

Førord

Denne oppgaven avslutter den 2.-årige mastergraden i Finansiell økonomi ved institutt for samfunnsøkonomi NTNU. Ferdigstillingen av oppgaven har vært like lærerik som den har vært utfordrerne.

Jeg ønsker å takke min veileder professor Snorre Lindset for verdifull rettleiding til utforming av oppgaven. Ønsker også å takke mine klassekamerater Svein Risa og Petter Hellstrand Tinholt for korrekturlesning. Til sist vil jeg takke Benedikte for hennes støtte og tålmodighet. Eventuelle feil er mine egne.

Bjørnar Hallberg Løkken
Trondheim, mai 2013.

Innholdsfortegnelse

FORORD	I
TABELLER OG FIGURER	III
1.1 INNLEDNING	1
1.2 FORVENTNINGER OG RESULTATER I OPPGAVEN	2
2.1 TEORI	4
2.2 AVKASTNING OG DIVERSIFISERING.....	4
2.3 SHARPERATIO OG OPTIMERINGSPROBLEMER.....	6
2.4 MODELLERING AV VOLATILITET OVER TID	7
2.5 OBLIGASJONER OG BEREKNING AV MÅNEDLIG AVKASTNING	8
3.1 PRESENTASJON AV DATA OG METODE	10
3.2 METODE I ANALYSE AV DATA	15
4.1 RESULTATER	17
4.2 FORSKJELL I RISIKO OG AVKASTNING I HØYRENTEOBLIGASJONER OG AVKASTNING	27
4.3 ENDRING I VARIANSEN TIL MÅNEDLIG AVKASTNING OVER TID.....	33
4.4 RISIKOEN I HØYRENTEOBLIGASJONER OG AKSJER	39
5.1 KONKLUSJON OG OPPSUMMERING	41
5.2 KRITIKK OG USIKKERHETSMOMENTER I OPPGAVEN	43
5.3 FORSLAG TIL VIDERE ARBEID	44
REFERANSER	45
APPENDIKS	46

Tabeller og figurer

TABELL 1 DESKRIPTIV STATISTIKK FOR MÅNEDLIG AVKASTNING I LIKT VEKTET AKSJEPORTEFØLJE, MÅNEDLIG AVKASTNING S&P500, MÅNEDLIG AVKASTNING R2000, MÅNEDLIG AVKASTNING LIKT VEKTET HØYRENTEOBLIGASJONS-PORTEFØLJE OG MÅNEDLIG AVKASTNING BARCLAYS US CORPORATE HIGH YIELD INDEX 2003-2012.....	11
TABELL 2 KORRELASJONKOEFFISIENT R MELLOM LIKT VEKTEDE PORTEFØLJER OG VERDI VEKTEDE INDEKSER 2003-2012.....	17
TABELL 3 MÅNEDLIG AVKASTNING, VARIANS I MÅNEDLIG AVKASTNING OG SHARPERATIO MED ULIK VEKTING I HØYRENTEOBLIGASJONENE SOM INNGÅR I HØYRENTEOBLIGASJONS-PORTEFØLJEN 2007-2012.....	18
FIGUR 1 PORTEFØLJEFRONT HØYRENTEOBLIGASJONS-PORTEFØLJE MED TILHØRENDE KAPITALALLOKERINGS-LINJE (CAL).....	19
TABELL 4 MÅNEDLIG AVKASTNING, VARIANS I MÅNEDLIG AVKASTNING OG SHARPERATIO MED ULIK VEKTING I AKSJENE SOM INNGÅR I AKSJEPORTEFØLJEN 2007-2012.....	19
FIGUR 2 PORTEFØLJEFRONT AKSJEPORTEFØLJE MED TILHØRENDE KAPITALALLOKERINGS-LINJE (CAL).....	20
TABELL 5 MÅNEDLIG AVKASTNING, VARIANS I MÅNEDLIG AVKASTNING OG SHARPERATIO VED Å KOMBINERE AKSJER OG HØYRENTEOBLIGASJONER MED ULIK VEKTING I ALLE AKTIVAENE I EN KOMBINASJONS-PORTEFØLJE 2007-2012.....	21
FIGUR 3 PORTEFØLJEFRONT KOMBINASJONS-PORTEFØLJE AV AKSJER OG HØYRENTEOBLIGASJONER MED TILHØRENDE KAPITALALLOKERINGS-LINJE.....	22
FIGUR 4 PORTEFØLJEFRONT HØYRENTEOBLIGASJONS-PORTEFØLJE VS. PORTEFØLJEFRONT KOMBINASJONS-PORTEFØLJE.....	22
FIGUR 5 PORTEFØLJEFRONT AKSJEPORTEFØLJE VS. PORTEFØLJEFRONT KOMBINASJONS-PORTEFØLJE.....	23
FIGUR 6 PORTEFØLJEFRONT AKSJEPORTEFØLJE VS. PORTEFØLJEFRONT OBLIGASJONS-PORTEFØLJE.....	23
TABELL 6 STANDARDAVVIK I MÅNEDLIG AVKASTNING OG FORVENTET MÅNEDLIG AVKASTNING I KOMBINASJONS-PORTEFØLJE BESTÅENDE AV LIKT VEKTET AKSJEPORTEFØLJE OG LIKT VEKTET OBLIGASJONS-PORTEFØLJE 2003-2012.....	24
TABELL 7 VEKTER SOM MAKSIMERER SHARPERATIOEN I KOMBINASJONS-PORTEFØLJE BESTÅENDE AV LIKT VEKTET AKSJEPORTEFØLJE OG LIKT VEKTET HØYRENTEOBLIGASJONS-PORTEFØLJE 2003-2012.....	25
TABELL 8 VEKTING I EN KOMBINASJONS-PORTEFØLJE AV LIKT VEKTET AKSJEPORTEFØLJE OG LIKT VEKTET HØYRENTEOBLIGASJONS-PORTEFØLJE MED TIL HØRENDE SHARPERATIO 2003-2012.....	25
FIGUR 7 SHARPERATIOEN I KOMBINASJONS-PORTEFØLJE AV LIKT VEKTET AKSJE-PORTEFØLJE OG HØYRENTEOBLIGASJONS-PORTEFØLJE I FORHOLD TIL ANDEL I HØYRENTEOBLIGASJONS-PORTEFØLJEN 2003-2012.....	26
FIGUR 8 PORTEFØLJEFRONT KONSTRUERT AV LIKT VEKTET AKSJEPORTEFØLJE OG LIKT VEKTET HØYRENTEOBLIGASJONS-PORTEFØLJE, MED KAPITALALLOKERINGS-LINJEN (CAL) 2003-2012.....	26
TABELL 9 STANDARDAVVIK I MÅNEDLIG AVKASTNING OG GJENNOMS-NITTLIG MÅNEDLIG AVKASTNING I LIKT VEKTET AKSJEPORTEFØLJE OG LIKT VEKTET HØYRENTEOBLIGASJONS-PORTEFØLJE ÅR FOR ÅR I PERIODEN 2007-2012.....	27
FIGUR 9 STANDARDAVVIK AV MÅNEDLIG AVKASTNING I LIKT VEKTET AKSJEPORTEFØLJE OG LIKT VEKTET HØYRENTEOBLIGASJONS-PORTEFØLJE 2007-2012.....	28
FIGUR 10 GJENNOMS-NITTLIG MÅNEDLIG AVKASTNING I LIKT VEKTET AKSJEPORTEFØLJE OG LIKT VEKTET OBLIGASJONS-PORTEFØLJE 2007-2012.....	28

TABELL 10 STANDARDAVVIK AV MÅNEDLIG AVKASTNING OG GJENNOMSNIITTLIG MÅNEDLIG AVKASTNING I AKSJEPORTEFØLJE OG HØYRENTEOBLIGASJONSPORTEFØLJE MED VEKTING SOM MAKSIMERER SHARPERATIOEN I DE RESPEKTIVE PORTEFØLJENE 2007-2012	29
FIGUR 11 STANDARDAVVIK I MÅNEDLIGE AVKASTNING MED VEKTING I AKSJEPORTEFØLJEN OG HØYRENTEOBLIGASJONSPORTEFØLJEN, SOM MAKSIMERER SHARPERATIOEN I DE RESPEKTIVE PORTEFØLJENE I PERIODEN 2007-2012	30
FIGUR 12 GJENNOMSNIITTLIG MÅNEDLIG AVKASTNING MED VEKTER INNAD I AKSJEPORTEFØLJEN OG HØYRENTEOBLIGASJONSPORTEFØLJEN, SOM MAKSIMERER SHARPERATIOEN I HELE PERIODEN 2007-2012	30
FIGUR 13 MÅNEDLIG AVKASTNING I VERDIVEKTEDE BENCHMARKINDEKSER OG LIKT VEKTET AKSJEPORTEFØLJE OG LIKT VEKTET HØYRENTEOBLIGASJONSPORTEFØLJE 2003-2012	32
TABELL 11 GARCH(1,1) MÅNEDLIG AVKASTNING LIKT VEKTET HØYRENTEOBLIGASJONSPORTEFØLJE 2003-2012	33
FIGUR 14 GARCH(1,1) MÅNEDLIG AVKASTNING, OG DEN KONDISJONALE VARIANSEN I MÅNEDLIG AVKASTNING TIL LIKT VEKTET HØYRENTEOBLIGASJONSPORTEFØLJE 2003-2012	34
TABELL 12 GARCH(1,1) MÅNEDLIG AVKASTNING LIKT VEKTET AKSJEPORTEFØLJE 2003-2012	35
FIGUR 15 GARCH(1,1) MÅNEDLIG AVKASTNING OG DEN KONDISJONALE VARIANSEN I MÅNEDLIG AVKASTNING TIL LIKT AKSJEPORTEFØLJE 2003-2012	36
TABELL 13 GARCH(1,1), MÅNEDLIG AVKASTNING TIL KOMBINASJONSPORTEFØLJE MED 19% I LIKT VEKTET AKSJEPORTEFØLJE OG 81% I HØYRENTEOBLIGASJONSPORTEFØLJE 2003-2012	37
FIGUR 16 GARCH(1,1) MÅNEDLIG AVKASTNING OG DEN KONDISJONALE VARIANSEN TIL KOMBINASJONSPORTEFØLJE MED 19 % I LIKT VEKTET AKSJEPORTEFØLJE, OG 81 % I LIKT VEKTET HØYRENTEOBLIGASJONSPORTEFØLJE 2003-2012	38

1.1 Innledning

Problemstilling:

Avkastning, risiko og diversifisering i høyrenteobligasjoner og aksjer i det amerikanske markedet. Bør man kun holde en aktivatype, eller er en kombinasjon av aksjer og høyrenteobligasjoner et bedre investeringsalternativ?

”High yield”-obligasjoner eller høyrenteobligasjoner, har vært et hett tema den siste tiden og er blitt lansert som en ny aktivagruppe her til lands de siste årene. Motivasjonen til å se nærmere på denne ”nye” aktivaklassen, ligger nettopp i den tilsynelatende økende populariteten og omtalen. Går man utenfor våre egne landegrenser har denne aktivotypen eksistert noen tiår nå. Hvis man går til USA har denne typen obligasjoner vært etablert gjennom lengere tid, helt tilbake til sent på 1970-tallet (Altman, 1987). I denne oppgaven er det valgt å se på det amerikanske markedet, der oppgaven tar for seg en sammenligning av aksjer og høyrenteobligasjoner i de samme selskapene. Det amerikanske markedet for high yield obligasjoner er det mest utviklede markedet på området, og er dermed falt valget på å bruke dette markedet for datainnsamling til oppgaven.

Ideen i oppgaven er å kunne si noe om forskjeller og likheter mellom aksjer og høyrenteobligasjoner sett fra en investors ståsted. En rasjonell investor er opptatt av å finne det investeringsalternativet som gir høyest mulig forventet avkastningen til lavest mulig risiko, slik som det er definert i Tobin (1958). For å undersøke om det er mulig å skille mellom aksjer og høyrenteobligasjoner som investeringsalternativ, er det laget to porteføljer med aktiva fra de samme selskapene, en portefølje med aksjer og en med høyrenteobligasjoner. Det er også inkludert benchmarkindekser for aksjeporteføljen og høyrenteobligasjonsporteføljen, for å vurdere porteføljenes representativitet for markedet. Grunnet noe mangelfull tilgang på datamateriale for høyrenteobligasjoner i perioden 2003-2007, er analyser som innebærer optimering av porteføljevækt gjort på dataene etter 2007 i oppgaven. I analysen av datasettet etter 2007 dannes en kombinasjonsportefølje, en høyrenteobligasjonsportefølje og en aksjeportefølje med vekter som maksimerer Sharperatioen (Sharpe, 1966) i de respektive porteføljene. Det er dannet porteføljeformer for de tre nevnte porteføljene og det er gjort analyser på månedlig avkastning og varians i månedlig avkastning.

Oppgaven har to hovedformål. Det første er som nevnt i problemstillingen er å se om det er mulig å skille aksjer og høyrenteobligasjoner på avkastning, når man tar høyde for risiko. Det andre formålet er å undersøke om det er mulig å sette aksjer og høyrenteobligasjoner fra de samme selskapene sammen, for å oppnå en diversifiseringseffekt. Det risikojusterte avkastningsmålet som er benyttet er den tradisjonelle Sharperatioen, som gir forholdet mellom meravkastning over risikofri rente dividert med standardavviket til avkastningen i de respektive porteføljene. Det diskuteres også i oppgaven hvordan en fremtidig renteutvikling og investeringshorisont påvirker kontantstrømmen fra de to aktivtypene. Oppgaven beskriver også hva som skiller kontantstrømmen fra aksjer og kontantstrømmen fra høyrenteobligasjoner fra hverandre, mer om risikoen knyttet til kontantstrømmen fra aksjer og høyrenteobligasjoner i kapittel 4.4.

1.2 Forventninger og resultater i oppgaven

Dersom en rasjonell og risikoavers investor påtar seg mer risiko, vil dette være for å oppnå en høyere forventet avkastning (Tobin, 1958). Aksjeporteføljen oppnår en høyere Sharperatio enn høyrenteobligasjonsporteføljen, når porteføljevektene optimeres med hensyn på maksimal Sharperatio i perioden 2007-2012. Porteføljen av aksjer har også en høyere Sharperatio når vektingen i porteføljen optimeres med hensyn på maksimal avkastning, og når vektingen i porteføljen optimeres med hensyn på minimal varians i porteføljeavkastningen (se tabell 3 og tabell 4). Interessant er det allikevel om man ser på porteføljefrontene til aksjeporteføljen og høyrenteobligasjonsporteføljen i samme figur (figur 6), viser denne at den forventede månedlige avkastningen må være over ca. 2 % for at aksjeporteføljen er et bedre investeringsalternativ. Det beste investeringsalternativ er her definert som den investeringen som gir høyest mulig avkastning gitt risikonivå.

Slik som andre studier har vist, er avkastningen til (den likte vektete) høyrenteobligasjonsporteføljen relativt høyt korrelert med avkastningen for aksjer i selskaper med liten markedskapital (børsverdi). Lignende resultater for korrelasjonen mellom avkastningen i en høyrenteobligasjonsportefølje og avkastningen til en indeks av aksjer med lav markedskapital, finner man i Reilly (2009). Indeksen for selskaper med lav markedskapital som er benyttet her er Russell2000-indeksen (se tabell 2). Videre viser det seg at korrelasjonskoeffisienten mellom avkastningen til likt vektete aksjeportefølje og

avkastningen til likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje er lav. Dermed er det grunn til å tro at det vil være en diversifiseringseffekt av å sett sammen aksjer og høyrenteobligasjoner fra de samme selskapene, i en kombinasjonsportefølje.

Kombinasjonsporteføljen viser seg å produsere en høyere risikoveid avkastning enn hva man oppnår ved å holde aksjer eller høyrenteobligasjoner enkeltvis. I resultatdelen (figur 4 og 5) er det vist, at en kombinasjonsportefølje på porteføljefronten alltid er et bedre investeringsalternativ enn en portefølje av høyrenteobligasjoner eller aksjer enkeltvis. Et annet funn i oppgaven er at den månedlige avkastningen og variansen i månedlig avkastning for likt vektet aksjeportefølje og likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje, ikke er konstante over tid. Det vises ved bruk av en tidsseriemodell (GARCH (1,1)), en betydelig økning i variansen til månedlig avkastning finnes for begge porteføljer i 2008 (se figur 14 og 15). Variansen til avkastningen i likt vektet høyrenteobligasjonsporteføljen viser seg å ha doblet seg flere ganger i 2008. Variansen til avkastningen i likt vektet aksjeportefølje økes også kraftig i 2008, men relativt sett ikke like mye som i høyrenteobligasjonene. Dette vitner om en større opphopning i variansen til månedlig avkastning i den likt vektete porteføljen av høyrenteobligasjoner, enn variansen til månedlig avkastning i likt vektet aksjeportefølje perioden 2007-2012.

2.1 Teori

Man kan redusere variansen i avkastningen til en portefølje ved å inkludere flere aktiva (Evans and Archer, 1968), og man kan redusere avkastningsvariansen mer ved å inkludere aktiva med lav eller negativ kovarians, med de øvrige aktivaene. Å diversifisere vil altså si å spre investeringene sine i flere aktiva, for å redusere den totale risikoen man påtar seg ved å investere.

2.2 Avkastning og diversifisering

Avkastning i en porteføljen er beregnet på følgende måte,

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N \omega_i E(R_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E(R_i), \quad (1)$$

hvor porteføljen er likt vektet vil vektene kunne skrives som $\omega_i = \frac{1}{N}$, $i = 1, 2, \dots, N$.

ω_i er vekten i aktiva i , $E(R_p)$ er forventet portefølje avkastning og $E(R_i)$ er forventet avkastning i aktiva i .

Variansen til avkastningen i en portefølje med to risikable aktiva er gitt med følgende uttrykk,

$Var(R_p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \omega_i \omega_j \sigma_{ij}$, der ω_i er vekten i aktiva i , ω_j er vekten i aktiva j og σ_{ij} er kovariansen mellom aktiva i og j der variansen i aktiva i vil være gitt med σ_{ii}

(Markowitz, 1952). For å se på hvordan man kan redusere risikoen i en porteføljen, kan man se på en likt vektet portefølje der $\omega_i = \frac{1}{N} = \omega_j$.

