Anne-Lene Schjølberg og Ina Estensen Solli

Utfordringer i modelleringsprosessen

En kvantitativ undersøkelse av lærernes oppfatning om elevenes utfordringer under arbeidet med matematisk modellering

Masteroppgave i Master i lærerspesialist, Matematikk 8.-10.trinn

Veileder: Hermund André Torkildsen

September 2020

Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Anne-Lene Schjølberg og Ina Estensen Solli

Utfordringer i modelleringsprosessen

En kvantitativ undersøkelse av lærernes oppfatning om elevenes utfordringer under arbeidet med matematisk modellering

Masteroppgave i Master i lærerspesialist, Matematikk 8.-10.trinn
Veileder: Hermund André Torkildsen
September 2020

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Denne studien har undersøkt hva lærerne opplever som vanskelig når de jobber med matematisk modellering i klasserommet. Formålet med studien er å bidra til mer kunnskap om læreres utfordringer når elevene jobber med modelleringsoppgaver. Vi ønsker å bidra til innsikt i hva lærerne selv mener og uttrykker er utfordrende i en modelleringssyklus når de skal igangsette, støtte og veilede elevenes prosesser, læring og selvstendig tenkning. Denne undersøkelsen kan brukes når man underviser lærerstudenter i matematisk modellering og når man skal utarbeide modelleringsoppgaver med instruksjoner og veiledning til gjennomføring. Den kan også brukes når lærere skal drøfte undervisningsopplegg om matematisk modellering og som hjelp til den enkelte lærer for å bli bevisst på hva som kan være vanskelig når man jobber med matematisk modellering i skolen. Studiens problemstilling er: *Hva mener lærere er mest utfordrende i en modelleringssyklus når elevene jobber med en modelleringsoppgave i matematikkfaget?*

Studien har benyttet kvantitativ metode. Etter et systematisk søk med utgangspunkt i modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007), kom vi frem til 40 ulike utsagn som danner grunnlaget for videre datainnsamling. Tre grupper med lærere sammenlignet parvise utsagn om matematisk modellering, der de hele tiden skulle velge det vanskeligste utsagnet. Sammenligningen fant sted i programmet NoMoreMarking. Hver lærer gjennomførte sammenligningen individuelt, og hvilke utsagn den enkelte lærer sammenlignet ble valgt ut av programmet. Totalt ble de 40 utsagnene sammenlignet og vurdert over 1000 ganger. Da alle lærerne var ferdig med å sammenligne fikk vi frem en Rasch-modell, der alle sammenligningene var verdisatt fra null til hundre.

Reliabiliteten, validiteten og infitverdiene har blitt studert nærmere for å analysere og tolke datamaterialet. I tillegg har vi sett på sentralmål og lagd boksplott til hver kategori. Boksplotten indikerte mulige signifikante forskjeller mellom kategoriene. Derfor ble også datamaterialet analysert ved hjelp av den statistiske testen ANOVA, i SPSS. Testen kunne ikke konkludere med om datamaterialet var statistisk signifikant.

I vår undersøkelse har kategori 6 *Validere løsningen* fått den høyeste gjennomsnittsverdien. Undersøkelsen antyder at å validere løsningen blir regnet som den vanskeligste delprosessen i en modelleringssyklus når elever jobber med matematisk modellering. Selv om det ikke var statistisk signifikante forskjeller mellom kategoriene, viser studien at utsagnene i seg selv får en tilfredsstillende infitverdi og utsagn fra flere kategorier får en høy verdi og blir vurdert som vanskelige.

Abstract

The study is a research of what teachers find most difficult when working with mathematical modelling in the classroom. The purpose of the study is to contribute to more knowledge about teachers' challenges when students work with modelling tasks. The study contributes to insight into what teachers think are challenging when starting and supporting students' learning processes and their independent thinking in a modelling cycle. The study can be used when teaching students in teacher education about mathematical modelling and when planning modelling tasks and instructions. It can also be used when teachers discuss lesson plans in mathematical modelling or to make individual teachers more aware of challenges in working with this topic in schools. The thesis question is: *What do teachers find the most challenging in a modelling cycle when students work with a modelling task in mathematics?*

This is s quantitative study. After a systematic search using Blum & Leiß's (2007) modelling cycle as a starting point, we found 40 different statements that formed the basis for continuing the collection of data. Three groups of teachers compared paired statements about mathematical modelling, every time choosing the statement they believed to be the most difficult. The comparisons were made in the program NoMoreMarking. Each teacher carried out the comparisons individually, and the program chose which statements each teacher compared. In total, the 40 statements were compared and ranked over 1000 times. When all the teachers had conducted the comparisons, we ended up with a Rasch-model where the comparisons received scores from zero to one hundred.

We have studied the reliability, validity and infit values more closely to analyze the data. In addition, we have looked at average scores, median and range of variation and made a boxplot for each category. The boxplot indicated possible significant differences between the categories. Because of this, the data were also analyzed using the statistical test ANOVA in SPSS. The test could not conclude whether or not our data were statistically significant.

In the present study, category 6, validate the solution, has the highest average score. The research implies that validating the solution is the most difficult part of the process when students work with mathematical modelling. Even though there were no statistically significant differences between the categories, the research shows that the statements in themselves get a satisfactory infit value, and statements from several categories get a high score and are considered difficult.

Forord

Denne masteroppgaven er gjennomført ved NTNU i 2019-2020, og vi avslutter lærerspesialistutdanningen i matematikkdidaktikk med denne oppgaven om matematisk modellering. Matematisk modellering var noe vi hadde mindre kjennskap til da vi begynte på lærerspesialistutdanningen, og vi hadde faget *Matematisk modellering – et verktøy i undervisningen* i studieåret 2018-2019. Lærerspesialistutdanningen ved NTNU har nok ført til at vi har gjennomgått en bevisstgjøringsprosess på flere områder når det gjelder matematikk, matematikkdidaktikk og egen undervisningspraksis. Ordtaket *«Jo mer man lærer, desto bedre forstår man hvor lite man vet»,* kan nok være en god beskrivelse av våre tanker og erkjennelser gjennom studiet.

Det har vært utfordrende og lærerikt, og alt har ikke gått helt på «skinner». Vi hadde blant annet ikke regnet med Covid-19 og nedstengning av skoler og samfunn, det var noen uker der som masteroppgaven måtte «hvile», mens vi kombinerte jobb som digitale lærere med hjemmekontor for egne elever og familiære forpliktelser. Vi ønsker å takke NTNU som tilrettela og utsatte frister på grunn av epidemien.

Vi ønsker å takke vår veileder Hermund som sa ja til å følge oppgaveskrivingen og veilede oss i et lengre tidsrom enn det vi kunne kreve. Han har «fulgt» oss gjennom hvert eneste kapittel i denne oppgaven, og gav oss tips og råd underveis i skrivingen.

Vi ønsker også å takke alle lærerne som ville være med å bidra som informanter i denne undersøkelsen.

Takk til UDIR og Færder kommune som har støttet oss økonomisk, så vi hadde bedre tid til å fordype oss og være studenter.

Vi ønsker også å takke egen arbeidsplass som har tilrettelagt for at vi kunne dra på samlinger, skrive oppgave og ta eksamen.

Vi må takke våre korrekturlesere: Ole Henrik von Munthe af Morgenstierne, Tiril Smerud Finnanger og Heidi Dickinson.

Til slutt må vi takke familie, venner og kollegaer som har holdt ut med oss når tiden og fokuset har vært på masteroppgaven, og ikke på de andre forpliktelsene våre. Vi kommer nå sterkere tilbake (tror vi 😊).

Tjøme 02.09.2020

Anne-Lene Schjølberg og Ina Estensen Solli

Innhold

1 Innledning

Det er en internasjonal tendens at matematisk modellering og matematiske modeller har fått en mer markant plass i matematikkundervisningen, og matematisk modellering har blitt et viktig emne i fagutdannelser i matematikk løpet av de siste tiårene (Blomhøj, 2006; Blum, 2015). Matematisk modellering i undervisningssammenheng begynte med Henry Pollak i 1979 (Blum, 2015), men allerede i 1973 bemerket Freudenthal at det nok er en fornøyelse for matematikere å få jobbe med matematikkens egne systemer, men for alle andre er gleden meget større, hvis faget forbindes til en omverden (Freudenthal, 1973, s. 77). Til tross for at matematisk modellering har hatt, over en lengre tidsepoke, og fortsatt har, en sentral plass i utdanningsdebatten i faget matematikk er det et gap mellom et stadig voksende forskningsfelt innen matematikkdidaktikk og det som faktisk skjer i klasserommet (Blum, 2015; Blum, Galbraith, Henn & Niss, 2007; Maaß, 2006).

I Norge ønsker Kunnskapsdepartementet at matematikkundervisningen skal bevege seg bort fra den mer «tradisjonelle» lærersentrerte undervisningen, der tavleundervisning og individuell oppgaveløsning er fremtredende til en opplæring som er mer relevant for framtiden. Kunnskapsdepartementet har fornyet alle læreplanene (Fagfornyelsen av Kunnskapsløftet (LK20)) i grunnskolen og for videregående skole som er blitt tatt i bruk fra høsten 2020. Kunnskapsdepartementet begrunner fagfornyelsen med at det skal bli god sammenheng mellom formålsparagrafen, overordnet del og læreplan for fag, der målet er en mer framtidsrettet opplæring med bedre mulighet for dybdelæring og forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2019).

I den første setningen i ny læreplan for matematikk 1 – 10 står det (under fagrelevans og sentrale verdier) i LK20:

*Matematikk er eit sentralt fag for å kunne forstå mønster og samanhengar i samfunnet og naturen gjennom **modellering** og anvendingar* (Utdanningsdirektoratet, 2019).

Etter fagrelevans og sentrale verdier blir seks kjerneelementene i faget matematikk introdusert i fagfornyelsen av Kunnskapsløftet (LK20). Kjerneelementene skal vise den overordnede prioriterte retningen og innholdet for faget. De første fem beskriver arbeidsmåter, metoder og tenkemåter i matematikk, mens det sjette kjerneelementet (sentrale kunnskapsområder) skal elevene møte gjennom de fem første. *Modellering og anvendelse* er det andre kjerneelementet i faget, og i forklaringen på hva kjerneelementet innebærer står det følgende:

> *Ein modell i matematikk er ei beskriving av verkelegheita i matematisk språk. Elevane skal ha innsikt i korleis modellar i matematikk blir brukte for å beskrive dagleglivet, arbeidslivet og samfunnet elles. Modellering i matematikk handlar om å lage slike modellar. Det handlar og om å kritisk vurdere om modellane i lys av dei opphavelege situasjonane og vurdere om dei kan brukast i andre situasjonar. Anvendingar i matematikk handlar om at elevane skal får innsikt i korleis dei skal bruke matematikk i ulike situasjonar, både i og utanfor faget.* (Utdanningsdirektoratet, 2019)

Matematisk modellering handler blant annet om det å bruke matematikk for å løse problemer fra virkeligheten, og modellering som metode er nå en overordnet og prioritert retning i fagfornyelsen i faget matematikk. Det er nytt at modellering også eksplisitt er nevnt i kompetansemålene (4. og 10. trinn) for elevene på grunnskolen.

Det betyr at det er sterke signaler om at matematisk modellering er sentralt i elevenes opplæring fra sentrale styringsdokumenter og fra tidligere forskning, men Blum (2015) hevder at det er et gap mellom forskning, teori og sentrale styringsdokumenter på den ene siden og det som faktisk skjer i klasserommet på den andre siden.

I høringsdokumentet av fornyelsen av læreplaner i Kunnskapsløftet (LK20) står det at læreplanene skal bli gode verktøy for lærerne (Kunnskapsdepartementet, 2019), men om det vil oppleves av lærerne som gode verktøy gjenstår å se. Når det gjelder matematisk modellering hevder Blum & Ferri (2009) at det er krevende for både elevene og lærerne, og PISA-undersøkelsen viser at elever over hele verden har problemer med modelleringsoppgaver (Blum, 2015). Elevene har utfordringer når det gjelder å forstå situasjonen og løse problemer fra den virkelige verden. Ifølge Blum (2015) kan en av forklaringene være at mange elever/studenter har tilegnet seg en skolekunnskap som krever mindre innsats og forståelse i kontekstuelle oppgaver. Strategien kan dessverre ofte fungere overaskende godt, og går ut på at man ignorer konteksten, trekker ut data fra oppgaveteksten og beregner noe ut fra kjente algoritmer eller fremgangsmåter uten å validere løsningen (Blum, 2015; Blum & Ferri, 2009). Strategien vil ikke være hensiktsmessig i matematisk modellering og Blomhøj (2006) hevder det vil kreve målrettet pedagogisk innsats for å realisere matematisk modellering i klasserommet. Det kan bli en utfordring i det norske skolesystemet, og i det enkelte klasserom nå som modellering og anvendelse skal være en overordnet og prioritert retning i matematikkfaget.

Tidligere empiriske funn (Blømhøj, 2006; Blomhøj & Jensen, 2003; English, 2006) tyder på at modellering kan lærers, også i ung alder, men at læringen er avhengig av læringskonteksten og at modellering må lærers spesielt for å lykkes. Ifølge Blum (2015) er det viktig å jobbe med delkompetansene i en modelleringsprosess i tillegg til helhetlige modelleringsaktiviteter. Han hevder videre at det fortsatt er et åpent forskningsspørsmål hvordan denne balansen vil se ut. Modelleringsoppgaver har ofte en høy grad av kognitiv kompleksitet (Blum & Ferri, 2009). Det vil kreve undervisning av høy kvalitet, som innebærer at det må gjøres et større tilrettelagt arbeid sånn at matematisk modellering er tilgjengelig for elevene (Blum, 2015). Det er ikke tilstrekkelig å forberede lærere med opplisting av kjerneelementer og kompetansemål som inneholder modellering i ny læreplan (selv om det er et steg på veien) eller gi lærerne modelleringsoppgaver de kan bruke i klasserommet. De må selv lære og få erfaring med modelleringsoppgaver på egenhånd (Maaß, 2007), det vil si at opplæringen og kompetansehevinga som nåværende og kommende matematikklærer får på blant annet høgskoler og universitet, er viktig for å realisere ny læreplan i klasserommet (Maaß, 2007; Blum, 2015).

Formålet med vår undersøkelse er å bidra til mer kunnskap om læreres utfordringer i klasserommet når elevene jobber med modelleringsoppgaver. Bedre viten om hva lærerne selv mener og uttrykker er utfordrende i en modelleringssyklus når de skal igangsette, støtte og veilede elevenes prosesser, læring og selvstendig tenkning når de jobber med matematisk modellering. For å bidra med økt innsikt i hva lærere selv opplever som utfordrende med matematisk modellering i klasserommet, har vi gjennomført en kvantitativ spørreundersøkelse ved hjelp av metoden *Comparative Judgement.*

Vi ønsker å bidra til kunnskap i hva lærerne opplever som utfordrende i en læringssituasjon når elevene jobber med matematisk modellering i en sammensatt og kompleks læringsprosess på vei mot matematisk kompetanse. Vi har derfor stilt følgende forskningsspørsmål:

Hva mener lærere er mest utfordrende i en modelleringssyklus når elevene jobber med en modelleringsoppgave i faget matematikk?

For å svare på forskningsspørsmålet har vi valgt modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) som rammeverk. Ut fra denne har vi hentet de ulike kategoriene i vår undersøkelse. Modelleringssyklusen ble brukt som utgangspunkt da vi gjorde et systematisk litteratursøk. Ut fra funnene i dette søket fant vi ulike utsagn som vi plasserte inn i kategoriene med utgangspunkt i syklusen til Blum og Leiß (2007). Alle utsagnene ble lagt inn i programmet NoMoreMarking. Dette programmet lar deltagerne sammenligne utsagnene med metoden *Comparative Judgement.* Metoden går ut på at deltagerne favoriserer det ene utsagnet fremfor det andre. Etter mange ulike sammenligninger av utsagnene, gjort av flere forskjellige informanter endte vi opp med et resultat, en skala der utsagnene rangeres fra lavest til høyest vanskelighetsgrad (Jones, Swan & Pollitt, 2014).

Våre informanter, som har sammenlignet utsagnene, er 40 matematikklærere som underviser på 5 -10 trinn. De er i tillegg studenter og har dermed teoretisk og praktisk kompetanse i matematisk modellering. Disse lærerne har sammenlignet to og to utsagn, til sammen 27 sammenligninger fra ulike kategorier og steg i modelleringssyklusen. Ved hjelp av programmet *NoMoreMarking* har vi gjennomført over 1000 sammenligninger av 40 utsagn, og analysert og rangert ulike kategorier og steg i modelleringssyklusen som lærere selv anser som mest utfordrende når de jobber med matematisk modellering i klasserommet.

Oppgaven er bygget opp av fem overordnede kapitler. I innledningskapitlet forklarer og begrunner vi undersøkelsens hensikt, før vi i det etterfølgende kapittelet presenterer relevant teori om matematisk modellering. Her vil vi først gi en kort redegjørelse for sentrale begreper relatert til matematisk modellering og vårt forskningsspørsmål, videre vil vi beskriver ulike modeller for modelleringssyklusen før rammeverket vi har benyttet presenteres. Deretter vil vi beskrive matematisk modelleringskompetanse, og begrunne hvorfor matematisk modellering bør ha en plass i undervisningen. Til slutt i teorikapittelet vil vi gjør rede for tidligere relevant forskning på elevers og læreres utfordringer med matematisk modellering. Kapittel 3 tar for seg metode og valg for innsamling av data og analyse. I kapittel 4 blir resultatene fra datainnsamling lagt frem, før vi i kapittel 5 diskuterer egne funn ut fra vårt forskningsspørsmål og relevant teori. Til slutt beskriver vi noen begrensninger for vår undersøkelse og tanker om videre forskning før vi oppsummerer og avslutter.

2 Teoretisk perspektiver og rammeverk

I denne masteroppgaven undersøker vi hva lærere selv opplever som mest utfordrende i en modelleringssyklus når elevene jobber med matematisk modellering. Naturlig nok vil ulike aspekter ved modelleringssykluser og læreres utfordringer når elevene jobber med matematisk modellering ha hovedfokus i dette kapittelet. Sentrale begreper i undersøkelsen er modelleringssyklus og matematisk modellering. I dette kapittelet vil vi først gjøre rede for de sentrale begrepene som matematisk modellering, matematisk modell og modelleringssyklusen. Vi vil deretter presentere ulike syn og framstillinger av modelleringssyklusen, før vi går inn på modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007), som er det teoretiske rammeverket for undersøkelsen. Videre vil vi skrive om modelleringskompetanse, før vi vil prøve å etablere en forståelse av hvorfor det er viktig at elevene får ta del i modelleringsaktiviteter på skolen. Avslutningsvis vil vi presentere hva tidligere studier og forskning har kommet frem til når det gjelder utfordringer matematisk modellering byr på for elever og lærere.

2.1 Begrepsavklaring

Når vi i denne undersøkelsen skriver om modellering, er det matematisk modellering som er sentralt i denne oppgaven. Modell og modellering blir brukt i flere fagfelt og med ulik betydning (Jensen, 2007b). Matematisk modellering blir av Blum & Ferri (2009) beskrevet som prosessen man går igjennom når man oversetter fra den virkelige verden til matematikken, eller fra matematikken til den virkelige verden.

Blomhøj (2006) definerer en matematisk modell som en relasjon mellom visse trekk ved og oppfattelse av virkeligheten, og noen matematiske objekter og deres innbyrdes sammenheng. Matematisk modellering brukes til situasjoner der matematikken anvendes til å beskrive, beregne eller forklare forhold utenfor matematikken (Blomhøj, 2006). Ifølge Blum og Pollak (2018) innebærer det at man matematiserer den virkelige situasjonen eller problemet, ved å konstruere egnede matematiske modeller, tolke og validere resultatet av den matematiske modellen opp mot virkeligheten. Det betyr at det etableres en relasjon mellom matematiske utregninger og symboler som har direkte forbindelse til den aktuelle situasjonen fra den fysiske verden (Blomhøj, 2006).

I læreplanen (LK20) står det at en modell i matematikk er en beskrivelse av virkeligheten med matematisk språk. Felles for ulike forklaringer og definisjoner av matematisk modellering er at de sier noe om at man beskriver eller løser problemer fra den virkelige verden eller deler av den ved hjelp av matematikk. En matematisk modell er ikke det samme som modelleringssyklus, en modelleringssyklus er en idealisert modell for prosessen man gjennomfører når man jobber med en oppgave i matematisk modellering.

I oppgaven bruker vi også begrepene modelleringsprosess og modelleringssyklus om hverandre. Det er flere modeller, figurer eller illustrasjoner av en modelleringsprosess eller modelleringssyklusen der utgangspunktet er en situasjon fra den virkelige verden som en skal løse ved hjelp av matematikk (Blum & Ferri, 2009).

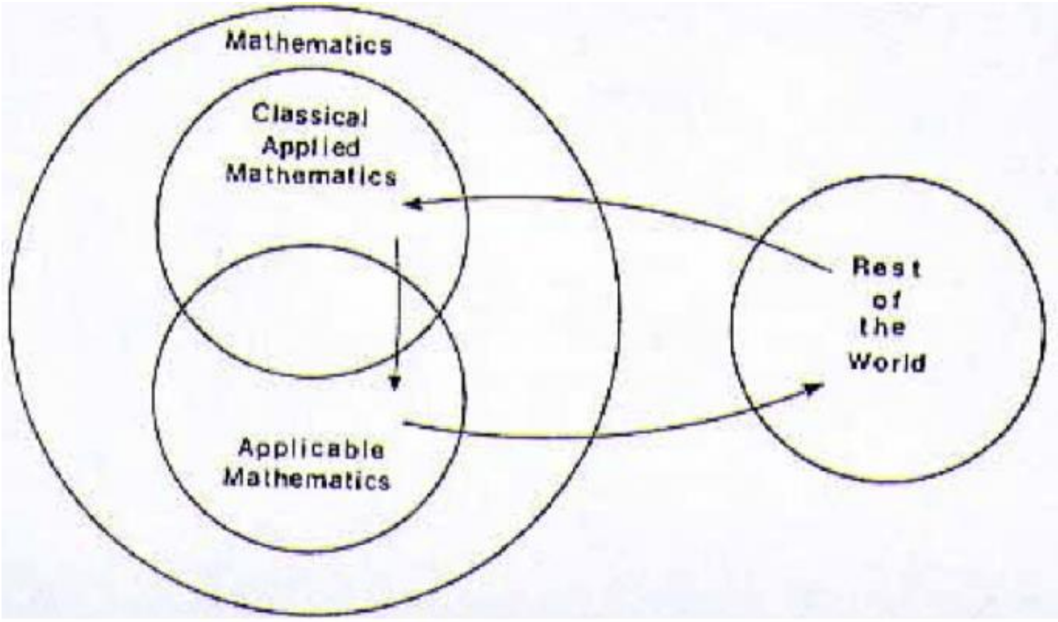
Modelleringsprosessen blir gjerne framstilt som en syklisk prosess, og det er enighet om at modelleringsprosessen er en slags syklus som starter og slutter med en problemsituasjon i det virkelige liv eller i en ikke-matematisk disiplin, og at det er en oversettelse av problemet til matematiske termer og løsninger (Perrenet & Zwaneweld, 2012). Blomhøy (2006) forklarer at en matematisk modelleringsprosess generelt kan beskrives og analyseres som en gjentagende prosess bestående av seks delprosesser: problemformulering, systematisering, matematisering, matematisk analyse, fortolkning og evaluering og validering. De seks delprosessene kan man finne igjen i mange av modellene for matematisk modellering, men en går ikke nødvendigvis gjennom de ulike delprosessene steg for steg når en skal løse et problem fra virkeligheten. Deltakerne må hele tiden evaluere, validere og eventuelt justere løsningen eller modellen en har kommet frem til eller brukt, og noen ganger må man gå flere «runder».

Modelleringsprosessen har gjennom årene gjerne blitt visuelt framstilt ved hjelp av modeller med ulik grad av detaljer og delprosesser. Vi vil i neste kapittel blant annet se på noen av disse modellene, for så å se nærmere på modellen til Blum og Leiß (2007), som utgjør vårt rammeverk.

2.2 Modeller for matematisk modellering

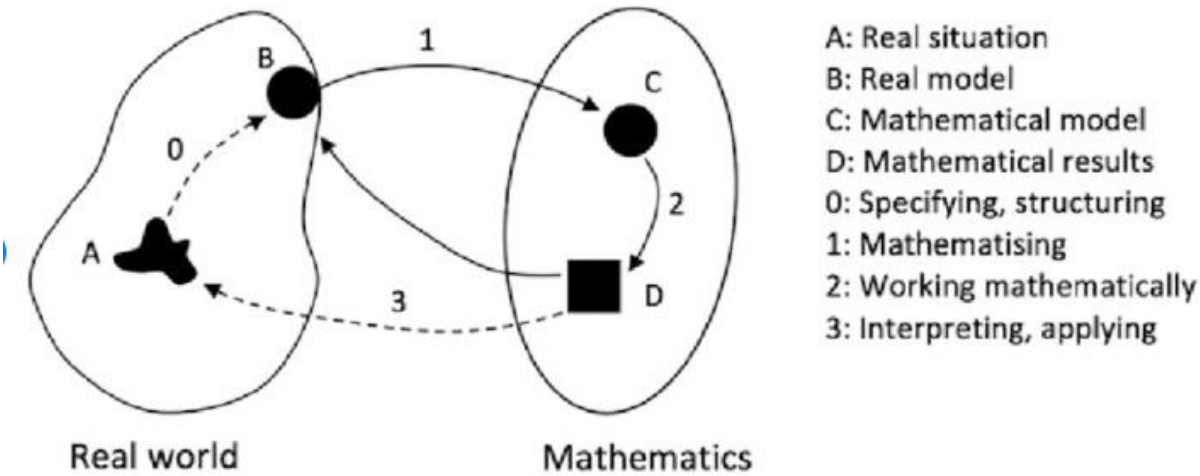
Den internasjonale utviklingen av matematisk modellering og anvendelse har foregått over tid, og mange av synspunktene og tilnærmingene til matematisk modellering har blitt påvirket av forskere fra flere land med ulike kulturelle og pedagogiske tradisjoner (Borromeo Ferri, 2018). De ulike teoretiske perspektivene og synspunktene på matematisk modellering er først og fremst nyttig i forbindelse med forskning, men kan også bidra til å forstå og analysere intensjonen bak læreplanen og kjerneelementet (modellering og anvendelse). Å ha kjennskap til de ulike tilnærmingene og synene til modelleringsproblemer og modelleringssyklusen kan også gi en dypere forståelse i undervisningssammenheng, når det gjelder planlegging, valg av oppgave, gjennomføring, diagnostisering av elevenes utfordringer og vurdering (Borromeo Ferri, 2018).

Bakgrunnen for begrepet matematisk modellering startet i 1976 da Pollak holdt et foredrag på ICME (International Congress on Mathematical Education) der han bidro til å definere begrepet modellering i forbindelse med fire ulike definisjoner av anvendt matematikk (Fig.1) i undervisningssammenheng (Greefrath & Vorhölter, 2016). Den første delen omhandler klassisk anvendt matematikk (Fig.1 «Classical Applied Mathematics»), her finner man den klassiske analysegrenen og analysedeler som bruker fysikk. I den andre delen finner man matematikk med betydelig praktisk anvendelse (Fig.1 «Applicable Mathematics») som statistikk, lineær algebra, informatikk og analyse. I de to siste inndelingene finner man engangsmodellering og modellering der modelleringssyklusen gjentas flere ganger. De første definisjonene referer til innholdet, klassisk eller relevant matematikk. De to andre omhandler behandlingsprosedyren. Alle de fire definisjonene er illustrert i Fig. 1, modellering ble da ansett som en syklus mellom matematikk og virkelighet som gjentas flere ganger (Greefrath & Vorhölter, 2016; Vorhölter, Greefrath, Ferri, Leiß & Schukajlow, 2019). Modelleringssyklusen til Pollak påvirket i stor grad utviklingen av modelleringssykluser i forskning om modellering i matematikkopplæringen (Borromeo Ferri, 2018).



Figur 1 Perspektiver på anvendt matematikk av Pollak i 1977 (Greefrath & Vorhölter, 2016).

Fra slutten av 1970-tallet blir de sykliske representasjonene som framstiller modelleringssyklusen utviklet som hjelpemiddel til å forstå elevers/studenters atferd i en modelleringsprosess (Haines & Crouch,2010), men det er først i 1983 det blir kalt en modelleringsprosess (Greefrath & Vorhölter, 2016). Det skjer på den første internasjonale konferansen om undervisning i matematisk modellering, og på det tidspunktet basert på modeller for matematisk anvendelse (Fig. 2).

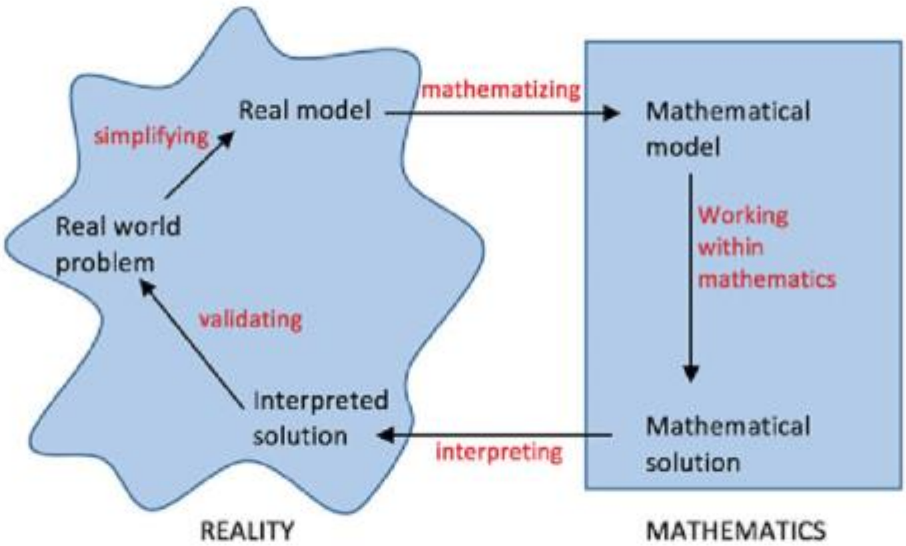


Figur 2 Blums visualisering av en modelleringsprosess (Greefrath & Vorhölter, 2016).

Det var visualiseringen til Blum vist i Figur 2 som for første gang blir kalt for en modelleringsprosess. Blums modell er senere blitt endret og forbedret (Greefrath & Vorhölter, 2016), i tillegg har det blitt utviklet andre modeller med ulik hensikt, anvendelse og mål (Borromeo Ferri, 2006). I faglitteraturen om matematisk modellering kan en i dag finne flere ulike modeller som framstiller prosessen som en syklus, og modelleringssyklusen blir gjerne illustrert med en figur som beskriver de ulike stegene i en modelleringsprosess.

Formålet med modelleringssyklusene er å beskrive faser eller stadier i modelleringsprosessen. De blir ofte sett på som en ideell måte å modellere på (Borromeo Ferri, 2006). Visualiseringer av den matematiske modelleringsprosessen er nyttig for å forstå hva som betegnes som «ideell» gjennomføring, der modellering går uanstrengt fra et problem i den virkelige verden gjennom en matematisk modell til akseptable løsninger som skal presenteres. Virkeligheten er nok mer kompleks og mindre lineær enn det de sykliske representasjonene viser (Blomhøj 2003; Haines & Crouch 2010), og flere forsker blant annet Doerr (2007), har rapportert om prosesser som var langt fra lineær.

De ulike sykliske representasjonene av modelleringsprosessen fokuserer på forskjellige aspekter, avhengig av for eksempel hensikt og mål (Greefrath & Vorhölter, 2016). Ifølge Borromeo Ferri (2006) er det et viktig poeng å for eksempel skille mellom modelleringssykluser som brukes til forskning eller som støtte når elever jobber med modelleringsproblemer på skolen. Hvis formålet er å beskrive elevaktiviteten i en empirisk studie, kan en kompleks modell egne seg (f.eks. Fig. 8), mens modelleringssyklusen til Maaß (2006) har en mer didaktisk tilnærming (Fig. 3).



Figur 3 Modelleringssyklus utviklet av Maaß (Maaß, 2006)

Modelleringssyklusen til Maaß (2006) vist i Figur 3 starter med et reelt problem fra virkeligheten. Problemet må forenkles, og fører til en modell av virkeligheten. Modellen fra virkelighet må overføres til en matematisk modell, og vi har da flyttet oss over til den matematiske delen av syklusen. Den matematiske modellen blir brukt til å beregne en matematisk løsning, og løsningen blir deretter tolket validert opp mot det virkelige problemet (Greefrath & Vorhölter, 2016).

