

DE LA TSD À LA TAD. UN TÉMOIGNAGE

Heidi Strømskag

Affiliation: Université norvégienne de science et technologie (NTNU). Mail : heidi.stromskag@ntnu.no

Yves Chevillard

Affiliation: Université d'Aix-Marseille. Mail : y.chevallard@free.fr

Résumé : L'intérêt actuel pour la théorie anthropologique du didactique (TAD) suscite, dans un grand nombre de pays du monde, un effort d'enseignement et d'apprentissage de la TAD. Tel est le fait cardinal qui fonde le projet de travailler à développer la didactique de la TAD. Dans cette perspective, la présente étude vise à éclairer la structure des *curriculums personnellement vécus* (CPV) de formateurs d'enseignants et de chercheurs qui s'efforcent de travailler chaque jour plus efficacement dans le cadre de la TAD en avançant à partir de cadres théoriques autres, dont, ici, la théorie des situations didactiques (TSD), qui a joué un rôle clé dans un tel processus de changement. Cette étude repose sur l'examen des conditions et contraintes d'un parcours curriculaire poursuivi jusqu'à aujourd'hui sur une période de trente années environ. Elle met au jour un au-delà des *curriculums institutionnellement offerts* (CIO), une face cachée faite tout à la fois de manques curriculaires et de rencontres (apparemment) aléatoires, décisives pour permettre à « l'apprenant » de tracer avec ténacité son parcours de formation entre des environnements incertains, parfois même défavorables, et des milieux scientifiquement et humainement accueillants.

Mots clés : Didactique de la TAD, Curriculum personnellement vécu, Rencontre aléatoire.

FROM THE TDS TO THE ATD. A TESTIMONIAL

Abstract: The current interest in the anthropological theory of the didactic (ATD) is prompting an effort to teach and learn the ATD in many countries around the world. This is the cardinal fact which founds the project to work on developing the didactics of the ATD. From this perspective, the present study aims to shed light on the structure of *personally lived curriculums* (PLC) of teacher trainers and researchers who are striving to work more effectively in the context of the ATD on a daily basis by advancing from other theoretical frameworks, including, here, the theory of didactic situations (TDS), which has played a key role in such a process of change. This study is based on an examination of the conditions and constraints of a curricular path that has been pursued up to the present day over a period of about thirty years. It brings to light something beyond the *institutionally offered curriculums* (IOC), a hidden face made up both of curricular shortcomings and of decisive (apparently) random encounters which enable the “learner” to tenaciously trace his or her training path between uncertain, sometimes even unfavourable environments and scientifically and humanely welcoming milieus.

Keywords: Didactics of the ATD, Personally lived curriculum, Random encounter.

INTRODUCTION

Comment en vient-on à étudier et apprendre la théorie anthropologique du didactique (TAD) là où aucun curriculum institutionnellement offert (CIO) ne propose de l'étudier, là où l'observateur extérieur ne voit guère que des curriculums institutionnellement *manquants* ? Telle est la question plus particulière au cœur de cette étude, qui apporte un élément de réponse inédit et précieux à la question génératrice d'un programme de recherche qu'on peut formuler ainsi : « Comment, dans quelles conditions et sous quelles contraintes, peut-on rencontrer et apprendre la TAD aujourd'hui dans les différents pays du monde ? » La réalité d'un parcours formatif examiné sur une trentaine d'années à travers le récit qu'en fait celle qui y tient le premier rôle, Heidi Strømskag, se dévoile dans sa singularité et sa complexité, qui entrelacent sans cesse efforts d'étude et rencontres improbables, études « formelles » parfois possibles et autodidaxie indéfiniment obligatoire.

La présente contribution à ce programme de recherche est constituée avant toute chose par le témoignage de Heidi Strømskag, recueilli au cours d'entretiens avec Yves Chevallard, qui commente ensuite ce témoignage à la lumière de la TAD.

UN TÉMOIGNAGE : HEIDI STRØMSKAG

Notice biographique

Heidi Strømskag est née à Frøya (Norvège) en octobre 1965. De 1987 à 1991, elle enseigne les mathématiques, l'informatique et l'allemand au lycée de sa ville natale, avant d'enseigner comme assistante à l'université de Trondheim (1992-1994). Elle devient ensuite maître de conférences à l'université d'Agder, dans le cadre de la faculté de formation des enseignants (1994-1996). Elle sera un peu plus tard maître de conférences (1999-2010) puis professeure associée (2011-2015) au collège universitaire du Sør-Trøndelag (Trondheim), dans le cadre de la faculté de formation des enseignants. Depuis 2015, elle est professeure associée à l'université norvégienne de science et technologie (*Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet* [NTNU], Trondheim). Dans le cadre de ses études à l'université de Trondheim, elle obtient d'abord une licence de science (1988) puis un certificat en éducation (1990), et enfin un master

de mathématiques (1994) avec un mémoire intitulé *Gröbner generating sets with application to construction of projective resolutions*, sous la direction de Idun Reiten. Elle soutient en 2012, à l'université d'Agder, sous la direction de Barbara Jaworski, une thèse de doctorat intitulée *Factors constraining students' establishment of algebraic generality in shape patterns: A case study of didactical situations in mathematics at a university college*. Outre les responsabilités d'enseignement et de recherche qu'elle assume depuis plusieurs années aux niveaux national et international, elle est l'auteure de nombreuses publications scientifiques. Elle a participé à l'*Intensive research programme* qui s'est tenu en juin-juillet 2019 au *Centre de recerca matemàtica* de Bellaterra (Barcelone), sous le titre « Advances in the anthropological theory of the didactic and their consequences in curricula and in teacher education »¹, où elle a présenté une communication à paraître sous le titre *Prospective teachers solving a percentage problem: An analysis of the construction of a praxeology*. L'entretien ci-après, fruit d'un dialogue entre Heidi Strømskag (HS) et Yves Chevallard (YC), a été enregistré les 6, 8 et 15 octobre 2020.

Entretien

YC. Heidi, qu'existait-il pour toi, en matière de *mathematics education*, avant ta rencontre avec la théorie des situations didactiques (TSD), c'est-à-dire, je suppose, quand tu étais étudiante et durant un certain nombre d'années après ?

HS. Il me faut revenir à l'année 1990, au temps de ma formation pédagogique, temps durant lequel j'ai découvert une partie au moins de la littérature sur l'éducation mathématique... On parlait beaucoup alors des théories de Richard Skemp, de sa distinction entre compréhension relationnelle (*relational understanding*) et compréhension instrumentale (*instrumental understanding*)². Cela a constitué un apport important pour moi. Et on parlait aussi de George Pólya et de son livre fameux intitulé *How to Solve It*³. Quand j'ai commencé à travailler dans le domaine de la formation des professeurs, la notion centrale était celle de compréhension relationnelle. Pas seulement pour moi ! C'était toute une culture, celle de mes collègues... Le but, c'était de faire que les élèves professeurs (*student teachers*) prennent conscience que, en

¹ Voir à l'adresse <http://www.atd-tad.org/1/>.

² Sur Richard Skemp (1922-1995), voir SKEMP, 1976.

³ Sur George Pólya (1887-1985), voir par exemple GEORGE PÓLYA, 2020. Son livre *How to Solve It* (PÓLYA, 1957) avait paru en 1945 (avec une seconde édition en 1957, dont la traduction française a paru en 1965).

Norvège, au primaire comme au secondaire, le mot d'ordre, la philosophie de l'affaire, c'était : les « méthodes » ! Résoudre des problèmes et donc avoir des méthodes pour les résoudre. La compréhension des choses n'était nullement au premier plan. Et donc dans le programme de formation des enseignants, l'idée de compréhension relationnelle était neuve. J'avais été à l'école moi-même, bien sûr, j'avais été à l'université... À l'université, c'était différent, mais c'était... C'était surtout centré sur les méthodes de résolution de problèmes.

YC. Dans la terminologie de la TAD, l'enseignement portait essentiellement sur la *praxis*, très peu sur le *logos*.

HS. Oui. Bien sûr à l'université on étudiait aussi la notion de démonstration mathématique, mais on étudiait surtout des démonstrations faites par d'autres, plutôt que de créer nos propres démonstrations. Il n'y avait à peu près rien concernant les raisons d'étudier les connaissances enseignées, ni à quoi elles pouvaient servir, d'où elles venaient. Dans le langage de la TAD, c'était des « monuments » ! C'était vraiment la visite d'œuvres mathématiques. Donc quand je suis devenue formatrice d'enseignants, de façon délibérée, nous avons passé du temps avec les élèves professeurs sur la notion de compréhension relationnelle, en leur donnant à étudier des problèmes plus « ouverts ». Tu m'as demandé ce qu'étaient les difficultés rencontrées dans cette voie par contraste avec ce qui se passe en TSD. En fait le problème majeur, c'était le passage du travail sur des problèmes ouverts à un savoir didactique leur permettant de concevoir et de réaliser un enseignement. C'était de futurs enseignants, et pas seulement des étudiants ! Le défi, c'était donc celui-là. Et je pense que, en tant que formateurs d'enseignants, nous n'arrivions pas à effectuer ce passage.

YC. Ta rencontre avec la TSD se fait comment ?

HS. J'ai rencontré la TSD alors que j'étais impliquée dans l'accréditation d'un master de formation des enseignants. Dans le collège universitaire où je travaillais, nous n'étions pas libres de décider par nous-mêmes du programme de master : il devait être validé par l'agence norvégienne pour l'assurance de la qualité en éducation (*Norwegian Agency for Quality Assurance in Education* [NOKUT]). Nous avons obtenu l'accréditation. Mais il y avait un commentaire de la part du comité d'accréditation à propos de la bibliographie appendue à notre projet. Ils recommandaient que nous adoptions une bibliographie plus équilibrée, incluant notamment des références françaises ! Et là je me suis dit : mais je ne connais rien à la littérature française dans le domaine ! Donc j'ai un peu enquêté et j'ai découvert Guy Brousseau,

Chevallard, et d'autres... J'ai téléchargé un article de Brousseau sur les rationnels et la mesure qui venait d'être publié durant l'été 2004 dans le *Journal of Mathematical Behavior*⁴. Quand j'ai lu ce texte, je suis tombée des nues, parce que c'était si différent de tout ce que je connaissais jusqu'alors ! Et c'est arrivé au bon moment : j'étais en vacances et j'avais besoin d'être stimulée. Ce n'était pas facile à lire, mais il y avait là des points de vue que j'ignorais. Il y avait des modèles qui pouvaient donner des cadres de référence dont j'avais manqué dans le travail avec les élèves professeurs. Et les fractions, dont parlait cet article, c'était l'une des questions les plus difficiles à travailler avec ces professeurs en devenir et, pour eux, c'était l'un des sujets les plus délicats à enseigner à l'école. J'ai pensé que j'avais vraiment à en apprendre plus là-dessus !

YC. J'ai deux remarques. À cette époque, tu vivais, pas toi personnellement, mais la communauté des chercheurs et des formateurs à laquelle, de fait, tu appartenais, dans un monde qui, grosso modo, était un monde anglo-saxon, marqué par sa fermeture à tout ce qui n'est pas lui-même. C'est ce que j'appellerai le phénomène du « petit monde » : nous sommes tous portés à croire que les petits mondes dans lesquels nous vivons sont *le* monde. Ma seconde remarque est une question. Quand, après le commentaire du comité d'accréditation, tu as voulu te renseigner sur la littérature en français, comment as-tu fait ? Es-tu allée voir des collègues que tu pensais mieux informés que toi ?

HS. Non, j'ai enquêté toute seule, en utilisant Internet... J'ai commencé par Brousseau. Le comité citait des noms, mais pas des références précises. Je n'avais jamais entendu parler de ces noms avant. Au début de mon travail comme formatrice d'enseignants, j'adhérais au constructivisme. D'abord Piaget, et ensuite Vygotski, la théorie socioculturelle (*sociocultural theory*)⁵. Dans les deux cas, ces théories ne disaient rien des mathématiques : cela restait purement de la psychologie. Où étaient les mathématiques là-dedans ? On parlait tout le temps de processus de pensée, d'apprentissage, de médiation du sens (*mediation of meaning*). D'un côté, dans les cours pour le doctorat que j'avais suivis à Agder, la question revenait souvent entre nous, à cause de cette présence massive des conceptions « anglo-saxonnes » : où sont les

⁴ Il s'agit de BROUSSEAU, BROUSSEAU & WARFIELD, 2004.