Variansen til avkastningen i porteføljen blir da gitt ved

$$Var(R_p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{N} \frac{1}{N} \sigma_{ij} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij}$$

og uttrykket kan deles opp i følgende variansdel og en kovariansdel,

$$Var(R_p) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sigma_{ii} + \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \sigma_{ij}. \quad (2)$$

Ved å studere uttrykk (2) ser man at når antall aktiva N øker vil variansen til avkastningen til porteføljen falle, dersom det inkluderte aktiva N har lavere varians i avkastningen enn variansen til avkastningen i porteføljen. Variansen i porteføljeavkastningen vil også falle dersom man har en lav kovarians mellom avkastningen til aktiva i og j . Kovariansen mellom avkastningen i og j kan uttrykkes som korrelasjonskoeffisienten til avkastningen mellom aktiva i og j , med tilhørende standardavvik.

$$Cov(R_i, R_j) = Corr(R_i, R_j) \sigma_i \sigma_j \quad (3)$$

R_i er avkastningen til aktiva i, R_j er avkastningen til aktiva j, σ_i er standardavviket til avkastningen i aktiva i og σ_j er standardavviket til avkastningen i aktiva j. Uttrykk (3) gir lav kovarians når korrelasjonen mellom avkastningen i aktiva i og j er lav, og lav kovarians dersom standardavvikene til avkastningen i aktivaene er lave. En lav kovarians mellom avkastningen til to aktiva vil dermed gi lavere varians i avkastningen til porteføljen, og vil være med på å redusere den totale risikoen, som man er eksponert for ved å holde porteføljen.

Ved å anta at den største individuelle aktivavariansen er L, vil uttrykk (2) alltid være mindre

$$\text{eller lik } \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N L = \frac{LN}{N^2} = \frac{L}{N}.$$

Ettersom antallet aktiva i porteføljen går mot uendelig, vil dette uttrykket konvergere mot null, $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{L}{N} = 0$. Det man nå står igjen med er da uttrykket for kovariansen. Lar man $\bar{\sigma}_{ij}$ være gjennomsnittlig kovarians, så vil man i likning (2) ha $(N^2 - N)$ kovarians uttrykk, som alle er lik $\bar{\sigma}_{ij}$. Kan nå skrive om likning (2) til følgende måte,

$$\frac{1}{N^2} (N^2 - N) \bar{\sigma}_{ij} = \frac{N^2}{N^2} \bar{\sigma}_{ij} - \frac{N}{N^2} \bar{\sigma}_{ij}.$$

Ved å så la N går mot uendelig gir dette $\lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{N^2}{N^2} \bar{\sigma}_{ij} - \frac{N}{N^2} \bar{\sigma}_{ij} \right) = \bar{\sigma}_{ij}$, som er den ikke diversifiserbare risikoen, eller sagt på en annen måte, variansen i avkastningen til markedet for alle aktuelle aktiva (Fama, 1976).

Ved å inkludere flere og flere aktiva i en portefølje vil man nærme seg markedsporteføljen og etterhvert som antall aktiva øker, kun stå igjen med den systematiske risikoen. I oppgaven vises teorien om hvordan diversifisering fungerer, ved å kombinere aksjer og høyrenteobligasjoner fra de samme selskapene i den samme porteføljen.

Kombinasjonsporteføljen inneholder flere aktiva (dobbelt så mange) og kovariansen mellom den månedlige avkastningen til aktivaene er lav, dette gjør at man kan oppnå en lavere porteføljevarians i månedlig avkastning. Hvor stor denne diversifiseringseffekten er, kommer an på graden kovarians mellom månedlig avkastning i aktivaene, samt antall aktiva man inkluderer i porteføljen. Effekten av lav kovarians mellom månedlig avkastning i aktivaene og et høyere antall aktiva kommer tydelig frem når vektene i kombinasjonsporteføljen er optimert for maksimal Sharperatio i perioden 2007-2012 (se tabell 5).

2.3 Sharperatio og optimeringsproblemer

Sharperatioen i porteføljen P gir forholdet mellom forventet avkastning porteføljen P, $E[R_P]$, over forventet risikofri rente R_f , dividert med standardavviket til avkastningen i porteføljen,

$$\sigma_P, S_P = \frac{E[R_P - R_f]}{\sigma_P} \text{ (Sharpe, 1966).}$$

Grunnlag for valg av Sharperatio som risikoveid avkastningsmål er at Sharperatioen er intuitivt enkel og forståelig, for å sammenligne aktiva med ulik risikoprofil. Sharperatioen dannes ved å bruke forventet avkastning og standardavviket til avkastningen. I telleren finner man forventet meravkastning, her over risikofri rente, nevneren er standardavviket til det aktuelle aktiva. I oppgaven er det gjennomsnittlig 6 måneders Libor-rente på månedlig basis, som er benyttet som risikofri rente. Hva gjelder forventet avkastning på aktiva i (i porteføljen), er gjennomsnittet av månedlige avkastninger brukt (1). En svakhet ved å benytte Sharperatioen er at det ikke er mulig å si noe om hvor mye bedre en høyere Sharperatio er, enn en som er lavere (ordinal skala). Samtidig kan det være problematisk å benytte Sharperatio dersom, man ikke har en normalfordeling i avkastningen til porteføljen, her månedlig avkastningen. Se appendiks, figur A.3 for fordelingen av månedlig avkastning i aktuelle porteføljer og indekser.

Kapitalallokeringslinjen (CAL) er en lineær funksjon av med risikofrirente som konstantledd, Sharperatio som stigningstall og der σ_c er standardavviket til avkastningen av kombinasjonen risikofrirente og porteføljen P.

$$E(R_P) = R_f + \sigma_c \frac{E[R_P - R_f]}{\sigma_P} \quad (4)$$

(Sharpe, 1966)

CAL gir avkastningen i forhold til hvilken risiko man er villig til å ta, der standardavviket i månedlig avkastning er på X-aksen og forventet månedlig avkastning er på Y-aksen.

For å finne den maksimale Sharperatioen for aksjeporteføljen, høyrenteobligasjonsporteføljen og kombinasjonsporteføljen, er et maksimeringsproblem satt opp der den eneste begrensningen er at vektene innad i porteføljen skal summeres til 1.

$$\text{Maks}(S_p) \text{ når } \sum_{i=1}^N \omega_i = 1. \quad (5)$$

For å danne porteføljeffrontene i oppgaven er et minimeringsproblem satt opp, med hensikt å

minimere variansen i porteføljen gitt avkastningsnivå og gitt at vektene innad i porteføljen summeres til 1.

$$\text{Min}(\text{VAR}(R_p)) \text{ når } E(R_p) = \sum_{i=1}^N \omega_i E(R_i) = K \text{ og } \sum_{i=1}^N \omega_i = 1 \quad (6)$$

der $\text{VAR}(R_p)$ er variansen til porteføljeavkastning, K er et gitt nivå av forventet avkastning og ω_i er vekten i aktiva i , $i = 1, 2, \dots, N$.

2.4 Modellering av volatilitet over tid

En tidsseriemodell i form av GARCH (1,1) modellen, benyttes for å se på opphopning av varians over tid i dataene for månedlig avkastning. Modellen med lagg på en periode vil være på formen

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \quad (7)$$

hvor σ_t^2 er variansen til avkastningen i periode t , også kjent som den kondisjonale variansen siden den avhenger av hva som står på høyresiden av modellen. GARCH modellen er en vektet funksjon av en langsiktig gjennomsnittsverdi α_0 , u_{t-1}^2 er kvadrert avkastning i periode $t-1$ med vektning α_1 og σ_{t-1}^2 er den variansen i periode $t-1$ med vektning β . GARCH modellen beregner da variansen gitt den informasjonen man har om variablene på høyre side av (7).

Betegnelsen GARCH (1,1) vil si at det er kun den foregående perioden som legges til grunn for å beregne den kondisjonale variansen i inneværende periode, dvs. én lagget periode.

Variansen i månedlig avkastning slik som den beregnes i GARCH modellen er,

$$\text{Var}(u_t) = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_1 + \beta)}. \quad (8)$$

Et generelt krav for variansen i en GARCH (p,q) modell vil være at

$1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i - \sum_{j=1}^q \beta_j > 0$. (8) er variansen i månedlig avkastning som beregnes i tabell 12,

13 og 14 i kapittel 4 (Bollerslev, 1986) og (Taylor, 1986). Generelt er det en vanlig

antagelse at en GARCH (1,1) modell er tilstrekkelig for å fange opphopning av variansen til avkastningen over tid.

2.5 Obligasjoner og beregning av månedlig avkastning

Nåverdien av kontantstrøm fra kupongobligasjoner er beregnet slik

nåverdien av en kontantstrøm = nåverdi av rentebetalinger + nåverdi av hovedstol.

Formelen for å beregne verdien av en kontantstrøm fra en kupongobligasjon er da gitt ved

$$V = \sum_{t=1}^N \frac{K_t}{(1+r_d)^t} + \frac{M}{(1+r_d)^N}, \quad (9)$$

der variablene beskrives som $V = \text{Nåverdi}$,

$K_t = \text{Kupong, der } t \text{ indikerer en spesifikk periode,}$

$r_d = \text{Yielden til obligasjonen, } M = \text{Hovedstolen}$

(Fisher, 1896)

Formel (9) ovenfor er tatt med for å vise hvordan verdien til kontantstrømmen fra kupongobligasjoner er beregnet, dvs. prisene på obligasjonene som er med i oppgaven. (9) er nærmere bestemt med for å vise hvordan en endring i r_d påvirker verdien av kontantstrømmen fra obligasjonen. Kapittel 4.4 går nærmere inn på og diskuterer forskjellene ved å holde aksjer opp mot obligasjoner, der det er tatt for seg et scenario med ulike forventninger til utvikling i økonomien (r_d).

Det er valgt å bruke totalavkastning som mål på verdistigningen i høyrenteobligasjonene, det vil si at det er prisstigningen og kupongen obligasjonen betaler som gir totalavkastningen. Valget kommer av at YTM (yield to maturity), kun gir den korrekte avkastningen dersom man holder obligasjonen helt til forfall. Dersom man har endringer i eksterne faktorer som igjen forandrer r_d , vil ikke YTM gi det riktige bilde hva slags avkastning kontantstrømmen faktisk har generert (Bodie et al., 2002). Obligasjonsrenten (yield) kan ses på som internrenten til kontantstrømmen fra obligasjonen og vil gi den faktiske avkastningen til obligasjonen dersom det ikke skjer noen eksterne endringer i økonomien, endring i r_d . For verdien av kontantstrømmen fra obligasjonen vil man ha et inverst forhold mellom rentenivå og verdi, dette vil også påvirke obligasjonens YTM (yield to maturity) altså internrenten til forfall av obligasjonen. Om man skulle brukt YTM som mål på verdistigningen til høyrenteobligasjonene, måtte man beregne en månedlig YTC (yield to call), som gir verdien på kontantstrømmen til en obligasjon per måned.

For å beregne månedlig avkastning i oppgaven er den følgende formelen benyttet.

$$\frac{(P_{i,t+1}+D_{i,t+1})-(P_{i,t}+D_{i,t})}{P_{i,t}+D_{i,t}} \quad (10)$$

Lar $P_{i,t+1}$ er prisen på aktiva P_i i periode $t+1$ mens $P_{i,t}$ er prisen på aktiva P_i i periode t , $D_{i,t}$ er dividenden for aktiva i , i periode t , mens $D_{i,t+1}$ er dividenden til aktiva i , i perioden $t+1$.

For aksjer er prisene benyttet i oppgaven dividendejustert, mens for høyrenteobligasjonene kan man se på kupongutbetalingene som dividende. Alle kupongobligasjoner i oppgaven betaler halvårligkupong, og der denne kupongen er lagt til prisen for å finne totalavkastningen. (10) gir dividendejustert avkastning i prosentform måned til måned, da det er benyttet månedlige dataobservasjoner i oppgaven.

3.1 Presentasjon av data og metode

Datamaterialet er valgt ut ved å sette seks kriterier:

- Obligasjonene må ha en Fitch rating lavere enn BBB, og har dermed en kreditt rangering under investeringsgrad (se tabell A.1).
- Obligasjonene har en tidsserie på minimum 6 år
- For at obligasjonene skal kunne være med i porteføljen må også selskapet ha tilgjengelig data på aksjer med en tidsserie på minimum 6 år.
- Pris må være i amerikanske dollar.
- Aksjer og høyrenteobligasjoner må være tilgjengelig i det amerikanske markedet
- Det er kun selskapsobligasjoner med fast kupong som er "non callable", dvs. at de ikke kan utløses av utsteder før forfallsdato, som er med i studien.

Det er i alt 35 selskaper som er med i oppgaven (se tabell A.4), disse er selskaper som oppfyller de kriteriene som er satt. Tilsammen gir kriteriene de utvalgte høyrenteobligasjonene og aksjene som danner de tre porteføljene, aksjeporteføljen høyrenteobligasjonsporteføljen og kombinasjonsporteføljen. Ett unntak av kriteriene er gjort for American Axle og Ally Financial, der disse ikke har tidsserier for obligasjonene lengre enn tilbake til 2009, men unntaket er gjort for å få med flest mulige selskaper i analysen. Kriteriene satt inn i yahoofinance.com sin obligasjonscreener for å finne de tilgjengelige obligasjonsdataene, og det er samtidig kryssjekket med at det finnes tilstrekkelig informasjon om aksjer i samme selskap.

Tabell 1 Deskriptiv statistikk for månedlig avkastning i likt vektet aksjeportefølje, månedlig avkastning S&P500, månedlig avkastning R2000, månedlig avkastning likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje og månedlig avkastning Barclays US corporate high yield index 2003-2012

	Månedlig avkastning likt vektet aksjeportefølje	Månedlig avkastning S&P500	Månedlig avkastning R2000	Månedlig avkastning likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje	Månedlig avkastning Barclays US corporate high yield total return index
Antall	118	118	118	118	118
Gjennomsnitt	0,01173	0,00521	0,01002	0,0049	0,00889
Varians	0,00561	0,00184	0,00338	0,00043	0,00098
Standardavvik	0,07487	0,04294	0,05814	0,02062	0,03137
Gjennomsnittlig standardfeil	0,00689	0,00395	0,00535	0,0019	0,00289
Minimum	-0,27018	-0,16942	-0,20963	-0,09047	-0,15189
Maksimum	0,20861	0,10772	0,15383	0,05762	0,12695
Differanse	0,47879	0,27715	0,36346	0,14809	0,27884
Skjevhet	-0,37881	-0,78557	-0,52396	-0,5636	-1,07531
Andremoment	0,00556	0,00183	0,00335	0,00042	0,00098
Tredjemoment	-0,00016	-0,00006	-0,0001	0,	-0,00003
Fjerdemoment	0,00013	0,00002	0,00005	0,	0,00001
Median	0,01504	0,01121	0,01804	0,00537	0,01181

Alfaverdi for konfidensintervall 0,05

Det som er verdt å merke seg fra tabell 1 er at det er aksjeporteføljen og de to aksjeindeksene som har den største variansen i månedlig avkastning, mens høyrenteobligasjonsindeksen har lavest varians i månedlig avkastning etterfulgt av høyrenteobligasjonsporteføljen. Noterer også at det kun er observert negativ skjevhet i alle tidsseriene for månedlig avkastning, som tilsier at den mest vanlige månedlige avkastningen ligger over null for samtlige porteføljer og indekser i tabell 1. Kan også bemerke at det er det er den likt vektete aksjeporteføljen som har den største differansen i månedlig avkastning, og den laveste differansen finner man i høyrenteobligasjonsporteføljen.

Valget av å sammenligne aksjer og høyrenteobligasjoner i de samme selskapene er et bevisst valg, som er tatt for å tydeliggjøre forskjellen i høyrenteobligasjoner og aksjer. Fra en investors side kan man se på aksjer og høyrenteobligasjoner som to ulike investeringsmuligheter, som skiller seg fra hverandre både når det gjelder risiko og kontantstrøm. Forskjellene i de to investeringsalternativene kommer tydelig frem når man ser

på de samme selskapene, og hvor forskjellige de to aktivotypene er i risikoprofil og avkastning. Man skulle kanskje tro at man fant en sterk sammenheng mellom en aksjeportefølje og en høyrenteobligasjonsportefølje i de samme selskapene, men slik er det ikke i følge de korrelasjonskoeffisientene som er beregnet i oppgaven. Interessant er det at både avkastningen i den likt vektete aksjeporteføljen og den likt vektete høyrenteobligasjonsporteføljen, viser relativt høy korrelasjon med avkastningen i aksjebenchmarkene S&P500 og Russel2000 indeksen (se tabell 2).

S&P500 er en indeks av de 500 største selskapene som handles på børsen i USA, mens Russel2000 indeksen er de 2000 minste selskapene i Russel3000 indeksen som handles på børs i USA. Både S&P500 og Russel2000 indeksene er verdivektet, det vil si at de selskapene med høyest markeds kapital (børsverdi) vil få en høyere vekt enn de med lav. En verdivektet indeks vil da i praksis kunne være styrt av et fåtall av aktivaene i indeksen dersom markeds kapitalen til disse er stor nok. Hensikten med en verdivektet indeks er at de skal i størst mulig grad fange opp det som skjer i markedet, endringer i de største selskapene har en større innvirkning på indeksen, enn en endring i de mindre selskapene.

Data for å danne høyrenteobligasjonsporteføljen er hentet fra Thomsen Reuters Datastream den 29.01.2013, og aksjedataene er hentet den 26.01.2013 fra yahoofinance.com. I oppgaven er det også benyttet ulike aksjeindekser som fungerer som "benchmark", disse er som nevnt tidligere S&P500 indeksen og Russel2000 indeksen. Benchmarkindeksene for aksjeporteføljen er hentet fra yahoofinance.com. Benchmarkindeksen for høyrenteobligasjonsporteføljen er "Barclays US corporate high yield total return index" som er skaffet gjennom DnB Markets Trondheim, og deres tilgang til Bloomberts database. Barclays US corporate high yield total return index er en totalavkastningsindeks som inkluderer alle high yield obligasjoner som oppfyller noen gitte krav. De inkluderte obligasjonene høyrenteobligasjonsindeksen er ¹:

- Kun amerikansk selskapsobligasjoner med Fitch kredittrangering under BBB.
- Nullkupongsobligasjoner og obligasjoner med fast kupong putabile (utsteder kan utløse før forfall) og callable (långiver kan utløse før forfall).
- SEC Rule 144A aktiva.

¹ Detaljene om hvilke obligasjoner som er med i "Barclays US corporate high yield total return index" er hentet fra siden: <http://www.asc.state.al.us/Orders/2010/SC-2010->

- Kun obligasjoner som er utenfor mislighold.

