte flere elever at deres resultat ble verdsatt av læreren. Studien viser at lærere som kan reflektere sammen med kolleger og «eksperter», er bedre forberedt, og lærerne finner teoretisk begrunnelse for sin måte å undervise på. Dette bidrar positivt til lærerens læring og søkelys på læreprosessen. I planleggingsfasen tok jeg rollen som «ekspert» hvor jeg var den som stilte lærerne reflekterende spørsmål. Dette var spørsmål som blir beskrevet i fem praksiser. Fem praksiser (Stein et al., 2008) har som hovedfokus hva, hvordan og hvorfor læring kan foregå. Ved god bruk av fem praksiser, kan elevene oppleve større grad av mestring, da elevarbeid på flere nivåer tas frem av læreren og verdsettes på lik linje. Lærerens jobb blir å hjelpe elevene til å sette de ulike representasjonene i sammenheng, altså være en fasilitator. Lærerne som deltok i mitt forskningsprosjekt visste ikke spesifikt om fem praksiser, men vi jobbet ut ifra den modellen med meg som fasilitator. En av grunnene til at fem praksiser ble brukt i studien, var å hjelpe lærerne til og ha fokus på å verdsette alle elevbidrag, som igjen kan føre til at elevene føler mestring. Min innblanding i planleggingsfasen var ment som en støtte. Jeg mener derfor at det var viktig for meg å være tilstede i planleggingsfasen, og jeg ser ikke på min «innblanding» i planleggingsfasen som ødeleggende for prosjektet.

Observasjon i klasserommet bidro til at jeg fikk innblikk i hva læreren gjorde og hvordan elevene responderte på lærerens ytringer. Jeg valgte også observasjon for å være sikker på at viktig informasjon som ansiktsuttrykk, kroppsspråk etc. ikke skulle gå tapt. Ulike utfall som kan oppstå av informasjon innhentet med lydopptak og observasjon, både

positive og negative, diskuteres senere i dette kapittelet. Først vil jeg gjøre rede for valget av kvalitativ forskning, for deretter å presentere valgene jeg tok om forskningsdesign, utvalg, og tilslutt vil jeg presentere analyseprosesser og analyseverktøy.

3.1 Kvalitativ metode

Det som er karakteristisk ved kvalitativ forskning, er at vi søker forståelse av sosiale fenomener. Dette gjøres enten ved nærkontakt til det man undersøker, eller ved å analysere tekster eller andre visuelle uttrykksformer (Thagaard, 2018, s. 15). Kvalitativ forskning betyr å legge vekt på prosesser og meninger som ikke kan måles i kvantitet eller frekvens, men som beskriver situasjonen vi er interessert i å utforske. Jeg valgte kvalitativ forskningsmetode på grunn av at jeg var interessert i å vite og forstå hva lærerne sier og gjør i en undervisningssituasjon. Kvalitativ metode har ikke et strengt forskningsdesign, men legger vekt på at forskeren må legge til rette for å skape et trygt miljø hvor den sosiale situasjonen kan analyseres og forstås (Flick, 2015, s. 97).

Beskrivelse av hvordan og hvorfor disse dataene ble samlet inn, beskrives senere i dette kapitlet.

3.2 Utvalg og gjennomføring av studiet

Før jeg beskriver innhenting av dataene, vil jeg gi en kort beskrivelse av rekruttering av lærere og gjennomføringen av studiet.

3.2.1 Utvalg

Informantene i denne studien var to lærere på ulike trinn, på min ungdomsskole der jeg hadde gode relasjoner til mange av lærerne. Det at jeg hadde gode relasjoner til lærerne, så jeg på som en fordel. Jeg opplevde at lærerne var trygge på meg og mine intensjoner med forskningen. Lærerne meldte seg frivillig til å delta i denne studien, og spørsmålet er om disse to kan sies å være representative for lærergruppa på denne skolen, eller i vår kommune. Svaret på det spørsmålet er sammensatt og vanskelig å svare på. Det er mange faktorer som kan ha betydning for om de er representative eller ikke. De to lærerne ønsket å være med, det kan hende flere ville vært med og av den grunn er de representative, eller hvis det kun var de som så på dette som utviklende, ville jeg si at de ikke var representative. Andre faktorer som kan spille inn er om lærere i denne kommunen deltar i utviklingsgrupper og arbeider etter fem praksiser eller ikke. Relasjonen lærerne har til sine elever spiller også en stor rolle. Jeg har derfor ikke noe klart svar på om de er representative for alle lærerne i kommunen. Jeg er også klar over at mitt forskningsfokus på kun to lærere ikke uten videre kan overføres til å gjelde resten av lærerstaben på denne skolen eller i kommunen. Siden fokuset var på lærerne og hvordan de opptrådte i undervisningen med elevene, og hvordan de brukte ulike kommunikasjonsverktøy, mener jeg at selv om utvalget var lite, og at lærerne var interessert i å være med på studien, vil utvalget kunne gi svar på forskningsspørsmålet. Elevene til disse to lærerne ble informert om studiet, og spurt om de ville være med på forskningsstudiet. På 9. trinn var det en elev som ikke ville være med, noe som resulterte i at vi delte gruppa i to og en lærerspesialist-kollega underviste den ene

gruppa, mens opptak og observasjon foregikk hos den andre halvparten. Undervisningen foregikk på nokså lik måte og med samme oppgave i de to gruppene.

3.2.2 Gjennomføring av studien

Denne studien la opp til at jeg skulle være en deltakende observatør i planleggingsfasen til lærerne. Min rolle var å fasilitere. Norsk Akademis ordbok sin definisjon av en fasilitator er at dette er en person som hjelper til med å definere og nå et mål; en tilrettelegger ("Norsk akademisk ordbok, "). Etter planlegging av en 90 minutters matematikk-økt, med observasjon og lydopptak, gjennomførte lærerne en undervisningsøkt på 8. trinn og en på 9. trinn à 90 minutter. Begge øktene ble observert. Etter undervisningsøktene gjennomførte jeg et semistrukturert intervju, hvor jeg fikk informasjon om hvordan lærerne synes det hadde vært. Det første møtet mitt med lærerne i denne studien, var i planleggingsfasen. Planlegging av undervisningssituasjonen foregikk ved at lærerne hadde valgt hver sin problemløsningsoppgave. Lærerne hadde fokus på produktive klassesamtaler i planleggingsfasen. Det finnes flere samtaleverktøy som kan hjelpe lærerne å få til den gode, produktive klassesamtalen og lærerne var godt kjent med samtaletrekkene. Samtaletrekkene **Gjenta, Repetere, Resonnere, Tilføyte, Vente, Snu og snakk og Endre** (Chapin, 2009; Kazemi, 2014; Wæge, 2015) er et godt verktøy å bruke i undervisningen hvis elevene føler seg trygge i klasseromssituasjonen (se relasjonsbygging 2.1.3.2). Grunnen til at de må føle seg trygge, er for at hvis elevene skal tørre å dele sine tanker, resonneringer, argumenter og diskutere med medelever, må de være trygge på det ikke vil føre til erting og latterliggjøring. Læreren bør også vite hva hun/han ønsker å oppnå ved bruk av samtaletrekkene, hvorfor stiller jeg disse spørsmålene?

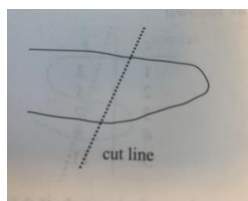
Samtaletrekk	Det kan høres ut som...	Hva en lærer gjør
1. Gjenta	«Så du sier at ...?»	Repeterer deler eller alt en elev sier, og ber deretter eleven respondere og bekrefte om det er korrekt eller ikke.
2. Repetere	«Kan du gjenta hva han sa med dine egne ord?»	Spør en elev om å gjenta en annens elevs resonnering
3. Resonnere	«Er du enig eller uenig, og hvorfor?» «Hvorfor gir det mening?»	Spør elevene om å bruke deres egen resonnering på noen andres resonnering
4. Tilføye	«Har noen noe de vil føye til?»	Prøver å få elevene til å delta i en videre diskusjon
5. Vente	«Ta den tiden du trenger ... vi venter.» (Teller sakte til 10 inni deg.)	Venter uten å si noe
6. Snu og snakk	«Snu og snakk med sidemannen din»	Sirkulerer og lytter til samtalene mellom elevene. Bruker informasjonen til å velge hvem du skal spørre.
7. Endre	«Har noen av dere forandret tenkingen deres?»	Tillater elevene å endre tenkingen etter som de får ny innsikt.

Figur 1 Samtaletrekk (Wæge, 2015)

Før planleggingsmøtet startet hadde lærerne valgt ut oppgaver de ville bruke. Oppgavene lærerne valgte ut presenteres nedenfor.

Oppgave 8. trinn: Tau- oppgaven (Cutting string, (Blanton, 2008, s. 163)).

Dette er en oppgave hvor elevene skal foreta ett, to, tre, fire og fem klipp av tau som er formet som en U (se figur 2). Elevene skulle klippe over tauet, slik den stiplede streken på figur 2 viser. Ved flere klipp enn ett, skulle det klippes på samme måte, altså over begge trådene. Oppgaven går ut på å lete etter et mønster av hvor mange trådbiter elevene får etter de ulike klippene. Mønsteret de fant, skulle de bruke til å finne antall trådbiter etter 20 og 100 klipp. Elevene kunne tegne, lage tabell, beskrive med ord, matematiske symboler etc.



Figur 2 «Cutting string» (Blanton, 2008)

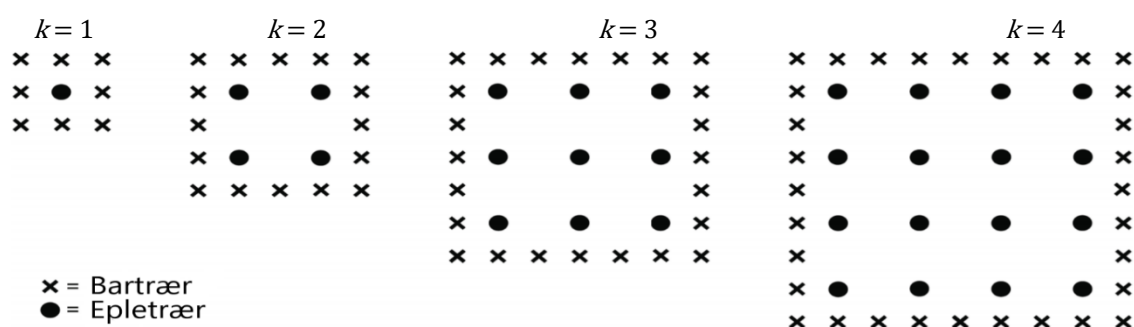
Oppgave 9. trinn: Eplehagen

```

x x x
x ● x
x x x
  
```

Figur 3 Eplehagen - start

Elevene fikk se bildet som vist på figur 3. De ble spurt om å beskrive hva de så med «matematiske briller». Deretter fikk de en beskrivelse av selve oppgaven sammen med bilde av figur 4:



Figur 4 Eplehagen - økende fra 1. - 4. eplehage

Oppgaven går ut på å lete etter et mønster. Hvordan vokser antall bartrær og epletrær i de ulike eplehagene? Elevene skulle beskrive dette enten ved hjelp av tegning, tabell, med naturlig språk, matematisk språk, matematiske symboler etc.

Begge problemløsningsoppgavene har et mål om å lete etter et mønster og prøve å beskrive dette mønsteret matematisk. Strukturen på timene var like, de besto av en blanding av helklassediskusjoner og gruppearbeid.

For å få svar på forskningsspørsmålet mitt, så jeg det som viktig å bruke fem praksiser (Stein et al., 2008) i planleggingsfasen. På forberedelsesmøtet så lærerne på hva som skulle være i fokus på oppgavene, og hvordan de ville stille spørsmål ved bruk av samtaletrekkene. Jeg stilte lærerne spørsmål om hvilke forventninger de hadde til elevsvar, hvordan de skulle observere elevarbeid, og hvordan de skulle velge ut elevarbeid som skulle deles med fellesskapet. Spørsmål om hvilken rekkefølge de ønsket å ta frem ulike elevsvar og hvordan de ulike svarene skulle settes i sammenheng, var spørsmål som jeg stilte for at lærerne skulle være godt forberedt på ulike scenarier i undervisningssituasjonen. Lærerne lagde en undervisnings-mal, slik at alle spørsmål, løsningsmetoder, tanker de gjorde seg underveis etc. ble skriftliggjort. Etter at lærerne hadde forberedt undervisningen, fant vi passende datoer hvor jeg skulle komme og observere undervisningen.

Etter endt undervisning og opptak, fant vi en passende tid for å snakke sammen og holde et semistrukturert intervju. «Formålet med det kvalitative forskningsintervjuet er å forstå sider ved intervjupersonenes dagligliv, fra hans eller hennes eget perspektiv» (Kvale,

2017, s. 42). Et semistrukturert intervju er et intervju der spørsmålene er forhåndsbestemt og de samme spørsmålene blir stilt til samtlige kandidater, i samme rekkefølge. Oppfølgingsspørsmål blir til, ut ifra responsen du får, det er varsomt spørre-og-lytte-orientert (Kvale, 2017, s. 22). Fordeler med å velge semistrukturert intervju er at den du intervjuer føler seg trygg og intervjuet føles mer som en samtale enn et avhør. Siden intervju spørsmålene er fastlagte og det benyttes en intervjuguide, oppleves det som seriøst. Ulempen med å benytte et slikt intervju, er at som intervjuer må du ha kontroll på hva du ønsker å vite mer om under intervjuet. Intervjuet kan gå i en retning som gjør at det ikke gir deg relevante svar til forskningen din. Jeg observerte lærerne mens de underviste, som en deltakende observatør, og jeg brukte observasjonen og lydopptaket som bakgrunn for spørsmålene jeg stilte deltakerne i intervjuet. Lærerne fikk intervjuguiden utdelt, slik at de var forberedt på spørsmålene (de som var fastlagte). Intervjuet og planleggingsfasen ble ikke analysert, men var viktige faktorer i forskningsarbeidet, og henvises til sammen med sitater fra intervjuene.

3.3 Datainnsamling

All datainnsamling må dokumenteres (A. Johannessen, 2011). Datainnsamlingen foretatt i dette forskningsprosjektet, var undervisningssituasjonene og intervjuet. Datainnsamlingen beskrives i 3.3.1-3.3.1.1

3.3.1 Observasjon

Innsamlingsdataene bestod av planleggingsfase, observasjon av undervisning og intervju. Siden formålet med denne studien var å studere to personers handlinger og ytringer i en undervisningssituasjon, var det viktig å velge en type design som kunne gi tilgang til nettopp denne typen kunnskap.

3.3.1.1 Observasjon og lydopptak av undervisningssituasjon

Observasjon skjer bevisst og/eller ubevisst hele tiden. Når det kommer til forskning, ønsker vi å tilegne oss ny kunnskap, og da kan observasjon satt i system, føre til at vi tilegner oss ny kunnskap (A. Johannessen, 2011). Observasjon alene kan være et verktøy som kan gi ulikt utfall ut ifra hvem det er som observerer og hva vi ser etter. Et eksempel på dette er Rubins vase, figur 5:



Figur 5 Rubins vase (Matsumoto, Xu & Takeno, 2018)

Dette bildet viser at vi kan se en vase, men også to mennesker som står mot hverandre. Merriam og Tisdell (2016) poengterer at observasjon som metode bør brukes sammen med annen informasjonsinnhenting. Årsaker kan være at relasjonen observatør og den som blir observert spiller inn, hvor observasjonen foregår etc. Ved å gjennomføre

observasjonsarbeid ønsker man å registrere personer og/eller grupperes adferd (Merriam, 2016). Observasjon som metode handler om å ta vare på inntrykkene, og disse inntrykkene bør settes i sammenheng med annen informasjon som er innhentet for å få et bedre og mer reelt bilde av det man observerer. Det kommer også an på hvordan man observerer og om hva man ser etter er bestemt på forhånd (Merriam, 2016, s. 140). I dette forskningsprosjektet var det bestemt at jeg skulle observere lærernes og elevenes ytringer og hvordan lærerne responderer på elevenes ytringer. Jeg benyttet en observasjonsrolle som deltakende observatør (Robson, 2016, s. 317-329) hvor jeg tok observasjonsnotater. Jeg observerte undervisningsøkten ved å sitte helt fremme i venstre hjørne. Der hadde jeg god oversikt over hele klassen og læreren. Jeg blandet meg ikke inn⁵, men når elevene/læreren stilte meg spørsmål, svarte jeg på disse. Jeg mener derfor at min observatørrolle er å betrakte som en deltakende observatør. Årsaken til at jeg valgte å observere undervisningsøktene var at jeg ikke ville gå glipp av informasjon som ikke vises på lydopptak. Lærerne hadde da også en mulighet til å stille meg spørsmål hvis de var usikre på noe, eller om de kun ville sikre seg at de var på rett vei. Ulempen ved å ha vært til stede er at jeg kan få et personlig forhold til undervisningen, og gjøre meg opp en mening før analysen. Observasjon som metode er også tidkrevende. Samtidig som jeg observerte planleggingsfasen og undervisningssituasjonene, gjorde jeg lydopptak. Sammen med lydopptaket, brukte jeg observasjonsnotatene for å sikre mest mulig riktig beskrivelse av situasjonen. Årsaken til at jeg valgte å bruke lydopptak under innsamlingen av data, er fordi det språklige samspillet er utrolig komplekst. Det er derfor viktig å få mest mulig nøyaktig gjengivelse av det samspillet som skjer i klasserommet, og det anses som en nødvendig forutsetning for å sikre forskningens kvalitet. Ved bruk av lydopptak fikk jeg med meg helklassesamtalen og noen gruppesamtaler. Stemmeleie, intonasjon, åndedrett og liknende blir registrert, slik at man igjen og igjen kan gå tilbake å lytte» (Kvale, 2017, s. 205). Årsaken til at stemmeleie var viktig i denne studien, var for å få med hva lærerne og elevene la i ytringene de kom med. En transkribert tekst av en ytring kan være en konkret påstand, eller det kan være et spørsmål, det kommer an på tonefallet. Det var derfor viktig for meg å dokumentere ulike tonefall (se tabell 3)

Lydopptaket ga meg mulighet til å transkribere hendelsene, det å transkribere betyr å transformere, man skifter fra en form til en annen (Kvale, 2017, s. 205). Å bruke transkripsjon i analysen har sine svakheter, da nettopp elementer som stemmeleie og eventuell bruk av ironi vil gå tapt (Kvale, 2017) hvis man ikke beskriver dette i transkripsjonen. Å bruke lydopptak sammen med observasjonsnotater, styrker troverdigheten på studie. Lydopptakene var av god kvalitet, og det gjorde transkripsjonsjobben forholdsvis enkel. Lærerne og elevene fikk fiktive navn, slik at det ikke skal være mulig å spore seg tilbake til hvilke elever/lærere jeg har forsket på. Korte pauser fikk tegnet «...», mens lange pauser på over ett minutt, hvor elevene samarbeidet, fikk dette «\$» tegnet (se tabell 3). Når elevene og lærerne tenkte, kom en lyd, som jeg transkriberte som Ehm. Antall h`er beskriver lang eller kort tenkelyd. Transkripsjonene ble brukt til å analysere hendelsene.