⁵ La théorie constructiviste, dont le point de départ semble se trouver dans l'œuvre de Jean Piaget (1896-1980), s'est d'abord définie contre le béhaviorisme alors régnant. L'un des « grands noms » du constructivisme et de la théorie socioculturelle dans la période évoquée ici est celui de Lev Vygotski (1896-1934). Voir CONSTRUCTIVISM (PHILOSOPHY OF EDUCATION), 2020.

mathématiques, nous ne devons pas oublier les mathématiques ! D'un autre côté, mais en même temps, dans la formation des enseignants, où j'enseignais les mathématiques, il n'y avait pas à proprement parler d'enseignement de la psychologie, celle-ci était incluse dans la pédagogie, et la pédagogie étaient enseignée par des... pédagogues, qui n'avaient, en règle générale, aucune spécialisation disciplinaire. Il n'était donc pas facile de relier la composante psychologique et pédagogique avec la composante mathématique, qui restait virtuelle. C'était ce problème que la TSD venait résoudre. Mais dans le programme de master dont j'ai parlé, nous avons créé un cours sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, fondé alors essentiellement sur le constructivisme, la théorie socioculturelle, etc. Donc le programme de master se situait dans la perspective de la *mathematics education* traditionnelle.

YC. Là encore, une remarque, si tu permets. Lorsqu'une institution entend se définir comme institution de formation, comme institution d'enseignement, elle se heurte toujours à un problème brutal, qu'on peut avoir honte de reconnaître, mais qui est souvent déterminant. Ce problème se pose à tous les niveaux – c'est, si je puis dire, un problème « fractal ». Il se pose au moment d'écrire un projet de curriculum comme au moment de concevoir une séance en classe. Quel que soit le type pédagogique et didactique de traitement envisagé, la question première est : quelle « matière » va-t-on traiter ? Dans un enseignement frontal, le professeur se dira ainsi : de quoi vais-je leur parler ce matin ? Dans un enseignement par activités, il se demandera de même : que vais-je leur proposer de faire ? Et ainsi de suite. Par exemple, un formateur d'enseignants répondra en se disant : je vais leur parler de Vygotski. Ou encore : je vais leur parler de transposition didactique. Cela résout ou semble résoudre le problème que j'appellerai de la « matière manquante ». C'est une contrainte fondamentale, violente, sur les institutions d'enseignement. Avant même de tenter et au lieu de tenter de voir ce qu'il serait pertinent, utile, nécessaire d'enseigner aux personnes en formation, on cherche désespérément *quelque chose* à enseigner !

HS. Oui, sans doute. Pourtant lorsque mes collègues et moi avons inclus les théories de l'apprentissage dans le programme de master, par exemple, nous voulions qu'elles soient intégrées dans le travail sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, et non qu'elles apparaissent comme une composante générale de la formation. Dans l'enseignement des théories de l'apprentissage, je me suis concentrée sur l'utilisation des théories constructivistes et socioculturelles comme outils pour identifier et expliquer l'apprentissage des

mathématiques. Quels indices trouver dans un épisode de classe qui suggèrent que les élèves ont appris une notion ou une procédure mathématique ? Quels concepts utiliser, pour un enseignant ou un chercheur, pour expliquer cet apprentissage, en termes constructivistes ou socioculturels ? J'ai donné aux élèves professeurs des tâches d'analyse de scénarios didactiques, en utilisant les théories qu'ils étudiaient. Cela les a rendus plus confiants dans la compréhension et l'explication des épisodes de classe en mettant l'accent sur l'apprentissage des élèves. Cela s'est donc avéré utile en ce qui concerne la manière dont les enseignants en formation envisagent ces apprentissages, mais moins utile en ce qui concerne l'*enseignement* des mathématiques. Et cela est en rapport avec ce que j'ai dit plus tôt sur la difficulté de fournir aux élèves professeurs des outils pour concevoir et réaliser un enseignement...

YC. Très bien. Mais avançons. Peut-être pourrais-tu en dire un peu plus à propos de ta rencontre avec la TSD après l'été 2004 ? Pour toi, ce fut un choc culturel...

HS. Oui, mais un choc agréable. Pour la première fois, je voyais l'intégration des mathématiques dans la théorie. C'était la première année où j'étais doctorante. J'ai choisi un cours doctoral qui avait lieu à Copenhague sous la direction de Carl Winsløw au printemps 2005. Quatre théories « françaises » étaient étudiées, dues à Brousseau, Chevallard, Vergnaud et Duval. Le cours a eu lieu sous la forme de trois séminaires, qui réunissaient des gens de Norvège, Suède, Danemark, plus un étudiant estonien. C'était un cours très intéressant. Nous devions analyser des données correspondant à notre projet de recherche et cela en utilisant l'un des quatre cadres théoriques. J'ai choisi Brousseau. L'examen consistait à rédiger un mémoire, ce que j'ai fait. Sous une forme augmentée le texte a été publié dans une revue nordique. Ce fut là ma première rencontre avec la TSD. C'est là que j'ai acheté le livre de 1997, qui rassemblait des articles publiés de 1970 à 1990 par Guy Brousseau⁶. J'ai eu beaucoup de mal avec le chapitre 1, qui présentait une foule de notions et de modèles. C'était très intéressant mais j'avancerais lentement...

YC. Une question. Quand tu es allée suivre ce cours doctoral à Copenhague au printemps 2005, tu y es allée en tant que chercheuse et formatrice. Tandis que quand tu t'étais

⁶ Sur l'auteur, voir GUY BROUSSEAU, 2020. L'ouvrage auquel Heidi fait référence est BROUSSEAU, 1997, dont une seconde édition a été publiée en 2002.

intéressée à Piaget et à Vygotski, c'était seulement en tant que formatrice d'enseignants, et non pas en tant que chercheuse. C'est exact ?

HS. Partiellement exact. Quand j'étais seulement une formatrice d'enseignants, ce que tu dis est exact. Mais à partir de septembre 2003, j'étais doctorante à Agder. Et là, il y avait un cours relatif aux théories sur l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques où le constructivisme et la théorie socioculturelle jouaient un rôle central. Il s'agissait bien d'un enseignement pour devenir chercheur. J'ai suivi quatre cours doctoraux à Agder (en plus de celui de Copenhague) : le cours consacré aux théories de l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques dont j'ai parlé plus haut, un cours de méthodologie de la recherche en éducation mathématique, un cours sur l'histoire des mathématiques ; et puis un cours de philosophie et de théorie de la science – Popper, Kuhn, etc.

YC. À Copenhague, tu aurais pu rencontrer la TAD. L'enseignement donné vous a fait connaître, fut-ce superficiellement, chacun des quatre cadres théoriques. Que s'est-il passé ?

HS. Carl a fait cours sur les quatre cadres théoriques. Donc nous avons vu les quatre, de manière nécessairement un peu superficielle, comme tu dis. Sur celui que nous choissions, nous devons lire plus à fond la littérature disponible. Nous devons présenter notre projet, et là nous avons droit à des commentaires croisés sur notre exposé.

YC. Donc tu as choisi la TSD...

HS. Oui, je pense que ce choix était lié au plaisir que j'avais ressenti en découvrant l'article paru dans le *Journal of Mathematical Behavior*.

YC. Tu essaies donc de travailler dans le cadre de la TSD. Une remarque. J'ai observé, à propos de la TSD comme de la TAD, que, quand quelqu'un les aborde en étant loin des lieux « générateurs », il y a une difficulté parfois à bien comprendre des points qui, en eux-mêmes, ne font pas vraiment difficulté. Ce qui se passe, c'est que l'on n'a pas suffisamment d'interactions avec les créateurs de la théorie ou le premier cercle de ses utilisateurs...

HS. Oui. Après Copenhague, j'étais un peu isolée, je n'avais personne avec qui discuter vraiment de la TSD. Mes collègues de l'époque n'étaient pas intéressés, ou bien ils n'ont pas pris le temps de s'informer de la TSD. L'un d'eux, toutefois, s'est ensuite familiarisé – à travers le livre de 1997 – avec la TSD, mais il ne l'a pas utilisée dans son travail de recherche ou d'enseignement. Ce qui m'a aidée, toutefois, c'est le fait que j'ai lu tout ce que je pouvais trouver en anglais sur le sujet. J'ai eu de l'aide de Nicolas Balacheff, à qui je m'étais permise

d'écrire – c'était en juin 2010. Balacheff m'a répondu de façon très bienveillante et précise. Et ça été le cas aussi de Marie-Jeanne Perrin-Glorian, que Barbara Jaworski m'avait recommandée. Il y avait quelque chose que je ne parvenais pas à comprendre à propos de la notion de milieu, sur la façon dont il était construit, sur le rôle de l'élève, du professeur, du didacticien... Marie-Jeanne s'est montrée très généreuse, elle m'a écrit une longue explication.

YC. Tu ne l'avais jamais rencontrée ?

HS. Jamais encore ! Ni Balacheff, ni Marie-Jeanne. Plus tard, j'ai écrit à Luc Trouche parce que Barbara m'avait dit que, dans un séminaire donné à Agder, il avait présenté la TSD comme une théorie constructiviste. Je l'ai interrogé sur les racines philosophiques de la TSD, car, d'après ce que j'en avais lu, il me semblait que la TSD allait au-delà du constructivisme. Luc m'a répondu qu'il ne se sentait pas à même de répondre et a communiqué ma question à Brousseau. Ce dernier a répondu, en français, par une très longue explication, qu'un collègue m'a traduite en norvégien. Cela m'a beaucoup aidée et je l'ai utilisé dans ma thèse.

YC. Bien. Donc tu étais désormais bien entrée dans la TSD. Tu disposais de « ressources » au loin, mais tu n'avais aucune collaboration dans ton environnement proche...

HS. Non, en effet. J'ai soutenu ma thèse en 2012. Et puis, en 2014, la collaboration que nous avons appelée en anglais « Frengly » entre une dizaine de chercheurs « parisiens » et autant de chercheurs « britanniques » (au sens large, puisque j'en faisais partie) a commencé à fonctionner. J'y ai rencontré Marie-Jeanne et Christine Mangiante et ça a duré jusqu'en 2018, quand le groupe Frengly a publié un ensemble d'articles dans un numéro spécial des *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*⁷. Pendant cinq ans nous avons eu des séminaires à Paris, avec des échanges en ligne entre les séminaires⁸. Cela m'a énormément aidée de pouvoir parler avec des collègues et d'analyser des données avec eux. Christine, Marie-Jeanne et moi-même avons présenté notre travail au Séminaire national de didactique des mathématiques qui s'est tenu à Paris en mars 2019.

YC. Intellectuellement, tu as apprécié cette collaboration ?

⁷ Voir MANGIANTE-ORSOLA, PERRIN-GLORIAN & STRØMSKAG, 2018.

⁸ La partie française du groupe était composée de Maha Abboud, Aurélie Chesnais, Julie Horoks, Christine Mangiante-Orsola, Marie-Jeanne Perrin-Glorian, Aline Robert, Éric Roditi, Janine Rogalski et Nathalie Sayac. La partie « britannique » du groupe (au sens large du terme) était faite de Claire Berg, Alf Coles, Simon Goodchild, Jeremy Hodgen, Barbara Jaworski, Keith Jones, Stephen Lerman, Despina Potari, Tim Rowland et Heidi Strømskag.

HS. Oui, beaucoup, vraiment. C'était très intéressant. Chacun des membres du groupe britannique devait trouver quelqu'un de l'autre groupe avec qui collaborer. Cette collaboration a permis de mettre en contact des idées et des questions relatives à la manière dont les théories sont, ou peuvent être, utilisées pour étudier les pratiques d'enseignement et l'évolution de l'enseignement des mathématiques.

YC. Quand tu dis « théorie », tu veux dire théorie des situations didactiques...

HS. C'était le cas pour Marie-Jeanne, Christine et moi. Mais il y avait aussi la double approche, l'approche instrumentale, la théorie de l'activité ou encore la perspective énonciviste.

YC. Tous comptes faits, qu'est-ce donc qui t'as attirée vers la TSD ?