Som risikofri rente 6 måneders LIBOR-rente (ikke sesongjustert) brukt, og er hentet fra hjemmesidene til Federal Reserve Bank of St. Louis.²

Både aksjedataene og obligasjonsdataene er månedlige observasjoner på pris. For obligasjoner er det benyttet pris i andel av utstedelsespris med kupongutbetalinger inkludert for å finne totalavkastningen, og som nevnt i kapittel 2 kan man se på kupongutbetalingen som dividende, se uttrykk (10). For aksjene er det benyttet dividendejusterte priser. For å kunne lage likt vektete porteføljer av både aksjene og høyrenteobligasjonene, er det nødvendig å finne hvor stor del av datasettet som har data tilgjengelig i til et hvert tidspunkt t . Det er da nødvendig å vite hvor mange av aktivaene i porteføljen som er tilgjengelig til en hver tid, dvs. N aktiva. For en likt vektet portefølje har man da vekten $\omega_i = \frac{1}{N}$, $i = 1, 2, \dots, N$. For å sammenligne avkastningen i de to ulike porteføljene er månedlig avkastning i de ulike indeksene og porteføljene brukt, der avkastningen er beregnet slik som beskrevet i uttrykk (10).

Når det kommer til forventningsverdier er det gjennomgående i hele oppgaven at det er benyttet gjennomsnittet som forventningsverdi. Driveren bak valget av gjennomsnittlig månedlig avkastning som forventningsverdi, er at gjennomsnittet viser seg å være et godt mål på forventning, når det er snakk om en lengre tidshorisont. Det en streng antagelse å bruke gjennomsnittlig avkastning som forventningsverdi, men en vanlig antagelse brukt i økonometrien, og har vist seg å fungere godt i strukturelle modeller, dvs. lineære modeller. Et eksempel på en strukturell vil være, $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt}$, $k = 1, 2, \dots, k$, der y_t er den avhengige variabelen og x_{kt} er den uavhengige variabelen. Valget av å benytte gjennomsnittet som forventningsverdi er tatt med visshet om at det finnes andre metoder for å beregne forventningsverdi, eksempelvis Fama og French sin flerfaktormodell. I oppgaven er det månedlige gjennomsnittet av 6 måneders Libor-rente i de respektive periodene som analysen gjennomføres, brukt som forventningsverdien til risikofri rente. Hva gjelder forventet avkastning i de produserte porteføljene er gjennomsnittet av avkastningen i de respektive periodene som er analysert (se uttrykk (1)). Periodene som er analysert er 2003-2012 og 2007-2012.

² Internettetsiden Libor-renten er hentet fra <http://research.stlouisfed.org/fred2/series/USD6MTD156N>

Obligasjonene i oppgaven er høyrenteobligasjoner, som vil si at de gir en høy rente relativt til det risikofrie markedet. Grunnen til at høyrenteobligasjoner gir en høyere rente enn obligasjoner med en bedre kredittvurdering, er den økte konkursrisikoen i selskaper som utsteder høyrenteobligasjoner. Som nevnt i innledningen er høyrenteobligasjonene definert som de obligasjoner med kredittrangering lavere enn BBB, dvs. de som er under investeringsgrad, BBB-AAA (se tabell A.1). Den lave kredittverdigheten fører til at selskapene som utsteder høyrenteobligasjonene, må betale en rente som er høyere enn markedsrenten. For at investorer skal være villige ta på seg den ekstra risikoen det er å kjøpe disse lånene, betaler utstederen av lånet en høyere rente. Når man er inne i universet for høyrenteobligasjoner, vil det alltid være en større konkursrisiko enn i det tradisjonelle obligasjonsmarkedet, og denne risikoen må kompenseres for i form av avkastning eller renter, ettersom hvordan man definer det. Det er den økte konkursrisikoen i høyrenteobligasjonene, som gjør at man kan kreve den ekstra avkastningen over de sikrere obligasjonene i investeringsgradklassen.

Beregning av avkastningen til en obligasjon i oppgaven er gjort slik at ved utbetaling av kupong, er den kvoterte kupongverdien lagt til den kvoterte prisen av den gitte obligasjonen. Månedlig avkastning av kontantstrømmen fra obligasjonen blir da beregnet slik som nevnt tidligere i uttrykk (10). Hver obligasjon utbetaler en gitt kupong halvårlig til gitt halvårlig kupongrente, og det er prisen på obligasjonen og kupongverdien som til en hver tid bestemmer den totale avkastningen fra kontantstrømmen til obligasjonen. Det er også antatt at man ikke vil kunne få noen rente på utbetalt kupong. Ingen rente på utbetaltkupong er muligens en streng antagelse, men for å ikke blande andre rentebærende aktiva inn i obligasjonsporteføljen og unngå feilaktige antagelser om hva som er en realistisk alternativrente, er dette valget tatt.

Obligasjonene er kvotert slik at de er oppgitt i prosent av par, i de aller fleste tilfeller er par på \$1000 hva gjelder amerikanske obligasjoner. Dette vil si at den egentlige prisen på en obligasjon som står oppført som 100 vil tilsvare \$1000, og for en obligasjon som står oppført som 90 vil prisen i dollar være \$900.³

³ Hvordan obligasjonene er kvotert er hentet fra internettsiden, <http://finance.yahoo.com/bonds/glossary#Price>.

3.2 Metode i analyse av data

Det presenteres i tabell 2 en korrelasjonsmatrise av de samme avkastningsseriene som i tabell 1, der korrelasjonen mellom tidsseriene er gjort på totalavkastningen til de to likt vektete porteføljene og benchmarkindeksene, som er konstruert slik at de har samme startverdi. Transformasjonen av tidsseriene er gjort for på best mulig måte følge utviklingen i verdi til de to likt vektete porteføljene og de tre indeksene. Korrelasjonsmatrisen består av de to likt vektete porteføljene i hhv. aksjer og høyrenteobligasjoner, samt de tre benchmarkindeksene i oppgaven, dvs. Russel2000, S&P500 og Barclays US corporate high yield total return index. Resultatet av denne korrelasjonsanalysen vil kunne si noe om hvor stor samvariasjonen i verdistigningen er mellom de ulike porteføljene og indeksene som er med i analysen, og diversifiseringsmulighetene mellom porteføljene og indeksene.

Kovariansmatriser er brukt til å beregne de vektene som maksimerer den månedlige risikoveide avkastningen, minimerer variansen i månedlig avkastning og maksimerer månedlig avkastning i perioden 2007-2012, for aksjeporteføljen og porteføljen av høyrenteobligasjoner og kombinasjonsporteføljen. Merk at disse vektene kan være negative, dvs. at shortsalg er tillat. Kombinasjonsporteføljen består av alle aktuelle aksjer og obligasjoner som det er hentet data for i alt 70 aktiva, 35 aksjer og 35 høyrenteobligasjoner i perioden 2007-2012.

For å kunne bestemme vektene innad i de optimale risikable porteføljen, er det benyttet en problemløserfunksjon i Excel som maksimerer Sharperatioen til porteføljene (se maksimeringsproblem (5)). For å danne porteføljefrontene vist i figur 4, 5 og 6, er vektene innad i porteføljene endret, underlagt betingelse om minimum varians for gitt forventet månedlig avkastningsnivå (se minimeringsproblem i kapittel 2.3 (6)). Porteføljefrontene for de ulike porteføljene dannes så ved å la månedlig avkastning variere, og samtidig minimere variansen i månedligavkastning slik at man får en grafisk fremstilling av porteføljefronten.

En årlig analyse av hvordan forholdet mellom en obligasjonsportefølje og aksjeportefølje med vektning innad som maksimerer den risikoveideavkastningen er gjort i perioden 2007-2012. Analysen viser hvilke år det har vært mer gunstig å holde en større del i en høyrenteobligasjonsporteføljen enn i aksjeporteføljen. Merk at det er ikke gitt at en slik kombinasjon av to optimerte porteføljer med hensyn på Sharperatioen, er på den effisiente

porteføljefronten. Det er spesielt interessant å se om det er noen år som skiller seg ut i perioden 2007-2012, fordi man vet hvilke urolige tider det har vært i finansmarkedene (se tabell 10 med tilhørende figurer 11 og 12, samt figur A.2). Den samme analysen som nevnt ovenfor er gjort på aksjeporteføljen og obligasjonsporteføljen med like vekter innad i perioden 2007-2012 (se tabell 9 med tilhørende figur 9 og 10, samt figur A.1)

For aksjeporteføljen og obligasjonsporteføljen med like vekter innad er det også produsert en porteføljefront med tilhørende kapitalallokeringslinje, dette simpelthen for å vise diversifiseringseffekten av holde andeler i både aksjer og obligasjoner i de samme selskapene 2003-2012 (se tabell 8 og figur 8). Porteføljefronten dannes her ved å endre vektingen mellom aksjer og høyrenteobligasjoner i kombinasjonsporteføljen.

Ved bruk av Oxmetrics, og nærmere bestemt en GARCH (1,1) modell beregnes den flytende variansen (kondisjonale variansen) til månedlig avkastning. Resultatene av denne modellen vises grafisk frem, for å illustrere opphopningen og forskjell i varians til den månedlige avkastningen for høyrenteobligasjonene og aksjene i perioden 2003-2012. Analysen av GARCH modellen er gjort på de to likt vektete porteføljene med hhv. aksjer og høyrenteobligasjoner, og på en kombinasjonsportefølje med en andel på 19% i likt vektet aksjeportefølje, og en andel på 81% i likt vektet obligasjonsportefølje (se tabell 7). Sammen med de grafiske modellene rapporteres også data output fra GARCH gjennomsnittlig månedlig avkastning og varians i månedlig avkastning, der variansen i månedlig avkastning beregnes i henhold til uttrykk (8).

4.1 Resultater

Tabell 2 Korrelasjonkoeffisient R mellom likt vektete porteføljer og verdi vektete indekser 2003-2012

	Månedlig avkastning likt vektet aksjeportefølje	Månedlig avkastning S&P500	Månedlig avkastning R2000	Månedlig avkastning likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje	Månedlig avkastning Barclays total-avkastning hy-indeks
Månedlig avkastning likt vektet aksjeportefølje	1				
Månedlig avkastning S&P500	0,917*	1			
Månedlig avkastning R2000	0,753*	0,857*	1		
Månedlig avkastning likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje	0,368*	0,534*	0,831*	1	
Månedlig avkastning Barclays total avkastning hy-indeks	0,304*	0,503*	0,803*	0,983*	1

* Persons korrelasjonkoeffisient signifikant på mindre enn 1% nivå

Korrelasjonen mellom Barclays US corporate high yield total return index og obligasjonsporteføljen er nærme 1 med en koeffisient på 0,98, noe som viser at den likt vektete obligasjonsporteføljen klarer å representere det som foregår i benchmarkindeksen på en svært god måte. Gitt at "Barclays US corporate high yield total return index" gjenspeiler det som foregår i det amerikanske høyrenteobligasjonsmarkedet for selskapsobligasjoner, er den likt vektete obligasjonsporteføljen også representativ for dette.

Korrelasjonen mellom høyrenteobligasjonsporteføljen og Russel2000 er på 0,83, dette tilsier at det kun vil være små diversifiseringsgevinster ved å sette disse to aktivaene sammen. Mellom høyrenteobligasjonsporteføljen og S&P500 er korrelasjonen noe lavere med en korrelasjonkoeffisient på 0,53. En lavere korrelasjonkoeffisient peker i retning av mulighetene for en noe større diversifiseringseffekt mellom høyrenteobligasjonsporteføljen og S&P500. Beregningene av korrelasjonkoeffisientene viser at man kan oppnå en god diversifiseringseffekt ved å inkludere high yield obligasjoner og aksjer fra de samme selskapene inn i en kombinasjonsportefølje. En korrelasjonkoeffisient på 0,36 mellom den likt

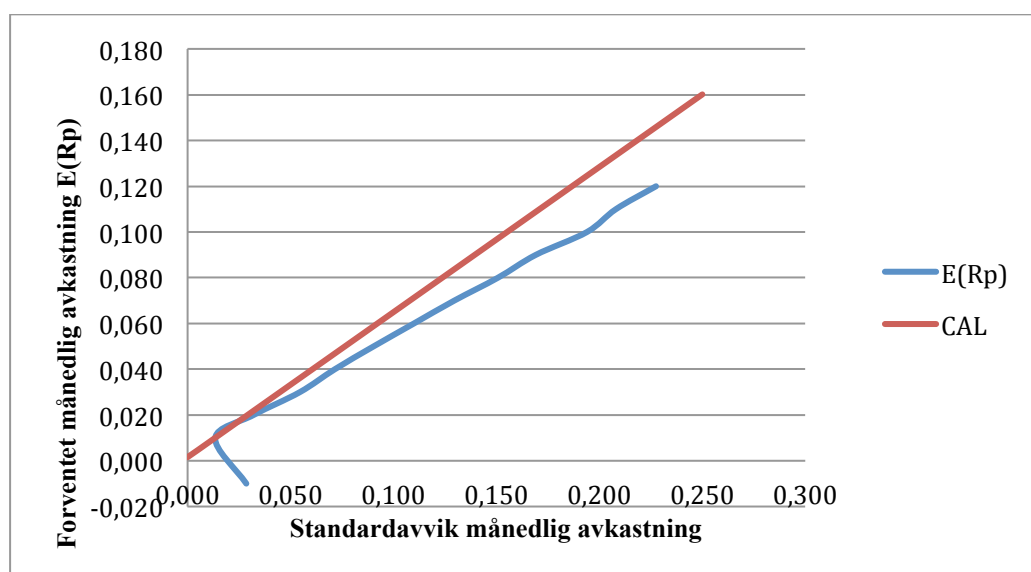
vektede aksjeporteføljen og likt vektete høyrenteobligasjonsporteføljen, tilsier at det er muligheter for å oppnå en betydelig diversifiseringsgevinst med å danne en kombinasjonsportefølje. Korrelasjonsmatrisen er basert på månedlig avkastning i perioden 2003-2012, hvor de to porteføljene hhv. for aksjer og høyrenteobligasjoner er likt vektet. De to aksjeindeksene og som det sammenlignes med, er begge markedskapital vektete. Verdien på høyrentobligasjonsindeksen er et vektet gjennomsnitt av verdier på alle obligasjonene som er med i indeksen.

Funnene hva gjelder korrelasjon i avkastning mellom de ulike porteføljene og indeksene gir i stor grad det samme bildet av diversifiseringsmulighetene av å benytte high yield-obligasjoner i en kombinasjonsportefølje sammen med aksjer, som i Reilly (2009). Det er spesielt med hensyn på at man finner en større grad av likhet mellom høyrenteobligasjoner og aksjer, i selskaper med lav markedskapital (børsverdi). En mindre grad av samvariasjon mellom høyrenteobligasjoner og aksjer i selskaper med en stor markedskapital finnes også, som er de største fellesnevnerne her. For hva som betraktes som stor markedskapital i oppgaven se tabell A.4.

Tabell 3 Månedlig avkastning, varians i månedlig avkastning og Sharperatio med ulik vektning i høyrenteobligasjonene som inngår i høyrenteobligasjonsporteføljen 2007-2012

	Likt vektet	Vektning som gir maksimal avkastning gitt $\text{Var}(R_p) \leq \text{Var}(R_p)$ i et enkelt aktiva	Vektning som gir minimal $\text{Var}(R_p)$ gitt avkastning \geq avkastning i et enkelt aktiva	Vektning som gir maksimal Sharperatio
Månedlig $E(R_p)$	0,0056	0,0072	0,0129	0,0087
Varians månedlig avkastning	0,0009	0,0001	0,0004	0,0001
Sharperatio	0,1384	0,5953	0,5884	0,6345
Standardavvik månedlig avkastning	0,0294	0,0095	0,0193	0,0112

Tabell 3 viser hvordan ulike vekter i høyrenteobligasjonsporteføljen endrer forventet månedlig avkastning, varians i månedlig avkastning og Sharperatio. Tabellen gir også et visst bilde på hvordan den effisiente porteføljefronten til obligasjonsporteføljen vil se ut, dette ved at de tre porteføljene som er optimalisert i tabell 3 er porteføljer på den effisiente porteføljefronten til høyrenteobligasjonsporteføljen.



Figur 1 Porteføljefront høyrenteobligasjonsportefølje med tilhørende kapitalallokeringslinje (CAL)

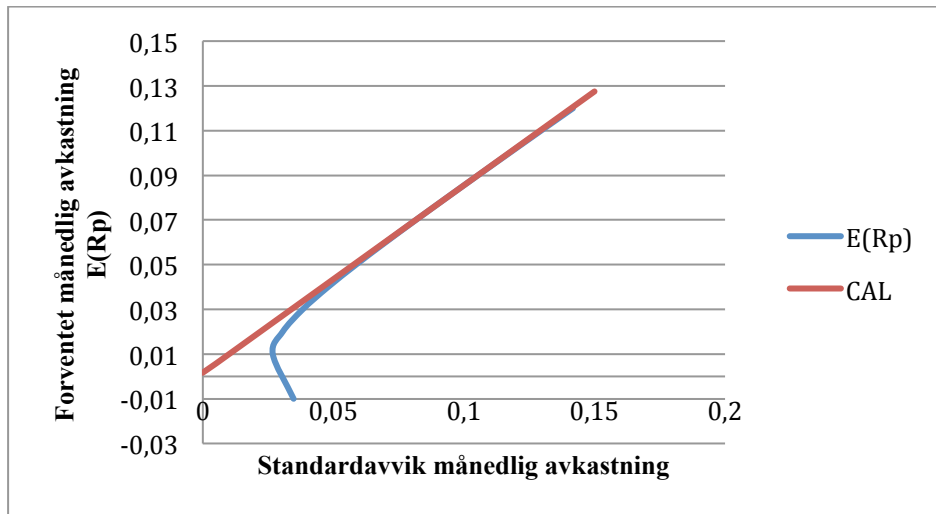
Figur 1 viser porteføljefronten til høyrenteobligasjonsporteføljen med kapitalallokeringslinjen som tangerer porteføljefronten der den risikoveide avkastningen er størst. Punktet der Sharperatioen er høyest for høyrenteobligasjonsporteføljen vil man finne i tabell 3. Dataene som danner figur finnes i tabell A.2.1 og tabell A.2.2.