⁵ Blandet meg inn en gang i undervisningen til Mari, kom med et spørsmål til elevene. Årsaken til at jeg valgte å gripe inn, var at viktig informasjon fra elevene ellers ville gå tapt, noe jeg der og da bestemte meg for var en god løsning.

Tabell 3 Transkripsjonsnøkkel – oversikt over koder

Transkribert som:	Betydning
Pål	Lærer
Mari	Lærer
..	Ventetid ca 10 sek
...	Ventetid under ett minutt
\$	Ventetid over ett minutt + summing
Ehm	Kort tenkelyd
Ehhhm	Lang tenkelyd (ca 1,5 sek)
Latter/ler	Når noen ler ble det transkribert som latter eller ler
Skriver på tavla/skjerm	Når jeg hører at læreren skriver på tavlen i lydopptaket og/eller jeg ser det i observasjonsnotatene mine blir det kodet med dette.
Pip pip	Det plystres av læreren
(spak)	Det ble ytret et svar, men tonefallet var spakt
(?)	Tonefallet tilsier spørsmål og ikke en påstand
stripler på figuren, tegner på tavla, peker på figuren, peker på elevgruppe, viser med hendene,	Viser til hva læreren gjør, observasjonsnotateten viser til hva som skjedde.

3.4 Analyseprosesser og analyseverktøyet

«En analyse er en spørsmålsdrevet prosess, der man leter i data etter svar på spørsmål» (L. E. F. Johannessen, Rafoss & Rasmussen, 2018, s. 22). Når en forsker velger å ta i bruk deduktiv tilnærming, da vet han/hun hva han/hun skal se etter og har et rammeverk eller variabler å ta utgangspunkt i før innsamlingen (Postholm, 2010, s. 36). Rammeverket og/eller variablene påvirkes ikke av selve forskningsarbeidet, men forblir det samme (Postholm, 2010, s. 36). Utfører forskeren en induktiv tilnærming derimot, gjør dette at man ikke har laget variabler (Postholm, 2010, s. 36), og analysearbeidet er dermed mer åpent.

All data som ble samlet inn gjennom observasjon og opptak, utgjorde 28 sider transkripsjon. Da jeg startet analysen hadde jeg noen rammeverk som jeg tenkte å bruke, men ombestemte meg underveis i analyseprosessen. Årsaken til at blant annet trådmodellen til Kilpatrick, Swafford og Findell (2001), ikke ble valgt som rammeverk, var at den ikke ga meg svar på forskningsspørsmålet mitt. Trådmodellen er allikevel aktuell, da ønsket mitt er at vi skal få flere elever med god matematisk kompetanse. Kilpatrick et al. (2001) har fokus på de fem komponentene resonnering, anvendelse, beregning, forståelse og engasjement, og at disse må læres samtidig for at elevene skal få varig, fleksibel og nyttig matematisk kompetanse. Dette er punkter som inngår i rammeverkene jeg valgte å bruke. Jeg ønsket å skrive om den matematiske samtalen og kvalitet på matematikkundervisning. Rammeverkene som jeg bestemte meg for å bruke, dukket opp i denne prosessen. Postholm (2010, s. 36) påpeker at kvalitativ forskning hverken innebærer bruk av bare induktiv- eller deduktiv metode, men at det er en interaksjon mellom disse. Jeg jobbet både litt induktivt og litt deduktivt. Begrunnelse for

denne påstanden blir beskrevet litt senere i kapitel 3.4.1 og 3.4.2. I analyseprosessen brukte jeg koder for å beskrive de ulike samtalesekvensene, og lærerens bidrag. Videre skrev jeg ord og/eller små setninger utenfor samtalesekvensene som jeg mente kunne være aktuelle for min problemstilling. Dette mener jeg er en induktiv metode. Deretter ble rammeverket til Schoenfeld (2014) «Læring for robust matematikkforståelse» (TRU), og rammeverket til Drageseth (2014), «Retningsendring, fremdrift, og fokus» analyseverktøy som jeg benyttet meg av. TRU-rammeverket ble brukt til å analysere kvaliteten på undervisningssituasjonene. Schoenfeld (2016a) og hans medarbeidere har jobbet med dette rammeverket i mange år, og scorer undervisningssituasjoner med tallsymbolene 1 – 3, hvor 3 er ønskelig/høyeste score. Schoenfeld (personlig kommunikasjon, 31.03.2020) råder brukere av rammeverket til å dele opp undervisningssituasjonene i ca. 15 minutters bolker, eller der det er naturlig pauser. Hele undervisningssituasjonen må ikke scores på høyeste nivå for at den totale undervisningssituasjonen skårer til å være det. Rammeverket TRU, gjorde at det var mulig å måle om klasseromsaktivitetene og undervisningsformen la til rette for god kvalitet. Scoringstabellen som så på helklassesamtaler ble valgt, da det var helklassesamtalen jeg hadde fokus på. Dimensjon 1 måler hvor rik oppgaven er, dimensjon 2 handler om hvor mye elevene blir bedt om å tenke og dimensjon 4 ser på hvor godt læreren legger til rette for matematisk forståelse gjennom bruk av kommunikasjon. Denne dimensjonen har fokus på rolleskifte, med det menes at det er elevene som snakker og driver den matematiske samtalen. Dimensjon 3 handler om i hvilken grad alle elevene blir engasjert og dimensjon 5 handler om i hvilken grad elevenes matematiske tenkning er avdekket. For å kunne score med disse dimensjonene, måtte jeg ha innhentet mer informasjon fra elevene og burde vite alt som ble diskutert i de ulike gruppene. Jeg hadde fokus på lærerne. Begge undervisningene jeg observerte var i et utforskende⁶ klasserom, hvor det ble brukt problemløsningsoppgaver med fokus på algebraiske mønstre.

Etter å ha analysert undervisningssituasjonene til Mari og Pål ved hjelp av TRU, ønsket jeg å se nærmere på hva læreren ytrer, der TRU rammeverket scoret undervisningskvaliteten til høy. Jeg ønsket å finne ut av hvordan spørsmålene ble stilt, hvordan responsen på elevyttringene var fra lærer og hva lærerne ytret i denne spesielt gode situasjonen. Hadde spørsmålene fra læreren som formål å veilede elevene til retningsendring, fremdrift eller var det fokuserende yttringer? (Drageset, 2014, s. 302). Hvordan kodingen foregikk i de to ulike situasjonene blir beskrevet i 3.4.1 og 3.4.2

3.4.1 TRU

TRU-rammeverket har flere ulike scoringstabeller og jeg har valgt helklasseaktiviteter med fokus på helklassesamtaler. Grunnen til dette valget er at aktivitetene lærerne valgte ut, var helklasseaktiviteter, og fokuset til lærerne var hvordan drive helklassesamtaler i et utforskende klasserom.

⁶ Med utforskende læringsaktiviteter mener jeg at det foregår undersøkende arbeidsmetoder. Elevene skal finne ut av en problemstilling, og læreren setter målet og rammen for det som skal undersøkes. Elevene velger hvilke strategier de vil bruke.

Tabell 4 Scoring Rubric Helklassesamtaler (Schoenfeld, personlig kommunikasjon, 31.03.2020) - Fritt oversatt av meg

Score:	Dimensjon 1 Matematikken	Dimensjon 2 Kognitive krav	Dimensjon 4 Agens, autoritet, og identitet
Hoved-tema	Hvor rik er oppgaven?	Hvor mye blir elevene bedt om å tenke?	Hvor stor rolle har elevene? Er det de som kommer med ideer og diskuterer dem? Hva er rammen?
1	Klasseromsaktivitetene er ufokuserte og ferdighetsorienterte. Det er mangel på mulighet til å engasjement i nøkkelaktiviteter	Klasseromsaktivitetene er strukturert slik at elevene responderer med memorerte fraser og rutinearbeid	Læreren initierer til en samtale. Elevenes taletid er kort og avhenger av hva læreren sier og gjør.
2	Aktivitetene har høy vanskelighetsgrad, men er stort sett ferdighetsorientert. Det er noen muligheter for å se matematiske sammenhenger	Klasseromsaktivitetene er lagt opp til bruk av bla problemløsningsoppgave, men lærerens kommer med hint slik at muligheten for å være i produktiv «struggle» er borte	Elevene har noen muligheter til å forklare deres tanker, men læreren er den som driver samtalen og snakker mest. Elevenes ideer blir ikke utforsket eller bygget videre på
3	Klasseromsaktiviteten støtter meningsfulle matematiske sammenhenger og bygger/gir mulighet for å bygge matematikkforståelse	Læreren gir støtte, og hintene som blir gitt, fører til at elevene får tid til å være i produktiv «struggle»-fase, og elevene engasjerer seg i matematiske oppgaver	Elevene deler sine ideer og forklaringer. Læreren tar eierskap til elevenes ideer og elever responderer og bygger videre på hverandres ideer

De ulike beskrivelsene av matematikken, kognitive krav, og agens, autoritet, og identitet har fått henholdsvis ett poeng, to poeng og tre poeng. Der tre poeng viser hva som gir best mulighet for elevene å være i en undervisningssituasjon som er preget av god kvalitet – der mulighet for å tilegne seg matematisk kunnskap er størst. Siden forskningsspørsmålet gikk ut på å se hva slags kommunikasjon som foregikk i et klasserom med god undervisningskvalitet, måtte jeg bruke et rammeverk som kunne beskrive god undervisningskvalitet ved helklassesamtaler. For å kunne bruke dette rammeverket, så jeg på hver dimensjon og hvert nivå. Jeg tok ut hovedord som ble kodeord fra de ulike dimensjonene (se tabell 5). Ordene ble brukt når jeg leste transkripsjonen. Koder er en forkortelse eller et symbol som brukes om et ord, en setning eller et avsnitt, hvor målet er å klassifisere kodene.

Først ble jeg kjent med dataene som jeg hadde transkribert, det gjorde jeg ved å lese og re-lese dokumentet. Jeg gikk også igjennom observasjonsnotatene samtidig som jeg leste transkripsjonen for å sammenkoble disse. Det jeg mener med å sammenkoble observasjonsnotater og transkripsjon, er å skrive i parentes det jeg har skrevet i observasjonsnotatene mine inn i transkripsjonen, eksempler på dette kan være; *ristet på hodet, lærer går rundt, lærer ser på gruppens arbeid, noen rekker opp hånden etc.* Det er observasjoner som ikke kommer med på lydopptak.

Deretter beskrev jeg med ord det som skjedde i undervisningen, dette ble gjort på en induktiv måte, altså uten noen form for rammeverk eller variabler. Jeg leste transkripsjonen, og så på deltakernes ytringer og hendelser i undervisningssituasjonen. Hvordan undervisningen foregikk og hva som ble sagt var i fokus. Eksempler på koder som oppsto var; *tid, samarbeid, deler sine tanker, forteller, viser, støtte, underbygger, dele, klipper, tegner, undersøker, utforsker, gjentar.*

Når disse kodene var notert, søkte jeg etter om noe handlet om de samme temaene. Ønsket var å minimere kodene som i utgangspunktet betyr det samme. Videre brukte jeg rammeverket TRU til å se på kodene som hadde oppstått etter en induktiv analyse, opp mot kodene fra TRU-rammeverket. Jeg fant ut at flere kodeord kunne plasseres inn under flere av kategoriene til TRU (se tabell 5). Noen av kodene ble plassert både på nivå to og tre. Eksempler på dette er at elevene diskuterer og forklarer. Her kunne jeg valgt å markere med en ekstra forklaring, for å skille om det passet inn under nivå to eller tre. Rammeverket TRU hjalp meg med plasseringen, og jeg følte ikke det var nødvendig.

Når temaene var satt, så jeg på disse opp mot TRU sitt rammeverk, noe som betyr at det er både induktiv og deduktiv arbeidsmetode (se tabell 5).

Tabell 5 Scoringstabellen og kodene fra transkripsjonsmaterialet

Koder etter transkriberingen (undervisning)	TRU – rammeverket (Helklassesamtalen)	Nivå (1-3)
	Dimensjon 1	
	Ufokusert aktivitet	
Prosedyre	Ferdighetsorienter	1
	Mangel engasjement	
Spørsmål-svar (IRE)	Høy vanskelighetsgrad, men ferdighetsorienter	2
Problemløsningsoppgave Spørsmål – resonnerende (læreren) Utforskende Diskutere (elevene) Grupper Tid Respons	Klasseromsaktiviteten støtter meningsfulle matematiske sammenhenger	3
Utforskende Tid Grupper	Mulighet for å bygge matematikkforståelse	
	Dimensjon 2	
	Responderer med memorerte fraser	1
	Rutine arbeid	
	Problemløsningsoppgave med hint fra læreren – lar ikke elevene streve før hint kommer	2
Spørsmål – resonnerende Forklare (elevene) Diskutere (elevene) Grupper	Elevene er i utforsker fasen (strever litt)	3
Forklare (elevene) Begrunne (elevene) Diskutere (elevene) Grupper Respons	Engasjement	
	Dimensjon 4	
Kort svar (elevene)	Elevens tale tid er kort	1
	Læreren driver samtalen og snakker mest og lengst	
Hopper over løsning (læreren)	Elevens ideer blir ikke utforsket	
Forklare (elevene) Diskutere (elevene) Grupper	Elevene deler sine ideer og resonnementer	2
Spørsmål – resonnerende (læreren) Oppsummerer (læreren) Sammenkobler (læreren) Respons (læreren)	Læreren responderer på ideene	3
Forklare (elevene) Begrunne (elevene) Diskutere (elevene) Bygger på andre elevers resonnement (elevene) Respons	Elevene bygger videre på hverandres ideer	

Rammeverket TRU, ga meg oversikt over hvilke deler av undervisningen som foregikk på høyt nivå. Jeg valgte bevisst å se på episoder der undervisningen fikk høy score. Mari sin undervisning ble delt i 4 bolker, hvor den første havnet på nivå 1 og resten på nivå 3. På sin undervisning ble også delt inni 4 bolker, hvor alle bolkene ble kodet til nivå 3. Disse bolkene ble så analysert ved hjelp av rammeverket til Drageset (2014).

3.4.2 Kommunikasjonsmønster - læringssamtaler i matematikk

Datamaterialet måtte kodes på nytt for å kunne svare på hele forskningsspørsmålet. Jeg undersøkte undervisning som hadde blitt scoret til høy kvalitet, for å se hvordan læreren stilte spørsmål, responderte på elevsvar, og hvordan han/hun fulgte opp disse svarene. Spørsmålet var om denne kommunikasjonen førte til at elevene delte sine ideer og resonnementer, og om de var i utforskerfasen.

Rammeverket til Drageset er utviklet for å kunne finne ut hvordan lærere driver klasseromsdiskusjoner, hvor læreren responderer på elevenes kommentarer for å bygge videre på det matematiske innholdet (Drageset, 2014, s. 289). Dette var årsaken til at jeg valgte dette rammeverket til å svare på forskningsspørsmålet mitt. Jeg brukte rammeverkets 3 grupper, retningsendring, fremdrift og fokusere. Disse gruppene har henholdsvis 3, 4 og 2 underkategorier, som jeg ga navn på samme måte som Drageset (2014, s. 302). Gruppe 3 (fokus) har også under-underkategori og ble navngitt som 3a – i, 3a – ii (se tabell 6).

Tabell 6 Drageset (2014) kategorier

Retningsendring		Fremdrift		Fokus	
1a	Avvise	2a	Demonstrasjon	3a i belyse en detalj ii begrunnelse iii Henviser til liknende problem iv ber andre elever vurdere	Be om elevenes mening
1b	Anbefale ny strategi	2b	Forenkling	3b i Oppsummere ii Poengtere	Læreren
1c	Korrigerende spørsmål	2c	Lukket fremdrift		
		2d	Åpen fremdrift		

3.5 Etiske overveielser

Jeg søkte NSD om å bruke opptak og intervju i denne studien (se vedlegg nr. 4) og det ble godkjent til 05.12.2020.

Denne forskningsoppgaven hadde fokus på lærerne og lærerens rolle i undervisningssituasjoner som var dialogbasert i et undersøkende klasserom. Jeg la ekstra vekt på lærerens måte å lede denne dialogen på og fokus på bruk av samtaletrekk. Jeg ønsket å finne svar på min problemstilling, så hele undervisningssituasjonen var interessant, slik at elevdeltakelsen ble veldig viktig. Det var interessant å få med dialogene mellom lærer-elev, men også mellom elevene. I følge regelverket til NESH: «Forskeren er forpliktet til å følge anerkjente forskningsetiske normer» (*Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og*

teologi, 2016, s. 9), var dette et fokus fra min side. Forskning er søken etter ny og bedre innsikt, og analysen konsentrerte seg om faktiske hendelser.

Jeg innhentet godkjenning fra foreldrene til elevene som deltok i denne studien og de to lærerne som var med. Skjemaet som ble fylt ut for å gi sin godkjenning ligger vedlagt (vedlegg nr. 3). Når observasjonen var gjennomført, anonymiserte jeg alle forskningsdeltakerne og de fikk fiktive navn. Alt av datamateriale vil bli slettet eller anonymisert ved studiens slutt, som er i henhold til reglene fra NSD. Det at jeg var inne i klasserommet som observatør og at det ble gjort opptak av elev/lærerutsagn, kan ha vært med på å endre elevenes og lærerens vanlige væremåte. Jeg hadde imidlertid besøkt klassene mange ganger før selve undersøkelsen fant sted, for å få elevene til å være trygge på min tilstedeværelse og observasjonsrollen jeg fikk.

