Kari Anne Myhre
Silje Sletholen

# Kognitive utfordringer i temaet divisjon med brøk

## En studie av hvordan tre lærere på ungdomstrinnet tilrettelegger for ulike elevers behov i klasserommet i arbeidet med kognitive utfordringer

Masteroppgave i lærerspesialist - matematikkdidaktikk 8.-10.trinn
Veileder: Svein Arne Sikko
September 2020

Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Kari Anne Myhre
Silje Sletholen

# Kognitive utfordringer i temaet divisjon med brøk

## En studie av hvordan tre lærere på ungdomstrinnet tilrettelegger for ulike elevers behov i klasserommet i arbeidet med kognitive utfordringer

Masteroppgave i lærerspesialist - matematikkdidaktikk 8.-10.trinn
Veileder: Svein Arne Sikko
September 2020

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

# Sammendrag

Studien har som formål å få innsikt i hvilke kognitive utfordringer elever møter i klasserommet i det matematiske temaet divisjon med brøk. Forskningsspørsmålet i vår studie er: *Hvilke kognitive utfordringer møter elever i tre ulike klasserom på ungdomstrinnet i temaet divisjon med brøk?* For å svare på dette forskningsspørsmålet har vi to underspørsmål: *Hvilke kognitive krav stilles av oppgavene lærerne bruker i sin undervisning?* og *Hvordan legger læreren til rette for ulike elevers behov i klasserommet i arbeidet med kognitive utfordringer?*

For å finne svar på forskningsspørsmålene har vi gjennomført semistrukturerte intervju av tre ungdomsskolelærere med fokus på hvordan de legger til rette for ulike elevers behov i arbeidet med kognitive utfordringer. Intervjuene ble transkribert og kodet med utgangspunkt i *SDI-modellen* som beskrevet i Tjora (2018). I etterkant av intervjuene samlet vi inn oppgavene som ble brukt av de samme lærerne i temaet divisjon med brøk. Oppgavene ble analysert med utgangspunkt i Smith & Steins (1998) *Task Analysis Guide.* Task Analysis Guide gir en oversikt over de mulighetene for læring som finnes i ulike matematikkoppgaver og hvilken matematisk tenkning de krever av elevene. Den skiller mellom oppgaver som stiller lave kognitive krav og høye kognitive krav. Innenfor kategorien lave kognitive krav skilles det mellom to nivå, memorering og prosedyrer uten sammenhenger. Kategorien høye kognitive krav skiller også mellom to nivåer, prosedyrer med sammenhenger og matematisk tenkning.

Resultatene fra studien viser at de fleste oppgavene som benyttes i temaet divisjon med brøk kan knyttes til de to nivåene prosedyrer med sammenhenger og prosedyrer uten sammenhenger. Kun en oppgave ble klassifisert på nivået matematisk tenkning og to av lærerne hadde stor overvekt på oppgaver som ble klassifisert som lave kognitive krav. Gjennom transkriberingen og kodingen etter SDI-modellen kom vi fram til funnene: variasjon, differensiering og samarbeid. Den tilretteleggingen lærerne gjør for å nå ulike elevers behov indikerer at de har fokus på tilpasset opplæring i sin undervisning. De ønsker å utfordre elever med både lavt og høyt læringspotensial i undervisning, gjennom variasjon i undervisning, differensiering i oppgavene og tilrettelegging for samarbeid for å utvikle læring og forståelse.

# Abstract

The purpose of the study is to gain insight into the cognitive challenges students face in the classroom in the mathematical topic division with fractions. The research question in our study is: *What cognitive challenges do students in three different classrooms face at the lower secondary school in the topic division with fractions?* To answer this research question, we pose two sub-questions: *What cognitive demands are set by the tasks teachers use in their teaching?* and *How does the teacher facilitate the needs of different students in the classroom in working with cognitive challenges?*

To answer the research questions, we conducted semi-structured interviews of three secondary school teachers with a focus on how they facilitate different students' needs in working with cognitive challenges. The interviews were transcribed and coded based on the *SDI-model* as described in Tjora (2018). After the interviews, we collected the assignments that were used by the same teachers on the topic of division with fractions. The tasks were analyzed on the basis of Smith & Steins (1998) *Task Analysis Guide*. The Task Analysis Guide provides an overview of the possibilities for learning that exist in different mathematics problems and what type of mathematical thinking they require of students. It distinguishes between tasks that make low cognitive demands and high cognitive demands. Within the category of low cognitive demands, a distinction is made between two levels, memorization and procedures without connections. The category of high cognitive demands also distinguishes between two levels, procedures with connections and doing mathematics.

The results from the study show that most of the tasks used in the topic division with fractions can be linked to the two levels procedures with connections and procedures without connections. Only one task was classified at the level of doing mathematics and two of the teachers had a majority of tasks that were classified as low cognitive demands. Through the transcription and coding according to the SDI-model, we arrived at the findings: variation, differentiation and collaboration. The facilitation that teachers make to meet the needs of different students indicates that teachers focus on adapted education in their teaching. They want to challenge students with both low and high learning potential in their teaching, through variation in teaching, differentiation in the tasks and facilitating collaboration to develop learning and understanding.

# Forord

Årene 2017 – 2019 fullførte vi videreutdanningen «Lærerspesialist i matematikk, 8. – 10.trinn» ved NTNU i Trondheim. Som en forlengelse av denne utdanningen ønsket vi å bygge videre med en erfaringsbasert master – lærerspesialist. Et hektisk år hvor vi har kombinert masterskriving med full jobb går nå mot slutten og det er viktig for oss å takke de personene som har støttet oss i arbeidet frem mot en ferdig masteroppgave.

Først ønsker vi å takke vår veileder, Svein Arne Sikko, for god hjelp og støtte. Takk for informative samtaler, gode tips til litteratur og grundige tilbakemeldinger underveis i arbeidsprosessen.

Videre ønsker vi å rette en stor takk til våre tre informanter som i en hektisk hverdag stilte opp og bidro til vårt forskningsprosjekt. Uten dem hadde det ikke blitt noen studie. Vi vil også takke Håkon Holand og Amina Sahitovich for korrekturlesing underveis og Hild Rakstang Betten for konstruktive samtaler og oppmuntring når motivasjonen ikke har vært helt til stede.

Til slutt vil vi takke våre familier og venner for god støtte, tålmodighet, tilrettelegging og hjelp i hele videreutdanningsløpet.

Trondheim og Oslo, September 2020

Kari Anne Myhre og Silje Sletholen

# Innhold

# Figurer



# Tabeller

# 1 Innledning

## 1.1 Bakgrunn for valg av tema

TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) er en internasjonal studie hvor formålet er å måle ferdigheter og kunnskap innen realfag. I 2016 kom TIMSS-rapporten «Vi kan lykkes i realfag» (Bergem, Kaarstein & Nilsen, 2016a). Analysen og resultatene fra TIMSS gjort på undervisningskvaliteten, viser at store deler av undervisningen foregår med rutinepregede oppgaver og at det sivser ut som kognitivt utfordrende oppgaver er lite brukt i norske klasserom (Bergem, Nilsen & Scherer, 2016). Alrø & Skovsmose (2004) påpeker at tradisjonell matematikkundervisning er dominert av tavleundervisning og rutinepregede oppgaver, noe som samsvarer med våre egne erfaringer. Hvilke oppgaver læreren velger å bruke i undervisning er derfor viktig for elevenes læring i matematikk. Forskning viser at matematikkbøkene i vestlige studier (f.eks. Brändström, 2005; Charalambous, Delaney, Hsu & Mesa, 2010; Jones & Tarr, 2007) har bestått av lite kognitivt utfordrende oppgaver. Elevenes læring vil derfor også være avhengig av hvor lærerne finner oppgavene som brukes i undervisning.

I løpet av årene vi har jobbet som lærere har vi gjort oss mange erfaringer på nivåforskjellene i klasserommet. Det er et kontinuerlig ønske og press om å oppfylle kravet om tilpasset opplæring til alle elever, uansett deres forutsetninger og nivå. Opplæringsloven § 1-3 (1998) presiserer at tilpasset opplæring gjelder alle elever i den norske skolen. Elevenes evner og forutsetninger skal ligge til grunn for tilpasset opplæring. I Stortingsmelding 16 (2006-2007) er det presisert at skolen skal tilby et variert og differensiert opplæringstilbud (Kunnskapsdepartementet, 2006). I rapporten «Forskning om tilpasset opplæring» av Bachmann & Haug (2006) viser de til at forståelsen av tilpasset opplæring henger sammen med differensiert opplæring.

Behr, Lesh, Post & Silver (1983), Charalambous & Pitta-Pantazi (2007), Lamon (2007; 2010) og Ma (2010) understreker alle at brøk er et av de mest komplekse temaene elevene møter i matematikk i grunnskolen. Ma (2010) trekker frem divisjon med brøk som den mest utfordrende av de fire regneoperasjonene. Vi har erfart at divisjon med brøk er et tema det er vanskelig å undervise i, samtidig som elevene opplever det som utfordrende å lære seg. Vi har i vår undervisning tidligere hatt fokus på å lære bort divisjonsalgoritmen i stedet for å bygge på forståelse for hva en gjør og hvorfor. Gjennom lærerspesialiststudiet de siste tre årene har vi blitt mer bevisst på viktigheten av at elevene får en mulighet til å utvikle matematisk forståelse og kompetanse, i tråd med Skemp (1976), Hiebert & Lefevre (1986) og Kilpatrick, Swafford & Findell (2001).

I Kunnskapsløftet, videre omtalt som LK06, står det tydelig i formålet i matematikk at elevene skal lære å tenke selv i ulike situasjoner, både matematiske og hverdagslige situasjoner. Det presiseres også at god kompetanse i matematikk er en forutsetning for at elevene skal kunne utvikle seg til å bli aktive borgere, som kan bidra i samfunnet gjennom å forstå og påvirke prosesser (Utdanningsdirektoratet, 2013). Den norske skole står i en overgangsfase mellom LK06 og Fagfornyelsen, som videre navngis som LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2019a). LK20 tas i bruk høsten 2020 og legger stor vekt på dybdelæring. LK20 skal bidra til at elevene skal utvikle sin forståelse for å kunne se sammenhenger i fagenes kunnskapsområder. Innhold og progresjon i læreplanen er kjerneelementene. Kjerneelementene i matematikk 1-10 er delt inn i: *utforsking og problemløysing, modellering og anvendingar, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering og matematiske kunnskapsområde* (Utdanningsdirektoratet, 2019). Kjerneelementene i matematikk vektlegger at strategiene og framgangsmåtene skal prioriteres i større grad enn løsningene. Det skal legges til rette for at elevene skal utforske matematikken og i større grad bruke det matematiske språket i kommunikasjon gjennom samtaler, argumentasjon og resonnement (Utdanningsdirektoratet, 2019). Disse beskrivelsene kan sees i relasjon til trådene i kompetansemodellen til Kilpatrick et al. (2001). For å utvikle elevenes matematiske kompetanse må oppgavene som en tilbyr elevene være tilpasset slik at de krever mer enn bruk av en bestemt algoritme eller at elevene følger en innlært prosedyre (Stein, Grover & Henningsen, 1996).

På Utdanningsdirektoratet sin side presenteres det hvilke oppgaver en lærerspesialist skal ha. Formålet med denne stillingen er at de gode lærerne skal bli i klasserommet og bidra til mer læring for elevene og være med å styrke profesjonsfelleskapet og utvikling av skolen. Lærerspesialister skal også bidra til å utvikle undervisningspraksisen ved egne skoler (Utdanningsdirektoratet, 2020). Vi har gjennom studiet selv hatt en faglig utvikling, som vi ønsker å ta i bruk for å videreutvikle lærerfellesskapet ved våre arbeidsplasser. Denne studien er, slik vi ser det, med på å bevisstgjøre den enkelte lærer på hvordan man selv underviser i temaet divisjon med brøk og hvordan en legger til rette for ulike elevers behov i sitt klasserom. Er man styrt av å lære bort ulike algoritmer, eller bygger man på elevenes matematiske forståelse og kompetanse? Er man styrt av læreboka i valg av oppgaver eller supplerer man fra andre kilder slik at en får en større spredning på oppgavenes kognitive krav? Denne oppgaven kan være med på å gi lærere tanker og ideer i arbeidet mot å hjelpe elevene til å få en god helhetlig kompetanse i matematikk.

## 1.2 Forskningsspørsmål og avgrensning

Formålet med denne masteroppgaven er å få et innblikk i hvilke kognitive utfordringer elevene møter i klasserommet i temaet divisjon med brøk.

I denne studien ønsker vi å belyse følgende forskningsspørsmål:

*Hvilke kognitive utfordringer møter elever i tre ulike klasserom på ungdomstrinnet i temaet divisjon med brøk?*

For å svare på hovedspørsmålet har vi formulert to underspørsmål:

1. Hvilke kognitive krav stilles av oppgavene lærerne bruker i sin undervisning?
2. Hvordan legger læreren til rette for ulike elevers behov i klasserommet i arbeidet med kognitive utfordringer?

For å finne svar på disse spørsmålene har vi gjennomført en kvalitativ undersøkelse. Vi samlet inn og analyserte oppgavene som tre lærere bruker i sin undervisning i temaet divisjon med brøk. For å avgrense oppgaven tok vi i analysen ikke hensyn til hvordan oppgavene ble implementert i undervisningen av lærerne eller hvordan elevene arbeidet med dem. Oppgavene ble analysert slik de er fremstilt i undervisningsmateriellet lærerne bruker. For å få nærmere innsyn i hvordan lærerne legger til rette for ulike elevers behov i klasserommet i arbeidet med kognitive utfordringer intervjuet vi dem. Oppgavene er analysert med utgangspunkt i Smith & Steins (1998) *Task Analysis Guide* og intervjuene er analysert ut fra *SDI-modellen* som beskrevet i Tjora (2018).

TIMSS 2015 måler undervisningskvalitet inn i fire dimensjoner: God klasseromsledelse, støttende lærer, tydelige intensjoner og faglige/kognitive utfordringer. Av disse fire dimensjonene er det kognitive utfordringer vi har hatt fokus på i denne oppgaven. (Bergem et al., 2016). Klette (2016) forklarer begrepet kognitive utfordringer til at det gjelder elevoppgavenes utforming, kvaliteten på diskusjonene i klasserommet og nivået på det faglige innholdet i timen. Vår avgrensing i denne oppgave på kognitive utfordringer er kognitive krav gitt i elevoppgaver i temaet divisjon med brøk.

Med tanke på ulike elevers behov har vi valgt å avgrense studien til å ikke handle om de elevene som har krav på spesialpedagogisk opplæring gjennom individuelle opplæringsplaner. Vi har heller ikke sett på de fysiske tilpasninger som også kan komme under begrepet ulike elevers behov. Vår vektlegging på ulike elevers behov er fokusert rundt det faglige og tilpasningen som kan gjøres innad i klasserommet.

## 1.3 Oppgavens oppbygning

I kapittel 2 blir det presentert teori som er relevant for vår studie. Først blir det gjort rede for tidligere forskning innenfor feltet før vi går nærmere inn på tilpasset opplæring, læringssyn, matematisk forståelse og kompetanse. Deretter utdyper vi om brøk før vi til slutt presenterer rammeverket for analysen av oppgavene, med hensyn på kognitive krav. Kapittelet skaper en teoretisk ramme for vår studie og teorien er sentral for analysen og drøftingen senere i oppgaven.

Videre vil vi gjøre rede for studiens metodiske tilnærming. I kapittelet presenteres først forskningsdesign, med vekt på oppgaver og intervju, før vi videre beskriver datainnsamlingsprosessen, hvor vi vektlegger valg av lærere, valg av matematisk tema og praktisk gjennomføring. Før vi startet med innsamling av materiale meldte vi prosjektet til NSD og fikk prosjektet godkjent (se vedlegg 1). Deretter beskrives analyserammeverktøyene. De to verktøyene som er brukt er Smith & Steins (1998) *Task Analysis Guide* for å kategorisere oppgavene og Tjora (2018) sin stegvise-deduktiv-induktiv metode (SDI-modellen) for å analysere intervjuene. Vi vurderer studiens troverdighet før vi til slutt kommer inn på noen etiske betraktninger.

Analysen og funnene som vi kom frem til gjennom analyseprosessen av datamaterialet blir presentert i det fjerde kapittelet. I det påfølgende kapittelet vil vi drøfte funnene fra analysen i lys av teorien som beskrevet i kapittel 2.

I det siste kapittelet oppsummerer vi sentrale funn og besvarer forskningsspørsmålet. Vi ser videre på noen didaktiske implikasjoner før vi til slutt fremhever våre tanker rundt videre forskning.

# 2 Teori

I dette kapittelet redegjør vi først for tidligere forskning relatert til forskningsspørsmålet vårt. Videre presenterer vi i kapittel 2.2 mer detaljert om tilpasset opplæring. Deretter går vi inn på det konstruktivistiske læringssynet. I kapittel 2.4 går vi nærmere inn på begrepene matematisk forståelse og kompetanse, da med utgangspunkt i Skemp (1976), Hiebert & Lefevre (1986) og Kilpatrick et al. (2001). Videre presenteres brøk, ulike aspekter av brøk og divisjon med brøk. Til slutt går vi nærmere inn på rammeverket for analysen av oppgavene, med hensyn på kognitive krav.

## 2.1 Tidligere forskning

TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) er en internasjonal studie som gjennomføres hvert fjerde år. Studien har som formål å måle ferdigheter og kunnskap innen realfag. TIMSS undersøker også undervisningskvaliteten til lærerne. I 2015 viste resultatene fra denne undersøkelsen at kognitivt utfordrende oppgaver i matematikk var lite brukt i norske klasserom. Norge var også blant de landene som brukte mest tid på individuell oppgaveløsning i matematikk (Bergem et al., 2016). Grønmo, Lindquist, Arora & Mullis (2015) skiller mellom tre vurderingsrammeverk for TIMSS-undersøkelsen, *TIMSS Mathematics – Fourth Grade*, *TIMSS Numeracy* og *TIMSS Mathematics – Eight Grade.* Hvert av disse tre vurderingsrammeverkene er delt inn i to dimensjoner: innholdsdimensjonen og den kognitive dimensjonen. Den kognitive dimensjonen vektlegger tankeprosessene og skiller igjen mellom de tre nivåene, *knowing*, *applying* og *reasoning*. Det første nivået, knowing, dekker fakta, konsepter og prosedyrer elevene trenger å kunne. Det andre nivået, applying, fokuserer på elevenes evne til å anvende kunnskapen for å løse problemer eller svare på spørsmål. Det tredje nivået, reasoning, handler om å løse mer avanserte problem som omhandler ukjente situasjoner og komplekse sammenhenger, som gjerne går over flere steg. Basert på TIMSS fra 2015 ser man at barneskoleelever scorer på et høyt nivå og ungdomstrinnet på et middels nivå sammenlignet med andre europeiske land som deltar. Rapporten viser at norske elever scorer dårligst på emneområdet tall. I TIMSS ligger 50% av oppgavene innenfor denne kategorien, som derfor er en sentral kategori. Tall er et stort emneområde som inneholder mange tema, deriblant brøk. Resultatene fra TIMSS 2015 viser mer enn bare faglige kompetansene, og den viser også at det jobbes godt med flere områder i den norske skole. Det som trekkes frem er skolemiljøet, og at det rapporteres om trygghet, orden og trivsel. Trygghet og trivsel er viktige faktorer for læring.

Brøk er et tema som er vel dokumentert gjennom ulike forskningsprosjekt (f.eks. Charalambous et al., 2010; Lamon, 2010; Ma, 2010). Liping Ma (2010) utførte et større forskningsprosjekt hvor hun så på læreres forståelse for grunnleggende matematikk i Kina og USA. Et av temaene hun så nærmere på var de amerikanske og kinesiske lærernes forståelse for divisjon med brøk. Lærerne ble bedt om å regne oppgaven $1\frac{3}{4}:\frac{1}{2}$ og illustrere meningen med utregningen, ved å lage praktiske eksempler. Av de amerikanske lærerne var det kun 43% som regnet oppgaven riktig, men ingen som viste forståelse for hvorfor utregningen var riktig. Det var kun en av de amerikanske lærerne som klarte å lage et praktisk eksempel som passet til oppgaven. Av de kinesiske lærerne hadde alle regnet oppgaven riktig. De aller fleste lærerne klarte også å fremstille minst et riktig praktisk eksempel. Gjennom resultatene fant hun at de kinesiske lærerne viste større kunnskap og forståelse for temaet enn de amerikanske. Avslutningsvis i sitt sammendrag av denne studien skriver hun at funnene fra denne studien antyder at en lærer må ha en solid og omfattende forståelse for temaet før man kan lære det bort (Ma, 2010, s. 71).

Det er gjennomført mange studier med hensyn på kognitive krav til oppgaver gitt i ulike læreverk, både nasjonalt og internasjonalt. Nasjonalt er studiene i all hovedsak basert på ulike masteroppgaver (f.eks. Heimstad & Strand, 2018; Resvoll, 2014), men internasjonalt er det gjennomført en rekke større forskningsprosjekt. For eksempel gjennomførte Charalambous et al. (2010) en komparativ analyse av addisjon og subtraksjon av brøk i læreverk på 4. og 5.trinn, fra Kypros, Irland og Taiwan. I sin analyse av oppgavene, tilknyttet temaene addisjon og subtraksjon av brøk, tok de blant annet utgangspunkt i *The Mathematical Tasks Framework* (f.eks. Smith & Stein, 1998; Stein et al., 1996; Henningsen & Stein, 1997). De fant at en større andel av oppgavene som var gitt i læreverkene fra Taiwan stilte høyere kognitive krav enn oppgavene som var gitt i læreverkene fra Kypros og Irland.

Jones & Tarr (2007) har gjennomført en omfattende studie i USA hvor de så på to lærebokserier, et populært og et alternativt, fra 6., 7. og 8. årstrinn. De analyserte lærebokseriene, hver representert i fire historiske epoker: *New Math, Back to Basics, Problem Solving* og *Standards*. De analyserte lærebøkene spesifikt med tanke på kognitive krav til oppgaver og aktiviteter knyttet til temaet sannsynlighet. Som Charalambous et al. (2010) brukte de *The Mathematical Tasks Framework* i sin analyse (Smith & Stein, 1998). De fant at minst 85% av oppgavene som var gitt i seks av lærebokseriene ble kategorisert som oppgaver med lave kognitive krav. Unntaket var det alternative læreverket, knyttet til epoken *Standards*, hvor hovedvekten av oppgavene ble kategorisert som oppgaver med høye kognitive krav (Jones & Tarr, 2007).

I sin doktorgrad gjennomførte Anna Brändström (2005) en analyse av tre ulike svenske matematikkbøker fra 7.klassetrinn. Hun analyserte blant annet oppgavene som var gitt i de ulike lærebøkene, med hensyn på kognitive krav. Hun tok utgangspunkt i Smith & Steins (1998) Task Analysis Guide (se tabell 3.1), og kategoriserte oppgavene etter de fire ulike nivåene av kognitive krav. Hun fant i sin studie at det var overvekt av oppgaver knyttet til lave kognitive krav, memorering og prosedyrer uten sammenhenger. I oppgaver som ble kategorisert på lave kognitive nivå ble det i stor grad forventet at elevene skulle følge prosedyrer algoritmisk. Hun fant også at det var få oppgaver representert som kunne knyttes til det høyeste kognitive nivået, matematisk tenkning (Brändström, 2005).

Jo Boaler og Megan Staples (2008) har utført en studie hvor de ser på sammenhengen mellom kognitive krav og ulik forståelse i matematikk. De gjorde sin undersøkelse på to ulike skoler, som gjennomførte ulike former for undervisning. Den ene skolen hadde en tradisjonell undervisning, og hadde fokus på å jobbe med oppgaver for å øve på prosedyrer. Det var tydelig at det var mangel på diskusjoner rundt matematikk. Ved den andre skolen de undersøkte foregikk undervisningen med mer fokus på utforskning, hvor elevene skulle utvikle sine egne ideer og formulere det matematiske problemet slik at de kunne bygge på eksisterende kompetanse (Boaler & Staples, 2008). Gjennom denne undersøkelsen fikk de frem at det var forskjell på resultatene fra disse to skolene. Skolen som drev på med den tradisjonelle undervisningen gjorde det dårligere enn skolen som arbeidet med utforskende oppgaver. Forskjellen kommer tydelig frem ved at skolen som hadde jobbet mye etter prosedyrer, altså jobbet med oppgaver på lavt kognitivt krav gjorde det dårligere i både å løse oppgaver etter prosedyrer og oppgaver med matematiske problem som var hentet fra virkeligheten. En tydelig forskjell de også fant var at elevene som jobbet med utforskende oppgaver, høyt kognitivt krevende oppgaver, trivdes bedre med faget og var mer engasjert. Ifølge denne forskningen viser Boaler & Staples (2008) at arbeid med høye kognitivt krevende oppgaver kan bidra til høyere prestasjoner hos både sterke og svake elever. Ved å la elevene få jobbe med kognitivt krevende oppgaver kan det være at de blir utfordret på at matematikk kan brukes til å forklare og utforske samfunnet og verden rundt oss (Boaler & Staples, 2008).

## 2.2 Tilpasset opplæring

I norsk skole er det en lovfestet rett at opplæringen skal tilpasses evnene og forutsetningene hos den enkelte elev (Opplæringsloven, 1998, § 1-3). Skolen er forpliktet til å ta hensyn til alle elevene, uavhengig av for eksempel fysiske og psykiske forutsetninger og hjemmesituasjon. Alle elever skal møte de samme temaene og det samme innholdet i alle fag, men temaene må belyses og presenteres ulikt, ut fra enkelt elevens forutsetninger (Imsen, 2020; Kunnskapsdepartementet, 2007). Prinsippet tilpasset opplæring står sentralt i den norske skole, og det er et viktig prinsipp som er lovfestet for hele skolens virksomhet.

I rapporten «Forskning om tilpasset opplæring» av Bachmann & Haug (2006) står det innledningsvis at kunnskapen vi har om tilpasset opplæring er relativt begrenset. I følge Bachmann & Haugs (2006) rapport er det en smal og en vid forståelse av begrepet tilpasset opplæring. Begrepet er relatert til differensiert opplæring, inkludering og progressiv pedagogikk. Differensiert opplæring blir utdypet i kapittel 2.2.2, Tilpasset opplæring i klasserommet.

### 2.2.1 Lovgrunnlag og styringsdokument

Tilrettelagt undervisning, individualisering, differensiering og pedagogisk differensiering var begreper som ble brukt før Mønsterplan 87 for å beskrive tilpasset opplæring (Norge Kirke- og undervisningsdepartementet, 1987). Begrepet tilpasset opplæring slik vi kjenner det i dagens skole, ble først tatt i bruk da spesialskoleloven falt bort på 1970-tallet. I Mønsterplan 87 brukes begrepet tilpasset opplæring slik vi kjenner det i dag, og det var et sentralt prinsipp i den planen, som ble videreført i Læreplan 97 (Kirke-, undervisnings- og forskningsdepartement, 1996).

Tilpasset opplæring er omtalt forskjellig i Stortingsmelding 30, *Kultur for læring*, (Kunnskapsdepartementet, 2003) og Stortingsmelding 16, *…ingen stod igjen*, (Kunnskapsdepartementet, 2006-2007). I Stortingsmelding 30 (2003-2004) brukes denne definisjonen på begrepet:

> Tilpasset opplæring innebærer at alle sider av læringsmiljøet ivaretar variasjoner mellom elevenes forutsetninger og behov. En inkluderende opplæring krever at også elever med behov for spesiell tilrettelegging skal tilhøre et inkluderende fellesskap og møte utfordringer tilpasset deres behov og forutsetninger (Kunnskapsdepartementet, 2003, s. 86).

Utsagnet viser at fokuset er å ivareta variasjoner mellom elevene og elever med rett på spesiell tilrettelegging skal få det i et inkluderende fellesskap. Alle elever skal møte på utfordringer i forhold til deres behov og forutsetninger. I Stortingsmelding 16 (2006-2007) brukes definisjonen:

> Tilpasset opplæring kjennetegnes ved variasjon i bruk av arbeidsoppgaver, lærestoff, arbeidsmåter, læremidler og variasjon i organisering av og intensitet i opplæringen. Tilpasset opplæring innebærer høy bevissthet i valg av virkemidler med sikte på å fremme den enkeltes og fellesskapets læring (Kunnskapsdepartementet, 2006, s.76).

Stortingsmelding 16 (2006-2007) sier her at elevene skal ha mulighet til å jobbe etter sine forutsetninger, få variert undervisning. Stortingsmelding 30 (2003-2004) og Stortingsmelding 16 (2006-2007) trekker her frem at variasjon og tilrettelegging ut fra elevens forutsetninger er sentralt i arbeidet med tilpasset opplæring.

Bachmann & Haug (2006) viser til at i LK06 er den enkelte elevens rett til tilrettelegging ut fra egne interesser og evner forsterket. Fokuset i LK06 er at hver enkelt elev skal bli sett og hørt. Elevene skal oppleve gleden ved å lære på bakgrunn av sine forutsetninger (Utdanningsdirektoratet, 2015). Elevene vil kunne oppleve at de er på et høyt ferdighetsnivå ut fra sine forutsetninger, men opp imot læreplanen kan de oppleve at de er på lav måloppnåelse. For elever som opplever at de er på et høyt ferdighetsnivå ut fra sine forutsetninger kan de oppleve en mestringsfølelse. Skolen skal stille krav til elevene, men de skal ikke overgå yteevne til elevene. Det betyr at skolen skal forskjellsbehandle elevene ut fra elevenes forutsetninger (Imsen, 2020). En viktig intensjon med LK06 var å gi elevene bedre tilpasset opplæring (Tangen, 2009, s. 135). LK06 ble et vendepunkt ved å gå vekk fra de kollektive undervisningsprosessene og over til å ha mer fokus på enkeltelevens rett til tilpasning (Bachman & Haug, 2006, s. 17). LK06 satset sterkt på individualitet og resultat. Faren i LK06 var at det ble lagt vekt på reproduksjon og testing av kunnskap i klasserommene, slik at kunnskapen ble fastsatt før læringen fant sted i timen. Intensjonen var at det ikke skulle være individualisert, men det sosiale samspillet skulle heve kvaliteten (Hølleland, 2007).

I LK20 som er i startfasen høsten 2020 er det også fokus på at elevenes sosiale samspill skal videreutvikles og at det faglige innholdet ikke kan isoleres vekk fra det sosiale samspillet (Kunnskapsdepartementet, 2017). I LK20 legges det vekt på at lærerne skal følge elevenes utvikling tett og gi dem støtte og tilpasse stoffet til elevenes alder, modenhets- og funksjonsnivå (Utdanningsdirektoratet, 2019a). Elevene skal møte ulike oppgaver, kunne delta i varierte aktiviteter og møte på aktiviteter med økende vanskelighetskrav i undervisningen. Dette er ingen forandring fra LK06 som har vært benyttet i norsk grunnskole frem til nå. I LK20 er kompetansemålene utformet med tanke på tilpasset opplæring. De skal gi lærerne mulighet til å tilpasse opplæringen til elevene på ulike måter. Det vil da føre til at elevene kan oppnå kompetansen på svært forskjellige måter. Kompetansemålene er laget slik at de aller fleste elevene skal nå målene, men med ulik grad av måloppnåelse (Utdanningsdirektoratet, 2019b).

### 2.2.2 Tilpasset opplæring i klasserommet

Stortingsmelding 16 (2006-2007) åpner med: *«Mennesker lærer hele livet. Læring skjer på alle arenaer og i alle livets situasjoner» (*Kunnskapsdepartementet, 2006, s. 3). Sitatet forteller at alle har forutsetninger for å lære. En av arenaene elevene oppholder seg store deler av sitt liv er på skolen. I dagens samfunn er det mange som faller utenfor, og går ut av grunnskolen uten tilstrekkelig kompetanse (Kunnskapsdepartementet, 2006). Ansvaret ligger på skolen for å hjelpe alle elevene til å utnytte sitt potensiale. Det er lærerens ansvar å legge til rette for at elevenes møte med skolen er positivt og at det legges til rette for læring. Hovedarenaen for læring i skolen er i klasserommet (Kunnskapsdepartementet, 2006). Videre i Stortingsmelding 16 (2006-2007) beskrives det hva som kan være med på å påvirke den tilpassede opplæringen.

Valg av lærestoff og læremidler, variasjon i bruk av arbeidsmåter og ulik vanskegrad på oppgaver trekkes frem som påvirkningsfaktorer (Kunnskapsdepartementet, 2006).