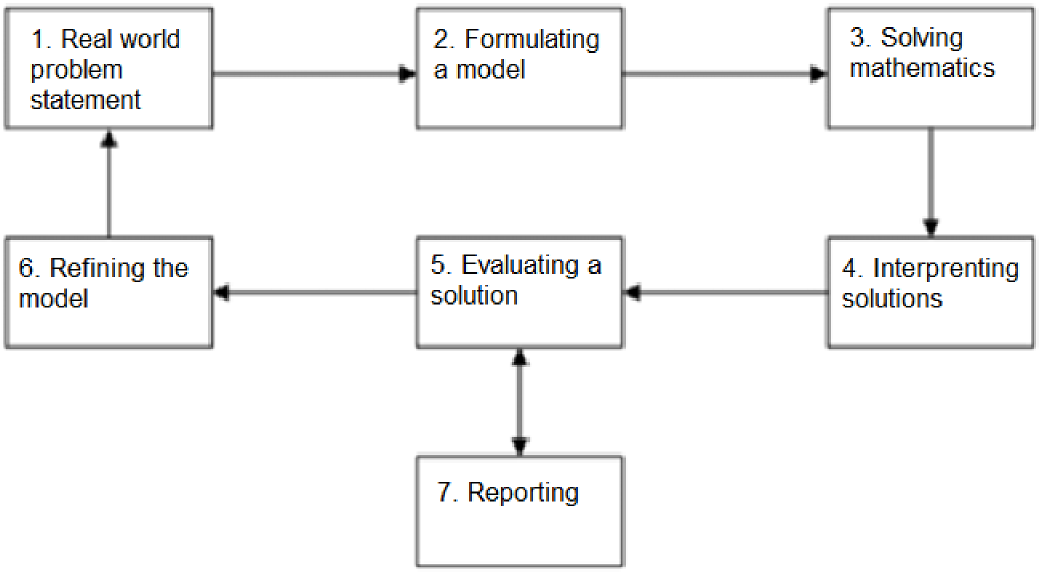
Borromeo Ferri (2006) hevder at ulike framstillinger av modelleringssyklusen handler om hvordan modellering forstås, og hvilke retninger og tilnærminger de forfekter. Ifølge Borromeo Ferri (2018) er ikke en modelleringssyklus bare en teoretisk modell som visualiserer modelleringsprosessen, men også multifunksjonelt (meta-) læringsinstrument for studenter og et diagnostisk instrument for lærere. Det å kjenne til de ulike teoretiske og kulturelle perspektivene og retningene innenfor matematisk modellering, kan gi et bedre grunnlag for å forstå og analysere modelleringsproblemer, modelleringsprosesser og modelleringssykluser (Borromeo Ferri, 2018).

2.2.1 Ulike perspektiver i matematisk modellering

I 2006 utviklet Kaiser og Srirman en klassifisering av ulike perspektiver og retninger i modelleringsdiskusjonen (Greefrath & Vorhölter, 2016), og det ble tydelig at forskjellige standpunkter og synspunkter på modellering eksisterer (Borromeo Ferri, 2006). Ifølge Kaiser og Srirman (2006) skiller klassifiseringssystemer av modelleringsmetoder ulike perspektiver i henhold til deres sentrale mål og anvendelser i forbindelse med modellering. Hensikten med klassifisering av matematisk modellering er at det skal være et hjelpemiddel til å skille ulike perspektiver og se sammenhenger mellom de forskjellige og komplekse tilnærmingene som forskere og praktikere benytter (Kaiser & Srirman, 2006).

De ulike teoretiske perspektivene av matematisk modellering har blitt klassifisert av Kaiser og Srirman (2006) på denne måten:

- **Realistisk eller anvendt modellering:** I denne kategorien er man opptatt av å løse og forstå problemer fra den virkelige verden, og fremme modelleringskompetanse ved hjelp autentiske eksempler (Haines & Crouch, 2010). Målene er pragmatisk og nyttig (Kaiser og Srirman,2006), og det som ofte kjennetegner dette perspektivet er at problemene fra virkeligheten er veldig komplekse og kan ofte blant annet egne seg til prosjektarbeid (Borromeo Ferri, 2018). Modelleringsoppgavene i PISA-undersøkelsen blir ofte kategorisert i denne kategorien (Stacey, 2015). Berry og Davis (1996) utviklet en av de første modellene i kategorien realistisk og anvendt modellering vist i Figur 4, for å beskrive modelleringsprosessen (Perrenet & Zwaneveld, 2012).



Figur 4 Berry & Davis, 1996

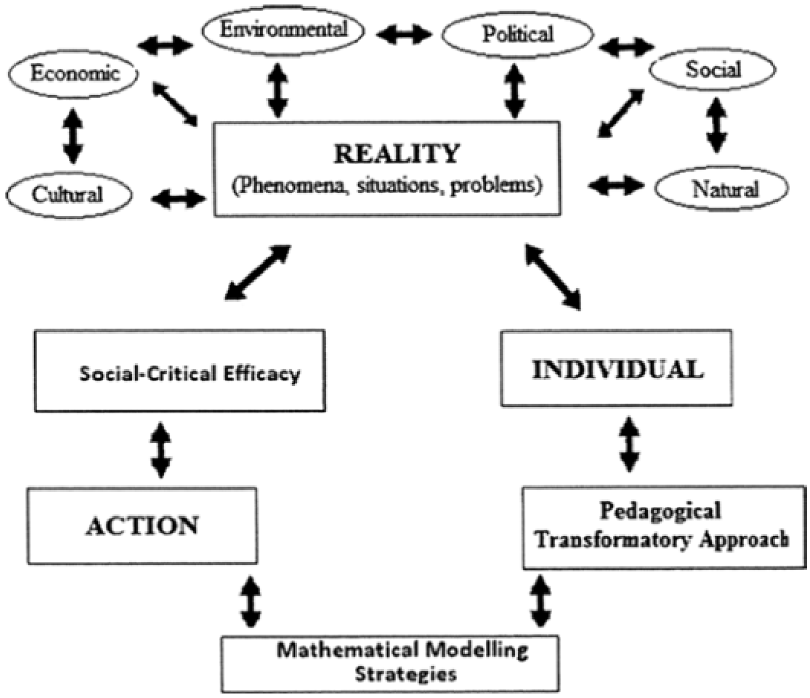
I denne modellen fokuserer de på studentaktiviteter på seks separate stadier med et siste og syvende trinn som handler om rapportering. Overgangen mellom trinnene har i denne modellen lite oppmerksomhet (Haines & Crouch, 2010).

- **Kontekstuell modellering:** Har fagrelaterte og psykologiske mål, som blant annet å fremme kommunikasjon og elevenes motivasjon (Haines & Crouch, 2010), og har lange tradisjoner spesielt på det amerikanske kontinentet (Kaiser og Srirman, 2006).

- **Utdanningsrettet eller pedagogisk modellering:** Målene er pedagogiske og fagrelaterte, fokuset er didaktisk eller konseptuelt der læringsprosessen er sentral sammen begreper, metoder og prinsipper (Haines & Crouch, 2010). Det didaktiske perspektivet handler om strukturering av læringsprosesser i modelleringsaktiviteter. Denne retningen har sterke pedagogiske og fagrelaterte mål, målet for flere studier i denne kategorien har for eksempel handlet om å utvikle og evaluere undervisningssekvenser om matematisk modellering (Borromeo Ferri, 2018). Dette er også den mest brukte kategorien og det finnes flere modeller og studier som tilhører denne retningen (f.eks. Blomhøj; Galbraith & Stillman; Lingefjærd; osv. (Kaiser og Srirman, 2006)). Figur 3 utviklet av Maaß (2006) er et eksempel på en modell som tilhører denne kategorien.

- **Sosiokritisk modellering:** Målet for denne retningen er å fremme kritisk tenkning om verden rundt seg og matematikkens rolle i samfunnet (Borromeo Ferri, 2018; Haines & Crouch, 2010), der spørsmålene er samfunnskritiske og problemsituasjonene fra virkeligheten oppleves ofte som reelle og gjenkjennelige (Borromeo Ferri, 2018). Dette perspektivet har først og fremst sitt opphav og utbredelse i Sør-Amerika, og særlig Brasil blir trukket frem (Kaiser & Srirman, 2006).

  Barbosa blir trukket frem av Kaiser og Srirman (2006) som representant for denne kategorien. Figur 5 er et eksempel på en visuell framstilling av en sosiokritisk modell. I denne modellen er blant annet ulike sider som kan påvirke den virkelige situasjoner synliggjort, som for eksempel politiske, økonomiske, sosiale og kulturelle fenomener.

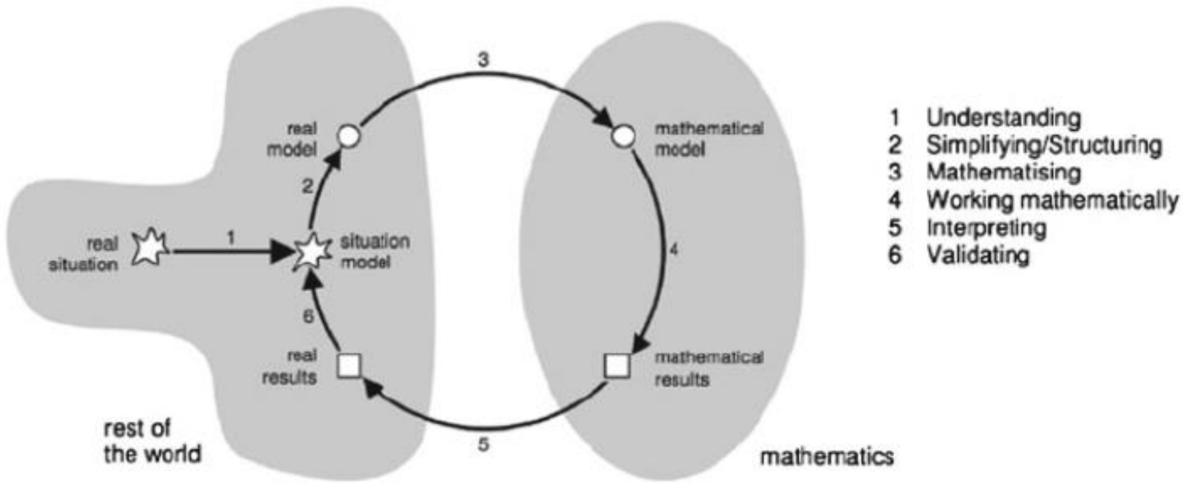


Figur 5 Modell utviklet av Rosa og Orey (2015, s. 394)

- **Epistemologisk eller teoretisk modellering:** I denne kategorien er målene teoriorienterte, og hensikten er å fremme teoriutvikling (Haines & Crouch, 2010). Det kan være for eksempel en modell som brukes i arbeidet med å få kjennskap til Pythagoras setning eller en modell som skal hjelpe deg å utvikle kunnskap om kvadratsetningene, lengde, vinkler ol., hvor målet er å få erfaring eller kompetanse om et spesifikt emne innenfor matematikken. Matematisk modellering brukes i denne kategorien først og fremst som et verktøy for å jobbe matematisk, læring om modelleringsprosessen er ikke nødvendigvis så sentral i denne retningen (Borromeo Ferri, 2018).

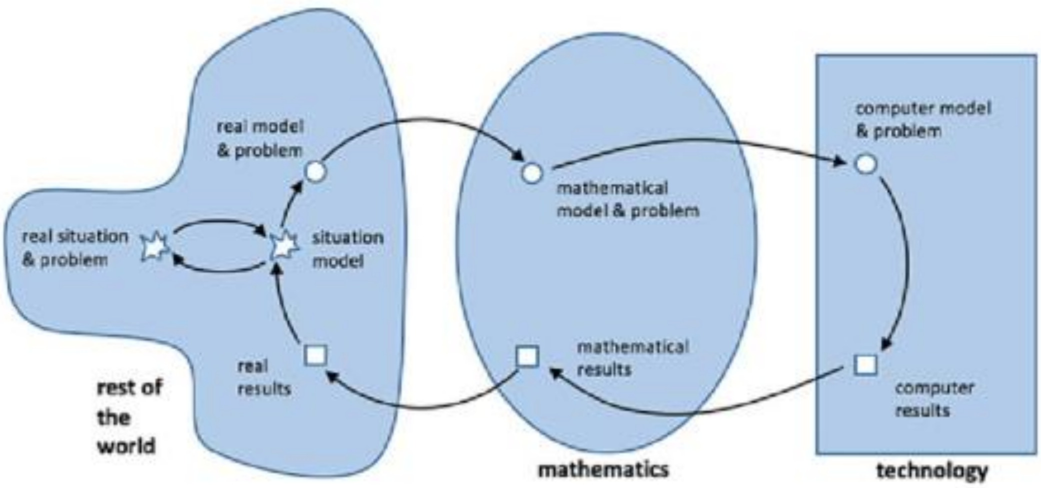
- **Meta-perspektiv: Kognitiv modellering**
  Målet i denne modelleringssyklusen er ofte å analysere ulike modelleringsprosesser og modelleringssituasjoner, og forståelse av disse kognitive prosessene. Når man benytter denne modelleringssyklusen handler ofte målet om å undersøke og forske på ulike sider ved modellering, og fokuserer spesielt på individers kognitive prosesser under modelleringsprosessen (Borromeo Ferri, 2018; Kaiser og Srirman, 2006). Modellen egner seg godt som redskap i forskningen (Kaiser og Srirman, 2006), men kan også brukes til diagnostiske formål (Borromeo Ferri, 2006).

  Det vil si at målene først og fremst er vitenskapelige (Greefrath & Vorhölter, 2016), men det er også psykologiske mål, som f.eks. å støtte matematisk tenkning i lys av kognitiv psykologi (Kaiser og Srirman, 2006). Ifølge Kaiser og Srirman (2006) er et av hovedmålene å rekonstruere individuelle barrierer og vanskeligheter for elever/studenter under deres modelleringsaktiviteter. Forskere som er klassifisert under kognitiv modellering er Blum, Leiß og Ferri (Kaiser og Srirman, 2006). Modellen i Figur 6 representerer denne kategorien.



Figur 6 Modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2005)

Modelleringsaktiviteter og modeller av en modelleringsprosess har endret seg de siste årene, hovedsakelig på grunn av eksistensen og bruken av digitale verktøy. Digitale verktøy kan brukes på alle trinn i modelleringssyklusen, og kan være et nyttig verktøy for lærere og elever/studenter (Greefrath & Vorhölter, 2016). I Figur 7 er modelleringssyklusen til Blum og Leiß modifisert, og digitale verktøy inkludert.

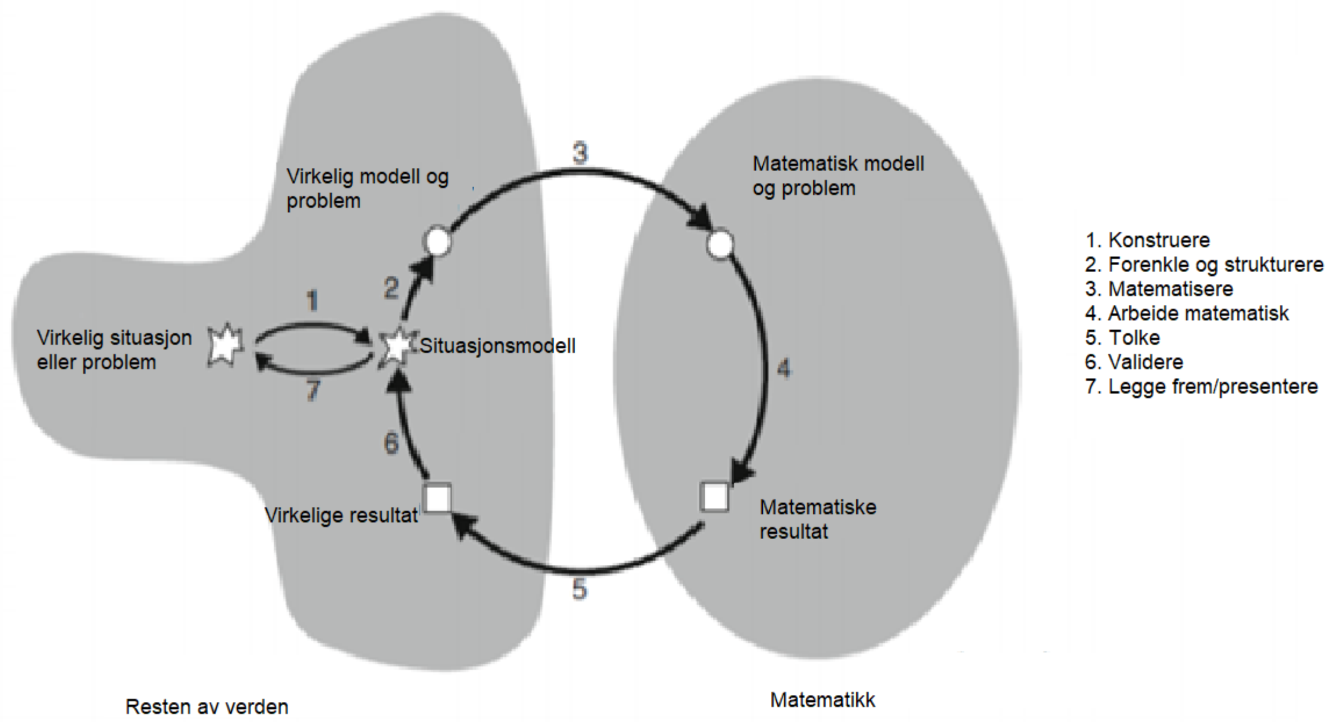


Figur 7 Modifisering av modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) med digitale verktøy (Greefrath 2011, s. 302)

I alle modellene over finner vi likhetstrekk, modellene går i sykliske prosesser der samme steg i modellen kan gjentas flere ganger i samme modelleringssyklus. Modellene har også en start i den virkelige verden eller med et virkelig problem, for så å gå over i en mer matematisk verden eller en matematisering av problemet. Det er ulikt hvilke steg som er tatt med og hvordan de ulike prosessene er tenkt gjennomført. I de første modellene var det for eksempel tatt med rapport som et siste steg (Berry & Davies, 1996), mens i senere modelleringssykluser har for eksempel teknologi fått en mer fremtredende rolle (Siller & Greefrath, 2010). Uansett hvilken modell man tar utgangspunkt i, er det viktig å ikke glemme at modelleringsprosessen ikke er lineær og påvirkes av egen forståelse og egne matematikkunnskaper (Maaß, 2006).

2.3 Modelleringssyklusen til Blum og Leiß

Vi vil gå nærmere inn på den reviderte modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) (Fig. 8), som våre utsagn og resultat bygger på. Modellen er en nyere versjon av modellen til Blum og Leiß fra 2005, etter tilpasninger av Borromeo Ferri (2006) (Greefrath & Vorhölter, 2016).



Figur 8 Blum og Leiß (2007) modelleringssyklusen, egen oversettelse

Modellen til Blum og Leiß (2007) er detaljert og skiller den virkelige verden fra den matematiske verdenen, da disse områdene er fysisk adskilt i illustrasjonen. Modellen illustrerer syv overganger som beskriver ulike prosesser elever eller studenter gjennomgår når de gjennomføre en hel modelleringsprosess. Det er viktig å merke seg at modelleringssyklusen er en idealisert og teoretisk, mens virkelige prosesser normalt sett ikke er så lineære (Borromeo Ferri, 2006). Vi vil videre kort forklare de syv overgangene eller trinnene i modelleringssyklusen til Blum og Leiß ved hjelp av blant annet Blum og Leißs egne generelle beskrivelser av de ulike trinnene:

Modellen til Blum og Leiß (2007) begynner med et virkelig problem eller et problem som kan være hentet fra virkeligheten. Det kan være et bilde, en tekst eller begge deler (Borromeo Ferri, 2006).

Under vil vi beskrive hvert steg i modelleringssyklusen.

1. Konstruere: Først må teksten, bilde el. leses, og problemstillingen må forstås av problemløseren. Problemløseren må danne seg en individuell mental modell av den virkelige situasjonen som må konstrueres, og skape en situasjonsmodell (Leiß, Schukajlow, Blum, Messner & Pekrun, 2010, s. 122). Noen ganger kan problemet være tydelig nok bare ved hjelp av et bilde, andre ganger må en tekst leses og forstås for å få et godt «bilde» av det virkelige problemet eller situasjonen. Her vil det være individuelle forskjeller og forutsetninger, som leseferdighet, erfaring, matematikkompetanse, og det kan påvirke forståelsen og tolkningen av oppgaven. Oppfatning av problemet er ofte individuelt, ut fra egne erfaringer med virkeligheten. Eksempelvis vil ulike personer ha ulike assosiasjoner, som bygger på egne referanser og erfaringer med det aktuelle temaet, som vil påvirke oppfatningen av problemet (Borromeo Ferri, 2018).

2. Forenkle og strukturere: Problemløseren må forenkle situasjonen ved for eksempel å gjøre antagelser eller velge ut sentral informasjon gitt i oppgaven for å forenkle situasjonen. Situasjonen struktureres og gjøres mer presis, noe som fører til en modell av situasjonen (Leiß et. al, 2010, s. 122). For å få en ekte modell må virkeligheten forenkles, for å spesifisere den virkelige situasjonen ytterligere. Det er viktig å forenkle den reelle situasjonen og ta de nødvendige forutsetningene for at problemet kan løses. Dersom man ikke tar nødvendige forutsetninger og gjør forenklinger kan det være vanskelig å finne matematikken som kan anvendes for å løse problemet (Borromeo Ferri, 2018).

3. Matematisere: Problemløseren må her gjøre utregninger og bruke matematiske begreper for å matematisere den «reelle» modellen til en matematisk modell (Leiß et. al, 2010, s. 122). Her knytter man virkeligheten sammen med matematikken ved å ta utgangspunkt i de antagelsene man har gjort eller egne erfaringer og kunnskap om den generelle verden (Borromeo Ferri, 2018). Ifølge Borromeo Ferri (2018) er det viktig å estimere og gjøre utregninger for å matematisere den virkelige situasjonen for å komme seg til en matematisk modell. Da vil den individuelle matematiske kompetansen påvirke valg av metode og utregning.

4. Arbeide matematisk: Problemløseren må jobbe matematisk, for eksempel beregne, sette opp et uttrykk, finne en formel ol. for å komme til et matematisk resultat (Leiß et. al, 2010, s. 122). På grunn av kompleksiteten til modellering bør det være mer enn en matematisk modell for å komme frem til en løsning av det reelle problemet (Borromeo Ferri, 2018).

5. Tolke: Det matematiske resultatet må tolkes, er det et reelt resultat for det gitte problemet fra virkeligheten? Kan den matematiske modellen tolkes i den virkelige verden som et reelt resultat og løsning av problemet (Leiß et. al, 2010, s. 122)? Det matematiske resultatet må tolkes opp mot konteksten til det virkelige problemet, dette må være i fokus (Borromeo Ferri, 2018).

6. Validere: Validering betyr i denne sammenheng å sammenligne det matematiske resultatet med det opprinnelige problemet (Borromeo Ferri, 2018). Er det rimelig? Er det nøyaktig nok? Er valgte forutsetninger og forenklinger realistiske og hensiktsmessige og er løsningen tilfredsstillende ut fra den reelle virkelige situasjonen?

7. Legge frem/presentere: Prosessen avsluttes med at det endelige resultatet på det opprinnelige problemet blir lagt frem eller presentert (Leiß et. al, 2010, s. 122).

2.3.1 Oppsummering av rammeverket for undersøkelsen

Forskningsspørsmålet for denne undersøkelsen er: Hva mener lærere er mest utfordrende i en modelleringssyklus når elevene jobber med en modelleringsoppgave i faget matematikk? For å svare på dette spørsmålet har vi valgt modellen til Blum og Leiß (Fig. 8) som er en modell av modelleringssyklusen i kategorien metaperspektiv og kognitiv modellering (Kaiser og Srirman, 2006) som rammeverk, da vi ønsker å analysere og rangere hva lærere mener er mest utfordrende i en modelleringsprosess i undervisningssammenheng.

Ifølge Borromeo Ferri (2006) kan da en kompleks modell som modellen til Blum og Leiß egne seg til å beskrive ulike sider av en modelleringsprosess i en empirisk studie. Modellen egner seg til vår undersøkelse da den er detaljert og har navngitt og beskrevet de syv ulike prosessene i en modelleringssyklus, og vi har vurdert den som mest hensiktsmessig når vi skulle kategorisere og utforme ulike utsagn fra tidligere forskning om modelleringsprosessen ut ifra en modelleringssyklus.

Vi har kategorisert og utformet utsagn fra de seks første overgangene/trinnene i modelleringsprosessen. Trinn 7 er ikke tatt med i vår undersøkelse, da dette trinnet handler om å legge frem det endelige resultatet når modelleringsprosessen er fullført, noe som ikke er så relevant for forskningsspørsmålet vårt. I trinn 7 er prosessen avsluttet, og dette trinnet er derfor ekskludert fra vår undersøkelse.

Det er en sterk sammenheng mellom modelleringsprosess og modelleringskompetanse, og forståelsen av modelleringskompetanse og modelleringsferdigheter er nært knyttet til definisjonen av modelleringsprosessen (Maaß, 2006). Vi vil videre gi et innblikk i hva modelleringskompetanse er og hvorfor det bør få større plass i matematikkundervisningen. Deretter vil vi gi et innblikk i tidligere forskning på elevers og læreres utfordringer med matematisk modellering.

2.4 Modelleringskompetanse

For å løse og arbeide med en modelleringsoppgave kreves det ulike kompetanser, og det er viktig at elevene får modelleringsoppgaver slik at de kan tilegne seg de ulike kompetansene. Her vil vi gjøre rede for ulike perspektiver på begrepet modelleringskompetanse.

I undervisningssammenheng er det prosessen i forbindelse med matematisk modellering, det å konstruere og analysere matematiske modeller som bør være i fokus. Det vil si at den matematiske løsningen ikke nødvendigvis vil være i fokus, men det å lære seg arbeidsprosessen og refleksjoner i den sammenheng som vil være sentralt (Jensen, 2007b)

Hvis man søker i litteraturen, vil man finne ulike forståelser og definisjoner av modelleringskompetanse. Jensen (2007b, s.126) definerte matematisk modelleringskompetanse i sin forskning og undersøkelse *for nogens insigtsfulde parathed til selv at gjennemføre alle dele af en matematisk modelleringsproces og til at forholde sig kritisk undersøgende til andres ageren i den henseende.*

Maaß (2006, s. 139) definerte modelleringskompetanse slik;
Modelling competencies include abilities and skills to conduct modelling processes adequately and in a goal-oriented way; as well as the willingness to putt these abilities and skills into practice. Maaß (2006) har også kommet frem til delkompetanser som kreves for å kunne gjennomføre enkeltrinnene i en modelleringsprosess.

Det behøves delkompetanser for å mestre enkelttrinnene i modelleringsprosessen (Maaß (2006).

- Kompetanse til å forstå det virkelige problemet og sette opp en modell basert på virkeligheten
- Kompetanse til å sette opp en matematisk modell ut ifra modellen fra virkeligheten
- Kompetanse til å løse matematiske spørsmål i forbindelse med den matematiske modellen
- Kompetanse til å tolke det matematiske resultatet i sammenheng eller ut ifra den virkelige situasjonen/problemet
- Kompetanse til å validere løsningen

(Maaß, 2006, s.139)

I tillegg til kompetanse til å utføre de ulike trinnene i modelleringsprosessen hevder Maaß (2006) at matematisk modellering krever utvikling av metakognitiv modelleringskompetanse, strukturering av fakta, kompetanse i matematisk argumentering og positiv holdning.

Blomhøj & Jensen (2003, s.126) har definert modelleringskompetanse på denne måten: En person har matematisk modelleringskompetanse når den i en gitt sammenheng er i stand til selvstendig og innsiktsfullt gjennomføre en matematisk modelleringsprosess som inneholder alle stegene i modelleringsprosessen.
Det innebærer å kunne:

- *Formulere spørsmål som kan belyses gjennom matematisk modellering*
- *Anvende faglig kunnskap og erfaringer til å strukturere og forenkle problem*
- *Anvende matematikk til å stille opp og analysere et matematisk problem*
- *Tolke og vurdere resultatene av en matematisk analyse*
- *Vurdere og kritisere egen og andres bruk av modellen*
- *Reflektere over og kritisere den samlede modelleringsporsessen*
- *Kommunisere om oppstilling, analyse, anvendelse og kritikk av modellen*

(Blomhøj, 2006, s.92)

Alle definisjonene handler om å kunne gjennomføre alle trinnene i en modelleringssyklus. Det vil si at en person må inneha den spesifikke kompetansen som hvert av de ulike trinnene krever for å kunne gjennomføre en helhetlig modelleringsprosess. Dette handler om matematisk kompetanse i undervisningssammenheng, og det vil det være nødvendig for både studenter og lærere å inneha denne kompetansen. Noe vi også prøver å belyse i vår undersøkelse.

2.5 Hvorfor drive med modellering i skolen

Modellering har vist seg å være en utfordrende aktivitet å holde på med i undervisningen, men ifølge Blomhøj (2006) er det minst tre ulike grunner for å innføre matematisk modellering; et samfunnsmessig, et undervisningsmessig og et læremessig perspektiv.

Når det gjelder det samfunnsmessige perspektivet, blir matematisk modellering trukket frem i forhold til at det allerede er en integrert del av så godt som alle tekniske, økonomiske og naturvitenskapelige disipliner. Ifølge Blum og Ferri (2009) er matematiske modeller og modellering overalt rundt oss, og ofte i forbindelse med teknologiske verktøy. Det er også et samfunnsmessig behov å kunne analysere og kritisere matematiske modeller, og matematiske modeller har en sentral plass når det gjelder hvordan samfunnet og verden generelt fungerer (Blomhøj, 2006). Hvis du som ansvarlig borger skal kunne delta i samfunnsutviklingen, er det viktig at du har modelleringskompetanse (Blum & Ferri, 2009). Matematiske modeller ligger også ofte til grunn for og ikke minst legitimerer spesifikke samfunnsmessige beslutninger, og det er derfor ytterst relevant for demokratiske prosesser at den allmenne befolkningen og beslutningstagere har innsikt og kritisk kan vurdere matematiske modeller (Blomhøj, 2006; Blum, 2015).

Det undervisningsmessige og læringsmessige perspektivet handler om at når en i undervisningen anvender matematikk på problemstillinger fra den virkelige verden, vil det ofte være en matematisk modell involvert. Det er også viktig at elevene oppfatter matematikkens relasjon til egen erfaringsverden og ikke som to som parallelle løp uten sammenheng. Dersom vi ønsker en allmenn befolkning som kan anvende, vurdere og kritisere matematiske modeller så må de lære å modellere (Blomhøj, 2006).

Julie (2002) skiller mellom *modellering som innhold* og *modellering som fartøy*, og Barbosa (2006) la til et tredje perspektiv *modellering som kritikk* for å beskrive og synliggjøre de ulike målene med matematisk modellering. Når målet med modelleringen er innhold, så handler det om at modelleringsprosessen og det å utvikle modelleringskompetanse er læringsmålet i seg selv. Når modellering blir brukt som «fartøy», er målet å lære matematikk ved hjelp av modellering. Modellering som kritikk handler om refleksjon over matematikkens rolle i samfunnet, og det å utdanne elever og studenter til å bli kritiske og engasjert borgere i et samfunn (Barbosa, 2006).

Tidligere didaktisk forskning viser at hvis en vil utvikle modelleringskompetanse må det læres, og det er nødvendig å ofte jobbe med alle elementene i modelleringsprosessen. Dette er kompetanse som ikke kan lærers uten å faktisk møte utfordringer, benytte, reflektere over og kritisere anvendelse av matematiske modeller (Blomhøj, 2006). Måter å imøtekomme dette behovet på er for eksempel å legge til rette for, med jevne mellomrom, prosjektarbeid og tverrfaglige temaer i forbindelse med matematisk modellering. Ved hjelp av matematisk modellering kan elevene i tillegg til å utvikle modelleringskompetanse også lære matematikk, få bedre støtte i tilegnelsen av matematiske begreper og metoder, bedre sammenheng og det kan også skape mer motivasjon for faget matematikk (Blomhøj, 2006; Blum, 2015).

