

Oliv G. Klingenberg

## **Matematikk og elever som bruker punktskrift i opplæringen**

En kartlegging av elevgruppen i forhold til undervisningsnivå gjennom førti år, og en dybdestudie av geometrilæring med tre elever i grunnskolen

Avhandling for graden philosophiae doctor

Trondheim, februar 2013

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Fakultet for samfunnsvitenskap og teknologiledelse  
Pedagogisk institutt



**NTNU**

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Doktoravhandling for graden philosophiae doctor

Fakultet for samfunnsvitenskap og teknologiledelse  
Pedagogisk institutt

© Oliv G. Klingenberg

ISBN 978-82-471-4170-0 (trykt utg.)  
ISBN 978-82-471-4169-4 (elektr. utg.)  
ISSN 1503-8181

Doktoravhandlingar ved NTNU, 2013:38

Trykket av NTNU-trykk

## TAKK

Innledningsvis vil jeg takke de tre elevene og foreldrene deres for positiv holdning til undersøkelsen. Tilbakemeldinger fra foreldre har vært en viktig motivasjon i arbeidet.

Jeg er ydmyk og takknemlig for all bistand og oppmuntring jeg har fått underveis i arbeidet. En særlig takk til

**Per Frostad**, veileder gjennom hele prosessen, for *alltid* å møte mine utkast med gode og krevende spørsmålsstillinger, for å gi av sin metodologiske kunnskap, og for å gi meg tillit til å tro på det jeg har jobbet med. Stor takk også for det du har lært meg om skriving.

**Ingvill Merete Stedøy-Johansen**, veileder i første del av studien, for matematikkfaglige innspill da aktivitetene i elevkurset ble utformet, og som viktig inspirator i denne perioden.

**Øystein Forsbak**, direktør på Tambartun, for å ha betrodd meg tillit til å systematisere og søke kunnskaper på fagområdet, og for velvillig holdning og interesse gjennom hele prosjektperioden.

**Bengt Elmerskog**, min avdelingsleder, for å avklare arbeidsområder og oppgaver på Tambartun, slik at det ble mulig å fullføre PhD-arbeidet.

**Liv Berit Augestad** og **Per Fosse**, samarbeidspartnere i studie 1, for generøst å dele kunnskaper om både forskningsprosess og fagspørsmål, for å initiere studie 1 og ikke minst vise vei i gjennomføringen.

**William Dana Flanders** og **Håvard Magnus Arnljot**, for bistand med medisinsk og øyemedisinsk kompetanse i bearbeiding av datamaterialet.

**Ole Erik Jevne** og **Oddvar Øyan**, lærere i elevkurset, for verdifulle innspill både før og underveis i kurset. Kolleger og venner i **Team 2**, for faglige diskusjoner og bistand med bildemateriell og annen støtte underveis. **Læremiddelavdeling** med **bibliotek** for praktisk hjelp, og **kolleger** for øvrig som har vist interesse og uttrykt glede over at synsfeltet øker tilfanget av forskningsbasert kunnskap.

**Kjersti Wæge**, for berikende samtaler underveis som PhD'ere, og som en glad, klok og god sparringspartner i vår skrivegruppe.

**Knut Ramberg**, direktør på Huseby, for å bidra til at datainnsamlingen i studie 1 kunne gjennomføres. Videre vil jeg også takke **kolleger på Huseby** for hjelp og velvillighet til å oppklare uklarheter underveis i innsamling av data.

Kolleger på **Senter for Matematikk i Opplæringen**, der jeg har hatt kontor plass i arbeidsperioden, for å bli tatt imot med en raushet, velvillighet og utrolig inkluderende holdning.

**Magnar**, for overbærenhet når jeg har vært i overkant ivrig, og for å få meg til å le når jeg kanskje hadde litt lyst til å gråte.

**Halvor og Magnhild**, for telefonsamtaler og genuin interesse for arbeidet, og for at dere har heiet på mamma absolutt hele tiden.

## INNHold

<b>INNLEDNING .....</b>	<b>1</b>
BAKGRUNN FOR DOKTORGRADSPROSJEKTET .....	1
MÅLSETTING OG PROBLEMSTILLINGER .....	2
AVHANDLINGEN .....	3
<i>Plassering av avhandlingen i forskningsfeltet .....</i>	<i>3</i>
<i>Avgrensninger og presiseringer .....</i>	<i>4</i>
<i>Struktur i avhandlingen .....</i>	<i>5</i>
<b>BEGREPSMESSIG OG TEORETISK RAMMEVERK .....</b>	<b>7</b>
ELEVER SOM BRUKER PUNKTSKRIFT I OPPLÆRINGEN .....	7
<i>Definisjoner av synshemming .....</i>	<i>8</i>
<i>Årsaker til synstap og forekomst av elever med blindhet .....</i>	<i>10</i>
<i>Synshemming og konsekvenser for læring .....</i>	<i>12</i>
<i>Organisering av skoletilbudet til elever som bruker punktskrift i opplæringen .....</i>	<i>14</i>
<i>Punktskrift og skriftsystemets utfordringer i matematikk .....</i>	<i>18</i>
<i>Læreplaner, undervisning og lærebøker i matematikk .....</i>	<i>23</i>
<i>Elever som ikke følger læreplanens progresjon .....</i>	<i>28</i>
<i>Forskning om matematikklæring og undervisning .....</i>	<i>29</i>
TEORI OM HVORDAN MENNESKER LÆRER Å TENKE MATEMATISK .....	32
<i>Met-before .....</i>	<i>34</i>
<i>van Hiele's teori om geometrilæring .....</i>	<i>35</i>
<i>Elever med synshemming og geometrilæring .....</i>	<i>39</i>
<b>METODOLOGI .....</b>	<b>45</b>
DESIGN .....	45
VITENSKAPSFILOSOFISK POSISJON FOR PROSJEKTDESIGNET .....	45
STUDIE 1 .....	47
<i>Design .....</i>	<i>48</i>
<i>Data og datainnsamling .....</i>	<i>48</i>
<i>Analyse .....</i>	<i>51</i>
<i>Reliabilitet og validitet .....</i>	<i>51</i>
<i>Styrke og svakheter ved designet .....</i>	<i>56</i>
STUDIE 2 .....	57
<i>Design .....</i>	<i>58</i>
<i>Data og datainnsamling .....</i>	<i>58</i>

Analyse .....	62
Reliabilitet og validitet.....	70
Styrke og svakheter ved designet .....	76
STYRKE OG SVAKHETER VED PROSJEKTDESIGNET .....	77
ETISKE VURDERINGER .....	78
Godkjenninger .....	80
<b>SAMMENDRAG AV STUDIE 1 OG 2 .....</b>	<b>82</b>
STUDIE 1 .....	82
Tema og metode.....	82
Artikkel I: <i>Braille use among Norwegian children from 1967 to 2007: trends in the underlying causes.</i> ...	82
Artikkel II: <i>An examination of 40 years of mathematics education among Norwegian braille-reading students.</i> .....	84
STUDIE 2 .....	86
Tema og metode.....	86
Artikkel III: <i>Conceptual understanding of shape and space by braille-reading Norwegian students in elementary school.</i> .....	87
Artikkel IV: <i>Portrait of learning difficulties in geometry: The case of a braille-reading student in elementary school.</i> .....	90
<b>DISKUSJON OG OPPSUMMERENDE PERSPEKTIVER.....</b>	<b>92</b>
FORHOLD SOM HAR BETYDNING FOR MATEMATIKKLÆRING FOR ELEVGRUPPEN .....	92
<i>Hypoteser relatert til teori om geometrilæring for elever med synshemning</i> .....	93
MATEMATIKK I ET DELTAKERPERSPEKTIV.....	102
HYPOTESE OM AT GEOMETRI IKKE ER ELLER HAR VÆRT VEKTLAGT PÅ RIKTIG MÅTE I UNDERVISNINGEN .....	104
PERSPEKTIVER FRAMOVER .....	105
<b>REFERANSER .....</b>	<b>107</b>

## **LISTE OVER VEDLEGG**

- Vedlegg 1: Utdrag fra bokkapittel
- Vedlegg 2: Oversikt over planlagte aktiviteter i elevkurset
- Vedlegg 3: Godkjenning fra REK midtre
- Vedlegg 4: Kvittering fra Personverneombudet
- Vedlegg 5: Endringsmelding
- Vedlegg 6: Informasjon og samtykke til elever og foresatte
- Vedlegg 7: Godkjenning av ny dato for oppbevaring av personopplysninger
- Vedlegg 8: Nytt samtykke fra foresatte

## LISTE OVER ARTIKLER

I denne avhandlingen inngår fire artikler. De tre første er publisert, og den fjerde er sendt til et internasjonalt fagtidsskrift.

### Artikkel I

Augestad, L. B., Klingenberg, O., & Fosse, P. (2011). Braille use among Norwegian children from 1967 to 2007: trends in the underlying causes. *Acta Ophthalmologica*. DOI: 10.1111/j.1755-3768.2010.02100.x. doi: 14.02.11

### Artikkel II

Klingenberg, O. G., Augestad, L. B., & Fosse, P. (2012). An examination of 40 years of mathematics education among Norwegian braille-reading students. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 106(2), 93-105.

### Artikkel III

Klingenberg, O. G. (2012). Conceptual understanding of shape and space by braille-reading Norwegian students in elementary school. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 106(8), 453-465.

### Artikkel IV

Klingenberg, O. G., & Frostad, P. (upublisert manus). Portrait of learning difficulties in geometry: The case of a braille-reading student in elementary school. Sendt til: *Journal of Visual Impairment & Blindness*.

## SAMMENDRAG

Doktorgradsprosjektet retter fokus mot matematikklæring og matematikkundervisning for elever i grunnskolen som bruker punktskrift i opplæringen. På denne måten er dette en avhandling som ligger i krysningfeltet mellom matematikdidaktisk forskning og synspedagogisk forskning.

Avhandlingen bygger på perspektivet om at matematikk er et språk som (seende) mennesker har utviklet og stadig utvikler for å kunne forstå og løse problemer i en fysisk og mental verden. På dette grunnlaget blir det argumentert for at matematikk er betydningsfull for både sosial deltakelse og selvstendighet.

Målsetting for prosjektet er a) å belyse mangfold og variasjon ved elevgruppen, og å undersøke om det er et mønster i forhold til elevkarakteristika og hvorvidt elever har fulgt normert aldersprogresjon i matematikkundervisningen, samt b) å frembringe kunnskaper om læring av grunnleggende geometribegreper.

Doktorgradsprosjektet har et forskningsdesign med blandede metoder og med både kvantitative og kvalitative data. Prosjektet er basert på to sidestilte studier som blir diskutert i et helhetlig perspektiv til slutt i avhandlingen. Sentralt i begge studier er dikotomien mellom å mestre eller ikke mestre skolefaget matematikk.

Den ene studien (a) er en kartleggingsstudie av elever som har fått opplæring i punktskrift i perioden mellom 1967 til 2007. Studien viser at 287 elever har fått opplæring i punktskrift i løpet av disse førti årene, og at det har vært en viss endring av diagnoser i perioden. Studien om undervisningsnivå i matematikk bygger på datamateriale fra 248 elever, og av disse har 57 % (141 elever) fulgt normert undervisningsnivå. Materialet viser ingen betydelig forskjell mellom jenter og gutter. Undersøkelsen viser at elever som har diagnoser som kan karakteriseres som cerebrale synshemninger utgjør en større andel av elever som ikke har fulgt aldersnivået i matematikk.

Et viktig resultat ved kartleggingsstudien er at syn eller synserfaringer ikke er en nødvendig betingelse for å kunne følge alderstrinnets undervisningsprogresjon i matematikk. Blindhet i seg selv er ikke en direkte årsak til svake matematikkprestasjoner. Slike funn tilspisser den oppgaven og ansvaret som fagmiljøene har, både for å søke å finne andre årsaksforklaringer, men også for å gi kurs og veiledning om egnede undervisningsmetoder og materiell når eleven bruker punktskrift.

Den andre studien (b) er et undervisningseksperiment med tre elever på 4. og 5 trinn. Denne studien indikerer at kompetente elever bruker et variert spekter av manuelle strategier når de undersøker geometriske former. Samtidig understøtter elevene de manuelle strategiene med kroppsbevegelser og positurer som samsvarer med karakteristiske særtrekk ved et objekt. Det er typisk at elevene roterer små tre-dimensjonale objekter i hendene sine og at de leker seg



med å finne balansepunktet til gjenstandene. Videoopptak viser at elevene sammenholder spatiale egenskaper ved objekter (lengder, størrelser, etc.) mot enheter i egen kropp. Dette er tolket som en måte å ”se” spatiale egenskaper ved et objekt på, og slik gir studien et viktig bidrag til ideen om embodied matematikk. Undervisningseksperimentet viser videre at selv om en elev kan gjenkjenne form på små prototyper, så er ikke dette et godt nok grunnlag til å vite om begrepene vil være anvendbare i sammenheng også med store objekter.

Prosjektet gir grunnlag for å utdype teorier om geometrilæring hos seende elever, med hypoteser om hvordan elever med synshemming lærer å tenke geometrisk. En sentral hypotese er at teorien må utdypes med et før-geometrisk forståelsesnivå. Dette er et nivå der barnet lærer å gjenkjenne taktile kvaliteter ved gjenstander og at de i tillegg erfarer gjennom kroppen at fysiske legemer har flater, kurver, kanter og utstrekninger. For øvrig må et undervisningsopplegg i geometri omfatte et mangfold av objekter og aktiviteter slik at elevene erfarer hvordan begrepene blir brukt i mange ulike situasjoner.

## SUMMARY

This PhD project focuses on mathematics education and braille-reading students in primary school, and thus the thesis is centered at the intersection between mathematics education research and the field of visual impairment studies.

The thesis builds on the perspective that mathematics is a language that (sighted) people have developed and continue to develop in order to understand and solve problems in the physical and mental world. On this basis it is argued that mathematics is important for both social participation and independence.

The aims of the project are a) to elucidate the heterogeneity among students with visual impairment, and to investigate if a pattern exists in relation to student characteristics and whether student have followed the normal age progression in mathematics education, and b) to provide knowledge about the learning of basic geometry concepts.

The PhD project has a research design with mixed methods and both quantitative and qualitative data. The project is based on two studies that are discussed in a comprehensive approach at the end of the thesis. Central in both studies is the dichotomy between attaining and not attaining an educational grade level in school mathematics.

The first study (a) has a retrospective population-based study design, with the goal to include all students that have received education in braille from 1967 to 2007.

We identified 287 students that had received braille education over forty years. During the above mentioned four decades, there was some variation in the distribution of different diagnoses. The examination of mathematics education is based on data from 248 students, and of these, 57% (141 students) followed standardized educational level. The material shows no significant differences between girls and boys. Students with diagnoses related to the central nervous system had a comparatively higher risk of not attaining their normal grade level in mathematics.

A principal finding of the study is that vision is not a prerequisite for following grade-level education in mathematics. Rather than focus on blindness itself as the main causal factor related to the ability to engage in mathematics thinking, it is more appropriate to look for other factors. These findings intensify the need to receive comprehensive and appropriate services from specialists. The challenge is to improve teaching methods and materials that draw on research on how braille students learn.

The second study (b) is an educational experiment conducted as a geometry course for students in the fourth and fifth grades. This study indicates that skilled students complement their multiple manual explorations with body movements and postures that correspond to characteristic features of the shape of objects. The students typically rotate small, three-

dimensional objects and experiment with the objects' point of balance. Video recordings show that they continually measure geometric properties, such as length and size related to the units in their own body. Thus the study makes a powerful claim for the idea of embodied mathematics. However, the educational experiment also shows that even if a student can recognize shapes of small prototypes, this is not fully reliable for assessing geometric understanding.

The project provides the basis to go thoroughly into theories of geometry learning for sighted students, with hypotheses about how students with visual impairments learn to think geometrically. A central hypothesis is that the theory must be extended with a "pre-geometric level" of geometric understanding. At this level a child/student learns to recognize tactile qualities of objects and also experience through the body that physical objects have surfaces, curves, edges and areas. Students who are visually impaired should be challenged to use geometric concepts in different contexts and in activities with both small and large objects to enable them to build up a repertoire of situations in which the concepts are used.



## INNLEDNING

### Bakgrunn for doktorgradsprosjektet

Som lærer og veileder i det synsfaglige feltet siden 1976 har jeg erfart at det er store forskjeller i matematikkunnskaper hos elever som bruker punktskrift i opplæringen. Jeg har møtt elever med stort talent for matematikk og elever med gode matematiske ferdigheter. Mange elever synes altså å ha gode forutsetninger for faget, men dersom det allikevel butter imot, er mitt inntrykk at vanskene oftest blir tillagt synshemmingen. Jeg har imidlertid møtt et større antall elever som ikke mestrer matematikk godt, og det kan virke som at det er flere fellestrekk ved de vanskene som elevene viser.

Å lære å tenke matematisk handler om mye mer enn det å finne riktige svar på regnestykker. Det handler i stor grad om å kunne forstå og delta i det samfunnet som vi lever i. Motivasjon for doktorgradsprosjektet er et ønske om å fremskaffe mer kunnskap om forhold som har betydning for matematikklæring når en elev har en synshemming. Slik kunnskap er viktig for det synspedagogiske fagfeltet som grunnlag for veiledning til foreldre og lærere, og som teorigrunnlag i utdanning av nye synspedagoger. Slik det er i dag, mener jeg at veiledningen i for stor grad er ensartet og lik for alle elever og at vi mangler kunnskaper og trygghet til å bistå med en veiledning som gjør at elever får gode og realistiske læringsmål. Dette innebærer både det å formidle høye nok forventninger til noen elever, så vel som å vite når det er nødvendig med kompetanse også på andre områder enn det synsfaglige.

For at veiledning i matematikk skal ha troverdighet og kvalitet ved seg, må den bygge på et godt og bredt kunnskapsgrunnlag både om elevgruppen og om faktorer som kan ha betydning for å lære å tenke matematisk. Dette gjelder også for kvalitet og troverdighet ved utdanninger. Fagfeltet må kunne inspirere til gode undervisningsopplegg som tar hensyn til at elever er forskjellige, og slik at hver enkelt elev får positive mestringsopplevelser i matematikk.

Doktorgradsprosjektet kom i stand som et resultat av at fagmiljøene ved Tambartun kompetansesenter og Huseby kompetansesenter<sup>1</sup> ønsket mer kunnskap på området. I tillegg til ønsket om å fremskaffe kunnskap av en viss overordnet karakter om matematikklæring for

---

<sup>1</sup> Tambartun og Huseby er to synsfaglige kompetansesenter i statlig spesialpedagogisk støttesystemet i Norge (Statped).

elevgruppen, ble det valgt et utdypende tema knyttet til geometrilæring. Temaet ble valgt blant annet fordi geometri er det emnet som kompetansesentrene kanskje har minst grunnlag å bygge veiledning på. En observasjon i et klasserom, der en elev ikke forsto en beskjed fra læreren, har dessuten gjort sitt til at jeg mener at geometriske begreper spiller en vesentlig rolle for å kunne forstå og bidra i en ”visuell verden”. Med visuell verden mener jeg at språk og kultur i et samfunn i stor grad er preget av visuelle sanseinntrykk. Vedlegg 1 viser et utdrag fra bokkapittelet ”Taktil/haptisk persepsjon i et pedagogisk perspektiv” (Klingenberg, 2008) der denne observasjonen er beskrevet.

## **Målsetting og problemstillinger**

Hensikten med doktorgradsprosjektet er å fremskaffe kunnskaper om matematikk(opp)læring hos elever som bruker punktskrift i opplæringen. Med respekt for at det verken vil være én skildring eller én ”oppskrift for undervisning” som passer unisont for alle elever med synshemming, er målsettingene i prosjektet å belyse mangfold og variasjon ved elevgruppen, studere faktorer som kan knyttes til matematikk(opp)læring og karakteristiske trekk ved elevgruppen, samt å frambringe kunnskaper om læringsprosesser knyttet til grunnleggende begreper i matematikk.

Målsettingene danner utgangspunkt for to studier med følgende overgripende forskningsspørsmål:

Studie 1: Hvilke individspesifikke variabler hos elever som har brukt punktskrift i opplæringen, kan knyttes til elever som har fulgt normert aldersprogresjon i matematikk og til elever som ikke har fulgt normert aldersprogresjon i matematikk?

Studie 2: Hvordan lærer og forstår elever som bruker punktskrift i opplæringen grunnleggende geometriske begreper slik at begrepene kan være anvendbare i sammenheng med både små og store objekter?

Forskningsspørsmålene er tillempet i fire artikler med følgende målsettinger/problemstillinger:

- Å estimere forekomst og diagnoser hos norske elever med synshemming og som har fått opplæring i punktskrift i perioden mellom 1967 og 2007. Artikkel I.

- Å estimere tidstrender i årsaker til synshemming hos norske elever som har fått opplæring i punktskrift. Artikkel I.
- Å estimere forekomst av elever som fulgte alderstrinnets progresjon i matematikk i perioden mellom 1967 og 2007. Artikkel II.
- Å analysere sammenhengen mellom progresjon i matematikk og kjønn, lesemedium, samt tidspunkt for synshemmingen. Artikkel II.
- Å undersøke hvordan elever, som følger aldersnivået i matematikk, lærer og forstår geometriske egenskaper ved små og store objekter. Artikkel III.
- Å undersøke hvordan en elev, som ikke følger aldersnivået i matematikk, lærer og forstår geometriske egenskaper ved små og store objekter. Artikkel IV.

## **Avhandlingen**

Avhandlingen retter fokus mot elever som på grunn av synstap bruker punktskrift på skolen og matematikk(opp)læring for denne elevgruppen. Ordet *matematikkopplæring* indikerer en todeling mellom undervisning i matematikk og matematikklæring, og avhandlingen er skrevet nettopp med bakgrunn i et ønske om å vite mer om hvordan elever lærer, for i neste omgang å kunne legge til rette for undervisning som fremmer læring. Avhandlingen beskriver to sidestilte studier, men sentralt for begge studier er dikotomien mellom å mestre eller ikke mestre skolefaget matematikk, slik faget er og har vært definert gjennom ulike læreplaner.

### ***Plassering av avhandlingen i forskningsfeltet***

Avhandlingen ligger i et krysningsfelt mellom matematikdidaktisk forskning og synspedagogisk - / (spesial)pedagogisk forskning, med påvirkninger også fra filosofisk -, sosiologisk -, psykologisk – og medisinsk forskningslitteratur. På denne måten drar doktorgradsprosjektet nytte av uttrykk og tenkemåter fra ulike fagtradisjoner. Dette representerer også utfordringer i prosjektet, ettersom ulike fagtradisjoner er forankret i ulike paradigmer, og at det i noe av litteraturen brukes termer som ikke er vanlig i pedagogisk forskningstradisjon. Det er imidlertid en målsetting for avhandlingen først og fremst å bruke begreper og teorier som vi finner innenfor det pedagogiske fagfeltet.

### *Avgrensninger og presiseringer*

Doktorgradsprosjektet er avgrenset til elever i norsk grunnskole og som bruker punktskrift i opplæringen. Det skolehistoriske stoffet som danner bakgrunn for å tolke og forstå flere av resultatene i studie 1, er tidsmessig avgrenset bakover til midten av 1960.

Når jeg i avhandlingen skriver elev(er), så betyr det elever som bruker punktskrift i alle eller i noen skrive- og lesesituasjoner i skolehverdagen. Dette er hovedreglen, men noen ganger, når det synes riktig i sammenhengen, skriver jeg ”elever som bruker punktskrift” eller ”elever med synshemming”. Elever som *ikke* er synshemmet blir omtalt som ”seende elever”. Siden dette er en avhandling om elever, vil jeg i hovedsak bruke betegnelsen ”elev”, uavhengig av om definisjonsverktøy og teorier anvender ”personer”, ”brukere”, ”barn”, etc.

Selv om det er språklig noe tyngre å lese ”elev med synshemming” i motsetning til ”synshemmet elev”, så er det en ledetråd i avhandlingen å legge vekt på elevrollen. Synshemmet (synshemming, blind, blindhet) er en tilleggsopplysning. Jeg vil imidlertid bruke blindeskole, fordi dette er en vanlig betegnelse i litteraturen, og punktskriftelev når det er en direkte henvisning til skriftsystemet og anvendelsen av punktskriften i opplæringen.

Videre vil jeg bruke ”lærer” som betegnelse for voksenpersoner i kontekster der det er et samspill mellom en elev og en voksen. Flere ganger i teksten kunne lærer gjerne vært erstattet med førskolelærer, foresatt eller andre som er nærpersoner.

I avhandlingen har jeg ikke beskrevet synssystemet eller spesifikke diagnoser, og jeg har heller ikke gjort rede for persepsjonsprosesser og andre kognitive funksjoner. Dette er utelatt først og fremst for at avhandlingen ikke skal bli for omfattende, og fordi det er lagt vekt på en pedagogisk vinkling og å anvende pedagogisk – og skolehistorisk litteratur.

Jeg har valgt å bruke samme skrivemåte på de diagnostiske termene i kapp som er brukt i artiklene. Det betyr for eksempel at barnekreftdiagnosen som på norsk gjerne skrives retinoblastom, er skrevet som retinoblastoma. Et tilsvarende eksempel er at jeg har skrevet glaucoma selv om vi har den norske termen glaukom. Dette har jeg gjort fordi det er små forskjeller siden både den engelske og den norske skrivemåten bygger på gresk-latinsk terminologi.



### ***Struktur i avhandlingen***

Avhandlingen består av fire artikler og en innledende ”kappe” som er delt inn i fem kapitler: Innledning; Begrepsmessig og teoretisk rammeverk; Metodologi; Sammendrag av studie 1 og 2; Diskusjon og oppsummerende perspektiver.

- *Begrepsmessig og teoretisk rammeverk* er todelt. I den første delen blir fenomenene synshemning og elev med synshemning i norsk skole belyst. Fenomenet synshemning blir definert og jeg gjør rede for hovedårsaker til synshemning og tilnærminger for å studere faktorer som kan være vesentlige for læring. Jeg har gitt elev- og skoleperspektivet en forholdsvis stor plass i avhandlingen som et grunnlag for å kunne tolke datamaterialet i studie 1. Dette er gjort gjennom å presentere særtrekk fra periode med blindeskole, integrering og dagens inkluderende skoleideologi, og også ideologi fra læreplaner i disse periodene. Selv om doktorgradsprosjektet ikke problematiserer aspekter ved selve punktskriften, har jeg allikevel valgt å beskrive skriftsystemet og utfordringer som skriftsystemet gir i matematikkfaget. Begrunnelsen for å presentere punktskriften er den samme som for det skolepolitiske stoffet, men synes også nødvendig for at resultater relatert til problemstillingene om geometri, ikke skal framstå som om de utgjør de eneste utfordringene i matematikk.  
I den andre delen presenteres teorier om hvordan seende elever lærer å tenke matematisk slik dette er forstått i et utviklingspsykologisk perspektiv. Den teorien som spesifikt omhandler geometrilæring blir først presentert med begrunnelser i karakteristiske trekk ved visuell persepsjon, og deretter utdypet med teori om taktil-haptisk persepsjon.
- *Metodologi* er en presentasjon av design og vitenskapelig posisjon for doktorgradsprosjektet som helhet. I dette kapitlet blir de to studiene beskrevet mer inngående enn hva artikkelformatet tillater. Det er lagt vekt på å drøfte validitet og reliabilitet mer utdypende enn i artiklene, samt metoder for å validere slutninger i de to studiene. I siste del av dette kapitlet gjør jeg rede for de etiske vurderinger som er gjort underveis i prosjektet.
- *Sammendrag av studie 1 og 2*. Dette kapitlet er en oppsummering av resultater fra de to studiene som former doktorgradsprosjektet ”Matematikk og elever som bruker punktskrift i opplæringen”, og slik de to studiene er presentert i fire artikler.
- *Diskusjon og oppsummerende perspektiver*. I dette kapitlet diskuterer jeg resultater fra de to studiene i sammenheng. Som et alternativ til å oppsummere

doktorgradsprosjektet som et arbeid som er avsluttet, opplever jeg at det er mer nyttig å reflektere over hvordan arbeidet kan anvendes i tiden framover.

## BEGREPSMESSIG OG TEORETISK RAMMEVERK

### Elever som bruker punktskrift i opplæringen

”Elever som bruker punktskrift i opplæringen” er en liten elevgruppe i norsk skole. I synspedagogisk litteratur som omtaler og beskriver elevgruppen (Spesialskolerådet-Grunnskolerådet, 1976; Spesialskolerådet, 1967; Utdanningsdirektoratet, 2004) finner vi uttrykk som ”pedagogisk blind”, ”blindeundervisning”, ”blindepedagogikk”, ”sansetrening”, ”sanskekompenenserende teknikker”, etc. Ordene formidler en undervisningstradisjon og en oppfatning om at elever som er blinde trenger andre undervisningsmetoder enn seende elever.

I litteraturen har elevgruppen altså blitt karakterisert som ”blinde elever” noe som kan være misvisende i forhold til en hverdagslig forståelse av termen ”blind” (se for øvrig definisjon av blindhet nedenfor). Et annet misforhold er at elevgruppen har vært fremstilt som om de representerer hele populasjonen av elever med synshemming. Antallet elever som bruker punktskrift er imidlertid mindre enn både elever med synshemming som leser vanlig skrift og elever med multifunksjonshemninger.

De ”fleste” elevene med en synshemming, bruker vanlig skrift<sup>2</sup>. Noen elever bruker primært vanlig skrift og noe punktskrift i tillegg, andre bruker hovedsakelig punktskrift med noe vanlig skrift i tillegg, og atter andre bruker bare punktskrift. En tredje type lesemedium er auditive tekster, men jeg trekker ikke dette lesemediet inn i avhandlingen. I hovedsak vil det være elevens synsfunksjon, sammen med behovet for lesing og skriving, som avgjør hvilket lesemedium en elev bruker. Forskning har imidlertid vist at kompetanse hos lærere og foresatte er av betydning, og da særlig i forhold til om eleven anvender flere lesemedier (Vik, 2010).

Noen elever som bruker punktskrift i opplæringen følger aldertrinnets normerte læreplanmål, men andre kan ha betydelige tilpassinger i enkeltfag eller også for alle skolefag.

---

<sup>2</sup> Det blir også brukt betegnelser som visuell skrift og sortskrift.

### ***Definisjoner av synshemming***

Synshemming er en betegnelse som både refererer til total blindhet og ulike grader av synstap. For å kunne presisere forskjellene har Verdens helseorganisasjon (WHO) definert synssvekkelser på grunnlag av graden av skarpsyn (visus) og synsfelt (Tabell 1) (Helsedirektoratet, 2012). I Norge, som i mange andre Europeiske land, blir visus gjerne oppgitt som et desimaltall. Andre land, for eksempel England og USA, uttrykker grader av visus som et brøktuttrykk. Når visus blir angitt som brøk, svarer tallet i nevneren til den avstanden som en elev med normalt syn kan se et gitt synsobjekt på. Telleren tilsvarende den avstanden som eleven med nedsatt syn kan se det samme objektet på.

Fra ICD-10, norsk oversettelse, siteres følgende i forhold til forutsetninger gitt under måling av visus (<http://finnkode.kith.no/2012/#/icd10|ICD10SysDel|2967342|flow>):

For kategorisering av synssvekkelse for kodene H54.0 til H54.3 skal synsskarphet måles med begge øyne åpne med pasientens eventuelle vanlige korreksjon. For kategorisering av synssvekkelse for kodene H54.4 til H54.6 skal synsskarphet måles for ett øye av gangen med pasientens eventuelle vanlige korreksjon. Hvis man tar hensyn til størrelsen på synsfeltet, skal pasienter med synsfelt for det beste øyet som ikke er større enn  $10^\circ$  i radius rundt den sentrale fiksasjon, plasseres i kategori 3. For blindhet på ett øye (H54.4), vil denne graden av synsfeltsnedsettelse gjelde det affiserte øye.

I Norge har det fram til for kort tid siden vært vanlig å knytte definisjon til bruk av beste brillekorreksjon, og fortsatt måles vanligvis visus på dette grunnlaget i Norge. Det at dette leddet likevel er endret er sannsynligvis gjort i en erkjennelse av at ikke alle har beste brillekorreksjon på nesene, og ikke minst at en i land i andre deler av verden sliter med å skaffe briller av økonomiske grunner. Dermed blir også manglende briller en årsak til synshemming i seg selv.

Som vi ser av tabellen, blir termen ”blind” i medisinsk sammenheng, brukt både om elever som har en viss synsevne, om elever som kan oppfatte lys og om elever som ikke kan oppfatte visuelle sanseintrykk. Den blir også brukt dersom en elev har et svært lite synsfelt, og dette er uavhengig av skarpsynet.

Tabell 1. WHO's definisjoner av synssvekkelser

Kategori	Visus (X)		Synsfelt (Y)
Moderat synssvekkelse, kategori 1 <sup>3</sup>	$0.1 \leq X < 0.3$		
Alvorlig synssvekkelse, kategori 2	$0.05 \leq X < 0.1$		
Blindhet, kategori 3	$0.02 \leq X < 0.05$	eller	$Y \leq 10^\circ$ (radius)
Blindhet, kategori 4	$\text{Lyssans} \leq X < 0.02$	eller	$Y \leq 5^\circ$ (radius)
Blindhet, kategori 5	Ingen lyssans		
Uspesifisert, kategori 9	Ubestemt, uspesifisert		

Definisjoner av synshemming inngår i et internasjonalt kategorisystem for å klassifisere sykdommer og skader, ”International Classification of Diseases” (WHO, 2007c). I 2012 er det versjon nummer 10 som blir brukt.

Blindhet klassifisert etter ICD-10 forteller lite om selve synshemmingen. I det siste tiåret er det derfor anbefalt å bruke klassifikasjonssystemet sammen med ”International Classification of Functioning” slik at også aspekter ved (re)habilitering inngår som en del av beskrivelsen av synsfunksjon. ICF-CY (WHO, 2007a), som angår helse, utdanning og velvære hos barn og ungdom, er utformet for å lage en profil over funksjon og omfang av funksjonshemming slik dette kjennetegnes ved forandringer som skjer i oppveksten. En slik profil omfatter aspekter ved a) kroppsstrukturer, b) kroppsfunksjoner, c) aktivitetsbegrensninger og deltakelsesinnskrenkinger, samt d) miljømessige faktorer.

Synshemming i perspektivet av a) kroppsstruktur handler om det anatomiske, eksempelvis øyeeplet med netthinne, øyets linse, glasslegeme. Graderingen blir angitt som enten 0 = ikke skade (”no impairment”), 1 = mild skade, 2 = moderat skade, 3 = alvorlig skade, eller 4 = komplett skade.

Synshemming relatert til b) kroppsfunksjon blir gradert etter samme skala, og handler eksempelvis om sansefunksjoner og mentale funksjoner. Sansefunksjon går ut på om en elev kan ”sanse lys og farge, og se størrelse, form og avstand” (WHO, 2007a, s. 24).

Synspersepsjon er beskrevet som ”mentale funksjoner som medvirker til å skille mellom former, størrelser, farger og andre synsstimuli” (WHO, 2007a, s. 19).

<sup>3</sup> Det er i kategoriene 1 og 2 at vi finner de tidligere brukte betegnelse svaksynt og sterkt svaksynt.

Teoretisk sett kan alle menneskelige handlinger (omtalt under del c tidligere i teksten) bli gitt en kode i ICF og bli gradert i forhold til om en elev har vanskelig for å utføre en aktivitet eller delta i en aktivitet. To eksempler på slike handlinger i ICF-CY definisjonen er ”lære å lese” og ”lese”. I ICF-terminologi oppstår imidlertid ikke funksjonshemming ensidig på grunnlag av funksjonsavvik hos eleven, men også vurdert i forhold til d) miljøfaktorer og miljøets evne og eller mulighet til å tilrettelegge for aktivitet og deltakelse på ulike livsområder. En elev som leser punktskrift er derfor ikke funksjonshemmet i forhold til den menneskelige funksjonen ”å lese”, så lenge skriftlig informasjon er tilgjengelig i punktskrift, og så lenge hun eller han har får opplæring i ”å lære å lese” punktskrift.

#### *Presisering for doktorgradsprosjektet*

Definisjoner av synshemming, klassifikasjonssystemer så vel som holdninger til funksjonshemninger er i endring i takt med ny kunnskap og at samfunnsstrukturer blir endret. Vi kan derfor ikke forvente å finne en absolutt enhetlig terminologi om synshemming i skriftlig materiale gjennom hele perioden som det er satt fokus på i doktorgradsprosjektet. Når det gjelder ny kunnskap, så vil jeg særlig trekke fram at fagfeltene innen syn har fått mer oppmerksomhet på hvordan cerebrale skader kan påvirke synsferd, og at synstap forårsaket av cerebrale skader kan være forskjellig fra synstap forårsaket av okulære tilstander.

#### ***Årsaker til synstap og forekomst av elever med blindhet***

Synssansen er kompleks og verdens helseorganisasjon bruker i hovedsak to metoder for å klassifisere årsaksforhold knyttet til synshemming (Gogate & Gilbert, 2007). Den ene metoden er relatert til typer av anatomiske skader. Den andre metoden kategoriserer årsaker i forhold til om skaden skjedde på grunnlag av arv (for eksempel netthinneskader), i svangerskapet (eksempelvis på grunn av røde hunder), i sammenheng med fødselen (for eksempel surstoffmangel under fødsel), i barndommen (for eksempel vitaminmangel eller fysiske skader) og en siste kategori benevnt som ukjent/kan ikke bestemmes (eksempel på dette er medfødte misdannelser av ukjent opprinnelse) (Gogate & Gilbert, 2007).

Årsaker til blindhet hos barn varierer mellom regioner i verden, og det viser seg at landenes sosioøkonomiske utvikling og helsetilbud har betydning for hvilke årsaker som eksisterer hyppigst ( Gilbert & Foster, 2001). En undersøkelse i regi av WHO (heretter kalt WHO

undersøkelsen) med data fra 38 land og 15.500 barn (Gogate & Gilbert, 2007)<sup>4</sup> har vist at i såkalte utviklingsland var øyekatarr hos nyfødte babyer og andre skader i barndommen den største årsaksfaktoren til blindhet. I økonomisk rike land var genetiske diagnoser og lesjoner i sentralnervesystemet de vanligste årsakene. Lesjoner i sentralnervesystemet skjer ofte i sammenheng med prematuritet. Årsaksfaktorene knyttet til rike land samsvarer for øvrig med andre undersøkelser i Europa (Kocur & Resnikoff, 2002). I Kocur og Resnikoff sin undersøkelse framstår netthinneskader grunnet prematuritet (retinopathy of prematurity, ROP) som en hyppig diagnose i Europa også i dag, noe som kan forklares med at denne undersøkelsen dekker Europa fra vest til øst. I WHO undersøkelsen var det land nettopp i Øst-Europa og land i Latin-Amerika som i dag har ROP som en hyppig diagnose.

Det er blitt anslått at om lag 1.4 millioner barn i verden er blinde (Gilbert & Foster, 2001), noe som utgjør ca. tre prosent av hele verdens "blindepopulasjonen" (Gogate & Gilbert, 2007). Det er imidlertid vanskelig å gjøre rede for presise forekomster av synshemming blant elever, fordi landene har ulike prosedyrer og forutsetninger for å gjøre registreringer. På grunnlag av data i WHO undersøkelsen gir estimatene av *antall* barn med blindhet store forskjeller mellom økonomisk sterke og svake regioner. I de "fattige" landene er det anslått at av 1000 barn er det så mange som 1.5 som er blinde, mens det tilsvarende estimatet i "rike" land er på om lag 0.3 (Gilbert & Foster, 2001).

Det finnes ikke offentlige registre i Norge som viser forekomst av elever med synshemming, men Assistanse (Interesseforeningen til barn og ungdom med synshemming) gjorde i 2008 et estimat på at det er ca. 1480 barn og unge i alderen mellom 0 til 18 år (Assistanse, 2008). Dette estimatet ble gjort på grunnlag av tall fra Sverige<sup>5</sup> og det går ikke fram i estimatet om dette er barn som bare tilhører de tre blindekategoriene eller om det er alle kategorier. Med utgangspunkt i bestillinger av lærebøker ved Tambartun og Huseby kan vi imidlertid si at det i 2012 er rundt regnet 40 elever i grunnskolen i Norge som bruker punktskrift i opplæringen.

---

<sup>4</sup> I redegjørelse for denne undersøkelsen blir det brukt "Blindness in children" og "blind population". Jeg går ut fra at dette tilsvarer de tre ICD-10 kategoriene for blindhet. Det er videre rimelig å anta at "barn" i disse undersøkelsene er i alderen 0 til 16 år i samsvar med UNESCO sin definisjon om barndom.

<sup>5</sup> Registreringen i Sverige er basert på frivillighet og godkjenning fra foreldrenes side.

### *Synshemming og konsekvenser for læring*

Kognitive konsekvenser av synshemming har vært diskutert av filosofer i flere hundre år og blitt studert vitenskapelig fra flere fagperspektiver og med ulike metodologier i takt med skiftende paradigmer. I tillegg har erfaringer fra undervisnings- og opplæringstiltak vært en betydelig kilde til kunnskap (Tellevik, 2008). Litteraturen må derfor leses i lys av hva slags perspektiv og tilnæringsmåte som ligger til grunn for beskrivelsene.

I harmoni med ideologiene bak ICF om at synshemming også har et kontekstuellet aspekt, forventer jeg at vi framover vil få stadig mer forskning om læring hos elever med synshemming i lys av sosiokulturelle læringsteorier. I matematikksammenheng synes dette å være studier der en prøver ut datateknologi, både hardware og programvare, som et redskap til at en elev som er blind kan ha felles oppmerksomhet med seende elever i arbeid med spesifikke problemstillinger (Se eksempelvis Quek & McNeil, 2006; Sallnäs, Moll, & Severinson-Eklundh, 2007). Foreløpig er dette noen få kasusstudier og eksperimenter uten at resultater er formulert i form av mer generelle teorier.

Den største andelen av forskningslitteratur inntil nå om kognitiv utvikling har imidlertid vært basert på å sammenligne populasjoner. Det vil si å sammenligne en gruppe elever med synshemming enten mot en gruppe seende elever, eller mot teorier for hvordan seende elever utvikler seg. I mange design inngår også en gruppe med seende elever som er blindfoldet. Denne tilnærmingen for å undersøke kognitiv utvikling bygger på en antakelse om at det finnes et mønster i forhold til hvordan elever utvikler seg, og typisk for forskningsresultatene i komparative studier er at kognitiv utvikling hos elever med synshemming er beskrevet til å være forsinket i forhold til ulike stadier i en norm. I en slik forskningstradisjon blir synshemming, ifølge Warren (1994), forstått i et vanskeperspektiv ("blindness as deficit").

I kjølvannet av "synshemming i et vanskeperspektiv" ligger ideen om kompenserende teknikker og en undervisningsfilosofi om å hjelpe elevene til å jevne ut forskjeller på ulike fagområder (Warren, 1994). I matematikksammenheng er abakus<sup>6</sup> og "fingermatematikk"<sup>7</sup> eksempler på kompenserende teknikker (alternative metoder) for etablerte algoritmer som blir brukt av seende elever.

---

<sup>6</sup> Abakus (en type kuleramme) er et hjelpemiddel til å gjøre utregninger.

<sup>7</sup> Fingermatematikk er utregningsmetoder i de fire regneartene (Maddux, 1984). Metoden har vært lite brukt i Norge, men jeg er kjent med at den har vært brukt i Finland.



Komparative studier er kritisert for ikke å ta hensyn til at elevgruppen er svært heterogen. En alternativ tilnærming har derfor vært å studere og forklare variasjoner innad i populasjonen. Målsettingene har gjerne vært å beskrive hva som er naturlig og hva som kan være årsaker til variasjoner. I dette perspektivet ("The differential approach", Warren, 1994) er variasjoner også forsøkt studert i forhold til den betydningen som omgivelsene har for utvikling (Tellevik, 2008; Warren, 1994). I forskningssammenheng vil det imidlertid være vanskelig å kontrollere for slike individuelle faktorer (Thinus-Blanc & Gaunet, 1997).

Flere forskere (Erin & Koenig, 1997; Goodrich & Lueck, 2010; Troughton, 1992) har pekt på at det blant elever med synshemming kan være en betydelig andel som har andre skader. Erin and Koenig (1997) har hevdet at dette er skader som ikke er diagnostisert eller forstått fordi en synsdiagnose både er enklere å stille og mer sosialt akseptert. Ved hjelp av nye metoder innen nevrovitenskap, har en imidlertid fått økt kunnskap om betydningen av om synshemmingen skyldes en skade i selve øyet (de okulære strukturene) eller om skaden ligger bak øyeeplet (kortikal/cerebral synshemming). For flere diagnoser er det imidlertid ikke entydig enkelt å kategorisere årsakene som enten okulær (fremre skade) eller nevralt (bakre skade), blant annet fordi nevralt prosesser starter i retina (Colenbrander, 2009). (Jeg viser for øvrig til nærmere redegjørelse og diskusjoner om terminologi knyttet til cerebrale og/eller kortikale synshemninger i oktober nummeret fra 2010 av *Journal of Visual Impairment and Blindness*, ss. 583-597).

Det finnes noe forskning på kognitiv utvikling hos elever med spesifikke diagnoser. Dette gjelder eksempelvis optic nerve hypoplasia (ONH), retinoblastoma og retinopathy of prematurity (ROP). For ingen av diagnosene er forskningsresultatene entydige (Ek, 2000; M. Tobin, Hill, & Hill, 2010; Warren, 1994), men en hovedtendens er at elever med retinoblastoma skårer høyt på kognitive ferdigheter (M. Tobin, et al., 2010), mens det blant elever med diagnosene ROP og ONH er en langt større variasjon (Ek, Fernell, & Jacobson, 2005; Ek, Fernell, Jacobson, & Gillberg, 1998). Enkelte elever med ROP eller ONH har sammenfallende lærevanskemønster som seende elever med autismespekter vansker, og noen elever faller innenfor diagnosekriteriene til autisme (ibid.).

En fremtredende hypotese til at elever med barnekreftsykdommen retinoblastoma kan gjøre det godt i skolefaglig sammenheng, er relatert til at dette er elever som har hatt normalt syn i en periode (M. Tobin, et al., 2010). Selv om perioden har vært kort, gjennomsnitt ca. 13 måneder (Kinge, Tranheim, & Eide, 2004), er synserfaring som sådan tillagt stor betydning i

kognitiv utvikling. Millar (2008, s. 35) reflekterer omkring betydningen av syn på denne måten:

By the age of six months a sighted baby has considerable visual experience not only in looking at and perceiving shapes, but also in reaching for, batting and trying to grasp objects and in attempting to sit upright in the visual world.

Warren har i biografien beskrevet kasusstudier av barn med ROP der barnet har vegret seg mot fysisk kontakt, mens det derimot viste stor interesse for verbale stimuli. Årsakene til dette blir både teoretisert til at ROP er et syndrom med slike kjennetegn, så vel som at det skyldes manglende somatosensorisk - og vestibular stimulering på grunn av begrensinger med kuvøsen (ibid.). Det er dessuten fremholdt at det er vanskelig å skille effekten av ROP fra prematuritet og tilleggsskader som en noen ganger finner hos barn som er født før termin. Det er også forskning som peker på at dersom oksygen skader retina, slik som i diagnosen ROP, så er det en fare for forringelser av områder i hjernen som normalt kontrollerer spesifikke spatiale kognitive prosesser (Knauff & May, 2006).