HS. C'est d'abord le fait que, dans la TSD, il y avait la présence de mathématiques : les mathématiques me semblaient être au cœur de la théorie. On ne pouvait considérer aucun des concepts de la TSD sans avoir des mathématiques à l'esprit. Et ça, ça manquait dans les théories que j'avais utilisées jusque-là, le constructivisme et la théorie socioculturelle. Cela me plaisait parce que ma formation première, ce sont les mathématiques : mon diplôme de master n'était pas en didactique des mathématiques mais en algèbre. Pour cela, j'étais sans doute davantage attirée par une théorie où les mathématiques étaient « visibles ». Et puis il y avait le fait que ce qui manquait dans mon expérience professionnelle, dans les cadres théoriques que j'avais connus, c'était des outils pour enseigner les mathématiques. Le constructivisme ne donnait aucune clé pour enseigner une question de mathématiques et il en allait de même de la théorie socioculturelle. La TSD, en revanche, fournissait des modèles, des outils, des concepts qui permettaient de concevoir un enseignement de mathématiques. Bien sûr, ce qui était plus dissuasif, c'est que la lecture du livre de Guy Brousseau m'est apparue comme un travail titanesque, avec notamment le chapitre 1, fourmillant de concepts ! En sorte que j'ai passé énormément de temps et je me suis livrée à une intense réflexion pour saisir ce qui y était exposé, pour lui donner du sens, pour le comprendre. Et je n'avais personne à qui m'adresser pour en parler. Mais j'avais décidé de faire face, de persévérer. Et peu à peu j'ai compris davantage de choses. Ce qui m'a aidée aussi a été de lire des articles plus limités, qui utilisaient la théorie. J'ai donc lu le livre ainsi que des articles publiés.

YC. J'imagine que cela a été comme d'apprendre une langue étrangère que personne autour de soi ne connaît ni ne parle...

HS. Oui. Mais il y a plus. Quand j'utilisais cette « langue », j'étais en butte à des commentaires condescendants, du genre : « Pourquoi es-tu si rigide à propos de la notion de contrat didactique ?! » J'avais l'impression que les gens utilisaient le concept de milieu comme si ce terme désignait simplement l'environnement. « Le milieu, c'est la culture de la classe, rien de plus. Pourquoi donc es-tu si tatillonne là-dessus ? », me disait-on.

YC. Mais qui étaient ces gens ?

HS. C'était par exemple des collègues rencontrés dans des colloques où je présentais mon travail.

YC. C'était à quelle époque ?

HS. L'un de ces colloques a par exemple été la cinquième *Nordic Conference on Research in Mathematics Education* (NORMA 08), tenue à Copenhague en 2008. Et puis j'ai connu cela aussi à NTNU, en 2009, avec les collègues du département de formation des enseignants – département qui n'était pas la même chose que celui qui existe aujourd'hui en la matière, car il y a eu entre-temps une fusion avec le collège de formation des enseignants où j'enseignais alors. En fait, j'ai travaillé à NTNU pendant une année ; j'y étais en quelque sorte une étrangère. Et, de façon plus ou moins subreptice, j'ai eu droit là encore aux mêmes commentaires désobligeants – j'étais « rigide » dans l'emploi des concepts, etc. En fait, je ne faisais que reprendre les concepts que Brousseau avait définis. Je n'avais pas entendu parler du principe de Humpty Dumpty à cette époque⁹. Mais je crois que ces collègues n'avaient pas compris qu'un concept peut être défini précisément, et que, si on en fait un usage relâché, on doit dire alors qu'il ne s'agit du concept introduit par Brousseau, celui de contrat didactique ou de milieu, mais une notion de sens commun, de tous les jours, si l'on peut dire. Tout ça, c'était surtout en 2009 et 2010.

YC. C'est incroyable que, toute seule, sans aide, et même en butte à une certaine hostilité, ou du moins sans affinités avec ton environnement humain ou institutionnel, tu aies développée cet intérêt pour la TSD. J'imagine que tu as vu la chose comme une transition vers

⁹ Ce principe a été nommé ainsi par Yves Chevallard en référence à un passage du chapitre VI du livre de Lewis Carroll intitulé *Through the looking-glass, and What Alice Found There* (1871) dans lequel le personnage de Humpty Dumpty déclare : « When I use a word, [...] it means just what I choose it to mean—neither more nor less. »

un univers intellectuel et scientifique plus large que le « petit monde » dans lequel tu avais été enfermée jusqu'alors.

HS. Oui, c'est sûr. C'était dû à la puissance des concepts de la TSD. Cela me permettait de mieux cibler, de mieux comprendre ce que je faisais en concevant mon enseignement – car, durant ma thèse, j'ai beaucoup enseigné dans le cadre du nouveau master. Et puis bien entendu ça a compté beaucoup dans mon travail de thèse, même si j'y considérais des situations de classe « ordinaires » (j'avais collecté les données avant même de connaître assez la TSD pour l'utiliser).

YC. Pour ta thèse, ta directrice de thèse t'a fait confiance. Je crois comprendre qu'elle n'était pas elle-même intéressée de façon essentielle par la TSD.

HS. Oui, elle m'a fait confiance. Il y avait aussi Simon Goodchild, qui est devenu bien plus tard mon codirecteur de thèse. Il s'est procuré le livre de Guy Brousseau et l'a étudié, dans une certaine mesure du moins. Avec lui, je pouvais avoir des discussions éclairantes. Mais c'était plutôt moi qui lui expliquais... Devoir expliquer à quelqu'un, même oralement, ça aide à percevoir ce qu'on n'a pas bien compris soi-même.

YC. Et dans ton jury de thèse, qui était à même de juger de ton travail sur le fond ?

HS. Il y avait Marianna Bosch et Heinz Steinbring. Heinz était le premier rapporteur (*opponent*) et Marianna la seconde. Barbara et Simon étaient présents mais n'appartenaient pas au jury, comme c'est l'usage.

YC. Donc même là tu n'avais pas vraiment une « audience » numériquement importante. Tu avais un « milieu » très réduit au sein de ce qu'on peut appeler la « communauté didactique ».

HS. Là tu peux comprendre la révélation que ce fut pour moi, deux ans après ma soutenance, de participer au groupe franco-britannique... C'était incroyable : il y avait là des gens qui connaissaient la TSD, la double approche, la théorie socioculturelle... Ç'a été une période intense !

YC. En ce point de ta trajectoire, tu n'avais pas eu vraiment de contact avec la TAD ? Il y avait eu le cours à Copenhague, où tu avais choisi la TSD. Je voudrais que tu me dises maintenant comment la rencontre avec la TAD s'est passée. Tu m'avais parlé d'une discussion, à l'occasion de la présence au collège universitaire de Trondheim de Marianna Bosch, je crois que c'était en février 2014. Marianna s'était opposée assez vivement à ce que tu écrivais dans

un texte dont les données étaient empruntées à ta thèse et que tu voulais publier, sans pourtant que les raisons de son opposition aient été claires pour toi – elles étaient même un tantinet mystérieuses !

HS. Oui, oui, en effet. Marianna avait lu mon texte et nous en avons discuté. Il faut dire que Marianna, le lendemain de ma soutenance de thèse, avait fait un exposé (comme c'est l'usage en Norvège), et que cet exposé portait sur l'algèbre du point de vue de la TAD. Je pense que ç'a été ma vraie première rencontre avec la TAD, parce que ça portait sur un thème mathématique déterminé : l'algèbre ! Son exposé reprenait des éléments de ma thèse mais les interprétait à l'aide de la TAD. Mais à cette époque j'étais plongée dans la TSD et j'avais du mal à comprendre la TAD. Pourtant, en mars et octobre 2012, j'ai pu participer à Copenhague à deux séminaires sur la TAD. J'étais attirée par la modélisation de l'apprentissage des mathématiques que cela permettait. Je faisais moi-même un cours sur la modélisation mathématique pour les élèves professeurs à ce moment-là – j'ai fait ça quatre ans de suite, je pense. J'étais intéressée par le fait de disposer d'outils de modélisation en matière d'enseignement !

YC. Donc, un an et demi plus tard environ, tu as eu cette discussion avec Marianna sur l'article que tu prévoyais de publier. Et tu n'arrivais pas à bien comprendre ce qu'elle tentait de te dire...

HS. C'est ça ! Nous discutons de ce qui était pour moi de l'*algebraic thinking*. Et je ne pouvais pas comprendre pourquoi elle ne reconnaissait pas que ce que je faisais était relatif à l'*algebraic thinking*. Je voulais désespérément comprendre ce qu'elle disait ! Mais nous sommes quand même arrivées à quelque chose qui m'a aidée. Pourtant, c'est plus tard, en discutant avec toi, que j'ai réalisé que cette notion d'*algebraic thinking* était limitée, qu'elle ne concernait qu'une petite partie de ce que c'est que l'algèbre !

YC. C'était donc en février 2014 à Trondheim. Et puis il y a eu ton séjour à Copenhague en septembre 2014, où nous nous sommes rencontrés. Nous avons parlé ensemble de la TAD ?

HS. Non, pas tant de la TAD que de l'algèbre.

YC. Assez vite tu as avancé l'idée d'un livre sur l'algèbre, que nous cosignerions...

HS. L'idée était de réécrire ou plutôt de développer ma thèse tout en comparant les points de vue sur l'algèbre de la TSD et de la TAD.

YC. Oui. J'avais suggéré que tu écrives l'essentiel de l'ouvrage, à ta façon, tandis que moi j'écrirais « dans les marges », en quelque sorte, mes commentaires et analyses du point de vue de la TAD.

HS. En fait, je n'avais pas compris ta proposition, je pensais plutôt à écrire à deux un seul et même ouvrage. Mais quand nous avons travaillé ensemble en octobre 2014 à Paris, j'ai compris que j'aurais du mal avec un tel projet, car je connaissais bien trop peu la TAD !

YC. Aujourd'hui nous avons le projet d'écrire ensemble un article, toujours à propos d'algèbre, et dont une partie portera sur ce qui est appelé l'*early algebra*¹⁰. Pour cela, nous avons besoin de ta connaissance de ce domaine, des chercheurs qui y travaillent et s'efforcent d'en faire la promotion, etc. Tu connais ma critique de l'expression *algebraic thinking*. Le problème réside dans l'emploi du mot *thinking* : toute activité humaine ne peut exister que par l'usage d'une *praxéologie* appropriée, c'est-à-dire d'un *logos*, certes, mais aussi d'une *praxis*. Autrement dit, toute activité humaine suppose un faire (la *praxis*) et une pensée de ce faire (le *logos*). Mais nous reparlerons de tout cela dans l'article à venir ! Revenons à cette question : qu'est-ce qui a pu t'attirer vers la TAD alors même que tu avais alors une bonne maîtrise de la TSD ? Tu le sais, il y a des personnes qui se sont arrêtées à la TSD, comme s'il s'agissait d'une totalité close, et comme si elles étaient fières d'en avoir une connaissance « définitive ». En ce point, au reste, je voudrais formuler une hypothèse. Contrairement à ce qui s'est passé pour la TSD, ton intérêt pour la TAD a été lié à la rencontre avec des personnes – par exemple Marianna, puis moi – qui « s'intéressaient » à la TAD, le raisonnement sous-jacent étant à peu près le suivant : si cet homme ou cette femme est intéressée par cet objet, c'est que cet objet doit être intéressant.

HS. Oui, tout à fait. Et Marianna combinait le fait d'être pour moi d'un grand soutien et de manifester une résistance intransigeante. Cette combinaison, où une personne ne cède pas sur la difficulté des choses mais, en même temps, m'accompagne et me soutient, c'est très précieux. Ça n'est pas m'attaquer, c'est une manière de m'aider ! J'étais intriguée par le point de vue de Marianna, qu'elle affirmait fortement. Simplement je ne parvenais pas à comprendre... Donc quand nous avons examiné ensemble mon papier, Marianna et moi, et que je n'arrivais pas à comprendre ce qu'elle voulait me signifier, je me disais : mais ça, tout de

¹⁰ Voir EARLY ALGEBRA, 2020.

même, je le sais ! Pourquoi donc me fait-elle passer un si mauvais quart d'heure ? Et quand nous avons discuté ensemble, toi et moi, à Paris, j'ai compris que ce serait un long cheminement ! Ça ne m'a pas découragée parce que tu ne m'attaquais pas sur ma faible connaissance de la TAD, et que, au contraire, tu voulais me soutenir. J'ai pensé que quelque chose me manquait, que je désirais conquérir, et qu'il y avait là quelqu'un pour m'aider dans ce projet. Beaucoup de gens... Bon, les relations humaines comptent. Quand quelqu'un vous propose quelque chose, il arrive que ce quelqu'un se comporte comme une « reine ». C'est ce que Marianna n'a jamais fait. Toi non plus. Tu ne te comportes pas comme un « roi ». Ça, c'est aidant. Humble et fort à la fois.