Tabell 4 Månedlig avkastning, varians i månedlig avkastning og Sharperatio med ulike vektning i aksjene som inngår i aksjeporteføljen 2007-2012

	Likt vektet	Vekting som gir maksimal avkastning gitt $\text{Var}(Rp) \leq \text{Var}(Rp)$ i et enkelt aktiva	Vekting som gir minimal $\text{Var}(Rp)$ gitt avkastning \geq avkastning i et enkelt aktiva	Vekting som gir maksimal Sharperatio
Månedlig E(Rp)	0,0086	0,0326	0,0316	0,0800
Varians månedlig avkastning	0,0121	0,0026	0,0016	0,0087
Sharperatio	0,0645	0,6098	0,7575	0,8400
Standardavvik månedlig avkastning	0,1102	0,0509	0,0397	0,0935

Tabell 4 viser hvordan ulike vektninger innad i aksjeporteføljen endrer forventet månedlig avkastning, varians i månedlig avkastning og Sharperatio. Tabell 4 gir også et visst bilde på hvordan den effisiente porteføljefronten til aksjeporteføljen vil se ut, dette ved at de tre

porteføljene som er optimalisert i tabell 4, er porteføljer på den effisiente porteføljefronten til aksjeporteføljen.



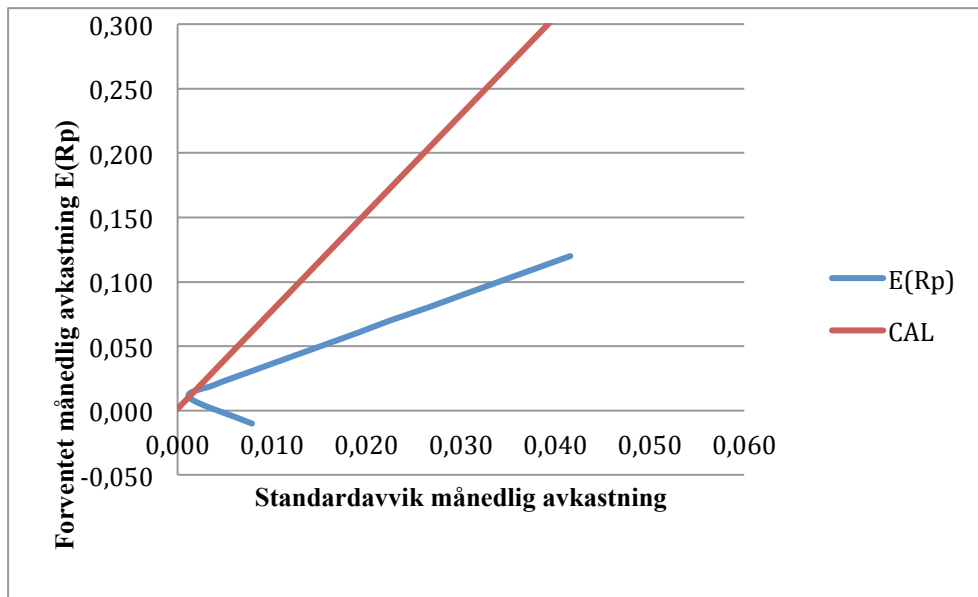
Figur 2 Porteføljeffront aksjeportefølje med tilhørende kapitalallokeringslinje (CAL)

Figuren viser porteføljeffronten til aksjeporteføljen med kapitalallokeringslinjen, som tangerer porteføljeffronten der den risikoveide avkastningen er størst. Punktet der Sharperatioen er høyest for aksjeporteføljen vil man finne i tabell 4. Det ser ut av figuren at kapitalallokeringslinjen og porteføljeffronten sammenfaller på flere enn et punkt, men om man ser nærmere på tabell A.2.4 i appendikset ser man at det ikke er tilfellet. Grunnen til at det ser ut som CAL og porteføljeffronten sammenfaller, er at Sharperatioen faller relativt lite etter maksimumspunktet, og dermed ser figuren ut som den gjør. Se tabell A.2.3 og tabell A.2.4 for dataene som danner figur 2.

Tabell 5 Månedlig avkastning, varians i månedlig avkastning og Sharperatio ved å kombinere aksjer og høyrenteobligasjoner med ulik vektning i alle aktivaene i en kombinasjonsportefølje 2007-2012

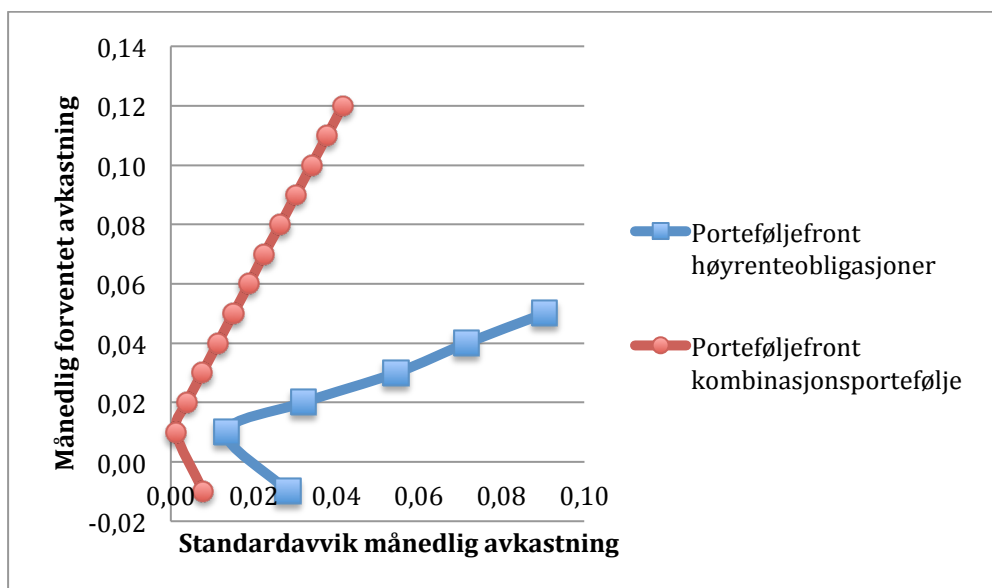
	Likt vektet	Vekting som gir maksimal avkastning gitt $\text{Var}(R_p) \leq \text{Var}(R_p)$ i et enkelt aktiva	Vekting som gir minimal $\text{Var}(R_p)$ gitt avkastning \geq i et enkelt aktiva	Vekting som gir maksimal Sharperatio
Månedlig $E(R_p)$	0,0070	0,0094	0,0316	0,0114
Varians månedlig avkastning	0,0037	0,0001	0,0001	1,69E-06
Sharperatio	0,0890	0,8375	3,6703	7,6079
Standardavvik månedlig avkastning	0,0610	0,0093	0,0082	0,0013

Tabell 5 viser hvordan ulike vekter i alle aktivaene som inngår i kombinasjonsporteføljen, endrer forventet månedlig avkastning, varians i månedlig avkastning og Sharperatio. Tabell 5 gir også et visst bilde på hvordan den effisiente porteføljefronten til kombinasjonsporteføljen vil se ut. De tre porteføljene som er optimalisert i tabell 5, er porteføljer på den effisiente porteføljefronten til kombinasjonsporteføljen. Det er særlig interessant å se den Sharperatioen som kombinasjonsporteføljen klarer å produsere, i forhold til de to enkeltstående porteføljene av aksjer og høyrenteobligasjoner (tabell 3 og 4). Man kan se av tabell 5 at kombinasjonsporteføljen oppnår en maksimal Sharperatio som er flere ganger større enn hva den er for aksjeporteføljen og obligasjonsporteføljen. Effekten av å diversifisere ved å sette sammen aksjer og høyrenteobligasjoner, er oppsiktsvekkende i følge denne Sharperatioen. Diversifiseringseffekten gjør seg gjeldene i kombinasjonsporteføljen med både å ha et sort antall aktiva i porteføljen, og effekten av å ha lavt korrelerte aktiva avkastning i samme portefølje (se uttrykk (2) for variansen til avkastningen i en portefølje).



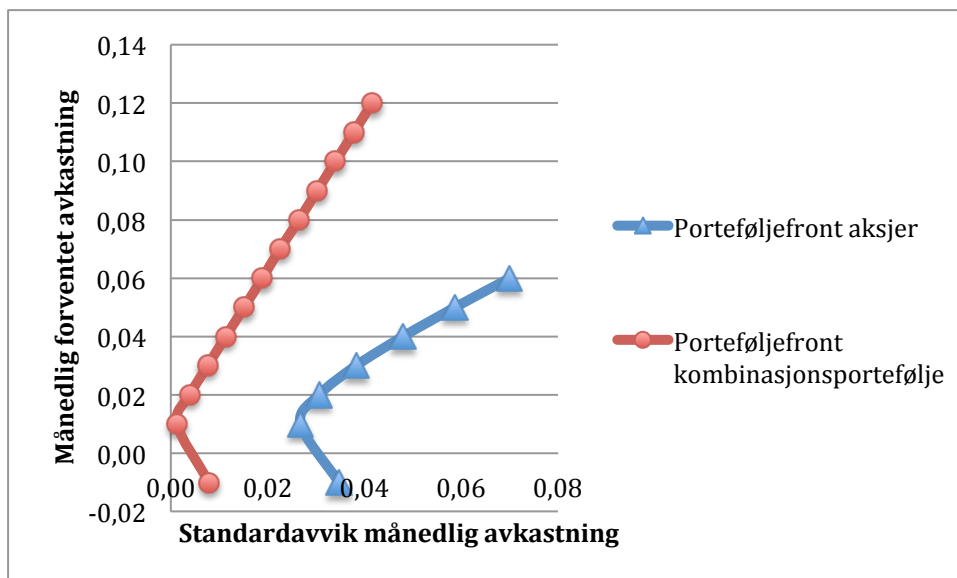
Figur 3 Porteføljefront kombinasjonsportefølje av aksjer og høyrenteobligasjoner med tilhørende kapitalallokeringslinje

Figur 3 viser porteføljefronten til kombinasjonsporteføljen med kapitalallokeringslinjen som tangerer porteføljefronten, der den risikoveideavkastningen er størst. Punktet der Sharperatioen er høyest for kombinasjonsporteføljen vil man finne i tabell 5. Dataene som danner figur finnes i tabell A.2.5 og A.2.6.



Figur 4 Porteføljefront høyrenteobligasjonsportefølje vs. porteføljefront kombinasjonsportefølje

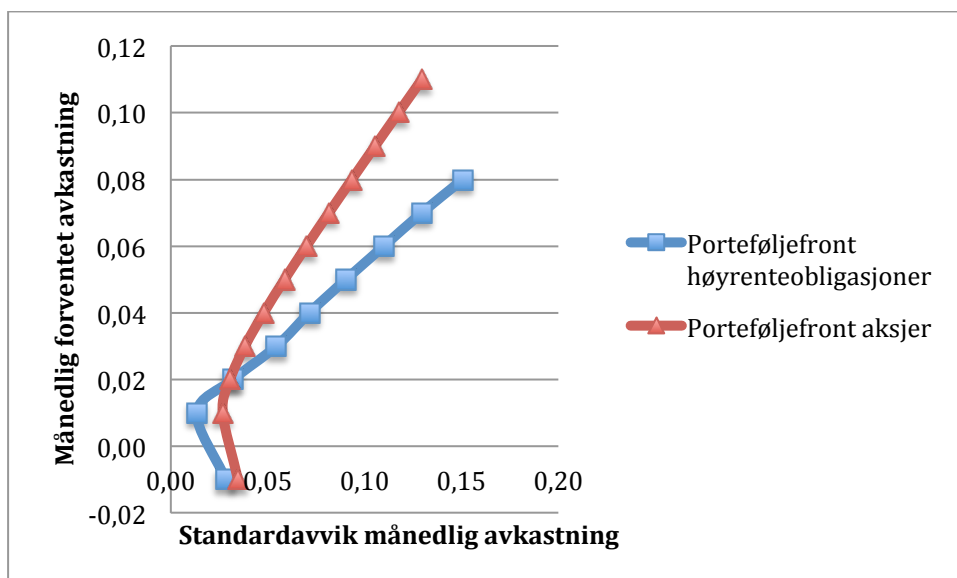
Figur 4 viser at en kombinasjonsportefølje av aksjer og høyrenteobligasjoner på porteføljefronten, vil på alle risikonivåer (standardavvik i månedlig avkastning) være et bedre alternativ enn å holde en portefølje av kun høyrenteobligasjoner.



Figur 5 Porteføljefront aksjportefølje vs. porteføljefront kombinasjonsportefølje

Figur 5 viser at en kombinasjonsportefølje av aksje og høyrenteobligasjoner på porteføljefronten vil på alle risikonivåer være et bedre alternativ enn kun å holde en aksjportefølje.

Figur 4 og figur 5 viser tydelig den diversifiseringseffekten man har ved å kombinere de to aktivtypene i samme portefølje. Den mulige diversifiseringseffekten av å sette sammen de to aktivtypene aksjer og høyrenteobligasjoner funnet i beregningen av korrelasjonskoeffisienten (0,36) i tabell 2, viser seg å stemme.



Figur 6 Porteføljefront aksjportefølje vs. porteføljefront obligasjonsportefølje

Figur 6 viser at det er optimalt å holde en portefølje av høyrenteobligasjoner på porteføljefronten, fremfor en aksjeportefølje på porteføljefronten, for nivåer av forventet månedlig avkastning lavere enn ca. 2%. På nivåer på månedlig forventet avkastning høyere enn 2% er vil en aksjeportefølje på porteføljefronten kunne gi en bedre risikoveid avkastning enn en høyrenteobligasjonsportefølje. I samtlige analyser av variansen i den månedlige avkastningen til aksjene og høyrenteobligasjonene i oppgaven, har aksjene en større varians i månedlig avkastning og dermed også risiko enn høyrenteobligasjoner. Det er interessant å se at man må over en forventet månedlig avkastning på ca. 2%, for at man skal kunne forsvare å rasjonelt velge en portefølje av aksjer fremfor en portefølje av høyrenteobligasjoner i de samme selskapene. En rasjonell investor er som nevnt innledningsvis, en investor som vil ha størst mulig avkastning til minst mulig risiko.

Tabell 6 Standardavvik i månedlig avkastning og forventet månedlig avkastning i kombinasjonsportefølje bestående av likt vektet aksjeportefølje og likt vektet obligasjonsportefølje 2003-2012

Vekt i høyrenteobligasjoner	Vekt i aksjer	Standardavvik månedlig avkastning kombinasjonsportefølje	Avkastning kombinasjonsportefølje portefølje månedlig	Sharperatio
0	1	0,074	0,012	0,139
0,1	0,9	0,068	0,012	0,142
0,2	0,8	0,061	0,011	0,146
0,3	0,7	0,054	0,010	0,151
0,4	0,6	0,048	0,009	0,156
0,5	0,5	0,042	0,009	0,163
0,6	0,4	0,036	0,008	0,170
0,7	0,3	0,030	0,007	0,177
0,8	0,2	0,025	0,007	0,181
0,9	0,1	0,022	0,006	0,176
1	0	0,021	0,005	0,153
1,1	-0,1	0,022	0,004	0,112

Tabell 6 viser tallene som danner porteføljefronten til en kombinasjonsporteføljen bestående av likt vektet aksjeportefølje og likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje 2003-2012.

Sharperatioen er kun tatt med for å bekrefte det faktum at der kapitalallokeringslinjen tangerer porteføljefronten, og er det punktet man har den størst risikoveide avkastningen.

Tabell 7 Vekter som maksimerer Sharperatioen i kombinasjonsportefølje bestående av likt vektet aksjeportefølje og likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje 2003-2012

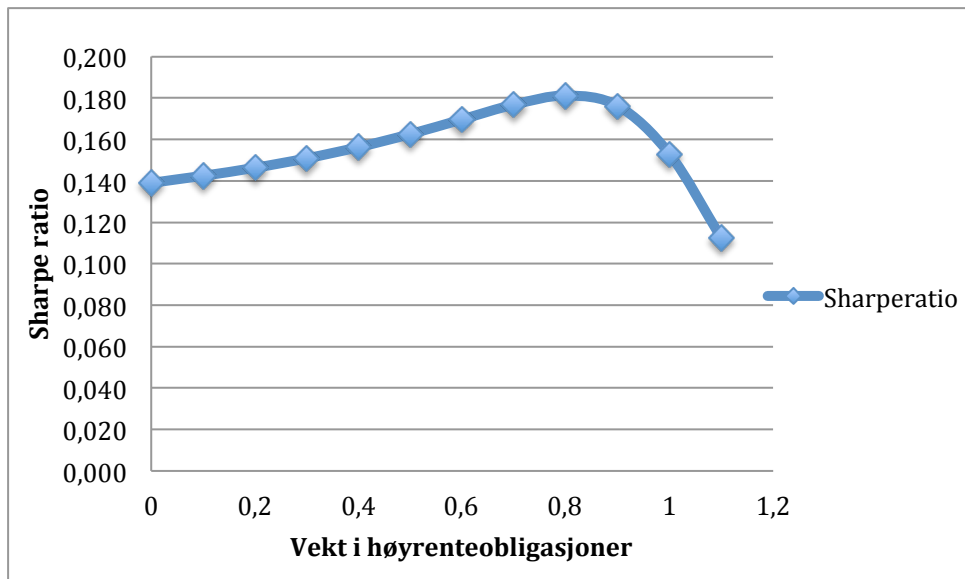
Aktiva	Vekter som maksimerer Sharperatio
Aksjer	0,19
Høyrenteobligasjoner	0,81
Sum	1,00

Tabell 7 viser de optimale andelene i henholdsvis i aksje- og høyrenteobligasjonsporteføljen med optimale vekter med hensyn på maksimal Sharperatio i perioden 2007-2012. Den optimale kombinasjonen av likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje og likt vektet aksjeportefølje er, 81 % i høyrenteobligasjoner og 19 % i perioden 2003-2012.