#### *Presisering for doktorgradsprosjektet*

Noen elever er født med en synsskade og andre har først vært normalt seende og siden blitt synshemmet. Noen elever med synshemning har også andre funksjonshemninger. Noen elever har en synsfunksjon som er stabil gjennom hele skoletiden, andre har en progredierende synssvekkelse, og atter andre har en synsfunksjon som varierer på grunn av miljøfaktorer (for eksempel som et resultat av mye eller lite lys). Bare på denne bakgrunnen er det gitt at elever med synshemning ikke kan omtales og diskuteres som en enhetlig elevgruppe i forhold til læring og undervisning - selv når de har det til felles at de bruker punktskrift i opplæringen.

#### ***Organisering av skoletilbudet til elever som bruker punktskrift i opplæringen***

##### *Dagens situasjon i Norge*

Barn med synshemning begynner i 1. klasse på nærskolen det året de fyller seks år og de avslutter 10. trinn det året de fyller seksten år. Dette er helt likt som normaltseende barn. I tillegg til den ordinære timerammen i grunnskolen har sterkt svaksynte og blinde elever siden år 2000 hatt "[ ] rett til nødvendig opplæring i punktskrift og opplæring i bruk av nødvendige

tekniske hjelpemiddel. Elevane har også rett til nødvendig opplæring i å ta seg fram på skolen, til og frå skolen og i heimemiljøet” (Oppplæringslova §2.14. KD, 1998). Opplæringen skal bygge på en sakkyndig vurdering og omfanget av opplæringen kan være inntil 1525 timer i løpet av grunnskolen (KD, 2006a). I tillegg har de aller fleste elevene innvilget timer til spesialundervisning med begrunnelse i at de ikke kan få tilfredsstillende utbytte av den ordinære undervisningen. Også dette blir tilrådet med utgangspunkt i en sakkyndig uttalelse. Det sakkyndige arbeidet er tillagt pedagogisk-psykologiske tjeneste i kommunen.

Det er sjelden at kommuner (skoler) har synspedagogisk kompetanse, men det er rådende praksis å søke bistand fra Statlig spesialpedagogisk støttesystem (Statped)<sup>8</sup>. Eksempler på slik bistand er kurs både til lærere, foreldre og elever, produksjon av lærebøker i punktskrift<sup>9</sup>, synsfunksjonsutredninger og fagrelaterte utredninger, samt veiledninger relatert til selve opplæringstilbudet. Noe bistand blir gitt lokalt og noe blir gitt på sentrene. Noe bistand er individuelt rettet og noe er for grupper.

Siden 1994 har elever som bruker punktskrift fått tilbud om et årlig elevkurs som holdes vekselvis på Huseby eller Tambartun, og der sentrene samarbeider om kursene<sup>10</sup>. Lengden på disse kursene har variert, men det vanlige i 2012 er tre til fire skoledager. Tema på kursene kan være matematikk, punktskrift, IKT, musikk, dagliglivets aktiviteter (ADL), etc.

### *Integreringsperioden*

I Norge startet integrering av elever som brukte punktskrift i 1969/1970, parallelt med internasjonale trender (Forsbak, 2008), og også som en konsekvens av kritikken som hadde vokst fram mot spesialskolesystemet (Sorkmo, 2011). Dette var i en periode da den utdanningsideologiske retorikken endret seg fra at spesialskoler sikret at elever med synshemming fikk et godt og tilpasset skoletilbud, og til at spesialskoler var segregering av elevgrupper. Et sentralt argument for integrering var dessuten at omsorg fra foreldre var viktig for barns oppvekst (ibid.), i motsetning til at foreldre tidligere hadde blitt vurdert som ikke i stand til å oppdra barn med synshemming (Larsen, 2007). Riktignok var holdningen på

<sup>8</sup> Statped består av ulike kompetansesentre som arbeider på fagområdene syn, hørsel, språk/tale/kommunikasjon, ervervet hjerneskade, læringsmiljø/problematferd og sammensatte lærevansker. Det er Huseby - og Tambartun kompetansesentre som i særlig grad gir tjenester relatert til elever som bruker punktskrift. Fra 1. januar 2013 er Statped én ny nasjonal etat ledet av et hovedkontor i Oslo, men inndelt i fire regioner (Nord, Midt, Vest og Sørøst).

<sup>9</sup> Tambartun produserer lærebøker for 1. – 7. trinn og Huseby for trinn 8, 9 og 10.

<sup>10</sup> På 3. trinn arrangeres kursene i et samarbeid med Beitostølen helsesportsenter.

sekstitallet blitt slik at små barn bare unntaksvis skulle sendes til barnehjem eller førskole (forskole). I stedet fikk foreldrene veiledning fra ”reiselærer” som hadde kompetanse i synspedagogikk (Spesialskolerådet, 1967).

På blindeskolene hadde de manuelt produserte punktskriftbøkene blitt brukt om og om igjen. Fra midten av 1970-tallet økte imidlertid tilgangen av bøker takket være utvikling innen datateknisk produksjon (Forsbak, 2008). Dermed var det også større mulighet for at elever som ble integrert kunne få de samme lærebøkene som de andre elevene brukte. I denne perioden fikk dessuten elever som hadde noe syn økt tilgang til optiske og elektroniske hjelpemidler, slik at flere kunne lese visuell skrift. Dette var trolig også en viktig faktor i integreringen, og en faktor som i en viss grad endret karakteristika (synsfunksjon og diagnose) ved elevpopulasjonen elever som bruker punktskrift i opplæringen.

I 1975/76 ble integreringsideologien formalisert gjennom ”Integreringsloven”, og for første gang var undervisning til alle elever i grunnskolen beskrevet i én og samme lovtekst. På dette tidspunktet var det to statlige senter med internat og skoletilbud for elever med synshemming i Norge, henholdsvis på Huseby i Oslo (etablert i 1861) og Tambartun i Melhus (etablert i Trondheim i 1886)<sup>11</sup>. I en tidligere periode hadde det også vært klasser for elever med synshemming ved ordinære grunnskoler i Oslo og Bergen. Tambartun hadde i 1975 9-årig grunnskole<sup>12</sup> og Huseby hadde skoletilbud for ungdomstrinn og videregående opplæring (gymnas). Elever som ønsket det kunne gå et ekstra år på ungdomstrinnet, og yrkesopplæring var et alternativt tilbud til gymnaset. Den siste eleven ble skrevet ut fra Tambartun i 1989, og i 1995 ble også skoleavdelingen på Huseby nedlagt (Forsbak, 2008). I takt med integreringen fikk sentrene i denne perioden nye arbeidsoppgaver for å kunne bistå kommunene med å gi elever med synshemming et godt skoletilbud.

#### *Undervisningsfilosofi ved blindeskolene*

Undervisningen på blindeskolene hadde på 60-tallet vært basert på egne læreplaner<sup>13</sup> i samsvar med Spesialskoleloven av 1951 og en målsetting om å sikre barn med

---

<sup>11</sup> De to skolene/sentrene har gjennom tidene begge endret navn, ”bosted” og skolestruktur. Eksempelvis var Dalen blindeskole forløperen til Tambartun (For oversikt se Forsbak, 2008; Larsen, 2007).

<sup>12</sup> 9-årig grunnskole besto av 10 skoleår.

<sup>13</sup> Jeg bruker her planer i flertall fordi det i matematikkdelen av ”Spesialundervisning av blinde og svaksynte” blir vist til ”Læreplan for forsøk med 9-årig skole”, ”Læreplan for forsøk med hjelpeundervisning i 9-årig skole” og ”Undervisningsplan for spesialskolene for evneveike”.

funksjonshemming undervisning som var tilpasset funksjonshemmingen. I innledning til læreplanen ”*Spesialundervisning av blinde og svaksynte*” er dette begrunnet slik:

Sett i relasjon til vanlig læreplan for normaltseende barn og ungdom vil en i blindeundervisningen ha behov for spesielle metoder og læremidler, en avvikende progresjon i enkelte fag, en viss vektforskyving mellom de vanlige fagområder, og andre fag og opplæringsområder enn det som er vanlig i skoleverket for øvrig. Synssvikten kan også være et ledd i en sammensatt feilutvikling som gir konsekvenser på flere områder, og dette vil også få konsekvenser for det samlede opplegg for undervisning og skolemiljø (Spesialskolerådet, 1967, s. 1).

På 60-tallet organiserte (differensierte) blindeskolene undervisningen i homogene grupper kategorisert som ”vanlig undervisning”, ”hjelpundervisning” og ”undervisning av evneveike” (op.cit.). I en og samme gruppe ble det skilt mellom blindeundervisning og svaksyntundervisning, men i planen fra 1967 ble det uttrykt en målsetting om at undervisning av svaksynte i fremtiden burde skje innen skoleverket for øvrig. I blindeskolekulturen ble elevene vurdert i forhold til ”funksjonsnivå” og det var i en tid prosedyrer for å bli ”tatt opp på et høyere klassetrinn”. Det var imidlertid også spillerom for at elever med særlige interesser eller særlige vansker for et emne kunne få delta i undervisningen i dette emnet i en annen klasse eller gruppe enn den de primært fulgte (Spesialskolerådet, 1967).

I læreplanen ble det skilt mellom timer til ”vanlige skolefag” (formaldannende undervisning) og timer til ”praktisk og sosial opplæring og trening” (Spesialskolerådet, 1967, s. 60) der det siste også var en del av livet i internatet. Metodene og hjelpemidlene gjorde blindeskolene spesielle, og kompliserte hjelpemidler var én begrunnelse for forhøyet timetall i norsk og matematikk spesielt, og innføring av et ekstra år i barneskolen<sup>14</sup> som en generell styrking av alle fag (Spesialskolerådet, 1967). I tillegg til flere uketimer og et ekstra år i barneskolen, er det i planene også skissert modningsklasse for barn som ved skolegangens begynnelse ble vurdert som ikke skolemodne (ibid. s. 54), og et frivillig 11. skoleår på ungdomstrinnet.

I litteraturen fra perioden med blindeskoler er det lagt vekt på sansetrening og opplæring i sansekompenenserende teknikker, eksempelvis bruk av hvit stokk i orientering og forflytning. Sansetrening handlet om å øke bevisstheten omkring lukt, i tillegg til auditive, kinestetiske og

---

<sup>14</sup> Dokumentering av omfang av undervisning er noe uklar. For det første er læreplanen ”Spesialundervisning av blinde og svaksynte” et foreløpig utkast fra 1967. Informasjon tyder imidlertid på at utkastet var gjeldende (Muntlig informasjon og Sorkmo, 2011). I læreplanen står det at det skal være et ekstra år i barneskolen, og samtidig står det ”8. – 10. skoleår” i forslag til fag- og timefordeling for å fullføre den vanlige planen for 9-årig skole (Spesialskolerådet, 1967, s. 62). Uklarheten kan skyldes at dette er skrevet i en periode mellom 7-årig (1959) og 9-årig (1969) obligatorisk skolegang for seende barn.

taktile inntrykk, og å fremkalle mest mulig presise forestillinger om det som høres eller fornemmes på annet vis. I sansetreningen inngikk også ”anskuelig og konkret beskjeftigelse med gjenstander, modeller og redskaper fra det daglige livet” (Spesialskolerrådet, 1967, s. 23).

Slik det er skissert i læreplanen av 1967 ble det lagt opp til at det på blindeskolene skulle være fagpersoner på ulike fagfelter som sammen skulle kunne diagnostisere og gi råd i forbindelse med skoleplassering for elevene. I tillegg til pedagogisk og sosialpedagogisk personale, var dette logoped, fysioterapeut, psykolog, øyemedisiner, sosionom og sykepleier. I tillegg til differensiering i klasser og grupper hadde mange elever på blindeskolene derfor såkalt støtteundervisning i form av logopedi og fysioterapi.

#### *Dagens situasjon i andre land*

Den norske organiseringen er mye lik skoletilbudet til svenske elever som bruker punktskrift, men i Sverige finnes det en statlig spesialscole for elever som både har en synshemming og ytterligere funksjonsnedsettelse. På Island finnes det ingen spesialscole for elever med synshemming, men både Danmark og Finland har slike skoletilbud. Det er imidlertid vanlig også i Danmark og Finland, at elever som bruker punktskrift er integrert/inkludert i den lokale skolen.

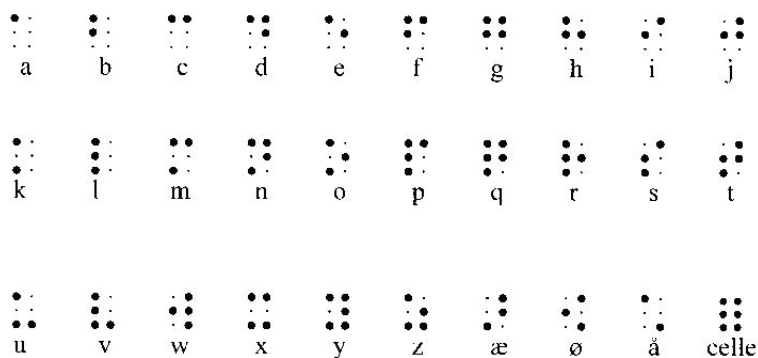
I andre Europeiske land, som Tyskland, Frankrike, Belgia, Nederland, Irland og Storbritannia er blindeskolene et supplement til inkludering. Hvis vi i Norge har forstått våre kolleger på det synspedagogiske fagfeltet riktig, er det imidlertid overvekt av elever med tilleggsvansker og elever som bor nær blindeskolen som går på spesialskolene. I ikke-europeiske land, som Uganda og Mosambik, synes spesialklasser i nærområdet å være en vanlig skolestruktur.

#### ***Punktskrift og skriftsystemets utfordringer i matematikk***

Strengt tatt er punktskrift som sådan ikke fokus for dette doktorgradsprosjektet. Jeg har allikevel valgt å presentere skriftsystemet, som et grunnlag til bedre å forstå kompleksiteten av utfordringer som elevene møter i matematikkundervisningen. I tillegg gir det et bilde på omfanget av kunnskaper en lærer må mestre.

Punktskrift er et taktilt skriftsystem. Utgangspunkt for det enkelte symbolet er seks opphøyde punkter som er plassert i et mønster av 3 x 2 punkter (terning mønster). De tre punktene i

venstre kolonne benevnes ovenfra som punkt 1, 2, 3, mens tilsvarende punkter i høyre kolonne er 4, 5, og 6. Til sammen utgjør disse seks punktene en enhet som kalles punktcelle, og som i størrelse er tilpasset fingertuppens mest følsomme område (7 x 4 mm) (Nolan & Kederis, 1969). Ved å variere antall punkter i cellen, får vi 63 ulike kombinasjoner, - eller 64 når vi regner med ”tom celle”. Figur 1 viser 29 kombinasjoner som tilsvarer bokstavene i det norske alfabetet.



Figur 1. Det norske punktskriftalfabetet og punktcellen.

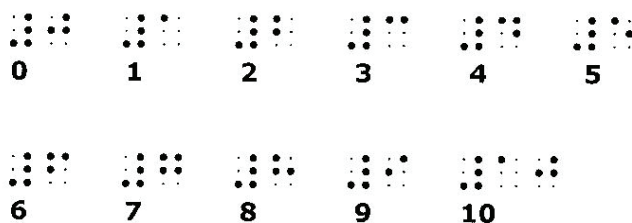
Den internasjonale betegnelsen på punktskrift er braille, - oppkalt etter franskmannen Louis Braille (1809 - 1852) som utviklet systemet. Den litterære brailleskriften blir brukt i alle land som bruker varianter av det latinske alfabetet<sup>15</sup>, men da med tilpassinger i forhold til spesielle bokstaver (UNESCO, 1990). I ”Norsk punktskrift”<sup>16</sup> betyr dette tilpassinger for bokstavene æ, ø og å. Slike tilpassinger betyr dermed at ett og samme punktskrifttegn kan ha ulik betydning landene imellom.

Sekstifire punktskrifttegn dekker ikke behovet for variasjon i symboler og derfor har noen tegn flere betydninger. Ett eksempel er symbolet for pluss (+), som er satt sammen av punktene 2,3,5, og som i litterær tekst også er symbolet for utropstegn (!). Et punktskrifttegn kan altså få symbolinnhold avhengig av den sammenhengen det står i, men også hvorvidt det er tom celle før eller etter tegnet.

<sup>15</sup> Braille er også tilpasset andre alfabeter som det kyriliske og det greske.

<sup>16</sup> I 1995 overtok staten (Kultur- og Kirkedepartementet) ved ”Offentlig utvalg for punktskrift” (OUP) ansvaret for regelverket for norsk punktskrift.

Det er særlig i realfaglige tekster at 64 symboler blir for lite. Eksempelvis blir ”større enn” (>), ”mindre enn” (<) og siffer skrevet som doble punktskrifttegn. Tallene 1 til 9 blir skrevet ved hjelp av de ni første bokstavene i alfabetet, der et talltegn foran disse bokstavene viser at dette er et siffer (Figur 2). Null (0) blir skrevet med talltegn foran den tiende bokstaven i alfabetet (j), men tallet ti (10) blir skrevet etter de vanlige prinsippene for posisjonssystemer.



Figur 2. Tall i norsk punktskrift.

Talltegnet indikerer at det neste tegnet er et siffer, men i algebra vil det også være nødvendig å vise at det neste tegnet er en bokstav, slik at eksempelvis  $3a$  ikke blir lest som 31. Uttrykket  $3a$  består dermed av fire tegn: talltegn-siffer-bokstavtegn-bokstav. Ulempen med dette er at komplekse matematiske notasjoner kan bli svært lange uttrykk (se dette beskrevet under overskriften ”Forskning om matematikklæring og undervisning”).

En betingelse for at ”lesefingeren” skal kunne tolke øverste venstre punkt i cellen som punkt nummer 1 (a), er at punktet blir tolket med referanse til punktcelle-rommet. Alle punktskrifttegn er derfor skrevet i samme posisjon i forhold til en horisontal hovedlinje. En kan ikke notere noe over eller under hovedlinjen, slik vanlig skrift gir mulighet for (indekser, eksponenter, etc). Som en hovedregel er det dessuten en fordel dersom regneuttrykk og oppstillinger kan skrives på én linje (Bruteig, 1989). Begrunnelsen for dette er at punktskrift leses ved å føre fingrene fra venstre mot høyre bortover linjene (ikke nedover på arket), og at dette også er den naturlige arbeidsretningen for skriveredskapene som blir brukt.

Punktskriften har derfor spesielle regler for oppstilling i matematikk som ivaretar det lineære særpreget ved skriftsystemet, og en notasjon i punktskrift blir dermed forskjellig fra nedtegninger som blir gjort med blyant og papir.

Skrivemåter i punktskriftmatematikk har imidlertid mange likhetstrekk med tilsvarende skriving på datatastatur. Et eksempel på dette er brøk med flere ledd i teller og nevner: I



punktskrift er det egne tegn for brøk starter og slutter, og hele uttrykket skrives som en lang tekstlinje. I vanlig skrift på datamaskin må man gå inn i ”Innsett-funksjon” og velge ”Formel” i programbiblioteket. Inntastingen skjer som en lang tekstlinje, selv om resultatet på skjermen blir en ”etasje-fremstilling”.

Noen symboler er mer abstrakt i punktskrift enn i visuell skrift. Dette gjelder blant annet for geometriske symboler der flere symboler i visuell skrift har et figurativt preg som ikke lar seg overføre til de seks punktene (Figur 3).



*Figur 3. Symbolisering av meningsinnholdet ”trekant med hjørner i ABC” slik det blir skrevet i visuell skrift og norsk punktskrift.*

#### *Skrivehjelpemidler*

En manuell punktskrivemaskin har én tast for hver av de seks punktene, og bokstavene formes ved å trykke ned de aktuelle tastene som i en akkord. Eksempelvis blir talltegnet skrevet ved å trykke ned fire taster samtidig, tilsvarende punkt 3 (med venstre ringefinger) og punktene 4, 5 og 6 (med pekefinger, langfinger og ringefinger på høyre hånd). Skrivemåten krever trening, der den motoriske utviklingen kan sammenlignes med det å lære seg å skrive bokstaver med blyant for seende barn.

I dag har elevene, i tillegg til manuell punktskriftmaskin, PC med leseleser (Figur 4). Elevene lærer da å skrive touch på et ordinært PC-tastaturet. En leseleser er en ”punktskriftskjerm” som viser én tekstlinje om gangen i et elektronisk dokument. Eleven kan navigere opp eller ned i dokumentet, og ved hjelp av et skjermleseprogram gjengir også leseleseren (eller talesyntesen) informasjon i dialogbokser og menyer som blir brukt i dataprogrammene (For utdyping av skrivehjelpemidler, se Rusten, 2008).

En punktcelle på leseleseren har 8 punkter. Dette reduserer bruken av doble punktskrifttegn fordi 8 punkter gir 256 tegnvariasjoner til rådighet. Eksempelvis blir tall i ”datapunktskrift” skrevet som ett tegn (uten talltegn) og også symbolene for ”større enn” og ”mindre enn” har bare ett tegnsymbol.



Figur 4. Bildet viser et utsnitt av en leselist og PC tastatur som er plassert oppå leselisten.

#### *Diskusjoner om matematiske symboler*

For noviser kan det være forvirrende at flere punktskriftegn endrer betydning avhengig av den konteksten og det formatet tegnet blir brukt i. Eleven må skille mellom litterær tekst, realfaglige tekster<sup>17</sup>, fremmedspråk, musikknotasjoner, strikkeoppskrifter, sjakk, etc. I tillegg til dette er det forskjeller mellom elektroniske dokumenter som anvender 8-punkt braille og papirproduksjoner, for eksempel skolebøker, som i hovedsak anvender 6-punkt braille. Når skoleboka er en elektronisk bok, så vil det være 8-punkt i selve dokumentet og 6-punkt i det fysiske bilaget, som inneholder taktile figurer som hører til oppgavene.

I Norge, som i de fleste andre Europeiske landene, blir tall i dag skrevet på samme måte i matematikk og i litterær tekst. Spesielt i Nord Amerika er det imidlertid mange som argumenterer sterkt for at matematikk må ha en egen kode for at brailleskriften kan bli et funksjonelt notasjonssystem i faget. I ”Nemeth code”, som er utviklet av matematikeren Abraham Nemeth (1918-), er ”matematiske tall” forskjellig fra tall i litterær tekst.

Mangfold av tegnkoder og oppdeling av skolebøker i fysiske – og elektroniske deler med hver sin tegnkode, skaper ekstra utfordringer i læringen. Siden det heller ikke eksisterer universelle punktskrift koder, blir det vanskelig med utveksling mellom landene. Hvorvidt landene kan enes om en (mer) enhetlig braille i matematikk, representerer en kontinuerlig diskusjon i interesseorganisasjoner, på fagkonferanser og i tidsskrifter (se eksempelvis februarnummeret i 2004 av ”*Journal of Visual Impairment and Blindness*”).

---

<sup>17</sup> Det finnes ulike koder for matematikk. I World Braille Usage (UNESCO, 1990) er blant andre disse kodene omtalt: Marburg, Stuttgart Maths Notation, Unified English Braille, Nemeth, Lambda.

### ***Læreplaner, undervisning og lærebøker i matematikk***

I Norge er læreplanen et sentralt styringsdokument for opplæring, basert på det verdigrunnlaget og de bestemmelsene som er nedfelt i skolelovene (NOU 2009:18). ”Læreplanen uttrykker dermed også de forpliktelsene samfunnet har påtatt seg i opplæringen av barn og unge” (ibid. p. 168), og vil derfor være en sentral miljøfaktor i vår forståelse av funksjon og funksjonshemming.

Matematikk har gjennom tidene blitt tillagt ulik betydning i skolen (Mosvold, 2002), og i en viss grad gjenspeiler en læreplan hvordan matematikkens natur blir fremstilt (Helenius & Mouwitz, 2009) og hva som både er gjengs læringssyn og overordnet politisk ideologi for epoken. I doktorgradsprosjektet er det læreplaner i perioden fra 1967 og til 2007 som er relevante planer, og jeg oppsummerer læreplanideologiene og beskriver typiske trekk ved undervisningen for elever som har brukt punktskrift i opplæringen.

#### *Gjeldende læreplan i 1967 og tidsbildet fra blindeskolene*

Den offentlige godkjente læreplanen for seende elever på 60-tallet var *Normalplan av 1939*. Planen hadde fokus på matematikk som et ferdighetsfag på linje med skriving og håndarbeid (Mosvold, 2002), mens kristendom, norsk og samfunnsfagene var dannelsesfag (ibid.). I tillegg var det i denne tidsperioden også forsøksplaner, og mange elever ble introdusert for logikk og mengdelære (såkalt moderne matematikk).

Som jeg tidligere har redegjort for, var undervisningen i blindeskolene basert på egne læreplaner. I matematikkplanen ble det lagt vekt på en detaljert gjennomgang og øving med grunnleggende begreper (”forberedende trening”) knyttet til konkrete gjenstander fra dagliglivet, før en gikk over til det som ble beskrevet som den ”egentlige matematikkundervisningen”. Denne undervisningsfilosofien bygget på erfaring som tilsa at når elevene nådde en viss ferdighet og forståelse, blant annet i å behandle hjelpemidlene (eksempelvis abakus for å gjøre utregninger og tegneutstyr i geometri), kunne progresjonen i undervisningen økes slik at: ”På ungdomstrinnet vil en derfor som regel finne at elevens matematiske tenkning stort sett samsvarer med det nivå en regner med for seende elever i skoleverket for øvrig” (Spesialskolerådet, 1967, s. 74).

Det var (i hovedsak) ett læreverk i punktskrift tilgjengelig for hvert klassetrinn<sup>18</sup> på blindeskolene. Matematikkbøkene inneholdt tekst og tall, men ingen taktile illustrasjoner, og elevene skrev av oppgavene før de deretter gjorde utregningene enten på abakus eller på punktskrivemaskinen.

#### *Ny læreplan i 1974 og tidsbildet fra integreringsperioden*

Med *Mønsterplan for grunnskolen* (KUD, 1974), kom ord og begreper fra logikk og mengdelære inn i skolematematikken, selv om dette var tonet ned i forhold til den såkalte ”moderne matematikken” i forsøksplanene. ”Likninger og andre åpne utsagn” var tema allerede i 1. klasse, men som en motvekt til det ferdighetsbaserte perspektivet i den forrige planen ble det introdusert et nytt tema for alle trinn som het ”Eksempler på anvendelser av matematikk”. Matematikk var for øvrig bare et valgfag for elever i 9. klasse.

På blindeskolene hadde elevene flere timer til matematikk enn det som var minstekravet i Mønsterplanen<sup>19</sup>. Til Mønsterplanen ble det for øvrig laget et supplement som het *Undervisning av synshemmede elever* (Spesialskolerådet-Grunnskolerådet, 1976) som inneholdt både generelle råd om undervisning og spesifikke faglige anvisninger.

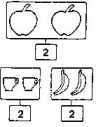
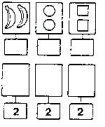
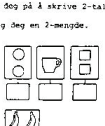
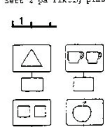
Samtidig med at antall integrerte elever økte, ble det en målsetting for Tambartun og Huseby å produsere de samme bøkene i punktskrift som elevenes klassekamerater brukte. Dette var imidlertid et siktemål som sentrene ikke greide å innfri, blant annet fordi matematikkbøker, med et mangfold av ”matematiske illustrasjoner”, er en særlig krevende produksjon. Løsningen ble å produsere ett til to av de mest vanlig brukte læreverkene.

For første klasse ble det produsert et eget verk med tittelen *Matematikk når barnet ikke ser* (Ostad, 1982). I dette verket var det ”mengdeillustrasjoner” (Figur 5) og det var lagt opp til at elevene skulle kunne ”skrive” direkte i boka ved hjelp av klistrelapper med punktskrift tall på.

---

<sup>18</sup> Jeg er blitt fortalt at Aschehougs regneverk ble brukt i en årrekke, og trolig mye lenger enn det var vanlig brukt i den kommunale skolen for seende elever.

<sup>19</sup> Timetallet i matematikk på blindeskolen var 5 skoletimer i uka fra 1. til 7. trinn, mens det i L74 var et minstetimetall fra 1. til 6. klassetrinn på henholdsvis 3, 3, 4, 4, 3 og 3.

Elevenes bok:	Notater:
<p>5</p>  <p>2 .....</p>	<p>-Eleven kjenner igjen elementene som epler, kopper og bananer.                      -Eleven kjenner igjen mengderammene og tallrammene.                      -Hvor mange elementer er det i hver mengde?                      -Finner 2-tallet i tallrammen.                      -"Skriver" 2-tall med etiketter på punktlinj.</p>
<p>6</p>  <p>2 .....</p>	<p>-Eleven kjenner igjen elementene som bananer, sirkler og kvadrater.                      -Finner ut hvor mange elementer det er i hver mengderamme.                      -Benytter etiketter og setter 2-tall på plass i tallrammene (øverst).                      -Elevene får lime på plass i mengderammene små ting (for eks. binders, knapper, fyrstikker...). Her "sier" tallet at det skal være to ting i hver ramme.                      -"Skriver" 2-tall med etiketter (nederst).</p>
<p>7</p> <p>Ov deg på å skrive 2-tallet.                      Lag deg en 2-mengde.</p>  <p>2 .....</p>	<p>-Eleven kjenner igjen ringen som symbol for at en nå får benytte punktskriftmaskinen. Her får en skrive minst 3 linjer med 2-tall.                      -Benytter for eks. mengdekassen og lager 2-mengde.                      -Kjenner igjen elementene som sirkler, kopp, kvadrater og bananer.                      -Setter riktige tall i tallrammene.                      -"Skriver" 2-tall med etiketter (nederst).</p>
<p>8</p> <p>Sett 2 på riktig plass.</p> 	<p>-Barnet får lære hvilken plass tallet 2 har i rekken av tall. Benytter etikett og setter 2-tallet på plassen etter 1-tallet.                      -Kjenner igjen elementene som trekant, kopper, kvadrater og epler.                      -Finner ut hvor mange elementer det er i hver mengderamme.                      -Benytter etiketter og setter 1-tall og 2-tall på riktig plass i tallrammene.</p>

Figur 5. Kopi av en side i lærerveiledningen til Matematikk når barnet ikke ser. Venstre kolonne er en framstilling av fire sider i elevens arbeidsbok. I denne framstillingen er det brukt visuelle tallsymboler.

Erfaringsmessig var det typisk for undervisningen, særlig i begynnelsen av integreringsperioden, at eleven hadde matematikk med "egen lærer" på et grupperom. En vanlig begrunnelse for dette var nettopp det at eleven hadde en annen bok enn de seende elevene og at arbeidsmåter og oppstillinger i punktskrift var forskjellig fra visuelle metoder. Læreren hadde (oftest som et minimum) to ukers kurs enten på Tambartun (for barnetrinnet) eller Huseby (ungdomstrinn), og i disse kursene ble det lagt mye vekt på punktskrift-matematikk og utregning på abakus.

*Ny læreplan i 1987 og felles skolelov for alle elever*

I innledning til den neste *Mønsterplan for grunnskolen* (KUD, 1987) ble det framhevet at lov om spesialskoler nå var opphevet, og det sto at "Alle elever har rett til å få opplæring i

samsvar med dei evnene og føresetnadene dei har” (ibid. p. 13). Fra og med denne planen ble matematikk et obligatorisk fag på alle ni skoletrinn, og fagplanen bygget på en ideologi om at lærestoffet skulle være livsnært og aktuelt. Temaet ”Eksempler på anvendelser av matematikk” ble i denne planen erstattet med ”Problemløsning”.

#### *Ny læreplan i 1997 og tidsbilder fra en skole for alle*

*Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen* (KUF, 1997) bygget på en ideologi om inkludering, i samsvar med internasjonale konvensjoner om ”*A school for all*”. Samtidig med at skolestart ble senket fra 7 til 6 år, fikk lek en betydelig plass som læringsmetode, noe som også kan sees i sammenheng med at førskolelærere fikk undervise på småskoletrinnet (Skarpenes, 2004). En annen læringsmetode som ble sterkt vektlagt i planen var ”prosjektarbeid”. Planen hadde et ”elevsentrert kunnskapssyn” (Skarpenes, 2004) med fokus nettopp på viktigheten av pedagogiske metoder og arbeidsmåter tilpasset den enkelte elevs ønsker, behov og forutsetninger. Dette er en ideologi som ligger i inklusjonsbegrepet om en gjensidighet mellom elevens rettigheter og at skolen har ”adgang til det særegne” gjennom barn med spesielle behov (Lindenskov, 2006). ”Det betyr for matematikundervisningen en bestræbelse på at lære af børnenes omgang med matematiklæring, [ ], og at erfaring og innsigt fra specialundervisning udnyttes i den generelle undervisning” (ibid. p. 73). I fagplanen for matematikk kom ”Matematikk i dagliglivet” inn som nytt tema.

I denne perioden ble det stadig mer vanlig at lærebøkene (i punktskrift) for de eldste elevene ble produsert som elektroniske bøker. Dette gjorde det mulig for elevene å skrive utregninger og svar direkte inn i tilknytning til regneoppgavene, noe som igjen førte til revidering av oppstillingsmåter og algoritmer tilpasset punktskriften (Havsjømoen & Kvåle, 2009; Klingenberg & Jevne, 2005; Øyan, Havsjømoen, Jevne, Kvåle, & Larsen, 2010). Illustrasjoner i tilknytning til oppgavene ble laget i svellepapir<sup>20</sup> og disse ble samlet i et tilleggshfte til den elektroniske boka. I og med at produksjon av elektroniske bøker er enklere (raskere) enn produksjon av papirbøker, så førte dette til at flere elever fikk samme lærebok som klassekameratene.

Erfaringsmessig ble undervisningen i hovedsak gitt i felles klasserom og med støtte fra ”egen” lærer. Varigheten på lærerkursene ble endret til en uke, og eventuelt et fordypningskurs

---

<sup>20</sup> På et slikt papir sveller mørke felter opp når papiret blir behandlet i en varmpresse, slik at de mørke feltene (illustrasjonene, grafer, etc.) kan kjennes taktilt.

spesifikt i matematikk på to til tre dager. Mye av tiden på lærerkursene blir brukt til å forstå og bruke leselisten. Det ble også etablert et annet skolingstilbud som blir gitt som videreutdanningskurs fra NTNU i samarbeid med Tambartun og Huseby. Dette er nettbaserte moduler på 10 og 15 studiepoeng. I den modulen som spesifikt retter seg mot undervisning av elever som bruker punktskrift i opplæringen, består praksisdelen av oppgaver innen lesing/skriving av punktskrift, IKT og også en oppgave knyttet til auditiv læring. I matematikk skal studentene regne oppgaver etter metoden skriftlig hoderegning. Dette krever at studentene kan lese tall og regnetegn i punktskrift og at de lærer seg denne lineære regnemåten.

#### *Ny læreplan i 2006*

*Læreplanverket for kunnskapsløftet* (KD, 2006b) bygger på et prinsipp om at tilpassa opplæring skal skje innenfor fellesskapet ved hjelp av variasjon i lærestoff, arbeidsmåter og læremidler, også når det er ” [ ] ulik progresjon i forhold til nasjonalt fastsette kompetansemål” (“Prinsipper for opplæringa”, KD, 2006b, s. 6). Videre står det at ”Føresegnene om spesialundervisning skal gjelde når det er nødvendig med meir omfattande tilpassing enn den som kan givast innanfor den ordinære opplæringa” (op.cit). Fagplanene i Kunnskapsløftet har kompetansemål etter 2., 4., 7. og 10. trinn, definert som evne til å mestre gitte utfordringer (Bergesen, 2006, s. 44). Mens de tre læreplanene fra -74, -87 og -97 uttrykte sammenhenger mellom ferdighet, forståelse og anvendelse av matematikk gjennom egne emner i faget (Anvendelse av matematikk; Problemløsning; Matematikk i dagliglivet), er dette i L06 presentert som grunnleggende regneferdighet i alle fag.

Elektroniske lærebøker i matematikk blir i 2012 produsert ned til 3. klassetrinn<sup>21</sup> i samsvar med at elever på dette alderstrinnet begynner å mestre leselist og PC. Siden førsteklasseverkene *Matematikk når barnet ikke ser* fra 1982 og det tverrfaglige læreverket *Felix Fabula*, som ble produsert i punktskrift i 1996, har det imidlertid ikke vært laget nye matematikklæreverker i punktskrift til 1. trinn. Det betyr at ingen elever på første trinn bruker lærebok i punktskrift i matematikkfaget i Norge.

---

<sup>21</sup> Dette gjelder for Norge. Andre land har andre løsninger.

### *Elever som ikke følger læreplanens progresjon*

En læreplan i matematikk er en måte å foreskrive hvilke tema matematikkundervisningen skal inneholde (Magne, 2006), like så vel som at planen er en type karakteristikk av hvordan elever er forventet å utvikle en matematisk forståelse (Tall, 2012). Slik sett er læreplanen et slags ”standardmål” for kunnskaper på et gitt alderstrinn, og på ymse måter blir denne normen operasjonalisert gjennom lærebøker og undervisning for alderstrinnet.

Når elever *ikke* presterer innenfor læreplannormen, blir det gjerne brukt betegnelser som matematikkvansker eller lærevansker i matematikk. Matematikkvansker er i utredningsrapporten ”Rett til læring” (NOU 2009:18) karakterisert som en høyfrekvent vanske i skolen, og det er blitt anslått at 15 til 20 prosent av alle seende elever har matematikkvansker (ibid. p. 265). To av tre elever som er definert til vanskegruppen er gutter (Lunde, 2004), og det er typisk at dette er en vanske som blir mer påtakelig oppover i klassetrinnene. Et eksempel på dette er hentet fra en større svensk studie (”Medelstad prosjektet”) der det ble avdekket at 15 prosent av elever i matematikkvanskegruppen ikke mestret mer enn pensum for 4. klassetrinn da de var ferdige med ungdomsskolen (Magne, 2006).

Fenomenet matematikkvansker er komplekst, og det er for øvrig et eget forskningsfelt innen matematikdidaktikken (”Special educational needs in mathematics; Low achievement in mathematics; Mathematics disorders; Dyscalculia”). Tematikken ”matematikkvansker” er for omfattende til at den kan trekkes inn i doktorgradsprosjektet, men for terminologi og mer grundig redegjørelse viser jeg til Ostad (2007), Magne (2006) og Lunde (2010). Det er imidlertid interessant bare å anmerke at på konferanser i matematikdidaktikk og i fagdidaktiske tidsskrifter, hører forskning med elever med synshemming til i kategorien matematikkvansker. Slik er det uavhengig av om eleven(e) mestrer faget godt eller ikke.

### *Presiseringer for doktorgradsprosjektet*

En god del elever med synshemming kan tenkes å høre til i gruppen av elever med matematikkvansker, men terminologien og utredningsmetodene for å definere om en elev har matematikkvansker har vært lite anvendt innen synspedagogikken. De dataene som studie 1 har tilgang til, er hvorvidt det har vært avvik eller ikke avvik fra læreplannormen i matematikkundervisningen.



### *Forskning om matematikklæring og undervisning*

Matematikk(opp)læring og elever med synshemming er et forskningsområde med mange dimensjoner. Til tross for dette er tilfanget av forskningslitteratur beskjedent (Ferrell, 2011; Wild & Allen, 2009). Tilfanget blir også karakterisert som ensartet, med et fokus enten på Piaget sin teori om kognitiv utvikling (Argyropoulos, 2002; Warren, 1994) eller rettet mot tallforståelse anvendt i de fire regneartene (Magne, 2003). Det er for øvrig reist kritikk mot mye av forskningen i den grad at elever med synshemming har vært studert som en homogen gruppe og sammenlignet mot seende elever (Warren, 1994). Disse faktorene gjør at jeg opplever at litteraturen blir fragmentarisk og vanskelig å beskrive på en meningsfull måte. I et forsøk på å komme rundt dette problemet, har jeg valgt å beskrive litteratur om matematikk(opp)læring for elever med synshemming i tre perspektiver: eleven, faget og undervisningen. Forskning relatert til geometri blir presentert på slutten av det teoretiske rammeverket i sammenheng med teori om geometrilæring generelt.

#### *Elevene*

Tilbakemeldinger fra videregående opplæring og utdanningsinstitusjoner viser at det er få elever som velger matematikk, og at det er et stort frafall blant de som velger faget. Dette inntrykket samsvarer for øvrig med en undersøkelse som er gjort i USA (Bardin & Lewis, 2008). I denne undersøkelsen kom det dessuten fram at elevene som gruppe skårer lavere på standardiserte tester enn det som seende elever gjør.

Mitt inntrykk er at den synspedagogiske litteraturen i stor grad fremhever (motorisk) aktivitet som viktig for begrepslæring, og som en konsekvens av dette blir mangel på aktivitet og erfaringer holdt fram som en typisk forklaring når elever ikke lykkes i faget. Denne forståelsen finner vi særlig tydelig uttrykt i lærerveiledninger (Kapperman, Heinze, & Sticken, 2000; Spesielskolerådet, 1967; Utdanningsdirektoratet, 2004).

Passivitet, som årsak til svake prestasjoner i faget, er også beskrevet i sammenheng med elevens rolle i undervisning. Bardin og Lewis (2008) mener at problemet kan forklares med at elevene ikke får med seg det nonverbale samspeillet som preger en undervisning der de andre elevene er seende. Quek and McNeil (2006) har samme hypotese, og har gjort eksperimenter med et datateknisk hjelpemiddel ("Vibro-tactile device") som skal hjelpe eleven til å kunne oppfatte gester som læreren bruker til å understøtte det som blir sagt. Problemet med

passivitet er også påpekt i et undervisningseksperiment i Hellas (Argyropoulos, 2002), der lærerne måtte initiere til aktivitet hos flere av de 19 elevene i undersøkelsen. Et annet, og motsatt adferdsmønster som også ble beskrevet i den greske undersøkelsen, var at mange elever svarte før spørsmålet var stilt eller oppgaven forklart.

### *Perspektiver på undervisningen*

Med utgangspunkt i den amerikanske skolereformen “the No Child Left Behind Act” (NCLB) fra 2002 og tilhørende krav om at undervisning skal bygge på forskningsprosjekter som dokumenterer læring, har en gruppe ved “the National Center on Sensory Disabilities” ved Universitet i Nord Colorado, gjort en litteraturstudie relatert til matematikkundervisning og elever med synshemming (Ferrell, 2011). Gruppen konkluderte med at undervisning for elever med synshemming i større grad bygger på det filosofiske enn det utprøvde, kunnskapen er mer deskriptiv enn empirisk og at undervisningen heller er foreldet enn moderne. I tillegg pekte gruppen på at det er et savn at så få forskningsresultater er undersøkt på nytt for å bli verifisert. Dette er for øvrig et problem som også Magne (2003) peker på i sin bibliografi.

Forskergruppen har videre konkludert med at bare 9 av totalt 125 evaluerte publikasjoner oppfylte NCLBs kvalitetskriterier om at a) deltakere i studien skal være mellom 3 og 21 år, b) læringsstudier skal ha en kontrollgruppe (for barn med synshemming skal det være barn med synshemming også i kontrollgruppen<sup>22</sup>), c) forskningsrapporten skal være publisert i et engelskspråklig tidsskrift med fagfelleevaluering eller være et doktorgradsarbeid. Med utgangspunkt i de 9 studiene som innfridde betingelsene, fant gruppen å kunne generalisere følgende anbefalinger for matematikkundervisning til elever med synshemming:

- Bruk av konkrete er positivt for nøyaktighet i utregninger.
- Bruk av talende kalkulatorer kan bedre forståelsen av matematiske begreper.
- Opplæring i fingermatematikk kan bedre nøyaktigheten i utregninger.
- Det er motstridende forskningsresultater med hensyn til om abakus er effektiv eller ikke.

Det er flere forskere som peker på utfordringer i selve undervisningssituasjonen (Bardin & Lewis, 2008; Rapp & Rapp, 1992; Rosenblum & Amato, 2004; Spindler, 2005). Spindler (2005) hevder at det stilles særlige krav til disse lærerne blant annet med hensyn til det

---

<sup>22</sup> Dette er et krav som forskerne påpeker er vanskelig å etterkomme, siden elevgruppen er liten i tillegg til at den er svært heterogen.

språket som blir brukt i undervisningen, og at undervisningsspråket eksempelvis ikke må inneholde retningsholdepunkter som her, der, dette, osv. Bardin og Lewis (2008) går så langt som å si at inkluderingen har mislykkes i å skape en undervisning som passer for elever med synshemming, og også Rosenblum og Amato (2004) peker på at mange lærere mangler både ressurser og kompetanse til å møte elevenes spesielle opplæringsbehov. Andre forskere trekker fram at det er store utfordringer som ligger til det å forberede lærestoff i punktskrift eller at kvaliteten på punktskriftbøkene er for dårlig (DeMario & Lian, 2000; Rapp & Rapp, 1992)<sup>23</sup>, og/eller at bøkene ikke er tilgjengelig for elevene til riktig tidspunkt (Corn & Wall, 2002).

### *Perspektiver på matematikken*

I en Belgisk-Irsk undersøkelse ble det konkludert med at det er det praktiske - mer enn forståelsesvansker i matematikken som forklarer at så få elever tar videregående kurs i faget (Cahill, Linehan, McCarthy, Bormans, & Engelen, 1996). De 12 elevene og deres lærere i studien framholdt at det er tidkrevende både å lese oppgaver og å gjøre utregninger i punktskrift, og at det derfor er vanskelig å kunne gjennomføre oppgaver på den tiden som er til disposisjon i timer og på prøver.

Når det gjelder algebra ble det framhevet at det er vanskelig å ha oversikt over alle detaljene (jfr. tidligere redegjørelse av punktskriftsystemet i matematikk) og at det dermed blir utfordrende å behandle symboluttrykkene med nøyaktighet. Det å omskrive eller forenkle uttrykk, for eksempel brøk, krever at man må huske mange enheter. I tillegg ble både grafer og tabeller nevnt som eksempler på vanskelige områder i faget (Cahill, et al., 1996).

En kasestudie med en universitetsstudent viser noe av det samme: Når illustrasjoner er brukt i sammenheng med oppgaver, så tar det lengre tid for en elev som er blind å forestille seg hva illustrasjonen representerer før han så skal begynne med selve problemløsningen. (Spindler, 2005). Denne kasestudien peker også på at det ligger læringsutfordringer i det å forstå sammenhengen mellom to- og tredimensjonale illustrasjoner.

---

<sup>23</sup> Jeg vil her anmerke at de studiene som det her er referert til, har et annet system for punktbok produksjon enn det norske systemet. I Norge er produksjon av lærebøker en integrert del av Tambartun og Huseby sin øvrige virksomhet i forhold til elevgruppe, og verken basert på frivillighet eller frittstående produksjonsenheter slik disse undersøkelsene viser til.