English (2006) har studert matematisk modellering blant barneskoleelever. I sin forskning trekker hun frem metoden som velegnet for barnas uavhengige utvikling av fremtidsrettede matematiske prosesser og konstruksjoner. Hun mener også at matematisk modellering kan være en sentral metode for barneskoleelever for å utvikle egne matematiske ideer, matematisk forståelse og matematisk kommunikasjonsevne når de deltar, deler og kommuniserer matematiske ideer. Et annet perspektiv hun også trekker frem, er at barna selv deltar aktivt i en formativ vurderingsprosess, når de vurderer og reviderer egne tanker, og lytter og reflekterer over sine jevnaldrenes modeller. Det gir også læreren viktig informasjon og innsikt i barnas matematiske forståelse for å kunne legge til rette for videre utvikling av matematisk kompetanse. I tillegg jobbes det ofte med matematisk modellering i små grupper som kan være med på

å gi barna kompetanse og erfaring som fremmer barnas evner til å jobbe som et team (English, 2006).
Blum og Ferri (2009) mener matematisk modellering i skolen generelt er ment å hjelpe elevene til å forstå verden bedre, og støtte matematisk læring. Matematisk modellering bidrar også til å utvikle ulik matematisk kompetanse og kan gjøre at faget matematikk oppleves som mer meningsfullt for elevene.

Ifølge Lesh og Caylor (2007) kan modellering bli et av de viktigste målene i matematikkutdanningen. De begrunner dette med at ny teknologi gjør at vi trenger ny matematisk tenkning for å lykkes i det 21. århundret. Det vil kunne gi elever et bedre utgangspunkt for å kunne tolke diagrammer og andre visuelle framstillinger i media ol. og forbedre elever på framtidige yrker.

I tillegg hevder Lesh & Yoon (2007) at forståelsen og evnen som kreves for å lykkes i modell-fremkallende aktiviteter, er like de kriteriene som vektlegges innen felt som ingeniør- og/eller virksomhetsledelse. Disse evnene blir mest etterspurt i jobbintervjuer etter fullført studium.

Teoretikerne som her er nevnt fremhever altså viktigheten av at elever arbeider med modellering, så elever og studenter bør møte matematisk modellering i undervisningen.

2.6 Hvorfor er modellering krevende

I læreplanen (LK20) for faget matematikk blir blant annet modellering trukket frem som en viktig faktor i elevenes opplæring for å kunne forstå, mestre, bruke og se sammenhenger i samfunnet. Matematisk modellering har også over en lengre tidsperiode hatt en sentral plass i forskningsfeltet og i utdanningsdebatten i matematikkdidaktikk, men hvorfor har det ikke større plass i klasserommet? Ifølge Blum og Ferri (2009) handler det om at modellering er vanskelig for både elever og lærere.

2.6.1 Elevenes utfordringer med modellering

Flere studier har vist at modellering kan være ganske vanskelig for elever, studenter og lærere. Matematisk modellering er en kognitiv krevende aktivitet siden flere kompetanser er involvert, også ikke matematiske (Blum, 2015). Det har også vist seg at under en modelleringsaktivitet i matematikkundervisningen oppstår det flere utfordringer, blant annet at alle stegene i en modelleringsprosess er en potensiell kognitiv barriere for elever/studenter (Blum, 2015) og hvert av stegene kan oppleves så vanskelig at elevene kommer i det Blum (2015) kaller en «rødt flagg» situasjon. Dette kan nok blant annet forklares med at en matematisk modelleringsoppgave ofte inneholder en kognitiv kompleksitet, og stiller høyere krav til elevenes/studentenes kompetanse enn mindre komplekse oppgaver (Blum og Ferri, 2009).

I motsetning til tradisjonelle problemløsningsoppgaver, krever matematisk modellering at elever eller studenter skaper og utvikler sine egne matematiske ideer og prosesser, og danner systemer av relasjoner som er generaliserbare og som kan gjenbrukes (English, 2006).

Anvendelse og generalisering av modeller er sentrale aktiviteter i en modelleringstilnærming for å lære matematikk. Å oppmuntre barn til å reflektere over, beskrive og kritisk evaluere sine problemløsningsmetoder kan også fremme viktige metakognitive prosesser som forbedrer fremtidig problemløsning. Barn reflekterer over egnetheten til sine egne og sine jevnaldrende modeller, og kan gi konstruktive tilbakemeldinger om hvordan modellen kan forbedres, og også identifiserer andre problemsituasjoner som modellen kan brukes på (English, 2006). Dette oppleves som krevende for mange elever (English, 2006).

Det er flere delprosesser som kan være utfordrende for elever. Tidligere studier har vist at matematisering og validering er deler i modelleringsprosessen som har vist seg å være de mest problematiske for elevene. De har blant annet utfordringer med å sjekke om oppgaveløsningene er rimelige og hensiktsmessige (Blum & Ferri, 2009). I tillegg kom Galbraith & Stillman (2006) og Jankvist & Niss (2019) i sine studier frem til at matematisering var den mest utfordrende delprosessen for elevene.

Utfordringene til elevene kan for eksempel føre til at de benytter overflatiske løsningsstrategier, ignorerer konteksten og har vanskeligheter med å gjøre antagelser. Det er også en fare for at elever kan utvikle misoppfatninger hvis de utarbeider en modell uten at de vet hva som er meningen med den (Lesh & Caylor, 2007).

Dette er nok noe av grunnen til at matematisk modellering tradisjonelt ikke har blitt introdusert før i ungdomsalderen, med den antagelsen om at yngre barn/grunnskolebarn ikke er i stand til å utvikle sine egne modeller som gir mening når de jobber med komplekse situasjoner. Forskningen til blant annet English viser imidlertid at yngre elever/barn kan og bør håndtere situasjoner som involverer mer enn bare enkle beregninger og fremgangsmåter.

Barneskolebarn kan lykkes med matematisk modelleringsoppgaver som vanligvis er forbeholdt ungdommer (English, 2006). Fordi problemene kan løses på forskjellige nivåer og med ulike metoder, og gir mulighet for et mangfold av løsningsmetoder. Noe som gjør det mulig for barn på alle prestasjonsnivåer å bidra, og til å dra nytte av disse læringsopplevelsene. I kontrast til tradisjonelle problemløsningsoppgaver muliggjør modelleringsproblemer forskjellige læringsbaner, med barns matematiske forståelse som utvikles langs flere veier (English, 2006). Barn trenger mer eksponering for situasjoner der de utforsker uformelle forestillinger om hastighet, forhold og proporsjon, kvantifisere kvalitativ informasjon og transformerer mengder som ikke kan ses og som må måles indirekte (Langrall, Thomton & Nisbeti, 2002). I tillegg kan disse problemene gi en rik plattform for barns uavhengige utvikling av fremtidsrettede matematiske konstruksjoner og prosesser, og modelleringsproblemer er spesielt verdifullt fordi de gir en rik og variert arena for å utvikle barns matematiske kommunikasjonsevner (English,2006).

Det betyr at matematisk modellering bør være et kjerneelement i matematikkopplæringen i skolen, selv om det kan være en krevende metode for elevene. Vi har i dette kapittelet kort beskrevet hvorfor modellering kan være vanskelig for elevene, men også hvorfor elevene bør jobbe med matematisk modellering. I det neste delkapittel vil vi belyse hva tidligere forskning har avdekket som utfordrende for lærere når de skal bruke matematisk modellering som metode i undervisningen.

2.6.2 Lærernes utfordringer med modellering

Læreren har en viktig rolle når elevene jobber med matematisk modellering. Blum og Ferri (2009) beskriver lærerens tilstedeværelse som uunnværlig i en modellerings-situasjon, til tross for at det er elevene selv som skal «finne/oppdage» matematikken. Gravemeijer (1999) hevder at elevene trenger en «guided reinvention» når elevene skal «finne» matematikken, og ikke minst når de ikke finner all matematikken selv. Læreren må da i undervisningen balansere mellom maksimal elevuavhengighet og minimal veiledning. Det betyr at undervisningen blir mer åpen og mindre forutsigbar, noe som kan være vanskelig for lærere (Blum & Ferri, 2009).

Da det er utfordrende å tilrettelegge for læringssituasjoner der alle elevene opplever at de oppfinner matematikk (Doorman & Gravemeijer, 2009), og ekstra utfordrende vil det nok være for mange av lærerne som selv har lært matematikk på den mer «tradisjonelle» måten. I den «tradisjonelle» matematikkundervisningen har problemløsning og modellering vært mer eller mindre fraværende, mens den lærersentrerte undervisningen med påfølgende individuelt arbeid med oppgaver fra læreboka har vært vanlig. Med andre ord så har ikke lærerne selv erfart matematisk modellering i sin grunnleggende opplæring, eller fått opplæring i hvordan de skal undervise i matematisk modellering (Escalante, 2010). Noe som nå blir forventet at de introduserer og bruker i sin undervisning også på lavere trinn fra høsten 2020 etter LK20.

Når lærere skal undervise i matematisk modellering er lærernes oppgave å velge «riktige» modelleringsoppgaver og gjøre seg opp tanker rundt hvordan elevenes modeller kan se ut, og hvordan den vil utvikle seg utover i prosjektet. Lærere skal velge oppgaver som gir den ønskede utviklingen, motivere og veilede elevene når de arbeider og når de kommer til kritiske steder i modelleringsprosessen (Doerr, 2007). Lærere skal legge til rette for klassediskusjoner og veksle mellom å stimulere elevene til å presentere sine løsninger og guide elevene til å fokusere på den matematikken de trenger for å komme seg videre. Målet med klassediskusjoner er å prøve å hjelpe elevene til å modellere sine egne uformelle matematiske aktiviteter (Doorman & Gravemeijer, 2009).

Skiftet bort fra tradisjonell undervisning i matematikk signaliserer et viktig fagdidaktisk aspekt ved læring når man skal bruke kjerneelementet modellering og anvendelse i undervisningen. Lærernes oppgave blir da å sette elevene i situasjoner der de kan tolke, forklare, rettferdiggjøre og evaluere «styrken» til modellen. Lærerne skal få elevene til å dele tankene sine og gi mening og forståelse til andres modeller og forklaringer, og ikke minst få elevene til å revidere modellene sine. Denne endringen i pedagogisk strategi er et stort skifte fra mer tradisjonell undervisning i matematikk, der lærerens primærrolle er å evaluere elevenes svar og ikke nødvendigvis prosess (Doerr, 2007).

Samtidig viser tidligere undersøkelser og litteraturen at flere lærere selv har vanskeligheter i den matematiske modelleringsprosessen (Bal & Doğanay,2014; Blomhøy & Kjeldsen, 2006). Selv om forskningsmiljøer er godt kjent med metoden matematisk modellering, er den ukjent for en del lærere (Doerr, 2007). Det vil være en stor utfordring for lærere å ta i bruk en metode de ikke har kjennskap til hverken praktisk eller teoretisk.

I tillegg har det vist seg at å velge ut og lage modelleringsoppgaver selv relatert til matematikkproblemet kan oppleves som krevende for lærere (Doerr, 2007, Blum & Ferri, 2009). Det er ikke nødvendigvis tilgangen på oppgaver som oppleves som utfordrende, for det finnes utallige oppgaver på internett, i bøker og i ulike artikler. Et av problemene er å finne oppgaver som gir den ønskede læringen for elevene, vite at disse oppgavene er av god kvalitet og hvordan man bør jobbe ut fra oppgavene. Det er mangel på gode modelleringsoppgaver som er utviklet med tanke på læreplaner og læringsmål på skolen (Antonius, Haines, Jensen & Niss, 2007). Når oppgaven er valgt ut og introdusert for elevene kan det også være krevende for læreren å forstå meningen og matematikken som elevene presenterer (Doerr, 2007).

Å kunne stå i elevenes tvetydigheter eller elevenes egne løsninger og tanker om problemet, er også vanskelig for lærere (Bal & Doğanay, 2014). Ekstra utfordrende blir det når flere undersøkelser har avdekket at den konseptuelle kunnskapen til lærerstudenter og lærere er utilstrekkelige, og matematiske begreper i flere emner er mangelfulle og noen ganger er også deres matematiske «kunnskaper» feil (Bal & Doğanay, 2014; Doerr, 2007, Ma, 2010). Da blir det ikke en enkel oppgave for lærerne å prøve å forstå matematikken som presenteres, samtidig som de skal gi veiledning og tilbakemelding ut fra elevenes ståsted og forståelse (Doerr, 2007).

Å lytte til elevene og svare opp med hensiktsmessige tilbakemeldinger og knytte forbindelse til andre matematiske ideer, stiller nye krav til lærerne (Bal & Doğanay, 2014). Dette er viktig når elevene skal oppdage sammenhenger som kan generaliseres og gjenbrukes (English, 2006). Oppgaver i modellering kan gi elevene et mangfold av tilnærminger til å uttrykke sine egne tolkninger av en gitt situasjon eller hendelse, og læreren bør ha søkelys på prosess. Det er viktig at ulike veier og løsninger blir verdsatt (Doerr, 2007). Den tradisjonelle lærerrollen som den viktigste kilden til forklaring, demonstrasjon og riktige svar vil ikke lenger være passende. Elevenes utvikling av strategiske evner, som ligger i sentrum for modellering, denne tenkningen kan ikke la seg detaljstyre av læreren (Antonius et. al, 2007). Det betyr ikke at veiledning ikke er viktig, lærerens innvendinger i modelleringsarbeidet kan være sentralt for å få et godt resultat (Blum & Leiß, 2005). Tidligere undersøkelser har dessverre avdekket at mange lærere overfører egne løsninger til elevene, ofte ubevisst (Blum & Ferri, 2009, Lesh & Caylor, 2007). Andre studier viser også at lærerens egen forståelse av oppgaven i stor grad vil påvirke elevenes modelleringsprosess (Blum & Leiß, 2005).

Modellering kan ha en stor betydning for elevenes matematiske kompetanse og forståelse (English, 2006), som tidligere nevnt, og elevenes faglige utvikling kan være avhengig av lærerne og deres faglige tilstedeværelse (Blum & Ferri, 2009; Doerr & English, 2003). Det er da viktig at lærernes veiledning er gjennomtenkt, når elevenes opplæring og aktivitet handler om matematisk modellering. I matematisk modellering er det sentralt at det er elevenes egne ideer og selvstendige arbeid som blir videreutviklet i prosessen (Blum & Leiß, 2005), da de beste modelleringsaktivitetene er de som oppfordrer til flere ulike måter å tenke på (Lesh & Caylor, 2007).

Det er også viktig at elevene forklarer ideene sine til andre, da det kan føre til innspill til forbedring av elevenes modeller. Ut fra innspillene videreutvikler elevene sine ideer, noe som kan føre til bedre modeller (Doerr, 2007). Det er enklere å reflektere over noe du har lagd selv (Blum & Ferri, 2009). Dette kan være utfordrende for lærerne, for da går læreren fra å gi forklaringen og begrunnelsen til å kunne gi veiledning ut fra elevenes egne tanker og argumentasjon (Bal & Doğanay, 2014, Doorman & Gravemeijer, 2009). Elevene går fra å motta forklaringer fra læreren til å bli en som gir forklaringer underveis i prosessen, de blir veiledere i egen og andres matematiske utvikling.

Modelleringsoppgaver kan gjøre at alle elevene bidrar aktivt i å utvikle egen kompetanse i matematikk (English, 2006).

Læreren bør legge til rette for klassediskusjoner. I disse klassediskusjonene skal læreren legge til rette for at det veksles mellom elevpresentasjoner av løsninger og det å veilede elevene til å sette søkelys på matematikken de behøver for å komme seg videre. Målet er å hjelpe elevene til å modellere sine egne uformelle matematiske aktiviteter (Doorman & Gravemeijer, 2009). Elevene støtter seg ikke på ferdig utarbeidede formler eller modeller, og tar på denne måten mer ansvar for eget arbeid og løsninger. Det at elevene har og tar så stort ansvar i egen undervisning, er et stort skifte i hva noen lærere og elever tror matematikk handler om (Antonius et al., 2007).

Elevene må ha flere evalueringsrunder når de arbeider med matematisk modellering, før de kan si seg fornøyd med en modell. Dette fungerer best når elevene er i stand til og kan selv evaluere ulike modeller (Lesh & Caylor, 2007). Elevene må da delta i undervisningstilnærminger som er undersøkende og elevsentrert, der læreren hovedsakelig er rådgivende og veiledende. Hensikten med denne prosessen er å utvikle elevenes evne til å jobbe selvstendig med mer åpne oppgaver som ikke er lærersentrerte (Antonius et al., 2007). Lærerens oppgave blir også å legge til rette for undervisningsaktiviteter der elevene trener på metoden matematisk modellering, og de ulike stegene i modelleringsprosessen. Mange elever trenger da en lærer som både støtter og motiverer i kognitivt vanskelige oppgaver.

Modelleringsundervisning er en didaktisk utfordring. På den ene siden må man utvikle modelleringskompetansen til elevene, samtidig som en skal tenke på hvilke faglige områder modelleringsaktiviteten kan dekke eller hvor den kan anvendes. I tillegg bør man tenke på hvordan aktiviteten dekker de ulike trinnene i modelleringssyklusen og hvilke kompetansemål som dekkes (Blomhøj, 2006).

Matematisk modellering vil for mange kreve endringer i pedagogiske strategier, fordi lærerens rolle i modelleringsaktiviteter vil være en annen enn i tradisjonell undervisning. Det er viktig at lærere og lærerstudenter selv møter og erfarer modelleringsoppgaver og modelleringsopplevelser for å utvikle deres fagdidaktiske kompetanse og tankegang (Doerr, 2007). Det er nødvendig at lærerstudenter som skal tilegne seg kompetanse om modelleringsundervisning selv må møte modelleringsoppgaver og modelleringsopplevelser gjennom en rekke kontekster (Doerr, 2007, Maaß, 2006). I tillegg må lærere få tilgang på modelleringsoppgaver som er utviklet med tanke på læreplanen og kompetansemålene vi har i skolen, og veldig mange lærere vil trenge en detaljert lærerveiledning til de ulike modelleringsoppgavene (Antonius et al., 2007).

Lærerne har ulike forutsetninger for modelleringsaktiviteter. Det kan ikke forventes at alle lærere har samme utgangspunkt når det gjelder matematisk modellering (Doerr & English, 2003), men for at matematisk modellering skal få en større plass i klasserommet, trenger lærere positive erfaringer og mestringsfølelse (Kuntze, Siller & Vogl, 2013). Vi ønsker at vår undersøkelse kan være med til å bidra til et mer målrettet arbeid med lærernes utfordringer i selve modelleringssyklusen når elevene jobber med matematisk modellering.

3 Metode

I dette kapitelet redegjør vi for de metodiske valgene og fremgangsmåtene vi har benyttet for å svare på eller belyse problemstillingen vår. Hensikten med studien var å få et innblikk i hvilke steg eller situasjoner ut ifra modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007), lærere selv mener er mest utfordrende når elevene jobber med matematisk modellering.

For å svare på vår problemstilling har vi benyttet kvantitativ metode i vår datainnsamling. Vi vil i dette kapittelet beskrive vårt systematiske søk i Oria, deretter hvordan vi har benyttet artiklene fra søket til å utarbeide utsagn. I tillegg vil vi beskrive hvordan utsagnene ble sammenlignet ved hjelp av metoden Comparative Judgement i programmet NoMoreMarking. Vi avslutter kapittelet med våre etiske betraktninger rundt undersøkelsen, og refleksjoner rundt metodene vi har benyttet.

3.1 Kvantitativ metode

Vi ønsket med vårt forskningsspørsmål å komme frem til hvilket steg i modelleringssyklusen som lærerne generelt uttrykker er utfordrende for dem når elevene jobber med modellering i matematikk. I tillegg ønsket vi å sammenligne de ulike delprosessene og våre kategoriserte utsagn i forbindelse med modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007). Vi er i denne undersøkelsen opptatt av den generelle tendensen hos praktiserende matematikklærerne, og har derfor valgt en kvantitativ metode som går i bredden og gir et tallmateriale fra et større utvalg av informanter (Ringdal, 2018). Hvis man hadde ønsket en begrunnelse av resultatene, kunne man gjennomført dybdeintervju og da ville en kvalitativ tilnærming vært mer hensiktsmessig.

Vårt metodiske grep i denne undersøkelsen hører nok inn under sosial konstruktivisme, som er et kunnskapssyn som er mer opptatt av hvordan verden *oppfattes* og ikke nødvendigvis hvordan den *er* (Ringdal, 2018). Det er lærernes generelle oppfatning av hva som er vanskelig vi er ute etter å finne, hva lærerne generelt mener er det mest utfordrende. Sannheter vil i dette kunnskapssynet være relative og kulturavhengige (Ringdal, 2018), derfor har vi valgt en noe homogen gruppe vi hentet tallmaterialet fra. Vi søkte etter lærere som har hatt undervisning i og erfaring med modellering. Da kan vi med større sikkerhet si at vårt tallmateriale vil representere matematikklærere med kjennskap til matematisk modellering og deres oppfatning av hva som er mest utfordrende når elevene jobber med modellering. Vi utdyper vårt utvalg av informanter under punkt 3.4.2 Utvalg.

Vi brukte Comparative Judgement som datainnsamlingsmetode, innhentet talldata og fikk en beskrivelse av virkeligheten basert på tall og variabler (Ringdal, 2018). Siden en troverdig kvantitativ forskning krever et relativt stort datamateriale (Ringdal, 2018), ble det gjennomført over 1000 sammenligninger. Tallmateriale er fra 40 informanter, der hver og en har gjennomført 27 sammenlikninger.

3.2 Metodiske konsekvenser av valgt rammeverk

Valget av Blum og Leiß (2007) sin modelleringssyklus som rammeverk får noen metodiske konsekvenser. Modelleringssyklusen hører som tidligere nevnt til en retning der målene er vitenskapelige, og egner seg i til undersøkelser som ser på ulike utfordringer i en modelleringsaktivitet. Ut fra denne modelleringssyklusen utarbeidet vi kategorier og utsagn for hvert steg i modelleringssyklusen. Vi kunne ha valgt andre modelleringssykluser fra samme eller andre modelleringsretninger, og da kunne kategoriene og utsagnene sett noe annerledes ut. Hvis vi for eksempel hadde valgt en modell fra retningen utdanningsrettet eller pedagogisk modellering kunne kategoriene kanskje blitt noe færre, samtidig som vi da hadde tatt utgangspunkt i modelleringssykluser som har en annen hensikt eller egnethet enn å ligge til grunn for denne type undersøkelse. Blum og Leiß (2007) er en modelleringssyklus som vi er kjent med. I tillegg visste vi ut fra vårt utvalg av informanter, at denne modelleringssyklusen også var kjent for våre informanter.

Valg av rammeverk fikk også konsekvenser for vårt søk etter artikler, disse dannet det teoretiske grunnlaget for utarbeidelsen av utsagnene som senere ble sammenlignet. Vi hadde behov for en søkemotor der vi kunne gjøre avanserte søk.

3.3 Søkemotor

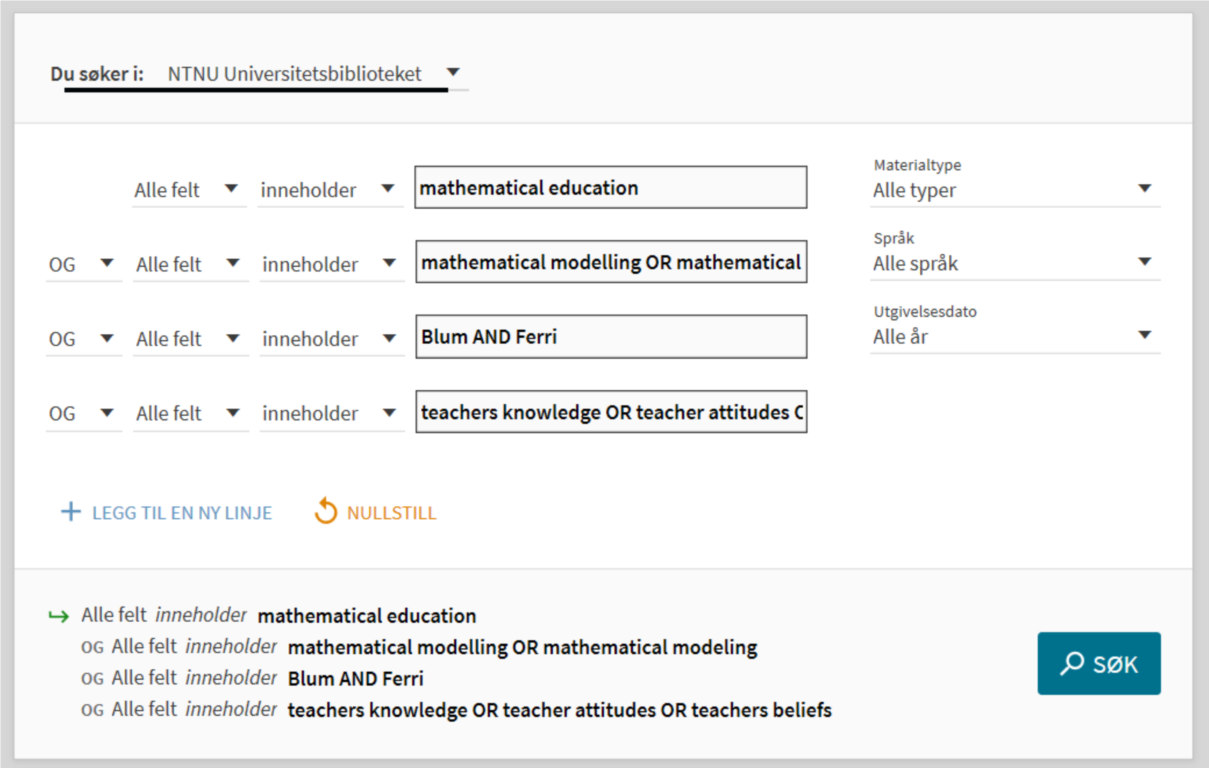
Søkemotoren Oria oppfylte våre behov for å gjøre avanserte søk. Den var enkel å forstå og sette seg inn i. Ved hjelp av Oria gjorde vi et systematisk litteratursøk, der vi brukte Lipsey & Wilson (2001) sine retningslinjer for systematisk utvelgelse i søk. I søket valgte vi ut ord som tittelen til artikkelen skal inneholde eller forfattere som skal ha skrevet, bidratt i eller blitt henvist til i artiklene. Disse artiklene omhandlet (1) lærerens og elevenes utfordringer i modelleringsprosessen, (2) om lærerne og modellering og (3) om modelleringssyklusen.

Ved hjelp av søkemotoren Oria og Lipsey & Wilson (2001) sine retningslinjer for systematiske søk, styrte og avgrenset vi søket til tidligere forskning og teori som passet til vår problemstilling. På denne måten fikk vi artikler direkte knyttet til blant annet modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007).

Oria har også en mulighet for å rydde i søket i ettertid, her kan man velge språk, årstall og om det skal være fagfellevurderte artikler. Det som er viktig er å finne søkeordene som gir deg de artiklene du leter etter.

3.3.1 Utvalg av søkeord

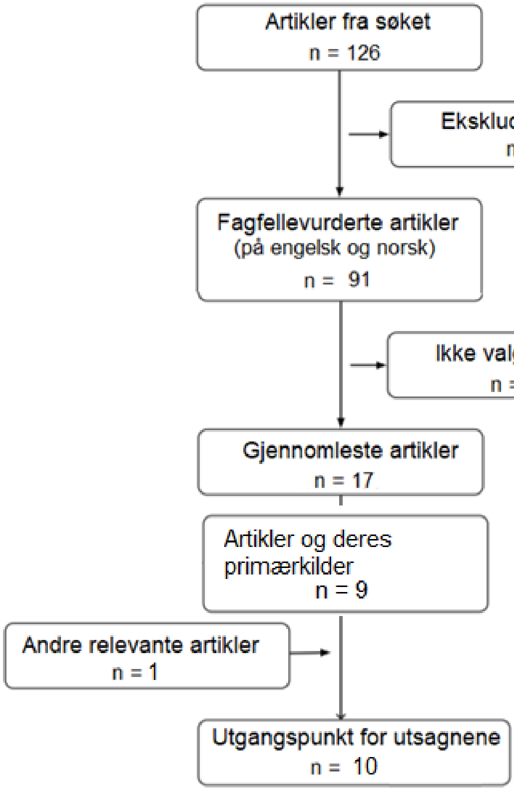
Vi har valgt søkeord, som ble kvalitetssikret av vår veileder, som kunne gi oss artikler som omhandlet lærere, deres utfordringer knyttet til modellering og modelleringssyklusen. Artiklene fra søket skulle vi bruke for å finne teori som var knyttet til de forskjellige delprosessene i modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007).



Figur 9 Vårt avanserte søk i Oria

I Figur 9 kan man se vårt avanserte søk i Oria. Vi ønsket å finne artikler som handlet om matematikkutdanning, derfor er vårt første søkeord «mathematical education». Vi ønsket å få opp artikler som handlet om matematisk modellering, siden ordet modellering skrives forskjellig på engelsk og amerikansk er vårt andre søkeord «mathematical modelling OR mathematical modeling», *OR* gjør her at vi får opp begge delene i søket. Vårt rammeverk er modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007), da var det naturlig at Blum var et av søkeordene. Da vi brukte Blum AND Leiß fikk vi n=78 treff. Siden Ferri kom med innvendinger til den opprinnelige modellen til Blum og Leiß og vi har brukt den reviderte utgaven, valgte vi derfor å erstatte Leiß med Ferri i søket. Valget ble også gjort fordi Blum og Ferri (2009) forsket ut fra modellen til Blum & Leiß (2007), på elevers og læreres utfordringer med matematisk modellering, se for eksempel Blum & Ferri (2009) og Blum (2015). Da ble vårt søk «Blum AND Ferri». Det å skrive AND inn gjør at begge ordene er representert i treffene. Vi ønsker å forske på lærerne og derfor er også «teachers» med i vårt søk. Vi søkte etter «teachers knowledge OR teachers attitudes OR teachers beliefs", grunnen til dette er at vi ønsket å inkludere både lærernes holdninger, oppfatninger og kunnskap. Dette søket gav oss n = 126 treff.

3.3.2 Utvalg av artikler



Figur 10 Utvalg av artikler

Vi ønsket at artiklene vi anvendte skulle være fagfellevurderte og avgrenset til kun fagfellevurderte tidsskrift, det resulterte i n = 94 treff (se Fig. 10). Artikler som ikke var skrevet på norsk eller engelsk ble ekskludert, n=91. Vi leste abstraktet til de 91 artiklene og ekskluderte de som åpenbart ikke var relevante. Dette resulterte i et utvalg av n = 17 artikler. Disse artiklene leste vi og ut fra referanser i artiklene fant vi andre aktuelle artikler. Videre ble referanselistene gjennomgått for å finne igjen de potensielle publikasjonene vi hadde funnet da vi leste artiklene. Dette gav åtte artikler i tillegg. Vi tok med n = 1 fagfellevurderte artikler vi hadde kjennskap til som omhandlet en av de tre kriteriene vi hadde for å systematisere søket. Dette gav et totalt og endelig resultat på n = 10 artikler (Vedlegg 1), som direkte kunne knyttes til våre kategorier og utsagn knyttet til disse.

3.4 Datainnsamling

Før vi gjennomførte datainnsamlingen ble det utarbeidet utsagn og lagd kriterier for hvilke informanter vi ønsket i vår undersøkelse.

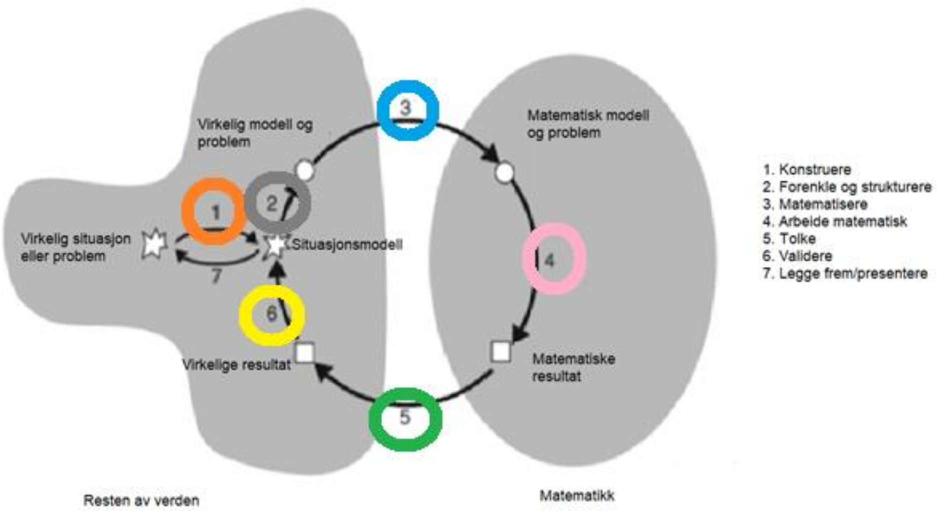
3.4.1 Utarbeidelse av utsagn

Det første vi gjorde var å velge kategorier ut fra modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007). De fagfellevurderte artiklene fra søket ble brukt som utgangspunkt for å komme frem til tidligere forskning på modellering og modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007). Vi tok utgangspunkt i de artiklene der lærerne og modelleringssyklusen var i fokus og deres primærkilder. Artiklene ble gjennomlest og induktivt kodet. Vi hentet direkte sitater og utsagn, som for eksempel omhandlet kompetanse og utfordringer

knyttet til modelleringsprosessen ut fra tidligere studier eller undersøkelser og forskeres funn.
Videre ble utsagnene sortert og plassert i våre seks kategorier, ut fra blant annet Leiß et. al (2010) sin beskrivelse av hva de ulike delprosessene innebærer. Kategoriene finner man igjen i kapittel 2.3, se Fig.8. Hver av de seks kategoriene hører til ett steg i modelleringssyklusen. For eksempel omtaler Blomhøj (2006) hva det vil si å inneha modelleringskompetanse. En av kompetansene han beskriver handler om å reflektere over og kritisere den samlede modelleringsprosessen. Dette er da brukt som utgangspunkt når vi har skrevet utsagnet: Å veilede elevene til å reflektere over og kritisere over den samlede modelleringsprosessen (se Vedlegg 2). Som i selve undersøkelsen ble til: *Få elevene til å reflektere over og kritisere modelleringsprosessen*, som er plassert i vår kategori 6, som handler om kompetanse til å validere løsninger.