YC. Oui... Avançons donc. Comment décrirais-tu les principaux changements que tu as pu percevoir entre le cadre de la TSD et celui de la TAD ? Je sais que c'est plus facile de poser la question que d'y répondre ! En fait tu peux, si tu le désires, ne mentionner qu'un unique aspect de cette différence.

HS. Oui. La différence principale me paraît être l'unité d'analyse, qui est plus grande dans le cas de la TAD. Ça complique beaucoup les choses, mais c'est pertinent, bien sûr, Je pense que c'est très important d'agrandir l'unité empirique d'analyse didactique, comme l'a fait la théorie de la transposition didactique. C'est un outil méthodologique très utile quand on considère un élément de savoir et son enseignement. Tout cela se relie à l'idée de modèle épistémologique. En TSD, ce modèle épistémologique, c'est la situation. En TAD... eh bien je pourrais dire que le modèle correspondant, c'est... bon, la notion de praxéologie ; mais en fait c'est l'organisation praxéologique, qui est plus large encore. Tu sais que j'ai eu un peu de mal avec cette notion d'organisation praxéologique...

YC. À ce propos, je voudrais faire une remarque. Si tu apprends quelque chose de quelqu'un, et que tu rencontres ce quelqu'un de temps en temps seulement, et qu'à chaque fois tu ne peux lui poser qu'une seule question par exemple, tu auras beaucoup de mal à ne pas errer... En fait, il faut idéalement être avec ce quelqu'un (presque) tout le temps. C'est ce que nous faisons avec Marianna quand elle faisait sa thèse. Il y avait de longs moments de travail ensemble qu'on dirait aujourd'hui « formel », mais aussi beaucoup de travail « informel ». Quand nous allions nous promener, par exemple pour faire une course, nous discutons abondamment sur les questions que nous étions en train de travailler... J'ai appris cela de Guy Brousseau. En fait, c'est une très antique tradition pédagogique : le maître et l'élève sont

ensemble du lever au coucher, si je puis dire ! Au passage, c'est plus généralement ce que, aujourd'hui encore, permettent les congrès dans lesquels les participants sont logés en un même lieu. Cet ensemble de conditions et de contraintes me paraît très important. Et dans beaucoup de relations « pédagogiques », c'est ce qui manque. Le contrat devrait être : l'élève doit être avec le maître tout le temps, parce que l'événement qui va lui permettre de dépasser telle difficulté peut se produire à un moment parfaitement inattendu – c'est ce que les Grecs appelaient le *kairos* (καίρος)¹¹. Observer une classe, se parler dans les couloirs, aller à la cantine pour déjeuner, c'est important pour apprendre ! Mais j'ai encore une question. Si tu devais initier un étudiant ou une étudiante à la TAD – et je sais que c'est le cas ! –, que lui dirais-tu pour commencer ? Bien sûr, tu peux ne te référer qu'à un aspect très particulier si tu le souhaites.

HS. Ta question, ce n'est pas à propos de ce que je leur demanderais de lire ?

YC. Non. Mais j'imagine que tu pourrais peut-être dire à peu près ceci : il existe une chose que tu ne connais pas et même dont tu ne sais pas que tu ne la connais pas. Et puis après : nous avons à étudier cette chose, mais comment allons-nous faire ?...

HS. Je dirais tout d'abord que la TAD est un cadre théorique qui apporte des outils méthodologiques tant pour enseigner que pour faire de la recherche en matière d'enseignement. Je dirais encore que cette théorie est fondée sur un paradigme didactique différent du paradigme aujourd'hui dominant, et je dirai quelque chose du paradigme du questionnement du monde et des bases philosophiques de ce paradigme – à savoir la recherche de conditions qui pourraient permettre aux gens de prendre leur vie en main et de répondre aux questions qui se posent à eux. Et puis je leur donnerais quelques exemples de questions, par exemple celle-ci : pourquoi y a-t-il du givre sur la rivière Nidelva à Trondheim en hiver ? Et je soulignerais que, pour répondre, il ne suffit pas de dire que la température de l'atmosphère est sensiblement plus basse que la température de l'eau de la rivière ; qu'il faut aller au-delà de cette « explication ». Autre question : comment enseigner les fractions à des élèves de 6^e ? Ou encore : quelle fraction d'ADN un enfant hérite-t-il de ses grands-parents et pourquoi ? Est-ce que c'est la même chose pour les garçons et les filles ? Tous ces types de questions peuvent être étudiés dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique. En fait, je pense que c'est là ce que je dirais à tout

¹¹ Voir *KAIROS*, 2020.

étudiant pour lui expliquer ce qu'est la TAD, ce que cette théorie apporte aux enseignants et aux chercheurs.

YC. À part l'interaction avec Marianna, qu'est-ce qui a aussi joué un rôle dans ta rencontre avec la TAD ?

HS. Marianna a vraiment joué un rôle important. Je l'ai déjà dit : elle a suscité ma curiosité par ce qu'elle disait à propos d'algèbre. Je me suis demandé quelle était cette théorie qui lui permettait de dire ce qu'elle disait.

YC. Et Carl ? Quel rôle a-t-il joué ?

HS. Eh bien j'ai été invitée en juillet 2017 comme rapporteure externe (*opponent*) dans une thèse soutenue à Copenhague sous la direction de Carl [Winsløw]. La doctorante, Dyana Wijayanti, s'était placée dans le cadre de la TAD¹². Ça m'a beaucoup appris car j'ai dû lire beaucoup afin de pouvoir examiner son travail.

YC. Et puis il y a eu ton séjour de deux semaines à Bellaterra...

HS. Oui. J'ai participé au cours 2, qui était intitulé *Teacher Education and the Professionalization of Teaching*. C'était dans la deuxième moitié de juin 2019. Ce séjour a eu un impact fort sur moi pour me faire progresser dans ma compréhension de la TAD. C'était intense ! On parlait tout le temps avec des gens intéressés par la TAD, plongés dans la TAD. Je me sentais plus ou moins débutante, et j'ai trouvé bien qu'on invite des gens comme moi qui n'étaient pas nécessairement très avancés. Cela m'a conduite à lire des articles *avant* de venir à Bellaterra, Les cours que tu as faits, aussi, étaient très riches et incluaient les développements les plus récents ! Ce furent des semaines très lourdes...

YC. Ces deux semaines ont été pour toi une expérience d'immersion, du matin au soir, dans l'univers de la TAD.

HS. Exactement. En vérité, je dois aussi mentionner mon séjour à Barcelone, auprès de Marianna et de Berta Barquero, de septembre à décembre 2018. Berta et moi, et aussi Marianna, nous avons travaillé sur un article qui utilisait des données liées à mes étudiants et des données touchant les étudiants de Berta. L'objectif était une étude comparée des questions d'ingénierie didactique en TSD et en TAD. Nous allons relancer ce travail, qui n'avait guère progressé depuis lors, en fait ! J'avais aussi assisté à l'enseignement que Berta donnait à des élèves

¹² Voir WIJAYANTI, 2017.

professeurs à Barcelone, où elle enseignait la modélisation mathématique au moyen de parcours d'étude et de recherche (PER). Elle ne leur enseignait pas la TAD mais, d'une certaine manière, elle l'opérationnalisait. Par ailleurs, du fait que j'étais avec Marianna et Berta, j'ai eu connaissance du projet de Bellaterra, puisqu'elles travaillaient alors sur ce projet. De fait, j'ai lu les documents qu'elles élaboraient alors...

YC. Aujourd'hui, deux ans après, il y a aussi notre projet d'article sur l'algèbre... Mais je voudrais encore te poser une question. Qu'est-ce qui t'attire le plus, et aussi qu'est-ce qui t'attire le moins, dans la TAD telle que tu la vois actuellement ?

HS. Ce qui m'attire le plus est en même temps ce qui m'effraie le plus, si je puis dire. C'est la question du curriculum, c'est l'idée d'un nouveau type de curriculum. Le paradigme du questionnement du monde, cela m'attire, notamment parce que c'est là un dispositif utile aux citoyens, qui devrait aider les gens à penser et à agir dans le monde où ils vivent, et aussi à identifier, à formuler, à étudier les questions importantes. Ce serait un curriculum fait de questions « cardinales »... C'est donc très attirant. Mais, en même temps, c'est effrayant parce que le curriculum que nous avons aujourd'hui, dans la plupart des pays, n'est pas de cette nature : il est fait d'œuvres. Aduler des œuvres, étudier des œuvres, telle est la façon usuelle de faire. Et puis il y a le problème des examens, qui sont imposés par le pouvoir central, ce qui met le professeur qui fait des PER dans une situation très difficile.

YC. Oui, bien sûr. Mais là tu évoques une transformation curriculaire incomplète : le travail en classe change mais les examens sont encore ceux de l'ancien curriculum. Or il faut évidemment réaliser une réforme d'ensemble. J'ai évoqué cela dans un article récemment publié¹³. L'hypothèse que j'ai faite, qui se situe dans le temps historique long, et qu'on ne peut prouver de façon indubitable *hic et nunc*, est que le paradigme de la visite des œuvres est en train de s'effondrer, de se défaire, qu'il devient dysfonctionnel, et que beaucoup de « nouveautés » des systèmes éducatifs sont en vérité des symptômes de cet effondrement. Par exemple, les concours de recrutement des enseignants, en France, sont toujours fondés, pour l'essentiel, sur les disciplines « scolaires » ; mais dans la réalité des classes, celle-là même que poussent en avant les programmes officiels, c'est autre chose !... Cela étant, entre le questionnement du monde « non finalisé » et la visite des œuvres traditionnelle, dûment

¹³ Voir CHEVALLARD, 2020.

« finalisée », elle, on voit surgir des formes « transactionnelles ». Pour enseigner une œuvre « classique » (par exemple les « acides et bases »), on commencera par une enquête à propos de quelque question. On est alors dans l'*inquiry-based learning*, qui est une forme pédagogique typiquement intermédiaire entre l'ancien et le nouveau mondes, et donc pédagogiquement équivoque.

HS. C'est un problème difficile. J'ai du mal à oser plonger dans des parcours d'étude et de recherche *ouverts*, non finalisés. Il semble plus simple, moins risqué de faire des parcours davantage finalisés. J'imagine que tu appellerais cela des enquêtes « simulées » (*fake*).

YC. Non pas « simulées », mais... En fait, beaucoup de gens oublient que, quand on enquête sur une question q , on rencontre comme outils possibles, potentiels, des œuvres σ « toutes faites », déjà existantes – et heureusement ! Quand on ne connaît pas ces œuvres à l'avance, il faut alors les étudier. Mais on les étudie en ce cas dans la perspective déterminée par l'enquête sur la question q . Par exemple, tu te diras : Je ne connais pas vraiment la notion d'acide en chimie, il me faut donc l'étudier. Mais tu l'étudieras pour voir en quoi elle te permet d'avancer dans ton enquête sur la question q , ou même sur tout un ensemble \mathcal{Q} de questions q .

HS. Mais pour l'enseignant, la question génératrice q qu'il ou elle pose à ses élèves trouve son origine dans une certaine œuvre σ dont cet enseignant désire qu'elle soit étudiée par ses élèves.

YC. Là, tu es dans la TSD ! Tu vas retrouver le thème du milieu, de son adidacticité, etc. Prenons l'exemple de la commutativité de l'addition. C'est une œuvre σ que l'enseignant entend classiquement enseigner parce qu'elle appartient... au curriculum traditionnel. Par contraste, dans le questionnement du monde, on l'étudiera si elle apparaît comme utile, voire indispensable, ou au moins facilitatrice, dans au moins une enquête que l'on a décidé de conduire. Mais une telle rencontre n'est pas planifiée à l'avance : elle est le fruit non programmé de l'effort pour connaître le monde.