## Teori om hvordan mennesker lærer å tenke matematisk

Avhandlingen, og med særlig relevans for studie 2, bygger i stor grad på idégrunnlag og termer i David Tall sin teori om tre matematiske verdener ("Three worlds of mathematics") (Tall, 2004, 2012). Dette er en teori om hvordan (seende) elever lærer å tenke matematisk og hvordan en forståelse kan utvikles til et stadig mer abstrakt matematisk nivå.

Matematikk består av et hierarki av begreper og begrepsmessige strukturer (Battista, 2007), men vi bruker de samme mentale ressursene når vi tenker matematisk som i all annen tenkning (Tall, 2012). Dette er resurser som vi er født med, men som modnes og utvikles samtidig med at vi gjør ulike typer av hverdags erfaringer (Tall 2011). I teorien om tre matematiske verdener blir det lagt særlig vekt på tre mentale ressurser: "evne til gjenkjenning"; "evne til repetisjon"; "evne til språk". Disse tre ressursene er viktige hver på sin måte henholdsvis for geometri<sup>24</sup> ("conceptual-embodied world of mathematics"), symbol regning ("proceptual-symbolic world of mathematics") og formalmatematikk ("formal-axiomatic world of mathematics") (Tall, 2004). Samtidig blir det poengtert at dette er tre *interaktive* retninger av matematisk tenkning.

Selv om evne til språk er av særlig viktighet for den teoretiske matematikken ("formal-axiomatic mathematics"), så er språk i høyeste grad vesentlig også for å utvikle en geometrisk forståelse ("embodied mathematics") og for tenkning med (tall)symboler ("symbolic mathematics"). Gjennom et stadig mer avansert språk, utvikler elever abstrakte ideer på grunnlag av konkrete erfaringer, fordi språket er frigjørende fra det konkrete og tillater mennesker å tenke med større grad av generalitet (Tall, 2011). Et eksempel på dette er hvordan elever kan reflektere omkring likheter og ulikheter ved linjer (som de har tegnet), og slik abstrahere ideen om at en "linje" er uendelig og uten fysiske dimensjoner.

Matematisk tenkning har i følge Tall (2004) sitt utgangspunkt i det som barn sanser og persiperer i interaksjon med de fysiske omgivelsene, i mekanismer ved persepsjon, i aktivitet med fysiske og mentale objekter, og i refleksjon omkring objekter og erfaringer. Gjennom sensorimotoriske erfaringer er matematisk tenkning forankret i kroppen ("embodied")<sup>25</sup>. Begrepet sensorimotorisk refererer til to ulike nevrologiske aspekter, der det *sensoriske*

---

<sup>24</sup> Legg merke til at geometri og geometriske begreper bare utgjør en del i en større begrepsmessig matematisk sammenheng.

<sup>25</sup> I det videre vil jeg bruke de engelske ordene "embodiment" og "embodied", slik jeg oppfatter at det er satt en viss presedens for i norsk faglitteratur.

handler om hvordan vi persiperer verden gjennom sansene (evne til gjenkjenning), og at det *motoriske* er relatert til hvordan vi opererer i verden gjennom våre sanser (evne til repetisjon). Når et barn leker med objekter, vil de ifølge Tall derfor skifte i oppmerksomhet mellom det de persiperer som strukturelle egenskaper ved objektene (eksempelvis gjenkjenner form = ”embodied mathematics”) og det de utfører med objektene (eksempelvis lære å telle med utgangspunkt i evne til repetisjon = ”symbolic mathematics”).

Evne til gjenkjenning, evne til repetisjon og evne til språk, sammen med andre medfødte forutsetninger (evne til å stå oppreist, opplevelse av kroppens symmetri om en vertikal akse, osv.) har Tall (2012) døpt ”set before birth”. Hvis vi relaterer slike ”set-before’s” til rammeverket i ICF-CY (WHO, 2007a), mener jeg at dette tilsvarer det som er beskrevet under kapittelet om mentale og fysiologiske kroppsfunksjoner. Medfødte mentale strukturer gir mennesker et felles utgangspunkt for å lære å tenke matematisk (Tall, 2012), men det vil allikevel være individuelle forskjeller med hensyn til sensoriske systemer (for eksempel syn eller taktilsans) og perseptuell evne (som det å kunne skille mellom ulike former).

#### *Presisering for doktorgradsprosjektet*

”Verden tiltrekker seg seende barn, mens barn med synshemning må lære seg å søke ut til verden” (Foulke & Hatlen, 1992, s. 7, min oversettelse). Eksempelvis vil et seende barn gripe etter og etter hvert krabbe og gå mot det som fanger oppmerksomheten, mens et barn som er blind kan bli helt (motorisk) stille for bedre å kunne høre de lydene som er i rommet. Det vil derfor være en vesentlig forskjell mellom barn med synshemning og barn som ser, med hensyn til hvor komplisert eller ukomplisert det er å utvikle medfødte ressurser for matematikktenkning i (inter)aksjon med en fysisk og sosial verden.

I tillegg til at mange gjenstander i omgivelsene rett og slett er vanskelige å oppdage for barn med synshemning, så er det også komplisert å lære ordene (matematikkbegrepene) som vi bruker for å beskrive dem. Når et seende barn tydelig fester blikket på en stor badeball, sier vi: ”Den var *STOR*, og legger trykk på begrepet, og når barnet kikker opp på en fugleflokk, sier vi: ”Det var *MANGE* fugler”. Hvis badeballen spretter og fuglene gir lyd, kan et barn med synshemning lytte til lydene, men det er lite sannsynlig at ball eller flokk blir kommentert i forhold til størrelsesbegreper. På denne måten vil barn med synshemning ha færre naturlige erfaringer med matematiske begreper når de begynner på skolen.

### ***Met-before***

I tillegg til våre felles ”set-befores” for matematikklæring bruker Tall termen ”met-before”, som refererer til *individuelle erfaringer* en elev bringer med seg inn i klasserommet. Sannsynligvis vil det være slik at seende elever har flere erfaringer med begrepet ”mange” enn hva som er tilfellet for elever med synshemming (jfr. eksempelet over). Spørsmålet, ”*Hva har du (eleven) møtt på før (”met before”), som gjør at du (han/hun) tenker slik i denne oppgaven?*”, er et didaktisk redskap i forsøket på å forstå hva det er eleven kjenner igjen i en spesifikk læringssituasjon og som hun eller han baserer sine handlinger på. Det at en elev bygger sin forståelse på det som allerede er kjent gjennom tidligere erfaringer (McGowen & Tall, 2010) er teoriens grunnleggende ide om hvordan læring skjer. Derfor mener Tall (ibid.) at læreren har et særlig ansvar for å søke å forstå hva eleven bygger sine svar og handlinger på.

”Met-before” er et ordspill relatert til metafor (McGowen & Tall, 2010), ettersom metafor er definert som et ”språklig redskap” til å knytte sammen tidligere erfaringer med nye opplevelser i en ny kontekst. Den biologiske hjernen ”gjenbruker” tidligere sammenhenger (nevrologiske strukturer) for å gi mening til nye fenomener (Lakoff & Johnson, 1980; Lakoff & Núñez, 2000). Gjennom bruk av metaforiske begreper og refleksjon kan elever fokusere aspekter ved sensoriske erfaringer som gjør det mulig for dem å forestille seg begreper som ikke eksisterer i omverdenen (Tall, 2004). På denne måten bygger også en teoretisk matematikk på erfaringer med persepsjoner av virkelige objekter og virkelige objekters egenskaper (Tall, 2012).

Met-befores er støttende for læring når tidligere erfaringer gir mening til det som er nytt. Eksempelvis fungerer forventingen om at ”ta vekk skal gi mindre” for både heltall og brøk, men blir problematisk for subtraksjon med negative tall (ibid.). Ved å bringe inn ideen om at ”met-befores” også kan være problematisk for læring, gir Tall begrepet et utvidet innhold sammenlignet med måten som metaforer har blitt brukt i kognitive læringsteorier (McGowen & Tall, 2010). Ideen om ”met-befores” er et hjelpemiddel for både forskere og lærere til å analysere meningsendringer i selve matematikken og også hva som er nødvendige forkunnskaper og ferdigheter når en elev skal lære noe nytt (ibid.). Et sentralt spørsmål i både undervisning og forskning er derfor hva en elev bringer med seg i læringssituasjonen i form av erfaringer som er støttende eller erfaringer som er problematisk for et bestemt matematisk tema.

### *Presisering for doktorgradsprosjektet*

Jeg mener at ideen om ”met-before” harmoniserer med Tobins ”informasjons modell” som overordnet tilnærming i synspedagogisk forskning”. Tobin (2008) hevder at ved å sette fokus på hva slags informasjon (hvilke informasjoner) det er en elev med synshemming skal oppfatte i en gitt situasjon, så kan forskningen både bidra til å klargjøre dette og også samle erfaringer med måter som elever med synshemming tilegner seg denne informasjonen på. I dette doktorgradsprosjektet er det *geometrisk informasjonen* som er gjenstand for slike beskrivelser, og dette blir utdypet i et senere avsnitt.

### *van Hieles teori om geometrilæring*

Det er embodied matematikk, altså den første av Tall’s tre matematiske verdener, som er sentral i doktorgradsprosjektet. I denne ”matematiske verden” bygger Tall på det nederlandske ekteparet Dina van Hiele-Geldof og Pierre van Hieles teori om geometrilæring (Tall, 2012). van Hiele (1986) beskriver fem<sup>26</sup> nivåer av geometriforståelse, og for doktorgradsprosjektet er det de to første nivåene som er relevante. Med tanke på dynamikken i en læringsprosess, vil jeg også kort beskrive det tredje nivået.

Nivå 1, Gjenkjenning (”Visual-Holistic Reasoning” / ”Recognition”<sup>27</sup>), betyr at barnet (eleven) persiperer figurer som en helhet. Dette nivået finner vi igjen i læreplanens kunnskapsmål etter andre trinn der det står at eleven skal kunne kjenne igjen og sette navn på figurer.

Nivå 2, Beskrivelse (”Analytic-Compenential Reasoning” / ”Description”). På nivå 2 har egenskaper ved former og klasser av former større fokus for eleven. Dette kunnskapsnivået kommer fram i læreplanmål etter 4. trinn som at eleven skal kunne ”kjenne att og beskrive trekk ved sirkler, mangekantar, [...] (KD, 2006b) og 7. trinn: ” *analysere egenskaper ved to- og tredimensjonale figurar*”. Det er typisk at elever på dette nivået kan liste opp egenskaper ved de mest vanlige formene, men de kan ikke eksplisitt si hvilke egenskaper som er *nødvendige* og hvilke som bare er *tilstrekkelige* (van Hiele, 1986).

---

<sup>26</sup> Opprinnelig nummererte van Hiele nivåene fra 0 til 4. van Hiele har også i senere arbeider beskrevet teorien innenfor tre nivåer.

<sup>27</sup> De engelske betegnelsene er hentet fra Battista (2007) og Tall (2011)

Nivå 3, Resonnering ("Relational-Inferential Property-Based Reasoning" / "Definition"). På dette nivået forstår eleven bedre hvordan sammenhenger mellom egenskaper gir et grunnlag for å kunne definere figurer, og eleven kan også holde følge med uformelle bevisføringer. I læreplanmålene etter 10. trinn er dette nivået av tenkning uttrykt som at eleven skal kunne "utforske, eksperimentere med og formulere logiske resonnement ved hjelp av geometriske ideer" (KD, 2006b), men vi ser også hvordan læreplanmålet på 7. trinn (å analysere egenskaper) bygger opp mot nivå 3.

Hvert nivå bygger på det foregående, men involverer tydelige endringer i både mening og språk (van Hiele, 1986). Det som en elev forstår implisitt på ett nivå klarer eleven å uttrykke eksplisitt på neste nivå. Dette gir utfordringer i undervisningen fordi elever i samme klasse kan snakke "ulike språk" avhengig av den forståelsen som de reflekterer på bakgrunn av (van Hiele, 1986). En undervisning som ikke er tilpasset elevenes forståelse, fører ifølge van Hiele til at elevene lærer seg regler som de forsøker å huske uten at de egentlig forstår det de snakker om. Det er derfor viktig for læring at elevene får være språklig aktive på det forståelsesnivået som de er på, fordi tale er viktig for at eleven skal kunne gå videre til et nytt nivå. Det er imidlertid vanskelig å avgjøre nøyaktig geometrisk forståelsesnivå for en elev (Battista, 2007; Clements & Battista, 1992). Faktisk kan en og samme elev være på ulike nivåer avhengig av de oppgavene som de jobber med (Owens & Outhred, 2006), og blant annet derfor er det reist mye kritikk til forskning som bruker nivåene som enheter for analyse (Battista, 2007; Clements & Battista, 1992).

Forskningslitteratur peker på at van Hiele mangler et nivå *før* nivå 1 (Battista, 2007; Clements & Battista, 1992). På et slikt pre-nivå ("pre-recognition level") evner barn bare å fokusere noen karakteristiske trekk ved former på grunn av "immature perceptual activity" (Battista, 2007, s. 847), og "because they lack the ability to form requisite visual images" (Clements & Battista, 1992, s. 429).

Utgangspunktet for at elever *begynner å tenke geometrisk* er altså persepsjon av form, men dette er så selvsagt i undervisning med seende elever, at Tall ikke trekker dette fram som en særlig viktig "set-before". Derimot trekker han fram evne til "gjenkjenning", som betyr at en (førskole)elev kan gjenkjenne "noe" som "noe" (kategorisering), og etter hvert resonnerer (evne til språk) omkring likheter og forskjeller (Tall, 2012). Tall beskriver også det å tegne som en viktig "met-before" for at seende elever skal kunne abstrahere form som et begrep og oppfatte egenskaper ved former (ibid.). I følge Battista (2007) er det å abstrahere form



essensielt for å kunne beskrive eller forstå beskrivelser av omgivelsene i abstrakte termer som rektangel, vinkel, parallellitet, osv. (nivå 2 i van Hiele sin teori). Battista sier videre at for å *resonere geometrisk* (van Hiele nivå 2 og 3), må eleven kunne konstruere en mental modell som bygger på relevante spatiale strukturer.

Van Hiele legger stor vekt på undervisningen og tillegger lærerne et ansvar for at elevene skal kunne utvikle en geometrisk forståelse. Han hevder at det er spørsmålene som blir stilt til elevene og det at en elev møter riktig nivå på utfordringer som har betydning for utvikling og ikke hvordan eleven modnes biologisk. På denne måten ser han læringsteorien som et hjelpemiddel til å planlegge en undervisning, og han har også beskrevet fem undervisningsfaser i dette utviklingsperspektivet (van Hiele, 1986). Jeg gjengir fasene kort:

1. ”Informasjon”. Denne fasen handler om at læreren skaffer seg et inntrykk av elevenes forforståelse, og at elevene blir forberedt på temaet og hva slags aktiviteter de skal gjøre.
2. ”Ledet retning”. Nå er lærerens rolle å henlede elevenes oppmerksomhet mot spesielle begrep og prosedyrer.
3. ”Forklaring” handler om å tilrettelegge oppgaver slik at elevene må beskrive med egne ord og at de i økende grad blir fortrolige med å bruke korrekte geometriske termer.
4. I ”fri orientering” er lærerens rolle å presentere elevene for problemstillinger med mange løsningsmuligheter, slik at elevene får utdype og reflektere omkring løsningene.
5. Den siste fasen, ”integrering”, betyr at eleven oppsummerer det de har lært om temaet, og der læreren skal hjelpe dem til å sette dette inn i en større og logisk sammenheng.

#### *Utdyping av hva slags informasjon geometritenkning på nivå 1 og 2 representerer*

Utgangspunktet for å lære å tenke geometrisk er å kunne oppfatte at et objekt har en form (Tall, 2011). Dette er en styrke ved visuell persepsjon (Klatzky & Lederman, 2003). I undervisning med elever med synshemming blir spørsmålet (jevnfør Tobin, 2008) hva slags ”informasjon som ligger implisitt” i en todimensjonal og en tredimensjonal form? I et forsøk på å klargjøre dette med tanke på hva det er blinde elever skal kunne oppfatte, kan vi ta utgangspunkt i et dørblad. Ei dørflate er ikke uendelig, men er avgrenset med fire kanter. To

og to kanter er parallelle og vinkelen mellom kantene er 90 grader. Det er et visst innbyrdes forhold mellom bredde og høyde som gjør at arealet er innenfor en ”normalstørrelse for dørflater”, og normalstørrelsen for dørflater er relatert til ”menneske høyden”. Implisitt spatial informasjon i en (rektangel)form som står i vertikal posisjon handler altså om *avstand*, som lengde på sidekanter og som avstand mellom sidekanter. Videre handler det om *retning*, som vinkel mellom sidekantene, og om *størrelse*, som tilpasset til formålet. Avgrensningen av flata, slik at det blir en rektangulær form, har en ”spatial struktur” (Battista, 2007), der de spatiale komponentene (egenskapene) har en bestemt indre sammenheng og en bestemt sammenheng i forhold til hele komposisjonen (ibid.), men også i forhold til andre spatiale strukturer.

Seende elever kan oppfatte form uavhengig av objektets størrelse og (nesten) uavhengig av synsvinkel til objektet. En dør blir sett som rektangulær i vertikalplanet og i horisontalplanet kan en lekeplass framstå som rektangulær. Et annet sentralt fenomen innen visuell persepsjon er at objekter blir persipert i forhold til hverandre. Derfor blir overflater sett i forhold til hverandre og i forhold til bakken (Millar, 2008). Matematikeren Alexei Sossinski, som er blind, forklarer sammenhengen mellom det to- og tredimensjonale i visuell persepsjon på denne måten: Spatial evne hos seende elever er basert på at hjernen analyserer et todimensjonalt ”bilde”, projisert på retina, av en tredimensjonal verden (Jackson, 2002).

På grunn av ”evne til språk” (her for eksempel at en voksen snakker med et seende barn om det som foregår på en lekeplass) og ved hjelp av metaforer, kan en firkantet lekeplass, selv når lekeplassen ikke har fysiske vegger, bli oppfattet som en type ”container”/rom (Lakoff & Núñez, 2000). Med referanse i dette mentale rommet (containeren), beskriver vi lokalisering av personer og gjenstander som om noe(n) er innenfor og noen er utenfor. På samme måte som at et matematisk koordinatsystem er et referansesystem for å lokalisere et punkt på et ark (Battista, 2007), er firkantformen en referanse for å kunne snakke om lokaliseringer på lekeplassen. Informasjon som ligger implisitt i to- og tredimensjonale objekter og i ”rommet” mellom dem (spatiale strukturer) handler altså om *avstand*, *retning* og *lokalisering* (Millar, 2008), eller uttrykt på en annen måte: Spatial informasjon spesifiserer lokalisering (hvor), avstand (hvor langt) og orientering (hvilken retning).

### ***Elever med synshemming og geometrilæring***

Det finnes ikke spesifikke teorier om hvordan elever med synshemming lærer å tenke geometrisk, og heller ikke pedagogisk forskning som gir helhetlige anvisninger for hva geometriundervisning for elevgruppen bør inneholde. Det finnes imidlertid et betydelig tilfang av forskning om formpersepsjon fra psykologien, og det er i stor grad slike forskningsresultater jeg vil forsøke å ”implementere” til nivå 1 og 2 i van Hiele (1986) sin teori om geometrilæring.

### ***Begrepet og fenomenet ”haptisk”***

Nyere synsfaglig forskningslitteratur er nokså entydig i forhold til at elever som er blinde kan persipere form og rom (Cattaneo & Vecchi, 2011; Millar, 2008). I ICF-CY er det imidlertid bare synssansen som er omtalt i forhold til det å persipere form og rom. Hørselspersepsjon er i klassifiseringssystemet relatert til det å kunne skille mellom lyder, toner, tonehøyder og andre hørselsstimuli. Berøringspersepsjon er knyttet til det å kunne skille mellom strukturer i overflater, eksemplifisert som ujevne eller glatte overflater (WHO, 2007a, s. 19). Den norske oversettelsen har brukt termene *berøringssans* og *berøringspersepsjon*, og i den engelske versjonen (WHO, 2007b) står det ”touch function” om sansefunksjonen og ”tactile” i sammenheng med persepsjon. Ingen av versjonene anvender ”haptisk” eller bringer på bane fenomenet haptisk persepsjon, slik vi finner dette i synsfaglig litteratur.

Med utgangspunkt i oppslagsverk og etymologiske ordbøker har jeg lært at ordet haptisk har en gresk opprinnelse: *haptikos*. Hvis vi går via en hverdagsspråklig engelsk oversetting, ”to grasp touch”, kan haptisk bli oversatt til ”å begripe berøringen”. Dette er en oversettelse som på sett og vis har innlemmet persepsjon i fenomenet, og gjør at termen ”haptisk persepsjon” blir noe ulogisk.

Jeg forstår haptisk som et resultat av å kombinere input fra ulike sanser og samtidig knytte disse sanseimpulsene til muskulære reaksjoner av det å interagere med en tredimensjonal fysisk verden. I haptisk persepsjon er det altså like mye det som skjer muskulært som output, og ikke bare det som sansene møter som input, som er persipert informasjon (Kennedy, 1993. Jeg har her skrevet "sansene", men opprinnelig har Kennedy skrevet "hendene" ). I

doktorgradsprosjektet har jeg valgt å bruke termen taktil-haptisk<sup>28</sup>, også når det bare står haptisk i teorigrunnlaget, for å fremheve at taktile inntrykk (berøringssansen) og taktilt materiale inngår i min forståelse av fenomenet i konteksten av geometrilæring. Når Millar (1994, s. 90) skriver: "[...] to produce haptic information", ser jeg forøvrig klare likhetstrekk mellom taktil-haptisk persepsjon og embodied og embodiment i teorier om matematikklæring.

### *Særtrekk ved taktil-haptisk persepsjon*

Overflatetekstur og substans er objekttegniskaper som er fremtredende ved taktil-haptisk persepsjon (Hatwell, Streri, & Gentaz, 2003), men en elev må bruke to ulike manuelle strategier for å diskriminere de to objektinformasjonene. Lederman og Klatzky (1993) har kartlagt et spekter av manuelle strategier<sup>29</sup>, som hver på sin måte er egnet til å oppfatte ulike typer av informasjon ved fysiske objekter. De har beskrevet at sideveis håndbevegelser mot en overflate er en strategi for å oppfatte tekstur, trykk mot objektet fanger opp hardhet (substans), å holde omkring gir informasjon om global form og volum, mens å følge konturen eller omkretsen av et objekt med fingrene gjør det mulig å oppfatte global form mer eksakt. For øvrig har en gresk studie oppsummert at elever i denne undersøkelsen typisk startet med å rotere et objekt de skulle undersøke (Argyropoulos, 2002). I tillegg ble det observert at elevene, 13-19 år, laget lyder med objektene eller holdt dem inn mot munn eller kinn.

Selv om en elev til en viss grad vil kunne persipere tekstur og hardhet samtidig som at hun eller han fører fingrene langs en omkrets, er det et karakteristisk trekk ved taktil-haptisk persepsjon at de ulike manuelle strategiene ikke er kompatible motorisk. Strategiene må derfor utføres suksessivt (Hatwell, et al., 2003), og dette gjør at det er tidkrevende "å se" egenskapene ved et objekt.

Hatwell (2003, s. 70) hevder at hver enkelt manuell strategi blir utført i en bestemt hensikt. For eksempel vil en elev som ikke har tanker om global form ved en gjenstand, heller ikke bruke en strategi som er tilpasset kanter og omkrets. Derfor mener Hatwell at et barn med synshemming trenger en person til å bringe geometrisk terminologi og spatiale attributter i fokus for oppmerksomheten. Som et sammenlignbart eksempel hevder Millar (2008) at en

---

<sup>28</sup> Jeg har tidligere skrevet dette som taktil/haptisk, men i arbeid med artikkel III fikk jeg råd gjennom fagfelleevalueringen å skrive dette med bindestrek.

<sup>29</sup> Dette var i en studie med voksne.

elev må lære å bruke systematiske skannebevegelser med flat hånd for å kunne oppfatte layout på en figur.

Et annet særtrekk ved taktil-haptisk persepsjon er at hendene både er sanseorgan for å "se" og det organet som skal hente -, holde – og flytte objekter (Hatwell, 2003). Hånd-hånd koordinasjon (jfr. øye-hånd koordinasjon) gir derfor ingen mening, og hendenes multidimensjonale funksjon gjør at det blir tidkrevende eksempelvis å lære seg å tegne, så vel som alle andre finmotoriske ferdigheter (Brambring, 2007).

#### *Spatial strukturering: å oppfatte og gjenkjenne form*

Å persipere form ved et objekt krever at eleven anvender strategier som er tilpasset i forhold til om det er todimensjonale eller tredimensjonale objekter, men også avstemt i forhold til størrelse på objektet (Millar, 1994, 2008). En elev kan gjenkjenne formen på små taktile illustrasjoner ved å føre en finger over illustrasjonen (Millar, 1994), men å gjenkjenne en form som er mindre enn én cm krever mye trening (Ostad, 1989). Store illustrasjoner (former) kan leses ved å veksle mellom å skanne med flat hånd og strategier der fingrene blir brukt langs kanter og hjørner (Millar, 1994).

For små tredimensjonale objekter blir form persipert gjennom systematisk manipulering med begge hendene (Millar, 1994). At manipuleringen er systematisk indikerer at det er en slags plan på grunnlag av tidligere kunnskaper om hvor undersøkelsen starter og slutter, og med hensyn til rekkefølge og retning på bevegelsene (ibid. s. 97). Millar sin hypotese er at det er opplevelsen av den spatiale strukturen ved selve objektet som danner utgangspunkt for manipuleringen.

Det er imidlertid slik at teksten på objektet kan være mer fremtredende enn formen (Hatwell, 2003). Dette er lett å forstå hvis vi tenker på hva slags objektinformasjon vi vil søke etter når vi skal finne en nøkkel eller en pengepung i en dyp veske: Vi søker etter skinn eller metall og ikke etter en spesiell form. Det at form i taktil-haptisk persepsjon er mindre framtrædende enn tekstur gjør imidlertid sitt til at en oppgave med å sortere ut klosser på grunnlag av "lik form", blir en vanskelig oppgave dersom klossene er laget av plastikk, kork, tre, osv. En terning laget av skumgummi representerer virkelig en utfordring i så måte.

Klatzky og Lederman (2003) skiller mellom spatial informasjon og intensiv informasjon ved gjenstander. I visuell persepsjon kan (sterkt) lys være et eksempel på en intensiv informasjon

som gjør det vanskelig å oppfatte form. I taktil-haptisk persepsjon er skarpe kanter, skarpe hjørner og rispene overflater (sandpapir) intensiv informasjon som gjør spatial persepsjon vanskelig.

Som beskrevet over mener forskere at persepsjon av form skjer på grunnlag av en (ubevist) plan for de manuelle strategiene (Cattaneo & Vecchi, 2011; Hatwell, et al., 2003; Millar, 1994, 2008). Slik er det også for persepsjon av form ved tredimensjonale objekter som er for store til å kunne favnes med hendene. Til forskjell fra små tredimensjonale objekter, mener Millar (1994) at store objekter i større grad blir undersøkt med referanse i kroppen til den som undersøker: eksempelvis at lengde på kanter, avstand mellom kanter og innbyrdes forskjell på retning mellom kanter blir registrert i forhold til hvordan eleven opplever at det er forskjell på å strekke hendene langt og kort, oppover eller nedover, osv.

#### *Geometrisk strukturering: oppmerksomhet på egenskaper ved former*

Taktil-haptisk persepsjon gir ikke samme grunnlag som visuell persepsjon til å generalisere form på tvers av størrelse og dybde dimensjoner (Millar, 1994). Tall (2012) har erfart at tegning er en aktivitet som hjelper elever til å generalisere form og også til å bli oppmerksomme på egenskaper ved former. En seende elev kan tegne en firkant og samtidig se på andre firkanter omkring seg som modell for tegningen, fordi spatiale strukturer er ”til stede som en del av” modellene (Potter, 1995). For å kunne tegne<sup>30</sup> en firkant etter en modell må en elev som er blind skanne modellen manuelt og tegne på grunnlag av det hun eller han husker i forhold til den opprinnelige modellen (Withagen, Vervloed, Janssen, Knoors, & Verhoeven, 2010). Dette er dessuten motorisk krevende, for eleven må både mestre det finmotoriske i forhold til ”å føre penna” og samtidig bruke den andra handa til å ”se” og kontrollere tegningen etter hvert som strekene utgjør en figur.

Det at manuelle handlinger i taktil-haptisk persepsjon blir gjort i forhold til en plan, indikerer en generalisering av formbegrepet og at eleven har en mental forestilling om formen. Mange forskere er i dag enige om at også en elev som *ikke* har visuelle erfaringer kan danne en spatial mental representasjon av et objekt eller av objekter i rom (Cattaneo & Vecchi, 2011),

---

<sup>30</sup> Det mest vanlige tegnematerialet som blir brukt i dag er en gummiplate som ligger under et spesielt plastark (mylar/polyester film). Når man tegner en strek med en vanlig penn på dette arket, kan linja kjennes som en opphøyet linje.

men det er også enighet om at en såkalt visuospatial oppgave (som å tegne en firkant) vil være langt mer krevende for en elev som er blind enn for en seende elev (ibid.).

Videre er det stor grad av enighet om at en mental modell vil gjenspeile særtrekk ved sansemodaliteten. Hvis det er kroppen som er referanseramme for lengder, retninger og avstander til objekter i et ”rom” eller en figur, vil en mental modell av rommet (figuren) gjenspeile dette. Kroppssentrert referanse (egosentrisk) har sitt utspring i kroppens gravitasjonelle posisjon og at vi står oppreist (Millar 2008). Millar peker på at når en elev er helt blind, så vil det være få andre holdepunkter enn det auditive og det kroppslige i forhold til å bestemme retning og lokalisering i store rom. Et særtrekk ved visuell persepsjon er at det er enklere å oppfatte det globale ved et rom/figur, ”se det i fugleperspektiv”, som betyr at spatiale strukturer blir persipert med utgangspunkt i de fysiske omgivelsene. Et allosentrisk perspektiv, og dermed en allosentrisk mental forestilling, er beskrevet til å være en mer fleksibel mental modell i forhold til å kunne resonnerer omkring ulike elementer i modellen (Cattaneo & Vecchi, 2011; Millar, 2008).

I et PhD prosjekt har Kohanová (2006) analysert fysiske modeller som sju seende og sju blinde elever på 7., 8. og 9. skoletrinn laget av et ”innredet” rom. Innredningen besto av ordinære gjenstander i et klasserom (bord, stoler, PC, skap, etc.) og utypiske klasseromsgjenstander (medisinball, luftrenser, en pyramideformet klokke, blomster, etc.). Studien viste at alle elevene kunne lage en modell av innredningen ved hjelp av små objekter med tilsvarende form som de store objektene. Utstrekningen på modellene til elevene med synshemming var imidlertid mindre enn modellene til de seende elevene, og innbyrdes avstand mellom objektene hadde større avvik fra det opprinnelige rommet enn hos de seende elevene. Forskjell i modellstørrelser ble tolket som et resultat av å måtte holde kontroll med alle elementene i modellen med hendene (egosentrisk), kontra det å kunne se alle enkelt delene i modellen som en helhet (allosentrisk). Misforhold i avstander mellom enhetene ble forstått som et resultat av manglende erfaringer med metriske standardenheter. Det ble for øvrig observert at elevene brukte kroppsenheter for å bestemme avstand mellom gjenstandene i modellen.

Når det gjelder forståelse av geometriske begreper mer spesifikt, så har en gresk studie konkludert med at vinkelbegrepet er vanskelig å forstå for elever som er blinde (Argyropoulos, 2002). Studien besto av 19 elever i alderen 13 – 19 år, og en hovedkonklusjon var at det var et misforhold mellom et nokså formelt riktig geometrisk språk som elevene

hadde lært utenat, og det som elevene viste i praksis. Eksempelvis mente nesten alle elevene at en spiss vinkel var større enn en stump vinkel, selv om de kunne definere vinklene riktig. Årsaken til dette ble tillagt det at en spiss vinkel vil kjønn *mer intenst* enn en stump vinkel. Det ble også avdekket at flere elever mente at en vinkel ble større hvis vinkelbeina ble lengre. En annen hovedkonklusjon ved undersøkelsen var at et tidlig taktil-haptisk inntrykk kan dominere senere inntrykk dersom en elev bygger geometrikunnskapene på få erfaringer (Argyropoulos, 2002).



## METODOLOGI

### Design

Studie 1 ble designet for å kartlegge elevgruppen gjennom fire tiår (Artikkel I) og for å undersøke om elevene har fulgt normert aldersprogresjon i matematikkundervisningen (Artikkel II). Studie 2 ble designet for å studere hvordan en liten gruppe elever lærer grunnleggende matematikkbegreper (Artikkel III og IV). De to studiene adresserer forskjellige undersøkelsesfenomener, men til sammen utgjør de doktorgradsprosjektet ”Matematikk og elever som bruker punktskrift i opplæringen”.

Doktorgradsprosjektet har et forskningsdesign med blandede metoder (”mixed methods”). Med utgangspunkt i litteratur om ”mixed methods designs”<sup>31</sup> (Caracelli & Greene, 1997; Lund, 2011; Mertens, 2005), og at prosjektet består av to sidestilte studier med både kvalitative og kvantitative data, vil jeg karakterisere prosjektdesignet som ”expansion mixed method component design”. En slik struktur og forskningsprosess er betegnende for dette designet, slik Caracelli og Greene (1997, s. 29) skriver at ”mix is conducted in the end stage of inquiry”.

### Vitenskapsfilosofisk posisjon for prosjektdesignet

De vitenskapsfilosofiske rammene for doktorgradsprosjektet reflekterer først og fremst perspektiver fra kritisk realisme. I dette perspektivet eksisterer en virkelighet, men virkelighet er forstått som så komplekst at ingen kan hevde at én bestemt oppfatning er den rette (Hjardemaal, 2011; Lund, 2002). Kritiske realister beskriver virkeligheten til å bestå av tre nivåer/domener:

- *Virkelighetens domene* består av grunnleggende mekanismer/strukturer som kan generere hendelser.
- *Det faktiske domene* er disse hendelsene som er generert fra virkelighetens domene.

---

<sup>31</sup> Mixed methods design er en forholdsvis ung forskningstradisjon (Lund, 2011), og jeg ser at noen bruker bindestrek mellom ordene og andre ikke. Jeg har valgt å ikke bruke bindestrek.

- *Det empiriske domene* er menneskenes viten om hendelsene.

La meg anvende denne forståelsen av virkelighet på sentrale fenomener i prosjektet: Vi kan definere både ”læring”, ”elev” og ”synshemming”, og på empirisk nivå kan vi også utdype hva det vil si ”å lære”, ”å være elev”, og ”å være synshemmet”. Fenomenene (hendelsene) som sådan vil imidlertid eksistere uavhengig av de definisjonene vi bruker (det faktiske domene), men de kan være forårsaket av flere -, og også motstridende mekanismer (virkeligheten). Etersom det er motstridende mekanismer som genererer hendelser, kan personer oppfatte og forklare en gitt hendelse på forskjellig måte (Hjardemaal, 2011).

I den grad og på den måten vi kan registrere og persipere hendelser i virkeligheten, blir hendelsene en del av vår empiriske viten (Hjardemaal, 2011). En typisk metode innen kritisk realisme for å få fram og analysere ikke-observerbare strukturer i observerbare hendelser, er en vekselvirkning mellom antagelser (teori) og observasjoner. Denne vekselvirkningen fortsetter inntil vi på et punkt i prosessen opplever at empirien faller på plass i en helhetlig forståelse av det studerte fenomenet (ibid.). *Læring* er et eksempel på en ikke-observerbar struktur og *en elev som arbeider med geometrioppgaver* er tilsvarende eksempel på en observerbar hendelse.

Forskningsbasert kunnskap viser bare perspektiver på virkeligheten (Kleven, 2011), og ”[d]et er prinsipielt alltid en mulighet for at vitenskapelige teorier som i dag regnes som «sanne», om noen år vil måtte revideres på grunnlag av ny kunnskap og innsikt” (Kleven, 2011, s. 22). Derfor vil heller ikke pedagogiske teorier kunne gjelde generelt, men typisk variere med ulike situasjoner, individer og tider (Lund, 2002).

Forskerens kunnskaper, meninger, verdier og antakelser har betydning for alle tolkninger og valg som blir gjort underveis i forskningsprosessen, og dermed er forskerens ”met-before” også integrert i resultatene av forskningsprosjektet. Forskningsresultater er å forstå som konstruksjoner av kunnskap og/eller påstander om kunnskap snarere enn som faktakunnskap (Kleven, 2008), men slik kunnskap blir mer troverdig ved å søke systematisk etter feilkilder og alternative forklaringer (Lund, 2002). I en kritisk tilnærming og ved å sammenligne ulike virkelighetsoppfatninger kan forskeren granske hvilke slutninger som har størst forklaringskraft. Kritiske realister mener altså at det ideelt sett er mulig å utvikle gyldig kunnskap om virkeligheten, selv om denne alltid vil kunne problematiseres (Hjardemaal, 2011).

Doktorgradsprosjektet bygger på perspektivet om at matematikk er et språk som mennesker har utviklet og stadig utvikler for å beskrive strukturer, mønster og sammenhenger i en fysisk og mental verden. Derfor mener jeg at matematikk er like viktig (implisitt) i kommunikasjon som for (eksplisitt) å løse matematiske problemstillinger eller for å utvikle abstrakte matematiske ideer.

Matematikk som et språk om strukturer, mønster og sammenhenger i en fysisk verden, er for meg en forklaring på det forunderlige i at ulike kulturer har utviklet analoge matematiske ideer. Det fysiske gir en forklaring til at matematikk er konsistent i sitt innhold, men siden det er naturlig å anta at det hovedsakelig har vært seende mennesker som har utviklet matematikken, så antar jeg også at det matematiske språket er preget av visuelle sanseinntrykk og en visuell virkelighetsoppfatning av omgivelsene. På denne måten vil matematikk være visuell i sin karakter. De matematiske symbolene, både de skriftlige og de verbale, er også skapt av mennesker. Derfor er det, som Lennerstad og Mouwitz (2004) sier, få symboler som gir en umiddelbar mening i seg selv.

I ICF-CY (WHO, 2007a) er matematikk (lære å regne; persipere form og størrelse, etc.) karakterisert som viktige menneskelig funksjoner for aktivitet og deltakelse. Dette gjør geometri (embodied matematikk) til et viktig matematisk emne, slik Freudental uttrykker geometri til å være ”[...] det rommet som barn lever, puster og beveger seg i. Det rommet som barn må lære å kjenne, undersøke og erobre for bedre å kunne leve, puste og bevege seg i det” (Freudental, 1973, s. 403, min oversettelse). På denne måten er matematikk både et dannelsesfag og et nyttefag. Undervisning og forskning med elever som er blinde vil på den andre siden kunne bidra til å løfte fram aspekter (hendelser) ved en ”matematisk virkelighet” som seende personer ikke umiddelbart reflekterer over. Dette kan være aspekter ved matematikken som også seende elever opplever som utfordrende. Dette bidraget ligger som en forventning i doktorgradsprosjektet.

## **Studie 1**

Målsetting med studien var å fremskaffe kunnskap om karakteristika og tidstrender i karakteristika hos elever som har brukt punktskrift i opplæringen, og hvorvidt elevene har fulgt gjeldende læreplan for faget og for aldersgruppen (normert aldersprogresjon i matematikkundervisningen). Målgruppe for studien var elever i norsk skole som har fått

opplæring i punktskrift i perioden mellom 1967 og 2007. Skoleløpet ble avgrenset til grunnskolen<sup>32</sup>, som i perioden har variert fra 8 til 11 skoleår<sup>33</sup>. Elevene i målgruppen har enten gått på en blindeskole og/eller gått på skole i hjemstedskommunen. Elever som har gått på hjemmeskolen har mottatt synspedagogiske tjenester fra Tambartun og/eller Huseby.

### ***Design***

Studien er en kartleggingsstudie i et retrospektivt design. Det som er typisk for en retrospektiv studie er at det blir brukt eksisterende data som har vært samlet for andre formål enn forskning (Hess, 2004). I denne studien er datamaterialet pedagogiske og medisinske rapporter (journalmateriale).

### ***Data og datainnsamling***

#### *Eleversikter*

Fra perioden med blindeskoler finnes det elevlister i årsmeldingene fra Dalen offentlige skole for blinde<sup>34</sup> og Huseby offentlige skole for blinde. Det fremgår imidlertid ikke fra listene hvem som har fått opplæring i punktskrift. For å klargjøre hvem av elevene som hadde fått opplæring i punktskrift, intervjuet jeg tidligere ansatte og tidligere elever (senere omtalt som informanter). Informantene hjalp meg å lage en lang liste med navn på elever som med sikkerhet hadde lest punktskrift, og en kort liste med navn der informantene var usikre på lesemedium. De ”usikre navnene” ble kontrollert mot elevjournaler og dette avklarte at ingen navn på listen tilhørte målgruppen. Dette var en god indikasjon på at informantene hadde pålitelig kjennskap til hvem som hadde fått opplæring i punktskrift i perioden med blindeskoler. Det ble også innhentet informasjon fra en skoleavdeling i Oslo og en i Bergen som i en tid hadde vært som små blindeskoler å regne.

---

<sup>32</sup> Grunnskolebegrepet har variert i navn og struktur perioden. Det har vært betegnelser som barneskole eller barnetrinn, mellomtrinn og ungdomstrinn. Andre betegnelser for de siste årene av grunnskolen har vært framhaldsskole og realskole.

<sup>33</sup> Elever med synshemming hadde i de første årene av studieperioden rett til ett til to år flere skoleår enn seende elever.

<sup>34</sup> Gjelder også for Tambartun blindeskole i en periode fra 1975.

I perioden med integrering/inkludering har elevene fått punktskriftbøker og tilbud om kurs ved Tambartun og Huseby. Kompetansesentrene har derfor oversikter som viser hvem som har brukt punktskrift i opplæringen i denne tidsperioden.

### *Journalmateriale*

(Syns)pedagogiske rapporter og (øye)medisinsk informasjon har for hele studieperioden (1967 – 2007) vært samlet i elevjournaler ved Tambartun og Huseby. Journaler til elever som ikke har hatt kontakt med sentrene de ti siste årene er lagret i Statsarkivet i Trondheim og Oslo. Det ble hentet informasjon fra Statsarkivet i Trondheim, som i hovedsak var journaler til elever som hadde gått på Dalen blindeskole. Det ble brukt pedagogiske rapporter fra alle grunnskolenes klassetrinn som var samlet i elevjournalen. For å kode øyemedisinske og synspedagogiske opplysninger gjennomgikk vi også dokumenter som var skrevet før eleven begynte på skolen.

### *Populasjon og utvalg*

Som det framgår av Artikkel I har vi samlet data på at 287 grunnskoleelever har fått opplæring i punktskrift i Norge i perioden mellom 1967 og 2007. I den grad det kan være elever som har fått opplæring i punktskrift i grunnskolealder og som ikke er inkludert i datamaterialet, så kan jeg tenke meg to elevgrupper. Den ene er elever som begynte med punktskrift i det siste skoleåret sitt på realskole/framhaldsskole/ungdomsskole på Huseby fra midten av 1970 og til ca. 1985. Den andre gruppen er elever med flere handikap og som har gått på en skole/institusjon for multifunksjonshemmede. Det kan tenkes at slike institusjoner kan ha personale med kompetanse i punktskrift. Disse elevene har i så fall ikke lest så mye at de har brukt lærebøker i punktskrift. Med disse to forbeholdene er det rimelig grunn til å hevde at så godt som hele populasjonen av punktskriftelever i perioden mellom 1967 og 2007 er inkludert i kartleggingsstudien.

For å studere forekomsten av punktskriftelever som fulgte aldersnivåets progresjon i matematikk, ble elever med diagnosen ”juvenile neuronal ceroid lipofuscinosis” (JNCL) (25 elever) trukket ut av datamaterialet. Begrunnelsen ble tatt på grunnlag av at JNCL er en degenerativ tilstand som blant annet påvirker kognitive prosesser som er vitale for matematikklæring. Etter å ha tatt ut denne elevgruppen og andre kasus med manglende informasjon knyttet til diagnose og/eller matematikkundervisning, besto utvalget som ble

brukt i matematikkanalysene av 248 elever. Av disse var 119 (48 %) jenter og 129 (52 %) gutter. Elevene var født mellom 1960 (begynte på skolen i 1967) og 2001 (begynte på skolen i 2007).

### *Variabler*

Elevgruppen ble kartlagt i forhold til fødselsår, kjønn, nasjonalitet, bosted, lesemedium, øyemedisinsk diagnose (og diagnosegruppe), alder ved diagnosefastsettelse og synsfunksjon (Artikkel I). I tillegg ble elevene kartlagt i forhold til om de har fulgt alderstrinnets matematikkundervisning (se neste avsnitt), og i Artikkel II ble det søkt etter sammenhenger mellom elevkarakteristika og matematikkundervisning (heretter også benevnt som matematikkstudien).

Variabelen **normert aldersprogresjon i matematikkundervisning i grunnskolen** ble operasjonalisert som en dikotom variabel: Ja / Følger aldersnivå i matematikkundervisning eller Nei / Følger ikke aldersnivå i matematikkundervisning.

De fleste matematikkrapportene inneholdt opplysninger om hvilken lærebok eleven hadde brukt. Når det sto at eleven brukte en lærebok som var i samsvar med elevens alder, ble eleven kodet til verdien Ja / Følger aldersnivå i matematikkundervisning (og motsatt). Noen elever hadde både fulgt alderstrinnets progresjon og også blitt undervist på et "læreboktrinn" som var lavere enn alderen skulle tilsi. I disse tilfellene ble eleven skåret i den verdien som samsvarte med flest antall år.

**Lesemedium** ble operasjonalisert til tre verdier: Bare punktskrift; Hovedsakelig punktskrift med visuell skrift i tillegg; Hovedsakelig visuell skrift med punktskrift i tillegg. I tilfeller der en elev kunne kodes til ulike verdier av lesemedium, ble dette gjort på grunnlag av flest antall år som lesemediet var dominerende, slik dette framkom i journalmaterialet.

Variabelen **øyemedisinsk diagnose** hadde 51 ulike diagnoser i kartleggingsundersøkelsen (Artikkel I) og 45 i matematikkstudien (Artikkel II). Flere diagnoser forekom bare en eller to ganger i datamaterialet, og for å kunne analysere større enheter, ble diagnosene også kodet i variabelen **diagnosegrupper**. Denne variabelen fikk fire verdier i samsvar med tidligere publisering av Rosenberg, et al. (1996). De fire verdiene var "Sequelae to brain disorders"; "Congenital ocular anomalies"; "Ocular dystrophies"; "Miscellaneous".

**Alder for diagnosefastsettelse** ble kodet i samsvar med de tidligste medisinske opplysningene i journalmaterialet. I matematikkstudien (Artikkel II) ble variabelen delt inn i fire verdier tilsvarende: Første leveår; Førskolealder; Barneskolealder; Ungdomsskolealder.

Elevenes **synsfunksjon** ble kodet etter WHO's (2007) definisjoner på synshemming. Verdiene ble kodet i forhold til den synsfunksjon som var beskrevet nærmest inntil det tidspunktet da eleven begynte å lære punktskrift.