Utsagnene ble oversatt til norsk, siden alle informantene jobber i norsk skole. De opprinnelige oversatte utsagnene sammen med deres referanser finnes i Vedlegg 2. Alle utsagnene ble forenklet, slik at de egnet seg til en Comparative Judgement test i programmet NoMoreMarking. Gjennom hele prosessen ble utsagnene gjennomlest av begge forfattere, før vi konsulterte veileder og en annen ekspert ved NTNU for å sikre at utsagnene var forståelig og at de ble tolket som tiltenkt. Den endelige listen av utsagn, sortert i kategorier er listet opp i neste kapittel.

3.4.2.1 Utsagnene i NoMoreMarking
Alle utsagnene fikk et eksplisitt nummer, slik at man i datamaterialet kan se hvilken kategori utsagnene tilhører. I tillegg fikk de ulike kategoriene en fargekode. Fargekodene gjorde det enklere å skille de ulike kategoriene i resultatkapittelet, leseren kan oppleve fargekoden som en visuell støtte. Alle utsagnene i kategori 1 begynner med 1, deretter har de nummerering etter hvilket utsagn de er i kategorien. Eks. utsagn nummer tre i kategori 1 heter: 1.3 *Å velge en oppgave ut fra virkeligheten.* På denne måten var det enklere å systematisere og tolke datamaterialet i etterkant av undersøkelsen.



Figur 11 Modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007), med de ulike kategoriene

Kategori 1: Valg av oppgave

1.1 Finne gode modelleringsoppgaver
1.2 Velge ut gode modelleringsoppgaver
1.3 Å velge en oppgave ut fra virkeligheten

1.4 Finne modelleringsoppgaver som dekker matematiske kompetansemål
1.5 Å finne oppgaver som kan løse interessante problemer matematisk
1.6 Velge modelleringsoppgaver som gir den ønskede utviklingen

Kategori 2: Forstå problemet fra virkeligheten
2.1 Få elevene til å forenkle problemet eller situasjonen
2.2 Få elevene til finne ut hva som påvirker situasjonen
2.3 Få elevene til å identifisere de ulike variablene
2.4 Få elevene til å finne sammenhenger mellom variablene
2.5 Få elevene til å lete etter tilgjengelig informasjon
2.6 Få elevene til å sortere ut hva som er relevant informasjon
2.7 Å ikke overføre din egen løsningsmetode til elevene
2.8 Få elevene til å modellere egen forståelse av problemet

Kategori 3: Kompetanse til å sette opp en matematisk modell ut fra virkeligheten
3.1 Se for seg hvordan en elevs matematiske modell vil se ut
3.2 Lytte til elevenes løsningsforslag og bruke dette i videre veiledning
3.3 Få alle elevene til å oppleve at de «finner opp» matematikk
3.4 Få elevene til å matematisere problemet
3.5 Å få elevene til å velge passende matematisk skrivemåte
3.6 Få elevene til å representere situasjoner grafisk
3.7 Å identifisere gode, uforutsette, løsningsmetoder

Kategori 4: Kompetanse til å løse matematiske spørsmål innenfor denne matematiske modellen
4.1 Få elevene til å bruke hensiktsmessige strategier
4.2 Få elevene til å dele opp et problem i mindre deler
4.3 Få elevene til å se sammenheng med lignende problemer i matematikk
4.4 Få elevene til å se problemet fra ulike vinkler
4.5 Få elevene til å omformulere problemet
4.6 Få elevene til å bruke matematisk kunnskap til å løse problemet

Kategori 5: Kompetanse til å tolke matematikk i virkelige situasjoner
5.1 Få elevene til å tolke matematiske resultater
5.2 Få elevene til å generalisere løsningen
5.3 Få elevene til å formidle løsningen ved hjelp av matematiske begrep
5.4 Få elevene til å kommunisere rundt ulike løsninger ved hjelp av matematiske begrep
5.5 Få elevene til å argumentere matematisk

Kategori 6: Kompetanse til å validere løsningen
6.1 Få elevene til å kritiske kontrollere og reflektere over funnet løsning
6.2 Få elevene til å stille spørsmål ved egen modell
6.3 Få elevene til å gjennomgå modelleringsprosessen på nytt dersom løsningen ikke fungerer
6.4 Få elevene til å reflektere over andre løsningsmetoder som kan fungere
6.5 Få elevene til å komme med forslag til forbedringer av andres modeller
6.6 Få elevene til å vurdere og kritisere egen og andres bruk av modellen
6.7 Få elevene til å reflektere over og kritisere modelleringsprosessen
6.8 Ha hovedfokus på prosess

3.4.2 Utvalg

Det var viktig at vårt utvalg hadde kompetanse om modelleringssyklusen og matematisk modellering og dermed visste hva de sammenlignet. Vi satte opp følgende kriterier før vi valgte informanter: 1) de er utdannet lærere og jobber som lærere, 2) de har teoretisk kompetanse i og praktisk erfaring med modellering. Derfor oppsøkte vi lærere som tok videreutdanning i Matematikk 2 ved NTNU, studenter på lærerspesialistutdanning og lærerspesialister som fullførte i 2019 ved NTNU, da disse oppfyller våre to kriterier. Utvalget består da av 40 studenter, 14 tar Matematikk 2, 16 er studenter på lærerspesialistutdanningen og 10 var ferdig med lærerspesialistutdanningen i 2019. Det er kvinner og menn i ulik alder, fra ulike skoler og kommuner, men samtlige oppfyller våre to kriterier for valg av informanter.

3.4.3 Begrunnelse for valg av oppgave til deltagerne

I forkant av undersøkelsen fikk studentene en oppgave, inspirert av oppgaven til Blum og Ferri (2009) se Figur 12. Da informantene jobber i norsk skole har vi valgt å skrive om oppgaven til norsk og ta utgangspunkt i norske steder, se Figur 13.

Example 2: "Filling up"
Mrs. Stone lives in Trier, 20 km away from the border of Luxemburg. To fill up her VW Golf she drives to Luxemburg where immediately behind the border there is a petrol station. There you have to pay 1.10 Euro for one litre of petrol whereas in Trier you have to pay 1.35 Euro.
Is it worthwhile for Mrs. Stone to drive to Luxemburg? Give reasons for your answer.

Figur 12 Blum og Ferri (2009, s 46)

Raymond bor i Halden, 20 km fra grensen til Sverige. Det er en bensinstasjon i Halden og det er en bensinstasjon rett over grensen til Sverige. Bør Raymond fylle opp tanken i Halden eller i Sverige?

Presenter ditt løsningsforslag

Figur 13 Eksempeloppgave til studentene, egen oversettelse (Blum & Ferri, 2009)

Vi valgte å introdusere en modelleringsoppgave som var kort og enkelt å forstå. På denne måten fikk vi deltagerne koblet på modellering, slik at de bedømte utsagnene i vår undersøkelse ut ifra mest mulig likt utgangspunkt. Vi introduserte oppgaven for deltagerne rett før de tok undersøkelsen, da det er viktig for metoden Comparative Judgement at informantene har samme utgangspunkt (Pollitt, 2011).

3.4.4 Forberedelse og gjennomføring av datainnsamling

Vi måtte gjøre et forarbeid før vi kunne laste opp utsagnene våre i programmet *NoMoreMarking.* For å gjøre det enklere for deltagerne å lese utsagnene, uten å måtte gå inn på hver fil, ble alle utsagnene skrevet med skrifttype Calibri og skriftstørrelse 36.

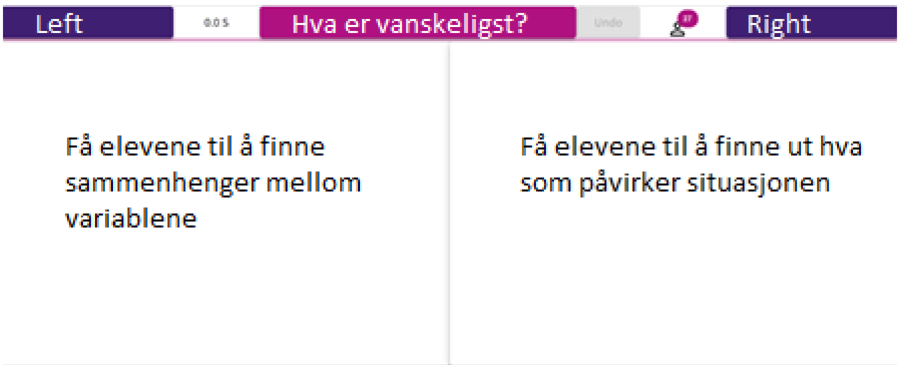
Utsagnene ble skrevet på den tredje linjen på et liggende ark i A4 format. Til slutt omgjorde vi hvert utsagnene til en PDF-fil, før de ble lastet opp i programmet *NoMoreMarking*.

Datainnsamlingen ble foretatt ved NTNU av oss. Vi avtalte med forelesere og fikk lov til å møte fysisk opp da studentene var samlet til forelesning. Vi valgte å møte opp selv i håp om å få flest mulig informanter og høyere svarprosent. En annen gevinst med å møte opp selv var at vi kunne svare på spørsmål eller uklarheter, i tillegg skrev deltagerne under på samtykkeskjemaet og hadde mulighet for å være helt anonyme.

Vi møtte opp i god tid, slik at forberedelsen vi skulle gjøre var ferdig før vår avtalte tid til gjennomføringen av undersøkelsen. Vi informerte studentene kort om undersøkelsen muntlig, i tillegg kunne de lese om undersøkelsen på samtykkeskjemaet (se vedlegg 3 og 4). Samtykkeskjemaet måtte signeres av deltagerne før de kunne gjennomføre undersøkelsen. Alle fikk samtykkeskjema og på dette står det tydelig at deltagelsen var frivillig, noe vi også sa muntlig.

Deretter presenterte vi modelleringsoppgaven og deltagerne logget inn på linken til *NoMoreMarking* med en e-postadresse. De kunne velge mellom å bruke egen e-postadresse eller en vi hadde tilgjengelig, hvis de ønsket å være helt anonymisert kunne de også låne en PC av oss.

Noen av deltagerne hadde problemer under gjennomføringen. Dette var tekniske problemer, som for eksempel at de ikke skulle trykke på selve utsagnene, men på *Left* eller *Right* se Figur 14. Deltagerne som hadde slike problemer, stilte spørsmål direkte til en av oss.



Figur 14 Eksempel på skjermbilde til deltagerne under undersøkelsen

I vår undersøkelse ble informantene spurt om hvilket av alternativene som de mente var vanskeligst i modelleringsprosessen. De skulle velge det utsagnet de mente var det mest utfordrende utsagnet av de to utsagnene som ble sammenlignet. Det er programmet som velger ut hvilke utsagn som behøver flere sammenligninger. Derfor kan informantene få opp utsagn innenfor samme kategori, ulike kategorier og ett utsagn kan av en informant bli sammenlignet med flere andre utsagn. Etter gjentatte sammenlikninger blir de innsamlede data statistisk modellert og svarene plassert på en skala av relativ kvalitet (NoMoreMarking, 2019).

3.5 Innhenting av datamaterialet

Vi brukte programmet *NoMoreMarking* for å innhente datamateriale til vår undersøkelse, som et verktøy for å gjennomføre Comparative Judgement. NoMoreMarking er et analyseprogram som gir resultatet på en Rasch-skala. Personene bak *NoMoreMarking* er høyt utdannet, de fleste har lang erfaring med undervisning og forskning på vurdering fra universitet og skoler i flere deler av verden. Programmet er opprinnelig utviklet for å hjelpe sensorer til å vurdere skriftlige besvarelser, der sensorene sammenligner besvarelser parvist. Programmet bruker informasjonen fra de ulike sammenligningene til å rangere besvarelsene i en Rasch-skala (*NoMoreMarking*, 2019). På denne måten vil man få opp rangeringen av besvarelsene, i tillegg får hver besvarelse en tallverdi. Verdien sier hvor på skalaen besvarelsen befinner seg, i tillegg til hvordan besvarelsen er i forhold til de andre besvarelsene som ble sammenlignet. Vi har brukt dataprogrammet NoMoreMarking i våre undersøkelser og programmet regner ut Rasch-verdien til utsagnene og plasserte de på en skala fra 0 til 100.

3.5.1 Rasch

Rasch er en metode som gir testelementer en verdi på en skala. Hvert element får en verdi og plasseres på en skala ut fra denne verdien. Verdien viser også hvor langt hvert element er fra hverandre (Wright & Stone, 1979). På denne måten kan man for eksempel finne ut hvilken elevbesvarelse som er den beste og hvor god den er sammenlignet med de andre. I vårt tilfelle ønsker vi å benytte denne skalaen til å plassere utsagnene fra modelleringssyklusen for å finne ut hvilken delprosess i modelleringssyklusen som oppleves mest utfordrende for lærerne.

Måleenheten i Rasch er logits. Denne enheten er satt sammen av «log, odds og unit». Oddsen er forholdet mellom lærere som har plassert utsagnene som forventet og de som plasserer de på annen måte. Lærernes kompetanse målt i logits er den naturlige logaritmen til denne oddsen (Bond & Fox, 2015). I målinger får man logits-verdier mellom -4 og 4, men i programmet *NoMoreMarking* blir det gjort om til verdier mellom 0 og 100. Verdier som ved måling er -2, 0 eller 2, får verdiene 25, 50 og 75. Dersom et utsagn får logits-verdien -4 vil den ha verdien 0 på skalaen og dersom et utsagn hadde fått verdien 4 ville den fått verdien 100 på skalaen.

Rasch-modellen er godt egnet til å gjøre rangeringer (Wu & Adams, 2007). En av grunnene til dette er at man vet både verdien til et utsagn i tillegg til avstanden til andre utsagn. Hvis et utsagn får verdien 5, et annet 15 og et tredje 25, så sier Rasch-modellen at det er like stor avstand mellom utsagn 1 og 2, som det er fra utsagn 2 til 3 (Wright & Stone, 1979). I vårt analysearbeid var dette nyttig, og det hjalp oss med å analysere hvilke steg i modelleringssyklusen som er vanskeligst.

3.5.2 Comparative Judgement

Mennesker har en bedre evne til å sammenligne, enn å vurdere enkeltvis. Det er enklere for et menneske å si hvem av to personer som er den høyeste, enn det er å vurdere en persons nøyaktige høyde. Comparative Judgement er en metode der sammenligninger danner grunnlaget for resultatet.

Comparative Judgement er en vurderingsmetode, der sensorer sammenligner og favoriserer for eksempel en elevbesvarelse fremfor en annen. I vårt tilfelle var sensorene lærere, som ble presentert for suksessive par med utsagn rundt modelleringssyklusen og ble spurt om å vurdere, for hvert par, hvilket utsagn som var det mest utfordrende. Lærerne måtte velge eller favorisere det ene utsagnet fremfor det andre. Utfallet av alle sammenligningene av utsagnene gjort av informantene som deltok i undersøkelsen, ble i programmet NoMoreMarking rangert på en skala, der utsagnene ble rangert fra lavest til høyest vanskelighetsgrad (Jones, Swan & Pollitt, 2013).

Comparative Judgement stammer fra Thurstone (1927) sin oppdagelse av personers upålitelighet når de skulle vurdere ulike fysiske egenskaper, slik som vekt, temperatur og tonehøyde enkeltstående. Derimot var personer som sammenlignet to fysiske egenskaper svært pålitelig. Det var ingen problemer for personer å finne ut hvilken av to steiner som hadde størst masse, eller hvilket tre som var høyest. Problemet oppsto dersom man ikke hadde noe å sammenligne med. I prinsippet, antok Thurstone (1927) at en person som oppfatter et eller annet fenomen vil tildele det noen momentane verdier. Disse verdiene kan variere tilfeldig og til en viss grad fra anledning til anledning. Ved å spørre om de kan velge den beste av to slike fenomener og det er disse verdiene som blir sammenlignet (Pollitt, 2011). Thurstone var opptatt av å kunne måle psykologiske fenomener og prøvde metoden Comparative Jugdement for å sammenligne holdninger og sosiale verdier, fenomener som ikke har noen målbare fysiske korrelater (Thurstone, 1954).

Comparative Judgement er en metode som er i stand til å generere svært pålitelige resultater i forbindelse med pedagogiske vurderinger (Pollitt, 2011). Resultatene fra mange sammenligninger av mange sensorer vil øke validiteten, siden resultatet er det kollektive svaret fra flere eksperter (Jones, Swan & Pollitt, 2013). I vårt tilfelle er resultatet de sammenligningene fra de 40 deltakerne som deltok i undersøkelsen.

I 1950-årene utviklet den danske pedagogiske statistikeren Georg Rasch en serie av matematiske modeller for pedagogiske tester (Pollitt, 2011). I 1978 demonstrerte Andrich at Rasch sin logistiske modell var ekvivalent med Thurstone sin modell og det ble mulig å lage forholdsvis enkle dataprogram for å bruke metoden Comparative Judgement (Pollitt, 2011).

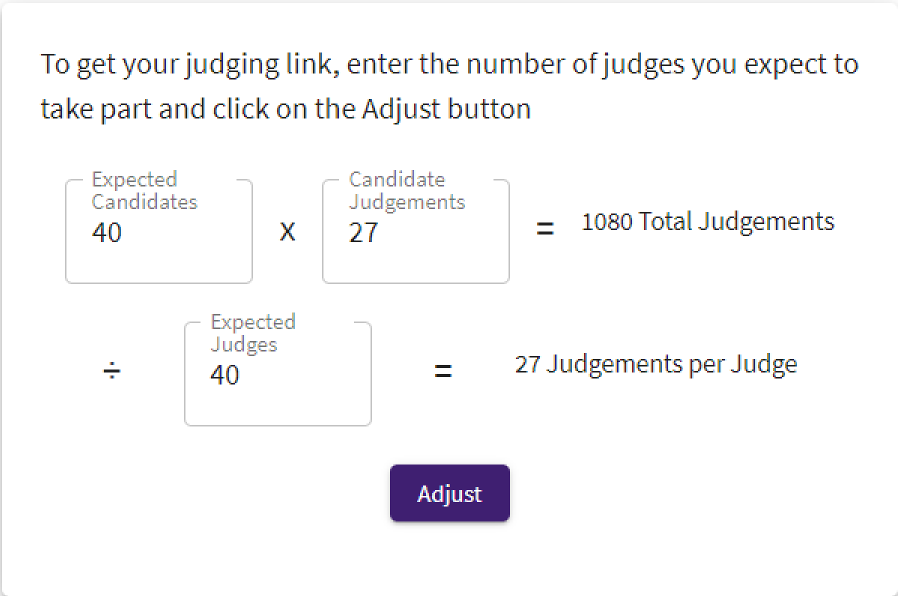
Pollitt og Murray (1996) har også brukt metoden Comparative Judgement til å undersøke hvordan sensorer vurderer muntlige fremlegg. Bramley, Bell og Pollitt (1998) brukte metoden til å undersøke endringer i matematikk og engelsk standarder over tid. Comparative Judgement har også blitt brukt til flere forskjellige studier slik som Narrative writing (Heldsinger & Humphry, 2010) og matematisk problemløsning (Jones, Swan & Pollitt, 2014). Metoden ble brukt til en lignende studie i 2019 (Strand, 2019), der ble matematisering den mest utfordrende delprosessen og det vanskeligste utsagnet var: *å få elevene til å oversette det virkelige problemet til en matematisk sammenheng, ved å lage tabeller, formler, utregninger og funksjoner* (Strand, 2019). Strand (2019) konkluderer med at det er avgjørende med en lærer som har gode fagdidaktiske kunnskaper om matematisk modellering. Forskningen hennes foregikk på to heterogene grupper og det var noe sprikende resultater innad og mellom de to gruppene. I tillegg til utsagn hentet fra tidligere forskning hadde Strand (2019) også tatt med mer tilfeldige lærerutsagn, derfor vil ikke vår forskning kunne sammenlignes direkte med hennes.

3.6 Undersøkelsens troverdighet

For at undersøkelse skal være troverdig må vi sikre oss at den har reliabilitet og validitet. Det handler om at vår undersøkelse må kunne etterprøves (reliabiliteten) og at våre resultater er gyldige (validitet). Det vil si om det er mulig å trekke gyldige slutninger fra våre resultater (Ringdal, 2018).

3.6.1 Reliabilitet og validitet

Det var 40 utsagn i vår undersøkelse, som deltagerne skulle vurdere opp mot hverandre. For å øke påliteligheten til undersøkelsen bør man ha minst ti ganger flere bedømminger enn man har kandidater (NoMoreMarking, 2019), derfor bedømte hver av de 40 deltagerne våre ulike utsagn 27 ganger hver, se Figur 15. Det er mulig å endre antall ganger et utsagn skal bedømmes og antall informanter (kalt dommere i NoMoreMarking), og ut fra dette beregner nettsiden hvor mange bedømminger hver respondent skal gjøre.



Figur 15 Antall bedømminger per deltager

En generell måte å vurdere relabilitet på er å benytte en test, retest teknikk. Da kan man måle graden av samsvar eller enighet mellom gjentatte målinger av samme undersøkelse (Ringdal, 2018). Dette ville innebære at vi hadde bedt deltagerne svare på undersøkelsen på nytt med kort tids mellomrom. Det hadde antageligvis vært utfordrende og tidkrevende å få de samme studentene til å bruke enda mer av sin forelesningstid på å gjennomføre undersøkelsen. I tillegg kunne det vært problematisk for resultatet, siden deltagerne kan ha diskutert eller økt sin kompetanse i matematisk modellering siden forrige undersøkelse og det kunne ført til mangel på samsvar, uten at det kunne forklares med målefeil (Ringdal, 2018).

I vår undersøkelse har vi valgt metoden tverrsnittsdata for å øke reliabiliteten. Med denne metoden måles intern konsistens mellom indikatorene med Cronbachs alfa. Intern konsistens i en undersøkelse handler om at utsagnene skal måle det samme, i vårt tilfelle skal alle utsagnene knyttes til modelleringssyklusen. Våre informanter bør ha en viss grad av enighet om hvor vanskelig de ulike utsagnene er når de sammenligner, for at undersøkelsen skal få en tilfredsstillende reliabilitet. Denne statistiske størrelsen varierer fra null til en og dersom den er over 0,7 har den en tilfredsstillende reliabilitet (Ringdal, 2018).

Det er bestandig usikkert hvor mange informanter du får i en spørreundersøkelse eller studie. Vi ville sikre reliabiliteten og da måtte utsagnene sammenlignes minst 400 ganger. Vi antok at minst 50% av de spurte ville delta i undersøkelsen. Først spurte vi 30 informanter, og stilte inn NoMoreMarking med utgangspunkt i at 15 av disse ville delta og gjennomføre undersøkelsen. Da måtte hver informant gjøre 27 bedømminger, siden vi har 40 utsagn. Alle 30 deltok, i tillegg utvidet vi antall informanter i undersøkelsen med 10 tidligere lærerspesialiststudenter for å øke reliabiliteten (Ringdal, 2018). Samtlige 40 informanter gjennomførte 27 sammenligninger hver.

Validitet vurderes på en rekke måter, men kan ikke like enkelt måles med tall som reliabilitet. I vår undersøkelse vil reliabiliteten handle om egenskapene til de målte indikatorene, her våre utsagn, mens validitet handler om relasjonen mellom utsagnene og begrepet matematisk modellering (Ringdal, 2018). Validitet sier noe om gyldigheten av våre resultater og at metoden vi velger faktisk måler det vi har tenkt til å måle (Ringdal, 2018).

Vi ønsker å måle utfordringer med begrepet matematisk modellering. Det innebærer at våre utsagn dekker begrepet matematisk modellering, og det er viktig at undersøkelsen måler dette begrepet.

Vi har etterstrebet å ha minst fem utsagn i hver kategori, for bredere utvalg av utsagn vil gi høyere innholdsvaliditet (Ringdal, 2018). Alle utsagnene har sin opprinnelse fra teori og tidligere undersøkelser, slik at de skal være mest mulig objektive og øke validiteten. På en annen side har vår subjektive forståelse påvirket oversettelse og forenkling av utsagnene. Da teoretiske begreper oftere er rikere på meningsinnhold enn det som kan fanges inn av enkle utsagn, kan den opprinnelige betydningen reduseres. En slik forenkling kalles operasjonalisering, noe som kan gjøre utsagnene mer empirisk håndterlig (Ringdal, 2018). Hos oss betyr det at vi har prøvd å fjerne støy, for å få mest mulig forståelig og presise utsagn.

3.6.2 Infit

For å få en troverdig forskning har vi sett på samsvaret mellom de ulike deltagerne sine bedømminger, dette kan måles med en infitverdi. Infitverdien sier noe om enigheten eller uenigheten (Bond & Fox, 2015). I vårt tilfelle får vi infitverdier både på informanter og utsagn.

Bond og Fox (2015) hevder at en infitverdi på 1,50 betyr at det er 50% mer variasjon i tallmaterialet enn hva en kan forvente ut fra Rasch-modellen, med verdier under 0,50 vil tallmaterialet eller informantene ifølge Rasch-modellen være usannsynlig samstemte. Det betyr at infitverdier vil bedømme om hvert enkelt utsagn eller informant passer i Rasch-modellen. Infitverdier mellom 0,4 og 1,2 er ifølge Bond og Fox (2015) en akseptabel grense for infitverdier. Infitverdien på deltagerne sier noe om hvor enig eller uenig den enkelte informant er med de andre respondentene. Dersom en informant får en infitverdien på 1,3 eller høyere betyr det at denne har stor grad av uenighet sammenlignet med de andre informantene om hvor vanskelige de ulike utsagnene er. Infitverdien til utsagnene sier noe om hvor enig eller uenig de ulike informantene har vært når de skulle sammenligne de ulike utsagnene. Et utsagn med sprikende respons vil få høy infitverdi, på 1,3 eller høyere. En lav infitverdi betyr høy grad av enighet mellom deltagerne om hvor vanskelig et utsagn er, men hvis den er for lav er deltagerne usannsynlig enige (Bond & Fox, 2015).

3.6.3 ANOVA

ANOVA kommer fra det engelske «analysis of variance» og er et samlebegrep for flere ulike statistiske metoder for å kontrollere likheten mellom to eller flere grupper (Field, 2015). Vi gjorde en Post Hoc test. Det finnes 18 ulike slike tester, som passer til forskjellig typer datamaterialer, se Figur 16.

Figur 16 Valg av Post Hoc test

Våre kategorier hadde varierende varianser. Vi valgte Games-Howell som er en test tilpasser datamateriale der man antar variasjon i variansene (Field, 2015). Under Options valgte vi Welch siden vi har heterogene varianser. Dette betyr i vårt tilfelle at det er et sprik i variansene mellom de ulike kategoriene. Vi brukte ANOVA til å kontrollere om vårt datamateriale var statistisk signifikant.

3.7 Analyse av datamaterialet

Hver kategori ble tildelt en farge. På denne måten ble resultatene fargekodet. Fargekodingen går igjen i hele resultatkapittelet, både i tabeller og figurer.

NoMoreMarking fremstiller datamaterialet på en Rasch-skala og hvert utsagn får en verdi (Scaled Score). Rasch-metoden benytter seg av standardisert normalfordeling (Wright & Stone, 1979). Det er derfor forventet at flesteparten av utsagnene vil ligge rundt 50 logits, nesten ingen rundt 0 eller 100. Siden vi i denne oppgaven måler spørsmålene og ikke kandidatene som svarer på spørsmålene er det ikke nøye å tenke på at man skal ha spørsmål i alle delene av skalaen. Det som da er viktig er å ha et godt utvalg av informanter, slik at målene på spørsmålene blir rette (Wright & Stone, 1979). Med et godt utvalg tenker man her at det er viktig at informantene har forkunnskaper som gir dem kunnskaper til å kunne rangere utsagn om modellering. Alle våre informanter har teoretisk og praktisk modelleringserfaring og gjør dem derfor egnet til å bedømme slike utsagn. Det at alle har modelleringserfaring gjør at deltagerne har relativt like forutsetninger til å dømme utsagnene.

I vår analyse brukte vi ANOVA for å sammenligne de seks ulike kategoriene, for å finne ut om det var noen forskjeller innenfor de forskjellige kategoriene som ikke skyltes tilfeldigheter.

Det ble lagd boksplott for hver av kategoriene, en boksplott er en visuell fremstilling. I denne fremstillingen kommer det frem både den laveste og den høyeste verdien i hver kategori, medianen for hele kategorien vises og medianen for øvre og nedre halvdel vises. Boksen begynner med medianen for nedre halvdel og avsluttes med medianen for øvre halvdel. Dette gjør at boksen inneholder minst 50% av utsagnene i kategorien.

I tillegg har vi beregnet ulike sentralmål i de forskjellige kategoriene. For eksempel har vi beregnet gjennomsnittsverdi (Scaled Score) og sammenlignet med en gjennomsnittverdi for alle utsagnene. Vi har også beregnet variasjonsbredden og medianverdiene til de ulike kategoriene. I tillegg har vi beregnet variansen og standardavviket innad i de ulike kategoriene.

3.8 Etiske betraktninger

I vår undersøkelse har vi tatt utgangspunkt den nasjonale forskningsetiske komite for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH, 2016), og forholdt oss til det som er relevant for vår undersøkelse for å sikre at de etiske prinsippene har blitt ivaretatt. I vår undersøkelse er ikke den enkelte informant interessant, men svarene til hele gruppa i sin helhet.

Undersøkelsen vår har fått godkjenning av Norsk Senter for Forskningsdata (NSD), med referansekode 913154 (se Vedlegg 5).

Da vi skal innhente personopplysninger som e-postadresse og IP-adresse måtte informantene samtykke skriftlig i henhold til NSDs retningslinjer. Informantene fikk informasjon om undersøkelsen, konfidensialitet og konsekvenser muntlig, men også gjennom samtykkeskjemaet (Vedlegg 4) de måtte skrive under. Samtykkeskjemaet ble levert inn fysisk til oss, da vi var til stede på NTNU.

3.9 Metodekritikk

Modelleringssyklusen til Blum og Leiß var utgangspunktet for kategoriene, og hvilke utsagn vi plasserte under de ulike kategoriene. For eksempel kan utsagn 4.4 *Få elevene til å se problemet fra ulike vinkler*, også kunne bli plassert i kategori 2. Vi har gjort en kvalitativ vurdering for å plassere utsagnene i kategorier, andres kvalitative vurdering kunne ført til en annen plassering. I tillegg kan våre utsagn ha bli forstått på en annen måte da vi skrev og plasserte utsagnene i våre kategorier. Våre informanter har kun møtt på utsagn, de har ikke visst hvilken kategori de tilhører. Et utsagn fra kategori 3 kan for eksempel bli tolket til å tilhøre kategori 2, dette gjelder flere utsagn og vi kommer tilbake til dette i diskusjonskapittelet.

I ettertid ser vi også at det er utsagn vi med hell kunne hatt med. Et eksempel på dette er at vi kunne hatt med et utsagn om å lage en modelleringsoppgave selv, i kategori 1.

En annen faktor som kan ha påvirket undersøkelsen og vårt resultat er ordvalget vi gjorde i det systematiske søket i søkemotoren Oria. Vi søkte på Blum AND Ferri, andre søk ville gitt andre resultater. For eksempel hvis vi hadde søkt på Blum AND Leiß OR Ferri. En slik utvidelse ville gitt oss langt flere artikler som utgangspunkt. Vi kunne endt opp med et annet utvalg av artikler, som kunne ført til at utsagnene i de ulike kategoriene hadde sett litt annerledes ut.