HS. Je voudrais faire un commentaire sur la complexité d'un changement de curriculum national. En Norvège, nous avons depuis le mois d'août 2020 un nouveau curriculum. Il y a trois « thèmes interdisciplinaires » dans le tronc commun (*core curriculum*), qui englobe toutes les matières sur toute la durée de l'enseignement primaire et secondaire. Ces thèmes interdisciplinaires sont intitulés respectivement *Health and life skills*, *Democracy and*

citizenship et *Sustainable development*¹⁴. Au nom de mon département, j'avais la charge de commenter les premières versions du nouveau curriculum, que le ministère de l'éducation nous avait envoyées en trois étapes. Et j'étais enthousiasmée par ce changement, et mes collègues aussi. J'ai beaucoup écrit sur la manière dont ces thèmes pouvaient être intégrés dans le curriculum de mathématiques, parce que cela manquait vraiment dans les textes que nous avons reçus. Mais aujourd'hui, alors que le nouveau curriculum national est entré en vigueur, seuls les deux premiers thèmes, *Health and life skills* et *Democracy and citizenship*, ont été conservés dans le curriculum mathématique. Et encore, pas sous la forme de problèmes interdisciplinaire à résoudre, mais sous la forme d'une liste dans laquelle le *Norwegian Directorate of Education and Training* prétend indiquer quels objectifs pédagogiques sont associés aux deux thèmes en question pour les différents niveaux de classe. Toutefois, ces objectifs sont formulés comme on le fait des compétences traditionnelles en mathématiques. Les verbes *étudier* et *explorer* sont beaucoup utilisés, mais cela se fait à propos d'objets mathématiques seulement (par exemple nombres et propriétés des opérations, ensembles de données, structures, modèles, relations quantitatives, équations, fonctions). Aucun problème interdisciplinaire concret qui puisse être étudié n'est mentionné ! Ce qui est décevant aussi, et surtout, c'est que le thème du développement durable est totalement absent des objectifs de formation, et cela quel que soit le niveau de classe. Comment donc des citoyens peuvent-ils comprendre certains problèmes du développement durable sans connaître la fonction exponentielle par exemple ?

YC. Ce sont des gens du vieux monde et, dans ce cas, une fois encore, c'est ce vieux monde qui a remporté la bataille contre ce que ces gens regardent comme des menaces que ferait peser le nouveau monde à venir.

HS. Exactement. C'est pourquoi, lors de la consultation (*hearing*) par le ministère, j'ai essayé de faire une réponse concrète à la question : que pouvons-nous faire en mathématiques à propos de quelles questions en matière de développement durable ? Mais tout cet aspect a ensuite disparu des curriculums officiels de mathématiques, de norvégien et d'anglais.

YC. Ce que tu décris, qui ne concerne pas que la Norvège seulement, est au départ un symptôme très clair que l'ancien paradigme, celui de la visite des œuvres, ne satisfait plus les besoins de nos sociétés. Nous devons apprendre en étudiant des questions que nous regardons

¹⁴ Voir THE NORWEGIAN DIRECTORATE FOR EDUCATION AND TRAINING, 2020, p. 13.

comme importantes. Ce que tu décris est typique du fait que l'ancien paradigme a commencé à s'affaïsser et que des gens se battent pour le sauver : ils lui ajoutent des choses et s'efforcent de réduire ainsi des brèches qui deviennent malgré tout apparentes.

HS. Il y a encore une question que tu avais évoquée et qu'il me semble utile de considérer un instant. Si je rencontrais un collègue ayant entendu parler de la TAD et qu'il me demandait comment en savoir plus à ce propos, que lui dirais-je ? En fait, aujourd'hui, je lui parlerais d'abord de l'unité qui t'est consacrée, à toi et à la TAD, sur le site ICMI AMOR, unité qui a dû demander un énorme travail à ses auteurs et que chacun peut trouver en ligne¹⁵. Et je lui recommanderais plus spécialement le module 2 de cette unité (qui, à terme, devrait en compter 9), qui est consacré à la théorie de la transposition didactique. Et puis je lui recommanderais l'article sur la transposition didactique dû à toi-même et à Marianna dans l'*Encyclopedia of Mathematics Education* éditée par Stephen Lerman chez Springer¹⁶. Si je dis ça, c'est que tout cela a été et est d'une grande aide pour moi !

YC. Tu m'as dit aussi que tu souhaitais parler à nouveau de la question de l'algèbre dans ta découverte de la TAD.

HS. Oui. Pour moi, ce qui a été révélateur, c'est le temps qu'il m'a fallu pour saisir la différence entre l'algèbre regardée comme un outil pour modéliser des relations numériques et puis l'*algebraic thinking* au sens anglo-saxon de cette expression. Ça n'a pas été aisé pour moi de comprendre la différence !

YC. Oui, je vois. Et quand on s'adresse à ce « monde anglo-saxon » de l'*algebraic thinking*, on doit avoir en tête cette difficulté : la critique de cette expression n'a pas de sens, pas de contenu pour des gens pour qui cette expression va de soi depuis si longtemps, pour qui elle s'est, en quelque sorte, naturalisée, pour qui elle renvoie à un fragment de nature, comme cette pierre, là, devant nous, ou cet oiseau qui vient de s'envoler !

HS. Oui. Et je pense qu'il y a eu un moment où j'ai beaucoup mieux compris la différence : c'est quand tu m'as montré – c'était dans un mail, en avril 2019, je crois – l'exemple de la moyenne arithmétique m de deux nombres a et b (avec $a < b$), de la conjecture que m se

¹⁵ L'acronyme ICMI AMOR renvoie au site Web intitulé *International Commission on Mathematical Instruction Awardees Multimedia Online Resources* (voir à l'adresse <https://icmiamor.org/awardee-units/yves-chevallard-unit>).

¹⁶ CHEVALLARD & BOSCH, 2014.

trouve entre a et b , et plus exactement « au milieu » de l'intervalle $[a, b]$, et de la manière de parvenir à prouver cette conjecture, en montrant que, partant de cette moyenne, pour arriver à a , on retranche la même quantité que celle qu'on doit lui ajouter pour arriver à b ! Ça, c'était vraiment très différent de tous les usages de l'algèbre que j'avais rencontrés¹⁷. Un tel exemple montre comment opérer avec l'outil algébrique, cela montre qu'il faut être actif, ne pas se limiter à lire ce que contiennent les manuels mais qu'il faut *produire* quelque chose, qu'il faut concevoir et utiliser un modèle. Ça, pour moi, c'était nouveau et c'était véritablement inspirant ! C'était comme si un mur d'enceinte de l'*algebraic thinking* tombait. En fait, à Bellaterra, tu m'avais donné un exemple encore plus simple qui illustre la différence avec l'abord de l'algèbre dans le cadre de la TAD. Ce qui était nouveau pour moi, je répète, c'est l'idée d'opérer sur le modèle constitué par une expression algébrique, de faire « quelque chose dessus ».

YC. Très bien donc... Merci beaucoup, Heidi !

Heidi Strømskag : réflexions après coup

En considérant le contenu de l'entretien ci-dessus, il m'est revenu en mémoire un épisode récent concernant un chapitre d'ouvrage dont j'étais l'auteure, à propos de remarques qui m'avaient été adressées par la personne consultée par la maison d'édition sur le choix des livres à publier (le *commissioning editor*, désormais CE)¹⁸.

Je dois rappeler d'abord le contexte de cet épisode. Entre 2014 et 2019, j'ai été impliquée dans un projet d'intervention auprès de deux écoles primaires de Trondheim, appelé le projet LaUDiM (*Language Use and Development in the Mathematics Classroom*). L'équipe

¹⁷ L'exemple était contenu dans des notes préparatoires au cours 3 de Bellaterra, lequel était intitulé *The Curriculum Problem and the Paradigm of Questioning the World, in Mathematics and beyond* (CHEVALLARD, à paraître). La démonstration procédait d'abord ainsi : on a $a = \frac{2a}{2} = \frac{a+a}{2} < \frac{a+b}{2} < \frac{b+b}{2} = \frac{2b}{2} = b$, ce qui montre que $a < \frac{a+b}{2} < b$. Puis on observait que pour aller de $a = \frac{a+a}{2}$ à $m = \frac{a+b}{2}$, on remplace une fois a par b , ce qui réalise une augmentation de $\frac{b-a}{2}$, si bien qu'on a $m - a = \frac{b-a}{2}$; de même, en allant de $m = \frac{a+b}{2}$ à $\frac{b+b}{2} = b$, on remplace à nouveau a par b , ce qui provoque la même augmentation, à savoir $\frac{b-a}{2}$, en sorte qu'on a bien $b - m = \frac{b-a}{2} = m - a$, QED.

¹⁸ Sur ce rôle éditorial, voir COMMISSIONING EDITOR, 2020.

concernée comprenait cinq didacticiens des mathématiques (dont moi-même), deux pédagogues (*educationalists*) et deux enseignants de mathématiques. Le cadre scientifique adopté par l'équipe pour son travail de création didactique était essentiellement celui de la TSD associé aux théories sur l'apprentissage du langage. Ce projet mené à bon port, nous avons décidé d'en rendre compte dans un livre en forme d'anthologie scientifique (nous avons bien sûr publié divers articles relatifs au projet durant le temps de sa réalisation).

J'ai ainsi écrit un chapitre de l'ouvrage, chapitre consacré à la TSD et qui devait servir de fondement aux articles « empiriques » que le livre allait rassembler¹⁹. Ce chapitre avait en outre pour visée de permettre à un large lectorat de se familiariser avec la TSD, aspect particulièrement souligné par la responsable du projet – l'une des pédagogues – dans l'introduction de l'ouvrage²⁰ :

La théorie [TSD] donne une perspective d'ensemble sur l'enseignement des mathématiques, de l'analyse des connaissances mathématiques à apprendre à l'institutionnalisation de ces connaissances. La connaissance de cette théorie peut contribuer à une meilleure prise de conscience de la place des aspects spécifiques à la matière étudiée dans l'enseignement des mathématiques pour les plus jeunes élèves.

La collaboration entre les pédagogues, les didacticiens et les enseignants dans le cadre du projet avait été excellente, marquée par un respect, une attention et un soutien réciproques. Mais il me faut parler maintenant des commentaires que j'ai reçus sur mon chapitre de la part du CE, qui, titulaire lui-même d'un master en pédagogie, était responsable des secteurs « Pédagogie » et « Formation des professeurs » auprès de la maison d'édition. Il écrivait :

C'est un chapitre absolument central car c'est ici, en pratique, que nous rencontrons la TSD pour la première fois. Il est important que cela apparaisse utile, différent et facilement accessible, car cela implique de réfléchir à de nouveaux concepts. C'est quelque chose que peu d'entre nous aiment vraiment, c'est pourquoi nous devons aimer la TSD.

Pourquoi ce chapitre devrait-il proposer un récit facile, d'après le CE ? La raison invoquée est que « nous » serions enclins à utiliser des concepts que nous connaissons déjà et à éviter les concepts nouveaux pour nous. En d'autres termes, et pour utiliser le vocabulaire de

¹⁹ STRØMSKAG, 2020.

²⁰ NILSSEN & HØYNES, 2020, p. 17. (Traduction des auteurs.)

la TAD, nous serions « naturellement » *rétrocognitifs*, alors que la gestion heureuse de notre rencontre avec de nouveaux concepts nécessite une attitude *procognitive* de notre part – ce qui est toutefois exactement l’attitude *exigée des élèves* du primaire et du secondaire, qui rencontrent du nouveau à chaque heure d’une journée scolaire. Le manuscrit était donc critiqué pour n’être pas facile à lire. Or il s’agissait d’un texte écrit pour aider le lecteur à entrer dans une théorie difficile. Le premier mérite d’un tel texte n’est pas d’être facilement accessible, mais d’être fidèle à son objet. Comme dans toute action de formation, l’objectif est de faire du lecteur, avec sa collaboration, un *acteur*, et pas seulement un (simple) *spectateur* qui écoute une belle histoire. Cet épisode montre un exemple de résistance à l’abord scientifique des questions d’éducation, une résistance engendrée sans doute par l’idée que l’éducation est *et doit être* une chose toute simple.

En outre, il pourrait refléter l’ancien clivage entre la pédagogie et la didactique des disciplines. En Norvège, dans les années 1980 encore, les didacticiens des disciplines étaient très peu impliqués dans des projets de livres touchant à l’enseignement des disciplines. Dans un article relativement récent (GUNDEM, 2008), l’auteure, se référant à un ouvrage collectif publié en 1983 par Skagen et Tiller – une introduction à la didactique des disciplines dont les auteurs étaient exclusivement des pédagogues (appelés « didacticiens généraux ») – souligne que, au moment où elle écrit, il semblerait inconcevable qu’aucune des contributions n’ait été écrite par un didacticien « spécialisé ». Les commentaires du CE sur mon chapitre concernant la TSD sont peut-être aussi le symptôme d’une difficulté à accepter la didactique des disciplines comme discipline scientifique, associée sans doute à la crainte que cette discipline n’empiète de plus en plus sur le territoire que s’est jusqu’ici arrogée la pédagogie. (Quoi qu’il en soit, mon chapitre a finalement été accepté.)