**Nasjonalitet** ble gruppert i verdiene Norge; Resterende Europa<sup>35</sup>; Asia<sup>36</sup>; USA; Sør Amerika<sup>37</sup>. Det ble også laget fem verdier av variabelen **bosted** for å kartlegge elevene i forhold til landsdelsregioner<sup>38</sup>. Denne variabelen var relevant for kartleggingsstudien men ikke spesifikt for matematikkstudien.

### *Analyse*

For å kartlegge karakteristika ved elevgruppen gjennom fire tiår (Artikkel I) og for å undersøke om elevene har fulgt normert aldersprogresjon i matematikkundervisningen (Artikkel II), brukte vi deskriptiv statistikk i programvarepakken SPSS 17.0.

### *Reliabilitet og validitet*

I dette prosjektet med mixed method design innenfor kritisk realisme har jeg i både studie 1 og 2 tatt utgangspunkt i validitetstyper som inngår i Shadish, Cook og Campells (2000) validitetssystem. Validitetssystemet består av begrepsvaliditet ("construct validity"), statistisk validitet ("statistical conclusion validity"), indre validitet ("internal validity") og ytre validitet ("external validity"). Både Kleven (2008, 2011) og Lund (2011) har beskrevet hvordan systemet kan være egnet til å validere ulike typer av slutninger i kvalitative så vel som kvantitative studier, men de presiserer også at de praktiske metodene for å vurdere validitet vil være forskjellige. Jeg har brukt validitetstypene i den grad de har vært relevante for å granske

---

<sup>35</sup> Bosnia, Tyrkia, Kosovo, Tsjetsjenia.

<sup>36</sup> Afghanistan, India, Irak, Korea, Filipinene, Vietnam.

<sup>37</sup> Argentina, Colombia.

<sup>38</sup> Det ble brukt fem helseregioner i studien, men det skulle vært fire. Helseregionene sør og øst er i dag én region.

kvaliteten av de data som slutninger bygger på, og som et utgangspunkt til å drøfte slutningene.

### *Reliabilitet*

For å etterstrebe nøyaktighet i data, som bygger på et kildemateriale som opprinnelig ikke var samlet med tanke på forskning, ble alle kodinger gjort av to personer som diskuterte seg fram til enighet om hver enkelt koding<sup>39</sup>. Teamet innhentet medisinsk kompetanse for å kode diagnostiske data i riktige verdier, og vi oppklarte tvetydigheter i pedagogiske rapporter ved å konferere med pedagoger som hadde førstehånds kjennskap til elevene.

Det skolepolitiske stoffet i avhandlingen bidrar til å balansere for mulig ustabilitet i målinger på grunn av kulturendringer i perioden. Eksempelvis kan vurderinger og forutsetninger for valg av "lesemedium" ha endret seg. Det kan tenkes at elever, foreldre og lærere på blindeskolene hadde mindre fokus på muligheten og behovet for opplæring i visuell skrift enn elever, foreldre og lærere i integrerings og inkluderingsperioder. I denne betraktningen ligger også det faktum at elevene på 1960 og tidlig 1970-tallet ikke hadde tilgang til elektronoptikk som ville gjort visuell lesing mulig.

### *Begrepsvaliditet*

Begrepsvaliditet handler om hvorvidt variablene i undersøkelsen er operasjonalisert i samsvar med de teoretiske begrepene (Kleven, 2011). I denne undersøkelsen er det dessuten sentralt å vurdere hvorvidt variablene lar seg måle med bakgrunn i at datamaterialet opprinnelig ikke var samlet med tanke på forskning.

Verdiene "Ja / Følger aldersnivå" og "Nei / Følger ikke aldersnivå" i variabelen **normert aldersprogresjon i matematikkundervisning** måler verken forutsetninger for matematikklæring eller elevens prestasjoner i faget. Variabelen gir heller ingen opplysninger om på hvilket grunnlag det er tatt en beslutning om undervisningsnivå, og om denne beslutningen har vært rimelig i forhold til elevens forutsetninger.

Det var typisk at elevene først hadde fulgt alderstrinnet og deretter blitt undervist på et lavere alderstrinn. Dette er ikke som forventet i forhold til at det på blindeskolene var en uttalt

---

<sup>39</sup> Den innledende datakodingen ble gjort av doktoranden sammen med henholdsvis Liv Berit Augestad (førsteforfatter på artikkel I) eller Ingvild Vatten (medisinerstudent).



holdning til å bruke lang tid på grunnleggende innlæring. Det kan derfor tenkes at det har vært elever som fulgte alderstinnnet først på de eldste klassetrinnene og at vi ikke har greid å fange opp dette i gjennomgang av datamaterialet. Kodingen er derimot i samsvar med forskning som beskriver at problemer i skolematematikken kommer tydelig til uttrykk når eleven er kommet til ca. 4. trinns pensum (Magne, 2006).

Denne tendensen, som viste at elever først har fulgt undervisning på alderstrinnet men siden blitt undervist på et lavere alderstrinn, kan gi en skjevhet i kodingene for de aller yngste elevene i materialet. Jeg tenker da på elever som bare har gått på skole i tre til fire år og som har fulgt alderstrinnet. Disse kodingene vil ikke være like troverdige som kodinger av elever som har pedagogiske rapporten fra hele grunnskolen. Samlet sett vurderer jeg allikevel at kodingene og verdiene gir et godt grunnlag for å gjøre slutninger om normert aldersprogresjon i matematikkundervisning.

Et virkemiddel for å styrke begrepsvaliditeten ved variabelen **lesemedium**, var å kontrollere kodingene i forhold til diagnose og eventuelle opplysninger om synsfunksjon. Allikevel er det en svakhet ved variabelen i forhold til å kunne trekke slutninger om det er en sammenheng mellom lesemedium og nivå i matematikkundervisning. Svakheten skyldes at det ikke fremgår spesifikt for elever som har brukt både punktskrift og visuell skrift hvilket lesemedium som ble brukt i matematikkfaget. En anbefaling i en metodebok gir grunn for å anta at elever som har brukt visuell skrift også har brukt dette i matematikk:

Når det gjelder regneundervisningen, har en som regel latt de svaksynte få regne med blyant og papir, så sant det på noen måte var mulig og ikke til skade for elevens syn. Det har vært den enkleste løsningen, også da det i praksis viser seg å være svært vanskelig for de svaksynte å avholde seg fra å bruke syne, selv om de anvender de blindes hjelpemidler. Det skal ikke mye syn til før de kan se tallene når de skriver med mørk blyant. Det er lettere å lære å regne på den måten, og det går som regel fortere også. At de lærer å regne er jo tross alt hovedsaken, derfor holder mange lærer på blyanten, også når det er fare for at eleven senere mister synet helt (Bruteig, 1969, s. 6 i matematikkdelen).

For å trygge begrepsvaliditet for de diagnostiske variablene, ble alle medisinske termer som vi fant i journalmaterialet først skrevet nøyaktig inn i sin helhet og siden bearbeidet med tanke på å få fram en entydig diagnoseterm for databehandlingen. For eksempel er diagnosebetegnelsen "retrolental fibroplasia" endret til "retinopathy of prematurity" (ROP) i løpet av perioden. I tilfeller der det var tvil om diagnose brukte vi medisinsk og øyemedisinsk kompetanse for å gjøre de endelige kodingene i både **diagnose** og **diagnosegruppe**.

Gruppeverdien ”miscellaneous” i Rosenbergs fire kategorier er, som betegnelsen angir, en blanding av ulike diagnoser, og denne verdien er dermed heller ikke enhetlig i forhold til om det er fremre eller bakre skader som forårsaker synshemmingen. Begrepsvaliditeten ved denne diagnosegruppen vil derfor ikke være god med tanke på å kunne trekke slutninger om samvariasjoner med normert progresjon i matematikkundervisning.

I og med at vi har gjennomgått elevenes journalmateriale for hele grunnskoleperioden, hadde materialet et longitudinelt tilsnitt uten at dette er tatt inn i designet. Eksempelvis har **synsfunksjon** ikke vært en stabil verdi for mange elever. Vi sammenlignet datoer i rapporter om synsfunksjons med pedagogiske rapportene og kodet den synsfunksjonen som syntes mest riktig i forhold til det lesemediet som eleven ble kodet i. Kodingene er dermed basert på flere usikkerhetsfaktorer, noe som gjør variabelen ustabil. For 20 kasus var det uklart om verdien var blind kategori 4 eller 5, og disse ble kodet i en ny verdi som vi kalte ”4 eller 5”. I tillegg var det 15 kasus der det ikke var mulig å kode synsfunksjon.

I 27 kasus var det ikke mulig å kode tidspunkt for **diagnosefastsettelse**. Dette var i hovedsak elever som var født i andre land enn Norge.

#### *Indre validitet*

God indre validitet handler om å kunne stole på slutninger omkring observerte sammenhenger (Kleven, 2011), der hovedpoenget ved valideringsprosessen er å evaluere sannsynligheten for, og hvis mulig utelukke, alternative tolkninger av årsaksforklaringer (Kleven, 2008). I studie 1 vil spørsmål om indre validitet være knyttet til observerte sammenhenger mellom karakteristika og matematikkundervisning, og om det er troverdig at karakteristika kan ha hatt betydning for om elevene har fulgt eller ikke fulgt normert progresjon i matematikkundervisningen.

I og med at **lesemedium** ikke er pålitelig i forhold til hvilken skrifttype elevene hadde brukt i matematikk, kan vi heller ikke benytte variabelverdiene til å trekke slutninger om det er slik at lesemedium har betydning for matematikklæring. Indirekte gir variabelverdiene i lesemedium imidlertid informasjon om forskjeller i synsfunksjon hos elevene, og slik er variabelen interessant sammen med variablene **synsfunksjon** og **alder for diagnosefastsettelse**. Disse tre variablene kan sies å utgjøre tre operasjonaliseringer av elevenes synserfaring.

Allikevel vil en triangulering av disse variablene ikke gi et grunnlag for å hevde at sansemodalitet influerer direkte på matematikklæring (viktigs her er om blindhet influerer negativt på matematikklæring). Dette begrunner jeg med at sansemodalitet bare vil ha en falsk (spuriøs) sammenheng. En betydelig tredjevariabel i dette spørsmålet kan være elevens erfaringsbakgrunn: Gitt at det er viktig for matematikklæring at eleven er sansemotorisk aktiv i en fysisk omverden, og gitt at syn eller lyssans positivt påvirker til egenaktivitet i en fysisk verden. På dette grunnlaget er syn/blindhet ikke direkte faktorer men indirekte faktor for å forklare en sammenheng mellom syn/blindhet og matematikklæring.

Med bakgrunn i forskning om forskjeller mellom en okular og en cerebral synshemming med tanke på læring (Ek, 2000; Erin & Koenig, 1997; Layton & Lock, 2001; Troughton, 1992) kan diagnoser være en forklaringskomponent for sammenheng med normert progresjon i matematikklæring. Det vil imidlertid være vanskelig å trekke sikre slutninger om slike sammenhenger i undersøkelsen, ettersom det mangler informasjon om eventuelle tilleggdiagnoser og hvorvidt eleven var født i forhold til termin eller ikke.

#### *Statistisk validitet*

Statistisk validitet handler om samvariasjoner mellom variabler og om en samvariasjon er triviell eller betydelig (Kleven, 2008). For å undersøke hvor sikkert det er at det er en sammenheng av betydning mellom ”matematikknivå” og variablene ”kjønn”, ”lesemedium”, ”diagnosegruppe”, og ”alder ved diagnosefastsettelse”, brukte vi statistisk signifikans test (Chi-kvadrat testen). Samme statistiske teknikk ble også brukt for å undersøke sammenhengen mellom ”kjønn” og ”lesemedium”, ”diagnosegruppe”, ”alder ved diagnosefastsettelse”, samt ”synsfunksjon”. Statistisk signifikans ble definert til p-verdi  $<0.05$ .

#### *Ytre validitet*

Ytre validitet handler om i hvilken grad resultater kan overføres til andre sammenhenger og situasjoner (Kleven, 2011). Et annet spørsmål er om resultatene kan gjelde for alle i populasjonen, men i og med at vi mener at (så godt som) hele populasjonen av elever som brukte punktskrift i perioden var med i undersøkelsen, diskuterer jeg ikke ytre validitet i dette perspektivet.

I denne undersøkelsen vil det være et spørsmål å stille om resultater fra et retrospektivt materiale er gyldige i dagens og fremtidens kontekster. Vil eksempelvis resultater knyttet til karakteristika ved elevgruppen gjelde for morgendagens elever som bruker punktskrift eller for punktskriftbrukere i andre land? Svaret på spørsmålet ligger i stor grad i øyemedisinens utvikling. Takket være progresjon på dette fagfeltet er det diagnoser (karakteristika) som var hyppige for populasjonen punktskriftelever i perioden 1967 til 2007 men som er en sjelden diagnose blant elever som bruker punktskrift i Norge i dag. Dette gjelder for eksempel barn med medfødt glaucoma, som i Norge og andre ”økonomisk rike” land nå blir behandlet (Gogate & Gilbert, 2007) og kan få et funksjonelt syn for visuell lesing.

I den grad at karakteristika ved elevgruppen blir endret på grunn av at diagnoser vil opptre mindre hyppig eller at diagnoser blir mer vanlig, så vil tendenser i samvariasjoner, slik de har fremkommet i det retrospektive materialet, ikke være gyldig for dagens og morgendagens populasjon av elever som bruker punktskrift i skolen.

De tallmessige resultatene i undersøkelsen har altså liten interesse i spørsmål om gyldighet for andre elever eller situasjoner. Allikevel vil jeg hevde at ytre validitet vil være god dersom et resultat relatert til samvariasjon mellom diagnose og matematikknivå er i samsvar med det vi vet om diagnose og kognitiv funksjon fra annen forskning og fra praksis. Et slikt resultat vil imidlertid bare være gyldig som et grunnlag for å predikere for gruppen av elever med diagnosen og selvsagt ikke for én bestemt elev. Kleven (2011, s. 138) sier det på denne måten: ”Det forhold at enkeltindivider er «unike», er prinsipielt en like stor vanske hvis vi vil overføre resultater fra et kasusstudium til et annet «kasus» som når vi vil overføre resultater fra gruppestudier.”

### ***Styrke og svakheter ved designet***

En retrospektiv studie er egnet til å se utvikling og mønster over lang tid og gir ofte muligheter til å kunne arbeide med et stort datamateriale (Hess, 2004) noe som var ønskelig i denne studien. Designet gjorde det mulig å kartlegge karakteristika ved populasjonen, trender i diagnoser og studere forskjeller med hensyn til om elevene har fulgt normert aldersprogresjon i matematikkundervisningen. Materialet kan sies å være stort i en synspedagogisk sammenheng.

En typisk svakhet ved et datamateriale i en retrospektiv studie er at det kan mangle informasjon som har betydning i studien, ettersom materialet er samlet med tanke på andre formål enn forskning (Hess, 2004). Eksempelvis gikk det ikke fram av journalene om elever som både benyttet visuell og taktil skrift brukte punktskrift i matematikk. Det var dessuten komplisert å knytte synsfunksjon og lesemedium til nøyaktig samsvarende tidspunkt i elevenes skoletid.

Det ville vært en styrke for studien dersom det i tillegg til øyemedisinsk diagnose også hadde vært mulig å kode eventuelle andre diagnoser samt eventuelle avvik fra fødselstermin. Disse opplysningene ville styrket diskusjonen om sammenhenger mellom ulike typer diagnoser og nivå i matematikkundervisning.

Selv om begrepsvaliditeten synes god for variabelen ”følge normert aldersprogresjon i matematikkundervisning”, så er variabelen slik den er operasjonalisert i to verdier et svakt mål for å vise variasjon i matematikkforståelse. Verdien ”følger aldersnivå” sier eksempelvis ikke om eleven har fulgt alderstrinnet i alle tema i faget, eller hvor godt eleven har forstått temaene i forhold til læreplanmålene. De to måleverdiene sier heller ingen ting om undervisningsmetoder eller kvalitet på undervisning. Variabelen gir oss altså et grovt svar på undervisningsnivå, og kan ikke brukes for å trekke sikre slutninger om elevenes forutsetninger for å lære matematikk.

I følge Kleven (2011) er en slik kartleggingsstudie (et ikke-eksperimentelt design) å betrakte som et ”dårlig” design med tanke på å gjøre sikre slutninger om årsakssammenhenger, fordi designet gir lite kontroll med trusler mot indre validitet. Designet kan imidlertid danne utgangspunkt for hypoteser for kausalforhold som kan testes i andre studier (ibid.).

## **Studie 2**

Målsetting med studien var å fremskaffe kunnskap om hvordan elever som bruker punktskrift i opplæringen kan tilegne seg matematiske (geometriske) begreper. Målgruppe for studien var elever på 4. og 5. trinn.

Studien bygger på en oppfatning av at matematikkundervisning handler om å legge til rette for at elever kan oppfatte mønster i en fysisk og en mental verden og lære sammenhenger mellom disse mønstrene og det matematiske språket. Dette krever matematiske kunnskaper

hos læreren, kunnskaper om læringsprosesser og evne til å anvende disse kunnskapene i en didaktisk sammenheng. Det handler også om å gi elevene mulighet til å anvende matematikk (gjøre målinger, gjøre utregninger, lese og skrive med symbolene) mange nok ganger slik at de kan gjøre det med letthet.

### ***Design***

Studien bygger på et undervisningseksperiment som var designet for å observere hvordan elever på 4. og 5. trinn arbeider med geometrioppgaver, og deretter analysere observasjonene (transkriberte videoopptak) med tanke på å tolke elevenes geometriske forståelse.

### ***Data og datainnsamling***

#### *Setting og utvalg*

Datainnsamlingen ble gjort i sammenheng med et fire dagers kurs i geometri for fire elever på 4. og 5. trinn som bruker punktskrift i opplæringen<sup>40</sup>. I de tre første dagene foregikk undervisningen i et klasserom, og på den fjerde dagen var aktivitetene lagt til gymsalen. I klasserommet var fire pulter satt sammen til et rektangulært bord. En målsetting med dette var at elevene fikk være fysisk nær hverandre mens de arbeidet med oppgavene slik at de kunne diskutere og ta del i hverandres løsningsstrategier. De fire elevene som deltok på kurset satt to og to på hver side av langbordet. To videokameraer var plassert mot hverandre på kortsidene av bordet. I gymsalen var det satt opp ett videokamera midt på den ene langveggen og ett kamera på den ene kortveggen. Disse to kameraene ble styrt mot de stedene der elevene var i aktivitet.

Jeg var hovedlærer i geometrikurset sammen med to andre lærere fra Tambartun. En av lærerne fra Tambartun er selv punktskriftbruker. I tillegg deltok elevenes lærere fra lokal skole. De satt litt bak ”sin elev”, men arbeidet også sammen med eleven i noen aktiviteter. Prinsippet med én hovedlærer er at det blir mer oversiktlig for elever med synshemming enn om flere lærere kontinuerlig veksler på å gi informasjon. Alle lærere deltok med innspill i

---

<sup>40</sup> Dette var et elevkurs som ble arrangert på Tambartun kompetansesenter, og det ble sendt invitasjon til elever og deres lærere. I tillegg til geometri hadde kurset et tema på forming. Elever på kurs bor på senteret og det er program og oppfølging gjennom hele døgnet.

diskusjoner og når det var naturlig å oppklare uklarheter som hovedlærer ikke fanget opp der og da. I gymsalen arbeidet elevene individuelt sammen med sin lærer, og dette ble videofilmet av en av lærerne fra Tambartun og meg.

En av de fire elevene som deltok på kurset hadde en autismediagnose. Han deltok ikke i alle timene, og jeg har derfor valgt å analysere de tre andre elevene: ”Axel” (pseudonym) og ”Brent” var 10 år da kurset ble holdt. De er begge blindfødte, men Brent kan oppfatte lys (blind kategori 4). ”Carl” var akkurat fylt 11 år da kurset ble holdt. Carl hadde normalt syn da han ble født, men ble blind (blind kategori 5) i sitt andre leveår. I en studie omkring læring er det viktig å merke seg at elevene er synshemmet av ulike årsaker (Millar, 2008; Warren, 1994): Brent og Carl har diagnoser som blir kategorisert som fremre skader, mens Axel har en diagnose som ikke entydig kan karakteriseres til å tilhøre noen av kategoriene. Axel, Brent og Carl bruker punktskrift som hovedlesemedium i alle fag<sup>41</sup>, og siden braille lesing krever et visst kognitivt nivå (Barraga, 1986; Tobin, Greaney, & Hill, 2003), er dette en enkel indikator for elevenes mentale kapasitet.

#### *”Måleinstrument” og prosedyre*

Læringsmål for undervisningsopplegget var hentet fra læreplanens kompetansemål etter 4. trinn om at ”*eleven skal kunne kjenne att og beskrive trekk ved sirklar, mangekantar, kuler, sylindrar og enkle polyeder*” (KD, 2006b). Å gjenkjenne form er i samsvar med første nivå i van Hiele (1986) sin læringsteori, og det betinger at eleven kan gjøre en spatial strukturering (Battista, 2007). Indikatorer på spatial strukturering er oppmerksomhet relatert til retning, avstand og lokalisering (Millar, 2008). Å ”beskrive trekk ved [...]” er tolket som at eleven skal kunne rette fokus mot egenskaper ved ulike geometriske (spatiale) former. Denne kompetansen tilsvarer en geometriforståelse (et meningsinnhold) slik den er beskrevet på nivå 2 av van Hiele (1986) og som Tall (2012) har benevnt som deskriptivt forståelsesnivå. Battista (2007) relaterer dette nivået til at eleven må kunne resonere på grunnlag av en mental modell av en spatial struktur.

I operasjonalisering av læringsmål ble det laget tolv oppgaver/aktiviteter (vedlegg 2). Aktivitetene er studiens ”måleinstrument”. I disse aktivitetene skulle elevene anvende

---

<sup>41</sup> Funksjonalitet i leseferdighet er ikke vurdert, men siden elevene bruker punktskrift i alle fag, indikerer dette en brukbar lesefunksjon på dette alderstrinnet. Et alternativ ville vært lydbøker (auditiv lesing) som hovedlesemedium i fag som kristendom, religions- og livssynskunnskap, samfunnsfag, engelsk, osv.

”relevante” geometriske begreper i ulike kontekster. Eksempler på slike begreper var kant/linje, parallellitet, hjørne/vinkel, og begrepene ble brukt i sammenheng med både to- og tredimensjonale objekter så vel som små og store objekter. Et eksempel på en aktivitet var å lage en rett linje ved å plassere plastikkspiker på et hullbrett (pegboard), og deretter lage en ny linje som krysset den første linjen.

I planleggingsfasen ble aktivitetene diskutert med erfarne kolleger ved Tambartun (også kolleger med synshemming) med hensyn til å finne egnet (taktilt) materiale og forberede presise verbale forklaringer som elevene kunne forstå og følge uten individuell hjelp. Et pedagogisk prinsipp var å bruke flere typer læringsmateriell og at objektene skulle være laget av ulike materialer. Dette fordi variasjon og mangfold er beskrevet som viktig for at elever med synshemming skal kunne bygge opp en fleksibel begrepsforståelse (Argyropoulos, 2002).

Et annet pedagogisk prinsipp var å bruke materiell som er godt å ta på, som har en viss egenvekt, som er stødig på pulten og som ikke består av mange enkeltdeler. Begrunnelsen for det siste prinsippet ligger i at mange komponenter øker kravet til å kunne holde oversikt, noe som kan redusere mulighet til å holde fokus på selve oppgaven. Med samme begrunnelse var det også en målsetting å unngå materiell og aktiviteter som krever gode manuelle ferdigheter, basert på Brambring (2007) sine resultater fra studier om manuelle ferdigheter hos barn med synshemming. I forkant av studien ble noe materiell og enkelte aktiviteter prøvd ut i en pilotstudie<sup>42</sup> (Klingenberg, 2007).

Aktivitetene var planlagt som en type undervisningsfaser slik van Hiele (1986) har beskrevet dette, og ble introdusert for elevene på følgende måte: Lærer beskrev materialet og forklarte hvordan materialet skulle anvendes i aktivitetene. Et poeng ved denne gjennomgangen var å bruke de begrepene som var satt opp som læringsmål for aktiviteten. Det var så forventet (håpet på) at elevene skulle anvende begrepene når de gjennomførte aktivitetene. Dette var studiens ”prosedyre” og ”måleinstrumentet”.

Målsetting med aktivitetene i gymsalen var at elevene skulle anvende geometribegreper, som de tidligere hadde jobbet med på pulten (”microspace”), til å beskrive store gjenstander i det store rommet (”mesospace”). Begrunnelse for å arbeide med begreper i både ”microspace” og ”mesospace” er hentet både fra litteratur om spatial forståelse hos elever med synshemming (Millar, 1994, 2008) og fra didaktisk forskning med seende elever (Berthelot & Salin, 1998).

---

<sup>42</sup> Dette var en elev som var invitert til kurset, men som ikke hadde mulighet til å reise til Tambartun på det tidspunktet da kurset skulle holdes.



I Artikkel III er det en illustrasjon som viser utsnitt fra gymsalen i tillegg til illustrasjoner av noen av gjenstandene. ”Gymmatter” (ca. 2 cm tykke) dannet en rektangulær ”løype” og ni objekter (gymkasse, sekke-tralle, stativ for lysbildeapparat, garderobebenk, pedalo, tunelltønne, trekantprisme/”takformasjon”, ”firkantet U”, bokstøtte til talerstol) ble plassert tett inntil mattene på innsiden av rektangelet. Elevene gikk løypa i klokkeretning og en liten åpning mellom to matter var et signal om at det der var plassert en gjenstand på høyre side. I denne aktiviteten samarbeidet elev og lærer. I instruksjonen ble det sagt at eleven skulle være en ”matematiker” som skulle undersøke og beskrive forskjellige gjenstander. Det var forventet at ”matematikeren” skulle bruke geometriske ord som sekretæren skulle skrive ned (læreren). Utover den innledende instruksjonen om at de skulle undersøke og beskrive ble det ikke gitt andre føringer.

#### *Bearbeiding av datamaterialet*

Utgangspunkt for data var videoopptak av elevene i arbeid med geometriaktivitetene. Til sammen ble 5,5 timer med undervisning i klasserom og gymsal filmet med to videokameraer (11 timer video opptak). Videoopptakene ble overført til PC og studert i Windows Movie Maker for transkribering til tekstformat. I tillegg har studien data fra et videofilmet intervju med lærerne, lærernes notater fra klasserom og gymsal, elevenes logg fra to dager samt mine egne loggføringer fra kurset og analyseprosessen.

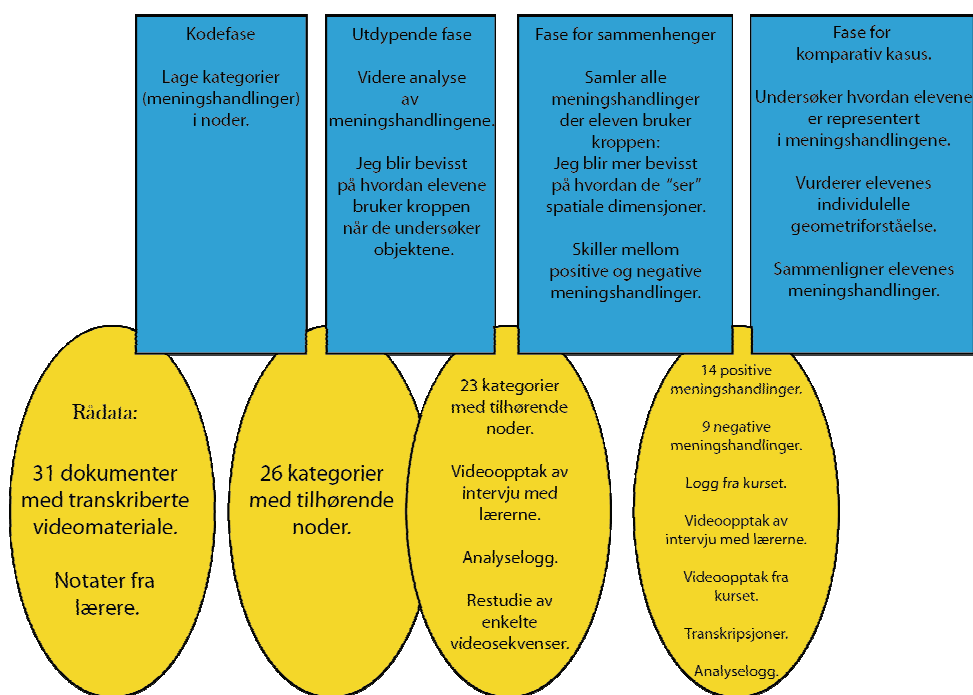
Det ligger som en forutsetning i undervisning med blinde elever at elevene ”ser med hendene”. Å bruke hendene er vurdert som en positiv måte å lære på. Det var derfor et viktig poeng i databearbeidingen å beskrive elevenes håndbevegelser nøyaktig tilpasset til verbale uttrykk. For å få fram en synkronisering mellom det manuelle og det verbale (samtalet) med tanke på å tolke meningsinnhold basert på begge ”uttrykksformer”, ble transkriberingene skrevet i et kolonneformat som vist i Figur 6. Dette ble gjort eksplisitt for hver av de tre elevene i alle undervisningssekvenser. Til sammen ble videomaterialet transkribert til 31 dokumenter.

Min.	Samtale	Manuelle bevegelser
170	B: de er ikke parallelle.	Fører tommel og pekefinger opp og ned mellom rørene mange ganger.
	LB: vis meg hvor den bredeste åpningen er mellom de to.	Tar tak i siderørene (rørbeina) og drar opp og ned mange ganger mellom toppen og ned til dit hvor tverrstaget er festet.
	B: nederst der.	Fører v hånd ned mot den nedre plata (mellom tverrstaget og den nedre plata). (I rommet)
	LB: ja ha. Jeg trodde vi snakket om de to øverste jeg.	Legger v hånd på topplata. Holder med h hånd på rørbeina.
	B: dem ja.	Legger h hånd med fingertuppene mot røret under plata og håndbaken mot tverrstaget.
	Men de er ikke parallelle de.	Fører h pekefinger opp og ned mellom rørene, mange ganger.
	LB: men pek på der avstanden mellom de er størst.	
	Der?	Fører h hånd flere ganger i rommet mellom rørbeina (horisontal bevegelse)
	Den er større der enn?	
	B: enn ...	
	LB: hvor er det at det er smalere da?	

*Figur 6. Utdrag fra transkribering. Venstre kolonne angir at dette segmentet er hentet fra det 170. opptaksminuttet tilhørende aktiviteten. Kolonnen i midten er samtale mellom elev (B) og elevens lærer (LB). Kolonnen til høyre er beskrivelse av hvordan eleven bruker hendene i arbeidet. Utdraget er hentet fra "Gymsal Lysbildestativ.doc" side 6.*

### **Analyse**

Det er utfordrende å redegjøre for en analyse av kvalitative data, og en lineær framstilling kan ikke gjengi dynamikken i de parallelle prosessene med transkribering, lesing av teori, og refleksjoner: Forskeren "vandrer" fram og tilbake mellom dataene (beskrivelsen er hentet fra Mertens, 2005). Gjennom hele analyseprosessen har jeg fulgt Richards (2005) råd om å skrive memo i tilknytning til analysene, og å loggføre alle bevisste valg med tanke på å gjøre valgene så distinkte som mulig. På grunnlag av loggføringer og memo er det også i en viss grad mulig å komprimere og presentere analyseprosessene som fire faser (Figur 7).



Figur 7. Modell over fasene i analyseprosessen. Teksten i de fire rektangulære rammene beskriver hovedfokus for hver enkelt fase. Ovalene viser hva slags datamateriale det ble jobbet med i den enkelte fasen. Skissen skal leses fra venstre mot høyre. De ulike fasene blir kommentert i teksten i den angitte rekkefølgen.

#### Kodefase: Reduksjon av datamaterialet

I kodefasen ble transkripsjonene omhyggelig lest med tanke på å registrere alle verbale - og kroppslige "handlinger" som kunne settes i sammenheng med elevenes håndtering av geometrioppgavene. Før selve analysen hadde jeg notert mulige kategorier på bakgrunn av teorilesing og fra ideer jeg fikk allerede da videoene ble transkribert. De fleste kategoriene ble imidlertid skapt underveis i kodefasen. I en "open coding" teknikk (Corbin & Strauss, 2008) ble tekstsegmenter i rådatamaterialet kodet og gitt en kort innholdsbeskrivelse/betegnelse. Corbin og Strauss (2008) hevder at det å betegne kategorier bringer fram et språk for å snakke om data på, i tillegg til at kategoriseringen reduserer dataomfanget. I denne fasen var det viktig ikke å være restriktiv, og derfor kodet jeg også handlinger som tilsynelatende ikke hadde et matematisk meningsinnhold. Dette var handlinger/reaksjoner som jeg kjente igjen fra praksis.

Kategoriene som ble kodet omhandlet både observasjoner av kroppsstillinger i aktiviteten (eksempel: ”Arbeider sidelengs”) like så vel som handlinger som jeg kunne observere og som jeg tilla en bestemt matematisk hensikt (eksempel: ”Eleven har fokus på deler som utgjør en helhet”). Siden det ikke er et klart skille mellom handlinger som eksempelvis kroppsstillinger og handlinger som var utført på grunn av en mer bevisst hensikt/mening, har jeg valgt å betegne alle typer kategorier som ”meningshandlinger”. Termen meningshandling er en måte å oppføre seg på i undervisning som kan observeres og beskrives, og som er forstått som elevens reaksjon på undervisningsaktiviteten.

Ved hjelp av analyseprogrammet NVivo 7, samlet jeg tekstsegmenter som omhandlet en og samme type meningshandling i en ”node”. Termen node refererer til hvordan softwaren lagrer data som tilhører en kategori (Richards, 2005), og ved å hente fram en node i NVivo kunne jeg lese alle tekstsegmenter i én kategori uavhengig av det opprinnelige datamaterialet. Hver gang en ny type meningshandling ble kodet, ble tidligere leste transkripsjoner gjennomgått på nytt med tanke på om det var tekstsegmenter i disse dokumentene som hørte til i den nye kategorien og som derfor skulle knyttes til noden for denne meningshandlingen.

Totalt ble det kodet 26 ulike meningshandlinger (med tilhørende noder) (Tabell 2) som kategoriserer ”geometrilæring” i en veldig vid forståelsesramme. Disse meningshandlingene var uavhengige både av elev og matematikkoppgave, og antall tekstsegmenter i nodene varierte fra 5 og til 72.

*Tabell 2. Liste som viser 26 typer meningshandling slik de ble kodet i første fase av analysen.*

<b>Meningshandling (utfyllende beskrivelse i parentes)</b>
Aktivitet med det karakteristiske (Når eleven undersøker et objekt, så gjør han noe med kroppen som synes å være en måte å fokusere det karakteristiske ved formen)
Arbeider sidelengs (kroppens stilling synes unaturlig for å utføre oppgaven)
Eleven angir retning (eleven beskriver objektet ved å bruke ord som: ”nedover her”)
Eleven bruker geometriske begreper
Eleven bruker kroppen / kroppsdelene for å undersøke objektet
Eleven bruker kroppens symmetri (eksempelvis brukes hendene parallelt)
Eleven gjør målinger og sammenligninger
Eleven har fokus på deler som utgjør en helhet (eksempelvis i aktiviteter med puslespill)
Eleven har fokus på andre aspekter ved objektet enn det geometriske (eks: eleven fokuserer på en spesifikk plastikkplugg midt i krysset, mens lærer snakker om krysset som helhet)
Eleven har fokus på funksjon og materialkvaliteter
Eleven lager seg et referansepunkt

Eleven roter med geometriske begreper

Fokus mot det tomme rommet (eksempel: eleven oppfatter at fire rør danner en firkantet form)

Fokus mot omkrets og kanter

\*Formell definisjon (eleven snakker om en form og bruker en type formell definisjon av formen)

Ikke felles fokus (I samtalen mellom elev og lærer er det indikasjoner på at de snakker om to forskjellige ting)

Indikasjon på visuell forestilling (Eleven sier noe som indikerer at han kan se det for seg)

Kognitiv konflikt (Eleven sier noe som han siden endrer. Endringen synes å være et resultat av en ny måte å tenke på)

\*Mikro og makro (eleven karakteriserer formen på store objekter)

Objektets form og virkelige eksempler (Eleven er kjent med obj. form og gir eksempler fra dagliglivet)

Ord og handling samsvarer ikke

Planløs aktivitet (aktiviteten synes ikke relevant for oppgaven)

\*Prosess (eleven karakteriserer en form ved å beskrive hvordan formen er blitt slik)

Variert undersøkelse (Eleven undersøker objektet med ulike innfallsvinkler)

Verbale assosiasjoner og lyd (eleven har en verbal assosiasjon, eller lager en lyd som ikke synes relevant i en geometrisk kontekst)

Vanskelig å kjenne nøyaktig form (Eleven kjenner ikke formen eller kjenner ikke igjen formen. I en periode var dette kategorisert som misoppfatning)

---

\* Meningshandlingen ble tatt vekk fra videre analyser i utdypende fase.

### *Utdypende fase*

I utdypende fase gjennomgikk jeg nodene til hver enkelt meningshandling med utgangspunkt i ni spørsmål<sup>43</sup>:

- Er det forskjeller mellom tekstsegmentene innad i noden/meningshandlingen?
- Er det tekstsegmenter som ikke hører til i meningshandlingen?
- Er det tekstsegmenter som bør kodes i en annen (ny) meningshandling?
- Er det noe ved meningshandlingen som er overraskende?
- Hva har jeg lært om denne meningshandlingen?
- Hvorfor mener jeg at meningshandlingen er interessant?
- Hvilken teori kan forklare meningshandlingen?
- Hva arbeidet jeg med på det tidspunktet da meningshandlingen ble beskrevet første gang<sup>44</sup>?
- Hva er meningshandlingen "en sort av"?

Målsetting med denne gjennomgangen var å utdype hver enkelt meningshandling, reflektere omkring ulike aspekter ved det samme fenomenet, og få fram ulike egenskaper og dimensjoner ved kategorien (Figur 8).

---

<sup>43</sup> Idé til spørsmålene er hentet fra kapittel 4 "Up from the data" hos Richards (2005).

<sup>44</sup> Dette kunne besvares fordi NVivo7 viser dato for første registrering av noden og datoen kunne så sammenholdes med prosjektloggen.

Tekstsegmenter fra noden "Eleven har fokus på deler som utgjør en helhet"	Min tolkning av hva tekstsegmentene indikerer
Legger handa flatt oppå linjene. H hånd kommer inntil. Han kjenner raskt både på linjene og på flata mellom linjene ved at han drar med flat hånd fra den horisontale linja og i en bue ned mot den skrå linja	Skaffer seg oversikt ved å sveipe over
L: Greide du å sortere alle vinklene? C: Ja, bare at nå er det en blanding, for jeg lager en svane	Setter sammen deler til en ny figur som ikke er en prototype. Forestiller seg omriss av en tredimensjonal gjenstand.
Skyver de to halvsirkelen mot hverandre slik at de blir en sirkel Holder sirkelen sammen og kontrollerer omkretsen ved sammenføyningene	Setter sammen deler til en geometrisk figur

*Figur 8. Tre eksempler på tolking av egenskaper ved meningshandlingen "Eleven har fokus på deler som utgjør en helhet"*

Utdypingen førte til at jeg valgte å ta vekk tre meningshandlinger fra videre analyser. Dette var "Formell definisjon" som ble tatt vekk fordi jeg ikke kunne finne en sammenheng mellom tekstsegmentene i noden; "Prosess" som ble sløyfet fordi jeg ikke kunne se hvordan denne meningshandlingen kunne brukes videre; "Mikro og makro"<sup>45</sup> som ble lagt bort fordi alle tekstsegmentene i denne meningshandlingen også var å finne i "Visuelle forestillinger". Visuelle forestillinger ble beholdt fordi denne hadde flere tekstsegmenter i noden.

De to meningshandlingene "Eleven angir retning" og "Eleven lager seg et referansepunkt", hadde også mange fellestrekk. Dette var to kategorier som ble studert nøye, fordi både "retning" og "referansepunkt" er spatiale fenomener og dermed viktig for geometrilæring. Forskjellen mellom meningshandlingene lå i at tekstutdragene i den første kategorien i stor grad viste til verbal kommunikasjon, mens tekstutdragene i den andre i større grad omhandlet at eleven brukte kroppen i en slags interaksjon med de fysiske omgivelsene.

#### *Fase for å søke etter sammenhenger mellom kategoriene*

I denne fasen studerte jeg fellestrekk mellom meningshandlingene. En gjennomgang av kategoriene med tanke på tekstsegmenter som beskriver kroppsbevegelser, ga flere eksempler på at elevene brukte kroppen som for å understøtte/undersøke karakteristiske trekk ved objekter. Mange av eksemplene var dessuten beskrivelser av at elevene brukte kroppen til å

<sup>45</sup> Mikro og makro er et eksempel på en kategori jeg hadde notert i sammenheng med lesing av teori.

gjøre målinger eller å sammenligne dimensjoner ved objekter mot kroppsdelene. Dette har jeg karakterisert som en måte å ”se” spatiale dimensjoner ved objekter på.

Et annet innspill til gruppering kom fra lærerne som i intervjuet (videoopptak) snakket om at det var store språklige - og manuelle ferdighetsforskjeller mellom elevene. De var opptatt av betydningen av disse forskjellene og snakket om *positive* og *negative* måter som elevene brukte hendene på og tilsvarende vurdering av det språklige. På dette grunnlaget ble kategoriene vurdert i forhold til de oppsatte læringsmålene og karakterisert som enten positiv for å lære geometri (Tabell 3) eller som såkalt negativ for å lære geometri på dette alderstrinnet (Tabell 4).

*Tabell 3. Liste som viser 14 typer av meningshandling som er karakterisert som positiv for geometrilæring.*

<b>Positive meningshandlinger</b>	<b>Tolkning av ”met-befores”</b>
Aktivitet med det karakteristiske	Eleven har oppdaget at objekter har en form som har visse geometriske egenskaper.
Eleven angir retning	Eleven har kunnskap om en spatial egenskap. Det betyr at han har gjort en spatial strukturering av situasjonen / objektet.
E bruker geometriske begreper	Eleven har lært geometriske begreper/ navn på geometriske figurer.
E bruker kroppen for å undersøke	Eleven må ha en forestilling om at den fysiske verden er der. Eleven søker seg mot denne verdenen.
Eleven bruker kroppens symmetri	Teorier (Millar, 2008; Tall, 2012) sier at dette er en kroppslig opplevelse som vi bygger på det å forstå spatiale sammenhenger.
E gjør målinger og sammenligninger	Teorien beskriver at å gjøre en måling betinger at eleven har gjort en spatial strukturering (Battista, 2007).
E har fokus på deler som utgjør en helhet	Teoriene beskriver dette som et utviklingstrinn i taktil/haptisk persepsjon (Barraga, 1986).
Eleven lager seg et referansepunkt	Teorien beskriver at eleven forstår at noe er i spatial relasjon til noe annet (Millar, 2008).
Fokus mot det tomme rommet	Kopi fra analyse loggen: ”Her er det noe om viktigheten av hvordan lærer initierer elevens fokus. I tillegg er det noe om helhet mellom linje og flater. Kanskje er det slik at taktilt så vil ikke dette kunne være to ting på en gang men at det er en mental forestilling?”
Fokus mot omkrets og kanter	Teorien (Hatwell, et al., 2003) beskriver at dette er et stadium i taktil/haptisk persepsjon som er nødvendig for å forstå hva form er for noe.
Indikasjon på visuell forestilling	Eleven kan lage seg et mentalt bilde som inneholder spatiale relasjoner mellom enhetene i situasjonen.
Kognitiv konflikt	Eleven opplever at sine met-befores ikke passer i situasjonen, og kan begynne å bearbeide tidligere erfaringer.
Objektets form og virkelige eksempler	Eleven har kunnskap om form som han kan bruke til å snakke om store objekter i omgivelsene.
Variert undersøkelse	Teorien (Hatwell, et al., 2003) sier at dette er en positiv indikator for å forstå spatiale egenskaper ved objekter.

Tilføyelse: Høyre kolonne viser eksempler på met-befores som kan ligge til grunn for den enkelte meningshandlingen.

Tabell 4. Liste som viser 9 meningshandlinger som er karakterisert som ikke-positiv for geometrilæring på alderstrinnet.

Meningshandlinger som ikke er positive for geometrilæring på dette klassetrinnet	Utfyllende vurdering
Arbeider sidelengs	Kroppens stilling synes unaturlig for å utføre oppgaven. Tekstsegmentene viser noe om lite aktivitet eller interesse for å utføre oppgaven. Det er ikke entydig lett å avgjøre hvilken betydning dette har for geometrilæring. I noen tilfeller viser videoen at eleven blir hemmet i aktiviteten på grunn av manglende smidighet i kroppen.
Eleven har fokus på andre aspekter ved objektet enn det geometriske.	Tekstsegmentene viser at eleven legger vekt på noe som læreren overser. Det er gjerne små detaljer. Det er flere eksempler der eleven forstår ord bokstavelig: eks at "kryss" relateres til akkurat det taktile punktet som er selve krysningspunktet, og ikke til formen kryss.
Eleven har fokus på funksjon og materialkvaliteter	Med funksjon menes hva gjenstanden er ment til å kunne brukes til og hva slags materiale den er laget av. I følge teorien (Hatwell, et al., 2003) kan dette sies å være et naturlig før-geometrisk nivå i taktil/haptisk persepsjon.
Eleven roter med geometriske begreper.	Eleven kjenner ikke formen eller kjenner ikke igjen formen, eller har ikke ord for å beskrive formen. Sier: Sånn og denne. Det er vanskelig å forstå hva eleven mener.
Ikke felles fokus	I samtalen mellom eleven og lærer er det indikasjoner på at de snakker om to forskjellige fenomener. Dette er godt kjent i undervisning med elever med synshemming.
Ord og handling samsvarer ikke	Eleven kan bruke riktige geometrisk termer (sier: "i et kvadrat er alle sidene like lange"), men bruker en rettvinklet trekant til å vise på.
Planløs aktivitet	Aktiviteten synes ikke relevant for oppgaven. Et eksempel er at eleven vifter med objektet. Det kan stilles spørsmål til om noe av problemet skyldes manglende manuelle ferdigheter for oppgaven.
Verbale assosiasjoner og lyd	Eleven har en verbal assosiasjon, eller lager en lyd som ikke synes relevant i en geometrisk kontekst. Eksempel: Det blir gitt eksempel på jernbaneskinner i samtale om parallelitet. Eleven lager da "toglyder".
Vanskelig å kjenne nøyaktig form.	Eleven klarer ikke å avgjøre taktilt hvilken form det er.

Tilføyelse: I høyre kolonne er det gjort en mer utfyllende vurdering av hvorfor meningshandlingene er vurdert som negative for læring.

#### *Fase for analyse av komparative kasus*

Det neste spørsmålet jeg ønsket å undersøke var på hvilken måte de positive og de ikke-positive meningshandlingene var relatert til de tre elevene og om det var et mønster i dette. NVivo7 gjorde det mulig å linke noder og elever, og slik kunne jeg undersøke hvilke elever som var representert i de ulike meningshandlingene. I tillegg fikk jeg fram en oversikt over hvor mange tekstsegmenter hver av elevene var representert med i den enkelte meningshandlingen. Dette viste at Carl nesten bare var representert i positive meningshandlinger og at Axel var mest representert i ikke-positive meningshandlinger (Figur 9).