I søket vårt fikk vi frem artikler der vi endte med å i hovedsak benyttet forfatternes primærkilder. Dersom vi skulle gjort søket på nytt kunne vi brukt søkeord slik at vi for eksempel hadde kommet direkte kom frem til Maaß (2006) og liknende studier.

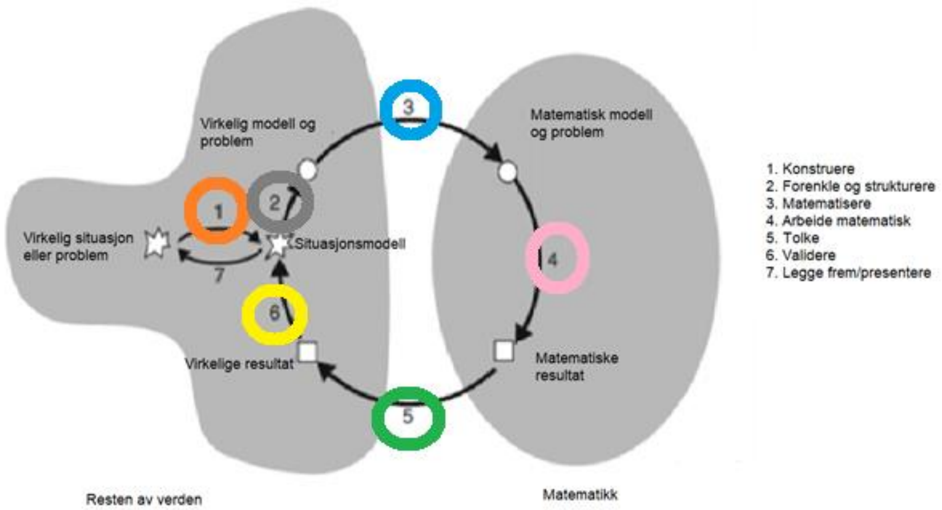
Vi har både funnet, oversatt og forenklet utsagnene fra tidligere undersøkelser og artikler for at utsagnene skulle være enkle å forstå og håndterbare i programmet NoMoreMarking. Det er viktig å være klar over at i en slik oversettelse kan mening mistes, legges til eller at innholdet endres noe. Denne prosessen kan ha endret noe av den opprinnelige meningen og vi kan ha forstått innholdet på en annen måte enn opprinnelig tenkt.

Vi valgte våre informanter ut fra bestemte kriterier. Dersom vi hadde valgt 40 tilfeldige matematikklærere ville vi kanskje fått et annet resultat, men vi mener at det kunne ført til at validiteten eller gyldigheten kunne blitt forringet. På grunn av at en av farene med å velge tilfeldige matematikklærere kunne ført til at vi hadde fått flere lærere som ikke hadde kjennskap til matematisk modellering og dermed ikke kompetanse til å vurdere utsagnene.

Comparative Judgement er opprinnelig ment for å rangere kvaliteten av elevbesvarelser, mens vi nå bruker det til å sammenligne utsagn om matematisk modellering. Vi bruker et program som er ment for noe annet, men dette programmet har også med hell vært benyttet i tidligere undersøkelser (Jones et.al, 2014; Strand, 2019).

4 Resultat

For å presentere våre funn bruker vi vårt rammeverk, modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007). De ulike kategoriene har fått fargekoder, se Figur 17. Kategori 1: *Valg av oppgave har* fargekoden oransje. Kategori 2: *Forstå problemet fra virkeligheten* har fått fargekoden grå. Kategori 3: *Matematisk modellering ut fra virkeligheten* har fått fargekoden blå. Kategori 4: *Løse matematiske spørsmål* har fargekoden rosa. Kategori 5: *Tolke matematikk* har fått fargekoden grønn. Kategori 6: *Validere løsningen* har fargekoden gul. Disse fargekodene er gjennomgående i hele kapittelet.



Figur 17 Modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007), med våre fargekoder

4.1 Scaled Score

Våre utsagn har ved hjelp av programmet NoMoreMarking og Rasch-metoden fått en verdi (Scaled score) ut ifra sammenligningene og bedømmingene våre informanter har gjort. Utsagnene er plassert fra minst utfordrende til mest utfordrende, der null er lettest og hundre er vanskeligst. I Tabell 1 finner man utsagnene med sin verdi (Scaled score) i logits, der vi i tillegg ut fra råmaterialet fra NoMoreMarking (Vedlegg 6) har lagt til kategorinummer og fargekoder for hvert av utsagnene. Utsagnene er også presentert i en målestokk i Figur 18. Disse skalerte verdiene er utgangspunktet for videre analyse og resultat.

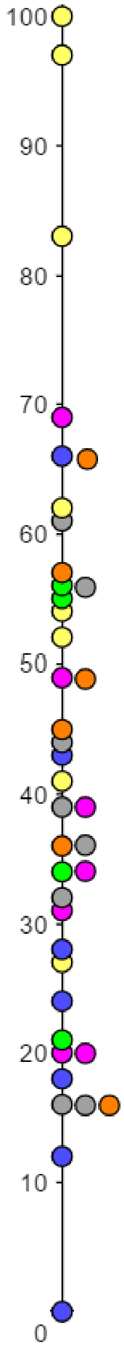
4.1.1 Utsagnene med verdi og fargekode

Tabell 1: Utsagnenes verdi, visualisert med fargekoder

Scaled Score	Kat.	Utsagn
0.0	3	Lytte til elevenes løsningsforslag og bruke dette i videre veiledning
12.0	3	Få elevene til å representere situasjoner grafisk
16.0	2	Få elevene til å lete etter tilgjengelig informasjon
	2	Få elevene til å sortere ut hva som er relevant informasjon
	1	Å velge en situasjon fra virkeligheten
18.0	3	Å få elevene til å velge passende matematisk skrivemåte
20.0	4	Få elevene til å bruke hensiktsmessige strategier
	4	Få elevene til å bruke matematiske kunnskap til å løse problemet
21.0	5	Få elevene til å tolke matematiske resultater

24.0	3	Å identifisere gode, uforutsette, løsningsmetoder
27.0	6	Få elevene til å komme med forslag til forbedring av andres løsningsmetoder
28.0	3	Se for seg hvordan en elevs matematiske modell vil se ut
31.0	4	Få elevene til å dele opp et problem i mindre deler
32.0	2	Få elevene til å forenkle problemet eller situasjonen
34.0	4	Få elevene til å se sammenheng mellom lignende problemer i matematikk
	5	Få elevene til å formidle løsningen ved hjelp av matematiske begreper
36.0	2	Få elevene til å finne ut hva som påvirker situasjonen
	1	Finne modelleringsoppgaver som dekker matematiske kompetansemål
39.0	2	Få elevene til å identifisere de ulike variablene
	4	Få eleven til å se problemet fra ulike vinkler
41.0	6	Ha hovedfokus på prosess
43.0	3	Få elevene til å matematisere problemet
44.0	2	Å ikke overføre din egen løsningsmetode til elevene
45.0	1	Å velge ut gode modelleringsoppgaver
49.0	4	Få elevene til å omformulere problemet
	1	Å finne oppgaver som kan løse interessante problemer matematisk
52.0	6	Få elevene til å reflektere over andre løsningsmetoder som kan fungere
54.0	6	Få elevene til å stille spørsmål ved egen modell
55.0	5	Få elevene til å generalisere løsningen
56.0	2	Få elevene til å finne sammenhenger mellom variablene
	5	Få elevene til å kommunisere rundt ulike løsninger ved hjelp av matematiske begreper
57.0	1	Finne gode modelleringsoppgaver
61.0	2	Få elevene til å modellere egen forståelse av problemet
62.0	6	Få elevene til å vurdere og kritisere egen og andres bruk av modellen
66.0	3	Få alle elevene til å oppleve at de «finner opp» matematikk
	1	Velge modelleringsoppgaver som gir den ønskede utviklingen
69.0	5	Få elevene til å argumentere matematisk
83.0	6	Få elevene til å gjennomgå modelleringsprosessen på nytt dersom løsningen ikke fungerer
97.0	6	Få elevene til å reflektere over og kritisere modelleringsprosessen
100.0	6	Få elevene til å kritisere kontrollere og reflektere over funnet løsning

4.1.2 Målestokk



Figur 18
Scaled score
til utsagnene

Utsagnene plasseres på skalaen 0 – 100 i logits, den laveste får skår 0 og den høyeste får skår 100. Kategoriene er kodet med farge. Hver av de små sirklene med fargekoder representerer et eksplisitt utsagn, i Figur 18 finner man alle de 40 utsagnene representert med en liten sirkel.

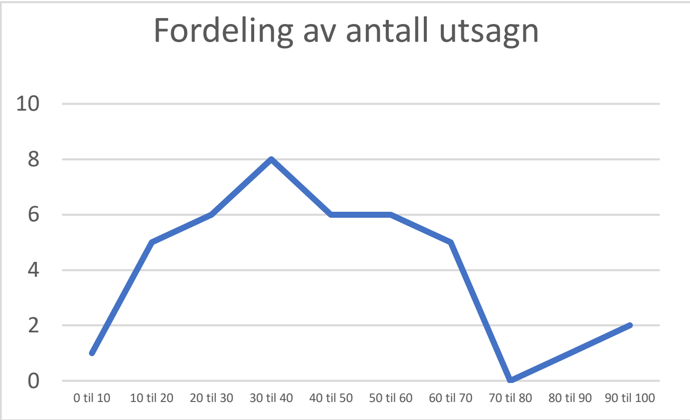
I Figur 18 er avstanden mellom enhetene lineær, det vil si at det er like stor forskjell mellom 8 og 18 som det er mellom 43 og 53. Det vil si at et utsagn med verdi 40 blir vurdert som dobbelt så vanskelig som et utsagn med verdi på 20. Utsagn med samme verdi er plassert horisontalt ut fra den verdien de fikk i vår undersøkelse.

Ut ifra Tabell 1 og Figur 18 finner vi to av utsagnene fra kategori 3: *Matematisk modellering ut fra virkeligheten*, med henholdsvis 0 og 12 som verdi. Lærerne vurderer som det minst utfordrende når de jobber med matematisk modellering med elevene, og utsagnet *Lytte til elevenes løsningsforslag og bruke dette i videre veiledning* blir oftest i sammenligningene valgt som det enkleste utsagnet.

På motsatt side av skalaen finner vi tre utsagn fra kategori 6: *Validere løsningen*. Deltakerne i vår undersøkelse har vurdert disse utsagnene som de mest avanserte i arbeid med matematisk modellering i klasserommet. Utsagnene de vurderer som mest utfordrende er, med verdi 83: *Få elevene til å gjennomføre modelleringsprosessen på nytt dersom løsningen ikke fungerer*. Det utsagnet som vurderes som nest vanskeligst, med verdi 97, er: *Få elevene til å reflektere over og kritisere modelleringsprosessen*. Det utsagnet som våre informanter vurderer som det vanskeligste er utsagnet: *Få elevene til å kritisere, kontrollere og reflektere over funnet løsning*. Det utsagnet med skår på 100 har i flest sammenligninger blitt vurdert som den mest utfordrende.

Gjennomsnittlig verdi for alle utsagnene er 42,6. Medianen for utsagnene er 40.

4.1.3 Fordeling av antall utsagn



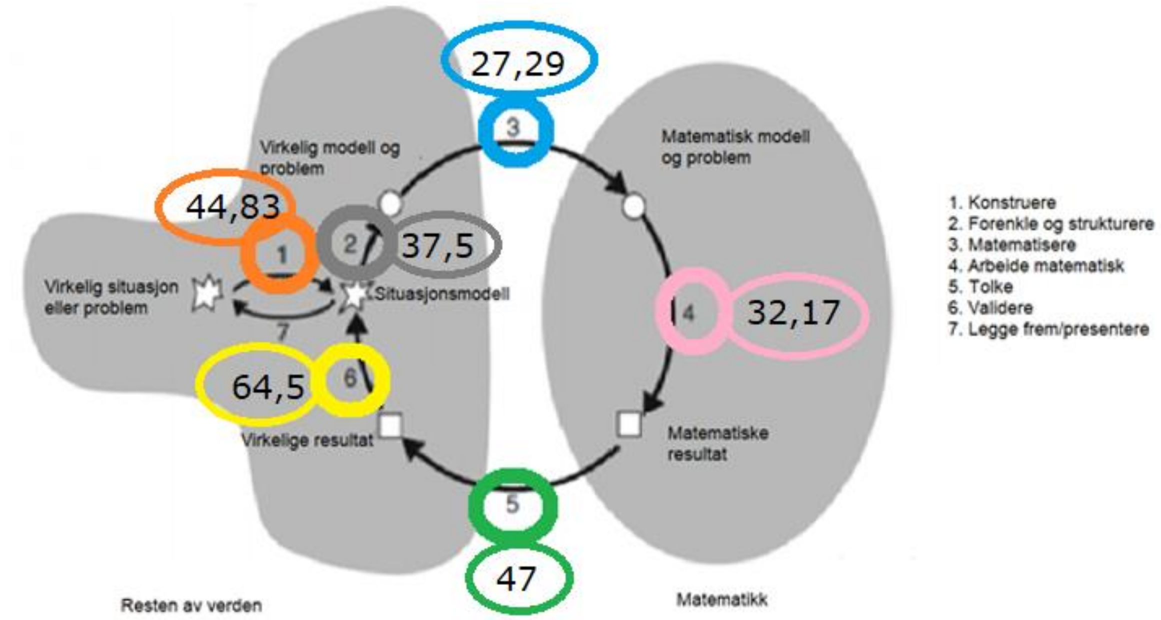
Figur 19 Fordeling av antall utsagn i de ulike verdiene

Slik man kan se i Figur 19 er det flest utsagn med verdier mellom 30 og 40, her finner man i alt åtte utsagn. Det er seks utsagn mellom både 20 til 30, 40 til 50 og 50 til 60. Fem utsagn finner man både mellom 10 til 20 og 60 til 70. To utsagn finner man mellom kategori 90 til 100. Å kun ett utsagn har verdi mellom 0 til 10.

Det er ingen utsagn som har verdi mellom 70 og 80.

4.1.4 Gjennomsnitt

I Figur 20 finner man gjennomsnittsverdiene til kategoriene, plassert der de hører til i syklusen. Ut fra gjennomsnittscoren i de ulike kategoriene verdisatt av våre informanter, er det kategori 3 som blir vurdert som den enkleste kategorien og kategori 6 som den vanskeligste kategorien, med verdier på henholdsvis 27,29 og 64,5, se Figur 20 og Figur 21.



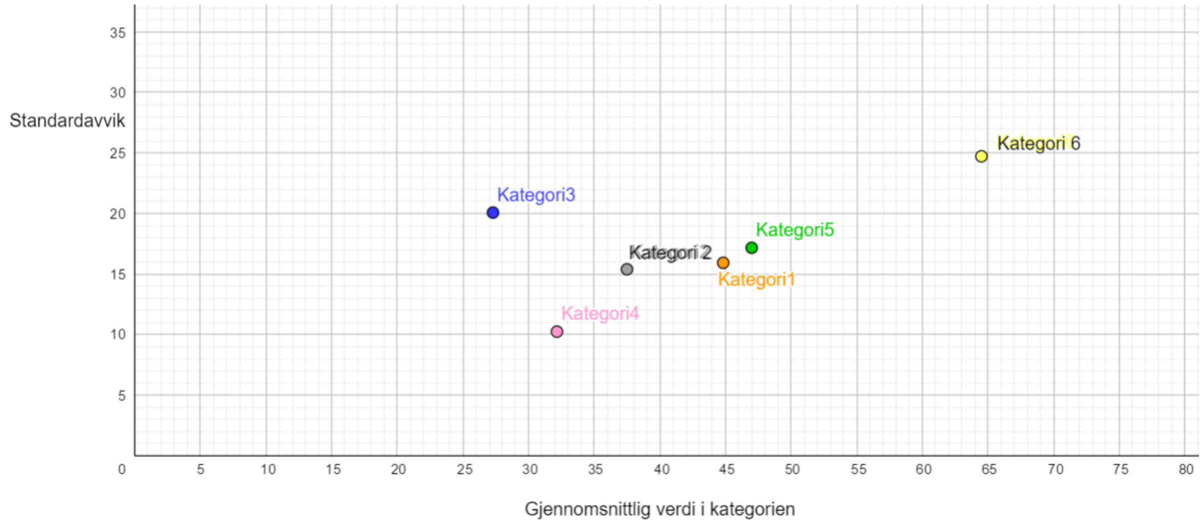
Figur 20 Gjennomsnittlig verdi i de ulike kategoriene

Under kan du se de ulike kategoriene i modelleringssyklusen systematisert, ut fra gjennomsnittsverdien de fikk i vår undersøkelse. Den første kategorien i denne listen er den kategorien lærerne har klassifisert som den minst utfordrende og den siste kategorien som mest utfordrende.

- Kategori 3: Matematisk modellering ut fra virkeligheten (blå ring i Figur 23) med gjennomsnittsverdi 27,29.

- Kategori 4: Løse matematiske spørsmål (rosa ring i Figur 23) med gjennomsnittsverdi 32,17.
- Kategori 2: Forstå problemet fra virkeligheten (grå ring i Figur 23) med gjennomsnittsverdi 37,5.
- Kategori 1: Valg av oppgave (oransje ring i Figur 23) med gjennomsnittsverdi 44,83.
- Kategori 5: Tolke matematikk (grønn ring i Figur 23) med gjennomsnittsverdi 47.
- Kategori 6: Validere løsninger (gul ring i Figur 23) med gjennomsnittsverdi 64,5.

Langs x-aksen i Figur 21 finner man gjennomsnittlig verdi for de ulike kategoriene. Langs y-aksen finner man standardavviket innad i kategoriene, se Figur 21.



Figur 21 Standardavvik og gjennomsnittlig verdi, for de ulike kategoriene

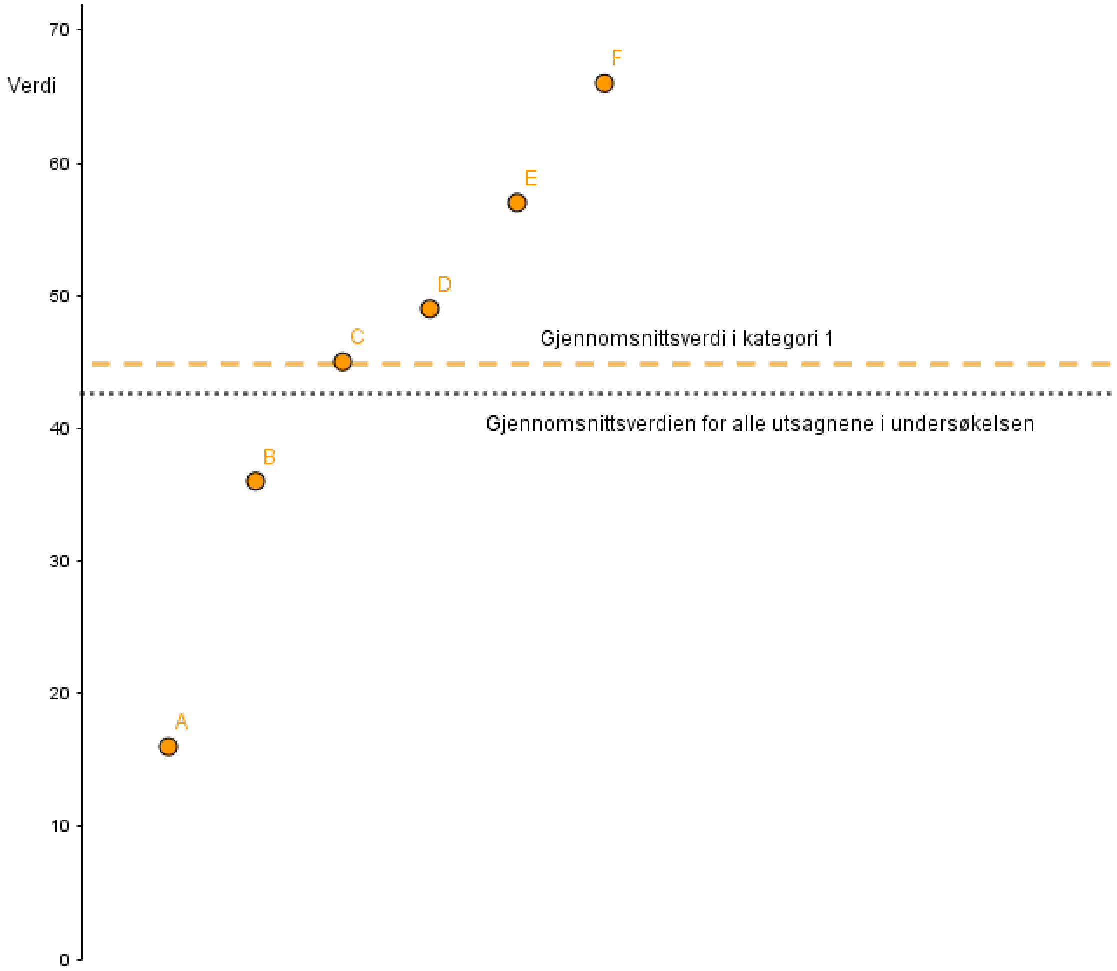
Ut ifra dette er det kategori 6 som har størst standardavvik. De tre vanskeligste utsagnene finner man i denne kategorien, mens det er også utsagn som skårer lavt. I den andre delen av skalaen finner vi kategori 4, med lavest standardavvik. Denne kategorien er det mye enighet om, og det er kategorien lærerne mener er nest enklest.

4.1.5 Kategori 1: Valg av oppgave

Denne kategorien handler om ulike sider av å finne og å velge oppgaver en kan bruke når en skal jobbe med matematisk modellering i klasserommet. I tabellen under er utsagnene i kategori 1 samlet, med sin tilhørende verdi. Hvert utsagn har også fått en bokstav, fra A – F, som man finner igjen i Figur 22.

Scaled Score	Utsagn
16.0	A: Å velge en situasjon fra virkeligheten
36.0	B: Finne modelleringsoppgaver som dekker matematiske kompetansemål
45.0	C: Å velge ut gode modelleringsoppgaver
49.0	D: Å finne oppgaver som kan løse interessante problemer matematisk
57.0	E: Finne gode modelleringsoppgaver
66.0	F: Velge modelleringsoppgaver som gir den ønskede utviklingen

Ut fra verdiene over er gjennomsnittsverdien, eller gjennomsnittlig Scale Score i kategori 1: *Valg av oppgave* 44,83. Dette gjennomsnittet sammenfaller ganske godt med gjennomsnittsverdien for alle utsagnene i undersøkelsen, som var 42,6. Kategori 1 blir da generelt ansett som middels utfordrende. Ut fra verdiene ser man at *det å velge en situasjon fra virkeligheten* får en lav verdi og ansees som mindre utfordrende, mens det generelt sett blir ansett som vanskelig å finne og velge gode matematiske modelleringsoppgaver som gir den ønskede utviklingen, se tabellen over.



Figur 22 Fordeling av verdiene i kategori 1

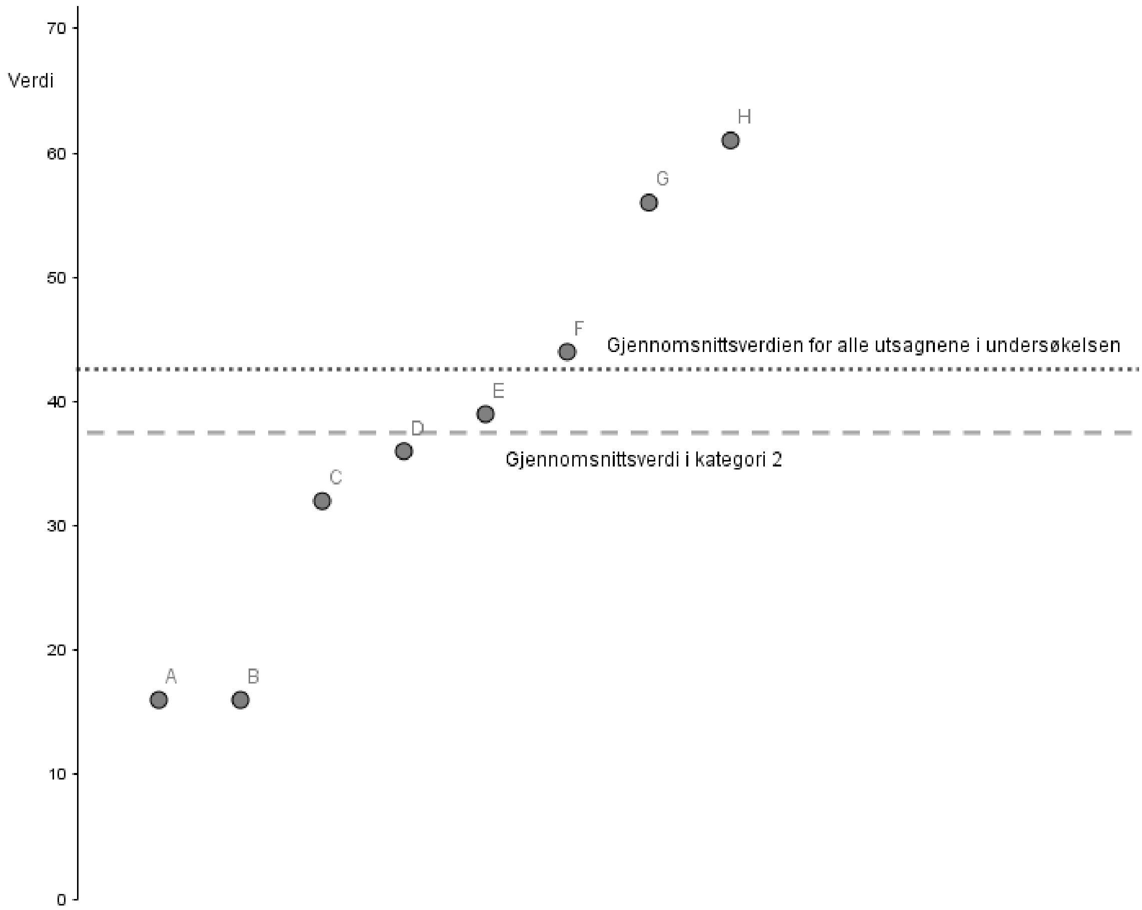
Den største differansen innad i kategorien er 50. Variansen i denne kategorien er 253,81, noe som gir oss et standardavvik på 15,93. Dersom vi hadde sett bort fra utsagn A er dette en kategori der deltagerne våre plasserer utsagnene rundt samme vanskelighetsgrad, i nærheten av gjennomsnittet og medianverdien for alle utsagnene.

4.1.6 Kategori 2: Forstå problemet fra virkeligheten

Kategori 2 handler om at elevene skal forstå oppgaver og problemer som er hentet fra den virkelige verden. Her blir det å sortere, forenkle og identifisere ulike variabler en del av det å forstå problemet. I tabellen under er utsagnene i kategori 2 samlet, slik som i kategori 1, disse finner man igjen i Figur 23 på neste side.

Scaled Score	Utsagn
16.0	A: Få elevene til å lete etter tilgjengelig informasjon
	B: Få elevene til å sortere ut hva som er relevant informasjon
32.0	C: Få elevene til å forenkle problemet eller situasjonen
36.0	D: Få elevene til å finne ut hva som påvirker situasjonen
39.0	E: Få elevene til å identifisere de ulike variablene
44.0	F: Å ikke overføre din egen løsningsmetode til elevene
56.0	G: Få elevene til å finne sammenhenger mellom variablene
61.0	H: Få elevene til å modellere egen forståelse av problemet

Ut fra verdiene over er gjennomsnittsverdien eller gjennomsnittlig Scale Score i kategori 2: *Forstå problemet fra virkeligheten* 37,5, se Figur 23. Gjennomsnittet i denne kategorien er litt under gjennomsnittsverdien for alle utsagnene i undersøkelsen, som var 42,6. Denne kategorien blir også generelt ansett som middels utfordrende. De utsagnene som skiller seg mest ut er de to utsagnene med lavest og de to utsagnene med høyest verdi, utsagn A, B, G og H, se Figur 23. Det vil si at lærerne i vår undersøkelse anser det *å få elevene til å lete etter tilgjengelig informasjon* og det *å få elevene til å sortere ut hvilken informasjon som er relevant* som relativt enkelt sammenlignet med resten av utsagnene i denne kategorien. De utsagnene som blir ansett som mest utfordrende når elevene skal forstå problemet fra virkeligheten, er *å få elevene til å finne sammenhenger mellom variablene* og *modellere egen forståelse av problemet*.



Figur 23 Fordeling av verdiene i kategori 2

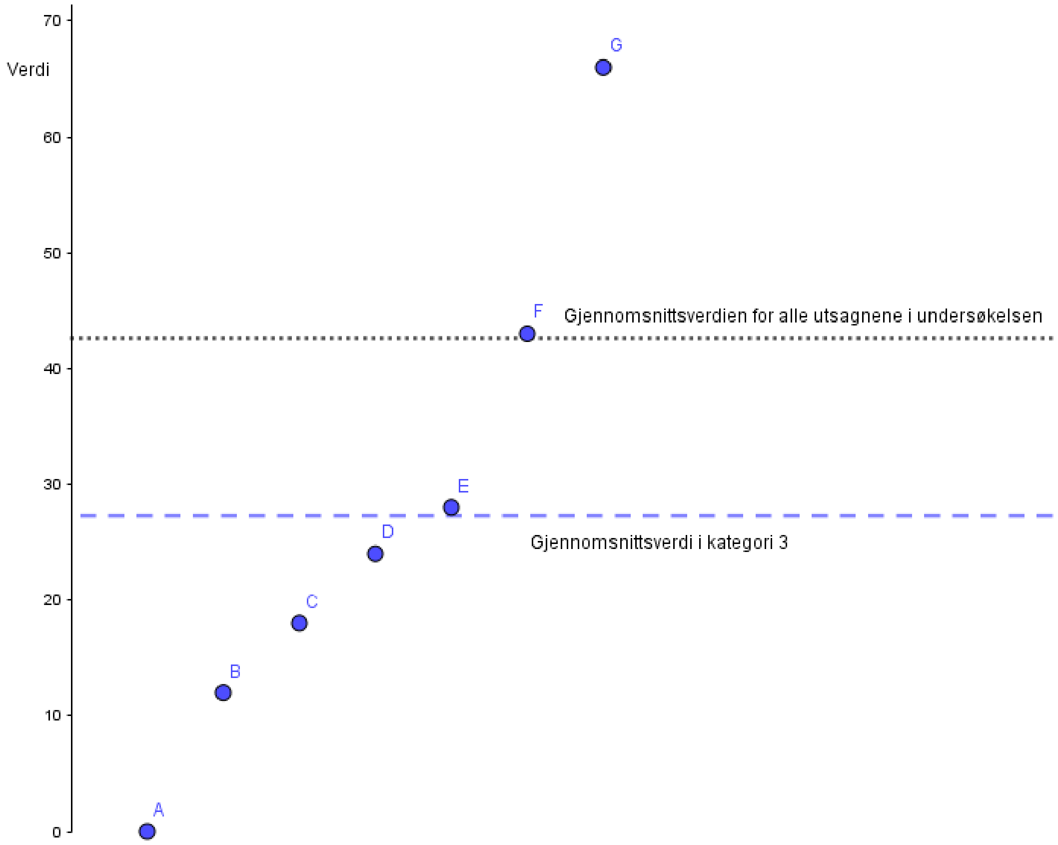
I denne kategorien er differansen mellom utsagn A og H 45. Utsagn C, D, E og F ligger rundt gjennomsnittet og medianverdien, mens A og B anses som relativt lett og G og H som relativt vanskelig innenfor denne kategorien. Variansen i denne kategorien er 237, noe som gir oss et standardavvik på 15,39.

4.1.7 Kategori 3: Matematisk modellering ut fra virkeligheten

Det er det å matematisk modellere ut fra virkeligheten kategori 3 omhandler. Kategorien handler om å finne sammenhengen mellom den virkelige verden eller en forenkling og matematikken. Utsagnene er samlet i tabellen under, se Figur 24. Her er utsagnene listet opp etter sin verdi og fått en bokstav.