Tabell 8 Vekting i en kombinasjonsportefølje av likt vektet aksjeportefølje og likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje med til hørende Sharperatio 2003-2012

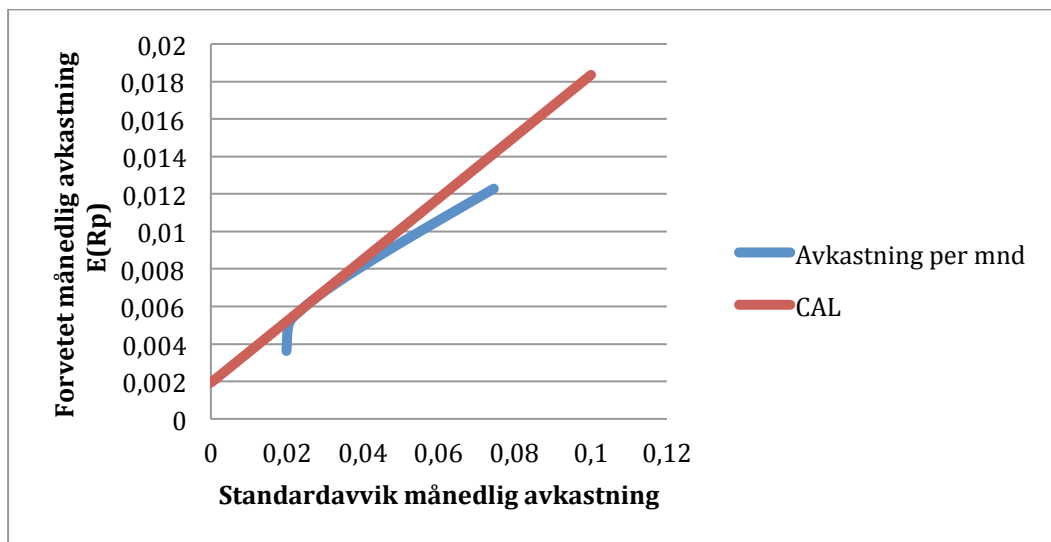
Vekt i høyrenteobligasjoner	Vekt i aksjer	Sharperatio
0	1	0,139
0,1	0,9	0,142
0,2	0,8	0,146
0,3	0,7	0,151
0,4	0,6	0,156
0,5	0,5	0,163
0,6	0,4	0,170
0,7	0,3	0,177
0,8	0,2	0,181
0,9	0,1	0,176
1	0	0,153
1,1	-0,1	0,112

Tabell 8 viser hvordan Sharperatioen endres ved å endre andelene i likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje og likt vektet aksjeportefølje, som til sammen danner en kombinasjonsportefølje. Av tabell 8 kan man se at Sharperatioen her er størst med en vekt i høyrenteobligasjonsporteføljen mellom 0,8 og 0,9, dette bekreftes i tabell 7 der en maksimering av Sharperatioen er foretatt.



Figur 7 Sharperatioen i kombinasjonsportefølje av likt vektet aksje portefølje og høyrenteobligasjonsportefølje i forhold til andel i høyrenteobligasjonsporteføljen 2003-2012

Figur 7 viser hvordan Sharperatioen forholder seg til hvor stor andel man har i høyrenteobligasjoner. Den vektingen som maksimerer Sharpe ratioen i kombinasjonsporteføljen i perioden 2003-2012, har vært å holde en stor del i høyrenteobligasjonsporteføljen og en mindre del i aksjeporteføljen. Maksimal risikoveid avkastning oppnås med en vekt i obligasjoner på 0,81, som vist i tabell 7.



Figur 8 Porteføljeffront konstruert av likt vektet aksjeportefølje og likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje, med kapitalallokeringslinjen (CAL) 2003-2012

Figur 8 viser porteføljeffronten dannet av ulike kombinasjoner med likt vektet aksjeportefølje og likt vektet høyrenteobligasjoner. I punktet der kapitalallokeringslinjen tangerer

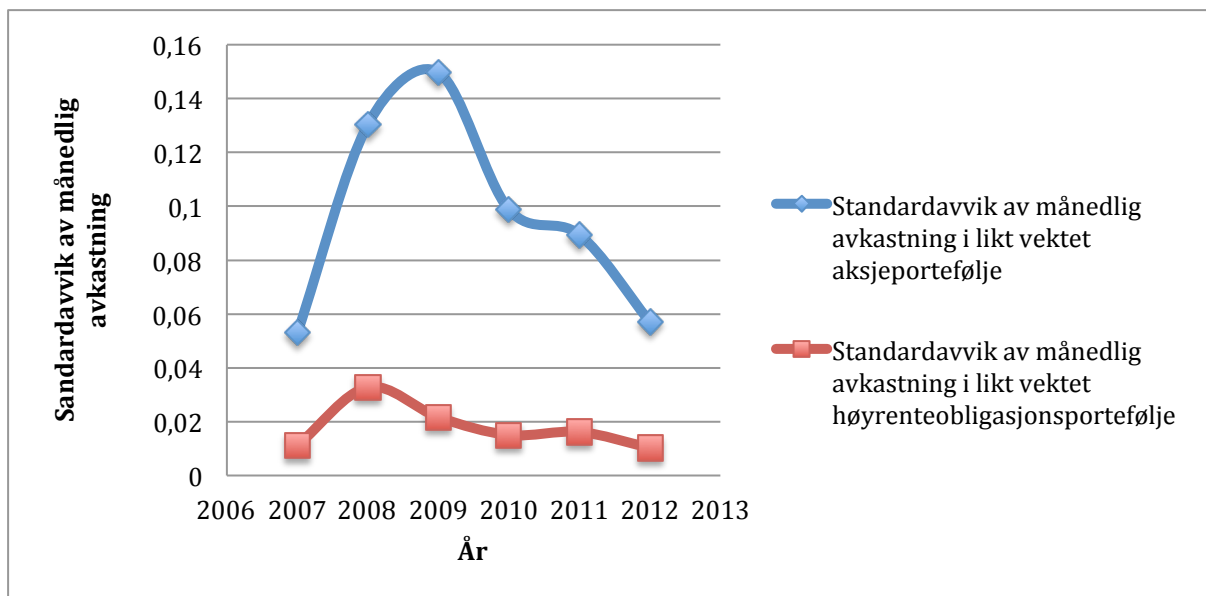
kombinasjonporteføljefronten, er den optimale risikable sammensetningen av likt vektet aksjeportefølje og likt vektet obligasjonsportefølje. Den optimale risikable sammensetningen av likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje og likt vektet aksjeportefølje i perioden 2003-2012, er som vist i tabell 7, 81% i høyrenteobligasjoner og 19% i aksjer.

4.2 Forskjell i risiko og avkastning i høyrenteobligasjoner og avkastning

Tabell 9 Standardavvik i månedlig avkastning og gjennomsnittlig månedlig avkastning i likt vektet aksjeportefølje og likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje år for år i perioden 2007-2012

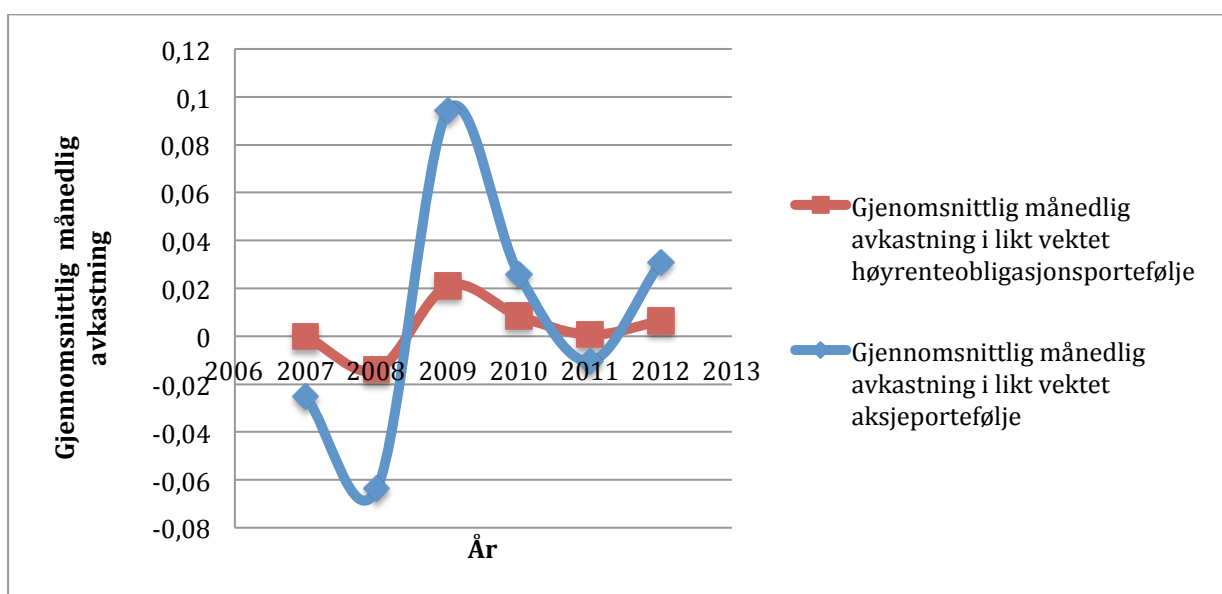
År	Stdav. av månedlig avkastning hy obligasjoner	Stdav. av månedlig avkastning aksjer	Gjennomsnittlig månedlig avkastning høyrenteobligasjoner	Gjennomsnittlig månedlig avkastning aksjer
2012	0,010	0,057	0,006	0,031
2011	0,016	0,089	0,001	-0,010
2010	0,015	0,099	0,009	0,026
2009	0,022	0,150	0,021	0,094
2008	0,033	0,130	-0,014	-0,064
2007	0,011	0,053	0,000	-0,025

Tabell 9 viser hvordan standardavviket i månedlig avkastning og gjennomsnittlig månedlig avkastning endres på årlig basis, for likt vektet aksjeportefølje og likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje. Verdt å merke seg er årene 2008 og 2009 med en markant økning i standardavviket til månedlig avkastning, for begge porteføljene. Ser også at gjennomsnittlig månedlig avkastning i 2008 er negativ for begge porteføljer, med en høy gjennomsnittlig månedlig avkastning i 2009. De grafiske resultatene av tabell 9 vises i figur 9 og 10.



Figur 9 Standardavvik av månedlig avkastning i likt vektet aksjeportefølje og likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje 2007-2012

Figur 9 viser forskjellene i standardavviket til avkastningen i den likt vektete aksjeporteføljen og høyrenteobligasjonsporteføljen. Figur 9 viser de store forskjellene i risikoen (standardavviket i månedlig avkastning), som man påtar seg ved å investere i aksjer, kontra å investere i høyrenteobligasjoner.



Figur 10 Gjennomsnittlig månedlig avkastning i likt vektet aksjeportefølje og likt vektet obligasjonsportefølje 2007-2012

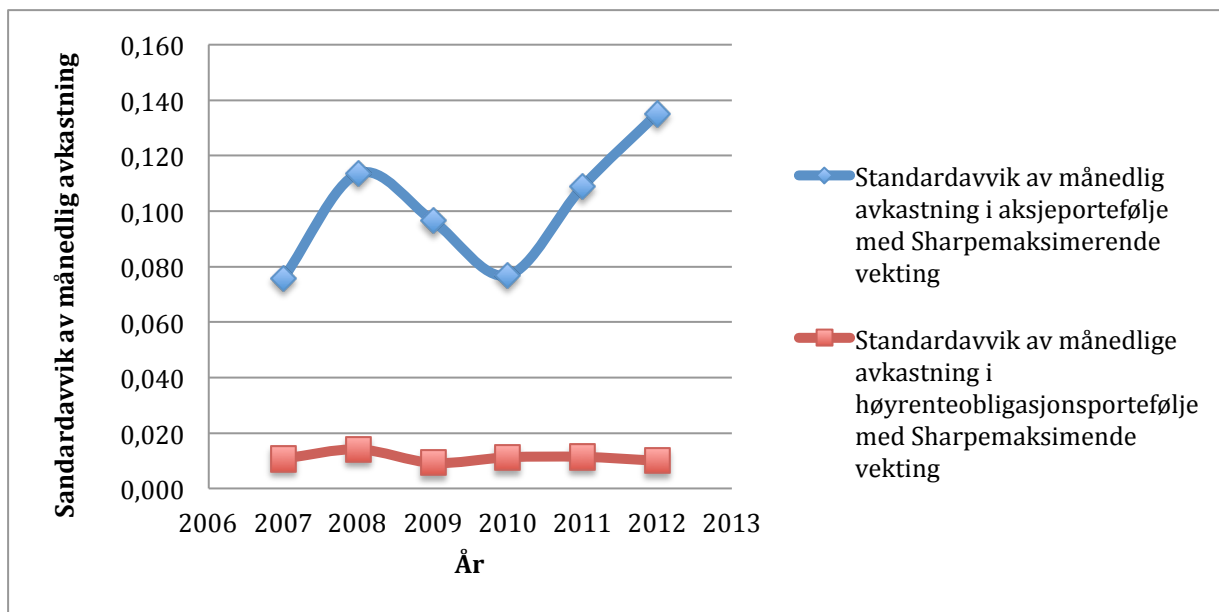
Figur 10 viser forskjellene i gjennomsnittlig månedlig avkastning i den likt vektete aksjeporteføljen og obligasjonsporteføljen. Figur 10 gir et grafisk bilde på hvordan den

gjennomsnittlige månedlige avkastningen i de to ulike aktivaklassene ser ut, begge med kraftige fall i 2007-2008 og en kraftig oppsving i perioden 2008-2009.

Tabell 10 Standardavvik av månedlig avkastning og gjennomsnittlig månedlig avkastning i aksjeportefølje og høyrenteobligasjonsportefølje med vekting som maksimerer Sharperatioen i de respektive porteføljene 2007-2012

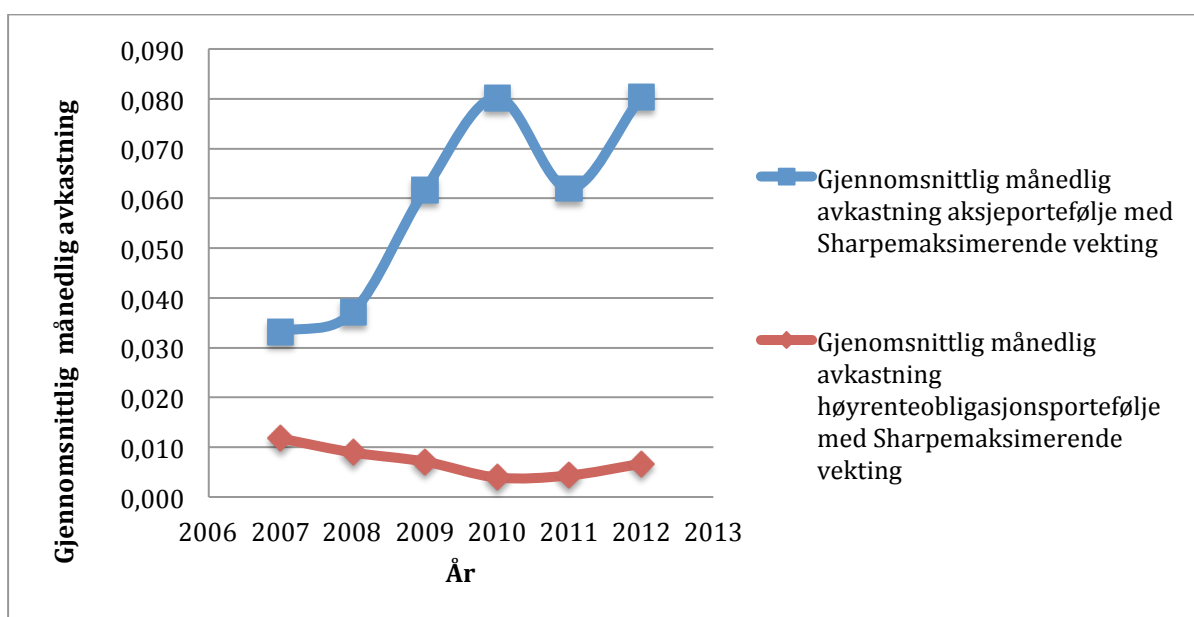
År	Standardavvik i månedlig avkastning i aksjer med vekting som maksimerer Sharperatioen	Standardavvik i månedlig avkastning i høyrenteobligasjoner, med vekting som maksimerer Sharperatioen	Gjennomsnittlig månedlig avkastning høyrenteobligasjonsportefølje	Gjennomsnittlig månedlig avkastning aksjeportefølje
2012	0,143	0,012	0,013	0,084
2011	0,115	0,015	0,009	0,065
2010	0,080	0,011	0,007	0,084
2009	0,105	0,013	0,004	0,063
2008	0,120	0,013	0,004	0,039
2007	0,0796	0,012	0,007	0,035

Tabell 10 viser at man med en vekting som maksimerer Sharperatioen i perioden 2007-2012 klarer å produsere en positiv gjennomsnittlig avkastning, for både aksjeporteføljen og høyrenteobligasjonsporteføljen. Med Sharpemaksimerende vekting i porteføljene 2007-2012, får man heller ikke den markante stigningen i standardavviket i perioden 2007-2008, som er observert når porteføljene var likt vektet (se tabell 9). Grafisk fremstilling av tabell 10 er vist i figur 11 og figur 12.



Figur 11 Standardavvik i månedlige avkastning med vektning i aksjeporteføljen og høyrenteobligasjonsporteføljen, som maksimerer Sharperatioen i de respektive porteføljene i perioden 2007-2012

Figur 11 viser forskjellene i standardavviket til avkastningen for aksjeporteføljen og høyrenteobligasjonsporteføljen, med vektning som maksimerer Sharperatioen for hele perioden 2007-2012. Verdt å merke seg at en vektning i porteføljene som maksimerer Sharperatioen, ikke endrer den markante forskjellen i risiko mellom porteføljen av aksjer og porteføljen av høyrenteobligasjoner.