3.6 Reliabilitet og validitet

Reliabilitet handler om forskningsresultatene konsistens og troverdighet (Kvale, 2017, s. 276). Konsistens er ifølge Thagaard (2018) ikke viktig i kvalitativ forskning, da informasjonen som fremkommer er fra samarbeidet mellom partene. Det betyr at en forsker ikke kan opptre nøyaktig på samme måte i undersøkelsessituasjoner og få samme resultater flere ganger (Kvale, 2017, s. 276). Når vi ser på troverdigheten, handler det om at leserne blir overbevist om at forskningen er gjennomført på en troverdig måte. Når det gjelder min deltagelse i planleggingsfasen, kan troverdigheten til denne forskningen bli satt på prøve. Den kan imidlertid styrkes igjen ved at jeg benyttet meg av teoretisk begrunnet bruk av lærergrupper og ved kun å være en fasilitator. Når det gjelder bruk av opptak av observasjon og intervju, kan det gi grunnlag for å utvikle data som er mer uavhengig av meg som forsker og mine oppfatninger. Notatene som ble tatt, er mer preget av min tolkning av hendelsene. Når det kommer til intervju og reliabilitet, stiller Kvale & Brinkmann (2017) spørsmål om en for sterk fokusering på reliabilitet i forhold til intervjuer, kan føre til at det motvirker kreativitet og variasjon. Semistrukturertintervju, som denne forskningen inneholdt, kan avspeile forsker sin oppfatning og kan påvirke prosessen (Kvale, 2017). Det vil være vanskelig å ikke, som forsker, sette sitt preg på intervjuet av lærerne. Etter observasjon og intervju, ble dataene transkribert. Transkribering er en prosess hvor man går fra muntlig diskurs til skriftlig diskurs. I denne fasen kan det være rom for fortolkning (Kvale, 2017, s. 204-205). Jeg mener imidlertid at jeg ved å spille av lydopptaket veldig mange ganger, helt til jeg selv mener å ha transkribert ordrett, kan påstå at det er troverdig transkripsjon i denne studien. Når det gjelder reliabiliteten til hvordan jeg scoret undervisningssituasjonene, tenker jeg at det krever øvelse som Schoenfeld poengterte i vår samtale. Jeg er dermed usikker på om han ville få nøyaktig samme score som jeg fikk. Jeg har prøvd å øke troverdigheten ved å få hjelp av andres forskning og bruke deres teori. Det siste som kan påvirke reliabiliteten til dette forskningsprosjektet, er hvordan jeg brukte Drageset sitt rammeverk. Hvordan jeg kategoriserte mine funn inn i hans 13 kategorier. Jeg har reflektert rundt reliabiliteten i hele denne prosessen, som jeg tenker kan være med å øke reliabiliteten til dette prosjektet.

Validitet handler om valgt metode er egnet til å undersøke det den skal undersøke (Kvale, 2017, s. 276). I dette kvalitative forskningsprosjektet handler validitet om hvordan observasjon og intervju, som metoder, får frem resultater på det vi ønsker å studere. Her er det viktig at relasjoner og andre mulige personlige påvirkninger blir drøftet og tatt med når jeg ser på resultatene og hva de gir meg.

Har jeg så funnet ut hvilke læringsaktiviteter to lærere legger til rette for i matematikkundervisningen, og hvilken rolle de har i kommunikasjon med elevene? Hva er det som kjennetegner deres kommunikasjon?

Spørsmålet er om jeg har fått undersøkt det jeg skulle gjennom å bruke observasjon og intervju som metode? Har funnene jeg gjorde i analyseprosessen gitt meg disse svarene? Begrunnelse for at jeg mener jeg har funnet svar, finner jeg gjennom bruken av rammeverket til Drageset (2014), TRU (Schoenfeld, 2014), og teori om bruk av problemløsningsoppgaver og kommunikasjon.

4 Analyse, resultat og diskusjon

Resultatene svarer på hvordan lærere legger til rette for bruk av læringsaktiviteter av høy kvalitet slik at elevene får være i utforskerfasen, og dele sine ideer og resonnementer, og hvilken rolle lærerne har i helklassesamtalen. Hva slags spørsmål lærerne stiller, og hvordan de responderer på elevsvar. På sin undervisning med tema *Eplehagen* og Mari sin undervisning med tema *Tau-oppgaven*, er analysert med rammeverket, Helklassesamtalen til Schoenfeld (Personlig kommunikasjon, 31.03.2020) og Drageset (2014). Noen episoder med høy score presenteres. Jeg har valgt ut noen episoder fra På sin undervisning og noen fra Mari for å belyse funnene som er gjort.

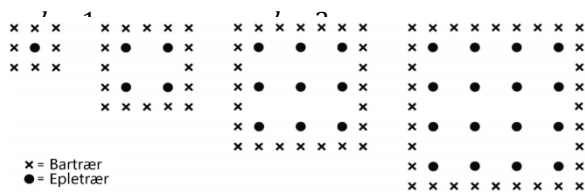
4.1 Eplehagen og Tau-oppgaven – TRU helklassekommunikasjon

Opgavene som lærerne hadde valgt ut, Eplehagen og Tauoppgaven, går begge ut på å lete etter mønster og se om man kan generalisere dette mønsteret. Funnene mine er koblet til 3 av 5 dimensjoner i TRU sitt helklasse scoringstabell, siden det var disse 3 dimensjonene jeg hadde fokus på. Funnene mine viser at lærerne har valgt ut oppgaver som er rike. Ved at lærerne tar i bruk rike oppgaver, er lærerens bruk av oppfølgings spørsmål og hvordan lærerne kan videreutvikle problemet viktige deler i arbeidet med et matematisk problem (Hagland et al., 2005). Funnene mine viser at lærerne brukte ulike typer oppfølgings spørsmål som virkemiddel for å få elevene til å vise og dele ulike strategivalg og bruk av representasjoner. Jeg fant også at lærerne la til rette for at elevene skulle ha mulighet til å forstå skiftet mellom representasjonene som dukket opp, noe som er viktig for å bygge matematikkforståelse. Videre fant jeg at lærerne la til rette for mye elevtid. Med det mener jeg at elevene fikk god tid til å tenke på problemene og til diskusjon, men også mye tid i helklassesamtalen. Lærerne ga elevene god taletid, slik at det var elevene som var pådriverne i oppgaveløsingen. Jeg fant også at lærerne anerkjente elevenes løsninger, noe som førte til at medelever brukte andre elevers løsninger i sitt matematiske arbeid. Disse funnene finner jeg støtte til i analysearbeidet gjennom bruk av dimensjonene Matematikken, Kognitive krav, og Agens, Autoritet og Identitet.

4.1.1 Matematikk

Dimensjonen *Matematikk*, handler om hvor rik oppgaven er, og om hvor stor grad elevene blir invitert inn i matematikken gjennom klasseromsaktiviteten. Jeg søkte etter om aktiviteten støttet elevenes utvikling, og om den ga elevene mulighet for å bygge matematikkforståelse.

Første utdrag er fra På sin undervisning, og er et typisk utdrag fra hans undervisning. Grunnen til at utdraget er et typisk utdrag, handler om at læreren støtter meningsfulle matematiske sammenhenger og trykker elevene i læringssituasjonen. Utdraget er hentet ut etter at elevene var blitt introdusert til oppgaven om eplehagen. Spørsmålet var om elevene så et mønster og hvordan de så det.



Figur 6 Eplehagen - økende fra 1. - 4. eplehage

91. *Pål: Yes, bra. Jeg synes det er veldig artig å høre hva dere snakker om, for dere snakker om ting som kanskje ikke jeg har tenkt på i det hele tatt, det er jo veldig gøy da. Vi tar en kort runde gjennom alle gruppene, ehm, hva fant dere ut? Vi kan begynne her nå, (viser med hånden (gruppen)). Hva så dere, husk at ingenting er feil, det er det dere har sett som er viktig å få frem.*

Læreren viser til mange ting som bygger opp under at undervisningssituasjonen havner på nivå 3 i dimensjon *Matematikk*. Pål støtter de meningsfulle matematiske løsningene han har sett mens han har gått rundt, og viser at det er fornuftige ytringer. Alle gruppene blir invitert til å dele sine tanker og matematiske ideer. Læreren trygger elevene på at ingenting er feil, og at han ønsker å få frem tankene deres. Pål legger til rette for at flere løsninger kan oppstå, noe som kan underbygge at undervisningen foregår i et utforskende klasserom. Grunnen til at han vil høre alle, kan være for at elevene skal bli invitert inn i de ulike matematiske tenkemåtene som medelevene har. Det kan være med på å bygge matematisk forståelse.

Det er ingen elever som rekker opp hånden, og årsaken til det kan være at Pål startet med å si at alle gruppene skulle dele sine tanker og ideer. Her er utdrag fra responsen til første elevgruppe, og hvordan Pål følger opp denne. Dette utdraget er tatt med fordi det er representativt for hvordan Pål driver den matematiske diskusjonen og inviterer elevene til å forklare og begrunne sine påstander som kan være med å bygge matematisk forståelse:

92. *Per: Jeg skjønnte ikke så mye av det da, men jeg kan si det jeg mener å huske at vi snakket om. Jeg kan peke. Her er nummer to, da er det to ganger to, her er nummer tre, da er det tre ganger tre, det er sirklene jeg er på nå, og her er det fire ganger fire.*
93. *Pål: Hmm, og det betyr? Hva vil du fram med det?*
94. *Isak: Det er et kvadrattall, det er et mønster da, det vokser.*
95. *Pål: Ja, det er et kvadrattall det som er inni symboliserer et kvadrattall sier du? Er du sikker? Vil det fortsette med kvadrattall hele veien? Har du sjekka det?*

Dette utdraget viser at oppgaven var utfordrende og rik. Rik fordi den har gitt elevene utfordringer, at det kan ta tid å løse, og at den legger til rette for bruk av flere representasjoner. Representasjonene vi ser her er Per som har sett mønsteret to ganger to, tre ganger tre osv, mens Isak kobler dette til kvadrattall. Elevene har jobbet med den i 15 minutter (fra transkripsjon), og fortsatt er ikke løsningen helt på plass. Elevene

jobbet gjennom hele denne arbeidsøkten på 15 minutter, noe som var overraskende for meg som observatør. Elevene påstår å ha sett et mønster, først brukte Per naturlig språk (to ganger to), og deretter kommer Isak på banen og bruker det matematiske uttrykket - kvadrattall. Læreren støtter den matematiske sammenhengen som elevene ytrer, og legger til rette for at elevene kan bygge matematisk forståelse ved at de blir bedt om å sjekke om dette alltid vil gjelde. Pål stiller spørsmål på en måte som inviterer elevene inn i en diskusjon hvor elevene må argumentere for påstanden sin, og flere elever fra gruppa involverer seg.

Videre hører Pål om hvordan de ulike gruppene har sett mønsteret og litt senere kommer dette frem:

119. *Kåre: Og vi så ganske med engang atte bartrærne vokser med atte*

120. *Pål: Åssen så dere det da?*

121. *Kåre: Jeg husker ikke helt, Gunnar vet det helt sikkert*

122. *Gunnar: Vi så først at det første doblet seg, hmmm og den første er jo atte, og da ble den neste 16, så prøvde vi å doble den andre, men da ble det litt for høyt tall, så da la vi heller til samme antall xer, så da fikk vi pluss atte, pluss atte fremover.*

123. *Pål: Så dere prøvde dere frem, først så prøvde dere å doble og doble igjen, men så funka det ikke så bare la dere til det samme antallet?*

Kåre forteller at mønsteret vokser med atte for hver figur. Pål inviterer elevene til å forklare hva de har tenkt og hvordan de så mønsteret. I dette eksempelet bruker lærer Pål flere ulike måter å stille spørsmål på. Han spør hvordan elevene tenkte, han gjentar det eleven har sagt og han spør om de kan forklare det de påstår å ha sett. Elevresponsene til Per, Isak og Kåre åpner opp for videre utforskning. Per nevner å ha sett et mønster tre ganger tre, fire ganger fire, Isak har sett at det kan dreie seg om kvadrattall, og Kåre har sett at bartrærne vokser med atte. Læreren griper muligheten for videre utforskning ved å stille oppfølgingsspørsmål. Elevene kunne oppnå god matematisk forståelse ved at læreren støttet elevene i det å se sammenhenger mellom begreper og mønster (sitatinje 108, 133 og 224).

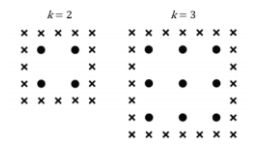
108. *Pål: Du telte, bra. Da skriver vi at man kan telle antall x. Hvordan telte dere? Bare telte rundt?*

133. *Pål: Er det dette du mener – viser på tegningen*

224. *Pål: Antall trær, er vi enige i det alle rundt? At Frida har funnet en formel som beskriver hele figuren. Fordi F sier hun er figurtallet som er figur 1 som har satt opp der (peker på det Frida har gjort). Så har hun brukt samme bokstav, fordi det må det være hvis det skal stemme med figurtallet, Også får hun en formel som kan regne ut antall trær i den uendelige eller la oss si figur nummer ti, eller tretten.*

Læreren viser at det er mange måter å se mønster på og kobler dette til elevenes funn. Han viser sammenheng mellom tegning og formel. Tabell 7 viser hvilke representasjoner som kom frem under helklassediskusjonen.

Tabell 7 Overganger mellom ulike representasjoner (9. trinn)

Illustrasjoner	Naturlig språk	Symbolspråk	Naturligspråk/symbolspråk
	Her er nummer to, da er det to ganger to, her er nummer tre, da er det tre ganger tre	n^2 $2*2, 3*3$	Kvadrattall

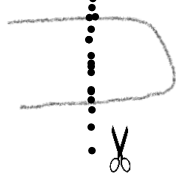
Et annet eksempel som underbygger at lærerne legger til rette for at elevene får være i utforskerfasen, samtidig som han/hun hjelper elevene å se sammenhengen mellom ulike representasjoner, er fra Mari sin undervisning. Elevene har arbeidet med tau-oppgaven en god stund, og ulike løsningsmetoder har kommet frem. Elevene begynte med å klippe tråd, noen tegnet det som skjedde, noen brukte språket og så hvor mye det økte med. Flere brukte tabell som førte til en generalisering ved bruk av naturlig språk-2 (se tabell 8). Dette språket hjalp elevene videre til å sette matematiske symboler på uttrykket. Etter at de matematiske symbolene var presentert, ble det så spurt om hvorfor formelen så slik ut ($2n+1$), hva er den ene?

86. *Mari: Hvis alle gruppene tar tak i denne formelen her to ganger antall klipp pluss en, hva er den pluss en? Hvorfor er formelen slik den er?*

87. \$

Mari vil at elevene skal begrunne formelen som kom frem. Det at læreren ber *alle* elevene om å begrunne et resultat av en generalisering, utført av elevene selv, fører til at læreren får en mulighet til å undersøke om alle elevene har forstått hva som har blitt presentert. Jeg tolker det slik at Mari ønsker å få frem elevenes ulike strategier, ved at hun vil at alle skal begrunne hvorfor formelen har det uttrykket. Ved at elevene deler ulike strategivalg, kan det være med på å øke forståelsen ved skifte av representasjoner og dermed øke muligheten for å bygge matematisk forståelse og meningsfulle sammenhenger.

Tabell 8 Overganger mellom ulike representasjoner (8. trinn), (Duval, 2006, s. 110).

Illustrasjoner	Illustrasjon	Naturlig språk - 1	Naturlig språk - 2	Tabell	Symbolspråk								
Klippe taubiten 		Det øker med to for hvert klipp	To ganger antall klipp pluss en	<table border="1"> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>9</td> </tr> </table>	1	2	3	4	3	5	7	9	$2n+1$
1	2	3	4										
3	5	7	9										

Mari trekker frem en del av formelen, for så å be elevene argumentere for hvorfor formelen er slik. Formelen ble bygget opp gjennom å bruke ulike representasjoner, alle elevene brukte ikke alle de ulike representasjonene, men gjennom klasseromssamtalen kom de frem til metodene vist i tabell 8.

Undervisningsaktiviteter som er designet slik at elevene får formidlet sine matematiske resonnementer og ideer, har fokus på elevenes forståelse i matematikk. Schoenfeld (2014) beskriver denne kompetansen i rammeverket TRU, i dimensjon *Matematikk*, og vi finner det igjen i disse utdragene fra Pål og Mari sin undervisning. Måten lærerne stiller spørsmål til elevene på, og ber dem om å forklare og begrunne sine tanker, og resonnementer, bidrar derfor til god undervisningskvalitet, og havner på høyeste nivå (nivå 3) i rammeverket TRU.

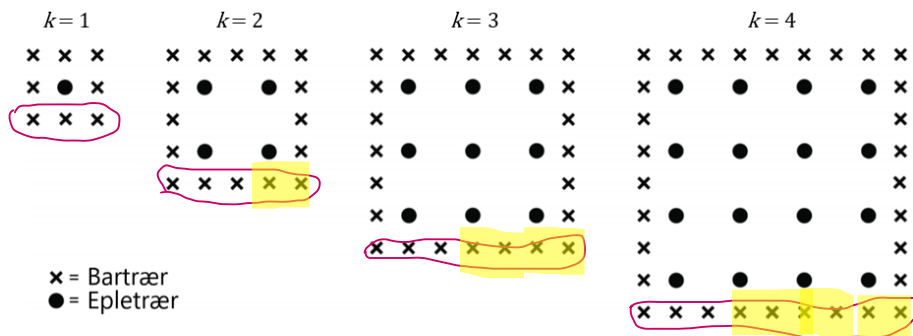
4.1.2 Kognitive krav

Kognitive krav handler om i hvilken grad elevene får utforske, og forstå matematiske prosesser. Læreren bør gi støtte slik at elevene får tid til å være i en produktiv strev fase, og hvor det gis en mulighet for elevene til å engasjere seg i matematiske oppgaver.

