

Optimalisering av konstruksjonsprinsipp av stupebrett i betong

Optimization of Construction Principles of a
Concrete Diving Board

Trondheim Mai 2020

Navn studenter:

Nanna Thoen Frogner
Kornelia Hareide Krokeide
Live Frafjord Tungesvik

Intern veileder:
Arne Mathias Selberg

Ekstern veileder:
Terje Kristoffersen

Prosjektnr:
04 - 2020

Rapporten er ÅPEN



NTNU

Fakultet for ingeniørvitenskap

Institutt for bygg- og miljøteknikk

Problemdefinering, prosjektbeskrivelse og resultatmål

Rådgivende bedrifter har stadig interesse av å se ulike vurderinger av konstruksjonsprinsipp og utforminger. Prosjekter har ofte stramme tidsfrister som ikke gir tid til vurdering av alternativer. Under prosjektering av Tromsøbadet støtte oppdragsgiver på en problemstilling ved utforming av stupebrettene. Det la grunnlag for denne oppgaven.

Prosjektet tar for seg optimalisering av konstruksjonsprinsipp for stupebrett i betong. Gruppen skal vurdere konstruktive løsninger for en utkraget bjelke, som blant annet skal tilfredsstill olympiske krav. Tre ulike profiler vurderes; monolittisk-, T-, og kassetverrsnitt. Det ses på hvordan de ulike tverrsnittene påvirker resultater for nedbøyning, svingning og stryke. I tillegg er det et ønske om et praktisk materialbruk. Dette vil påvirke både kostnaden for bruken av stål og betong, samt begrense miljøgassutslipp fra produksjon av disse materialene.

Ut ifra resultatene og svar fra beregningene diskuteres positive og negative sider med de ulike profilene. Ønsket er en god løsning som bedrifter kan anvende ved framtidige lignende problemstillinger.

Stikkord: Betong, stupebrett, tverrsnitt, optimalisering, miljø, økonomi, olympiske krav, styrke, nedbøyning, egenfrekvens, kapasitet	Keywords: Concrete, diving board, cross sections, optimization, environment, economy, Olympic criteria, strength, deflection, natural frequency, capacity
--	--

Forord

Denne oppgaven er skrevet av tre avgangsstudenter i forbindelse med avslutningen på den treårige byggingeniør-utdanningen ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) i Trondheim. Oppgaven baseres på kunnskapen som er tilegnet gjennom studieløpet, og da spesielt innenfor den spesialiserte retningen konstruksjonsteknikk, samt egne antagelser og vurderinger. Bacheloroppgaven er skrevet våren 2020.

Ønsket var en oppgave der vi med beregninger og resoneringer kunne finne en bedre løsning på et problem. På grunn av betong sin store anvendelighet og utbredelse, var dette et materiale vi ville lære mer om. I et samarbeid med Asplan Viak Trondheim ble det til en oppgave som omhandlet optimalisering av et stupebrett i betong, en oppgave som var interessant for begge parter.

Vi vil spesielt takke vår interne veileder, universitetslektor Siv.ing Arne Mathias Selberg, og vår eksterne veileder Terje Kristoffersen ved Asplan Viak, for å ha bidratt med god hjelp og veiledning underveis. Tilgjengeligheten og oppmuntringen har vært av topp klasse. Vi vil også gjerne takke førstelektor Per Otto Yttervoll for nyttige innspill og bidrag.

Trondheim, 20. mai 2020

Nanna T. Frogner

Nanna Thoen Frogner

Kornelia H. Krokeide

Kornelia Hareide Krokeide

Live F. Tungesvik

Live Frafjord Tungesvik

Sammendrag

Bedrifter har ofte ikke tid til å vurdere konstruktive løsninger på grunn av stramme tidsfrister. Det anvendes stadig modelleringsprogrammer istedenfor håndberegninger. Ved prosjektering av Tromsøbadet oppsto det en problemstilling angående utforming av stupetårnet. Oppgaven tar dermed for seg optimalisering av konstruksjonsprinsipp for stupebrett i betong. Her stilles det olympiske krav i tillegg til krav for styrke og brukbarhet etter Norsk Standard.

Betong er et unikt materiale som har tilnærmet uerstattelig egenskaper og er anvendbart for de fleste bruksområder. Til tross for egenskapene bidrar produksjon av betong med et stort klimagassutslipp. Ved å optimalisere ulike konstruksjonsprinsipp kan mengden materiale begrenses.

Det er blitt sett på tre ulike utforminger for å besvare oppgaven; monolittisk-, T- og kassetverrsnitt. En god optimalisering vil i oppgaven ta for seg begrenset materialbruk, godt utnyttet tverrsnitt, praktiske løsninger og miljøbetrukkede beslutninger. Samtidig skal stupebrettet tilfredsstillende strekke krav mot svingninger, nedbøyning og styrke. På grunnlag av dette er det gjort beregninger, og videre diskutert hvilke løsninger som fungerer godt og hvorfor.

Monolittisk tverrsnitt ble det dårligste alternativet. På grunn av små påkjenninger resulterte det i mye ubrukt kapasitet i tillegg til unødvendig materialbruk. Den tunge konstruksjonen ga og en lav egenfrekvens som gjorde at den ikke tilfredsstilte olympiske krav til svingninger.

T-tverrsnittet hadde derimot en lav egenvekt og en større utnyttelsesgrad med tanke på kapasitet. Det tilfredsstilte krav til bæreevne best og nedbøyning godt. Likevel hadde profilet for lav egenfrekvens til å tilfredsstillende kravet til svingning. Viktigst er at profilet oppfyller alle krav.

Den beste løsningen viste seg å være et kassetverrsnitt. Dette profilet tilfredsstilte best kravene fra Eurokode 2, samt de olympiske kravene. Det er også et tverrsnitt med redusert materialforbruk, på grunn av dens hule rom, som resulterer i det gunstigste alternativet også med tanke på økonomi og miljø.

Abstract

Companies do not always have time to consider alternative constructive solutions due to tight schedules and deadlines. The use of modeling programs is often preferred over hand calculations. During the design of Tromsøbadet, issues considering the design of the diving platform arose. In this thesis we will therefore explore how to optimize the construction principle of a concrete diving board. The construction principle must fulfill the strength and usability requirements from the Norwegian Standards and Olympic standards.

Concrete is a unique material with nearly irreplaceable qualities. It is applicable for different purposes, but despite its qualities, concrete is bad for the environment. By optimizing different construction principles, the amount of the material might be limited which helps the environment.

For this thesis three different designs were considered: monolithic-, T- and box cross section. A proper optimizing in this thesis considers a limited use of materials, a high utilization degree, practical solutions and sustainable decisions. In addition, the diving board will have to satisfy standards against fluctuations, deflection and strength. Built on this consideration there will be done calculations and discussions regarding which solution works the best and why.

The monolithic cross section ended up as the least attractive alternative. When faced with small forces it resulted in unused capacity which also led to unnecessary material use. The heavy construction had a low natural frequency which did not satisfy the Olympic criteria for fluctuation.

The T cross section on the other hand had a lower weight and therefore a greater capacity degree. The criteria for deflections and strength were also satisfied. However, the design did not satisfy the oscillation criteria as it had too low self-frequency. Most importantly for the design is to fulfill all requirements.

The best solution ended up being the box cross section. The design satisfied all requirements from Eurocode 2 and the Olympic. Due to its hollow room there were less materials used which results in a better economically and environmentally alternative.

Innhold

Problemdefinerings, prosjektbeskrivelse og resultatmål.....	iii
Forord.....	v
Sammendrag.....	vii
Abstract.....	ix
1 Innledning.....	1
1.1 Oppgavebeskrivelse	1
1.2 Framgangsmåte	2
1.3 Asplan Viak.....	2
1.4 Struktur	2
2 Optimalisering.....	3
2.1 Optimalisering – betydning.....	3
2.2 Miljø.....	3
2.2.1 Miljøberegninger	4
2.3 Økonomi	5
2.3.1 Økonomiberegninger	5
3 Dimensjoneringsgrunnlag.....	6
3.1 Materialer.....	6
3.1.1 Betong.....	6
3.1.2 Armeringsstål.....	7
3.2 Statisk system.....	8
3.3 Mål	8
3.3.1 Effektive lengder	9
3.4 Spesifikasjon for svømmeanlegg	10
3.5 Tverrsnitt.....	10
3.5.1 Monolittisk.....	11
3.5.2 T-tverrsnitt.....	11
3.5.3 Kassprofil.....	11
3.6 Aksesystem	12
3.7 Eksponering	12
3.8 Overdekning.....	13
3.9 Laster.....	13
3.10 Spenning-tøyningsammenheng	15
3.11 Svingninger	15
3.12 Programmer.....	15

3.12.1	FEM-Design.....	15
3.12.2	MathCad Prime.....	16
4	Teori og bakgrunnsstoff	17
4.1	Spenning- tøyningsdiagram.....	17
4.1.1	Betong.....	17
4.1.2	Stål.....	19
4.2	Enhetslastmetoden.....	20
4.3	Bruddgrensetilstand.....	21
4.4	Kapasitetsberegninger	21
4.4.1	Momentkapasitet.....	22
4.4.2	Skjærkapasitet.....	22
4.4.3	Torsjonskapasitet	23
4.5	Bruksgrensetilstand	23
4.6	Kryp og svinn.....	24
4.7	Nedbøyning	25
4.8	Spenningsbegrensning.....	25
4.9	Rissviddebegrensning	25
4.10	Svingninger	26
5	Metode	28
5.1	Generelt.....	28
5.2	Tverrsnittutforming.....	28
5.3	Dimensjonering	29
5.4	Kvalitetssikring	32
6	Resultat	33
6.1	Utforming av tverrsnitt.....	33
6.1.1	Monolitisk tverrsnitt	33
6.1.2	T-tverrsnitt med tynn flens	34
6.1.3	T-tverrsnitt med tykk flens	35
6.1.4	Kassetverrsnitt	36
6.2	Momentdiagram	37
6.3	Utnyttelsesgrad.....	37
6.4	Nedbøyning	38
6.5	Svingninger	39
6.6	Areal og volum.....	39
6.7	Kostnad	40
6.8	Miljøbelastning	40

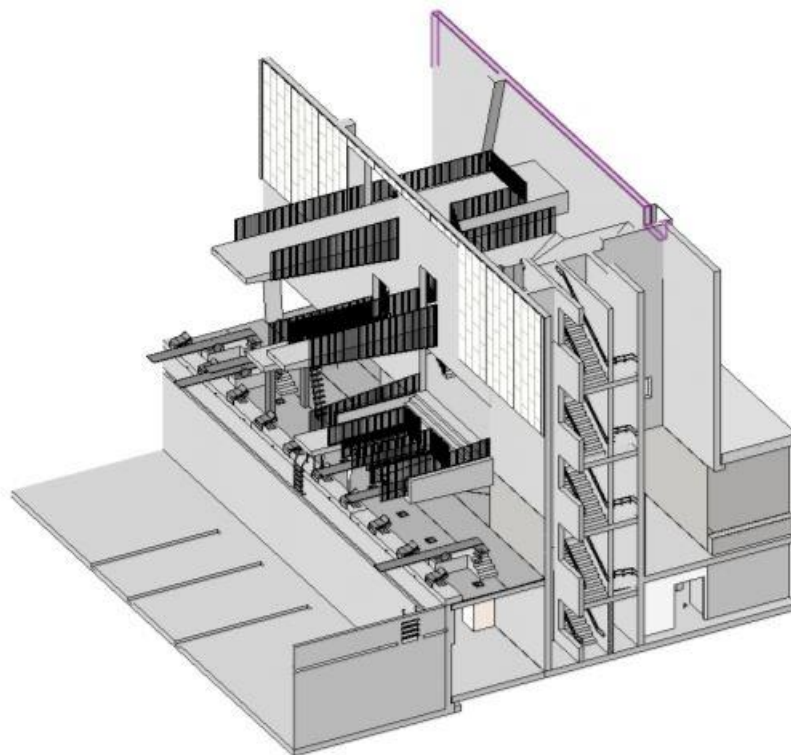
7	Diskusjon	41
7.1	Forutsetninger	41
7.2	Bruddgrense	42
7.2.1	Kapasitet	43
7.2.2	Spenningskontroll	44
7.3	Brukgrensetilstand	45
7.3.1	Lastkombinasjoner	45
7.3.2	Kryp og svinn	45
7.3.3	Stadium II	45
7.3.4	Bøyestivhet	46
7.3.5	Nedbøyning	47
7.3.6	Svingninger	47
7.4	Tverrsnitt	48
7.4.1	Monolittisk tverrsnitt	48
7.4.2	T-tverrsnitt	49
7.4.3	Kasseprofil	50
7.5	Økonomi	51
7.6	Miljøbelastning	51
7.7	FEM-design	52
7.7.1	Sammenligning av momentdiagram	53
7.7.2	Sammenligning av egenfrekvenser	54
7.7.3	Nedbøyning illustrert av FEM-design	54
7.8	Feilkilder	55
8	Konklusjon	56
9	Veien videre	57
10	Utvikling og forskning	58
10.1	Lavkarbonbetong	58
10.2	Lavkarbonbetong i Tromsøbadet	59
10.2.1	Hyperloop	60
11	Refleksjon	61
12	Figurliste	62
13	Tabelliste	63
14	Kildeliste	64
15	Vedleggsliste	66

1 Innledning

Innledningen tar for seg hva oppgaven er, hvem som er ekstern veileder og strukturen på oppgaven.

1.1 Oppgavebeskrivelse

Hensikten med oppgaven er å optimalisere konstruksjonsprinsippet til et stupebrett i betong. Det tas utgangspunkt i 10-meteren i Tromsøbadet, hvor det blir sett på hvilke endringer som kan gjøres for å bruke materialene på best mulig måte, og gi en god utnyttelsesgrad. Oppgaven tar for seg tre ulike utforminger av tverrsnitt, og ser på hvilket som tilfredsstillende kravene, samtidig som det er et gunstig alternativ med tanke på økonomi og miljø. Asplan Viak var ansvarlig prosjekterende for det ferdigstilte Tromsøbadet som åpnet sommeren 2019. Badeanlegget består av flere ulike fasiliteter, deriblant et basseng av olympisk standard med tilhørende stupetårn. Stupetårnet er bygget i betong, og består av flere høydenivåer; 1-, 3-, 5-, 7 ½- og 10-meter. Det stilles krav til styrke, stivhet og svingninger. Konstruksjonen må tilfredsstillende disse kravene samtidig som den bevarer sin funksjonalitet.



Figur 1-1. Illustrasjon av stupetårnet prosjektert av Asplan Viak.

Stupebrett/plattform defineres av Norges svømmeforbund som en fast plattform for stuping med høyder på 3, 5, 7 ½ eller 10 meter over vannet, og som stikker ut over vannflaten i bassenget (1).

1.2 Framgangsmåte

Optimaliseringen gjøres ved å ta utgangspunkt i ulike tverrsnitt hver for seg. Nødvendige analyser blir gjort for å se hvordan løsningene måler seg opp mot kravene som er satt. Ønsket er å finne et bedre alternativ som samtidig ivaretar alle krav i henhold til relevante standarder og krav som stilles til stupebrett i stupetårn. Beregningene blir hovedsakelig gjort i regneprogrammet MathCad, med håndberegninger som grunnlag og kladd. Etter hvert som krav ikke er overholdt, blir tykkelser og størrelser endret for å finne en bedre tverrsnittutforming. Videre brukes analyseprogrammet FEM-design for å kontrollere beregningene, samt hente ut mer avanserte data.

1.3 Asplan Viak

Oppgaven er skrevet i samarbeid med byggavdelingen hos Asplan Viak AS, Trondheim. Terje Kristoffersen fra Asplan Viak har bistått med veiledning til oppgaven og har gjennom hele perioden vært lett tilgjengelig. Terskelen har vært lav for å spørre om hjelp, samtidig som han har oppmuntret og engasjert til at oppgaven skulle løses mest mulig selvstendig, med dytt i riktig retning.

Asplan Viak er et av Norges største rådgivende ingeniør- og arkitektfirma. Rådgivere fra flere fagfelt er representert, noe som gjør at det ofte jobbes i team som skaper helhetlige løsninger. Bedriften har spesialisert kompetanse innen badeanlegg, og dermed er temaet stupebrettutforminger et relevant problem for dem (2).

1.4 Struktur

Oppgaven er todelt, og består av en hoveddel og en vedleggsdel. Hoveddelen tar for seg teori og metoder som ble brukt i optimaliseringen. Videre drøftes styrker og svakheter, og hvordan dette påvirker valgene og beregningene som er gjort. I vedleggsdelen ligger alle beregningene som er gjort i en strukturert rekkefølge.

2 Optimalisering

Dette kapittelet vil ta for seg hva gruppen legger i optimalisering, hvorfor og hvordan det optimaliseres.

2.1 Optimalisering – betydning

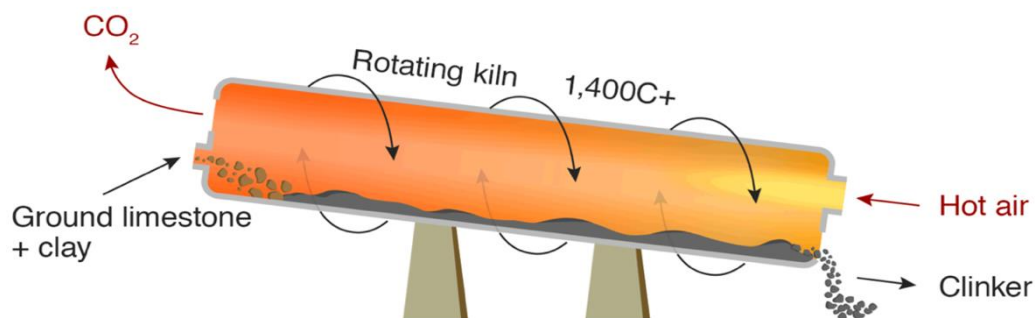
Det norske akademis ordbok forklarer optimalisering slik: *bringe en prosess eller et system under gitte betingelser til et optimalt nivå, gjerne ved å konstruere en matematisk modell av prosessen eller systemet, og undersøke hvordan modellen fungerer når man varierer parameter* (3).

Optimalisering av konstruksjonsprinsippet til stupebrettet vil i oppgaven ta for seg et godt utnyttet tverrsnitt, begrenset materialbruk, praktiske løsninger og miljøbetraktede beslutninger. Hovedfokuset er å tilfredsstillе alle krav fra Norsk Standard som er gitt i Eurokode 2 – Prosjektering av betongkonstruksjoner (EK2), samtidig til krav som er gitt for stupetårnkonstruksjoner. Mindre materialbruk og et tilnærmet fullt utnyttet tverrsnitt resulterer i mindre utslipp av CO₂ fra produksjon av sement, samtidig som det sparer prosjektet kostnader for materialer. Optimalisering vil både gi miljømessige og økonomiske goder, i et samfunn som sammen jobber for å oppnå blant annet FNs bærekraftige mål om ansvarlig forbruk og produksjon (4).

2.2 Miljø

Dagens samfunn står ovenfor en klimakrise. Klimaendringer og global oppvarming medfører alvorlige utfall for framtiden. Utslipp av klimagasser utgjør en stor prosentandel av klimaendringene som forårsaker global oppvarming og forurensning. I følge regjeringen.no utgjør produksjon av byggevarer hele 24 prosent av utslippene til bygg og anleggsnæringen (5).

I 2015 sto fossilt brensel for 91% av det globale karbondioksidutslippet, hvor 6% av de kom fra sementproduksjon(6). Produksjon av sement er en kompleks operasjon. I et av de siste leddene, som også blir tiltalt som hjerte av produksjonen, produseres klinker som videre males til sement. Produksjonen gir høye CO₂- utslipp ved oppvarming og ved omgjøringen av kalkstein. Dette gjør produksjonen av sement, som er bindemiddelet i betong, ekstremt miljøskadelig.



Figur 2-1. Kalsineringsprosessen.

(7)

Siden betong er tilnærmet uerstattelig, og forskere ikke har funnet noen erstatning for sement, vil anvendeligheten av betong bli værende i dagens samfunn. Fram til det finnes alternativ til sement eller betong vil et miljøtiltak være å optimalisere materialbruket.

På bakgrunn av denne informasjonen vil gruppen være med på å gjøre en forskjell i riktig retning med oppgaven. Optimalisering av tverrsnitt i oppgaven kan vinkles til å bruke minst mulig materiale, og det materialet som brukes skal være mest mulig utnyttet slik at minst mulig går til spill. Nordmenn blir stadig mer opptatt av miljø og ønsker dermed å ta del i miljøvennlige bygg og løsninger. Dersom prosjekter får miljøvennlige stempel, kan og bruksinteressen bli større for kunder.

2.2.1 Miljøberegninger

Det vil bli beregnet på konstruksjonen sitt CO₂-utslipp. Det er her tatt hensyn til produksjon av materialer, transport og tilvirkning. Faktorer for utslippsmengder er hentet fra epd-norge. Betong i fasthetsklasse B45 har en gjennomsnittlig utslippsmengde på 360 kg CO₂ -eq per m³ i Norge(8). Stål derimot har et utslipp på 57.75 kg CO₂ -eq per m³ (9).

Tabell 2-1.Utslippsmengde CO₂.

Materiale	Utslippsmengde i kg CO ₂ -eq per m ³
Betong	360
Armeringsstål	57.75

2.3 Økonomi

Byggebransjen styres av økonomi. Byggeprosjekt inkluderer mange fagfelt der alle har som mål å få økonomisk fortjeneste på arbeidet deres. Med tanke på dette velger prosjektledere ofte billigere alternativer enn miljøvennlige alternativer som fungerer like bra, men er noe dyrere. Ved å optimalisere en konstruksjon kan det medføre økonomiske goder for prosjekter, samtidig som det er mindre miljøbelastende. Mindre materialbruk betyr mindre budsjett på innkjøp og utførelse. Dette er av stor interesse for bransjen.

2.3.1 Økonomiberegninger

En kubikkmeter betong veier ca. 2360 kg (10). Veiledende priser pr. m³ betong er 1.710 kr i henhold til Bergbetong (11). Dette er en betongprodusent som ligger i Tromsø, noe som resulterer i kort transport mellom produksjonssted og byggeplass. Dette er ikke en faktor som er inkludert i økonomiregnskapet i oppgaven, heller ikke kostnadene ved montering. Disse utgjør likevel kostnader som må tas hensyn til i en reell utførelse. Norsk stål ga en pris på kamstål B500NC 20 mm til 19,52 kr/kg (12). Kostnaden av stål er betydelig større enn for betong.

Tabell 2-2. Pris materialer.

Materiale	Pris i kr pr. kg
Betong	0.725
Kamstål 20mm	19.52

3 Dimensjoneringsgrunnlag

I dette kapitlet presenteres grunnlaget og forutsetningene for beregning av de ulike tverrsnittene.

3.1 Materialer

Konstruksjonen består av materialene betong og stål i form av slakkarmering. I tilfellet med kasseprofil består bjelken også av isolasjon i form av XPS i hulrommene. Betong er valgt som materiale på grunn av sin stivhet, bestandighet og egenskaper til å begrense korrosjon i et fuktig miljø.

3.1.1 Betong

Betong er et materiale som er brukt over hele verden. På grunn av sine anvendelige egenskaper er det tilnærmet uerstattelig. Styrke, bestandighet, formbarhet, anvendbarhet og økonomiske fordeler gjør betong til et ettertraktet materiale (13).

Betong består av en sammensetning av tilslag (sand/grus/småstein), sement, vann og tilsetningsstoffer. Sementen er bindemiddelet mellom tilslaget og vannet som utgjør betongen. Det er fem ulike tilsetningsstoffer som kan gi ulike egenskaper til betongen; akselererende, plastifiserende, retarderende, injeksjonsstoffer og luftinnførende. Tilsetningsstoffene gir betongen konkrete egenskaper for ulike formål. Dette gjør betong til et unikt og ekstremt tilpasningsdyktig materiale (14).

Stupebrettet projekteres i betong fordi materialet oppfyller krav som stilles. Stupebrettet må ha stor stivhet som forhindrer nedbøyning, stor egenfrekvens for å forhindre svingninger og i tillegg tåle klorider på overflaten.

Fasthetsklasse

For å dimensjonere betongen må fasthetsklassen angis. Fastheten sier noe om betongens karakteristiske egenskaper og brukes til mekaniske beregninger. I oppgaven er det benyttet en betong med fasthetsklasse B45. Dette er en antagelse som er gjort, og tatt på bakgrunn av at dette er en fasthet som er både tilgjengelig og sterk. Fasthetsklassen påvirker bestandigheten, som har innvirkning på overdekningen til konstruksjonen. Under viser en tabell oversikten over hvilke egenskaper som følger at B45 er brukt.

Tabell 3-1. Betongegenskaper.

Betongegenskaper	Verdier
Betongkvalitet	B45
Karakteristisk trykkfasthet, f_{ck}	45 MPa (EK2 Tab 3.1)
Materialfaktor bruddgrense, γ_c	1.5 (EK2 NA. 2.1)
Lastkoeffisient betong, α_{cc}	0.85 (EK2 NA. 3.1.6)
Dim. Trykkfasthet brudd, f_{cd}	25.5 MPa
Tyngdetetthet armert betong, γ	25 kN/m ³

3.1.2 Armeringsstål

Til tross for betongens høye trykkkapasitet, er det et materiale som ikke tar opp strekkrefter i særlig stor grad. Dette er grunnen til at betong armeres med stål. Stål har stor strekkapasitet, og er et duktilt materiale (14). Armeringsstålet legges på strekksiden i konstruksjonen. På denne måten vil en armert betongkonstruksjon ta opp både trykk- og strekkrefter, og er dermed svært anvendelig ved konstruksjoner utsatt for laster.

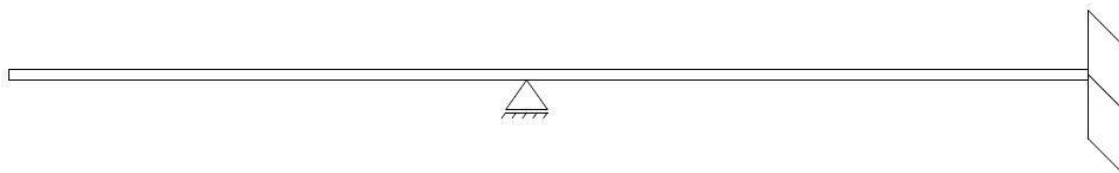
Armeringsstålet som tas i bruk i oppgaven er av kvaliteten B500NC. Den har kammer rundt stengene og blir dermed kalt kamstål. Stengene er utformet slik at det blir god heft mellom betong og stål, noe som er viktig for en velfungerende komposit (15).

Tabell 3-2. Armeringsegenskaper.

Armeringsegenskaper	Verdier
Karakteristisk flytegrense, f_{yk}	500 MPa
Materialfaktor bruddgrense γ_s	1.15 (EK2 NA. 2.1)
Dim. Flytegrense, f_{yd}	434 MPa
E-modul, E_s	200 GPa

3.2 Statisk system

Stupetårnet er oppført som en trappegang, med utkragede bjelker ut fra forskjellige høydenivå som utgjør stupebrettene. Målet på veggtykkelse, avstand mellom vegger, utkrager og bredde var allerede bestemt i oppgaven. Det statiske systemet er dermed en bjelke på to spenn. Det ene spennet utgjør en utkragerbjelke fra et midtopplegg. Neste spenn er fast innspent inne ved veggen til trappegangen. Figur 3-1 under viser dermed det statiske systemet som er brukt som dimensjoneringsgrunnlag. Systemet er statisk ubestemt av grad 1.

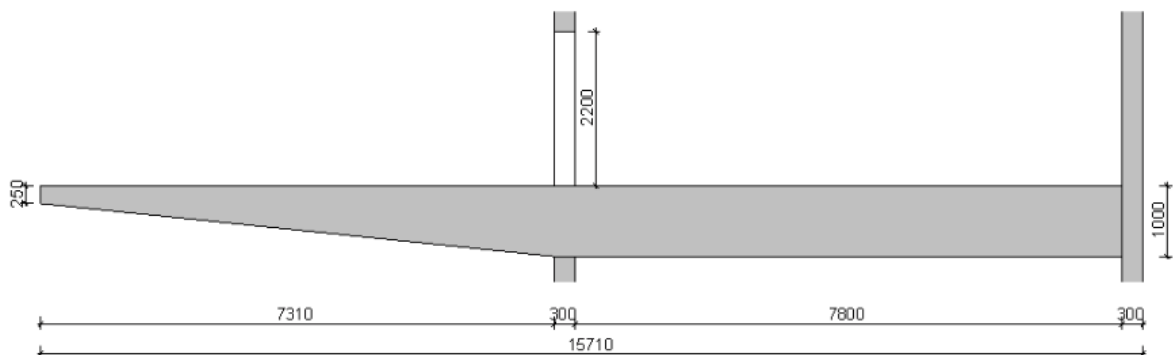


Figur 3-1. Statisk system.

3.3 Mål

Oppgaven omhandler hovedsakelig endring og utforming av stupebrettets tverrsnitt. Det var dermed gitte mål som skulle brukes. Disse målene innfridde kravene satt av Norges Svømmerforbund, og er brukt i alle beregningene.

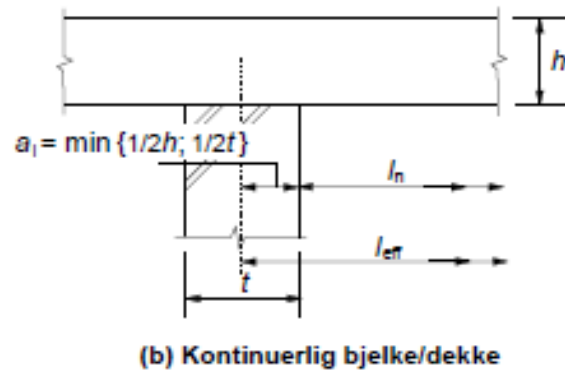
- Utkrager, $L_u = 7.31\text{m}$
- Total lengde $L_{\text{tot}} = 15.71\text{m}$
- Avstand mellom vegger, $L_a = 7.8\text{m}$
- Bredde, $B = 3\text{m}$
- Veggtykkelser $t = 300\text{mm}$



Figur 3-2. Mål av stupebrett

3.3.1 Effektive lengder

I henhold til EK2 5.3.2.2 blir den effektive lengden definert som $l_{eff} = l_n + a_1 + a_2$. l_n er den frie spennvidden, a_1 og a_2 er verdier som bestemmes av tykkelsen på opplagerne, og høyden på bjelken. Den effektive lengden blir da 7.46m og 8.1m til midtpunktet av begge opplagrene. Total effektiv lengde blir 15.56m



Figur 3-3. Effektiv lengde.

3.4 Spesifikasjon for svømmeanlegg

Norges Svømmeforbund (NSF) har standardiserte spesifikasjoner til svømmeanlegg(1). Disse spesifikasjonene sikrer samme kvalitet i alle anlegg som kan brukes til konkurranser. Punkt 6 i spesifikasjonen omhandler stupeanlegg, og hvilke krav som er satt. Dette satte rammene for dimensjoneringen og utformingen til oppgavens konstruksjon. Minimumsmålene til plattformer på 10 meters høyde er en bredde på 3.0m, og en lengde på 6.0m. Det stilles og krav til at forkantens tykkelse er mellom 0.2m og 0.3m. Dersom plattformen skråer innover, kan helningen ikke overskride 10° fra loddlinjen (1).

Det stilles også krav til styrken og stivheten til konstruksjonen. Alle plattformene dimensjoneres for en last på 3.5 kN/m^2 . For å sikre olympiske krav skal stivheten være slik at en last på 1.0 kN/m^2 i alle retninger på brettets forkant ikke gir en nedbøyning på større enn 1mm. Dette skal representere en person på 100kg på brettets ende. Egensvingningene til konstruksjonen må være større enn 10 Hz. Alle disse kravene skal sikres med statiske beregninger (1).

Tabell 3-3. Olympiske krav.

Olympiske krav	Verdi
Egenfrekvens	> 10 Hz
Nedbøyning	< 1 mm

3.5 Tverrsnitt

Utformingen av tverrsnittene har vært grunnlaget for beregningene. Grunnet begrenset tid ble det bestemt én utforming per profil. Bredden på 3m og lengden på 15.56m var fastslått fra start. Dette begrenset mulighetene til valg av utforming. Spesifikasjonen fra stupebrettstandarden krevde også maksimal og minimal tverrsnittshøyden på enden og maksimal helning. Høyden på tverrsnittet imellom oppleggene var fastslått til 1m. Får å holde kravet om maksimal helningen ble tverrsnittshøyden satt lik 0.25 m i starten.

3.5.1 Monolittisk

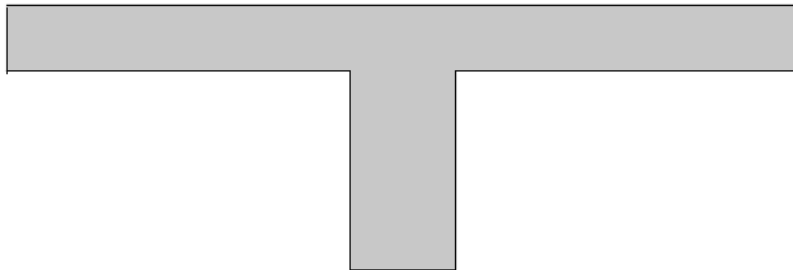
Monolittisk tverrsnitt har begrenset mulighet for utforming. Grunnet spesifikasjoner ble denne satt til bredde på 3m og starthøyde lik 0.25m.



Figur 3-4. Monolittisk tverrsnitt.

3.5.2 T-tverrsnitt

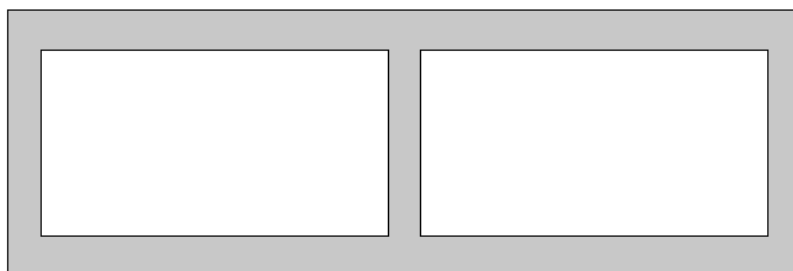
Utforming av T-tverrsnitt ble fastslått til å ha ett steg. Altså det ble sende ut som en T.



Figur 3-5. T-tverrsnitt.

3.5.3 Kassprofil

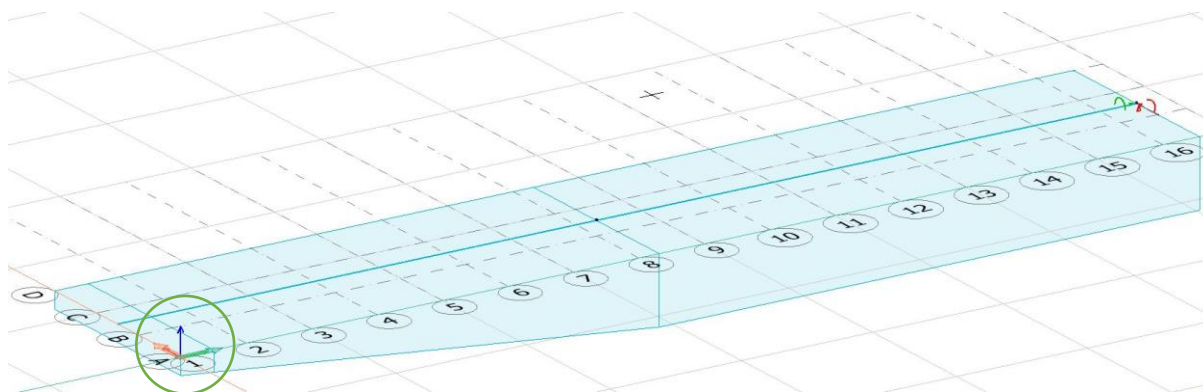
For kassetverrsnittet ble det som utgangspunkt valgt at det skulle være to hulrom. Det var mulighet til å endre på tykkelser underveis. Kassetverrsnittet ble delt inn i to plater og tre steg. Stegene ble antatt å ta opp skjærkreftene og platene bøyemomentet.



Figur 3-6. Kassetverrsnitt.

3.6 Aksestystem

I beregningene brukes et kartesisk aksestystem der x-retning angir lengden av stupebrettet, dette vises som den grønne pila på figuren under. Y-retning angir bredden, rød pil, og z-retning angir høyden, blå pil. Enden på stupebrettet er i $x=0\text{m}$ og der hvor stupebrettet festes i veggen blir i $x=15.56\text{m}$. Positiv z-retning er oppover, og lastene er dermed beregnet med negativt fortegn.



Figur 3-7. Aksestystem.

3.7 Eksponering

Omgivelsene vil påvirke konstruksjonens bestandighet. Stupebrettet er plassert inne i et badeanlegg og vil derfor bli eksponert for ulike kjemiske og fysiske påkjenninger i bruksperioden. Dette må møtes med krav for overdekning slik at korrosjon i armeringen forhindres. Betongbjelken støpes før bassenget blir fylt med vann og klorider. Dette er en viktig faktor med tanke på svinn og korrosjon av armering i herdeprosessen. I kommunikasjon med Asplan Viak ble det bekreftet at betongbjelken ble plasstøpt omkring et år før anlegget åpnet, og bassenget ble fylt med vann. Først da vil det bli et miljø som er tilnærmet 80% fuktighet, inkludert klorider.

Tabell NA.4.4N i EK2 deler betong inn i ulike eksponeringsklasser. Inndelingen går ut fra beskrivelse av miljøet, samt gir den eksempler hvor eksponeringsklassene kan forekomme. Viktige miljøaspekter for betong er hvor mye den blir utsatt for vann, klorider og kulde. Bjelken er vekselvis utsatt for vann og klorider og er plassert i et inneklime i bruksperioden. Ut ifra dette valgte gruppen eksponeringsklasse XD3, med en beskrivelse der det er vekselvis vått og tørt og der eksemplet er brudeler som blir utsatt for klorider. Dette representerer samme miljø stupebrettet er utsatt for.