	Axel	Brent	Carl
E bruker geometriske begreper	14 64	25 64	25 64
Målinger og sammenligninger	4 60	22 60	34 60
Indikasjon på visuell forestilling	2 45	13 45	30 45
E roter med geometriske begreper	30 35	4 35	1 35
Verbale assosiasjoner og lyd	27 33	6 33	0
Ikke felles fokus	24 29	4 29	1 29
Eleven angir retning	0	9 22	13 22
E bruker kroppen for å undersøke	3 19	9 19	7 19
Fokus mot omkrets og kanter	0	6 18	12 18
Planløs aktivitet	15 15	0	0
Form og virkelige eksempler	2 15	7 15	6 15
Deler som utgjør en helhet	0	1 14	13 14
Aktivitet med det karakteristiske	1 13	6 13	6 13
Funksjon og materialkvaliteter	5 13	5 13	3 13
E bruker kroppens symmetri	1 12	3 12	8 12
Kognitiv konflikt	0	10 12	2 12
E lager seg et referansepunkt	1 11	2 11	8 11
Fokus mot det tomme rommet	0	10 11	1 11
Variert undersøkelse	0	7 11	4 11
Fokus på ikke-visuelle aspekter	6 9	2 9	1 9
Ord og handling stemmer ikke	8 8	0	0
Arbeider sidelengs	4 8	4 8	0
Vanskelig å kjenne nøyaktig form	6 6	0	0

Figur 9. Skisse av fordeling av positive og negative meningshandlinger mellom elevene. Elevene er skissert i rekkefølgen Axel, Brent og Carl. Blå felt er positive meningshandlinger og røde felt er her betegnet som negative. Den meningshandlingen som har flest tekstsegmenter er plassert øverst (totalt 64 tekstsegmenter). Telleren i brøktuttrykket i hver celle viser hvor mange tekstsegmenter eleven er representert med i den aktuelle meningshandlingen. Nevneren angir hvor mange tekstsegmenter kategorien totalt omfatter. Størrelse på det skraverte feltet i hver celle samsvarer med elevens andel av det totale materialet i noden.

For å tolke hva det kunne bety at elevene var fordelt ulikt mellom positive og negative meningshandlinger, ønsket jeg å vite mer om elevenes individuelle forståelse sett i relasjon til teori om nivåer for geometriforståelse<sup>46</sup>. Ved å studere videoopptakene på nytt kunne jeg se at Brent og Carl hadde fokus på omkrets ved former og at de anvendte mange geometriske begreper (spatiale begreper) da de undersøkte store gjenstander. I følge teori om spatial

<sup>46</sup> Dette var en overflattisk vurdering av elevenes forståelse. Jeg er kjent med kritikken som er rettet mot at nivåene blir brukt som kriterier for vurdering, blant annet fordi elever ofte vil vise forståelse som kan knyttes til flere nivåer (Battista, 2007).

forståelse (Battista, 2007; Tall, 2012; van Hiele, 1986) er disse handlingene indikatorer på en geometrisk strukturering av objekter (deskriptivt nivå). Axel gjenkjente og kunne navngi noen små, to- og tredimensjonale former (en geometrisk brikke er tredimensjonal i taktil-haptisk modus). Han hadde lite fokus på omkrets ved objekter, og han greide ikke å kjenne igjen former på store gjenstander (bortsett fra at han sa at toppen av gymkassen var rektangulær). Axel hadde mye fokus på funksjon og materialkvalitet ved objekter. Samlet sett ble dette vurdert til det som Battista (2007) beskriver som i hovedsak å tilhøre et pre-nivå ("pre-recognition") av geometriforståelse.

Den individuelle vurderingen og bildet som tegnet seg da jeg knyttet elevene til positive/ikke-positive meningshandlinger, førte til et endret fokus for studien. Det nye fokuset var å presentere resultatene som to ulike nivåer av tenkning i geometrilæring (Artikkel III og IV). Det ene kaset med to elever var knyttet til deskriptivt nivå av geometriforståelse (Artikkel III) og den andre kases beskrivelsen var i hovedsak relatert til pre-gjenkjenningnivå (Artikkel IV). Hver for seg er innholdet i disse presentasjonene kommet fram som et resultat av å sammenligne hva som er forskjellig og likt mellom de to kases beskrivelsene.

### ***Reliabilitet og validitet***

Jeg har brukt samme validitetssystem for begge studier, men i studie 2 vil statistisk validitet bare bli omtalt i sammenheng med metoder for å avgjøre om en årsakstolkning er triviell eller betydelig. I studie 2 med kvalitative data, er det slutninger i analyseprosessen som er drøftet i forhold til validitetstypene.

### ***Reliabilitet***

Spørsmål om reliabilitet i studien er i stor grad knyttet til nøyaktighet i prosessen med å overføre videoopptak til et skriftlig datamateriale (rådata i Figur 7). For å opprettholde entusiasme og nøyaktighet i transkriberingen, ble arbeidet alternert med andre gjøremål, - som for eksempel teorilesing. For det andre ble videosekvensene først transkribert ikke-kronologisk, slik at eksempelvis opptakssekvensen fra det 15. til det 16. minuttet i en aktivitet kunne bli transkribert før sekvensen mellom 3. – 4.minutt. Et slikt oppsplittet fokus var til hjelp for å observere små detaljer ved situasjonene som lett kunne blitt oversett hvis videoopptakene hadde blitt transkribert i en mer meningsbærende (kronologisk) sammenheng.

For å beskrive manuelle handlinger koordinert til verbale ytringer, måtte jeg studere de samme videoscenene mange ganger og fra begge videoperspektiver. Dette vil jeg hevde er en styrke for nøyaktighet i transkripsjonene totalt sett. Både enkeltord og ytringer i de første transkriberingene ble endret i løpet av andre og tredje gjennomarbeiding.

Reliabilitetsspørsmålet knytter seg også til nøyaktighet i datagrunnlaget i hver enkelt node. Når jeg, i kodefasen, valgte å gjennomgå tidligere leste transkripsjoner hver gang en ny meningshandling ble kreert, så var ikke dette begrunnet i å ha et "riktig antall" tekstsegmenter knyttet til denne nye meningshandlingen. Det var begrunnet i en målsetting om å unngå tilfeldige feil i analysen fordi datagrunnlaget i noden var mangelfullt. Richards (2005, s. 136) uttrykker faren for tilfeldige feil slik: "Many of the pictures you draw will be unclear; you lack the data or the depth to show them in focus".

Beskrivelser av manuelt arbeid var reelle observasjoner fra mitt ståsted som synspedagog og matematikklærer. Andre forskere, med eksempelvis et bedre kunnskapsgrunnlag i motorikk, ville kunne observere andre aspekter ved de samme videobildene. Dette er en påminnelse om at transkriberte data ikke er en direkte oversettelse av de situasjonene som var videofilmet (Lester, 2005; Mertens, 2005; Richards, 2005). Kleven (2008) anbefaler forskeren i denne sammenheng å stille seg følgende to spørsmål: I hvilken grad kunne jeg ha kodet de samme meningshandlingene på et annet tidspunkt?, og i hvilken grad kunne en annen forsker, med samme teoretiske posisjon og på samme tidspunkt, ha kodet de samme meningshandlingene og gjort de samme slutningene. For å etterprøve konsistens i kodingene over tid, har jeg kodet på nytt en ren versjon av tre transkriberte aktiviteter. Dette resulterte ikke i nye meningshandlinger. For å bringe inn et så bredt perspektiv som mulig i observasjonene, har jeg både brukt lærernes skriftlige notater og videointervju, samt at jeg har lest teori om matematikklæring parallelt med hele analyseprosessen.

Uavhengig av disse tiltakene ligger svaret på de to reliabilitetsspørsmålene i de erfaringene som er gjort i analyseprosessen: Noen kodinger ble gjort ved andre - eller tredje gjennomlesing, fordi jeg ikke hadde festet meg ved handlingen og/eller utsagnet da jeg leste transkripsjonen første gang. Jeg mener altså at jeg på et annet tidspunkt eller at en annen forsker kunne ha kodet andre meningshandlinger selv om jeg ikke gjorde det i kontrollkodingen. Samtidig ser jeg at Richards (2005) hevder at det vil ligge en metningsgrad ("saturation") i et grundig behandlet datamateriale, som et uttrykk for at kodingene dekker bredden av kategorier i undersøkelsen.

### *Begrepsvaliditet*

Begrepsvaliditet er alltid viktig når vi gjør slutninger fra observasjoner til abstrakte begreper, uavhengig av om det er kvantitative eller kvalitative data (Kleven, 2008). I denne studien er det naturlig å granske begrepsvaliditet i forhold til sentrale slutninger som ble gjort i de ulike analysefasene.

I **kodfasen** handler begrepsvaliditet i stor grad om slutninger som ble gjort fra det jeg observerte og til det jeg beskriver at jeg observerte. For å validere disse slutningene, altså sammenhengen mellom data og kategorier (Kleven, 2008), ble de kontinuerlig lagt fram og diskutert med mine to veiledere Per Frostad og Ingvill Merete Stedøy-Johansen.

I **fase for sammenhenger mellom kategorier** trakk jeg slutninger om at elevene brukte kroppen både til å understøtte karakteristiske trekk ved (geometriske) former og for å oppfatte ("se") lengde- og arealdimensjoner ved objektene. Slutningene kunne relateres blant annet til meningshandlingen "Eleven gjør sammenligninger og målinger" som hadde 60 tekstsegmenter i noden. Jeg opplever derfor at slutningen er godt representert med indikatorer, og at det store antallet styrker troverdigheten til slutningen. Det er teorier om geometritenkning tilsvarende nivå 1 og 2 (Battista, 2007; van Hiele, 1986) og teorier om taktil-haptisk persepsjon (Barraga, 1986; Hatwell, et al., 2003; Millar, 2008) som er valideringsgrunnlag for å bestemme at noen meningshandlinger er positive for geometrilæring (Tabell 3, plassert i metodekapittelet). Grunnlaget for å karakterisere meningshandlinger som ikke positiv for geometrilæring (Tabell 4, plassert i metodekapittelet) er teorier om utvikling av taktil-haptisk persepsjon (Hatwell, et al., 2003) som passer inn i beskrivelser av forståelse for nivå 1 ("pre-recognition level" [Battista, 2007; Clements & Battista, 1992]). I tillegg har jeg stolt på praksiserfaringer i denne vurderingen.

Et relevant spørsmål er om de negative meningshandlingene er en type systematiske målefeil, slik Kleven (2011, s. 88-100) diskuterer hvordan operasjonaliseringen kan få med seg noe som egentlig er irrelevant for begrepet som skal måles. Jeg ser tre argumenter for at meningshandlingene ikke gir et skjevt bilde av "geometrilæring og elever som er blinde". 1) Siden det ikke finnes spesifikke teorier for hvordan barn med synshemming lærer å tenke matematisk, mener jeg at det er viktig å være åpen også for "ukjente" handlingsmønstre. Dessuten omtalte elevenes lærere handlingene som negativ med tanke på nettopp geometrilæring. 2) Det andre argumentet er at meningshandlingene ble kodet fordi jeg kjente dem igjen fra praksis. På denne måten kan forskerens synspedagogiske erfaringsbakgrunn

komme til uttrykk i et samspill med etablerte teorier om geometrilæring. I undersøkelsen er disse negative meningshandlingene derfor relevante med tanke på å studere det som kan være symptomatisk i geometrilæring for mange elever som er blinde. 3) Det tredje argumentet er knyttet til at noen av disse meningshandlingene kan forstås i lys av at handlingene kommer som et resultat av en tidlig eller umoden geometriforståelse. Et nivå som Battista (2007) kaller ”pre-recognition level”.

**Komparativ fase.** Det er reist kritikk mot å bruke van Hiele’s nivåer for geometrilæring som kriterium for å vurdere forståelse. Kritikerne peker først og fremst på at elever vil vise forståelse som kan knyttes til flere nivåer avhengig av de oppgavene som elevene arbeider med, og at det derfor er uriktig å plassere dem på ett spesifikt nivå (Battista, 2007; Clements & Battista, 1992). Et argument for at jeg i denne sammenhengen kan forsvare å gjøre en slik vurdering, er at vurderingen bygget på et bredt spekter av oppgavetyper, ulike materialer og ikke minst at aktivitetene var relatert til både små objekter på pulten og til store objekter i gymsalen.

For å etterprøve slutningen om at Axel ikke eller i liten grad oppfatter formen på store objekter, har jeg ved hjelp av søkefunksjonen i Word søkt i alle ”Axel transkripsjoner” etter spatiale termer. Det ble søkt etter spatiale termer som de to andre elevene brukte i meningshandlingen ”Eleven angir retning”<sup>47</sup>. Søket viste at Axel brukte ”høyre” og ”venstre” og i tillegg var det et eksempel der han sa ”opp her”. Utover disse eksemplene brukte ikke Axel de registrerte spatiale termene.

Jeg har også etterprøvd spørsmålet om evne til å gjøre en spatial strukturering med utgangspunkt i en forståelse av at det vil være en sammenheng mellom det å forstå at et stort objekt har en spatial struktur og det å mentalt kunne forestille seg at et objekt har en form. Her har jeg brukt meningshandlingen ”Indikasjon på visuell forestilling”. I tekstsegmentene til denne meningshandlingen merket jeg meg ordet *hvis*, som jeg betrakter som et ord vi gjerne bruker når vi forestiller oss noe. Dette ordet har jeg søkt på i transkripsjonene til alle tre elever med følgende resultat: Carl brukte *hvis* 21 ganger, Brent 9 ganger og Axel 2 ganger. Eksemplene nedenfor viser at Axel ikke brukte ordet *hvis* for å uttrykke noe av spatial

---

<sup>47</sup> Fra meningshandlingen ”Eleven angir retning” er det notert følgende spatiale beskrivelser: På tvers, rett over, rett fram, rett bortover, rett opp, til venstre for midten, ovafor midten, riktig vei, på skrå, skrå til venstre, 45 grader til venstre, vannrett og loddrett, flatstanga, svinge den veien, øverst, oppover, går nedover, når vi kommer nedover her så stuper den ned igjen, henger rett ned, er rett bak deg.

karakter. Dette var i kontrast til Brent og Carl. Nedenfor er det gjengitt noen eksempler der elevene bruker ordet *hvis*:

Carl:

- Hvis man ikke lager streken dobbel da, for da blir den jo på midten.
- Ja, hvis de blir veldig skrå da blir de diagonale. Krysset er på en måte riktig vei.
- Også hvis jeg hadde vridd x'n, det går ikke an da, men hvis jeg hadde vridd den slik at én strek kom vannrett og en loddrett, det hadde ikke gått for den ene er skrå, lite grann til venstre.
- Hvis vi hadde fjernet plata bak, så hadde det sett ut som en A.

Brent:

- Så hvis jeg går enda lenger bortover så kommer jeg til fire nye nittigradera.
- Ja, men hvis det hadde vært spisse vinkler
- Nei, men hvis vi stiller dem inn, da blir de parallelle.

Axel:

- Hvis jeg hadde fått den til å gå kjempefort rundt. Hadde den lettet da?
- Har dere Tryggve<sup>48</sup>. Hvis dere har det så vil jeg bruke den stemmen.

### *Indre validitet*

Kunnskap om årsaksforhold er av stor betydning i undervisning, men det er mange usikkerheter forbundet med årsakskonklusjoner i pedagogisk forskning (Kleven, 2011). For å komme usikkerhetene i møte er det i følge Kleven (2008) viktig å evaluere alternative tolkninger før resultatene presenteres i form av kausale forklaringer. I studie 2 handler indre validitet om gyldighet ved de slutningene som er gjort omkring meningshandling: fra observerte handlinger i geometrioppgavene til årsaksforklaringer av geometriforståelse.

Det som er spesielt med årsakstolkninger i studie 2 er at jeg ikke tar stilling til retning mellom variablene (handling versus forståelse) når jeg tillegger at handlinger er et uttrykk for en forståelse. Jeg mener *ikke* at handling kommer som en konsekvens av en allerede eksisterende forståelse. Jeg mener at forståelse gjør handling mulig og at handling gjør (ny) forståelse mulig. En analogi til dette er det å formidle et budskap, eksempelvis som en forelesning. Foreleseren formidler sine kunnskaper, men i prosessen med å formidle kunnskapen vil hun eller han samtidig kunne få nye tanker om denne kunnskapen. Med denne analogien som bakteppe mener jeg at elevene anvender sine geometrikunnskaper i handlingene og utvikler sine geometrikunnskaper gjennom anvendelsene.

Gjennom denne argumentasjonen har jeg tatt til orde for at elevene i undersøkelsen lærer å tenke geometrisk når de anvender den kunnskapen de har. Det som kommer til uttrykk i

---

<sup>48</sup> "Tryggve" er navnet på en syntetisk tale som brukes for å lese opp tekst fra PCskjerm.

forskjellen mellom positive og ikke positive meningshandlinger, er forskjellen mellom at eleven har egnede kunnskaper for en oppgave eller om elevens kunnskaper ikke er anvendbare for de kravene som oppgaven stiller.

I en slik sammenheng fremstår selve oppgaven (måleinstrumentet) som en type tredjevariabel i forhold til det å kunne gjøre valide slutninger om elevenes geometriforståelse. Det at studien omfatter et bra spekter av ulike typer oppgaver anser jeg derfor som en styrke for validiteten ved slutningene om elevenes geometriforståelse.

Valideringsgrunnlaget for å kunne trekke slutninger om sammenheng mellom handling og kunnskap er først og fremst teorier om embodiment (Lakoff & Núñez, 2000; Tall, 2012), geometrilæring (van Hiele, 1986) og taktil-haptisk persepsjon (Hatwell, et al., 2003; Millar, 2008). Dette har jeg også redegjort for under avsnittet om begrepsvaliditet. Teoriene har gitt forklaringer til at elevene bruker kroppen sin både til å understøtte karakteristiske trekk ved (geometriske) former og for å oppfatte ("se") lengde- og arealdimensjoner ved objektene.

Jeg har ingen metode for å validere sannsynligheten for om kroppen som måleinstrument er en robust sammenheng til geometritenkning, men dette er en slutning som nye studier kan og bør etterprøve.

De negative meningshandlingene er bare unntaksvis forklart med utgangspunkt i teorier. Dette har vært teorier om "umodenhet" (karakteristisk for små barn) i taktil-haptisk persepsjon (Hatwell, et al., 2003) og teorier om umodenhet i geometrilæring hos seende elever (Battista, 2007; Clements & Battista, 1992). De fleste såkalte negative meningshandlinger er derimot forklart med utgangspunkt i praksis. Det vil imidlertid være mulig å forklare også disse meningshandlingene med utgangspunkt i teorier, men da med andre tematikker enn geometrilæring. Eksempler kan være litteratur om felles oppmerksomhet (Brandsborg, Cyvin, Jeremiassen, & Loe, 2004), verbalisme som ekolali (Perfect, 2001), "losing" som et fenomen i læring (Klingenberg, 1998), og utvikling av manuelle ferdigheter (Brambring, 2007). Jeg har vurdert at det ville bli for omfattende å trekke slike teoriperspektiver inn i avhandlingen.

#### *Ytre validitet*

Resultater i studien bygger kun på tre elever, og denne lille gruppen er igjen delt i to hva angår tolkninger av geometriforståelse. Spørsmål om ytre validitet gjelder hvor langt vi kan strekke gyldighetsområdet for de resultatene som er funnet (Kleven, 2011).

Kan vi gå ut fra at forskningsresultatene har gyldighet for jenter, for elever med motoriske vansker, medfødt total blindhet på grunn av en fremre øyeskade, for elever med cerebrale diagnoser, flere års visuell erfaring, osv.? Mitt svar på dette er at resultatene gjelder for de tre elevene i undersøkelsen, men resultatene, i sammenheng med annen kunnskap om geometrilæring, kan utvide vår kunnskap om hva det vil si å tenke geometrisk. På denne måten blir resultatene å forstå, ikke som konklusjoner, men som arbeidshypoteser i veiledning og undervisning.

Kan resultatene ha gyldighet for andre elevkurs for samme klassetrinn som skal holdes på Tambartun, eller i klasser der det bare er én elev som er blind (sammen med seende elever), eller i klasserom i andre skandinaviske land eller i Afrika? Når det gjelder fremtidige elevkurs, så vil disse ha mange likhetstrekk med undersøkelseskonteksten, og dermed også gi gode muligheter for å etterprøve resultatene. Andre typer av klasserom vil ha langt færre likhetstrekk, men resultatene vil være gyldig kunnskap i form av de betingelsene som blir skapt i klasserommet og i form av kunnskap om geometrilæring. Det er forståelsen av at slike resultater er knyttet til en bestemt kontekst som også er grunnlaget for å skape betingelser for læring i andre klasserom.

Et særdeles interessant spørsmål å stille er om resultatene for elevene i undersøkelsen gjelder når elevene er i helt andre situasjoner enn da de var på geometrikurset, for eksempel på fritida. Er det slik at det å måle og sammenligne er en naturlig væremåte også når de leker seg eksempelvis i et klatrestativ, eller er det slik at væremåten ”sammenligne og måle” kom som en konsekvens av konteksten geometrikurs? Dette er også et spørsmål som bør følges opp med nye studier.

Resultatene bygger på (kun / så mange som) tolv oppgaver eller aktiviteter som var laget for å hjelpe en liten gruppe av elever til å utvikle kunnskaper om geometriske egenskaper ved to- og tredimensjonale objekter. I drøfting av ytre validitet av forskningsresultater skriver Kleven (2011, s. 134) ”Med resultater kan vi også mene den «lærdom» eller «kunnskap» vi kan hente ut av de konkrete funnene”.

### ***Styrke og svakheter ved designet***

Læring er et komplekst fenomen og virksomheten i skolen egner seg oftest ikke til eksperiment som forskningstilnærming (Kleven, 2011; Mertens, 2005). Den lærende er både



avhengig og sårbar for mellommenneskelige relasjoner, og slike faktorer kan verken styres eller kontrolleres ut fra tiltak som er definert på forhånd (Mertens, 2005; Thinus-Blanc & Gaunet, 1997). Når jeg har karakterisert studie 2 som et undervisningseksperiment, så bygger det på at ”måleinstrument” og setting var designet med tanke på å kunne bidra positivt til elevenes læring. Selve ”måleinstrumentet” har vært en styrke ved designet, fordi mangfoldet av oppgavetyper gjorde det mulig å kartlegge variasjoner av meningshandlinger og søke etter mønster mellom meningshandlingene.

For studien var det vurdert som viktig at lærer på kurset hadde undervisningserfaring med blinde elever på dette alderstrinnet og at lærer hadde kunnskap om læringsteorier i geometri. Derfor er det i studien brukt en variant av forskerrollen der forskeren i ettertid har analysert et fenomen etter selv å ha vært deltaker. ”Forskeren er både tilskuer og aktør i verden, og er ”en kropp” som nettopp med denne kombinasjonen lærer av verden, og samtidig gjennom å bebo den bidrar med å danne den” (Bengtsson & Løkken, 2004, s. 565). En slik rolleblending er en svakhet i forskningsdesignet, for eksempel at forskeren kan bringe med seg emosjonelle opplevelser relatert til det å lykkes eller mislykkes som lærer. Svakheten er i en viss grad balansert ved at analyse av meningshandlinger i de første analysefasene ble gjort uavhengig av både elev og aktivitet.

Et aktuelt design for spesifikt å sette fokus på lærerens rolle, og også ”effekten” av undervisningen, ville vært aksjonsforskning design. Riktignok drøftet vi (alle lærerne) erfaringer og inntrykk fra timene, og gjorde underveis små endringer i det opplegget som var planlagt på forhånd. Et komprimert kurs gir imidlertid ikke det tidsrommet som er nødvendig for å få fram hypoteser og ”forskingsresultater” som kan bringes tilbake til det miljøet som dataene ble hentet fra, og derfor har aksjonsforskning design ikke vært aktuelt i denne studien.

### **Styrke og svakheter ved prosjektdesignet**

Doktorgradsprosjektet hadde som målsetting å fremskaffe kunnskaper om matematikk(opp)læring hos elever som bruker punktskrift i opplæringen. Ved å sidestille to undersøkelseskomponenter i et ”expansion mixed method component design” (Caracelli & Greene, 1997), mener jeg at forskningsdesignet har brakt fram generell kunnskap om hvorvidt en større elevgruppe har vært undervist i forhold til normer i læreplaner, og kunnskap om

matematikklering på et spesifikt tema mer spesielt. Lund (2011) argumenterer for at "mixed method" designs gjør det mulig både å generere og verifisere teorier i samme prosjekt, ettersom designet er egnet til å kombinere undersøkende spørsmål og spørsmål av mer bekreftende art. For meg har dette vært et viktig aspekt ved prosjektet. Jeg mener at resultater i studie 1, om at det er en betydelig andel elever som ikke har fulgt aldersnormen i matematikkundervisningen, bekrefter de forskjellene som etter hvert kom fram i studie 2. Samtidig opplever jeg at dybdefokuset i studie 2 gir nyttige hypoteser i tolkningen av resultatene i studie 1. Som et konkret eksempel vil jeg hevde at det er nyttig å vurdere resultater relatert til "Axel" i lys av de funnene som er gjort om matematikkforskjeller mellom elever med fremre og bakre øyeskader.

En ulempe med å bruke designet er at omfanget av data blir stort samt at datainnsamling og bearbeiding derfor tar lang tid. Deler av doktorgradsprosjektet er derfor utarbeidet i team som har hatt nødvendig ekspertise, noe som Mertens (2005) beskriver er vanlig og anbefalt arbeidsmåte ved bruk av "multiphased mixed model design".

## **Etiske vurderinger**

Elever som bruker punktskrift i opplæringen er en liten gruppe elever i Norge. I publisering av forskningsresultater med små og "gjennomsiktige" grupper, er det viktig å balansere ansvaret mellom å verne om anonymitet og verdien av den kunnskapen forskningen kan gi oss (Alver, 2009). For å bidra til størst mulig grad av anonymitet i denne avhandlingen er det i studie 1 ikke opplyst hvor mange som fulgte alderstrinnets progresjon i matematikk i de diagnosegruppene der det var få elever. I studie 2 er det brukt pseudonymer. Videre er stillbilder fra videoopptak i datainnsamlingen omformet til skisser<sup>49</sup>. Tidspunkt for når den empiriske datainnsamlingen ble gjennomført er ikke oppgitt, og det er heller ikke spesifisert hvor mange punktskriftelever det var på de aktuelle klassetrinnene da undersøkelsen ble gjennomført. Alle disse opplysningene framkommer imidlertid i bakgrunns materialet som komiteen for vurdering av avhandlingen har hatt tilgang til.

Informasjon relatert til synsfunksjon er vesentlig for å kunne vurdere og/eller etterprøve resultater i synspedagogisk forskning (Warren, 1994). I studie 2 (Artikkel III og IV) er det

---

<sup>49</sup> Skissene som er brukt i avhandlingen og i artikkel III er laget av illustratør Margrete Grav.

derfor gjort rede for tidspunkt for når synshemmingen inntraff i tillegg til omfang av visuell erfaring. Diagnosene er ikke oppgitt men beskrevet innenfor diagnosegrupper, og på den måten mener jeg at resultatene kan diskuteres i et synsfaglig perspektiv.

Et viktig prinsipp i gjennomføring av studie 2 var at undervisningseksperimentet ikke skulle gå på bekostning av trivsel. Jeg tror at en fornøyd (glad) elev er åpen for læring, og at humor i undervisningen vil gi studien de mest ”korrekte” meningshandlingene. Korrekt i form av at elevene får vist fram det de kan. Det var derfor lagt vekt på å skape en hyggelig stemning i timene. Fokus på ”riktig eller galt svar” var bevisst tonet ned og det ble oppmuntret til diskusjon og innspill i aktivitetene. Som eksempel på et slikt innspill ble det improvisert en ”skytekonkurranse” på slutten av en time etter at elevene fant ut at plastikkspiker og strikk, brukt i en oppgave for å lage geometriske former, også kunne brukes som spretterter. Innenfor rammen av matematikkopplegget som var forberedt til kurset, viser videoene at det var mange gode kommentarer og mye latter i timene. Som forsker er jeg altså fornøyd i forhold til intensjonen om å skape et godt læringsmiljø, selv om en av elevene avsluttet sin logg første dag med følgende setning: *”Først skulle Oliv [...] så fikk vi [...] så skulle vi bygge parallelle linjer [...] det var son passe morro. så skulle vi skrive ned det vi hadde gjort i timen og det er jeg ferdig med nå”* (skrivefeil i det refererte er identisk med elevens logg).

I forskning har det i de siste årene vært en betydelig øking i bruk av (video)bilder både for å fremskaffe data, i fortolkningen av dem og for publisering (Brenna, 2009). I synsfaglig forskning bør et slikt visuelt medium drøftes som en normkonflikt. I denne studien, som bygger på teori om at ulike typer manuelle strategier vil kunne settes i sammenheng med ulike nivå av geometrisk forståelse, ble videoopptak vurdert som avgjørende for å kunne analysere manuelle strategier. Da bestemmelsen om bruk av video i studie 2 var tatt, var det viktig at mediet ble brukt med varsomhet og respekt. Som en grunnleggende miljøregel ble det i starten av alle timer informert om hvem som var til stede, og at: *”Nå blir videokameraene slått på”*. Kameraene var plassert på stativ og forhåndsinnstilt for å dekke hele arbeidsbordet, men noen ganger ble det zoomet mer nøyaktig inn mot individuelle manuelle utføring. Det var lærerne som håndterte kameraene og elevene var på forhånd gjort kjent med hvordan videofilmingen skulle gjennomføres og hvorfor. Elevene fikk også tilbud om å ”se” opptak, men ingen av dem ønsket å bruke tiden sin på dette.

## **Godkjenninger**

Studie 1, ”Forekomst av synshemmede skolebarn i Norge som har fått opplæring i punktskrift de siste 40 år”, ble definert til å falle innenfor Helseforskningsloven fordi datamaterialet bygget på elevjournaler med medisinske opplysninger fra blindeskoler og kompetansesentra. I denne studien ble det søkt om tillatelse til å bruke taushetsbelagt journalmateriale. En slik dispensasjon skal som hovedregel gis av det enkelte fagdepartement, men for mange saker er dispensasjonsadgangen delegert til underordnede organ. I dette prosjektet ble slik dispensasjonsadgang gitt til Regional komité for medisinsk og helsefaglig forskning ved REK midtre. Selv om informert samtykke er hovedregelen også i prosjekter der deltakerne ikke selv deltar aktivt, kan unntak fra kravet om informert samtykke være aktuelt der forskningen ikke innebærer fysisk kontakt med forsøkspersonene, opplysningene som behandles er lite sensitive, og der forskningen samtidig har en nytteverdi som klart overstiger ulemper som kan påføres den inkluderte (NESH, 2011). Studie 1 med dokumentreferanse 2009/917-2, ble godkjent av REK midtre (vedlegg 3).

Studie 2, ”Kompetanser i matematikk hos elever som bruker punktskrift i opplæringen” med prosjektnummer 13362, ble godkjent av Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS, Personverneombudet, i november 2005 (vedlegg 4), og etter endringsmelding i januar 2012 (vedlegg 5).

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora peker på dilemmaet som ligger i skjæringspunktet mellom at forskning med barn er viktig og verdifull, og at barn har krav på beskyttelse (NESH, 2011). Som en hovedregel er det foresatte som samtykker til deltakelse i forskningsprosjekter, og at barn og unge gir sin tilslutning (ibid.) Samtykket skal være fritt informert, noe som innebærer at det ikke skal være under noen form for press idet foresatte gir sitt samtykke (Fossheim, 2009). Det kompliserer kravet om fritt samtykke at doktorgradsprosjektet var knyttet til et ordinært elevkurs arrangert av Tambartun i samarbeid med Huseby. Sentrene gir tjenester til elever med synshemming og deres familier, og på denne måten kan sentrene (og ansatte ved sentrene) oppfattes som autoriteter i en type avhengighetsforhold. Selv om det i informasjonen ble presisert at elevene kunne delta på kurset uten å delta i undersøkelsen (vedlegg 6), kan det tenkes at foreldre har svart ja på deltakelse fordi undersøkelsen var knyttet til et elevkurs de ønsket at deres barn skulle delta på. Det kan teoretisk også tenkes at elever unnlot å melde seg på kurset da de ble spurt om deltakelse i forskningsprosjektet. Det siste forholdet kan jeg imidlertid med nokså stor

sannsynlighet utelukke, i og med at de av elevene på disse klassetrinnene som bruker å delta på tilsvarende elevkurs var deltakere også denne gangen<sup>50</sup>. At samtykket er informert betyr at det orienteres om det som angår hans eller hennes deltakelse i prosjektet.

Analyse av materialet og publisering av resultatene tok lengre tid enn beskrevet i innmeldingen, og på søknad i 2010 godkjente personverneombudet ny dato for oppbevaring av datamaterialet til 30.12.2012 (vedlegg 7). Dette vedtaket ble fulgt opp med innhenting av nytt samtykke fra foresatte/elever (vedlegg 8).

---

<sup>50</sup> En elev som vanligvis deltar på elevkurs var forhindret fordi tidspunktet for kurset ikke passet i forhold til andre aktiviteter. Denne eleven deltok i pilotundersøkelsen.

## SAMMENDRAG AV STUDIE 1 OG 2

### Studie 1

#### *Tema og metode*

Studien er en kartlegging av elever som har fått opplæring i punktskrift i Norge gjennom fire tiår. Elevene gikk i grunnskolen (barneskole og ungdomsskole) i perioden 1967 og til 2007 og var født i tidsrommet 1960-2001. Data ble hentet fra elevjournaler ved Tambartun kompetansesenter i Melhus, Huseby kompetansesenter i Oslo og fra Statsarkivet i Trondheim. Journaler i Statsarkivet omfattet i hovedsak elever som hadde gått på Dalen blindeskole i Trondheim. Det ble samlet data på fødselsår, kjønn, bosted, nasjonalitet (også nasjonalitet til mor og far), øyemedisinsk diagnose, alder for diagnosefastsettelse, synsfunksjon, lesemedium, samt hvorvidt eleven hadde fulgt aldersnorm i matematikkundervisningen. Studien er rapportert i to artikler (Artikkel I og II).

*Artikkel I: Braille use among Norwegian children from 1967 to 2007: trends in the underlying causes.*

#### *Resultater*

Vi identifiserte 287 elever (137 jenter og 150 gutter) som hadde fått opplæring i punktskrift i denne perioden. I gjennomsnitt gir dette i overkant av 7 elever for hvert alderstrinn, men det har variert fra 12 og til 1. Det var 262 elever (91 %) som var født i Norge, 145 elever (54 %) var diagnostisert i løpet av første leveår, 115 elever (40 %) var blind kategori 5<sup>51</sup>, og 170 elever<sup>52</sup> (63 %) brukte punktskrift som eneste skriftlige lesemedium. I dette datamaterialet har vi øyemedisinske betegnelser for 282 elever fordelt på 51 ulike diagnoser. Elever med netthinneskader grunnet prematuritet (ROP) var den største elevgruppen (48 elever), der de

---

<sup>51</sup> I tillegg var det usikkert for 20 elever om de var blind kategori 4 eller 5.

<sup>52</sup> Det manglet opplysninger om lesemedium for 19 elever.

fleste var født midt i studieperioden. Andre diagnoser med en viss hyppighet var Lebers congenital amaurosis (LCA; 28 elever), juvenile neuronal ceroid lipofuscinosis (JNCL; 25 elever), retinitis pigmentosa (14 elever), optic nerve hypoplasia (14 elever), congenital glaucoma (13 elever), congenital cataract (13 elever), følgetilstander til hjernesykdom/forstyrrelse (sequelae to brain disorders; 13 elever), og retinoblastoma (12 elever). Det var en økning av elever med JNCL i siste del av undersøkelsesperioden, mens antall elever med diagnosene congenital glaucoma og congenital cataract avtok blant de som fikk opplæring i punktskrift. Av de fire elevene med medfødt glaucoma som er født senere enn 1990, var tre elever født i Asia eller i Sør Amerika.

### *Diskusjon*

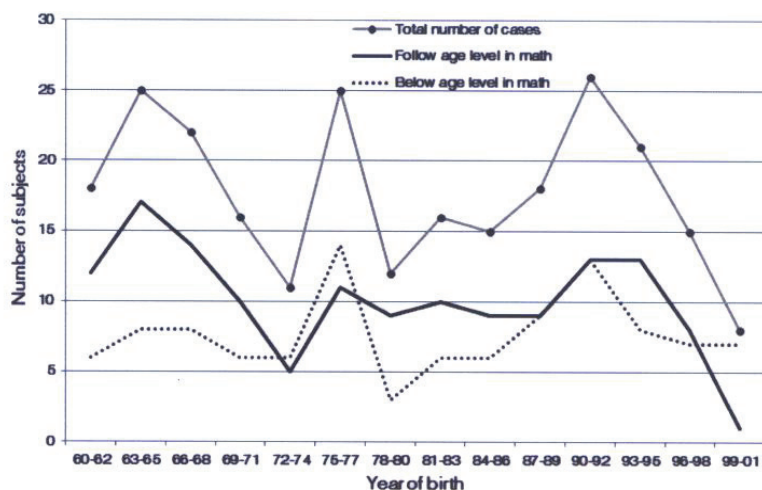
Studien samsvarer med annen forskning som beskriver at elever med ROP har vært en stor gruppe i populasjonen (Drews, Yeargin-Allsopp, Murphy, & Decoufle, 1992), men studien viser også at Norge følger samme mønster som andre økonomisk rike land i forhold til at diagnosen i dag er mindre utbredt (Gogate & Gilbert, 2007). Det er også overensstemmelse med annen forskning om hyppighet for LCA (Leroy & Dharmaraj, 2003), men vi kan ikke forklare hvorfor så mange som 11 barn ble født med LCA i perioden 1990-1995. Videre samsvarer studien med internasjonale undersøkelser som viser at i økonomisk rike land er blindhet hos barn som en følge av congenital cataract eller congenital glaucoma blitt sterkt redusert takket være medisinsk behandling (Gilbert, 2003; Gogate & Gilbert, 2007). Derimot utgjør lesjoner i sentralnervesystemet en større andel av diagnosene i elevgruppen, og dette er også i samsvar med annen forskning (Kocur & Resnikoff, 2002). Studien viste ingen betydelig forskjell i fordeling mellom jenter og gutter.

Studien viste at det på slutten av 90-tallet var en økning av elever med diagnosen JNCL som fikk opplæring i punktskrift. Det er rimelig å anta at denne økningen har kommet som en konsekvens av en endring i veiledning, siden Augestad og Flanders (2006) ikke har funnet en tilsvarende øking i antall elever med diagnosen i samme periode. Min erfaring tilsier at opplæring i punktskrift for denne elevgruppen har vært vektlagt ulikt i perioder, avhengig eksempelvis av om veiledningen har hatt et tydelig skolefaglig perspektiv.

**Artikkel II: An examination of 40 years of mathematics education among Norwegian braille-reading students.**

*Resultater*

Studien om undervisningsnivå i matematikk bygger på datamateriale for 248 elever. Figur 10 viser hvordan elevene har vært gruppert gjennom perioden, og også hvordan elevene har vært fordelt mellom det å følge aldersnivå i matematikkundervisning (141 elever, 57 %) eller ikke følge normert undervisningsnivå (107 elever, 43 %). Som det framgår av figuren, har det vært to tidsperioder da det var flere elever som *ikke* fulgte aldersnivå enn de som fulgte aldersnormert undervisning. Det var ingen betydelig forskjell mellom jenter og gutter.



Figur 10. Tidstrend for antallet elever som var født i perioden mellom 1960 og 2001, og fordeling av elever som fulgte aldersnormert matematikkundervisning og elever som ikke fulgte normert undervisning.

Datamaterialet omfattet 45 ulike diagnoser, som ble gruppert i kategoriene "sequelae to brain disorders" (23 elever<sup>53</sup>), "congenital ocular anomalies" (77 elever), "ocual dystrophies" (69 elever) og "miscellaneous" (79 elever). Kategoriene var etter modell av Rosenberg, et al. (1996). Størst prosentfordeling for normert undervisning fant vi for elever som tilhørte diagnosegruppen ocular dystrophies (65 %; 45 elever), mens prosenttallet for diagnoser tilhørende kategorien sequelae to brain disorders var lavest (30 %; 7 elever).

<sup>53</sup> I artikkel II er det korrekt tall i Tabell 1, men feil tall i teksten. I teksten står det n = 26, som er antall elever som ble analysert i artikkel I.



Målt i forhold til enkeltdiagnoser med en viss gruppestørrelse var det 38 % (47 elever) av elever med ROP som hadde fulgt alderstrinnet, mens tilsvarende tall for elever med LCA var 70 % (27 elever) og 100 % (12 elever) for elever med retinoblastoma. Av de 9 elevene som var født uten øyne (diagnose congenital anophthalmos) hadde 5 elever (56 %) fulgt alderstrinnets matematikkundervisning. Det framgikk eksplisitt av journalmaterialet at tre av disse fem elevene hadde diagnosen bilateral anophthalmos, mens denne opplysningen manglet for de to andre elevene.

Variabelen ”matematikknivå” målt i relasjon til lesemedia viste at 55 % (92 elever) av de elevene som utelukkende brukte punktskrift hadde fulgt aldersnivået. De tilsvarende tallene for de to andre gruppene, hovedsakelig punktskrift og noe visuell skrift i tillegg eller hovedsakelig visuell skrift og noe punktskrift i tillegg, var henholdsvis 59 % (13 elever) for punktskrift pluss visuell skrift og 63 % (35 elever) for visuell skrift med punktskrift i tillegg.

Matematikknivå målt i relasjon til tidspunkt for diagnose viste at 54 % (76 elever) av de elevene som var diagnostisert i løpet av sitt første leveår hadde fulgt aldersnivået, mens 67 % (36 elever) av de som fikk diagnose i løpet av førskolealderen hadde fulgt aldersnivået.

### *Diskusjon*

Innledningsvis i diskusjonen er det viktig å huske på at resultatene må forstås i lys av at det blir små tallstørrelser når vi deler elevene inn i diagnoser (diagnosegrupper) og når undersøkelsesperioden blir delt inn i kortere tidsintervaller.

Studien viste et høyere prosenttall av elever som fulgte alderstrinnets undervisningsprogresjon i matematikk enn studier med en sammenlignbar tematikk (Beal, Rosenblum, & Smith, 2011; Rapp & Rapp, 1992). Det er imidlertid vanskelig å sammenligne studiene siden Rapp og Rapp (1992) studerte elever på et høyere skoletrinn enn denne norske studien, og at Beal, et al. (2011) bare hadde elever på en blindeskole i utvalget. Blindeskolestudien bygget på få elever og det er grunn for å si at disse elevene ikke var representative i forhold til hele populasjonen av elever som bruker punktskrift i skolen.

I artikkelen ble det pekt på sannsynligheten for at elever som ikke hadde fulgt aldersnivået i matematikk hadde en eller annen form for kognitiv vanske. Dette alternativet ble underbygget med litteratur om at en lærevanske kan bli oversett og misforstått på grunn av at eleven er

synshemmet, og fordi enkelte årsaker til synshemming har et nevrologisk utgangspunkt (Colenbrander, 2009; Erin & Koenig, 1997; Troughton, 1992).

Det framgikk av resultatene at det var forskjell mellom diagnoser med hensyn til om elevene hadde fulgt alderstrinnets progresjon eller ikke. Alle elever med diagnosen retinoblastoma hadde fulgt aldersnivået, og dette resultatet er i samsvar med annen forskning relatert til denne elevgruppen (Ek, 2000; M. Tobin, et al., 2010; Warren, 1994). Resultatene viser dessuten at elever med oculære diagnoser, eksempelvis retinitis pigmentosa og LCA, har fulgt alderstrinnets progresjon i større grad enn elever som har diagnoser som kan karakteriseres som cerebrale synshemninger.

Studien viste videre at elever som leste vanlig skrift og punktskrift i tillegg (altså de elevene med best synsfunksjon) hadde fulgt alderstrinnet oftere enn de andre gruppene. Dette kan ikke alene tas til inntekt for at syn gjør matematikklæring lettere, da resultatet også må sees i sammenheng med at lærebøker i punktskrift er forklart til å være en kompliserende faktor i matematikklæring. Et viktig resultat ved studien er at syn eller synserfaringer ikke er en nødvendig betingelse for å kunne følge alderstrinnets undervisningsprogresjon i matematikk. Slike funn tilspisser det ansvaret som ligger til miljøet med tanke både på førskolealder og skolealder og hvilke muligheter som ligger i å hjelpe elever som er synshemmet til å utvikle en spatial forståelse og lære seg å tenke matematisk.

## **Studie 2**

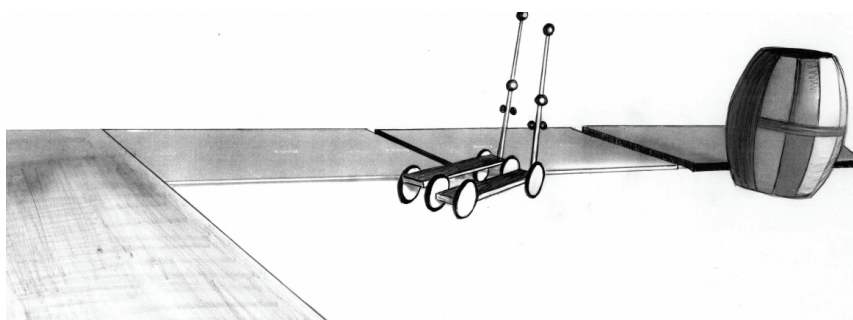
### ***Tema og metode***

Tema for studien er geometrilæring hos elever på 4. og 5. trinn. Studien er en analyse av elevenes ”meningshandling”, der meningshandling er definert som en måte å oppføre seg på i undervisning som kan observeres og beskrives. Meningshandling er forstått som elevens reaksjon i undervisningsaktiviteten, og som kommer som en naturlig konsekvens av både bevisst og ubevisst kunnskap fra tidligere erfaringer.

Elevene deltok i et firedagers geometrikurs på Tambartun kompetansesenter for elever som bruker punktskrift i opplæringen sammen med lærerne sine fra hjemmeskolen. Kurset var lagt

opp med undervisningstimer der elevenes lærere i hovedsak observerte fellesundervisningen, men slik at de også arbeidet sammen med eleven i noen oppgaver.

Opgavene var forberedt med utgangspunkt i kompetansemål for 4. trinn (KD, 2006b), og en intensjon om å hjelpe elevene til å få fokus på egenskaper ved former, så som kanter og linjer, hjørner og vinkler. På den siste kursdagen var elevene i gymsalen der de på individuell basis skulle være ”matematikere” og beskrive ni ulike gjenstander som var plassert langs en ”ledelinje” laget av gymmatten (Figur 11).