Tilpasset opplæring gjelder alle elever uansett om de er lavt eller høyt presterende. Det kan få konsekvenser for elever med høyt læringspotensial om de ikke får undervisningen de har krav på, gjennom mindre motivasjon og muligheten til å utvikle sine ferdigheter. Disse faktorene er tydeliggjort i Stortingsmelding 22 (2010-2011) (Kunnskapsdepartementet, 2010). Flere av styringsdokumentene viser at den viktigste metoden for å kunne nå målet om tilpasset opplæring, er å differensiere undervisningen i klasserommet (Nes, 2004). Differensiering handler om å gjøre en forskjell, noe som betyr at ulike elever skal få ulik opplæring. Det er den viktigste forutsetningen for å gi tilpasset opplæring til elevene (Dale & Wærness, 2003). Ifølge Botten, Daland & Dalvang (2008) handler differensiert undervisning om at elevene får jobbe med stoff som de har mulighet til å mestre. Elevene skal samtidig få noe å strekke seg etter slik at de kan tilegne seg ny kunnskap.

I Stortingsmelding 30 (2003-2004) trekkes differensiert opplæring frem som en viktig del av tilpasset opplæring (Kunnskapsdepartementet, 2003). Dale & Wærness (2003) knytter tilpasset opplæring mot differensiert opplæring, og sier at opplæringen skal gjøres på bakgrunn av elevenes forutsetninger og evner. Videre presenterer Dale & Wærness (2003) syv grunnleggende kategorier for å kunne få til en differensiering i opplæringsløpet. Disse syv grunnleggende kategoriene er: 1) elevenes forutsetninger og evner, 2) arbeidsplaner og læreplanmål, 3) arbeidsoppgaver og tempo, 4) organisering av skoledagen, 5) læringsarena og læremidler, 6) arbeidsmåter og arbeidsmetoder og 7) vurdering. Elevmedvirkning og ansvarsbasert læring er en dimensjon innenfor hver av kategoriene. De mest aktuelle måtene å differensiere undervisning på er i innhold, arbeidsmåter og læremidler (Ekeberg & Holmberg, 2004).

Dale & Wærnes (2003) og Skaalvik & Fosen (1995) ser på skillet mellom organisatorisk (ytre) og pedagogisk (indre) differensiering. Når eleven tas ut fra klassen for å få tilrettelagt undervisning i lengre eller kortere tid er det en organisatorisk differensiering. Alt som skjer innenfor klasserommets ramme, lærestoff, emner, presentasjonsmåter, arbeidsform og arbeidsoppgaver, handler om den pedagogiske differensieringen (Dale & Wærness, 2007). Skaalvik & Fosen (1995) deler pedagogisk differensiering inn i kvalitativ og kvantitativ differensiering. Kvalitativ differensiering innebærer at undervisningen tilpasses til elevene med at de jobber med ulike fag og temaer. Den kvantitative differensieringen deles inn i tre ulike tilnærminger: tempodifferensiering, breddedifferensiering og nivådifferensiering (Skaalvik & Fosen, 1995).

Tempodifferensiering handler om at elevene jobber med det samme stoffet, men at elevene jobber i sitt eget læringstempo. Om elevene jobber med denne tilnærmingen over tid, kan den bli sett på som både pedagogisk og organisatorisk differensiering. Når elevene jobber på denne måten, vil elevene befinne seg på ulike faglig nivå. Breddedifferensiering handler om at elevene jobber med det samme temaet, men har ulikt lærestoff og tilpasset omfang i lærestoff. Den siste tilnærmingen er nivådifferensiering, og her handler det om at alle har samme tema, men at oppgavene som tildeles er delt inn i ulike nivå (Skaalvik & Fosen, 1995).

Det er viktig å se på begrepet tilpasset opplæring i forbindelse med matematikk. I matematikk handler tilpasset opplæring i stor grad om å variere undervisningsmetodene og la elevene arbeide med mer åpne, kognitivt krevende og undersøkende aktiviteter (Nosrati & Wæge, 2015). På denne måten kan elevene få mulighet til å lære på det nivået som passer dem, uavhengig av forkunnskap. Læreren må i tillegg ta utgangspunkt i elevenes tenkning og observere elevenes resonnementer og argumentasjon. Det er viktig at læreren legger til rette for å utfordre elevene både individuelt og i grupper (Nosrati & Wæge, 2015). Gode klasseledere har variert undervisning, og vet når de må skifte læringsaktivitet slik at elevene er fokusert og mottakelig for lærdom gjennom hele økta (Nordahl, 2012; Ogden, 2008). I faget matematikk kan det være store kontraster i elevgruppen i et klasserom. I klasserommet kan det være elever som kjeder seg, elever som kan lage mye uro og det kan være elever som har en problematferd fordi de synes at faget er vanskelig. Når lærer differensierer oppgavene til elevene, kan det også føre til negative holdninger i matematikkfaget. Enkelte elever kan føle seg dumme fordi de ikke jobber med det samme som resten av klassekameratene, noe som igjen kan føre til hindringer for den videre læringen (Botten, 1999). Gode klasseledere tar hensyn til variert undervisning slik at elevene ikke opplever timene monotone og forutsigbare, noe som kan virke demotiverende på mange elever som igjen fører til at de mister arbeidslysten (Nordahl, 2012; Ogden, 2008).

Skaalvik & Fosen (1995) påpeker at differensiering handler om å dele oppgavene i ulike nivå, slik at elevene selv kan velge hvilket nivå de ønsker å arbeide etter. Det fører til en mulighet til å gi individualisert undervisning ettersom elevene kan arbeide ut fra sitt eget nivå. Flere og flere læreverk legger opp til ulike løyper med oppgaver i bøkene, slik at elevene kan velge oppgaver etter sitt nivå og egne forutsetninger. Botten et al. (2008) poengterer at differensiering i valg av løyper kan gjøre arbeidsforholdene enklere i klasserommet, fordi læreren kan veilede elevene samtidig som flere opplever en mestringsfølelse når de klarer å løse oppgaver.

## 2.3 Konstruktivistisk læringssyn

Konstruktivisme kan deles inn i tre læringsteorier: radikal konstruktivisme, individualkonstruktivisme og sosialkonstruktivisme. Vi har i denne oppgaven fokus på hvilke kognitive krav ulike elever møter i klasserommet, og går derfor nærmere inn på individual- og sosialkonstruktivisme.

I konstruktivismen er den sveitsiske filosofen Jean Piaget (1896-1980) fremtredende. Piaget (1970) sin form for konstruktivisme blir ofte kalt kognitiv konstruktivisme. I kognitiv konstruktivisme konstruerer mennesket sin egen kunnskap og læringen skjer i samspill mellom mennesket og den fysiske omverdenen. Læringen er i hovedsak et individuelt anliggende i og med at læringen skjer i personens indre under læringen (Imsen, 2020). Ifølge Piaget (1970) er alle mennesker født med en rekke kognitive skjema. Skjemaene er kognitive strukturer som inneholder den kunnskap og erfaring et individ er i besittelse av på et gitt tidspunkt. Skjemaene kan være små og enkle eller store og komplekse, og det kan være forbindelser mellom de ulike skjemaene (Skaalvik & Skaalvik, 2009). *Assimilasjon* og *akkomodasjon* er to viktige begreper knyttet til læringsprosessen. Assimilasjon skjer når en kan bruke eksisterende skjema for å forstå eller tolke ukjente hendelser. Man prøver å anvende det kjente fra tidligere situasjoner inn i en ny form. Akkomodasjon inntreffer når eleven selv opplever at de gamle skjemaene ikke strekker til. Da vil eksisterende skjema utvides slik at de passer en ny situasjon. Disse to delprosessene skjer hele tiden ved læring. Ved assimilasjon kan det føre til at den som skal lære har en følelse av at noe ikke stemmer og at nye erfaringer ikke stemmer med skjemaene en har fra før. Den lærende ønsker å opprette en likevekt mellom nye erfaringer og tidligere skjemaer, og det er her akkomodasjon bidrar

(Skaalvik & Skaalvik, 2009). For at det skal skje en utvikling og ny læring, er akkomodasjon helt avgjørende (Imsen, 2020; Skaalvik & Skaalvik, 2009).

Det sosialkonstruktivistiske læringsperspektivet handler om at en konstruerer kunnskap ut ifra vår verden, våre oppfatninger og opplevelser. Sosialkonstruktivistiske læringsperspektivet er utgangspunktet for å kunne se på hvordan og hva barnet lærer om verden (Simon, 1995; Skaalvik & Skaalvik, 2009). I sosialkonstruktivismen settes relasjonen mellom mennesker og samhandlingen før prosessene. Språket er i denne sammenheng en viktig forbindelse mellom tanker og omgivelser (Dysthe, 1996).

For å få en god forståelse i matematikk bør en se på det ved å individuelt konstruere kunnskapen (kognitivt), og sette ord på det en gjør gjennom å ha samtaler (sosiokulturelt). Det legges stor vekt på elevens aktivitet og dialog mellom lærer og elev i det sosiokulturelle perspektivet (Skaalvik & Skaalvik, 2009). Sosialkonstruktivismen har røtter i Russland, og Vygotsky (1896-1934) er sentral. Vygotsky (1978) vektla samhandling og språk i fokus på læring, dialogen i klasserommet. Læringen via samarbeid er en hensiktsmessig tilnærming, for tilegnelse av ny kunnskap for elevene. Vygotsky (1978) er kjent for tanken om den nærmeste utviklingssonen. Den nærmeste utviklingssonen defineres til det nivået som undervisningen bør være på. Det er på dette nivået elever gjør ting han eller hun ikke kan gjøre på egen hånd. Den nærmeste utviklingssonen kan en se på som en alternativ måte å beskrive «tilpasset undervisning» på, særlig når det gjelder valg av oppgaver, innhold og vanskegrad. Undervisningen vil bidrag til at eleven stadig er i utvikling og har noe å strekke seg etter. Prinsippet er at det eleven gjør med hjelp i dag, skal eleven klare alene i morgen. Differensiering av undervisningen er en viktig del, fordi undervisningen bygger opp under elevenes nærmeste utviklingssone. Det betyr det at elevene trenger veiledning og støtte (scaffolding) i egen aktivitet. Det betegnes da som å bygge ett «stillas», som eleven kan støtte seg på for å komme videre (Skaalvik & Skaalvik, 2009; Vygotsky, 1978).

## 2.4 Matematisk forståelse og kompetanse

Det er vanskelig å definere og beskrive begrepet forståelse ettersom det er et komplekst begrep som forandres og utvikles hele tiden. Birkeland, Breiteig & Venheim (2018) viser til at forståelse gjør kunnskapen varig og fleksibel. Forståelse er et sentralt begrep i matematikk og Hiebert & Carpenter (1992) presenterer en definisjon på begrepet forståelse, der eleven må få frem mentale fremstillinger av matematiske begreper og kontekster. De mentale fremstillingene er vanskelige å måle og se, men er avgjørende for å kunne tenke matematikk og kommunisere matematikk Hiebert & Carpenter (1992). Ifølge Hiebert & Carpenter (1992) må undervisningen ha mål om å la elevene utvikle mentale representasjoner av matematikk for at elevene skal kunne utvikle matematisk forståelse. Det må legges til rette for at elevene skal kunne bygge broer mellom kunnskap de besitter fra før og den nye kunnskapen som representeres med nye representasjoner. Når representasjoner blir bundet til nye strukturer og forbindelser skapes et nettverk, som fører til forståelse (Hiebert & Carpenter, 1992).

Skemp (1976) og Hiebert & Lefevre (1986) hevder at det ikke er godt nok å bare gjøre noe riktig i matematikk. For å utvikle forståelse må en også samtidig vite hvorfor en gjør det en gjør (Richardson, 1997). Skemp (1976) trekker frem begrepene instrumentell og relasjonell forståelse i matematikk. Hiebert & Lefevre (1986) fremhever begrepene prosedural og konseptuell forståelse. Utdypelse av hva som ligger i disse begrepene i forhold til matematisk forståelse, utdyper vi videre i kapittelet.

Det finnes flere modeller som konkretiserer kompetansebegrepet. Niss & Jensen (2002) har utviklet en modell som består av åtte kompetanser, som er fordelt mellom to overkompetanser: å kunne spørre og svare i, med og om matematikk og den andre som handler om å håndtere matematikkens språk og redskap. En annen mye brukt modell som vi ønsker å benytte er utviklet av Kilpatrick et al. (2001). Modellen beskriver matematisk kompetanse med fem deler, eller som fem tråder som er flettet sammen. Vi har valgt å gå i dybden på den modellen fordi den har en sammenheng mellom konseptuell kunnskap og prosedural kunnskap knyttet til matematisk kompetanse.

### 2.4.1 Instrumentell og relasjonell forståelse

Det var Stieg Mellin-Olsen som gjorde Richard R. Skemp (1976) oppmerksom på begrepene instrumentell og relasjonell forståelse. Instrumentell forståelse handler om å kunne benytte seg av matematiske regler og algoritmer, uten å skjønne hvorfor de fungerer (Skemp, 1976). Ser vi på et eksempel fra matematikken hvor en lærer introduserer divsjonsalgoritmen «snu bakerste brøk og multipliser» uten å forklare noe mer, er dette en algoritmisk tilnærming. Skemp (1976) mente at instrumentell forståelse ikke handler om forståelse, men kun er en regel uten mening eller begrunnelse (Skemp, 1976).

Relasjonell forståelse handler om at du vet hva du skal gjøre for å løse oppgaven, og du vet hvorfor du gjør det. En fordel ved den relasjonelle forståelsen er at elevene selv aktivt oppdager strategier, noe som kan føre til at elevene selv lettere kan overføre disse strategiene i arbeidet med andre oppgaver. Når vi knytter dette til et eksempel som illustrerer hva som menes med relasjonell forståelse, er eksempelet når man sier «flytt over og bytt fortegn ved løsning av likninger, så menes det at du adderer eller subtraherer det samme på begge sider». Her er det ikke bare benyttet en innlært regel, men også en forklaring på hva som skjer. «Flytt over og bytt fortegn» kan for mange også være en instrumentell forståelse, om læreren kun har introdusert elevene for denne setningen. Ved en slik forståelse benytter eleven gjerne det kjente og regner seg frem til svaret, og da er det ofte slik at eleven er ferdig og resten av arbeidet ignoreres. Det kan være små regnefeil som ikke blir sett, fordi eleven har fullført fremgangsmåten riktig steg for steg (Skemp, 1976). Skemp (1976) beskriver at instrumentell forståelse ikke er nok, men at den må sees i sammenheng med den relasjonelle forståelsen for å kunne forstå matematikk bedre. Denne måten å forstå matematikk på, henger sammen med hva LK20 sier om matematisk forståelse. LK20 vektlegger at elevene skal kunne se sammenhenger mellom ulike kunnskapsområder (Utdanningsdirektoratet, 2019).

### 2.4.2 Konseptuell og prosedural forståelse

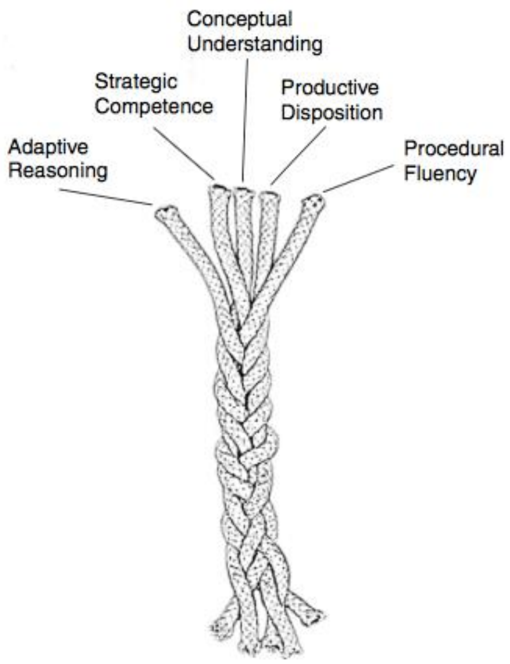
Konseptuell og prosedural forståelse er begreper som kan minne mye om Skemp (1976) sine begreper relasjonell og instrumentell forståelse. Skemp (1976) sitt syn på instrumentell og relasjonell forståelse var at matematisk forståelse var enten det ene eller det andre, mens Hiebert & Lefevre (1986) mener at prosedural og konseptuell forståelse har en sammenheng med hverandre.

Konseptuell forståelse har mye likt med Skemp (1976) sin definisjon av begrepet relasjonell forståelse. Konseptuell forståelse handler om hvordan oppgaver skal løses og hvorfor de skal løses slik. Ved konseptuell forståelse skal en ha forståelse for ulike konsepter, operasjoner og relasjoner. Konseptuell forståelse er et nettverk av fakta og påstander som en kan relatere den nye kunnskapen til annen innlært kunnskap (Hiebert & Lefevre, 1986). Ser vi på Hiebert & Lefevre (1986) sin definisjon for prosedural forståelse, så handler den om å ha kjennskap til regler og algoritmer for å løse oppgaver. Denne kan vi si har likhetstrekk med instrumentell forståelse ved at begge handler om forståelsen av hvordan en skal gjøre oppgaven etter en oppskrift.

Det som skiller prosedural forståelse fra den instrumentelle forståelsen, er at Hiebert & Lefevre (1986) skiller mellom ulike måter å tilegne seg kunnskapen. De mener at kunnskap tilegnes gjennom meningsfull læring eller pugging, hvor pugging handler om å tilegne seg kunnskap uten kontekst. Meningsfull læring handler om å forstå meningen og se sammenhenger (Hiebert & Lefevre, 1986). Derfor kan man si at den delen som Hiebert & Lefevre (1986) kaller for pugging er den som ligner mest på Skemp (1976) sin instrumentelle forståelse. Hiebert & Lefevre (1986) mener at en fullverdig matematisk forståelse, må bestå av både konseptuell og prosedural forståelse. De mener videre at disse ikke kan opptre alene, og at elevene vil ikke være i stand til å løse matematiske problem, om de ikke kan relatere seg til begge disse forståelsene (Hiebert & Lefevre, 1986).

### 2.4.3 Matematisk kompetanse

Kilpatrick et al. (2001) sin modell (se figur 2.1) består av fem sammenflettede komponenter: conceptual understanding (begrepsmessig forståelse), procedural fluency (beregning), strategic competence (anvendelse (strategisk tankegang)), adaptive reasoning (resonnering) og productive disposition (engasjement). De norske oversettelsene er hentet fra Matematikksenteret (Matematikksenteret, 2016) og det er denne vi benytter videre.




**Figur 2.1. Intertwined Strands of Proficiency. Figur hentet fra Kilpatrick et al. (2001, s. 117).**

Den første tråden i modellen, *begrepsmessig forståelse*, handler om å forstå begreper, kunne benytte flere metoder og kunne se helheten i det som læres. Elevene kan se sammenhenger og forstå nye ideer og begreper, ikke bare isolert fakta og metoder.

Begrepsmessig forståelse handler om at eleven skal kunne representere matematikken med ulike representasjoner, og forstå sammenhengen mellom de ulike representasjonene (Kilpatrick et al., 2001). Denne tråden kan sees i sammenheng med Hiebert & Lefevre (1986) sin konseptuelle forståelse. Representasjoner er ulike måter å fremstille et matematisk objekt. Et matematisk objekt kan ofte være abstrakt og da er det nyttig å kunne benytte ulike representasjoner (Duval, 2006). Det er fem ulike representasjoner: visuell, konkret, kontekst, verbal og symbol. Det er læreren som må legge til rette for at elevene skal møte på ulike representasjoner. For utvikling av forståelse er det viktig å møte på ulike representasjoner. Som lærer må en også legge til rette for å hjelpe elevene til å se sammenheng mellom representasjonene (Duval, 2006). Hensikten med å kunne se ulike representasjoner handler å utvikle en bedre forståelse, slik at en selv kan vurdere hva som er mest hensiktsmessig å velge. Egenskapene synlighet, effektivitet, generalitet, klarhet og presisjon er ulike egenskaper som er nyttig å kunne vurdere representasjonen ut fra, for å finne ut om den er hensiktsmessig å benytte (Kilpatrick et al., 2001).

Den neste tråden er *beregning*. Det er denne delen som handler om ferdigheter eller kunnskap til å kunne gjennomføre beregninger effektivt og hensiktsmessig. Det handler om at eleven skal kunne se hvilken prosedyre som er best å benytte, og som vil føre til rett svar i oppgaven. Denne tråden støtter opp om kompetansen forståelse. Denne delen handler ikke kun om å se på regneferdigheter, men mer om hvilke prosedyrer som er mest hensiktsmessig å velge. Å være kompetente i matematikk handler om at elevene må kjenne til ulike konsepter, prosedyrer og symboler, men elevene må også kunne se disse relatert til hverandre (Kilpatrick et al., 2001).

*Anvendelse (strategisk tankegang)* er den delen som sier noe om at elevene skal kunne formulere matematiske problem, ved at de skal kunne forklare og løse problemet. Denne kompetansen knytter seg mest til problemløsning. Kilpatrick et al. (2001) mener at eleven først og fremst må forstå matematikken ved å se og relatere sammenhengen til ulike problem og begreper, før de skal kunne løse problemet på en effektiv og hensiktsmessig måte.

*Resonnering* er kompetansen som handler om at elevene skal tenke logisk rundt sammenhenger mellom situasjoner og ulike konsepter. Elevene skal kunne vurdere og reflektere rundt et argument eller et resultat. Kilpatrick et al. (2001) mener at resonneringskompetansen er det som holder helheten samlet og er den kompetansen som fører til læring.

Den siste tråden er *engasjement*, og går ut på at eleven skal kunne se fornuften og verdien av matematikk. Denne kompetansen handler også om holdninger til faget og seg selv gjennom de andre kompetansene. Elevene vil kunne oppleve matematikken mer logisk og fornuftig, jo mer forståelse de har (Kilpatrick et al., 2001).

Disse fem trådene er avhengig av hverandre, støtter hverandre og utgjør til sammen innholdet i matematisk kompetanse. Trådene illustrerer tydelig at matematisk kompetanse handler om mye mer enn bare gjengi algoritmer og fakta. Modellen illustrerer at det er en forbindelse mellom trådene. Trådene støtter opp om hverandre, og er flettet sammen som et tegn på at de er avhengig av hverandre. Kilpatrick et al. (2001) mener at en velutviklet matematisk kompetanse ikke kan utelate noen av trådene. Over tid er det viktig å arbeide med alle kompetansene. Gjennom å arbeide med alle trådene, vil elevene kunne utvikle en mer helhetlig forståelse, som igjen kan bidra til at de i større grad kan anvende kunnskapen de har lært i andre situasjoner.

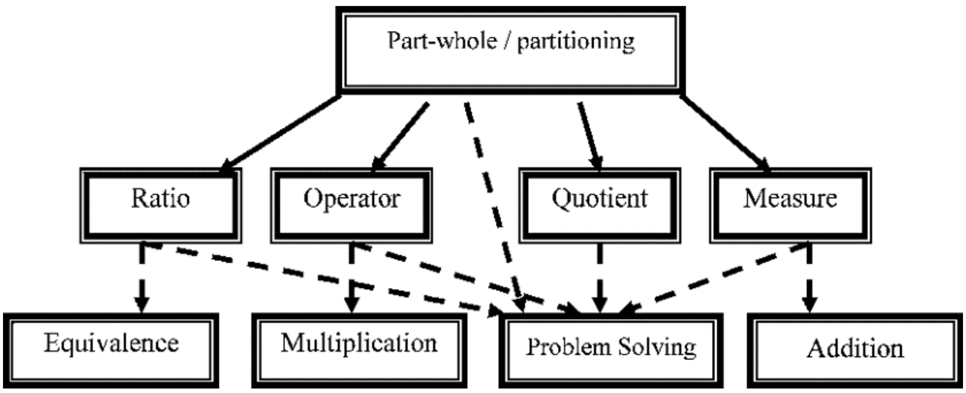
## 2.5 Brøk

Brøk er blant det mest komplekse matematiske temaet elever møter i skolen, noe som også er vel dokumentert (f.eks. Behr et al., 1983; Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Lamon, 2007; 2010; Ma, 2010). Charalambous & Pitta-Pantazi (2007) trekker frem brøk som et svært utfordrende tema i og med at brøk kan representere flere ulike betydninger. Lamon (2007) understreker at brøk, sammen med temaene forhold og proporsjonalitet, er de vanskeligste temaene å lære seg fordi de er de mest kognitivt utfordrende og sammensatte temaene i matematikk i grunnskolen. Samtidig er brøk et sentralt emne i matematikk fordi brøk blant annet danner grunnlaget for å utvikle forståelse for desimaltall, prosent og måling. Brøk trengs for å uttrykke og beregne med mål som er mindre enn den valgte enheten og trengs for å uttrykke kvotienter når man arbeider med algebra (Subramaniam, 2013). Brøk danner også noe av grunnlaget for å forstå irrasjonale tall (Lamon, 2007). Lamon (2010) påpeker at en mulig kilde til problemene elevene har med forståelse av brøk kan ha sammenheng med at overgangen fra heltall til brøk er krevende. Samtidig trekker Lamon (2010) frem at læreren med fordel kan bruke tid på å utvikle forståelse for brøkbegrepet, før man introduserer algoritmer for brøkregning.

Ifølge Lamon (2010) brukes begrepet brøk på to forskjellige måter i matematikk, *numeral* og *number*. På den ene siden er brøk en måte å skrive et bestemt tall på, som et todelt symbol: $\frac{a}{b}$. Den andre måten å se brøk på er som rasjonale tall. Et rasjonalt tall kan skrives med uendelig mange, repeterende desimaler eller med endelig mange desimaler og kan uttrykkes som en brøk $\frac{a}{b}$ (Lamon, 2010).

### 2.5.1 Ulike aspekter av brøk

Ifølge Kieren (1976) og Lamon (2010) kan en brøk representere flere ulike betydninger. Det er flere som har prøvd å kategorisere disse variasjonene. Kieren (1976), som ifølge Charalambous & Pitta-Pantazi (2007), var den første til å stille spørsmål til brøk som et enkeltbegrep, foreslo at brøk skulle deles inn i aspektene: *part-whole, ratio, operator, quotient* og *measure* (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Kieren, 1976). Vi velger å oversette begrepene til norsk som: *del av hele, forholdstall, operator, kvotient* og *måling.* Behr et al. (1983) videreutviklet senere Kierens (1976) ideer og foreslo en teoretisk modell som ikke bare ser på de ulike aspektene hver for seg, men også hvordan de forholder seg til hverandre (se figur 2.2).




**Figur 2.2. Teoretisk modell som viser hvordan aspektene forholder seg til hverandre (Behr et al., 1983).**

For å utvikle god forståelse for brøk, må eleven forstå hvordan de ulike aspektene forholder seg til hverandre, og læreren må legge til rette for at de ulike aspektene blir benyttet i undervisning (Lamon, 2010). Videre blir de fem aspektene: *del av hele, forholdstall, operator, kvotient* og *måling* kort presentert.

Under aspektet *del av hele* refererer brøken $\frac{a}{b}$ til en brøkdel av en enhet, hvor *b* angir hvor mange like deler enheten er delt opp i og *a* angir antall deler vi ønsker å undersøke. Brøken vil være en sammenligning mellom antall deler en har og antall deler enheten er delt opp i. For eksempel vil halvparten eller tredjedelen av noe alltid være avhengig av helheten (Lamon, 2010). Del av hele kan defineres som en situasjon hvor brøk angis som et antall like deler av en kontinuerlig størrelse eller et sett av diskrete objekter. For å forstå brøk som del av hele må man kunne identifisere enheten, man må forstå at delene enheten er delt opp i må være like store og man må kunne dele enheten opp i like store deler (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Elevene må i tillegg utvikle en forståelse for at man kan dele opp delene av enheten i flere deler og at man kan uttrykke det samme forholdet på ulike måter (Lamon, 2010).

*Forholdstall* innebærer en sammenligning mellom to mengder. Et forhold kan brukes til å formidle en ide som ikke kan uttrykkes som et enkelt tall (Lamon, 2010, s. 182). Forholdet mellom de to tallene er svaret vi får når vi dividerer tallene på hverandre og kan uttrykkes på formen $\frac{a}{b}$ som sammenfaller med brøkregning, men om vi skal blande noe i forholdet 1:4, har vi ikke $\frac{1}{4}$ av noe. Vi har av $\frac{1}{5}$ noe og $\frac{4}{5}$ av noe annet (Lamon, 2010).

En brøk kan tolkes som en *operator* og brukes da for å indikere en operasjon som skal gjøres. For eksempel kan det innebære rasjonale tall som funksjoner som skal utvide eller komprimere en enhet. Det kan også innebære at man skal utføre en operasjon på et tall eller enhet, ofte ved bruk av multiplikasjon eller divisjon (Lamon, 2010). Brøk som operator sammenligner derfor to størrelser, hvor den ene er en brøkdel av den andre (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007).

Innenfor aspektet *kvotient* kan enhver brøk bli sett på som et resultat av en delingssituasjon. Brøken $\frac{x}{y}$ indikerer den numeriske verdien gitt oss ved å dividere x på y, hvor x og y representerer heltall (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Kieren, 1993). Typisk kan aktiviteter hvor elevene skal finne like deler av en kontinuerlig mengde bidra til at elevene utvikler forståelse for dette aspektet av brøk. I motsetning fra aspektet *del av hele* vil man måtte forholde seg til to ulike mengder (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Elevenes forståelse fra hverdagen om å «dele likt» er nyttig i arbeid med brøk som kvotient. Begrepene dividend og divisor vil også være viktige å forstå for elevene i denne operasjonen (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Lamon, 2010). For å forstå aspektet kvotient er elevene også nødt til å utvikle forståelse for målings- og delingsdivisjon (f.eks. Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007, Kieren, 1993; Lamon, 2010). Delingsdivisjon vektlegger mengden hver enkelt får tildelt hvis det deles likt mellom dem. Målingsdivisjon på sin side vektlegger antallet like deler man kan få om man deler en gitt mengde inn i like store deler (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007).

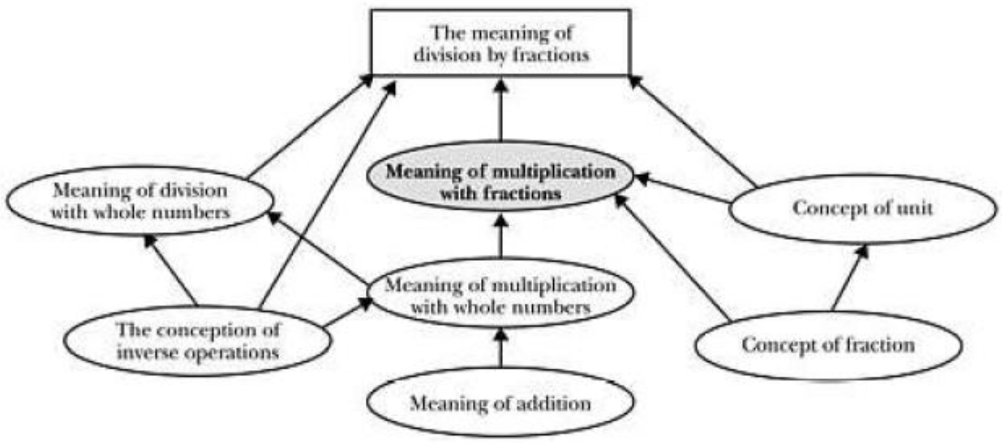
Aspektet *måling* knyttes til kontinuerlige mengder (Behr et al., 1983). Man kan skille mellom to ulike, men sammenhengende oppfatninger. Den første handler om at brøk blir sett på som tall og angir hvor stor brøken er. Det andre gir et mål på en distanse eller et område. For eksempel vil $\frac{3}{4}$ tilsvare distansen 3 ($\frac{1}{4}$ - deler) fra et gitt punkt

(Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). For å forstå aspektet måling må elevene forstå at det mellom to brøker er et uendelig antall av andre tall/brøk, noe som kan knyttes til egenskapene av tetthet i rasjonale tall (Lamon, 2010).

### 2.5.2 Divisjon med brøk

Som nevnt tidligere vil elevene i møtet med brøk introduseres for mer komplekse sammenhenger og å utvikle forståelse for hva en gjør og hvorfor vil være nødvendig for å forstå disse sammenhengene (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Divisjon med brøk blir sett på som det vanskeligste av temaene innenfor brøk (Ma, 2010). Lærere må derfor legge til rette for en balanse mellom den algoritmiske tilnærming til divisjon med brøk og utviklingen av forståelse for temaet (Li, 2008), gjerne ved at man vektlegger forståelsen før man introduserer elevene for algoritmen (Lamon, 2010).

Ma (2010) har utviklet en kunnskapspakke, basert på læreres uttalelser, om hvilke matematiske tema som ligger til grunn for å utvikle forståelse for divisjon med brøk (vår oversettelse): *addisjon, multiplikasjon med heltall, inverse operasjoner, brøk- og enhetsbegrepet, divisjon med heltall,* og *multiplikasjon med brøk* (se figur 2.3):




**Figur 2.3. Kunnskapspakke for å forstå betydningen av divisjon med brøk. Figur hentet fra Ma (2010, s. 66)**

Forståelse for multiplikasjon med brøk blir sett på som særlig viktig for å kunne utvikle forståelse for divisjon med brøk siden det knytter sammen flere relevante tema og er plassert sentralt i modellen. Læringsprosessen bygger på at ny kunnskap støtter opp det en tidligere har lært, og ny kunnskap forsterker forståelsen for det en tidligere har lært (Ma, 2010). Konseptuell og prosedural forståelse er sentralt i teorien til Mas (2010) kunnskapspakke når det gjelder divisjon med brøk. Det betyr at vi knytter sammen konseptuell forståelse av et emne, med lærerens kunnskaper om algoritmer. Da ser en på prosedural og konseptuell forståelse i relasjon (Ma, 2010).