3.8 Overdekning

Overdekning er avstanden fra kant av armering til ytterkant betong. Eksponeringsklassen er med på å bestemme kravet til overdekningen. Ved valg av overdekning velges det om konstruksjonen skal ha en dimensjonerende brukstid på 50 eller 100 år. Det ble valgt å dimensjonere for 100 år. Dette er fordi en konstruksjon som er utsatt for vekselvis vann og klorider må ha større overdekning for å forhindre korrosjon av armeringsjernet. Andre faktorer som påvirker overdekningen er brukstid, avvik ved prosjektering, stangdiameter, miljøpåvirkninger, sikkerhet og tilleggsbeskyttelse. Overdekningen er definert som minste overdekning pluss et avvik ΔC_{dev} . Eksponeringsklassen XD3 setter krav til 60mm overdekning ved en levetid på 100 år.

$$C_{nom} = C_{min} + \Delta C_{dev} \quad \text{EK2 (4.1)}$$
$$60mm = 50mm + 10mm$$

3.9 Laster

Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner, definerer ulike lasttilfeller og lastkombinasjoner. Standarden er dimensjoneringsgrunnlaget for ulike valg av faktorer og kombinasjoner for påvirkningen av laster. Standarden deler lasttilfeller inn i tre ulike tilfeller:

- Bruddlast
- Brukslast
- Ulykkeslast

Oppgaven vil beregne og drøfte for brudd- og brukslast. Det er valgt å se bort i fra ulykkeslast da det ikke inngår i problemstillingen til oppgaven. Ulykkeslast er uforventede kraftige laster, ofte fra naturkatastrofer, slik som jordskjelv (16).

Bruksgrensetilstand tar for seg langtidslaster og menneskelig følsomhet. I bruksgrensetilstand ses det på tre ulike kombinasjoner av sammensetning av laster. EK 6.5.3 definerer de tre kombinasjonene.

- Karakteristisk
- Ofte forekommende
- Kvasi-permanent

De ulike lastkombinasjonene tar for seg hvor stor prosentandel av variable laster og øvrige variable laster som over lang tid virker på konstruksjonen. Egenlasten vil til enhver tid være til stedet og multipliseres derfor med en faktor 1. Det velges å dimensjonere etter ofte forekommende kombinasjon, da nyttelasten er antatt å ikke være til stede til enhver tid.

Ofte forekommende kombinasjon: $E_d=(G_{k,j}; P; \psi_{1,1}Q_{k,1}; \psi_{2,i}Q_{k,i})$ EK (6.15a)

Bruddgrensetilstand dimensjoneres etter STR. STR tar for seg brudd eller for store deformasjoner i konstruksjonen. I bruddgrensetilstand multipliseres lastene med lastfaktorer slik at det dimensjoneres for verst tenkelig utfall. Stupebrettet vil bli dimensjonert etter det mest kritiske utfallet av ligning 6.10a og 6.10b i EK. Faktorene er hentet fra EK Tabell NA.A1.1 – Verdier for ψ -faktorer for bygninger. Det er tatt utgangspunkt i kategori C: forsamlingslokaler, møterom, da denne nærmest representerer situasjonen til stupebrettet. Faktorene brukes i Tabell NA.A1.2(B) - Dimensjonerende verdier for laster (STR/GEO) (Sett B)

Tabell 3-4. Lastsituasjoner. Tabell NA.A1.2(B)

Vedvarende og forbigående dimensjonerende situasjoner	Permanente laster		Dominerende variabel last	Øvrige variable laster
	Ugunstig	Gunstig		
(Ligning 6.10a)	1.35·G	1.0·G	1.5·0.7·Q	1.5·0.7·Q ₁
(Ligning 6.10b)	1.35·0.89·G	1.0·G	1.5·Q	1.5·0.7·Q ₁

Tabell 3-5. Utreget lastsituasjoner. Tabell NA.A1.2(B)

Vedvarende og forbigående dimensjonerende situasjoner	Permanente laster		Dominerende variabel last	Øvrige variable laster
	Ugunstig	Gunstig		
(Ligning 6.10a)	1.35·G	1.0·G	1.05·Q	1.05·Q ₁
(Ligning 6.10b)	1.2·G	1.0·G	1.5·Q	1.05·Q ₁

I bruddgrensetilstand er det valgt å inkludere egenvekten og nyttelasten i beregningene. Lasten som representerer personen på enden, er bare tatt hensyn til i bruksgrensetilstand. Bakgrunnen til dette er at det er antatt at personen på 100kg ikke vil opptre samtidig som nyttelasten $Q=3.5 \text{ kN/m}^2$. Dette er to ulike scenarier hvor nyttelasten Q er mest kritisk og derfor blir tatt hensyn til i strykeberegningene.

3.10 Spenning-tøyningsammenheng

For å regne på betong og stål velges en spennings-tøyningsammenheng med bruddkriterier. Oppgaven vil dimensjonere stupebrettet som normalarmet, som i Norge anses som underarmert tverrsnitt. Ved brudd vil stålet gå til flyt før betongen knuses. Brudd i armering er valgt til å $\epsilon_s = 2 \cdot \epsilon_{yk}$. ϵ_{yk} som tilsvarer 500MPa dividert på E-modul på $2 \cdot 10^5 \text{N/mm}^2$. Trykkbrudd oppstår i betongen når $\epsilon_c = \epsilon_{cu3}$. Dette er en valgt verdi fra tabell 4.1 i EK2, da spennings-tøyningsforløpet er valgt til en bilinear sammenheng.

3.11 Svingninger

I beregningene som er brukt er det valgt å se på en forenklet modell som tar for seg de viktigste faktorene; stivhet og masse. Endring i disse faktorene vil endre egenfrekvensen til konstruksjonen. Stor egenvekt vil gi en lav egenfrekvens, stor stivhet vil gi en høy egenfrekvens. I beregningene ble det satt en gjennomsnittshøyde på bjelken lik 0.82m og en konstant masse gjennom hele tverrsnittet. Dette gjøres da regnearket er forenklet og ikke tar hensyn til varierende høyde og masse i den utkragede delen.

3.12 Programmer

Det er flere faktorer som er med på å påvirke egenskapene til en konstruksjon. For å besvare oppgaven best mulig er det tatt i bruk programmer som forenkler regnearbeid og gjør det mulig å analysere konstruksjonen.

3.12.1 FEM-Design

Fem-Design er et modelleringsprogram som tillater ingeniører å analysere og designe konstruksjoner. Programmet gir mulighet til å lage enkle CAD funksjoner, 3D design og å modellere egne profiler til bruk i konstruksjoner. Videre kan de testes for ulike lasttilfeller og kombinasjoner av disse (17).

I oppgaven ble FEM-Design brukt til å kontrollere lastdiagrammene, svingningene og nedbøyning. Programmet skulle gi en mer visuell forståelse og samtidig gi tydelige resultater. Analyseprogrammet ble tatt i bruk først etter at håndberegningene var ferdige, og ble brukt som en kontroll på at regnearbeidet var riktig.

3.12.2 MathCad Prime

MathCad Prime er et beregningsprogram for teknisk dokumentasjon og beregninger. Det lages arbeidsark der verdier og ligninger blir presentert og beregnet av programmet. Programmet gir tydelig føringer gjennom matematiske beregninger, beskrivende tekst og tiltalende bilder som kan brukes for en oversiktlig oppgave. I tillegg tilbyr MathCad muligheten til å presentere resultater i enkle og beskrivende grafer (18).

I oppgaven ble MathCad brukt hyppig for håndberegningene. Programmet muliggjør endringer av verdier slik at hele regnearket oppdateres. I en optimaliseringsoppgave er dette nyttig da tverrsnittene endres underveis ettersom ulike krav stilles. I tillegg gjør programmet det enkelt å kopiere de programmerte beregningene til nye regneark. Dette kommer godt med, da oppgaven tar for seg bortimot like beregninger, for ulike profiler.

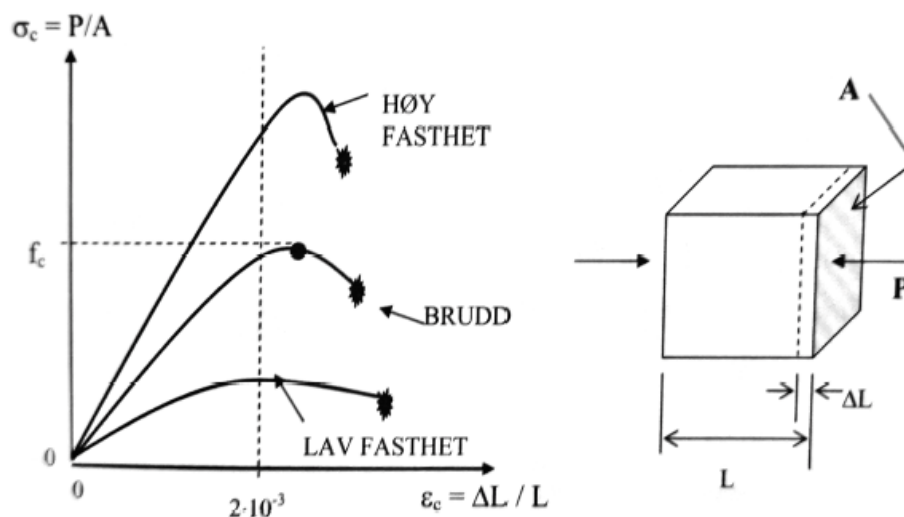
4 Teori og bakgrunnsstoff

Dette kapittel tar for seg relevante teorier som er brukt for å besvare oppgaven.

4.1 Spenning- tøyingsdiagram

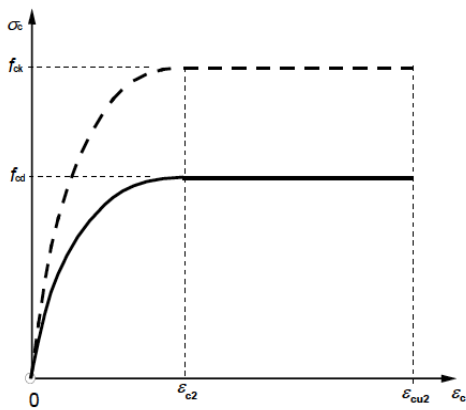
4.1.1 Betong

Betong har en ikke lineær spenning-tøyingsoppførsel under trykk. Denne sammenhengen brukes ved dimensjonering av betongtverrsnitt. Betongens sammensetning gir materialets fasthet. Høy fasthet gjør at betongen tåler større spenninger før den går til brudd. Den høye fastheten vil derimot kunne gi sprøere brudd, enn lavere fasthet som viser en noe seigere oppførsel. Felles for betongfasthetene er at toppunktet ligger ved omtrent samme tøyingsverdi. Det er denne verdien som brukes ved dimensjonering av betong, da det kan gi en forutsigbar oppførsel (15). Se figur 4-1.

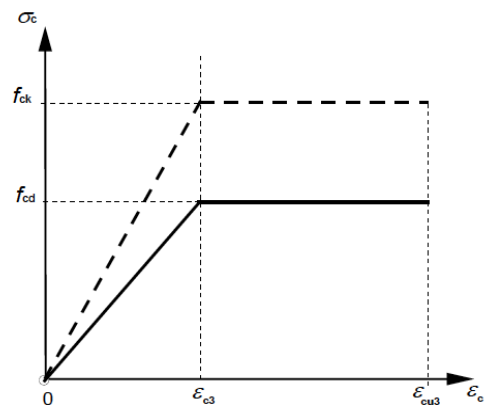


Figur 4-1. Spenning- tøyingsammenheng for betong med ulike fastheter.

Eurokoden gir forenklede modeller som kan brukes til spenning-tøyingsammenheng. Disse er henholdsvis et parabel- rektangeldiagram for betong under trykk og en billinear spenning- tøyingsammenheng (15).



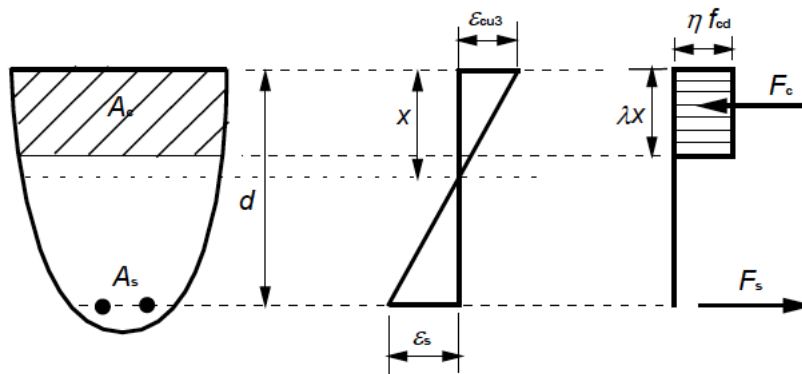
Figur 3.3 – Parabel-rektangel diagram for betong under trykk



Figur 3.4 – Bilineær spennings- tøyningssammenheng

Figur 4-2. Hentet fra kapittel 3 i Eurokode 2. Betongens spennings-tøyning sammenheng.

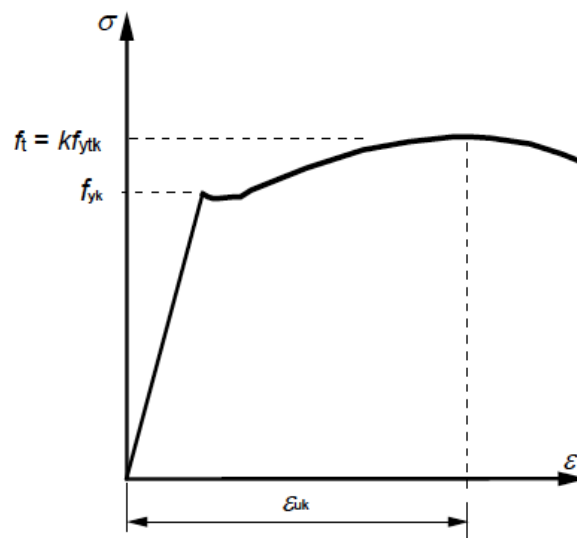
Med betongfasthet B45 er tøyningverdiene ϵ_{cu2} og ϵ_{cu3} like. Det vil i teorien ikke ha noen innvirkning på hvilket diagram som velges å dimensjonere ut ifra. For ordens skyld velges bilineær spennings-tøyningssammenheng der tilhørende spenningsfordeling er vist under. Dette gjør det enklere å ta geometriske betraktninger av kreftene som virket i tverrsnittet.



Figur 4-3. Rektangulær spenningsfordeling.

4.1.2 Stål

Under er spenning-tøyningskurven for varmvalset stål presentert. Figuren viser forholdet mellom strekkfasthet, flytespenning og tøyningen ved påført last for stål. Figuren viser stålets duktile oppførsel når det får en deformasjon. At et materiale er duktilt, vil si at det har evnen til å tilbake stille seg til opprinnelig form etter en deformasjon innen elastisk sone. I plastisk sone har ikke materialet mulighet til samme tilbakestilling. Elastisk sone opptrer fram til f_{yk} , karakteristisk flytegrense. Mellom f_{yk} og f_t , armerings strekkfasthet, opptrer plastisk sone. Tøyningen vil da nå ϵ_{uk} som er karakteristisk tøying i armering ved største last (15).



a) Varmvalset stål

Figur 4-4. Spenning- tøynings sammenheng for varmvalset stål.

Derfra går armeringen til brudd etter maksimal påkjenning. Ved å lese fra diagrammet ser man at stålet får en stor deformasjon eller tøying før bruddet inntreffer. Dette er hovedgrunnen til at norsk praksis dimensjoneres for underarmert tverrsnitt. Ved stor påkjenning vil stål gå til flyt før betongen går til brudd. Dermed får konstruksjonen store deformasjoner, som vil gi en varslingsom at konstruksjonen vil gå til brudd og mennesker i faresonen vil da få muligheten til komme seg i sikkerhet.

4.2 Enhetslastmetoden

Enhetslastmetoden brukes både til å beregne momentdiagram og for å finne en nedbøyning eller rotasjon. Enhetslastmetoden benytter virtuelle krefters prinsipp til å regne en nedbøyning eller en rotasjon. Virtuelle krefters prinsipp bygger på fysikkens lov om at kraft multiplisert med strekning blir arbeid. På samme måte kan moment multiplisert med en vinkel også representere et arbeid. En virtuell kraft plasseres der det vil vites et bestemt utfall (19). Ved å benytte enhetslastmetoden finner man det korrekte momentdiagrammet og nedbøyningen til et statisk ubestemt system. Ved statisk ubestemte systemer er det flere ukjente krefter enn det er likevektslikninger. Derfor brukes enhetslastmetoden grunnet evnen til å erstatte en eller flere opplagerkrefter med en kraft eller moment lik $X=1$. Videre uttrykkes momentdiagrammet fra enhetslasten og ytterligere for kreftene som virker på systemet. Gjennom en integrasjon av momentene framkommer det verdier som brukes i ligningen:

$$\delta_1 + X \cdot \delta_2 = 0$$

Løser videre ut X ved ligningen:

$$M = M_0 + X \cdot M_1$$

M blir det endelige momentet. I oppgaven er ligningene uttrykt som funksjoner av x . X er da lengden langs lengdeaksen til bjelken. Dette blir gjort fordi det ikke er noen hurtigintegrasjon som stemmer med formen på momentdiagrammet og det må integreres med hensyn på x .

4.3 Bruddgrensetilstand

For armert betong dimensjoneres det i to tilstander, bruddgrense og bruksgrense. I bruddgrensetilstand benyttes sikkerhetsfaktorer for å sikre at konstruksjonen tåler påkjenningene den blir utsatt for og mer. Materialfaktorene α_{cc} og α_{ct} , EK2 (2.4.2.4), benyttes her. Materialfaktorene bestemmes av det nasjonale tillegget. Faktorene reduserer fastheten til materiale i beregningene. Ved å bestemme de dimensjonerende trykk- og strekkfasthetene inngår materialfaktoren samt en koeffisient som tar hensyn til virkning av langtidslaster og ugunstige plasseringer av lastene, EK2 (3.1.6 (1)P og (2)P). Lastene vil og i bruddgrensetilstand multipliseres med en lastfaktor slik at dimensjonerende lastpåvirkning økes. Brudd i konstruksjoner oppstår enten som flyt i armeringen eller som trykkbrudd i betongen. Tilstanden tar ikke hensyn til stivheten til konstruksjonen. Den kontrollerer stryke med hensyn på utformet tverrsnitt, E-modul og lastpåvirkning.

Trykkbrudd	$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$	EK2 (figur 3.3 og 3.4)
Brudd i armering	$\varepsilon_s = \varepsilon_{ud}$	EK2 (Tabell NA.3.5 (901))

Trykkbrudd blir ofte kalt «sprøbrudd» i dagligtalen fordi konstruksjonen viser ingen tegn til overbelastning før det går i brudd.

4.4 Kapasitetsberegninger

Kapasitetsberegninger gjøres i bruddgrensetilstand. For at beregningsmetodene for momentkapasitet til armerte betongkonstruksjoner skal være gyldige innfører Eurokoden beregningsforutsetninger. Ifølge EK2 (6.1.(2)P) ses det bort ifra at betongen har en strekkfasthet, det vil si at det regnes med at det bare er armeringen som tar opp strekkreftene. Det regnes også med at det er full heft mellom betong og armeringsjernene, både i strekk og i trykk. Da vil tøyning være den samme for armeringen og betongen. Full heft forekommer når betongen dekker overflaten til armeringsjernene. Jo mer overflate som blir dekket av betongen jo bedre «knyttet sammen» blir de to materialene. Dette er grunnen til at armeringsjern har riller, for å øke heften. Kontroll av kapasitet gjøres ved å påvise at påførte dimensjonerte lastvirkning ikke overskrider dimensjonerte motstand (20).

4.4.1 Momentkapasitet

Momentkapasitet indikere hvor mye moment betongkonstruksjoner tåler før de går til brudd. Moment er som kjent fra fysikken *kraft x arm*. Indre krefter i konstruksjonen, som stammer fra lastene som er påført, skaper indre moment om nøytral aksen langs tverrsnittet. Nøytralaksen ligger mellom strekk- og trykksonen av betongen. Momentkapasitet uttrykkes M_{Rd} og har benevning kNm. Dersom $M_{Ed}=M_{Rd}$ er tverrsnittet fullt utnyttet og bjelken har like mye momentkapasitet som påført moment (13). Kapasiteten i bjelken varierer langs lengden og blir derfor i oppgaven definert som $M_{Rd}(x)$ og har benevning kNm per(m).

Kontroll for at momentkapasiteten holder er å undersøke spenningene. De uttrykkes gjennom en momentbetraktning der α i trykksonehøyden er 0.412 for normalarmert. Dersom spenningene overskrider fastheten, vil konstruksjonen gå til brudd.

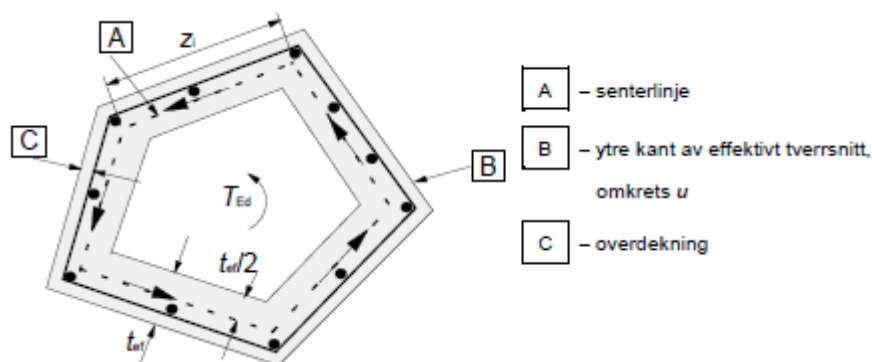
4.4.2 Skjærkapasitet

Skjærkapasitet tar for seg både skjærstrekkkapasitet og skjærtrykkkapasitet. Dette er krefter som virker langs høyden av tverrsnittet. Skjærstrekkkapasiteten er ofte dimensjonerende av de to, da det er strekk stålet hovedsakelig blir påført.

Siden det i konstruksjonen er ulik momentkapasitet langs lengdeaksen, vil det oppstå skjærkrefter langs tverrsnittet som forhindrer rotasjon og opprettholder statisk likevekt. Rett over opplager regnes det med at kreftene går i opplageret og føres ut av konstruksjonen. På bakgrunn av dette ses det på skjærstrekkkapasiteten en avstand d fra kant av opplager, i henhold til EK2 6.2.1(8) og 6.2.2(6).

4.4.3 Torsjonskapasitet

Torsjon oppstår når lastresultanten til den påførte lasten er eksentrisk. Torsjon er moment om x-aksen, M_x . Det oppstår en strømning langs tverrsnittet av torsjonskrefter. Disse blir da tatt opp av tverrsnittet. Lukkede profiler slik som kassetverrsnitt har en utforming som gjør det motstandsdyktig mot torsjon. Arealet i konstruksjonen som tar opp torsjonen bestemmes av den effektive veggtykkelsen, $t_{ef,i}$, i tverrsnittet. I følge EK2 6.3.2 settes den lik A/u . Den bør ikke overskride mindre enn to ganger avstand mellom overflaten og senteret av lengdearmeringen.



Figur 4-5. Torsjonsforklaring.

4.5 Bruksgrensetilstand

EK (3.4) beskriver bruksgrense som *grensetilstand som har betydning for konstruksjonens utseende, funksjonsdyktighet ved normal bruk og menneskers komfort (15)*. Når betong støpes ut vil ikke den herdede betongen ha like store kapasitet som blir beregnet i bruddgrensetilstand. I virkeligheten dannes det sprekker, riss, indre spenninger og en momentan deformasjon på konstruksjonen. I bruksgrensetilstanden er det gitt krav fra EK2 kapittel 7 om hvor store rissene og de indre spenningene kan være samt hvor mye nedbøyning som er tillatt. Det oppstår og andre utfordringer avhengig av forholdene, som for eksempel vibrasjon, men det er de tre førstnevnte som forekommer oftest og har størst betydning for konstruksjonens funksjon. Det tas også hensyn til kryp og svinn i bruksgrensetilstand beregningene. Bruksgrensetilstand tar for seg menneskelig følsomhet. Det skal være behagelig å oppholde seg på konstruksjonen, ingen øyeblikkelig nedbøyninger og svingninger.

4.6 Kryp og svinn

Kryp og svinn avhenger av omgivelsene rundt betongkonstruksjonen, dimensjonene på tverrsnittet, samt betongens sammensetning. Når en langvarig last påføres konstruksjonen, vil elastisitetsmodulen reduseres over tid (15). Kryptallet bestemmes ut ifra lastene og tidsintervallet. Egenlasten og nyttelasten er som oftest langtidslast. Egenlasten blir påført konstruksjonen når forskalingen tas av, som regel etter 7 dager. Påføring av nyttelasten varierer mer, men det regnes med at etter 90 dager blir den også påsatt konstruksjonen. Kryp gir en svakere konstruksjon i bruksgrensetilstand.

Da krypdeformasjonen er avhengig av laster, er svinntøyninger avhengig av omgivelsene til betongkonstruksjonen. Total svinntøyning består av to bidrag, svinntøyning ved uttørking ϵ_{cd} og autogen svinntøyning ϵ_{ca} (selvuttørkingssvinn). Det autogene svinnet oppstår under herdeprosessen av betongen, da vannet fordampes. Autogensvinntøyningene oppstår derfor i et tidlig stadium etter utstøping (15). Uttørkingssvinn utvikler seg gjennom hele levetiden til betongen, avhengig av hvor høy fuktigheten omgivelsen rundt har.

Total svinntøyning

$$E_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca} \quad \text{EK2 (3.8)}$$

Svinn vil oppstå i konstruksjoner og volumet på betongen vil da reduseres. Fordi strekkarmeringen har full heft med betongen, vil ikke betongen svinne fritt i dette området, men holdes igjen av armeringen. Det vil da oppstå svinnekrumming i bjelken. Ved å legge inn trykkarmering oppstår symmetri av armering i tverrsnittet, da vil svinnekrummingen være lik null(13).

4.7 Nedbøyning

Nedbøyning til stupebrettet kontrolleres opp imot to krav. En konstruksjon får nedbøyning når den utsettes for laster, både fra langvarige og kortvarige. EK2 7.4.1 (4) stiller krav til maksimal nedbøyning på grunn av påvirkning av tilnærmet permanente laster lik spennvidden dividert på 250. Her inkluderes kryp, svinn, egenlast og nyttelast over lang tid i både lengde- og tverretning. Forskalingen kan bygges opp med en overhøyde for å redusere delvis eller hele nedbøyningen. Det er likevel ikke anbefalt å ha en overhøyde som overstiger nedbøyningskravet. Oppbygningen av forskalingen vil bare redusere nedbøyningene, ikke rissviddestørrelser. Nedbøyningen fra en person på 100kg på brettets forkant gir en momentan nedbøyning. Her stilles det olympisk krav til ikke større enn 1mm nedbøyning.

4.8 Spenningsbegrensning

Spenningsbegrensning kontrolleres for både betongen og stålet. Strekkspenningene i stålet begrenses for å forhindre in-elastic tøyning, uakseptabel opprissing og deformasjon av hensyn til utseende. Spenningene i betongen begrenses for å ha en lineær kryptøyning, unngå riss i lengderetning og store kryptformasjoner som kan medføre uakseptable virkninger på konstruksjonen funksjon (15).

4.9 Rissviddebegrensning

Rissvidde beregnes for å fastsette at opprisset er innenfor gitte krav. For store riss vil gi eksponering av stålet, og kan føre til rustskader som videre gir svekket bæreevne. Ved begrensnig av riss opprettholder konstruksjonen sin funksjon, bestandighet og akseptable utseende (15). Ved innlegging av armering i strekksonen holdes betongen sammen som forhindrer riss. Klimaet i svømmehallen består også av klorider fra vannet. Klorider kan virke aggressivt på stålet, og det er dermed ekstra viktig å begrense rissene.

4.10 Svingninger

Svingninger i en konstruksjon er en ytre vibrasjon eller en dynamisk last som kan sette konstruksjonen i svingning. Slike laster påføres alltid med en viss hyppighet, kalt frekvens. Alle konstruksjoner har en egenfrekvens. Blir konstruksjonen påført en frekvens tilnærmet lik egenfrekvensen kan resonans oppstå, noe som er uønskelig. Konstruksjonen må dermed dimensjoneres til å ha enten en større eller mindre egenfrekvens en påført dynamisk last. Ofte er det enklere å gi konstruksjonen en stor egenfrekvens da denne delen av spekteret er størst. En håndregel er å dimensjonere for det dobbelte av høyeste lastfrekvens (21).

Det ses på *frie udempede svingninger*. Fordi dempningen i byggkonstruksjoner er lav, vil man uten særlig feil kunne sette $C = 0$. Med frie svingninger menes det at ingen ytre påvirkninger er til stede, det vil si $F(t) = 0$. Dette gir en harmonisk svingning. Med hjelp av matrisestatikk deles konstruksjonen inn i elementer og frihetsgrader (22).

I det dynamiske tilfellet gjelder Newtons 2. lov som reformulert blir

$$MY''(t) + CY'(t) + KY(t) = F(t)$$

$Y(t)$ – vektor for responsen til frihetsgradene

$Y'(t), Y''(t)$ – den 1. og 2.tidsderivate av $Y(t)$

K – stivhetsmatrise

M – massematrise

C – dempningsmatrise

$F(t)$ - ytre tidsavhengige laster

Videre utledning gir likningen for frekvens (f) og vinkelfrekvens (w). Disse legger grunnlag for beregningene for egenfrekvensen til konstruksjonen. Av uttrykkene vises det at frekvensen direkte avhenger av stivheten, k , og massen, m .

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Sammen med alle forutsetningen gitt ovenfor og bjelkens masse- og stivhetsmatrise endes det med et egenverdiproblem der egenverdiene er kvadratet til egenfrekvensen (22).

$$\det[\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M}] = 0$$

5 Metode

Dette kapitlet tar for seg framgangsmåten og metodene som er brukt for å finne et optimalisert tverrsnitt.

5.1 Generelt

De ulike tverrsnittene beregnes og behandles hver for seg. Først beregnes det monolittiske tverrsnittet, videre T-tverrsnittet og til slutt kassetverrsnittet. Beregningsforløpet starter i bruddgrensetilstand. Der kontrolleres det at tverrsnittene har god nok kapasitet og styrke, for så videre å kontrollere begrensningene i bruksgrensetilstand. Beregningene tar utgangspunkt i Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner. Der det er uklarheter i EK2, blir Betongkonstruksjoner av Svein I. Sørensen tatt i bruk for oppklaring. For å holde god kontroll og struktur på beregningene, samt ha muligheten til å endre parameterer i ligningene, blir MathCad Prime tatt i bruk som beregningsprogram.

5.2 Tverrsnittutforming

Underveis i oppgaven vil profilutformingene endres. Det gjøres kvalifiserte gjetninger på utgangspunktet på dimensjonene til tverrsnittene, slik at egenvekten blir lavest mulig. Hvis de da etter hvert ikke oppfyller kravene, må profilutformningene forkastet og nye må lages. Da vil tykkelser, høyder og bredder ut ifra hvilke krav som ikke blir oppfylt, justert. Dette gjør da at profilene utvikler seg underveis, og utvikles til de bedre løsninger.

5.3 Dimensjonering

Enhetslastmetoden blir valgt som metode for å finne momentdiagram da systemet er statisk ubestemt. Denne metoden utføres stegvis og kan dermed enkelt kvalitetssikres gjennom håndberegninger. Metoden blir også brukt videre ved beregning av nedbøyning, noe som gjør det gunstig å bruke den allerede i starten av beregningene. Metoden fungerer relativt likt for begge hensiktene, bortsett fra at den virtuelle kraften plasseres der man ønsker å vite forskyvningen i konstruksjonen istedenfor å erstatte plassen til en ukjent kraft.

Kapasitetene og opptredende krefter blir kontinuerlig oppført som funksjoner av lengdeaksen, x . Disse føres inn i diagrammer som gir tydelig oversikt over hvilke snitt som er kritiske til enhver tid. Det gjør det enkelt å sammenligne grafer, se hvor kapasiteten ikke rekker, og se hvilke snitt som er kritisk i bjelken. Kapasitetsberegningene baseres på tverrsnittets dimensjoner og betongens fasthet. Siden fastheten til betongen blir fastsatt til B45 i alle tverrsnittene som skal testes, er det bare høyden og bredden som har innvirkninger på kapasiteten. Dette gjør det enklere å sammenligne hvilken påvirkning endringene av disse faktorene gir.

Kapasitetsberegninger i bruddgrensetilstand gir grunnlag for mengde armering. Momentpåkjenningen definerer mengde lengdearmering og skjærpåkjenning definerer mengde skjærbøyler. Ikke alle tverrsnitt i bjelken krever like stor armeringsmengde. Armeringen blir dimensjonert etter det mest påkjente tverrsnittet, med tanke på strekk, trykk og skjærkrefter. Det mest påkjente snittet finnes lett ved å se på kurvene for påkjenningen. En fullt optimalisert betongkonstruksjon vil i teorien bare trenge tverrsnittets nødvendige armeringsmengde, dette gjør at den nødvendige mengden vil variere langs hele konstruksjonen. Dette gjøres likevel ikke, siden det skal være gjennomførbart å legge armeringen under bygging av stupebrettet. Strekkarmering, som er dimensjonert etter det mest utsatte snittet, vil derfor legges i overkant av *hele* bjelken, da M_{Edmaks} gir strekk på oversiden av stupebrettet. Momentpåkjenningen varierer langs bjelken og vil ved innfestningen gi strekk i underkant. Her vil strekkarmeringen i overkant fungere som en trykkarmering. Motsatt vil også den nødvendige strekkarmeringen utregnet pga. strekk på undersiden, fungere som både strekk og trykkarmering, avhengig av hvilket snitt i bjelken det ses fra. Denne metoden gjør at hele konstruksjonen ikke har en optimalisert mengde armering. Av praktiske årsaker, velges det likevel å gjøre dette.

For å regne konstruksjonens mest utsatte snitt ses det på hvor bøyespenningen, σ_m , er størst.

$$\sigma_m = \frac{M}{W}$$

M=påført bøyemoment

W=motstandsmomentet

De største bøyespenningene gir det mest usatte tverrsnittet i bjelken. I en bjelke hvor tverrsnittet varierer, er det ikke gitt at maks bøyemomentet og maks bøyespenning opptrer på samme sted, da spenninger avhenger av arealet av tverrsnittet. «Stålkonstruksjoner» av Per Kr. Larsen gir formel for motstandsmoment for utregning av bøyespenningene lik I/Z_{maks} (23).

For T-tverrsnittet vil det oppstå nedbøyning (w) i to retninger. Flensene blir da anvendt som utkragninger fra steget. Nedbøyning i tverretning beregnes dermed ved formler fra «Stålkonstruksjoner, Profiler og former» (23).

Jevnt fordelt last

$$w = \left(\frac{q \cdot L^4}{8 \cdot EI_{bruks}} \right)$$

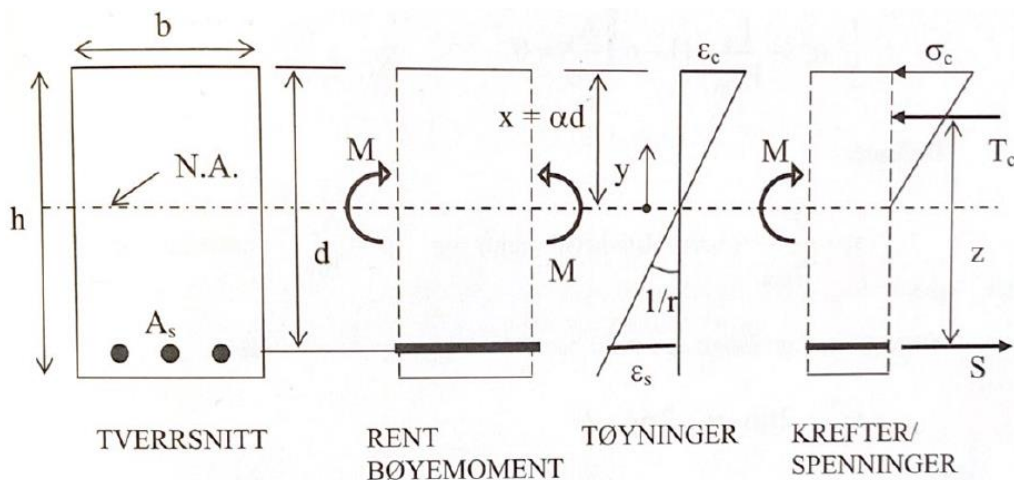
Punktlast

$$w = \left(\frac{P \cdot L^3}{3 \cdot EI_{bruks}} \right)$$

T-tverrsnittet blir beregnet med hensyn på trykksonehøyden og en effektiv bredde, b_{eff} . Metodene som blir brukt tar hensyn til at ikke hele tverrsnittets bredde er aktivt. Når steget er i trykksone tar den opp trykk, og flensen tar opp strekk, slik blir det i størsteparten av bjelken. Tverrsnittet blir sett på som en kompositt av plate og bjelke. Flensene er som en plate og må videre beregnes for tverrarmering. Det er viktig å passe på at det ikke blir skjærkrefter langs koblingen mellom flens og steg.

For kasseprofilen er det behov for å beregne på en noe forenklet metode. Toppflens og bunnflens betraktes som plater og tar opp strekk- og trykkrefter. Stegene tar opp skjærkreftene. Trykksonehøyden anses som beregnet αd frem til den overskrider tykkelsen på platen, da blir trykksonen lik høyden på bunnplate eller topplate. Dette er en valgt metode for å forenkle beregningene slik at det blir mulig å kontrollere kassetverrsnittet. Profilet blir beregnet etter monolittisk metode. Det vil si at profilet blir betraktet som et monolittisk tverrsnitt der noe av innholdet i midten er fjernet.