*Figur 11. Skisse fra gymsalen som viser et utsnitt med gymmatten. Skissen viser en pedalo og en tønne.*

Alle undervisningstimerne ble videofilmet, og disse videofilmene ble siden transkribert for hver enkelt elev. I en ”open coding process” (Strauss & Corbin, 1990) ble det transkriberte materialet først kodet til 23 ulike meningshandlinger. Meningshandlingene ble deretter analysert med tanke på likheter og ulikheter, og også karakterisert som enten positiv eller negativ for geometrilæring på dette alderstrinnet. Resultatet av analysen er presentert både som en beskrivelse av positive meningshandlinger (Artikkel III) og meningshandlinger som ikke er i samsvar med læreplanmål for alderstrinnet (Artikkel IV).

### ***Artikkel III: Conceptual understanding of shape and space by braille-reading Norwegian students in elementary school.***

#### *Resultater*

Artikkelen beskriver meningshandlinger som knyttes til to av elevene og deres evne til å oppfatte og fokusere på spatiale egenskaper ved konkrete objekter. Elevene brukte hendene på

en variert måte når de håndterte gjenstander, og det var typisk at de brukte kroppslige bevegelser og positurer i tillegg til manuelle strategier. Elevene ”lekte seg med” balansepunktet for gjenstander, og de roterte objektene i hendene og mot pultflata. Fingrene var mye i kontakt med omkrets på objektene. Det var eksempler som viste at samtidig som de roterte et objekt, bøyde de overkroppen svakt i samme retning og gjorde et lite rykk da objektet ble dreid over et hjørne (et karakteristisk trekk ved objektet).

Elevene balanserte seg selv på store objekter, klatret på dem, satte seg i ulike stilinger og lot seg skli ned til gulvet fra gjenstanden (Figur 12).



*Figur 12. Skisser som viser hvordan en av elevene bruker kroppen sin samtidig som han beskriver gjenstanden.*

Elevene sammenholdt kroppsdeler (fingerbredde, handflate, fast avstand mellom to hender) mot utstrekninger ved gjenstandene (lengde, bredde, flate- og romstørrelser). Eksempler: Elevene holdt geometriske brikker mellom tommel og pekefinger/langfinger og skiftet hurtig grep mellom å holde i bredde, lengde eller diagonalen av brikken. En av elevene sa han brukte ”fingertrikset” for å avgjøre om to stenger var parallelle: Fingertrikset var å holde handflate mellom to stenger slik at tommel og lillefinger var i kontakt med hver sin stang. I denne stillingen flyttet eleven handa opp og ned mellom stengene.

De ”omfavnet” også objekter: To eksempler på dette er vist i Figur 13, der eleven først står med venstre benet langs langsida og helt inntil det nærmeste hjørnet på gymkassen og det andre benet mot hjørnet lengst fra seg på kortsida. Deretter står han tett inntil kassen på kortsida og med bein og armer mot ytterpunktene av kassen. I tillegg til slike omfavninger gikk elevene omkring objektene eller fram og tilbake langs et objekt.



Figur 13. Skisse av en elev som "omfavner" gymkassen som om han måler utstrekninger mot kroppen sin.

Samtidig som at elevene "lekte seg med gjenstandene" på denne måten, beskrev de dem med begreper som de hadde jobbet med i klasserommet, og de brukte også spatiale begreper. Elevene beskrev retning på følgende måte: "På tvers", "rett fram", "henge rett ned", "rett opp" (Beskrivelsen ble brukt både om fysisk vertikal retning og som framover fra egen kropp i horisontal planet). De beskrev lokaliseringer: "til venstre for midten", "rett ovafor midten", "øverst", "rett bak deg".

### Diskusjon

Når elevene undersøkte objekter med hendene sine og med kroppen forøvrig, ble dette tolket som at elevene sammenlignet (målte) spatiale egenskaper ved objektene mot "enheter" i egen kropp. I artikkelen ble det brukt beskrivelser som "å leke seg med objektkarakteristika" og måter å "se" spatiale objekttegenskaper på. Inklusive i oppfatningen av spatiale egenskaper vil det ligge et tidsaspekt gjennom den tiden det tar å gjøre de kroppslige bevegelsene, og auditive aspekt gjennom det som eleven oppfatter av romlyder og ekko. Elevenes handlingsmønstre ble forstått som taktil-haptisk persepsjon av *størrelse* og *form* på objekter, og som eksempler på det som Tall (2012) omtaler som embodied matematisk tenkning.

Målinger og sammenligninger ble forstått som en måte å "se" spatiale egenskaper på, og dette ble tolket som å være en ubevisst kunnskap hos elevene. I følge Kohanová (2006) er det dessuten grunn til å anta at elevenes opplevelse av måleenhetene ikke vil samsvare med standardiserte enheter. Artikkelen peker derfor på at det vil være et spesifikt behov i

undervisning å lære sammenhengen mellom embodied matematikk og formelle begreper og symboler.

Det at elevene beskrev form på store (ukjente) objekter etter at de bare hadde berørt deler av det, eksempelvis en sidekant og to hjørner på en hylle, er tolket som at de brukte manuelle strategier etter en plan og en forestilling om hva slags form som var sannsynlig. Dette er i samsvar med Millars (2008) teori om taktil-haptisk persepsjon av spatiale strukturer. Det er også i samsvar med teori om at geometriske begreper er forankret i kroppslige opplevelser med de fysiske omgivelsene ("embodied conceptual mathematics", Tall, 2012). Det var også eksempler der elevene brukte form som en referanse slik at de i kommunikasjonen kunne henledet lærerens oppmerksomhet til det stedet de ønsket å beskrive. Et slikt eksempel er: "*litt ovafor midten*".

#### ***Artikkel IV. Portrait of learning difficulties in geometry: The case of a braille-reading student in elementary school.***

##### *Resultater*

Artikkelen beskriver hvordan én elev manipulerte ulike typer av objekter og hva som var karakteristisk for det han sa og gjorde da han skulle undersøke objektene. Det var typisk at eleven holdt gjenstandene inni handa si uten å berøre omkretsen, og at han viftet - eller laget lyd med dem. Sammenlignet med de to andre elevene brukte han kortere tid før han la et objekt fra seg på pulten.

Studien viste at eleven kunne gjenkjenne form på små regulære objekter (prototyper), men at han ikke kunne lage (skape) en firkant på peg board brettet sitt. Han var lite interessert i å undersøke de store objektene i gymsalen. Unntakene var gymkassen som han klatret opp på, og en pedalo han syklet på (Se bilde av Pedalo på Figur 11). Utover disse to gjenstandene var det typisk at han satte seg ned ved siden av gjenstanden, eller la seg "utover" gjenstanden.

##### *Diskusjon*

Eleven var ofte representert i "meningshandling" som var betegnet som negative for geometrilæring (Figur 9 og Tabell 4, plassert i metodekapittelet). Eksempler på negative

meningshandlinger var: ”verbale assosiasjoner”, ”ikke felles fokus”, ”ord og handling stemmer ikke”. Samlet sett ble ikke-positive meningshandlinger relatert til det å oppfatte og fokusere på material- og lydmessige egenskaper ved objekter, eller også verbale assosiasjoner til begrepene. I teori om geometrilæring (Battista, 2007; Clements & Battista, 1992) er dette beskrevet som ”pre-recognition level”.

Samlet sett viste resultatene i studien at selv om eleven kunne gjenkjenne små geometriske brikker og taktile bilder av prototyper, så var ikke dette en kunnskap som eleven kunne anvende i sammenheng med store objekter. En konklusjon av dette var at undervisningen i geometri ikke kan begrenses til å lese illustrasjoner i læreboka eller til det å bruke geometriske brikker.

I aktivitetene i kurset var det lagt opp til at elevene skulle fokusere på spatiale egenskaper ved objekter, noe som i følge Battista (2007) krever at eleven kan gjøre en spatial strukturering. Eleven i artikkelen ble imidlertid tolket til å være på et lavere nivå av geometrisk tenking (”pre-recognition level” og i noen situasjoner ”recognition level”). Analysene viste altså at det var et misforhold mellom kunnskapskrav i aktivitetene og de kunnskapene som eleven hadde.

Et grunnlag for å hevde at eleven ikke hadde fokus på det spatiale ved objekter var at han ikke brukte spatiale termer knyttet til lengde, retning eller lokalisering.

## **DISKUSJON OG OPPSUMMERENDE PERSPEKTIVER**

Målsetting med doktorgradsprosjektet var å fremskaffe kunnskap om matematikk(opp)læring til elever som bruker punktskrift i opplæringen. Med en motivasjon og et ønske om mer kunnskap om matematikkopplæring generelt og på geometri spesielt, er det i oppsummeringen også grunn til å reflektere over om prosjektet har bidratt til dette. Er det slik at resultater i prosjektet kan gi oss et bedre grunnlag for å gi individuell veiledning om matematikkopplæring? Er det slik at prosjektet har tilført fagmiljøene nyttig kunnskap om forhold som har betydning for matematikklæring for elevgruppen?

### **Forhold som har betydning for matematikklæring for elevgruppen**

Resultater i prosjektet tilsier at det er all grunn til å forvente at en elev som er blind skal følge alderstrinnets progresjon i matematikk (Artikkel II og III). Eksempelvis viste studie 1 at elever som er født uten øyne (bilateral congenital anophthalmos) har fulgt alderstrinnets progresjon, og dette er et viktig resultat for å kunne si at syn ikke er en avgjørende faktor for å lære å tenke matematisk. Slutningen samsvarer forøvrig med konklusjoner som Warren (1994, s. 138) har trukket om begrepslæring mer generelt: "Limitations in concept formation may not be a necessary consequence of restricted visual experience, but instead may result from a limitation in overall experience of the blind infant and young child".

Det ligger dermed et ansvar til omgivelsene om å møte elever med forventninger om at matematikk er et fag de skal mestre, og samtidig sørge for at elevene får en undervisning der det er tatt hensyn til det særegne ved taktil-haptisk persepsjon.

Hatwell (2003) har tydelig uttrykt at et barn som er blind vil ha behov for at omgivelsene bringer geometrisk terminologi og spatiale attributter i fokus for oppmerksomheten. Dette vil kreve at lærer må inneha kompetanse til å gjøre dette, men noen timer av én-ukes kurs er neppe tilstrekkelig tid til å forstå det særegne ved taktil-haptisk persepsjon. Det kan heller ikke være nok tid til å lære om undervisningsmetoder og bli kompetent lærer i punktskriften i faget. Problemet med kompetansenivået hos noen lærere i skolen er for øvrig også påpekt av Rosenblum og Amato (2004).



Punktskrift og kunnskap om det særegne ved taktil-haptisk persepsjon er ikke vanlig kunnskap hos pedagoger, og derfor er elevene i en mye mer utsatt posisjon enn seende elever i skolen. Studie 1 (Artikkel I) viste at det i en periode ikke var elever med JNCL i gruppen av elever som fikk opplæring i punktskrift, og dette ble tolket som en årsak av at det ikke ble lagt vekt på opplæring i punktskrift i denne tidsperioden. Dette er et eksempel på hvor sårbart opplæringstilbudet til elever med synshemming er. Det er sårbart ikke bare i forhold til kompetanse hos nærpersoner, men også i forhold til hva slags kompetanse som finnes og er dominerende på veiledningsnivå.

I denne avhandlingen er foreldrenes rolle bare unntaksvis berørt, og derfor skal jeg heller ikke trekke dette inn i diskusjonen. Nødvendigheten av at det må bygges ut (etableres) kurstilbud på dette temaet også til forsatte kan jeg imidlertid ikke unnlate å bemerke i sammenheng.

### ***Hypoteser relatert til teori om geometrilæring for elever med synshemming***

Siden det ikke finnes teorier om hvordan elever med synshemming lærer å tenke geometrisk, bygget studie 2 i stor grad på teorier om læringsmønster hos seende elever. Studien gir ikke grunnlag for å bekrefte eller avkrefte at de tre elevene følger samme mønster som teorien for seende elever. I den grad jeg kan trekke slutninger i retning av en teori om geometrilæring for elever med synshemming på grunnlag av kasusstudien(e), så vil dette bare kunne gjøres ved å beskrive resultatene i perspektiv av den teorien som analysene er gjort i forhold til.

Artikkel IV (beskrivelse av Axel) har resultater som blir diskutert i forhold til før-geometrisk nivå og nivå 1, og Artikkel III (Brent og Carl) har resultater som blir relatert til nivå 1 og 2. Resultater fra begge artikler blir brukt til å se sammenhenger mellom nivåene, i tillegg til at resultater fra studie 1 blir trukket inn for å utdype hypoteser.

### ***Før-geometrisk nivå: å oppfatte og gjenkjenne taktile objektkvaliteter***

En teori om hvordan elever med synshemming lærer å tenke geometrisk, må etter min mening utdype det som litteraturen (Battista, 2007; Clements & Battista, 1992) karakteriserer som før-geometrisk ("pre-recognition") eller umodent. Før-geometrisk kan være en dekkende term, men umodent blir en feilaktig betegnelse. For barn som er blinde vil taktile kvaliteter ved objekter i en periode være et positivt nivå av oppmerksomhetsretting og forståelse. Det er et viktig nivå sett i kontrast til at noen barn med synshemming i hovedsak forholder seg til

auditive sansestimuli i omverdenen (Cass, Sonksen, & McConachie, 1994; Martinsen, 1994; Warren, 1994).

Jeg betrakter taktile kvaliteter ved objekter til å være objektinformasjon som en "visuell verden" har lett for å overse, men som vi ofte observerer kommer mer til sin rett i klasserom der det er en elev med synshemming. Jeg har mange ganger latt meg imponere over hvordan seende elever er blitt opptatt av slike kvaliteter fordi de har lært av eleven som er blind og en lærer som har hatt fokus også på taktile objektkvaliteter.

I Artikkel IV er det et poeng at Axel "vifter med objektene" og dette er en observasjon som er i kontrast til Brent og Carl. Det er ikke gitt at "å vifte med et objekt" er en uheldig manuell strategi. Vi kan anta at vifting med objekter gjør at eleven opplever attributtet vekt, men denne objekt egenskapen ble ikke nevnt verken av eleven eller av meg som lærer. I følge Hatwell (2003) er dette en type ("particular type") av taktil-haptisk persepsjon fordi det gir en kinestetisk effekt når handa er i bevegelse oppe i lufta. Vifting gir ulike erfaringer med tyngdepunkt i et objekt, avhengig av om grepet er på midten av objektet eller eksempelvis i enden dersom objektet er langt (ibid.). "Å vifte med et objekt" er derfor en strategi der de kinestetiske elementene blir tydeligere mens de taktile impulsene kommer i bakgrunnen.

Jeg merker meg imidlertid at Hatwell ikke tillegger auditive stimuli, som også kommer i kjølvannet av slik vifting, noen betydning. For Axel virket det som om de auditive impulsene opptok hans oppmerksomhet og interesse, slik dette er beskrevet som atferdstrekk hos noen barn med synshemming (Cass, et al., 1994; Ek, et al., 2005; Ek, et al., 1998). Vi vet imidlertid ikke om en elev som bruker vifting som en vanlig "undersøkelsesstrategi" eller som en stereotypi, kan komme videre i en læringsprosess dersom læreren henleder oppmerksomheten på de geometriske attributtene som kan la seg fange opp i viftingen (tyngde, størrelse, lengde).

La meg vende tilbake til spørsmål om indre validitet og "retning" mellom handling og forståelse i meningshandlinger. Selv om visse handlinger ble brukt som indikatorer for en spatial strukturering, så viser ikke dette at å utføre én bestemt handling fører til én bestemt forståelse. I undervisningssammenheng er denne avklaringen viktig. Som et eksempel gir studien ingen holdepunkter for å hevde at dersom jeg hadde (hånd)ledet Axel sine hender langs kantene på objekter, så ville han forstått at objektene har en form. Det er heller ingen indikasjoner fra videoopptakene som tilsier at det var en vellykket undervisningsmetode "å vise" Axel noe ved å føre hendene hans til et bestemt sted på en gjenstand.

Det er uenighet blant klinikere om manuelle strategier bør spesifikt trenes og stimuleres (Withagen, et al., 2010). Jeg vil tro at det er måten som slik ”trening” blir gjennomført på som er av betydning. Studier har i alle fall vist at opplæring og trening i å tolke taktile bilder (D'Angiulli & Maggi, 2003; Dulin & Hatwell, 2006; Ostad, 1989) og å tegne selv (Bouaziz, Russier, & Magnan, 2005; D'Angiulli & Maggi, 2003) har en positiv effekt. Den positive effekten er først og fremst relatert til det å kunne forstå taktile illustrasjoner, men også som en positiv effekt på spatial forståelse mer generelt.

I den grad vi så en positiv utvikling i forhold til at Axel fikk økt oppmerksomhet på omkrets ved objekter i løpet av kurset, så kan dette være et resultat av et gjennomgående fokus på form i mange aktiviteter. I tillegg tror jeg at det hadde betydning for Axel sin gryende forståelse av spatiale strukturer at de andre elevene beskrev disse egenskapene. Dette er imidlertid slutninger jeg ikke kan begrunne med teori, i og med at det ikke er trukket inn sosio-kulturelle læringsteorier i prosjektet.

Selv om Hatwell (2003) sier at barn med synshemming trenger en person til å bringe geometrisk terminologi og spatiale attributter i fokus, så vil det allikevel ikke finnes klare oppskrifter for hvordan dette gjøres. Dette er et spørsmål om ytre validitet ved et forskningsresultat, og ”[] slike eventuelle oppskrifter ville ha hatt meget begrenset verdi med tanke på alle de ulike kontekster og personer man har å forholde seg til i pedagogisk virksomhet” (Kleven, 2011, s. 138).

Etter min mening vil det handle om først å tone seg inn mot og forsøke å dele eleven sitt fokus mot taktile objektkvaliteter. Selv om barnet i hovedsak er oppmerksom på overflater, substans etc., vil det også være øyeblikk da fingrene berører kanter eller at det passer å kommentere en karakteristisk egenskap ved objektet. Et eksempel på det siste er at et sylinderformet objekt ruller. Det er i disse øyeblikkene jeg mener at læreren skal beskrive det som fingrene var i kontakt med eller det som forårsaket lyden (”Var sidekanten skarp?”; ”Glasset rullet, for det har rund form”). Metoden er å frembringe ”verbale bilder” av det som fanger elevens oppmerksomhet, for på den måten å lære eleven matematikkspråket for situasjonen. Dette krever at læreren har kunnskap om hva slags objektinformasjon det er eleven skal ha hjelp til å få fokus på.

Axel var lite interessert i å undersøke gjenstandene i gymsalen, - bortsett fra to objekter. Det var pedaloen, som han gjerne ville sykle på, og det var gymkassen. Gymkassen virket til å være godt kjent fra tidligere, og underveis i klatring, ”ligging” og ”skliing” på kassen,

konstaterte Axel at han og kassen var like lange. Som svar på spørsmål kunne han også si at det var to lange og to korte sider på toppflata, og umiddelbart som at han sa ”*to korte og to lange sider*”, la han til at formen var rektangulær. Ut i fra dette kan vi anta at han fikk en konkret erfaring i forhold til et verbalt utsagn han trolig kunne utenat. Dette kan være et eksempel på at en elev som er blind kan lære begreper ved at de først bruker begrepene verbalt og at de på et senere tidspunkt gjør konkrete erfaringer som underbygger en forståelse.

Disse observasjonene, sammen med observasjoner om at han brukte mest tid til å manipulere kjente geometriske brikker, danner grunnlag for en hypotese om at en elev på et før-geometrisk forståelsesnivå, trenger objekter med klare former. I tillegg antar jeg at eleven bør bruke disse objektene mange ganger og ikke minst bruke dem i flere ulike sammenhenger. Dette tilsvarer det som van Hiele (1986) kaller å sette eleven inn i temaet gjennom at eleven blir kjent med materialet.

Taktile kvaliteter ved objekter vil ikke opphøre, selv når en elev har fokus på spatiale egenskaper ved et objekt. Dette ser vi eksempelvis av meningshandlingen ”funksjon og materialkvaliteter”, der også Brent og Carl var representert (Axel og Brent var begge representert med 5 av 13 tekstsegmenter, mens Carl var representert med 3 av de 13. Se eventuelt Figur 9 i metodekapittelet). Slutningen er dessuten i trå med hvordan van Hiele (1986) har beskrevet hvordan et nivå av forståelse er inkludert i det neste.

#### *Spatial strukturering: Å oppfatte og gjenkjenne form*

Meningsinnholdet i nivå 1, slik det er beskrevet av van Hiele (1986), er etter min mening først og fremst forenelig med små illustrasjoner og geometriske brikker når en elev er blind. I tillegg vil dette kunne være tredimensjonale objekter som kan a) favnes, b) har en klar og enkel form, c) er laget av et materiale som ikke er elastisk, og d) ikke har ”intensiv taktil informasjon”. Dette er en type objekter som kan gi en elev en (nokså) umiddelbar oppfatning av global form.

Hva objektet er laget av har en betydning for hvor lett det er å oppfatte form, men dette blir mindre viktig etter hvert som eleven får større fokus på formegenskapen (Ballesteros, Bardisa, Millar, & Reales, 2005). Det at det i skolen er tradisjon for å bruke geometriske brikker og enkle taktile illustrasjoner synes imidlertid riktig på et før-geometrisk nivå. Denne konklusjonen bygger på det som Axel viste i arbeidet med prototyper på pulten. Etter hvert

som en elev blir mer oppmerksom på hva formbegrepet innebærer, vil det imidlertid være riktig å utvide erfaringsgrunnlaget for å hindre at begrepene blir hengene fast på prototypene. Battista (2007) beskriver dette problemet også i forhold til at seende elever kan stanse opp i utvikling hvis tilfanget av eksempler blir for lite variert. I denne sammenhengen er det dessuten interessant å tenke tilbake til erfaringene fra blindeskolene om at det var riktig å bruk god tid i begynner opplæringen, slik at elevene fikk en grunnleggende forståelse av begrepene.

I drøfting av ytre validitet av forskningsresultater skriver Kleven (2011, s. 134) ”Med resultater kan vi også mene den «lærdom» eller «kunnskap» vi kan hente ut av de konkrete funnene”. En sentral lærdom i studie 2 er etter min vurdering viktigheten av at et undervisningsopplegg i geometri for elever på dette forståelsesnivået må ha et mangfold av aktiviteter og objekter slik at det særegne med taktil-haptisk persepsjon blir ivaretatt. Dette er et resultat ved studien som jeg mener kan overføres til andre elever og andre klasserom.

I den grad det gir mening å snakke om figur og bakgrunn, slik det er beskrevet i nivå 1 om at den globale formen fremstår som en helhet mot en bakgrunn, så tenker jeg at små fylte illustrasjoner kan fremstå som en taktil form forskjellig fra flata omkring. For meg gir det derimot mer mening i taktil-haptisk persepsjon å bruke fenomenet ”figur-grunn” i forhold til at objektformen blir fremtredende og andre taktile inntrykk blir neglisjert.

Axel oppfattet at det var en følbar forskjell mellom  $\times$  og  $+$ , men Brent og Carl gjenkjente figurene (formene som helhet) og visste navnene på dem. Det siste er eksempel på spatial strukturering. Et annet eksempel kan være det å kjenne igjen og ”navngi” terningmønstrene på en taktil terning: Mønsteret som heter ”fem” oppfattes som en helhet, men forskjellig fra andre tallmønstre. Den videre analogien vil være at selv om en elev gjenkjenner femmeren, så betyr ikke dette at eleven dermed også kan resonere hvordan tallbegrepet fem kan struktureres på andre måter. Tilsvarende vil en elev som har lært å gjenkjenne  $\times$  og  $+$  eller kvadrat i et lite format, ikke nødvendigvis kunne forestille seg denne strukturen i et større format eller resonere om hvordan strukturen kan endres.

I rapporten som ble skrevet i etterkant av kurset ble det anbefalt aktiviteter og materiell som skulle hjelpe Axel til å få fokus på likheter og ulikheter mellom former, og å anvende begrepene i forhold til en variasjon av objekter. Som det er beskrevet i Artikkel IV, men som

ligger utenfor selve studien, opplevde pedagogene på Tambartun<sup>54</sup> at Axel tok del i aktivitetene med en helt annen innsikt, da han deltok på et nytt geometrikurs to år senere. Observasjonen er interessant, men kan ikke tas som inntekt for at dette skyldes et bestemt opplæringsfokus. Vi har ingen bekreftelser på at tiltakene som ble foreslått i rapporten ble fulgt eller hvor omfattende opplegget eventuelt ble fulgt. Observasjonen er både oppløftende men samtidig ”farlig” dersom den blir presentert som en løsning på et omfattende problem. Dette er imidlertid en hypotese som fagfeltet bør undersøke og systematisere erfaringer i forhold til.

I en teori om geometrilæring og elever med synshemming kan en ikke unnlate å bemerke at det er mange faktorer som har betydning og ikke minst at mange elever er synshemmet på grunn av nevralt skader. Studie 1 har vist at lesjoner i sentralnervesystemet utgjør en stor del av diagnosene i elevgruppen og at andelen er større i dag enn tidligere. Som det er gjort metodologisk rede for, så var det mangler ved flere variabler i studie 1 som kunne gitt gode innspill til faktorer som påvirker matematikklæring. Dette gjaldt eksempelvis svakheter ved variabelen synsfunksjon, og ikke minst at det ikke var kartlagt tilleggsvansker og fødselstermin for elevene.

I hjerneforskningstradisjon finnes studier som viser til at det er spesielle områder i hjernen som kan knyttes til spesifikke matematiske ferdigheter (Butterworth, 1999; Kosslyn, 2008; Magne, 2006). Det som er verdt å merke seg, er at denne forskningen i all vesentlig grad er gjort med voksne som har hatt hjerneslag eller personer som er skadet i krig. En vet altså ikke om forskningsresultatene er overførbare til barn der hjernen ennå ikke er utviklet.

Kosslyn (2008) har i studie med voksne personer som har pådratt seg en hjerneskode beskrevet at for en type skade hadde pasientene vansker med å forestille seg objektformen, men at de kunne se for seg hvordan objektet var plassert i forhold til andre objekter. For en annen type skade kunne pasientene derimot ikke bedømme relativ plassering, men de kunne se for seg formen på et objekt.

Dette er et utfordrende og uavklart problemområde i mitt handlingsrom som pedagog. Er det slik at en medfødt nevralt skade er et endelikt med tanke på spesifikke matematiske funksjoner, eller er det slik Magne (2006, s. 13) uttrykker en tiltro til nevrologisk plastisitet hos et barn: ”We assume that mathematics behaviour depends on brain functions. It is

---

<sup>54</sup> Denne vurderingen ble gjort og er beskrevet i en rapport etter kurset av en kollega ved senteret.

obvious, however, that not only do cerebral activities affect development of mathematical knowledge, but experience also affect the cerebral structure and functions". Dette er utfordrende og uavklarte problemområder, fordi vi som lærere på den ene siden bærer med oss en tradisjon om at læring skjer som er resultat av erfaringer. Den andre er spesialundervisningens bakside, med et utall av eksempler på at elever har øvet på noe som de ikke hadde forutsetning for å lære. En viktig konklusjon av resultater i studie 1 er derfor nødvendigheten av tverrfaglighet i rådgivingen.

*Geometrisk strukturering: Å oppfatte og beskrive hvordan egenskaper utgjør form*

Hovedpoenget i geometrisk strukturering er at eleven oppfatter sammenhengen mellom del og helhet. Det vil si at deler (egenskaper) utgjør helheten, og ikke bare deler som isolerte deler (Battista, 2007). Fra at en elev på forrige nivå kunne persipere spatiale strukturer ved en form (si et lite kvadrat eller figurene  $x$  og  $+$ ), vil en elev på dette nivået eksplisitt kunne beskrive og etter hvert også analysere "konsekvensene" av egenskapene ved formen.

En verbal beskrivelse (en slags definisjon) av egenskaper ved en form er imidlertid ingen garanti for at eleven bygger utsagnet på en reell persepsjon av strukturen. Axel kunne "definere" former ved å liste opp egenskaper, men ved å studere alle meningshandlingene i sammenheng, var det grunn for å si at mange av utsagnene var uten reell forståelse av det spatiale (Artikkel IV). Det er forøvrig et kjent synspedagogisk fenomen at noen elever lærer seg definisjoner/beskrivelser utenat, men hvis en pedagog er novise på feltet, kan hun eller han i god tro overvurdere betydningen av "riktige svar" på verbale spørsmål.

I teorier om utviklingstrekk ved taktil-haptisk persepsjon, (Ballesteros, et al., 2005; Barraga, 1986; Withagen, et al., 2010) er forståelse for del og helhet beskrevet som et avansert nivå. I utsagn som er gjengitt nedenfor, vil jeg hevde at Brent og Carl analyserer hvordan deler i figurene  $+$  og  $x$  utgjør figurene, og hvordan deler kan påvirke de spatiale strukturene. Vi ser at første setning er uttrykk for at figuren først blir gjenkjent som en global form:

- *Den (viser til  $x$ ) er egentlig bare en bokstav.*
- *Krysset er på en måte riktig vei. Også hvis jeg hadde vridd  $x$ 'n, det går ikke an da, men hvis jeg hadde vridd den slik at én strek kom vannrett og en loddrett, det hadde ikke gått for den ene er skrå, lite grann til venstre.*
- *Men et plusstegn, det er to linjer som krysser hverandre, vannrett og loddrett.*

Lærer: *Hvorfor er  $X$ 'n ikke et kryss*

- *Jo fordi den er vridd på en måte, eller han, ...hvis man snur arket 45 grader til venstre, så får du den ene streken rett, og så er den en litt sånn skrå, skrå nedover.*
- *Hvis du hadde retta opp den, så hadde det blitt et kryss, men da hadde det andre krysset blitt x da. Nei. bare litt større bøy*

Lærer: *hva er det som er litt større bøy?*

- *Det har en større vinkel her.*

Selv om Brent og Carl var representert med like mange tekstsegmenter i meningshandlingen ”eleven bruker geometriske begreper” (Brent og Carl hadde begge 25 av de 64 tekstsegmentene i noden. Se også Figur 9 i metodekapittelet), så viser transkripsjonene som helhet at det er en forskjell med hensyn til hvordan de praktiserte begrepene. Carl *anvendte* begrepene i argumenteringer og beskrivelser i større grad enn Brent, som først og fremst svarte med dem når det blir stilt spørsmål. Hvis vi tyr til analogien om å lære et fremmedspråk, så kan Carl kommunisere på dette språket, mens Brent forstår det som blir sagt og kan svare på spørsmål. Dette var for øvrig en forskjell som lærer til Brent ble veldig oppmerksom på, og det kan også være et uttrykk for det som van Hiele (1986) har sagt om at det som elevene forstår implisitt på ett nivå, klarer de å uttrykke eksplisitt når de utvikler sin forståelse til neste nivå.

Brent var oftest representert i meningshandlingen ”varierte manuelle strategier” (Brent: 7 av 11; Carl 4 av 11). En ny gjennomgang av datamaterialet viser at Brent brukte mange manuelle strategier på alle typer av objekter, mens Carl brukte en variasjon av strategier når han undersøkte mer komplekse former. Ved å se meningshandlingene ”bruker geometribegreper” og ”varierte strategier” i sammenheng, er det fristende å lansere en hypotese om at behovet for direkte perseptuelle inntrykk avtar etter hvert som eleven øker sin geometriske innsikt og i større grad kan resonnerer på grunnlag av en mental modell. Det var grunn for å si at Carl var den mest kompetente eleven på kurset, og i denne sammenhengen er det også grunn for å minne om betydningen av at han har sett normalt det første leveåret.

I taktil-haptisk persepsjon vil det å oppfatte form på et stort objekt være kognitivt langt mer krevende enn i visuell persepsjon. Millar (2008) mener at de manuelle strategiene blir utført i forhold til en plan som bygger på en mental forestiling om hva slags form som er aktuell. Dette kunne vi se i studien da Brent og Carl slo fast at hyllene på lysbildestativet var rektangulære (Figur 14). De hadde ikke behov for å kjenne rundt hele kanten på hylla, men begrenset det til et par-tre berøringspunkter. Dette var trolig nok til å avgjøre at dette var en flate, og at flata var avgrenset med rette kanter og at flata var lengre den ene retningen. Jeg vil



tro at en slik plan bygger på tidligere erfaringer med at slike flater gjerne har en firkantform, og at elevene kan ha fått en opplevelse av (rektangulær) utstrekning allerede da de var i fysisk kontakt med stativet innledningsvis.



*Figur 14. Bilde av lysbildefremviser stativ. Stativet er ikke identisk med det stativet som ble brukt på kurset, men konstruksjonen er nokså lik.*

Vi vet ikke om elevene først har lært å gjenkjenne form på små objekter og deretter overført dette til store objekter. Kanskje er det slik at det er sensorimotoriske erfaringer (store kroppslige bevegelser) med fysisk store objekter som har hjulpet dem til å persipere spatiale strukturer på små objekter? Mer sannsynlig er det at dette skjer i en kombinasjon.

I ICF-CY (WHO, 2007a) er evne til å oppfatte form og størrelse holdt fram som en kroppsfunksjon relatert til synssansen, men studie 2 og Artikkel III viste hvordan elevene ”så” spatiale strukturer ved objektene som kroppsbevegelser og ved å sammenligne lengder og størrelser ved objektene mot kroppen sin (fingre, handflata, etc.). Det var oppgaver med store gjenstander som i særlig grad avdekket hvordan elevene brukte kroppen for å understøtte karakteristiske geometriske trekk ved gjenstandene og for å måle og sammenligne størrelser (på gjenstandene). Det er dermed fristende å hevde at fysisk aktivitet med store gjenstander synes å være en viktig met-before for å oppfatte og gjenkjenne form. I dette bildet ligger også informasjonen om at Axel i perioden mellom det første og det andre kurset hadde begynt med ulike fysiske aktiviteter på fritiden.

Slutningen passer inn i en ”etablert sannhet” i synspedagogikk om at fysisk aktive elever forstår omgivelsene bedre enn elever som er passive, og som har gitt postulater som: “The world seeks infants who can see, but infants who cannot see must learn to seek the world” (Foulke & Hatlen, 1992, s. 7). Jeg har imidlertid ingen metode til å validere hvor robust betydningen av fysisk aktivitet er i forhold til geometritenkning. Det ville imidlertid vært en styrke for troverdighet ved hypotesen, dersom journalmaterialet i studie 1 hadde inneholdt

beskrivelser av elevene som det ville vært mulig å operasjonalisere til ulike måleverdier for aktivitetsnivå. Sammenheng mellom fysisk aktivitet og geometrilæring er derfor også en spørsmålsstilling som nye studier kan og bør etterprøve. I dette spørsmålet vil det imidlertid ligge flere metodologiske utfordringer i forhold til å kontrollere for spuriøse variabler.

## **Matematikk i et deltakerperspektiv**

Doktorgradsprosjektet bygger på en forståelse om at matematikk er et språk som mennesker har skapt for å forstå og løse problemer i sin "livsverden"<sup>55</sup>. I takt med nye livsverdener har språket ekspandert og også for hver generasjon blitt kultivert. På denne måten gjenspeiler matematikken vår kulturhistorie, og blant annet derfor vil jeg argumentere for at mange aspekter ved matematikken er vesentlige for sosial deltakelse og selvstendighet. Jeg har tidligere hevdet at siden det først og fremst er seende mennesker som har utviklet matematikkspråket, så vil det være noen læringsutfordringer som er større for en elev som er blind enn for seende elever. På dette grunnlaget vil matematikk være som et viktig *fremmedspråk* for elevene.

I en viss grad gjenspeiler ICF-CY (WHO, 2007a) argumentet om at matematikk har betydning for deltakelse, ved at "lære å regne" og "regne" inngår i deltakelsesdimensjonen i det som angår helse, utdanning og velvære hos barn og unge. Etter min mening er imidlertid regning for snevert i sammenheng. "Matematikk som et språk" er langt mer enn de vanlige eksemplene om viktigheten av å kunne kontrollere kassalappen i butikken og forstå lånebetingelser i banken.

Norske læreplanforfattere har på ulike måter tilført skolefaget matematikk et "deltakerperspektiv" gjennom temaer som "anvendelse av matematikk", "problemløsning", "matematikk i dagliglivet" og prinsippet om "regning i alle fag". Norge gjenspeiler internasjonale trender, slik vi finner dette uttrykt gjennom betegnelser som "mathematical literacy" (Jablonka, 2003; OECD, 2006), "mathemacy" (Skovsmose, 1998), "mathematisch" (Lennerstad & Mouwitz, 2004), "matematiske kompetanser" (Niss & Jensen, 2002), etc. Hver på sin måte er ideologiene bak disse betegnelse forenelig med det som Jablonka (2003, s. 78) skriver:

---

<sup>55</sup> Med uttrykket livsverden menes den verden som er levende nærværende gjennom persepsjon og som er den eneste verden som er tilgjengelig for oss som persiperende subjekter (Merleau-Ponty, 1945, 1994)

Any attempt at defining □mathematical literacy□ faces the problem that it cannot be conceptualised exclusively in terms of mathematical knowledge, because it is about an individual's capacity to *use* and *apply* this knowledge. Thus it has to be about conceived of in functional terms as applicable to the situations in which this knowledge is to be used.

For å gi et konkret eksempel på hva jeg mener om at grunnleggende spatiale begreper har betydning for deltakelse, gjengir jeg fra studie 2 (Tabell 5) en dialogsekvens mellom Carl og Carl sin lærer og Axel og hans lærer. Oppgaven var at elevene skulle beskrive et stort objekt, - et lysbildeframviser stativ (Figur 14, plassert tidligere avsnitt).

Tabell 5. Dialogsekvens mellom Axel og lærer og Carl og lærer

Axel (A) skal beskrive til lærer (LA)	Carl (C) skal beskrive til lærer (LC)
A: Dette er et [...] <sup>56</sup> ousps, dette er et [...]	C: Øverst her så er det en plate som er rektangulær,
LA: Ja? [...] Du får bøye deg ned og kjenne inni. [...] Hvor mange bein er det?	og så er det sylindriske stenger som går nedover. De er på hver sin side av platen. Så er det en ny
A: Fire	plate. De sylindriske stengene går helt ned. Den
LA: Ja, ha. Hva er det du kjenner på der da? [...]	er rektangulær også den platen på midten.
A: Her er det to	LC: Er det noe mer du kan si om de stengene?
LA: Ja, ha. Kan du forklare det mer for meg?	C: De er parallelle.
A: Ja, her.	LC: Er de det?
LA: Hva mener du med her?	C: Ja hvis det hadde vært en linje, hver side i
A: På høyresida og her på venstresida, og enda en på høyresida og enda en på venstresida.	stengene er parallelle på en måte.
LA: Hvordan kjennes det ut det som du kjente på der?	LC: ja, sånn ja, - i samme stang?
A: Det kjennes lite grann [...], nei jeg mener det var spiss.	C: Ja.
	LC: Men hva med de forskjellige stengene da? Hvordan er de i forhold til hverandre?
	C: De går sammen i en spiss.

Eksempelet er selvsagt latterlig lite relevant i forhold til hva gutter på denne alderen vanligvis snakker om, men det viser hvordan Carl og lærer har et felles språk som gjør at de kan opprette et felles fokus om en uvanlig gjenstand. Språket gir dem også anledning til å oppklare misforståelser, og i dialogen fremstår Carl selvstendig i aktiviteten. Disse aspektene står i kontrast til dialogen mellom Axel og lærer, der dialogen bærer preg av ikke felles fokus og et manglende felles språk om geometriske egenskaper ved objekter. I denne dialogen blir det læreren som initierer aktivitet, mens Axel blir nokså passiv.

<sup>56</sup> [...] betyr pause på tre sekunder eller lengre.

## **Hypotese om at geometri ikke er eller har vært vektlagt på riktig måte i undervisningen**

I doktorgradsprosjektet har jeg både undersøkt undervisningsprogresjon i faget for en stor gruppe elever, og begrepslæring hos tre elever på 10 og 11 år. Den opprinnelige hensikten med å sette sammen to så forskjellige studier i ett prosjekt var at den retrospektive studien skulle være et bakteppe for å forstå resultater i undervisningseksperimentet. Erfaringer gjennom forskningsprosessen gjør at jeg i dag også tenker at kasusstudien(e) har bidratt med en hypotese om at det er viktig at geometri, når vi forstår dette temaet som grunnleggende begreper i matematikk, ikke blir utydelig i undervisningen. Dette er imidlertid bare en teoretisk hypotese, siden studie 1 (Artikkel II) ikke var designet for å undersøke om det var spesifikke tema, progresjon i tema eller undervisningsmetoder som ga elevene særlige utfordringer. Doktorgradsprosjektet gir dessuten ingen holdepunkter for å si at bestemte undervisningsopplegg eller metoder, eksempelvis i geometri, kan lære en elev med en nevralt skade ”å se for seg” spatiale strukturer.

Matematikklæring skjer i et komplekst samspill mellom faktorer ved eleven, faktorer ved faget og faktorer ved undervisningen (Magne, 2006), og derfor er det viktig å presisere at geometri bare vil være ett forklaringsperspektiv på hvorfor matematikklæring kan være vanskelig.

Hypotesen om at geometri er viktig for matematikklæring generelt er en konsekvens av teorien ”three worlds of mathematics” (Tall, 2012) og hvordan ”conceptual embodied world of mathematics” henger sammen med ”symbolic world of mathematics”. At det er sammenhenger mellom ulike tema i matematikkfaget er ingen ny tanke, men i perspektivet geometri som ”conceptual embodied world”, blir geometri mye mer enn figurer og konstruksjoner. I dette perspektivet kan geometri for de yngste elevene være som et bindeledd mellom en taktil-haptisk livsverden og et visuelt basert matematikkspråk.

Min erfaring tilsier at geometri er et tema som i dag kommer til slutt på matematikkurs for lærere som skal undervise punktskriftelever, og et avsnitt i *Spesialundervisning av blinde og svaksynte* (Spesialskolerådet, 1967, s. 78) indikerer en tilsvarende (ned)prioritering i undervisningen også på blindeskolene:

Det har tidligere vært drevet forholdsvis lite geometriundervisning for blinde og sterkt svaksynte ved våre skoler. Erfaringer fra andre land viser imidlertid gode

resultater ved slik undervisning, som en regner for å være spesielt utviklende for disse elevene.

Evnen til å persipere form og størrelse er en styrke ved synssansen. ”Former” og ”størrelser” utgjør viktige aspekter i livsverdenen til en seende elev men ikke i livsverdenen til en elev som er blind. For å kunne dele språket i en ”visuell verden” må en elev som er blind *lære seg å persipere* grunnlaget for de geometriske begrepene (eksempelvis form), og derfor fremholder jeg at undervisningen må tilrettelegges på en spesiell måte.

### **Perspektiver framover**

Selv om jeg hevder at doktorgradsprosjektet gir et sant bilde av hvor mange elever som har fulgt alderstrinnets progresjon i matematikk, så ligger det i denne ”sannheten” mange variabler som ikke er studert eller drøftet. Jeg tenker eksempelvis på undervisningsmetoder og på fagkompetanse hos lærer. Dette er faktorer som er viktige for matematikklæring og som derfor også peker seg ut som sentrale forskningsområder framover. Videre er det vesentlig å samle erfaringer med hvordan undervisningen kan balanseres mellom det behovet en elev med synshemming har for individuell undervisning, og læring i samspill med andre (seende) elever på samme alderstrinn.

Et annet område som bør følges opp videre i undervisning er hvordan elevenes måte ”å se” spatiale dimensjoner ved objekter kan løftes fram til eksplisitt kunnskap om måling og metriske enheter.

Studien bringer dessuten med seg et interessant aspekt på matematikkvanskeområdet og seende elever. Hvorfor var det ingen forskjell mellom jenter og gutter i denne undersøkelsen, når erfaring viser at av tre elever med matematikkvansker, så er to av dem gutter.

Som sluttord vil jeg si: Det er i spenningsfeltet mellom eksempler og forklaringer til at matematikk kan være vanskelig, og å søke løsninger til å komme omkring utfordringene, at synspedagogikken på det matematikdidaktiske feltet må fortsette sin utvikling.



## REFERANSER

- Alver, B. G. (2009). Ansvar for den enkelte. Hentet fra nett 19.11.2011, fra De nasjonale forskningsetiske komiteer <http://www.etikkom.no/no/FBIB/Temaer/Personvern-og-ansvar-for-den-enkelte/Ansvar-for-den-enkelte/>
- Argyropoulos, V. S. (2002). Tactual shape perception in relation to the understanding of geometrical concepts by blind students. *The British Journal of Visual Impairment*, 20(1), 7-16.
- Assistanse. (2008). Læring og utvikling for barn, unge (og voksne) med synshemming *Innspill til Midtlyng-utvalget*. Oslo: Assistanse.
- Augestad, L. B., & Flanders, W. D. (2006). Occurrence of and mortality from childhood Neuronal Ceroid Lipofuscinoses in Norway. *Journal of Child Neurology*, 21, 917-922.
- Ballesteros, S., Bardisa, D., Millar, S., & Reales, J. M. (2005). The haptic test battery: A new instrument to test tactual abilities in blind and visually impaired and sighted children. *The British Journal of Visual Impairment*, 23(1), 11-24.
- Bardin, J. A., & Lewis, S. (2008). A Survey of the Academic Engagement of Students with Visual Impairments in General Education Classes. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 102(8), 472-483.
- Barraga, N. C. (1986). Sensory Perceptual Development. I G. T. Scholl (Red.), *Foundations of the Education for Blind and Visually Handicapped Children and Youth: Theory and practice*. New York: American Foundation for the Blind.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 843-908). Charlotte, NC: Information Age.
- Beal, C. R., Rosenblum, L. P., & Smith, D. W. (2011). A pilot study of a self-voicing computer program for prealgebra math problems. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 105(3), 157-169.
- Bengtsson, J., & Løkken, J. (2004). Maurice Merleau-Ponty: Kroppens verdslighet og verdens kroppslighet. I K. Steinsholt & L. Løvlie (Red.), *Pedagogikkens mange ansikter. Pedagogisk idéhistorie fra antikken til det postmoderne*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Bergesen, H. O. (2006). Kampen om kunnskapsskolen. *Samtiden*, 4.
- Berthelot, R., & Salin, M. H. (1998). The role of pupils' spatial knowledge in the elementary teaching of geometry. I C. Mammana & V. Villani (Red.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* (s. 71-78). Dordrecht: Kluwer Academic.