## 2.6 Rammeverk for analyse av oppgavene

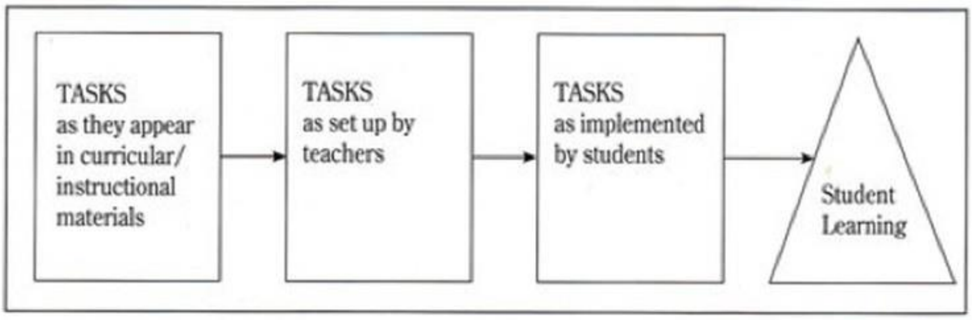
Det finnes ulike rammeverk man kan bruke for å kategorisere matematiske oppgaver. Blant annet skiller Grønmo et al. (2015) mellom tre vurderingsrammeverk for TIMSS-undersøkelsen. Hvert av disse vurderingsrammeverkene er delt inn i to dimensjoner: innholdsdimensjonen og den kognitive dimensjonen. Den kognitive dimensjonen skiller mellom de tre nivåene: *knowing, applying* og *reasoning*. Lithner (2008) sitt rammeverk for *Creative and Imitative Reasoning* kategoriserer oppgaver etter om de krever imitativ eller kreativ resonnering. Det er den strategien eleven velger for å løse oppgaven som bestemmer hvilken type resonnering som blir brukt. Resonnering er definert av Lithner (2008) som den tankerekken eleven utfører for å produsere påstander og komme frem til en konklusjon i arbeidet med oppgaver.

Vi har valgt å benytte oss av Smith & Stein (1998) sin *Task Analysis Guide* for å kategorisere oppgavene vi har undersøkt. Grunnen til at vi har valgt dette rammeverket er fordi rammeverket nivådeler oppgaver etter kognitive krav. En del av forskningsspørsmålet berører nettopp dette temaet: *Hvilke kognitive krav stilles av oppgavene lærerne bruker i sin undervisning av divisjon med brøk?* I tillegg er Task Analysis Guide et anerkjent rammeverk som blant annet er brukt av Charalambous et al. (2010) i deres komparative analyse av addisjon og subtraksjon av brøk i lærebøker fra tre ulike land.

### 2.6.1 Task Analysis Guide

Mary Kay Stein og hennes kollegaer har utarbeidet *The Task Analysis Guide* som er en del av rammeverket *The Mathematical Tasks Framework (*f.eks. Smith & Stein, 1998; Stein et al., 1996; Henningsen & Stein, 1997). The Mathematical Tasks Framework ble utarbeidet i forbindelse med QUASAR-prosjektet og viser sammenhengen mellom elevers læring og hvilke faser en matematisk oppgave går igjennom (Stein & Smith, 1998). QUASAR står for Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning, og var et femårig nasjonalt prosjekt som var rettet mot å forbedre matematikkundervisningen ved skoler som lå i fattige, urbane strøk i USA (Silver & Stein, 1996). Et av hovedmålene ved QUASAR-prosjektet var å gi elevene større muligheter for tenkning, resonnering, problemløsning og å bruke det matematiske språket i kommunikasjon. Forskere knyttet til QUASAR-prosjektet fant at elevene trenger å jobbe med oppgaver som utvikler forståelse for begrep, prosesser og relasjoner på jevnlig basis (Stein, Smith, Henningsen & Silver, 2009). Forskerne fant også at 69% av oppgavene som ble brukt i prosjektet var lagt opp på en slik måte at samarbeid med medelever var naturlig (Stein et al., 1996). Et annet viktig funn var at oppgavene som ble gitt til elevene var oppgaver som lærerne selv hadde utviklet og/eller var hentet fra nytenkende materiale i stedet for lærebøker (Stein et al., 1996, s. 482). At lærerne fant oppgaver fra andre kilder er svært interessant i og med at de i dette forskningsprosjektet fant at lærerne brukte hele 74% oppgaver på høyt kognitivt nivå, hvorav 40% var på det høyeste nivået, matematisk tenkning.

Som vist i figur 2.4, se neste side, skiller The Mathematical Tasks Framework mellom tre faser en oppgave vil passere før en kan si noe om elevenes læring. Den første fasen beskriver oppgaver slik de fremstår i læreplaner, lærebøker eller undervisningsmateriell. Den neste fasen handler om hvordan læreren bruker, introduserer eller utnytter oppgavene i sin undervisning. Implementeringsfasen, den tredje fasen, hvor elevene jobber med oppgavene er spesielt viktig i elevenes læring (Stein & Smith, 1998).

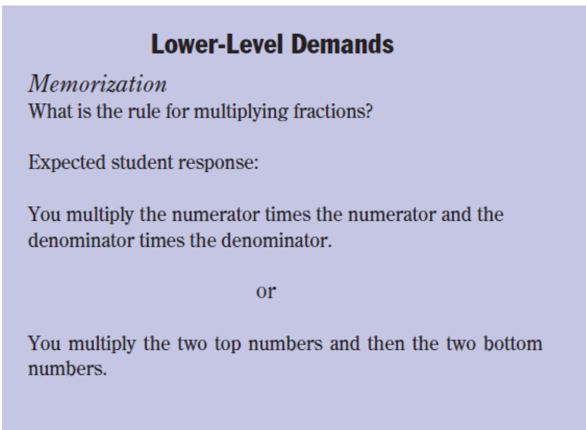



**Figur 2.4. The Mathematical Tasks Framework (Stein & Smith, 1998, s. 11).**

I vår analyse undersøker vi de kognitive kravene til oppgaver slik de er fremstilt i undervisningsmateriellet lærere bruker i sin undervisning i arbeidet med divisjon med brøk. Vi forholder oss derfor til den første fasen av dette rammeverket: *TASKS as they appear in curricular/instructional materials* i og med at vi ikke observerer hvordan lærerne implementerer oppgavene i klasserommet eller undersøker hvordan elevene arbeider med oppgavene.

The Task Analysis Guide gir en oversikt over de mulighetene for læring som finnes i ulike matematikkoppgaver og hvilken matematisk tenkning de krever av elevene (Stein & Smith, 1998). Task Analysis Guide skiller mellom oppgaver som stiller lave kognitive krav og oppgaver som stiller høye kognitive krav. Med kognitive krav mener Stein et al. (2009) den typen tankevirksomhet som kreves av elevene for å lykkes med å løse oppgaven. Innenfor kategorien lave kognitive krav skilles det igjen mellom to nivå: *memorering* og *prosedyrer uten sammenhenger*. Kategorien høye kognitive krav skiller også mellom to nivå: *prosedyrer med sammenhenger* og *matematisk tenkning* (Stein & Smith, 1998). Videre blir disse nivåene kort presentert. En mer detaljert beskrivelse av nivåene finnes i tabell 3.1.

Innenfor nivået *memorering* finner man typisk oppgaver som involverer enten å reprodusere tidligere lærte fakta, regler, formler eller definisjoner eller måter å memorere disse på. Denne typen oppgaver innebærer nøyaktig reproduksjon av tidligere lært materiale, og det som skal reproduseres er tydelig og direkte uttrykt (Smith & Stein, 1998). Et eksempel på denne type oppgave er vist i Smith & Stein (1998), se figur 2.5:


**Lower-Level Demands**

*Memorization*
What is the rule for multiplying fractions?

Expected student response:

You multiply the numerator times the numerator and the denominator times the denominator.

or

You multiply the two top numbers and then the two bottom numbers.

**Figur 2.5. Eksempel på oppgave tilhørende nivået memorering (Smith & Stein, 1998, s. 349).**

I oppgaven vist i figur 2.5 er det en tydelig forventning om at eleven skal reprodusere tidligere lært materiale, regelen for multiplikasjon av brøk, og faller derfor innenfor nivået memorering.

Det andre nivået som hører til kategorien lave kognitive krav er *prosedyrer uten sammenhenger.* Oppgaver knyttet til dette nivået er algoritmiske. Det er enten spesifisert eller det er tydelig fra tidligere erfaring hvilken prosedyre eleven må benytte for å løse oppgaven. Fokuset ligger på å finne riktige svar i stedet for å utvikle matematisk forståelse og krever ingen forklaringer (Smith & Stein, 1998). Et eksempel på denne type oppgave er også vist i Smith & Stein (1998), se figur 2.6:

*Procedures without Connections*

Multiply:

$$\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{6}\times\frac{7}{8}$$

$$\frac{4}{9}\times\frac{3}{5}$$

Expected student response:

$$\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{2\times 3}{3\times 4}=\frac{6}{12}$$

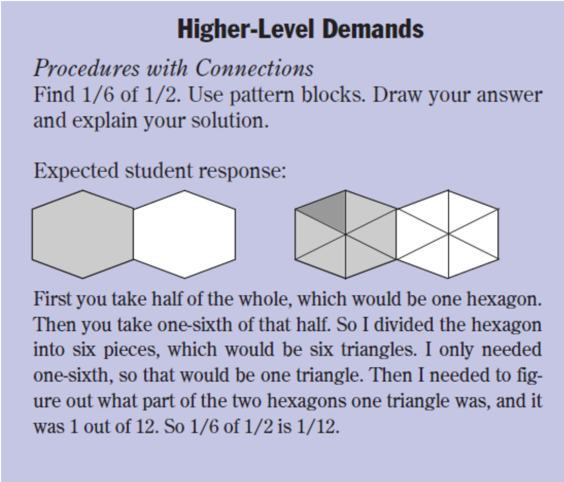
$$\frac{5}{6}\times\frac{7}{8}=\frac{5\times 7}{6\times 8}=\frac{35}{48}$$

$$\frac{4}{9}\times\frac{3}{5}=\frac{4\times 3}{9\times 5}=\frac{12}{45}$$

**Figur 2.6. Eksempel på oppgave tilhørende nivået prosedyrer uten sammenhenger (Smith & Stein, 1998, s. 349).**

Oppgaven ovenfor viser tydelig hvilken prosedyre det er forventet at elevene skal bruke. Det er svarene som er viktige, ikke at elevene skal utvikle en forståelse for multiplikasjon med brøk. Oppgaven krever heller ikke at elevene skal gi en forklaring på hva de har gjort, oppgaven løses ved hjelp av innlært algoritme.

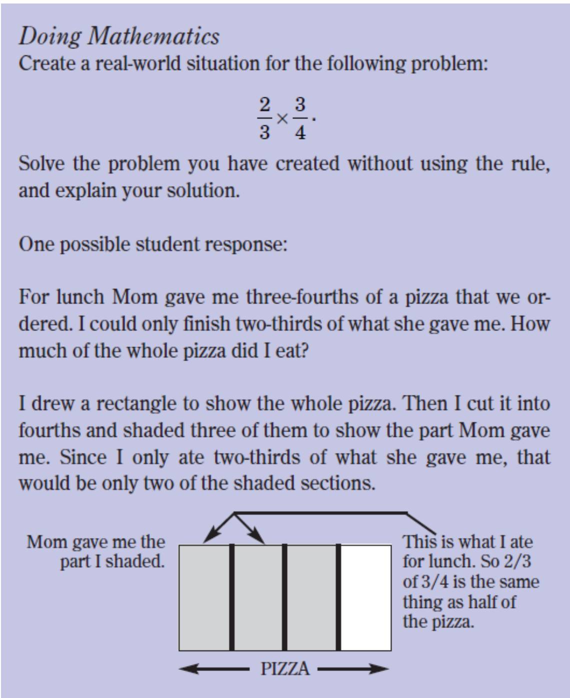
Nivået *prosedyrer med sammenhenger* tilhører kategorien høye kognitive krav. Oppgaver knyttet til dette nivået fokuserer på å utvikle bedre forståelse for matematiske begrep og ideer ved hjelp av prosedyrer. De er ofte representert på ulike måter ettersom koblingen imellom representasjonene kan støtte utviklingen av matematisk forståelse og samtidig krever en viss grad av kognitiv innsats (Smith & Stein, 1998). Et eksempel på en slik type oppgave er vist i Smith & Stein (1998), se figur 2.7 (på neste side):




**Figur 2.7. Eksempel på oppgave tilhørende nivået prosedyrer med sammenhenger (Smith & Stein, 1998, s. 349).**

Denne oppgaven hører til nivået *prosedyrer med sammenhenger* fordi det forventes at elevene både skal illustrere og forklare løsningen sin. Elevene utvikler forståelse for multiplikasjon av brøk gjennom prosedyrer og det kreves en viss grad av kognitiv innsats.

*Matematisk tenkning* er det siste nivået i Task Analysis Guide og er relatert til kategorien høye kognitive krav. I slike oppgaver er det ikke gitt av oppgaveformuleringen hvilken prosedyre man skal bruke og de krever en kompleks og ikke-algoritmisk tenkning. Elevene må ta i bruk relevant kunnskap i arbeidet med denne type oppgaver og de må utforske og utvikle forståelse for grunnleggende matematiske begrep, prosesser og relasjoner (Smith & Stein, 1998). Et typisk eksempel på en slik oppgave er vist i Smith & Stein (1998), se figur 2.8:




**Figur 2.8. Eksempel på oppgave tilhørende nivået matematisk tenkning (Smith & Stein, 1998, s. 349).**

For å kunne løse oppgaven ovenfor må elevene selv lage et praktisk eksempel knyttet til multiplikasjon av brøk noe som krever at de bruker relevant kunnskap i arbeidet med å løse oppgaven. Oppgaven krever at eleven er i stand til å tolke, utforske og utvikle forståelse for multiplikasjon av brøk og elevene er selv nødt til å begrunne mulige løsningsstrategier uten å bruke en algoritmisk tilnærming.

De kognitive kravene til oppgaver kan i utgangspunktet endres ut ifra hvordan læreren bruker oppgavene i undervisningen og hvordan elevene jobber med dem (Stein et al., 2009). Oppgaver som er kategorisert på nivået høye kognitive krav, kan implementeres i klasserommet på en slik måte at elevene må reflektere, resonnerer og utfordre sitt kognitive nivå, men læreren kan også påvirke elevene i prosessen slik at de får et mindre utbytte av arbeidet. Elevene kan i løpet av arbeidsprosessen selv også påvirke de kognitive kravene til oppgaven (Stein & Smith, 1998). I tabell 2.1 presenterer Stein et al. (1996) en tabell hvor de fremstiller hvordan de kognitive kravene til oppgaver kan endres, alt etter hvordan de implementeres i klasserommet.

**Change in Cognitive Demands of Task From Set Up to Implementation**

| | Implementation | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Set up | No mathematical activity | Memorization | Procedures without connections | Procedures with connections | "Doing mathematics" | Other | Cannot discern |
| No mathematical activity required ($n$ = 3) | ***100%*** (3) | | | | | | |
| Memorization ($n$ = 2) | | ***50%*** (1) | | | 50% (1) | | |
| Procedures without connections ($n$ = 26) | | | ***96%*** (25) | 4% (1) | | | |
| Procedures with connections ($n$ = 49) | 2% (1) | 2% (1) | 53% (26) | ***43%*** (21) | | | |
| "Doing mathematics" ($n$ = 58) | 17% (10) | | 14% (8) | 3% (2) | ***38%*** (22) | 26% (15) | 2% (1) |
| Other ($n$ = 5) | | | | | | ***100%*** (5) | |
| Cannot discern ($n$ = 1) | | | 100% (1) | | | | |

**Tabell 2.1. Endring i kognitive krav til oppgaver (Stein et al., 1996, s. 477).**

Av denne tabellen ser man for eksempel at av de oppgavene de klassifiserte på nivået prosedyrer med sammenhenger, var det kun 43% som var på samme nivå etter implementering i klasserommet. Hele 53% av oppgavene ble endret til nivået under, prosedyrer uten sammenhenger.

I vår analyse ser vi som nevnt tidligere kun på fase 1 av *The Mathematical Tasks Framework.* Vi ser derfor bort i fra hvordan læreren introduserer eller bruker oppgavene i klasserommet og også hvordan elevene jobber med oppgavene. Vi analyserer og kategoriserer oppgavene slik de er fremstilt i undervisningsmateriellet lærerne bruker.

I dette kapittelet har vi redegjort for tidligere forskning relatert til forskningsspørsmålet vårt. Vi har gått i dybden på teori som utdyper viktige begrep som tilpasset opplæring, matematisk forståelse, matematisk kompetanse og brøk. Begrep som er viktig i forbindelse med forskningsspørsmålet vårt. Til slutt i kapittelet har vi forklart rammeverket som ble brukt i analysen av oppgavene.

# 3 Metode

Vi har i denne studien undersøkt forskningsspørsmålet:

*Hvilke kognitive utfordringer møter elever i tre ulike klasserom på ungdomstrinnet i temaet divisjon med brøk?*

1. Hvilke kognitive krav stilles av oppgavene lærerne bruker i sin undervisning?
2. Hvordan legger læreren til rette for ulike elevers behov i klasserommet i arbeidet med kognitive utfordringer?

I dette kapittelet presenterer vi metodene vi har benyttet for å svare på forskningsspørsmålet. Vi gir først en redegjørelse for forskningsdesign før vi beskriver datainnsamlingsprosessen. Videre gir vi en beskrivelse av hvordan analysen er utført og beskriver samtidig kodeprosessene. Deretter vurderer vi studiens troverdighet og går inn på etiske betraktninger, før vi avslutter med et kapittel knyttet til metodekritikk.

## 3.1 Forskningsdesign

Ifølge Bryman (2012) er forskningsdesign definert som den overordnede planen man tar utgangspunkt i for å svare på et spørsmål eller problemstilling. Vår innsamling av materiale har vært gjennom intervju og innsamling av oppgaver lærerne benytter i undervisning av divisjon med brøk. I denne studien har vi valgt en kvalitativ tilnærming. Postholm (2010) understreker at virkeligheten blir skapt eller konstruert i møtet mellom forskeren og de personene som deltar i studien. En kvalitativ forsker fanger opp ulike biter av forskningsfeltet for å danne et helhetlig bilde av det. Forskeren vet også at studien er påvirket av hans eller hennes subjektive meninger og perspektiver. Det er derfor svært viktig at materialet presenteres slik at leseren kan se hvilke metoder som er brukt og hvordan dette kan ha påvirket forskningsarbeidet. Dette vil også være viktig for å sikre kvaliteten på studien. Målet med all kvalitativ forskning er at man skal kunne gi en helhetlig beskrivelse av det som forskes på (Postholm, 2010, s. 50). Ifølge Tjora (2018, s. 130) er hovedregelen når en skal rekruttere informanter at en velger informanter som vil kunne uttale seg på en reflektert måte rundt temaet for forskningsprosjektet. Siden vi har brukt en kvalitativ tilnærming er ikke informantene plukket ut for å representere en populasjon slik som i en kvantitativ tilnærming (Tjora, 2018, s. 130).

Vi har utført en case-studie, også omtalt som kasusstudie. En kasusstudie gir en detaljert beskrivelse av det som er studert i sin kontekst og man behandler ofte få kasuser. Fokus kan være en aktivitet, en hendelse, en institusjon eller en person. Videre handler kasusstudier om å utforske ulike handlinger i hverdagslivet og studere ulike typer fenomen i sine naturlige omgivelser (Postholm, 2010). I vår undersøkelse undersøker vi hvilke oppgaver tre lærere bruker i sin undervisning av emnet divisjon med brøk. Vi har også gjennomført intervju med de samme lærerne. Vi behandler få kasuser i og med at vi tar utgangspunkt i kun tre lærere og ser på hvilke oppgaver de bruker i sin undervisning. Vi utforsker derfor ulike typer fenomen i de naturlige omgivelsene, klasserommet, og underbygger derfor også at dette er en kasusstudie. I tillegg har vi innsnevret temaet til å gjelde divisjon med brøk og begrenser derfor oppgavemengden i stor grad. Denne studien kan derfor beskrives som en kasusstudie.

### 3.1.1 Oppgavene

For å svare på et av underspørsmålene i forbindelse med forskningsspørsmålet vårt, samlet vi inn oppgavene som lærerne brukte i sin undervisning i temaet divisjon med brøk. Oppgavene fra lærerne ble overlevert etter intervjuet, og lærerne var forberedt på at vi ønsket å samle inn oppgavene fra deres undervisning. Alle lærerne hadde krysset av på samtykkeskjemaet (se vedlegg 2) for at de var villig til å dele oppgavene med oss. Vi mottok oppgavene som bildefiler på e-post, som oppgavenummer i lærebøker eller som papirkopier. Vi opprettet en fysisk mappe for hver av lærerne og la oppgavene inn i mappene. De oppgavene som ble delt med oss digitalt ble skrevet ut og oppgavene fra lærebøkene ble kopiert og markert med læreverk og sidetall, før de også ble samlet i mappene til den enkelte. På denne måten sørget vi for at oppgavene ikke ble blandet, og det var enkelt å finne frem til den enkelte lærers oppgaver når vi skulle starte analysearbeidet, som beskrevet nærmere i kapittel 3.3.1 og kapittel 4.1.

### 3.1.2 Intervju

Ifølge Kvale & Brinkmann (2009) spiller intervju en avgjørende rolle i kvalitativ forskning og de omtaler det kvalitative forskningsintervjuet som et redskap for å forstå verden sett fra intervjupersonens side. Et intervju er veksling av synspunkter mellom to personer i en samtale som opptar begge og er gjerne bygd opp rundt spørsmål som skal nærme seg en problemstilling og gå i dybden på den (Kvale & Brinkmann, 2009). Dalen (2011) påpeker at intervju kan brukes som hovedredskap i en kvalitativ studie for innsamling av kunnskap eller intervju kan også brukes i tillegg til andre datainnsamlingsstrategier.

I denne studien valgte vi å benytte oss av semistrukturerte intervju, også omtalt som dybdeintervju (Tjora, 2018). Semistrukturerte intervju har åpne spørsmål. Her gir man informanten mulighet til å fortelle fritt, i motsetning til i et strukturert intervju hvor en benytter lukkede spørsmål med faste svaralternativer. I et strukturert intervju vil alle spørsmålene til informantene bli helt like, og det er lite rom for oppfølgingsspørsmål som gjør at informanten kan utdype enkelte punkter som forsker ser som interessante (Postholm, 2010). Målet med semistrukturert intervju er «å skape en situasjon for en relativt fri samtale som kretser rundt noen spesifikke temaer som forskeren har bestemt på forhånd» (Tjora, 2018, s. 113). En av fordelene med et semistrukturert intervju er at det gir en viss form for fleksibilitet. Forskeren har mulighet til å stille oppfølgingsspørsmål underveis, og en kan stille spørsmålene i en annen rekkefølge enn hva som er gitt av intervjuguiden. Samtalen styres av hva informanten forteller. Likevel er det viktig å ha et utgangspunkt slik at man har mulighet til å sammenligne og analysere svarene til de ulike informantene (Postholm, 2010; Thagaard, 2018).

I forkant av intervjuene utarbeidet vi en intervjuguide basert på forskningsspørsmålet (se vedlegg 3). Ettersom vi valgte å benytte oss av semistrukturerte intervju, utarbeidet vi en liste med ulike type spørsmål vi skulle benytte oss av i løpet av intervjuene. Vi valgte å legge inn noen faktaspørsmål om lærerens bakgrunn og erfaring først, før spørsmålene knyttet til forskningsspørsmålet ble tatt opp. Vi valgte også semistrukturert intervju ettersom vi ønsket at informantene skulle få snakke fritt om temaet, og at vi skulle ha mulighet til å stille oppfølgingsspørsmål. I denne forskningen passet semistrukturert intervju best i forhold til at det kan være utfordrende å få frem lærerens tanker i lukkede spørsmål rundt temaet tilrettelegging for ulike elevers behov.

Spørsmålene som ble stilt i intervjuet er såpass åpne at noen av svarene til lærerne er direkte knyttet til undervisningen deres i temaet divisjon med brøk. Andre svar ble mer generelle og handler i større grad om hva de gjør i klasserommet når de underviser i matematikk.

## 3.2 Datainnsamling

I dette kapittelet begrunner vi hvordan vi valgte ut lærerne som deltok i prosjektet og utdyper litt mer om hver enkelt av dem. Vi forklarer videre hvorfor vi valgte det matematiske temaet divisjon med brøk. Avslutningsvis beskriver vi den praktiske gjennomføringen av intervjuene og hvordan vi samlet inn oppgavene som lærerne brukte i sin undervisning av divisjon med brøk.

### 3.2.1 Valg av lærere

I denne studien var et av underspørsmålene til forskningsspørsmålet at vi skulle undersøke kognitive krav til oppgaver som benyttes i undervisningen av divisjon med brøk. Det var derfor avgjørende at informantene skulle jobbe med divisjon med brøk i den perioden vi skulle samle inn datamaterialet. På forhånd hadde vi bestemt at vi ønsket å velge representanter fra ulike skoler, slik at datamaterialet ikke bare kom fra en skole. Skolene lærerne kommer fra ligger i og rundt en storby på Østlandet. I denne studien landet vi på tre informanter, heretter kalt: Siv, Elin og Tonje. Alle navn som benyttes i oppgaven er pseudonymer. At vi endte med tre kvinner, er tilfeldig.

Siv er utdannet lektor med opprykk og har mastergrad i matematikk. Hun har arbeidet som lærer på samme ungdomsskole siden 1997. Hun har undervist i matematikk siden 2000, tilsvarende 20 år. I år underviser hun i to klasser på 9.trinn og har fulgt disse klassene siden de startet på ungdomsskolen. Hun er kontaktlærer for en av klassene på trinnet. Klassene består av 22 og 23 elever. Begge klassene har elever med ulikt faglig nivå. I hver av klassene har hun en elev som har individuell opplæringsplan i matematikk. To av elevene i den ene klassen har også krav på særskilt norskopplæring. Alle elevene følger tilnærmet ordinær undervisning, men det er spesialpedagog inne i timene sammen med Siv som følger opp disse elevene ekstra.

Elin er utdannet adjunkt med opprykk og har 60 studiepoeng i både matematikk og naturfag. Hun har jobbet 5 år på ungdomsskolen, hvor hun har undervist i matematikk og naturfag alle årene. Hun underviser i matematikk i to klasser på 8.trinn i år og er kontaktlærer for en av klassene. Hun har kun hatt elevene siden skolestart i august. Elin forteller at begge hennes klasser består av 30 elever, hvor den ene klassen ligger under nasjonalt gjennomsnitt i matematikk og den andre ligger litt over. Disse utsagnene baserer hun på resultatene fra nasjonale prøver som ble gjennomført høsten 2019, i starten på 8.trinn. Hun viser til at begge klassene har god spredning av faglig nivå når hun sammenligner det med nivåene på nasjonale prøver som elevene gjennomførte. Det er ingen elever med individuelle opplæringsplaner i noen av de to klassene.

Siste informanten er Tonje. Hun har faglærerutdanning i realfag. Hun har jobbet siden 2011 og undervist i matematikk og naturfag på ungdomstrinnet alle årene. Hun underviser to klasser i matematikk på 8.trinn i år, hvor hun er kontaktlærer for en av klassene. Tonje sier at hun har to svært forskjellige klasser. Den ene klassen består av 30 elever med et faglig nivå på middels. I den andre klassen er det kun 25 elever, og de er på et generelt lavere nivå. Hun fremhever likevel at det i denne klassen også er et par elever som er svært faglige sterke. I sistnevnte klasse er det 2 elever som har individuelle opplæringsplaner i matematikk, og de følger derfor egen spesialpedagogisk opplæring med egen lærer. I ordinær undervisning har hun derfor 23 elever.

### 3.2.2 Valg av matematisk tema

Gjennom mange års erfaring på ungdomstrinnet har vi erfart at divisjon med brøk er et tema som mange elever synes er vanskelig å lære seg. Dette handler blant annet om at brøk er blant det mest komplekse matematiske temaet elever møter i skolen (f.eks. Behr et al., 1983; Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Lamon, 2007; 2012; Ma, 2010). Vi har også erfart at det er et utfordrende tema å undervise i, spesielt om man ønsker å vektlegge forståelse, kontra å lære bort en algoritme. Gjennom lærerspesialiststudiet de tre siste årene har vi hatt fokus på matematisk forståelse og kompetanse. Vi har da sett nærmere på instrumentell og relasjonell forståelse (Skemp, 1976), konseptuell og prosedural forståelse (Hiebert & Lefevre, 1986) og matematisk kompetanse (Kilpatrick et al., 2001). Gjennom dette fokuset har vi selv blitt mer bevisst viktigheten av å undervise på en slik måte at elevene utvikler matematisk forståelse, ikke kun memorerer algoritmer. Nettopp fordi divisjon med brøk er et tema hvor mange lærere prioriterer å lære bort divisjonsalgoritmen, «snu bakerste brøk og multipliser», i stedet for å bygge på elevenes forståelse, synes vi dette emnet er spesielt interessant å se nærmere på.

### 3.2.3 Praktisk gjennomføring

Ifølge Tjora (2018) og Dalen (2011) er det hensiktsmessig å gjennomføre datainnsamling tidlig i et kvalitativt forskningsprosjekt, slik at en kan justere teori og perspektiver på prosjektet som da gjør det interessant i den empiriske analysen. Samtidig har en god mulighet til å justere prosjektet underveis om en ser det nødvendig. Intervjuene ble gjennomført tidlig i prosjektet, og vi vil videre gjøre rede for hvordan vi gjennomførte intervjuene.

Vi startet intervjuet med å fortelle om hva prosjektet handlet om, og ga de all informasjon de trengte for å gjennomføre intervjuet. Her ga vi også tydelig beskjed om at vi skulle benytte lydopptak under hele intervjuet, og hvordan vi skulle behandle og oppbevare lydopptakene. All informasjon vi informerte informantene om stod beskrevet i et samtykkeskjema (vedlegg 2) som informantene måtte skrive under på før vi startet intervjuet.

Vi valgte å benytte lydopptak i hele intervjuet ettersom vi begge kun var til stede på ett intervju. Å bruke lydopptak under intervjuene gir en trygghet om at vi får med oss det som blir sagt, og at vi kan konsentrere oss om god kommunikasjon med informanten, og få til en naturlig flyt i samtalen, som er i tråd med det Tjora (2018) mener bør være en hovedregel under alle typer intervju. Ved å ta lydopptak så gir en de andre i forskningsgruppen mulighet til å få med seg tonefallet til informanten, og pausene informanten naturlig kunne ta når vi stilte spørsmål. I etterkant når en hører på intervjuet har vi begge forskerne mulighet til å se for oss stemningen som var under intervjuet når en hører på opptaket.

Intervjuene med informantene ble gjennomført en og en, på et avtalt tidspunkt. Intervjuet var lagt til den perioden de hadde brøk på timeplanen. I den forbindelse hadde vi satt av 30-60 minutter til gjennomføring av hvert intervju. Intervjuene ble gjennomført på et eget rom, uforstyrret fra andre, på et sted hvor informanten var trygg og kunne føle seg avslappet. Ettersom våre intervju handlet om informantens jobb, så ble to av intervjuene utført på arbeidsplassen. Det siste ble ikke gjennomført på arbeidsplassen, men det var av praktiske årsaker. Dette er i tråd med hva Tjora (2018, s. 121) mener om hvordan intervju skal gjennomføres.

Som utgangspunkt for det semistrukturerte intervjuet brukte vi en intervjuguide (se vedlegg 3). Den inneholdt konkrete spørsmål om lærerens bakgrunn og klassene de har sin matematikk undervisning i. Deretter kom de åpne spørsmålene som var knyttet til forskningsspørsmålet vårt, før vi avslutningsvis takket for bidraget. Denne måten å gjennomføre intervju på er i tråd med det Tjora (2018) uttaler som intervjuets tre faser: oppvarmingsspørsmål, refleksjonsspørsmål og avrundingsspørsmål.