Aksiallikevekt og momentbetraktning brukes for å beregne spenningene i tverrsnittet. Her brukes Hookes lov, Newtons 1.lov og Bernoullis hypotese som grunnlag. Momentpåkjenningen deles opp i et kraftpar; trykk og strekk. Beregningen utføres på antagelsen tidligere om at armeringen tar opp alt strekk. Spenningene regnes ut med å først finne tøyningen, dette gjøres med betraktning av arealet av tverrsnittet og sammenhengen mellom bjelkens krumning og bøyemoment (13). Se figur under.



Figur 5-1. Beregning av tøyninger og spenninger i betongtverrsnitt.

Trykksonehøyden er allerede definert ved bestemmelse av normalarmert tverrsnitt. Stivhet og momentpåkjenning er også størrelser som tidligere er beregnet. Sammensatt med alle betingelsene kan spenningene regnes ut ved:

$$T_c - T_c - S = 0 \quad \frac{1}{r} = \frac{M}{EI} = \frac{\epsilon}{\alpha d} \quad \sigma = E \cdot \epsilon$$

$$\sigma_c = \frac{M}{I_c} \cdot \alpha d \quad \sigma_s = \frac{M}{I_s} \cdot (1 - \alpha)d$$

Metoden er enkel å sette opp både for hånd og i regneark. Den styrkes ved at anerkjente lover brukes, og kan visualiseres og tilpasses til ønsket tverrsnitt.

Matrisemetode blir tatt i bruk for å beregne egensvingninger til konstruksjonen. Det blir sett på et dynamisk system med frihetsgrader. Beregningene baseres på materialets tetthet, dimensjoner, vekt, bøyestivhet og lengde.

5.4 Kvalitetssikring

Til slutt skal beregningene kontrolleres ved hjelp av FEM-design. Dette er for å kontrollere, ikke forvirre eller veilede underveis. Ved å bruke FEM-design til slutt, er målet at det skal gi større forståelse til oppgaven da det i FEM-design kan kjøres simuleringer av deformasjoner og svingninger.

6 Resultat

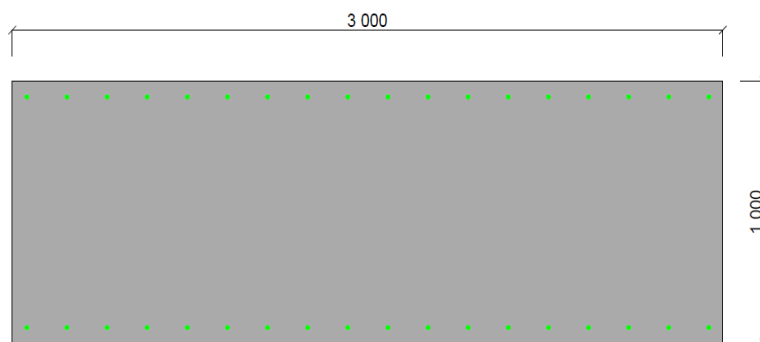
I dette kapittelet presenteres resultatene som er beregnet for de ulike tverrsnittene.

6.1 Utforming av tverrsnitt

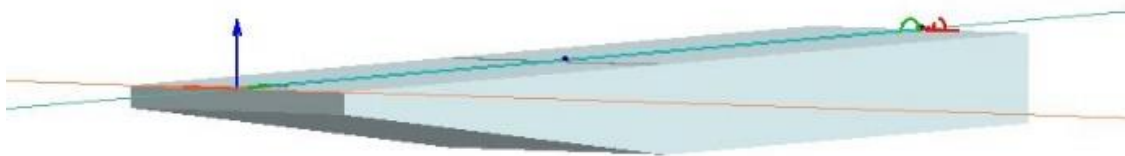
I figurene under vises det hvordan de ulike tverrsnittene ble utformet til slutt. Her har strekkarmeringen og trykkarmeringen blitt lagt inn, de vises som grønne sirkler. Alle utformingene er vist i snitt $x=7.46\text{m}$.

6.1.1 Monolittisk tverrsnitt

Dimensjonene på det monolittiske tverrsnittet ble en høyde lik 1.0m og en bredde på 3.0m.



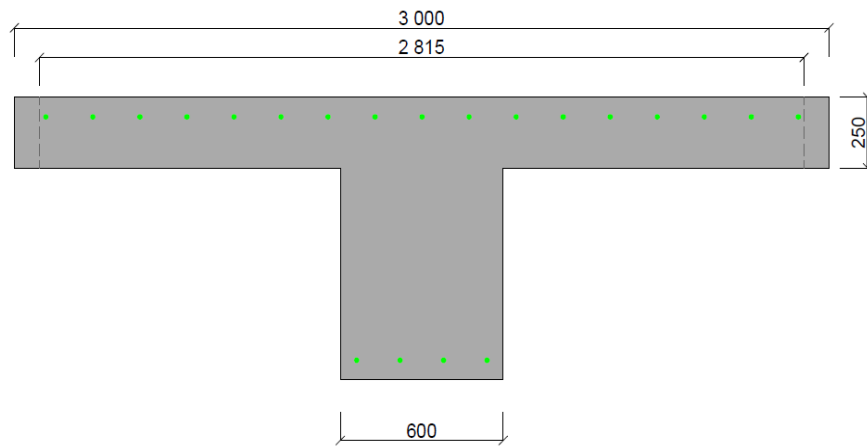
Figur 6-1. Monolittisk tverrsnitt.



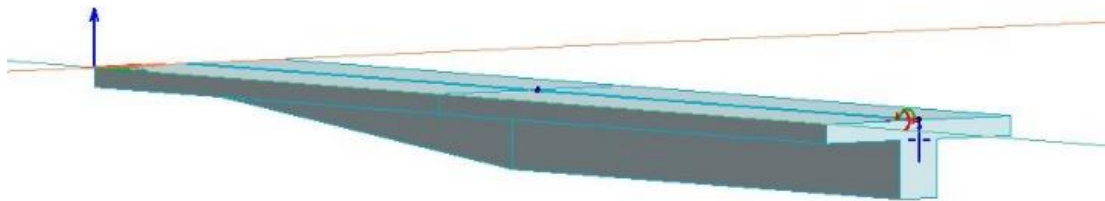
Figur 6-2. 3D-figur fra FEM-design.

6.1.2 T-tverrsnitt med tynn flens

Det endelige utformingen av T-tverrsnittet med tynn flens ble med ett steg. Steget har en bredde, b_w , lik 0.6m. Flensen hadde en tykkelse satt til 0.25m og en effektiv bredde b_{eff} lik 2.815m langs hele bjelken.



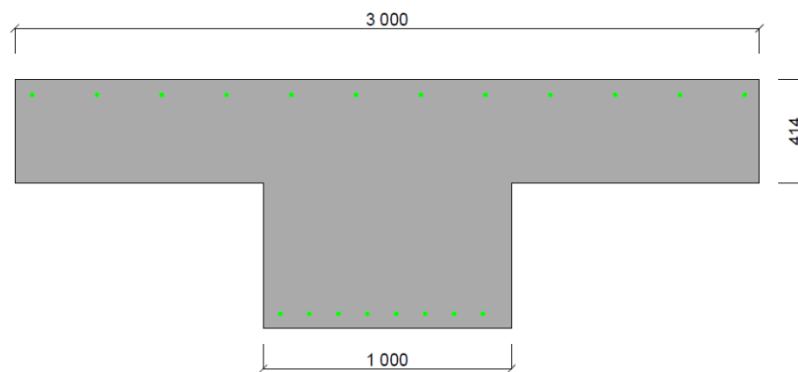
Figur 6-3. T-tverrsnitt med armering, tynn flens.



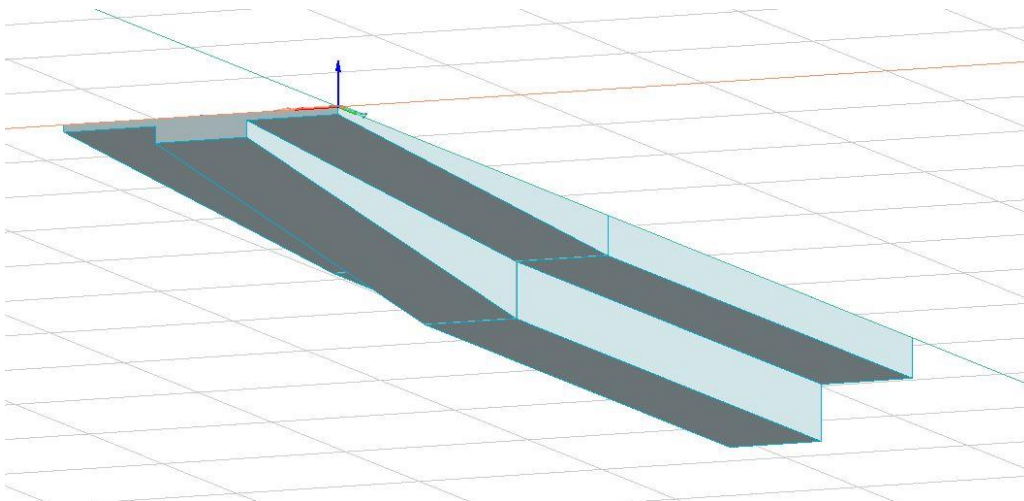
Figur 6-4. 3D-Figur fra FEM-design.

6.1.3 T-tverrsnitt med tykk flens

For T-tverrsnittet med tykk flens vil tykkelsen på flensen variere lineært med økningen av d gjennom bjelken. Tykkelsen på flensen er satt større enn $0.33 \cdot d$ for å sikre at kravet om tykk flens alltid er oppfylt. Etter 7.46m er tykkelsen på flensen lik 0.41m. Her er det og bare ett steg, men med en tykkelse på 1m.



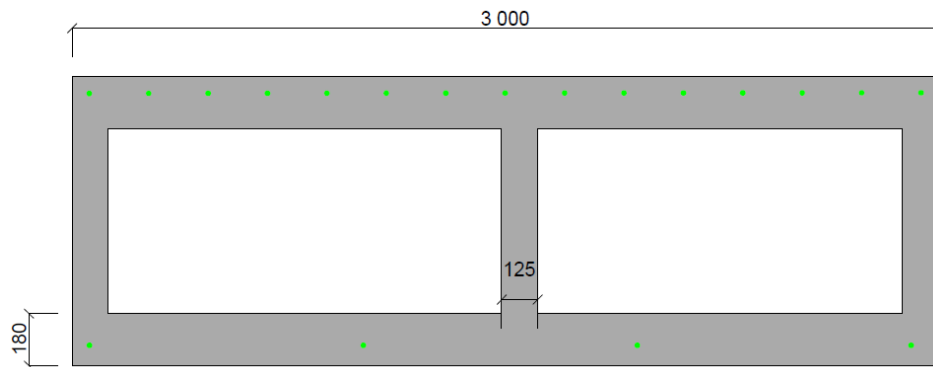
Figur 6-5. T-tverrsnitt med armering, tykk flens.



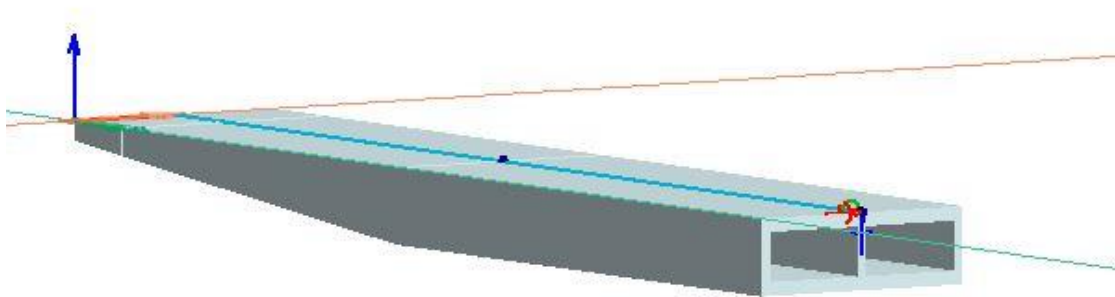
Figur 6-6. 3D-Figur fra FEM-design.

6.1.4 Kassetverrsnitt

For kassetverrsnittet er bredden og høyden lik som monolittisk. Tykkelsen på platene er lik 0.18m og de tre stegene er 0.125m tykke. I den første meteren er kasseprofilet monolittisk.



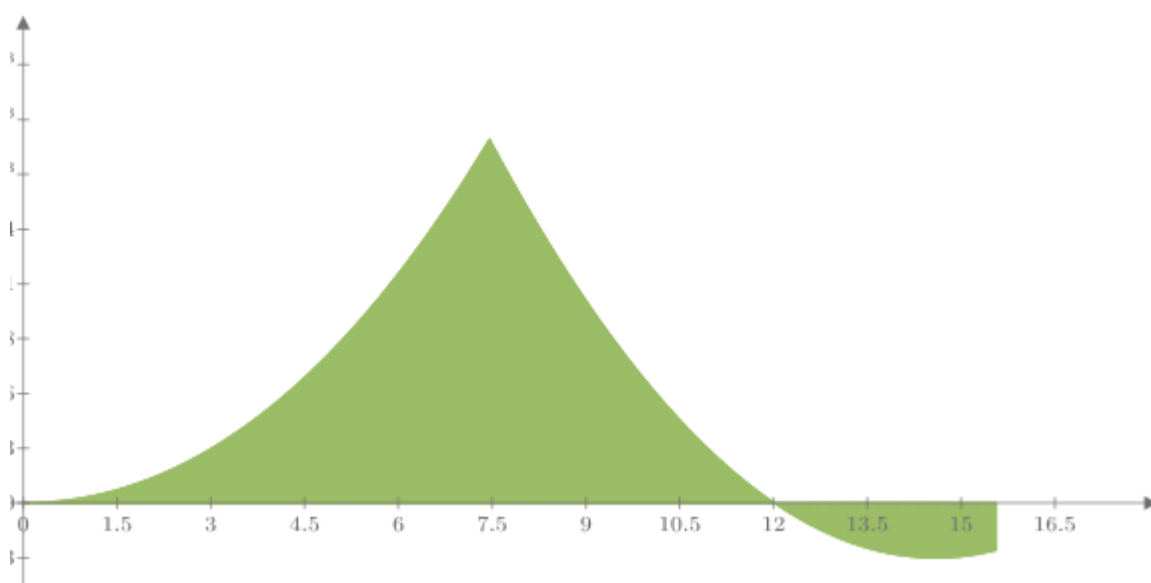
Figur 6-7. Utforming av kassetverrsnitt.



Figur 6-8. 3D-Figur fra FEM-design.

6.2 Momentdiagram

Momentdiagrammet til bjelken gir et bilde på hvor bøyemomentet er størst, og dermed ofte hvor det kritiske snittet er. Momentdiagrammet har lik form for alle tverrsnittene, da belastningen hovedsakelig framkommer av egenvekten som varierer i verdi, ikke i form. Til tross for at stupebrettet er fast innspent ved veggen er det ikke her det oppstår størst moment. Vekten av den utkragede bjelken stabiliserer systemet, slik at det blir lave momentpåkjenninger i spennet mellom oppleggene. Den største påkjenningen blir dermed over støtten, og det er dette snittet bjelken dimensjoneres etter, med tanke på armeringsmengde, spenningsbegrensning og riss.



Figur 6-9. Momentdiagrammets form.

6.3 Utnyttelsesgrad

Tabell 6-1 viser utnyttelsesgraden til de ulike profilene med hensyn på brukt kapasitet. En utnyttelsesgrad på 100% i tabellen vil si at betongtverrsnittet i seg selv tar opp alle kreftene som virker. Ved overskridelse av betongens kapasitet vil det være behov for nødvendig beregningsmessig armering. Utnyttelsesgraden er presentert i de to snitt, da kapasitet og påkjenning varierer langs bjelken.

Tabell 6-1. Utnyttelsesgrad.

Tverrsnitt	Utnyttelsesgrad kapasitet [%]		
	Moment $x=7.46m$	Moment midtfelt	Skjær $x=7.46m$
Monolittisk	9.5	1.2	52.8
T-tverrsnitt, tykk flens	48.9	4.1	83.5
T-tverrsnitt, tynn flens	64.4	10.1	95.6
Kasse	13.1	2.0	>100

Fra tabellen leser man at T-tverrsnitt med tynn flens, har størst utnyttelse av kapasiteten. I motsatt ende har monolittisk tverrsnitt lavest utnyttelse. Da vil store deler av tverrsnittet ha ubrukt kapasitet, noe som er uønsket.

6.4 Nedbøyning

Resultatet under viser nedbøyning på den utkragede bjelken. Det er valgt å vise nedbøyningen på enden da det er her konstruksjonen er mest utsatt og dermed får størst nedbøyning. Det andre kravet er i henhold til olympisk krav. Her er det kun medtatt en person på 100kg som står på stupebrettets ende. Mest kritisk plassering blir på kanten i lengde- og tverretning som begge vil gi et bidrag.

Tabell 6-2. Nedbøyning.

Tverrsnitt	Nedbøyning [mm]			
	Pga. langtidslaster	Krav	Pga. 100kgs person	Krav
Monolittisk	53.5	29.2	0.54	1.0
T-tverrsnitt, tykk flens	46.6	29.2	0.74	1.0
T-tverrsnitt, tynn flens	29.8	29.2	0.41	1.0
Kasse	46.9	29.2	0.62	1.0

Alle profilene har godkjent nedbøyning for personen på 100kg på enden. Monolittisk tverrsnitt har størst nedbøyning, og vil for denne kontrollen være minst gunstig. Der nedbøyningskravet på grunn av langtidslaster ikke er godkjent kan det bygges en overhøyde av forskalingen slik at nedbøyningen kommer innenfor kravet gitt av standarden. Dermed ble nedbøyningskravet godkjent for alle tverrsnittene.

6.5 Svingninger

Eigenfrekvensen til de ulike tverrsnittene er gitt i tabellen under. Det er gjort forenklinger ved blant annet å se på et homogent tverrsnitt med høyde $H=820\text{mm}$. Dette blir cirka gjennomsnittshøyde for hele bjelken.

Tabell 6-3. Eigenfrekvens.

Tverrsnitt	Frekvens [Hz]	
	Eigenfrekvens	Krav
Monolittisk	6.07	>10
T-tverrsnitt, tykk flens	5.51	>10
T-tverrsnitt, tynn flens	6.11	>10
Kasse	7.78	>10

Det er bare kasseprofil som er nærmest til å oppfylle kravet om svingninger. Dette grunner i at et slikt tverrsnitt har både stor stivhet, i tillegg til en lav egenvekt.

6.6 Areal og volum

Arealet av betongen og armeringen for de ulike tverrsnittene er tatt fra det dimensjonerende snittet, $x=7.46\text{m}$. Volumet av betongen og armeringen er gitt for hele konstruksjonen. Arealet og volumet for de ulike tverrsnittene brukes videre i beregningene for kostnad og miljøbelastning.

Tabell 6-4. Areal og volum.

Tverrsnitt	Areal [mm^2]		Volum [m^3]	
	Betong	Armering	Betong	Armering
Monolittisk	$2.99 \cdot 10^6$	11310	38.24	0.21
T-tverrsnitt, tykk flens	$1.82 \cdot 10^6$	6283	23.09	0.14
T-tverrsnitt, tynn flens	$1.19 \cdot 10^6$	6598	16.86	0.17
Kasse	$1.31 \cdot 10^6$	5969	19.23	0.13

T-tverrsnitt med tynn flens, bruker minst materiale. Lite areal resulterer i lite volum av materiale. Monolittisk tverrsnitt har størst materialmengde sammenlignet med de andre undersøkte tverrsnittene. Se vedlegg G.1 for fullstendige beregninger.

6.7 Kostnad

Kostnadsberegningene tar for seg hvor mye betongen og armeringen koster for de ulike tverrsnittene. Det er bare sett på selve materialbruken, for å se hvilken forskjell de ulike tverrsnittene gir. Det er ikke medtatt kostnader for arbeidet med montasje eller prosjektering. En kubikkmeter betong veier 2360kg, og en kubikkmeter kamstål veier 8021kg. Armeringen har høyre densitet samt en kilopris på rundt 26 ganger høyere enn betongens.

Tabell 6-5. Kostnad.

Tverrsnitt	Kostnad [kr]		
	Betong	Armering	Total
Monolittisk	65 434	33 283	98 717
T-tverrsnitt, tykk flens	39 509	22 551	62 060
T-tverrsnitt, tynn flens	28 905	26 295	55 141
Kasse	32 894	20 544	53 438

Monolittisk tverrsnitt er utvilsomt det dyreste og kassetverrsnittet det rimeligste, med hensyn på materialemengde. Se vedlegg G.2 for fullstendig beregninger.

6.8 Miljøbelastning

Miljøbelastningsberegningene tar for seg hvor stort CO₂-utslippet er ved produksjon av betongen og armeringen av det totale stupebrettet for de ulike tverrsnittene.

Tabell 6-6. Miljøbelastning.

Tverrsnitt	CO ₂ -utslipp [kg CO ₂ -eq per m ³]		
	Utslipp betong	Utslipp armering	Utslipp totalt
Monolittisk	13 768	12	13 780
T-tverrsnitt, tykk flens	8 313	8	8 321
T-tverrsnitt, tynn flens	6 069	10	6 079
Kasse	6 921	8	6 929

Størst CO₂-utslipp kommer fra produksjon av stupebrettet med monolittisk tverrsnitt. Det kommer fram at T-tverrsnittet med tynn flens gir minst mengde utslipp totalt. Se vedlegg G.3 for fullstendige beregninger.

7 Diskusjon

I dette kapittelet blir dimensjoneringsgrunnlaget, metoder og resultater diskutert.

7.1 Forutsetninger

Det statiske systemet til stupebrettet ble tidlig fastsatt. Et system som er mulig å gjennomføre beregningsmessig, og som passer realiteten. Stupebrettet er festet i veggen med høy rotasjonsstivhet som medfører at det ble beregnet som fast innspent i den innerste veggen. Det forhindrer stupebrettet i å rotere, og i å forskyves i horisontal og vertikal retning. Det kan derimot tenkes at det kan oppstå en rotasjon her ved for eksempel store belastninger. Det kom dermed opp til diskusjon om det statiske systemet skulle bestå av et fast opplager i dette punket istedenfor. Det ble valgt en fast innspenning da veggen antas å støpe bjelken inn med stor fasthet og dermed forhindre rotasjon. Den midtre veggen ble sett på som et glidelager, da stupebrettet ligger på veggen. Her er det tillatt med rotasjon og i teorien forskyvning langs bjelken. I realiteten vil det oppstå krefter i veggene på grunn av innfestningen mellom vegg og bjelke. Bjelken vil trolig også være fastholdt mot forskyvning i y-retning.

Det ble diskutert om stupebrettet var en bjelke eller en plate, grunnet dens store bredde. For plater skilles det mellom enveisplate og toveisplate. Stupebrettet er relativt bredt, men har en lengde på 15.56m. Siden forholdstallet mellom lengde og bredde er større enn 3, antas den som en enveisplate. En enveisplate hvor den effektive spennvidden, l_{eff} , er større enn 5·høyden, EK 9.3.(1), gir et likt beregningsgrunnlag som en bjelke. På grunn av dette anses stupebrettet som en bjelke og ikke en plate.

Det ble antatt en fasthetsklasse B45 på betongen, og armeringsjern i kvaliteten B500NC med en diameter på 20mm. Disse verdiene ble valgt da de er ofte brukt i byggebransjen, og er standard verdier som er følger regler etter EK2. Det kan likevel tenkes at andre kvaliteter og størrelser kunne ha bidratt på optimalisering. Da det i denne oppgaven var tverrsnittet som skulles optimaliseres, ble det nedprioritert å nærmere diskutere disse verdiene. De har innvirkning på kapasiteten og E-modul, men dette er parametere som kan lett endres senere.

For å finne overdekningskravet måtte eksponeringsklassen til konstruksjonen fastslås. Eksponeringsklassen er XD3, grunnet at stupebrettet vil vekselvis være tørt og vått og utsatt for klorider. Eksponeringsklassen XD2 kunne også ha blitt tatt i bruk siden denne klassen forekommer i miljø som svømmebasseng. Begge klassene gir det samme

overdekningskravet. Siden XD2 blir beskrevet som «vått, sjelden tørt» ble ikke XD2 valgt, da et stupebrett vil stå tørt i over lengre tid, for eksempel ved stengt svømmehall. Tillegget for sikkerhet ble satt lik 10mm, en standard sikkerhetsmargin.

7.2 Bruddgrense

Bruddgrense er en grensetilstand som har betydning for konstruksjonens og menneskers sikkerhet. For tilstanden kombineres tenkte lasttilfeller slik at konstruksjonen dimensjoneres for de verste påkjenningene. Kombinasjonene av lastvirkningene som vurderes baseres på dominerende variabel last. Stupebrettet er bare utsatt for én variabel last, nyttefasten Q , og har dermed ingen øvrige variable laster. For monolittisk tverrsnitt ble ligning 6.10a dimensjonerende. Tverrsnittet har stor egenvekt sammenlignet med nyttefasten. Det var derfor mest ugunstig med ligning 6.10a der egenlasten ble multiplisert med 1.35. For T- og kassetverrsnitt var ligning 6.10b dimensjonerende. Den reduserte egenvekten sammenlignet med monolittisk tverrsnitt gjorde at den dominerende variable lasten, Q , ble kritisk med en faktor på 1.5.

Tabell 7-1. Utreget lastsituasjoner.

Vedvarende og forbigående dimensjonerende situasjoner	Permanente laster		Dominerende variabel last	Øvrige variable laster
	Ugunstig	Gunstig		
(Ligning 6.10a)	1.35·G	1.0·G	1.05·Q	1.05·Q
(Ligning 6.10b)	1.2·G	1.0·G	1.5·Q	1.05·Q

Siden systemet er statisk ubestemt, ble enhetslastmetoden brukt til å uttrykke riktig momentdiagram for tverrsnittene. Da settes en ukjent opplagerkraft lik en virtuell kraft $X=1$. Ved de første beregningene ble tre ukjente opplagerkrefter satt lik X , for så å sammenligne at alle utfallet ga samme momentdiagram. Ved å kontrollere utregningen kvalitetssikres det på at momentdiagrammene var riktige. For å presentere resultatet ble bare en utregning vist, X ble satt lik momentet i den faste innspenningen.

7.2.1 Kapasitet

Inkludert last- og materialsikkerhetsfaktorene ble kapasiteten større enn påført moment for alle tverrsnittene. Skjærstrekkkapasiteten i betongen alene ble derimot for liten for kasse- og T-tverrsnitt, og det måtte legges inn nødvendig skjærarmering slik at kapasiteten ble godkjent. Ekskludert sikkerhetsfaktorene kan det være at kapasiteten hadde vært tilstrekkelig uten beregningsmessig behov for skjærarmering. I bruddgrense legges det inn usikkerheter i mange forutsetninger, dette kan føre til at der beregnet skjærkapasitet ikke er tilstrekkelig, egentlig holder i praksis (13).

Skjærstrekkberegningene kontrolleres opp mot en påkjenning $V_{Ed.Red}$ istedenfor V_{Ed} ved opplageret. Dette er fordi opplageret fører kreftene ut av konstruksjonen, slik at det ikke oppstår skjærkrefter i opplageret. Med bakgrunn i dette ser man på skjærkreftene som oppstår en avstand d fra kanten av opplageret, der opptredende skjærkrefter er $V_{Ed.Red}$. d er avstanden fra bunn betong til midt i armeringen på strekksiden. Den tar hensyn til miljø, størrelse på armeringsjern og en valgt usikkerhet. I EK2 står det at for konstruksjonsdeler som har skrå gurter defineres det i tillegg to kapasiteter innen skjæreregninger. En for skrå trykkgurt, V_{ccd} , og en for skrå strekkgurt, V_{tf} . Dette skulle tas hensyn til da konstruksjonen har en skrå trykkgurt. Videre fantes det ikke noe mer informasjon om dette i EK2 eller Betongkonstruksjoner og det ble valgt å se bort i fra dette. Dette tas i betraktning med tanke på avvik.

Oppgaven tar ikke for seg torsjon fordi hovedlasten til konstruksjonen og nyttelasten Q er overflatelaster. Torsjon er moment om lengdeaksen og oppstår ved eksentrisk last. Lastene gir ikke noen torsjonsmoment da lasteresultanten blir sentrisk plassert i bjelken. Punktlasten som representerer en person plasseres eksentrisk, likevel er kraften her så liten i forhold til kapasiteten at det antas at det ikke vil gi noe særlig utslag. Dette blir en forenkling av realiteten. Likevel er det ikke uvanlig å anta en sentrisk last. De ulike tverrsnittene er brede og relativt stive, som gjør at torsjonen blir liten og ubetydelig for mengde armering sett i forhold til momentet langs konstruksjonen.

7.2.2 Spenningskontroll

Selv om maksimalt bøyemoment opptrådte i $x=7.46\text{m}$ var det ikke gitt at dette snittet ville gi de største bøyepeningene. Tverrsnittsarealet er størst her, og stort areal reduserer spenninger. Bøyepeningene i en avstand $0\text{m}<x<7.46\text{m}$, hvor tverrsnittsarealet er redusert, ble dermed først antatt å være mer kritisk. Dette viste seg derimot ikke å stemme da momentet vokser eksponentielt og tverrsnittets areal øker lineært. Altså ble forholdet mellom bøyemoment og areal så stort at spenningene viste seg å være størst også i snitt $x=7.46$, hvor bøyemomentet også var størst.

Underveis i oppgaven ble det klart at bruddgrensen til konstruksjonen ikke var et problem, uavhengig tverrsnittene. Faren for at konstruksjonen skal gå i brudd var ikke reell i noen av tilfellene. Dette har med at en reduksjon i kapasitet medførte også en reduksjon i last. Det som ble dimensjonerende, var bruksgrensetilstanden.

7.3 Bruksgrensetilstand

Bruksgrenstilstand tar for seg menneskelig følsomhet, som forskyvninger og svingninger, samt utseende. I bruksgrenstilstand er det mer aktuelt å se på funksjonskravene til konstruksjonen.

7.3.1 Lastkombinasjoner

I starten ble det bestemt at lasten skulle dimensjoneres etter karakteristisk kombinasjon, hvor det ble antatt at nyttelasten og egenlasten var til stede til enhver tid. Dette var for å regne konservativt på lastene. Dette gjenspeilte ikke realiteten da svømmeanlegget vil være stengt store deler av døgnet og trolig ikke vil være en kontinuerlig last på 3.5 kN/m^2 på brettet når anlegget står åpent. Det ble derfor mer aktuelt å bruke ofte forekommende kombinasjon hvor nyttelasten multipliseres med en faktor 0.7.

7.3.2 Kryp og svinn

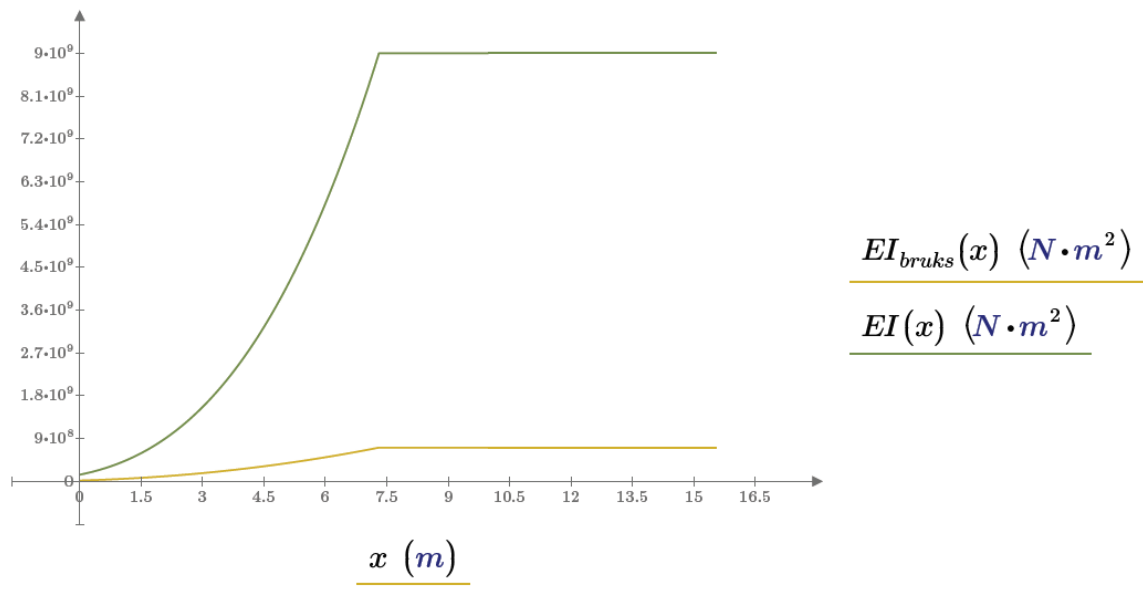
Ved kontroll av kryp og svinn må det fastlås hvilket klima konstruksjonen står i og hvor lang tid betongen får herde før egenlasten og nyttelasten vil virke på konstruksjonen. Siden klimaet i en svømmehall har en relativ høy luftfuktighet, ble det antatt et uteklima hvor den relative fuktigheten var på 80%. I praksis vil det kunne gå lang tid fra stupebrettet er støpt, til bygget er lukket og ferdig, og i bruk. Dermed vil den relative fuktigheten kunne være en del lavere enn antatt den første perioden etter støp. Etter at svømmehallen har åpnet vil fuktigheten være rundt 80%. Det var usikkerheter rundt hvordan den høye fuktigheten ville virke inn på uttørkingssvinnet på konstruksjonen. I første omgang ble det antatt en relativ fuktighet på 100%, noe som viste seg å ikke stemme.

7.3.3 Stadium II

I bruksgrensetilstand kan det regnes på tverrsnittet i to stadier, Stadium I og stadium II. I stadium I regner man med at tverrsnittet vil forbli uopprisset som i bruddgrense. Stadium II tar hensyn til at det risser opp. I teorien ligger de fleste tverrsnittene på en gradvis overgang fra stadiene, kalt tension stiffening, EK2, 7.4.3 (3). Tension stiffening ligger alltid nære stadium II sine verdier, derfor ble det valgt å bare regne bruksgrensetilstand i stadium II. Tverrsnittet antas da å ikke ha nok strekkfasthet.

7.3.4 Bøystivhet

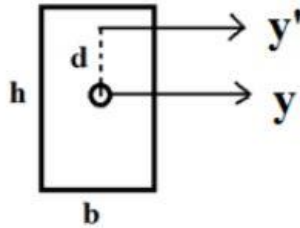
Stivheten til konstruksjonen påvirker beregningene i bruksgrense i stor grad. Stivheten tar for seg tverrsnittets utforming og betongkvalitetens fasthet. Bøystivheten i bruksgrensetilstand er lavere enn bøystivheten i bruddgrense. I bruddgrense tas det hensyn til stivheten ved utregning av de indre kreftene i tverrsnittet, ved disse beregningene er det E_{cm} som legges til grunn. I bruksgrensetilstand tas det hensyn til langstidslaster, kryp, opprisset tverrsnitt og armering i bøystivhet. EI_{bruks} tar for seg en mer reell situasjon, der det er svakheter i konstruksjonen.



Figur 7-1. EI i bruksgrensetilstand sammenlignet med EI i bruddgrense.

For å øke stivheten til konstruksjonen er det enkelt å påvirke det annet arealmoment. Formelen for det annet arealmoment er som følger:

$$I = \left(\frac{b \cdot h^3}{12} \right) + d^2 \cdot b \cdot h$$



Figur 7-2. Det annet arealmoment.

$D^2 \cdot b \cdot h$ er Steiner teorem. Det blir tatt i bruk når tverrsnitt består av flere areal som ikke ligger på samme akse som tyngdepunktaksen. For T- og kassetverrsnitt er dette tilfelle. Ut ifra formelen, leses det at dersom Steiners bidrag økes, vil I også øke. Siden bredden på tverrsnittet er fastslått, er det å øke høyden den andre muligheten til å øke stivheten. Høyden er opphøyd i tredje potens og veier derfor tungt for stivhetsberegninger. Høyden øker stivheten om y-aksen, som er aksens bjelken blir bøyd om. På bakgrunn av dette har monolittisk tverrsnitt størst stivhet i bruddgrensetilstand og bruksgrensetilstand. I de tilfellene hvor stivheten til konstruksjonen ikke er ok, og det ikke er mulig å endre på dimensjonene på tverrsnittet, kan betongkvaliteten økes eller gjøres tiltak for å forbedre omgivelsene til konstruksjonen.

7.3.5 Nedbøyning

Nedbøyningene til alle tverrsnittene var innenfor kravet for korttidsnedbøyningen, representert av personen på 100kg. Nedbøyningskravet for langtidslast var ikke godkjent i seg selv for noen av tverrsnittene. Når konstruksjonen støpes ut er det tenkt at stupebrettet skal stå vinkelrett ut fra veggen til slutt. I de ulike tverrsnittene der nedbøyningen ikke var ok kan dette møtes med bygging av overhøyde. Dette medfører at lastene, og da nedbøyning, vil bidra til å rette ut konstruksjonen til en viss grad. Selv om nedbøyningen minkes av overhøyde vil rissene oppstå som normalt. Disse må dermed kontrolleres i tillegg.

7.3.6 Svingninger

Svingningsberegningene for de ulike tverrsnittene ble forenklet med matrisemetoder. Det ble sett på en homogen bjelke med høyde 0.82m, som er cirka gjennomsnittshøyden til stupebrettet. På grunn av bjelkens helning var det usikkert om dette var en korrekt antagelse å ta. At bjelkens tverrsnitt egentlig minskes fra opplegget og ut langs utrageren, gjør beregningene mindre presise. Samtidig vil også stivheten bli redusert utover i tverrsnittet pga. varierende høyde. Resultatene ga likevel tydelige svar på hvilken *tverrsnittform* som var det beste alternativet for å nå egenfrekvenskravet, selv om det ikke ga en korrekt gjengivelse av konstruksjonens faktiske egenfrekvens.