Scaled Score	Utsagn
0.0	A: Lytte til elevenes løsningsforslag og bruke dette i videre veiledning
12.0	B: Få elevene til å representere situasjoner grafisk
18.0	C: Å få elevene til å velge passende matematisk skrivemåte
24.0	D: Å identifisere gode, uforutsette, løsningsmetoder
28.0	E: Se for seg hvordan en elevs matematiske modell vil se ut
43.0	F: Få elevene til å matematisere problemet
66.0	G: Få alle elevene til å oppleve at de «finner opp» matematikk

I kategori 3: Matematisk modellering ut fra virkeligheten er gjennomsnittsverdien eller gjennomsnittlig Scale Score 27,29, se Figur 24. Gjennomsnittet i denne kategorien er godt under gjennomsnittsverdien for alle utsagnene i undersøkelsen, som var 42,6. Fem av sju utsagn ligger godt under gjennomsnittet. Her finner vi også utsagnet som blir ansett som enklest i hele modelleringssyklusen, med verdien 0,0. Sett opp mot alle de andre utsagnene så vurderer alle våre informanter dette utsagnet som enklest i enhver sammenligning. Ut fra vår undersøkelse blir denne kategorien totalt ansett som den enkleste i modelleringssyklusen, se Figur 21.



Figur 24 Fordeling av verdiene i kategori 3

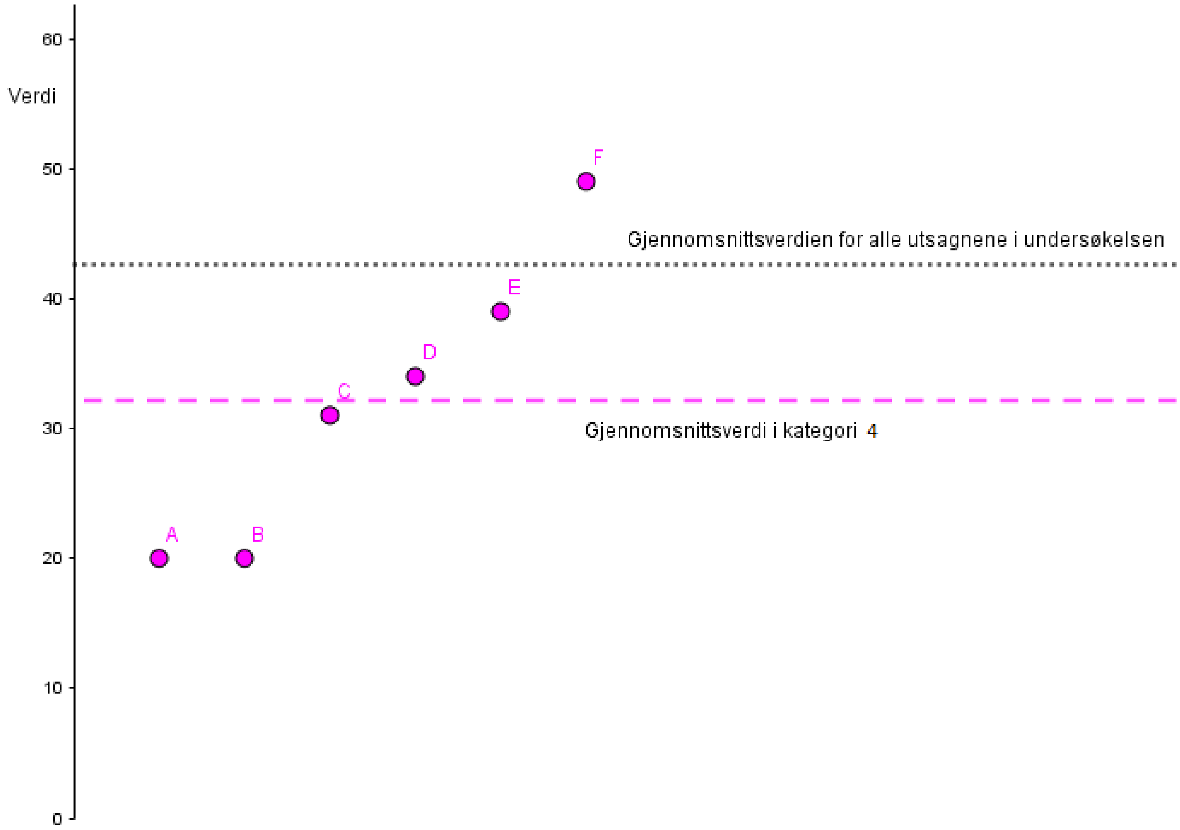
Innad i kategorien er differansen mellom laveste og høyeste verdi 66. Variansen i denne kategorien er 403,06, noe som gir oss et standardavvik på 20,08. Utsagn F ligger rundt gjennomsnittsverdien og medianverdien for alle utsagnene i undersøkelsen, de andre utsagnene har lavere verdier.

4.1.8 Kategori 4: Løse matematiske spørsmål

Denne kategorien omhandler det å finne ulike matematiske løsninger på situasjoner fra den virkelige verden. I tabellen under er utsagnene i kategori 4 samlet og disse finner man igjen i Figur 25.

Scaled Score	Utsagn
20.0	A: Få elevene til å bruke hensiktsmessige strategier
	B: Få elevene til å bruke matematiske kunnskap til å løse problemet
31.0	C: Få elevene til å dele opp et problem i mindre deler
34.0	D: Få elevene til å se sammenheng mellom lignende problemer i matematikk
39.0	E: Få eleven til å se problemet fra ulike vinkler
49.0	F: Få elevene til å omformulere problemet

Ut fra verdiene over er gjennomsnittsverdien eller gjennomsnittlig Scale Score i kategori 4*: Løse matematiske spørsmål*, er 32,17. Gjennomsnittet i denne kategorien er også godt under gjennomsnittsverdien for alle utsagnene i undersøkelsen, som var 42,6. Fem av seks utsagn ligger godt under gjennomsnittsverdien for alle utsagnene. Ut fra vår undersøkelse blir denne kategorien generelt ansett som en av de enkleste i modelleringssyklusen.



Figur 25 Fordelingen av verdiene i kategori 4

Den største differansen innad i kategorien er 29. Variansen i denne kategorien er 105,14, noe som gir oss et standardavvik på 10,25. Utsagn F ligger noe over gjennomsnittsverdien og medianverdien for alle utsagnene i undersøkelsen, de andre utsagnene har lavere verdier. Noe som kan være verdt å legge merke til i denne kategorien er at deltagerne generelt vurderer det *å løse et problem fra virkeligheten som enkelt*.

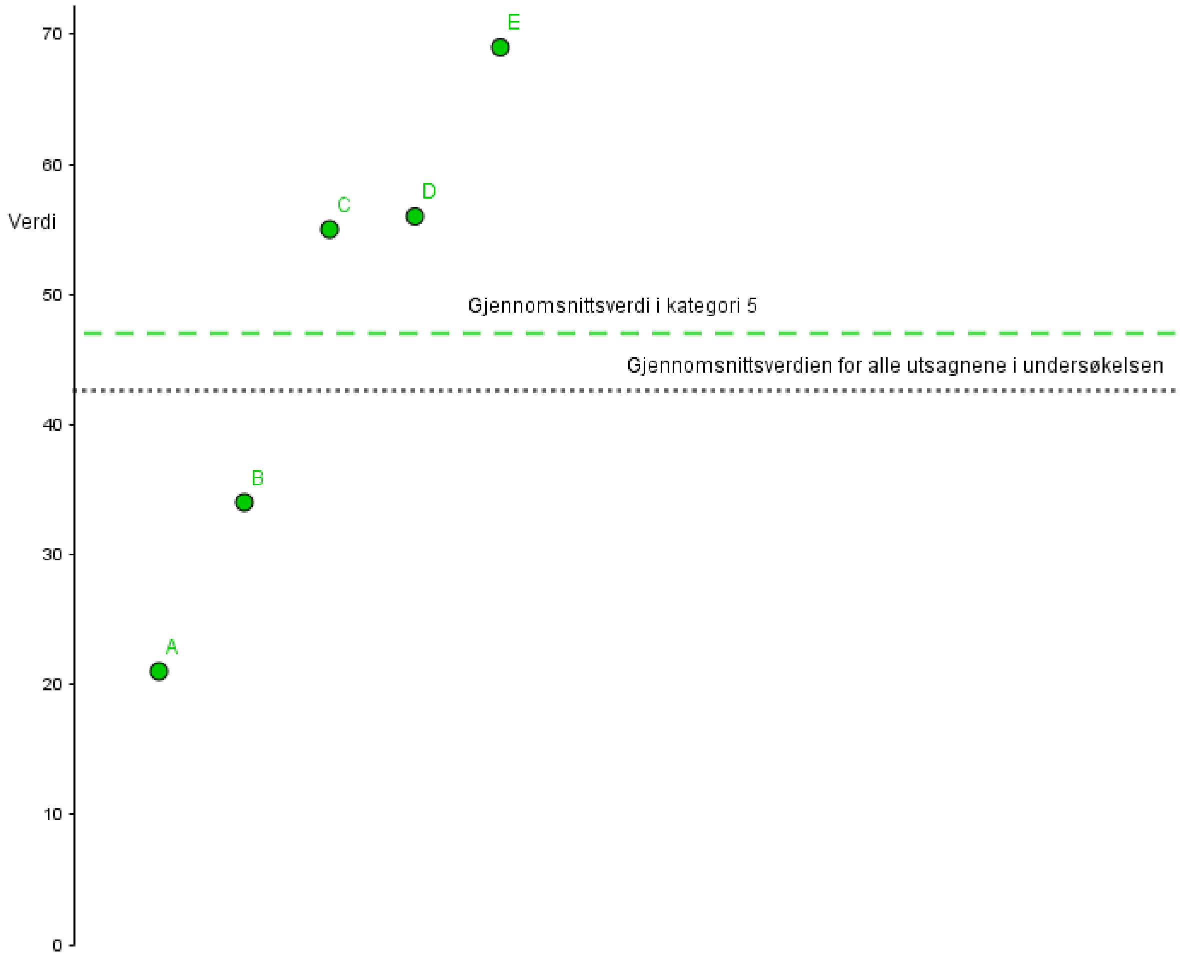
4.1.9 Kategori 5: Tolke matematikk

Denne kategorien handler om å tolke de matematiske resultatet ut fra det virkelige problemet og generalisere, kommunisere og argumentere løsningen sin ved hjelp av matematiske begrep. I tabellen under er utsagnene i kategori 5 samlet, med sin tilhørende verdi. Hvert utsagn har også fått en bokstav, fra A – E, som man finner igjen i Figur 26.

Scaled Score	Utsagn
21.0	A: Få elevene til å tolke matematiske resultater
34.0	B: Få elevene til å formidle løsningen ved hjelp av matematiske begreper
55.0	C: Få elevene til å generalisere løsningen
56.0	D: Få elevene til å kommunisere rundt ulike løsninger ved hjelp av matematiske begreper

69.0	E: Få elevene til å argumentere matematisk

Ut fra verdiene over er gjennomsnittsverdien eller gjennomsnittlig Scale Score i *kategori 5: Tolke matematikk* er 47, se Figur 26. Gjennomsnittet i denne kategorien er en del over gjennomsnittsverdien for alle utsagnene i undersøkelsen, som var 42,6. Tre av fem utsagn ligger over gjennomsnittet. Ut fra vår undersøkelse blir denne kategorien generelt ansett som en av de vanskeligste i modelleringssyklusen, se Figur 21.



Figur 26 Fordelingen av verdier i kategori 5

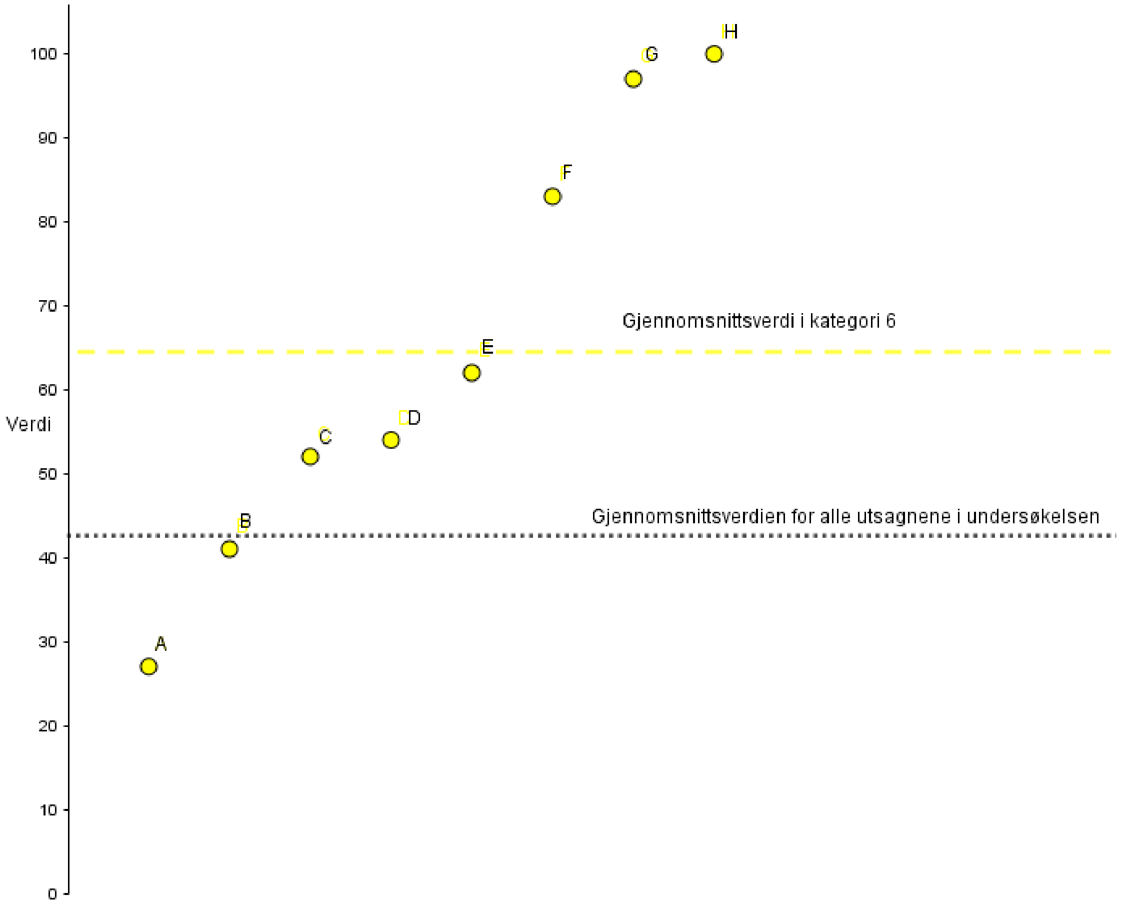
Den største differansen innad i kategorien er 48. Variansen i denne kategorien er 294,8, noe som gir oss et standardavvik på 17,17. I denne kategorien blir det *å tolke et matematisk resultat* ansett som mindre utfordrende, men det *å argumentere for et matematisk resultat* blir ansett som mer utfordrende.

4.1.10 Kategori 6: Validere løsningen

Denne kategorien handler om å validere, reflektere og forbedre løsningene. I tabellen under er utsagnene i kategori 6 samlet, med sin tilhørende verdi. Hvert utsagn har også fått en bokstav, fra A – H, som man finner igjen i Figur 27, på neste side.

Scaled Score	Utsagn
27.0	A: Få elevene til å komme med forslag til forbedring av andres løsningsmetoder
41.0	B: Ha hovedfokus på prosess
52.0	C: Få elevene til å reflektere over andre løsningsmetoder som kan fungere
54.0	D: Få elevene til å stille spørsmål ved egen modell
62.0	E: Få elevene til å vurdere og kritisere egen og andres bruk av modellen
83.0	F: Få elevene til å gjennomgå modelleringsprosessen på nytt dersom løsningen ikke fungerer
97.0	G: Få elevene til å reflektere over og kritisere modelleringsprosessen
100.0	H: Få elevene til å kritisere kontrollere og reflektere over funnet løsning

Ut fra verdiene over er gjennomsnittsverdien eller gjennomsnittlig Scale Score i *kategori 6: Validere løsningen* 64,5, se Figur 27. Gjennomsnittet i denne kategorien er godt over gjennomsnittsverdien for alle utsagnene i undersøkelsen, som var 42,6. Seks av åtte utsagn er over totalgjennomsnittet til alle utsagnene. Her finner vi også de tre utsagnene som blir klassifisert som mest utfordrende i vår undersøkelse. Utsagn H, *få elevene til å kritisk kontrollere og reflektere over funnet løsning*, blir i alle sammenligninger i vår undersøkelse ansett som den vanskeligste. Ut fra vår undersøkelse blir denne kategorien generelt ansett som den mest utfordrende i hele modelleringssyklusen.



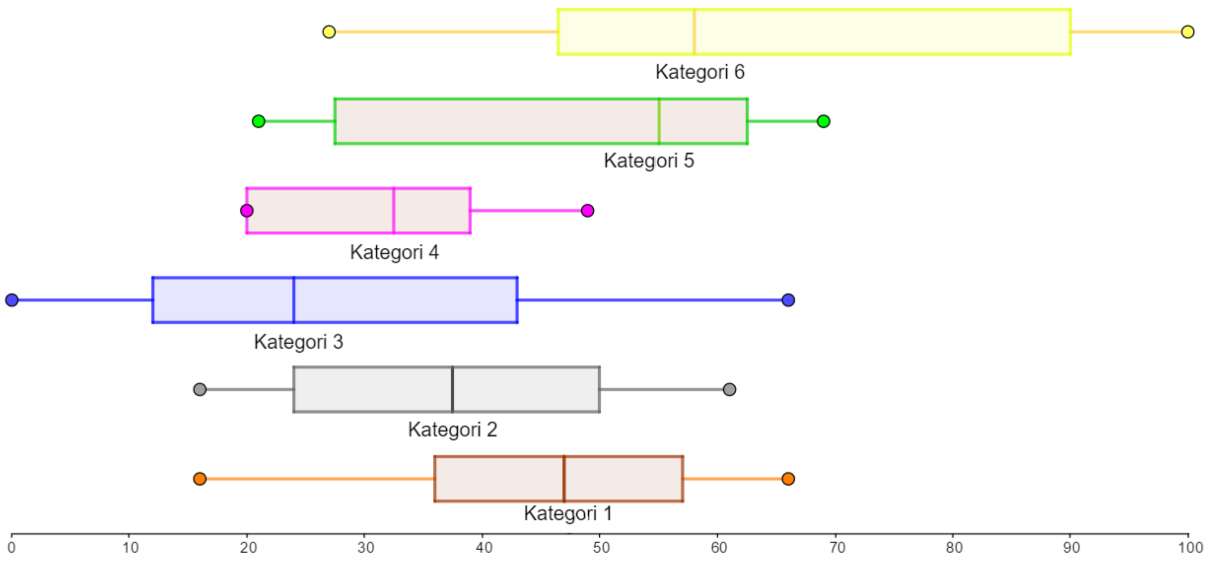
Figur 27 Fordelingen av verdier i kategori 6

Den største differansen innad i kategorien er 73. Variansen i denne kategorien er 611,25, noe som gir oss et standardavvik på 24,72. I denne kategorien blir det *å tolke et matematisk resultat* ansett som mindre utfordrende, men det *å argumentere for et matematisk resultat blir ansett som vanskelig*. Utsagnene A og B skiller seg litt ut, siden det er de to utsagnene som er de eneste som ligger under gjennomsnittet for alle utsagnene i denne kategorien.

4.2 Boksplott

I Figur 28 ser man de ulike kategoriene representert med Boksplott, her er den laveste og den høyeste logits-verdien representert med små sirkler, variasjonsbredden er differansen for denne kategorien. Medianen blant alle utsagnene i gruppa er representert med en vertikal linje inne i boksen, mens medianen i den øvre og nedre halvdelen er endestykkene til boksen. Starten på boksen er altså første kvartil og slutten på boksen er tredje kvartil. I kategori 4 har det utsagnet med lavest verdi den samme verdien som medianen til nedre halvdel av utsagnene, den laveste verdien i kategorien samsvarer med verdien for første kvartil.

Den visuelle fremstillingen med boksplott gjør det enklere å for eksempel se at selv om medianverdien til flere av kategoriene er forholdsvis lavt, har de fleste kategoriene utsagn som får en verdi på over 60. Man kan også se at de fleste kategoriene har høy variasjonsbredde, der kategori 3 og 6 strekker seg over store deler av skalaen.



Figur 28 Boksplott av de ulike kategoriene

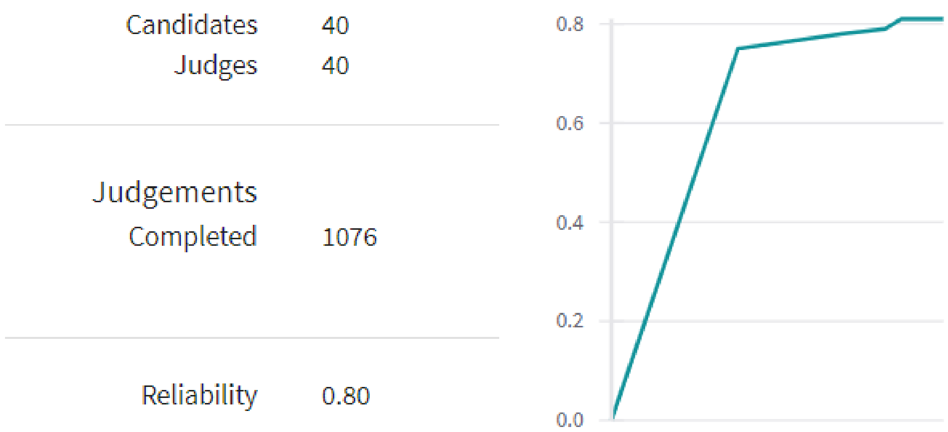
I Figur 28 kan Boksplottet indikerer mulige signifikante forskjeller mellom kategoriene, det kan være at kategori 6 er signifikant vanskeligere enn kategori 3. Derfor utførte vi en enveis ANOVA på tvers av kategoriene (vedlegg 7), for å sjekke om det var signifikante forskjeller mellom kategoriene.

4.3 ANOVA

Valget falt på ANOVA, siden dette er en statistisk teknikk en benytter for å se nærmere på to eller flere grupper med samme mål (Ringdal, 2018). Vi ønsket å se nærmere på de ulike kategoriene og sjekke om det var signifikante forskjeller mellom dem. Det var flere utsagn knyttet til hver kategori og alle utsagnene hadde fått en verdi, dette gjorde det mulig å gjennomføre en enveis ANOVA. Dersom forskjellen er mindre enn 0,05 eller 5% er forskjellene signifikante (Field, 2015), og dersom en får et signifikansnivå innenfor denne rammen kan man med sikkerhet si at det er 95% (eller mer) sannsynlighet for at det er signifikante forskjeller mellom kategoriene (Ringdal, 2018). Vår Welch-test sier at det er noe over 10% sannsynlighet for at dette ikke stemmer. Vi kan derfor ikke, med vårt utgangspunkt, konkludere med signifikante forskjeller på tvers av kategoriene.

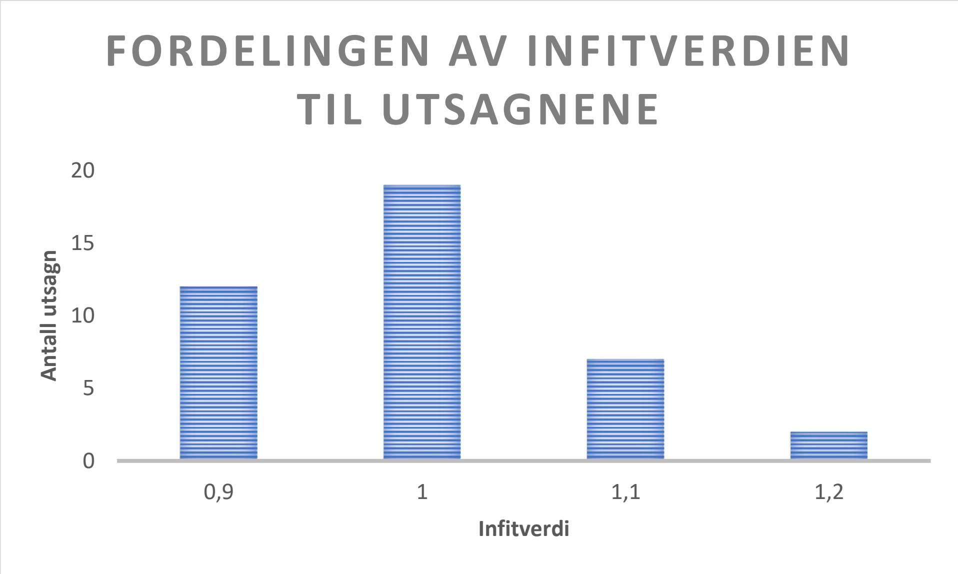
4.4 Reliabilitet og infit

I vår studie har vi brukt Cronbachs alfa for å få en reliabilitetsverdi på undersøkelsen. Cronbachs alfa gir en tallverdi for intern konsistens, akseptabel reliabilitetsverdi er over 0,7 (Ringdal, 2018). I vår undersøkelse vil reliabilitetsverdien øke ved flere sammenligninger, dette kan gjøres på to måter enten ved at man har flere informanter eller at hver informant gjør flere sammenligninger. Først gjennomførte 15 informanter undersøkelsen og relabiliteten var da 0,75, se Figur 29. Deretter gjennomførte nye 15 informanter undersøkelsen, da økte relabiliteten til 0,79. Vi ønsket å se om vi kunne øke reliabiliteten ytterligere og utvidet antall informanter med tidligere lærerspesialiststudenter. Da endte vi opp med en relabilitet på 0,80, se Figur 29. Dette er en akseptabel verdi for relabilitet (Ringdal, 2018).



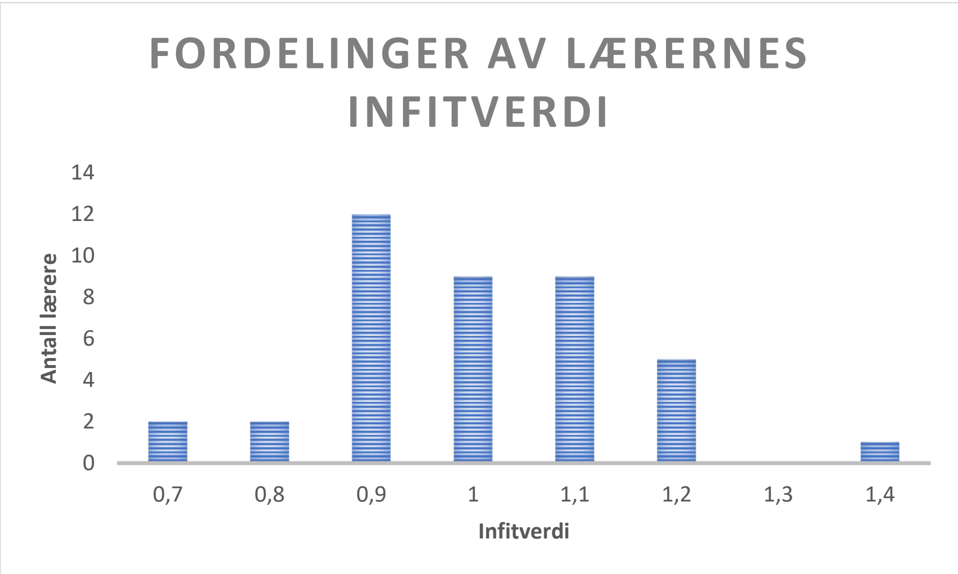
Figur 29 Hvordan relabiliteten økte

Infitverdi er som tidligere nevn et mål på enigheten (Bond & Fox, 2015). I vår undersøkelse varierte infitverdien til utsagnene mellom 0,9 til 1,2. Kun to av utsagnene hadde infitverdi på 1,2, mens tolv utsagn hadde infitverdien 0,9, men flest utsagn hadde infitverdi på 1, se Figur 30. Alle utsagnene er bedømt med en akseptabel grense for enighet og ender med infitverdier mellom 0,9 og 1,2 (Bond & Fox, 2015). Det vil si at våre informanter har vurdert utsagnene med akseptabel enighet ifølge Rasch-modellen. I Vedlegg 8 kan man se råmaterialet for infit-verdiene i denne studien og i Vedlegg 9 kan man se infitverdien til hvert utsagn, systematisert i de ulike kategoriene.



Figur 30 Infitverdien til utsagnene

Når vi ser på infitverdiene til deltagerne, varierte disse mellom 0,7 og 1,4, se Figur 31. To lærere hadde infitverdi på 0,7, mens det kun var en lærer hadde en infitverdi på 1,4. Det var flest lærere som hadde en inftiverdi på 0,9. Dette sier noe om hvor stor enighet den enkelte informant var i forhold til resten av deltagerne. Infitverdier på 1,2 eller lavere er akseptabelt. Det var kun en av 40 informanter som hadde en avvikende profil når den bedømte de ulike utsagnenes vanskelighetsgrad, mens de resterende 39 deltagerne var innenfor en akseptabel infitverdi for enighet ifølge Rasch-modellen.



Figur 31 Infitverdien til lærerne

4.5 Oppsummering av funn

I analysen av datamaterialet fra undersøkelsen kom tre utsagn fra kategori 6 *Validere løsningen* med de tre høyeste verdiene i Scaled Score. Disse tre utsagnene ble av våre informanter bedømt til å være de mest utfordrende utsagnene i undersøkelsen. Det mest utfordrende utsagnet fra vår undersøkelse er:

- *Få elevene til å kritisere kontrollere og reflektere over funnet løsning*

Deretter kommer utsagnene:

- *Få elevene til å reflektere over og kritisere modelleringsprosessen*
- *Få elevene til å gjennomgå modelleringsprosessen på nytt dersom løsningen ikke fungerer*

Ut fra gjennomsnittsverdien til utsagnene i de ulike kategoriene ble den mest utfordrende kategorien er kategori 6: *Validere løsninger*. Under finner man en oversikt over kategoriene i synkende rekkefølge, fra mest utfordrende til minst utfordrende.

- Kategori 6: *Validere løsninger*
- Kategori 5: *Tolke matematikk*
- Kategori 1: *Valg av oppgave*
- Kategori 2: *Forstå problemet fra virkeligheten*
- Kategori 4: *Løse matematisk spørsmål*
- Kategori 3: *Matematisk modellering ut fra virkeligheten*

Ut fra boksplott kan det se ut som det er signifikante forskjeller mellom kategori 3 og 6, samtidig ser man at disse kategoriene har størst variasjonsbredde. Resultatene fra ANOVA viser at man ikke kan konkludere med signifikante forskjeller.

Vi vil nå gå gjennom de resterende fem kategoriene og se på hvilke utsagn som blir sett på som mest utfordrende i hver kategori, utsagnene vil stå i synkende rekkefølge med det utsagnet som ble vurdert som vanskeligst først. De to utsagnene som ble sett på som mest utfordrende i kategori 1: *Valg av oppgave*, er:

- *Velge modelleringsoppgaver som gir den ønskede utviklingen*
- *Finne gode modelleringsoppgaver*

I kategori 2: *Forstå problemet fra virkeligheten,* ble disse to utsagnene vurdert som mest utfordrende:

- *Få elevene til å modellere egen forståelse av problemet*
- *Få elevene til å finne sammenhenger mellom variablene*

Kategori 3: *Matematisk modellering ut fra virkeligheten*, ble som tidligere nevnt vurdert som den enkleste, de mest utfordrende utsagnene i denne kategorien er:

- *Få alle elevene til å oppleve at de «finner opp» matematikk*
- *Få elevene til å matematisere problemet*

De mest utfordrende utsagnene i kategori 4: *Løse matematiske spørsmål*, er:

- *Få elevene til å omformulere problemet*
- *Få eleven til å se problemet fra ulike vinkler*

Kategori 5: *Tolke matematikk*, er den kategorien som i helhet blir vurdert som nest vanskeligst i vår undersøkelse. De to utsagnene som blir vurdert som vanskeligst er:

- *Få elevene til å argumentere matematisk*
- *Få elevene til å kommunisere rundt ulike løsninger ved hjelp av matematiske begreper*

5 Diskusjon

I dette kapittelet vil vi presentere hovedtrekkene av våre funn. Vi vil reflektere, tolke og sammenligne våre funn med tidligere undersøkelser, i tillegg kommentere vi hvilke begrensninger vi ser vår undersøkelse har. Vi har undersøkt hva lærerne mener er utfordrende i en modelleringsprosess når elevene jobber med matematisk modellering.

Forskning på matematikkundervisning er ofte ikke godt posisjonert eller strukturert som et undersøkelsesfelt for effektivt å ivareta lærernes umiddelbare behov (Garcia, Maaß & Wake, 2010). Dette fører til et tilbakevendende problem: hvilken forskningskunnskap kan overføres eller omdannes til utdanningssystemet for direkte å forbedre dagens undervisningspraksis (Garcia, Maaß & Wake, 2010). Oliviera og Barbosa (2009) sier at det trengs flere studier for å se på de pedagogiske dimensjonene av modellering i skolen, og i lærerutdanningen. Dette er undervisningsmessige utfordringer for elever og lærere, men det betyr også at universitetene og høgskolene som skal lære opp og forberede nåværende og kommende lærere på effektiv og meningsfull undervisningspraksis i klasserommet står ovenfor didaktiske utfordringer i sin opplæring.