Den første fasen er oppvarmingsspørsmål. I oppvarmingsspørsmålene spørres det etter enkle konkrete detaljer, som for eksempel bakgrunnsinformasjon. Denne delen kan være med på å skape trygghet for informanten. Ifølge Tjora (2018) sin andre fase, refleksjonsspørsmål, så er det den delen av intervjuet hvor hoveddelene av intervjuet foregår. Her benyttes intervjuguiden som vi hadde laget på forhånd. Her går informanten i dybden av de ulike delene av temaet for oppgaven. Vi prøvde å få informanten til å holde seg til hvert enkelt spørsmål igjennom intervjuet, for å sikre mest mulig tanker og erfaringer fra informanten. Det er ikke like lett når vi valgte å stille åpne spørsmål, og la informanten snakke fritt. På hver enkelt del i intervjuet hadde vi oppfølgingsspørsmål, slik at vi kunne hjelpe informanten til å få utdypet det informanten hadde snakket om eller om deler av det informanten fortalte som var interessant, dette oppfordrer Tjora (2018) til. Den siste fasen som er avrundingsspørsmål, blir en lett samtale mellom intervjuer og informant som går vekk fra refleksjon, og over til at informanten takkes for bidraget. I intervjuguiden (vedlegg 3) finner en igjen disse fasene. Etter at vi var ferdig med intervjuet fikk vi overlevert oppgavene fra lærerne. Lærerne var forberedt på at vi ønsket oppgavene i og med at de hadde krysset av for det på samtykkeskjemaet (se vedlegg 2), noe alle tre hadde gjort.

Etter intervjuene ble de transkribert fra muntlig til skriftlig form, for å gjøre intervjuet bedre egnet til analyse (Kvale & Brinkmann, 2009). Transkribering av intervjuene gjorde vi raskt etter intervjuet fordi intervjuet da ligger friskt i minne, og transkriberingen går lettere. I transkriberingen så har vi vært nøye med korrekt gjengivelse slik at begge oss forskere skulle få med oss alt som ble sagt og sikre at vi gjengir informantene korrekt. Mer om transkriberingen kommer vi tilbake til under analytisk tilnærming, kapittel 3.3.2.

## 3.3 Analytisk tilnærming

En kvalitativ analyse har som et mål å kunne hjelpe leseren til å få økt kunnskap om saken prosjektet forskes på, uten å måtte gå gjennom alt materialet selv. I denne delen presenterer vi hvordan vi har analysert materialet vi har samlet inn. Først presenterer vi hvordan vi klassifiserte oppgavene som skulle benyttes av lærerne i temaet divisjon med brøk før vi beskriver kodeprosessen av intervjuene.

### 3.3.1 Analyseverktøy for å analysere oppgavene

Vi har valgt å benytte oss av Smith & Steins (1998) Task Analysis Guide for å kategorisere oppgavene vi har undersøkt i denne studien. Vi valgte dette analyseverktøyet fordi det nivådeler oppgaver etter kognitive krav, noe et av våre underspørsmål berører. I tillegg er Task Analysis Guide en del av rammeverket The Mathematical Tasks Framework (f.eks. Smith & Stein, 1998; Stein et al., 1996; Henningsen & Stein, 1997) som er et anerkjent rammeverk som er brukt i flere store studier (f.eks. Brändström, 2005; Charalambous et al., 2010; Jones & Tarr, 2007). Vi oversatte Task Analysis Guide til norsk og valgte å kalle de to nivåene knyttet til lave kognitive krav for memorering og prosedyrer uten sammenhenger. De to nivåene knyttet til kategorien høye kognitive krav kalte vi prosedyrer med sammenhenger og matematisk tenkning. Analyseverktøyet i sin helhet finnes på neste side:

<table>
<tr><th colspan="2">Analyseverktøy for kognitive krav i oppgaver</th></tr>
<tr><th>Lave kognitive krav</th><th>Høye kognitive krav</th></tr>
<tr><td>Memorering<ul><li>Involverer enten å reprodusere tidligere lærte fakta, regler, formler eller definisjoner eller måter å memorere disse på.</li><li>Kan ikke løses ved å bruke strategier fordi en strategi ikke eksisterer eller fordi tidsrammen for oppgaven er for kort til å finne/bruke en.</li><li>Er ikke tvetydig. Slike oppgaver innebærer nøyaktig reproduksjon av tidligere lært materiale, og det som skal reproduseres er tydelig og direkte uttrykt.</li><li>Har ingen sammenheng med de fakta, regler, formler eller definisjoner som skal reproduseres.</li></ul></td><td>Prosedyrer med sammenhenger<ul><li>Fokuserer på å utvikle bedre forståelse av matematiske begrep og ideer ved hjelp av prosedyrer.</li><li>Foreslår eksplisitt eller implisitt strategier for å finne en løsning, strategier som er knyttet til underliggende begrep i stedet for algoritmer som kan være et hinder for å utvikle begrepsmessig forståelse.</li><li>Er vanligvis representert på flere måter, for eksempel diagrammer, konkreter, symboler og problem. Ulike representasjoner og koblingen imellom dem kan støtte utviklingen av mening og forståelse.</li><li>Krever en viss grad av kognitiv innsats. Selv om generelle prosedyrer kan følges, kan de ikke følges blindt. Elevene må prøve å forstå de underliggende begrepene i prosedyren for å klare å løse oppgaven og utvikle forståelse.</li></ul></td></tr>
<tr><td>Prosedyrer uten sammenhenger<ul><li>Er algoritmisk. Det er enten spesifisert eller det er tydelig fra tidligere undervisning eller erfaring hvilken prosedyre eleven må benytte.</li><li>Krever begrenset kognitiv ferdighet for vellykket gjennomføring. Det eksisterer liten tvetydighet om hva som må gjøres og hvordan man gjør det.</li><li>Har ingen sammenheng med begrepene eller meningen som er underliggende for prosedyren.</li><li>Fokuset ligger på å produsere riktige svar i stedet for å utvikle matematisk forståelse.</li><li>Krever ingen forklaringer, eller forklaringene fokuserer på å beskrive prosedyren som skal brukes.</li></ul></td><td>Matematisk tenkning<ul><li>Krever kompleks ikke-algoritmisk tenking – det er ikke gitt av oppgaven hvilken prosedyre en skal bruke.</li><li>Krever at elevene utforsker og utvikler forståelse for grunnleggende matematiske begrep, prosesser og relasjoner</li><li>Krever en form for selvregulering av ens egne kognitive prosesser.</li><li>Krever at elevene tar i bruk relevant kunnskap og erfaringer og bruker dem når de arbeider med å løse oppgaven.</li><li>Krever at elevene analyser oppgaven og selv finner hvilke fremgangsmåter som kan være aktuelle, begrunner mulige løsningsstrategier og vurderer løsningen(e).</li><li>Stiller høye kognitive krav og kan derfor skape usikkerhet hos elevene på grunn av den store graden av uforutsigbarhet i oppgaven.</li></ul></td></tr>
</table>

**Tabell 3.1. Task Analysis Guide av Smith & Stein (1998, s. 348); vår oversettelse.**

Vi gjennomførte deler av oppgaveanalysen i fellesskap for å sikre lik forståelse av de ulike kategoriene i analyseverktøyet. I tillegg var det viktig for oss i starten av analysearbeidet å kunne drøfte oppgaver det var vanskelig å kategorisere og bli enige i fellesskap om hvordan vi skulle telle oppgavene. Flere av oppgavene var delt inn i deloppgaver, som for eksempel a), b) og c). Vi bestemte at vi teller hver deloppgave som en oppgave. Det vil si at f.eks. oppgave 2.64 (se figur 4.3), som er delt inn i a), b), c) og d) regnes som fire oppgaver i vår opptelling. I arbeidet med å kategorisere oppgavene valgte vi å ha fokus på oppgavene til en og en lærer for å unngå forvekslinger. Vi startet med oppgavene som Siv brukte og gjennomførte analysen av hennes oppgaver i fellesskap. Deretter kategoriserte vi oppgavene til de to andre lærerne, Elin og Tonje, hver for oss, før vi sammenlignet resultatet vi kom frem til. Vi kategoriserte først oppgavene etter lave og høye kognitive krav før vi videre delte de i kategoriene *memorering, prosedyrer uten sammenhenger, prosedyrer med sammenhenger* og *matematisk tenkning.* Vi tok da utgangspunkt i analyseverktøyet som ble presentert tidligere (se tabell 3.1) i tillegg til kunnskapen vi hadde tilegnet oss gjennom arbeidet med teori og eksempler vi hadde sett på. For å fremstille resultatet fra analysen lagde vi en tabell i Excel som vi fylte inn underveis i arbeidet. Tabellen er vist nedenfor:

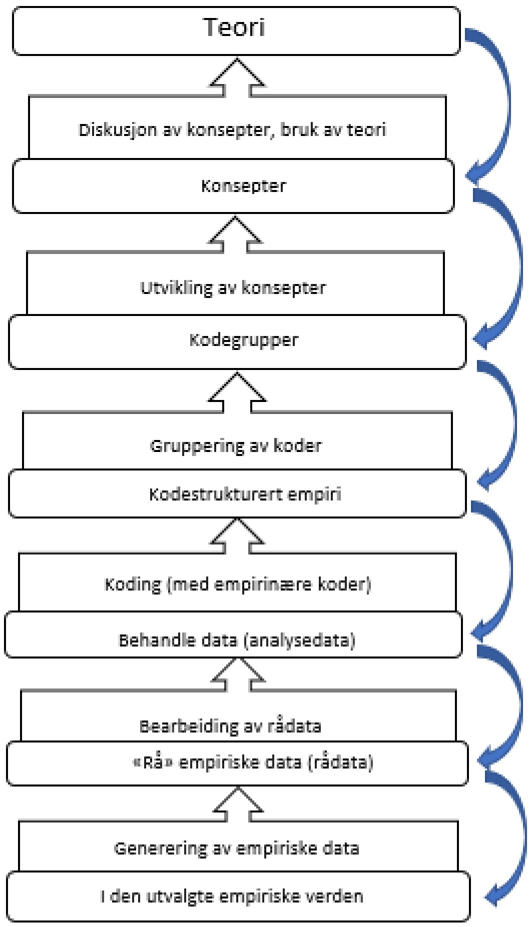
| **Kognitive krav** | **Siv** | | **Elin** | | **Tonje** | | **Totalt** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Antall | Prosent | Antall | Prosent | Antall | Prosent | Antall | Prosent |
| Memorering | | | | | | | | |
| Prosedyrer uten sammenhenger | | | | | | | | |
| Prosedyrer med sammenhenger | | | | | | | | |
| Matematisk tenkning | | | | | | | | |
| Totalt antall oppgaver | | | | | | | | |

**Tabell 3.2. Tabell som viser fremstillingen av kognitive krav i oppgaver.**

### 3.3.2 Intervju

I vår analysedel av intervjuene har vi valgt å benytte oss av Tjora (2018) sin stegvis-deduktiv induktiv metode (SDI-modellen) figur 3.1. Vi valgte å benytte SDI-modellen i denne studien fordi vi opplever at den gir en systematisk og en god måte å legge opp en trinnvis plan med ulike milepæler underveis i framdriften. Modellen er også god om en har behov for å redusere og kategorisere mengder data (Tjora, 2018). Vi hadde behov for å redusere og kategorisere data vi hadde fått inn gjennom de semistrukturerte intervjuene.

Ved SDI-modellen så menes det at den induktive delen er der hvor forskeren antar noen generelle sammenhenger ut ifra enkelte tilfeller, og at den som forsker jobber fra data mot teori. Den deduktive delen handler om å gå motsatt vei, fra den teoretiske og mot den empiriske (Tjora, 2018).




**Figur 3.1. SDI-modellen (Tjora, 2018, s. 19)**

Modellen er delt inn i seks ulike steg, hvor det første steget handler om å *generere* utvalget. Det neste steget er å *bearbeide rådata* og gjøre det klart for analyseverktøyet og det er innenfor dette steget transkriberingen av intervjuene kommer.

Vi transkriberer for å strukturere materialet, og få en nøye og korrekt gjengivelse av det som ble sagt i intervjuet. Informantene vi brukte har ulik dialekt, og transkriberingen veksler mellom vårt skriftspråk og direkte oversatt med informantens talespråk. Det var nødvendig å repetere enkelte sekvenser på lydopptaket gjentatte ganger, for å få med seg innholdet riktig når det skulle skrives ned. Det var nødvendig i forhold til at en av informantene hadde litt mange små kommentarer som gjorde det vanskelig å få med seg sammenhengen i svaret til informanten. Vi noterte ned alle pauser og hmm-er som kom i intervjuene. I ett av intervjuene var det litt mye små fraser og hmm-er fra forsker når informanten snakket, slik at det informanten fortalte kunne bli utydelig. Vi var mer bevisst det i de to andre intervjuene. Transkriberingen var en krevende prosess ettersom vi ville være nøye og få helt korrekt gjengivelse for å være helt sikre på at vi faktisk fikk frem det informantene mener.

Gjennom transkripsjon kan mye verdifull data gå tapt i form av mangel på informasjon som de visuelle ledetrådene, men for oss så var det vi forskerne som var intervjuere og det var vi som transkriberte intervjuene. Ifølge Tjora (2018) sier han at ved denne måten får en med seg all nyttig informasjon videre når intervjuer er med i hele forskningsprosessen. Ettersom det er vi som har intervjuet vil vi ha med oss stemningen fra intervjuene og andre ledetråder som kan være viktig videre gjennom hele analyseprosessen. I forbindelse med at en leser over transkripsjonen som en selv var intervjuer ved, er det lettere å «komme» tilbake til konteksten og situasjonene, og lettere huske kroppsspråk og stemningen fra informantene i de ulike situasjonene (Tjora, 2018).

Etter at alle intervjuene var transkribert, markerte vi hver linje med nummer. Nummereringen av linjene skulle gjøre det lettere etter kodearbeidet, slik at vi kunne finne tilbake i rådataen om vi hadde behov for mer opplysninger i det videre analysearbeidet. Da alle intervjuene var markert med linjenummer startet kodearbeidet etter stegvis-deduktiv-induktiv modell.

Første steg etter bearbeiding av rådataen er *koding*. Koding er en viktig del av SDI-metoden i forhold til vekten denne modellen har på induksjon. Her kodes alt materiell, og kodene skal ligge tett på deltakerutsagnene. At kodene skal ligge tett på deltakerutsagnene er for å prøve å sikre en empirinær koding. Med dette menes at en skal redusere påvirkning av ulike forventninger og teorier, og innpasse ulike utsagn. Denne første kodingen gjør at man får en forståelse av alt innhold. De kodene som ble dannet her gjorde ikke at vi kunne sortere dataene, men var mer en beskrivelse av hva informanten hadde svart på de ulike spørsmålene.

Ifølge Tjora (2018) stiller han to ulike spørsmål til kodene han har laget for å sikre at kodene som er laget er empirinære, *Kunne man laget koden før kodingen?* og *Hva forteller bare koden?* (Tjora, 2018, s. 203). Dette for å sikre en best mulig induktiv SDI-koding. Tabell 3.3 viser et lite utdrag av hvilke koder som ble laget fra intervjuene. Resten av denne tabellen er fremstilt i vedlegg 4.

| | |
|---|---|
| igjennom prosessen først. Men samtidig må man jo være åpen for elevenes .får ikke med meg hva hun sier. det er jo ikke sikkert det går i det tempoet eller den retningen du vil, men du har jo en mening og mål med det. | Prosessen – timens gang<br><br>Mening og mål |
| Nei... Temaet når du var der var jo brøk delt på brøk. Og det har jeg jo tenkt mye på. Hvordan jeg skal lære inn det. For å bare presentere regelen synes jeg gir ingen mening. Og så er det noe med at det er første gangen de ser å dele med en brøk så jeg var veldig opptatt av at de skulle skjønne hva den delingen betyr i utgangspunktet. Og det var det jo flere som diskuterte og sånn betyr det å dele på en halv det samme som å dele på 2. så vi begynte jo der. Og det tenker jeg at ikke var tilfeldig at vi tok det eksemplet. Jeg tenker at det er lett å overføre til en situasjon eller kontekst. | Regel, ingen mening<br><br>Skjønne deling |

**Tabell 3.3. Et lite utdrag av hvilke koder som ble laget fra intervjuene**

I tabell 3.3 kan en se et utvalg av hvordan de første kodene fra utsagnene til lærerne ble satt. De første kodene vi satt var hentet direkte fra utsagnene til lærerne. Vi jobbet både individuelt og sammen når vi kodet intervjuene. Første intervju kodet vi sammen, slik at vi sammen kunne finne en felles tankegang på hvordan vi skulle kode intervjuene, og få noen felles tanker for hva en kode er. Vi tok et intervju sammen for å sikre validitet i kodingene, før vi delte de to andre intervjuene mellom oss, og tok hvert vårt. Da benyttet vi kodene fra det første intervju som vi hadde kodet sammen, men vi laget nye koder der vi hadde behov for det på det intervjuet vi kodet alene.

Etter at intervjuene var kodet satt vi igjen med mange koder, som ble samlet og bearbeidet til *kodesett.* Kodene ble gruppert tematisk og materialet ble redusert ytterligere. Kodene fra alle tre intervjuene ble samlet. Det kom tydelig frem at det fantes ulike koder samtidig som det var koder som beskrev det samme. Da vi så på alle kodene samlet fant vi kodesett som skulle benyttes videre i neste fase, *kategorisering*. Kategoriseringen ble utført i fellesskap ettersom denne delen handler om å samle kodesettene som er relevante for forskningsspørsmålet. Tabell 3.4 viser eksempler på kodesett vi fant frem til, hvor kodesettet ble kategorisert med et felles begrep.

| | |
|---|---|
| Ulike oppgaver- samme emne<br><br>har tekstoppgaver er det fordi generelt scorer lavt på tekstoppgaver og at det norsk kunnskapene går igjen i mattefaget | Differensiering/oppgaver |
| Regel, ingen mening<br><br>Få forståelse<br><br>Resonnere seg frem<br><br>Alt henger sammen<br><br>Forståelse- ellers meningsløst<br><br>Metodisk så lenge de har skjønt bakgrunn<br><br>Illustrasjon av oppgave<br><br>Dele i grupper – flinke går ut av klasserommet<br><br>Forskjellige representasjoner – tilpasning | Differensiering/ læring og forståelse |
| Trenes i å snakke sin tanker<br><br>Tenke en tanke som inspirasjon for andre<br><br>Alltid noen passive, jobbe sammen | Samarbeid |

**Tabell 3.4. Eksempel på kodesett som ble kategorisert.**

Tjora (2018) beskriver at i overgang fra kodesett til kategorier, er det problemstillingen som bestemmer hva som er relevant, ikke empirien. Her skal en komme frem til temaer som har potensiale i empirien og svarer på forskningsspørsmålet (Tjora, 2018).

Den neste delen som vi kommer til er *utvikling av konsepter,* og det er her det teoretiske skal ta styring. Her knyttet vi hovedtemaene vi kom frem til i kategoriseringen til relevant teori. Det er her vi går fra empirien og over til det teoretiske. Underveis i denne delen av analysen, så gjennomførte vi det SDI-modellen kaller en konsepttest (Tjora, 2018). Spørsmål som inngår i en konsepttest er: Hva er det dette handler om? Finnes det en mer generell merkelapp på det (fenomenet eller problemet) vi har strukturert empiri på og dermed empirisk-analystisk innblikk i? Finnes det noen teoretiske bidrag som allerede omtaler fenomenet eller som på en annen måter er relevant? (Tjora, 2018, s. 209).

Den siste fasen av SDI-modellen er *teoriutvikling*. Denne fasen handler om å danne teorier ut fra konseptene man har i større prosjekt (Tjora, 2018). Å utvikle ny forståelse på et teoretisk nivå er forventet av erfarne forskere, men ikke forventet i en masteroppgave (Tjora, 2018, s. 226). I denne oppgaven kom vi frem til relevant teori gjennom utvikling av konsepter. Relevant teori i forhold til denne oppgaven som vi kom frem til var tilpasset opplæring, matematisk forståelse og kompetanse.

## 3.4 Forskningens troverdighet

For å sikre forskningens troverdighet er det viktig at forskeren gjør en evaluering fra gitte kriterier. Guba (1981) beskriver fire aspekter ved troverdighet i kvalitativ forskning: *credibility, transferability, dependability* og *confirmability*. Videre blir disse aspektene definert, og deres relevans for denne studien blir kommentert.

Ifølge Pervin (1984) kan *credibility* i kvalitative undersøkelser defineres som «i hvilken grad forskerens framgangsmåter og funn på en riktig måte reflekterer formålet med studien og representerer virkeligheten» (Johannessen, Christoffersen & Tufte, 2011, s. 244). For å søke credibility så triangulerte vi ved at vi så på forskningsspørsmålet ved hjelp av ulike metoder, både gjennom intervju og innsamlede oppgaver. Vi valgte også å gjøre deler av analysen av både oppgavene og intervjuene hver for oss, for deretter å sammenligne resultatene vi kom frem til. I og med at vi var to som gjennomførte analysearbeidet av oppgavene og intervjuene tok vi også hensyn til underkriteriet *peer debriefing* (Guba, 1981) ettersom vi sammenlignet resultatene for å se om vi var enige. Underveis i prosessen samlet vi og oppbevarte refererende materiale ved at vi skrev logg. Vi dokumenterte blant annet i loggen hvilke analyser vi hadde gjennomført og endringene vi gjorde på forskningsspørsmålet underveis. I forbindelse med analysen av intervjuene utførte vi også det Guba (1981) omtaler som *member checks.* Dette underkriteriet handler om at vi sjekker konsistens med deltakerne i studien for å se om vi har forstått deltagerne riktig eller om vi har misforstått noe. Vi gjennomførte member checks etter at analysearbeidet av intervjuene var ferdig for å se om deltakerne hadde kommentarer til denne.

*Transferability* handler om studiens overførbarhet (Guba, 1981). "En undersøkelses overførbarhet dreier seg om hvorvidt det lykkes en å etablere beskrivelser, begreper, fortolkninger og forklaringer som er nyttige på andre områder enn det som studeres" (Johannessen et al., 2011, s. 248). For å søke transferability har vi benyttet oss av tykke beskrivelser for å sikre overførbarhet. Vi har gitt en grundig beskrivelse av de viktigste kontekstuelle faktorene og beskrevet disse så godt som mulig under datainnsamling, samtidig som vi har tatt høyde for de etiske kravene om anonymitet. Vi har gjennom innsamlingen av oppgavene også tatt hensyn til underkriteriet *theoretical sampling* ved at vi ikke har plukket oppgaver tilfeldig, men benyttet oss av hele det innsamlede materialet i vårt analysearbeid.

*Dependability* kan defineres som i hvor stor grad en studie er avhengig av konteksten eller i hvor stor grad en kan forvente det samme resultatet under ulike kontekster (Guba, 1981; Johannessen et al., 2011). Guba (1981) trekker frem *overlappende metoder* i forbindelse med dependability og det kan sees i sammenheng med triangulering av metoder. Ettersom vi valgte å benytte både intervju og oppgaver i denne studien har vi også søkt dependability. I tillegg har vi gjennom dokument-logg tatt vare på alt av datamateriale slik at man kan ettergå de resultater vi har gjort.

*Confirmability* handler om at forskningsoppgaven «skal være et resultat av forskningen og ikke et resultat av forskerens subjektive holdninger» (Johannessen et al., 2011, s. 249). I forbindelse med dette aspektet har vi vært bevisst på å ikke gjenspeile vår oppfatning av forskningsspørsmålet under resultat, men se på de faktiske opplysningene vi innhentet gjennom intervjuene og oppgavene.

## 3.5 Etiske betrakninger

Et forskningsprosjekt, hvor det samles inn og registreres personopplysninger hvor informanten kan gjenkjennes, skal meldes inn til Norsk senter for forskningsdata AS (NSD). I forbindelse med oppstart av vår studie søkte vi om godkjenning fra NSD og datainnsamlingen ble utført først etter at studien var godkjent (se vedlegg 1).

NESH (2016), Den nasjonale forskningsetiske komitè for samfunnsvitenskap og humaniora, inngår som en av de tre nasjonale forskningsetiske komiteene og formålet deres er å gi kunnskap om forskningsetiske normer. Dette gjør de gjennom de forskningsetiske retningslinjene de har fastsatt som gjelder all forskning, enten i offentlig eller privat regi. I forkant av innsamlingen av datamaterialet satte vi oss godt inn i disse retningslinjene slik at vi var sikre på at vi tok hensyn til de ulike hovedområdene: *Hensyn til personer, Hensyn til grupper og institusjoner, Forskersamfunnet, Oppdragsforskning* og *Forskningsformidling* (NESH, 2016). I forbindelse med hovedkategorien «Hensyn til personer» tok vi særlig hensyn til underkategoriene *personvernet, ansvaret for å informere* og *samtykke og informasjonsplikt.* Tillit, respekt, gjensidighet og konfidensialitet vil også være aspekter man må ta hensyn til som forsker i samhandling med deltakerne i forskningsprosjektet (Tjora, 2018, s. 46). For å ivareta disse kategoriene samlet vi inn et skriftlig samtykke fra informantene (se vedlegg 2). I samtykkeskjemaet informerte vi blant annet om hensikten med studiet, hva deltagelse i studiet innebærer, hvem som får tilgang på informasjonen og hvordan resultatene er tenkt brukt. I tillegg trakk vi frem at alle personopplysninger blir behandlet konfidensielt og at all innsamlet data vil bli slettet ved forskningens slutt. Vi informerte også informantene om at deltakelse i prosjektet var frivillig og at de kunne trekke samtykket skriftlig når som helst, noe som er i tråd med retningslinjene til NESH (2016).

Under intervjuene benyttet vi en lydopptaker som var lånt ut av NTNU. Opptakeren som ble benyttet er ikke tilknyttet internett. Etter endt lydopptak, ble opptakene lagt over på en minnepenn i en mappe som var beskyttet av et passord, slik at det kun var vi som hadde tilgang på intervjuene. Etter at intervjuet ble lagt i den passordbeskyttede mappen, ble intervjuet slettet fra opptakeren. Denne prosessen ble gjennomført for alle tre intervjuene. Før vi returnerte opptakeren til NTNU, formaterte vi harddisken til lydopptakeren, for å være helt sikre på at alt materiale var slettet.

## 3.6 Metodekritikk

Gubas (1981) aspekt *confirmability* vektlegger at forskningsoppgaven ikke skal baseres på forskernes subjektive holdninger. Vi har vært svært bevisst dette aspektet, men ifølge Cohen, Manion & Morrison (2017) vil man aldri klare å være helt objektiv i og med at man som forsker er en del av verdenen man forsker på. Vi blir også påvirket av egne interesser og erfaringer i for eksempel intervjusituasjonen noe som vil påvirke både forskningssituasjonen og analysearbeidet (Cohen et al., 2017).

Dalen (2011) understreker at det er viktig å gjennomføre prøveintervjuer, både for å teste ut intervjuguiden og for selv å teste ut rollen som intervjuer. På grunn av logistikkutfordringer ble ikke dette gjort i forkant av det første intervjuet, noe vi i etterkant ser på som en svakhet. Intervjuguiden vår ble utformet tidlig i prosessen og vi ser i etterkant av vi burde vært noe mer spesifikk i spørsmålsstillingen, noe et prøveintervju kunne gjort oss mer oppmerksom på. For eksempel ville det vært aktuelt å rette noen av spørsmålene mer direkte mot temaet divisjon med brøk, noe vi gjorde i for liten grad. Mye av dataen vi fikk fra intervjuene viser derfor en mer generell tilnærming til hvordan lærerne arbeider med ulike elevers behov, enn bare innunder temaet divisjon med brøk. En annen mulig forbedring kunne vært oppnådd ved å gjennomføre intervjuene i etterkant av analysen av oppgavene. Vi ville da hatt muligheten til å stille informantene mer direkte spørsmål som gikk på utvalget oppgaver, bevissthet rundt fra hvilke kilder de hadde plukket oppgavene og om de var bevisst det kognitive nivået de hadde lagt seg på.

En annen mulig begrensning vi også ser er at vi kunne fått et enda større bilde av forskningen vår om vi også hadde gjennomført observasjon av både lærere og elever, slik at vi hadde dekt alle fasene i The Mathematical Tasks Framework (Stein & Smith, 1998). Vi ville da fått et bredere materiale å bygge analyse og drøfting på, i tilknytning til forskningsspørsmålet.

I dette kapittelet har vi presentert innsamlingsprosessen av datamaterialet som la grunnlaget for vår videre forskning. Vi har også beskrevet hvordan vi gikk frem for å analysere dataene, både av oppgavene og intervjuene. Funnene fra analysen vil bli presentert i kapittel 4. Videre har vi i dette kapittelet presentert forskningens troverdighet ved å ta utgangspunkt i Gubas (1981) fire aspekter. Deretter har vi sett nærmere på noen etiske betraktninger før vi til slutt har gått nærmere inn på metodekritikk.

# 4 Analyse

I dette kapittelet presenterer vi analysen av datamaterialet med hensyn til forskningsspørsmålet:

*Hvilke kognitive utfordringer møter elever i tre ulike klasserom på ungdomstrinnet i temaet divisjon med brøk?*

1. Hvilke kognitive krav stilles av oppgavene lærerne bruker i sin undervisning?
2. Hvordan legger læreren til rette for ulike elevers behov i klasserommet i arbeidet med kognitive utfordringer?

Denne delen er delt inn i fem hoveddeler. Først presenteres analysen av datamaterialet knyttet til oppgavene som ble brukt i undervisning av divisjon med brøk, sett i lys av kognitive krav. Vi presenterer deretter aktuelle funn fra denne analyseprosessen. Deretter viser vi til funn fra analysen av intervjuene som handler om lærernes tilrettelegging til ulike elevers behov. Videre gir vi innblikk i hva lærerne selv legger i utsagnet «ulike elevers behov», før vi til slutt gir et kort sammendrag av funnene i vår studie.

## 4.1 Analyseprosess av oppgavene

I analysearbeidet av oppgavene som lærerne brukte i sin undervisning tok vi utgangspunkt i Smith & Steins (1998) Task Analysis Guide. Task Analysis Guide er et analyseverktøy som gir en oversikt over de mulighetene for læring som finnes i ulike matematikkoppgaver og hvilken matematisk tenkning de krever av elevene. Analyseverktøyet skiller mellom oppgaver som stiller lave kognitive krav og oppgaver som stiller høye kognitive krav. Videre deles nivået lave kognitive krav inn i nivåene memorering og prosedyrer uten sammenhenger. Høye kognitive krav deles inn i nivåene prosedyrer med sammenhenger og matematisk tenkning. En mer detaljert beskrivelse av de ulike nivåene finnes i tabell 3.1.

Vi analyserte oppgavene til Siv i fellesskap for å sikre lik forståelse av de ulike kategoriene i analyseverktøyet. Vi drøftet hver enkelt oppgave hun hadde brukt og kategoriserte de først etter lave og høye kognitive krav. Deretter delte vi de i kategoriene memorering, prosedyrer uten sammenhenger, prosedyrer med sammenhenger og matematisk tenkning. Oppgavene til Siv analyserte vi i fellesskap, mens vi analyserte oppgavene til Elin og Tonje hver for oss, før vi sammenlignet resultatet vi kom frem til. Utover å sikre lik forståelse for de kognitive kravene til oppgavene var det viktig også å bli enige om hvordan vi telte oppgaver. Flere av oppgavene som ble brukt av lærerne er delt inn i deloppgaver, som for eksempel a), b) og c). I vår analyse teller vi hver deloppgave som en oppgave. Det vil si at for eksempel oppgave 2.64 som er delt inn i deloppgavene a), b), c) og d) da regnes som 4 oppgaver.

De kognitive kravene til oppgaver kan endres ut ifra hvordan læreren bruker oppgavene i undervisningen (Stein et al., 2009). Vi analyserer oppgavene slik de er fremstilt i lærebøker, oppgavehefter eller nettsider, alt etter hvor lærerne fant oppgavene de tok i bruk i sin undervisning. Vi tar i vår analyse ikke hensyn til hvordan lærerne introduserte eller brukte oppgavene i klasserommet eller hvordan elevene jobbet med oppgavene.

Videre presenter vi analysen av oppgavene og viser til eksempler innenfor de ulike nivåene: memorering, prosedyrer uten sammenhenger, prosedyrer med sammenhenger og matematisk tenkning.

### 4.1.1 Memorering

Innen nivået memorering finner man typisk oppgaver som involverer å enten reprodusere tidligere lærte fakta, regler, formler, definisjoner eller måter å memorere disse på. Denne type oppgaver kan ikke løses ved å bruke strategier ettersom en strategi ikke eksisterer. I tillegg innebærer oppgaver som knyttes til nivået memorering en nøyaktig reproduksjon av tidligere lært materiale (Smith & Stein, 1998). Et eksempel på en slik oppgave kunne vært at eleven blir bedt om å reprodusere regelen for divisjon med brøk.

Fra vårt datamateriale klassifiserte vi ingen oppgaver til nivået memorering. Av de oppgavene vi kategoriserte på lave kognitive krav kunne alle knyttes til nivået prosedyrer uten sammenhenger ettersom oppgavene krevde mer enn at eleven skulle reprodusere tidligere lært materiale. Alle oppgavene krevde minimum at elevene skulle benytte en innlært prosedyre for å finne riktig svar på ferdigoppstilte oppgaver, ikke bare reprodusere en memorert regel, formel eller definisjon.