COMMENTAIRES : À LA LUMIÈRE DE LA TAD

Ces commentaires visent à mettre en relief quelques aspects seulement de ce que donne à entendre l’entretien ci-dessus. Partons des notions, récemment introduites, de *curriculum institutionnellement offert* (CIO) et de *curriculum personnellement vécu* (CPV). Dans le témoignage de Heidi, nous voyons exemplairement la description d’un curriculum personnellement vécu. Ce CPV se développe sur une durée de quelque trente années, de 1990

à aujourd'hui. Bien entendu, comme toujours, il n'est pas d'une pièce, mais emprunte des épisodes et des matériaux à une multiplicité de curriculums institutionnellement offerts qui, en arrière-plan, jouent un rôle capital – sans eux, il n'existerait pas de *rencontres*, improbables ou non !

Sans entrer ici dans une formalisation complexe, rappelons simplement que, pour une personne x , un curriculum personnellement vécu consiste en une suite de positions institutionnelles p , chacune avec son équipement praxéologique $\pi_x(p)$ tel que x le perçoit. Le récit que fait Heidi de son cheminement exprime d'abord, du moins en apparence, le caractère « stochastique » de son propre curriculum vécu, qui dépend de conditions et contraintes institutionnelles établies mais aussi d'événements imprévus et improbables, qu'on peut dire aléatoires²¹ et qu'on notera génériquement, ci-après, ϕ .

Arrêtons-nous d'abord sur ce point essentiel, en prenant pour critère la rencontre (ou la non-rencontre) avec une théorie \mathcal{T} qui sera d'abord $\mathcal{T}_1 = \text{TSD}$. Le CPV de Heidi emprunte tout d'abord le tracé du CIO qui conduit, à l'université de Trondheim, au *Postgraduate Certificate in Education* (PGCE), qu'elle obtient en 1990. Cette fois-là, en un parcours certes riche de rencontres (Skemp, Pólya, etc.), nulle chance pour elle de rencontrer la TSD (dont Heidi ne connaît pas même l'existence) ! Notons \mathcal{T}_0 ce premier cadre théorique « anglo-saxon ». C'est en ce point que Kairos, le petit dieu ailé, va changer une trajectoire qui semblait toute tracée. Alors que, à Trondheim, depuis 1999, elle intervient en formation des enseignants, Heidi vient occuper aussi une autre position institutionnelle (au sens de la TAD), momentanée celle-là : en 2003, elle s'engage, avec un collègue, dans la conception d'un projet de master de formation des enseignants. L'agence norvégienne chargée de l'habilitation de ce projet donnera sa validation et la formation commencera à la rentrée 2005. C'est dans ces circonstances que se

²¹ De tels événements sont « imprévus », « improbables », « aléatoires » *du point de vue* de certaines instances (personnes ou positions institutionnelles), par exemple des acteurs et actrices de la situation considérée ou de certains observateurs et analystes de cette situation. On sait que la définition de la notion de « suite aléatoire » reste, mathématiquement, débattue (voir SUITE ALÉATOIRE, 2020). En pratique, on utilise le plus souvent des suites « pseudo-aléatoires », qui, en fait, ne sont qu'*apparemment* aléatoires (voir GÉNÉRATEUR DE NOMBRES PSEUDO-ALÉATOIRES, 2020). Derrick H. Lehmer (1905-1991), qui fut à l'origine de l'utilisation des congruences pour engendrer des suites pseudo-aléatoires (voir GÉNÉRATEUR CONGRUENTIEL LINÉAIRE, 2019), écrivait en 1951 : « A pseudo-random sequence is a vague notion embodying the idea of a sequence in which each term is unpredictable to the uninitiated and whose digits pass a certain number of tests traditional with statisticians and depending somewhat on the uses to which the sequence is to be put. » (LEHMER, 1951, p. 143). Bien entendu, l'ambition de la science est de permettre aux *uninitiated* dont parle Lehmer de s'initier aux mécanismes causaux sous-jacents.

produit l'un de ces événements improbables, notons-le ϕ_1 , qui jalonnent un CPV : l'agence approuve le projet mais dit regretter que sa bibliographie ignore les travaux « français » en la matière. Voilà donc, ex abrupto, inopinément, une ouverture *potentielle* dans un univers jusque-là bien clos. Encore fallait-il aller voir ce vers quoi cette ouverture pouvait conduire ! À nouveau, un événement non entièrement prévisible, ϕ_2 , se produit : Heidi va y voir (elle évoque, certes, à propos de ϕ_2 , des conditions momentanément favorables : une période de vacances et de creux intellectuel relatif). Elle repère alors un article récemment publié, signé de Guy Brousseau, Nadine Brousseau et Virginia Warfield, dont elle découvre, étonnée et impressionnée, le contenu. C'est là un nouvel événement peu prévisible, ϕ_3 . C'est le point d'inflexion, où la trajectoire de x passe de l'autre côté de sa tangente et, si l'on peut dire, change de camp.

Cette inflexion amorce un curriculum qui procède d'un engagement tout à la fois personnel et institutionnel. Alors qu'elle est doctorante à l'université d'Agder depuis 2003, Heidi se procure, après sa lecture de l'article de 2004, le livre de 1997 et, impavide, entreprend de l'étudier. Par ailleurs, lors du cours du printemps 2005 à Copenhague, elle opte pour la TSD (contre, notamment, la... TAD). Enfin, sa thèse se fera dans le cadre de la TSD, qu'elle fait accepter par son environnement scientifique immédiat, que composent Barbara Jaworski et Simon Goodchild. Ainsi force-t-elle le destin.

Pourquoi cela ? Je vais y revenir. Mais poursuivons. Le destin a plus d'un tour dans son sac. Heidi accomplit son travail de thèse dans un relatif isolement scientifique, quoique avec le secours de quelques interlocuteurs prestigieux – Nicolas Balacheff, Marie-Jeanne Perrin-Glorian et... Guy Brousseau lui-même, consulté par le truchement de Luc Trouche. Un certain environnement académique proche, on l'a noté, est hostile à ce travail qui rompt avec la théorie originaire \mathcal{T}_0 au sein de laquelle elle travaillait au départ. Arrive enfin²² le temps de la soutenance (qui aura lieu le 9 février 2012). Il faut constituer le jury. Là se produit à nouveau un événement, ϕ_4 , qui aura des conséquences décisives, quoique différées : l'un des deux « opposants » (rapporteurs) qui composent le jury de thèse est Marianna Bosch, pressentie par Barbara Jaworski, mais que Heidi, à l'époque, connaît peu. Depuis le cours de Copenhague en

²² Le travail de thèse a été retardé notamment par la nécessaire implication de Heidi (qui, à cette époque, était peut-être la plus familiarisée, dans l'équipe enseignante, avec la littérature didactique) dans le master de formation des enseignants qui démarre à la rentrée 2005.

2005, Heidi n'a certes pas perdu tout contact avec la TAD. Le lendemain de sa soutenance, en février 2012, Marianna reprend dans un exposé des éléments de sa thèse pour les analyser à l'aide de la TAD ; mais, de son propre aveu, Heidi l'écoute sans bien l'entendre. En mars et octobre de la même année 2012, elle participe, à Copenhague, à deux séminaires sur la TAD, ce qui ne sera pas sans effets, on va le voir. Là le destin semble hésiter. En 2014, deux événements improbables se produisent. Le premier, ϕ_5 , est le fait que Heidi vienne occuper une toute nouvelle position institutionnelle, en entrant à la fin du mois de janvier dans un groupe franco-anglais de chercheurs en didactique, la *Frengly collaboration*, avec des membres duquel elle travaillera jusqu'en mars 2019. Le second, ϕ_6 , prend place lors de la venue de Marianna à Trondheim en février 2014. Seul ce second événement, ϕ_6 , la rapproche vraiment, de façon cependant non encore manifeste, de la TAD. Mais il nous faut ici changer notre questionnement.

Un curriculum personnellement vécu (CPV) n'est pas fait seulement d'événements improbables ϕ ! La trajectoire curriculaire suivie par x , si étonnante soit-elle, est toujours la résultante de l'action d'une « force motrice » et d'événements ϕ faiblement probables. La recherche de cette force motrice est au cœur de l'analyse curriculaire des CPV, qui nous occupe ici. Que se passe-t-il dans le cas du CPV qui conduit $x = \text{Heidi}$ à rencontrer et à étudier la théorie $\mathcal{T}_1 = \text{TSD}$? Sur la base des éléments mis en lumière par l'entretien, on peut avancer l'hypothèse selon laquelle x tente de répondre à une question q_1 qui peut se formuler ainsi : quelle théorie \mathcal{T} permettrait-elle – contrairement à la théorie originaire \mathcal{T}_0 – d'analyser non pas l'apprentissage et l'enseignement « en général », mais l'apprentissage et l'enseignement *de contenus mathématiques déterminés* ? La réponse que Heidi entrevoit, échafaude, élabore, grâce à un lourd travail et à une pertinacité rare qui aboutissent à la thèse soutenue en 2012, est donc : $\mathcal{T} = \mathcal{T}_1 = \text{TSD}$. Recourons ici au schéma herbartien $[S(x, Y_1, q_1) \rightarrow M_1] \rightarrow r_1^\vee$. La réponse r_1^\vee , on vient de le dire, est l'égalité $\mathcal{T} = \mathcal{T}_1$. On ne s'arrêtera pas plus longuement sur la composition du milieu M_1 , mais on sait que, en un premier temps, ce milieu est constitué à partir de l'article du *Journal of Mathematical Behavior* de 2004 et du livre de 1997. On a vu en outre que l'équipe Y_1 des aides à l'étude est en fait très – et sans doute trop – réduite. À cet égard, ce CPV, ainsi qu'on l'a dit, se poursuivra autrement à partir de 2014, au moment même où, pour Heidi, une autre question surgit.

L'événement clé est ϕ_6 , qui se produit en février 2014. Du récit fait plus haut par Heidi, on peut tirer l'hypothèse que $x = \text{Heidi}$ rencontre alors, comme à l'improviste, la question q_2 qu'on peut énoncer ainsi : quelle est cette théorie \mathcal{T} qui permet à Marianna Bosch de produire et de formuler sa critique du travail de x sur l'*algèbre*, travail que x croyait jusque-là, sinon inattaquable, du moins robuste ? Comme précédemment, le schéma herbartien s'écrit en ce cas : $[S(x, Y_2, q_2) \Rightarrow M_2] \Rightarrow r_2^\forall$. La réponse r_2^\forall , on le sait, sera : « la TAD ». Autrement dit, $\mathcal{T} = \mathcal{T}_2 = \text{TAD}$. Deux traits sont d'emblée en place. Premièrement, la TAD apparaît d'abord comme une œuvre *supposée*, qui n'existe au début qu'à travers ses effets constatés²³. Deuxièmement, ces effets sont d'autant plus spectaculaires qu'ils sont une certaine critique, incisive, du travail de Heidi sur l'*algebraic thinking*. Cette fois, de 2014 à 2019, la trajectoire se trace plus difficilement, sans doute parce que la TAD n'est pas d'abord visée pour elle-même mais pour le point de vue qu'elle pourrait nourrir sur la « question de l'algèbre ». Il est frappant de voir ce que Heidi rapporte à propos d'un nouvel événement très peu probable, ϕ_7 , survenu un peu plus tard, en septembre 2014 : la rencontre à Copenhague avec l'auteur de ces lignes. Car le dialogue se noue alors entre nous, non pas autour de la TAD, mais autour de l'algèbre. Ce n'est qu'un peu plus tard, lors d'une nouvelle rencontre, à Paris cette fois, que Heidi comprendra, avoue-t-elle aujourd'hui, avoir mal estimé, au départ, la complexité de ce qu'elle regardait peut-être alors comme une possible collaboration, semblable à celle dont elle avait eu l'expérience jusque-là. En 2019 encore, à la veille du séjour à Bellaterra, c'est un point d'algèbre (relatif à la moyenne arithmétique m de deux nombres a et b) qui nourrit chez elle le sentiment de l'existence d'un autre point de vue sur l'*algebraic thinking* – qui, du point de vue de la TAD, devrait s'appeler, si l'on peut dire, l'*algebraic praxeologizing*. La question cardinale devient alors la question q_3 : comment, plus généralement, la théorie $\mathcal{T}_2 = \text{TAD}$ permet-elle d'expliquer les phénomènes \mathbf{A} qui constituent, en telle institution donnée, la « praxéologisation algébrique » ?