Tabell 7-2. Sammenligning av volum og stivhet

Tverrsnitt	Eigenfrekvens [Hz]	Stivhet [$N \cdot m^2$]	Volum [m^3]
T-tverrsnitt, tynn flens	6.105	$2.177 \cdot 10^9$	17.027
Monolittisk	6.074	$4.855 \cdot 10^9$	38.456
Kasse	7.804	$3.769 \cdot 10^9$	19.356

Høy stivhet og lav egenvekt er viktige faktorer i egenfrekvensberegningene. Monolittisk tverrsnitt har størst stivhet, men på grunn av dens store tyngde har tverrsnittet lavest egenfrekvens. Tverrsnittet er tyngre enn det er stivt og får dermed lavest egenfrekvens. Kasseprofil har et betydelig redusert volum samtidig som det har høy stivhet, dermed kom kasseprofilet best ut.

Dersom konstruksjonen deles inn i flere elementer blir resultatet mer korrekt. Det ble derimot sett at å endre fra 4 til 6 elementer ikke utgjorde en særlig stor forskjell, og det ble dermed valgt å bruke i 4 elementinndelinger i beregningene.

7.4 Tverrsnitt

7.4.1 Monolittisk tverrsnitt

Det monolittiske tverrsnittet var det desidert tyngste tverrsnittet. Den store egenvekten ga stor langtidsnedbøyning, men hadde derimot god kapasitet for moment- og skjærpåkjenninger. Kravet for egenfrekvens ble ikke oppfylt. Svakheten til monolittisk tverrsnitt var tyngden i forhold til stivhet. Til tross for at bøyestivheten var den største av alle tverrsnittene, motvirket egenvekten dens fordel og ga konstruksjonen lav egenfrekvens. Dette viser hvor viktig det er med en lett konstruksjon om det ønskes høye egenfrekvenser. Et alternativ kunne derfor vært å se bort ifra helningen på 10 grader, og heller dimensjonert på en bjelke med høyde 250mm fra starten av bjelken, og helt inn til opplageret. Dette ville redusert vekten betraktelig. Det er derimot ikke sikkert at et så lite tverrsnitt ville nådd alle kravene i verken brudd- eller bruksgrense. Alternativt kan det fjernes masse inne i profilet, som da blir et kasseprofil.

7.4.2 T-tverrsnitt

T-tverrsnitt deles inn i tynn eller tykk flens avhengig av forholdet mellom tykkelsen på steget og d . For betongklasse B45 blir flensene antatt som tynne dersom tykkelsen på flensen dividert på d ikke overskrider 0.33, i henhold til beregningsmodellen til Sørensen Tabell 4.6 (13). På grunn av dette valgte gruppen å dimensjonere to T-tverrsnitt, et med tykk flens og en med tynn flens. Det ble antatt at tynn flens ville være det beste alternativet. Begge ble derimot beregnet for å sammenlignes.

Utfordring med T-tverrsnittet var hvordan den effektive bredden, b_{eff} , skulle defineres. EK2 5.3.2.1 definerer effektiv flensbredde for alle grensetilstander. Gjennom sammenligning av stupebrettet og definisjonen i Figur 5.2 i EK2 fikk bjelken tre ulike avstander for l_0 . l_0 er avstanden mellom momentnullpunktene og tar hensyn til lengden av utkrageren og tilstøtende felt. I de tre snittene ble b_{eff} ulik. Dette er fordi kritiske tverrsnitt trenger større effektiv bredde enn mindre kritiske snitt. Altså vil effektiv bredde på utkrager være bredere enn i tilstøtende felt. For videre regning ble det bestemt at den største verdien for b_{eff} skulle brukes siden det mest kritiske snittet krevde det. Som en merknad under Figur 5.2 står det i EK2 «Lengden av utkrageren l_3 bør være mindre enn halvparten av spennvidden i det tilstøtende feltet, og forholdet mellom spennvidder i nabofelt bør ligge mellom 2/3 og 1.5» (15). Det ble likevel valgt å bruke reelle lengder slik de er. Dette fordi merknaden spesifiserte at man bør, ikke må, og at det ble uærlig å endre lengden på utkrageren. Effektiv bredde gjelder for T-tverrsnittet med tynne flenser og ikke for tverrsnittet med tykke flenser. Her ble den effektive bredden lik total bredde, da tverrsnittet ble sett på som to rektangulære tverrsnitt.

Bredden av steget og høyde av flens i T-tverrsnitt ble først dimensjonert slankest mulig, med ønske om å redusere vekt. Det ble problematisk da steget hovedsakelig var i trykk i bjelken. Store spenninger oppsto og ble kritiske for konstruksjonen. Løsningen var å øke bredden på steget. Et annet alternativ kunne vært å endre tverrsnittets form ved å lage to steg på T-tverrsnittet. Høyden på flensen kunne forbli lav på grunn av tverrsnittet sin store bredde.

Ved beregning av bøyemomentkapasiteten for tynne T-tverrsnitt regnes momentkapasiteten M_{Rd} med hensyn på både betongen og armeringens fasthet. $M_{Rd,A}$ tar for seg armeringens dimensjonerende flytegrense og dens areal, og $M_{Rd,B}$ tar for seg dimensjonerende betongtrykkfasthet og dens effektive areal. Den laveste kapasiteten blir den dimensjonerende, i henhold til beregningsmetoden i boken *Betongkonstruksjoner* ligning (4.33) (13). For T-

tverrsnittet med tynn flens ble momentkapasiteten fra armeringen dimensjonerende. T-tverrsnittet med den tykke flensen blir etter EK2 beregnet som et rektangulært tverrsnitt. Det er dermed ulike måter å betrakte tverrsnitt på. Siden det regnes på to materialer vil det viktigste vil være å beregne kapasiteten på en måte som viser at ulike deler av tverrsnittet tar opp forskjellige krefter.

Svakhetene til T-tverrsnitt var at det ikke hadde god nok stivhet til å få en egenfrekvens over 10 Hz. Ved læring og betraktning av tverrsnittene sine egenskaper ble det diskutert om et T-tverrsnitt med to steg på endene hadde vært en mer optimal løsning. Tverrsnittet vil da bli mer tilnærmet lukket, få en større stivhet og større areal i trykksonen til å ta opp spenninger.

7.4.3 Kasseprofil

Ved dimensjonering av kassetverrsnittet ble trykksonehøyden satt lik tykkelsen på platene. Dette ble gjort for å forenkle beregningene. I teorien er trykksonehøyden høyere enn den som ble valgt, da den begir seg videre opp i steget. Dette gjør at momentkapasiteten til kassetverrsnittet er noe større enn det som kom fram ved beregningene. Det var også mulig å se på kassetverrsnittet som T-tverrsnitt med en plate på undersiden.

Da annet arealmoment skulle beregnes ble Steiners bidraget på stegene lik null, dette var som forventet på grunn av symmetri om y-akse. Arealsenteret opptrådte i tyngdepunktet til kassetverrsnittet.

Kasseprofilen hadde to overdekninger, en ut mot omgivelsene og en inn til hulrommene. Omgivelsene til betongen i hulrommene vil være mer skånsom mot betongen og derfor ble overdekningen der mindre. Hulrommene skal fylles med XPS. Derfor ble den indre overdekningen på 45mm. Den ytre overdekningen ble lik som ved de andre tverrsnittene. I den første meteren fra enden av stupebrettet vil tverrsnittet være monolittisk. Det må være slik da platene har en tykkelse på 180mm hver.

Grunnet den smale bredden på stegene ble det valgt stangarmering istedenfor bøyler som skjærarmering. Som ettertanke ble det ikke tatt hensyn til hvorvidt stangarmering er praktisk å støpes ut med og hvor tilgjengelig det er på markedet. Strekkspenningene i stålet var i første omgang ikke godkjent, da måtte armeringsmengden øke.

Endring av tverrsnittets dimensjoner og mengde armering er dermed to faktorer som kan endres for å redusere spenningene. Det må vurderes i hvert enkelt tilfelle hva som vil være gunstigst, med tanke på tid, økonomi, og utførelse.

Etter beregningene er utformingen av kasseprofilet det mest optimale. Likevel holdt ikke tverrsnittet kravet til egenfrekvens. Hadde høyden økt noe ville trolig egenfrekvensen oppfylt kravet sitt. Da det i oppgaven var bestemt høyden på forhånd, ble ikke dette gjennomført.

7.5 Økonomi

Ved beregning av økonomi ble det sett på kostnaden av materialene betong og armering. Det ble ikke tatt hensyn til montering, frakt og ulik forskaling. I praksis utgjør kostnaden av materialene til stupebrettet vesentlig lite i det totale budsjettet til et byggeprosjekt. Er det derimot et ønske å redusere kostnader, kan tverrsnittets utforming utgjøre forskjeller.

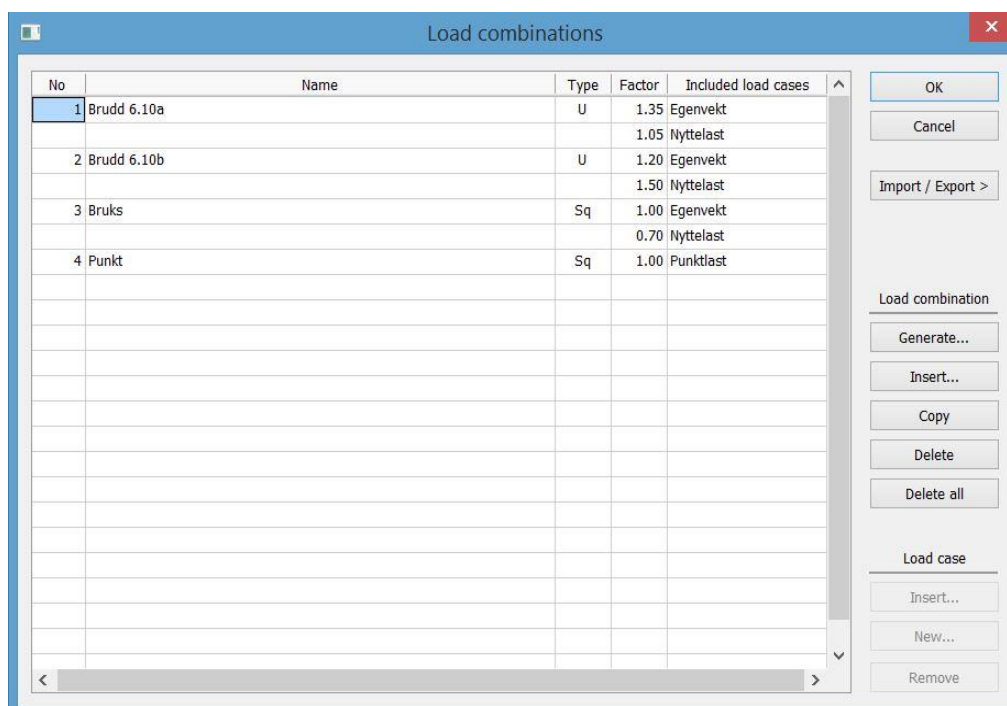
7.6 Miljøbelastning

Miljøbetraktningen av stupebrettet tok for seg CO₂-utslippet fra produksjon av betong og armering. Hvor stort miljøavtrykk materialene har under levetiden og i slutfasen ble ikke tatt hensyn til, da dette ikke er hovedfokuset til oppgaven. Innen miljøaspektet til konstruksjonen er det mye som kan inkluderes, som utslipp ved frakt, utførelse under betongstøpingen og riving.

7.7 FEM-design

Det var tenkt i forkant av oppgaven at FEM-design skulle brukes underveis ved beregningene for å kvalitetssikre arbeidet. Siden enhetslastmetoden var lett å kontrollere underveis, ble ikke FEM-design tatt i bruk før i slutten av oppgaven. Hovedfokuset i oppgaven var ikke å bruke FEM-design, men at gruppen skulle få en større forståelse for metodene som ligger til grunne for beregning av betongkonstruksjoner. Gruppen er kjent med at i arbeidslivet vil regne- og analyseprogram tas i bruk tidligere i en oppgave en slik det ble gjort her. Det ble likevel foretatt en sammenligning av resultatene.

I FEM-design ble lastkombinasjonene definert som vist i figur 7-3. De samme faktorene ble også brukt i MathCad. Ved bruksgrenseberegninger ble E-modul satt lik beregnet verdi for hvert profil. Det ble lagt inn kryptall og svinntall. Det ble også analysert med opprisset tverrsnitt.



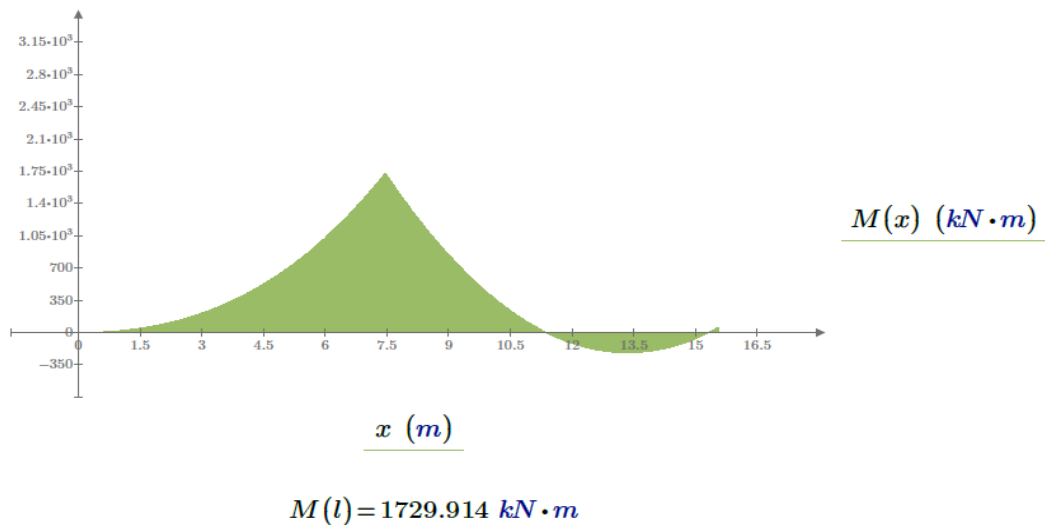
No	Name	Type	Factor	Included load cases
1	Brudd 6.10a	U	1.35	Egenvekt 1.05 Nyttelast
2	Brudd 6.10b	U	1.20	Egenvekt 1.50 Nyttelast
3	Bruks	Sq	1.00	Egenvekt 0.70 Nyttelast
4	Punkt	Sq	1.00	Punktlast

Figur 7-3. Lastkombinasjoner fra FEM-design.

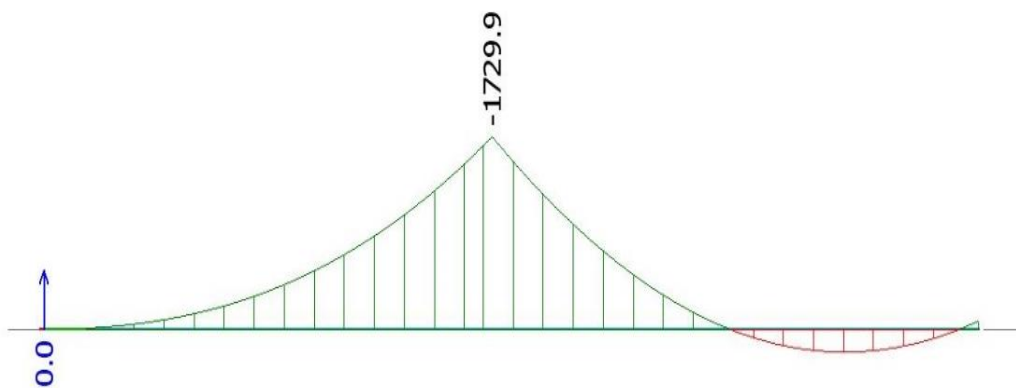
7.7.1 Sammenligning av momentdiagram

Verdiene fra MathCad ble sammenlignet med verdiene fra FEM-design. Dette forsterket metodene som ble brukt i oppgaven da verdiene stemte overens med hverandre. For eksempel kan bøyemomentdiagrammet til det monolittiske tverrsnittet sammenlignes:

Her vises hvordan momentdiagrammet for det monolittiske tverrsnittet ser ut i MathCad og i FEM-design. Formen er lik i begge tilfellene og i snitt $x=7.46\text{m}$ har kurvene toppunktet sitt med en verdi på 1729.9kN .



Figur 7-5. Momentdiagram monolittisk tverrsnitt 6.10a



Figur 7-4. Momentdiagram for monolittisk tverrsnitt i FEM-design

7.7.2 Sammenligning av egenfrekvenser

Ved svingningsberegningene stemte verdiene godt overens for monolittisk tverrsnitt. Beregningene i MathCad var mer konservative, så at verdiene i FEM-design var større enn i MathCad var som forventet.

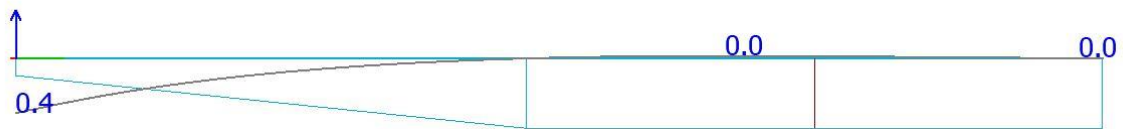
$$fr = \begin{bmatrix} 0.159 \\ 0.159 \\ 0.159 \\ 6.074 \\ 35.707 \\ 52.671 \\ 131.774 \\ 183.044 \\ 337.115 \\ 582.894 \end{bmatrix}$$

Figur 7-6. Verdier for egenfrekvens for monolittisk tverrsnitt i MathCad.

Translational displacements			
No.	Frequency [Hz]	Period [s]	^
1.	6.000	0.167	
2.	6.079	0.164	
3.	22.102	4.525e-02	
4.	28.845	3.467e-02	

Tabell 7-3. Verdier for egenfrekvens monolittisk tverrsnitt i FEM-Design

7.7.3 Nedbøyning illustrert av FEM-design



Figur 7-7. Monolittisk nedbøyning punktlast, FEM-design



Figur 7-8. Monolittisk nedbøyning, FEM-design

Figurene 7-7 og 7-8 viser nedbøyningen for det monolittiske tverrsnittet illustrert. Verdiene er oppgitt i mm.

7.8 Feilkilder

Med antagelser og forenklinger får man ikke fram til det eksakte resultatet, men en tilnærming. Dette er en feilkilde. Tolkning av standarder, litteratur og kilder er også til en viss grad individuelt og kan gi ulike utfall. Det er brukt Norske Standarder for best mulig sikre samme kvalitet ved dimensjonering, men standarder og regelverk kan derimot endre seg over tid og det er også brukt eldre litteratur i oppgaven. Menneskelige feil kan oppstå inne på regnearkene til MathCad og FEM-Design, ved inntasting av ukorrekte verdier eller kommandoer. Det samme gjelder for håndberegningene.

8 Konklusjon

Alle tverrsnittene hadde god nok kapasitet i styrkeberegningene. I noen tilfeller var det nødvendig med beregningsmessig behov for armering. Som regel holdt det med minste armering. Bjelken holder dermed i alle bruddgrenseberegningene, uansett tverrsnitt.

For kravene som er satt til oppgaven, var det *bruksgrense* som ble dimensjonerende for bjelken. Ved nedbøyningskontroll var det nødvendig å ta hensyn til en lavere E-modul, da flere faktorer reduserer fastheten. Opprissing på grunn av strekkrefter, svinn på grunn av uttørking og kryp på grunn av langtidslaster endret fastheten i stor grad. Spenningsbegrensningene måtte kontrolleres for både spenningene i betongen og spenningene i stålet. Det var ikke alltid disse kontrollene var ok. Hvor strekkfastheten var for lav i bruksgrense, ble armeringsmengden økt for å ta opp armeringsspenningene. Der trykkfastheten ikke var tilstrekkelig, ble betongtrykksonens bredde økt.

Med tanke på miljø var det T-tverrsnittet med tynn flens som kom best ut. Kasseprofilen kom også godt ut, men krevde et større volum av betong, noe som gjorde at klimagassutslippet økte. Det monolittiske tverrsnittet var uten tvil dårligst av de tre utformingene. Her var det mye ubrukt kapasitet, noe en ikke ønsker ved optimalisering. Størrelsen gjorde og at den hadde en høy kostnad og ga høyest CO₂-utslipp.

Et basseng av olympisk standard stiller egne krav til brukbarheten til stupebrettet, og dette møtes best med et kassetverrsnitt. De hule rommene gjør at vekten reduseres kraftig sammenlignet med et monolittisk tverrsnitt. Tverrsnittet har høyest egenfrekvens som nærmest tilfredsstillende kravet om svingninger. Dette skilte kassetverrsnittet fra de andre. Endring av tykkelse på stegene, platene samt endring av høyden kan også gjøres for å tilpasse tverrsnittet til hvert enkelt prosjekt. Justeringer i for eksempel høyde kan møte svingningskravet. Kassetverrsnittet fungerte også godt da dette er et lukket profil, som resulterte i mindre nedbøyning i tverretning. Den lille differansen i kostnad og miljøutslippet mellom T-tverrsnitt og kasse-tverrsnitt gjør og dette til et relativt billigere og mer miljøvennlig alternativ. På grunnlag av beregningene og kontrollene konkluderes det at et kassetverrsnitt er det gunstigste tverrsnittet for et utkraget stupebrett i betong.

9 Veien videre

For å utføre en fullstendig optimalisering av betongstupebrettet må det ses på flere aspekter. I dag hvor det i byggebransjen strebes etter en løsning som sparer mest tid, penger og samtidig miljøet er en optimalisering ønsket.

I oppgaven ble det konkludert til hvilket tverrsnitt som var mest lønnsomt. Det ble ikke sett på hvordan forankringen av armeringen skulle utføres. Innfestningen og forankringen i veggene ville beregnes etter EK2. (8.4.4) og vil en ha innvirkning på den totale armeringsmengden til stupebrettet. Videre kunne optimaliseringen vært å bruke andre betongkvaliteter og typer armering.

Spennarmert betong blir mye brukt i dag. Det er ikke umulig å anta at det hadde vært en mulighet for at stupebrettet kunne bestå av spennarmering. Det er ikke gjort en sammenligning av bruken av spennarmering kontra slakkarmeirng i oppgaven. Da hadde beregningsgrunnlaget vært helt annet enn det som er brukt i besvarelsen.

10 Utvikling og forskning

Fram til nå har oppgaven tatt for seg optimalisering ved å se på geometrien til tverrsnittene. Videre skal det undersøkes hvorvidt det er mulig å optimalisere produksjonsteknikken til betongen.

10.1 Lavkarbonbetong

I dagens samfunn er miljøet viktigere enn noen gang. Kloden er truet på grunn av hvordan mennesker bruker miljøødeleggende ressurser uvitende av konsekvensene. For å redusere utslippene blir det blant annet tatt i bruk fornybar energi istedenfor olje, kull og gass (24). Som beskrevet i kapittel 2.2 har enda ikke forskerne kommet med et godt alternativ som kan erstatte sement. Sementproduksjonen står for 5-8% av det globale klimagassutslippet i verden (6). Det er dermed et nyttig tiltak å se på hvordan redusere CO₂-utslippet rundt produksjonen av sement. Denne prosessen har allerede startet og resultatet er lavkarbonbetong.

I løpet av de siste årene har det blitt utviklet ny produksjonsteknikk for betong. I 2019 ga Norsk Betongforening ut siste reviderte publikasjon av Lavkarbonbetong. Der defineres lavkarbonbetong som *konstruksjonsbetong produsert i samsvar med reglene i NS-EN 206+NA, hvor det er gjort tiltak for å begrense klimagassutslippet* (25).

Lavkarbonbetong deles i fire klasser; lavkarbon B, lavkarbon A og lavkarbon Pluss og lavkarbon Ekstrem. Klassene defineres ut ifra grenseverdiene på hvor stort klimautslippet fra produksjonen til fasthetsklassene B20-B65 er. Klasse Pluss og Ekstrem er de strengeste klassene hvor klimagassutslippet skal være lavest. For å oppnå disse to klassene kreves bruk av spesielle bindemiddelsammensteninger som per dags dato ikke er tilgjengelige for alle prosjekt, og de har flere begrensinger enn i standardverket. Det er bare i de største byene disse klassene er tilgjengelige. Klimagassutslippet oppgis for 1m³ betong og dekker livsløpet fra råvareuttak til den ferdigblandede betongen forlater blandeverkets fabrikkport (26).

I produksjonen av klinker, som videre males til sement, brukes store mengder energi til oppvarming av sementovnen. For lavkarbonbetong fyres ovnen med brennstoff basert på avfall istedenfor fossilt brensel. Dette bidrar betydelig til en reduisering av CO₂-utslippet. Å bruke varmegjenvinning fra ovnene videre i sementproduksjonen reduserer også mengde brennstoff som trengs videre i produksjonen. Det er ikke mulig å redusere utslippet fra selve

kalsineringsprosessen, da CO₂ spaltes fra kalksteinen i brenningen. Derimot kan mengde sementklinker i den ferdige sementen reduseres ved å bruke tilsetningsmaterialer som har gode bindemiddelegenskaper. Dette gjøres ved å bruke tilsetningsmaterialene silikastøv og flygeaske. Det må alltid være tilsatt en viss mengde sementklinker for at sementen skal beholde sin funksjon.

For å redusere utslippet er det flere parametere å se på: tilgjengeligheten av aktuelle bindemiddeltypene, medgått bindemiddelmengde ved bruk av lokale tilslag, transportavstand av råvarer til betongfabrikk og til slutt kompetanse og erfaring hos betongleverandør (26).

10.2 Lavkarbonbetong i Tromsøbadet

For å oppnå minst mulig transportutslipp er det nødvendig å undersøke hva de nærmeste betongprodusentene har å tilby. Avstanden fra råvare til fabrikk medregnes i utslippet til lavkarbonbetongen. For totalutslippet til et prosjekt er det like viktig å se på avstanden fra betongfabrikken til prosjektet, og gjennomførbarheten av transporten mellom disse. For å få levert lavkarbon A til Tromsø i Nord-Norge vil det være nødvendig med større tiltak som vil påvirke betongens ferske og herdende egenskaper.

Bransjereferansen baseres på innhentede EPD-er fra en rekke betongprodusenter i alle regioner. Referansen representerer realistiske verdier for klimagassutslipp ved ordinære produksjoner i de regionene som har de minst gunstige forutsetningene(25).

Det reduseres 70 kg CO₂-ekvivalent pr. m³ betong om betongklassen endres fra B45 til klasse B for oppgaven. Betongklasse B kan oppnås med ordinære resepttekniske tiltak, som å tilsette silikastøv og flygeaske. For at det skal være mulig å kunne benytte seg av lavkarbonbetong i klasse A må miljøvennlige bindemidler gjøres tilgjengelige i nye områder.

Tabell 10-1. Lavkarbonbetongklasser med grensesnitt for klimagassutslipp i 2019.

Fasthetsklasse ¹⁾ og lavkarbonklasse	B20	B25	B30	B35	B45	B55	B65
Maksimalt tillatt klimagassutslipp [kg CO ₂ -ekv. pr m ³ betong]							
Bransjereferanse	240	260	280	330	360	370	380
Lavkarbon B	190	210	230	280	290	300	310
Lavkarbon A	170	180	200	210	220	230	240
Lavkarbon Plus ²⁾			150	160	170	180	190
Lavkarbon Ekstrem ²⁾			110	120	130	140	150

- 1) Se kapittel A2 om sammenhengen mellom fasthetsklasser, bestandighetsklasser og karbonklasser
- 2) Mulig nivå for enkelte prosjekt, men med flere begrensninger i standardverket, og begrenset tilgjengelighet. Gjennomførbarhet må avklares i hvert enkelt prosjekt

10.2.1 Hyperloop

Med dagens infrastruktur kan ikke fersk betong av klasse Pluss eller Ekstrem fraktes til Nord-Norge. Hyperloops er et pilotprosjekt av tog som går på magnetisk levitasjon gjennom et lavtrykksrør (27). Transportformen er miljøvennlig og skal nå hastigheten tilsvarende et fly. Dette vil revolusjonere transport av gods og mennesker i fremtiden. Ved å ta i bruk Hyperloop som transportmiddel for lavkarbonbetong vil det minke transportutslippet og gi mulighet til å frakte produktet til hele landet. Transporttiden er kort slik at betongen holdes fersk, og transportsystemet slipper ikke ut klimagasser.

11 Refleksjon

Dette kapittelet tar for seg hvordan prosessen under arbeidet av oppgaven fungerte.

Oppgaven har bydd på oppturer og nedturer. Det var frustrerende tider hvor arbeidet stagnerte, og tider som var mer produktive som ga gode og logiske resultater.

Gruppen ble dannet allerede høsten 2019, og det var store forventinger til den kommende våren. Alle hadde ulike fagområder som de var sterke på, noe som gjorde at det ble et godt samarbeid. Det var en fordel at oppgaven var noe hele gruppen fant interessant. Dette økte motivasjonen, og gjorde det spennende å arbeide med. Ønsket var hele tiden en optimaliseringsoppgave kontra en ren dimensjoneringsoppgave, da det var interessant å vurdere ulike resultater opp mot hverandre. Dette skapte flere diskusjoner, som resulterte i mer forståelse.

Før 12. mars satt gruppen på universitetets campus og jobbet sammen. Da var intern veileder ikke langt unna og de andre gruppene like ved. En gang i uken arbeidet også gruppen på kontoret til Asplan Viak, slik at ekstern veileder kunne bidra med hjelp. Som følge av den økende smittefaren på grunn av korona-viruset, ble det etter en pressemelding torsdag 12. mars kjent at alle universiteter måtte stenges. Dette skapte fortvilelse og usikkerhet hos gruppen da datasaler, veiledning og biblioteker ikke lenger var like lett tilgjengelig.

Grunnet dagens teknologi ble møtene med ekstern veileder over Teams og det ble arrangert ukentlige Skype-møter med intern veileder. For gruppen hadde det mye å si, da det ble en fast dag i uken til å spørre spørsmål på. Til tross for omstendighetene fungerte dette bedre enn forventet, og det ble satt pris på at det ble satt av tid til oss.

Det var vemodig stemning da oppgaven var ferdig. Innleveringen symboliserte avslutningen på det treårige byggingeniør-studiet og var en stor milepæl. Oppgaven ga et stort læringsutbytte og gruppen endte opp med å levere noe de var fornøyde og stolte av.

12 Figurliste

Figur 1-1. Illustrasjon av stupetårnet prosjektert av Asplan Viak.	1
Figur 2-1. Kalsineringsprosessen.....	4
Figur 3-1. Statisk system.....	8
Figur 3-2. Mål av stupebrett.....	8
Figur 3-3. Effektiv lengde.....	9
Figur 3-4. Monolittisk tverrsnitt.	11
Figur 3-5. T-tverrsnitt.	11
Figur 3-6. Kassetverrsnitt.....	11
Figur 3-7. Aksesystem.	12
Figur 4-1. Spenning- tøyningssammenheng for betong med ulike fastheter.	17
Figur 4-2. Hentet fra kapittel 3 i Eurokode 2. Betongens spenning-tøyning sammenheng.....	18
Figur 4-3. Rektangulær spenningsfordeling.	18
Figur 4-4. Spenning- tøyningssammenheng for varmvalset stål.	19
Figur 4-5. Torsjonsforklaring.....	23
Figur 5-1. Beregning av tøyninger og spenninger i betongtverrsnitt.....	31
Figur 6-1. Monolittisk tverrsnitt.	33
Figur 6-2. 3D-figur fra FEM-design.	33
Figur 6-3. T-tverrsnitt med armering, tynn flens.	34
Figur 6-4. 3D-Figur fra FEM-design.	34
Figur 6-5. T-tverrsnitt med armering, tykk flens.	35
Figur 6-6. 3D-Figur fra FEM-design.	35
Figur 6-7. Utforming av kassetverrsnitt.....	36
Figur 6-8. 3D-Figur fra FEM-design.	36
Figur 6-9. Momentdiagrammets form.....	37
Figur 7-1. EI i bruksgrensetilstand sammenlignet med EI i bruddgrense.....	46
Figur 7-2. Det annet arealmoment.	47
Figur 7-3. Lastkombinasjoner fra FEM-design.	52
Figur 7-4. Momentdiagram for monolittisk tverrsnitt i FEM-design	53
Figur 7-5. Momentdiagram monolittisk tverrsnitt 6.10a	53
Figur 7-6. Verdier for egenfrekvens for monolittisk tverrsnitt i MathCad.....	54
Figur 7-7. Monolittisk nedbøyning punktlast, FEM-design	54
Figur 7-8. Monolittisk nedbøyning, FEM-design.....	54

13 Tabelliste

Tabell 2-1. Utslippsmengde CO ₂	4
Tabell 2-2. Pris materialer.....	5
Tabell 3-1. Betongegenskaper.	7
Tabell 3-2. Armeringsegenskaper.....	7
Tabell 3-3. Olympiske krav.	10
Tabell 3-4. Lastsituasjoner. Tabell NA.A1.2(B).....	14
Tabell 3-5. Utrechnet lastsituasjoner. Tabell NA.A1.2(B).....	14
Tabell 6-1. Utnyttelsesgrad.....	38
Tabell 6-2. Nedbøyning.	38
Tabell 6-3. Egenfrekvens.	39
Tabell 6-4. Areal og volum.....	39
Tabell 6-5. Kostnad.....	40
Tabell 6-6. Miljøbelastning.....	40
Tabell 7-1. Utrechnet lastsituasjoner.	42
Tabell 7-2. Sammenligning av volum og stivhet.....	48
Tabell 7-3. Verdier for egenfrekvens monolittisk tverrsnitt i FEM-Design	54
Tabell 10-1. Lavkarbonbetongklasser med grensesnitt for klimagassutslipp i 2019.....	59

14 Kildeliste

1. Svømming. Spesifikasjon for svømmeanlegg 2018, mai [Available from: <https://svømming.no/wp-content/uploads/2018/05/SpesifikasjonMai2018-red.pdf>].
2. Asplan Viak. OM ASPLAN VIAK 2020 [Available from: <https://www.asplanviak.no/om-asplan-viak/>].
3. naob. optimalisere [Available from: <https://naob.no/ordbok/optimalisere>].
4. FN. FNs bærekraftsmål 2020, januar 28 [Available from: <https://www.fn.no/Om-FN/FNs-baerekraftsmaal>].
5. Regjeringen. Hva kan byggebransjen gjøre for å redusere klimautslippene? 2020, oktober 03 [Available from: <https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/hva-kan-byggebransjen-gjore-for-a-reducere-klimautslippene/id2692924/?fbclid=IwAR3c4SxDAXFGPgESqScIt7yx0oRcBZddemB2ZmvgMYsI1w4ZBjJPuIjmp7Y>].
6. CO2-earth. Global Carbon Emissions 2014 [Available from: <https://www.co2.earth/global-co2-emissions>].
7. bbc. Climate change: The massive CO2 emitter you may not know about 2018, desember 17 [Available from: https://www.bbc.com/news/science-environment-46455844?fbclid=IwAR2SCrWtI-5Poz_EgJkTxHbcJPKkMyDnlTYRJSdc66di1FBiqc7eE09uwbc].
8. epd-norge. ENVIRONMENTAL PRODUCT DECLARATION B45 SV Standard, D-max 22 mm, Synk 200 2020 [Available from: https://www.epd-norge.no/getfile.php/1312308-1581073409/EPDer/Byggevarer/Ferdig%20betong/NEPD-2035-906_B45-SV-Standard--D-max-22-mm--Synk-200-mm.pdf].
9. epd-norge. ENVIRONMENTAL PRODUCT DECLARATION Rebars - Baltic region 2020 [Available from: https://www.epd-norge.no/getfile.php/1312689-1583331911/EPDer/Byggevarer/St%C3%A5lkonstruksjoner/NEPD-2084-939_Rebars---Baltic-region.pdf].
10. Norbetong. Betongfakta [Available from: <https://www.norbetong.no/no/Betongfakta>].
11. Bergbetong. Prisliste 2020 [Available from: https://www.bergbetong.no/dokumenter/Prisliste01042019.pdf?fbclid=IwAR1O5WY34wTMpLCrRoESumwxPM09q_B3xJKrVkf4Nz8fAyXDQFVUVc-gNpI].
12. Norsk stål. KAMSTÅL NS 3576-3 B 500 C 2020 [Available from: <https://www.norskstaal.no/produkter/armering/kamstaal-b500nc-8-mm-x-12-m-1>].
13. Svein Ivar Sørensen. Betongkonstruksjoner, Beregning og dimensjonering etter Eurocode 2: Fagbokforlaget; 2013, juni.
14. Kontrollrådet. Betongens ABC 2020 [Available from: <https://www.kontrollbetong.no/betongens-abc/>].