Utdraget under er tatt med som et typisk eksempel fra Pål sin undervisning, det viser at han støtter elevene, og hintene som blir gitt, lar elevene være i «struggle»-fase. Det vises at Pål ønsker å få frem elevenes ulike måter å se mønsteret på:

127. Per: vi prøvde oss fram også telte vi for å være helt sikre.
128. Pål: Ja, hvordan var det dere prøvde dere frem i starten da?
129. Per: Vi så også at det dobla seg på den første, også så vi at det ble altfor høyt tall videre, også telte vi for å være sikre.
130. Pål: ja, noe annet dere har lyst til å tilføye enten det er epletrær eller bartrær? Eller figurene, Kåre?
131. Kåre: Nei
132. Pål: Nei, da går vi videre til Nick, Siri og Finn
133. Finn: Du spurte jo om figur 7, så da tenkte vi at man tar sånn på de innerste og så tenkte i hvert fall jeg at på bartrærne så er en tre, så på neste er det fem og neste blir sju, så det økte med to – bortover og til siden. Vannrett og loddrett.
134. Pål: Er det dette du mener (viser på tegningen)
135. Finn: Ja, at det vokser med to
136. Pål: Ja, at det fortsetter å vokse. Og dere har sett de andre figurene?
137. Finn: Ja det blir sju, så blir det ni

Pål ønsket å vite hva elevene tenkte når de prøvde seg frem. Slik jeg tolker det, vil han at elevene skal dele hva som har foregått i gruppa. Det fremkommer en annen måte å se mønsteret på enn hva de tidligere gruppene har vist. Pål viser på tegningen (se figur 6) det Finn sier:



Figur 7 Lærer viser på tavla hva eleven ytrer

Siden elevene kommer frem med flere ulike måter å tenke på, viser det at elevene har fått tid og blitt bedt om å tenke. Vi har ikke hørt at læreren har spurt om figur 7, så dette må ha skjedd mens han gikk rundt og observerte. Læreren oppsummerer, og viser det eleven har ytret på tavla. Senere:

174. Pål: *Hmmm, er vi enig da at det er en mulighet å si det på? Å si antall bartrær og antall epletrær? Er det en annen måte å lage den formelen på enn det Kadri og Jens har prøvd nå? Dette var veldig spennende synes jeg. Er det en annen måte å forklare det på, en enklere måte? Ta 3-4 minutter nå.*

175. \$

176. ... (8 minutter senere)

Pål sier videre at elevene skal få 3-4 minutter arbeidstid. I utgangspunktet er det mye lenger enn gjennomsnittlig ventetid. Pål går rundt og ser/snakker med elevene, og 3-4 minutter blir til 8. Fra observasjonsloggen leser jeg at elevene jobbet med matematiske oppgaver i disse 8 minuttene. Slik jeg tolker det, var elevene engasjerte og Pål lot elevene få tid til å være i utforsker/strevefasen. Læreren lot elevene få så god tid som åtte minutter på grunn av at det foregikk gode diskusjoner, som observasjonsloggen også viser. Det er ikke nok å gi tid, hvis ikke elevene bruker tiden godt. Det at elevene kom med flere måter å forklare problemet på underbygger den tiltroen jeg har til lærer Pål. Dette er nok et eksempel som indikerer at Pål sin undervisningssituasjon får score 3, i dimensjonen *kognitive krav*.

Neste utsagn er fra Mari sin undervisning. Dette utdraget er med for å vise at Mari ønsker at flere skal vise og forklare sin måte å forstå formelen på. Hun gjør dette ved å bemerke at Siv sin gruppe kom med formelen, og at hun vil at resten av elevgruppen skulle være med å argumentere for hvorfor den ser slik ut. Det har vært en pause, hvor elevene har jobbet i grupper, diskutert og fått god tid (7 minutter). Noe som underbygger at Mari lar elevene være i den produktive «struggle»-fasen

89. *Mari: Skal vi se. Ehh, jeg tror vi tar en oppsummering på den formelen. Vi snakket om, hva betyr den formelen her. Antall klipp ganger to pluss en, hva snakker vi*

- egentlig om her? Det var Siv sin gruppe som kom med formelen, er det noen andre grupper som kan forklare? Per, kunne du ha tenkt deg å forklare formelen?*
90. *Per; ja, her har vi den tråden og vi klippet jo den sånn (tegner på tavla). Da er den for så vidt delt inn i tre biter. Så antall biter minus ener fordi du har den kanten der og når du nå skal dele den på to*
 91. *Elev: pluss en*
 92. *Mari: Nå går han på den andre formelen, hvis du tar den andre formelen først da?*
 93. *Per: Da plusser du på en fordi du har den kanten her og fordi det kal bli oddetall. Også ganger du det med to fordi du har to tråder, og da må det bli oddetall.*
 94. *Mari: fint, også tok du den formelen her, den andre veien at du hadde antall biter og så tok du litt på den formelen der. Er det noen andre måter å fortelle det på? Eli hadde en fin tegning i boka synes jeg, der du satte litt på den tegninga? Kan du ha det her også. Det er litt av det samme, men det er veldig visuelt og fint.*
 95. *Eli: Skal jeg skrive det på?*
 96. *Mari: Ja, det er så visuelt og fint. Kan du forklare litt også?*
 97. *Eli: Hvis du klipper en gang, får du tre biter, da må du bare gange, for hvis du klipper bare en gang på en side, så ganger du det med to også plusser du på en*
 98. *Mari: Så plusser du på en. Tusen takk. Det jeg synes var så bra er den pilen som peker på hvor kommer den eneren fra, viser det visuelt samtidig som du har den forklaringen som vi fikk også i stad. Er det flere måter å forklare det på? Noen som endret måten å tenke på? Nei? Nå skal vi gå litt videre. Nå skal dere finne ut, hvor mange tråder du har hvis du tar 20 klipp, og det skal løses på minst to forskjellige måter av de metodene vi har vært igjennom på tavla her nå. Hvor mange etter tjue klipp, bruk to forskjellige måter. Nå kommer jeg rundt med en tråd til hver gruppe, minst to ulike måter. Minst to måter, dere velger om dere vil klippe eller ikke, men minst tjue måter, nei, to måter og tjue klipp.*

I sitatlinje nummer 94 viser at Mari hun har sett hva Eli har tenkt om formelen $2n+1$. Det viser hun ved å si at Eli hadde en fin tegning i boka si med gode visuelle forklaringer. Mari ønsker derfor å knytte tegningen til Eli sammen med forklaringen til Per. Per har benyttet seg av en annen elevs oppdagelse - det skal være et oddetall. Han sjekker opp forklaringen sin mot den påstanden om at det skal bli et oddetall. Jeg tror ikke elevene vet at $2n+1$ er den generelle formelen til et oddetall, og lærer Mari nevner det heller ikke. Det de snakker om, er hva det vil si at det er oddetall, at det er èn for mye, og at det blir et desimaltall hvis de deler tallet på to.

Analysen av utdragene fra både Pål og Mari sin undervisning viser og begrunner at elevene blir bedt om å tenke, være i strevefasen, og det blir tilrettelagt med god tid fra lærernes side.

4.1.3 Agens, Autoritet, og Identitet

Den siste dimensjonen i TRU-rammeverket handler om at det bør være et rolleskifte. Elevene bør få mer tid til å snakke enn læreren, og det er elevene som deler sine ideer og forklaringer. Læreren bør ta eierskap til elevenes ideer. Elever responderer på hverandres ideer, og bygger videre på disse. Det er dette som må til for at man skal score undervisningsbolken på høyeste nivå – nivå 3.

Som vist i de tidligere utdragene fra undervisningssituasjonen er det elevene som kommer med ideer og forklaringer. Neste utdrag er tatt med fra Pål sin

undervisningssituasjon fordi det er et typisk utdrag fra undervisningen som viser at det er elevene som deler sine ideer og forklaringer:

144. Jens: Tror jeg har funnet en ganske enkel formel for å finne ut hva som er videre, skal jeg skrive det opp?
145. Pål: har du lyst til å komme opp?
146. (Host)
147. Jens: Hvis x er bartrær da, hvis vi tar den første formen, så blir det (skriver på tavla) $8x*1 + 1^2$ og så på figur to er det $8x*2 + 2^2$
148. Meg: Og på den tredje da?
149. Jens: på den tredje blir det $8x*3 + 3^2$, det er sånn jeg har tenkt i hvert fall, jeg vet ikke om det blir riktig jeg?
150. Pål: hva blir x da?
151. Jens: Hvis x er bartrær – så 8 bartrær ganger 1 pluss. Eller da blir det kanskje. Da har jeg tenkt ut en ting som gir det mer mening; $8b*1 + 1e^2$, gir det mer mening nå?
152. Pål: Jeg skjønner hva du tenker ehhhh, Jeg skjønner hva du tenker Jens.
153. Jens: gir det ikke mening da? 8 bartrær så ganger du det med en på den første, så for eksempel på figur sju ville vært 8b ganger 7 pluss $7e^2$. Nei, det gir ikke mening, da ganger du!
154. Pål: hva sier du at du ganger
155. Jens: For da ganger du 7 med e
156. Pål: Hva er e?
157. Jens: E er epletrær
158. Pål: Ja og b er bartrær?
159. Jens: b er bartrær, jeg må tilbake å tenke meg litt mer om
160. Pål: Det er et bra forsøk, jeg synes det er veldig bra at du tør å sette opp en formel. Ehh, jeg er egentlig enig med det du sier, for det du sier er jo riktig.
161. Jens: Ja
162. Pål: Men er det noen som klarer det Jens på en måte, hvorfor dette ikke blir helt riktig i forhold til antall trær som det finnes? Jonas sa det egentlig sjøl, men er det noen som kan gjenta det Jens sa?
163. Per: Jeg kan gjenta det, men jeg kan ikke løsningen på det, eller en smart løsning på det. Men jeg kan si at $8b$ er 8 gange b og det går jo ikke fordi du skal ikke gange 8, ehh da blir det jo 8 gange 8 på den første ikke sant?

I utdraget ovenfor, legger Pål til rette for at det er elevene som skal være de matematiske tenkerne og drive undersøkelsen. Et eksempel er at Pål ønsker at Jens skal komme opp på tavlen for å dele sine tanker (sitatlinje 145 – Har du lyst til å komme opp?). Dette viser at Pål gir «lærerrollen» til Jens. Jens oppdager at noe skurrer i forklaringen, og Pål støtter Jens. Pål sier ikke noe mer, så Jens må drive forklaringen videre. I sitatlinje 162 legger Pål til rette for at andre elever kan bygge videre på Jens sitt forslag ved å be medelever forklare det Jens har prøvd å forklare. Dette utdraget, sammen med de andre utdragene, viser at Pål har lagt til rette for at det er elevene som gjør mest arbeid og at læreren kun fasiliterer. Det er forøvrig ikke bare utdragene fra transkripsjonen som underbygger at elevene får dele sine ideer og resonnementer. Pål lar elevene diskutere oppgaven i gruppene. Det viser at han lar elevenes arbeid være i fokus.

Dette utdraget underbygger at elevene har fått mulighet til å engasjere seg matematisk, at løsningene de kommer med anerkjennes av læreren og at de ser på seg selv som

matematikere ved at deres løsninger blir anerkjente. Undervisningssituasjonene blir dermed scoret til høyeste nivå i dimensjonen *Agens, autoritet, og identitet* (Schoenfeld, personlig kommunikasjon, 31.03.2020).

4.1.4 Kort oppsummering

Jeg har funnet at store deler av undervisningssituasjonene til både Pål og Mari får høy score i rammeverket til Schoenfeld. Schoenfeld (personlig kommunikasjon, 31.03.2020) sier at det å score undervisningssituasjoner er komplekst og krever trening:

«We get pretty good consistency, but it takes having been a member of the community for a while to assign scores that match the community's.

Once you've built interrater reliability, this makes scoring a whole lot less complex! I can do this, and my scores are stable and reliable. (It's a matter of practice)» (Schoenfeld, personlig kommunikasjon, 31.03.2020).

Min mangel på erfaring, når det gjelder å score undervisningssituasjoner, gjør at scoringen ikke kan garanteres å være helt riktig, selv om jeg har brukt scoringstabellen som er utarbeidet til dette. Jeg kan tolke, både elevenes- og lærernes-, ytringer til å ha en større betydning enn hva som er realiteten. Jeg kan også overse viktig informasjon som blir gitt ved ytringer, eller signaler som blir gitt ved kroppsspråk. Jeg mener allikevel at hoved betydningen vil komme frem, selv om jeg som uerfaren koder undervisningssituasjonen. Jeg har valgt å gå videre med undervisningssituasjonene med høy score. For å analysere lærernes språkbruk, benyttet jeg, som beskrevet i metodekapitlet, Drageset (2014) sitt rammeverk.

4.2 Drageset – fremdrift og fokus

Her har jeg valgt å presentere funn fra utdrag som kobles til to av Drageset (2014) sine tre kategorier; retningsendring, fremdrift og fokusere. Jeg koblet kun funn til kategoriene fremdrift og fokusere, derfor blir disse to kategoriene presentert. Utdragene jeg har valgt ut, er utdrag som tydelig viser fremdriftshandlinger og fokushandlinger, og er hentet fra både Pål og Mari sin undervisning.

4.2.1 Fremdrift

Måten elevene jobber på, viser at elevene får være i utforskerfasen. Arbeidsmetoden gir elevene mulighet til å dele og bruke ulike strategier, uten at det er styrt fra læreren, men at læreren legger til rette for at elevene driver oppgaven fremover. Det er elevene som er pådrivere og utforskere. Schoenfeld (2014) og Drageset (2014) mener dette er tegn på god undervisningskvalitet. Min analyse støtter dette, ved at alle fremdriftshandlinger som jeg finner i dialogen, er åpen fremdrift.

Flere steder i datamaterialet, fant jeg eksempler på samtaler som faller inn under kategorien fremdrift. Disse utdragene skal vise til og forklare hvorfor de havner i denne kategorien.

Utdrag 1 og 2 fra Pål sin undervisning

Dette utdraget er hentet fra undervisningen om Eplehagen. Elevene har jobbet med oppgaven om å lete etter mønster på de ulike eplehagene.

92. *Pål: Yes, bra. Jeg synes det er veldig artig å høre hva dere snakker om, for dere snakker om ting som kanskje ikke jeg har tenkt på i det heletatt, det er jo veldig gøy da. Vi tart en kort runde gjennom alle gruppene, ehm, hva fant dere ut? Vi kan begynne her nå, viser med hånden (gruppen) Hva så dere, husk at ingenting er feil, det er det dere har sett som er viktig å få frem.*

Dette utdraget viser åpen fremdrift (2d). Spørsmålstillingen indikerer at det er minst en måte å beskrive løsningen på, eller beskrive sine oppdagelser. Det viktigste ved denne spørsmålstillingen, åpen fremdrift, er at læreren ikke indikerer hva de ulike løsningene kan være. Læreren legger til rette for at elevene skal dele sine tanker med medelever og lærere. Læreren og medelever vil da få innblikk i hva de ulike elevene/gruppene tenker, og det er elevene som er de intellektuelle deltakerne (Drageset, 2014, s. 299)

Neste utdrag foregår litt senere i denne undervisningsøkten hvor det har kommet frem ulike måter å se mønsteret i eplehagene på. Så kommer gruppa til Per med deres utsagn:

108. *Per: Ja, vi bare telte rundt*

109. *Pål: Noe mer dere har lyst til å tilføye? Espen, Halvard?*

Læreren åpner opp for at det er flere ulike løsninger, og om denne gruppa har sett flere måter å se mønsteret på enn bare å bruke tellemetoden. Slik jeg ser det, ønsker læreren å legge til rette for at elevene kan dele mer enn en tanke og løsningsmetode. Læreren styrer ikke hvilken retning han ønsker at elevene skal gå, men er åpen og klar til å motta flere løsningsmetoder.

Utdrag 3 og 4 fra Mari sin undervisning

Det første utdraget fra Mari sin undervisning om tauoppgaven er tatt med som et typisk eksempel fra undervisningen. Utdraget er fra midt i undervisningen hvor elevene skulle finne ut hvor mange tau-biter det ble etter 20 klipp, og elevene skulle finne minst 2 ulike metoder å finne det ut på:

101. *Mari: Jeg tror vi skal oppsummere, da kommer vi tilbake med fokus her. Det jeg er så interessert i er, er det noen som har endret løsningsstrategien sin fra i stad? Som tenkte på en litt annen måte enn i stad? Hva tenkte dere for eksempel?*

102. *Sara: Vi hadde fire forskjellige metoder*

103. *Mari: fire forskjellige metoder. Hva begynte dere med?*

104. *Sara: Vi starta med å tegne, så tok vi formelen som var antall klipp ganger 2 pluss en er antall biter, så tok vi den antall biter minus en delt på to som blir antall klipp og så tok vi og klippet*

Spørsmålstillingen er åpen fremdrift hvor fokuset til læreren er å høre hvordan og hvilke løsningsstrategier elevene benyttet seg av. Læreren ser ut til å være interessert i å høre elevenes tanker ved at hun stiller spørsmål til hele gruppa. Ved at hun stiller spørsmål til hele gruppa, indikerer det at hun ønsker å invitere **alle** elevene til å delta i en dialog. En elev griper sjansen og forteller at de hadde brukt fire forskjellige metoder til å løse oppgaven. Slik jeg tolker det, er ikke læreren helt fornøyd med at eleven slutter setningen uten å fortelle hva disse fire metodene er. Mari kommer da med et

oppfølgingsspørsmål. Først godkjenner hun at det er mulig å finne fire ulike metoder, det gjør hun ved å gjenta det eleven har sagt (Kazemi, 2014), deretter stiller hun oppfølgingsspørsmålet, som fører til at eleven må forklare noe om de metodene de brukte. Læreren indikerer heller ikke her hva hun er ute etter, annet enn at det er en forklaring på løsningene de har sett.

Det neste utdraget fra Mari sin undervisning kommer tre sitat senere, og er nok et utdrag som viser åpen fremdrift:

107. *Mari: 41, hvordan tenkte dere? (lærer peker). Tenkte dere annerledes enn i sta for eksempel?*

108. *Hanne: Ja, vi tenkte vi kunne ta tjue ganger to pluss en*

109. *Mari: ja, ikke sant dere fant ut at dere kunne sette inn i formelen. Var det noen andre måter å løse det på?*

Læreren er ikke ute etter hva det riktige svaret er, men hvordan elevene har tenkt og hvilke strategier de har brukt (Drageset, 2014, s. 294). Dette viser at både Pål og Mari benytter seg av åpen fremdrift hvor hovedfokuset ligger på å komme seg fremover, men uten å peke på en bestemt retning for å oppnå fremdrift. Det lærerne har fokus på, slik jeg ser det, er hva elevene tenker, hvordan de tenker og ikke minst hvordan de generaliserer mønsteret de har sett. Noe som slutter seg til min tolkning av lærerne, er et utdrag fra intervjuet av Mari og Pål etter undervisning.