Aujourd'hui, le travail sur q_3 se poursuit. Mais un autre aspect doit être mis en avant dans le rapport de $x = \text{Heidi}$ à \mathcal{T}_2 . Il y a, dit-elle, dans \mathcal{T}_2 , quelque chose qui à la fois l'attire et

²³ Confiance pour confiance, c'est là exactement la situation où s'est trouvé, en juin 1976, à l'IREM d'Aix-Marseille, l'auteur de ces lignes à l'occasion pour lui très improbable d'une rencontre de plusieurs heures, en petit comité, avec Guy Brousseau. Cette fois, la théorie dont l'existence pouvait être supputée à partir de l'indomptable discours de Guy était, bien entendu, la TSD !

l'inquiète, et qu'on peut circonscrire à l'aide d'une expression aujourd'hui entrée dans l'usage : celle de *paradigme du questionnement du monde* (PQM). Comme cet embarras semble relativement partagé, je précise ici quelques aspects de cette difficile question. À l'origine, il y a un format d'organisation didactique qui découle en vérité de la TSD, à savoir ce qu'on nomme une *activité d'étude et de recherche* (AER), qu'il vaudrait mieux appeler activité d'étude et de recherche *finalisée* (AER_f), c'est-à-dire visant à faire rencontrer par des élèves ou étudiants X une œuvre σ , mathématique ou autre, désignée à l'avance par le professeur y . Par exemple une AER_f peut être engendrée par la question q suivante : « Un paysan doit expédier un lot de 250 œufs dans des boîtes pouvant contenir chacune 6 œufs. De combien de boîtes a-t-il besoin ? » L'œuvre σ que le professeur « vise » ici (mais dont on ne sait pas si elle sera « atteinte »...) peut être la notion de *reste* d'une division et, au-delà, la notion de division *euclidienne* (ici, puisque $250 = 6 \times 41 + 4$, il faudra utiliser $41 + 1 = 42$ boîtes). La question q génératrice de l'AER_f vise à faire rencontrer l'œuvre σ . Mais une difficulté surgit : dans la gestion d'une classe, cela oblige, pour toute œuvre σ , à envisager une question q_σ en principe différente, et adéquate, ce qui est lourd et conduit souvent, en pratique, à revenir bientôt à la simple visite des œuvres : on étudie σ_1 puis σ_2 puis... sans faire apparaître ces œuvres comme « poussées en avant » par des questions q_1, q_2, \dots ancrées dans la réalité commune, connue de tous (comme il en va par exemple pour le paysan et ses œufs). Mais on observe alors que, pour certains ensembles d'œuvres \mathcal{O} , il existe un schéma de questions \mathcal{Q} tel que, pour chaque œuvre $\sigma \in \mathcal{O}$, il existe une question $q \in \mathcal{Q}$ dont l'étude sous les conditions et contraintes prévalant dans la classe, conduite à rencontrer et à étudier σ autant que nécessaire afin de l'utiliser pour répondre à q ²⁴. En passant d'une question q à un schéma de question \mathcal{Q} , on passe d'une AER à un PER, un *parcours d'étude et de recherche*. (Notons que, si \mathcal{Q} se réduit à une unique question q , on retrouve la notion d'AER.) Cela dit, si \mathcal{Q} « vise » un ensemble d'œuvres \mathcal{O} et si, en particulier, tout spécimen q de \mathcal{Q} « vise » une œuvre $\sigma \in \mathcal{O}$ déterminée, on dira que le PER est finalisé, ce qu'on pourra désigner par la notation PER_f. Mais, sauf si on réduit strictement un PER à être une suite d'AER_f, on observe qu'il tend à se produire une « définalisation » partielle du PER : on supposera alors simplement que l'étude de telle question $q \in \mathcal{Q}$ va susciter la rencontre avec

²⁴ Un cas classique à cet égard est le thème dit des « distances inaccessibles », distances qu'on ne peut mesurer et qu'il faut donc calculer (à partir d'entités mesurables) en usant de connaissances géométriques idoines. Voir ainsi GUÉRIN, 2017.

une ou des œuvres *non précisées à l'avance* mais appartenant à l'ensemble \mathcal{O} (qui peut être par exemple l'ensemble des théorèmes de géométrie du manuel de la classe). Bien entendu, si \mathcal{O} se réduit à un singleton, soit si $\mathcal{O} = \{\sigma\}$, on retrouve la notion d'AER_f. Si, en revanche, partant dans le sens opposé, on prend pour \mathcal{O} l'ensemble des œuvres existantes ou à créer dans une société (ou, plus généralement, dans une institution) donnée, on arrive à la notion générale de PER *non finalisé*, et donc aussi d'AER *non finalisée*, ce qu'on notera respectivement PER_{nf} et AER_{nf}. On parlera alors non pas tant d'AER ou de PER que d'*enquête* sur la question q ou sur le schéma de question Q . Bien entendu, l'existence de PER_{nf} (ou d'AER_{nf}) dépend des pédagogies « permises » dans une école donnée, au sein d'une société donnée, dans un contexte de civilisation donné²⁵. Lorsqu'on passe de l'étude immotivée d'œuvres $\sigma_1, \sigma_2, \dots$, aux AER_f, puis aux PER_f, on va progressivement du paradigme de la visite des œuvres vers le paradigme du questionnement du monde, qui ne sera pleinement réalisé que dans le cadre des PER_{nf} et AER_{nf} (lesquelles ne se distinguent plus que par la durée du temps d'étude, c'est-à-dire du temps d'enquête).

Ce que l'on observe aujourd'hui en nombre de systèmes éducatifs, c'est une certaine coexistence des deux paradigmes, qui cohabitent en fait depuis bien longtemps – car un mémoire de master ou de doctorat est en général le fruit d'un PER_{nf}²⁶. Mais, de nos jours, on constate une poussée invasive du paradigme du questionnement du monde aussi bien dans l'enseignement secondaire qu'à l'université, poussée corrélative d'un affaiblissement du paradigme de la visite des œuvres²⁷.

En tant qu'acteur des systèmes d'éducation, comme enseignant ou formateur d'enseignants par exemple, ou bien sûr en tant que simple citoyen, le didacticien est « libre » de ses choix, qui sont pourtant toujours des choix *sous contrainte* (ils sont souvent surdéterminés par les conditions et contraintes de pédagogie, d'école, de société, etc.). En tant

²⁵ On se réfère ici à l'*échelle des niveaux de codétermination didactique*, qu'on peut représenter ainsi : Humanité \rightleftharpoons Civilisations \rightleftharpoons Sociétés \rightleftharpoons Écoles \rightleftharpoons Pédagogies \rightleftharpoons Systèmes didactiques.

²⁶ Notons aussi la notion traditionnelle, en anglais, d'*essay*, qui désigne « a short nonfictional literary composition » (AYTO, 2005, p. 198) et semble découler, par l'intermédiaire de Francis Bacon (1597), de l'emploi du mot français *essai* par Montaigne (1580). Cette notion est, paradigmatiquement parlant, ambiguë, de même que la notion de *dissertation* usitée traditionnellement au secondaire en France.

²⁷ Le paradigme de la visite des œuvres lui-même n'est pas historiquement premier. Il découle de paradigmes pédagogique-didactiques plus anciens, dont celui « de la célébration des grands auteurs » – longtemps, ainsi, on n'étudie pas la géométrie (ou les mathématiques) mais les *Éléments* d'Euclide, etc. À nouveau, voir CHEVALLARD, 2020.

que chercheur, en revanche, il doit se rendre capable – collectivement – d’expliquer ce qui a existé hier, ce qui existe aujourd’hui, ce qui pourrait exister demain. La TAD fournit pour cela un outil de modélisation clé, le schéma herbartien $[S(X, Y, q) \Rightarrow M] \mapsto r^\heartsuit$ (ici dans sa forme dite semi-développée). Les œuvres $\sigma_1, \sigma_2, \dots$, à utiliser pour répondre à q , et pour cela à étudier, se trouvent dans le milieu M . En principe, le schéma herbartien a été conçu pour permettre de modéliser toute forme pédagogique-didactique, y compris par exemple le cas de l’enseignement « magistral » le plus traditionnel, où $Y = \{y\}$ et où M contient une réponse r_y^\diamond qui est en fait, en règle générale, la réponse r_y^\heartsuit de y à q , laquelle devrait devenir la réponse de la classe $[X, Y]$ à q , en sorte que l’on aura $r^\heartsuit = r_y^\diamond = r_y^\heartsuit$ ²⁸. Une paramétrisation adéquate du schéma herbartien, exprimée notamment en termes de *topos* de X et de *topos* de Y (qui détermine le contenu de M et comment ?, etc.) permettra de modéliser aussi bien les formes pédagogique-didactiques les plus anciennes que les formes les plus « avancées ». Notons encore que, bien entendu, l’enquête sur une question q conduit à étudier des œuvres σ dont $[X, Y]$ suppose qu’elles pourront contribuer à la formation de R^\heartsuit , cette étude étant conditionnée qualitativement (quelles propriétés de σ étudier ?) et quantitativement (jusqu’à quel degré d’approfondissement pousser l’étude de ces propriétés ?) par les besoins de connaissance engendrés par l’étude de q dans les conditions et sous les contraintes prévalentes.

Est-il loisible aujourd’hui de recourir exclusivement à des formes pédagogique-didactiques relevant pleinement du paradigme du questionnement du monde ? Sans doute pas. Mais deux points doivent être soulignés. Tout d’abord il est souvent possible, désormais, de négocier la création, au sein d’un univers « scolaire » relevant largement encore de la visite des œuvres la plus classique, de lieux et de temps dédiés au questionnement du monde, dans le cadre d’un *séminaire d’étude et de recherche* (SER) où les questions q à étudier seraient formulées, où des comptes rendus d’étude et de recherche seraient présentés, discutés, etc. Ensuite, même dans le cas de la visite d’une œuvre σ curriculairement imposée *a priori*, il est possible de promouvoir une visite des œuvres « intelligente », qui a autrefois existé dans des

²⁸ Notons que, dans cet enseignement dit magistral, *il y a bien une enquête*, mais celle-ci incombe à l’enseignant y , qui construit ainsi sa réponse r_y^\heartsuit et présente alors à la classe un compte rendu d’enquête explicitant cette réponse r_y^\heartsuit comme la réponse r_y^\diamond promise à devenir la réponse r^\heartsuit de la classe – réponse qui devrait être notée plus explicitement ici $r_{[X, Y]}^\heartsuit$.

formes certes fragiles²⁹, mais à laquelle la référence au paradigme du questionnement du monde peut donner un nouveau souffle – en se demandant ainsi, notamment, pourquoi étudier l'œuvre σ , à quelles questions \mathcal{Q} elle permettrait de répondre et comment³⁰.

POUR CONCLURE

Cette étude tend à dévoiler, une fois encore, ce qui se passe derrière les curriculums institutionnellement offerts (CIO), officiellement « déclarés » et promus. Un curriculum personnellement vécu déploie sa singularité dans un espace où cohabitent des CIO, des curriculums institutionnellement *manquants* – des « CIM » – et une succession d'événements généralement très peu probables. On aura noté par exemple que c'est pour combler un manque, donc pour compenser un CIM, que $x = \text{Heidi}$, en 2003, se met au travail avec un collègue pour élaborer un programme de master, ce qui l'amène à une rencontre à l'époque très improbable, mais décisive : avec la TSD. La remarque du comité d'accréditation joue en ce cas le rôle du *clinamen* d'Épicure³¹. Ici, on le sait, cette remarque change la trajectoire personnelle de x et l'oriente vers un avenir insoupçonné, qui se construit avec d'autres rencontres inattendues encore. Mais il ne suffit pas que des « aléas » existent. Encore doivent-ils être mis à profit ! Pour cela, il convient que x ne les regarde pas comme des détails négligeables, que l'on peut sans souci ignorer. Ils doivent au contraire interpeller x et susciter en retour son attention et son

²⁹ Voir par exemple CHEVALLARD, 2006.