15. Standard Norge. Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner Del 1-1 Almenne regler og regler for bygninger. 2018.
16. Norge S. Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner. standard.no2016.
17. Strusoft. FEM-design 2018, april 18 [Available from: <https://strusoft.com/structural/analysis/fem-design>].
18. Alfasoft. MATHCAD PRIME 2020, mai 09 [Available from: <https://www.alfasoft.com/no/produkter/matematikk/mathcad.html>].
19. NTNU. Enhetslastmetoden. 2016.
20. Vinje L. Betongelementboken bind B Avstivning og kraftoverføring: Betongelementforeningen; 2016.
21. Betongelementforeningen. Svingninger av betongelementer: Betongelement.no; 2005 [Available from: <https://www.betongelement.no/siteassets/dokumenter/svingningavbetongelementer.pdf>].
22. Bergan PG, Mollestad, Egil, Larsen, Per Kr. Svingning av konstruksjoner: Tapir; 1986.
23. Per Kr. Larsen AHC, Arne Aslberg. Stålkonstruksjoner profiler og formler: Fagbokforlaget; 2003.
24. hovedorganisasjon N. nho.no: Næringslivets hovedorganisasjon; [Available from: <https://www.nho.no/publikasjoner/p/naringslivets-perspektivmelding/vare-naturressurser/>].
25. Fabeko. LAVKARBONBETONG 2015, mai [Available from: https://fabeko.no/assets/Komplett_NB-37-Lavkarbonbetong.pdf].
26. Lavkarbonbetong [press release]. Norsk Betongforening2019.
27. one VH. Facts & Frequently Asked Questions 2019 [Available from: <https://hyperloop-one.com/facts-frequently-asked-questions>].

15 Vedleggsliste

Vedlegg A: Artikkel

Vedlegg B: Plakat

Vedlegg C: Beregninger monolittisk tverrsnitt

C.1 Bruddgrense

C.2 Bruksgrense

Vedlegg D: Beregninger T-tverrsnitt med tykk flens

D.1 Bruddgrense

D.2 Bruksgrense

Vedlegg E: Beregninger T-tverrsnitt med tynn flens

E.1 Bruddgrense

E.2 Bruksgrense

Vedlegg F: Beregninger kassetverrsnitt

F.1 Bruddgrense

F.2 Bruksgrense

Vedlegg G: Regneark

G.1 Areal- og volumberegninger av armering og betong

G.2 Økonomi

G.3 Klimagassutslipp

VEDLEGG A



Stupebrettene i bruk i Tromsøbadet. Foto: Markus Kristoffer Dreyer, Nordlys.no.

Optimalisering av stupebrett i betong

Skrevet av: Nanna Thoen Frogner, Kornelia Hareide Krokeide, Live Frøfford Tungesvik

Sommeren 2019 sto et nytt badeanlegg i Tromsø ferdig. Anlegget inkluderte et basseng av olympisk standard med tilhørende stupetårn. Stupebrettene ble oppført i betong, og det ble stilt egne krav til både styrken og stivheten. En utfordring ved prosjektering av disse, var hvordan tverrsnittet skulle utformes for å best mulig møte kravene.

Olympiske krav

Olympisk standard stiller strenge krav til dimensjonering av stupebrettene. En last på en person på 100kg på stupebrettets forkant skal ikke gi en nedbøyning på over 1mm. Samtidig skal konstruksjonen ha en egenfrekvens på over 10Hz. Begge kravene stilles for å sikre olympisk kvalitet på badeanlegg ved konkurransebruk.

Utforming

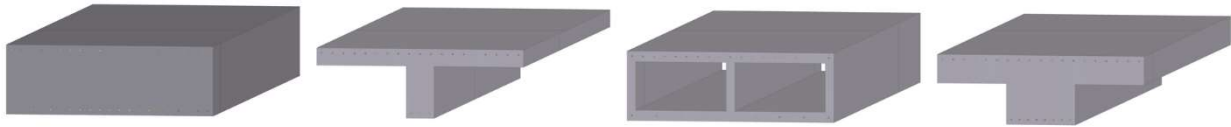
En gruppe studenter fra NTNU har gjennom en studie sett på hvordan optimalisere utformingen til

stupebrettene. Det ble tatt for seg tre ulike utforminger av tverrsnittet; monolittisk, T- og kassetverrsnitt. Det ble undersøkt hvilke tverrsnitt som holdt kravene fra Norsk Standard, og samtidig ga økonomiske og miljømessige goder.

Som dimensjoneringsgrunnlag ble det tatt utgangspunkt i 10-meteren. Det var bare endring i tverrsnittets form som skulle optimaliseres, da bredde, spennvidde og høyde var gitt. Dette tydeliggjorde hvilke utformingsendringer som påvirket de ulike egenskapene.

Miljø i fokus

Miljøutfordringen i dagens samfunn er noe byggebransjen må ta stilling til. Betong er et svært anvendelig materiale til flere bruksområder, men gir store klimagassutslipp ved sementproduksjon.



De ulike tverrsnitts-utformingene som ble inkludert i optimaliseringsprosessen. Fra venstre: Monolittisk, tynt T-tverrsnitt, kassetverrsnitt og tykt T-tverrsnitt.

Optimalisering av betongkonstruksjoner er dermed ettertraktet. Ønsket er en god utnyttelsesgrad, samtidig som materialbruken reduseres.

Godkjent etter Norsk Standard

De ulike utformingene viste seg å holde alle krav gitt av Norsk Standard. Kapasiteten er dermed god nok uavhengig av hvilket tverrsnitt som velges. Det som derimot vil påvirke betongkonstruksjonen er oppførselen over tid. Både konstruksjonens miljø og laster vil etter hvert gi ytre skader som riss, kryp, svinn og nedbøyning. Dette må møtes med å legge inn nødvendig armering slik at stålet, med sine duktile egenskaper, kan ta opp strekkraftene som oppstår og redusere skadene.

Eigenfrekvens ga problemer

For å tilfredsstille kravet om egenfrekvens kreves det en stiv konstruksjon med lav vekt. Det monolittiske tverrsnittet er ikke et godt alternativ, da egenvekten er for stor. Dette gir lave egenfrekvenser som ikke holder til kravet. Et T-tverrsnitt vil derimot ikke ha nok stivhet, da tverrsnittet ikke er lukket. Kassetverrsnittet er den løsningen som har stor nok stivhet, samtidig som mye av egenvekten er redusert.

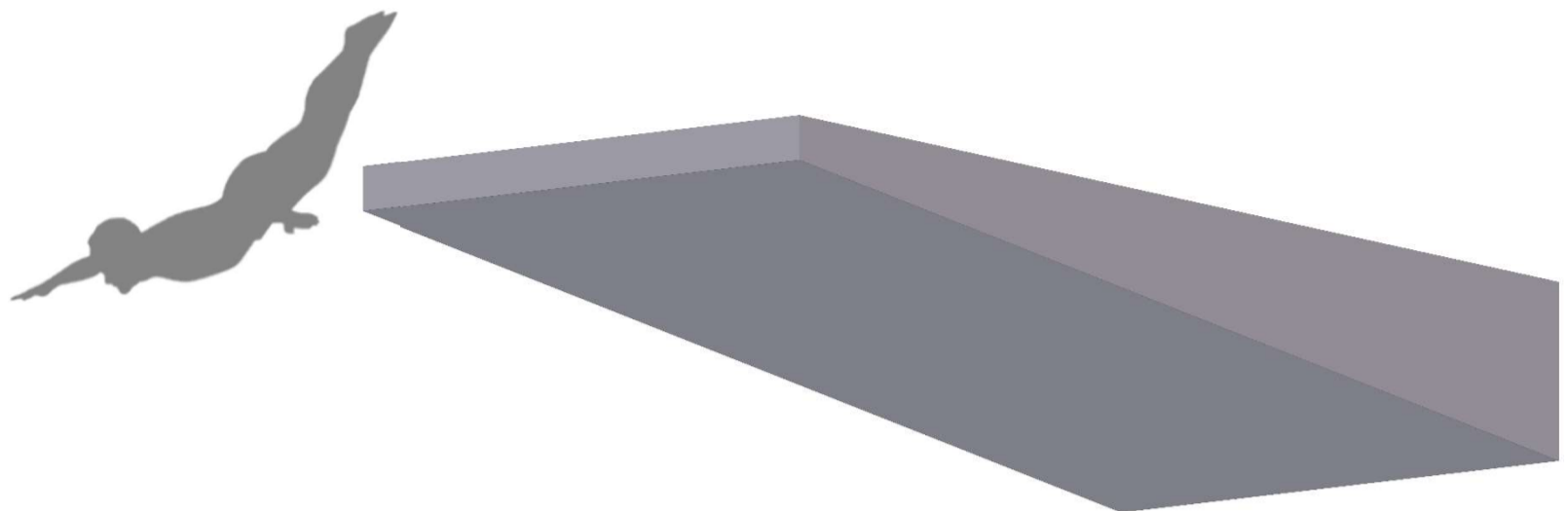
Eigenfrekvenskravet utga seg å være dimensjonerende ved utformingen av tverrsnittene.

Kassetverrsnittet viste seg å være den beste løsningen. Det har stor nok kapasitet til kreftene som blir påført. Samtidig tilfredsstiller den alle brukskrav. Utformingen gir stor stivhet som hindrer for stor nedbøyning og svingninger på konstruksjonen. Den reduserte vekten gir også dette alternativet et vesentlig mindre materialbruk og dermed en lavere kostnad. Videre er dette også gunstigere for miljøet.

VEDLEGG B

Institutt for bygg- og miljøteknikk

Prosjektnr. 2020-04



Intern veileder: Arne Mathias Selberg
Ekstern kontakt: Terje Kristoffersen

Nanna T. Frogner, Kornelia H. Krokeide, Live F. Tungesvik

Optimalisering av konstruksjonsprinsipp av stupebrett i betong

Optimization of Construction Principles of a Concrete Diving Board

Prosjektbeskrivelse

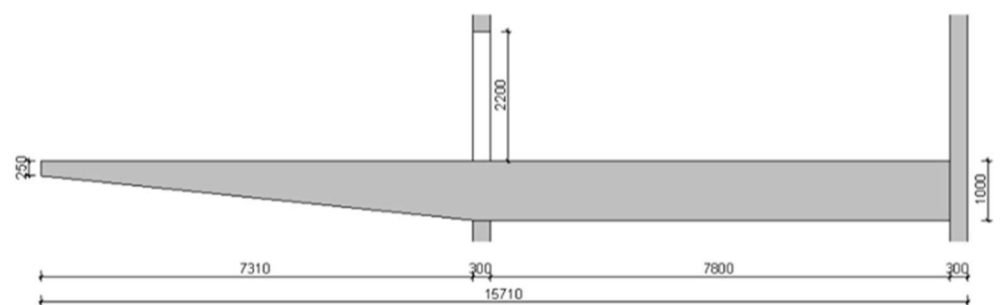
Opgaven er å finne et optimalisert tverrsnitt for et stupebrett i betong basert på begrenset materialbruk, utnyttelsesgrad av tverrsnitt, praktiske løsninger og miljøbetraktede beslutninger.

Analysevurderinger

Alle tverrsnittene blir vurdert etter:

- Bøyemoment
- Skjærkrefter
- Nedbøyning
- Egenfrekvens
- Mengdeberegning av materialer
- CO₂-utslipp

Dimensjoner

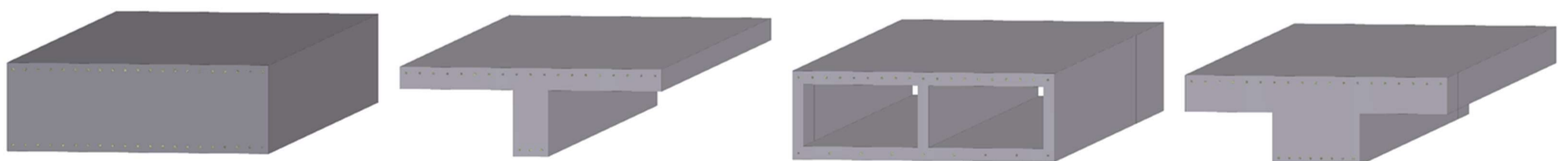


Resultat

Det monolittiske tverrsnittet var det dårligste alternativet, den store massen ga dårlig utnyttelsesgrad og lav egenfrekvens.

T-tverrsnitt tilfredsstilte Norsk Standard sine krav, men ikke det olympiske kravet om stivhet.

Kassetverrsnittet tilfredsstilte kravene best av de ulike tverrsnittene.



Oversikt over de ulike tverrsnittene som oppgaven har tatt for seg.

Fra venstre: monolittisk tverrsnitt, T-tverrsnitt med tynn flens, kassetverrsnitt og T-tverrsnitt med tykk flens.

VEDLEGG C

Vedlegg C

ORIGIN := 1

C.1 BRUDDGRENSE

- Momentkapasitet
- Armeringsmengde
- Skjærkapasitet
- Knusing av opplager
- Tverrarmering
- Utnyttelsesgrad

Faktorer

$$x := 0 \text{ m}, 0.01 \text{ m} \dots 15.56 \text{ m}$$

$$E_{cm} := 36000 \frac{N}{mm^2} \quad h_0 := 0.250 \text{ m} \quad h_1 := 1 \text{ m} \quad b := 3 \text{ m}$$

$$E_s := 2 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} \quad L := 15.56 \text{ m} \quad l := 7.46 \text{ m} \quad f_{ctm} := 3.8 \frac{N}{mm^2}$$

$$\gamma_{g,b} := 1.2 \quad \gamma_{p,b} := 1.5 \quad \gamma_c := 1.5 \quad \gamma_s := 1.15 \quad f_{yk} := 500 \frac{N}{mm^2}$$

$$\gamma_{g,a} := 1.35 \quad \gamma_{p,a} := 1.05$$

$$\text{Høyde} \quad h(x) := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq 7.31 \text{ m} \\ \left\| \left\| h_0 + (h_1 - h_0) \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right\| \right\| \\ \text{if } 7.31 \text{ m} < x \leq L \\ \left\| \left\| h_1 \right\| \right\| \end{array} \right. \right\|$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 434.783 \frac{N}{mm^2}$$

$$f_{ck} := 45 \frac{N}{mm^2} = 45 \text{ MPa}$$

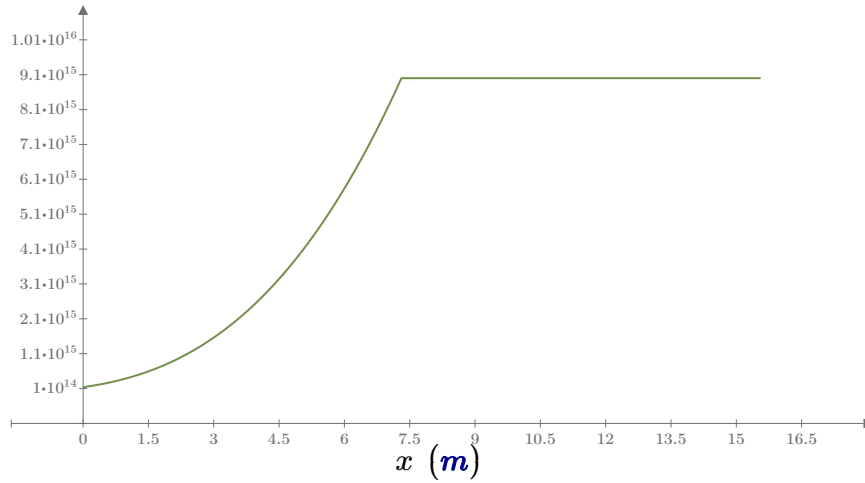
$$f_{cd} := f_{ck} \cdot \frac{0.85}{\gamma_c} = 25.5 \frac{N}{mm^2}$$

Monolittisk tværsnitt

EI

$$I(x) := \frac{b \cdot (h(x))^3}{12}$$

$$EI(x) := E_{cm} \cdot I(x)$$



$$\underline{EI(x) \text{ (N} \cdot \text{mm}^2)}$$

$$A(x) := b \cdot h(x)$$

$$V := \int_0^L A(x) dx = 38.456 \text{ m}^3$$

Momentdiagram trapeslast med fjernet moment

Lastfelt

$$\text{Nyttelast} \quad q_p := -3.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b = -10.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Egenlast} \quad q_g(x) := -25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot b \cdot h(x)$$

Trapeslast

Last ved 0 m

$$6.10b \quad q_{0.b} := q_g(0 \text{ m}) \cdot \gamma_{g,b} + q_p \cdot \gamma_{p,b} = -38.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

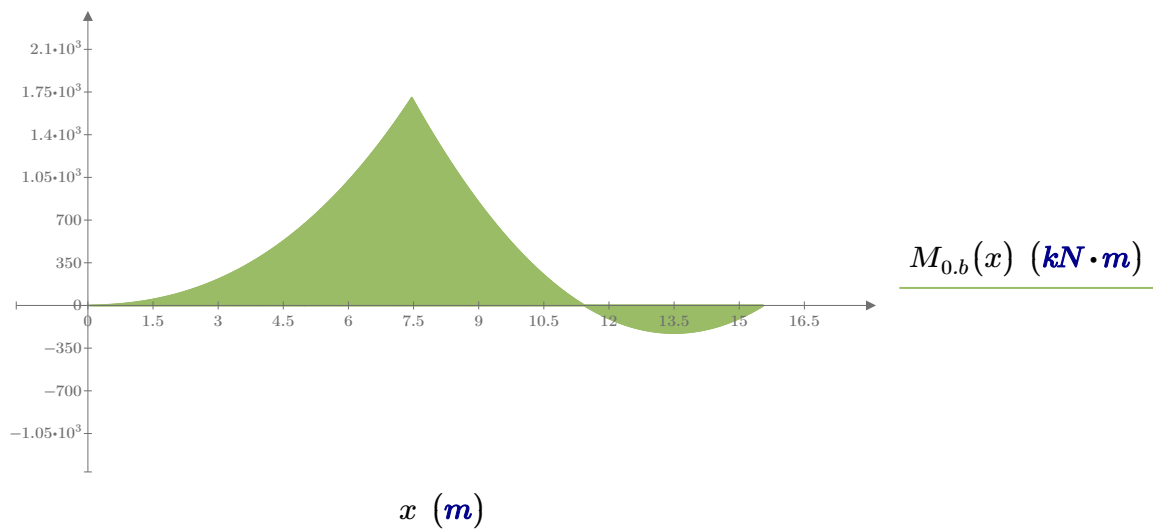
$$6.10a \quad q_{0.a} := q_g(0 \text{ m}) \cdot \gamma_{g,a} + q_p \cdot \gamma_{p,a} = -36.338 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Momentdiagram for lastfelt 6.10b

$$A_{z,b} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_{0 \text{ m}}^{7.31 \text{ m}} (L-x) \cdot q_b(x) \, dx + q_{1,b} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = (1.165 \cdot 10^3) \text{ kN}$$

$$B_{z,b} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0,b} + q_{1,b}) \cdot 7.31 \text{ m} - A_{z,b} - q_{1,b} \cdot (L-l) = 218.155 \text{ kN}$$

$$M_{0,b}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq l \\ \left| \left| - \int_{0 \text{ m}}^x q_b(z) (x-z) \, dz \right. \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| \left| - \int_{0 \text{ m}}^{7.31 \text{ m}} q_b(z) (x-z) \, dz - A_{z,b} \cdot (x-l) - \frac{q_{1,b}}{2} \cdot (x-l)^2 \right. \right| \end{cases}$$



$$M_{0,b}(l) = (1.703 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

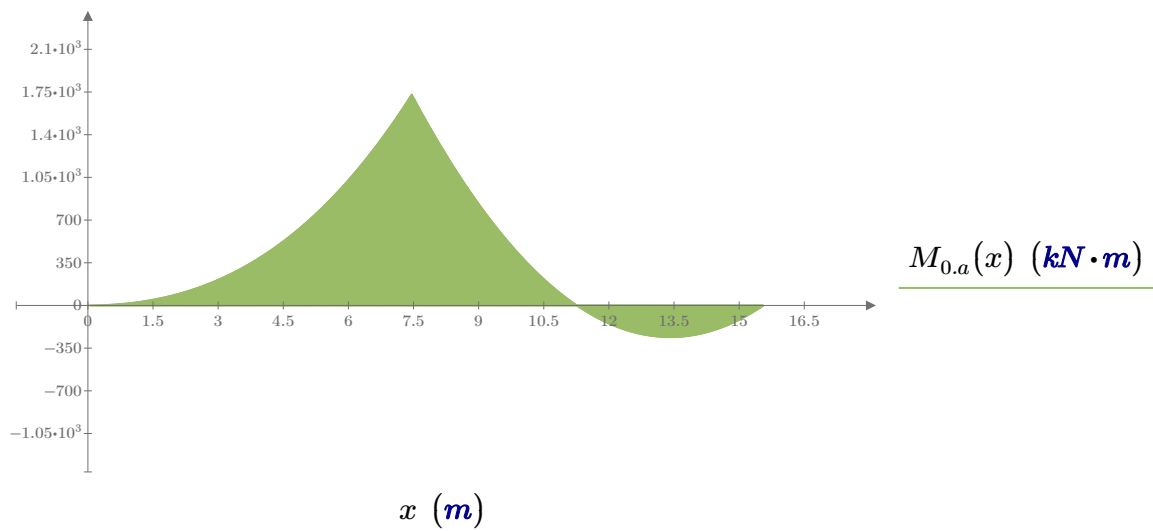
$$M_{0,b}(L) = -4.657 \cdot 10^{-13} \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Momentdiagram for lastfelt 6.10a

$$A_{z.a} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_{0\text{ m}}^{7.31\text{ m}} (L-x) \cdot q_a(x) \, dx + q_{1.a} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = (1.211 \cdot 10^3) \text{ kN}$$

$$B_{z.a} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0.a} + q_{1.a}) \cdot 7.31 \text{ m} - A_{z.a} - q_{1.a} \cdot (L-l) = 241.301 \text{ kN}$$

$$M_{0.a}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq l \\ \left| - \int_{0\text{ m}}^x q_a(z) (x-z) \, dz \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| - \int_{0\text{ m}}^{7.31\text{ m}} q_a(z) (x-z) \, dz - A_{z.a} \cdot (x-l) - \frac{q_{1.a}}{2} \cdot (x-l)^2 \right| \end{cases}$$



$$M_{0.a}(l) = (1.73 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{0.a}(L) = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Lastkombinasjon 6.10a er dimensjonerende og vil bli brukt videre

$$M_0(x) := M_{0.a}(x)$$

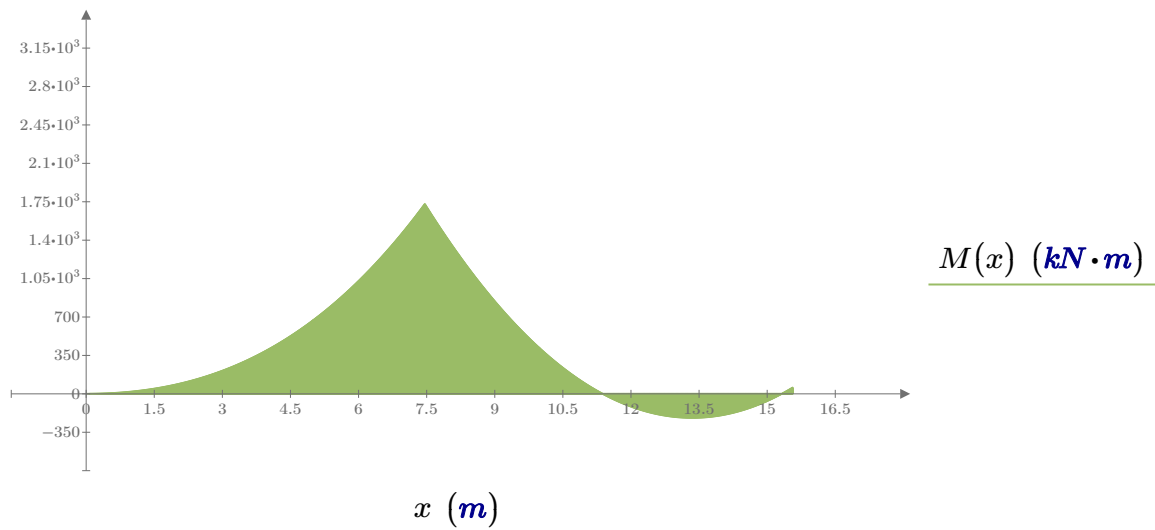
Integrasjon av momenttilfellene

$$\delta_0 := \int_0^L M_0(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \qquad \delta_0 = -1.693 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\delta_1 := \int_0^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \qquad \delta_1 = (3 \cdot 10^{-10}) \frac{1}{N} \cdot m$$

$$X := \frac{-\delta_0}{\delta_1} = 56.431 \text{ kN}$$

Endelig moment for bjelken $M(x) := M_0(x) + X \cdot M_1(x)$

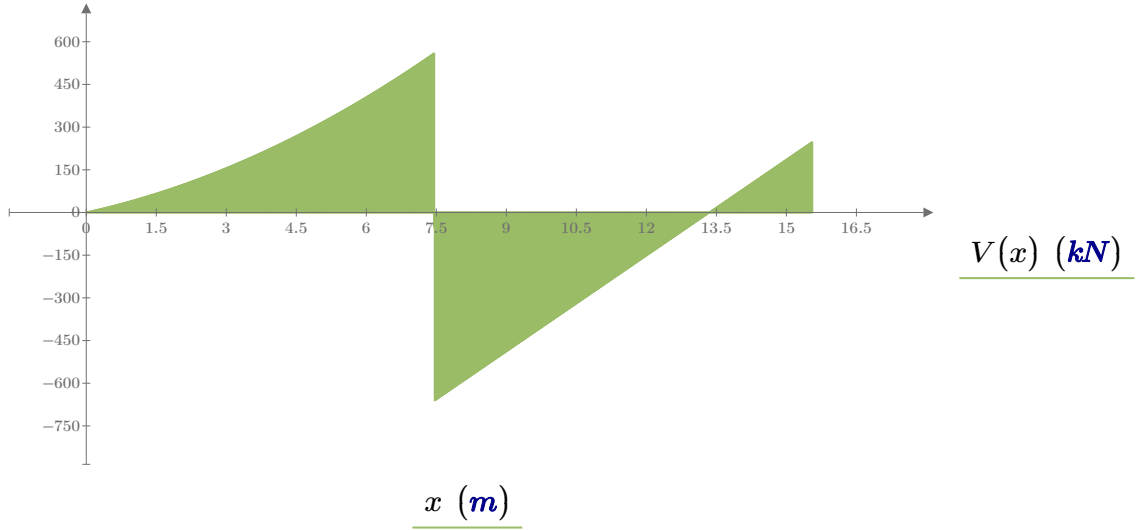


$$M(l) = 1729.914 \text{ kN} \cdot m$$

Monolittisk tverrsnitt

Skjærkraft

$$V(x) := -\frac{d}{dx}M(x)$$

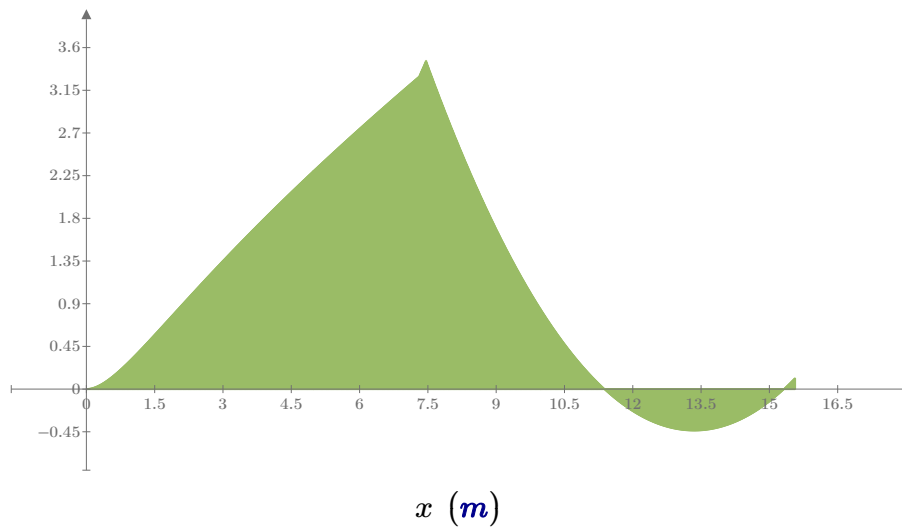


Monolittisk tverrsnitt

Bøyespenning

$$W(x) := \frac{I(x)}{\left(\frac{h(x)}{2}\right)}$$

$$\sigma_m(x) := \frac{M(x)}{W(x)}$$



$$\sigma_m(x) \left(\frac{N}{mm^2} \right)$$

$$\sigma_m(7.46) = 3.46 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_m(13.3 \text{ m}) = -0.436 \frac{N}{mm^2}$$

ser at maks bøyespenning og momentmaks er på samme sted 7.46m og 13.3m mest kritiske snittet.

Overdekning

Eksponeringsklassen er XD3 fordi overflaten er vekselvis våt og tørr, og er utsatt for sprut med klorider

$$c_{min.b} := 20 \text{ mm} \quad \text{Stangdiameter}$$

$$c_{min.dur} := 50 \text{ mm} \quad \text{tabell NA.4.4N}$$

$$\Delta c_{dur.\gamma} := 0 \text{ mm}$$

$$\Delta c_{dur.st} := 0 \text{ mm}$$

$$\Delta c_{dur.add} := 0 \text{ mm}$$

$$c_{min} := \begin{bmatrix} c_{min.b} \\ c_{min.dur} + \Delta c_{dur.\gamma} - \Delta c_{dur.st} - \Delta c_{dur.add} \\ 10 \text{ mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 50 \\ 10 \end{bmatrix} \text{ mm} \quad (4.2)$$

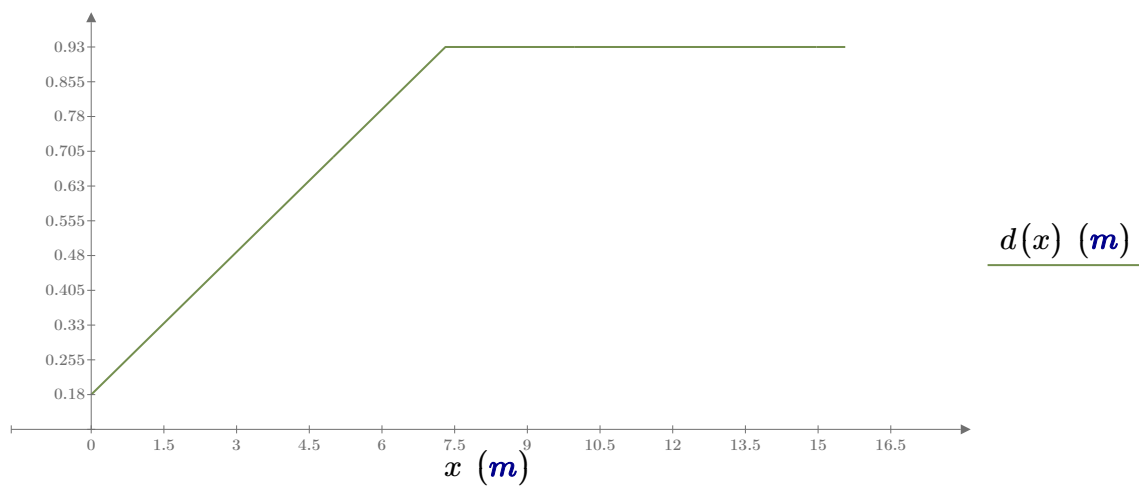
$$\Delta c_{dev} := 10 \text{ mm} \quad (4.4N)$$

Overdekning:

$$C_{nom} := c_{min} + \Delta c_{dev} = \begin{bmatrix} 30 \\ 60 \\ 20 \end{bmatrix} \text{ mm} \quad (4.1)$$

$$C_{nom_2} = 60 \text{ mm} \quad C_{nom_2} := 60 \text{ mm}$$

$$\text{Effektiv høyde} \quad d(x) := h(x) - C_{nom_2} - \frac{20}{2} \text{ mm}$$



Cnom gjelder for alle tverrsnittene

Momentkapasitet

$$\varepsilon_{cu} := 0.0035$$

$$\varepsilon_{yk} := \frac{500 \text{ MPa}}{2 \cdot 10^5 \text{ MPa}} = 0.003$$

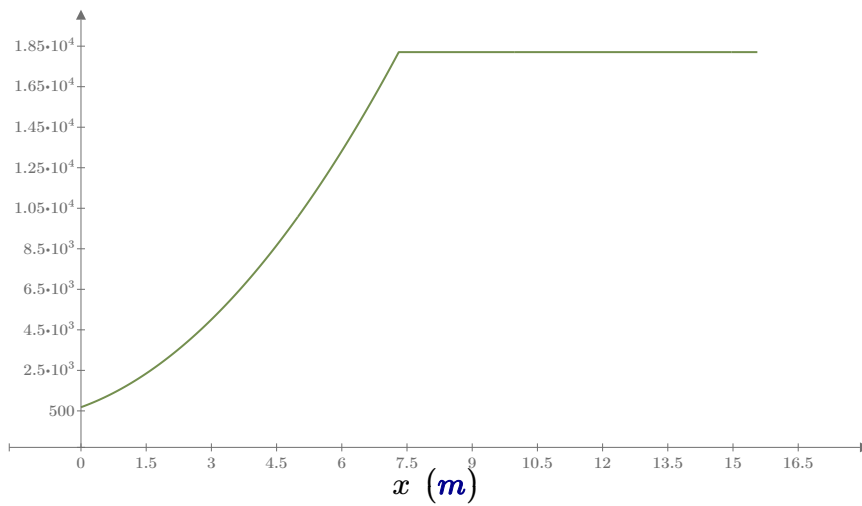
$$Nm \equiv \frac{kg \cdot m^2}{s^2} \cdot 10^3$$

Normalarmert α

$$\alpha := \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 2 \cdot \varepsilon_{yk}} = 0.412$$

Momentkapasitet:

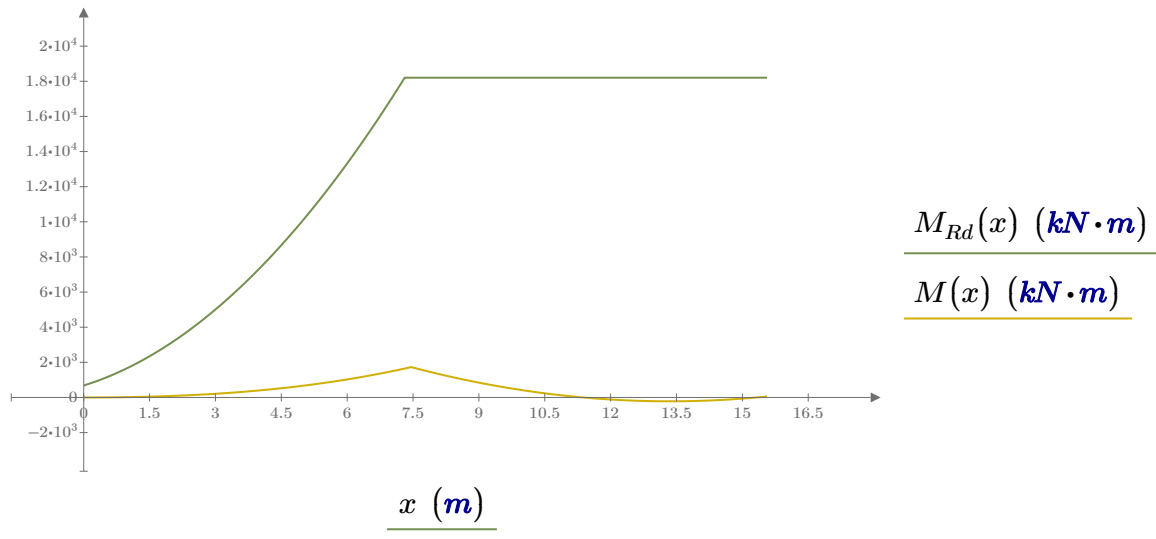
$$M_{Rd}(x) := 0.8 \cdot \alpha \cdot (1 - 0.4 \cdot \alpha) \cdot f_{cd} \cdot b \cdot (d(x))^2$$



$M_{Rd}(x)$ ($kN \cdot m$)

Monolittisk tverrsnitt

Sammenligning av momentkapasitet og opptredende moment



Ikke beregningsmessig behov for trykkarmering.

$$M_{Ed}(x) := M(x)$$

$$z(x) := \left(1 - 0.17 \cdot \frac{M_{Ed}(x)}{M_{Rd}(x)} \right) \cdot d(x)$$

Kontrollerer i $x=7.46\text{m}$ for strekk på oversiden. Kontrollerer i $x=13.3\text{m}$, som er det mest usatte snittet på undersiden.