38. *Pål: Ehhhm, man får jo noen aha opplevelser underveis. Plutselig kommer elever som aldri, eller sjelden viser noe kommer med noen veldig gode forslag eller at han ser noe som ikke andre ser. Eller så var det mange som ehmm, som så ting som kanskje jeg ikke hadde sett i forkant, men i utgangspunktet så tenker jeg at jeg ble litt overasket over hvor mye elevene kan da.*

39. *Meg: Når du sier at du, eller at elevene så ting som du ikke hadde sett. Synes du det var ubehagelig eller synes du det var gøy?*

40. *Pål: Jeg synes det var kult egentlig, at man tenker litt annerledes enn hva en lærer tenker, ehmm, det er jo ingen fasit i en sånn oppgave i utgangspunktet og at hva man ser og og bruker matematikken og kreativitet bare er fint.*

Litt senere i intervjuet....

124. *Mari: Jeg vet ikke jeg. Jeg tenkte at ehm. At her var, ja i utgangspunktet så tenkte jeg at det her var, at det var artig at hun kom frem til det da for det her er en elev som også synes matte er litt vanskelig da. Så da hadde jeg lyst til å få frem alt det fine hun tenkte da. Ja, for hun hadde mange fine tanker.*

Pål kommer med utsagn både i sitatlinje 38 og 40, og Mari i linje 124, som jeg mener underbygger min tolkning av at lærerne ønsker å få frem elevtankene. I sitatlinje 38, uttrykker Pål at mange elever delte sine løsningsforslag, både elever som sjelden eller aldri kommer med forslag, til de elevene som alltid bidrar, men som kanskje hadde tenkt annerledes enn lærer Pål, noe han poengterer i linje 40 er veldig «kult». Han fremmer den matematiske kreativiteten, og understreker at det ikke er en fasit, men mange måter å løse oppgaven på. Mari forklarer i sitatlinje 124 hvorfor hun ville ha frem løsningsstrategien til en spesiell elev. Denne eleven synes matematikk er litt vanskelig, så Mari ønsket å løfte hennes løsninger opp og frem for å få henne føle mestring og gjennom å trekke frem hennes løsninger underbygge at hun hadde mange gode tanker.

4.2.2 Oppsummering fra utdragene i kategorien fremdrift

Da jeg analyserte undervisningssituasjonene, fant jeg at lærerne gjorde grep som havnet inn under kategorien åpen fremdrift. I kategorien fremdrift, er det fire underkategorier. Slik jeg har tolket det, var det kun åpen fremdrift lærerne benyttet. Dette innebærer at lærernes fokus var på arbeidsmetode, mer enn resultat. Dette er det samme som beskriver klasseromsaktiviteter som Wood, Williams og McNeal (2006) kaller «utforskende/argumenterende». Samtaletrekk (Kazemi, 2014) som gjenta, endre, tilføy og resonnere er brukt i disse utdragene.

4.2.3 Fokus

Funnene mine viser at det er læreren som er drivkraften for å få til undervisning av høy kvalitet. Dette viser analysen ved at det er læreren som stiller mange ulike typer oppfølgingsspørsmål. Spørsmålene blir stilt for å få elevene til å begrunne sine påstander, læreren belyser viktige detaljer i elevenes ytringer og han/hun oppsummerer viktige funn fra elevene. I løpet av øktene til Pål og Mari, gjorde de grep som jeg mener passer under kategorien fokus. Her har jeg valgt seks ulike utdrag. Grunnen til at jeg valgte to flere enn ved kategorien fremdrift, handler om at det var mange flere episoder som passet inn i denne kategorien, og det er flere underkategorier. Jeg valgte derfor å få frem tre utdrag fra hver undervisning, jeg mener er sentrale og tydelige tegn på at de passer under kategorien fokus.

Utdrag 1,2 og 3 fra Pål sin undervisning

Første utdrag viser et sitat jeg mener passer inn under 3ai – det å belyse en detalj. Grunnen til at dette er typisk utdrag, handler om at Pål stiller spørsmål til elevene som får de til å forklare detaljer i sine ytringer:

92. *Per: Jeg skjønnte ikke så mye av det da, men jeg kan si det jeg mener å huske at vi snakket om. Jeg kan peke. Her er nummer to, da er det to ganger to, her er nummer tre, da er det tre ganger tre, det er sirklene jeg er på nå, og her er det fire ganger fire.*
93. *Pål: Hmm, og det betyr? Hva vil du fram med det?*
94. *Isak: Det er et kvadrattall, det er et mønster da, det vokser.*

Slik jeg tolker dette utdraget, vil læreren at eleven skal forklare og/eller bruke et annet matematisk begrep på det eleven allerede har sagt.

Videre har jeg hentet to korte utdrag fra Pål sin undervisning som også handler om å belyse en detalj, men som har en annen hensikt enn over.

98. *Per: Xene*
99. *Pål: Xene? Hva har dere sett på de xene?*

Og

102. *Isak: Vi er usikre, men det vokser med åtte hver gang*
103. *Pål: Du sier at det vokser med åtte hver gang*
104. *Per: det var jo det jeg sa istad?*
105. *Pål: Hvordan fant dere ut at det vokser med åtte hver gang?*

Pål bruker spørsmålstillinger som; Hva vil du..., og hva har dere sett..., Hvordan fant.... osv. Det er en måte å be elevene forklare hva de mener på, og invitere medelever inn til å delta i den matematiske dialogen. Det jeg mener med å invitere medelever inn i samtalen, handler om at elevene blir bedt om å forklare sine påstander slik at det ikke bare blir dem selv som eier dem, men at medelever får mulighet til å forstå hvordan de ulike elevene har tenkt.

Det andre utdraget fra Pål sin undervisning, er et eksempel på begrunnelse (3a_{ii}). Undervisningen har mange slike eksempler, noe som tyder på, slik jeg tolker det, at læreren ønsker at elevene skal lære seg å begrunne sine påstander.

94. *Isak: Det er et kvadrattall, det er et mønster da, det vokser.*

95. *Pål: Ja, det er et kvadrattall, det som er inni symboliserer et kvadrattall sier du? Er du sikker? Vil det fortsette med kvadrattall hele veien? Har du sjekka det?*

Her ser vi at læreren ber eleven om å begrunne hvorfor mønsteret er slik eleven har fremstilt det. Jeg tolker det dithen, at læreren ikke er fornøyd med svaret som eleven har kommet med, men vil vite om det alltid gjelder. Det gjør han ved å stille spørsmålet, *har du sjekket det?* Dette er i og for seg et ja/nei spørsmål, men eleven må tenke over spørsmålet. I mange slike situasjoner vil eleven begrunne sin påstand, mens i andre tilfeller kan det hende at elever svarer ja/nei. Da er det opptil læreren å drive denne dialogen videre, slik at forklaringen kommer frem. Lærerens rolle i slike klasserom er å ikke miste viktige aspekter ved det elevene påstår, men være undersøkende og undrende til påstandene.

Siste utdraget fra Pål sin undervisning er tatt fra underkategorien 3bi – oppsummere.

120. *Pål: Åssen så dere det da?*

121. *Kåre: Jeg husker ikke helt, Gunnar vet det helt sikkert*

122. *Gunnar: Vi så først at det første doblet seg, hmmm og den første er jo åtte, og da ble den neste 16, så prøvde vi å doble den andre, men da ble det litt for høyt tall, så da la vi heller til samme antall xer, så da fikk vi pluss åtte, pluss åtte fremover.*

123. *Pål: Så dere prøvde dere frem, først så prøvde dere å doble og doble igjen, men så funka det ikke så bare la dere til det samme antallet?*

Sitatlinje 120-122 er bare med for å skape forståelse for hva Pål oppsummerer på sitatlinje 123. Læreren repeterer det eleven sier og underbygger at det eleven sier er en måte å løse det på. Det å oppsummere kan også brukes for å legge til informasjon, og bruke flere matematiske uttrykk, noe Pål ikke benyttet her. Lærere oppsummerer ofte for å sette sammen all informasjon som har kommet frem, forenkle og tydeliggjøre informasjon og sist, men ikke minst peke på hva som er viktig i den informasjonen som har fremkommet (Drageset, 2014, s. 297).

Utdrag 1,2 og 3 fra Mari sin undervisning

Mari oppsummerer ved å knytte det ulike elevgrupper har sagt, og viser dette på tavla. Utsagnene er tatt med for å vise hvordan hun ber elevene forklare eller beskrive nærmere det de har sett og funnet ut:

82. *Mari: hmm, ehh, skal vi se. Hva tenkte dere? (lærer peker på ny gruppe)*

83. *Eli: ja, altså antall klipp ganger to pluss en*

84. *Mari: La meg skrive (lærer skriver på tavla). Vi har antall klipp ganger to pluss en. Da får man er lik ikke sant, antall biter. Hysj. Da nærmer vi oss det vi kaller for en formel. Vil jeg vel si, det som blir presentert her. Det som oppsummerer det dere andre har sagt og allerede funnet ut. Både ved hjelp av antall klipp og opptelling, ehh og det å legge til to for hver gang. (lærer skriver på tavla) Vi kan si $k \cdot 2 + 1 = b$ for biter. Siv?*

Det Mari gjør her, er å trekke trådene sammen. Det er mulig at Mari muligens gikk litt for fort frem, og konkluderte med at det elevene hadde kommet med, var denne formelen. Jeg er ikke sikker på om formelen er helt eleveid, eller om Mari tolket det som Eli ytret i sitatlinje 83 til å være formelen slik hun skrev den. Overgangen mellom representasjoner som naturlig språk til symbol språk, er ikke selvsagt for mange elever (Duval, 2006). Det å oppsummere det elevene har sagt kan være vanskelig og handler i stor grad om lærerkompetanse. Noen lærere ser ikke poenget, eller nødvendigheten av å oppsummere elevenes ytringer (Dysthe, 2008). Det er elevene som kommer med forslag på en formel og Mari knytter det elevene sier til det abstrakte med matematiske symboler. Hun underbygger og hjelper elevene med å belyse viktige detaljer i formelen.

Det andre utdraget fra Mari sin undervisning, er et eksempel på begrunnelse (3a ii). Grunnen til at dette utdraget er med, handler om at det er typisk hvordan Mari har bedt om en begrunnelse. Det handler om at elevene skal begrunne hvorfor de har brukt den fremgangsmåten og hvorfor det blir riktig:

89. *Det var Siv sin guppe som kom med formelen, er det noen andre grupper som kan forklare? Per, kunne du ha tenkt deg å forklare formelen?*
90. *Per; ja, her har vi den tråden og vi klippet jo den sånn (tegner på tavla). Da er den for så vidt delt inn i tre biter. Så antall biter minus ener fordi du har den kanten der og når du nå skal dele den på to*
91. *Elev: pluss en*
92. *Mari: Nå går han på den andre formelen, hvis du tar den andre formelen først da?*
93. *Per: Da plusser du på en fordi du har den kanten her og fordi det kal bli oddetall. Også ganger du det med to fordi du har to tråder, og da må det bli oddetall.*
94. *Mari: fint, også tok du den formelen her, den andre veien at du hadde antall biter og så tok du litt på den formelen der. Er det noen andre måter å fortelle det på? Eli hadde en fin tegning i boka synes jeg, der du satte litt på den tegninga? Kan du ha det her også. Det er litt av det samme, men det er veldig visuelt og fint.*
95. *Eli: Skal jeg skrive det på?*
96. *Mari: Ja, det er så visuelt og fint. Kan du forklare litt også?*
97. *Eli: Hvis du klipper en gang, får du tre biter, da må du bare gange, for hvis du klipper bare en gang på en side, så ganger du det med to også plusser du på en*
98. *Mari: Så plusser du på en. Tusen takk. Det jeg synes var så bra er den pilen som peker på hvor kommer den eneren fra, viser det visuelt samtidig som du har den forklaringen som vi fikk også i stad. Er det flere måter å forklare det på? Noen som endret måten å tenke på? Nei? Nå skal vi gå litt videre. Nå skal dere finne ut, hvor mange tråder du har hvis du tar 20 klipp, og det skal løses på minst to forskjellige måter av de metodene vi har vært igjennom på tavla her nå. Hvor mange etter tjue klipp, bruk to forskjellige måter. Nå kommer jeg rundt med en tråd til hver gruppe, minst to ulike måter. Minst to måter, dere velger om dere vil klippe eller ikke, men minst tjue måter, nei, to måter og tjue klipp.*

I dette utdraget er det mye informasjon fra Mari. Først anerkjenner hun en løsning fra en elev, ved å argumentere for hvorfor hun liker løsningen. Deretter ber Mari elevene om å

bruke kunnskapen de akkurat har tilegnet seg, ved at mange elevers løsningsmetoder har vært løftet opp og frem. Læreren ber elevene om å finne antall tråder ved 20 klipp. Dette kan gjøre at læreren ser hvilke elever som «eier» denne kompetansen, og hvilke som strever litt. Det vil også gi læreren en pekepinn på hvor eventuelle problemer oppstår. Mari vil også få informasjon om elevene velger å endre strategi, etter at ulike løsningsmetoder fremkom under helklassesamtalen.

Det siste utdraget fra Mari sin undervisning handler om det å belyse en detalj (3ai). I utdraget fra Mari sin bok, er denne kategorien representert mange ganger. Jeg viser til et eksempel hvor Mari ber elevene begrunne og forklare en detalj i formelen;

86. Mari: Hvis alle gruppene tar tak i denne formelen her to ganger antall klipp pluss en, hva er den pluss en? Hvorfor er formelen slik den er?

87. \$

I eksempelet over, ser det ut til at læreren ønsker å være sikker på at elevene har forstått hvordan formelen har oppstått og kunne begrunne den. Effekten ved at læreren stiller slike spørsmål, er at en detalj kommer i fokus, som her, hva betyr pluss én? Slike forklaringer kan være nyttig for elevene, slik at de får sjekket seg selv om de har forstått sammenhengen, og hvis de ikke har forstått det, gis de en mulighet til ved at andre elever forklarer og viser hvordan formelen har oppstått.

4.2.4 Oppsummering fra utdragene i kategorien fokus

Da jeg analyserte undervisningssituasjonene fant jeg flere grep lærerne gjorde som havnet inn under kategorien fokus. Det som var mest fremtredende var at lærerne spurte etter elevenes tenkemåte, og hvordan de hadde valgt å løse deler av oppgaven. Slike spørsmål tolket jeg som at de ville belyse detaljer. Lærerne var ikke alltid fornøyd med begrunnelsen til elevene og stilte da oppfølgings spørsmål til elevytringene, disse oppfølgings spørsmålene tolket jeg til å søke etter begrunnelse. Andre grep lærerne brukte, var at de ba elevene om å løse problemer som var på utvidet form, noe som jeg tolket til å være underkategorien se til lignende problem. Det handler om å utvide problemet og sjekke om elevene kan bruke den kompetansen de har tilegnet seg videre. Den siste underkategorien i kategorien fokus, handler om å oppsummere. Lærerne benyttet dette grepet opptil flere ganger. Det at lærerne oppsummerer det elevene har sagt, kan være for å sjekke om det var det elevene mente, det kan være for å underbygge det elevene har sagt, og ønske å utvide med bruk av matematiske begreper. Det handler også om at lærerne oppsummerer det som de vil sette fokus på, eller ønsker at elevene skal fortsette å jobbe med. Her er det lærerne som er den intellektuelle lederen, mens det er elevene som er det i kategorien åpen fremdrift. I disse utdragene, fra gruppa fokusere, er samtaletrekkene gjenta og resonnere hyppig brukt. Det at lærerne bruker å resonnere i så stor grad, handler om å få frem elevenes tanker, og posisjonere elevenes matematiske ideer som viktige.

4.3 Oppsummering av utdragene samletsett gjennom TRU og Drageset

Gjennom bruk av TRU- og Drageset sitt rammeverk, har jeg funnet at mye av fokuset er på språket, matematikkforståelsen og bruk av strategideling. Jeg har funnet at lærere som velger å tilby elevene oppgaver som gjør det mulig for dem å være i utforskerfasen, gjennom bruk av tid, grupper og ulike dialog-grep, kan føre til at undervisningssituasjonene får god kvalitet. I et klasserom betyr dette at elevene blir nødt til å sette ord på det de tenker og gjør. Elevene fikk god tid til å dele ulike strategier med hverandre, både på gruppenivå og på klassenivå. I de episodene jeg har valgt, viser lærerne at de hadde elev-talen i fokus, og at det var elevene som skulle snakke mest mulig. Elevene hjalp hverandre og forklarte hvordan de hadde tenkt, gjennom å bruke språket. Lærerne var fasilitatorer. Gjennom ordbruk fikk elevene ikke bare en mulighet til å sette ord på egne tanker og handlinger, men de delte ulike strategier med resten medelevene. Lærerne gjorde dette for at alle skulle få innblikk i hvordan andre tenkte, «open strategy sharing» som Kazemi & Hintz kaller det (2014). Lærerne svarte ikke på om det elevene kom med var feil eller riktig ved alle anledninger, men lot det være åpent for elever å komme på banen å diskutere ulike løsninger. Fokuset lå på prosess og ikke på resultat. Lærerne var opptatt av at læring skulle skje i samspill med andre, og brukte en blanding av grupper og helklassesamtale. Begge lærerne oppdaget at flere elever, enn de hadde forventet, var bidragsytere i det matematiske klasserommet;

38. *Pål: Ehhm, man får jo noen aha opplevelser underveis. Plutselig kommer elever som aldri, eller sjelden viser noe kommer med noen veldig gode forslag eller at han ser noe som ikke andre ser. Eller så var det mange som ehhm, som så ting som kanskje jeg ikke hadde sett i forkant, **men i utgangspunktet så tenker jeg at jeg ble litt overasket over hvor mye elevene kan da.***
124. *Mari: Og så hadde vi noen aha opplevelser. Jeg hadde ikke sett for meg at en elev skulle snu formelen. Så at noen skulle komme fram til det, hvis du vet hvor mange biter du har, kan du da finne ut antall klipp, det hadde jeg ikke forventet. Og så var det en elev som så tallmønsteret, at det økte med påfølgendetall, ja det var noe mønster der. Det ble jeg imponert over, og det hadde jeg heller ikke visst hadde vi ikke hatt en ekstra lærer i rommet. Akkurat den der. Og så var det noen svake elever som synes matematikk er vanskelig som fikk skinne litt.*

Jeg tolker lærernes utsagn, og min observasjon, dithen at elevene var engasjerte og interesserte i å se ulike løsninger og sammenhenger. Grunnen til at jeg tolker det slik, er at begge lærerne var overrasket over alle de ulike løsningsstrategiene som kom frem, og at det var elever som sjelden eller aldri var med i den matematiske diskusjonen som viste engasjement. I mine observasjonsnotater ser jeg at elevene uttrykte engasjement og interesse i å se ulike løsninger og sammenhenger, og det handler om elevenes pågangsmot og arbeidsiver, både under gruppearbeid og i helklassesituasjonen. Det at elever oppdager medelevers spørrende kroppsspråk, og responderer på dette, mener jeg underbygger at engasjement er tilstede. Her er et lite utdrag fra undervisningen til Pål som underbygger dette. Jens oppdager i sitatlinje 242 at det er noe han ikke forstår, Kadri oppdager dette og vil bidra til å forklare i sitatlinje 244, og Tiril bidrar på i linje 250 for å prøve å få Jens til å se hvorfor det blir slik. Dette mener jeg er et tegn på at elever er engasjerte og interesserte i å se løsninger.