### 4.1.2 Prosedyrer uten sammenhenger

Oppgaver knyttet til nivået prosedyrer uten sammenhenger er oppgaver som er algoritmiske. Det er enten spesifisert eller det kommer tydelig frem hvilken prosedyre eleven må bruke for å løse oppgaven. Fokuset i denne type oppgaver ligger på å finne riktige svar i stedet for å utvikle matematisk forståelse og krever ingen forklaringer (Smith & Stein, 1998).

Eksemplene nedenfor (se figur 4.1, 4.2 og 4.3) er oppgaver som ble brukt av Siv, Elin og Tonje i undervisning og som vi klassifiserte som oppgaver knyttet til nivået prosedyrer uten sammenhenger.

**Oppgave 1**

$$\frac{1}{6} : \frac{1}{3} =$$

**Oppgave 2**

$$2\frac{1}{7} : \frac{3}{5} =$$

**Figur 4.1. Prosedyrer uten sammenhenger, oppgaver brukt av Siv**

**2.69** Regn ut. Forkort svaret så mye som mulig.

a) $4 : \frac{1}{4}$ b) $\frac{5}{6} : 3$ c) $3\frac{3}{8} : 2\frac{4}{5}$

**Figur 4.2. Prosedyrer uten sammenhenger, oppgaver brukt av Elin. Hentet fra Faktor 1. Grunnbok (Hjardar & Pedersen, 2006).**

**EKSEMPEL**

Regn ut: $\frac{3}{8} : \frac{9}{16}$

**LØSNING**

$\frac{3}{8} : \frac{9}{16} = \frac{3}{8} \cdot \frac{16}{9} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{8}}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{16}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$

Vi multipliserer med den omvendte brøken.
Vi forkorter før vi multipliserer.

**2.64** Regn ut.

**a)** $\frac{1}{5} : \frac{2}{3} =$ **b)** $\frac{3}{4} : \frac{4}{5} =$ **c)** $\frac{2}{7} : \frac{5}{6} =$ **d)** $\frac{2}{5} : \frac{1}{2} =$

**Figur 4.3. Prosedyrer uten sammenhenger, oppgaver brukt av Tonje. Hentet fra Grunntall 8 (Bakke & Bakke, 2015).**

Siv har delt inn oppgavene i eksemplet ovenfor i oppgave 1 og oppgave 2, noe vi da regnet som to oppgaver. Oppgave 2.69, som ble brukt av Elin, er delt inn i a), b) og c), og er regnet som tre oppgaver. Tilsvarende for oppgave 2.64 brukt av Tonje. Denne regnes som fire oppgaver ettersom den er delt inn i a), b), c) og d).

Oppgavene vist i figur 4.1, figur 4.2 og figur 4.3 er ferdigoppstilte stykker. Ingen av oppgavene er knyttet til noen konkret praktisk eller matematisk sammenheng, og det er tydelig for eleven hvilken prosedyre som må brukes. Eleven trenger ikke å forklare fremgangsmåten som brukes, men fokuset er på å finne riktig svar. I forkant av oppgavene Tonje bruker er det også vist et eksempel som er likt de påfølgende oppgavene. Her blir det vist en oppskrift på hvordan oppgavene kan løses, med forklaring på siden, som eleven kan bruke for å løse oppgaver som er påfallende like.

## 4.1.3 Prosedyrer med sammenhenger

Nivået prosedyrer med sammenhenger innebærer at oppgavene i større grad setter søkelys på å utvikle elevens forståelse for matematiske begrep og ideer ved hjelp av prosedyrer. Oppgavene på dette nivået fokuserer mindre på algoritmer, men foreslår eksplisitt eller implisitt strategier for å finne en løsning. De er ofte representert på ulike måter ettersom koblingen imellom representasjonene kan støtte utviklingen av mening og matematisk forståelse og samtidig krever en viss grad av kognitiv innsats (Smith & Stein, 1998).

Eksemplene på neste side (se figur 4.4, 4.5 og 4.6) er oppgaver som ble brukt av Siv, Elin og Tonje i undervisning og som vi klassifiserte som oppgaver knyttet til nivået prosedyrer med sammenhenger.

Figur 4.4 er et eksempel på en oppgave gitt av Siv. Oppgaven er knyttet til et konkret praktisk eksempel med trillebårlast og grus.

Tommy kjøper $5\frac{1}{2}$ m$^3$ med grus. Han skal trille det ut i hagen med en trillebår som rommer $\frac{1}{12}$ m$^3$. Hvor mange trillebårlass blir det?

**Figur 4.4. Prosedyrer med sammenhenger, oppgave brukt av Siv.**

I oppgaven skal eleven finne hvor mange trillebårlass det blir når han skal trille hele mengden grus han kjøpte til et annet sted. Oppgaven er derfor et eksempel på en oppgave der en kan tenke målingsdivisjon. Målingsdivisjon vektlegger antallet like deler man kan få om man deler en gitt mengde inn i like store deler (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). For å løse oppgaven vist i figur 4.4 må man ikke nødvendigvis bruke divisjonsalgoritmen. En annen måte man kan løse oppgaven på er ved å tenke at det per 1m$^3$ trengs 12 trillebårlass noe som da må tilsvare 60 trillebårlass på 5m$^3$ med grus. Siden det trengs 12 trillebårlass på 1 m$^3$ med grus må da $\frac{1}{2}$ m$^3$ med grus tilsvare 6 trillebårlass. Til sammen må Tommy trille 66 trillebårlass ut i hagen. Eleven kan vise denne fremgangsmåten på flere forskjellige måter. For eksempel ved å illustrere gjennom tegning eller regning, eller begge deler.

Det neste eksempelet er en oppgave brukt av både Elin og Tonje, se figur 4.5. Oppgaven er et praktisk eksempel hvor fire personer skal fordele en mengde brus likt mellom seg.

**2.71** Martin, Lotte, Sara og Herman skal dele brusen på bordet likt. Hvor mye får hver?

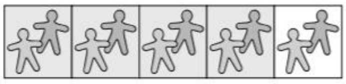

**Figur 4.5. Prosedyrer med sammenhenger, oppgave brukt av Elin og Tonje. Hentet fra Faktor 1. Grunnbok (Hjardar & Pedersen, 2006).**

Denne oppgaven er et eksempel på delingsdivisjon. Delingsdivisjon vektlegger mengden hver enkelt får tildelt hvis det deles likt mellom dem (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007) noe denne oppgaven er et eksempel på. For å finne en løsning på problemet skal man finne mengden brus Martin, Lotte, Sara og Herman får om de deler brusen likt mellom seg. For å løse denne oppgaven trenger ikke eleven nødvendigvis å bruke divisjonsalgoritmen. Eleven kan i stedet bruke tidligere lært kunnskap og gjøre om 1 L til 3 ($\frac{1}{3}$) L. Ved å gjøre om slik ser eleven at det er 4 ($\frac{1}{3}$) L som skal fordeles likt på personene og at hver person derfor må få $\frac{1}{3}$ L brus hver. Eleven kan fremstille denne fremgangsmåten både ved hjelp av regning og/eller tegning.

Eksemplet vist nedenfor (se figur 4.6) er en oppgave som ble brukt av Elin. Denne oppgaven er et praktisk eksempel hvor man skal dele en gitt mengde røde seigmenn mellom barn.

**I** I en skål var det røde og grønne seigmenn. $\frac{4}{5}$ av seigmennene var røde. Åtte barn delte alle de røde.

Hvor stor brøkdel av alle seigmennene fikk hver av dem?



**Figur 4.6. Prosedyrer med sammenhenger, oppgave brukt av Elin. Hentet fra Multi 5-7. Kopiperm (Alseth, Nordberg & Røsseland, 2006).**

I oppgaveteksten er det gitt at det i en skål befinner seg både røde og grønne seigmenn, hvor $\frac{4}{5}$ av seigmennene er røde. Seigmennene skal fordeles likt mellom 8 barn. Eleven skal finne ut hvor mange røde seigmenn hvert barn får om de deler likt mellom seg og er derfor et eksempel på delingsdivisjon. I tillegg til oppgaveteksten er det også inkludert et bilde av 10 seigmenn fordelt i 5 grupper, hvor 4 av gruppene har mørkere bakgrunn enn den siste. Bildet kan fungere som en hjelp for eleven når oppgaven skal løses. Denne oppgaven kan løses ved hjelp av divisjon med brøk, men eleven kan også bruke andre strategier for å finne en løsning. Eleven kan for eksempel kun bruke bildet av seigmennene for å finne at hvert barn vil få en seigmenn hver fra gruppene med mørk bakgrunn. Ved opptelling kan eleven da direkte se at en av disse seigmennene må tilsvare $\frac{1}{10}$ av hele mengden med seigmenn.

Figur 4.4, figur 4.5 og figur 4.6 er tekstoppgaver som krever en viss grad av kognitiv innsats i noe større grad enn oppgaver som klassifiseres under nivået prosedyrer uten sammenhenger. Oppgavene fokuserer mindre på algoritmer, men foreslår eksplisitt eller implisitt strategier for å finne en løsning. I og med at oppgavene er brukt i forbindelse med temaet divisjon med brøk er det liten tvil for eleven hvilken prosedyre som må brukes for å komme frem til en løsning, men eleven kan likevel ikke følge en prosedyre blindt. Eleven må selv tolke informasjon fra teksten og finne ut hva som skal divideres på hva om man ønsker å bruke divisjonsalgoritmen, eventuelt finne andre fremgangsmåter som også kan brukes for å løse oppgavene. Eleven vil derfor utvikle bedre forståelse av matematiske begrep og ideer gjennom prosedyren, noe som er et kjennetegn på oppgaver som hører til nivået prosedyrer med sammenhenger. Det siste eksemplet (se figur 4.6) inneholder også et bilde som illustrerer problemet beskrevet i oppgaveteksten og kan støtte utviklingen av mening og forståelse.

## 4.1.4 Matematisk tenkning

I nivået matematisk tenkning krever oppgavene at elevene må ta i bruk relevant forkunnskap og erfaringer, samtidig som elevene må finne en måte å bruke denne kunnskapen i arbeidet med å løse oppgaven. I denne type oppgaver er det ikke gitt fra oppgaveteksten hvilken prosedyre man skal bruke og de krever en kompleks og ikke-algoritmisk tenkning. Elevene må selv finne hvilke fremgangsmåter som kan være aktuelle, begrunne løsningsstrategier og vurdere om løsningen er riktig. De må utforske og utvikle forståelse for grunnleggende begrep, prosesser og relasjoner. Oppgaver knyttet til nivået matematisk tenkning stiller høye kognitive krav og kan derfor skape usikkerhet hos elevene på grunn av den store graden av uforutsigbarhet (Smith & Stein, 1998).

Vi kategoriserte flere oppgaver innenfor kategorien høye kognitive krav, men vi klassifiserte kun en oppgave innenfor nivået matematisk tenkning. Eksemplet nedenfor, brukt av Elin, viser denne oppgaven.

**6.** Gitt regnestykket:

$$5\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$$

**a)** Lag en regnefortelling som passer til regnestykket.

**Figur 4.7. Matematisk tenkning, oppgave brukt av Elin.**

Med utgangspunkt i eksemplet gitt i figur 2.8 og analyseverktøyet for kognitive krav i oppgaver (se tabell 3.1) valgte vi å definere denne oppgaven under nivået matematisk tenkning i stedet for prosedyrer med sammenhenger. Eleven må i oppgave 6a) selv lage en regnefortelling og må bruke forkunnskap for å lage et praktisk problem som passer til regnestykket. Eleven blir derfor utfordret til å ta i bruk relevant kunnskap og erfaring i arbeidet med å løse oppgaven i tillegg til at eleven må utforske og utvikle forståelse for grunnleggende begrep. Oppgaven krever kompleks ikke-algoritmisk tenkning i og med at det ikke er gitt av oppgaven en prosedyre man må bruke for å løse den. Denne prosessen stiller høye kognitive krav og kan skape usikkerhet hos eleven nettopp fordi de selv må utvikle et praktisk eksempel.

### 4.1.5 Eksempler på to oppgaver som var vanskelige å klassifisere

I forbindelse med klassifiseringen av oppgaver var vi i utgangspunktet usikker på om vi skulle klassifisere oppgavene som vist nedenfor (se figur 4.8) på nivået prosedyrer med sammenhenger eller på nivået matematisk tenkning. I oppgave 6a) skal eleven lage en regnefortelling fra et gitt regnestykke, mens i oppgave 6b) skal eleven løse oppgaven på to forskjellige måter, samtidig som eleven skal vise og begrunne hvorfor fremgangsmåtene blir riktige.

**6.** Gitt regnestykket:

$$5\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$$

**a)** Lag en regnefortelling som passer til regnestykket.
**b)** Løs oppgaven på to forskjellige måter. Vis og begrunn hvorfor fremgangsmåtene dine blir riktige.

**Figur 4.8. Oppgaver brukt av Elin.**

Som beskrevet i kapittel 4.1.4 valgte vi å klassifisere oppgave 6a) på nivået matematisk tenkning fordi vi mener den stiller høye kognitive krav til eleven og oppgaven krever at eleven tar i bruk relevant kunnskap og erfaringer i arbeidet med å løse den. I tillegg krever oppgave 6a) at eleven må utforske og utvikle forståelse for grunnleggende matematiske prosesser og relasjoner.

I oppgave 6b) utfordres eleven til å løse regnestykket på to forskjellige måter samtidig som det kreves at eleven skal vise og begrunne hvorfor fremgangsmåtene blir riktige. Her er det ikke gitt hvilke prosedyrer eleven skal bruke og eleven må selv finne hvilke fremgangsmåter som kan være aktuelle. Eleven kan velge å bruke divisjonsalgoritmen som en fremgangsmåte, men kan ikke bruke denne ukritisk da eleven også må vise og begrunne hvorfor fremgangsmåten blir riktig. Eleven kan derfor utvikle sin forståelse av matematiske begrep og ideer ved hjelp av prosedyrene som velges for å løse regnestykket.

Med utgangspunkt i analyseverktøyet for kognitive krav i oppgaver (se tabell 3.1) vil punktene nevnt så langt klassifisere oppgaven til nivået prosedyrer med sammenhenger. I forbindelse med nivået matematisk tenkning krever oppgaver på dette nivået at eleven må analysere oppgaven og selv finne hvilke fremgangsmåter som kan være aktuelle, begrunne mulige løsningsstrategier og vurdere løsningen. Selv om oppgaven oppfyller et av kravene under matematisk tenkning (se tabell 3.1) så oppfyller oppgaven flere krav innenfor nivået prosedyrer med sammenhenger og vi klassifiserte den derfor på dette nivået.

## 4.2 Resultat fra analyseprosess av oppgaver

I tabellen nedenfor er resultatet fra analysen av oppgavene vist. Alle oppgavene som ble brukt av de tre lærerne ble analysert på samme måte som beskrevet i kapittel 4.1 og dette arbeidet resulterte i den samlede oversikten som er vist i tabell 4.1. I tabellen presenteres en systematisk oversikt over oppgavene som ble brukt av Siv, Elin og Tonje i temaet divisjon med brøk fordelt etter kognitive krav. Til høyre i tabellen ligger også en total oversikt over det samlede antallet oppgaver og fordeling i prosent.

| Kognitive krav | Siv | | Elin | | Tonje | | Totalt | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Antall | Prosent | Antall | Prosent | Antall | Prosent | Antall | Prosent |
| Memorering | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Prosedyrer uten sammenhenger | 10 | 77 % | 17 | 42 % | 25 | 74 % | 52 | 59 % |
| Prosedyrer med sammenhenger | 3 | 23 % | 23 | 56 % | 9 | 26 % | 35 | 40 % |
| Matematisk tenkning | 0 | 0 | 1 | 2 % | 0 | 0 | 1 | 1 % |
| Totalt antall oppgaver | 13 | | 41 | | 34 | | 88 | |

**Tabell 4.1. Oppgaver brukt i temaet divisjon med brøk fordelt etter kognitive krav.**

Fra tabell 4.1 ser vi at Siv har brukt 13 oppgaver totalt. Vi kategoriserte 10 av disse oppgavene på nivået prosedyrer uten sammenhenger og 3 på nivået prosedyrer med sammenhenger. Elin på sin side brukte en større andel oppgaver i arbeidet med divisjon med brøk, totalt 41. 17 av hennes oppgaver klassifiserte vi på nivået prosedyrer uten sammenhenger, 23 på nivået prosedyrer med sammenhenger og 1 oppgave på det høyeste nivået, matematisk tenkning. Av Tonje sine 34 oppgaver klassifiserte vi 25 oppgaver på nivået prosedyrer uten sammenhenger og 9 oppgaver på nivået prosedyrer med sammenhenger. Lengst til høyre i tabell 4.1 vises en samlet oversikt. Totalt brukte de tre lærerne 88 oppgaver, hvorav 52 oppgaver på nivået prosedyrer uten sammenhenger, 35 oppgaver på nivået prosedyrer med sammenhenger og 1 oppgave på nivået matematisk tenkning Totalt ble da 59% av oppgavene kategorisert på lave kognitive krav og 41% på høye kognitive krav.

Av tabell 4.1 ser vi tydelig at det i hovedsak er to nivå som er representert i det innsamlede datamaterialet, prosedyrer uten sammenhenger og prosedyrer med sammenhenger. Prosedyrer uten sammenhenger knyttes til kategorien lave kognitive krav, men oppgaver som er klassifisert under nivået prosedyrer med sammenhenger knyttes til kategorien høye kognitive krav. 52 av totalt 88 oppgaver brukt av de tre lærerne ble klassifisert på nivået prosedyrer uten sammenhenger, tilsvarende 59%. 35 oppgaver av totalt 88 ble klassifisert på nivået prosedyrer med sammenhenger, tilsvarende 40%. 99% av den totale mengden oppgaver lærerne brukte til sammen finner man innenfor disse to nivåene. Oppgaver på nivået prosedyrer uten sammenhenger er svært tydelige på hvilken prosedyre eleven må bruke, enten ved at det er oppgitt spesifikt eller at det er tydelig fra tidligere undervisning eller erfaring. Denne type oppgaver er vektlegger bruk av algoritmer og fokuset er på å produsere riktige svar i stedet for å utvikle matematisk forståelse. Oppgavene krever ingen forklaringer, eller forklaringene fokuserer på å beskrive prosedyren som skal brukes. Oppgaver på nivået prosedyrer med sammenhenger krever en større kognitiv innsats av eleven. Man kan bruke generelle prosedyrer, men prosedyrene kan ikke følges blindt. Denne typen oppgaver er ofte representert på ulike måter, for eksempel kan det brukes diagrammer, konkreter og symboler, ettersom bruk av ulike representasjoner kan støtte utviklingen av begrepsmessig forståelse. Oppgavene fokuserer på å utvikle bedre forståelse av matematiske begrep og ideer ved hjelp av prosedyrer.

I analysen fant vi ingen oppgaver som kunne klassifiseres på nivået memorering, så både antall og prosent er oppgitt som 0 i tabell 4.1. Av de oppgavene vi klassifiserte på lave kognitive krav, ble alle knyttet til nivået prosedyrer uten sammenhenger fordi oppgavene krevde mer enn å kun reprodusere tidligere memorerte fakta, regler, formler eller definisjoner. Ingen av oppgavene vi analyserte innebar nøyaktig reproduksjon av tidligere lært materiale. Oppgavene vi klassifiserte på lave kognitive krav var alle algoritmiske, det var tydelig fra tidligere undervisning eller erfaring hvilken prosedyre man må benytte for å løse oppgavene. Fokuset i oppgavene var på å finne riktig løsning og de krevde ingen begrunnelser for valg av prosedyre.

Vi ser og fra tabell 4.1 at vi kun klassifiserte en oppgave på høyeste kognitive nivå, matematisk tenkning. Denne oppgaven skilte seg fra resten av oppgavene ved at den stiller høyere kognitive krav fordi det ikke er gitt av oppgaveteksten hvilken prosedyre eleven skal benytte for å løse oppgaven. Eleven må selv lage et praktisk problem knyttet til et gitt regnestykke og må derfor ta i bruk relevant kunnskap og erfaringer i arbeidet med å utvikle regnefortellingen. I resten av oppgavene vi klassifiserte på høye kognitive krav kunne elevene i større grad bruke generelle prosedyrer, selv om de ikke kunne bruke prosedyrene blindt. Oppgavene krevde mindre kognitiv innsats enn oppgaven som ble klassifisert til nivået matematisk tenkning.

Fra tabell 4.1 kommer det frem en tydelig forskjell på nivåfordelingen av oppgavene som ble gitt av Siv og Tonje, kontra Elin. Både Siv og Tonje hadde en større andel oppgaver som ble knyttet til lave kognitive krav enn hva Elin hadde. Siv brukte 13 oppgaver totalt i temaet divisjon med brøk, hvorav 10 av disse oppgavene ble klassifisert innenfor nivået prosedyrer uten sammenhenger. 77% av oppgavene hun brukte ble klassifisert på lave kognitive krav. Siv brukte ingen lærebok og la ut de oppgavene hun ønsket å bruke på OneNote til elevene. Hun opprettet ulike oppgavebanker innenfor temaet brøk, og en av oppgavebankene var knyttet til temaet divisjon med brøk. I denne oppgavebanken fant man 13 oppgaver som hun hadde utarbeidet selv. Av disse 13 oppgavene var 10 ferdigoppstilte stykker og ble klassifisert til nivået prosedyrer uten sammenhenger. Tonje brukte totalt 34 oppgaver. 25 av 34 oppgaver ble klassifisert på nivået prosedyrer uten sammenhenger, tilsvarende 74%. 9 av oppgavene, tilsvarende 26%, ble klassifisert på nivået prosedyrer med sammenhenger. 74% av oppgavene hun brukte ble klassifisert innenfor nivået lave kognitive krav og 26% ble klassifisert innenfor nivået høye kognitive krav. Tonje brukte i hovedsak oppgaver hentet fra læreverket Faktor 1, i tillegg til fire oppgaver hun hadde utviklet selv. De fire oppgavene Tonje lagde selv var alle ferdigoppstilte stykker, som ble klassifisert på nivået prosedyrer uten sammenhenger. Elin, den siste læreren, brukte 41 oppgaver totalt, hvorav 23 av disse ble klassifisert innenfor nivået prosedyrer med sammenhenger. Elin, som var den læreren som brukte flest oppgaver knyttet til nivået prosedyrer med sammenhenger, var også den læreren som hadde brukt oppgaven vi klassifiserte innenfor det høyeste kognitive nivået, matematisk tenkning. 58% av oppgavene hun brukte ble klassifisert innenfor nivået høye kognitive krav, mens 42% ble kategorisert innenfor nivået lave kognitive krav. Elin hentet oppgaver fra to ulike læreverk, Faktor 1 og Grunntall, i tillegg til at hun supplerte med oppgaver fra Multi 5-7 – kopiperm og selvlagde oppgaver.

## 4.3 Analyseprosess av intervju

I dette kapittelet skal vi analysere intervjuene etter SDI-modellen som er beskrevet i kapittel 3.3.2. SDI-modellen er et analyseverktøy man kan bruke for å redusere og kategorisere innsamlet data. Gjennom denne analysen vil vi se om funnene kan svare på underspørsmålet: *Hvordan legger læreren til rette for ulike elevers behov i klasserommet i arbeidet med kognitive utfordringer?* For å finne svar på spørsmålet, spurte vi informantene spørsmål som handlet om undervisning, hvordan de tenker når de planlegger for å treffe alle elever i undervisningen og hvordan de plukker ut oppgaver de benytter (vedlegg 3).

Først i dette kapittelet presenteres analysen av intervjuene som førte frem til kategoriene som ga svar på spørsmålet som nevnt over. I neste del av kapittelet utdyper vi hver enkelt kategori med sitater fra informantene. Det vil under hver kategori bli trukket frem uttalelser fra informanten som viser våre funn, slik at informantens stemme kommer mest mulig frem.

I første del av analyseprosessen ble alle utsagn i intervjuene kodet. Vi gikk inn i transkripsjonen av intervjuene og noterte våre empiriske koder i margen. Kodene er hentet direkte fra informantens utsagn, slik at informantens stemme kommer mest mulig frem. I tabell 4.2 vises et eksempel på hvordan vi valgte å kode intervjuene. Vi valgte å lage empirinære koder for at kodene kan relateres til det datamaterialet vi samlet inn gjennom intervjuene. Eksempelet i tabell 4.2 på neste side er et bilde på hvordan vi jobbet med det transkriberte datamaterialet. Vi valgte å lage empirinære koder for så igjen å gruppere disse kodene.

| Nr | Intervju | Koding |
| --- | --- | --- |
| 8 | Hvis man skal tenke tilpassa opplæring til det ekstreme burde jo alle ha hvert sitt, men det er jo en utopi. Tilpassa opplæring tenker jeg at enhver skal oppleve mestring og at en tilpasser både innlæring, metode og omfang og vanskelighetsgrad egentlig. Men jeg lager ikke det til den og det til den, men tenker at jeg tilpasser med at gjennom åpne oppgaver sånn at alle kan ha en grei innfallsvinkel da. Og så kan man heller løfte opp. Jeg tenker at man begynner på «scratch» på et eller annet og så løfter man opp hvor langt man kommer med de ulikes... Sånn tenker nå iallfall jeg. | Oppleve mestring, innlæring, metode og omfang<br><br>Åpne oppgaver |
| 9 | Nei, jeg tenker jo litt sånn i forhold til det vi har lært på studiet. Sånn med Shulman.. Lærers kompetanse. Jeg tenker veldig mye i forkant. Tempo tenker jeg er tilpasset opplæring. At jeg tilpasser hvor elevene er. Jeg går ikke videre og videre.. Jeg planlegger ei litt lengre økt og så ser jeg hvor langt jeg kommer. Og så fortsetter jeg der jeg slapp forrige gang. Jeg har ikke noe mål om at jeg må bli ferdig. Det lar jeg elevene sin progresjon styre. Så det føler jeg er tilpassa. Og så tenker jeg litt på hvilke eksempler... | Lærers kompetanse<br><br>Planlegge lengre enn ei økt<br><br>Progresjonen til elevene styrer |
| 10 | Bruker mye forskjellige representasjoner. Det tenker jeg og er tilpasning. At man viser både med tall og tegning og ulike strategier og ulike fremgangsmåter. Så jeg tenker vel mye mer sånn på hvordan jeg skal gjøre det og hva prosessen og så tenker jeg at timen viser meg litt hvor vi havner. Åpen for elevenes innspill. Prøver jo å styre mye med elevsamtaler og at elevene styrer hvor vi skal og inviterer | Forskjellige representasjoner – tilpasning<br><br>Elevenes innspill<br><br>Elevene styrer retning |

**Tabell 4.2. Første koding av intervjuene.**

Tabell 4.2 viser hvordan alle kodene så ut i det transkriberte dokumentet, før vi systematiserte alle kodene inn i ett skjema, som vist i tabell 4.3. Kodene ble notert ned i den rekkefølgen vi hadde de i det transkriberte dokumentet. Alle kodene stod fortløpende fra intervjuene. Videre fargesatte vi de ulike kodene som vi mente hadde samme innhold, men var uttrykt på ulik måte. I tabell 4.3, se neste side, er et utvalg av fargekoder som ble benyttet i prosessen. Vi fargesatte alle de empirinære kodene slik at vi videre kunne få satt de sammen til kodesett.

| Nr | Koding |
|---|---|
| 8 | Oppleve mestring, innlæring, metode og omfang<br><br>Åpne oppgaver |
| 9 | Lærers kompetanse<br><br>Planlegge lengre enn ei økt<br><br>Progresjonen til elevene styrer |
| 10 | Forskjellige representasjoner – tilpasning<br><br>Elevenes innspill<br><br>Elevene styrer retning |
| 35 | Tavle oppgaver<br><br>Sterke og svake bidrar, læringspartner<br><br>Prøve seg selv |

**Tabell 4.3. Kodene samlet fra intervjuene.**

Etter at vi hadde fargesatt alle kodene, vist i tabell 4.3, kunne vi samle alle kodene med lik farge i en boks. I tabell 4.4, se neste side, vises et eksempel på hvordan dokumentet så ut med de empirinære kodene satt sammen til kodesett.

| |
|---|
| oppgavene vi går gjennom felles eller har samtaler om, skal gi di såpass mye innsikt<br><br>Variasjon av undervisningsmåte og oppgave<br><br>Opplegg passe alle uansett nivå<br><br>Ulike måter å jobbe på – alene, sammen, spill, praktisk<br><br>har en klasse som jeg må være mest mulig kreativ, for jeg (små ler)..jeg har liksom en tanke om..tror elevene fort kan kjede seg, |
| Åpne oppgaver<br><br>Kjenne seg igjen, naturlig kontekst<br><br>Mengdetrening<br><br>Lage oppgaver med mening |

**Tabell 4.4. Eksempel på en del av et kodesett.**

Gjennom kodeprosessen og samling av koder til kodesett som tabell 4.4 viser, reduserte vi datamaterialet betraktelig. Det ga oss lettere tilgang til å se hva som var relevant for spørsmålet vi ønsket å finne svar på: *Hvordan legger læreren til rette for ulike elevers behov i klasserommet i arbeidet med kognitive utfordringer?* Gjennom koding og gruppering av kodene endte vi opp med kodegrupperinger som var relevante for vår forskning.

| | |
|---|---|
| Kobles på med starter oppgave<br><br>oppgavene vi går gjennom felles eller har samtaler om, skal gi di såpass mye innsikt<br><br>Variasjon av undervisningsmåte og oppgave<br><br>Opplegg passe alle uansett nivå<br><br>Ulike måter å jobbe på – alene, sammen, spill, praktisk<br><br>har en klasse som jeg må være mest mulig kreativ, for jeg (små ler)..jeg har liksom en tanke om..tror elevene fort kan kjede seg, | variasjon |
| Åpne oppgaver<br><br>Kjenne seg igjen, naturlig kontekst<br><br>Mengdetrening<br><br>Lage oppgaver med mening<br><br>Problemløsningsoppgaver<br><br>Tekstoppgaver, eksamensoppgaver<br><br>Prioriterer utvalget | Differensiering/oppgaver |

**Tabell 4.5. Fra kodesett til kategorisering.**

I tabell 4.5 ser vi et utdrag fra kategoriseringen. Til venstre vises et eksempel på en liten del av et kodesett som består av de empirinære kodene fra datamaterialet. Kodene er hentet direkte fra informantens uttalelser i intervjuene, slik at informantens stemme blir hørt. Kodesettet er satt sammen av koder fra alle intervjuene. De empirinære kodene som handler om det samme, men bare uttalt på ulike måter er satt i samme boks. Videre i tabell 4.5 ser vi til høyre de kategoriene vi satt ut fra innholdet i kodesettene våre. Kategoriene har vi satt ut ifra at vi har funnet et samlet begrep som forteller hva kodesettet handler om (se vedlegg 5).

Enkelte av utsagnene fra informantene ble kategorisert som ikke relevant for vår forskning og disse ble satt i gruppe kalt irrelevant. Tabell 4.6 viser et lite utdrag av kodesett som var irrelevant.

| | |
|---|---|
| planlegger ei litt lengre økt og så ser jeg hvor langt jeg kommer<br><br>elevene sin progresjon styre.<br><br>man et mål. Og så tenker jeg at målet blir å komme seg fra begynnelse til slutt<br><br>en måte trekke tilbake til undersøke...både ehh...kartleggeren og nasjonale prøve | irrelevant |

**Tabell 4.6. Eksempler på irrelevante koder.**

## 4.4 Resultat fra analyseprosess av intervju

Etter gjennomgang av alle kategoriene, satt vi igjen med fire kategorier som svarte på underspørsmålet: *Hvordan legger læreren til rette for ulike elevers behov i klasserommet i arbeidet med kognitive utfordringer?*

De fire kategoriene var:

- Variasjon
- Differensiering - oppgaver
- Differensiering - læring og forståelse
- Samarbeid

Videre vil vi gå ytterligere inn på de ulike kategoriene med sitater fra informantene, slik at informantens stemme blir hørt, og vi viser at disse fire kategoriene svarer på vårt underspørsmål.

### 4.4.1 Variasjon

Innenfor kategorien variasjon finner vi mange utsagn fra lærerne som belyser begrepet på ulikt vis. Lærerne uttrykker at variasjon handler om ulike arbeidsmåter, ulike oppdrag til elevene gjennom timen og at elevene skal lære varierte representasjoner som kan brukes på oppgaver. Elin og Tonje forteller om at timene bør være varierte slik at det de formidler og det de ønsker at elevene skal lære, når ut til alle elevene.

> Elin: Jeg tenker at elevene skal være på så mye som mulig, sånn at de ulike delene ikke skal være for lenge for å holde konsentrasjonen deres oppe. Jeg, atte, ulike elever mestrer ulike måter å jobbe på i matematikken derfor tenker jeg det er viktig å ha variert undervisning slik at alle opplever at det er noe de liker og mestrer i løpet av en time.

Elin uttrykker at variasjon er viktig for at elevene skal holde konsentrasjonen oppe. Hun uttrykker også at ulike elever mestrer på ulike måter, slik at undervisningen må være lagt opp slik at elevene opplever mestring i løpet av timen. Ser vi på sitatet under av Tonje så ser hun på variasjonen på lik måte som Elin. Tonje har en mer detaljert beskrivelse når hun trekker frem hva hun ser på som viktig i sine timer.