Nødvendig armering

Snitt 7.46m:

Minste armering

$$A_{smin.t} := 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d (7.46 \text{ m}) = (5.513 \cdot 10^3) \text{ mm}^2 \quad (\text{NA.9.1.N})$$

Nødvendig armering

$$A_{s.t} := \frac{M_{Ed}(7.46 \text{ m})}{z(7.46 \text{ m}) \cdot f_{yd}} = (4.349 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Vår armering: minimumsarmering

$$d_{kam} := 20 \text{ mm}$$

$$n_{topp} := \frac{A_{smin.t}}{\pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2}\right)^2} = 17.55$$

$$n_{topp} := 18$$

Senteravstand

$$d_g := 8 \text{ mm}$$

$$s := \begin{bmatrix} 2 \cdot d_{kam} \\ d_g + 5 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 13 \\ 20 \end{bmatrix} \text{ mm}$$

senteravstand må være større eller lik max av 2 kam; dg+5mm;20mm.

$$s \geq 40 \text{ mm} \quad s_1 = 0.04 \text{ m}$$

$$S_e := \frac{(b - 2 \cdot C_{nom2} - 2 \cdot 10 \text{ mm} - n_{topp} \cdot 20 \text{ mm})}{n_{topp} - 1} = 147.059 \text{ mm}$$

$$\text{Lengdearmering} \quad A_{sl.topp} := n_{topp} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2}\right)^2 = (5.655 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Maks armering

$$A_{c.o} := b \cdot h (7.46 \text{ m}) - n_{topp} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2 = (2.994 \cdot 10^6) \text{ mm}^2$$

$$A_{smax.o} := 0.04 \cdot A_{c.o} = (119.774 \cdot 10^3) \text{ mm}^2 \quad \text{OK!}$$

Trykkarmering i underkant dimensjoneres som strekkarmering i x=13.3m

Snitt 13.3m:

Minste armering

(NA.9.1.N)

$$A_{smin.b} := 0.26 \cdot \frac{fctm}{fyk} \cdot b \cdot d (13.3 \text{ m}) = (5.513 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Nødvendig armering

$$A_{s.b} := \frac{|M_{Ed}(13.3 \text{ m})|}{z(13.3 \text{ m}) \cdot fyd} = 537.862 \text{ mm}^2$$

Vår armering: minimumsarmering

$$d_{kam} := 20 \text{ mm}$$

$$n_{bunn} := \frac{A_{smin.b}}{\pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2} = 17.55$$

$$n_{bunn} := 18$$

Senteravstand

$$s := \begin{bmatrix} 2 \cdot d_{kam} \\ d_g + 5 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 13 \\ 20 \end{bmatrix} \text{ mm}$$

$$d_g := 8 \text{ mm}$$

senteravstand må være større eller lik max av 2 kam; dg+5mm;20mm.

$$s \geq 40 \text{ mm} \quad s_1 = 0.04 \text{ m}$$

$$Se_u := \frac{(b - 2 \cdot C_{nom2} - 2 \cdot 10 \text{ mm} - n_{bunn} \cdot 20 \text{ mm})}{n_{bunn} - 1} = 147.059 \text{ mm}$$

$$s_u := 140 \text{ mm}$$

Monolittisk tverrsnitt

$$\text{Lengdearmering} \quad A_{sl.bunn} := n_{bunn} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2 = (5.655 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Maks armering

$$A_{c.u} := b \cdot h (13.3 \text{ m}) - n_{bunn} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2 = (2.994 \cdot 10^6) \text{ mm}^2$$

$$A_{smax} := 0.04 \cdot A_{c.u} = (119.774 \cdot 10^3) \text{ mm}^2 \quad \text{OK!}$$

Skjærkapasitet

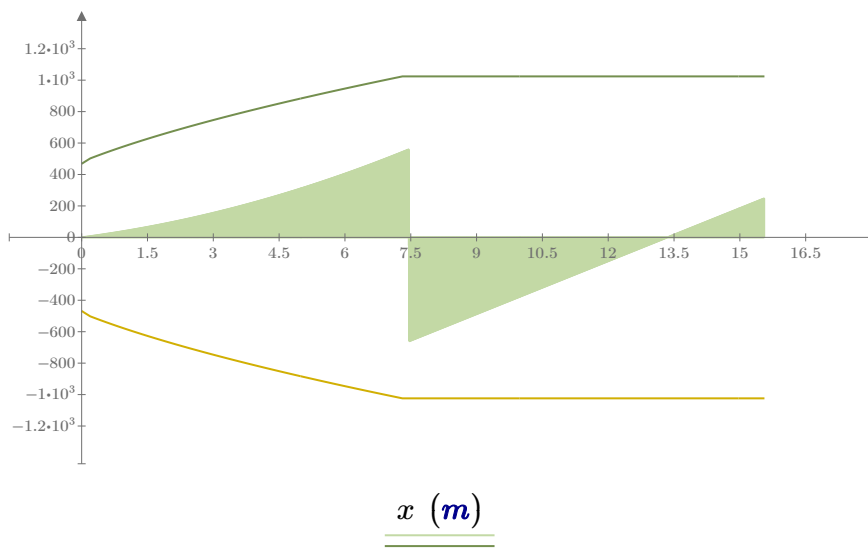
Skjærstrekkkapasitet

$$C_{Rd.c} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$$

$$k(x) := \begin{cases} \left| \begin{array}{l} \text{if } 1 + 2 \sqrt{\frac{200}{d(x) \frac{1}{\text{mm}}}} \leq 2 \\ \left| \begin{array}{l} 1 + 2 \sqrt{\frac{200}{d(x) \frac{1}{\text{mm}}}} \\ \text{if } 1 + 2 \sqrt{\frac{200}{d(x) \frac{1}{\text{mm}}}} > 2 \\ \left| \begin{array}{l} 1 + 2 \sqrt{\frac{200}{d(x) \frac{1}{\text{mm}}}} \\ 2 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. < 2.0 \quad \text{OK!} \end{cases}$$

$$\rho_l(x) := \frac{A_{sl.topp}}{b \cdot d(x)} < 0.02 \quad \text{OK!}$$

$$V_{Rd.c}(x) := C_{Rd.c} \cdot k(x) \cdot (100 \cdot \rho_l(x) \cdot 45)^{\frac{1}{3}} \cdot b \cdot d(x) \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$



OK!

$$V(x) \text{ (kN)}$$

$$V_{Rd.c}(x) \text{ (kN)}$$

$$-V_{Rd.c}(x) \text{ (kN)}$$

$$V_{Ed.red} := |V(8.54 \text{ m})| = 539.903 \text{ kN} < V_{Rd.c}(l) = (1.024 \cdot 10^3) \text{ kN}$$

Skjærstrekkkapasiteten holder for alle tverrsnitt langs bjelken

Monolittisk tverrsnitt

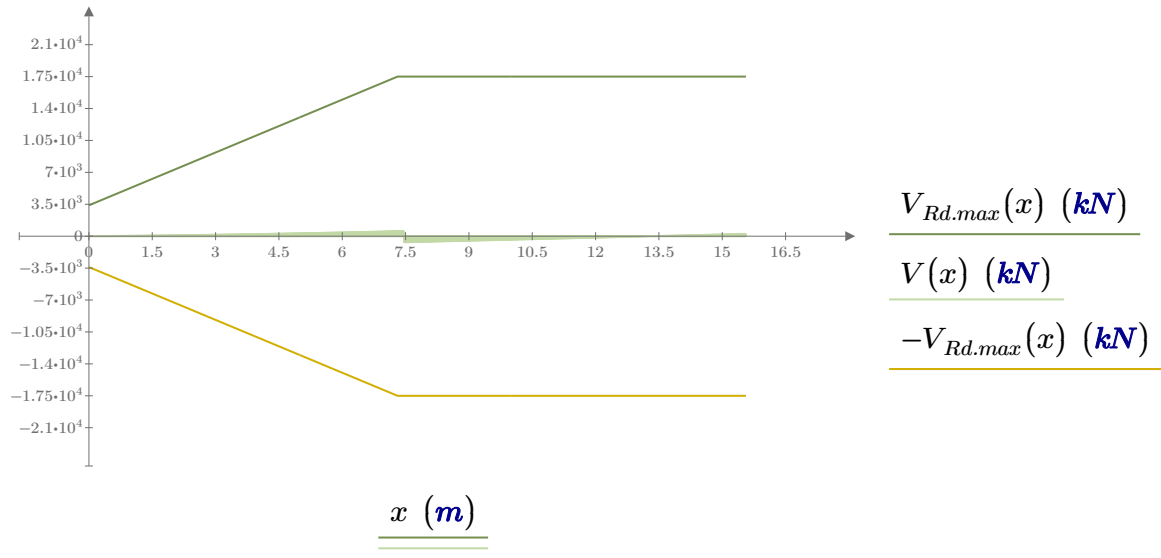
Skjærtrykkkapasitet

$$f_{ck} = 45 \text{ MPa}$$

$$\nu := 0.6 \cdot \left(1 - \frac{45}{250}\right)$$

$$V_{Rd,max}(x) := 0.5 \cdot b \cdot d(x) \cdot \nu \cdot f_{cd} \quad (6.5)$$

OK!



Skjærtrykkkapasitet holder for alle tverrsnitt langs bjelken

Minste skjærarmering

$$p_{w,min} := \frac{(0.1 \cdot \sqrt{45})}{500} \quad \alpha := 90^\circ \quad (\text{NA.9.5N})$$

$$A_{sw,s} := p_{w,min} \cdot 1000 \text{ mm} \cdot \sin(\alpha) = 1.342 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$d_{bøyle} := 10 \text{ mm}$$

$$A_{sw} := 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{bøyle}}{2}\right)^2 = 314.159 \text{ mm}^2$$

en per meter, derfor ganges det med 4

$$s := \frac{A_{sw}}{A_{sw,s}} = 234.16 \text{ mm}$$

Monolittisk tverrsnitt

Krav til senteravstand

$$h' := h(7.46 \text{ m}) - 2 \cdot C_{nom2} - d_{kam} = 860 \text{ mm} \quad cot\alpha := 0$$

$$S_{l,max} := 0.6 \cdot h' \cdot (1 + cot\alpha) = 516 \text{ mm} \quad (\text{NA.9.6.N})$$

OK!

Velger å legge skjærbøyler i 4 ϕ 10s230mm

Knusing av opplager

$$A_z := V(7.459 \text{ m}) - V(7.461 \text{ m}) = (1.221 \cdot 10^3) \text{ kN}$$

$$A_{\text{opplager}} := b \cdot 300 \text{ mm} = 0.9 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_z}{A_{\text{opplager}}} = 1.357 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{cd} = 25.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\frac{A_z}{A_{\text{opplager}}} < f_{cd} \quad \text{OK!}$$

Utnyttelsesgrad

$$M_u := \frac{M(7.46 \text{ m})}{M_{Rd}(7.46 \text{ m})} \cdot 100 = 9.502$$

$$M_u := \frac{|M(13.3 \text{ m})|}{M_{Rd}(13.3 \text{ m})} \cdot 100 = 1.197$$

$$V_u := \frac{|V(8.53 \text{ m})|}{V_{Rd.c}(7.46 \text{ m})} \cdot 100 = 52.839$$

$$\int_0^L A(x) dx = 38.456 \text{ m}^3$$

C.2 BRUKSGRENSE

- Nedbøyningsbegrensning
- Rissviddebegrensning
- Speningsbegrensning
- Svingningsbegrensning

Nedbøyningsbegrensning

$$f_{ctk.0.05} := 2.7 \frac{N}{mm^2} \quad \alpha_{ct} := 0.85$$

Strekkfasthet: $f_{ctd} := \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk.0.05}}{\gamma_c} = 1.53 \text{ MPa}$

σ_c er 4.815 MPa. Berening er vist lengre ned

$$\sigma_c > f_{ctd}$$

Tversnittet har ikke nok strekkfasthet og vi regner dermed i stadium 2, opprisset.

$$A_c(x) := A(x) - A_{sl.topp} - A_{sl.bunn}$$

Ofte foreommende kombinasjon: $\psi_{1.1} := 0.7$

Nyttelast $q_{nytte.k} := -3.5 \frac{kN}{m^2} \cdot b \cdot \psi_{1.1}$

Egenlast $q_g(x) := -25 \frac{kN}{m^3} \cdot A(x)$

Last ved 0 m $q_{0.k} := q_g(0 \text{ m}) = -18.75 \frac{kN}{m}$

Last ved 7.31m $q_{1.k} := q_g(7.31 \text{ m}) = -75 \frac{kN}{m}$

$$\rho_k := \frac{q_{1.k} - q_{0.k}}{q_{0.k}} = 3$$

Lastfelt egenvekt for "halve" bjelken $q_k(x) := q_{0.k} \cdot \left(1 + \rho_k \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right)$

Last for hele etter ofte forekommende

Last ved 0m $q_{0,f} := q_g(0 \text{ m}) + q_{nytte.k}$

Last ved 7.31m $q_{1,f} := q_g(7.31 \text{ m}) + q_{nytte.k}$

$$\rho_f := \frac{q_{1,f} - q_{0,f}}{q_{0,f}} = 2.155$$

Lastfelt for "halve" bjelken

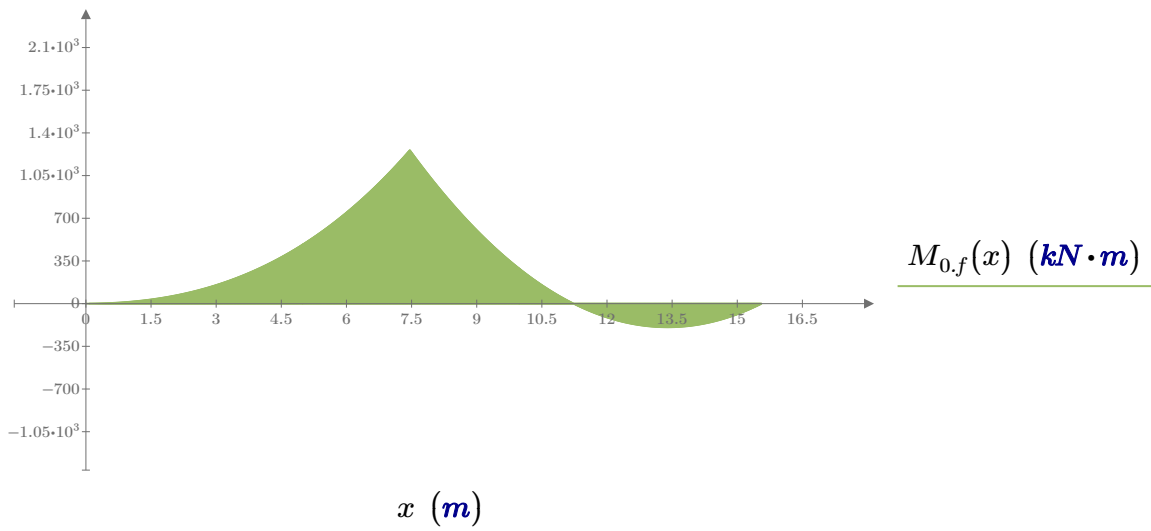
$$q_f(x) := q_{0,f} \cdot \left(1 + \rho_f \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right)$$

Momentdiagram for ofte forekommende

$$A_{z,f} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_{0\ m}^{7.31\ m} (L-x) \cdot q_f(x) dx + q_{1,f} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = 885.182\ \text{kN}$$

$$B_{z,f} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0,f} + q_{1,f}) \cdot 7.31\ \text{m} - A_{z,f} - q_{1,f} \cdot (L-l) = 178.238\ \text{kN}$$

$$M_{0,f}(x) := \begin{cases} \text{if } 0\ \text{m} \leq x \leq l \\ \left| - \int_{0\ \text{m}}^x q_f(z) (x-z) dz \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| - \int_{0\ \text{m}}^{7.31\ \text{m}} q_f(z) (x-z) dz - A_{z,f} \cdot (x-l) - \frac{q_{1,f}}{2} \cdot (x-l)^2 \right| \end{cases}$$



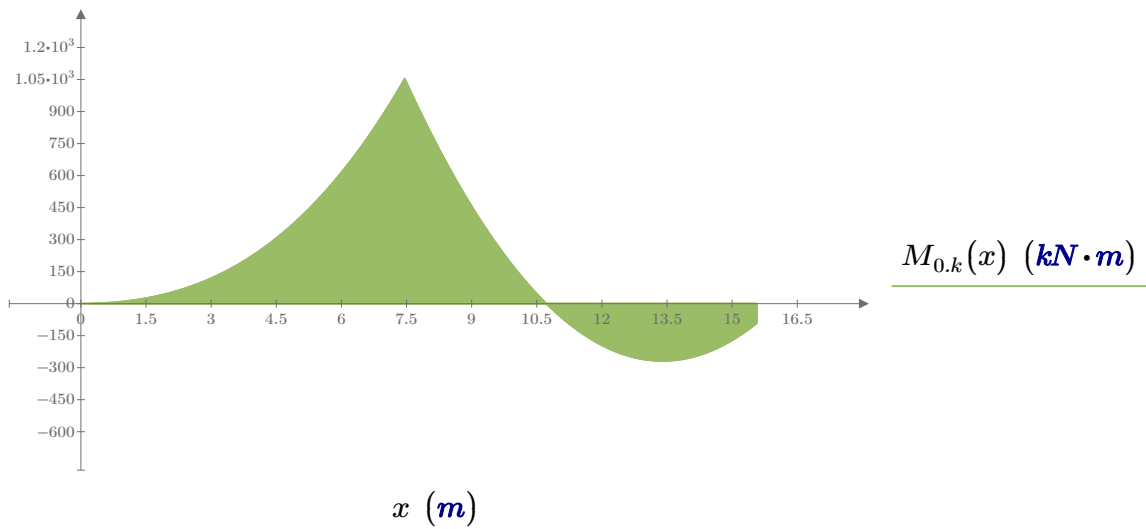
$$M_{0,b}(l) = (1.703 \cdot 10^3)\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momentdiagram for egenlast

$$A_{z.e} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_0^l (L-x) \cdot q_k(x) dx + q_{1.k} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = 787.888 \text{ kN}$$

$$B_{z.e} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0.k} + q_{1.k}) \cdot 7.31 \text{ m} - A_{z.e} - q_{1.k} \cdot (L-l) = 162.269 \text{ kN}$$

$$M_{0,k}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq x \leq l \\ \left| - \int_0^x q_k(z) (x-z) dz \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| - \int_0^{7.31 \text{ m}} q_k(z) (x-z) dz - A_{z.e} \cdot (x-l) - \frac{q_{1.k}}{2} \cdot (x-l)^2 \right| \end{cases}$$

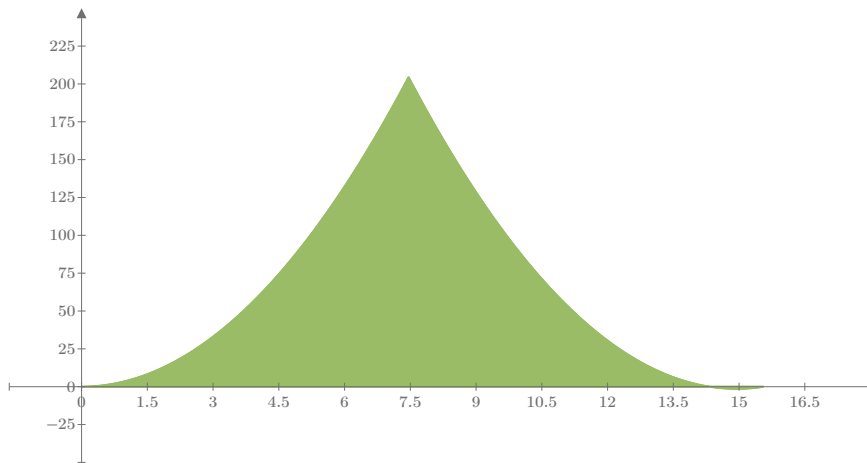


Moment for nyttelast

$$A_{z,n} := \frac{\left(-q_{nytte.k} \cdot \frac{L^2}{2}\right)}{(L-l)} = 109.848 \text{ kN}$$

$$B_{z,n} := -A_{z,n} - q_{nytte.k} \cdot L = 4.518 \text{ kN}$$

$$M_n(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq x \leq l \\ \left| \left| \left| -q_{nytte.k} \cdot \frac{x^2}{2} \right| \right| \right. \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| \left| \left| -q_{nytte.k} \cdot \frac{x^2}{2} - A_{z,n} \cdot (x-l) \right| \right| \right. \end{cases}$$



$M_n(x)$ (kN·m)

x (m)

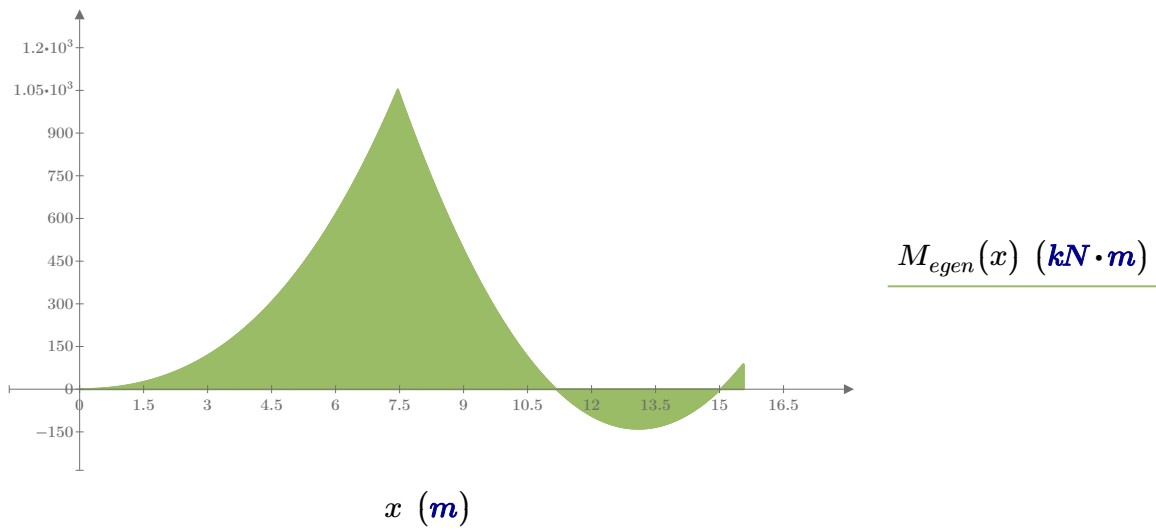
Integrasjon av momenttilfellene for egenlast

$$\delta_{0.egen} := \int_0^L M_{0.k}(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \qquad \delta_{0.egen} = -5.432 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\delta_{1.egen} := \int_0^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \qquad \delta_{1.egen} = (3 \cdot 10^{-10}) \frac{1}{N} \cdot m$$

$$X_{egen} := \frac{-\delta_{0.egen}}{\delta_{1.egen}} = 181.099 \text{ kN}$$

Endelig moment for bjelken $M_{egen}(x) := M_{0.k}(x) + X_{egen} \cdot M_1(x)$



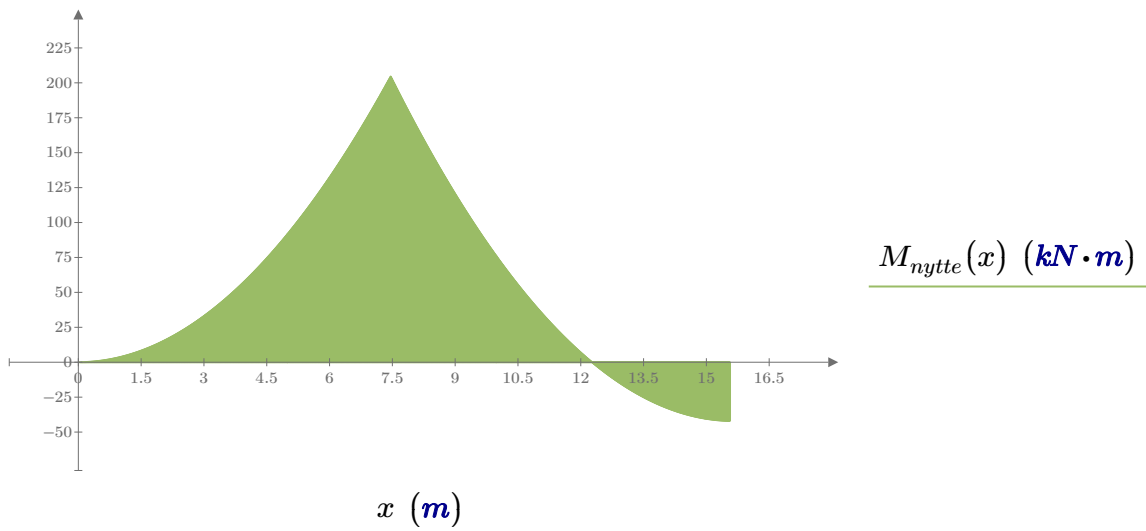
Integrasjon av momenttilfellene for nyttelast

$$\delta_{0.nyttte} := \int_{0 \text{ m}}^L M_n(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \qquad \delta_{0.nyttte} = (1.26 \cdot 10^{-5}) \text{ m}$$

$$\delta_{1.nyttte} := \int_{0 \text{ m}}^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \qquad \delta_{1.nyttte} = (3 \cdot 10^{-10}) \frac{1}{N} \cdot \text{m}$$

$$X_{nyttte} := \frac{-\delta_{0.nyttte}}{\delta_{1.nyttte}} = -41.992 \text{ kN}$$

Endelig moment for punktlast $M_{nyttte}(x) := M_n(x) + X_{nyttte} \cdot M_1(x)$



$$M_{nyttte}(l) = 204.52 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Kryp

$$\text{Ytre omkrets} \quad u := 2 \cdot (b + h(7.46 \text{ m})) = 8 \text{ m}$$

$$h_0 := 2 \cdot \frac{A_c(7.46 \text{ m})}{u} = 747.173 \text{ mm}$$

Vi antar at vår betongbjelke har utendørsklima og er av sementtype N, normal. Ved 7 døgn, for da skal forskalingen av.

$$\varphi_7 := 1.75 \quad \varphi_{90} := 1.3 \quad (7.20)$$

$$E_{c.7} := \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_7} = 13090.909 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$E_{c.90} := \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{90}} = 15652.174 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$E_{c.midl} := \frac{\frac{M_{egen}(7.46 \text{ m}) + M_{nytte}(7.46 \text{ m})}{\frac{M_{egen}(7.46 \text{ m})}{E_{c.7}} + \frac{M_{nytte}(7.46 \text{ m})}{E_{c.90}}}} = 13448.485 \text{ MPa}$$

$$\eta := \frac{E_s}{E_{c.midl}} = 14.872$$

Opprisset stadium:

Relativ trykksonehøyde:

$$\rho(x) := \frac{A_{sl.topp}}{b \cdot d(x)}$$

$$\alpha(x) := \sqrt[2]{(\eta \cdot \rho(x))^2 + 2 \cdot \eta \cdot \rho(x) - \eta \cdot \rho(x)}$$

$$\alpha d(x) := \alpha(x) \cdot d(x)$$

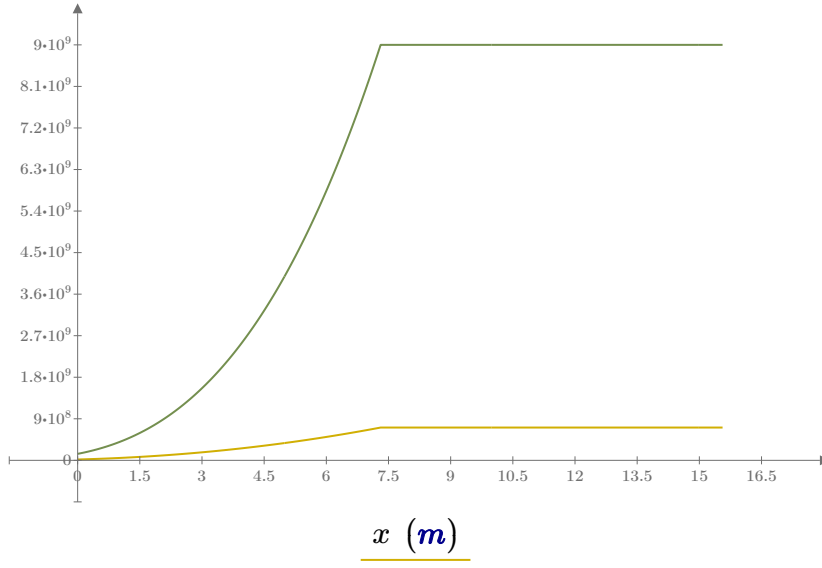
Ekvivalent arealtrehetsmoment for betong, inkludert armering:

$$I_c(x) := \frac{1}{2} \cdot (\alpha(x))^2 \cdot \left(1 - \frac{\alpha(x)}{3}\right) \cdot b \cdot (d(x))^3$$

Monolittisk tverrsnitt

Bøystivhet:

$$EI_{bruks}(x) := E_{c,midl} \cdot I_c(x)$$



$$EI_{bruks}(x) \text{ (N} \cdot \text{m}^2)$$

$$EI(x) \text{ (N} \cdot \text{m}^2)$$

$$x \text{ (m)}$$

Svinn

Vi har utendørs klima.

Total svinntøyning EC (3.8)

Autogen svinntøyning: $fck_{45} := 45$

$$\varepsilon_{ca} := 2.5 \cdot (fck_{45} - 10) \cdot 10^{-6} = 8.75 \cdot 10^{-5}$$

Svinntøyning ved uttørking:

$$\beta_{ds} := \frac{t - t_s}{(t - t_s) + 0.04 \cdot \sqrt{h_{01}}^3} = 1 \quad h_{01} := h_0 \cdot \frac{1}{mm} = 747.173 \quad t_s := 7 \quad t := \infty$$

$$k_h := 0.7 \quad \text{jfr. tabell 3.3 i EC2}$$

Nominell fri svinntøyning

Omgivelsens relative fuktighet $RH := 80\%$

"Absolutt" fuktighet $RH_0 := 100\%$

$$\beta_{RH} := 1.55 \cdot \left(1 - \left(\frac{RH}{RH_0}\right)^3\right) = 0.756 \quad \text{jfr. tabell tabell 3.2 i EC2}$$

Vi har valgt sementklasse N:

$$\alpha_{ds1} := 4 \quad \alpha_{ds2} := 0.12 \quad f_{cm0} := 10 \cdot \frac{N}{mm^2} \quad f_{cm} := 53 \cdot \frac{N}{mm^2}$$

Sørensen (5.27)

$$\varepsilon_{cd,0} := 0.85 \cdot \left((220 - 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{\left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right)} \right) \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} = -7.488 \cdot 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{cd} := \beta_{ds} \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} = -5.242 \cdot 10^{-5}$$

Fri svinntøyning:

$$\varepsilon_{cs} := \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} = 3.508 \cdot 10^{-5}$$

Svinnkrumning:

$$a(x) := \frac{A_c(x) \cdot 0.5 \cdot h(x) + \eta \cdot A_{sl,topp} \cdot d(x)}{A_c(x) + \eta \cdot A_{sl,topp}} \quad e(x) := d(x) - a(x)$$

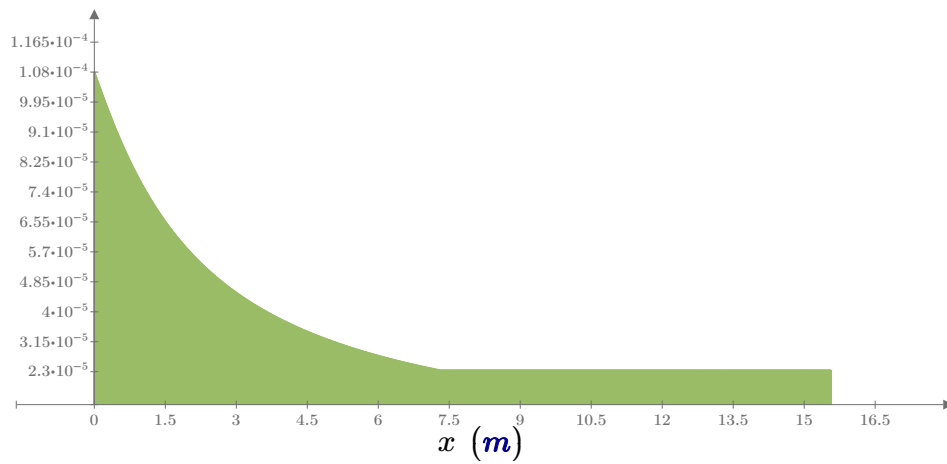
Monolittisk tverrsnitt

$$\kappa_s(x) := \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_s \cdot A_{sl,topp} \cdot e(x)}{EI_{bruk}(x)}$$

$$\kappa_s(l) = (2.336 \cdot 10^{-5}) \frac{1}{m}$$

Moment pga svinn på enden

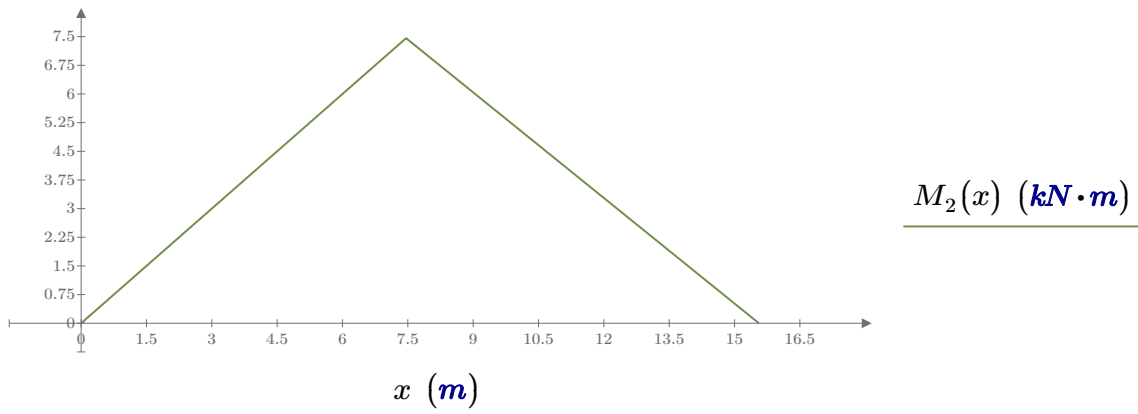
$$M_\kappa(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq x \leq L \\ \kappa_s(x) \cdot m \end{cases}$$



$M_\kappa(x)$

Moment for punktlast på enden

$$M_2(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq x \leq l \\ \quad 1 \cdot kN \cdot x \\ \text{if } l < x \leq L \\ \quad 1 \cdot kN \cdot x - \frac{L}{(L-l)} (x-l) \cdot kN \end{cases}$$



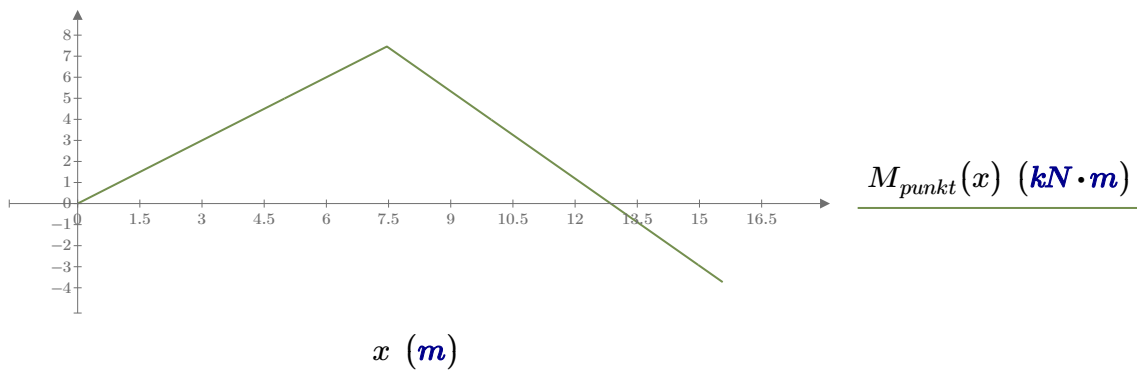
Integrasjon av momenttilfellene for punktlast

$$\delta_{0.punkt} := \int_{0 \text{ m}}^L M_2(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \qquad \delta_{0.punkt} = (1.418 \cdot 10^{-5}) \text{ m}$$

$$\delta_{1.punkt} := \int_{0 \text{ m}}^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \qquad \delta_{1.punkt} = (3.801 \cdot 10^{-9}) \frac{1}{N} \cdot \text{m}$$

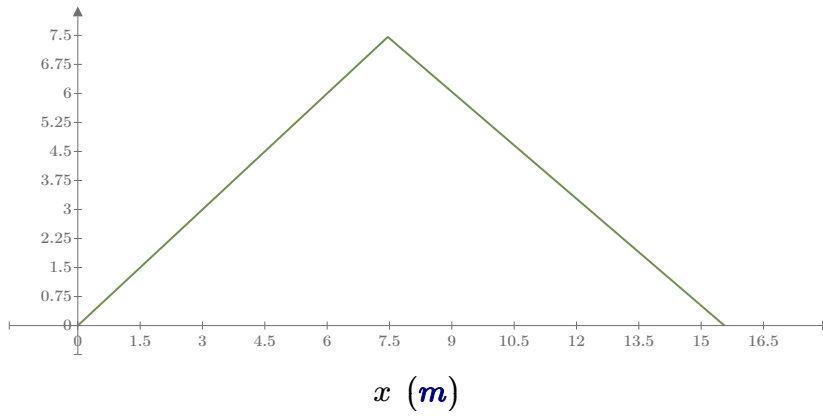
$$X_{punkt} := \frac{-\delta_{0.punkt}}{\delta_{1.punkt}} = -3.731 \text{ kN}$$

Endelig moment for punktlast $M_{punkt}(x) := M_2(x) + X_{punkt} \cdot M_1(x)$



Enhetslast for nedbøyning på enden

$$M_{1.ned.ende}(x) := \begin{cases} 1 \cdot x & \text{if } 0 \leq x \leq l \\ 1 \cdot x - \frac{L}{L-l}(x-l) & \text{if } l < x \leq L \end{cases}$$



$M_{1.ned.ende}(x)$ (m)

$$\delta_{0.ned.ende} := \int_{0 \text{ m}}^L M_{1.ned.ende}(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx$$

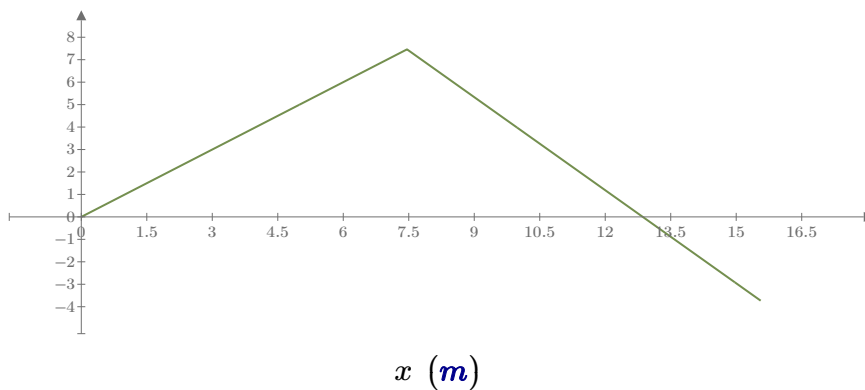
$$\delta_{0.ned.ende} = (1.418 \cdot 10^{-8}) \frac{\text{s}^2}{\text{kg}}$$

$$\delta_{1.ned.ende} := \int_{0 \text{ m}}^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx$$

$$\delta_{1.ned.ende} = (3.801 \cdot 10^{-9}) \frac{1}{\text{N}} \cdot \text{m}$$

$$X_{ned.ende} := \frac{-\delta_{0.ned.ende}}{\delta_{1.ned.ende}} = -0.004 \frac{1}{\text{N}} \cdot \text{kN}$$