- Bouaziz, S., Russier, S., & Magnan, A. (2005). The Copying of Complex Geometric Drawings by Sighted and Visually Impaired Children. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 99(12), 765-774.
- Brambring, M. (2007). Divergent Development of Manual Skills in Children Who Are Blind or Sighted. *Journal of Visual impairment & Blindness*, 212-224.
- Brandsborg, K., Cyvin, M., Jeremiassen, R., & Loe, T. (2004). *FOM. Felles oppmerksomhet med små barn som er blinde*. Oslo: Huseby.
- Brenna, B. (2009). Visuell uttrykksform. hentet fra nett 19.11.11, fra De nasjonale forskningssetiske komiteer <http://www.etikkom.no/no/FBIB/Temaer/Spesielle-problemmomrader/Visuell-uttrykksform/>
- Bruteig, J. (1969). Regneundervisningen (Matematikk). I T. Gisler (Red.), *Handledning för blindlärare*. Stockholm: Nordiska kulturkommissionen.
- Bruteig, J. (1989). *Matematikk for blinde. Arbeidsmåter med eksempler*. Oslo: Huseby kompetansesenter.
- Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. London: Macmillan.
- Cahill, H., Linehan, C., McCarthy, J., Bormans, G., & Engelen, J. (1996). Blind and partially sighted students' access to mathematics and computer technology in Ireland and Belgium. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, Mar-Apr, 105-114.
- Caracelli, V. J., & Greene, J. C. (1997). Crafting mixed-method evaluation designs. I J. C. Greene & V. J. Caracelli (Red.), *Advances in mixed-method evaluation: The challenges and benefits of integrating diverse paradigms* (s. 19-32). San Francisco: Jossey-Bass. (Lokalisert på <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/ev.1069/pdf>).
- Cass, H. D., Sonksen, P., & McConachie, H. R. (1994). Developmental setback in severe visual impairment. *Archives in Disease in Childhood* 70, 192-196.
- Cattaneo, Z., & Vecchi, T. (2011). *Blind vision: The neuroscience of visual impairment*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 420-464). New York: Macmillan Publishing Company.
- Colenbrander, A. (2009). The functional classification of brain damage-related vision loss. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 103(2), 118-123.
- Corbin, J., & Strauss, A. (2008). *Basics of qualitative research 3e. Techniques and prosedures for developing grounded theory*. Thousand Oaks: Sage.
- Corn, A. L., & Wall, R. S. (2002). Training and availability of braille transcribers in the United States. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 96(4), 223-232.



- D'Angiulli, A., & Maggi, S. (2003). Development of drawing abilities in a distinct population: Depiction of perceptual principles by three children with congenital total blindness. *International Journal of Behavioral Development, 27*(3), 193-200.
- DeMario, N. C., & Lian, M.-G. J. (2000). Teachers' perceptions of need for and competency in transcribing braille materials in Nemeth code. *Journal of Visual Impairment & Blindness, 94*(1), 7-14.
- Drews, C. D., Yeargin-Allsopp, M., Murphy, C. C., & Decoufle, P. (1992). Legal blindness among 10-year-old children in Metropolitan Atlanta: prevalence, 1985 to 1987. *Am J Public Health, 82*(10), 1377-1379.
- Dulin, D., & Hatwell, Y. (2006). The Effects of Visual Experience and Training in Raised-Line Materials on the Mental Spatial Imagery of Blind Persons. *Journal of Visual impairment & Blindness, 100*(7), 414-424.
- Ek, U. (2000). *Children with visual disorders: Cognitive development, developmental disorders and consequences for treatment and counselling*. PhD. Stockholm: Stockholm University.
- Ek, U., Fernell, E., & Jacobson, L. (2005). Cognitive and behavioural characteristics in blind children with bilateral optic nerve hypoplasia. *Acta Paediatrica, 94*, 1421-1426.
- Ek, U., Fernell, E., Jacobson, L., & Gillberg, C. (1998). Relation between blindness due to retinopathy of prematurity and autistic spectrum disorders: a population-based study. *Developmental Medicine & Child Neurology, 40*, 297-301.
- Erin, J. N., & Koenig, A. J. (1997). The student with visual disability and a learning disability. *Journal of Learning Disabilities, 30*, 309-320.
- Ferrell, K. A. (2011). What do we know, and how do we know it? *The Educator, XXIII*(2), 13-19.
- Forsbak, Ø. (2008). Et historisk tilbakeblikk på blindeundervisningen i Norge [A historical perspective on the education of blind persons in Norway]. I P. Fosse & O. Klingenberg (Red.), *Pedagogiske og psykologiske perspektiver på opplæring av synshemmede* (s. 9-19). Melhus: Snøfugl.
- Fossheim, H. J. (2009). Informert samtykke. Hentet fra nett 13.12.2011, fra De nasjonale forskningsetiske komiteer <http://www.etikkom.no/no/FBIB/Temaer/Personvern-og-ansvar-for-den-enkelte/Informert-samtykke/>
- Foulke, E., & Hatlen, P. H. (1992). Part 2. Perceptual and cognitive training: Its nature and importance. *British Journal of Visual Impairment, 10*(2), 47-49.
- Freudental, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, Netherlands: D. Reidel Publishing Co.
- Gilbert, C. (2003). Blindness in children. Half of it is avoidable, and suitable cost effective interventions are available. *BMJ, 4*(327), 760-761.

- Gilbert, C., & Foster, A. (2001). Childhodd blindness in the context of VISION 2020 –the right to sight. *Bull World Health Organ*, 79(3), 227-232.
- Gogate, P., & Gilbert, C. (2007). Blindness in children: a worldwide perspective. *Community Eye Health Journal*, 20(62), 32-33.
- Goodrich, G. L., & Lueck, A. H. (2010). Vision Rehabilitation Services at a Crossroads. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 104(10).
- Hatwell, Y. (2003). Manual exploratory procedures in children and adults. I Y. Hatwell, A. Streri & E. Gentaz (Red.), *Touching for Knowing*. Amsterdam/Philadelphia: John Benjamins Publishing Company.
- Hatwell, Y., Streri, A., & Gentaz, E. (2003). *Touching for Knowing* (Vol. 53). Amsterdam/Philadelphia: John Benjamins Publishing Company.
- Havsjømoen, H., & Kvåle, R. (2009). *Matematikk på PC: ideer og forslag til hvordan elever med synsvansker kan bruke PC i matematikk*. Oslo: Huseby kompetansesenter.
- Helenius, O., & Mouwitz, L. (2009). *Matematiken - var finns den?* Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning.
- Helsedirektoratet. (2012). ICD-10. Den internasjonale statistiske klassifikasjonen av sykdommer og beslektede helseproblemer. [http://www.kith.no/templates/kith\\_WebPage\\_1145.aspx](http://www.kith.no/templates/kith_WebPage_1145.aspx)
- Hess, D. R. (2004). Retrospective studies and chart reviews. *Respiratory Care*, 49(10), 1171-1174.
- Hjardemaal, F. (2011). Vitenskapsteori. I T. A. Kleven (Red.), *Innføring i pedagogisk forskningsmetode*. Oslo: Unipub.
- Jablonka, E. (2003). Mathematical Literacy. I A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. K. S. Leung (Red.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (s. 75 - 102). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Jackson, A. (2002). The world of blind mathematicians. *Notices of the American Mathematical Society*, 49(10), 1246.
- Kapperman, G., Heinze, T., & Sticken, J. (2000). Mathematics. I A. J. Koenig & M. C. Holbrook (Red.), *Foundations of education: Vol. II. Instructional strategies for teaching children and youths with visual impairments* (s. 370-399). New York: AFB.
- KD. (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa*. Oslo: Lovdata Lokalisert på <http://www.lovdata.no/all/nl-19980717-061.html>.
- KD. (2006a). *Forskrift til opplæringslova, § 1.1, punkt f*. Oslo: Lovdata Lokalisert på <http://www.lovdata.no/cgi-wift/ldles?doc=/sf/sf/sf-20060623-0724.html>.

- KD. (2006b). *Kunnskapsløftet*. Oslo: Lokalisert på <http://www.udir.no/Lareplaner/Grep/Modul/?gmid=0&gmi=156340&v=5>.
- Kennedy, J. (1993). *Drawing and the blind*. London: Yale University Press.
- Kinge, B., Tranheim, R. S., & Eide, N. A. (2004). Retinoblastom - arvelig øyekreft hos barn. *Tidsskrift for Den norske legeforening*, 124(2), 183-185.
- Klatzky, R., & Lederman, S. (2003). The haptic identification of everyday life objects. I Y. Hatwell, A. Streri & E. Gentaz (Red.), *Touching for knowing* (Vol. 53, s. 105-121). Amsterdam/Philadelphia: John Benjamins Publishing Company.
- Kleven, T. A. (2008). Validity and validation in qualitative and quantitative research. *Nordisk Pedagogikk*, 28(3), 219-233.
- Kleven, T. A. (Red.). (2011). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode. En hjelp til kritisk tolkning og vurdering*. Oslo: Unipub.
- Klingenberg, O. G. (1998). *Blinde barn og tall. En fenomenografisk studie av talloppfatninger hos blinde skolebarn*. Hovedfagsoppgave. Norges teknisk-vitenskapelige universitet, Trondheim.
- Klingenberg, O. G. (2007). *Undervisning i geometri med blinde elever: Utvikling av et forskningsdesign*. Upublisert paper. NTNU. Trondheim.
- Klingenberg, O. G. (2008). Taktil/haptisk persepsjon i et pedagogisk perspektiv. I P. Fosse & O. G. Klingenberg (Red.), *Pedagogiske og psykologiske perspektiver på opplæring av synshemmede* (s. 43-55): Snøfugl.
- Klingenberg, O. G., & Jevne, O. E. (2005). *Matematikk i grunnskolen. Tegn og oppstillinger i punktskrift*. Melhus: Tambartun kompetansesenter.
- Knauff, M., & May, E. (2006). Mental imagery, reasoning, and blindness. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 59(1), 161-177. doi: 10.1080/17470210500149992
- Kocur, I., & Resnikoff, S. (2002). Visual impairment and blindness in Europe and their prevention. *British Journal of Ophthalmology*, 86, 716-722.
- Kohanová, I. (2006). *Teaching mathematics to non-sighted students: With specialization in solid geometry*. Doctoral Thesis. Comenius University, Bratislava.
- Kosslyn, S. M. (2008). Remembering images. I M. A. Gluck, J. R. Anderson & S. M. Kosslyn (Red.), *Memory and mind: A festschrift for Gordon H. Bower* (s. 93-110). Hillsdale: NJ: Erlbaum Associates.
- KUD. (1974). *Mønsterplan for grunnskolen*. Aschehoug.
- KUD. (1987). *Mønsterplan for grunnskolen*. Aschehoug.

- KUF. (1997). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*.
- Lakoff, G., & Johnson, m. (1980). *Metaphors we live by*. Chicago: University of Chicago.
- Lakoff, G., & Núñez, R. E. (2000). *Where Mathematics Comes From. How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. New York: Basic Books.
- Larsen, T. (2007). En historisk oversikt over skoletilbudene i Norge for elever med synshemming *Statped skriftserie* (Vol. 54). Oslo: Huseby.
- Layton, C. A., & Lock, R. H. (2001). Determining Learning Disabilities in Students with Low Vision. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 95(5).
- Lederman, S. J., & Klatzky, R. L. (1993). Extracting object properties through haptic exploration. *Acta Psychologica*, 84, 24-40.
- Lennerstad, H., & Mouwitz, L. (2004). Mathematish - a tacit knowledge of mathematics. I C. Bergsten & B. Grevholm (Red.), *Mathematics and language. Proceedings of MADIF-4* (s. 168 - 184). Malmö.
- Leroy, B. P., & Dharmaraj, S. (2003). Leber congenital amaurosis. *Orphanet Encyclopeded*, 11. Lokalisert på <http://www.orpha.net/data/patho/GB/uk-LCA.pdf>
- Lester, F. K. (2005). On the theoretical, conceptual, and philosophical foundation for research in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, 37(6), 457-467.
- Lindenskov, L. (2006). Matematikvanskeligheter i inkluderende undervisning for børn, unge og voksne. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 11(4), 65-95.
- Lund, T. (2011). Combining qualitative and quantitative approaches: Some arguments for mixed methods research. *Scandinavian Journal of Educational Research*. DOI: 10.1080/00313831.2011.568674.
- Lund, T. (Red.). (2002). *Innføring i forskningsmetodologi*. Oslo: Unipub AS.
- Lunde, O. (2004). Matematikk som spesialpedagogisk tema. *Nordisk tidsskrift for spesialpedagogikk*(4), 245-260.
- Lunde, O. (2010). *Hvorfor tall går i ball. Matematikkvansker i et spesialpedagogisk fokus*. Bryne: Info Vest Forlag.
- Maddux, C. D. (1984). Fingermath for the visually impaired: An intrasubject design. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 78(1), 7-10.
- Magne, O. (2003). Literature on special educational needs in mathematics: A bibliography with some comments *Educational and Psychological Interactions* (4th utg., s. 419). Malmø: School of Education.

- Magne, O. (2006). Historical aspects on special education in mathematics. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 11(4), 7-34.
- Martinsen, H. (1994). *Development of passivity and occurrence of stereotyped activities in congenitally blind children*. Melhus: Tambartun National Resource Centre for Special Education of the Visually Impaired Oslo: University of Oslo.
- McGowen, M., & Tall, D. (2010). Metaphor or Met-before? The effects of previous experience on the practice and theory of learning mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 29(3), 169-179.
- Merleau-Ponty, M. (1945, 1994). *Kroppens fenomenologi* (D. Østerberg, Oversetter). Oslo: Oax Forlag A/S.
- Mertens, D. M. (2005). *Research and evaluation in education and psychology. Integrating diversity with quantitative, qualitative, and mixed methods*. (2. utg.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Millar, S. (1994). *Understanding and representing space. Theory and evidence from studies with blind and sighted children*. Oxford, England: Clarendon Press.
- Millar, S. (2008). *Space and sense*. New York: Psychology Press.
- Mosvold, R. (2002). Læreplanutvikling i historisk perspektiv - med fokus på "hverdagsmatematikk i dagliglivet" (s. 38). Notodden: Telemarksforskning.
- NESH. (2011). Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora Hentet fra nett 19.11.2011 <http://www.etikkom.no/no/Vart-arbeid/Hvem-er-vi/Komite-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/>
- Niss, M., & Jensen, T. H. (2002). Kompetencer og matematikklæring. Ideer og inspirasjon til utvikling af matematikkundervisning i Danmark *Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie* (Vol. 18). København: Undervisningsministeriets forlag.
- Nolan, C. Y., & Kederis, C. J. (1969). Perceptual Factors in Braille Word Recognition *American Foundation for the Blind. Research Series No. 20*. New York: American Foundation for the Blind.
- NOU 2009:18. (2009). *Rett til læring*. Oslo: Kunnskapsdepartementet Lokalisert på <http://www.regjeringen.no/pages/2213608/PDFS/NOU200920090018000DDDPDFS.pdf>.
- OECD. (2006). Assessing scientific, reading and mathematical literacy. A framework for PISA 2006. Lokalisert på <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2006/37464175.pdf>
- Ostad, S. A. (1982). *Matematikk når barnet ikke ser. Lærerveiledning til begynner opplæringen*. Oslo: Tiden Norsk Forlag.

- Ostad, S. A. (1989). *Mathematics through the fingertips. Basic mathematics for the blind pupil: Development and empirical testing of tactile representations*. Oslo: University of Oslo.
- Ostad, S. A. (2007). Dysmatematikk: Et multifaktorelt fenomen med karakteristiske kjennetegn. *Psykologisk Pædagogisk Rådgivning*(4), 294-304.
- Owens, K., & Outhred, L. (2006). The complexity of learning geometry and measurement. I A. Gutiérrez & P. Boero (Red.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past present and future*. (s. 83-115). Rotterdam: Sense Publishers.
- Perfect, M. M. (2001). Examining communicative behaviors in a 3-year-old boy who is blind. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 95(6), 353-365.
- Potter, L. E. (1995). Small-scale versus Large-scale Spatial Reasoning: Educational Implications for Children Who Are Visually Impaired. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 89(Mar-Apr), 142-152.
- Quek, F., & McNeil, D. (2006). Embodiment Awareness, Mathematics Discourse, and Blind. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1093, 266-279.
- Rapp, D. W., & Rapp, A. J. (1992). A survey of the current status of visually impaired students in secondary mathematics. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 86, 115-117.
- Richards, L. (2005). *Handling qualitative data: A practical guide*. London: Sage.
- Rosenberg, T., Flage, T., Hansen, E., Riise, R., Rudanko, S. L., Viggosson, G., et al. (1996). Incidence of registered visual impairment in the Nordic child population. *British Journal of Ophthalmology*, 80, 49-53.
- Rosenblum, L. P., & Amato, S. (2004). Preparation in and use of the nemeth braille code for mathematics by teachers of students with visual impairments. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 98(8), 484-495.
- Rusten, R. (2008). Lesing og skriving med punktskrift. En innføring. I P. Fosse & O. G. Klingenberg (Red.), *Pedagogiske og psykologiske perspektiver på opplæring av synshemmede*. Melhus: Snøfugl.
- Sallnäs, E.-L., Moll, J., & Severinson-Eklundh, K. (2007). *Group work about geometrical concepts among blind and sighted pupils using haptic interfaces*. Paper presentert ved Second Joint EuroHaptics Conference and Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems.
- Skarpenes, O. (2004). *Kunnskapens legitimering. En studie av to reformer og tre fag i videregående skole*. Dr.polit (Monografi). Bergen: Universitetet i Bergen.

- Skovsmose, O. (1998). Linking Mathematics Education and Democracy: Citizenship, Mathematical Archaeology, Mathemacy and Deliberative Interaction. *The International Journal on Mathematics Education*, 30(6), 195-203.
- Sorkmo, J. (2011). Statped. Siste epoke i mer enn 100 års statlig spesialpedagogikk. En faktaframstilling. *Statped skriftserie*. Oslo: UDIR.
- Spesialskolerådet-Grunnskolerådet. (1976). *Undervisning av synshemmede elever. Supplement til mønsterplanen 1976*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Spesialskolerådet. (1967). *Spesialundervisning av blinde og svaksynte. Foreløpig framlegg*. Oslo: Ukjent.
- Spindler, R. (2005). Teaching mathematics to a student who is blind. *Teaching Mathematics and its Applications*, 7.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Newbury Park, CA: Sage.
- Tall, D. (2004). *Thinking Through Three Worlds of Mathematics*. Paper presented at the The 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen, Norway.
- Tall, D. (2011). Crystalline concepts in long-term mathematical invention and discovery. *For the Learning of Mathematics*, 31(1).
- Tall, D. (2012). *How humans learn to think mathematically*. Manuscript submitted for publication: Lokalisert på <http://www.davidtall.com/threeworlds/Tall3worldsdraft.pdf>.
- Tellevik, J. M. (2008). Kognitive, sosiale og emosjonelle konsekvenser av synstap. I P. Fosse & O. G. Klingenberg (Red.), *Pedagogiske og psykologiske perspektiver på opplæring av synshemmede*. Melhus: Snøfugl.
- Thinus-Blanc, C., & Gaunet, F. (1997). Representation of space in blind persons: Vision as a spatial sense. *Psychological Bulletin*, 121(1), 20-42.
- Tobin, M. (2008). Information: a new paradigm for research into our understanding of blindness? *The British Journal of Visual Impairment*, 26(2), 119 - 127.
- Tobin, M., Hill, E., & Hill, J. (2010). Retinoblastoma and superior verbal IQ scores? *British Journal of Visual Impairment*, 28(1), 7-18.
- Tobin, M. J., Greaney, J., & Hill, E. (2003). Braille. Issues on structure, teaching and assessment. I Y. Hatwell, A. Streri & E. Gentaz (Red.), *Touching for Knowing* (Vol. 53). Amsterdam/Philadelphia: John Benjamins Publishing Company.
- Troughton, M. (1992). Learning disabilities and how they affect a person's ability to learn contracted braille [Online]. Lokalisert på <http://snow.idrc.ocad.ca/node/155>

- UNESCO. (1990). World braille usage. Washington: National Library Service for the Blind and Physical Handicapped, Library of Congress.
- Ungar, S. (2000). Cognitive Mapping without Visual Experience. I R. Kitchin & S. Freundschuh (Red.), *Cognitive Mapping: Past Present and Future*. London: Routledge.
- Utdanningsdirektoratet. (2004). *Læreplan i kompensierende ferdigheter og teknikker for blinde og sterkt svaksynte elever i grunnskole og videregående opplæring*.
- van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight*. Orlando, FL: Academic Press.
- Vik, A., Kristin. (2010). *Bruk av multimodale lesemedier. En studie av 11 elever som er sterkt svaksynte på grunnskolens mellom- og ungdomstrinn i Norge. Doktorgrad*. Universitetet i Oslo, Oslo.
- Warren, D. H. (1994). *Blindness and children. An individual differences approach*. New York: Cambridge University Press.
- WHO. (2007a). *Internasjonal klassifikasjon av funksjon, funksjonshemming og helse. Versjon for barn og ungdom*. Oslo: Lokalisert på <http://www.kith.no/upload/1855/ICF-CY-v1-17082010.pdf>.
- WHO. (2007b). *The International Classification of Functioning, Disability and Health for Children and Youth* Lokalisert på <http://www.rivm.nl/who-fic/icf-cy-english.htm>.
- WHO. (2007c). *International statistical classification of diseases and related health problems. Tenth revision*. Lokalisert på <http://apps.who.int/classifications/apps/icd/icd10online/>
- Wild, T., & Allen, A. (2009). Policy analysis of science-based best practices for students with visual impairments. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 103(2), 113-117.
- Withagen, A., Vervloed, M. P. J., Janssen, N. M., Knoors, H., & Verhoeven, L. (2010). Tactile Functioning in Children Who Are Blind: A Clinical Perspective. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 104(1), 43-54.
- Øyan, O., Havsjømoen, H., Jevne, O. E., Kvåle, R., & Larsen, T. (2010). *Matematikk med leselist: metodisk veiledning for lærere til elever på 8.-13. trinn som bruker punktskrift*. Oslo: Huseby kompetansesenter.



## **Vedlegg 1: Utdrag fra bokkapittel**



## Vedlegg 1

Utdrag fra Klingenberg, O. G. (2008). Taktil/haptisk persepsjon i et pedagogisk perspektiv. I P. Fosse & O. G. Klingenberg (Red.), *Pedagogiske og psykologiske perspektiver på opplæring av synshemmede*. Melhus: Snøfugl. Utdraget er fra sidene 47-49.

Illustrasjonen nedenfor (Figur 2) viser at Ann sitter på pulten lengst framme til høyre. Ann sitter sammen med en annen jente, og bak ryggene deres står det en hylle (brun på tegningen) der Ann har alle sine punktskriftbøker. "Inngangen" til hyllen er bakfra i klasserommet, og både pult og bokhylle er plassert helt inn til veggen. Det betyr at Ann må gå halvveis rundt hyllen når hun henter og setter på plass bøker, men dette gjør hun raskt og tilsynelatende uten problemer. Bokhyllen er ikke så høy, ikke så bred, men ganske lang, slik bildet nedenfor indikerer (Figur 2).

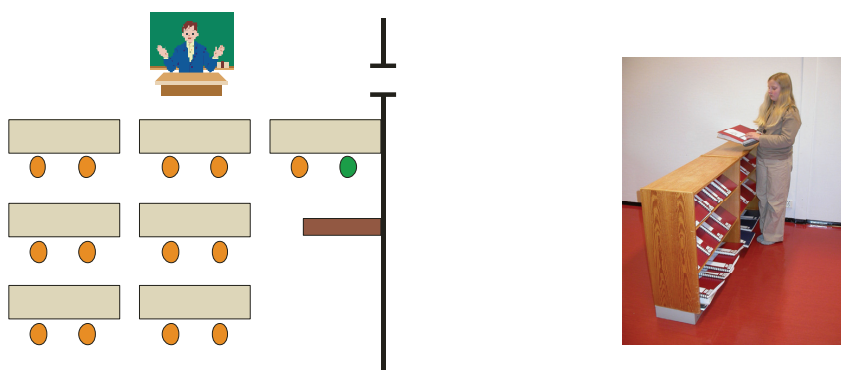


Fig. 2. Skisse over klasserommet og bilde som viser bokhyllens størrelse.

Jeg besøkte klassen ved årets første snøfall, og elevene ville ake i friminuttet. Læreren hadde tatt med en eske med akebrett og sa til elevene: *"Jeg har satt esken med akebrett ved enden av Ann sin hylle."*

Samtidig som hun fortalte dette, kikket hun mot esken, og de seende elevene så i samme retning - mot hyllen. De så hyllen og esken (illustrert med stiplede linje på Figur 3), men vi vet ikke om de brydde seg om angivelsen: "ved enden av". Læreren ord og atferd ga elevene mulighet til å forstå hvor akebrettene var plassert.

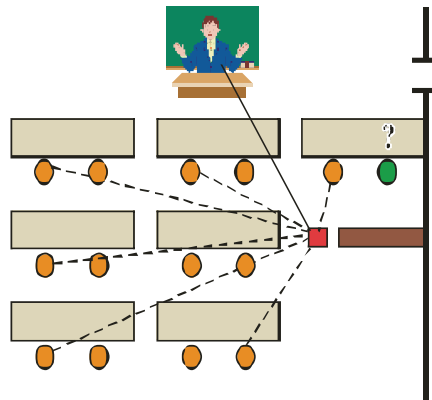


Fig. 3. Elevene kan følge lærerens blikk mot esken med akebrett.

“Ann” sitt kroppsspråk derimot, viste at hun ikke forsto denne beskjeden. Vi spurte henne etterpå hvordan hun hadde forstått denne beskjeden, og hun sa: ”Det er så mange kanter.”

Det synes som at Ann bruker ordene *ende* og *kant* synonymt. Kantene på hyllen er tydelige, og de er i fokus når hun går rundt hyllen. Hun fører armen langs den øverste kanten på hyllen, hun kommer til hjørnet, som kanskje også oppleves som en kant, osv. Ann har trolig ikke fokus på at kantene danner en rektangulær form, - grunnformen for hyllen (global form). Dermed blir angivelsen ”ved enden av” nokså meningsløs for henne. Denne tolkningen har jeg drøftet med en kollega som er blind. Han sier at det viktige i forflytningen er gjenstandenes forside, fordi det er detaljer på forsiden som er fysiske holdepunkter i forflytningen. Slike fysiske holdepunkter/møtepunkter kan i noen sammenhenger representere en fare i forflytningen. Baksidene har mindre (eller ingen) betydning i forflytningen. Når Ann går rundt hyllen, blir alle sider forsider etter hvert som hun forflytter seg. Hyllens bakside (dybden) kan eksistere i hennes bevissthet, som en mental forestilling, men baksiden er ikke nødvendig for henne. ”Objekter uten bakside/dybde er mer todimensjonale enn tredimensjonale” og derfor antar jeg at mange forholdsord (preposisjoner) som angir posisjoner i rom eller relasjoner mellom objekter, kan være kompliserte å forstå. ”Begrepene passer ikke til den sensoriske måten å oppleve gjenstandene på” (Se Tellevik: ”*Kognitive, sosiale og emosjonelle konsekvenser av synstap*” i denne boken).

Hvilken betydning har selve forflytningen for Ann sin opplevelse av at hylla er rektangulær? En skulle kanskje tro at når blinde elever beveger seg omkring store gjenstander, så vil de etterpå kunne vite noe om både gjenstandens størrelse og form. Fysioterapeut Rita Jeremiassen ved Tambartun (personlig meddelelse, 2007) påpeker at i så fall må barnet både kunne danne seg en forestilling om eget bevegelsesmønster (resultatet av bevegelsen) og kontinuerlig tolke hvilken posisjon kroppen befinner seg i, i forhold til dette mønsteret (formen). Dette er svært krevende og avanserte mentale prosesser.

Selv om Ann både kjenner rektangel- og prismeform fra modeller og illustrasjoner som hun har arbeidet med på pulten (i småskala), er det ikke nødvendigvis slik at hun er bevisst på at hun snur kroppen i rette vinkler når hun går omkring hylla eller at hun tenker på den store hylla som rektangulær. Verken seende eller synshemmede barn forholder seg til små former på samme måte som til store former. Nevrologisk forskning har vist dette gjennom å påvise hvilke deler i hjernen som blir aktivert i arbeid med småskala og at det er andre hjerneområder som er ”spesialområder for storskala” (Potter, 1995). Hjernen er et ufattelig komplisert og dynamisk nettverk, der nevralt forbindelser som brukes mye, både forsterkes

og utvikles i antall. Synet er godt eget til å knytte sammen erfaringer fra småskala og storskala slik at det blir utviklet nevralt forbindelser mellom hjerneområdene. Seende elever ser både rektangelet i læreboka og rektangelet som lærer viser fram, og samtidig med dette også den rektangelformede tavla og døra og hylla, osv. I undervisning med elever som ikke ser mener jeg at vi må legge vekt på språket som en modalitet for å knytte disse to "skalaene" sammen. Å lære å gjenkjenne en form i småskala mener jeg ikke kan være tilstrekkelig til å overføre kunnskap til storskala. Vi må snakke om kjennetegn ved former (hvorfor det er et rektangel) og finne de samme kjennetegnene ved den rektangulære pultflata som eleven kan legge seg oppå og kjenne utstrekningen av, og det store bordet som eleven kan gå omkring, osv.



## **Vedlegg 2: Oversikt over planlagte aktiviteter i elevkurset**





## Vedlegg 2

**Overordnet læringsmål for matematikkopplegget** er at eleven både skal kunne kjenne igjen og beskrive egenskaper ved rektangelet som todimensjonal form, forstå vinkelbegrepet og kunne kjenne igjen en rett vinkel i mikro- og (meso) makrorommet.

Rektanglets geometriske egenskaper er:

- at det er 90gr's vinkler
- at to og to sider er parallelle.

I og med at vinklene er 90 grader og sidene er parallelle blir de to parallelle sidene også like lange. Det er disse egenskapene som er overordnet læringsmål, og som er en forutsetning for at rektangelbegrepet er generalisert.

Det betinger at eleven må forstå hva parallellitet betyr.

For å forstå parallellitet må eleven forstå linjebegrepet og at to linjer som skjærer hverandre danner en vinkel.

???? Hva skal til for at eleven med stor grad av sikkerhet skal skunne kjenne igjen rektangelet i mesospace/makrospace? – at han kan avgjøre om en vinkel er 90 grader.

### Overordnet mål for undervisopplegget er

- å gi eleven mulighet til å bygge opp et vokabular omkring komponentene / egenskapene ved rektangelformen (inklusive kvadratet)
- knytte auditive erfaringer til forskjellighet mellom et kvadratisk rom og et rektangulært rom
- la elevene utforske meso/makrorommet med tanke på disse egenskapene.

### 1. Forkunnskaper: Hvilke (typer) gjenstander er det elevene forbinder med firkant?

Aktivitet og gjennomføring	Målsetting og begrunnelse
<p><i>Hva er det vi har omkring oss som har form som en firkantet eller at det er noe på tingen som er firkantet?</i></p> <p>- hvordan vet du at tingen er firkantet? - ved presisering av rektangel/kvadrat: hvordan kan de være sikre?</p>	<p>Eventuelle diskusjoner mellom elevene vil være nyttig for å få fram hvilke ord de bruker. Diskusjonene kan si noe om det er en genuin assosiasjon til form, eller om det bare er en tom påstand (overflatisk kunnskap).</p>

## 2. Forkunnskaper: Kvadratformen og begreper knyttet til flatestørrelse

Materiell; Aktivitet og gjennomføring	Målsetting og begrunnelse
<p>Plugg-inn-brett Ark (perforert med ruter) som er like store og har samme form som rutenettet på Plugg-inn. Perforert ark klippet ut som rombe.</p>	<p>Å finne veien fra å skjønne formen og til å også skjønne aspektene (vinkel)</p>
<p><i>Først får dere her et plugg-inn-brett som det er et rutenett på. Det er rutenettet vi skal bruke.</i></p>	<p>Jeg gir dem to ulike materialer. Det gir dem mulighet til å gjøre sammenligninger på tvers av materialtypen.</p>
<p><i>Og så får dere et ark med ruter på.</i></p>	<p>Kanskje kan det også gi oss indikasjon på om det ene materialet fungerer bedre enn det andre.</p>
<p><i>Kan dere si noe om hva slags form rutenettet har? (Hva slags firkant er det?) Hvordan vet dere det?</i></p>	<p>Å bli kjent med materialet. Blinde elever har behov for å undersøke gjenstander før de kan anvende dem i målrettede aktiviteter.</p>
<p><i>Hvorfor er det et kvadrat? (Hvordan kan du være sikker på at det er et kvadrat?)</i> - Ev romben (for å skape en didaktisk konflikt hvis de beskriver ved å vise til like lange sider.)</p>	
<p><i>Kan dere si noe om hvor store disse kvadratene er? (hva omtrent kan vi si at den er like stor som?)</i></p>	<p>Jeg forteller ikke elevene at ark og rutenett er like store. Dette for å se om materialet har betydning for vurderingen.</p>

3. Læringsmål: Linje; at ei linje kan dele et flatestykke i to;

Materiell; Aktivitet og gjennomføring	Målsetting og begrunnelse
<p><i>Ark</i>  <b>Plugg-inn-brett og plastplugger</b></p> <p><i>Brett sammen arket slik at de perforerte rutene blir inni. Stryk med neglen hardt over bretten og brett arket ut igjen. Hvis dere kjenner på baksiden av arket, den sida der det ikke er perforerte ruter, så kan dere kjenne brettekanten. Det er en linje.</i></p> <p><i>Hvordan deler linja arket hos deg Carl? . (Kan dere si noe om hvor store flatene er?) (sammenligne flatene)</i></p> <p><i>Nå kan dere lage en rett linje på rutenettet ved hjelp av plastpluggene. La linja gå over hele brettet.</i></p> <p><i>Hvordan har du delt rutenettet ditt Brent? (Kan dere si noe om hvor store flatene på rutenettet er?) (hvordan vet dere det?)  Jeg kan se at det er god plass til hendene på hver side av linja.</i></p> <p>Hvis de bretter / setter opp pinner på skrå, utfordrer jeg elevene til å si noe om retning på linjene i forhold til kantene på rutenettet/arket.</p>	<p>Jeg tror at det kan ha betydning at eleven får lage en linje selv i motsetning til å bli presentert for ei linje som er laget av noen andre.</p> <p>Å dele i to betinger at eleven har fokus på flate</p> <p>Linjene på plugg-inn kan være en ramme for å måle vinkler med.</p> <p>(På piloten så jeg at eleven snudde brettet slik at hun arbeidet i kroppens symmetriakse.)</p> <p>Jeg ønsker å etablere en fysisk referanse på denne størrelsen og som forberedelse til at flata seiner blir delt i fire.</p>

4. Læringsmål: Parallele linjer; å assosiere linje som en kant, som en vegg, som en sideflate.

Materiell; Aktivitet og gjennomføring	Målsetting og begrunnelse
<p>Ark Plugg-inn Brett og plastplugg</p> <hr/> <p><i>Lag også ei linje som er parallell med den linja som dere allerede har laget.</i></p> <p><i>Når kan vi si at to linjer er parallele?</i></p> <p><i>Vet dere om noe som er parallelt "ute i den vide verden"?</i></p> <p>Vi lager to parallelle linjer med lektene. Varierer avstanden mellom "linjene" slik at det er smalt (plass til å gå i mellom, men kjenne linjene på begge sider av kroppen) og bredt (avstand som når armene er utstrakt, to som holder hverandre i hendene osv.) Vi varierer høyden over golvet på hvor vi holder lektene. Korridoren er et eksempel på to parallelle vegger.</p> <p><i>Hva skjer når to linjer IKKE er parallele?</i></p>	<p>Jeg tror de intuitivt vet å lage en parallell linje, men det blir viktig å få fram kunnskapen knyttet til parallellitet.</p> <p>Assosierer de dette til en fast avstand.</p> <p>Vil gi erfaring også i meso-space</p> <p>For å gi en idé om at linje kan være en kant, en vegg, en side.</p> <p>Ønsker å skape en idé om vinkel og skjæringspunkt.</p>

5. Forkunnskaper : Hvilke assosiasjoner har elevene til vinkelbegrepet? / Hvordan forstår elevene begrepet vinkel?

Aktivitet og gjennomføring	Målsetting og begrunnelse
<p><i>Kan dere forklare hva en vinkel er? (Hva tenker dere på når dere hører ordet vinkel?)</i></p> <p>Avhengig av svarene over: <i>Hvordan kan vi finne ut hvor stor en vinkel er?</i></p>	

6. Læringsmål: å erfare at to linjer som krysser hverandre danner vinkler. (Dette synes å være vanskelig. Linjene kan liksom ikke *samtidig* være linjer, kryss, vinkler og vinkelstørrelser).

Materiell; Aktivitet og gjennomføring	Målsetting og begrunnelse
<p>Ark Plugg-inn-brett og plastplugg Svellpapir med to linjer i kryss. Svellpapir med + og X V laget av metall og ”geometri-vinkel”</p>	<p>Gi elevene erfaringer med linjer laget på forskjellig materiale</p>
<p><i>Så kan dere både på plugg-inn brettet og på arket lage en ny linje som krysser den første linja.</i></p>	<p>Materialet (arket og rutenettet) legger til rette for at det vil bli en 90°s vinkel. Elevene produserer linjene selv.</p>
<p><i>Hva tenker dere på når vi snakker om kryss og linjer som krysser hverandre?</i></p>	<p>For å høre om det ligger assosiasjoner til kryss og linjer som krysser (og i tilfelle hvilke).</p>
<p><i>Her er et svellpapir som også viser to linjer som krysser hverandre.</i></p>	<p>Svellpapiret er stødig, og det viser linjene som 2D. Jeg vil at de skal ha et utvalg av materialer som de kan svitsje i mellom. – at de får begrepene relatert til ulike framstillinger. Hvorfor går de til et annet materiale? Foretrekker de et materiale fremfor andre? Går de tilbake til et materiale som de kjenner fra før? Eller går de til ulike materialer for å undersøke ideen?</p>
<p><i>Får dere Nå plass til hendene på flatestykkene? Hvor mange flatestykker har linjene laget?</i></p>	<p>Svaret vil være avhengig av om de jobber på brettet eller svellpapirarket.</p>
<p><i>Her får dere et svellpapirark med bokstaven X, slik den ser ut i sortskrift, og et rett kryss – som et lite kors. I sortskrift er et slikt rett kryss og pluss-tegnet det samme tegnet. Hva er likt og hva er forskjellig på plusstegnet og X'n?</i></p>	<p>For å gi dem mulighet til å få fokus på rette vinkler.</p>
<p><i>Her har jeg en annen sortskriftbokstav: V. Jeg har tatt den med fordi den viser så fint hvordan to linjer former en vinkel. Det er spriket mellom linjene som avgjør om det er en stor eller liten vinkel, - som når dere spriker med fingrene. Prøv om du kan lage en rett vinkel med kroppen din.</i></p>	

7. Læringsmål: å få erfaring med rett vinkel som utgangspunkt for å kunne bestemme spisse og stumpe vinkler.

Materiell; Aktivitet og gjennomføring	Målsetting og begrunnelse
<p data-bbox="284 371 751 461">Ulike figurer skåret ut i capaline (sirkelsektorer med ulik radius, polygoner) Plugg-in brettet med to linjer i kryss.</p> <p data-bbox="284 591 724 651"><i>Her har dere noen figurer som er laget i capaline.</i></p> <p data-bbox="284 654 767 741"><i>På noen figurer er vinklene slik at de passer akkurat inn mellom linjene på Plugg-inn brettet.</i></p> <p data-bbox="284 743 603 775"><i>( samtale om rett vinkel, 90°)</i></p> <p data-bbox="284 777 770 837"><i>Hvor mange figurer med rett vinkel har dere funnet?</i></p> <p data-bbox="284 869 783 1021"><i>Til venstre på pulten kan dere legge figurer der spriket mellom sidekantene er mindre enn 90°. Det er spisse vinkler. Og til høyre legger dere figurer der spriket mellom sidekantene er større enn 90°. Det er stumpe vinkler</i></p> <p data-bbox="284 1052 751 1113"><i>Dere kan se at det er flere figurer med like store vinkler.</i></p> <p data-bbox="284 1144 743 1205"><i>Velg en spiss vinkel og prøv å finn ut hvor stor vinkelen kan være.</i></p> <p data-bbox="284 1236 756 1296"><i>Velg en stump vinkel og prøv å finn ut hvor stor du tror vinkelen kan være.</i></p>	<p data-bbox="804 371 1302 490">Jeg lager sirkelsektorer med ulik radius. Det gir mulighet til å henlede på selve vinkelbegrepet og eliminere at det er flatestørrelsen som angir vinkelen.</p> <p data-bbox="804 492 1305 553">Piloten viser at eleven gikk over til å ha fokus på formen.</p> <p data-bbox="804 678 1182 710">Trekker inn ordene spiss og stump</p> <p data-bbox="804 987 1305 1081">Her ligger en opplysning, men ikke en beskjed om å utføre oppgaven. Sammenligner de eller tar de bare imot opplysningen?</p>

8. Læringsmål: å gjøre erfringer med vinkler på både tre-dimensjonale gjenstander og to-dimensjonale tegninger.

Materiell; Aktivitet og gjennomføring	Målsetting og begrunnelse
<p data-bbox="284 371 785 432">Div. materiell, også linjer som ikke danner en vinkel.</p> <hr data-bbox="284 432 785 436"/> <p data-bbox="284 465 481 499">Hvor er vinkelen?</p> <p data-bbox="284 589 715 649">Hva er det som skal til for at det blir en vinkel?</p>	<p data-bbox="804 432 1297 618">Vi har sett at elever synes det er vanskelig å vite hva som er en vinkel. Oppgaven er laget for at elevene skal få mulighet til å bruke begrepene om og om igjen. Begreper som linje, vinkel, kant, rett vinkel, spiss og stump vinkel.</p>



9. Læringsmål: Å kunne skille mellom kvadrat og rektangel og kunne si hva som skal til for at det er h.h.v et kvadrat eller et rektangel, Å kunne beskrive egenskaper ved todimensjonale figurer som parallelle sider og vinkelstørrelse;  
 Å kunne delta i et tankeeksperiment om mesospace.

Materiell; Aktivitet og gjennomføring	Målsetting og begrunnelse
<p>Plugg-inn-brett, plugg og strikk.            Tegneplast.</p> <hr/> <p><i>Vi skal lage firkanter ved hjelp av plastspiker og et strikk. Du skal bruke så få plastspiker som mulig.</i></p> <p><i>Carl kan starte. Du beskriver firkanten for de andre, slik at de kan forsøke å lage en nøyaktig kopi.</i></p> <p><i>Lærerne kan tegne firkantene.</i></p> <p><i>(Hvordan kan dere vite at det er et rektangel/kvadrat dere har laget?)</i></p> <p><i>Et lite tankeeksperiment: hvis vi nå flytter begge de to pluggene som står i hjørnene på høyre kanten av rektanglet/kvadratet ett hull mot høyre, hva slags figur får vi da?</i></p> <p><i>Hva skjer hvis vi flytter bare den ene plastpluggen?</i></p> <p><i>(hver firkant som blir laget følges opp med tilsvarende spørsmål)</i></p> <p><i>La oss tenke oss at vi lager et kvadrat med et stort og kjempekraftig strikk.</i></p> <p><i>Du Dan holder strikken i ett hjørne og Carl i et annet hjørne og Axel i et hjørne og Brent det fjerde hjørnet.</i></p> <p><i>Dere står med ansiktet inn mot firkanten. Så tenker vi oss at dere går bakover, og strekker strikken slik at kvadratet blir større og større og større.....</i></p> <p><i>Hvor stort kan det bli mon tro?</i></p> <p><i>Går det an å kjenne igjen en rektangelform på store ting, hvis sidene er veldig lange?</i></p> <p><i>(når man er blind)</i></p>	<p>Strikk er taktilt ustabil. Jeg utfordrer dem derfor noe i forhold til forestilling av form, men lærerens tegning kan være det stabile. Når elevene får beskrive med egne ord, vil det skjerpe dem på hvilke opplysninger som må være med for at det blir nøyaktig.</p> <p>En større utfordring på å forestille seg former.</p> <p>Betydningen av ord/begreper er typisk tett knyttet til konteksten den er lært i (for blinde elever). Begrepet blir sjeldent utvidet til nye referanser. Jeg ønsker å utfordre elevene på det ukjente.</p> <p>Kanskje elevene kan fabulere på uendelighet?</p>

10. Læringsmål: Å øke bevisstheten om forskjellighet ved indre og ytre hjørner. Å øke bevisstheten på sammenhengen mellom hjørne og rett vinkel.

Materiell; Aktivitet og gjennomføring	Målsetting og begrunnelse
<p data-bbox="284 371 419 398"><i>En stor eske</i></p> <p data-bbox="284 439 786 678"><i>Hvis vi har en stor eske, - en eske som er så stor at vi kan være inne i den. Den blir som et lite rom. Vi tenker oss at Brent og Axel er inn i esken, og Carl og Dan er utenfor. Brent og Axel, dere kan høre at Carl og Dan banker på den ene av veggene, og dere lytter dere fram til AKKURAT det stedet der de to står og banker.</i></p> <p data-bbox="284 685 786 869"><i>Carl og Dan går bortover langs veggen og banker, og dere på innsiden følger ham til dere kommer til hjørnet. Veggene i pappesken er vel ganske så lik på innsida og på utsida. Men når dere kommer til hjørnet, da er det forskjellig. Hvordan forskjellig?</i></p> <p data-bbox="284 898 675 925"><i>Kan dere finne vinklene i et hjørne?</i></p>	<p data-bbox="807 898 1265 981">Vanskegraden på dette blir forskjellig avhengig av om man undersøker ”oppe på veggen” eller ”nede på golvet”.</p>

11. Læringsmål: Å anvende formbegrepene i mesospace/makrospace

Materiell; Aktivitet og gjennomføring	Målsetting og begrunnelse
<p data-bbox="284 347 785 432">Gymsal GymKasse, "trapes-pult" fra klasserommet; div.</p> <hr/> <p data-bbox="284 472 785 622"><i>I gymsalen her har vi plassert ut forskjellige gjenstander som står langs med veggene. Vi har lagt ut gymmatten som dere kan gå på, og når det blir et opphold mellom mattene betyr det at det er plassert en gjenstand der.</i></p> <p data-bbox="284 656 785 965"><i>Oppgaven til dere blir å undersøke gjenstandene og prøve å bestemme - 1 hva slags former de ulike gjenstandene har. 2. Om du kan se parallelle linjer på gjenstanden. 3. Om du oppdager vinkler på gjenstanden og i tilfelle hvor stor vinkelen er. Kanskje er det andre ting om gjenstanden som du finner ut også.</i></p> <p data-bbox="284 999 785 1055"><i>Du fortelle til læreren din som skriver opp det som du sier.</i></p> <p data-bbox="284 1088 785 1169"><i>Det er et bord her ved døra der dere finner linjal, målebånd og en rettvinklet sirkelsektor hvis dere ønsker å måle lengder eller vinkler.</i></p>	<p data-bbox="810 465 1308 521">Ved å legge ut mattene skal guttene kunne være trygge på at de ikke snubler i noe.</p> <p data-bbox="810 555 1308 611">Hvordan tar de retning når de er ferdig med å undersøke en gjenstand og skal fortsette?</p>

12. Læringsmål: Å gjøre erfaringer med mulige auditive forskjeller på rektangulære og kvadratiske rom.

Materiell; Aktivitet og gjennomføring	Målsetting og begrunnelse
<p>Korridor og klasserom (er nesten kvadratisk)</p> <p><i>Går det an å høre om et rom er kvadratisk eller rektangulært?</i></p> <p><i>Hvordan er romlydene når vi står her i den ene enden av det rektangelformede rommet?</i></p> <p><i>Hvis vi står på ei langside i et slikt rektangulært rom. Er det forskjell på romlydene når vi er midt på langsida eller når vi er nær enden av rommet.</i></p> <p><i>Hvordan er romlydene i et kvadratisk rom?</i></p> <p><i>Blir romlydene forskjellig avhengig av om det er mange mennesker der eller om man er alene?</i></p>	<p>Vi undersøker for å bli bevisst mulige auditive forskjeller.</p> <p>Blinde elever bruker gjerne smatting, knipsing, tramping for å registrere akustiske særtrekk.</p> <p>Er det mulig å bringe fram et vokabular på denne kunnskapen?</p>

### **Vedlegg 3: Godkjenning fra REK midtre**



### Vedlegg 3

Fra: Regional komite for medisinsk og helsefaglig forskningsetikk REK midtre

Til:  
Liv Berit Augestad  
livba@svt.ntnu.no

Dokumentreferanse: 2009/917-2  
Dokumentdato: 16.09.2009

FOREKOMST AV SYNSHEMMEDDE SKOLEBARN I NORGE SOM HAR FÅTT  
OPPLÆRING I PUNKTSKRIFT DE SISTE 40 ÅR. INFORMASJON OM VEDTAK  
Merknad :

Vedtak :

Med hjemmel i lov om behandling av etikk og redelighet i forskning § 4 og lov om medisinsk og helsefaglig forskning kapittel 3 har Regional komité for medisinsk og helsefaglig forskningsetikk, Midt-N! orge vurdert prosjektet i sitt møte 28. august 2009 med følgende vurdering og vilkår:

Merknader til prosjektet:

Komiteen viser til prosjektprotokollen og har ingen merknader til målsetting eller plan for gjennomføring av prosjektet. Komiteen støtter søknad om til Kunnskapsdepartementet om fritak fra taushetsplikten

Vedtak:

”Regional komité for medisinsk og helsefaglig forskningsetikk, Midt-Norge godkjenner at prosjektet gjennomføres.”