5.1 Problemstilling og hovedfunn

I denne studien ønsket vi å finne svar på følgende problemstilling:

Hva mener lærere er mest utfordrende i en modelleringssyklus når elevene jobber med en modelleringsoppgave i faget matematikk?

Ut ifra dette forskningsspørsmålet, med utgangspunkt i Blum og Leiß (2007) sin modelleringssyklus som rammeverk, fant vi utsagn fra teorien og plasserte de i seks ulike kategorier. Kategoriene samsvarer med de seks første delprosessene til modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007). Vi brukte Scaled score, som hvert av utsagnene fikk i NoMoreMarking, til å regne ut gjennomsnittsverdien for hver kategori. Ut fra denne gjennomsnittsverdien plassert vi de ulike kategoriene fra mest utfordrende til minst utfordrende.

Lærerne rapporterer selv, som tidligere nevnt, at det mest utfordrende er vår kategori 6, det *å validere en løsning*. Tre av våre utsagn fra denne kategorien endte opp med de tre høyeste verdiene (Scaled Score), dette tyder på at denne kategorien oppleves som den mest utfordrende av lærerne når elevene jobber med matematisk modellering. Vårt funn med at kategorien validering og de utsagnene som lærerne i sine sammenligninger oppfatter som mest utfordrende i denne kategorien samsvarer med tidligere forskning. Blum og Ferri (2009) henviser til tidligere studier og undersøkelser at validering er en av delprosessene som har vist seg å være mest utfordrende eller problematisk for elevene. De har blant annet utfordringer med å sjekke om oppgaveløsningene er rimelige og hensiktsmessige. English (2006) fant også ut at elever opplever det som krevende å reflektere over egnetheten til egen og jevnaldrende sine modeller og gi konstruktive tilbakemeldinger om hvordan modellen kan forbedres.

Kategori 5: *Tolke matematikk*, ender i vår undersøkelse med den nest høyeste gjennomsnittsverdien og dermed som den nest vanskeligste kategorien. Kategori 5 handler, som tidligere nevnt, om å tolke matematikk, i denne kategorien må elevene selv kommunisere løsninger og argumentere matematisk. I tidligere studier (Antonius et. al, 2007) har det vist seg at det kan være utfordrende for elevene å kommunisere løsninger og argumentere matematisk uten å kunne støtte seg på ferdige utarbeidede formler eller modeller. Det at elevene tar et stort ansvar i egen undervisning og kommuniserer matematisk rundt løsninger, kan oppleves som et skifte i hva noen lærer og elever tror matematikk handler om (Antonius et. al, 2007).

I kategori 1, *valg av oppgave*, skårer lærerne utsagnet om *å velge en modelleringsoppgave som gir den ønskede utviklingen*, som det vanskeligste utsagnet. Det nest vanskeligste utsagnet i denne kategorien er utsagnet *å finne gode modelleringsoppgaver*. At disse to utsagnene blir vurdert som utfordrende samsvarer med tidligere forskning, der det har vist seg at lærere opplever det som krevende å velge ut modelleringsoppgaver som er relatert til spesifikke matematikktemaer (Doerr, 2007; Blum & Ferri, 2009). I tillegg hevder Antonius et. al (2007) at det er mangel på gode modelleringsoppgaver med tanke på læreplaners intensjoner og kompetansemål. Det at lærere skårer det å velge ut en modelleringsoppgave som vanskelig, problematiserer vi og kommer tilbake til i *5.2 Mulige konsekvenser av funn*.

De to vanskeligste utsagnene fra kategori 2, *forstå problemet fra virkeligheten*, som blir regnet som de vanskeligste er det *å få elevene til å modellere egen forståelse av problemet* og *få elevene til å finne sammenhenger mellom variablene*. Tidligere forskning har også vist at mange elever ignorerer konteksten, trekker ut tilfeldig informasjon og bruker kjente algoritmer uten å ta hensyn til konteksten (Blum, 2015; Lesh & Caylor, 2007). Heines & Crouch (2010) hevder også ut fra sin forskning at de to første trinnene i matematisk modellering er kognitivt krevende, altså det å lese en tekst og forstå både situasjonen og hva problemet er.

Løse matematiske spørsmål, vår kategori 4, blir ansett som mindre utfordrende sammenlignet med de andre kategoriene. De mest utfordrende utsagnene er *å få elevene til å omformulere problemet* og *se problemet fra ulike vinkler*. Våre funn samsvarer her i noen grad med det Blum (2015) omtaler i forbindelsen med PISA undersøkelsen som viser at elever over hele verden har utfordringer med å forstå situasjoner og løse problemer fra den virkelige verden. Blum (2015) forklarer dette med at en av grunnene er at mange elever har tilegnet seg tekniske ferdigheter som krever mindre innsats og forståelse. Disse strategiene kan fungere overraskende effektivt og godt og går ut på at man ignorerer konteksten, trekker ut tall og beregner ut fra kjente algoritmer eller fremgangsmåter (Blum, 2015). Dette vil ikke være en hensiktsmessig strategi i oppgaver som omhandler matematisk modellering og faren kan være at elever som benytter overfladiske løsningsstrategier og ignorerer konteksten kan utvikle misoppfatninger (Lesh & Caylor, 2007). Det betyr at det er viktig å sette fokus på de ulike delprosessene i modelleringssyklusen slik at elevene ser nytteverdien av å se et problem fra ulike vinkler og øve opp hensiktsmessige strategier som fungerer i ulike situasjoner.

Den kategorien som blir ansett som minst utfordrende av våre informanter er kategori 3, *matematisk modellering ut fra virkeligheten*. Dette står i motsetning til resultater fra tidligere forskning gjort av for eksempel Galbaight & Stillman (2006), Jankvist & Niss (2019) som har trukket frem matematisering som den mest utfordrende delprosessen for elevene. Blum og Ferri (2009) kom i sin studie frem til at matematisering, sammen med validering, var den mest utfordrende delprosessen i modelleringssyklusen. Det våre informanter rapporterer som de mest utfordrende i denne kategorien er utsagnene *å få alle elevene til å oppleve at de finner opp matematikk* og *få elevene til å matematisere problemet*. Doorman og Gravemeijer (2009) hevder at det er utfordrende å tilrettelegge for læringssituasjoner der alle elevene opplever at de finner opp matematikk. Escalante (2010) påpeker at det kan være en utfordring for lærerne siden de ikke selv har erfart matematisk modellering i sin grunnopplæring. Vi får i våre resultater en motsetning til tidligere studier, studiene som vi henviser til har forsket på elever og lærere, mens vi undersøker med matematikklærere selv som informanter. Vår forskning på matematikklæreres erfaring rapporterer det å arbeide matematisk som den minst utfordrende delprosessen, det kan tyde på at matematikklærerne som deltok kan oppleve å være «tryggere» i den matematiske verden (Blum & Leiß, 2007; Borromeo Ferri, 2006) eller at våre utsagn ikke har representert kategorien godt nok.

Et annet noe overraskende funn fra vår undersøkelse er det utsagnet som blir vurdert som enklest av alle utsagnene, det er *å lytte til elevenes løsningsforslag og bruke dette til videre veiledning*. Dette står i sterk kontrast til flere undersøkelser og rapporteringer fra forskningsfeltet, som sier at det kan være utfordrende for lærerne å kunne gi veiledning ut fra elevenes egne tanker og argumentasjon (Bal & Doğanay, 2014). Når flere undersøkelser også har avdekket at den konseptuelle kunnskapen til lærerstudenter og lærere er utilstrekkelige og matematiske begreper i flere emner er mangelfulle, i tillegg til at deres matematiske kunnskap kan i noen sammenhenger være dirkete feil, blir det vanskelig å veilede elevene ut fra deres ståsted (Bal & Doğanay, 2014; Doerr, 2007, Ma, 2010). En av forklaringene kan være at de fleste av våre informanter tar høyere utdannelse i matematikkdidaktikk enn det som kreves for å undervise på grunnskolen. Vi kan da gå ut fra at våre informanter er lærere som har høyere kompetanse i matematikk. En annen forklaring kan være at det har vært fokusert på *vurdering for læring* de siste årene, med flere store prosjekter i skoleverket gjennom Utdanningsdirektoratet.

Våre informanter har vurdert utsagnet om *å ikke overføre din egen løsningsmetode til elevene* i øvre halvdel av skalaen. Dette kan tyde på at de er bevisst på faren tidligere undersøkelser har avdekket at lærere overfører egne løsninger til elevene, ofte ubevisst (Blum & Ferri, 2009; Lesh & Caylor, 2007).

Vi velger også å kommentere *utsagnet få elevene til å gjennomgå modelleringsprosessen på nytt dersom løsningen ikke fungerer*, som er knyttet til vår kategori 6 (validere løsninger). Dette utsagnet blir vurdert som et av de mest utfordrende når elevene jobber med matematisk modellering, av våre informanter. Det kan tolkes til at de har erfaring med at de har vanskeligheter med å få elevene til å ha flere evalueringsrunder når de arbeider med matematisk modellering. Ifølge Lesh og Caylor (2007) krever dette at elevene er i stand til og kan selvevaluere ulike modeller, i tillegg er det nødvendig at elevene kan arbeide selvstendig (Antonius et. al, 2007).

I boksplott kunne man se at flere av kategoriene hadde høy variasjonsbredde, der kategori 3 (*matematisk modellering fra virkeligheten*) og 6 (*validere løsninger*) strakk seg over store deler av skalaen. Kategori 6 fikk den høyeste medianen, mens utsagnene i kategori 3 fikk den laveste medianen. På tross av dette fikk de to vanskeligste utsagnene fra kategori 3 en høyere verdi, enn de to enkleste fra kategori 6. Dette sier noe om at utsagnene i kategoriene spriker i vanskelighetsgrad og internt i de ulike kategoriene vil enkelte utsagn oppleves som utfordrende og andre som mindre utfordrende. Det vil si at det er relativt stor forskjell i vanskelighetsgrad internt i hver kategori, selv om vi har rangert dem etter gjennomsnitt.

5.2 Mulige konsekvenser av funn

Vi har målt og rangert alle delprosessene i modelleringssyklusen ut ifra Blum og Leiß (2007), men Blum (2015) hevder at alle stegene i en modelleringsprosess er utfordrende og kan være en kognitiv barriere. Selv om kategori 3 i vår undersøkelse ansees som enklest av kategoriene, kan man ikke konkludere med at lærere generelt syns denne kategorien er enkel. Det eneste man kan si er at gjennomsnittet for utsagnene i denne kategorien oppfattes som enklere, når man sammenligner med gjennomsnittsverdien til utsagnene i de andre kategoriene.

Våre informanter er kjent med matematisk modellering. De mener at det er utfordrende å finne gode modelleringsoppgaver som gir den ønskede utviklingen og dekker ulike kompetansemål fra læreplanen. Det sier noe om at hvis matematisk modellering skal bli implementert i undervisningen noe som er sentralt i kjerneelementene og i kompetansemålene i LK20, da blir det viktig at lærere har tilgang til kvalitetssikrede modelleringsoppgaver. I tillegg er det viktig at det følger med en instruksjon og veiledning til de ulike stegene i modelleringsprosessen. Denne instruksjonen må inneholde en detaljert beskrivelse av hvert steg. I instruksjonen bør man ha et ekstra fokus på den siste delen av modelleringssyklusen, som handler om validering, som i flere undersøkelser blir rapportert som det vanskeligste steget. Noe som også våre informanter rapporterer. Det er også i dette steget hvor sammenhengen mellom matematikken og den virkelige situasjonen blir satt på prøve, og det å kritisere, kontrollere og reflektere over funnet løsning. Det er dette utsagnet som blir rapportert som det aller vanskeligste utsagnet i vår undersøkelse.

Tidligere empiriske funn (Blømhøj, 2006; Blomhøj & Jensen, 2003; English, 2006) tyder på at modellering kan lærers, men at læringen er avhengig av læringskonteksten og at modellering må lærers spesielt for å lykkes. Ifølge tidligere studier er det viktig å jobbe med delkompetansene i tillegg til helhetlig modelleringsaktiviteter (Blomhøj & Jensen, 2003; Blum, 2015; Blomhøj, 2006). Blum (2015) hevder at det fortsatt er et åpent forskningsspørsmål hvordan denne balansen vil se ut. Det vil si at opplæringen og kompetansehevingen til nåværende og kommende matematikklærere på blant annet universitet er en viktig bidragsyter for å realisere LK20 og matematisk modellering i undervisningen. Våre funn kan gi lærerutdanninger og veiledning av lærere en pekepinn på hvor man bør ha ekstra fokus, slik at lærere og studenter får den støtten de trenger i forkant av og underveis i modelleringsprosessen når de skal få undervisning selv og i sin praktiske utøvelse i klasserommet.

5.3 Vurdering av kvalitet på undersøkelsen

Dersom vi skulle gjennomført en lignende eller samme undersøkelse på nytt er det flere endringer og justering vi ville gjort. Vi hadde fortsatt valgt modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) som egner seg til å analysere empiriske data om utfordringer i modelleringssyklusen. Når det gjelder enkelte tilfeller av utsagn og plassering av utsagn i ulike kategorier, ser vi i ettertid at noen av utsagnene kanskje ikke var spisset nok og kunne kanskje passet inn flere steder i syklusen. Vi kunne valgt å kvalitetssikre utsagnene med flere eksperter på området, før vi plasserte utsagnene i kategorier, men det var ikke innenfor rammen av denne oppgaven.

De ulike utsagnene i vår undersøkelse er plassert i forskjellige kategorier, vi ser at flere utsagn kunne også tilhørt en annen kategori enn der vi plasserte dem. Resultatet vårt blir derfor vanskeligere å tolke. I kategori 4 (*løse matematiske spørsmål*) har vi for eksempel plassert utsagnet *Få elevene til å dele opp et problem i mindre deler*, dette utsagnet kunne også blitt plassert i kategori 2 (*forstå problemet fra virkeligheten).* Vi ser noen utsagn som kunne passet bedre i en annen kategori, dette gjelder for eksempel utsagnene *få elevene til å dele opp et problem i mindre deler* og *få elevene til å se problemet fra ulike vinkler*. Begge utsagnet er hentet fra kategori 4, men kunne også tilhørt kategori 2. Grunnen til at vi tenker det, er fordi dette handler om prosesserer som også kan foregå tidlig i en modelleringssyklus, for eksempel når man skal gjøre antagelser og forstå situasjoner fra virkeligheten. Selv om noen av våre utsagn kunne blitt plassert i en annen kategori har ikke dette noe å si for verdien utsagnene har fått, siden våre informanter ikke fikk noe informasjon om hvilken kategori vi hadde plassert utsagnene i. Derfor er det viktig å påpeke at rangeringen av utsagnene er uavhengig av våre valg av kategorier. Infitverdiene i undersøkelsen gir en indikasjon på at kvaliteten på utsagnene i undersøkelsen var tilfredsstillende. Samtidig viser resultatene fra ANOVA at vi ikke kan konkludere med statistisk signifikante forskjeller mellom kategoriene.

Noen av utsagnene våre kan også ha blitt forstått annerledes enn tanken bak utsagnet var. For eksempel utsagnet *lytte til elevenes løsningsforslag og bruke dette til videre veiledning* og *få elevene til å representere situasjonen grafisk* er skåret som de enkleste. Begge utsagnene hører til vår kategori 3, matematisk modellering ut fra virkeligheten, og blir av våre informanter rapportert som de enkleste. Dette er noe av det som gjør at denne kategorien hos oss får den laveste gjennomsnittlige skåren og dermed ikke samsvarer helt med tidligere forskning. Våre informanter er valgt ut fra spesifikke kriterier, som nevnt tidligere, og at informantene innehar denne fagkunnskapen kan også ha påvirket resultatet.

Det kunne hevet kvaliteten på vår undersøkelse å i ettertid gjennomført intervju med noen av deltagerne våre. Da kunne vi avdekket eventuelle misoppfatninger, samtidig som vi kunne fått en forklaring og begrunnelse på våre resultater, men dette var ikke innenfor rammen i vår undersøkelse.

Vi kan si noe om tendensene ut ifra våre resultater, men kan ikke generalisere resultatene våre til å gjelde matematikklærere generelt. Våre informanter ble valgt ut fra spesifikke kriterier og de innehar en fagkunnskap som vi mener var nødvendig for å gjøre kvalifiserte sammenligninger av utsagnene om matematisk modellering.

5.4 Videre forskning

Matematisk modellering er nå et kjerneelement i faget matematikk for hele grunnskolen. Det betyr at dette ligger til grunn når elevene både skal mestre og bruke fagkunnskapene videre i skole og samfunn. Cetinkaya, Kertil, Erbas, Korkmaz, Alacaci og Cakiroglu (2016) henviser til undersøkelser fra flere land når de hevder at matematikklærere har begrenset kjennskap til og kunnskap om matematisk modellering. Dette burde også undersøkes i Norge, og ut fra en slik undersøkelse finne ut og igangsette tiltak som kan føre til en endring av matematikkundervisning i det enkelte klasserom.

Interessant i videre forskning hadde vært å få en bedre forståelse for og innblikk i hvorfor validering oppleves som det vanskeligste steget for lærere, som er kjent med metoden matematisk modellering. En kvalitativ undersøkelse kunne utdypet og begrunnet resultatene i denne undersøkelsen, og gitt oss et bedre innblikk i hva lærerne selv mener og tenker om de ulike stegene i modelleringsprosessen.

Blum (2015) hevdet, som nevnt tidligere, at det fortsatt er et åpent spørsmål om hvordan balansen vil se ut når du jobber med delkompetanse i modellering kontra når du jobber med helhetlig modelleringsaktiviteter. Hvordan denne balansen bør se ut og hvordan man skal jobbe i klasserommet for å få dette til, kunne vært interessant å forske videre på.

Siden modellering er blitt ett av kjerneelementene i LK20 og det er nevnt i flere av kompetansemålene, er det naturlig å også vise interesse for hvordan slike aktiviteter kan vurderes. Jensen (2007a) hevder at matematikklærere spesielt har et tradisjonelt fokus på det tekniske nivået når de vurderer noens matematiske prestasjoner. Det vil ikke egne seg i modelleringsoppgaver. Forskning på vurdering av modelleringsaktiviteter hadde vært spennende og ikke minst svært nyttig for lærerne som skal arbeide med modellering i klasserommet. Ifølge Højgaard (2009) så er vurdering sannsynligvis det mest politisk og didaktiske «hete» spørsmålet i Danmark når nye læreplaner og reformer skaper et behov for å revurdere opplæringen til elevene.

Forskning på om elevenes tanker og syn på faget matematikk endres, etter at de har jobbet med matematisk modelleringsaktiviteter, kunne også vært interessant å få innsikt i. Borromeo Ferri (2018) hevder at matematiske modelleringsaktiviteter vil endre tankene til elever på grunnskolen, videregående skole og studenter på universitetet angående matematikk, men også at lærernes tanker og innsikt om faget vil bli påvirket.

5.5 Avsluttende refleksjoner

Vi kan ut fra vår undersøkelse ikke trekke en konklusjon om hvilken kategori som er den vanskeligste i modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007), men det vi kan si noe om er tendenser til hvordan lærere med kompetanse og erfaring innenfor matematisk modellering rangerer ulike utsagn og utfordringer i forbindelse med modelleringsprosessen. Vi velger å ta med de fem utsagnene som våre informanter vurderte som mest utfordrende, de kommer i synkende rekkefølge med det vanskeligste utsagnet først. Disse er:

- *Få elevene til å kritisere, kontrollere og reflektere over funnet løsning*
- *Få elevene til å reflektere over og kritisere modelleringsprosessen*
- *Få elevene til å gjennomgå modelleringsprosessen på nytt dersom løsningen ikke fungerer*
- *Få elevene til å argumentere matematisk*
- *Velge modelleringsoppgaver som gir den ønskede utviklingen*

Vi har gjennom arbeidet med denne undersøkelsen fått bedre innsikt og høyere teoretisk kompetanse om metoden matematisk modellering og ønsker å avslutte med noen refleksjoner knyttet til realisering av ny læreplan og matematisk modellering på ulike nivåer i undervisningssammenheng.

Blum og Pollak (2018) mener at matematisk modellering er en viktig kompetanse som elever og studenter i alle aldre burde tilegne seg. Videre hevder Jensen (2007a) at et av hovedmålene for matematikkundervisning på alle utdanningsnivåer bør være å hjelpe elevenes og studentenes utvikling av matematisk modelleringskompetanse. På den andre siden hevder Maaß (2006) at det å integrere modelleringsaktiviteter i undervisningen kan sees på som en utfordring, og matematikklærere med ulik kompetanse og erfaring over hele Norge står i dag med ansvaret med å undervise i matematisk modellering. I høringsdokumentet til fornyelse av læreplanen står det at læreplanene skal bli gode verktøy for lærerne (Kunnskapsdepartementet, 2019), hvordan dette er tenkt er foreløpig usikkert i forhold til matematisk modellering. Ut ifra tidligere undersøkelser og våre erfaringer er det svært få matematikklærere som har tilstrekkelig kjennskap til matematisk modellering (Cetinkaya et.al, 2016). Det blir spennende å følge med på hvordan dette punktet i realiseringen av ny læreplan blir håndtert.

Modellering kan egne seg til dybdelæring og tverrfaglig samarbeid, som vektlegges i ny læreplan. Utprøving og utarbeidelse av ulike modelleringsoppgaver som kan egne seg til de overordnede tverrfaglige temaene i læreplanen, som er folkehelse og livsmestring, demokrati og medborgerskap, og bærekraftig utvikling. Modelleringsoppgaver til hvert av disse temaene med tips til gjennomføring og hvordan man trekker inn de ulike fagene, ville antagelig vært en styrke både for tverrfagligheten og modellering.

Hvordan man skal tette gapet mellom sentrale styringsdokumenter, forskning og teori på den ene siden, og praksis i klasserommet på den andre siden er fortsatt ikke besvart. Vi ser også utfordringer med at det vil komme undervisningsmateriell fra ulike kommersielle aktører, uten at det er krav om at matematikere og didaktikere med høy kompetanse vurderer undervisningsmaterialet opp mot læreplanens intensjoner. Da blir det opp til de ulike kommunene, den enkelte skole og faglæreren å vurdere undervisningsmateriellet, uten å ikke nødvendigvis inneha den nødvendige kompetansen eller tid til å ta en kvalitativ god vurdering.

Når det gjelder matematisk modellering bør det også stilles krav til lærerutdanningen, slik at man sikrer at lærerstudenter får erfaring i matematisk modellering. De fleste matematikklærere trenger hjelp på veien for å oppfylle kjerneelementene i den nye læreplanen. Lærere må selv få erfaring med modelleringsoppgaver på egen hånd (Maaß, 2007). Dette viser viktigheten av å ha et systematisk arbeid for å få modellering, som er et av kjerneelementene i matematikk i nåværende læreplan, til å bli en naturlig og sentral del av matematikkundervisningen for alle elever i vårt langstrakte land.

Referanser

Antonius, S., Haines, C., Jensen, T. H. & Niss, M. (med Burkhardt, H.). (2007). Classroom activities and the teacher. I W. Blum, P.L. Galbraith, H-W. Henn & M. Niss (Red.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (s. 295-308). New York: Springer.

Bal, A. & Doganay, A. (2014). Improving primary school prospective teachers` understanding of the mathematics modeling process. *Journal of Educational Sciences: Theory and Practice,* 14, 1375 – 1384.

Barbosa, J. C. (2006). Mathematical Modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* (ZDM), 38(3), 293-301

Berry, J. & Davies, A. (1996). Written reports. I C. Haines & S. Dunthorne (Red.), *Mathematics learning and assessment: Sharing innovative practices.* London: Arnold.

Blomhøj, M. & Kjeldsen, H. T. (2006). Teaching mathematical modelling through project work – Experiences from an in-service course for upper secondary teachers. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education,* 38(2), 163-177.

Blomhøj, M. & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification av educational planning. *Teaching Mathematics an its Applications: an international journal of the IMA, 22(3),* 123-139. Hentet fra: https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123

Blomhøj, M. (2003). Modellering som undervisningsform. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.): *Kan det virkelig passe?* (s. 51-71). København: L&R Uddannelse.

Blomhøj, M. (2006). *Mod en didaktisk teori for matematisk modellering.* I O. Skovsmosse & M. Blomhøj (red.), Kunne det tænkes? – Om matematikklæring (1. utg.) Albertslund: Malling Beck.

Blum, W. & Ferri, R. B. (2009). *Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?* Journal of mathematical modelling and application 1 (1), 45-58.

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. -W. & Niss, M. (Red.). (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*. New York: Springer.

Blum, W. & Ließ, D. (2005). *"Filling Up"– the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks*. Paper for the CERME4 2005, WG 13 Modelling and Applications.

Blum, W. & Ließ, D. (2007). How do students' and teachers deal with modelling problems? I C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Red.), *Mathematical Modelling (ICTMA12): Education, Engineering and Economics;* (s. 222-231). Chichester, UK: Horwood Publishing, 2006.

Blum, W. & Pollak, H. (2018). Foreword. I R. Borromeo Ferri (Red.), *Learning how to teach mathematical modelling in school and teacher education* (s. 7-8). Cham: Springer

Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In. S. J. Cho (Red.), *Proceedings of the ICME12* (s. 73-96). New York: Springer

Bond, T. & Fox, C. M. (2015). *Applying the Rasch model: Fundamental measurement in the human sciences* (3. Utg.). New York: Routledge.

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education.* New York: Springer.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM Mathematics education*, 38(2), 86-95.

Bramley, T., Bell, J. & Pollitt, A. (1998). Assessing changes in standards over time using Thurstone paired comparisons. *Education Reasearch and Perspectives*, 25, 1 – 24

Cetinkaya, B., Kertil, M., Erbas, A. K., Korkmaz, H., Alacaci, C. & Cakiroglu, E. (2016). Preservice teachers`developing conceptions about the nature and pedagogy of mathematical modeling in the context of a mathematical modeling course. *Mathematical Thinking and Learning, 18* (4), 287-314

Det kongelige kunnskapsdepartementet, 2019. Høring av fornyelsen av læreplaner i Kunnskapsløftet (LK20) og Kunnskapsløftet samisk (LK20S)
Hentet fra: file:///C:/Users/skoansch/Downloads/Kunnskapsdepartementets%20h%C3%B8ringsbrev%20(7).pdf

Doerr, H. M. & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students` mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110-137.

Doerr, H. M. (2007). *What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling?* I W. Blum, P. L. Galbraith, H-W. Henn & M. Niss (Red.), Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study (s. 69-78). New York, NY: Springer.

Doorman, M. & Gravemeijer, K. (2009). *Emergent modeling: Discrete graphs to support understanding of change and velocity*. ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 41, 199-211

English, L. (2006). Mathematical modeling in the primary school. Children`s construction of a consumer guide. *Educational Studies in mathematics, 63*(3), 303-323.

Escalante, C. (2010). *Secondary teachers learn and refine their knowledge during modeling activities in a learning community environment.* I R. Lesh, P. L. Galbraith, C.

Field, A. (2015). *Discovering Statistics Using SPSS*. 4. utgave, Sage Publications Ltd., London.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, the Netherlands: Reidel.

Galbraith, P. & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, 38(2), 143-162.

Garcia, F., Maaß, K. & Wake, G. (2010). Theory meets practice – Working pragmatically within different cultures and traditions. In R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines, & A. Hurford (Red.), *Modelling students` modelling competencies* (s. 445-457). New York: Springer.

Gravemeijer, K. (1999). How Emergent Models May Foster the Constitution of Formal Mathematics. *Mathematical Thinking and Learning, 1(*2), 155-77.

Greefrath, G. (2011). Using technologies: New possibilities of teaching and learning modelling-Overview. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Red.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (s. 301-304) Dordreeht: Springer.

Greefrath, G., & Vorholter, K. (2016). *Teaching and learning mathematical modelling*. Approasches and Developments from German-speaking Countries: Springer International Publishing AG Switzerland.

Haines, C. & Crouch, R. (2010). Remarks on a modeling cycle and interpreting behaviours. In R. A. Lesh, P. L. Galbraith, W. Blum, & A. Hurford (Red.), *Modeling student` modeling competencies*. ICTMA 13 (s. 145-154). New York: Springer.

Heldsinger, S. & Humphry, S. (2010). Using the method of pairwise comparison to obtain reliable teacher assessments. The Australian Educational Researcher, 37, 1 – 19

Højgaard, T. (2009). Competencies, skills and assessment. In R. Hunter, B. Bicknell, & T. Burgess (Red.), Merga32: *crossing divides: proceedings of the 32nd annual conference of the mathematics education research group of Australasia* (Vol. 1, s. 225-231). MERGA

Jankvist, U. T. & Niss, M. (2019). Upper secondary school students`difficulties with mathematical modelling. *International Journal of mathematical education in science and technology.* Hentet fra: https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1587530

Jensen, T. H. (2007a). Assessing mathematical modelling competency. In Haines, C., Galbraith, P., Blum, W. & Khan, S. (Red.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (s. 141-148). Chichester, UK: Horwood.

Jensen, T. H. (2007b). Udvikling af matematisk modelleringskompetence som matematikundervisningens omdrejningspunkt – hvorfor ikke? (Developing mathematical modelling competency as the hub of mathematics education – why not?). *IMFUFAtekst*, 458. Roskilde University, Denmark: IMFUFA. Ph.d. dissertation (in Danish with English summary). Hentet fra: https://www.gymnasieforskning.dk/wp-content/uploads/2014/07/Phd.pdf

Jones, G., Langrall, C., Thornton, C. & Nisbet, S. (2002). Elementary school children`s access to powerful mathematical ideas, in L. D. English (Red.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*, Erlbaum, Mawah, NJ, s. 113-141.

Jones, I., Swan, M. & Pollitt, A. (2014). Assessing mathematical problem solving using comparative judgement. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*(1), 151-177. Hentet fra: https://doi: 10.1007/s10763-013-9497-6

Julie, C. (2002). Making relevance in mathematics teacher education. *I Proceedings of 2nd international conference on the teaching of mathematics.* New York: Wiley.

Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of internnational perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM Mathematics education, 38(3),* 302-310.

Kuntze, S., Siller, H. S. & Vogl, C. (2013). Teachers` self-perceptions of their pedagogical content knowledge related to modelling-an empirical study with Austrian teachers. I G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum & J. P. Brown (Red.) *Teaching mathematical modelling: connecting to research and practice* (s. 317-326). Dordrecht: Springer.

Leiß, D., Schukajlow, S., Blum, W., Messner, R. & Pekrun, R. (2010). The role of the situation model in mathematical modelling – task analyses, student competencies, and teacher interventions. *Journal fur Mathematik – Didaktik*, 31(!), 119-141.

Lesh, R. & Caylor, B. (2007). Introduction to the Special Issue: Modeling as Application versus Modeling as a Way to Create Mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 12. 173-194. 10.1007/s10758-007-9121-3. Hentet fra: https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s10758-007-9121-3.pdf

Lesh, R., & Yoon, C. (2007). What is Distinctive in (Our Views About) Models and Modelling Perspectives on Mathematics problem Solving, Learning and Teaching? I W. Blum, P. L. Galbraith, H. -W. Henn, & M. Niss (Red.), *Modelling and Applications in Mathematics Education.* (1. Utg., s. 161-170). New York: Springer.

Lipsey, M. W. & Wilson, D. B. (2001). *Practical meta-analysis*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Maaß, K. (2007). Modelleing in class: What do we want the students to learn? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, S. Khan, & Mathematical Modelling (Red.), *Education, engineering and economics* (s. 65-78). Chichester: Horwood Publishing.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? ZDM – *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 113-142.

Ma, L. (2010): *Knowing and teaching elementary mathematics* (Anniversary ed.). New York, NY: Routledge.

NESH. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi.* Oktan Oslo AS. Hentet fra: https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/60125_fek_retningslinjer_nesh_digital.pdf

Niss, M. (2015). Prescriptive Modelling – Challenges and Opportunities. I G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Red.), Mathematical Modelling in Education Research and Practice Cultural, Social and Cognitive Influences (s. 67-80). Switzerland: Springer.

NoMoreMarking, https://www.nomoremarking.com/ No More Marking, Comparative Judgement for Schools

Oliveira, A. M. P. & Barbosa, J. C. (2009). Mathematical modelling and teachers` tension. I R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Red.), *Modeling students` mathematical modelling competencies* (s. 511-517). New York: Springer

Perrenet, J. C. & Zwaneveld, B. (2012). *The many faces of the modelling cycle. Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(6), s. 3-21.