242. Jens: Men hvis du bruker den formelen da så blir det åtte ganger ti som er åtti pluss ti opphøyd i andre som er hundre. Så da blir det flere inni enn rundt?..
243. Pål: Hm, så tenkte jeg ehh, fordi det er riktig, er dere enig i at dette er riktig, nå sa jeg jo det, men dere er enig?
244. Kadri: Det er jo bare sidene av de hundre, det er ting inni også så det trenger ikke være flere utenpå enn inni, siden det er bare sidene, hvis du skjønner
245. Pål: Ja, jeg er enig og skjønner hva du tenker, bartrærne er bare det som er rundt. Var det det du tenkte på?
246. Jens: Jeg skjønnte ikke helt jeg?
247. Pål: En gang til Kadri
248. Kadri: En gang til ja, Det går jo an at det er flere inni enn utenpå, fordi det er bare, epletrærne da de er inni også, også er de på siden. Sånn atte, jeg vet ikke hvordan jeg skal forklare det
249. Jens: At de går utenfor for å si det sånn?
250. Tiril: Det er liksom et fylt kvadrat, mens det andre er bare rundt.

Engasjement og interesse er elementer som er tilstede i utforskende klasserom. Lærerne var opptatt av hva elevene skulle lære, hvordan de skulle lære og at språket og samhandling var viktige faktorer. Ved å bruke rammeverket til Schoenfeld (2014), og scoringstabellen for helklassesamtaler, ble undervisningen målt med hensyn til hvordan lærerne legger til rette for bruk av klasseromsaktiviteter som fører til utforskende elever som resonnerer og deler sine ideer. Gjennom bruk av Drageset(2014) sitt rammeverk, kategoriserte jeg lærernes ytringer i de undervisningssituasjonene som hadde fått høy score ved bruk av TRU. Alle ytringene havnet i kategoriene fremdrift og fokusere.

5 Drøfting av resultater

I drøftingsdelen vil jeg se på sammenhengen mellom teoridelen og resultatdelen. Deretter vil jeg se litt på veien videre og hva som kan vært interessant å forske mer på. Til slutt vil jeg komme med noe metodekritikk, før jeg avslutningsvis søker å svare på forskningsspørsmålet mitt. Jeg ønsket å finne svar på hvilke læringsaktiviteter lærere tar i bruk og hvordan helklassesamtaler preger undervisningssituasjoner som er preget av god kvalitet.

Jeg har valgt å dele drøfting av funn i underkapitlene læringsaktiviteter og språklige grep fra lærerne. Egentlig kan flere av funnene plasseres begge steder, siden læringsaktiviteter og de språklige grepene henger sammen.

5.1 Læringsaktiviteter

Læringsaktivitetene lærerne tok i bruk var mange. Med læringsaktiviteter mener jeg valgene lærerne tok i forbindelse med planlegging av undervisningssituasjonene. Det var valg av oppgaver, tidsbruk, struktur (bruk av grupper og helklassesamtalen) og bruk av elevene i undervisningen. Funnene knytter jeg opp til noen av valgene lærerne gjorde for å legge til rette for undervisning som kan være av god kvalitet.

5.1.1 Rik oppgave

Oppgavene lærerne brukte i denne studien, kan kvalifiseres til å være rike siden kriteriene til Hagland et al. (2005) for hva en rik oppgave er, var oppfylt (Se 2.1.1 s 14)

Både Tau-oppgaven og Eplehagen introduserte viktige matematiske ideer eller løsningsstrategier. Begge oppgavene var av typen LIST, ved at alle elevene kunne bidra med noe, og det var lett å forstå. Oppgavene var allikevel utfordrende, anstrengende og kunne ta tid, noe de gjorde. Elevene brukte mange ulike strategier og representasjoner. Oppgavene initierte til matematiske diskusjoner hvor man så på sammenhengen mellom bruken av de ulike strategiene og representasjonene. For at oppgaven skal betegnes som rik, skal problemet også være en brobygger mellom ulike matematiske områder og det skal kunne lede både elever og lærere til å formulere nye problem. Gjennom analysearbeidet ved bruk av TRU, ble det klart at oppgavene lærerne hadde valgt var rike og dette var et av kriteriene for å få høy score i scoringsrubrikken helklassesamtale, dimensjon *Matematikk*, i rammeverket TRU (Schoenfeld, personlig kommunikasjon, 31.03.2020). Schoenfeld (personlig kommunikasjon, 31.03.2020) mener oppgaven bør være rik for å bygge matematikkforståelse blant elevene. Selv om oppgaven man velger er rik, og legger til rette for at det skal kunne skje læring, mener jeg at lærerens væremåte er den som faktisk gjør oppgavene rike eller instrumentelle. Jeg tror at en rik oppgave ikke kvalifiseres til å være rik hvis læreren som underviser ikke legger til rette for matematiske diskusjoner hvor elevene får dele sine funn. Lærerne i denne studien la til rette for at oppgavene ble rike ved å gi god tid, strukturerte undervisningen slik at det kunne foregå matematiske diskusjoner, og at elevene ble invitert til å være delaktige. Lærerne uttrykte at de var trygge i undervisningssituasjonen. De var åpne for at elevene kunne komme med mange ulike vinklinger på problemene som var gitt, og tok imot elevenes løsninger på en slik måte at elevene følte at løsningen deres ble verdsatt. Forskningen viser at bruken av fem praksiser (Stein et al., 2008) og lærergrupper (TRG

(Yang, 2013)) i planleggingsfasen kan legge til rette for at denne trykghetsfølelsen kan oppstå. Jeg tror, som forskningen viser, at planleggingsarbeidet i forkant av undervisningen, kan ha vært en medvirkende årsak til kvaliteten på undervisningen. Lærerne brukte elevutsagnene og jeg tror måten de gjorde det på, førte til at medelever også så at de kunne finne støtte fra medelevers utsagn. Forskning viser at slike undervisningssituasjoner legger til rette for at elever vil føle mestring og dermed få økt motivasjon for faget (Franke et al., 2007; Wæge & Nosrati, 2018). Mestringstro og motivasjon er begge elementer som bør være tilstede for å bygge en dypere matematikkforståelse. Noe som igjen er en forutsetning for gode eksamens- og TIMMS resultater.

5.1.2 Tid

Tid er et viktig punkt for elevenes læring. For at en oppgave skal være rik, er et av punktene at oppgaven skal kunne ta tid å løse. Det er derfor viktig at lærerne lar elevene være i strevefasen/utforskerfasen en god stund. Pål og Mari var overraskende rause med tidsbruken, i forhold til hva tidligere forskning viser (Günay Bilaloğlu, Aktaş Arnas & Yaşar, 2017; Rowe, 1986). Undersøkelsen til Mary Budd Rowe (1986) viste at ventetiden var under ett sekund fra læreren stilte spørsmål til det enten kom et oppfølgingsspørsmål, eller endring/forenkling av spørsmålet. Siden Pål og Mari ga elevene god tid, kan det være en av årsakene til at lærings situasjonen fikk høy score i dimensjonen kognitive krav. Denne dimensjonen handler om at elevene får være i den produktive strevefasen, og at elever engasjerer seg i det matematiske problemet. I undervisningssituasjonen til Pål, hvor elevene jobbet med problemet Eplehagen, lot Pål elevene jobbe i 43 minutter fordelt på 6 pauser fra helklassesamtalen. Hos Mari var tiden 40 minutter, fordelt på 8 pauser. Dette viser at elevene fikk god tid til diskusjon, noe som kan ha vært årsaken til at elevene hadde mange bidrag å komme med i helklassesamtalen. Samtaletrekket (Chapin, 2009; Kazemi, 2014), vente, underbygger at ved å gi elevene tid, kommuniserer læreren en forventning om at alle har viktige ideer å bidra med. Samtidig kan ventetiden gi elevene mestringfølelse, ved at læreren understreker at det handler ikke om å være rask, men det handler om å finne ulike løsningsmetoder (Wæge & Nosrati, 2018). Det er viktig at det arbeides og diskuteres matematikk i tiden elevene får til rådighet, hvis det skal foregå matematisk læring. Om det foregikk matematiske diskusjoner i alle gruppene i alle pausene fra helklassesamtalen i klasserommet til Pål og Mari, er usikkert. Gjennom observasjonen, fikk jeg med meg mye av samtalen til to grupper. I disse gruppene foregikk det matematiske diskusjoner stort sett hele tiden. Dette var en av gruppene jeg også fikk med på lydopptaket, da de satt nærme lydopptakeren. Lærerne gikk rundt og observerte elevarbeidene, stilte spørsmål og svarte på spørsmål fra elevene. Gjennom denne lærerobservasjonen, brukte de tiden til å forberede helklassesamtalen. Jeg tror lærerne fikk god oversikt over alle elevarbeidene mens de gikk rundt, og det gjorde valget om rekkefølgen de ulike påstandene skulle fremlegges i, enklere. Siden lærerne hadde brukt god tid i forarbeidet til å sette seg inn i ulike elevarbeid som kan komme frem, tror jeg at de var trygge på at denne tidsbruken ikke var bortkastet. Det kan være slik at lærerne var på utkikk etter elevarbeid som oppfylte deres tenkte løsningsforslag, og derfor ikke følte at de brukte mye tid.

5.1.3 Struktur

Strukturvalgene til Pål og Mari, var bruk av rik oppgave, grupper, helklassesamtaler, tid, elevfokus og at de selv skulle være støttende mens elevene gjorde mesteparten av arbeidet. Ved å velge en slik struktur, legger det opp til at det er et utforskende

klasserom med undersøkende undervisning. Jeg legger merke til at strukturvalgene som ble gjort sammenfaller med hva forskning viser skal være tilstede for at det kan foregå undervisning av høy kvalitet (Schoenfeld, personlig kommunikasjon 31.03.2020), men jeg legger også merke til at forskningen som underbygger disse strukturvalgene ikke nevner noe om viktigheten av relasjonen lærer-elev og elev-elev. Støtte til viktigheten av relasjonsarbeidet, får vi fra blant annet Aasen et al (2014), som beskriver hvordan lærere som lykkes i relasjonsarbeidet får elever som motiveres til økt arbeidsinnsats som igjen kan føre til økt læring. Kan det være slik at gode relasjoner ligger implisitt i gode helklassesamtaler?

5.2 Elevene

Schoenfeld (2014) beskriver i scoringstabellen at det handler om å ha elevfokus fra start til slutt i undervisningen. Det er elevene som skal være problemløserne og utforskerne, og lærerne skal legge til rette ved å være fasilitatorer (Imsen, 2005). Analysen viste hvordan lærerne la til rette for at elevene skulle dele sine ideer og forklaringer gjennom valg som oppgave, grupper, helklassesamtalen og tid, og hvordan lærerne la til rette for læring gjennom denne tilretteleggingen. Det handler om, som Dysthe (2001) beskriver, at læring er noe som foregår mellom mennesker. Elevene må delta aktivt, både ved selvstendig tenkning, men også i fellesskapet (Hinna, 2011). For å få frem elevtankene brukte lærerne mange metoder. Lærerne stilte mange ulike former for spørsmål, både fremdrift- og oppfølgingsspørsmål. Disse spørsmålene ble stilt for å få elevene til å dele-, og begrunne sine påstander, og belyse viktige detaljer. Lærerne valgte også ut elevarbeid fra observasjoner de gjorde gjennom klassevandringen (fem praksiser(Stein et al., 2008)). Ved at lærerne tok eierskap til elevenes ideer gjennom å gjenta det som ble sagt, skrive på tavlen og videreformidle dette til alle elevene i klasserommet gjennom en oppsummering, tenker jeg at dette støtter elevenes ideer. Det kan også være med på å gi økt mestringfølelse og mulighet for å øke den matematiske kompetansen. Det at elevene ville dele sine tanker i helklassesamtalen, kan bety at elevene hadde god relasjon seg imellom og med lærerne. Det mener jeg indikerer at elevene følte seg trygge i situasjonen. Gjennom god dialog i klasserommet, er det med på å gi høy score på undervisningen i dimensjonen 4 Agens, autoritet og identitet (Schoenfeld, personlig kommunikasjon, 31.03.2020). Mine funn støttes av både Dysthe (2001), Imsen (2005) og Schoenfeld (2014) som viser til viktigheten av elevfokuset.

5.2.1 Samtalen

I analysen kommer det frem at lærerne stiller mange spørsmål som krever at elevene må forklare og begrunne hva de har gjort, og hvorfor de har gjort det. Lærerne bruker spørsmål som krever at elevene må resonnerer og forklare sine tanker. Det virker som om lærerne er mer opptatt av fremgangsmåte enn selve resultatet. Dette er grep som Drageset (2014) kaller for åpen fremdrift i sitt rammeverk. Lærerne brukte noen av samtaletrekkene til Chapin et al. (2009) og Kazemi og Hintz (2014). Samtaletrekkene som ble brukt i åpen fremdrift var gjenta, tilføy, resonnerer og endre. Det at disse samtaletrekkene ble brukt i åpen fremdrift, kan begrunnes ved at å bruke valgte samtaletrekk, befinner vi oss i et utforskende klasserom. Det var mer fokus på arbeidsmetode, enn på resultat. Ved å bruke samtaletrekket **gjenta**, vil elevenes ideer bli mer tilgjengelig for medelever samtidig som det gir elevene rom til å tenke. **Tilføy**, er et trekk som oppmuntrer elevene til å dele sine ideer, og det kan bidra til å se sammenhenger mellom elevenes matematiske ideer og bygge på dem. Det å **resonnerer**

er en inngangsdør for å få frem fremgangsmåte og tankegang. Og det siste samtaletrekket som ble brukt, **endre**, bygger også oppunder åpen fremdrift, ved at det gir elevene mulighet til å revurdere og endre tenkningen sin. Alle disse punktene underbygger hvor viktig lærerens bruk av samtaleverktøyene er, og hvordan han/hun kan få enkeltelevne til å bidra til den matematiske diskusjonen. Disse funnene som jeg gjorde i analysearbeidet, underbygger funn som allerede er gjort (Chapin, 2009; Kazemi, 2014; Wæge & Nosrati, 2018). Samtaletrekkene gjenta og resonnerer, ble hyppig brukt i utdragene som kategoriserte til gruppen fokusere. Jeg vil påstå at det ikke er én form for spørsmål, eller et spesielt samtalemønster man bør bruke, men at det avhenger av situasjonen. Vi kan fort trekke slutninger som at åpen fremdrift og bruk av samtaletrekkene nevnt ovenfor, vil bidra til matematisk læring. Jeg vil imidlertid påpeke at lærerens valg i disse situasjonene er viktige. Hva ønsker læreren å fokusere på og hvordan møter han/hun eventuelle misoppfatninger? Her spiller selvfølgelig også oppgavevalg inn. Læreren bør ikke ta fra elevene alt ansvar, men veilede elevene der det er nødvendig. Jeg tenker at bruken av fem praksiser og en form for teachers research group, som ble brukt i denne studien, kan ha vært en medvirkende årsak til at lærerne var trygge i den situasjonen de befant seg i når de drev elevveiledning. Den matematiske samtalen ble brukt for å gjøre elevene så selvstendige som mulig. Lærerne i denne studien fikk elevene til å forklare, begrunne og stille spørsmål til lærer og medelever, noe som underbygges av Kazemi (2014) som gode måter for å øke matematisk forståelse. Læreren bør opptre som en fasilitator, og ikke ha all styringen (Imsen, 2005).

Det jeg kan se på som en utfordring i analysearbeidet jeg har gjort, er om jeg har tolket spørsmålsstillingene fra lærerne på en riktig måte, eller om det kan tolkes annerledes. Det kan være at jeg er påvirket av å ha vært med på planleggingen og dermed legger mer i spørsmålsstillingene til lærerne enn de gjør selv. Avslutningsvis, viser jeg læringsaktivitetene som kom frem i analyseprosessen i tabell 9. Dette er aktiviteter som medvirket til god undervisningskvalitet.

Tabell 9 Lærerens undervisningsmetoder

Lærernes valg av læringsaktiviteter		
Læringsaktiviteter	Helklassesamtalen	
Oppgavevalg	Fremdrift - Åpen fremdrift →	Resonnerer, gjenta, tilføye og endre
Tid	Fokusere → belyse en detalj, begrunnelse, henvise til liknende problem, oppsummere	Resonnerer og gjenta
Struktur		
Elevarbeid		

5.3 Veien videre

Gjennom masterarbeidet har jeg fått kjennskap til Schoenfeld (2016c) sitt arbeid av TRU. TRU-verktøyet inneholder observasjonsguide, oppgaver som kan passe for å oppnå god undervisningskvalitet i matematikk, planleggingsmaler og ulike scoringstabeller (Schoenfeld, personlig kommunikasjon 3.03.2020). Det ville vært interessant å bruke alle hjelpemidlene som Schoenfeld har utarbeidet, for så å sjekke hva som ville bli resultatet.