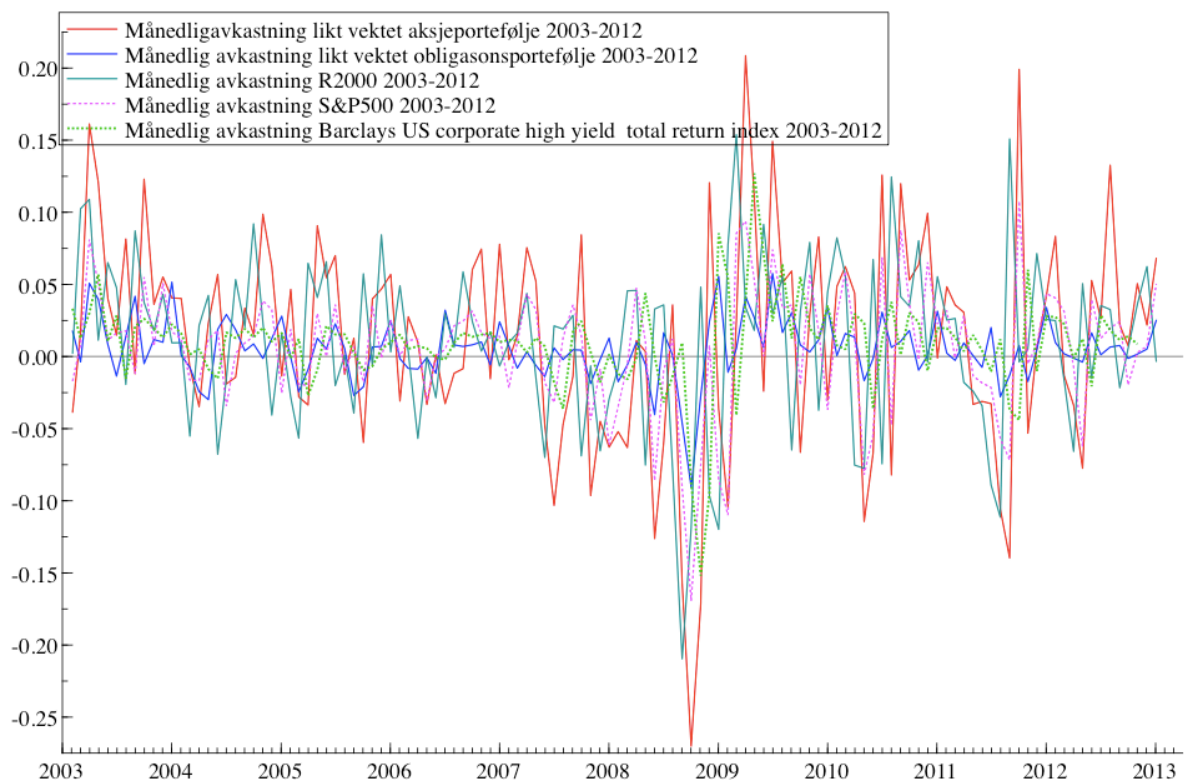


Figur 12 Gjennomsnittlig månedlig avkastning med vektning innad i aksjeporteføljen og høyrenteobligasjonsporteføljen, som maksimerer Sharperatioen i hele perioden 2007-2012

Figur 12 viser forskjellene i gjennomsnittlig månedlig avkastning i aksjeporteføljen og høyrenteobligasjonsporteføljen, med vekting som maksimerer Sharperatioen for hele perioden 2007-2012. Ser i figur 12 at forskjellen i gjennomsnittlig avkastning mellom aksjeporteføljen og høyrenteobligasjonsporteføljen er stor. Differansen mellom maksimal og minimal forventet månedlig avkastning er betraktelig mindre både for porteføljen av høyrenteobligasjoner og porteføljen av aksjer, når vektene i porteføljen maksimerer Sharperatioen sammenlignet med likt vektete porteføljer.

Hvis man sammenligner figur 10 og figur 12 ser man at ved en optimalisering av vektene med hensyn på å maksimere den risikoveide avkastningen, får man en graf av den månedlige avkastningen til både aksjer og høyrenteobligasjoner ikke er negativ i noen av de respektive årene. En tendens til en mer utjevnet graf, finner man også igjen når man sammenligner figur 9 og figur 11. De optimaliserte vektene i porteføljene med hensyn på maksimal Sharperatio i perioden 2007-2012 (figur 11), produserer en mindre varians i månedlig avkastning, enn hva som er tilfellet for de likt vektete porteføljene i tabell 9.

Resultatene i tabell 9 og 10 samsvarer til en viss grad med de resultatene vist i figur 6. I figur 6 vises det at en porteføljen av høyrenteobligasjoner på porteføljefronten, kun har lavere risiko gitt avkastning for nivåer av forventet en månedlig avkastning under ca. 2 %. For nivåer av forventet månedlig avkastning større enn 2 %, er en portefølje av aksjer på porteføljefronten den som produserer den høyeste risikoveide avkastningen, gitt at man ikke kan kombinere aksjer og høyrenteobligasjoner. Merk at det er gjennomsnittlig månedlig avkastning som er benyttet som forventet månedlig avkastning.



Figur 13 Månedlig avkastning i verdivektede benchmarkindekser og likt vektet aksjeportefølje og likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje 2003-2012

Figur 13 viser avkastningen på månedlig basis for de tre indeksene og de to likt vektete porteføljene. Figur 13 gir et grafisk bilde av hvordan avkastningen til de ulike porteføljene og indeksene har vært i perioden 2003-2012. Mest volatil er den likt vektete aksjeporteføljen. Den minst volatile er den likt vektete porteføljen av høyrenteobligasjoner, og indeksen av høyrenteobligasjoner. De to aksjeindeksene befinner seg et sted mellom den likt vektete aksjeporteføljen og den likt vektete høyrenteobligasjonsporteføljen, hva gjelder volatiliteten i månedlig avkastning i perioden 2003-2012.

4.3 Endring i variansen til månedlig avkastning over tid

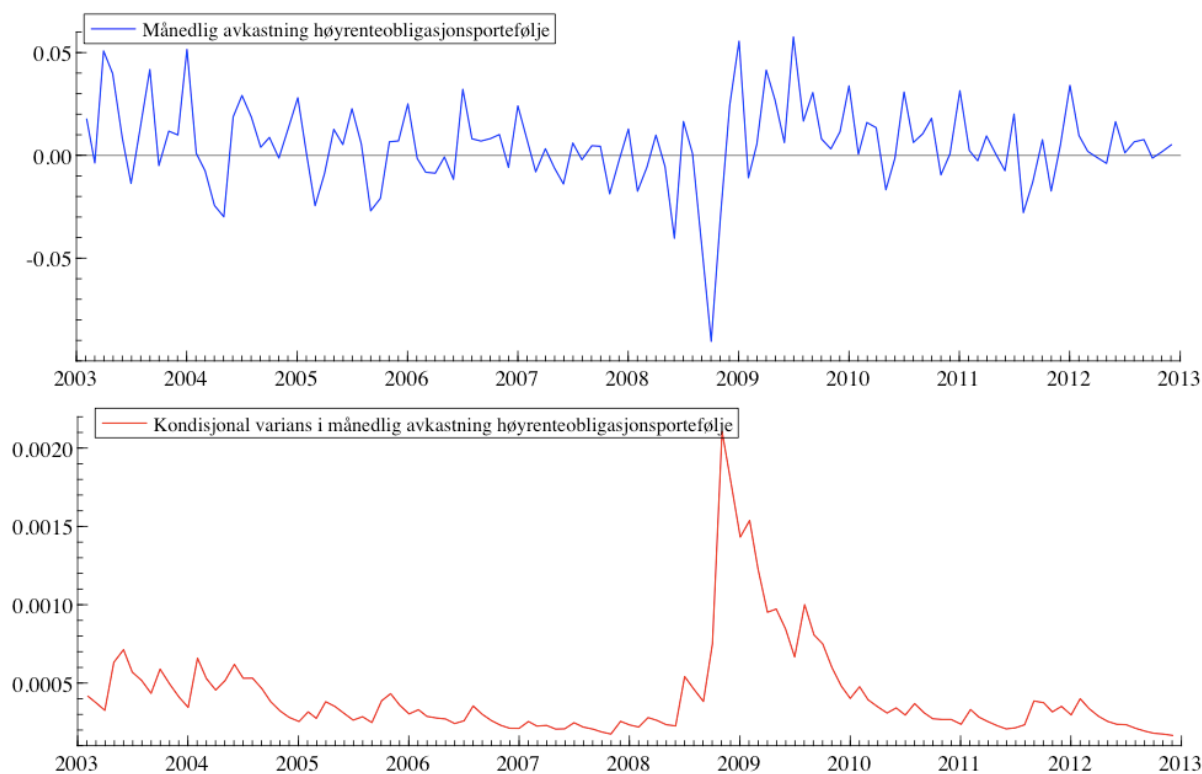
I figurer og tabeller som er laget i forbindelse med portefølje fronter, blir det antatt at variansen i den månedlige avkastningen er konstant over den tidsperioden man undersøker. Skjevheten i standardavviket vist i den deskriptive statistikken (se tabell 1), gir grunn til å se nærmere på variansen i den månedlige avkastningen over tid (til dels vist i figur 9 og 11). Den kommende delen viser at en antagelse om at variansen i avkastningen over tid er konstant er en forenkling av virkeligheten. Hvordan variansen i månedlig avkastning endres over tid, er vist med en GARCH(1,1) modell.

Tabell 11 GARCH(1,1) månedlig avkastning likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje 2003-2012

		Koeffisient	Standardfeil	Robust standardfeil	t-verdi	p-verdi
Konstant	X	0,00505*	0,00159	0,00142	3,56	0,001
α_0	H	3,94E-05	3,33E-05	4,64E-05	8,50E-01	0,397
α_1	H	0,15950	0,09479	0,1954	0,816	0,416
β_1	H	0,74223*	0,14	0,2449	3,03	0,003
Antall observasjoner		120				
Antall beregnede parametere		4				
Gjennomsnittlig avkastning fra mnd. til mnd. obligasjoner		0,00507				
Varians i avkastning fra mnd. til mnd. Obligasjoner		0,00042				

*Signifikant på mindre enn 1 % nivå

Tabell 11 viser resultatet av GARCH modellen på den likt vektete obligasjonsporteføljen. Fra tabell 11 kan man lese at det kun er konstantleddet og β_1 som er signifikante på mindre enn 1 % nivå, mens α_0 og α_1 ikke er signifikante. Den gjennomsnittlige månedlige avkastningen for høyrenteobligasjoner er på 0,5% og har en varians i den månedlige avkastningen på 0,00042. Variansen i månedlig avkastning er i GARCH modellen beregnet i henhold til uttrykk (8).



Figur 14 GARCH(1,1) Månedlig avkastning, og den kondisjonale variansen i månedlig avkastning til likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje 2003-2012

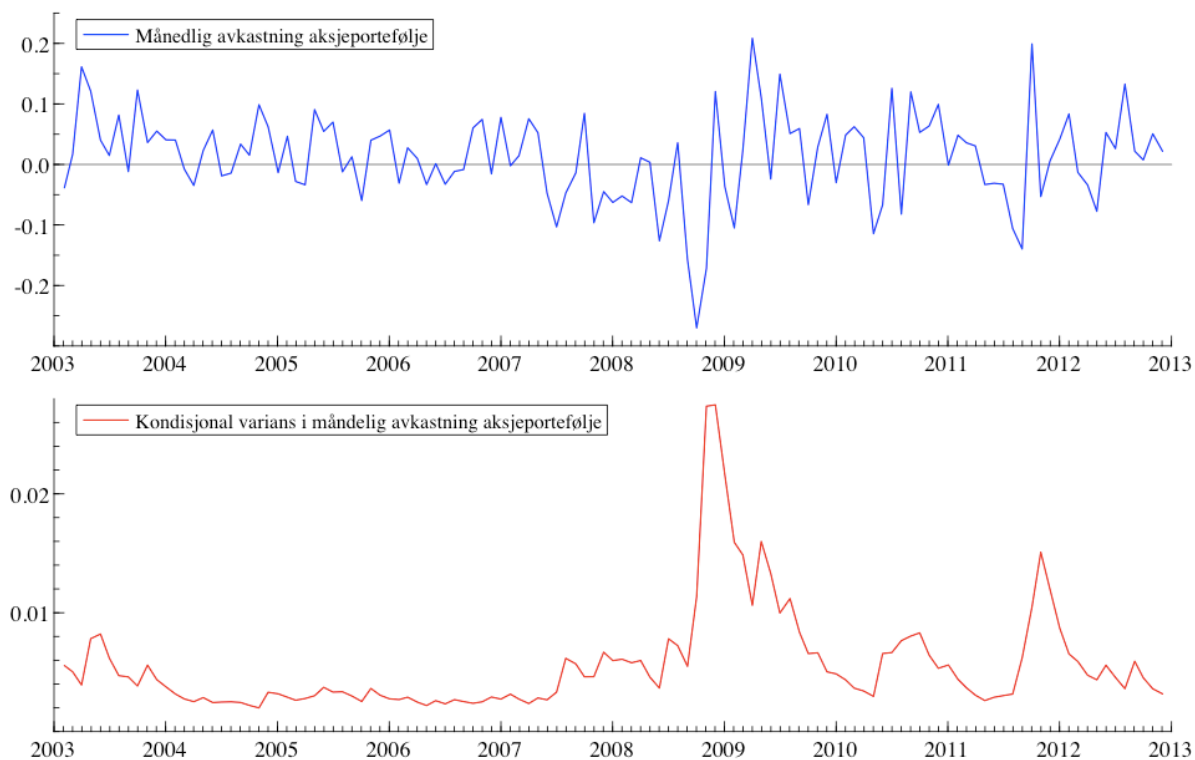
Figur 14 viser grafiske resultater av GARCH(1,1) på likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje (2003-2012). Av grafen med kondisjonale varians (beregnet i henhold til uttrykk (7)), kan man lese en markant økning i variansen til månedlig avkastning i forbindelse med finanskrisen 2008. Dette samsvarer med funn i Reilly (2009) har gjort i en sammenlignbar studie, der risikoen i high yield obligasjoner i ”normale” økonomiske tider ikke har noe merkbart større risiko enn hva investeringsgrad obligasjoner har. Den samme tendensen til økt risiko i høyrenteobligasjonene ser man i figur 9, der man har et relativt stabilt variansnivå i månedlig avkastning inntil en krisesituasjon (2008). Figur 14 viser at risikoen skyter i været og dobler seg flere ganger i perioden etter 2008 og er tilbake på ”normalt nivå” i 2010. Figur 14 viser at man i stor grad er eksponert for risiko i høyrenteobligasjoner på samme måte som aksjer, og spesielt ved store finansielle kriser (se figur 15). Økningen til variansen i månedlig avkastning i 2008 er relativt sett større enn hva den er for aksjer i den samme perioden. En større relativ økning i variansen til månedlig avkastning kan peke i retning av at man er i større grad eksponert for risiko i finansielle kriser ved å holde en portefølje av høyrenteobligasjoner, enn en portefølje av aksjer i de samme selskapene.

Tabell 12 GARCH(1,1) månedlig avkastning likt vektet aksjeportefølje 2003-2012

		Koeffisient	Standardfeil	Robust standardfeil	t-verdi	p-verdi
Konstant	X	0,01941*	0,005382	0,005186	3,74	0
α_0	H	0,00049	0,0003771	0,0003108	1,56	0,121
α_1	H	0,23067	0,1138	0,1439	1,6	0,112
β_1	H	0,68069*	0,1347	0,1532	4,44	0
Antall observasjoner		120				
Antall beregnede parametere		4				
Gjennomsnittlig avkastning fra mnd. til mnd. aksjer		0,01228				
Varians avkastning fra mnd. til mnd. Aksjer		0,00549				

*Signifikant på mindre enn 1 % nivå

Tabell 12 viser resultatene av GARCH modellen på den likt vektete aksjeporteføljen. Også her er det kun konstanten og β_1 som er statistiske signifikante på mindre enn 1 % nivå, mens α_0 og α_1 er på grensen til å være signifikante på 10 % nivå. Gjennomsnittlig månedlig avkastning er 1,23% og med en varians i månedlig avkastning på 0,0055. Sett opp mot de samme beregningene for høyrenteobligasjonene, kan man tydelig se forskjellene mellom de to aktivaklassene, der aksjer har betydelig høyere avkastning, men da også risiko. Dette er et også et betryggende resultat i henhold til de forventninger man har, ut i fra hva teorien om at man som rasjonell investor ikke vil ta høyere risiko dersom man ikke får betalt for det (Tobin, 1958).



Figur 15 GARCH(1,1) Månedlig avkastning og den kondisjonale variansen i månedlig avkastning til likt aksjeportefølje 2003-2012

Figur 15 viser grafiske resultater av GARCH på den likt vektete aksje porteføljen (2003-2012). Hvis man ser på figur 14 og 15, nærmere bestemt grafen som viser den kondisjonale variansen i månedlig avkastning, ser man tydelig likhetene i grafene med en stor økning i 2008-2009 som følge av finanskrisen. Ser også forskjellen i variansen til månedlig avkastning mellom de to aktivaklassene, der skalaen for varians i månedlig avkastning for aksjer er nærmere 10 gangen enn hva det den er for høyrenteobligasjonsporteføljen.

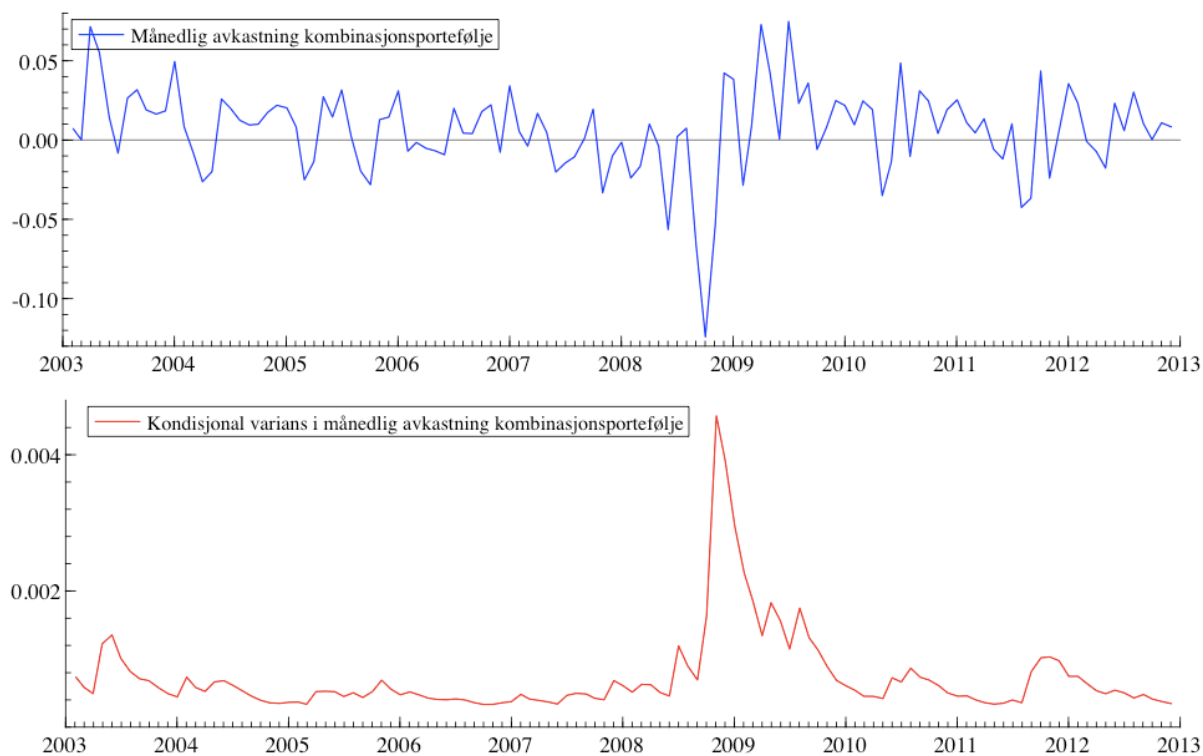
Tabell 13 GARCH(1,1), månedlig avkastning til kombinasjonsportefølje med 19% i likt vektet aksjeportefølje og 81% i høyrenteobligasjonsportefølje 2003-2012

		Koeffisient	Standardfeil	Robust standardfeil	t-verdi	p-verdi
Konstant	X	0,00741*	0,0020	0,001853	4	0
α_0	H	8,94E-05	6,49E-05	7,44E-05	1,2	0,232
α_1	H	0,19536	0,1057	0,1911	1,02	0,309
β_1	H	0,67234*	0,1532	0,2239	3	0,003

Antall observasjoner	120
Antall beregnede parametere	4
Gjennomsnittlig avkastning i kombinasjonsportefølje med like vektet innad i aksje og obligasjonsportefølje	0,00619
Varians i avkastningen til kombinasjonsportefølje med like vektet innad i aksje og obligasjonsportefølje	0,00074

*Signifikant på mindre enn 1 % nivå

Tabell 13 viser at β_1 og konstanten er signifikante på mindre enn 1 % nivå, mens α_0 og α_1 ikke er signifikante. Med en gjennomsnittlig månedlig avkastning på 0,62% per måned og varians i månedlig avkastning på 0,00074. Kombinasjonsporteføljen har en lavere varians i den månedlige avkastningen enn hva den likt vektete aksjeporteføljen klarer, og høyere avkastning enn hva den likt vektete høyrenteobligasjonsporteføljen klarer. Tabell 13 viser igjen diversifiseringseffekten man oppnår med ved å sette sammen aksjer og høyrenteobligasjoner i de samme selskapene. Man kan komme enda bedre ut med en kombinasjon av 19% i likt vektet aksjeportefølje og 81% i likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje i disse porteføljene, som vist her i tabell 13 og tidligere i tabell 7.