Pollitt, A. & Murray, N. (1996). *What rates really pay attention to*. In M. Milanovic & N. Saville (Red.), Performance testing, cognition and assessment: Selected papers from the 15th language testing reasearch colloquium. Cambridge: Cambridge University Press, 74 – 91

Pierce, R. & Stacey, K. (2002). Monitoring effective use of computer algebra systems. In B. Barton, K. C. Irwin, M. Pfannkuck, & M. O. J. Thomas (Red.) *Mathematics education in the South Pacific: Proceedings of the 25th annual conference of the mathematics education research group of australasia* (s. 575 – 582). Auckland: MERGA.

Pollitt, A. (2011). *Comparative judgement for assessment*. International Journal of Technology and Design Education, 22(2), 157-170.

Ringdal, K. (2018). *Enhet og mangfold. Samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode.* (4. utg) Bergen: Fagbokforlaget.

Rosa, M. & Orey, D. (2015). Social-critical dimension of mathematical modelling. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Red.), *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences* (s. 385-395). Cham: Springer.

Siller, H. S. & Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding to technology. *Proceedings of the sixth congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 2136-2145).

Stacey, K. (2015). The Real World and the Mathematical World. In K. Stacey & R. Turner (Red.) *Assessing Mathematical Literacy. The PISA Experience* (s. 57-84). Cham: Springer International Publishing.

Strand, J. S. (2019). *Matematisk modellering. En kvantitativ studie om læreres opplevde utfordring i undervisning av modellering* (Mastergradsavhandling, NTNU). Hentet fra: file:///C:/Users/skoansch/Downloads/no.ntnu_inspera_2310461%20(25).pdf

Thurstone, L. L. (1927). A law of comparative judgment. *Pscyhological Review*, 34, 273 – 286

Thurstone, L. L. (1954). The measurement of values. *Pscyhological Review*, 61, 47 – 58

Utdanningsdirektoratet (2019). *Fagrelevans og sentrale verdier.* Hentet fra: https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier

Utdanningsdirektoratet (2019). *Kjerneelement*. Hentet fra: https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer

Utdanningsdirektoratet (2019). *Kompetansemål og vurdering.* Hentet fra: https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv18

Vorhölter, K., Greefrath, G., Ferri, R. B., Leiss, D. & Schukajlow, S. (2019). *Mathematical Modelling.* In H. Jahnke & L. Hefendehl-Hebeker (Red.), Traditions in German-Speaking Mathematics Education Research. ICME-13 Monographs (s. 91-114). Cham: Springer.

Wright & Stone, 1979. https://rasch.org/BTD_RSA/pdf%20%5bpublisher%5d/Best%20Test%20Design.pdf

Wu, M. & Adams, R. (2007). *Applying the Rasch model to psycho-social measurement: A practical approach*. Melbourne: Educational Measurement Solutions.

Vedlegg 1: Liste over utvalgte artikler fra søk i Oria

Antonius, S., Haines, C., Jensen, T. H. & Niss, M. (with Burkhardt, H.). (2007). Classroom activities and the teacher. In W. Blum, P.L. Galbraith, H-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (s. 295-308). New York: Springer.

Blomhøj, M. (2006). Mod en didaktisk teori for matematisk modellering. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Res.), *Kunne det tænkes? - om matematikklæring*. Albertslund: Malling Beck

Blomhøj, M., & Hoff Kjeldsen, T. (2006). Teaching mathematical modelling through project work – Experiences from an in-service course for upper secondary teachers. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education,* 38(2), 163-177.

Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematicalmodelling: What do we know, what can we do? In. S. J. Cho (Ed), *Proceedings of the ICME12* (pp. 73-96). New York: Springer

Blum, W. & Ferri, R. B. (2009). *Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?* Journal of mathematical modelling and application 1 (1), 45-58.

Doerr, H. M. (2007). *What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling?* I W. Blum, P. L. Galbraith, H-W. Henn, & M. Niss (Red.), Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study (s. 69-78). New York, NY: Springer.

Doorman, M., & Gravemeijer, K. (2009). *Emergent modeling: Discrete graphs to support understanding of change and velocity*. ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 41, 199-211

English, L. (2006). Mathematical modeling in the primary school. Children`s construction of a consumer guide. 63(3)

Lesh, R. & Caylor, B. (2007). Introduction to the Special Issue: Modeling as Application versus Modeling as a Way to Create Mathematics. International Journal of Computers for Mathematical Learning. 12. 173-194. 10.1007/s10758-007-9121-3.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? ZDM Mathematics education, 38(2), 113-142

Vedlegg 2: Utgangspunkt for våre utsagn i undersøkelsen, med vår oversettelse

Kategori 1: Valg av oppgave

1. Finne gode modelleringsoppgaver (Doerr 2007; Blum 2015; Blomhøj & Kjeldsen, 2006)
2. Velge ut gode modelleringsoppgaver (Doerr 2007; Blum 2015; Blomhøj & Kjeldsen, 2006)
3. Velge øvelser og pensum som gir den ønskende utviklingen (Doerr, 2007)
4. Legge til rette for at alle elevene skaper og utvikler sine egne matematiske ideer (English, 2006)
5. Å gjøre seg opp en mening om hvordan en elevs modell vil se ut og hvordan den vil utvikle seg ut over i prosjektet (Doerr, 2007)
6. Å velge en oppgave ut fra virkeligheten (utenfor matematikkens verden) (Blum & Ferri, 2009)
7. Å velge oppgaver som dekker matematiske kompetansemål kontra oppgaver som kan løse interessante problemer (Antonius, Haines, Jensen, Niss & Burkhardt 2007; Blum & Ferri 2009; Blomhøj & Kjeldsen, 2006)
8. Å overse interessant eller utfordrende matematikk som ligger under overflaten i mange eksempler fra den «virkelige verden» (Antonius et al., 2007)

Kategori 2: Forstå problemet fra virkeligheten

1. Å veilede elevene til å ta antagelser som forenkler problemet eller situasjonen (Maaß 2006; Blum 2015)
2. Å veilede elevene til å kjenne igjen mengder/verdier/annet som påvirker situasjonen, navngi dem, og identifisere nøkkelvariabler (Maaß, 2006)
3. Å veilede elevene til å konstruere/finne sammenhenger mellom variablene (Maaß, 2006)
4. Å veilede elevene til å lete etter tilgjengelig informasjon og å kunne sortere ut relevant informasjon ut fra denne (Maaß, 2006)
5. Å veilede elevene til å modellere egne uformelle matematiske aktiviteter (Dooerman & Gravemeijer, 2009)

Kategori 3: Kompetanse til å sette opp en matematisk modell ut fra virkeligheten

1. Å veilede elevene til å matematisere relevante mengder/verdier/annet og deres relasjoner (Maaß 2006; Doerr 2007; Blum & Ferri 2009)
2. Å veilede elevene til å forenkle relevante mengder/verdier/annet og deres relasjoner om nødvendig og redusere kompleksiteten (Maaß 2006; Blum & Ferri 2009)
3. Å veilede elevene til å velge passende matematisk skrivemåte (notasjon) og representerer situasjoner grafisk (Maaß, 2006; Lesh & Caylor 2007; Blomhøj & Kjeldsen, 2006)
4. Å støtte opp om elevers adekvate løsningsmetoder (Blum & Ferri, 2009)

Kategori 4: Kompetanse til å løse matematiske spørsmål innenfor denne matematiske modellen

1. Å veilede elevene til å bruke hensiktsmessige strategier som å dele opp et problem i mindre deler (Maaß, 2006)
2. Å veilede elevene til å etablere relasjoner til lignende og enklere problemer (Maaß 2006; Doerr 2007; Lesh & Caylor 2007; Blum 2015)
3. Å veilede elevene til å se problemet fra ulike ståsted/vinkler ut ifra varierende mengder/verdier/annet og tilgjengelig data (Maaß, 2006)
4. Å veilede elevene til å omformulere problemet (Maaß, 2006)
5. Å veilede elevene til å bruke matematisk kunnskap til å løse problemet (Maaß, 2006)

Kategori 5: Kompetanse til å tolke matematikk i virkelige situasjoner

1. Å veilede elevene til å tolke matematiske resultater i den aktuelle sammenhengen (Maaß, 2006)
2. Å veilede elevene til å generalisere løsningen som ble utviklet i den spesielle situasjonen (Maaß 2006; English 2006; Blomhøj & Kjeldsen, 2006)
3. Å veilede elevene til å se løsningen på et problem ved å bruke matematisk språk og begrep (Maaß, 2006)
4. Å veilede elevene til å kommunisere rundt løsninger ved å bruke matematisk språk og begrep (Maaß 2006; English 2006)
5. Å veilede elevenes argumentasjon (Dooerman & Gravemeijer, 2009)
6. Å ikke overføre sin egen løsningsmetode til elevene / Å være bevisst sin egen løsningsstrategi og ikke overføre denne til elevene (Blum & Ferri 2009; Doerr 2007; Lesh & Caylor 2007; Blum 2015)

Kategori 6: Kompetanse til å validere løsningen

1. Å veilede elevene til å kritiske kontrollere og reflekter over funnet løsning (Maaß 2006; Blum & Ferri 2009; Blomhøj & Kjeldsen, 2006)
2. Å veilede elevene til å se over deler av løsningen og gjennomgå modelleringsprosessen på nytt dersom løsningen ikke passer til situasjonen (Maaß 2006; Lesh & Caylor 2007)
3. Å veilede elevene til å reflektere over andre løsningsmetoder og om løsningen kan finnes på en annen måte (Maaß 2006; Doerr 2007; Lesh & Caylor 2007; Blum 2015)
4. Å veilede elevene til å generelt stille spørsmål ved modellen (Maaß, 2006; Doerr 2007; Lesh & Caylor 2007)
5. Å veilede elevene til å komme med innspill til forbedringer, til egne og andres modeller (føre til bedre modeller) (Dooer, 2007)
6. Å veilede elevene til å vurdere og kritisere egen og andres bruk av modellen (Blomhøj, 2006; Blomhøj & Kjeldsen, 2006)
7. Å veilede elevene til å reflektere over og kritisere over den samlede modelleringsprosessen (Blomhøj, 2006)

Vedlegg 3: Informasjon til studentene i forkant

Informasjon til studentene/matematikk lærerne som blir gitt muntlig og skriftlig (før de skal svarer individuelt på undersøkelsen)

Vi skriver nå en master ved NTNU, og i våres masteroppgave undersøker vi hva lærere mener er mer eller mindre utfordrende når de underviser/jobber med modelleringsoppgaver med elevene.

Formål
Formålet med undersøkelsen er få bedre kjennskap til hva lærere opplever som utfordrende når elevene jobber med modelleringsoppgaver. Dette er en kvantitativ undersøkelse, og det er flere lærere som skal svare anonymt.

Vi benytter en metode som heter Comparative judgement. Metoden brukes for å måle noe som er sammensatt og kompleks, og bygger på et psykologisk prinsipp om at mennesker er flinkere til å vurdere når de sammenlikner to objekter i forhold til hverandre. For å rangere utsagnene dere synes er mest utfordrende når elevene jobber med modellering bruker vi et program som heter «No more Marking».

I masteroppgaven skal vi analysere hva lærere som underviser i matematikk mener mest utfordrende når elevene skal jobbe med modelleringsoppgaver (kjerneelement i ny læreplan). Resultatene vil bli brukt i en masteroppgave ved NTNU.

Hvem er ansvarlig for undersøkelsen?
NTNU, Institutt for Lærerutdanning.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Du er i målgruppen for undersøkelsen.

Spørsmålene vil besvares anonymt, og dine svar blir ikke knyttet opp til deg.

Hva innebærer det for deg å delta?
For deg innebærer det at du må logge deg inn på programmet «No more Marking» ved hjelp av en gyldig E-postadresse. Du skal sammenlikne to og to utsagn, for så å velge det utsagnet du synes er mest utfordrende. Når du har gjort dette med mange utsagn vil de bli rangert fra mest utfordrende til minst utfordrende. Det vil ta ca. 10-15 minutter. Du skal svare på undersøkelsen med egen datamaskin eller du kan benytte en av datamaskinene vi har med. Svaret ditt vil registreres elektronisk.

Hvilke personopplysninger om deg får vi tilgang til når du deltar?
Dersom du svarer på undersøkelsen på egen datamaskin med din egen E-postadresse vil vi få informasjon om din E-postadresse, ip-adresse eller annen nettidentifikator. Dersom du svarer på undersøkelsen på en av våre datamaskiner med en E-postadresse du får oppgitt av oss vil vi ikke få tilgang til elektronisk informasjon om deg.

Det er frivillig å delta

Der er frivillig å delta i undersøkelsen. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålet vi har fortalt om i dette skrivet. Opplysningene vil bli behandlet konfidensielt og i samsvar med peronvernregelverket.

- Anne-Lene Schjølberg, Ina Estensen Solli og veileder vil ha tilgang til datamaterialet.
- Du vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjonen. Alle som svarer på vår undersøkelse, vil bli omtalt som matematikklærere.

Hva skjer med opplysningene dine og datamaterialet når vi avslutter undersøkelsen?
Oppgaven skal etter planen avsluttes 5. september 2020. Alle data som er samlet inn vil slettes senest 5. september 2020.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet har du rett til:

- Innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg
- Få rettet og slettet personopplysninger om deg
- Få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet)
- Å kunne sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysningene om deg basert på ditt samtykke.

Hvor kan du finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til undersøkelsen, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- NTNU, Institutt for lærerutdanningen ved Hermund Andre`Torkildsen (hermund.a.torkildsen@ntnu.no)

Med vennlig hilsen

Hermund A. Torkildsen	Anne-Lene Schjølberg	Ina Estensen Solli
Prosjektansvarlig	Student	Student

Vedlegg 4: Samtykkeskjema

Jeg har motatt og forstått informasjonen om undersøkelsen «Utfordringer for lærere når elever jobber med modellering» og har fått annledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ å delta i den digitale spørreundersøkelsen

Jeg samtykker til at evt. opplysninger om meg behandles frem til undersøkelsen avsluttes, september 2020.

(Dato og signatur)

Vedlegg 5: NSD Personvern

NSD Personvern
29.01.2020 13:58

Det innsendte meldeskjemaet med referansekode 913154 er nå vurdert av NSD.

Følgende vurdering er gitt: Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet den 29.01.2020 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 05.09.2020.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER NSD
vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om: - lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen - formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål - dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet - lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20). NSD vurderer at informasjonen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13. Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER NSD
legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32). No More Marking Ltd. er databehandler i prosjektet. NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET NSD
vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet. Lykke til med prosjektet! Kontaktperson hos NSD: Simon Gogl Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

Vedlegg 6: Råmaterialet, Scaled Score, NoMoreMarking

First Name	Scaled Score	Level	Infit	Local Comparis…
Matematisk modell ut fra virkeligheten3,2 Lytte til elevenes løsningsforslag og bruke dette i videre veiledning	0.0		0.9	53
Matematisk modell ut fra virkeligheten3,6 Få elevene til å representere situasjoner grafisk	12.0		1.0	54
Forstå problemet fra virkeligheten2,5 Få elevene til å lete etter tilgjengelig informasjon	16.0		1.1	55
Forstå problemet fra virkeligheten2,6 Få elevene til å sortere ut hva som er relevant informasjon	16.0		1.0	54
Valg av oppgave1,3 Å velge en oppgave ut fra virkeligheten	16.0		0.9	55
Matematisk modell ut fra virkeligheten3,5 Å få elevene til å velge passende matematisk skrivemåte	18.0		1.0	54
Løse matematiske spørsmål4,1 Få elevene til å bruke hensiktsmessige strategier	20.0		0.9	54
Løse matematiske spørsmål4,6 Få elevene til å bruke matematisk kunnskap til å løse problemet	20.0		1.2	54
Tolke matematikk5,1 Få elevene til å tolke matematiske resultater	21.0		1.0	53
Matematisk modell ut fra virkeligheten3,7 Å identifisere gode, uforutsette, løsningsmetoder	24.0		1.1	53
Validere løsningen6,5 Få elevene til å komme med forslag til forbedringer av andres modeller	27.0		1.0	53
Matematisk modell ut fra virkeligheten3,1 Se for seg hvordan en elevs matematiske modell vil se ut	28.0		1.1	53
Løse matematiske spørsmål4,2 Få elevene til å dele opp et problem i mindre deler	31.0		1.0	54
Forstå problemet fra virkeligheten2,1 Få elevene til å forenkle problemet eller situasjonen	32.0		1.0	55
Løse matematiske spørsmål4,3 Få elevene til å se sammenheng med lignende problemer i matematikk	34.0		0.9	55
Tolke matematikk5,3 Få elevene til å formidle løsningen ved hjelp av matematiske begrep	34.0		1.0	54
Forstå problemet fra virkeligheten2,2 Få elevene til finne ut hva som påvirker situasjonen	36.0		1.1	56
Valg av oppgave1,4 Finne modelleringsoppgaver som dekker matematiske kompetansemål	36.0		1.0	53
Forstå problemet fra virkeligheten2,3 Få elevene til å identifisere de ulike variablene	39.0		0.9	55
Løse matematiske spørsmål4,4 Få elevene til å se problemet fra ulike vinkler	39.0		1.0	54
Validere løsningen6,8 Ha hovedfokus på prosess	41.0		1.0	53
Matematisk modell ut fra virkeligheten3,4 Få elevene til å matematisere problemet	43.0		1.0	54
Forstå problemet fra virkeligheten2,7 Å ikke overføre din egen løsningsmetode til elevene	44.0		1.1	54
Valg av oppgave1,2 Velge ut gode modelleringsoppgaver	45.0		1.0	55
Løse matematiske spørsmål4,5 Få elevene til å omformulere problemet	49.0		1.0	54
Valg av oppgave1,5 Å finne oppgaver som kan løse interessante problemer matematisk	49.0		1.0	53
Validere løsningen6,4 Få elevene til å reflektere over andre løsningsmetoder som kan fungere	52.0		0.9	53
Validere løsningen6,2 Få elevene til å stille spørsmål ved egen modell	54.0		1.2	53
Tolke matematikk5,2 Få elevene til å generalisere løsningen	55.0		1.0	53
Forstå problemet fra virkeligheten2,4 Få elevene til å finne sammenhenger mellom variablene	56.0		0.9	54
Tolke matematikk5,4 Få elevene til å kommunisere rundt ulike løsninger ved hjelp av matematiske begrep	56.0		1.0	53
Valg av oppgave1,1 Finne gode modelleringsoppgaver	57.0		0.9	53
Forstå problemet fra virkeligheten2,8 Få elevene til å modellere egen forståelse av problemet	61.0		0.9	54
Validere løsningen6,6 Få elevene til å vurdere og kritisere egen og andres bruk av modellen	62.0		1.0	54
Matematisk modell ut fra virkeligheten3,3 Få alle elevene til å oppleve at de «finner opp» matematikk	66.0		1.1	54
Valg av oppgave1,6 Velge modelleringsoppgaver som gir den ønskede utviklingen	66.0		0.9	53
Tolke matematikk5,5 Få elevene til å argumentere matematisk	69.0		1.1	55
Validere løsningen6,3 Få elevene til å gjennomgå modelleringsprosessen på nytt dersom løsningen ikke fungerer	83.0		1.0	53
Validere løsningen6,7 Få elevene til å reflektere over og kritisere modelleringsprosessen	97.0		0.9	53
Validere løsningen6,1 Få elevene til å kritiske kontrollere og reflektere over funnet løsning	100.0		0.9	53

Vedlegg 7: ANOVA

Oneway

ANOVA

Scaled Score

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	6466,505	5	1293,301	3,322	,015
Within Groups	13235,095	34	389,268		
Total	19701,600	39			

Robust Tests of Equality of Means

Scaled Score

	Statistic[a]	df1	df2	Sig.
Welch	2,262	5	15,064	,101

a. Asymptotically F distributed.

Post Hoc Tests

Multiple Comparisons

Dependent Variable: Scaled Score

Games-Howell

(I) Group	(J) Group	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval Lower Bound	95% Confidence Interval Upper Bound
1	2	7,333	9,199	,962	-24,29	38,95
	3	17,548	10,860	,606	-19,50	54,60
	4	12,667	8,473	,676	-17,80	43,13
	5	-2,167	11,156	1,000	-42,59	38,26
	6	-19,667	11,751	,571	-59,20	19,87
2	1	-7,333	9,199	,962	-38,95	24,29
	3	10,214	10,052	,903	-23,98	44,41
	4	5,333	7,408	,976	-19,57	30,24
	5	-9,500	10,371	,931	-47,90	28,90
	6	-27,000	11,008	,214	-64,12	10,12
3	1	-17,548	10,860	,606	-54,60	19,50
	2	-10,214	10,052	,903	-44,41	23,98
	4	-4,881	9,392	,994	-38,04	28,27
	5	-19,714	11,869	,583	-61,47	22,04
	6	-37,214	12,430	,087	-78,45	4,02
4	1	-12,667	8,473	,676	-43,13	17,80
	2	-5,333	7,408	,976	-30,24	19,57
	3	4,881	9,392	,994	-28,27	38,04
	5	-14,833	9,733	,664	-53,13	23,47
	6	-32,333	10,409	,087	-68,51	3,84
5	1	2,167	11,156	1,000	-38,26	42,59
	2	9,500	10,371	,931	-28,90	47,90
	3	19,714	11,869	,583	-22,04	61,47
	4	14,833	9,733	,664	-23,47	53,13
	6	-17,500	12,689	,738	-61,08	26,08
6	1	19,667	11,751	,571	-19,87	59,20
	2	27,000	11,008	,214	-10,12	64,12
	3	37,214	12,430	,087	-4,02	78,45
	4	32,333	10,409	,087	-3,84	68,51
	5	17,500	12,689	,738	-26,08	61,08

Vedlegg 8: Infit, NoMoreMarking

First Name	Scaled Score	Level	Infit	Local Comparis...
Løse matematiske spørsmål4,3 Få elevene til å se sammenheng med lignende problemer i matematikk	34.0		0.9	55
Matematisk modell ut fra virkeligheten3,2 Lytte til elevenes løsningsforslag og bruke dette i videre veiledning	0.0		0.9	53
Valg av oppgave1,1 Finne gode modelleringsoppgaver	57.0		0.9	53
Forstå problemet fra virkeligheten2,8 Få elevene til å modellere egen forståelse av problemet	61.0		0.9	54
Valg av oppgave1,6 Velge modelleringsoppgaver som gir den ønskede utviklingen	66.0		0.9	53
Forstå problemet fra virkeligheten2,3 Få elevene til å identifisere de ulike variablene	39.0		0.9	55
Valg av oppgave1,3 Å velge en oppgave ut fra virkeligheten	16.0		0.9	55
Løse matematiske spørsmål4,1 Få elevene til å bruke hensiktsmessige strategier	20.0		0.9	54
Forstå problemet fra virkeligheten2,4 Få elevene til å finne sammenhenger mellom variablene	56.0		0.9	54
Validere løsningen6,7 Få elevene til å reflektere over og kritisere modelleringsprosessen	97.0		0.9	53
Validere løsningen6,1 Få elevene til å kritiske kontrollere og reflektere over funnet løsning	100.0		0.9	53
Validere løsningen6,4 Få elevene til å reflektere over andre løsningsmetoder som kan fungere	52.0		0.9	53
Valg av oppgave1,2 Velge ut gode modelleringsoppgaver	45.0		1.0	55
Validere løsningen6,8 Ha hovedfokus på prosess	41.0		1.0	53
Tolke matematikk5,1 Få elevene til å tolke matematiske resultater	21.0		1.0	53
Valg av oppgave1,4 Finne modelleringsoppgaver som dekker matematiske kompetansemål	36.0		1.0	53
Forstå problemet fra virkeligheten2,1 Få elevene til å forenkle problemet eller situasjonen	32.0		1.0	55
Løse matematiske spørsmål4,5 Få elevene til å omformulere problemet	49.0		1.0	54
Løse matematiske spørsmål4,4 Få elevene til å se problemet fra ulike vinkler	39.0		1.0	54
Tolke matematikk5,3 Få elevene til å formidle løsningen ved hjelp av matematiske begrep	34.0		1.0	54
Validere løsningen6,6 Få elevene til å vurdere og kritisere egen og andres bruk av modellen	62.0		1.0	54
Valg av oppgave1,5 Å finne oppgaver som kan løse interessante problemer matematisk	49.0		1.0	53
Matematisk modell ut fra virkeligheten3,6 Få elevene til å representere situasjoner grafisk	12.0		1.0	54
Matematisk modell ut fra virkeligheten3,5 Å få elevene til å velge passende matematisk skrivemåte	18.0		1.0	54
Validere løsningen6,3 Få elevene til å gjennomgå modelleringsprosessen på nytt dersom løsningen ikke fungerer	83.0		1.0	53
Løse matematiske spørsmål4,2 Få elevene til å dele opp et problem i mindre deler	31.0		1.0	54
Forstå problemet fra virkeligheten2,6 Få elevene til å sortere ut hva som er relevant informasjon	16.0		1.0	54
Validere løsningen6,5 Få elevene til å komme med forslag til forbedringer av andres modeller	27.0		1.0	53
Tolke matematikk5,2 Få elevene til å generalisere løsningen	55.0		1.0	53
Tolke matematikk5,4 Få elevene til å kommunisere rundt ulike løsninger ved hjelp av matematiske begrep	56.0		1.0	53
Matematisk modell ut fra virkeligheten3,4 Få elevene til å matematisere problemet	43.0		1.0	54
Forstå problemet fra virkeligheten2,7 Å ikke overføre din egen løsningsmetode til elevene	44.0		1.1	54
Forstå problemet fra virkeligheten2,5 Få elevene til å lete etter tilgjengelig informasjon	16.0		1.1	55
Matematisk modell ut fra virkeligheten3,7 Å identifisere gode, uforutsette, løsningsmetoder	24.0		1.1	53
Forstå problemet fra virkeligheten2,2 Få elevene til finne ut hva som påvirker situasjonen	36.0		1.1	56
Matematisk modell ut fra virkeligheten3,1 Se for seg hvordan en elevs matematiske modell vil se ut	28.0		1.1	53
Matematisk modell ut fra virkeligheten3,3 Få alle elevene til å oppleve at de «finner opp» matematikk	66.0		1.1	54
Tolke matematikk5,5 Få elevene til å argumentere matematisk	69.0		1.1	55
Løse matematiske spørsmål4,6 Få elevene til å bruke matematisk kunnskap til å løse problemet	20.0		1.2	54
Validere løsningen6,2 Få elevene til å stille spørsmål ved egen modell	54.0		1.2	53

Vedlegg 9: Infitverdiene til utsagn, knyttet til de ulike kategoriene

Utsagnene i Kategori 1: valg av oppgave har infitverdier, som varierer fra 0,9 – 1,0, se tabellen nedenfor.

Infit	Utsagn innenfor kategori 1: valg av oppgave
0.9	A: Å velge en situasjon fra virkeligheten
1.0	B: Finne modelleringsoppgaver som dekker matematiske kompetansemål
1.0	C: Å velge ut gode modelleringsoppgaver
1.0	D: Å finne oppgaver som kan løse interessante problemer matematisk
0.9	E: Finne gode modelleringsoppgaver
0.9	F: Velge modelleringsoppgaver som gir den ønskede utviklingen

Utsagnene i Kategori 2: forstå problemet fra virkeligheten har infitverdier som varierer fra 0,9 – 1,1, se tabellen nedenfor.

Infit	Utsagn innenfor kategori 2: forstå problemet fra virkeligheten
1.1	A: Få elevene til å lete etter tilgjengelig informasjon
1.0	B: Få elevene til å sortere ut hva som er relevant informasjon
1.0	C: Få elevene til å forenkle problemet eller situasjonen
1.1	D: Få elevene til å finne ut hva som påvirker situasjonen
0.9	E: Få elevene til å identifisere de ulike variablene
1.1	F: Å ikke overføre din egen løsningsmetode til elevene
0.9	G: Få elevene til å finne sammenhenger mellom variablene
1.1	H: Få elevene til å modellere egen forståelse av problemet

Utsagnene i Kategori 3: matematisk modellering ut fra virkeligheten, har infitverdier som varierer fra 0,9 – 1,1, se tabellen nedenfor.

Infit	Utsagn innenfor kategori 3: matematisk modellering ut fra virkeligheten
0.9	A: Lytte til elevenes løsningsforslag og bruke dette i videre veiledning
1.0	B: Få elevene til å representere situasjoner grafisk
1.0	C: Å få elevene til å velge passende matematisk skrivemåte
1.1	D: Å identifisere gode, uforutsette, løsningsmetoder
1.1	E: Se for seg hvordan en elevs matematiske modell vil se ut
1.0	F: Få elevene til å matematisere problemet
1.1	G: Få alle elevene til å oppleve at de «finner opp» matematikk

Utsagnene i Kategori 4: løse matematiske spørsmål, har infitverdier som varierer fra 0,9 – 1,2, se tabellen nedenfor.

Infit	Utsagn innenfor kategori 4: løse matematiske spørsmål
0.9	A: Få elevene til å bruke hensiktsmessige strategier
1.2	B: Få elevene til å bruke matematiske kunnskap til å løse problemet
1.0	C: Få elevene til å dele opp et problem i mindre deler
1.0	D: Få elevene til å se sammenheng mellom lignende problemer i matematikk
1.0	E: Få eleven til å se problemet fra ulike vinkler
1.0	F: Få elevene til å omformulere problemet

Utsagnene i Kategori 5: tolke matematikk, har infitverdier som varierer fra 1,0 – 1,1, se tabellen nedenfor.

Infit	Utsagn innenfor kategori 5: tolke matematikk
1.0	A: Få elevene til å tolke matematiske resultater
1.0	B: Få elevene til å formidle løsningen ved hjelp av matematiske begreper
1.0	C: Få elevene til å generalisere løsningen
1.0	D: Få elevene til å kommunisere rundt ulike løsninger ved hjelp av matematiske begreper
1.1	E: Få elevene til å argumentere matematisk

Utsagnene i Kategori 6: validere løsninger, har infitverdier som varierer fra 0,9 – 1,2, se tabellen nedenfor.

Scaled Score	Utsagn innenfor kategori 6: validere løsninger
1.0	A: Få elevene til å komme med forslag til forbedring av andres løsningsmetoder
1.0	B: Ha hovedfokus på prosess
0.9	C: Få elevene til å reflektere over andre løsningsmetoder som kan fungere
1.2	D: Få elevene til å stille spørsmål ved egen modell
1.0	E: Få elevene til å vurdere og kritisere egen og andres bruk av modellen
1.0	F: Få elevene til å gjennomgå modelleringsprosessen på nytt dersom løsningen ikke fungerer
0.9	G: Få elevene til å reflektere over og kritisere modelleringsprosessen
0.9	H: Få elevene til å kritisere kontrollere og reflektere over funnet løsning

Vedlegg 10: Refleksjoner rundt samarbeidet med oppgaveskrivingen

Vi har gjennom hele året jobbet tett og begge står ansvarlig for alle delene i denne masteroppgaven. Det å være to har også bidratt positivt til å holde motivasjonen oppe, kunne diskutere og reflektere rundt valg og ikke minst at når en av oss hadde nok med andre ting, kunne den andre fortsette framdriften i oppgaveskrivingen.

På høsten 2019 brukte vi mye tid på å lese teori og finne egnet rammeverk til undersøkelsen. I tillegg brukte vi tid sammen til å komme frem til søkeord, velge ut artikler og lese sammendragene til artiklene som kom opp i søket. Etter utvelgelsen av artiklene var gjennomført, fordelte vi artiklene mellom oss for gjennomlesning.

Vi markerte ting som hadde med modelleringssyklusen i artiklene, deretter gikk vi i fellesskap gjennom for å oversette utsagnene og plassere dem i kategoriene vi mente de tilhørte.

Anne-Lene hadde først hovedansvar for teorikapittelet. Ina har tatt hovedansvar i forkant av og under gjennomføringen av sammenligningene i NoMoreMarking.

Gjennom prosessen har vi fordelt oppgaver mellom oss, men mot slutten har begge vært involvert med alle delene i oppgaven. Det betyr begge har et eieforhold og innsikt i alle kapitlene i vår oppgave. De to siste kapitelene har vi helt fra starten av sittet sammen og utformet, tolket og analysert i fellesskap fra start til slutt.

All kommunikasjon med veileder har vært lest av begge, og begge har kontaktet veileder i samråd med den andre.

Samarbeidet har fungert godt og vi har benyttet oss av hverandres sterke sider.

Anne-Lene Schjølberg

A. Schjølberg

Ina Estensen Solli

Ina E Solli

NTNU

Kunnskap for en bedre verden