> Tonje: En kan sitte og jobbe helt alene, arbeidstime, kan ha tavleundervisning, vi kan gå ut og gjere forsøk, vi kan bygge, prøve å ha kahoot eller konkurranser, heads and tails, bingo (…) og stasjoner.

Utsagnet fra Tonje viser at hun er opptatt av variasjon i undervisningen og at hun tar i bruk mange forskjellige arbeidsmetoder.

Gjennom utsagnene fra Elin og Tonje vises det at begge er opptatt av ulike læringsstiler, og at de har fokus på at alle individene lærer på ulike måter. De viser at innenfor en periode, er de opptatt av at de varierer sine metoder.

Siv sier ikke mye om hvordan hun varierer selve undervisningen, men har mer fokus på at elevene skal få variasjon i hvordan de skal kunne vise svaret og løsningen på oppgaven. Det som handler om å kunne benytte ulike representasjoner.

> Siv: Jeg tenker at alt kan jo bare bli enda bedre. Men jeg har iallfall tru på at de kan se andre måter å lære seg ulike representasjoner. Hvordan vil det se ut. Altså hva er egentlig situasjonen. Lære opp, tegne opp, oversette litt teksten. Mange er jo svake lesere og sant. At man da kan gi dem noen verktøy på den måten. Og at de når som helst kan tegne opp situasjonen.

Siv viser her at hun er opptatt av at elevene får variasjon i hvordan de kan bruke ulike representasjoner når de skal vise hva situasjonen i oppgaven er. Hun viser da at hun har variasjon i hvordan de møter på oppgaver fra henne. Senere i kapittelet så ser vi også at hun bruker variasjon i representasjoner, slik at elevene skal kunne lære på ulike måter.

### 4.4.2 Differensiering – oppgaver

Ingen lærere nevnte eksplisitt begrepet differensiering, men ved å gå inn på det de sier om tilretteleggingen de gjør i undervisning, og det de nevner om tilpasset opplæring, så får vi frem deres tilpasninger. De nevner gjentatte ganger hvordan de kan gjennomføre tilpasset opplæring gjennom oppgavene de gir i klasserommet. De nevner at de har oppgaver som alle kan løse, mens de har ekstra oppgaver til sterkere elever og trekker fra oppgaver til elever som er svake. Siv uttaler at hun gir elevene en oppgavebank bestående av oppgaver på ulike nivå i de ulike emnene de har holdt på med den siste tiden under temaet brøk.

> Siv sier:.. så nå har jeg laget masse oppgaver på alle deltemaene på brøk så hvis noen sliter med omgjøring fra blanda tall til uekte brøk så får de en oppgavebank. En med sammenligne verdi, jeg har laget en bank med addisjon og subtraksjon med lik nevner, likedan med ulik nevner, en bank med ganging av brøk og enn bank med deling med brøk, tekstoppgaver har jeg laget en bank, eksamensoppgaver så jeg har laget åtte forskjellige banker som alle jobber med på sitt nivå i samarbeid med meg da, de neste tre timene. Tar litt stoppunkt på det da.

Som vi ser så lager Siv mange oppgaver på ulike tema, slik at hun styrer hvilken type oppgaver elevene tildeles, slik at de kan jobbe på sitt nivå. Hun har da god mulighet til å tilrettelegge for elevene, slik at de opplever mestring og får mulighet til å få jobbet med ulike tema. Gjennom at hun gir oppgaver på ulike nivå, viser det at Siv har fokus på differensiering.

Som vi ser videre så viser Siv også til at hun tildeler oppgaver, ved å plukke ut og gi ulike oppgaver til ulike elever. Her viser hun da at hun ved nivådeling gir differensiering i oppgavene hun gir til de ulike elevene.

> Siv: Så tenker jeg de svakeste plukker jeg også bort fra de som synes det er veldig vanskelig. Da prioriterer jeg at de skal lære seg addisjon og subtraksjon fremfor ganging og deling for da tenker jeg at de ikke er klar for det enda, det er ikke sikkert at alle skal lære alle heller, an hende de svakeste skal stoppe der. Rydde litt for dem.

Siv plukker ut og hjelper med tilrettelegging til elever som trenger en ekstra tilpasning for at de skal få jobbet godt med deler av temaet og oppleve mestring. Videre ser vi at Elin er opptatt av ulike type oppgaver. Elin uttrykker at hun synes oppgavene i bøkene fort kan bli ensformige. Ser vi dette i sammenheng med det Elin sa om variasjon i undervisning, så forteller hun også her at hun er opptatt av at elevene møter ulike utfordringer i oppgavene slik at de skal lære det de gjør. Som Elin uttaler her:

> Elin: Det er ganske stor variasjon i oppgavene, det er noen elever som har behov for mye mengdetrening for at det skal sitte, så det var noen oppgaver som lignet mye på de de gjorde i boka, så er det også mer utfordrende oppgaver eller problemløsningsoppgaver for elever som ønsker å utfordre seg selv eller som trenger litt mer variasjon. Også mener jeg at det læreverket vi har nå er det mange like oppgaver... og derfor supplerer jeg ofte med oppgaver som er litt annerledes lagt opp enn de som er i boka…f.eks. brøkpyramider, tekstoppgaver osv..

Elin uttaler her at oppgavene må ha variasjon og ulike utfordringer, slik at alle elevene får tilrettelagt oppgaver til deres behov. Hun sier også at hennes tilrettelegging er å ikke bare benytte læreverket de benytter, for hun opplever for lite variasjon i oppgavene. Hun ønsker at elevene skal møte på ulike oppgaver, og at hun derfor må finne andre type oppgaver til elevene, slik at de får den variasjonen. Ser vi videre så er Tonje opptatt av at alle elevene skal jobbe med samme emnet, og hun viser til at differensiering ikke bare er i antall oppgaver, men også i oppgavetype. Tonje uttaler «*Jeg tenker at de skal holde på med det samme emnet, også tenker jeg at jeg har forskjellige oppgaver om emnet ut ifra nivå de er på*». Som vi ser på utsagnet til Tonje, så viser hun her at elevene skal møte på ulike oppgaver i samme emnet, men at de også skal ha ulikt nivå.

Ser vi på utsagnene fra alle lærerne over når det kommer til differensiering i oppgaver, så differensierer de i antall oppgaver og i type oppgaver. Lærerne tenker at oppgavene skal være utfordrende og motiverende, elevene skal kunne utfordre seg, men også ha mengdetrening. Lærerne har også fokus på at elevene kan variere hvilket nivå på oppgavene de ønsker å jobbe på.

### 4.4.3 Differensiering – læring og forståelse

Som vi også skrev under variasjon, så var Siv, Elin og Tonje opptatt av å tilpasse undervisningen. Når vi ser på at de ønsket å tilpasse undervisningen, gjelder ikke det bare i forhold til motivasjon for elevene, men også for læringen. Fokus hele veien er at elevene skal lære og forstå det de holder på med. Forståelsen til elevene er nært knyttet mot elevenes kompetanse i faget. En viktig del av forståelsen er at elevene klarer å se sammenheng mellom ulike representasjoner, og at eleven forstår hvorfor divisjonsalgoritmen fungerer. I temaet brøk delt på brøk, så er det en divisjonsalgoritme som sier: «Snu bakerste brøk og multipliserer teller med teller og nevner med nevner». Når det kom til forståelse, så svarte Siv slik:

> Siv: For å bare presentere regelen synes jeg gir ingen mening. Og så er det noe med at det er første gangen de ser å dele med en brøk så jeg var veldig opptatt av at de skulle skjønne hva den delingen betyr i utgangspunktet.

Siv viser her at hun ikke ønsker å presentere en regel og algoritme, men at hun ser alt i sammenheng med å kunne forstå hva egentlig deling i seg selv betyr. Hun vil knytte tidligere kunnskap hos elevene med den nye kunnskapen som skal læres. Neste utsagn fra Siv viser også hvordan hun tenker rundt at elevene skal få en forståelse av det de gjør.

> Siv: Går litt sånn spiral da... Litt fram og så går du litt tilbake for hvor var vi hen sist, se sammenhengen, at det ikke bare blir bruddstykker. Og det er jo og litt sånn for at det ikke alltid vi kommer dit vi har tenkt, men det er jo noe med å holde tråden på der vi har vært.

I utsagnet over fra Siv så kan en se at hun har fokus på det de har lært tidligere. Hun ønsker å bygge videre på det de kan fra før, slik at de kan se sammenheng i stoffet. Hun ønsker ikke at elevene skal oppfatte emnene i faget matematikk som enkeltstående, men at de skal se de i en sammenheng. Hun vil ikke gå for raskt frem, slik at elevenes kunnskap fra tidligere er med på å styre hvor langt hun kommer for hver økt. Det å kunne videreføre tidligere kunnskap og den nye kunnskapen til noe nytt er en viktig del for å jobbe med forståelsen. Det Elin trekker frem i intervjuet er:

> Elin: jeg tenker det er viktig at elevene klarer å overføre det de har lært til noe nytt ehh..uten at de nødvendigvis har møtt på akkurat den type oppgave før, så tenker jeg viktig del av matematikken er at de har forståelse og klarer å overføre det til noe nytt.

Elin uttrykker at det er viktig at de klarer å overføre det de lærer til noe nytt, da gjelder det å arbeide med forståelsen. Har ikke elevene forståelsen på plass, vil det være vanskelig for elevene å overføre kunnskapen til et nytt problem som de ikke nødvendigvis har møtt på tidligere.

I forbindelse med differensiering kan en også knytte inn begrepet læring. Siv og Tonje viser at de har stort fokus på at elevene lærer på ulike måter og at det var viktig å vise elevene ulike representasjoner av oppgavene de tok opp på tavla. Denne måten å vise oppgaver på gjør at en kan få elevene til å koble på kjent stoff fra tidligere, så det blir meningsfullt. Siv og Tonje illustrer godt i sine utsagn at de jobber med hvordan læringen skal skje, slik at elevene til slutt sitter igjen med en forståelse. Siv sier: «*Bruker mye forskjellige representasjoner. Det tenker jeg og er tilpasning. At man viser både med tall og tegning og ulike strategier og ulike fremgangsmåter*». Her viser Siv at hun bruker ulike representasjoner, fordi hun mener det er tilpasning som gjør at hun når flere elever. Ser vi på utsaget fra Tonje, så sier hun også det med å bruke ulike representasjoner i læringsprosessen til elevene. Tonje: «*det er mulighet til å bruke konkretisering eller hvis det er muligheter til å gjøre noe som de kan forholde seg til, dagliglivet. Så gjør jeg det*». Ser vi gjennom Tonje sitt utsagn så er hun opptatt med å bruke konkretisering når hun kan, noe som gjør at elevene kan kjenne noe igjen fra dagliglivet. Representasjonen blir ikke bare noe som er matematikk, men noe de kan relatere til det kjente for elevene. Gjennom dette kan elevene få en forståelse for hva som skjer når rammene er mer kjent.

### 4.4.4 Samarbeid

I intervjuene til alle tre lærerne kommer det frem at de benytter samarbeid i sin undervisning. De lar elevene jobbe med oppgaver sammen, eller de arbeider i prosessen for å komme frem til hvordan det virkelig foregår at de skal dele brøk delt på brøk. Alle de tre lærerne viser ulike måter de benytter samarbeid på i arbeidet med læringen.

> Siv forteller: De må jo trenes på og snakke og dele tankene, det er vanskelig å sette ord på tankene sine. Men kanskje en elev begynner å tenke en tanke som de andre kan få inspirasjon fra. Det er litt sånn sammen blir vi bedre.

Her uttaler Siv det på en fin måte, at elevene må trene på å prate. De må lære seg å sette ord på tankene sine, ved å dele til medelever. Gjennom samarbeid her legger hun til rette for at alle kan delta, enten ved å dele sine tanker eller få inspirasjon fra andre, ta lærdom av de andre elevene. Elin bruker samarbeid når hun i utgangspunktet benytter tavleundervisning, slik at alle elevene skal kunne delta.

> Elin sier: Oppgavene jeg går gjennom på tavla skal være såpass lette at de fleste elevene klarer å forstå det vi går gjennom. Og….(mye latter)…og så tenker jeg også at både sterke og svake elever skal få mulighet til å bidra, derfor bruker jeg mye av læringspartner.

Som vi ser av Elin sitt utsagn, så bruker hun lette oppgaver som hun gjennomgår slik at alle elevene kan bidra samme om du er en sterk eller svak elev. Videre sier hun at hun benytter læringspartnere, slik at elevene kan hjelpe hverandre og alle kan føle de deltar og bidrar i klasserommet. Det vil ikke være noen som jobber alene, og læringspartnerne jobber sammen om å finne en løsning på oppgaven hun gir på tavla. Samarbeidet hun benytter her gjør at alle bidrar.

Tonje benytter også samarbeid, men på litt annen måte enn hva Elin gjør. Tonje viser til at hun lar de elevene som er på nokså likt nivå jobbe sammen, slik at de kan hjelpe hverandre.

> Tonje forteller: Kanskje sette de i gruppe, hvert fall de som er faglig flinke, kanskje går ut av klasserommet, når de sitter i gruppe sammen har de mulighet til å hjelpe hverandre også har jeg i klasserommet de som jeg, har behov for hjelp og de får ofte sitte sammen men noen som kanskje … Som de kan hjelpe hverandre

Tonje forteller at hun benytter mye grupper når de skal arbeide, slik at elevene kan lære av hverandre. Gjennom denne måten å la elevene jobbe på får hun frigjort mer tid til å hjelpe de elevene som har mer behov for tilrettelegging og hjelp. Hun snakker da om at elevene kan hjelpe hverandre både med oppgaver det de skal lære siden de går ut av klasserommet og har bare hverandre.

## 4.5 Lærernes forståelse av «ulike elevers behov»

Funnene vi har tatt for oss over viser at tankene til lærerne har vært å ha alle elevers behov i tankene for undervisningen. Alle lærere har i sitt klasserom elever med ulike behov. Det kom frem når lærerne presenterte seg og sin elevgruppe i starten av intervjuet. «Ulike elevers behov» er ikke et konkret begrep, så det vil ikke finnes en eksakt definisjon på hva det betyr. Derfor ville vi høre hva lærerne la i utsagnet. Lærerne fikk spørsmålet: *Hva forbinder du med utsagnet «ulike elevers behov»?.* Spørsmålet ble stilt noen uker etter at vi hadde gjennomført intervjuet.

Svarene fikk vi tilsendt på e-post fra lærerne, og vi så at alle lærerne har fokus på tilpasset opplæring.

> Siv svarte: Veldig omfattende, elevers ulike behov handler jo egentlig om alt - tilpasset opplæring, hvilke oppgaver, hvordan innlæringen skal foregå, hvordan variere, hvordan jobbe, individuelt, samarbeid, og med hvem. Tenker jo litt på Shulmans modell for lærers kompetanse og feltet hvor lærer må vite mye om elevers ulike behov i sin planlegging. Dette krever jo stor faglig kompetanse, at du kjenner elevene dine godt og ikke minst at du

> evner og har et ønske og vilje til å legge ned det arbeidet som kreves for å ivareta den enkeltes behov i størst mulig grad.

I uttalelsen fra Siv ser vi at hun tenker både på elevene og lærerne sin planlegging. Hun trekker linjer tilbake til lærerne sin kompetanse for å kunne nå alle elever. Hun mener at å gjennomføre tilpasset opplæring krever stor faglig kompetanse på mange områder, ikke bare selve undervisningen. Videre så vi på Elin sitt svar.

> Elin sa: At elever har ulike behov med tanke på det faglige, det sosiale og det strukturelle. Det er et stort spenn i faglig kompetanse, elever har ulike sosiale behov og rammene passer også ulike elever, det strukturelle så går det på konsentrasjon.

I svaret fra Elin kommer det frem at hun ikke har fokus på lærerne, men på elevene. I utsagnet «ulike behov» legger hun vekt på det faglige og på andre faktorer som påvirker hvilke behov elevene har i klasserommet ved siden av de faglige. Fra vår siste informant Tonje, viser hun at også hun trekker inn andre faktorer enn det faglige en som lærer må passe på.

> Tonje svarte: Det jeg tenker er at alle elever har forskjellige behov, og at jeg som lærer skal i størst mulig grad tilrettelegge for dette behovet. Jeg tenker det er mange grunner til at elever har ulike behov, både med tanke på læringskurven til elever, forskjellige forutsetninger og ulik kompetanse. Ikke minst har alle elever ulike måter å lære på, og de har også helt forskjellig motivasjon.

Som vi ser fra svaret til Tonje så er fokus på at elever har forskjellige behov, fordi elever er ulike, de har ulike forutsetninger og motivasjonen til elevene kan være med å spille en rolle. Samlet fra alle de tre lærerne som vi intervjuet viser det at de tenker på tilpasset opplæring, og da ikke bare på det faglige som gjelder eleven.

## 4.6 Sammendrag av analysen

I dette kapittelet har vi gitt en systematisk oversikt over det analyserte datamaterialet og vi har vist til funn som besvarer forskningsspørsmålet vårt.

For å analysere de kognitive kravene i oppgavene som ble brukt skilte vi mellom fire nivå:

- Memorering
- Prosedyrer uten sammenhenger
- Prosedyrer med sammenhenger
- Matematisk tenkning

Med utgangspunkt i disse nivåene kategoriserte vi alle oppgavene som ble brukt av de tre lærerne og systematiserte materialet i tabell 4.1 Fra denne tabellen kunne vi trekke frem tre viktige funn. Alle oppgavene som ble brukt, med unntak av en, ble klassifisert innenfor nivåene prosedyrer uten sammenhenger og prosedyrer med sammenhenger. Det var kun en oppgave som ble klassifisert til nivået matematisk tenkning og det var tydelige forskjeller på de kognitive kravene til oppgavene Siv og Tonje brukte, kontra Elin. Siv og Tonje hadde overvekt av oppgaver som ble klassifisert til nivået prosedyrer uten sammenhenger, mens Elin hadde overvekt av oppgaver som ble klassifisert til nivået prosedyrer med sammenhenger. Elin brukte i større grad oppgaver som stiller høye kognitive krav.

Ser vi samlet på funnene fra alle lærerne fra intervjuene som beskrevet tidligere, kan en si at alle lærerne tenker på tilpasset opplæring når de hører om ulike elevers behov.

Gjennom SDI-modellen kom vi frem til funnene: variasjon, differensiering og samarbeid som viktige deler for å kunne tilrettelegge for ulike elevers behov. Ser vi på disse funnene sammen så kan vi si at det overordnede begrepet også er tilpasset opplæring, og da er fokuset på alle elever både de med lavt og høyt læringspotensialet. De ser også på elevene som trenger en annen tilnærming, som gjør at de kan lære og ønsker å lære, men ikke på en tradisjonell måte. De er opptatt av at elevene skal sitte igjen med forståelse og at de skal lære av hverandre.

Fra intervjuene kom det frem at alle tre lærere har stort fokus på forståelse i matematikk. Lærerne mener det ikke er nok å kun bruke algoritmer i matematikkfaget, et av kriteriene som kjennetegner en oppgave til nivået prosedyrer uten sammenhenger, lave kognitive krav. De vektlegger i stedet at elevene skal forstå hvorfor en algoritme fungerer slik at de kan bruke algoritmen for å løse mer sammensatte oppgaver. Lærerne uttrykker selv at de har fokus på mengdetrening i matematikk og de oppgir at de differensierer gjennom oppgavene de gir til elevene. De differensierer ved å velge oppgaver som representerer ulike nivå og de velger å tilpasse mengden oppgaver som hver enkelt elev skal jobbe med. En lærer sier hun kutter i mengden oppgaver til noen elever, mens elever som trenger det får flere å jobbe med.

Siv, er sammen med Tonje, den læreren som bruker flest oppgaver som stiller lave kognitive krav til elevene i temaet divisjon med brøk. I intervjuet trekker hun frem at hun bruker mange ulike representasjoner i sin undervisning som et verktøy for å hjelpe elevene å skape forståelse for ulike matematiske tema. Hun er opptatt av differensiering i egen undervisning og påpeker at hun i temaet brøk bevisst velger bort divisjon med brøk for enkelte elever. Hun velger i stedet å la de elevene jobbe med flere oppgaver knyttet til addisjon og subtraksjon av brøk. Siv er også opptatt av at elevene skal snakke matematikk, forklare fremgangsmåter i samarbeid med medelever og slik lære av hverandre.

Elin bruker flest oppgaver som stiller høye kognitive krav, da med hovedvekt på oppgaver innenfor nivået prosedyrer med sammenhenger. Hun uttrykker i intervjuet at hun er opptatt av at elevene møter ulike utfordringer gjennom oppgavene hun velger å bruke. Hun poengterer at hun innhenter oppgaver fra andre kilder enn læreverket som benyttes ved skolen hun jobber, da hun synes disse oppgavene er for like. Videre påpeker hun at hun fokuserer på stor variasjon i oppgavene hun benytter og at hun bevisst prøver å bruke problemløsningsoppgaver, oppgaver hvor elevene ikke nødvendigvis finner et svar direkte. Elin påpeker også at hun synes det er viktig at elevene klarer å overføre og bruke den forståelsen de har tilegnet seg, slik at de kan overføre den kunnskapen de innehar for å løse andre oppgaver med andre utfordringer.

Tonje er svært opptatt av variert undervisning og i å ta i bruk ulike aktiviteter. Hun bruker ofte konkreter og knytter ofte oppgaver hun bruker i klasserommet til dagliglivet. Tonje påpeker at hun synes det er viktig at elevene jobber innenfor samme emne i matematikkundervisningen, men at hun tilpasser med ulike oppgaver ut ifra det nivået eleven er på. I analyseprosessen av oppgavene klassifiseres 74% av hennes oppgaver på nivået prosedyrer uten sammenhenger, mens 26% klassifiseres på nivået prosedyrer med sammenhenger. Hun lar ofte de faglig sterke elevene jobbe sammen i gruppe slik at de kan hjelpe hverandre med oppgaveløsning, diskutere og på denne måten utvikle matematisk forståelse.

I neste kapittel vil vi med utgangspunkt i forskningsspørsmålet diskutere våre funn med utgangspunkt i aktuell teori.

# 5 Drøfting

I dette kapittelet skal vi drøfte funnene fra analysen i lys av teorien som ble presentert i kapittel 2. På bakgrunn av innsamlet data og analysen har vi delt opp drøftingen i to deler. Den første delen vektlegger oppgavene Siv, Elin og Tonje brukte i sin undervisning i temaet divisjon med brøk, og hvilke kognitive nivå de ulike oppgavene ble klassifisert som. Dette for å svare på underspørsmål en: *Hvilke kognitive krav stilles av oppgavene lærerne bruker i sin undervisning?* I den andre delen legger vi vekt på hva lærerne uttalte om sin planlegging av undervisning, slik at vi kan svare på det andre underspørsmålet: *Hvordan legger læreren til rette for ulike elevers behov i klasserommet i arbeidet med kognitive utfordringer?*

## 5.1 Kognitive krav til oppgaver

TIMSS-undersøkelsen «Vi kan lykkes i realfag» trekker frem at norske klasserom er dominert av oppgaver som stiller lave kognitive krav (Bergem et al., 2016) noe som stemmer med våre funn. 59% av den totale mengden oppgaver de tre lærerne brukte ble klassifisert som lavt kognitivt krevende. Lærerne Siv og Tone med størst andel, henholdsvis 77% og 74%. Oppgaver med lave kognitive krav kan være typiske drilloppgaver som er ganske like og hvor elevene ofte løser mange slike oppgaver (Smith & Stein, 1998). I vårt datamateriale var oppgavene i hovedsak ferdigoppstilte stykker, hvor det var liten tvil om at det var forventet at eleven skulle bruke divisjonsalgoritmen for å finne løsningene på oppgavene. I denne typen oppgaver praktiserer mange elever prosedyrer de ikke forstår, noe som kan føre til at eleven glemmer algoritmen, blander sammen ulike algoritmer eller utvikler egne regler (Kilpatrick et al., 2001). Li (2008) påpeker viktigheten av at lærere legger til rette for en balanse mellom den algoritmiske tilnærmingen til divisjon med brøk, samtidig som man vektlegger utvikling av forståelse for temaet. Hiebert & Lefevre (1986) sier det samme, om elevene både utvikler prosedural og konseptuell forståelse vil det bidra til å gi elevene en helhetlig matematisk kompetanse som bygger på forståelse.

Våre resultater viser at to nivå i hovedsak var representert i vår studie: prosedyrer uten sammenhenger og prosedyrer med sammenhenger. Som vist i tabell 4.1 fant vi at 99% av den totale mengden oppgaver lærerne ga ble klassifisert på disse to nivåene, hvorav 59% på nivået prosedyrer uten sammenhenger. Sistnevnte nivå knyttes ofte til ferdigoppstilte stykker hvor eleven skal bruke en innlært algoritme for å løse oppgaven, noe som kan sees i sammenheng med Skemps (1976) instrumentelle forståelse. Oppgaver på nivået prosedyrer med sammenhenger, tilsvarende 40% i vår studie, krever i større grad at eleven selv må tolke oppgaven og bestemme hvilken prosedyre som må brukes. Eleven utfordres derfor i større grad på matematisk forståelse ved at eleven selv må vite eller finne ut hva som skal gjøres og dermed vite eller utvikle viten om hvorfor det fungerer. Dette samsvarer med Skemps (1976) relasjonelle forståelse. Kilpatrick et al. (2001) poengterer at de fem trådene i matematisk kompetanse er avhengig av hverandre og at de ikke kan sees på som enkelttråder. For å utvikle matematisk kompetanse må eleven jobbe med alle trådene kontinuerlig på ulike måter og eleven må gjennom, for eksempel, oppgaveregning utfordres på oppgaver som er kognitivt krevende i hele undervisningsprosessen.

I vår analyse klassifiserte vi kun en oppgave på nivået matematisk tenkning, det høyeste kognitive nivået. Denne oppgaven var utarbeidet av Elin. I tabell 4.1 ser man at denne oppgaven tilsvarer 1% av den totale mengden av oppgaver de tre lærerne brukte i sin undervisning. I TIMSS-rapporten «Vi kan lykkes i realfag» (Bergem et al., 2016) trekkes det frem at kognitivt krevende oppgaver i norske klasserom er lite brukt, noe som stemmer med våre funn. To av lærerne, Elin og Tonje, brukte mange oppgaver hentet fra læreverkene Faktor og Grunntall. Ingen av oppgavene som ble hentet fra de to læreverkene ble klassifisert på nivået matematisk tenkning og en større andel av oppgavene ble kategorisert som lavt kognitivt krevende. Stein et al. (1996) trekker frem flere funn i forbindelse med QUASAR-prosjektet, hvorav et av disse funnene underbygger at lærerne i dette prosjektet brukte en høy andel oppgaver som var høyt kognitivt krevende. Samtidig påpeker de at lærerne i stor grad utviklet oppgaver selv og/eller hentet oppgaver fra mer nytenkende materiale, heller enn fra lærebøker. Oppgaver knyttet til temaet divisjon med brøk er en liten andel av lærebøkene, men flere studier viser at «vestlige» lærebøker har en større andel oppgaver som representerer nivået lave kognitive krav (f.eks. Brändström, 2005; Charalambous et al., 2010; Jones & Tarr, 2007).

I vår analyse fant vi ingen oppgaver på det laveste kognitive nivået og kun en oppgave på det høyeste kognitive nivået noe som samsvarer med funnene fra Brändströms (2005) doktorgrad. Hun fant også at det var få oppgaver på det laveste og høyeste kognitive nivået, henholdsvis memorering og matematisk tenkning. Disse to funnene kan tyde på at det er ingen oppgaver som krever at elevene skal reprodusere tidligere lærte fakta, regler, formler eller definisjoner, samtidig som det kun er en oppgave hvor elevene selv må utforske og ta i bruk sin matematiske forståelse og kompetanse. Oppgavene en tilbyr elevene, må som Stein et al. (1996) påpeker, gi elevene utfordringer utover å bruke innlærte regler, algoritmer eller prosedyrer for at de skal utvikle sin matematiske kompetanse. Samtidig er det viktig å påpeke at Boaler & Staples (2008) i sin forskning fant at elever som arbeider med høyt kognitivt krevende oppgaver, kan bidra til å utvikle høyere prestasjoner hos alle elever, både svake og sterke elever.

I tabell 3.1, analyseverktøyet for kognitive krav, er et av kriteriene til oppgaver på nivået matematisk tenkning at denne type oppgaver ofte kan skape usikkerhet hos elever i og med at de er svært kognitivt krevende. Det er ikke gitt av oppgaven hvilken prosedyre en skal bruke og kan derfor oppleves som mer uforutsigbare for eleven (Smith & Stein, 1998). Denne usikkerheten og uforutsigbarheten kan også gjenspeiles i oppgaver som læreren velger å bruke i sin undervisning. Ma (2010) utførte en studie der hun blant annet sammenlignet amerikanske og kinesiske læreres forståelse for divisjon med brøk. Hun fant i studien at de amerikanske lærerne i større grad hadde problemer med å lage praktiske eksempler til oppgaver knyttet til temaet divisjon med brøk enn de kinesiske. De amerikanske lærerne så i større grad på divisjon med brøk som et enkelttema, i stedet for å se det i sammenheng med de andre delene av kunnskapspakken Ma (2010) viser til (se figur 2.3). Vi spurte ikke de tre lærerne om deres oppfattelse og forståelse for temaet divisjon med brøk i intervjuene, men det krever god faglig forståelse og selvstendighet å lage egne oppgaver som går dypere eller krever mer enn læreboka. Siden lærebøkene har få oppgaver som er kognitivt krevende, vil dette gjenspeile seg i klasserommet i de oppgavene læreren presenterer for elevene.

I vår studie analyserte vi oppgavene slik de er fremstilt i lærebøker, oppgavehefter eller nettsider, alt etter hvor lærerne fant oppgavene. Vi analyserte derfor oppgavene med hensyn på de mulighetene for læring som finnes og hvilken matematisk forståelse de kan kreve av elevene (Smith & Stein, 1998). Stein et al. (1996) påpeker at av de oppgavene som ble klassifisert på nivået prosedyrer med sammenhenger under QUASAR-prosjektet var det kun 43% som ble på dette nivået etter implementeringen i klasserommet. Hele 53% av oppgavene ble i klasserommet endret til det lavere nivået prosedyrer uten sammenhenger (se tabell 2.1). De begrunnet funnet med at det er svært lett for elevene å bygge på de algoritmer og prosedyrer de har lært tidligere for å løse oppgavene. De kognitive kravene til oppgaver kan derfor endres ut ifra hvordan læreren bruker oppgavene i undervisningen og også i forhold til hvordan elevene jobber med oppgavene.

## 5.2 Tilrettelegging til ulike elevers behov

Lærere har forskjellige måter å undervise på, men det kommer tydelig frem av Opplæringsloven § 1-3 (1998) at alle elever har rett på tilpasset opplæring, gjennom ulik undervisning og differensierte oppgaver. Derfor er det viktig å se på hvordan lærerne tilrettelegger for alle elevers behov i klasserommet. Våre informanter trekker frem variasjon, differensiering og samarbeid som viktig for deres planlegging av undervisning. Disse funnene vil bli belyst videre i kapittelet.

I kapittel 4.5 i analysekapittelet presenteres svarene fra de tre informantene om hva de forbinder med å legge til rette for ulike elevers behov. Vi ser en klar sammenheng imellom lærerne ved at de hadde fokus på tilpasset opplæring. Funnene fra analysen som har utgangspunkt i hele intervjuet viser at tilrettelegging for ulike elever handler om tilpasset opplæring. Det kommer frem av lærernes svar gjennom hele intervjuet. Vår studie har tatt utgangspunkt i hvordan faglærer tilrettelegger for sin klasse, hvor elever med krav på spesialundervisning ikke er en del av elevgruppen læreren planlegger for. Disse elevene har krav på spesialundervisning, og får dermed undervisning i egen gruppe. Derfor baserer svarene i intervjuene fra lærerne på den tilretteleggingen de gjør for elevene som ikke har avvik fra opplæringen, og har krav på tilpasset opplæring i det ordinære klasserommet.