Vedtaket kan påklages og klagefristen er tre uker fra mottagelsen av dette brev, jf. fvl. §§ 28 og 29. Klageinstans er Den nasjonale forskningsetiske komité for medisin og helsefag (NEM), men en eventuell klage skal rettes til REK Midt-Norge. Avgjørelsen i NEM er endelig. Det følger av fvl. § 18 at en part har rett til å gjøre seg kjent med sakens dokumenter, med mindre annet følger av de unntak loven oppstiller i §§ 18 og 19.





## **Vedlegg 4: Kvittering fra Personvernombudet**



## Vedlegg 4

**Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS**  
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES



Oliv Jorid Gravåsen Klingenberg  
Pedagogisk institutt  
NTNU  
Dragvoll  
7491 TRONDHEIM

Harald Hårfagres gate 29  
N-5007 Bergen  
Norway  
Tel: +47-55 58 21 17  
Fax: +47-55 58 96 50  
nsd@nsd.uib.no  
www.nsd.uib.no  
Org.nr. 985 321 884

Vår dato: 03.11.2005

Vår ref: 200501540 SM /RH

Deres dato:

Deres ref:

### TILRÅDING AV BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 22.09.2005. Meldingen gjelder prosjekt:

13362

*Kompetanser i matematikk hos elever som bruker punktskrift i opplæringen*

Behandlingsansvarlig

*Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, ved institusjonens øverste leder*

Daglig ansvarlig

*Oliv Jorid Gravåsen Klingenberg*

Personvernombudet har vurdert prosjektet, og finner at behandlingen av personopplysninger vil være regulert av § 7-27 i personopplysningsforskriften. Personvernombudet tilrår at prosjektet gjennomføres.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres slik det er beskrevet i vedlagt prosjektvurdering. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, <http://www.nsd.uib.no/personvern/register/>

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 30.06.2010, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Bjørn Henrichsen

Siv Midthassel

Kontaktperson: Siv Midthassel tlf: 55 58 83 34

# Prosjektvurdering

## Daglig ansvarlig

Oliv Jorid Gravåsen Klingenberg  
Pedagogisk institutt  
NTNU  
Dragvoll  
7491 TRONDHEIM

## 13362 Kompetanser i matematikk hos elever som bruker punktskrift i opplæringen

Prosjektet er et samarbeidsprosjekt mellom NTNU og Tambartun kompetansesenter. Prosjektleder er opptatt som PhD-student ved NTNU og tilsatt på Tambartun kompetansesenter. Prosjektet finansieres av Tambartun og all behandling (registrering, bearbeiding og oppbevaring) foregår ved Tambartun. Ombudet forstår det som at NTNU er behandlingsansvarlig for prosjektet, jf. telefonsamtale med prosjektleder 27.10.2005 og mail av 02.11.2005. Ombudet legger til grunn at det foreligger en avtale mellom de to institusjonene angående den behandling som finner sted. Kopi av avtalen ettersendes som avtalt med prosjektleder.

Under følger ombudets forståelse av prosjektet.

Formålet med prosjektet er å fremskaffe ny kunnskap om synshemmede elevers kompetanse i matematikk og hvordan kompetansen bør utredes når eleven er sterkt synshemmet.

Utvalget består av elever på 4. og 7. trinn som bruker punktskrift i opplæringen samt elevens lærer. Dette omfatter 8 elever for skoleåret 2005-06, 9 elever for skoleåret 2006-07. Sistnevnte vil kun inkluderes dersom det skal avholdes nasjonale prøver. Utvalget rekrutteres gjennom skolen ved lærer som videreformidler informasjonsskriv til foresatte på vegne av prosjektleder. Prosjektleder kontakter aktuelle skoler på bakgrunn av Tambartun kompetansesenters register over grunnskoler som mottar skolebøker i punktskrift.

Det gis skriftlig informasjon og innhentes skriftlig samtykke fra foresatte i overensstemmelse med elev. Personvernombudet finner informasjonsskrivet av 02.11.2005 godt utformet.

Det innhentes separat samtykke for feltobservasjon og bruk av videoopptak. I den grad videoopptak vil berøre medelever forutsetter ombudet at det innhentes samtykke fra respektive foresatte.

Datamaterialet omfatter skolens elevbesvarelser fra nasjonale prøver i matematikk, observasjonsskjema, elevjournal fra Tambartun kompetansesenter og Huseby kompetansesenter, ev. spørreskjema til lærer. For deler av utvalget gjennomføres feltobservasjon ved undervisning.

Observasjonsskjema fra lærer utfylles i forbindelse med gjennomføring av nasjonale prøver og omhandler elevens arbeidsmåte, tidsbruk, hjelp og hjelpemidler.

Fra elevjournal innhentes opplysninger om diagnose, tidspunkt og årsak for synshemming.

Fokus for feltobservasjon er løsningsmetoder i arbeid med ulike matematikkaktiviteter og -oppgaver i etterkant av nasjonale prøver. Det tas notater og digitalt videoopptak.

Spørreskjema til lærer vil omhandle elevens progresjon og undervisning, organisering, arbeidsmåter, lærers faglige bakgrunn.

Det samles inn og registreres sensitive personopplysninger om elev, jf. personopplysningsloven § 2 8 c).

Opplysninger registreres på pc i nettverkssystem tilknyttet Internett tilhørende virksomheten (Tambartun). Direkte personidentifiserende opplysninger (navn, skole og klassetrinn) erstattes med et referansenummer som viser til en manuell navneliste. Listen oppbevares av prosjektleder, nedlåst og atskilt fra det øvrige materialet.

Opplysninger i papirversjon oppbevares i eget arkivskap på Tambartun kompetansesenter, atskilt fra senteret arkiv.

Veiledere Per Frostad og Ingvill Merethe Stedøy ved NTNU vil ha tilgang til datamaterialet på lik linje med prosjektleder.

Datamaterialet anonymiseres ved prosjektslutt ved at verken direkte eller indirekte personidentifiserbare opplysninger fremgår. Navneliste, samtykkeerklæringer, feltnotater, besvarelser og videoopptak slettes. Prosjektslutt er satt til 30.06.2010.

Ombudet registrerer at det vil kunne bli aktuelt å oppbevare utsnitt av videoopptak som demonstrerer matematikkompetanse utover prosjektslutt for bruk i forelesning/presentasjon. Ombudet registrerer at prosjektleder i så tilfelle vil søke Datatilsynet om konsesjon. Ombudet forutsetter at dette gjøres i god tid før prosjektslutt.

Ombudet registrerer at Regional komité for medisinsk forskningsetikk finner at prosjektet ikke er omfattet av komiteens mandat og ikke er fremleggingspliktig for komiteen.

Ombudet legger til grunn at ev. datainnsamlingen for skoleåret 2006-07 tilsvarer prosjektopplegget som beskrevet over. Ev. endringer bør meldes ombudet i god tid før utvalget kontaktes og datainnsamling igangsettes.



## **Vedlegg 5: Endringsmelding**





## Vedlegg 5

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS  
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES



Harald Hårfagre gate 29  
N-5007 Bergen  
Norway  
Tel: +47-55 58 21 17  
Fax: +47-55 58 96 50  
nsd@nsd.uib.no  
www.nsd.uib.no  
Org.nr. 985 321 884

Oliv Jorid Gravåsen Klingenberg  
Pedagogisk institutt  
NTNU  
7491 TRONDHEIM

Vår dato: 25.01.2012

Vår ref: 13362 PB/LR

Deres dato: 15.12.2011

Deres ref:

### BEKREFTELSE MHT. ENDRINGSMELDING

Vi viser til endringsmelding for prosjektet:

13362

*Kompetanser i matematikk hos elever som bruker punktskrift i opplæringen*

Personvernombudet for forskning registrerer at prosjektet er endret siden det opprinnelig ble meldt inn i 2005.

Formålet er endret fra «å fremskaffe ny kunnskap om synshemmede elevers kompetanse i matematikk og hvordan kompetansen bør utredes når eleven er sterkt synshemmet» til «å fremskaffe ny kunnskap om synshemmede elevers matematikklæring». Problemstillingen som ønskes besvart er «hvordan lærer elever på barnetrinnet, som bruker punktskrift i opplæringen, grunnleggende begreper i matematikk?».

Nasjonale prøver vil ikke bli benyttet som del av datamaterialet. Endringen skyldes at Nasjonale prøver i matematikk er endret i forhold til opprinnelig målsetning om at prøven skulle kunne kartlegge kompetanseprofil i matematikk. Endringen er gjort fordi prøven ikke ble vurdert som valid.

Undersøkelsen er gjennomført i tråd med opprinnelige prosjektplaner, men det er lagt vekt på å analysere elevenes læringsmåter og ikke kartlegging av kompetanseprofil.

Personvernombudet for forskning har ingen kommentarer til endringene som er innmeldt.

Ta gjerne kontakt dersom noe er uklart.

Vennlig hilsen

Vigdis Namtvedt Kvalheim

Pernilla Bollman

Kontaktperson: Pernilla Bollman tlf: 55 58 24 10



## **Vedlegg 6: Informasjon og samtykke til elever og foresatte**



## Vedlegg 6

### Til foreldre og foresatte til elever som bruker punktskrift i opplæringen

#### **Forespørsel om deltakelse i undersøkelsen**

##### ***Kompetanser i matematikk hos elever som bruker punktskrift i opplæringen***

Mitt navn er Oliv G. Klingenberg og jeg er tilsatt ved Tambartun kompetansesenter. Fra høsten 2005 er 50 % av min stilling knyttet til et doktorgradsstipendiat. Denne stipendiatstillingen er et samarbeid mellom *Tambartun* og *Pedagogisk Institutt, NTNU* (Norges Teknisk-, Naturvitenskapelige Universitet) Trondheim og *Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen*.

Målsettingen med stipendiatstillingen/prosjektet er å fremskaffe mer kunnskap om kompetanser i matematikk hos elever som leser og skriver punktskrift.

Tambartun kompetansesenter og Huseby kompetansesenter har i felles ledermøte gitt tilslutning til prosjektet, med en forventning om at resultatene skal tilflyte begge sentrene.

#### ***Prosjektets relasjon til skolen***

Utgangspunkt for prosjektet er Kunnskapsløftet og nasjonale prøver. Prosjektet skal bygges opp av flere mindre studier som til sammen skal belyse hvordan elever med store synsvansker lærer matematikk.

I sammenheng med elevkurset på Tambartun i uke 23 200X, skal elevene arbeide med problemstillinger som er i tråd med den ideologien som ligger til grunn for Kunnskapsløftets læreplaner.

Elevkurset er uavhengig av studien, men dersom foreldre og elev samtykker, vil erfaringer fra kurset inngå som en del av prosjektet.

#### **Forespørsel**

Jeg henvender meg til foreldre/foresatte til elever som skal delta på matematikkurs på Tambartun i uke 23, 200X. *Det er ønskelig at både elever som mestrer matematikk godt og elever som har matematikkvansker deltar.*

Jeg spør om tillatelse til å gjøre lydopptak fra samtaler om matematikk og videoopptak fra arbeid med forskjellig matematikkmateriell.

En sentral faktor for å forstå elevens læringsstrategier kan være tidspunkt for når synshemmingen oppsto, eventuell synsrest og årsak til synshemmingen. Jeg spør derfor om samtykke til å klargjøre slike spørsmål gjennom tilgang til elevens journal på Tambartun eller Huseby.

**Prosjektets varighet**

Prosjektet er planlagt ferdig juni 2010, og datamaterialet vil da bli makulert.

**Krav til prosjektet**

I samsvar med regler i forbindelse med forskning og personvern, skal foreldre/foresatte til hver elev gi tillatelse til at deres barn deltar i undersøkelsen. På vedlagte samtykkeskjema bes en av foreldrene/foresatte å fylle ut og undertegne.

Opplysningene behandles konfidensielt og jeg har taushetsplikt i forhold til alle opplysninger.

Prosedyrer for oppbevaring av datamaterialet er i henhold til lovverket, og prosjektet er meldt til Personverneombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

**Frivillighet**

Jeg gjør oppmerksom på at all deltakelse er frivillig og at samtykke kan trekkes tilbake på hvilket som helst tidspunkt uten at man må oppgi grunn for det.

Jeg vil også presisere at det ikke får innvirkning for eleven eller familiens forhold til Tambartun kompetansesenter dersom man ikke ønsker å delta i studien.

**Utfyllende informasjon**

Dersom det er ønskelig med mer informasjon kan jeg kontaktes på mobil telefon 97 79 60 22 eller kontortelefon 72 87 93 53.

Med vennlig hilsen

Oliv G. Klingenberg

Stipendiat ved NTNU/seniorrådgiver ved Tambartun kompetansesenter

Til Oliv G. Klingenberg  
Tambartun kompetansesenter  
7224 Melhus

## Samtykke

### ***Kompetanser i matematikk hos elever som bruker punktskrift i opplæringen***

Jeg/vi har mottatt skriftlig informasjon om prosjektet *Kompetanser i matematikk hos elever som bruker punktskrift i opplæringen*, og godkjenner at ..... som  
elevens navn

går på ..... skole deltar i prosjektet.  
skolens navn

Deltakelse i prosjektet betyr å gi tillatelse til lydopptak av samtaler og videoopptak av aktiviteter som skjer under matematikkurset på Tambartun i uke 23 200X. Opptak blir bare gjennomført når elevene er kjent med det.

Vi gir samtykke til at opplysninger kan hentes fra journal på Huseby/Tambartun: Ja / Nei

.....  
sted dato foresattes underskrift

Vedlagt: Svarkonvolutt med porto





**Vedlegg 7: Godkjenning av ny dato for  
oppbevaring av personopplysninger**



## Vedlegg 7

Hei,

Personvernombudet har nå registrert ny dato for prosjektslutt til å være 30.12.2012 under forutsetning av at det innhentes samtykker til dette.

Informasjonsskriv mottatt av ombudet 20.12.2010 finnes tilfredsstillende.

30.12.2012 vil personvernombudet igjen ta kontakt angående status i prosjektet.

Ta gjerne kontakt dersom du lurer på noe.

Vennlig hilsen

Marte Bertelsen  
Fagkonsulent

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS  
Personvernombud for forskning  
Harald Hårfagres gate 29, 5007 BERGEN

Tlf. direkte: [\(+47\) 55 58 33 48](tel:+4755583348)

Tlf. sentral: [\(+47\) 55 58 21 17](tel:+4755582117)

Faks: [\(+47\) 55 58 96 50](tel:+4755589650)

E-post: [Marte.Bertelsen@nsd.uib.no](mailto:Marte.Bertelsen@nsd.uib.no)

[www.nsd.uib.no/personvern](http://www.nsd.uib.no/personvern)



## **Vedlegg 8: Nytt samtykke fra foresatte**



## Vedlegg 8

### **Til foreldre og foresatte til elever som har deltatt i undersøkelsen: "Kompetanser i matematikk hos elever som bruker punktskrift i opplæringen"**

Våren 2006 innhentet jeg samtykke fra dere til å gjøre videoopptak på elevkurs på Tambartun i uke 23, 200X. Det ble gjort videoopptak i undervisning der elevene arbeidet med forskjellig matematikkmateriell.

Videoopptakene er analysert med tanke på å forstå hvordan elever med store synsvansker lærer matematikk.

Proessen med å publisere resultater er godt i gang, men sluttdato for doktorgradsarbeidet er endret til 31.12.2012.

#### **Samtykke om forlenget oppbevaring av datamaterialet**

I samsvar med regler i forbindelse med forskning og personvern, spør jeg nå om samtykke til å oppbevare datamaterialet med tanke på forskning fram til ny dato: 31.12.2012.

Videoene oppbevares på Tambartun i låst arkivskuff i godkjent arkivrom. Det er bare undertegnede som har tilgang til arkivskuffen.

På vedlagte samtykkeskjema bes en av foreldrene/foresatte å fylle ut og undertegne.

#### **Samtykke om lagring av datamaterialet videre etter prosjektslutt til bruk til undervisningsformål**

I videomaterialet er det sekvenser som på en god måte illustrerer hvordan elevene bruker hendene når de undersøker lærematerialet. Videre viser opptakene hvordan elevene bruker kroppen i relasjon til karakteristiske trekk ved gjenstandene, og ikke minst hvordan de "måler" ulike dimensjoner samtidig med at de undersøker gjenstandene.

I rapport til publisering har jeg beskrevet dette, og jeg gjengir noen få setninger (Forskningen blir publisert på engelsk først, men jeg har oversatt setningen her):

Når elevene holder en liten tredimensjonal brikke mellom tommelen og pekefingeren, skifter de grep mellom lengde, bredde og diagonaler på brikken.

Fingerbredden er den minste "måleenheten" som ble observert i studien. Et eksempel på dette er hvordan elevene undersøkte et taktilt rutenett. Elevene la fingertuppen på begge sidekantene av en rute. Dette er trolig en måte å sammenligne lengde og bredde, for å avgjøre om firkanten er rektangulær eller kvadratisk.

Når elevene roterte en gjenstand mot pultflata, så bøyde de samtidig overkroppen sideveis i samme retning. Hver gang objektet ble rotert rundt et hjørne, gjorde de samtidig et lite rykk med egen kropp.

Jeg spør om samtykke til å bruke sekvenser fra videoopptakene til undervisningsformål. Det er bare aktuelt å bruke sekvenser som illustrerer hvordan elevene bruker hender og kropp for å understøtte læring i matematikk.

**Utfyllende informasjon**

Dersom det er ønskelig med mer informasjon kan jeg kontaktes på mobil telefon 97 79 60 22.

Med vennlig hilsen

Oliv G. Klingenberg  
Stipendiat ved NTNU / Seniorrådgiver ved Tambartun kompetansesenter

Vedlegg:  
Samtykke skjema  
Svarkonvolutt med porto



Til Oliv G. Klingenberg  
Tambartun kompetansesenter  
7224 MELHUS

### Forlenget samtykke

***Kompetanser i matematikk hos elever som bruker punktskrift i opplæringen***  
Samtykket gjelder: *(jeg skriver inn navnene)*

Jeg / vi har mottatt informasjon om at sluttdato for prosjektet er endret.

Vi gir samtykke til at datamaterialet kan oppbevares til 31.12.2012. Ja / Nei

.....  
.....  
Sted dato foresattes underskrift

### Samtykke til undervisningsformål

***Kompetanser i matematikk hos elever som bruker punktskrift i opplæringen***

Jeg / vi gir samtykke til at sekvenser fra videoopptak gjort i sammenheng med prosjektet kan brukes til undervisningsformål. Ja / Nei

.....  
.....  
Sted dato foresattes underskrift



## **Artikkel I**

Augestad, L. B., Klingenberg, O., & Fosse, P. (2011). Braille use among Norwegian children from 1967 to 2007: trends in the underlying causes. *Acta Ophthalmologica*.  
DOI: 10.1111/j.1755-3768.2010.02100.x. doi: 14.02.11

**Is not included due to copyright**



## **Artikkel II**

Klingenberg, O. G., Augestad, L. B., & Fosse, P. (2012). An examination of 40 years of mathematics education among Norwegian braille-reading students. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 106(2), 93-105.

**Is not included due to copyright**



### **Artikkel III**

Klingenberg, O. G. (2012). Conceptual understanding of shape and space by braille-reading Norwegian students in elementary school. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 106(8), 453-465.

**Is not included due to copyright**





#### **Artikkel IV**

Klingenberg, O. G., & Frostad, P. (upublisert manus). Portrait of learning difficulties in geometry: The case of a braille-reading student in elementary school. Sendt til: *Journal of Visual Impairment & Blindness*.



Geometry and braille-reading students

**Portrait of learning difficulties in geometry: The case of a braille-reading student in elementary school**

PhD Candidate Oliv G. Klingenberg<sup>1,2</sup>

Professor, PhD Per Frostad<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Education, Faculty of Social Sciences and Technology Management, Norwegian University of Technology and Science, NO-7491 Trondheim, Norway

<sup>2</sup> Tambartun National Resource Centre for the Visually Impaired, Melhus, Norway

Corresponding author: PhD Candidate Oliv G. Klingenberg

Mailing address: Tambartun National Resource Centre, NO-7224 Melhus, Norway

Telephone number: +47 97796022

E-mail address: Olivgk@gmail.com

### **Abstract**

*Introduction:* Spatial concepts are integrated in language, and theories emphasize that spatial conception is critically important in almost all mathematical thinking. Geometry should therefore constitute a central theme of mathematics education. One research approach to elucidate educational challenges in geometry posed by blindness is to study differences in performances between skilled students and students that do not develop as expected. The reported study primarily aimed to seek theoretical explanations for why one student failed to fulfill many assigned tasks compared to other students of the same age.

*Methods:* Data were collected in an educational experiment conducted as a geometry course for students who read braille. A cross-case analytic technique was used to study one of the students who performed comparatively less well.

*Results:* The student recognized small prototypes of shapes, but not big shapes. He primarily commented on tactile details and less on the global shapes of objects. His “geometric language” was inaccurate and there were many verbal associations related to the activities.

*Discussion:* The results indicated that the student paid attention to information that was more akin to tactile stimulus of acute points than to the geometric attributes of the objects. Many of his answers to questions could be likened to memorized definitions or were built upon verbal cues from the teacher. Verbal utterances related to small prototypes of shapes are thus not fully reliable for assessing geometric understanding.

*Implication for practitioners:* A principal interpretation of the results is that tangible illustrations and small prototypes such as geometric blocks are not sufficient to influence advancement in geometric thinking. Rather, it would be more beneficial to offer braille-

Geometry and braille-reading students

reading students a multiplicity of activities that would challenge them to use their body to explore objects of all sizes and to talk about the (embodied) characteristics of shapes.

### **Introduction**

A recent examination of 40 years of mathematics education among 248 braille-reading students in Norway (braille-reading students are hereafter referred to as “braille students”) showed that 43% had not been taught mathematics at grade level (Klingenberg, Augestad, & Fosse, 2012). Blindness alone cannot explain the high number of students educated below standard grade level. A more likely explanation is that students with diagnoses related to the central nervous system had a comparatively higher risk of not attaining their normal grade level in mathematics. As examples of differences among the diagnoses, all 12 students that were diagnosed with retinoblastoma were educated according to grade level, as were 19 (70%) of the 27 students with Leber’s congenital amaurosis, and 18 (38%) of the 47 students that were blind due to retinopathy of prematurity (ROP). The results were in line with clinical experiences and corresponded with published studies that have either reported these diagnoses specifically (Fazzi et al., 2005; Merleau-Ponty, 1945, 1994; Tobin, Hill, & Hill, 2010) or cognitive development in students with severe visual disorders more generally (Beal, Rosenblum, & Smith, 2011; Cass, Sonksen, & McConachie, 1994; Ek, 2000; Erin & Koenig, 1997; Rapp & Rapp, 1992).

However, apart from connections to diagnoses, other explanations for learning difficulties need to be taken into consideration, as it is difficult to determine whether low achievement in curriculum objectives is due mainly to students’ predisposition, mathematical content, or inadequate methods and materials (Magne, 2006). One research approach to elucidate educational challenges in mathematics posed by blindness is to study differences in

performances between skilled students and students that do not develop as expected in the subject.

This article is derived from an educational experiment conducted as a geometry course for braille students in the age group 10–11 years (Klingenberg, 2012). One student in particular needed much more help with performing the activities. Although he performed as expected in some activities, some of his utterances answers to questions were incomprehensible. However, the way he behaved fits with clinical experiences related to many other students that have not followed age-level progression in mathematics. Thus, the student represented, a case worth documenting and analyzing, as described by Yin (1994). The purpose of this article study is to describe the ways in which the student manipulated different kind of geometric objects, and to interpret his overall performances from the perspective of theories of how humans conceptualize shape and space.

### **Conceptual framework**

In the absence of explicit theories concerning braille students and learning about geometry, the conceptual framework is based on general theories of how humans learn to think geometrically (Tall, 2012; van Hiele, 1986). In addition, the presentation of the conceptual framework has been influenced by “the information paradigm” (Tobin, 2008), which means that information is proposed as an overarching concept to guide researchers investigating the educational challenges posed by blindness.

Shape information is essential information in geometry thinking (van Hiele, 1986), and the ability to pay attention to the global shapes of objects is a strength of visual perception (Millar, 2008). Young (sighted) children can perceive the shapes of small and big objects, they recognize specific shapes, and gradually they learn to name them. This is described as a first level of geometric understanding (Tall, 2012; van Hiele, 1986). When

## Geometry and braille-reading students

students draw figures and talk about the similarities and differences among them, they become more aware of the properties of shapes (Tall, 2012), and this is a more advanced geometric level. The two levels of understanding, “recognition of shapes” and “description of properties of shapes,” correlate to curriculum progress regarding geometry in elementary school in many countries.

van Hiele (1986) has described five geometric levels. Each level builds upon the previous one, but involved significant changes in meaning and the way learners evolve a language specific to their understanding. A concept implicitly understood at one level become explicitly understood at the next level of thinking and speaking, and therefore it is difficult to decide the precise level of a student’s geometrical thinking (Battista, 2007; Clements & Battista, 1992). Students may even develop on several levels simultaneously (Owens & Outhred, 2006).

A pre-recognition level of geometric thinking is only briefly described in the literature. On this level sighted students attend only to a subset of a shape’s characteristics, due to having an “immature perceptual activity” (Battista, 2007, p. 847) and because they “lack the ability to form requisite visual images” (Clements & Battista, 1992, p. 429).

Recognition level is an operation of “spatial structuring” (Battista, 2007). This means that all components of a shape have to be established in interrelationship to one another: the sides of the shape have to be in the correct direction as well as at the correct distance and location relative to each other. Hence, the information to be obtained concerns direction, distance, and location. Description level is an operation of “geometric structuring,” which means that a student can describe a (mental) spatial structure in terms of, for example, angle, slope, parallelism, and rectangle. According to Battista (2007), the geometric concepts only make sense if they evoke an appropriate “spatial imagination”.

## Geometry and braille-reading students

A child that is blind has to learn to perceive and recognize the shape information of objects (Hatwell, 2003), and the ability to perceive shapes are strongly influenced by object types (Millar, 1994). Tangible illustrations can be perceived by just moving the fingertips over them, but illustrations that are smaller than 1 cm prove challenging when it comes to perceiving their shape. Small three-dimensional objects can be manipulated in both hands, and especially geometric blocks have distinct shape-information, if a student is aware of that information. However, the material from which an object is made also influences what information the hands can sense. Especially pointed edges and rough surfaces may be perceived as unpleasant and intense, and hence make it difficult to perceive a spatial layout (Klatzky & Lederman, 2003). If an object is large, the perception of its shape will be based on hand movements, using the body as a point of reference. Thus, “shape perception by touch cannot be generalized across differences in size and depth to the same extent that this is possible in vision” (Millar, 1994, p. 90).

Different manual behaviors extract diverse types of object information (Lederman & Klatzky, 1993). Lateral motion is an exploration strategy that extracts information about texture, whereas the exertion of pressure extracts information about hardness. Holding an object in the hand(s) gives information about its weight, and enclosure and contour-following are strategies to perceive global information and a way to identify shape and size. Research has also showed that skilled braille students use a variety of manual strategies when exploring small objects (Klingenberg, 2012).

## **Methodology**

### **Design**



## Geometry and braille-reading students

The study presented here is a qualitative single-case study. Yin (1994, p. 13) defines the case study research method as “an empirical inquiry that investigate a contemporary phenomenon within its real-life context, especially when the boundaries between phenomenon and context are not clearly evident.” In this article, the phenomenon under study is conceptions of shape and space when a student does not perform as expected for the age level.

The Helsinki Declaration of ethical principles for research involving human subjects was followed when the original study was performed (WMA, 2000), and the Norwegian Social Science Data Services (NSD, 2005) gave approval for the study to be conducted.

### **Study context**

The Norwegian educational system is directed wholly towards inclusive education, and there are no special schools for students with visual impairments. However, braille students are invited to attend courses at national centers for special education. Data were collected during a four-day geometry course held at Tambartun National Resource Center. Tambartun is one of two national resource centers that were once boarding schools for the visually impaired. The course was attended by four students aged between 10 and 11, and their schoolteachers.

For the first three days, all activities were carried out in a classroom. I was the main teacher of the course. The students’ schoolteachers and two mathematics teachers from Tambartun were mainly observers, but collaborated with the students during some of the activities. On the fourth day, the activities were carried out on an individual basis in the gymnasium.

The mathematical activities were designed in an educational context with the goal of helping the students to grasp specific geometrical concepts such as edge, side, line, and

Geometry and braille-reading students

corner or angle. The learning goals thus corresponded to a descriptive level of geometrical thinking. The students handled two- and three-dimensional objects in different sizes and materials. Geometric concepts were used to describe everyday objects (e.g., books, spectacle cases, and protractors) and metal objects with different shapes (“T,” “V,” “X,” and “+”). The metal objects were also made as two-dimensional figures. In addition, the students used drawing materials and used plastic pegs to form lines and figures on pegboard boxes (Figure 1).

-----

Insert Fig. 1 about here

-----

The purpose of the activities performed in the gymnasium was to allow the students to explore larger objects than those they had encountered in the classroom. Each student collaborated with their teacher during the activities. The students were expected to adopt the role of a mathematician and explore the objects using geometric terms, and the teacher’s role was to take notes.

### **The “case”**

“Axel” (pseudonym) needed more help to manage the tasks than the other students, and it appeared that he did not always focus on the same aspects as them. Of the four students that participated, he was most often discussed by the peer teachers regarding how to teach him and how to modify the prepared activities.

Axel was congenitally blind and had no light perception. His eye diagnosis is associated with strong clinical evidence of cerebral damage. He was a competent braille

Geometry and braille-reading students

reader, but not very able in terms of mobility. At the time when the course was held, he was almost 10 years of age.

### **Data and analytic strategies**

The study data consisted of fully transcribed video recordings of the lessons. According to methods for case study research (Yin, 1994), a first logical sequence in the analyses can be to connect the empirical data to a theoretical framework. In my case, this was done by connecting observations of language and manipulation of five types of objects. By using a cross-case analytic technique (Yin, 1994), the observations were also influenced by how Axel had performed atypically compared to the other students. Thus, descriptions of my observations also include what was different compared to the other students (For broader report of the other students, see Klingenberg, 2012).

## **Results**

In this article, the observations are presented as the results of the study, whereas the interpretations of the performances follow in the Discussion.

### **Language and manipulation for tasks involving prototypes of small shapes**

In tabletop space, Axel recognized and named the shapes of small, thin, regular blocks (quadrate, rectangle, and triangle) and tangible illustrations of the prototypes. He did not distinguish between a right-angled triangle and an equilateral triangle. Typically, he held a block in the middle of the piece, briefly waved it in the air, and then put it down. He made rhythmical sounds with some blocks against the desk, but he did not play with the blocks' point of balance. He appeared to randomly touch the corners or perimeters of the blocks, yet

Geometry and braille-reading students

analysis of the data from a chronological perspective revealed that he progressed in his awareness of the objects' contours. In addition, towards the end of the course, he spent more time exploring a given object than he had done at the beginning. Axel gave relevant responses to many of the questions, although his descriptions were inaccurate:

Teacher: *What kind of a four-sided figure is this?*

Axel: *“Ordinary. They [the sides] are all equal.”*

### **Language and manipulation when tasks involved unfamiliar and composite small shapes**

When Axel was faced with other shapes than the basic prototypes, typically he started by suggesting a name for a given shape. Occasionally, he suggested more than one name, but he never asked about a shape or said that a shape was unknown. For example, he labeled a long and narrow rhombus as “*oval*,” but then another student (“Brent”) commented his statement:

Brent: *It is not an oval, but something that resembles a little. The edges are slanted, but no, it is not like an oval.*

Teacher: [handing Axel an oval in a comparable size] *Here you have an oval.*

Axel: [holding the two blocks against each other in his hands] *One has a little ..., Oh! This one is pointed and it has much sharper tip up here.*

### **Language and manipulation when tasks involved small outline figures**

Axel distinguished the raised outline figures “X” and “+”. Two other students discussed the ways in which the two figures differed and how the figures were shaped by the lines. In their

Geometry and braille-reading students

discussion, the figures were referred to as “x” and “cross”. Axel did not participate in the discussion. He just stated: “*I know, one is wrong and the other is correct.*”

His utterances and answers to questions were often unexpected and difficult to understand. For example, he said that a right angle (a circle sector) was “*weaker*” than a larger sector, and that an obtuse angle “*went far up*”. He did not manage to create a four-sided figure on the pegboard box by using plastic pegs (four) and a rubber band (Figure 2). He struggled to put the pegs into the holes, and replaced each peg several times without being satisfied with the results.

-----

Insert Fig. 2 about here

-----

### **Language and manipulation when tasks involved small three-dimensional objects**

When working with small three-dimensional objects, Axel appeared to be focused and commented on tactile details and the qualities of textures. He often made an association to sounds and words, not least when working with three-dimensional objects. Once, he told a story about a boy who became stuck on a tram track. This was an association where the railway track was mentioned as an example of parallelism. Another typical behavior was that he asked about something out of context: “*Do you like PC with voice?*”

### **Language and manipulation when tasks involved big objects**

In general, Axel was most often passive in the gymnasium, although he did ask about the names of the objects and what the objects were meant for. Most often, his teacher initiated the

Geometry and braille-reading students

activities, either as a verbal instruction or by asking questions. When Axel was encouraged to explore an object, his manual strategies appeared to be arbitrary. He used geometric concepts in his answers to questions, but did not use them to describe the objects:

Teacher: *OK. How many corners are there?*

Axel: Three.

Teacher: *OK. What kind of shape is it, when it has three corners? [pause] Did you listen to my question?*

Axel: *Yes. [pause]*

Teacher: *You said it was three corners. Is it a circle?*

Axel: *A triangle.*

The transcripts of Axel's dialogues revealed three examples of directional terms (*left, right, and up here*). This usage was in contrast to the other students, who used "directional terms" and "locational terms" when describing objects and settings, such as follows: "*At the top there are two round balls*"; "*These tubes goes down here*"; "*There are two lines across*"; "*I am right behind you*"; "*Upward on both sides there are two iron rods*"; "*It is slightly left of center*"; "*I have made a line straight up and a line across, a little above the middle*"; and "*This nail must be placed straight above, because we cannot have a line that crosses diagonally.*"

## Discussion

The aim of the article was to explore how a braille student in a Norwegian elementary school performed verbally and manually in geometric tasks, and to seek theoretical explanations for

## Geometry and braille-reading students

why he failed to complete many of geometric tasks successfully when other students of his age managed them. The results showed that he recognized small prototypes of shapes, but not the shapes of large objects. This finding confirms that it is difficult to characterize a student's geometric thinking at a single level (Battista, 2007; Owens & Outhred, 2006).

In general, the student seemed to be satisfied when he had labeled a shape, and labeling shapes seemed to be his way of comprehending what he was meant to do in the activities. Many of the answers were akin to memorized definitions or were built upon verbal cues from the teacher. This interpretation corresponds with the findings of Argyropoulos (2002), who considers that many students try to learn by heart all the definitions in geometry, which can be in contrast to their tactile-haptic acquaintance. Thus, the study showed that verbal utterances related to one type of object are not fully reliable when assessing a student's geometric understanding.

After the student had labeled a shape, he either put the object on the desk or he waved it in the air. It may be assumed that when he waved objects he simultaneously gathered information related to their weight, but this attribute (object information) was not mentioned either by Axel or by any of the teachers. To wave an object is a particular type of tactile-haptic perception of objects because the kinesthetic elements are then dominant and the cutaneous elements are reduced (Hatwell, 2003). However, it is noteworthy that the student neither rotated the objects in his hands, nor did he rotate the objects against a flat background. The latter strategy is interpreted as a way to experience the geometric properties of objects as well as how they are limited and arranged in a spatial structure (Klingenberg, 2012).

The student primarily commented on tactile details and textures and less on the global shapes of objects. When a fellow student disputed that the name of a rhombus was "oval" and talked about the edges of the rhombus, he (Axel) changed the focus from labeling to

## Geometry and braille-reading students

verbalizing object information. However, the information he paid attention to was probably more of a tactile stimulus of an acute point than a geometric attribute of the object, and such awareness can be connected to a pre-recognition level of geometric thinking.

The student was not able to create a four-sided figure unassisted, although he could recognize and label small prototypes of rectangles and quadrates. In the latter task, he seemed to become confused. The problem he faced could not have been caused by difficulties in manual skills, because several earlier tasks he had placed pegs in lines on the pegboard. Rather, the problem is interpreted as a consequence of not constructing a proper mental model of the shape—a mental model that captured the direction, distance, and locations of the edges of a four-sided figure.

The student almost did not use spatial terms related to direction, location, and distance. His utterance “*up here,*” when he touched a rhomboid corner, is interpreted as not being based upon a perception of interrelationships between and among the spatial components of the shape. The statement was rather related to his own body and his upwards manual movements. The results as a whole indicated that Axel hardly had any perception of the spatial information (layout) of objects, yet according to Battista (2007) such perception is prerequisite to understanding geometric concepts such as line, angles, and parallelism.

As the student’s diagnosis is associated with cerebral dysfunctions, it may account for the difficulties he experienced in dealing with spatial relations. Nevertheless, he must have had some global-shape awareness, as he had associated or confused a long and narrow rhombus with an oval. A more compact rhombus had been associated with either a quadrangle or a triangle. This interpretation corresponds with the student’s ability to recognize the shapes of small geometric blocks. Throughout the course, he demonstrated a positive tendency to focus on the perimeters of objects. His most successful strategies were



Geometry and braille-reading students

demonstrated when he worked with small, regular shapes that were “pure and clear” and which may be supposed to be well known in his school. The results lend support to the interpretation that he had some kind of initial awareness, but that he could not fully express it.

This hypothesis is strengthened by the fact that by the time the student participated in a geometry course at the center two years later, he had developed a positive geometric understanding. The educational advice provided to his home school after the first course was that education in geometry should be about similarities and dissimilarities among different shapes, and the use of terminology to describe assorted objects. However, it is not known whether any or how much of the advice had been followed. It is only known that the student had taken up some form of sport as a leisure activity. This might have stimulated his embodied impressions of space and the length, width, and areas of physical objects in space.

### **Limitations**

A drawback of a single-case study design is its inability to enable a generalizing conclusion to be made. However, there is no reason to assume that “Axel” was exceptional, because his verbal and manual strategies are well-known through practice. According to Yin (1994), generalization of results from case studies stems from theory rather than from populations, and research on learning problems in geometry among braille students requires a number of replications that can be linked to a theory before conclusive results can be generalized. As Norway has a comparatively small population, the student’s eye diagnosis is not published in this article, in order to preserve anonymity. However, the omission is acknowledged as a weakness with regard to facilitating valid cross-case studies.

### **Implications for practitioners**

A principal result of the study is that small prototypes of geometric blocks and tangible illustrations were not sufficient to assess the student's level of geometric understanding. This finding means that school textbook geometry does not represent sufficient experience to influence advancements in geometric thinking. What seems to be essential is to offer a multiplicity of activities that can stimulate the embodied impressions of physical objects and to talk about the embodied characteristics of shapes. Here, embodied characteristics are understood as, for example, impressions of objects' size (height, length, and area), weight, and shape (curved surfaces, edges, and corners).

Geometric blocks are pure and clear, but there is also a need to use supplementary shapes with curved edges, with and without regular polygons, "dent in"/concave figures, and so forth. The purpose is to help students to recognize and detect how shapes are alike and how they differ (Tall, 2012). For example, students need to experience how some three-dimensional objects will roll whereas others will not. The objects that roll are alike because they have a round shape, but some have a circular shape and other round objects have an oval shape; some round shapes are flat, and others are spherical. As shown in the study and in a study by Erwin, Perkins, Ayala, Fine, and Rubin (2001), students can learn from each other, and collaboration can stimulate students to express an unspoken awareness that is vital to develop in geometric thinking.

### **References**

Argyropoulos, V. S. (2002). Tactual shape perception in relation to the understanding of geometrical concepts by blind students. *The British Journal of Visual Impairment*, 20(1), 7-16.

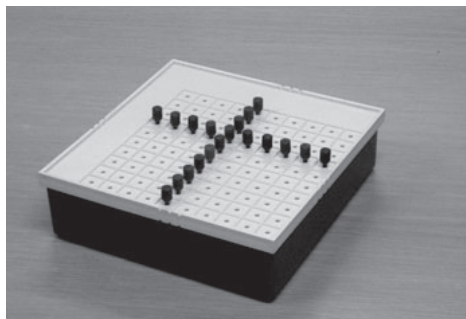
## Geometry and braille-reading students

- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). Charlotte, NC: Information Age.
- Beal, C. R., Rosenblum, L. P., & Smith, D. W. (2011). A pilot study of a self-voicing computer program for prealgebra math problems. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, *105*(3), 157-169.
- Cass, H. D., Sonksen, P., & McConachie, H. R. (1994). Developmental setback in severe visual impairment. *Archives in Disease in Childhood* *70*, 192-196.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan Publishing Company.
- Ek, U. (2000). *Children with visual disorders: Cognitive development, developmental disorders and consequences for treatment and counselling*. PhD, Stockholm: Stockholm University.
- Erin, J. N., & Koenig, A. J. (1997). The student with visual disability and a learning disability. *Journal of Learning Disabilities*, *30*, 309-320.
- Erwin, E. J., Perkins, T. S., Ayala, J., Fine, M., & Rubin, E. (2001). "You don't have to be sighted to be a scientist, do you?" Issues and outcomes in science education. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, *95*(6).
- Fazzi, E., Signorini, S. G., Uggetti, C., Bianchi, P. E., Lanners, J., & Lanzi, G. (2005). Towards improved clinical characterization of Leber congenital amaurosis: Neurological and systemic findings. *American Journal of Medical Genetics*, *132*(A), 13-19.
- Hatwell, Y. (2003). Manual exploratory procedures in children and adults. In Y. Hatwell, A. Streri & E. Gentaz (Eds.), *Touching for Knowing*. Amsterdam/Philadelphia: John Benjamins Publishing Company.
- Klatzky, R., & Lederman, S. (2003). The haptic identification of everyday life objects. In Y. Hatwell, A. Streri & E. Gentaz (Eds.), *Touching for knowing* (Vol. 53, pp. 105-121). Amsterdam/Philadelphia: John Benjamins Publishing Company.
- Klingenberg, O. G. (2012). Conceptual understanding of shape and space by braille-reading Norwegian students in elementary school. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, *106*(8), 453-465.
- Klingenberg, O. G., Augestad, L. B., & Fosse, P. (2012). An examination of 40 years of mathematics education among Norwegian braille-reading students. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, *106*(2), 93-105.
- Lederman, S. J., & Klatzky, R. L. (1993). Extracting object properties through haptic exploration. *Acta Psychologica*, *84*, 24-40.
- Magne, O. (2006). Historical aspects on special education in mathematics. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *11*(4), 7-34.

## Geometry and braille-reading students

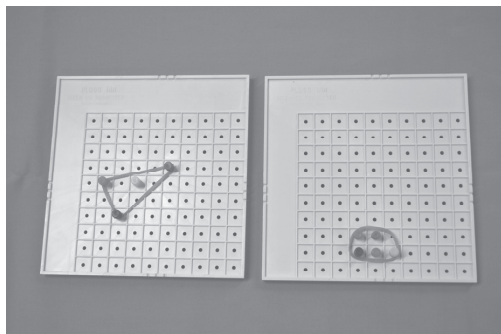
- Merleau-Ponty, M. (1945, 1994). *Kroppens fenomenologi* (D. Østerberg, Trans.). Oslo: Oax Forlag A/S.
- Millar, S. (1994). *Understanding and representing space. Theory and evidence from studies with blind and sighted children*. Oxford, England: Clarendon Press.
- Millar, S. (2008). *Space and sense*. New York: Psychology Press.
- NSD. (2005). Data Protection Official for Research. Retrieved February 02, 2012, from Norwegian Social Science Data Services <http://www.nsd.uib.no/personvern/om/english.html>
- Owens, K., & Outhred, L. (2006). The complexity of learning geometry and measurement. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past present and future*. (pp. 83-115). Rotterdam: Sense Publishers.
- Rapp, D. W., & Rapp, A. J. (1992). A survey of the current status of visually impaired students in secondary mathematics. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, *86*, 115-117.
- Tall, D. (2012). *How humans learn to think mathematically*. Manuscript submitted for publication: Retrieved from <http://www.davidtall.com/threeworlds/Tall3worldsdraft.pdf>.
- Tobin, M. (2008). Information: a new paradigm for research into our understanding of blindness? *The British Journal of Visual Impairment*, *26*(2), 119 - 127.
- Tobin, M., Hill, E., & Hill, J. (2010). Retinoblastoma and superior verbal IQ scores? *British Journal of Visual Impairment*, *28*(1), 7-18.
- van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight*. Orlando, FL: Academic Press.
- WMA. (2000). WMA Declaration of Helsinki: Ethical principles for medical research involving human subjects [Online] Retrieved April 12, 2011, from <http://www.wma.net/en/30publications/10policies/b3/>
- Yin, R. K. (1994). *Case study research. Desing and methods. (Second edition)*. Thousand Oaks: Sage Publishing.

Geometry and braille-reading students



**Figure 1** Pegboard box with plastic pegs arranged to form a “cross”, with two lines crossing at right angles.

## Geometry and braille-reading students



**Figure 2** Two of Axel’s attempts to make a four-sided figure using plastic pegs on a pegboard box. In the first attempt (left) he arranged the plastic pegs to form a “triangle” when a rubber band was stretched around them. One peg was placed in the middle of the triangle. In the second attempt (right), Axel placed three pegs in one row and two pegs in a row immediately above. This solution to the assigned task left no spaces between the pegs.