Vil bruken av disse nøyre utarbeidede oppgavene, planleggingsguiden, observasjonsguidene og scoringstabellen gi samme resultat uansett hvilken matematikklærer som tar det i bruk? Vil resultatene bli at Drageset (2014) sine ulike kategorier bli brukt likt av alle lærere? Eller har relasjonen (Aasen et al., 2014) og lærersamarbeidet (Yang, 2013) en så stor betydning som jeg tror?

5.4 Metodekritikk

Metodevalgene mine var godt gjennomtenkt, men det er fortsatt noe metodekritikk som kan trekkes frem etter gjennomføringen av prosjektet. Først vil jeg trekke frem min deltakelse i planleggingsfasen. Den kan sees på som unødvendig eller forstyrrende for troverdigheten. I starten ønsket jeg å være deltakende på grunn av to ting. Det ene er at lærerne jeg forsket på var to engasjerte lærere som ønsket å lære, og jeg tenkte dette var en god mulighet for å gi dem litt ekstra for at de stilte opp i dette forskningsprosjektet. Med det mener jeg at ved å fasilitere bruken av fem praksiser, hjalp jeg dem med å øve på et godt verktøy til senere bruk i planlegging av undervisning. Den andre årsaken til at jeg ville være deltakende, var at jeg ønsket å forske på undervisning av god kvalitet. Jeg tenkte at ved å dele på kunnskapen jeg har tilegnet meg gjennom studiet lærerspesialist i matematikk, ville det være med på å øke sjansen for nettopp det. Valget om å være deltakende i planleggingsfasen kan diskuteres, men jeg ville gjort det samme om jeg skulle tatt valget på nytt. Grunnen til dette er at lærerne som deltok følte seg trygge ved at vi jobbet oss igjennom oppgavene sammen, så på ulike løsninger, og brukte fem praksiser slik at de på best mulig måte var forberedt til undervisningen. Jeg kan si at de var trygge siden lærerne uttrykte dette i siste intervju. Når jeg nå nevner at jeg ønsket å forske på undervisning av god kvalitet, var det i seg selv et utfordrende forskningsspørsmål. Det er utfordrende fordi jeg ikke var sikker på om deler av undervisningen ville være av god kvalitet. Hvis analysen av datamaterialet hadde gitt andre resultater, måtte hele forskningsprosjektet blitt endret. Det var en risiko jeg tok. Jeg ønsket å finne ut hvordan lærere bruker ulike læringsaktiviteter og hvilke valg de tar med hensyn til deres egen rolle i undervisning av god kvalitet. Mitt håp er at disse funnene kan være med på å underbygge andres forskningsresultater om fokus på elevbidrag og den matematiske helklassesamtalen, og at dette kan føre til økt motivasjon for matematikkfaget blant elevene.

Det kunne vært lurt å få med flere klasser i forskningsprosjektet, for å få mer data å analysere. Grunnen til at det kunne vært en god ide, var for å øke troverdigheten av studiet. Mitt valg endte på to lærere og to klasser med lydopptak, og observasjon i 90 minutter. Årsaken til dette valget var for å begrense arbeidet med transkribering, analysearbeidet, og for å kunne gå mer i dybden. En mulighet kunne vært å samarbeide med en medstudent, slik at tallmaterialet kunne blitt større, men uten at prosjektet nødvendigvis ble større. Dette ville gitt et bredere utvalg av tallmateriale. Når det gjelder bruk av observasjon som metode, vurderer jeg det som en god metode som ga mye informasjon. Jeg kunne brukt et observasjonsskjema istedenfor å bare skrive ned alt jeg observerte, men da måtte jeg ha sett etter bestemte hendelser. Ved å bruke et observasjonsskjema, kan man miste interessante hendelser som oppstår, hendelser du ikke ser etter, og derfor ikke fanger opp. Lydopptak som informasjonsinnhenting fungerte bra. Jeg valgte lydopptak av helklassesamtalen, noe som førte til at jeg kun får med det som skjer i helklassesamtalen og den gruppa som sitter nærmest lydopptakeren. Ved å velge flere lydopptakere (en på hver gruppe), har en mulighet til å velge om dette er av interesse for videre analyse. Det at jeg kun hadde en lydkilde, gjorde at jeg bare hadde observasjonsnotatene og denne lyd-kilden til å analysere fra

klassesituasjonen. Jeg ville vurdert å bruke flere lydtkilder ved neste mulighet. Et annet grep som kunne vært gjort, var å intervju noen elever. Intervjuet kunne ha vært til støtte, og for å høre deres opplevelse av læreren og læringssituasjonen.

5.5 Avslutning

Avslutningsvis synes jeg at rammeverkene til Schoenfeld (2014) og Drageset (2014), har vært nyttige rammeverk i analysen av datamaterialet mitt. Disse rammeverkene tar for seg et bredt spekter av ulike måter lærerne kan drive gode matematiske samtaler med elevene. Da jeg analyserte dataene mine, fant jeg flere språklige metoder lærerne brukte. Metodene valgte jeg å plassere i rammeverket til Drageset (2014). Lærerne stilte mange spørsmål som utfordret elevene til å komme med argumentasjon, begrunnelse, og forklaringer på valgte løsninger. For å svare på forskningsspørsmålet om hvordan lærerne legger til rette for læringsaktiviteter, og hvilken rolle lærerne har i helklassesamtalen, må jeg støtte meg til både Schoenfeld (2014) og Drageset (2014) sine rammeverk. Læringsaktivitetene som lærerne brukte i denne studien var mange. De brukte rike oppgaver, noe som ga elevene mulighet til å være i utforsker fasen. Samtidig som oppgaven ga elevene denne muligheten, la også lærerne til rette for dette gjennom bruk av grupper, helklassesamtaler og ikke minst bruk av tid. Et fellestrekk ved begge undervisningssituasjonene, var at lærerne lot elevene få god tid til å tenke. Forskning har vist at mange lærere gir elevene for liten tid til å tenke, for at det skal foregå læring (Günay Bilaloğlu et al., 2017). En annen læringsaktivitet som lærerne brukte ofte, var innhenting og bearbeidelse av elevarbeid. Det å innhente og bearbeide elevarbeid kan sees på som en læringsaktivitet, men også en måte å stille spørsmål på som får frem elevenes tanker.

6 Konklusjon

I dette forskningsprosjektet ville jeg undersøke følgende forskningsspørsmål: *Hvilke læringsaktiviteter legger to lærere til rette for i matematikkundervisningen, og hvilken rolle har de i kommunikasjon med elevene? Hva kjennetegner deres kommunikasjon?* Slik spørsmålet er utformet, var formålet med studien å undersøke hvordan to lærere underviste. Håpet var å avdekke grep disse lærerne gjør for å få læring i matematikkundervisningen og se om disse grepene kunne knyttes til den matematiske helklassesamtalen. For å kunne svare på forskningsspørsmålet måtte jeg først få to lærere med på prosjektet, og få godkjenning av elevene som skulle være med. Det var en elev som ikke ønsket å være med, så denne klassen ble delt i to, hvor det kun var den ene gruppen som var med i undersøkelsen. Før undervisningen ble gjennomført hadde lærerne og jeg en planleggingsfase, hvor jeg var deltakende observatør. Deretter ble det gjennomført observasjon av to ganger 90 minutter undervisning (8. trinn og 9. trinn). Datamaterialet ble gjennomgått og analysert ved bruk av Schoenfeld (personlig kommunikasjon, 31.03.2020) og Drageset (2014) sine rammeverk. Gjennom dette studiet gjorde jeg funn i kategoriene læringsaktiviteter og samtaleverktøy. I kategorien læringsaktiviteter var det først valg av oppgave, så organiseringen av undervisningen gjennom bruk av tid, grupper, helklassesamtale, og elevarbeid. Tilslutt handlet det om bruken av verktøy lærerne brukte for å avdekke elevenes tenkemåter og strategier. Lærernes fokus var på elevenes fremgangsmåte, og det matematiske arbeidet. Funnet viser at lærerne ønsket at dette skulle bli delt gjennom helklassesamtalen. Så til forskningsspørsmålet: *Hvilke læringsaktiviteter legger to lærere til rette for i matematikkundervisningen, og hvilken rolle har de i kommunikasjon med elevene? Hva kjennetegner deres kommunikasjon?* Lærerne tok i bruk verktøy som rik oppgave, struktur, tid, elevarbeid og bruk av helklassesamtalen for å legge til rette for læring i matematikkundervisningen. Helklassesamtalensrolle var essensiell for å få frem elevarbeid. Med elevarbeid menes elevenes strategivalg, valg av representasjoner, bearbeidelse, og konvertering innenfor samme representasjon (Duval, 2006). Det som kjennetegner kommunikasjonsformen som lærerne brukte, var at kommunikasjonen foregikk i fellesskap, elevenes stemme ble hørt og verdsatt, samtidig som elevenes påstand ble bygget videre på av både elever og lærer. Lærerne brukte kommunikasjonsform som både var på formen fremdrift og fokus. Elevenes arbeid var også essensielt for at det skulle foregå læring i matematikkundervisningen. Franke et al. (2007) beskriver hva som må til for å oppnå matematisk forståelse blant elevene, noe som min forskning viste at undervisningssituasjonene med høy score inneholdt:

«Developing mathematical understanding requires that students have the opportunity to present problem solutions, make conjectures, talk about a variety of mathematical representations, explain their solution processes, prove why solutions work, and make explicit generalizations.» (Franke et al., 2007, s. 230)

Avslutningsvis vil jeg poengtere at det er måten lærerne tar i bruk de ulike grepene som er avgjørende, som sitatet fra Eleanor Doan;

«Good tools do not make good teacher, but a good teacher makes good use of tools» (Democratizing Higher Education, 2015, s. 6)

Referanser

- Aasen, A. M., Nordahl, T., Mælan, E. N., Drugli, M. B. & Myhr, L. A. (2014). *Relasjonsbasert klasseledelse : et komplekst fenomen*. Elverum: Høgskolen i Hedmark.
- Black, P. & Wiliam, D. (2010). Inside the Black Box: Raising Standards through Classroom Assessment. *Phi Delta Kappan*, 92(1), 81-90. <https://doi.org/10.1177/003172171009200119>
- Blanton, M. L. (2008). *Algebra and the elementary classroom : transforming thinking, transforming practice*. Portsmouth, N.H: Heinemann.
- Botten, G. (2016). *Matematikk med mening : mening for alle*. Bergen: Caspar forl.
- Brandtzæg, I. (2016). *Se eleven innenfra : relasjonsarbeid og mentalisering på barnetrinnet*. Oslo: Gyldendal akademisk.
- Børresen, B. (2019). *Samtaler i klasserommet*. Oslo: Pedlex.
- Cazden, C. B. (1988). *Classroom discourse : the language of teaching and learning*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Chapin, S. H. (2009). *Classroom discussions : using math talk to help students learn, grades K-6* (2nd ed. utg.). Sausalito, Calif: Math Solutions.
- Cummins, C. (2013). Using Technology to make a Difference. *Reading Today*, 30(5), 2-4. Hentet fra <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=a9h&AN=87064628&site=ehost-live>
- Democratizing Higher Education*. (2015). New York and London: Routledge.
- Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions—a framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 85(2), 281-304. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9515-1>
- Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *An International Journal*, 61(1), 103-131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Dysthe, O. (2001). *Dialog, samspel og læring*. Oslo: Abstrakt forl.
- Dysthe, O. (2008). Klasseromsvurdering og læring. *Bedre skole*, (4), 16-23.
- Fjørtoft, H. & Sandvik, L. V. (2016). *Vurderingskompetanse i skolen : praksis, læring og utvikling*. Oslo: Universitetsforl.
- Flick, U. (2015). *Introducing research methodology : a beginner's guide to doing a research project* (2nd ed. utg.). Los Angeles, Calif: SAGE.
- Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. (2016). Oslo: De nasjonale forskningsetiske komiteene.
- Franke, M. L., Kazemi, E. & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 225-256.
- Given, H., Kuh, L., Leekeenan, D., Mardell, B., Redditt, S. & Twombly, S. (2010). Changing School Culture: Using Documentation to Support Collaborative Inquiry. *Theory into Practice*, 49(1), 36-46.
- Günay Bilaloğlu, R., Aktaş Arnas, Y. & Yaşar, M. (2017). Question types and wait-time during science related activities in Turkish preschools. *Teachers and Teaching*, 23(2), 211-226. <https://doi.org/10.1080/13540602.2016.1203773>
- Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem : inspiration till variation*. Stockholm: Liber.
- Hansen, J. T. & Nielsen, K. (1999). *Stilladsering : - en pædagogisk metafor*. Århus: Klim.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (2013). *Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis*.
- Hinna, K. (2011). *QED 5-10 : matematikk for grunnskolelærerutdanningen : B. 1*. Kristiansand: Høgskoleforl.

- Imsen, G. (2005). *Elevers verden : innføring i pedagogisk psykologi* (4. utg. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- João Pedro da, P. & Marisa, Q. (2016). Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. *Educational Studies in Mathematics*, 93(1), 51-66. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9681-z>
- Johannessen, A. (2011). *Forskningsmetode for økonomisk-administrative fag* (3. utg. utg.). Oslo: Abstrakt forl.
- Johannessen, L. E. F., Rafoss, T. W. & Rasmussen, E. B. (2018). *Hvordan bruke teori? : nyttige verktøy i kvalitativ analyse*. Oslo: Universitetsforl.
- Johnsen-Høines, M. & Herheim, R. (2016). *Matematikkamtaler : undervisning og læring - analytiske perspektiv*. Bergen: Caspar forl.
- Kathryn, R. W. G. R. (2016). *Handbook of Social Influences in School Contexts: Social-Emotional, Motivation, and Cognitive Outcomes* Routledge Ltd - M.U.A.
- Kazemi, E. (2014). *Intentional talk : how to structure and lead productive mathematical discussions*. Portland, Me: Stenhouse Publishers.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up : helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B., Mathematics Learning Study, C. & National Research Council Center for Education, D. o. b. a. s. s. e. (2001). *Adding it up : helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Kvale, S. B., Svend. (2017). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg., 3. oppl. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.
- Langer, J. A. (2001). Beating the Odds: Teaching Middle and High School Students to Read and Write Well. *American Educational Research Journal*, 38(4), 837-880. <https://doi.org/10.3102/00028312038004837>
- Lester, F. K. (1994). Musings about Mathematical Problem-Solving Research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660.
- Matsumoto, D., Xu, H. & Takeno, J. (2018). Simulation of the Cognitive Process in Looking at Rubin's Vase. *Procedia Computer Science*, 123, 265-270. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.01.041>
- Merriam, S. B. E. J. T. (2016). *Qualitative research : a guide to design and implementation* (Fourth edition. utg.). San Francisco, Calif: Jossey-Bass.
- Nassaji, H. & Wells, G. (2000). What's the use of 'triadic dialogue'? : an investigation of teacher-student interaction. *Applied Linguistics*, 21(3), 376-406.
- Norsk akademisk ordbok. Hentet fra <https://naob.no/ordbok/fasilitator>
- Ong, J. (2019). A Case Study of Classroom Discourse Analysis of Teacher's Fronted Reading Comprehension Lessons for Vocabulary Learning Opportunities. *RELC Journal*, 50(1), 118-135. <https://doi.org/10.1177/0033688217730138>
- Peressini, D. & Knuth, E. (2000). The Role of Tasks in Developing Communities of Mathematical Inquiry. *Teaching Children Mathematics*, 6.
- Pólya, G. (1957). *How to solve it : a new aspect of mathematical method* (2nd ed. utg.). Garden City, N.Y: Doubleday.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode : en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg. utg.). Oslo: Universitetsforl.
- Postholm, M. B. (2012). *Læreres læring og ledelse av profesjonsutvikling*. Trondheim: Tapir akademisk forl.
- Robson, C. (2016). *Real world research : a resource for users of social research methods in applied settings* (4th ed. utg.). Chichester: Wiley.
- Rowe, M. B. (1986). Wait Time: Slowing Down May Be A Way of Speeding Up! *Journal of Teacher Education*, 43-50. <https://doi.org/DOI: 10.1177/002248718603700110>
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 334370.

- Schoenfeld, A. H. (2014). What Makes for Powerful Classrooms, and How Can We Support Teachers in Creating Them? A Story of Research and Practice, Productively Intertwined. *Educational Researcher*, 43(8), 404-412. <https://doi.org/10.3102/0013189x14554450>
- Schoenfeld, A. H. (2016a). An Introduction to the Teaching for Robust Understanding (TRU). *Framework*. Berkeley, CA: Graduate School of Education. Hentet fra <http://map.mathshell.org/trumath.php>
- Schoenfeld, A. H. (2016b). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1-38. <https://doi.org/10.1177/002205741619600202>
- Schoenfeld, A. H. (2016c). The Teaching for Robust understanding (TRU) Observation Guide for Mathematics. A Tool for Teachers, Coaches, Administrators and Profesional learning Communities, 5th. Hentet fra https://www.map.mathshell.org/trumath/tru_observation_guide_math_v5_20161125.pdf
- Skemp, R. R. (1978). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *The Arithmetic Teacher*, 26(3), 9-15.
- Stein, M., Engle, R., Smith, M. & Hughes, E. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 313.
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitative metoder* (5. utg. utg.). Bergen: Fagbokforl.
- UDIR. (2006). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet* (Midlertidig utg. juni 2006. utg.). Oslo: Kunnskapsdepartementet ; Utdanningsdirektoratet.
- UDIR. (2016). TIMSS 2015 Hovedresultater. Hentet fra https://www.udir.no/contentassets/7b41d7e958ad41cc8596f58dfd4838d1/timss_2015_hovedresultater.pdf
- UDIR. (2017). Rammeverk for grunnleggende ferdigheter. Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/rammeverk/rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/>
- Wood, T., Williams, G. & McNeal, B. (2006). Children's mathematical thinking in different classroom cultures. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37, 222-255. <https://doi.org/10.2307/30035059>
- Wæge, K. (2015). Samtaletrekk - redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten*, 26(2), 22-27.
- Wæge, K. & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Oslo: Universitetsforl.
- Yang, Y., & Ricks, T. E. . (2013). Chinese lesson study: Developing classroom instruction through collaboration in school-based Teaching Research Group activities. I *Chinese lesson study: Developing classroom instruction through collaboration in school-based Teaching Research Group activities* (s. p 51-65). New York, NY: Routledge.