### 5.2.1 Variasjon i klassesrommet

De tre lærerne belyser begrepet variasjon på ulike måter. I kapittel 4.4.1 presenterer vi funnet variasjon, ut fra utsagnene til lærerne. Lærerne uttrykker at variasjon handler om ulike arbeidsmåter, ulike oppgaver elevene møter på gjennom timen og ulike representasjoner de presenteres for når det kommer til divisjon med brøk. Hvorfor trekker lærerne disse punktene frem som viktig i deres planlegging for å nå elevene? Selv om lærerne underviser på ulik måte ut fra at alle er forskjellig og har ulik tilnærmingsmetode for å møte elevene, så må alle lærere følge lovverket og styringsdokumenter som gjelder for den norske skole. Ifølge Stortingsmelding 16 (2006-2007) beskrives det at elevene skal møte variasjon i arbeidsmåter og i ulike vanskegrad på oppgaver som er viktig for den tilpassede opplæringen (Kunnskapsdepartementet, 2006). Hovedarenaen for elevers læring er i klasserommet. Klasserommet er plassen elevene tilbringer mye tid, og for å utnytte den tiden og ha fokus på at elevene skal lære, må en tilrettelegge undervisningsaktivitet og oppgaver som tildeles elevene. I løpet av intervjuene med Elin og Tonje sa de hvorfor variasjon var viktig for dem i planleggingen. De ønsket at elevene skulle holde konsentrasjonen oppe, og elevene skulle oppleve mestring. Dette viser at de har et bevisst forhold til at elever lærer på ulike måter og elevene skal møte på ulike undervisningsmetoder og at elevene skal ha mulighet til å lære på sitt nivå (Nosrati & Wæge, 2015). Gode klasseledere har variert undervisning. De vet når en må skifte læringsaktivitet, slik at elevene er fokusert og mottakelig for lærdom gjennom økten, og læringstrykket holdes oppe. På denne måten blir økten godt utnyttet. Timene blir varierte og elevene vil kunne møte på ulike læringsaktivitet som stimulerer deres måte å lære på, slik at de kan få et økt læringsutbytte. Variasjon i timene, vil også bidra til at elevene ikke opplever timer som forutsigbare og monotone, for det kan fort virke demotiverende og skape liten motivasjon for faget (Imsen, 2020; Ogden, 2008; Nordahl, 2012).

Siv var opptatt av at elevene skulle møte på ulike representasjoner i undervisningen. Hun ønsker å gi elevene variasjon i form av hvordan de skal kunne fremstille divisjon med brøk og hvordan de skal løse oppgavene. Hun trakk spesielt frem at hun ønsket å gi de lesesvake elevene mer verktøy de kunne jobbe ut ifra. Ved å gi elevene verktøy som å tegne opp og oversette teksten, gir det elevene muligheter til å variere sin måte å fremstille brøkene på. Flere elever har mulighet til å delta når det benyttes flere representasjoner i klasserommet. Siv viser at hun har et bevisst forhold til å jobbe med at elevene skal kunne bruke ulike matematiske representasjoner og oppdage sammenhenger (Kilpatrick et al., 2001). Å benytte ulike representasjoner er med på å gjøre elevene i stand til å utvikle en dypere matematisk forståelse, og kunne se sammenhenger og benytte ulike representasjoner, vil elevene jobb med den konseptuelle forståelsen som er en del av Kilpatrick et al. (2001) sin modell om matematisk kyndighet.

### 5.2.2 Differensiering

I tabell 3.1 kan man se tydelig at lærerne har planlagt å bruke oppgaver i temaet divisjon med brøk som i all hovedsak fordeler seg mellom de to kognitive nivåene: prosedyrer uten sammenhenger og prosedyrer med sammenhenger. Lærerne uttrykker at de er opptatt av å gi elevene ulike utfordringer i oppgavene slik at elevene skal kunne utfordre seg selv og få en bedre forståelse av divisjon med brøk. I vår analyse har vi kun sett på hvordan oppgavene fremstår på papiret. Vi kan derfor ikke si noe om de kognitive kravene til oppgavene endres i forhold til hvordan lærerne benytter oppgavene i undervisningen eller hvordan elevene jobber med oppgavene for å fremme sitt læringsutbytte (se figur 2.4).

Gjennom alle aktiviteter i timen benytter lærerne oppgaver som gjør at elevene møter på ulike representasjoner og variasjon i de kognitive kravene til oppgavene, slik at alle elever kan oppleve mestring og ha noe å strekke seg til. Her ser man en sammenheng med Piaget sitt syn på læring hvor han snakker om assimilasjon og akkomodasjon. Lærerne ønsker å tilrettelegge oppgaver som er tilpasset hvert individ. Det er dette Dale & Wærnes (2007) trekker frem som pedagogisk differensiering. Differensieringen skal skje innad i klasserommet, ved å kunne gi ulike arbeidsoppgaver og det kan være ulikt lærestoff. Gjennom denne tilretteleggingen viser det at lærerne har fokus på tilpasset opplæring, og det i forhold til alle elever i klasserommet uansett elevens kompetanse. Det er dette Nes (2004) trekker frem som viktig når tilpasset opplæring beskrives. LK06 har fokus på tilrettelegging for elevene ut fra egne interesser og forutsetninger. I intervjuet med Siv kom det tydelig frem at hun gjorde denne tilpasningen til sine elever. Hun tilpasset hvilke tema og oppgaver den enkelte elev skulle jobbe med, slik at eleven skulle oppleve mestring og jobbe ut fra sine forutsetninger.

Tilpasset opplæring innebærer at elevene skal få tilpassede oppgaver og at elevene skal oppleve mestringsfølelse, men det betyr ikke nødvendigvis at differensierte oppgaver til enhver tid er med på å skape mestringsfølelse hos elevene. Differensierte oppgaver kan også være med på å gi negativ effekt på elevenes følelser og holdninger i matematikkfaget (Botten, 1999). Elevene kan gjennom å få utdelt differensierte oppgaver føle seg dumme, fordi dem ikke gjør som alle de andre i klassen. Botten (1999) mener det er viktig å passe på at læreren ikke er den som gjør at elevene får negative holdninger til matematikkfaget, som senere blir et hinder for mer læring i matematikk. Det er med andre ord også utfordringer knyttet til differensierte oppgaver.

### 5.2.3 Forståelse og læring

Oppgavene lærerne benyttet i undervisningen var som nevnt fordelt på prosedyrer uten sammenheng som er lavt kognitivt krevende og prosedyrer med sammenheng som er høyt kognitivt krevende (Stein et al., 1998). Siv sa at hun var opptatt av undervisning der elevene skulle være med å konstruere egen kunnskap. Dette er et funn vi ser i sammenheng med lærernes undervisning. I undervisningen sin ønsker ikke Siv å presentere selve divisjonsalgoritmen for elevene, men hun sa videre at hun var mer opptatt av å trekke inn elevenes forkunnskaper slik at de kan se de matematiske temaene i sammenheng. Tabell 3.1 viser en oversikt for alle lærerne. Der viser det seg at Siv var den læreren som hadde størst andel oppgaver på lave kognitive krav som bestod av ferdig oppstilte regnestykker. Det er gjort andre studier av kognitive krav i matematikkoppgaver fra lærebøker som benyttes i den norske skole, og der kommer det frem at flertallet av oppgavene i lærebøkene stiller lave kognitive krav (Heimstad & Strand, 2018; Resvoll, 2014). I løpet av intervjuet kommer det frem at Siv har mer fokus på forståelse i undervisningen, mens mengdetreningen og læringen for divisjon med brøk gjøres gjennom oppgavene. Dette kan knyttes til Skemp (1976) sitt skille mellom instrumentell og relasjonell forståelse. Det er altså den relasjonelle forståelsen en ønsker å få frem. Siv mener, i samsvar med Birkeland et al. (2018), at forståelse gjør kunnskapen varig og fleksibel. LK20 legger også vekt på at elevene skal kunne se sammenheng mellom ulike kunnskapsområder for å få en bedre matematisk forståelse (Utdanningsdirektoratet, 2019b).

Vårt fokus har ikke vært på hvordan lærerne har presentert oppgavene og hvordan de har blitt benyttet i selve undervisningen, men gjennom intervjuene fått frem hvordan de tenker i planlegging av sin undervisning. Det kom frem i intervju med Elin når hun snakket om sin undervisning og hvordan hun tildelte oppgaver til elevene i undervisningen. Hun nevnte at hun begynte med oppgaver som alle klarte å løse, selv om de ikke hadde noen divisjonsalgoritme å benytte. Divisjon med brøk er et lite tema i alle lærebøker, og lærebøkene presenterer en gitt prosedyre, som en del elever da kun lærer seg, men uten forståelse. Dette henger sammen med det Kilpatrick et al. (2001) kaller for beregninger i sin trådmodell. Fokuset da ligger på å kunne følge en prosedyre/regel på en effektiv og nøyaktig måte.

Som Skemp (1976) nevnte ønskes det en kombinasjon av instrumentell og relasjonell forståelse til elevene. Elin velger å la elevene først utforske på sin måte, før de kan lære en algoritme. På denne måten vil hun få elevene da til å kunne relatere seg til problemet, og finne ut hvordan de kan løse problemet på en hensiktsmessig måte. I dette tilfellet vil elevene få jobbet med instrumentell og relasjonell forståelse samtidig. De gjør beregninger, men for å komme dit må de se problemet og finne ut hva som er mest hensiktsmessig å benytte. På denne måten jobber de med sin relasjonelle forståelse, gjennom å få frem hvordan de gjør den beregningen de gjør.

Gjennom intervjuet med Siv kom det frem at hun er opptatt av at de skal ha en forståelse for det elevene gjør i temaet før hun går videre. Hun er opptatt av at elevene skal se en logikk og en sammenheng mellom de ulike temaene. I intervjuet uttrykker hun at fokuset til å begynne med i temaet divisjon, er å jobbe med at elevene skal forstå hva deling betyr. Siv er opptatt av at elevene jobber med aspektet av brøk som er kvotient. Dette er i tråd med det Lamon (2010) og Charalambous & Pitta-Pantazi (2007) mener er viktig for å forstå operasjonen deling. Videre i intervjuet med Siv kommer det frem at hun legger vekt på at elevene ser sammenheng og forståelse med det de holder på med. Siv er opptatt av at elevene skal kunne se at brøk kan representere flere ulike betydninger. Dette er i tråd med Behr et al. (1983) sin modell om hvordan de ulike aspektene forholder seg til hverandre.

Siv snakket om at hennes fokus var på at elevene skulle forstå hva hele brøken betydde, og hva de ulike tallene representerte. Hun uttrykte også tydelig at hun tenkte nøye gjennom tallene som ble benyttet i oppgavene, slik at de skulle kunne oversette fra situasjon til kontekst og at elevene lett skulle dele inn i deler ut ifra en helhet. I tråd med Lamon (2010) som i denne sammenheng ser på aspektet del av helheten.

### 5.2.4 Samarbeid

Vi ser en klar sammenheng mellom lærerne i hva samarbeid betyr for dem når det gjelder å legge til rette for ulike elevers behov i klasserommet. Våre funn viser gjennom intervjuene at lærerne har forskjellig tilnærming til hvordan elevene skal kunne utvikle sin forståelse gjennom samarbeid. Ved å la elevene samarbeide og ha en dialog rundt arbeid med temaet, eller la elevene samarbeide om å komme frem til ulike fremgangsmåter for å løse det matematiske problemet. Sosialkonstruktivismen handler om å få en god forståelse gjennom å kombinere det kognitive og det sosiokulturelle (Dysthe, 1996). Slik som lærerne ga uttrykk for i løpet av intervjuet fikk elevene utvikle sin læring gjennom det kognitive og det sosiokulturelle.

I intervjuet med Siv trekker hun frem at hun vil at elevene skal dele tanker, sette ord på tankene sine, slik at det kan gi inspirasjon til andre. Ved samarbeid i form at elevene skal sette ord på sine tanker og dele med de andre medelevene, kan elevene ta lærdom av hverandre. Samarbeid i form av dialog kan skape differensiering, hvor de som mestrer emnet godt får utfordret seg ved å forklare de eleven som ikke forstår så godt. Elevene vil kunne dra nytte av hverandre, som gjør at de kan få en dypere forståelse. Ved å legge inn dialog i samarbeidet og utfordre elevene til å forklare sine fremgangsmåter, så kan det føre til at elevene i større grad jobber med konseptuell forståelse, ikke bare med prosedyrer. Dette er i tråd med Hiebert & Lefevre (1986).

Samarbeid mellom elever gir elevene tilgang på korrekt svar og forklaring raskere. Det kom frem gjennom intervjuene at lærerne benyttet lite oppgaver fra lærebøkene, og i den sammenheng vil heller ikke fasiten være lett tilgjengelig. Tonje presiserer under intervjuet at hun velger å la elevene samarbeide, så hennes tid i klasserommet frigjøres til å kunne sitte ned sammen med enkelt elever som trenger mer støtte. Så gjennom å la elevene samarbeide vil det kunne føre til at lærerne får mer tid til å gi tilbakemeldinger og lærerne kan få gitt mer tilpassede oppgaver til flere elever slik at de kan løse oppgavene på egenhånd. I dette tilfellet blir læreren en veileder, hvor elevene kan benytte tidligere kunnskap, få veiledning som gjør at de kommer seg videre. Det er det Vygotsky (1978) mener med scaffolding, å bygge stillas, for å bygge på noe kjent med veiledning for å komme videre (Skaalvik & Skaalvik, 2009). Elevene jobber med oppgaver som utfordrer de til å strekke seg utover det Vygotsky (1978) uttaler som nærmeste utviklingssone.

Når elevene kan samarbeide, blir det lettere for elevene å kunne ha fokus på å løse oppgaver på høyere kognitivt nivå enn de selv i utgangspunktet ligger på. Som nevnt ved å ha en medelev i umiddelbar nærhet kan være med å trygge elevene, og være med på å skape mer engasjement og motivasjon for faget, fordi en da kan få visket ut skille mellom de som føler seg dumme og de som synes faget går lett og har god forståelse. For at alle elever skal føle seg trygge og klare for samarbeid, har læringsmiljøet i klassen en stor betydning. Dette er det Nordahl (2012) og Ogden (2008) trekker frem som viktige faktorer for en god klasseleder i arbeidet med for å skape fellesskap. Elever som føler seg trygg på omgivelsene vil kunne være mindre redd for å oppleve nederlag og vil derfor mest sannsynlig øke læringsutbytte til elevene ved at de er trygge på hverandre (Imsen, 2020). LK20 trekker frem at elevene skal kunne bygge på hverandres kompetanse, så gjennom intervjuene så viser det at våre lærere allerede er bevisst på at samarbeid er viktig.

# 6 Avslutning

Vi har i denne studien undersøkt hvilke oppgaver tre lærere på ungdomstrinnet benytter i sin undervisning av divisjon med brøk, og vi har sett på hvordan lærerne tenker i forhold til undervisning og hvordan de plukker ut oppgaver de benytter. Vårt forskningsspørsmål har vært:

*Hvilke kognitive utfordringer møter elever i tre ulike klasserom på ungdomstrinnet i temaet divisjon med brøk?*

1. Hvilke kognitive krav stilles av oppgavene lærerne bruker i sin undervisning?
2. Hvordan legger læreren til rette for ulike elevers behov i klasserommet i arbeidet med kognitive utfordringer?

I forbindelse med underspørsmål 1 viser våre funn at det er to nivå som i hovedsak er representert i vårt innsamlede datamateriale, prosedyrer uten sammenhenger og prosedyrer med sammenhenger. Totalt var 99% av oppgavene knyttet til disse to nivåene. Prosedyrer uten sammenhenger knyttes til lave kognitive krav til oppgaver, mens prosedyrer med sammenhenger knyttes til høye kognitive krav. Siv og Tonje hadde stor overvekt på oppgaver som ble klassifisert som lave kognitive krav. Sistnevnte funn samsvarer med analysen og resultatene fra TIMSS-rapporten «Vi kan lykkes i realfag», som viser at oppgaver som brukes i undervisning ofte er rutinepregede og at kognitivt krevende oppgaver er lite brukt (Bergem et al., 2016; Bergem et al., 2016a). Stein et al. (1996) og Kilpatrick et al. (2001) trekker frem viktigheten av at oppgaver som benyttes må kreve mer av elevene enn at de skal kunne bruke en bestemt algoritme eller prosedyre, oppgaver på lave kognitive krav, for at de skal kunne utvikle sin matematiske kompetanse. Elin, den siste læreren, hadde større andel oppgaver som ble klassifisert på høye kognitive krav. Elin var også den læreren som hadde utarbeidet den ene oppgaven som ble klassifisert på det høyeste kognitive nivået, matematisk tenkning. Disse to funnene kan derfor indikere at en større andel av oppgavene Elin bruker i sin undervisning i større grad bidrar til å støtte opp under elevenes matematiske kompetanse.

For å besvare underspørsmål 2 gjennomførte vi intervju med tre tilfeldig utvalgte lærere. Våre funn fra intervjuene viser at alle lærerne er opptatt av å legge til rette for ulike elevers behov. Funnene vi kom frem til, viser at lærerne har stort fokus på variasjon, differensiering og samarbeid. Disse funnene er nært knyttet til tilpasset opplæring. Resultatene indikerer at lærerne er opptatt av tilpasset opplæring og at de ønsker å utfordre elever med både lavt og høyt læringspotensial i undervisning, gjennom variasjon i undervisning, differensiering i oppgavene og tilrettelegging for samarbeid for å utvikle læring og forståelse. Ved variasjon i undervisning trakk lærerne frem at de ønsket å tilrettelegge med hensyn på elevenes forutsetninger og interesser. Dette gjorde de gjennom å gi elevene mulighet til å møte på ulike representasjoner i undervisningen, og en hjelp til forståelse. Lærerne mener det ikke er nok for elevene å kun kunne benytte seg av algoritmen, så de vektlegger forståelse i sin undervisning. De ønsker at elevene skal forstå hvordan en algoritme fungerer, slik at elevene kan benytte seg av algoritmen for å løse sammensatte oppgaver. Å legge vekt på forståelse er i samsvar med relasjonell forståelse, hvor elevene vet hva de skal gjøre og at de skjønner hvorfor algoritmen fungerer (Skemp, 1976). Dette henger sammen med at lærerne ønsker å gi elevene en varig kunnskap. Lærerne la også vekt på å differensiere oppgavene til elevene, slik at elever jobbe med oppgaver som hadde ulike kognitive nivå og at mengden oppgaver varierte. Dette er i tråd med det Skaalvik & Fosen (1995) mener går under pedagogisk differensiering, hvor en skal gjøre tilrettelegging for individuelle tilpasninger. Funnene her viser at lærerne er bevisste i forhold til at alle elever har rett på opplæring som er tilpasset hver sine evner og forutsetninger (Opplæringsloven, 1998, § 1-3).

I forrige kapittel drøftet vi underspørsmålene i lys av resultatene fra analyseprosessene av oppgavene og intervjuene for å kunne svare på hovedspørsmålet: *Hvilke kognitive utfordringer møter elever i tre ulike klasserom på ungdomstrinnet i temaet divisjon med brøk?* Det vi kan si ut fra våre funn er at lærerne i denne forskningen har fokus på elevenes forståelse gjennom undervisning og i oppgavene de benytter. Vi ser at det er forskjell på hva lærerne sier om tilretteleggingen de gjør i undervisning og hvilke kognitive krav som stilles av oppgavene lærerne bruker i undervisningen til elevene. Tilpasset opplæring til alle elevene trekker lærerne frem som viktig, både i form av variasjon, differensiering og samarbeid. Den største differensieringen de gjør er i form av type oppgaver og antall oppgaver læreren gir.

## 6.1 Didaktiske implikasjoner

Denne masteroppgaven har påvirket oss som lærere ved at vi har blitt mer bevisst på hvilke oppgaver som benyttes i undervisning i temaet divisjon med brøk. Gjennom vår analyse fant vi at en større andel av oppgavene som Siv og Tonje brukte stilte lave kognitive krav, mens Elin brukte flere oppgaver som krevde høye kognitive krav. Elin var den læreren som brukte flest oppgaver fra andre kilder enn læreboka. Dette er en observasjon som kan være en fin bevisstgjøring i planleggingen av undervisning, både for oss og andre lærere. Skal læreren klare å legge til rette undervisningen på en slik måte at elevene utvikler sin matematiske forståelse og kompetanse i temaet divisjon med brøk, må læreren bruke oppgaver som i større grad stiller høye kognitive krav. Slike oppgaver bygger i større grad opp under elevenes relasjonelle forståelse.

Vi har også fått bekreftet at tilrettelegging til ulike elevers behov er noe lærere har stort fokus på, selv om det oppleves som utfordrende. Utfordringen som lærerne opplever i klasserommet, er det store spennet i nivå innad i klassene. For at lærerne skal kunne legge til rette undervisningen slik at elever med ulike behov dekkes må de få til tilpasset opplæring. Gjennom vår oppgave fant vi at variasjon, differensiering og samarbeid var viktige faktorer i lærernes tilrettelegging for å kunne få til en tilpasset opplæring i undervisningen.

Selv om vår undersøkelse baserer seg på temaet divisjon med brøk, er våre funn overførbare til andre emner i faget, både på barneskolen og ungdomsskolen. Bevisstgjøring av valg av oppgaver i matematikk er noe som er aktuelt og viktig, og noe vi kan bidra med ved egen skole gjennom vår rolle som lærerspesialister. Vi kan også bidra med å bevisstgjøre lærere om at selv små grep i planlegging av undervisning, om det innebærer oppgavevalg eller tilpasset opplæring, kan bidra til varig kunnskap hos elevene. Som lærerspesialister har vi også mulighet til å påvirke ledelsen til å gi matematikkseksjonen tid, slik at vi sammen med kolleger kan evaluere undervisningspraksisen ved egen skole. Gjennom erfaringsdeling kan vi bygge videre på det som fungerer, på hverandres styrker i kollegiet og sammen finne områder vi ønsker å utvikle oss innenfor.

## 6.2 Videre forskning

I denne studien har vårt fokus vært på de kognitive kravene til oppgaver slik de er fremstilt i lærebøker, oppgavehefter eller nettsider. De kognitive kravene i oppgavene kan være med på å påvirke elevenes læring i undervisningen. Vi vurderer derfor at et interessant fokus videre ville være å observere hvordan lærer og elever benytter oppgavene i undervisningen. Vi ville da sett på alle fasene en oppgave går igjennom i The Mathematical Tasks Framework (Stein & Smith, 1998). En ville da kunne få mulighet til å se om de kognitive kravene i oppgavene endres i undervisningssituasjonen. En annen interessant retning ville vært å se på hvordan læreren bruker oppgavene i sin undervisning for å legge til rette for ulike elevers behov.

Som nevnt i innledningen måler TIMSS undervisningskvalitet i fire dimensjoner: God klasseromsledelse, støttende lærer, tydelige intensjoner og faglige/kognitive utfordringer (Bergem et al., 2016). Vi har i denne studien kun sett på dimensjonen som omhandler kognitive utfordringer. Som en forlengelse av vår studie kunne det derfor være interessant å sett nærmere på hvordan god klasseromsledelse også kan påvirke elevenes læring, utover valg av oppgaver.

Dybdelæring er sentralt i LK20. Formålet med dybdelæring er å kunne legge til rette for at elevene skal utvikle en bedre forståelse og kompetanse i matematikk. Dette for at de i større grad skal kunne anvende sin kunnskap til å mestre utfordringer de møter på i andre sitasjoner i samfunnet. Problemløsning og modellering er vektlagt med tanke på den matematiske kompetansen som elevene skal sitte igjen med. Det kunne derfor være spennende å sett på om bruk av modellerings- og problemløsningsoppgaver endrer andelen oppgaver som kan knyttes til høye kognitive krav. LK20 har også fokus på at strategiene og fremgangsmåtene i mye større grad skal vektlegges enn løsningen og at det skal legges til rette for at elevene skal utforske matematikken og samtale om den. I og med at vi er i startfasen på ny læreplan, ville dette også vært en særlig interessant vinkling.

# Referanser


Alrø, H., & Skovsmose, O. (2004). *Dialogue and Learning in Mathematics Education. Intention, Reflection, Critique*. London: Kluwer Academic Publishers.

Alseth, B., Nordberg, G. & Røsseland, M. (2006). *Multi 5-7. Kopiperm.* Oslo: Gyldendal Undervisning.

Bachmann, K. & Haug, P. (2006). *Forskning om tilpasset opplæring.* Volda: Høgskulen i Volda.

Bakke, B. & Bakke, I.N. (2015). *Grunntall 8. Matematikk for ungdomstrinnet.* Drammen: Elektronisk undervisningsforlag.

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver E. (1983). Rational Number Concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes,* 91-125. New York: Academic Press.

Bergem, O. K., Nilsen, T. & Scherer, R. (2016). Undervisningskvalitet i matematikk. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red.). *Vi kan lykkes i realfag – Resultater og analyser fra TIMSS 2015*, 120-136. Oslo: Universitetsforlaget.

Bergem, O. K., Kaarstein, H. & Nilsen T. (2016a). *Vi kan lykkes i realfag – Resultater og analyser fra TIMSS 2015.* Oslo: Universitetsforlaget.

Boaler, J. & Staples, M. (2008). Creating Mathematical Futures through an Equitable Teaching Approach: The Case of Railside School. *Teachers College Record, 110*(3), 608-645.

Botten, G., Daland, E., & Dalvang, T. (2008). Tilpasset matematikkopplæring i en inkluderende skole. *Tangenten, 19*(2), 23-27.

Botten, G. (1999). *Meningsfylt matematikk. Nærhet og engasjement i læringen.* Oslo: Caspar Forlag.

Birkeland, P. A., Breiteig, T., & Venheim, R. (2018). *Matematikk for lærere 1* (6.utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Bryman, A. (2012). *Social research methods.* Oxford: Oxford University Press.

Brändström, A. (2005). *Differentiated tasks in mathematics textbooks: An analysis of the levels of difficulty* (Doktoravhandling, Luleå tekniska universitet). Hentet fra http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:991116/FULLTEXT01.pdf

Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. *Educational studies in mathematics*, *64*(3), 293-316.

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H. Y., & Mesa, V. (2010). A comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, *12*(2), 117-151.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison K. (2017). *Research Methods in Education* (8.utg.). London: Routledge.

Dale, E.I., & Wærness, J.I. (2003). *Differensiering og tilpasning i grunnskoleopplæringen. Rom for alle – blikk for den enkelte.* Oslo: Cappelen Akademiske Forlag.

Dalen, M. (2011). *Intervju som forskningsmetode* (2.utg.). Oslo: Universitetsforlaget

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(1-2), 103-131.

Dysthe, O. (1996). *Ulike perspektiv på læring og læringsforskning.* Oslo: Cappelen Akademiske Forlag AS.

Ekeberg, T. R., & Holmberg, J. B. (2004). *Tilpasset og inkluderende opplæring i en skole for alle* (2.utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Grønmo, L. S., Lindquist, M., Arora, A. & Mullis, I. V. S. (2015). TIMSS 2015 Mathematics Framework. I I. V. S. Mullis & M. O. Martin (Red.), *TIMSS 2015 Assessment Frameworks*, 11-27. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.

Guba, E. (1981). Criteria for assessing the trustworthiness of naturalistic inquiries. *Educational Communication and Technology Journal*, *29*, 75-91.

Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit high-level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(5), 524-549.

Heimstad, C. A.  & Strand, K. (2018). *Kognitive utfordringer i to norske lærebokserier fra ungdomsskolen – en mixed methods studie* (Mastergradsavhandling, Universitetet i Tromsø). Hentet fra: https://munin.uit.no/bitstream/handle/10037/13791/thesis.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Hiebert, J. & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillian.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986) Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. I Hiebert, J. & Lefevre, P. (red): *Conceptual and Procedural Knowledge: The case of Mathematics,* 1-27*.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Hjardar, E. & Pedersen, J.E. *Faktor 1. Grunnbok.* Oslo: J.W. Cappelens Forlag AS.

Hølleland, H. (2007*). På vei mot Kunnskapsløftet. Begrunnelser, løsninger og utfordringer.* Oslo: J.W. Cappelens Forlag AS.

Imsen, G. (2020). *Elevens verden. Innføring i pedagogisk psykologi* (6.utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Johannessen, A., Christoffersen L. og Tufte, P.A. (2011). *Forskningsmetode for økonomisk-administrative fag.* Oslo: Abstrakt Forlag.

Jones, D. L. & Tarr, J. E. (2007). An Examination of the Levels of Cognitive Demand Required by Probability Tasks in Middle Grades Mathematics Textbooks. *Statistics Education Research Journal, 6*(2), 4-27.

Kieren, T. E. (1976). On the Mathematical, Cognitive and Instructional Foundations of Rational Numbers. I R. Lesh (Red.), *Number and Measurement: Papers from a Research Workshop.* Vol.7418491, 101-144.

Kieren, T. E. (1993). Rational and Fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. *Rational numbers: An Integration of Research*, 49-84.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (red.) (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. J. Washington, National Research Council. DC: National Academy Press.

Kirke-, undervisnings- og forskningsdepartement (1996). Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen. Hentet fra: https://www.nb.no/nbsok/nb/f4ce6bf9eadeb389172d939275c038bb?lang=no#0

Klette, K. (2016). Introduction: Studying Interaction and Instructional Patterns in Classrooms. I K. Klette, O. K. Bergem, & A. Roe (Red.), *Teaching and Learning in Lower Secondary Schools in the Era of PISA and TIMSS*, 1–14. Springer, Cham.

Kvale, S. og Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju.* Oslo: Gyldendal Akademisk.

Kunnskapsdepartementet (2003). *Kultur for læring.* (Meld. St. 30 (2003-2004)). Hentet fra: https://www.regjeringen.no/contentassets/988cdb018ac24eb0a0cf95943e6cdb61/no/pdfs/stm200320040030000dddpdfs.pdf

Kunnskapsdepartementet (2006). *...og ingen stod igjen. Tidlig innsats for livslang læring.* (Meld. St. 16 (2006-2007)). Hentet fra: https://www.regjeringen.no/contentassets/a48dfbadb0bb492a8fb91de475b44c41/no/pdfs/stm200620070016000dddpdfs.pdf

Kunnskapsdepartementet (2007). *Likeverdig opplæring i praksis!* Hentet fra: https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kd/vedlegg/grunnskole/strategiplaner/udir_likeverdig_opplaering2_07.pdf

Kunnskapsdepartementet (2010). *Motivasjon – Mestring – Muligheter*. *Ungdomstrinnet* (Meld. St. 22 (2010-2011)). Hentet fra: https://www.regjeringen.no/contentassets/0b74cdf7fb4243a39e249bce0742cb95/no/pdfs/stm201020110022000dddpdfs.pdf

Kunnskapsdepartementet (2017). *Overordnet del – Sosial læring og utvikling*. Hentet fra: https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/sosial-laring-og-utvikling/

Lamon, S. J. (2007). Rational Numbers and Proportional Reasoning: Toward a Theoretical Framework for Research. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the national council of teachers of mathematics,* 629-668. North Carolina: Information Age Publishing.

Lamon, S.J. (2010). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding. Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers* (2.utg.). New York og London: Routledge.

Li, Y. (2008). What Do Students Need to Learn about Division of Fractions? *Mathematics Teaching in the Middle School*, *13*(9), 546-552.

Lithner, J. (2008). A Research Framework for Creative and Imitative Reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 255-276.

Ma, L. (2010). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States.* Mahwah, N.J: Lawrence Erlbaum Associates.

Matematikksenteret (2016, 20.oktober). *Trådmodellen knyttet til tallforståelse.* Hentet fra: https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/Tallforsta%CC%8Aelse.kort%20oversikt%20okt16.pdf

Nes, K. (2004). Hvor inkluderende er L97-skolen? In K. J. Solstad & T. O. Engen (Eds.), *En likeverdig skole for alle? - Om enhet og mangfold i grunnskolen*, 135-153. Oslo: Universitetsforlaget.

NESH (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi* (4.utg.). Oslo: Den nasjonale forskningsetiske komite for samfunnsvitenskap og humaniora.

Niss, M, & Jensen, T.H. (Eds.). (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark.* København: Undervisningsministeriet.

Nordahl, T. (2010). *Eleven som aktør: Fokus på elevens læring og handlinger i skolen* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Nordahl, T. (2012). *Dette vet vi om klasseledelse.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Norge Kirke- og undervisningsdepartementet (1987). *Mønsterplan for grunnskolen: M87*. Hentet fra: https://www.nb.no/nbsok/nb/2aef891325a059851965d5b8ac193de5#0

Nosrati, M. & Wæge K. (2015). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Trondheim: Matematikksenteret – Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen. Hentet fra: https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/product/Oppdatert%20september%202019%20Sentrale%20kjennetegn%20på%20god%20læring%20og%20undervisning%20i%20matematikk.pdf

Ogden, T. (2012). *Klasseledelse, praksis, teori og forskning*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Ogden, T. (2008): *Kvalitetsskolen.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Opplæringsloven (1998). Lov om grunnskolen og den videregåande opplæring av 17. Juli 1998 nr. 61, sist endret 1.oktober 2015.
Hentet fra: https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61?q=opplæringsloven

Pervin, L.A. (1984). *Personality.* New York: Wiley.

Piaget, J. (1970). *The science of education and the psychology of the child. New* York: Orion press.

Postholm, M.B. (2010). *Kvalitativ metode. En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2.utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Resvoll, E. (2014). *Lærebøker i matematikk og læreres bruk av dem: en analyse av karakteristiske trekk ved de mest brukte lærebøkene på ungdomstrinnet og hvordan de blir brukt av tre lærere til planlegging og gjennomføring av undervisning* (Mastergradsavhandling, HIST avd. Lærer- og tolkeutdanning). Hentet fra: https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/handle/11250/217278

Richardson, V. (1997). *Constructivist Teacher Education: Building New Understandings*. London: Falmer Press.