Endelig moment for enhetslast $M_{ned.ende}(x) := M_{1.ned.ende}(x) + X_{ned.ende} \cdot M_1(x)$
ende

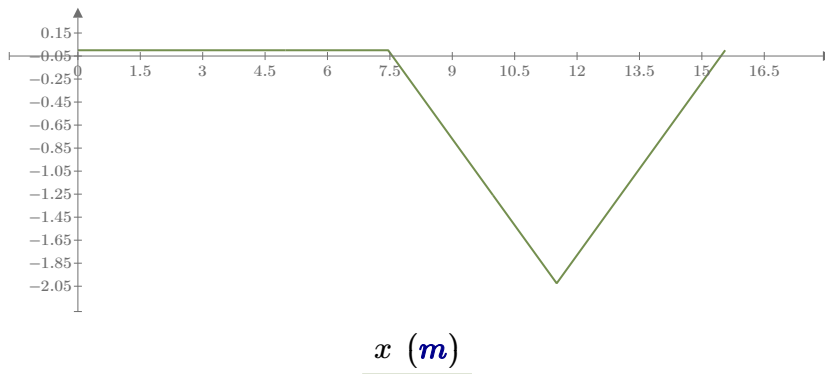


$M_{ned.ende}(x)$ (m)

Enhetslast for nedbøyning i midten av feltet

$$A_{z.en} := \frac{1}{2} \quad B_{z.en} := A_{z.en}$$

$$M_{1.ned.midt}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq x \leq l \\ \quad \parallel 0 \text{ m} \\ \text{if } l < x \leq l + \frac{(L-l)}{2} \\ \quad \parallel -A_{z.en} \cdot (x-l) \\ \text{if } l + \frac{(L-l)}{2} < x \leq L \\ \quad \parallel 1 \cdot \left(x - \left(l + \frac{(L-l)}{2} \right) \right) - A_{z.en} \cdot (x-l) \end{cases}$$



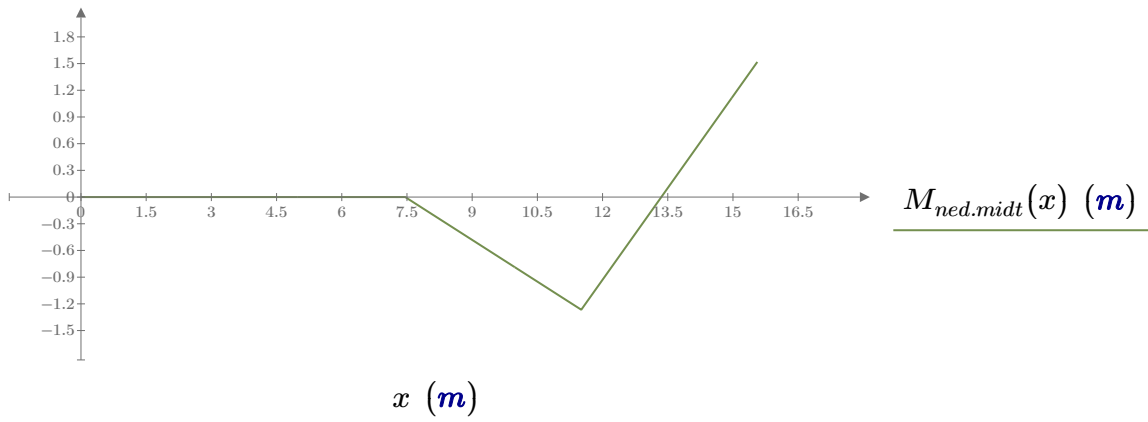
$$\delta_{0.ned.midt} := \int_0^L M_{1.ned.midt}(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{0.ned.midt} = -5.77 \cdot 10^{-9} \frac{s^2}{kg}$$

$$\delta_{1.ned.midt} := \int_0^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{1.ned.midt} = (3.801 \cdot 10^{-9}) \frac{1}{N} \cdot m$$

$$X_{ned.midt} := \frac{-\delta_{0.ned.midt}}{\delta_{1.ned.midt}} = 0.002 \frac{1}{N} \cdot kN$$

Monolittisk tværsnitt

Endelig moment for enhetslast $M_{ned.midt}(x) := M_{1.ned.midt}(x) + X_{ned.midt} \cdot M_1(x)$
i midtfelt



Resultat nedbøyning

Punktlast nedbøyning på enden

lengderetning:

$$\Delta_{\text{punkt.lengde}} := \int_0^L M_{\text{punkt}}(x) \cdot \frac{M_{\text{ned.ende}}(x)}{EI_{\text{bruks}}(x)} dx = 0.539 \text{ mm} < 1\text{mm} \quad \text{OK!}$$

Nedbøyning på enden

$$\Delta_{\text{egen}} := \int_0^L M_{\text{egen}}(x) \cdot \frac{M_{\text{ned.ende}}(x)}{EI_{\text{bruks}}(x)} dx = 42.171 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\text{nytte}} := \int_0^L M_{\text{nytte}}(x) \cdot \frac{M_{\text{ned.ende}}(x)}{EI_{\text{bruks}}(x)} dx = 9.951 \text{ mm}$$

$$\delta_{\text{svinn.e}}(x) := \int_0^L \kappa_s(x) \cdot M_{\text{ned.ende}}(x) dx$$

$$\delta_{\text{svinn.e}}(0 \text{ m}) = 1.326 \text{ mm}$$

(s.136)

Langvarig last gir nedbøyning på enden

Krav : spennvidde/250

$$\Delta_{\text{ende}} := \Delta_{\text{egen}} + \delta_{\text{svinn.e}}(0 \text{ m}) + \Delta_{\text{nytte}} = 53.448 \text{ mm}$$

Med overhøyde

$$\Delta_{\text{ende}} - 29.24 \text{ mm} = 24.208 \text{ mm} < \frac{7310 \text{ mm}}{250} = 29.24 \text{ mm}$$

OK!

Nedbøyning i midtfelt

$$\Delta_{egen.m} := \int_0^L M_{egen}(x) \cdot \frac{M_{ned.midt}(x)}{EI_{bruks}(x)} dx = -0.673 \text{ mm}$$

$$\Delta_{nytte.m} := \int_0^L M_{nytte}(x) \cdot \frac{M_{ned.midt}(x)}{EI_{bruks}(x)} dx = -0.358 \text{ mm}$$

$$\delta_{svinn.m}(x) := \int_0^L \kappa_s(x) \cdot M_{ned.midt}(x) dx$$

$$\delta_{svinn.m}\left(\frac{(L-l)}{2} + l\right) = -0.048 \text{ mm}$$

$$\omega_{midt} := \frac{(q_{nytte.k} \cdot b^4)}{8 \cdot EI_{bruks}(11.435 \text{ m})} = -0.105 \text{ mm}$$

$$\Delta_{midt} := \Delta_{egen.m} + \Delta_{nytte.m} + \delta_{svinn.m}\left(\frac{(L-l)}{2}\right) + \omega_{midt} = -1.184 \text{ mm} < \frac{L-l}{250} = 32.4 \text{ mm}$$

OK!

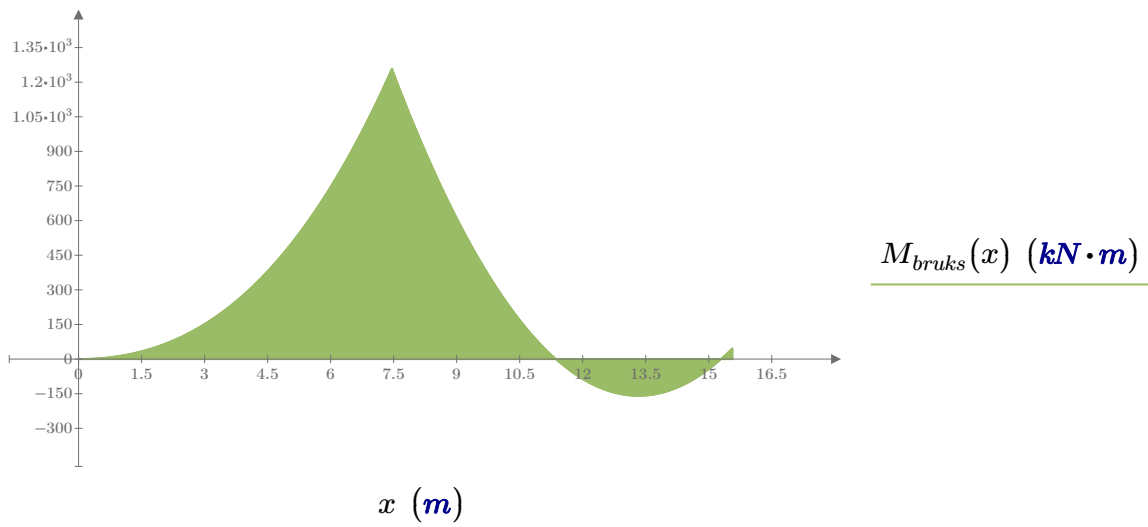
Integrasjon av momenttilfellene for ofte forekommende

$$\delta_{0,for} := \int_{0\text{ m}}^L M_{0,f}(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \qquad \delta_{0,for} = -1.766 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\delta_{1,for} := \int_{0\text{ m}}^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \qquad \delta_{1,for} = (3.801 \cdot 10^{-9}) \frac{1}{N} \cdot m$$

$$X_{for} := \frac{-\delta_{0,for}}{\delta_{1,for}} = 46.462 \text{ kN}$$

Endelig moment for punktlast $M_{bruks}(x) := M_{0,f}(x) + X_{for} \cdot M_1(x)$



$$M_{bruks}(l) = (1.259 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Rissviddebegrensning

$$c_{min.dur} := 50 \text{ mm}$$

tabell NA.4.4N

$$C_{nom} := 60 \text{ mm}$$

$$k_c := \frac{C_{nom}}{c_{min.dur}} = 1.2 < 1.3 \text{ OK}$$

Tabell NA.7.1N

$$\text{Maks tillatt rissvide for vår bjelke} \quad w_{maks} := 0.3 \cdot k_c \cdot \text{mm} = 0.36 \text{ mm}$$

Beregning av rissvide EC2 7.3.4

$$E_s := 2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \varepsilon_s := \frac{M_{bruks}(7.46 \text{ m}) \cdot (1 - \alpha(7.46 \text{ m})) d(7.46 \text{ m})}{EI_{bruks}(7.46 \text{ m})}$$

$$\sigma_s := E_s \cdot \varepsilon_s = 258.023 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$k_{t1} := 0.6 \quad \text{Kortvarig belastning}$$

$$k_{t2} := 0.4 \quad \text{Langvarig belastning}$$

$$f_{ctm} := 3.8 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e := \frac{E_s}{E_{cm}}$$

$$f_{ct.eff} := f_{ctm}$$

Minste verdi av:

$$h_{c.eff} := \left[\begin{array}{l} \frac{2.5 \cdot (h(7.46 \text{ m}) - d(7.46 \text{ m}))}{(h(7.46 \text{ m}) - \alpha d(7.46 \text{ m}))} \\ \frac{3}{h(7.46 \text{ m})} \\ \frac{2}{2} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} 0.175 \\ 0.266 \\ 0.5 \end{array} \right] \text{ m}$$

$$A_{c.eff} := b \cdot h_{c.eff_1} \quad \rho_{p.eff} := \frac{A_{sl.topp} + A_{sl.bunn}}{A_{c.eff}}$$

Monolittisk tverrsnitt

Hvis senteravstand er mindre enn:

$$5 \cdot \left(C_{nom} + \frac{d_{kam}}{2} \right) = 350 \text{ mm}$$

Dette er i overstemmelse med tidligere beregninger

Da brukes ligning (7.11)

$$K_1 := 0.8 \quad K_2 := 0.5 \quad K_3 := 3.4 \quad K_4 := 0.425$$

$$S_{r,max} := K_3 \cdot C_{nom} + K_1 \cdot K_2 \cdot K_4 \cdot \frac{d_{kam}}{\rho_{p,eff}}$$

$$\frac{\sigma_s - k_{t2} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s} = 0.0009 > 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} = 0.0008$$

Rissvidde:

(7.8)

$$w_K := S_{r,max} \cdot \left(\frac{\sigma_s - k_{t2} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s} \right) = 0.324 \text{ mm} < w_{maks} = 0.36 \text{ mm}$$

$$w_K < w_{maks}$$

OK!

Rissvidden er innenfor risskravet.

Spenningsbegrensning

$$k_1 := 0.6 \quad k_2 := 0.45 \quad k_3 := 0.8 \quad k_4 := 1.0 \quad k_5 := 0.75 \quad (\text{N.A. 7.2})$$

Betongspenninger

$$\sigma_c \leq k_1 \cdot f_{ck} \quad 7.2 (2)$$

$$\sigma_c \leq k_2 \cdot f_{ck} \quad 7.2 (3)$$

Aksiallikevekt gir:

$$\sigma_c := \frac{(\sigma_s \cdot A_{sl.topp} \cdot 2)}{\alpha d(l) \cdot b} = 4.815 \text{ MPa} \quad 5.2 \text{ Sørensen}$$

$$\sigma_c = 4.815 \text{ MPa} < k_1 \cdot f_{ck} = 27 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = 4.815 \text{ MPa} < k_2 \cdot f_{ck} = 20.25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Strekkspenning i armering

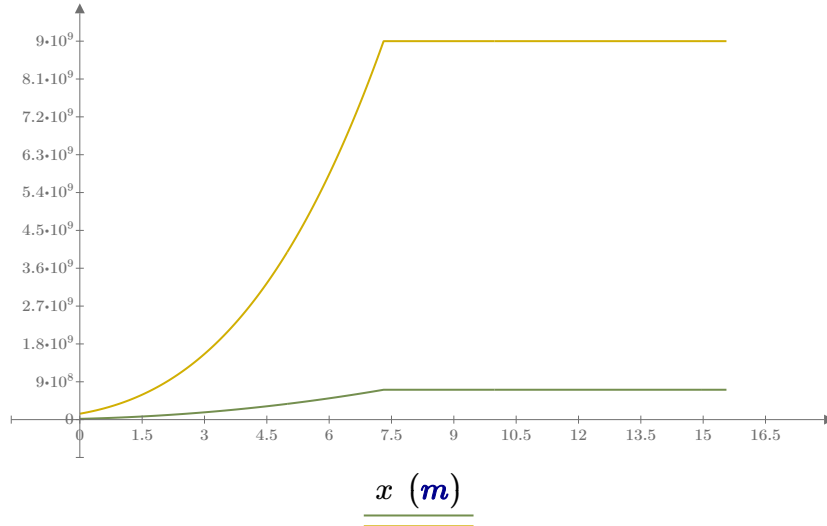
$$\sigma_s \leq k_3 \cdot f_{yk} \quad \text{Karakteristisk lastkombinasjon} \quad 7.2 (5)$$

$$\sigma_s \leq k_4 \cdot f_{yk} \quad \text{Påført deformasjon}$$

$$\sigma_s = 258.023 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < k_3 \cdot f_{yk} = 400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{OK!}$$

$$\sigma_s = 258.023 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < k_4 \cdot f_{yk} = 500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{OK!}$$

Svingningsbegrensning



$$\frac{EI_{bruks}(x) \text{ (} \mathbf{N \cdot m^2} \text{)}}{EI(x) \text{ (} \mathbf{N \cdot m^2} \text{)}}$$

Tilnærmet midlet EI for svingningsbegrensning

$$\frac{\langle EI(7.46 \text{ m}) + EI_{bruks}(7.46 \text{ m}) \rangle}{2} = \langle 4.855 \cdot 10^9 \rangle \mathbf{N \cdot m^2}$$

Monolittisk tverrsnitt

Stivhetsmatrise $ke(x, ei) := \frac{ei}{x^3} \cdot \begin{bmatrix} 12 & -6 \cdot x & -12 & -6 \cdot x \\ -6 \cdot x & 4 \cdot x^2 & 6 \cdot x & 2 \cdot x^2 \\ -12 & 6 \cdot x & 12 & 6 \cdot x \\ -6 \cdot x & 2 \cdot x^2 & 6 \cdot x & 4 \cdot x^2 \end{bmatrix}$

Massematrise $me(x, \mu) := \frac{\mu \cdot x}{420} \cdot \begin{bmatrix} 156 & -22 \cdot x & 54 & 13 \cdot x \\ -22 \cdot x & 4 \cdot x^2 & -13 \cdot x & -3 \cdot x^2 \\ 54 & -13 \cdot x & 156 & 22 \cdot x \\ 13 \cdot x & -3 \cdot x^2 & 22 \cdot x & 4 \cdot x^2 \end{bmatrix}$

Tyngdens akselerasjon $G := 9.82$

Romvekt material N/m³ $\gamma M := 25000$

Gjennomsnittshøyde m $H := 0.82$

Bredde m $B := 3$

Areal m² $AR := B \cdot H = 2.46$

Total lengde m $LT := 8.1 + 7.46 = 15.56$ $L1 := 8.1$ $L2 := 7.46$

E-modul N/m² $EI := 4.855 \cdot 10^9$

Antall elementer $NEL := 4$

sløyfe over elementene

$$iel := 1, 2 \dots NEL$$

antall elementfrihetsgrader

$$ndof := 4 \cdot NEL = 16$$

antall konstruksjons-
frihetsgrader

$$ndeg := 2 \cdot NEL + 2 = 10$$

Lengde pr element

$$jel := 1, 2 \dots \frac{NEL}{2}$$

Bøyestivhet pr. element Nm²

$$EI_{iel} := EI$$

$$L_{jel} := \frac{2 \cdot L1}{NEL} = \begin{bmatrix} 4.05 \\ 4.05 \end{bmatrix}$$

masse pr lengdeenhet pr
element kg/m

$$mass_{iel} := \frac{\gamma M}{G} \cdot AR$$

$$L_{\frac{NEL}{2} + jel} := \frac{2 \cdot L2}{NEL} = \begin{bmatrix} 3.73 \\ 3.73 \end{bmatrix}$$

Monolittisk tverrsnitt

Danner konstruksjonens
stivhets- og massematrise

$$i := 1, 2 \dots 4$$

$$j := 1, 2 \dots 4$$

$$KE_{i+4 \cdot (iel-1), j+4 \cdot (iel-1)} := ke \left(L_{iel}, EI_{iel} \right)_{i,j}$$

$$ME_{i+4 \cdot (iel-1), j+4 \cdot (iel-1)} := me \left(L_{iel}, mass_{iel} \right)_{i,j}$$

$$A_{ndof, ndeg} := 0$$

$$A_{4 \cdot (iel-1) + i, 2 \cdot (iel-1) + i} := 1$$

$$K := A^T KE \cdot A$$

$$M := A^T ME \cdot A$$

Randbetingelser: Innspent i
venstre ende og kun
rotasjon over støtten

$$ii := 1, 2 \dots ndeg$$

$$jj := 1, 2 \dots 2$$

$$K_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$K_{ii, jj} := K_{jj, ii}$$

$$M_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$M_{ii, jj} := M_{jj, ii}$$

Frihetsgrad 1,2 og NEL+1.
Forutsetter at antall
elementer NEL er et partall

$$ii := 1, 2 \dots ndeg$$

$$jj := NEL + 1$$

$$K_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$K_{ii, jj} := K_{jj, ii}$$

$$M_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$M_{ii, jj} := M_{jj, ii}$$

Beregner egenfrekvenser

$$evals := \text{genvals}(K, M)$$

ER OMEGA I KVADRAT

frekvenser Hz

$$freqs_{ii} := \frac{1}{2 \pi} \cdot \sqrt{evals_{ii}}$$

i stigende rekkefølge

$$fr := \text{sort}(freqs)$$

tilhørende svingeperiode

$$Tper_{ii} := \frac{1}{fr_{ii}}$$

Monolittisk tverrsnitt

frekvens (Hz)

sirkelfrekvens rad/s

svingeperiode (s)

$$fr = \begin{bmatrix} 0.159 \\ 0.159 \\ 0.159 \\ 6.074 \\ 35.707 \\ 52.671 \\ 131.774 \\ 183.044 \\ 337.115 \\ 582.894 \end{bmatrix}$$

$$\text{sort}(evals) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1.457 \cdot 10^3 \\ 5.033 \cdot 10^4 \\ 1.095 \cdot 10^5 \\ 6.855 \cdot 10^5 \\ 1.323 \cdot 10^6 \\ 4.487 \cdot 10^6 \\ 1.341 \cdot 10^7 \end{bmatrix}$$

$$T_{per_{ii}} = \begin{bmatrix} 6.283 \\ 6.283 \\ 6.283 \\ 0.165 \\ 0.028 \\ 0.019 \\ 0.008 \\ 0.005 \\ 0.003 \\ 0.002 \end{bmatrix}$$

Egenfrekvens er sqrt(stivhet/masse)

Egenfrekvensen er 6.074Hz < 10Hz. Ikke godkjent

VEDLEGG D

Vedlegg D

ORIGIN := 1

D.1 BRUDDGRENSE

Faktorer

$$\begin{aligned} \gamma_{g,b} &:= 1.2 & \gamma_{g,a} &:= 1.35 & \gamma_c &:= 1.5 & \alpha_{ct} &:= 0.85 \\ \gamma_{p,b} &:= 1.5 & \gamma_{p,a} &:= 1.05 & \gamma_s &:= 1.15 \end{aligned}$$

Verdier

$$\begin{aligned} E &:= 36000 \frac{N}{mm^2} & f_{ctm} &:= 3.8 \frac{N}{mm^2} \\ E_{cm} &:= 36000 \frac{N}{mm^2} & f_{yk} &:= 500 \frac{N}{mm^2} \\ E_s &:= 2 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} & f_{yd} &:= \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 434.783 \frac{N}{mm^2} \\ \varepsilon_{cu} &:= 0.0035 & f_{ck} &:= 45 \frac{N}{mm^2} \\ \varepsilon_{yk} &:= \frac{500 \text{ MPa}}{2 \cdot 10^5 \text{ MPa}} = 0.003 & f_{cd} &:= f_{ck} \cdot \frac{0.85}{\gamma_c} = 25.5 \frac{N}{mm^2} \\ f_{ctk.0.05} &:= 2.7 \frac{N}{mm^2} & f_{ywd} &:= f_{yd} = 434.783 \frac{N}{mm^2} \end{aligned}$$

Overdekning

$$C_{nom} := 60 \text{ mm}$$

Diameter armering

$$d_{kam} := 20 \text{ mm}$$

$$d_{skjær} := 10 \text{ mm}$$

T-tverrsnitt tykk flens

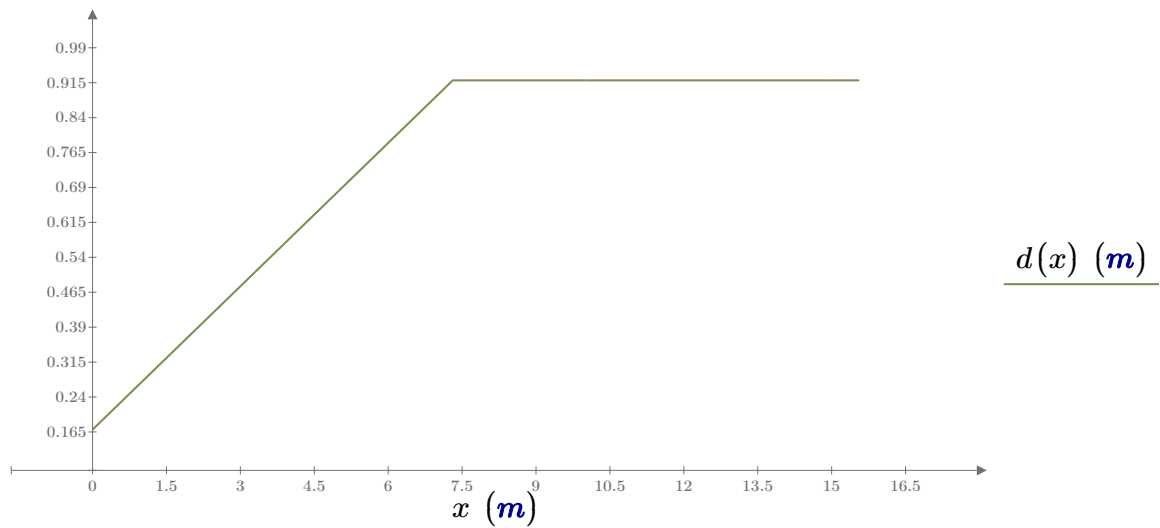
$$x := 0 \text{ m}, 0.01 \text{ m} \dots 15.56 \text{ m}$$

Tverrsnitt med flens tykkere enn $0.35 \cdot d$, regnes som tykk flens. Da skal bjelken regnes på som to sammensatte rektangulære bjelker.

$$h_0 := 0.250 \text{ m} \quad h_1 := 1 \text{ m} \quad b := 3 \text{ m} \quad l := 7.46 \text{ m} \quad L := 15.56 \text{ m}$$

$$\text{Høyde} \quad h(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq 7.31 \text{ m} \\ \left| \left| \left| h_0 + (h_1 - h_0) \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right. \right. \right| \\ \text{if } 7.31 \text{ m} < x \leq L \\ \left| \left| h_1 \right. \right| \end{cases}$$

$$\text{Effektiv høyde} \quad d(x) := h(x) - C_{nom} - \frac{d_{kam}}{2} - 10 \text{ mm}$$



T-tverrsnitt tykk flens

Bredde på flensen og utforming

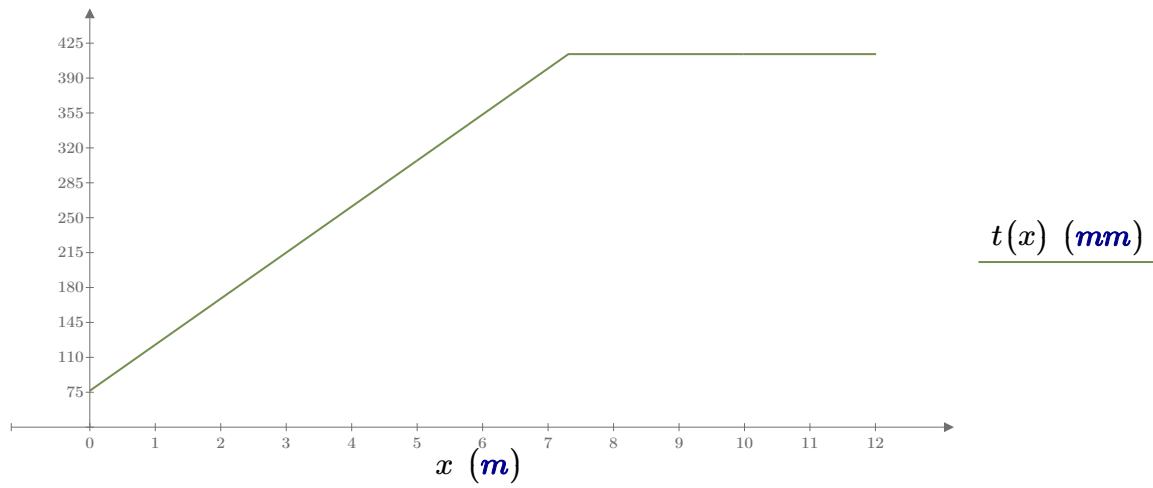
$$b_t := 3 \text{ m} \quad l_0 := 11.46 \text{ m} \quad b_w := 1000 \text{ mm}$$

$$b_i := \frac{(b_t - b_w)}{2} = 1 \text{ m} \quad 0.2 \cdot l_0 = 2.292 \text{ m} \quad b_{eff,i} \leq 0.2 \cdot l_0 \quad (5.7a)$$

$$b_{eff,i} := 0.2 \cdot b_i + 0.1 \cdot l_0 = 1.346 \text{ m} \quad b_i = 1 \text{ m} \quad b_{eff,i} \leq b_i \quad (5.7b)$$

$$b_{eff} := \sum_{i=1}^2 b_i + b_w = 3 \text{ m} \quad \text{OK!} \quad b_{eff} \leq b$$

$$\frac{t}{d} > 0.33 \quad t(x) := 0.45 \cdot d(x)$$



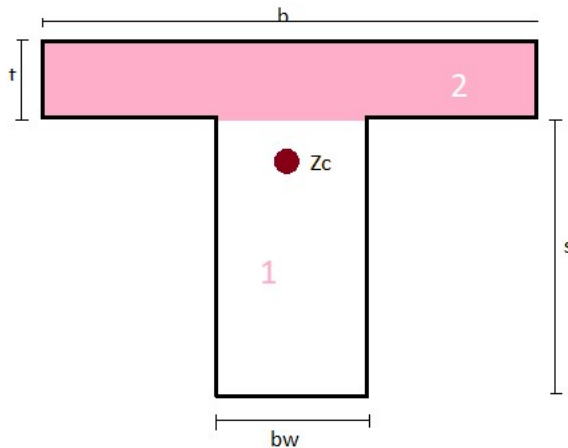
$$t(7.46 \text{ m}) = 41.4 \text{ cm} \quad t(0 \text{ m}) = 7.65 \text{ cm}$$

T-tverrsnitt tykk flens

Ved normalarmert tverrsnitt må spenningsfordelingen i stegpartiet bli som ved rektangulært tverrsnitt, mens spenningene i flensene må følge den samme spenningskurven så langt som ned som flensen rekker.

$$s(x) := h(x) - t(x)$$

$$\text{Senter} \quad z_c(x) := \frac{\left(h(x) - \frac{t(x)}{2}\right) \cdot t(x) \cdot b + \frac{s(x)}{2} \cdot b_w \cdot s(x)}{t(x) \cdot b + b_w \cdot s(x)}$$



$$z_c(0 \text{ m}) = 157.935 \text{ mm} \quad \text{fra bunnen og opp.}$$

$$z_c(10 \text{ m}) = 632.716 \text{ mm}$$

2. arealmoment I_y

$$I_2(x) := \frac{1}{12} \cdot b_w \cdot (s(x))^3 + \left(z_c(x) - \frac{s(x)}{2}\right)^2 \cdot b_w \cdot s(x)$$

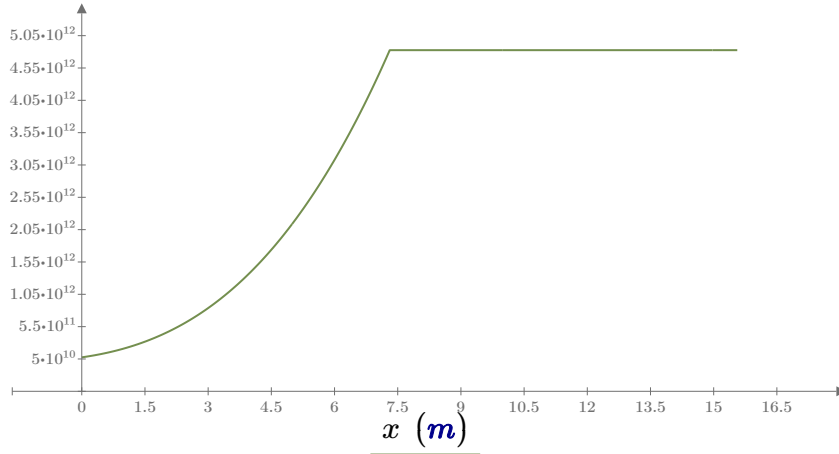
$$I_1(x) := \frac{1}{12} \cdot b \cdot (t(x))^3 + \left(\left(h(x) - \frac{t(x)}{2}\right) - z_c(x)\right)^2 \cdot b \cdot t(x)$$

$$I(x) := I_1(x) + I_2(x)$$

T-tverrsnitt tykk flens

EI

$$EI(x) := E \cdot I(x)$$



$$EI(x) \text{ (kN} \cdot \text{mm}^2\text{)}$$

$$EI(0 \text{ m}) = (7.528 \cdot 10^4) \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

$$EI(7.46 \text{ m}) = (4.826 \cdot 10^6) \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Areal

$$A(x) := b_w \cdot s(x) + t(x) \cdot b$$

$$A(7.46 \text{ m}) = 1828000 \text{ mm}^2$$

T-tverrsnitt tykk flens

Laster

$$h_{tom}(x) := h(x) - t(x)$$

Lastfelt

Nyttelast $q_p := -3.5 \frac{kN}{m^2} \cdot b = -10.5 \frac{kN}{m}$

Egenlast $q_g(x) := -25 \frac{kN}{m^3} \cdot (b \cdot h(x) - 2 \cdot b_i \cdot h_{tom}(x))$

Trapeslast

Last ved 0 m

6.10b $q_{0.b} := q_g(0 \text{ m}) \cdot \gamma_{g.b} + q_p \cdot \gamma_{p.b} = -27.84 \frac{kN}{m}$

6.10a $q_{0.a} := q_g(0 \text{ m}) \cdot \gamma_{g.a} + q_p \cdot \gamma_{p.a} = -24.626 \frac{kN}{m}$

Last ved 7.31m

6.10b $q_{1.b} := q_g(l) \cdot \gamma_{g.b} + q_p \cdot \gamma_{p.b} = -70.59 \frac{kN}{m}$

6.10a $q_{1.a} := q_g(l) \cdot \gamma_{g.a} + q_p \cdot \gamma_{p.a} = -72.72 \frac{kN}{m}$

$$\rho_b := \frac{q_{1.b} - q_{0.b}}{q_{0.b}} = 1.536$$

$$\rho_a := \frac{q_{1.a} - q_{0.a}}{q_{0.a}} = 1.953$$

Lastfelt for hele bjelken

6.10b $q_b(x) := q_{0.b} \cdot \left(1 + \rho_b \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}}\right)$

6.10a $q_a(x) := q_{0.a} \cdot \left(1 + \rho_a \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}}\right)$

$$Q := \int_0^L q_b(x) dx = -1.141 \cdot 10^6 \text{ N}$$

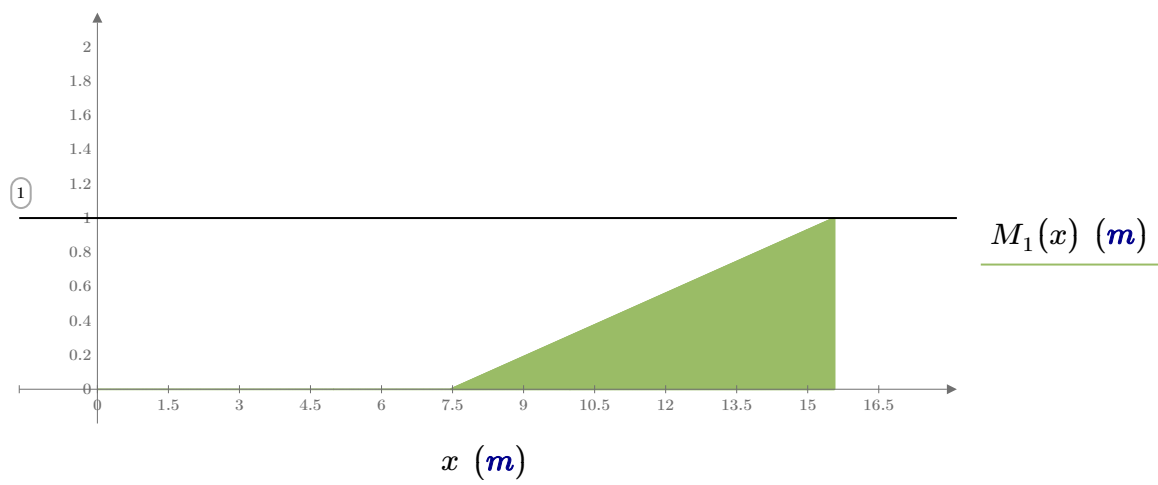
$$Q := \int_0^L q_a(x) dx = -1.18 \cdot 10^6 \text{ N}$$

T-tverrsnitt tykk flens

Moment for enhetslasten

$$A_{z,1} := -\frac{1}{(L-l)} \quad B_{z,1} := \frac{1}{(L-l)}$$

$$M_1(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq x \leq l \\ -A_{z,1} \cdot (x-l) \cdot m & \text{if } l < x \leq L \end{cases}$$



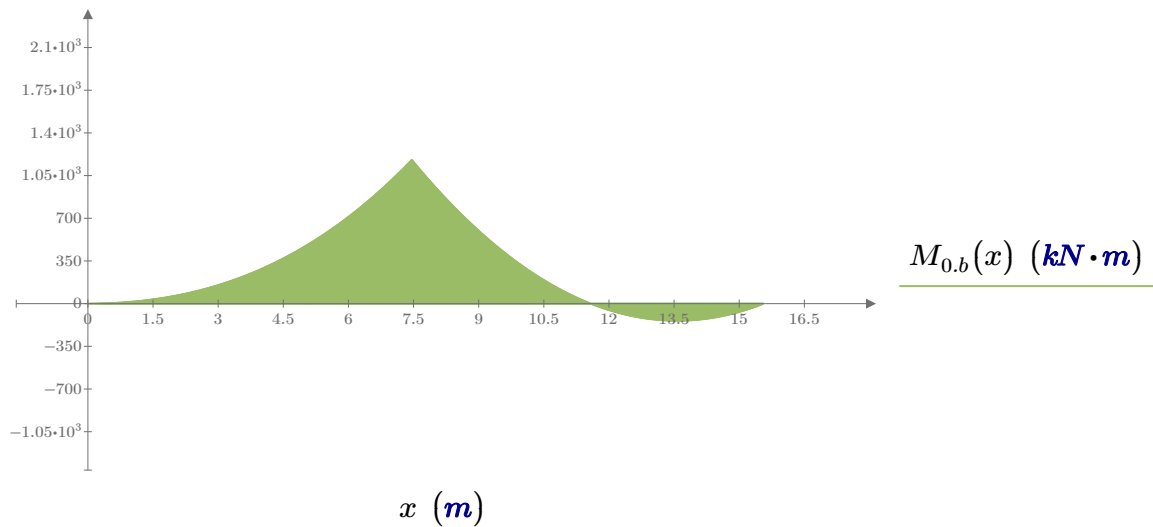
T-tverrsnitt tykk flens

Momentdiagram for lastfelt 6.10b

$$A_{z,b} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_{0\text{ m}}^{7.31\text{ m}} (L-x) \cdot q_b(x) dx + q_{1,b} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = 791.148 \text{ kN}$$

$$B_{z,b} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0,b} + q_{1,b}) \cdot 7.31 \text{ m} - A_{z,b} - q_{1,b} \cdot (L-l) = 140.392 \text{ kN}$$

$$M_{0,b}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq l \\ \left| - \int_{0\text{ m}}^x q_b(z) (x-z) dz \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| - \int_{0\text{ m}}^{7.31\text{ m}} q_b(z) (x-z) dz - A_{z,b} \cdot (x-l) - \frac{q_{1,b}}{2} \cdot (x-l)^2 \right| \end{cases}$$



$$M_{0,b}(l) = (1.179 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{0,b}(L) = (9.313 \cdot 10^{-13}) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