Figur 16 GARCH(1,1) Månedlig avkastning og den kondisjonale variansen til kombinasjonsportefølje med 19 % i likt vektet aksjeportefølje, og 81 % i likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje 2003-2012

Figur 16 viser grafiske resultater av en GARCH (1,1) modell på kombinasjonsporteføljen besående av 19% i likt vektet aksjeportefølje og 81% i likt vektet obligasjonsportefølje 2003-2012. Ved å studere den kondisjonale variansen og den månedlige avkastningen i denne GARCH modellen, finner man at denne kombinasjonsporteføljen ligger mellom aksjeporteføljen og obligasjonsporteføljen hva gjelder varians i månedlig avkastning og månedlig avkastning. Man vil som kommentert under tabell 13, komme bedre ut ved å holde kombinasjonsporteføljen med 19 % i likt vektet aksjeportefølje og 81 % i likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje, enn med å holde de aktuelle porteføljene enkeltvis.

Tabell 9 og 10 gir et godt bilde på hvordan forholdet mellom aksjer og high yield-obligasjoner er med tanke på risiko og avkastning har vært i perioden 2007-2012, i de 35 selskapene oppgaven innebefatter. Dette er konsistent med de resultatene man finner ved bruk av en GARCH (1,1) modell, der man finner de samme distinkte forskjellene mellom variansen i den månedlige avkastningen for høyrenteobligasjoner og aksjer.

4.4 Risikoen i høyrenteobligasjoner og aksjer

I oppgaven er det kun selskapsobligasjoner som betaler kupong som er tatt med.

Med kupongobligasjoner vil man være mindre eksponert for inflasjonsrisiko siden mer av kontantstrømmen ligger nærmere inn i fremtiden, enn hva den ville gjort dersom man holder en nullkupongsobligasjon. Høyrenteobligasjoner betaler ofte høy kupong, og utstedes ofte med rabatt (dvs. under par). Ved reduksjon av rentenivået (r_d) i økonomien vil høyrenteobligasjoner bli svært attraktive å holde, siden prisen på disse øker og de betaler fortsatt de samme kupongene, gitt at man har en obligasjon med fast kupongrente.

Vanskeligheter med å holde på betalingsevnen i et scenario med en redusert r_d , har sammenheng med forverringer i framtidsutsiktene for økonomien, og vil dermed få en økning i konkursrisikoen for høyrenteobligasjonene. Ved gode utsikter i økonomien, og gitt at man er på et lavt rentenivå (nærme 0), vil det forventes på langsikt at rentenivået skal øke.

Forventningene til rentenivået i økonomien vil man kunne finne ved å se på forwardrenten, og ut i fra forwardrenten vil man kunne si noe om den forventede lønnsomheten av kontantstrømmen fra høyrenteobligasjoner. Hva gjelder det direkte forholdet mellom rentenivå og verdi av kontantstrømmen fra høyrenteobligasjonene med fast kupong, er dette et inverst forhold da de beveger seg i motsatt retning.

Det er vist i andre studier av high yield-markedet at når man opplever en finansiell krise eller resesjon i et marked, øker risikoen betraktelig i høyrenteobligasjonene. Det er spesielt i perioder stor usikkerhet det er vist at risikoen i høyrenteobligasjoner er markant større enn i obligasjoner med kredittvurdering som investeringsgrad, og at det er de lavest rangerte obligasjonene som står får de aller største utslagene (Reilly, 2009).

Hvor mye betyr den ekstra risikoen man påtar seg ved å holde høyrenteobligasjoner?

I obligasjonsdataene som er benyttet i denne oppgaven, er det tre obligasjoner som er misligholdt, dvs. 3/35 eller 8,5% i løpet av en periode på 10 år. Dette gir en årlig misligholdsrate på 0,85%. En misligholdsrate på kun 0,85 % per år, er veldig lavt sammenlignet med andre studier der gjennomsnittlig misligholdsrate ligger rundt 4% (Reilly, 2009). Denne beskjedne misligholdsraten vil nok kunne skyldes det relativt lave antallet av høyrenteobligasjoner i oppgaven, og som en følge av de kriterier som er satt for utvelgelse av obligasjoner i dette studiet. Misligholdsraten på 0,85 % per år, er dermed neppe et relevant mål for mislighold av høyrenteobligasjoner i high yield-markedet som helhet.

Hvis man nå tar risikoen for konkurs i betraktning og antar at et selskap faktisk går konkurs, vil man tape hele det investerte beløpet dersom man sitter med aksjer i selskapet. Om man har investert i obligasjoner i det samme selskapet vil man kunne få igjen noe av det man har investert, da i form at man vil ha en "recovery rate" (RR). Når man er på utlånersiden til et selskap har man rett på å få pant i eiendeler i selskapet. Det vil si at man ikke nødvendigvis taper hele det investerte beløpet i obligasjonen, men får tilbake en andel av beløpet. Typisk vil man i "normale" perioder i økonomien kunne oppnå en høyere RR enn hva man vil kunne klare i nedgangstider. I følge Reilly (2009) og Altman (1992) vil man i gjennomsnitt kunne forvente en RR på 40 %, som man vil kunne karakterisere som markedets beste gjetting.

Hva med renterisiko når man ser obligasjoner opp mot aksjer? Risikoen i aksjer er generelt høyere enn hva den er i høyrenteobligasjoner, med da også med en høyere forventet avkastning. I tillegg til at risikoen i aksjer er større enn hva den er i obligasjoner, er også oppbygningen en litt annen. For det første har man ingen "recovery rate" og man risikerer å miste hele det investerte beløpet når man investerer i aksjer. Selv om de aller fleste aksjer på et eller annet tidspunkt utbetaler dividende, er ingen forutsigbarhet i dette og man har en større kontantstrømrisko i utbetalingene man får fra aksjer enn fra kupongobligasjoner. Det er kupongutbetalingene fra en kupongobligasjon som gjør at man er mindre eksponert for renterisiko, dette i form av at man har en større andel av kontantstrømmen nærmere i tid. En større andel av kontantstrømmen nærme i tid, vil da gi lavere eksponering for renteendringer, enn hva som er tilfellet i aksjer eller nullkupongsobligasjoner. Merk at det er kun kupongobligasjoner som er undersøkt her, og argumentene for en lavere eksponering av renterisiko i kupongobligasjoner, vil være gjeldene for høyrenteobligasjonene i oppgaven. Når det kommer til renterisiko er det mer uklart hvordan en endring i r_d har å si for aksjeprisen og dermed avkastningen, enn det som gjelder for høyrenteobligasjonene i oppgaven.

Når det kommer til likheter mellom aksjer og høyrenteobligasjoner finnes det også noen likhetstrekk verdt å trekke frem, spesielt i usikre økonomiske tider der variansen i månedlig avkastning øker, og overlapper med høy avkastning (se figur 14, 15 og 16). Overlappingen av økt risiko og høyere avkastning er i samsvar med rasjonell investeringsteori (Tobin, 1958). Når risikoen øker vil man kreve en høyere avkastning for den ekstra risikoen man påtar seg, ved å investere i perioder med forhøyet usikkerhet.

5.1 Konklusjon og oppsummering

Problemstillingen er som følger

Avkastning, risiko og diversifisering i høyrenteobligasjoner og aksjer i det amerikanske markedet. Bør man kun holde en aktivatype, eller er en kombinasjon av aksjer og høyrenteobligasjoner et bedre investeringsalternativ?

Det er i oppgaven konstruert porteføljeformer for å kunne si noe om hvilket investeringsalternativ som er å foretrekke, når man legger risikoveid avkastning til grunn. Analysen viser at en kombinasjonsportefølje bestående av aksjer og høyrenteobligasjoner, helt klart er det beste alternativet for investering, gitt at man holder en kombinasjonsportefølje som er på porteføljefronten (se figur 4 og 5). Når det gjelder å kunne si noe om hva som er å foretrekke av en aksjeportefølje eller portefølje av høyrenteobligasjoner, er konklusjonen noe vanskeligere å trekke. Sharperatioen i perioden 2007-2012 er større for aksjeporteføljen med en vektning som maksimerer Sharperatioen, enn den er for høyrenteobligasjonsporteføljen i samme periode og med samme type vektning. Figur 6 viser at porteføljeformene for aksjeporteføljen og obligasjonsporteføljen krysser hverandre på nivå for forventet månedlig avkastning på ca. 2%. Opp til en forventet månedlig avkastning på ca. 2%, er høyrenteobligasjoner det beste alternativet. For en forventet månedlig avkastning på over 2%, er aksjeporteføljen det beste alternativet, gitt at man ikke kan kombinere aksjene og høyrenteobligasjonene.

For å beskrive diversifiseringsmuligheten mellom aksjer og høyrenteobligasjoner samt markedslighet med benchmarkindeksene, er det beregnet korrelasjonskoeffisienter. I tabell 2 blir en lav korrelasjonskoeffisient (0,36) mellom avkastningen til den likt vektete aksjeporteføljen, og avkastningen til den likt vektete høyrenteobligasjonsporteføljen for perioden 2003-2012 beregnet. Den lave korrelasjonskoeffisienten mellom avkastningen i den likt vektete aksjeporteføljen og likt vektet høyrenteobligasjonsporteføljen tilsier at det er en diversifiseringseffekt av å danne en kombinasjonsportefølje, som også gjøres.

Korrelasjonskoeffisientene i tabell 2 gir svar på graden av likhet mellom den likt vektete høyrenteobligasjonsporteføljen og benchmarkindeksen i form av Barclays US corporate high yield total return index, er høy. Når det gjelder korrelasjonen mellom avkastningen i høyrenteobligasjonsporteføljen og avkastningen i benchmarkindeksene for aksjer, S&P500 og Russel2000 blir det funnet en større korrelasjonskoeffisient mellom R2000 og

høyrenteobligasjonsporteføljen, enn mellom S&P500 og høyrenteobligasjonsporteføljen. Funnene hva gjelder korrelasjon i avkastning for høyrenteobligasjonsporteføljen er i stor grad like med Reilly (2009). Avkastningen i den likt vektete aksjeporteføljen er høyest korrelert med avkastningen i S&P500 indeksen, men også relativt høyt korrelert med avkastningen i R2000 indeksen.

Resultatene vist i tabell 2 gjør det interessant å undersøke diversifiseringseffekten man kan oppnå med å danne en kombinasjonsportefølje av aksjer og høyrenteobligasjoner, fra de samme selskapene. Det er vist at man ved å sette sammen aksjer og høyrenteobligasjoner i samme portefølje fra de samme selskapene, vil man kunne oppnå en svært god diversifiseringsgevinst. Med en kombinasjonsportefølje vil man kunne redusere risikoen betraktelig i forhold til å holde aksjeporteføljen og høyrenteobligasjonsporteføljen hver for seg. Man ser effekten av diversifisering både når man holder vekten innad i kombinasjonsporteføljen lik og når man har vekter i kombinasjonsporteføljen som gir en portefølje på porteføljefronten (se figur 4 og figur 5). Den største diversifiseringsgevinsten får man ved å holde en kombinasjonsportefølje på effisiente porteføljefronten, der man får utnyttet antallet aktiva, og man får diversifiseringsgevinst som følge av lav kovarians mellom aktivaene (se uttrykk (2) i kapittel 2.2).

En GARCH(1,1) modell er benyttet for å avdekke opphopning i variansen til månedlig avkastning over tid. Analysen av GARCH modellen evner å gi et mer nyansert bilde av hvordan variansen til månedlig avkastning varierer over tid, sammenlignet med analysen av den samme perioden gjort på årlig basis (se tabell 9). GARCH modellen viser hvordan opphopningen av variansen til månedlig avkastning i likt vektet aksjeportefølje og likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje for perioden 2007-2013, i stor grad sammenfaller.

5.2 Kritikk og usikkerhetsmomenter i oppgaven

Indirekte vil en konkurs fanges opp i prisene til de aktuelle obligasjonene der de vil falle markant. Når yielden på obligasjonen holdes konstant, vil prisen på obligasjonen måtte senkes for at noen skal være villig til å kjøpe obligasjonen. I perioden 2003-2012 har den totale konkursraten i høyrenteobligasjonene som er med i oppgaven, vært på årlig basis 0,85%. En årlig konkurstrate på 0,85 % for høyrenteobligasjoner er en mye lavere rate, enn om man sammenligner med Reilly (2009), og er dermed et noe usikkert mål. For å få sterkere statistiske resultater hadde vært ønskelig å hatt flere obligasjoner og aksjer med i oppgaven, men etter de kriteriene som er satt, var det ikke flere aktiva som oppfylte de gitte kriteriene. Det også vært ønskelig å hatt lengre historikk på flere av obligasjonene, for å kunne gi bedre statistiske resultater.

Det risikoveide avkastningsmålet, Sharpe ratioen sier ingenting om hvor mye bedre en størrelse er enn en annen, det er derfor vanskelig å skille de risikoveide avkastningene fra hverandre på størrelse. En løsning på dette ville vært å bruke Modiglianis risikojusterte avkastning, som vil gi et prosentvismål på hvordan en portefølje har prestert over en periode (Modigliani and Modigliani, 1997). Et annet moment med Sharperatioen er normalfordelingen, i teorien er denne kun gyldig når man har en perfekt normalfordeling i avkastningen.

Det er ikke tatt hensyn til transaksjonskostnader i oppgaven, noe som vil spille inn på hvor mange transaksjoner man kan foreta for å holde ulike porteføljer. Short salg er også tillatt i oppgaven, dette er i mindre grad vanlig for obligasjoner enn for aksjer, men med er like fullt mulig å utføre.

En GARCH analyse på kombinasjonsporteføljen med vekt som maksimerer Sharperatioen 2007-2012, hadde også vært ønskelig å utføre, men grunnet konvergens problemer i modellen når vektene er optimalisert, er ikke dette gjort.

5.3 Forslag til videre arbeid

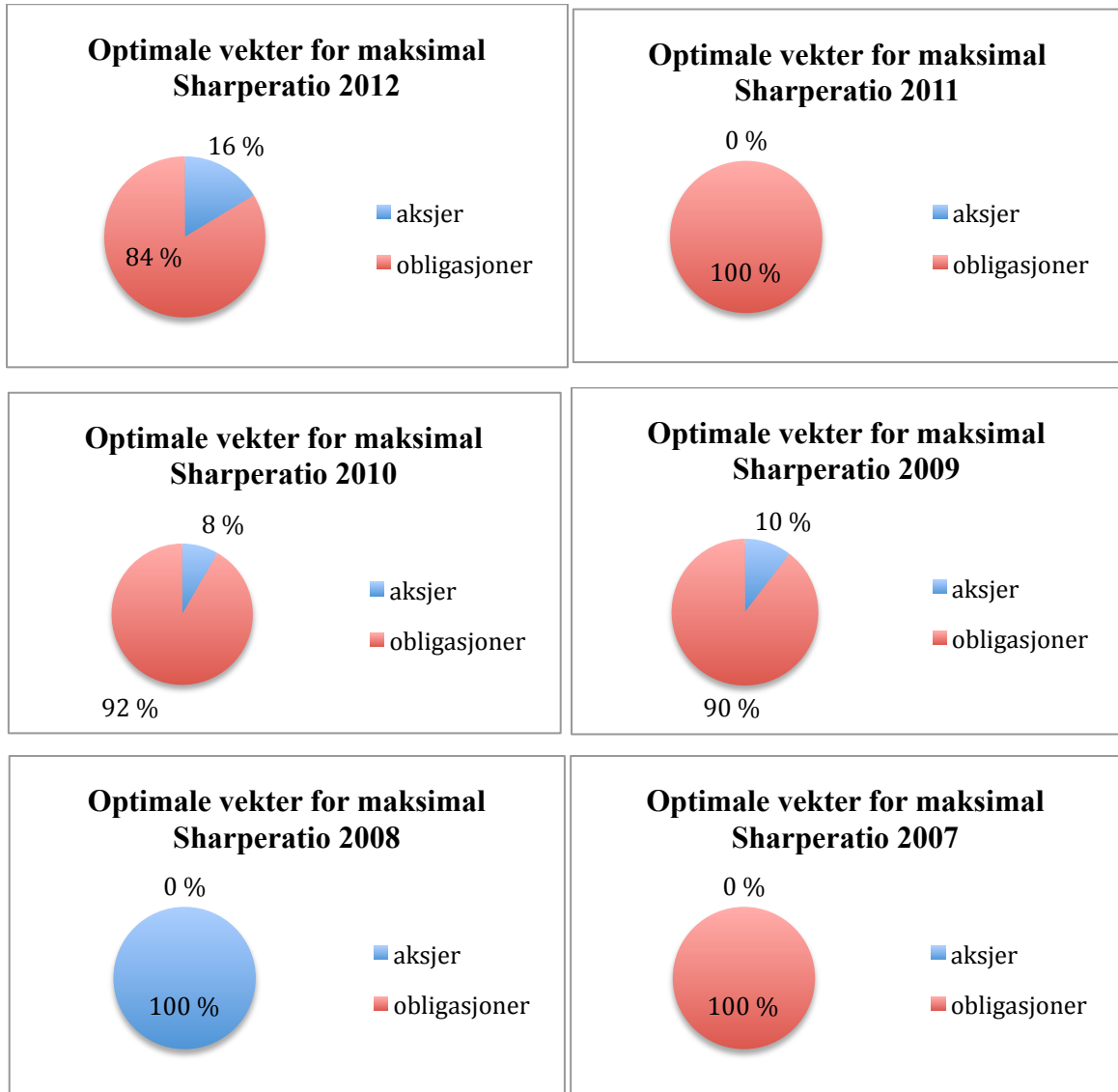
Det kunne også vært interessant og sett nærmere på en flytende korrelasjon mellom aksjer og high yield obligasjoner, for å undersøke om denne øker når det er perioder med usikkerhet i markedet. Spesielt finansielle kriser og perioder med resesjon i økonomien ville vært interessant å studere nærmere. Resultater fra GARCH modellen viste at variansen i den månedlige avkastningen til begge aktivaklassene mer enn doblet seg i 2008, og begge aktivaklasser ser ut til å være utsatt for den samme type risiko.