Silver, E. A. & Stein, M. K. (1996). The QUASAR Project: The "Revolution of the Possible" in Mathematics Instructional Reform in Urban Middle Schools. *Urban Education*, *30*(4), 476-521.

Simon, M. (1995). Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective. *Journal for Research to Mathematics Education*, 26, 114-145. Hentet fra: https://www.jstor.org/stable/749205?seq=1#metadata_info_tab_contents

Skaalvik, E. M., & Fosen, I. (1995). *Tilpasning og differensiering. Idealer og realiteter i norsk skole.* Trondheim: Tapir Forlag.

Skaalvik, E. M., & Skaalvik, S. (2009). *Skolen som læringsarena. Selvoppfatning, motivasjon og læring.* Oslo: Universitetsforlaget.

Skemp, R. (1976) Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching, 77*(1), 20-26.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle school*, *3*(5), 344-350.

Stein, M. K., Grover, B. W. & Henningsen, M. (1996). Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms*. American Educational Research Journal, 33*(2), 455-488.

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle school*, *3*(4), 268-275.

Stein, M. K., Smith, M., Henningsen, M. & Silver, E. (2009). *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction. A Casebook for Professional Development* (2.utg.). New York: Teacher College, Columbia University.

Subramaniam, K. (2013). Research on the Learning of Fractions and Multiplicative Reasoning: A Review. I S. Chunawala (Ed.), *The epiSTEME reviews: Research Trends in Science, Technology and Mathematics Education* (4.utg.). New Dehli, India: Macmillan.

Tangen, R. (2009). Retten til utdanning for alle. I I. Befring & R. Tangen (red.) *Spesialpedagogikk*, 128-153. Oslo: Cappelen Akademiske Forlag.

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse – en innføring i kvalitativ metode* (5.utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Tjora, A. (2018). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (3.utg.). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.

Utdanningsdirektoraret (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag (Mat1-04). Formål.* Hentet fra: https://www.udir.no/kl06/mat1-04/Hele/Formaal/?lplang=nob&read=1

Utdanningsdirektoratet (2015). *Generell del – tilpassa opplæring.* Hentet fra: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/generell-del-av-lareplanen/det-arbeidande-mennesket/#tilpassa-opplaring

Utdanningsdirektoratet (2019). *Kjerneelement.* Hentet fra: https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer

Utdanningsdirektoratet (2019a). *Kompetanse i fagene.* Hentet fra: https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/kompetanse-i-fagene/

Utdanningsdirektoratet (2019b). *Tilpasset opplæring, arbeid med læreplaner og vurdering.* Hentet fra: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/tilpasset-opplaring/lareplaner-og-vurdering/

Utdanningsdirektoratet (2020). *Funksjon som lærerspesialist*. Hentet fra: https://www.udir.no/kvalitet-og-kompetanse/etter-og-videreutdanning/lararspesialister/funksjon-som-lararspesialist/

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The Development of Higher Psychological Processes*. London: Harvard University Press.

# Vedlegg

**Vedlegg 1:** Godkjenning fra NSD

**Vedlegg 2:** Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjekt

**Vedlegg 3:** Intervjuguide

**Vedlegg 4:** Fra intervju til koder

**Vedlegg 5:** Fra kodesett til kategorisering

**Vedlegg 1: Godkjenning fra NSD**

(Datert 18.09.2019)

Det innsendte meldeskjemaet med referansekode 267522 er nå vurdert av NSD.

Følgende vurdering er gitt:

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg 1 den 18.09.2019, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilken type endringer det er nødvendig å melde: nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 06.10.2020.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13. Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

**Vedlegg 2: Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjekt**

# *Vil du delta i forskningsprosjektet*

# «Kognitive utfordringer i klasserommet i temaet divisjon med brøk»?

**Formål**

I vår masteroppgave ønsker vi å se nærmere på hvilke kognitive utfordringer elever møter i undervisningen i temaet divisjon med brøk og hvordan lærerne legger til rette for ulike elevers behov i klasserommet i arbeidet med kognitive utfordringer.

Forskningsspørsmålet som vi ønsker å undersøke er:

*Hvilke kognitive utfordringer møter elever i tre ulike klasserom på ungdomstrinnet i temaet divisjon med brøk?*

For å svare på hovedspørsmålet har vi formulert to underspørsmål:

1. Hvilke kognitive krav stilles av oppgavene lærerne bruker i sin undervisning?
2. Hvordan legger læreren til rette for ulike elevers behov i klasserommet i arbeidet med kognitive utfordringer?

Resultatene av studien vil bli brukt i en masteroppgave ved NTNU.

**Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?**

NTNU, Institutt for Lærerutdanning er ansvarlig for prosjektet.

**Hva innebærer det for deg å delta?**

Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at du deltar på et intervju som blir lagt til perioden du underviser i temaet divisjon med brøk. Intervjuet vil ta ca 30-60 minutter. Det vil bli tatt lydopptak av intervjuet. Hovedpunktene i intervjuet vil dreie seg om tilpasset opplæring i matematikk og oppgaveutvalget som blir brukt i din undervisning i temaet divisjon med brøk.

I tillegg innebærer det at du deler oppgavene du benytter i undervisningen av temaet divisjon med brøk.

**Det er frivillig å delta**

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

**Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Silje Sletholen, Kari-Anne Myhre og veiledere/forelesere vil ha tilgang til datamaterialet. Datamaterialet vil kunne diskuteres med medstudenter.
- Vi kommer til å bruke opptaksutstyr som er lånt fra NTNU, hvor filene legges over på en kryptert minnepenn. Minnepennen vil være innelåst når den ikke er i bruk.

- Navnet og kontaktopplysningene dine vil vi erstatte med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data
- Deltakere vil ikke kunne gjenkjennes i masteroppgaven, da både personer og skole vil bli anonymisert.

**Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?**

Prosjektet skal etter planen avsluttes ca 6.oktober 2020. Ved prosjektslutt vil alle opptak og opplysninger bli slettet.

**Dine rettigheter**

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

**Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?**

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

**Hvor kan jeg finne ut mer?**

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Silje Sletholen, masterstudent ved NTNU, sisla001@osloskolen.no
- Kari-Anne Myhre, masterstudent ved NTNU, kari.anne.myhre@melhus.kommune.no
- NTNU, Institutt for Lærerutdanning ved Svein Arne Sikko, svein.a.sikko@ntnu.no
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen, thomas.helgesen@ntnu.no
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Silje Sletholen og Kari-Anne Myhre

## Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet, Kognitive utfordringer i klasserommet i temaet divisjon med brøk, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i intervju
- ☐ dele oppgaver jeg benytter i undervisningen

Jeg samtykker til at opplysninger om meg behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. 6.oktober 2020

----------------------------------------------------------------------------------------------------

________________________________________

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

**Vedlegg 3: Intervjuguide**

**Innledningsvis:**
- Lydopptak av intervjuet
- Du har full mulighet til å avslutte intervjuet om du ønsker
- Anonymitet

**Bakgrunnsinformasjon:**
Alder:

Utdanning:

Arbeidserfaring:
- Hvor lenge du har undervist i matematikk på ungdomstrinnet?

Klassesammensetning:
- Antall elever
- Faglig nivå

**Undervisning:**
Hva legger du i begrepet tilpasset opplæring?

Hva legger du vekt på i din planlegging av undervisning?
- Tilpasset opplæring?
  - Hvilke faktorer vektlegger du?
- Variasjon
- Valg av innhold, undervisningsmetode og oppgavetyper

Hvis oppstartsoppgave(r):
- er det et bevisst valg og bruke akkurat den(ne)?
  - Hvorfor?
  - Tema?
  - Hvordan plukker du ut disse oppgavene?

Hvordan hjelper du alle elevene gjennom timen?
- Er oppgavene du bruker et bevisst valg for å hjelpe alle?

Kan du utdype mer rundt valg av de ulike oppgavene du brukte gjennom timen?
- Bevisst valg?
- Mest fokus på tema?
- Mengdetrening?
- Relasjonell/instrumentell forståelse?

**Avslutning:**
Noe du vil legge til i forhold til undervisningen din, tilpasset opplæring og/eller valg av oppgaver elevene arbeidet med i de ulike undervisningsøktene?

Takk for hjelpen.

**Vedlegg 4: Fra intervju til koder**

| Nr | Intervju | Koding |
|---|---|---|
| 8 | Hvis man skal tenke tilpassa opplæring til det ekstreme burde jo alle ha hvert sitt, men det er jo en utopi. Tilpassa opplæring tenker jeg at enhver skal oppleve mestring og at en tilpasser både innlæring, metode og omfang og vanskelighetsgrad egentlig. Men jeg lager ikke det til den og det til den, men tenker at jeg tilpasser med at gjennom åpne oppgaver sånn at alle kan ha en grei innfallsvinkel da. Og så kan man heller løfte opp. Jeg tenker at man begynner på «scratch» på et eller annet og så løfter man opp hvor langt man kommer med de ulikes... Sånn tenker nå iallfall jeg. | Oppleve mestring, innlæring, metode og omfang<br>Åpne oppgaver |
| 9 | Nei, jeg tenker jo litt sånn i forhold til det vi har lært på studiet. Sånn med Shulman.. Lærers kompetanse. Jeg tenker veldig mye i forkant. Tempo tenker jeg er tilpasset opplæring. At jeg tilpasser hvor elevene er. Jeg går ikke videre og videre.. Jeg planlegger ei litt lengre økt og så ser jeg hvor langt jeg kommer. Og så fortsetter jeg der jeg slapp forrige gang. Jeg har ikke noe mål om at jeg **må** bli ferdig. Det lar jeg elevene sin progresjon styre. Så det føler jeg er tilpassa. Og så tenker jeg litt på hvilke eksempler… | Lærers kompetanse<br><br>Planlegge lengre enn ei økt<br>Progresjonen til elevene styrer |
| 10 | Bruker mye forskjellige representasjoner. Det tenker jeg og er tilpasning. At man viser både med tall og tegning og ulike strategier og ulike fremgangsmåter. Så jeg tenker vel mye mer sånn på hvordan jeg skal gjøre det og hva prosessen og så tenker jeg at timen viser meg litt hvor vi havner. Åpen for elevenes innspill. Prøver jo å styre mye med elevsamtaler og at elevene styrer hvor vi skal og inviterer inn dem på banen. | Forskjellige representasjoner – tilpasning<br>Elevenes innspill<br>Elevene styrer retning |
| 11 | Jeg tenker at man må begynne et sted og så har man et mål. Og så tenker jeg at målet blir å komme seg fra begynnelse til slutt. Hvis vi tenker når du var tilstede. Så tenker jeg at vi begynner her og ser om elevene klarer å trekke den logiske prosessen og de logiske overgangene. Begynne enkelt og så lede man mot.. og så prøver man jo med både reflekterende spørsmål og at man har tenkt igjennom prosessen først. Men samtidig må man jo være åpen for elevenes innspill og ideer. Det er jo ikke sikkert det går i det tempoet eller den retningen du vil, men du har jo en mening og mål med det. | Et mål<br><br>Logisk prosess – elevene ser sammenheng<br>Prosessen – timens gang<br>Mening og mål |
| 12 | Nei… Temaet når du var der var jo brøk delt på brøk. Og det har jeg jo tenkt mye på. Hvordan jeg skal lære inn det. For å bare presentere regelen synes jeg gir ingen mening. Og så er det noe med at det er første | Regel, ingen mening |

| | | |
|---|---|---|
| | gangen de ser å dele med en brøk så jeg var veldig opptatt av at de skulle skjønne hva den delingen betyr i utgangspunktet. Og det var det jo flere som diskuterte og sånn betyr det å dele på en halv det samme som å dele på 2. så vi begynte jo der. Og det tenker jeg at ikke var tilfeldig at vi tok det eksemplet. Jeg tenker at det er lett å overføre til en situasjon eller kontekst. | |
| 13 | Ja, det visste jeg i og med at vi er en 1-10 skole så har jo jeg jobbet med mattelæreren der også. Så jeg visste at de ikke hadde hatt verken gange eller deling med brøk. Og vi jobba jo sånn med ganging og å prøve å få den forståelsen. Men jeg veit og at de har veldig god forståelse for hva brøk er for noe. Så målet er jo at det skal være en logikk i det og at de klare å resonner seg frem til det og det syns jeg elevene klarte fint i den prosessen når du var der. | Få forståelse<br><br>Resonere seg frem |
| 14 | Ja, det var med tanke på at jeg ønsket at de skulle skjønne hva betyr det når vi deler med en brøk. Og så syntes jeg det eksemplet var veldig let overførbart til en kontekst til for eksempel å tømme over på flasker eller dele inn i noe. At de da lett, med tanke på, … at de da 1/2 , 1/3 at det er lett å dele inn i noe. De så veldig fort sammenhengen at her handler det om vi kommer på en måte på gangingen med nevneren. Det syntes jeg de så fort. Men vel så viktig å skjønne hva handler det om når vi deler med brøk, da lurer vi på hvor mange halve, hvor mange av den størrelsen. Det ofte at jeg opplever at de har syntes har vært vanskelig før. | Kjenne seg igjen, naturlig kontekst |
| 15 | Ja, for å ta opp tråden. Det er også litt sånn tilpassa at jeg har lyst at de skal se at ting henger sammen. Går litt sånn spiral da.. Litt fram og så går du litt tilbake for hvor var vi hen sist, se sammenhengen, at det ikke bare blir bruddstykker. Og det er jo og litt sånn for at det ikke alltid vi kommer dit vi har tenkt, men det er jo noe med å holde tråden på der vi har vært. | Alt henger sammen |
| 16 | Ja, det henger sammen. Det er og derfor jeg ikke underviser etter bok for jeg synes når man er midt inne i noe er elevene klare for noe mer enn det boka sier for da er vi inne i det og har forståelsen og skal stoppe da for å ta et annet tema synes jeg blir meningsløst. Kjøre prosessene helt ut så langt ut som så du føler at elevene er klar for det modenhetsmessig. | Forståelse- ellers meningsløst |
| | Nei, vi kjører jo .. sånn som den timen du var der, så føler jeg at målet var at vi gikk fra et helt tall delt på brøk og så så vi hva som skjer når vi ikke har en del i telleren og så fikk vi sett det og så landa vi jo på full pakke egentlig, brøk delt på brøk. Og så ser man jo det at enkelte spesielt de svake som ramler av underveis igjen, men da neste time igjen har vi et stoppunkt. Og | |

| | | |
|---|---|---|
| | da jobber vi med det samme igjen. Og da kanskje jeg tilpasser oppgavene mer igjen. Så sånn som nå har jeg.. når går vi ikke noe videre.. så nå har jeg laget masse oppgaver på alle deltemaene på brøk så hvis noen sliter med omgjøring fra blanda tall til uekte brøk så få r de en oppgavebank. En med sammenligne verdi, jeg har laget en bank med addisjon og subtraksjon med lik nevner, likedan med ulik nevner, en bank med ganging av brøk og enn bank med deling med brøk, tekstoppgaver har jeg laget en bank, eksamensoppgaver så jeg har laget åtte forskjellige banker som alle jobber med på sitt nivå i samarbeid med meg da, de neste tre timene. Tar litt stoppunkt på det da. | |
| | Ja, der ligger alt. Så tenker jeg de svakeste plukker jeg også bort fra de som synes det er veldig vanskelig. Da prioriterer jeg at de skal lære seg addisjon og subtraksjon fremfor ganging og deling for da tenker jeg at de ikke er klar for det enda, det er ikke sikkert at alle skal lære alle heller, an hende de svakeste skal stoppe der. Rydde litt for dem da | |
| | Begge deler synes jeg, for noen av de svakeste kanskje aldri kommer lenger opp. For at jeg ser at det er forskjell på de og sant. Men jeg tenker at enhver skal få strekke seg så langt den har mulighet. Men selv om en er svak kan det hende noen trenger mengdetrening for det er det de mestrer, at de opp til et nivå og heller få trygge på dem. Også jobber man opp og så tenker jeg og tilpassa for de sterkeste at jeg utfordrer dem med helt andre ting igjen da | Oppgaver - mengdetrening |
| | Ja, de må forstå det.. de må skjønne hva… det jeg tenker du kan ikke bygge på noe hvis du ikke får den andre forståelsen, nå husker jeg ikke hva den heter men.. | |
| | Relasjonell forståelse ja. Og det er jo det jeg opplever at de har da hatt for vi har jo jobbet mye med hva er en brøk. Og det er jo det.. det jeg har tenkt med gangingen med brøk at det er en del av noe, men vi går fremover men vi tar hele tiden med oss det vi har lært før for de ser at det er et verktøy for det nye vi skal lære. | forståelse |
| | Nei, det er jo derfor jeg ikke bruker bok for jeg syns… jeg plukker litt her og der.. jeg har enn veldig mening med det, men det er klart det er tidkrevende når jeg sitter sånn. For nå i den oppgavebanken har jeg jo brukt fire forskjellige bøker til å.. jeg sitter jo ikke å dikter opp oppgaver, men når jeg vil ha en bank på bare omgjøring av blanda tall så må jo det være sånn bytte på høyre og venstreside det må være variasjon | Lage oppgaveutvalget<br><br>Leter og finner her og der |

| | | |
|---|---|---|
| | innenfor det. Hvordan kan man variere? Og da bruker jeg læreverk for å finne oppgaver på det. Tekstoppgaver finner jeg og da som handler om det jeg ønsker å finne. Sånn at det blir et puslespill av det som finnes fra før og så gjør jeg litt om oppgaveteksten så det handler om lærerne deres i stedet for at det er Per og Pål. Det synes elevene.. det er jo egentlig en «gimick», men det elevene synes nå det er litt morsomt… | |
| | Ja, og så tenker jeg at det med brøk. Iallfall den deling med brøk er vanskelig og da finne gode oppgaver spesielt på det temaet som du vet elevene sliter med så det ikke blir instrumentelt så du gjør bare sånn og sånn, det blir litt annerledes når de har skjønt sammenhengen foran da.. | Ulike type oppgaver |
| | Nei, det er jo det å la elevene komme til også det å.. jeg blir jo imponert når de klarer å resonnere seg frem og selv om du.. jeg har lagt opp oppgaveløp som skal føre oss igjennom. Når det da kommer fra han ene, men nå har vi bare sett eksempel med 1 i telleren og det skjedd akkurat det samme i den andre klassen. Jeg har jo lagt en plan om at jeg egentlig skal stille de spørsmålene, men så er det elevene selv som kommer med dem det synes jeg er gøy altså at de trekker de trådene der | |
| | Nei, du kan se sånn sett at.. nå jobber jeg med brøk på 9.trinn, pensum står det liksom at det pleier å være på 8.trinn. sånn at jeg veldig sånn trygg på at jeg vil lære det dem at de kan det dem kan enn at det blir «ommat» og «ommat» med brøk da. At du nesten føler du gjør det samme om igjen, om igjen for de har ikke skjønt det. Så jeg føler at når de har lært det nå så går vi videre for da er jeg trygg på at de kan det. | |
| | Ja, og det har de jo.. de har jo ikke alltid vært sånn de heller. De må jo trenes på og snakke og dele tankene, det er vanskelig å sette ord på tankene sine. Men kanskje en elev begynner å tenke en tanke som de andre kan få inspirasjon fra. Det er litt sånn sammen blir vi bedre. | |
| | Nei, det er jo alltid noen som sitter litt passiv og ikke ber om hjelp, men da må en jo være litt på. Men så ser at mange av de svake kanskje kan ha litt mer å bidra med når de skal jobbe sammen med noen enn at de bare sitter alene. Men jeg ser at der og må man jo variere litt. Jeg har jo svake som ikke gjør noe, som prøver å få timen til å gå jeg og som alle andre. Jeg tenker at alt kan jo bare bli enda bedre. Men jeg har iallfall tru på at de kan se andre måter å lære seg ulike representasjoner. Hvordan vil det se ut. Altså hva er | |

| | | |
|---|---|---|
| | egentlig situasjonen. Lære opp, tegne opp, oversette litt teksten. Mange er jo svake lesere og sant. At man da kan gi dem noen verktøy på den måten. | |
| | Det spiller ingen rolle. Men det er klart når vi jobber… Nå blir det jo litt sånn drill.. altså hvor spennende og variert kan du gjøre omgjøring fra blanda tall til uekte brøk. Det blir jo litt sånn metodisk igjen da, men så lenge de har skjønt bakgrunnen for det de gjør. Og de har jo vi har snakket om at vi går fra bit til hele og fra hele til biter og at de har det bak. Og at de når som helst kan tegne opp situasjonen. Hva er det egentlig vi driver på med. Det minner meg hele tiden om. Hvis de ikke skjønner det er det ikke noe sånn ja hva gjør vi? Men hva har vi og hvordan kan vi tenke her. Tenker jeg da på de svake og ja ellers og da. At man ikke bare gir de husk å gange det med det og legge på det. Den veien tar jeg aldri. Da hele tiden tilbake til hva har vi og hva skal vi gjøre. Hvorfor kunne vi gange. Hele tiden på den hvorfor, hvorfor. | |
| | Jeg tenker på i forhold til å få til tilpasset opplæring er at det…ehh, de oppgavene jeg går gjennom på tavla skal være såpass lette at de fleste elevene klarer å forstå det vi går gjennom. Og….(mye latter)…og så tenker jeg også at både sterke og svake elever skal få mulighet til å bidra, derfor bruker jeg mye av læringspartner, eh…bruker spill når det er hensiktsmessig…ehh..og ..ehh… lar elevene prøve seg underveis slik at de får…stoppet helt opp….får prøve om de forstår det eller ikke. | Tavleoppgaver<br>Sterke og svake bidrar, læringspartner<br>Prøve seg selv |
| | Ehh, ja. Det vil jeg si det er, jeg tenker at elevene skal være på så mye som mulig, sånn at de ulike delene skal ikke være for lenge for å holde konsentrasjonen deres oppe. Og det kan også være for å koble de på i timene ved bruk av starter oppgaver, som vi kanskje kommer til senere. Også tenker jeg atte ulike elever mestrer ulike måter å jobbe på i matematikken derfor tenker jeg det er viktig å ha variert undervisning slik at alle opplever at det er noe de liker og mestrer i løpet av en time. | Deltakende elever<br>Starter oppgave<br>Mestrer ulikt<br>Variert undervisning – liker noe i løpet av økten |
| | Så..det tema vi holdt på med den timen var divisjon av brøk eller med brøk, og det er ofte tema elevene, i hverfall algoritmen har elevene vanskelig med å forstå, så oppgavene jeg valgte ut var for at de selv skulle tenke hvordan de løste den oppgaven før de visste algoritmen. Ehhh…og i tillegg så valgte jeg ut noen oppgaver som er lette å illustrere hva de har tenkt og hvor det kan komme frem ulike måter å løse den på. | Tavleundervisning<br><br>Illustrasjon av oppgave |
| | Den ene oppgaven jeg hadde den var henta fra multi, fra barneskolen…ehh…og den var såpass greie tall at | Multi, ulike nivå |

| | | |
|---|---|---|
| | det er lett å tenke hvordan en skal løse den. Ehh…den kan…det var tall som kan brukes på ulike måter for å komme frem til en løsningsmetode og samtidig fikk vi flettet inn litt måling som er fint. Ehh..mens den andre lagde jeg selv, på bakgrunn av at jeg ville ha noen tall som var lette for elevene å tenke med og som de hadde et forhold til fra før av. | Representasjon av oppgaven |
| | Åja, den ja…ja det er litt for å teste forståelsen din sin, også liker jeg «hvem skal ut oppgaver», veldig fine oppgaver , for det at man kan få frem, det er ikke et fasit svar på hva som er riktig og hva som skal ut.. så , får frem mange fine ideer, noen elever kan henge seg opp i at tre av oppgavene er det ett 5-tall i, noen elever at det tre av brøkene hadde primtall i seg, da får vi tatt det inn, mens andre så på verdien av brøkene. Så det dekte på en måte et bredt spekter av matematikk selv om det kun handlet om brøk. | |
| | Ehh…ja..mange ganger så er det det., men det kan også være et helt annet tema for å repetere eller minne de på. For eksempel har jeg også hatt oppgaver med en kalkulator som er «ødelagt» for å dra inn litt tallforståelse. | |
| | Ehhh….ja, jeg prøver oppgavene vi går gjennom felles eller har samtaler om, skal gi di såpass mye innsikt at de klarer løse oppgavene selv etterpå, selv om de kanskje møter på noen nye utfordringer der, så skal de oppgavene vi har snakket om felles, kunne gi de på måte bakgrunnen for å klare det videre og at det skal nå en såpass stor del av klassen..også kan det hende jeg legger inn noen utfordringer til de som blir tidligere ferdig..ehhh…att de får prøve seg, assa, litt ekstra. | Nye utfordringer, men fått innsikt |
| | mmm…det er ganske stor variasjon i oppgavene, det er noen elever som har behov for mye mengdetrening for at det skal sitte, så det var noen oppgaver som lignet mye på de de gjorde i boka, så er det også mer utfordrende oppgaver eller problemløsningsoppgaver for elever som ønsker å utfordre seg selv eller som trenger litt mer variasjon. Også mener jeg at det lærerverket vi har nå er det mange like oppgaver..og derfor supplerer vi ofte med oppgaver som er litt annerledes lagt opp enn de som er i boka…f.eks. brøkpyramider, tekstoppgaver osv.. | Problemløsningsoppgaver |
| | Ja, jeg tenker det er viktig at elevene klarer å overføre det de har lært til noe nytt…ehh..uten at de nødvendigvis har møtt på akkurat den type oppgave før, så tenker jeg viktig del av matematikken er at de har forståelse og klarer å overføre det til noe nytt. | |
| | Hmmm…jeg skal tenke på det. Jeg tenker det at må ikke..assa, kan ikke lage individuelle oppgaver til 30 | Tilpassete oppgaver |

| | | |
|---|---|---|
| | elever, for da jobber man for mye, men man kan tilpasse ganske mye, ved å bare ha noen ekstra oppgaver slik at elevene føler seg møtt på sine ni.., sine behov og at de føler at de lærer noe den timen da. Og..ehh..da er det viktig å både ha variasjon av undervisningsmåte og en variasjon av oppgaver, for at de skal føle mestring og at de som har behov for føler at de lærer noe nytt eller som føler det er viktig å bli utfordret også, får det. | Variasjon i timen |
| | mmm.. ja for det meste gjør jeg det. Kan også gi åpne oppgaver, min opplevelse da er at , at det er vanskeligere å treffe alle selv om egentlig en åpen oppgave skal det, men det er mange elever i hvertfall på 8.trinn som trenger struktur og noe konkret å forholde seg til.. Så..ehh..så jeg føler i hvertfall mine elever treffes bedre av å ha en variasjon av oppgaver og undervisningsmetoder. | |
| | ehh…tenker at alle skal få et opplegg som passer hver enkelt, uansett hvordan nivå de er på. | |
| | at det skal være så enkelt som mulig, gjøres enklest mulig det skal være forståelig…ehhh…det er det jeg tenker mest på.og viss det er mulighet til å bruke konkretisering eller viss det er muligheter til å gjøre noe som de kan forholde seg til, dagliglivet. Så gjør jeg det. | |
| | variasjon. Så tenker jeg på at både en kan sitte å jobbe helt, arbeidstime, kan ha tavleundervisning , vi kan gå ut og gjere forsøket, vi kan bygge , vi kan ha , prøve å ha kahoot, eller konkurranser, heads and tails, bingo,…vil det skal være kjekt for dem, og stasjoner | |
| | jeg tenker at de skal holde på med det samme emnet, også tenker jeg at jeg har forskjellige oppgaver om emnet ut i fra nivå de er på. | |
| | ja,ehh…med tanke på assa vis jeg velge oppgave så kan det være for at dette må bli gjennomgått fordi dem ikke kan det eller så er det f.eks fordi jeg har hatt…denne gangen hadde ei hatt ei prøve..og forstått at det var fleir som ikke skjønte det..så da er det på en måte at jeg går igjennom det, ka elevene treng å gå gjennom igjen. | |
| | det kan det…så en kan på en måte trekke tilbake til undersøke…både ehh…kartleggeren og nasjonale prøve. | |
| | ehh..jeg prøver ofte å sette kanskje dei gruppe, hvertfall de som er faglig flinke , kanskje går ut av klasserommet, når de sitter i gruppe sammen har de mulighet til å hjelpe hverandre også har jeg…i klasserommet de som eg, har behov for hjelp og de får ofte sitte sammen men noen som kanskje …som de kan hjelpe hverandre…for det å nå rundt til alle synes jeg | |

| | | |
|---|---|---|
| | kan være utfordrende. | |
| | jeg tenker jo alltid det er et bevisst valg rundt det du gjør. Så som ofte har tekstoppgaver er det fordi generelt scorer lavt på tekstoppgaver og at det norsk kunnskapene går igjen i mattefaget…at det er svakt og kanskje trekke ut den informasjonen som er viktig fra tekstoppgaver er det egentlig oppgaven spør om, hva handler den om. Så det er alltid et bevisst valg hvorfor du tar de oppgavene. | |
| | eneste jeg har en klasse som jeg må være mest mulig kreativ, for jeg (små ler)..jeg har liksom en tanke om..tror elevene fort kan kjede seg, at de ofte masse teori og jobbe. At hva kan vi gjøre for at...skole skal jo ikke bare være gøy, men at det både kan være lærerikt og kjekt samtidig. | |
| | og det er ofte ..de liker ofte konkurranser , de liker med en gang de får gjøre andre ting. | |
| | ehh…ja..synes det er veldig fint når du kan finne oppgaver som kan på en måte treffe alle da. At du kan, sånn som finne ei oppgave som kanskje er middels nivå, men så kan du på måte for de aller flinkeste stille spørsmål om hvorfor det er sånn, få de til å tenke, begrunne mer..men kanskje på middels eller lavere nivå så kan du få, bare få de til å forstå det | |
| | at det selvsagt kan være utfordrende å ha matematikk når nivået er så forskjellig. | |

**Vedlegg 5: Fra kodesett til kategorisering**

| Kodesett | Kategorisering |
|---|---|
| Logisk prosess – elevene ser sammenheng<br><br>Oppleve mestring, innlæring, metode og omfang<br><br>Verktøy for svake lesere – ulike representasjoner<br><br>Prosessen – timens gang<br><br>Stoppe opp – prøve seg selv.<br><br>Variert undervisning – liker noe i løpet av økten<br><br>Kobles på med starter oppgave<br><br>oppgavene vi går gjennom felles eller har samtaler om, skal gi di såpass mye innsikt<br><br>Variasjon av undervisningsmåte og oppgave<br><br>Opplegg passe alle uansett nivå<br><br>Ulike måter å jobbe på – alene, sammen, spill, praktisk<br><br>har en klasse som jeg må være mest mulig kreativ, for jeg (små ler)..jeg har liksom en tanke om..tror elevene fort kan kjede seg, | variasjon |
| Åpne oppgaver<br><br>Kjenne seg igjen, naturlig kontekst<br><br>Mengdetrening<br><br>Lage oppgaver med mening<br><br>Problemløsningsoppgaver<br><br>Tekstoppgaver, eksamensoppgaver<br><br>Prioriterer utvalget<br><br>Puslespill av det som finnes – gjør det om til å finne det jeg vil<br><br>Ulike oppgaver- ikke instrumentelt<br><br>Noe drill – hvor spennende kan enkelte ting bli | Differensiering/oppgaver |

| | |
|---|---|
| Tavleoppgaver – lette så alle klarer<br><br>Kobles på med starter oppgave<br><br>Multi- såpass greie tall<br>Supplere med annerledes oppgaver<br><br>Ikke lage indivduelle oppgaver til 30 elever – noen ekstra oppgaver<br><br>Ulike oppgaver- samme emne<br><br>har tekstoppgaver er det fordi generelt scorer lavt på tekstoppgaver og at det norsk kunnskapene går igjen i mattefaget | |
| Regel, ingen mening<br><br>Få forståelse<br><br>Resonnere seg frem<br><br>Alt henger sammen<br><br>Forståelse- ellers meningsløst<br><br>Metodisk så lenge de har skjønt bakgrunn<br><br>Illustrasjon av oppgave<br><br>Dele i grupper – flinke går ut av klasserommet<br><br>Forskjellige representasjoner – tilpasning | Differensiering/ læring og forståelse |
| Trenes i å snakke sin tanker<br><br>Tenke en tanke som inspirasjon for andre<br><br>Alltid noen passive, jobbe sammen<br><br>Alt kan bli bedre – lære av hverandre, gruppe<br><br>Sterke og svake bidrar- læringspartner<br><br>Deltakende elever | samarbeid |
| planlegger ei litt lengre økt og så ser jeg hvor langt jeg kommer<br><br>elevene sin progresjon styre.<br><br>man et mål. Og så tenker jeg at målet blir å komme seg fra | irrelevant |

| | |
|---|---|
| begynnelse til slutt<br><br>en måte trekke tilbake til undersøke…både ehh…kartleggeren og nasjonale prøve | |

NTNU

Kunnskap for en bedre verden