³⁰ Il serait révélateur de considérer ici un thème évoqué par Heidi en étudiant par exemple la question \mathcal{Q} ci-après : « Qu'appelle-t-on "croissance exponentielle" ? Pourquoi certains disent-ils, en relation avec cette notion, que l'expression "croissance durable" (*sustainable growth*) est une contradiction dans les termes ? ». On verrait en particulier les effets antididactiques d'une mathématisation trop hâtivement poussée de la notion. Voir notamment LAMMERS, CRUSIUS, GAST, 2020 ; et ALBERT ALLEN BARTLETT, 2020.

³¹ Voir CLINAMEN, 2019.

engagement³². Surtout il faut que x se livre à l'effort requis pour tracer sa route vers cet objet inconnu qui mobilise son désir³³.

Dans un texte de 1986 intitulé *Du matérialisme aléatoire*, le philosophe Louis Althusser (1918-1990) oppose la figure du philosophe « idéaliste » à celle du philosophe « matérialiste ». Imaginant l'un et l'autre allant de Marseille à Lyon en train, il écrit ceci³⁴ :

Le philosophe idéaliste n'a rien appris, il connaît le chemin d'avance, et se plonge dans *Le Monde* ou son travail de correspondance pendant le trajet.

Le philosophe matérialiste ne sait rien de tout cela. Il est démuné de tout même pour noter ses impressions. Il regarde le paysage, écoute, apprend quantité des choses. Il est un homme du « ouï-dire » mais à partir de la *rencontre* des informations, de leur croisement ou démenti – autant d'expériences intellectuelles –, il finira en *autodidacte* (il n'y a que cela de vrai comme éducation) par savoir des tas de choses que l'idéaliste ignore toujours. Car l'idéaliste méprise les autres (ses co-voyageurs), il ne leur adresse pas la parole et il descendra à Lyon du train : ce sera le même homme. Le matérialiste, lui, aura changé parce qu'au contact des vies singulières il aura fait de « bonnes rencontres » qui renforceront la libido de son « conatus » (Spinoza) – sa « *causa sui* », son autonomie vitale qui n'existe que dans ses effets, ses résultats.

On l'aura compris, $x = \text{Heidi}$ est, dans son parcours positionnel et formatif tel que nous pouvons l'appréhender, semblable au philosophe matérialiste d'Althusser. Mais cette assertion doit être entendue ici, en conclusion, d'une façon beaucoup plus générale. Il y a une illusion scolaire à laquelle beaucoup succombent qui consiste à regarder chaque « apprenant » (*learner*) comme le sujet univoque de la position – d'élève, d'étudiant – que l'école lui assigne. Or cette personne, quel que soit son âge, n'est jamais là que de passage, sans que l'on sache exactement quel profit elle aura tiré de son séjour dans la classe. Elle existait avant, elle existera après, et elle est simultanément assujettie à d'autres positions que, la plupart du temps, nous ne

³² Le cas de la discussion avec Marianna en février 2014 est de ce point de vue édifiant, puisque le « signe » – à savoir la discussion amorcée par Marianna – devait être reçu comme signe *de l'existence d'une entité ignorée par x* – ici, la TAD. Cela rappellera bien sûr la découverte par Urbain Le Verrier (1811-1877) de la planète baptisée Neptune, découverte par le calcul à Paris comme cause hypothétique des « anomalies » des mouvements d'Uranus et aussitôt confirmée par l'observation directe par Johan Galle à l'observatoire de Berlin (1846). Cela bien sûr ne marche pas à tout coup : « Plus tard, Le Verrier tenta de répéter le même exploit pour expliquer les perturbations de Mercure. Après plusieurs observations par d'autres astronomes de taches rondes passant devant le Soleil (...), Le Verrier en déduit la présence d'une autre planète, Vulcain, dont il prédit le passage devant le Soleil en 1877. Ces prédictions se révéleront inexactes, et ces anomalies seront expliquées un demi-siècle plus tard par Albert Einstein avec la théorie de la relativité générale. » Voir URBAIN LE VERRIER, 2020.

³³ Dans son dictionnaire étymologique (AYTO, 2005, p. 485), John Ayto indique que le mot anglais *study* dérive du latin *Studium*, où il signifie « eagerness, intense application », et ajoute que cette charge sémantique nous vient du fond des âges, « the underlying notion of *study* thus being the 'application of extreme effort' ». Il semble qu'il y ait là un invariant anthropologique que, malgré qu'on en ait, on gagne à connaître et à méditer.

³⁴ Voir ALTHUSSER, 2005, p. 9. Voir aussi *CONATUS*, 2020 et *CAUSA SUI*, 2018.

connaissons pas. Elle est toujours un être aléatoire, plurivoque et donc équivoque. Derrière la simplicité d'une position unique assignée à tous, il y a la formidable complexité et la diversité de trajectoires personnelles singulières. Si nous voulons savoir « comment on apprend », si nous voulons appréhender les autodidactes que nous sommes par nécessité, comme dit à peu près Althusser, c'est cela qu'il nous faut aussi obstinément étudier.

REFERENCES

- ALBERT ALLEN BARTLETT. In : WIKIPÉDIA L'encyclopédie libre, 2020. Disponible à : https://fr.wikipedia.org/wiki/Albert_Allen_Bartlett
- ALTHUSSER, L. Du matérialisme aléatoire 1986. **Multitudes**, v. 2, n. 21, p. 179-194, 2005. Disponible à : <https://www.cairn.info/revue-multitudes-2005-2-page-179.htm#>
- AYTO, J. **Word origins**. The secret histories of English words from A to Z. Londres : A & C Black, 2005. Disponible à : <https://www.pdfdrive.com/word-origins-the-hidden-histories-of-english-words-from-a-to-z-2nd-ed-d158222296.html>
- BROUSSEAU, G. **Theory of didactical situations in mathematics**: Didactique des mathématiques (1970-1990). New York : Kluwer Academic Publishers, 1997. Deuxième édition (2002). Disponible à : <https://bit.ly/3mC3k33>
- BROUSSEAU, G. ; BROUSSEAU, N. ; WARFIELD, V. Rationals and decimals as required in the school curriculum Part 1: Rationals as measurement. **The Journal of Mathematical Behavior**, v. 23, n. 1, p. 1-20, 2004.
- CAUSA SUI*. In : WIKIPÉDIA L'encyclopédie libre, 2018. Disponible à : https://fr.wikipedia.org/wiki/Causa_sui
- CHEVALLARD, Y. Les mathématiques à l'école : pour une révolution épistémologique et didactique. **Bulletin de l'APMEP**, n. 471, p. 439-461, 2006. Disponible à : <https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/AAA/AAA07091/AAA07091.pdf>
- CHEVALLARD, Y. Assumer un changement civilisationnel : pacte scolaire et mathématiques. Printemps de la recherche en éducation 2019 (Paris – 27 mars 2019). **Éducation & didactique**, v. 14, n. 1, p. 101-109, 2020.
- CHEVALLARD, Y. ; BOSCH, M. Didactic transposition in mathematics education. In : S. Lerman (dir.) **Encyclopedia of Mathematics Education**, p. 170-174. Dordrecht : Springer, 2014.
- CLINAMEN. In : WIKIPÉDIA L'encyclopédie libre, 2019. Disponible à :

<https://fr.wikipedia.org/wiki/Clinamen>

COMMISSIONING EDITOR. In : WIKIPEDIA The Free Encyclopedia, 2020. Disponible à : https://en.wikipedia.org/wiki/Commissioning_editor

CONATUS. In : WIKIPÉDIA L'encyclopédie libre, 2020. Disponible à : <https://fr.wikipedia.org/wiki/Conatus>

CONSTRUCTIVISM (PHILOSOPHY OF EDUCATION). In : WIKIPEDIA The Free Encyclopedia, 2020. Disponible à : [https://en.wikipedia.org/wiki/Constructivism_\(philosophy_of_education\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Constructivism_(philosophy_of_education))

EARLY ALGEBRA. In : WIKIPEDIA The Free Encyclopedia, 2020. Disponible à : https://en.wikipedia.org/wiki/Early_Algebra

GÉNÉRATEUR CONGRUENTIEL LINÉAIRE. In : WIKIPEDIA The Free Encyclopedia, 2019. Disponible à : https://fr.wikipedia.org/wiki/Générateur_congruentiel_linéaire

GÉNÉRATEUR DE NOMBRES PSEUDO-ALÉATOIRES. In : WIKIPEDIA The Free Encyclopedia, 2020. Disponible à : https://fr.wikipedia.org/wiki/Générateur_de_nombres_pseudo-aléatoires

GEORGE PÓLYA. In : WIKIPÉDIA L'encyclopédie libre, 2020. Disponible à : https://fr.wikipedia.org/wiki/George_Pólya

GUÉRIN, L. **Les distances inaccessibles** : un parcours de cycle 4. Clermont-Ferrand : IREM, 2017. Disponible à : <http://www.irem.univ-bpclermont.fr/IMG/pdf/triangles.pdf>

GUNDEM, B. B. Didaktikk – fagdidaktikk, anstrengte eller fruktbare forhold? **Acta Didactica Norge**, v. 2, n. 1, p. 1-15, 2008. Disponible à : <https://journals.uio.no/adno/article/view/1020/899>

GUY BROUSSEAU. In : WIKIPÉDIA L'encyclopédie libre, 2020. Disponible à : https://fr.wikipedia.org/wiki/Guy_Brousseau

KAIROS. In : WIKIPÉDIA L'encyclopédie libre, 2020. Disponible à : <https://fr.wikipedia.org/wiki/Kairos>

LAMMERS, J.; CRUSIUS, J.; GAST, A. Correcting misperceptions of exponential coronavirus growth increases support for social distancing. **PNAS**, v. 117, n. 28, p. 16264-16266, 2020. Disponible à : <https://www.pnas.org/content/117/28/16264#sec-5>

LEHMER, D. H. Mathematical Methods in Large-scale Computing Units. **The Annals of the Computation Laboratory of Harvard University**, v. 26, p. 141-146, 1951. Disponible à :

http://www.bitsavers.org/pdf/harvard/Proceedings_of_a_Second_Symposium_on_Large-Scale_Digital_Calculating_Machinery_Sep49.pdf

MANGIANTE-ORSOLA, C. ; PERRIN-GLORIAN, M.-J. ; STRØMSKAG, H. Theory of didactical situations as a tool to understand and develop mathematics teaching practices. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, Volume Spécial English-French**, p. 145-174, 2018. Disponible à : https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_23eng-fre/adsc-2018ef_006.pdf

NILSSEN, V. ; HØYNES, S.-M. (dir.). **Samtaleorientert matematikk**: Et samspill mellom didaktiske og adidaktiske situasjoner. Bergen, Norvège : Fagbokforlaget, 2020.

PÓLYA, G. **How to solve it**: A new aspect of mathematical method. New York : Double Day, 2^e édition, 1957. Disponible à : <https://bit.ly/3jCfaYZ>

SKAGEN, K.; TILLER, T. (dir.). **Fag – skole – samfunn**: Innføring i fagdidaktikk. Oslo, Norvège : Aschehoug, 1983.

SKEMP, R. R. Relational understanding and instrumental understanding. **Mathematics Teaching**, v. 77, p. 20-26, 1976. Disponible à : https://www.atm.org.uk/write/MediaUploads/Resources/Richard_Skemp.pdf

STRØMSKAG, H. Teorien for didaktiske situasjoner i matematikk: Et systemisk rammeverk for å utvikle og studere matematikkundervisning. In V. Nilssen ; S.-M. Høyenes (dir.), **Samtaleorientert matematikk**: Et samspill mellom didaktiske og adidaktiske situasjoner, p. 25-80. Bergen, Norvège : Fagbokforlaget, 2020.

SUITE ALÉATOIRE. In : WIKIPÉDIA L'encyclopédie libre, 2020. Disponible à : https://fr.wikipedia.org/wiki/Suite_aléatoire

THE NORWEGIAN DIRECTORATE OF EDUCATION AND TRAINING. **Core curriculum**: Principles for education and all-round development, 2020. Disponible à : <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/?lang=eng>

URBAIN LE VERRIER. In : WIKIPÉDIA L'encyclopédie libre, 2020. Disponible à : https://fr.wikipedia.org/wiki/Urbain_Le_Verrier

WIJAYANTI, D. **A praxeological study of proportionality in mathematics lower secondary textbooks** (Thèse de doctorat) – Université de Copenhague, Danemark, 2017. Disponible à : https://www.ind.ku.dk/begivenheder/2017/wijayanti/PhD_thesis_Dyana_Wijayanti.pdf