Vedlegg

Vedlegg 1 Eplehagen

Eplebonden Kåre



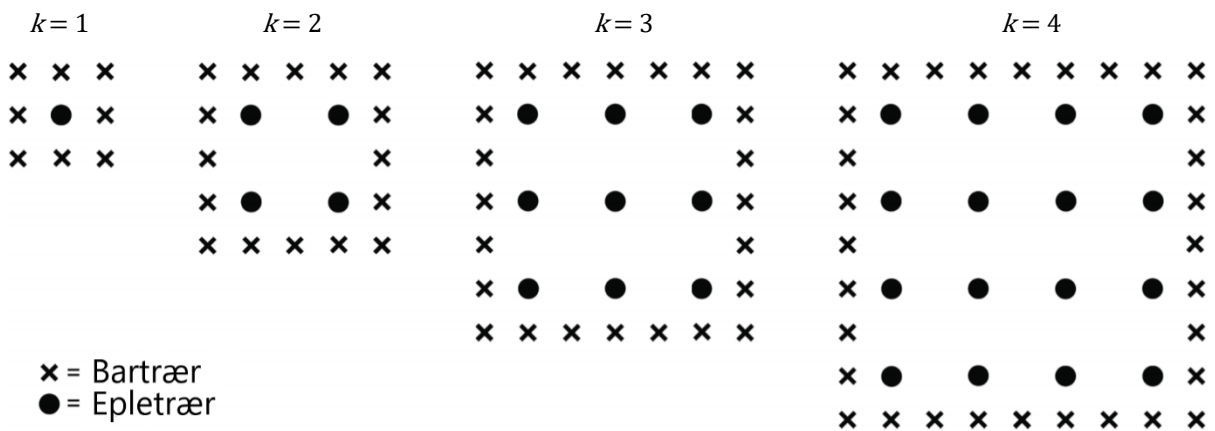
Før informasjonen om Eplehagen ble gitt – ble denne figuren vist:



Hva ser dere her?

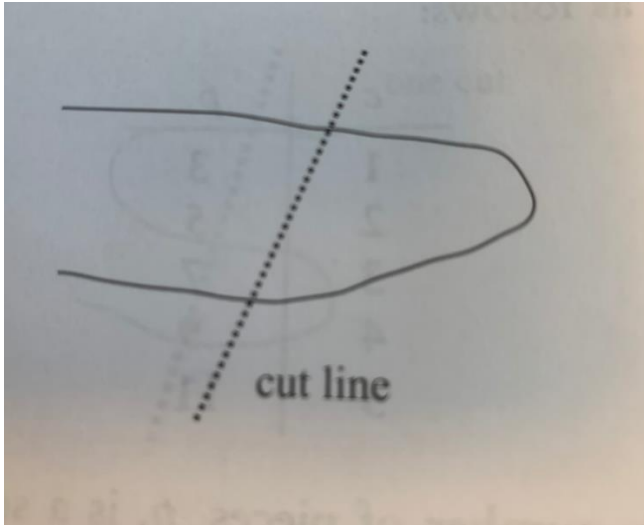
Kåre skal anlegge ny eplehage. Værhardt som det er ønsker han å anlegge den nye hagen som et kvadrat med bartrær ytterst for å skjerme epletrærne mot vær og vind.

Under har Kåre illustrert hva slags mønster han ser for seg at han kan anlegge eplehagen etter.



1. Hvordan ser du mønsteret vokse?

Vedlegg 2 Tauoppgaven



Figur 8 Tauoppgaven hentet fra Blanton "cutting string" s 163

Dette undervisningsopplegget er delvis hentet fra Maria L. Blantons bok *Algebra and the elementary classroom* (Blanton, 2008, s. 163).

Brett en tråd slik at det lager en bue (se bilde).

Klipp over med saksen din – hvor mange tråd-deler har du nå?

Brett en ny tråd på samme måte som over. Nå skal du klippe 2 kutt.

Hvor mange deler har du nå?

Gjenta dette for 3,4 og 5 kutt – hvor mange deler får du etter de ulike kuttene?

Hvor mange deler får du hvis du kutter 20 ganger?

Hvor mange deler får du hvis du kutter 100 ganger?

Tilleggsoppgave: Blanton «cutting string» side: 165 (Blanton, 2008, s. 165)

Vedlegg 3 Samtykkeerklæring lærer og elev

Samtykke til deltakelse i studien

Lærers samtykkeskjema

Jeg bekrefter med dette at jeg har lest informasjonsskrivet og samtykker i å bli observert i 4-6 undervisningstimer.

Navn: _____

Jeg samtykker i at (kryss av alle boksene)

- Det blir gjort lydopptak av meg i planleggingsfasen av undervisningsopplegget. Det vil bli foretatt en transkripsjon og analysing av lydopptaket. Sitater fra meg som lærer blir anonymisert, og slettet etter endt prosjekt. Jeg vil ikke kunne identifiseres i forskningsprosjektet.
- Det vil bli tatt lydopptak av undervisningen som jeg leder, og det vil bli foretatt en transkripsjon og analysing av lydopptaket. Sitater fra meg som lærer blir anonymisert, og slettet etter endt prosjekt. Jeg vil ikke kunne identifiseres i forskningsprosjektet.
- Det blir gjort lydopptak av meg i gruppeintervjuet som jeg deltar i, og det vil bli foretatt en transkripsjon og analysing av lydopptaket. Sitater fra meg som lærer blir anonymisert, og slettet etter endt prosjekt. Jeg vil ikke kunne identifiseres i forskningsprosjektet.

Sted: _____

Dato: _____

Underskrift:

Tusen takk!

Samtykke til deltakelse i studien

Foreldres samtykkeskjema

Jeg bekrefter med dette at jeg har lest informasjonsskrivet og samtykker i at mitt barn deltar i aktiviteter knyttet til forskningsprosjektet.

Barnets

navn: _____

Klasse: _____

Jeg samtykker i at (kryss av)

Det vil bli tatt lydopptak av undervisningen som mitt barn deltar i, og det vil bli foretatt en transkripsjon og analysing av lydopptaket. Sitater fra mitt barn blir anonymisert, og slettet etter endt prosjekt. Mitt barn vil ikke kunne identifiseres i forskningsprosjektet.

Sted: _____

Dato:

Underskrift foreldre/foresatt:

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

«Masterstudie i bruk av helklassesamtaler»

Bakgrunn og formål

Jeg studerer ved NTNU i Trondheim. Skoleåret 2019/2020 skal jeg gjennomføre et masterprosjekt som omhandler matematikkundervisningen i klasserommet.

Målet med masterprosjektet er å undersøke om bruk av matematiske helklassesamtaler engasjerer elever og hvilke grep lærerne bruker for å oppnå dette.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Deltakelse i studien innebærer å bli observert i flere undervisningssituasjoner hvor hele klassen er tilstede. Det vil bli foretatt video- og lydopptak, samt feltnotater. Det er lærerens undervisningspraksis som vil være i fokus.

Informasjonen om deg

Alle personopplysninger behandles konfidensielt. Det er kun meg, samt veileder Siri-Malen Høines som har tilgang til opptakene.

All data som publiseres er anonymisert slik at det ikke kan knyttes til enkeltdeltakere. Datamaterialet lagres på en kryptert minnepenn som låses inn i et skap hvor kun jeg har tilgang. Alt av datamaterialet slettes når prosjektet avsluttes 05.12.2020.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.

Dersom du har spørsmål, ta kontakt med meg på e-post:

Beate Schrader Bordal: Beatebo@mosseskolen.no

Studien er godkjent av Personvernombudet for forskning NSD -

NSD MELDESKJEMA FOR BEHANDLING
AV PERSONOPPLYSNINGER

Vedlegg 4 Godkjenning fra NSD



NSD sin vurdering

Prosjekttittel

Erfaringsbasert master i lærerspesialist

Referansenummer

665107

Registrert

11.09.2019 av Beate Schrader Bordal - beatesb@stud.ntnu.no

Behandlingsansvarlig institusjon

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet NTNU / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) / Institutt for lærerutdanning

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Siri-Malen Høyenes, siri.m.hoyenes@ntnu.no, tlf: 73412621

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Beate Schrader Bordal, Beatebo@mosseskolen.no og Beatesb@stud.ntnu.no, tlf: 004745297241

Prosjektperiode

16.09.2019 - 05.12.2020

Status

27.09.2019 - Vurdert

Vurdering (1)

27.09.2019 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 27.09.2019, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: https://nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 05.12.2020.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om ogsamtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte ogberettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante ognødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for åoppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Ettersom det skal brukes private enheter til behandling av personopplysninger, forutsetter vi at behandlingen er i tråd med institusjonens retningslinjer for bruk av private enheter til behandling av personopplysninger.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Jørgen Wincentsen

Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

Vedlegg 5 Intervjuguide

Tusen takk for at dere har stilt opp i dette lille forskningsprosjektet. I dette intervjuet vil jeg, Beate, bruke navnene Pål og Mari. Jeg ønsker at dere også skal bruke det hvis dere henvender dere til hverandre.

Jeg vil stille spørsmål til dere slik at vi blir litt kjent med dere, slik som hva slags fag dere underviser i osv. Så kommer jeg til å stille litt spørsmål rundt det å undervise i matematikk, jeg ønsker at dere skal fortelle litt om deres erfaringer fra undervisningssituasjonen som ble gjort med opptak, jeg har noen oppfølgingsspørsmål til noe av det som dere/jeg opplevde i undervisningen.

Det er viktig og fint for meg at dere stiller opp til dette intervjuet, slik at vi kan se på hvordan undervisningen gikk, hva dere eventuelt ville gjort annerledes, hvorfor dere ville endret på noe hvis det var tilfelle. Dere vil få lese transkriberingen når den er ferdig. Jeg skal bruke intervjuet til å underbygge analysen som gjøres av undervisningen. Opptaket blir beholdt på til masteroppgaven er vurdert på NTNU, og opptaket vil da bli slettet.

Dere kan når som helst si ifra hvis dere vil at vi skal avslutte opptaket.

Intervjuet tenker jeg vil vare ca. en time (Johannessen, Christoffersen, & Tufte, 2010, p. 141)

Fakta spørsmål:

Jeg lurer på hvilke fag dere underviser i, hvor lenge dere har vært lærere og undervist? Hva trinn har dere undervist på?

Introduksjonsspørsmål:

Hvordan pleier en vanlig matematikktime å se ut i ditt klasserom?

Nøkkelspørsmål:

Pål, la oss snakke litt om undervisningsøkten med Eplehagen. Kan du fortelle om din opplevelse av den?

Hvordan fungerte samtaletrekkene til denne økten?

Var det noen situasjoner du vil trekke frem?

Oppfølgingsspørsmål hvis de ikke nevner det: *Hvor mange elever tror dere var faglige aktive i timene deres?*

Pål: Dere hadde designet undervisnings-oppleggende dere brukte sammen. Hva gjorde det med undervisningen og hvordan du gikk frem når de ulike innspillene fra elevene oppsto?

Pål, din gruppe kom inn på ulike trekkanter, kvadrater, kube, symmetri osv. Hva tenkte du om det?

Her er et utdrag fra begynnelsen av fagsamtalen

5. Kadri: *Vi tenkte først at det kunne være et kvadrat, og så nevnte noen at det kanskje kunne være en kube, så tenkte vi litt på tripp trapp tresko og sånn.*

6. Pål: *Hmm, så du sier at dette kunne ligne på et kvadrat og en kube? Kan du utdype, hva er et kvadrat? Hvorfor sier du at det er et kvadrat?*

7. Kadri: *Alle sidene består av x'er*

8. Pål: *Så det du sier er at kvadrater, der sidene er like lange? Hva annet kjenner tegner et kvadrat, siden du er inne på et kvadrat?*

9. Kadri: *Alle vinklene er like store*

10. Pål: *Hmmm, så sa du at dette kunne minne om en kube. Hvis jeg spør dere andre i gruppa f.eks hmm, er dere enig i det?.. Hva er en kube egentlig?*

Har du Pål, noen kommentarer til dette utdraget?

Mari? – Gjør du deg opp noen tanker når du hører dette utdraget?

Oppfølgingsspørsmål – hvis det ikke nevnes. Hva gjorde at du valgte å ta tak i ordet kube?

Nå skal jeg lese opp litt fra en sekvens ca. 30 minutter ut i timen og vi er fortsatt i problemet Eplehagen:

115. Kåre: *Vi gjorde ganske det samme, vi- altså eple trærne vokser i kvadrattall og.*

116. Pål: *Eple trærne vokser i kvadrattall, hvordan så dere det?*

117 Kåre: *Vi så det med engang*

118. Pål: *Dere så det med engang*

119. Kåre: *og vi så ganske med engang atte bartrærne vokser med åtte, åtte*

120. Pål: *Åssen så dere det da?*

121. Kåre: *Jeg husker ikke helt, Gunnar vet det helt sikkert*

122. Gunnar: *Vi så først at det første doblet seg, hmmm og den første er jo åtte, og da ble den neste 16, så prøvde vi å doble den andre, men da ble det litt for høyt tall, så da la vi heller til samme antall x'er, så da fikk vi pluss åtte, pluss åtte fremover.*

123. Pål: *Så dere prøvde dere frem, først så prøvde dere å doble og doble igjen, men så funka det ikke så bare la dere til det samme antallet?*

124. Gunnar: *Hmmm*

Mari, har du noen kommentarer til dette utsnittet av dialog?

Pål, kan du fortelle noe om dette utsnittet?

Hva var årsaken til at du ønsket å vite hva elevene hadde tenkt?

Litt senere i undervisningsøkten om Eplehagen oppsto det en samtale mellom deg Pål, og Jens. Jens står ved tavlen og skal regne ut den tiende figuren, da skjer dette:

242. Jens: Men hvis du bruker den formelen da, så blir det åtte ganger ti som er åtti pluss ti opphøyd i andre som er hundre. Så da blir det flere inni enn rundt..

Hva tenkte du da Jens sa dette?

Kadri og andre elever skjønner at Jens sliter med å forstå at det plutselig blir et høyere tall inni figuren (epletrær) enn rundt(bartrær). Da oppstår denne samtalen:

244. Kadri: Det er jo bare sidene av de hundre, det er ting inni også så det trenger ikke være flere utenpå enn inni, siden det er bare sidene, hvis du skjønner

245. Pål: Ja, jeg er enig og skjønner hva du tenker, bartrærne er bare det som er rundt. Var det det du tenkte på?

246. Jens: Jeg skjønnte ikke helt jeg?

247. Pål: En gang til Kadri

248. Kadri: En gang til ja, Det går jo an at det er flere inni enn utenpå, fordi det er bare, epletrærne da de er inni også, også er de på siden. Sånn atte, jeg vet ikke hvordan jeg skal forklare det

249. Jens: At de går utenfor for å si det sånn?

250. Tiril: Det er liksom et fylt kvadrat, mens det andre er bare rundt.

Elevene responderte på at Jens uttrykte gjennom kroppsspråket at han ikke forstod sammenhengen og tok tak i det. Hva tenker dere kan være årsaken til at det skjer?

Oppfølgingsspørsmål: tror du det kan ha en sammenheng med et trygt klasserom og gode relasjoner?

Nå må vi snakke litt om Tau oppgaven Mari. Kan du fortelle om din opplevelse av den?

Hvordan fungerte samtaletrekkene til denne økten?

Er det noe, eller noen situasjoner i undervisningsøkten som du vil trekke frem?

Jeg har funnet noen utdrag fra denne undervisningsøkten også:

51. Kari: Vel, jeg sa ikke noe spesielt jeg, men hvis man tar så blir det tre, også blir det fem også blir det, assa man legger til to for hver gang. Sånn går det nedover. Det er oddetall

52. Mari: Det er oddetall ja. Oddetall. Hva var oddetall for noe? Bare fortsett.

53. Kari: Det er det som ikke, det er, man kan ikke dele det på to, for da, jeg husker ikke navnet på det, men det er det med komma.

54. Mari: Det blir en til overs liksom, en for mye? Det blir et desimaltall. Dere har også tenkt at det blir lagt til to for hvert klipp.

Hva tenker du om denne dialogen?

Noe som kommer fram som du synes er interessant?

Oppfølgingsspørsmål: Hva var årsaken til at du ville få frem hva oddetall var?

Nå har vi kommet ca. 30 minutter ut i økten – og da får vi denne dialogen:

63. Ella: Ehh, vi tenkte hvis du klippte tråden så klippte du over to tråder

64. Mari: Hmmm, at det går opp med to hver gang? Hmm. Skal vi se, hva tenkte dere? (*lærer peker på ny gruppe*). At det økte med to for hver gang?

65. Elev: ja

66. Mari: hmm, ehh, skal vi se. Hva tenkte dere? (*lærer peker på ny gruppe*)

67. Eli: ja, altså antall klipp ganger to pluss en

68. Mari: La meg skrive (*lærer skriver på tavla*). Vi har antall klipp ganger to pluss en. Da får man er lik ikke sant, antall biter. Hysj. Da nærmer vi oss det vi kaller for en formel. Vil jeg vel si, det som blir presentert her. Det som oppsummerer det dere andre har sagt og allerede funnet ut. Både ved hjelp av antall klipp og opptelling, ehh og det å legge til to for hver gang. (*lærer skriver på tavla*) Vi kan si $k \cdot 2 + 1 = b$ for biter. Siv?

Hva tenker du om denne samtalen Mari?

Pål, har du noen kommentarer?

Det var snakket om oddetall tidligere i timen, hva tenker du om sammenhengen mellom oddetall og denne formelen som passer til Tau-oppgaven?

Hvor egnet synes dere oppgavene deres var, når fokuset skulle være på samtaletrekkene?

Hvis dere skulle undervist en gruppe til med samme type oppgave, hva ville dere gjort med oppgaven og hvorfor?

Hva er årsaken til at dere vil bruke samtaletrekkene i klassesamtaler/fagsamtaler?

Tusen takk for at dere var med på dette, jeg har lært masse av å se på hvordan elevene deres jobber og hvor viktig lærerrollen er. Dere har vært fantastiske å jobbe med, fordi dere er så interesserte og bruker mye tid sammen med meg. Takk