En sammenligning av hvor mange forskjellige høyrenteobligasjoner man vil trenge for å ha en veldiversifisert portefølje kontra hvor mange aksjer man vil trenge for å oppnå det samme, hadde vært interessant å undersøkt. Det er gjort flere studier på antall aksjer man trenger for å ha en veldiversifisert portefølje slik som i Evans og Archer (1968) og Ødegaard (2006), men det samme er ikke undersøkt for høyrenteobligasjoner meg bekjent.

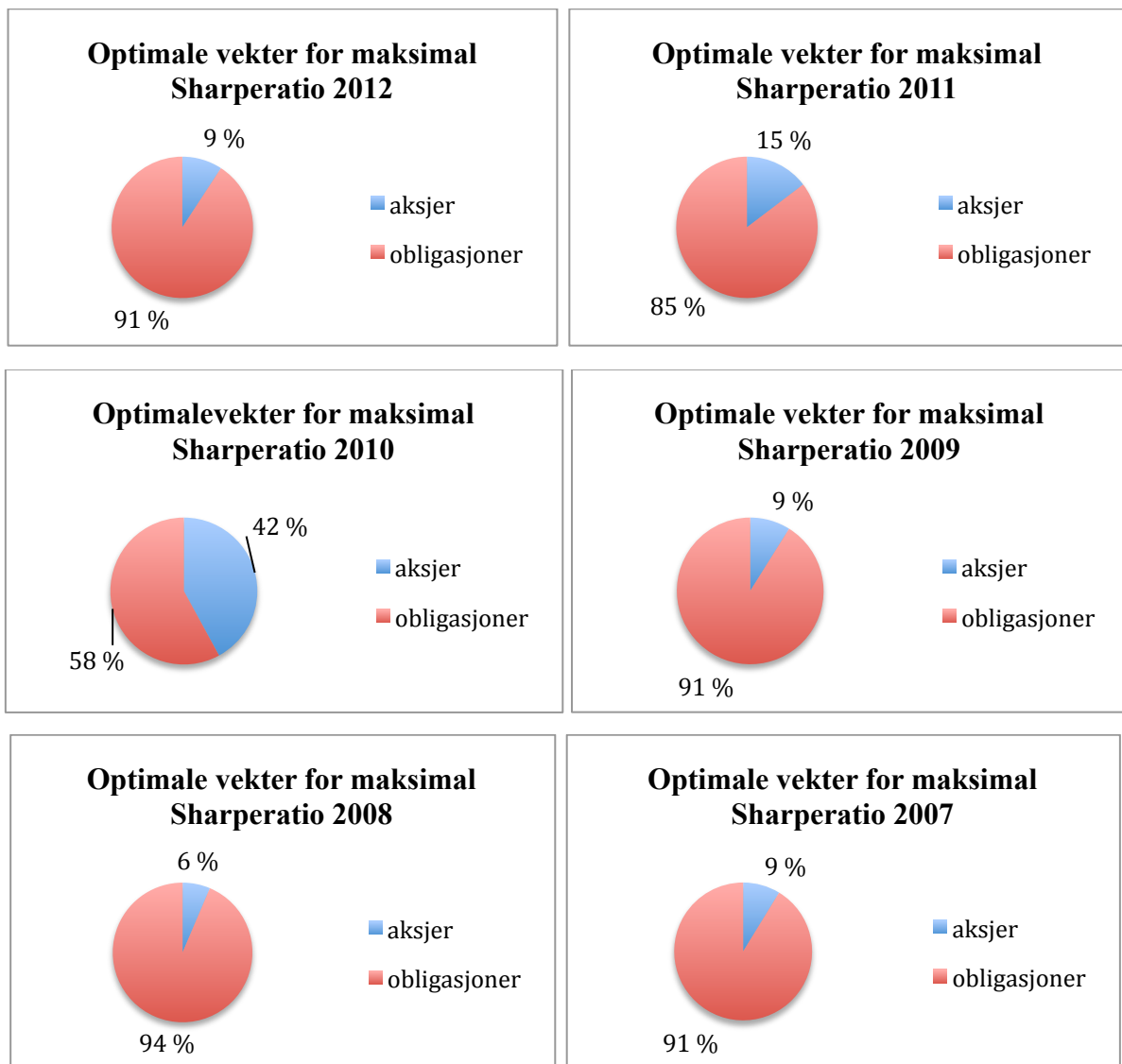
Referanser

- ALTMAN, E. I. 1987. The anatomy of the high-yield bond market. *Financial Analysts Journal*, 12-25.
- ALTMAN, E. I. 1992. Revisiting the high-yield bond market. *Financial Management*, 78-92.
- BODIE, Z., KANE, A. & MARCUS, A. J. 2002. Investments / Zvi Bodie, Alex Kane, Alan J. Marcus. McGraw Hill Higher Education New York.
- BOLLERSLEV, T. 1986. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31, 307-327.
- EVANS, J. L. & ARCHER, S. H. 1968. *DIVERSIFICATION AND THE REDUCTION OF DISPERSION: AN EMPIRICAL ANALYSIS**. *The Journal of Finance*, 23, 761-767.
- FAMA, E. F. 1976. Foundations of finance. Basic Books, New York.
- FISHER, I. 1896. Appreciation and interest. *Publications of the American Economic Association*, 11, 1-98.
- MARKOWITZ, H. 1952. Portfolio selection*. *The journal of finance*, 7, 77-91.
- MODIGLIANI, F. & MODIGLIANI, L. 1997. Risk-adjusted performance. *The Journal of Portfolio Management*, 23, 45-54.
- REILLY, F. K., WRIGHT, D.J., GENTRY, J.A. 2009. Historic changes in the high yield bond market. *Journal of Applied Corporate Finance*, 21, 65-79.
- SHARPE, W. F. 1966. Mutual fund performance. *Journal of business*, 119-138.
- TAYLOR, S. J. 1986. Forecasting the volatility of currency exchange rates. *International Journal of Forecasting*, 3, 159-170.
- TOBIN, J. 1958. Liquidity preference as behavior towards risk. *The Review of Economic Studies*, 25, 65-86.
- ØDEGAARD, B. A. 2006. Hvor mange aksjer skal til for å ha en veldiversifisert portefølje på Oslo Børs? *Praktisk Økonomi og Finans*, 22, 85-89.

Appendiks



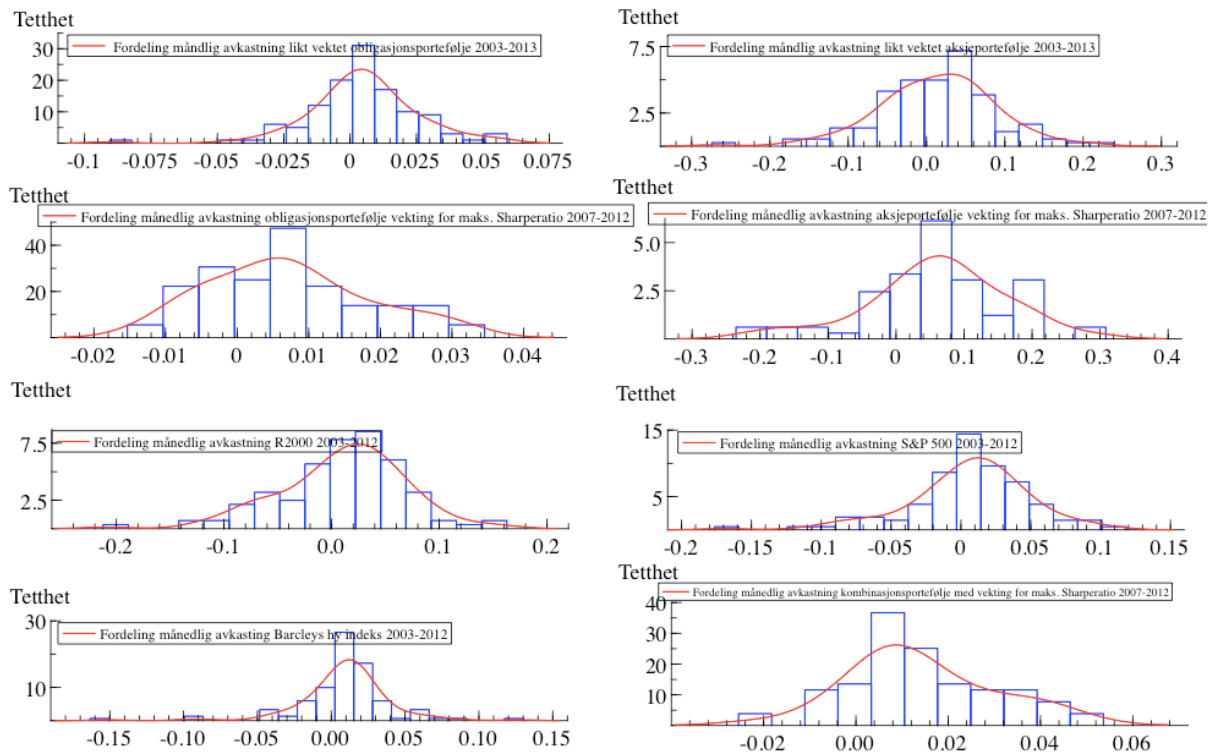
Figur A.1 **Optimale andeler i likt vektet aksjeportefølje og høyrenteobligasjonsportefølje for kombinasjonsportefølje 2007-2012**



Figur A.2 **Optimale andeler i aksjeportefølje og høyrenteobligasjoner or for år, dersom man benytter vektet innad i aksjeporteføljen og høyrenteobligasjonsporteføljen som maksimerer Sharperatioen for perioden 2007-2012**

Tabell A.1 Fitch kredittrangering med kort og langsikt

Fitch		Kredittvurdering
Lang sikt	Kort sikt	
AAA	F1+	Høyeste grad
AA+		Høy grad
AA		
AA-		
A+	F1	Øvre medium grad
A		
A-	F2	Nedre medium grad
BBB+		
BBB	F3	Ikke investerings grad
BBB-		
BB+	B	Spekulativt
BB		
BB-		
B+		Svært spekulativt
B		
B-		
CCC	C	Betydelig risiko
		Ekstremt spekulativt
		Ved mislighold, svært liten sannsynlighet til gjenvinning
DDD	/	I mislighold
DD		
D		



Figur A.3 Fordeling av månedlig avkastning i porteføljer og de indekser som er med i oppgaven

Tabeller som danner kapitalallokeringslinjer og portefølje fronter

Tabell A.2.1 **Portefølje front høyrenteobligasjonsportefølje**

<u>Standardavvik</u>	<u>E(Rp)</u>
0,028	-0,010
0,013	0,010
0,032	0,020
0,055	0,030
0,071	0,040
0,090	0,050
0,110	0,060
0,129	0,070
0,151	0,080
0,169	0,090
0,194	0,100
0,208	0,110
0,228	0,120

Tabell A.2.2 **Kapitalallokeringslinje (CAL) med gjennomsnittlig månedlig 6 måneders LIBOR rente 2007-2012 høyrenteobligasjoner**

<u>CAL</u>	<u>Standardavvik</u>
0,002	0,000
0,008	0,010
0,014	0,020
0,021	0,030
0,027	0,040
0,033	0,050
0,040	0,060
0,046	0,070
0,052	0,080
0,059	0,090
0,065	0,100
0,097	0,150
0,128	0,200
0,160	0,250

Tabell A.2.3 **Porteføljefront aksjeportefølje**

Standardavvik	E(Rp)
0,035	-0,010
0,027	0,010
0,031	0,020
0,038	0,030
0,048	0,040
0,059	0,050
0,070	0,060
0,082	0,070
0,093	0,080
0,105	0,090
0,117	0,100
0,130	0,110
0,142	0,120

Tabell A.2.4 **Kapitalallokeringslinje (CAL) med gjennomsnittlig månedlig 6 måneders LIBOR-rente 2007-2012 aksjer**

CAL	Standardavvik
0,002	0,000
0,010	0,010
0,018	0,020
0,027	0,030
0,035	0,040
0,044	0,050
0,052	0,060
0,060	0,070
0,069	0,080
0,077	0,090
0,086	0,100
0,128	0,150

Tabell A.2.5

Porteføljefront kombinasjonsportefølje av alle aksjer og høyrenteobligasjoner

Standardavvik	E(R _p)
0,008	-0,010
0,001	0,010
0,004	0,020
0,008	0,030
0,011	0,040
0,015	0,050
0,019	0,060
0,023	0,070
0,026	0,080
0,030	0,090
0,034	0,100
0,038	0,110
0,042	0,120

Tabell A.2.6

Kapitalallokeringslinje (CAL) med gjennomsnittlig månedlig 6 måneders LIBOR-rente

2007-2012 kombinasjonsportefølje av alle aksjer og høyrenteobligasjoner

CAL	Standardavvik
0,002	0,000
0,078	0,010
0,154	0,020
0,230	0,030
0,306	0,040
0,382	0,050
0,458	0,060
0,534	0,070
0,610	0,080
0,686	0,090
0,762	0,100
0,838	0,110

Tabell A.2.7 Kapitalallokeringslinjen med gjennomsnittlig månedlig 6 måneders LIBOR rente (2003-2012) som konstant og maksimal Sharperatio som stigningstall

CAL	Månedlig standardavvik
0,0019	0
0,0036	0,01
0,0052	0,02
0,0069	0,03
0,0085	0,04
0,0101	0,05
0,0118	0,06
0,0134	0,07
0,0151	0,08
0,0167	0,09
0,0184	0,1

Tabell A.3 Forventet månedlig avkastning $E(R_p)$, månedlig varians $Var(R_p)$, Sharperatio og månedlig standardavvik, for likt vektet aksjeportefølje, obligasjonsportefølje og kombinasjonsportefølje 2007-2012

	Likt vektet aksjeportefølje N=35	Likt vektet høyrenteobligasjonsportefølje N=35	Likt vektet kombinasjonsportefølje N=70
Månedlig $E(R_p)$	0,008637159	0,005597076	0,006957152
Månedlig $Var(R_p)$	0,012149795	0,000863632	0,003721274
Sharperatio	0,064476261	0,138387712	0,088963277
Månedlig standardavvik	0,110226109	0,029387611	0,06100225

Fra tabell A.3 er det verdt å merke seg at man oppnår en lavere varians enn i aksjeporteføljen, og en høyere avkastning enn hva man oppnår ved å holde obligasjonsporteføljen.

Sharperatioen for høyrenteobligasjonene er høyere enn for kombinasjonsporteføljen, men som man kan se i tabell 4.4 er dette kun en følge av at en lik vekting innad i porteføljene ikke er optimal. Med vekting som maksimerer Sharperatioen er kombinasjonsporteføljen det beste alternativet, se figur 4.4 og figur 4.5.

Tabell A.4 Selskapene som det er hentet aksjedata og obligasjonsdata i oppgaven

Der selskapets ticker eksempelvis er ført som (LTD) for Limited brands, Fitch rating BB og selskapets markedskapital (børsverdi) ført som M som vil si mellomstort. S er selskap med liten markedskapital og L er for selskap med stor markedskapital.

Limited brands (LTD) BB M
WENDYS INTL INC (WEN) B M
KB Home (KBH) B S
The Jones Group Inc. (JNY) BB S
R.R. Donnelley & Sons Company (RR) BB S
Lennar Corp. (LEN) B M
Radian Group Inc. (RDN) CCC S
Zions Bancorp. (ZION) BB M
MGIC Investment Corp. (MTG) CCC S
DR Horton Inc. (DHI) BB M
Edison International (EIX) B L
Peabody Energy Corp. (BTU) BB M
Hovnanian Enterprises Inc. (HOV) CCC S
Sunoco Logistics Partners L.P. (SXL) BB M
Tenneco Inc. (TEN) B M
Dean Foods Company (DF) B M
Dillard's Inc. (DDS) BB M
COOPER TIRE & RUBR CO BB S
EASTMAN KODAK CO CCC S
Overseas Shipholding Group Inc. (OSGIQ) B S
MBIA Inc. (MBI) BB S
GMAC INC (ALLY FINANCIAL) B
Tenet Healthcare Corp. (THC) CCC M
Ford motor co. BB L
Sprint Nextel Corp. (S) B L
PulteGroup, Inc. (PHM) BB M
Royal Caribbean Cruises Ltd. (RCL) BB M
Crown Holdings Inc. (CCK) BB M
Goodyear Tire & Rubber Co. (GT) B
AMR Corporation (AAMRQ) CCC S
Cincinnati Bell Inc. (CBB) BB S
Rite Aid Corporation (RAD) CCC S
The AES Corporation (AES) BB M
American Axle & Manufacturing Holdings Inc. (AXL) B S
Tesoro Corporation (TSO) BB M

Fordelingen av størrelsen på selskapene som er med i oppgaven er som følger, antall store selskaper 4, antall mellomstore selskaper er 16 og antall små selskaper er 15. Der et stort selskap defineres ved å ha en markedskapital som er større enn 10 mrd. US dollar, et

mellomstort selskap definert med markeds kapital mellom 10-2 mrd. US dollar og et lite selskap definert med en markeds kapital mindre enn 2 mrd. US dollar. ⁴

⁴ Definisjon av størrelsen på et selskap er hentet fra <http://www.investopedia.com/terms/l/large-cap.asp#axzz2HwwUuyYu>