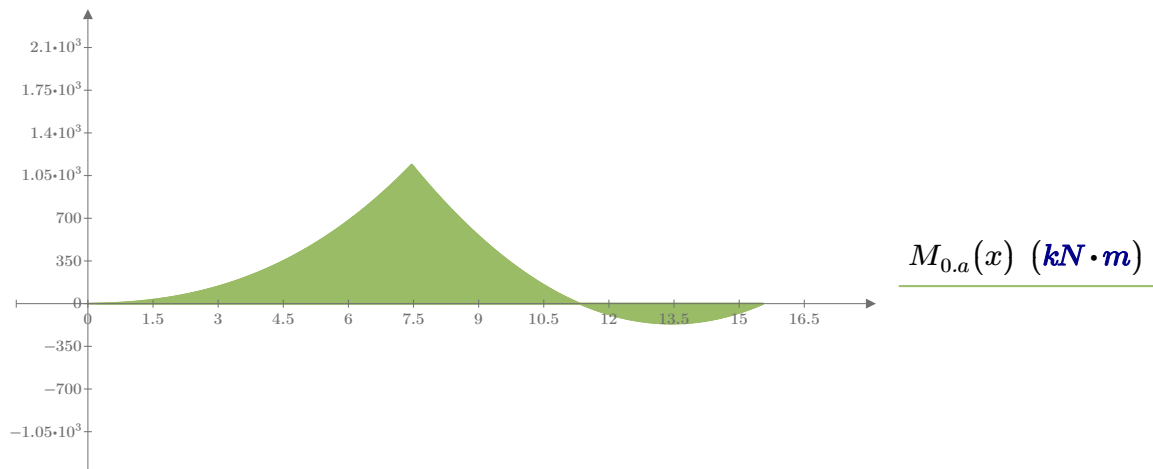
T-tverrsnitt tykk flens

Momentdiagram for lastfelt 6.10a

$$A_{z.a} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_{0 \text{ m}}^{7.31 \text{ m}} (L-x) \cdot q_a(x) \, dx + q_{1.a} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = 791.015 \text{ kN}$$

$$B_{z.a} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0.a} + q_{1.a}) \cdot 7.31 \text{ m} - A_{z.a} - q_{1.a} \cdot (L-l) = 153.817 \text{ kN}$$

$$M_{0.a}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq l \\ \left| \left| - \int_{0 \text{ m}}^x q_a(z) (x-z) \, dz \right| \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| \left| - \int_{0 \text{ m}}^{7.31 \text{ m}} q_a(z) (x-z) \, dz - A_{z.a} \cdot (x-l) - \frac{q_{1.a}}{2} \cdot (x-l)^2 \right| \right| \end{cases}$$



$x \text{ (m)}$

$$M_{0.a}(l) = (1.14 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{0.a}(L) = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Lastkombinasjon 6.10b var dimensjonerende og vil bli brukt videre.

$$M_0(x) := M_{0.b}(x)$$

T-tverrsnitt tykk flens

Trykksone

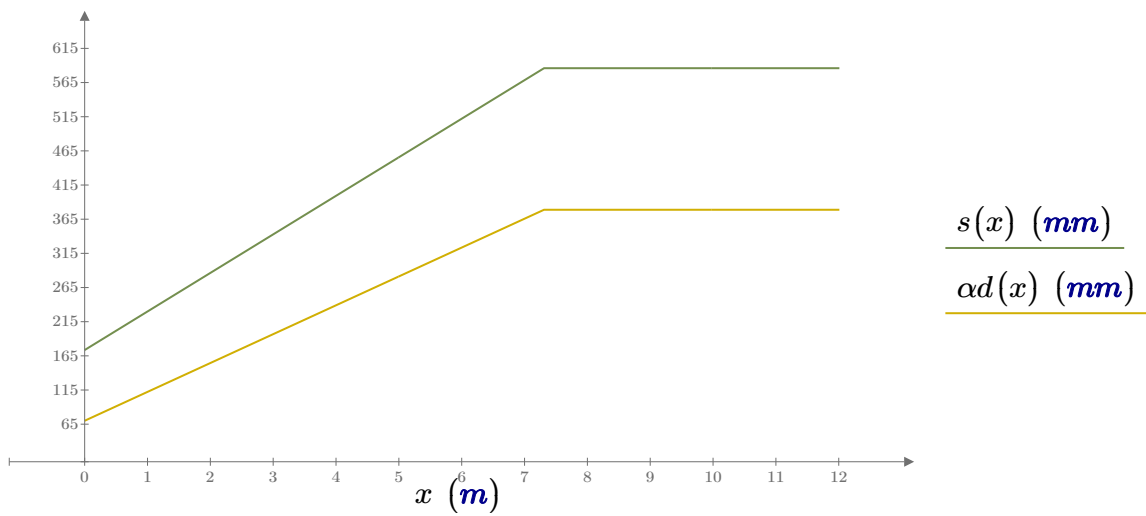
Normalarmert α

$$\alpha := \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 2 \cdot \varepsilon_{yk}} = 0.412$$

Relativ trykksone

$$\alpha d(x) := \alpha \cdot d(x)$$

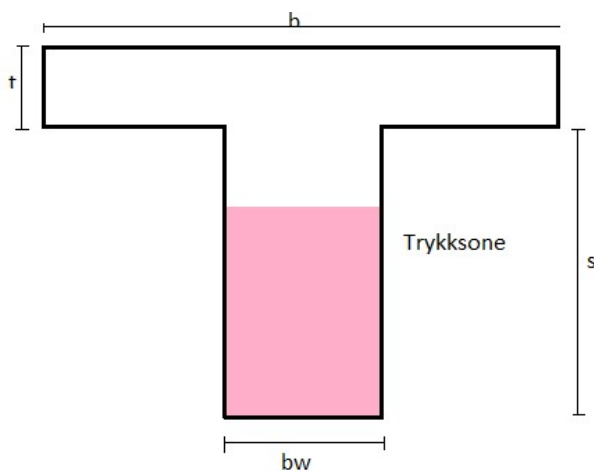
Når $0 < x < 11.5\text{m}$



Vi ser her at trykksonen, som er på undersiden av bjelken hvor den får påkjent trykk, ikke strekker seg over steget. høyden på steget blir definert som s = steghøyden.

Vi ønsker $s > \alpha d$

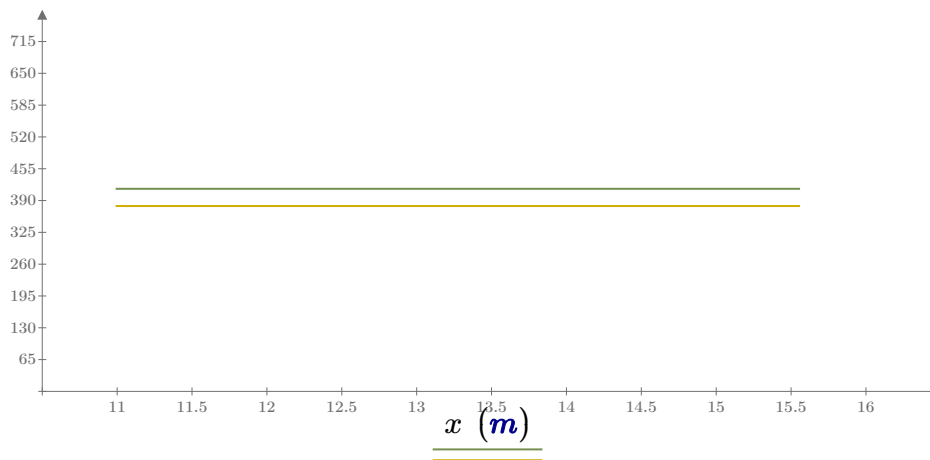
OK



Vi har nå vist at bjelken kan regnes som en rektangulær bjelke med bredde b_w , så lenge flensen ligger på strekksiden. Noe den gjør frem til $x = \text{ca. } 11.2\text{m}$.

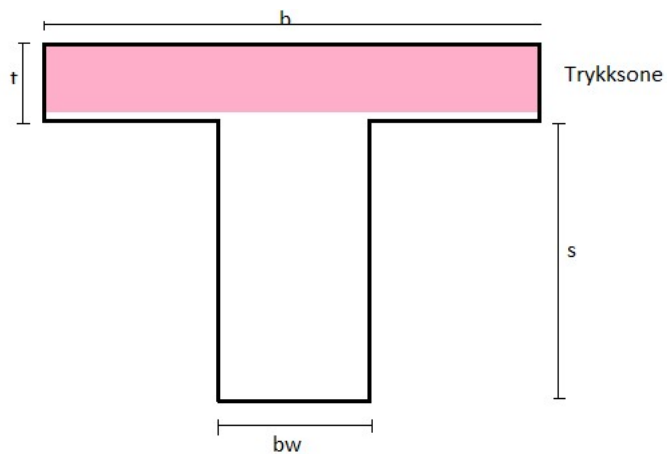
T-tverrsnitt tykk flens

Når $11.2\text{m} < x < 15.46\text{m}$



Vi ønsker $t > \alpha d$

Vi ser at ved dette intervallet så er tykkelsen på flensen større enn høyden på trykksone, og trykksone bare i flensen. Vi kan her og regne bjelken som ett rektangulært tverrsnitt.



T-tverrsnitt tykk flens

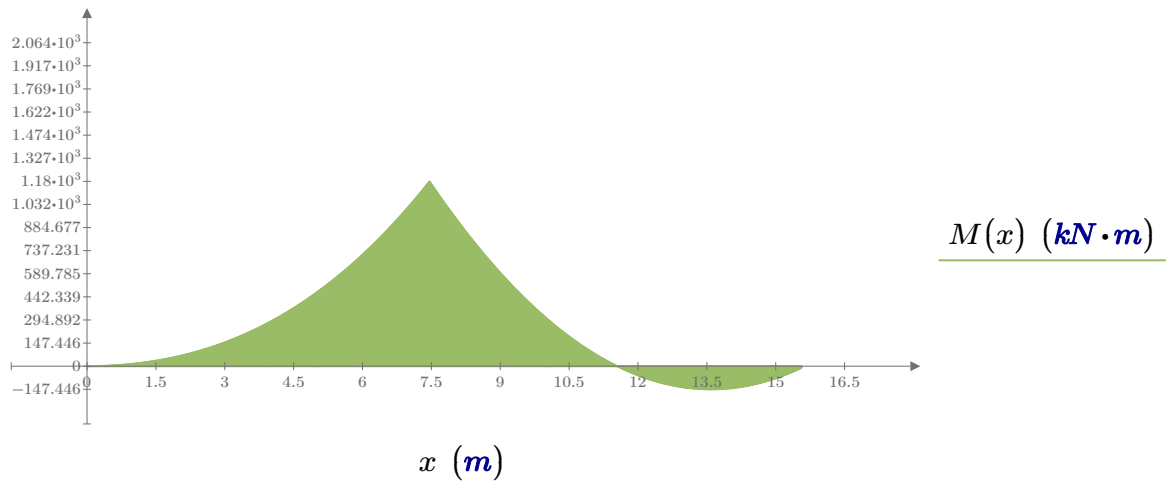
Integrasjon av momenttilfellene

$$\delta_0 := \int_0^L M_0(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \quad \delta_0 = (5.803 \cdot 10^{-6}) \text{ m}$$

$$\delta_1 := \int_0^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \quad \delta_1 = (5.594 \cdot 10^{-10}) \frac{\text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}} \cdot \text{m}$$

$$X := \frac{-\delta_0}{\delta_1} = -10.372 \text{ kN}$$

Endelig moment for bjelken $M(x) := M_0(x) + X \cdot M_1(x)$



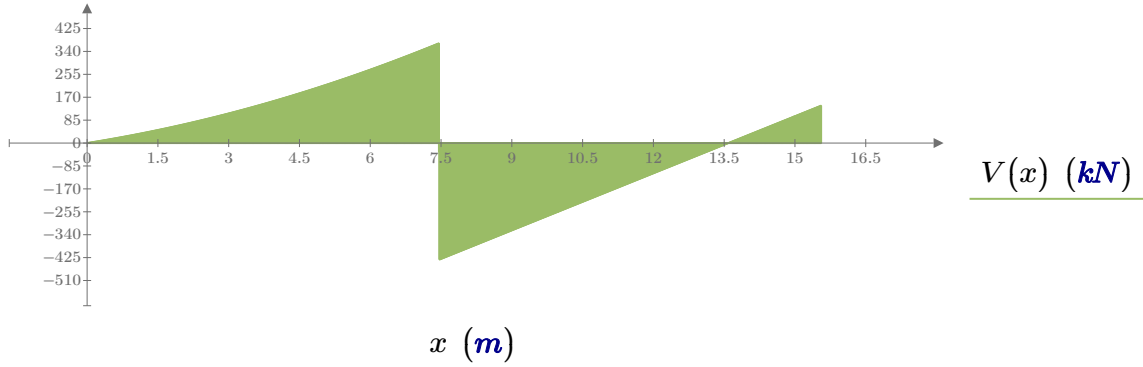
$$M(7.46 \text{ m}) = 1179.324 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M(15.56 \text{ m}) = -10.372 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

T-tverrsnitt tykk flens

Skjærkraft

$$V(x) := \frac{d}{dx}M(x)$$



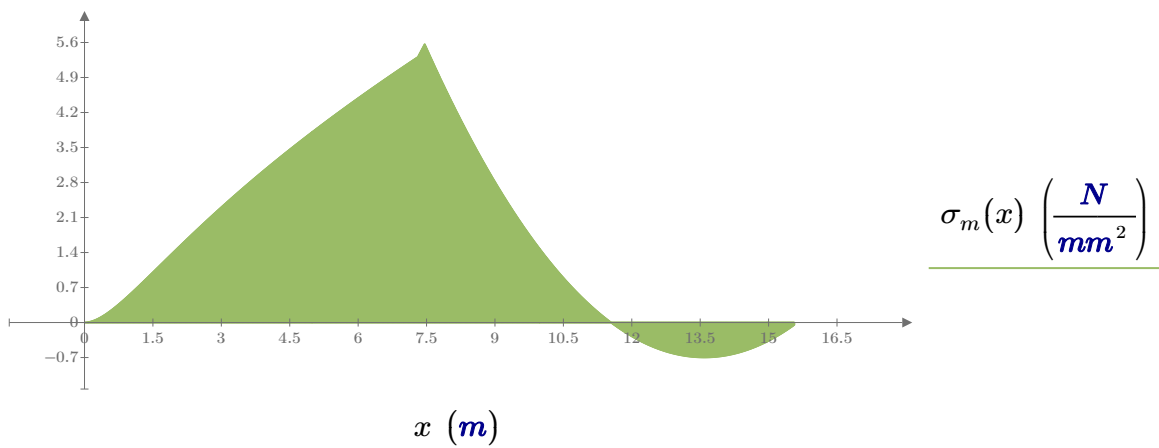
$$V(7.459 \text{ m}) = 370.344 \text{ kN}$$

$$V(7.461 \text{ m}) = -432.597 \text{ kN}$$

Bøyespennning

$$W(x) := \frac{I(x)}{z_c(x)}$$

$$\sigma_m(x) := \frac{M(x)}{W(x)}$$



$$\sigma_m(7.46 \text{ m}) = 5.567 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_m(15.56 \text{ m}) = -0.049 \frac{N}{mm^2}$$

T-tverrsnitt tykk flens

Momentkapasitet

Armeringstøyningen innenfor tillatt område når $\epsilon_s < \epsilon_{ud}$

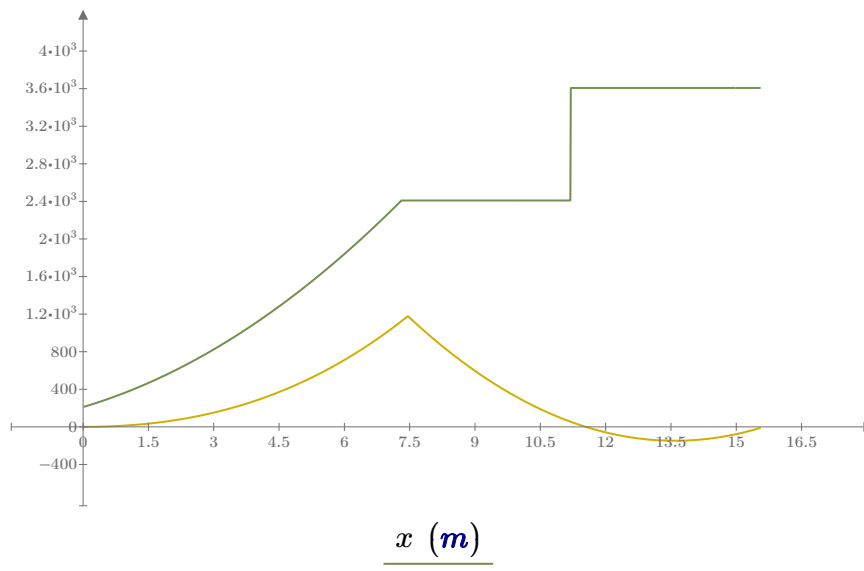
$$\epsilon_{ud} := 3 \cdot 10^{-2} \quad \text{N.A.3.5 (901)}$$

Vi dimensjonerer bjelken i henhold til norsk praksis og har dermed satt armeringstøyningen $\epsilon_s = 2 \cdot \epsilon_{yk}$.

$$\epsilon_s := \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \cdot \epsilon_{cu} = 0.005$$

Armeringstøyningen er innenfor tillatt område og vi kan regne momentkapasiteten som underarmert

$$M_{Rd}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} < x \leq 11.2 \text{ m} \\ \left| \left| 0.8 \cdot \alpha \cdot (1 - 0.4 \alpha) \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot (s(x))^2 \right| \right| \\ \text{if } 11.2 \text{ m} < x \leq 15.56 \text{ m} \\ \left| \left| 0.8 \cdot \alpha \cdot (1 - 0.4 \alpha) \cdot f_{cd} \cdot b \cdot t(x)^2 \right| \right| \end{cases} \quad M_{Ed}(x) := M(x)$$



T-tverrsnitt tykk flens

Nødvendig armering

$$z(x) := \left(1 - 0.17 \cdot \frac{M_{Ed}(x)}{M_{Rd}(x)} \right) \cdot d(x)$$

$$A_s(x) := \frac{M_{Ed}(x)}{z(x) \cdot f_{yd}}$$

Strekkarmering i overkant

Dimensjonerer etter det mest påkjente punktet. Snitt $x=7.46\text{m}$

$$A_s(7.46 \text{ m}) = (3.216 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Minstekrav armering

$$A_{smin} := 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_w \cdot s(7.46 \text{ m}) = (1.158 \cdot 10^3) \text{ mm}^2 \quad (NA.9.1N)$$

Vår armering: minimumsarmering

$$n := \frac{A_s(7.46 \text{ m})}{\pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2} = 10.237$$

$$n_{topp} := 12$$

Senteravstand

$$d_g := 8 \text{ mm}$$

$$se := \begin{bmatrix} 2 \cdot d_{kam} \\ d_g + 5 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 13 \\ 20 \end{bmatrix} \text{ mm}$$

senteravstand må være større eller lik max av 2 kam; $d_g+5\text{mm}; 20\text{mm}$.

$$se \geq 40 \text{ mm} \quad se_1 = 40 \text{ mm}$$

$$Se := b - 2 \cdot C_{nom} - 2 \cdot 10 \text{ mm} - 18 \cdot 20 \text{ mm} = 2.5 \text{ m}$$

$$\frac{Se}{n_{topp} - 1} = 227.273 \text{ mm}$$

$$Se := 225 \text{ mm}$$

T-tverrsnitt tykk flens

Maks armering

$$A_c(x) := b \cdot h(x) - n_{topp} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2}\right)^2$$

$$A_{smax}(x) := 0.04 \cdot A_c(x) \quad A_{smax}(7.46 \text{ m}) = (1.198 \cdot 10^5) \text{ mm}^2 \quad \text{OK!}$$

Lengdearmering

topp

$$A_{sl.topp} := n_{topp} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2}\right)^2 = (3.77 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Strekkarmering i underkant

Snitt 2. Snitter i l02 i 13.6m der det er størt moment.

$$A_s(13.6 \text{ m}) = -366.062 \text{ mm}^2$$

Minstekrav armering

$$A_{smin} := 0.26 \cdot \frac{fctm}{fyk} \cdot b \cdot t(13.6 \text{ m}) = (2.454 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Vår armering: minimumsarmering

$$n := \frac{|A_{smin}|}{\pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2}\right)^2} = 7.81$$

$$n_{bunn} := 8$$

Senteravstand

$$se := \begin{bmatrix} 2 \cdot d_{kam} \\ d_g + 5 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 13 \\ 20 \end{bmatrix} \text{ mm} \quad d_g := 8 \text{ mm}$$

senteravstand må være større eller lik max av 2 kam; dg+5mm;20mm.

$$se \geq 40 \text{ mm} \quad se_1 = 0.04 \text{ m}$$

$$Se := \frac{(b - n_{bunn} \cdot 20 \text{ mm})}{n_{bunn} - 1} = 405.714 \text{ mm}$$

$$Se := 400 \text{ mm}$$

Lengdearmering

bunn

$$A_{sl.bunn} := n_{bunn} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2}\right)^2 = (2.513 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Skjærkapasitet

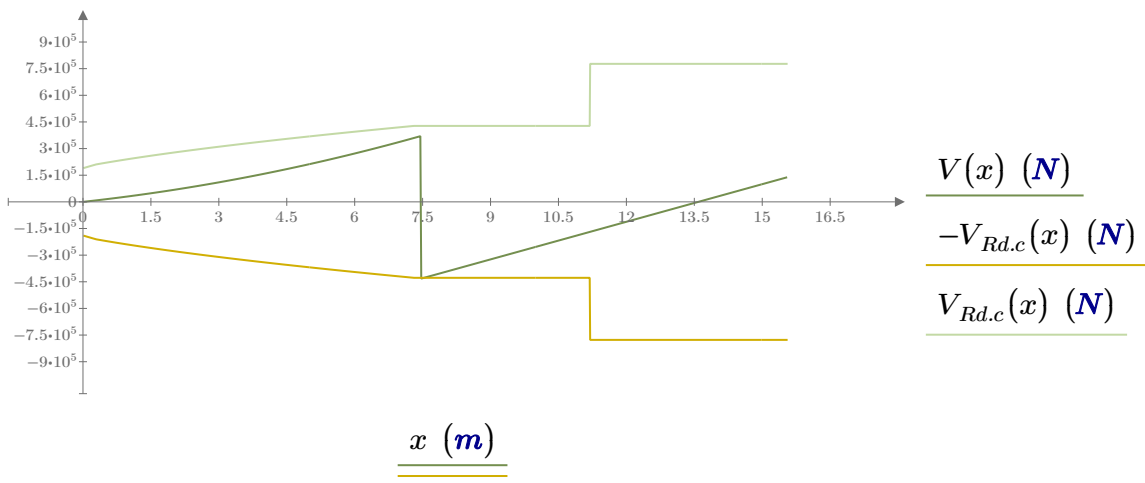
Skjærstrekkkapasitet:

$$k_2 := 0.18 \quad \gamma_c := 1.5 \quad C_{Rd.c} := \frac{k_2}{\gamma_c} = 0.12 \quad k_1 := 0.15$$

$$k(x) := \begin{cases} \left| \left| \left| 1 + 2 \sqrt{\frac{200}{d(x) \frac{1}{mm}}} \leq 2 \right. \right. \right. \\ \left| \left| \left| 1 + 2 \sqrt{\frac{200}{d(x) \frac{1}{mm}}} \right. \right. \right. \\ \left| \left| \left| 1 + 2 \sqrt{\frac{200}{d(x) \frac{1}{mm}}} > 2 \right. \right. \right. \\ \left| \left| 2 \right. \right. \end{cases}$$

$$p_l(x) := \begin{cases} \left| \left| \left| \frac{A_{sl.topp}}{b_w \cdot d(x)} \right. \right. \right. \\ \left| \left| \left| \frac{A_{sl.bunn}}{b \cdot d(x)} \right. \right. \right. \end{cases}$$

$$V_{Rd.c}(x) := \begin{cases} \left| \left| \left| \left(C_{Rd.c} \cdot k(x) \cdot (100 \cdot p_l(x) \cdot 45)^{\frac{1}{3}} \right) \cdot b_w \cdot d(x) \frac{N}{mm^2} \right. \right. \right. \\ \left| \left| \left| \left(C_{Rd.c} \cdot k(x) \cdot (100 \cdot p_l(x) \cdot 45)^{\frac{1}{3}} \right) \cdot b \cdot d(x) \frac{N}{mm^2} \right. \right. \right. \end{cases}$$



T-tverrsnitt tykk flens

Redusert VEd

Mest utsatt snitt i $7.61\text{m} + 0.92\text{m} = 8.53\text{m}$

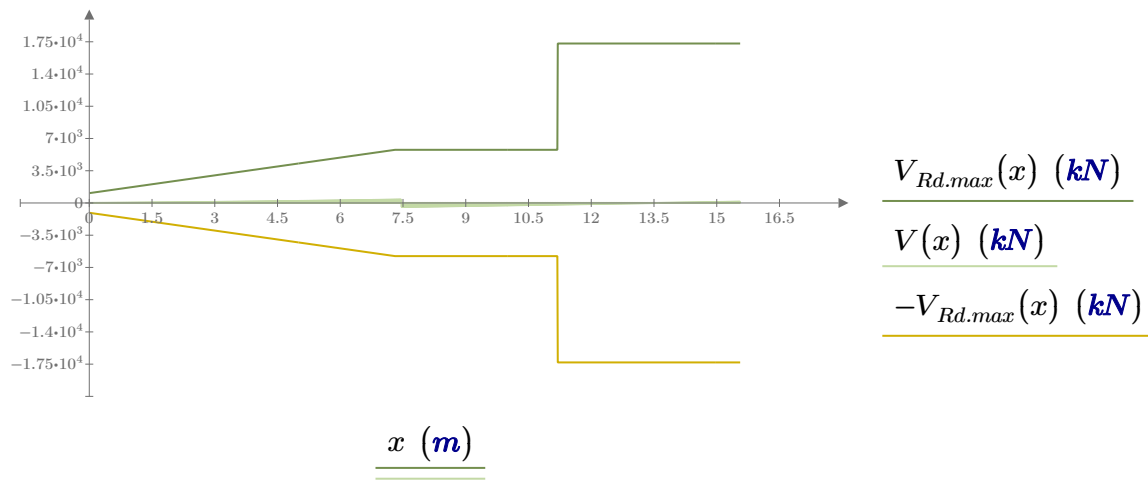
$$V_{Ed.Red} := |V(8.53 \text{ m})| = 357.136 \text{ kN} < V_{Rd.c}(7.46 \text{ m}) = 427.658 \text{ kN}$$

Bjelken har nok skjærstrekkkapasitet

Skjærtrykkkapasitet

$$\nu := 0.6 \cdot \left(1 - \frac{45}{250}\right)$$

$$V_{Rd.max}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} < x \leq 11.2 \text{ m} \\ \left\| \left\| 0.5 \cdot b_w \cdot d(x) \cdot \nu \cdot f_{cd} \right\| \right\| \\ \text{if } 11.2 \text{ m} < x \leq 15.56 \text{ m} \\ \left\| \left\| 0.5 \cdot b \cdot d(x) \cdot \nu \cdot f_{cd} \right\| \right\| \end{cases} \quad (6.5)$$



Bjelken har nok skjærtrykkkapasitet

T-tverrsnitt tykk flens

Minste skjærarmoring

$\alpha := 90^\circ$ Vi legger skjærbøylene 90 grader normalt på lengdearmoringen.

$$p_{w.min} := \frac{(0.1 \cdot \sqrt{f_{ck}})}{f_{yk}} \cdot N^{\frac{1}{2}} = 0.001 \text{ mm} \quad NA (9.5 N)$$

$$A_{sw.s} := p_{w.min} \cdot b_w = 1.342 \text{ mm}^2 \quad \text{pr. meter}$$

$$d_{bøyle} := 10 \text{ mm}$$

$$A_{sw} := 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{bøyle}}{2} \right)^2 = 157.08 \text{ mm}^2$$

$$se := \frac{A_{sw}}{A_{sw.s}} = 117.08$$

Velger ϕ 10s 115mm.

Største senteravstand mellom skjærbøylene:

NA (9.6 N)

$$\cot \alpha := \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = 0$$

$$h' := d(7.46 \text{ m}) - C_{nom} - 10 \text{ mm} = 0.85 \text{ m}$$

$$S_{l,max} := 0.6 \cdot h' \cdot (1 + \cot \alpha) = 510 \text{ mm}$$

T-tverrsnitt tykk flens

Knusing av opplager

$$A_z := V(7.459 \text{ m}) - V(7.461 \text{ m}) = 802.941 \text{ kN}$$

$$A_{\text{opplager}} := b \cdot 300 \text{ mm} = 0.9 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_z}{A_{\text{opplager}}} < f_{cd}$$

$$\frac{|A_z|}{A_{\text{opplager}}} = 0.892 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{cd} = 25.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

OK!

Tverrarmering

$$q_{\text{tverr}}(x) := -25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 1 \text{ m} \cdot t(x) \cdot \gamma_{g,b} - 3.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot t(x) \cdot \gamma_{p,b}$$

$$\text{Moment ved innfestning} \quad M_{\text{tverr}}(x) := \left| \frac{(q_{\text{tverr}}(x) \cdot b_i^2)}{2} \right|$$

$$M_{\text{tverr}}(7.46 \text{ m}) = 7.297 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{Nødvendig armering:} \quad A_{s,\text{tverr}}(x) := \frac{M_{\text{tverr}}(x)}{z(x) \cdot f_{yd}}$$

$$A_{s,\text{tverr}}(7.46 \text{ m}) = 19.898 \text{ mm}^2$$

Minimumsarmering er 20% av hovedarmeringen i topp siden det blir strekk i overkant av flensen i tverretning.

$$A_{s,\text{tverr},\text{min}} := 0.20 \cdot A_{s,\text{sl},\text{topp}} = 753.982 \text{ mm}^2$$

Vår armering blir dermed minsteartermering

$$\phi_{10} := \pi \cdot \left(\frac{10 \text{ mm}}{2} \right)^2 = 78.54 \text{ mm}^2$$

$$n_{\text{tverr}} := \frac{A_{s,\text{tverr},\text{min}}}{\phi_{10}} = 9.6$$

Legger inn 10 stk per meter

T-tverrsnitt tykk flens

Skjærkrefter mellom steg og flens

α er vinkelen mellom skjærarmering og bjelkeaksen vinkelrett på skjærkraften

θ er vinkelen mellom betongtrykkstaven og bjelkeaksen vinkelrett på skjærkraften

$\cot\theta := 1$ Tetta er 45 grader

$\cot\alpha := 0$ Alfra er 90 grader

$$\Delta F_{td} := 0.5 \cdot -V(7.47 \text{ m}) \cdot (\cot\theta - \cot\alpha) = 215.981 \text{ kN} \quad \text{Bruker absoluttverdi}$$

$\Delta x := 2 \text{ m}$ Halvparten av avstand mellom der moment er 0 g momentet er størst

$$V_{Ed} := \frac{\Delta F_{td}}{t(7.31 \text{ m}) \cdot \Delta x}$$

Krav: $V_{Ed} \leq k \cdot f_{ctd}$

$$\alpha_{ct} := 0.85 \quad f_{ctk.0.05} := 2.7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{ctd} := \frac{\alpha_{ct} \cdot f_{ctk.0.05}}{\gamma_c} = 1.53 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad k := 0.4$$

$$V_{Ed} = 0.261 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < k \cdot f_{ctd} = 0.612 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{OK}$$

Ingen ekstra armering krevd utover det som kreves ved bøyning.

Utnyttelsesgrad

$$M_u := \frac{|M(7.46 \text{ m})|}{M_{Rd}(7.46 \text{ m})} \cdot 100 = 48.946$$

$$M_u := \frac{|M(13.6 \text{ m})|}{M_{Rd}(13.6 \text{ m})} \cdot 100 = 4.087$$

$$V_u := \frac{|V(8.53 \text{ m})|}{V_{Rd.c}(7.46 \text{ m})} \cdot 100 = 83.51$$

$$\int_{0 \text{ m}}^L A(x) dx = 23.235 \text{ m}^3$$

D.2 BRUKSGRENSE

- Nedbøyningsbegrensning
- Rissviddebegrensning
- Speningsbegrensning
- Svingningsbegrensning

Nedbøyningsbegrensning

Strekkfasthet: $f_{ctd} := \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk.0.05}}{\gamma_c} = 1.53 \text{ MPa}$

σ_c er 2.278 MPa. Berening er vist lengre ned

$\sigma_c > f_{ctd}$

Tversnittet har ikke nok strekkfasthet og vi regner dermed i stadium 2, opprisset.

$$A_c(x) := A(x) - A_{sl.topp} - A_{sl.bunn}$$

Ofte foreommende kombinasjon $\psi_{1.1} := 0.7$

Nyttelast $q_{nytte.k} := -3.5 \frac{kN}{m^2} \cdot b \cdot \psi_{1.1}$

Egenlast $q_g(x) := -25 \frac{kN}{m^3} \cdot A(x)$

Last ved 0 m $q_{0.k} := q_g(0 \text{ m}) = -10.075 \frac{kN}{m}$

Last ved 7.31m $q_{1.k} := q_g(7.31 \text{ m}) = -45.7 \frac{kN}{m}$

$$\rho_k := \frac{q_{1.k} - q_{0.k}}{q_{0.k}} = 3.536$$

Lastfelt egenvekt for "halve" bjelken $q_k(x) := q_{0.k} \cdot \left(1 + \rho_k \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right)$

T-tverrsnitt tykk flens

Last for hele eller ofte forekommende

Last ved 0m $q_{0,f} := q_g(0 \text{ m}) + q_{nytte.k}$

Last ved 7.31m $q_{1,f} := q_g(7.31 \text{ m}) + q_{nytte.k}$

$$\rho_f := \frac{q_{1,f} - q_{0,f}}{q_{0,f}} = 2.044$$

Lastfelt for "halve" bjelken

$$q_f(x) := q_{0,f} \cdot \left(1 + \rho_f \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right)$$

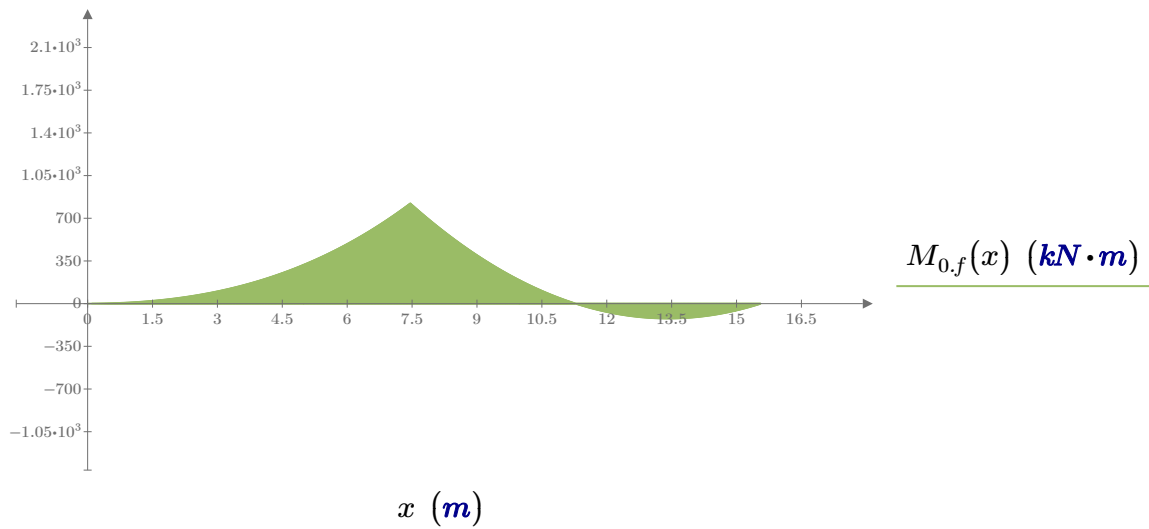
T-tverrsnitt tykk flens

Momentdiagram for ofte forekommende

$$A_{z,f} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_{0\text{ m}}^{7.31\text{ m}} (L-x) \cdot q_f(x) dx + q_{1,f} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = 573.856 \text{ kN}$$

$$B_{z,f} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0,f} + q_{1,f}) \cdot l - A_{z,f} - q_{1,f} \cdot (L-l) = 118.721 \text{ kN}$$

$$M_{0,f}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq l \\ \left| \left| - \int_{0\text{ m}}^x q_f(z) (x-z) dz \right. \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| \left| - \int_{0\text{ m}}^{7.31\text{ m}} q_f(z) (x-z) dz - A_{z,f} \cdot (x-l) - \frac{q_{1,f}}{2} \cdot (x-l)^2 \right. \right| \end{cases}$$



$$M_{0,b}(l) = (1.179 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

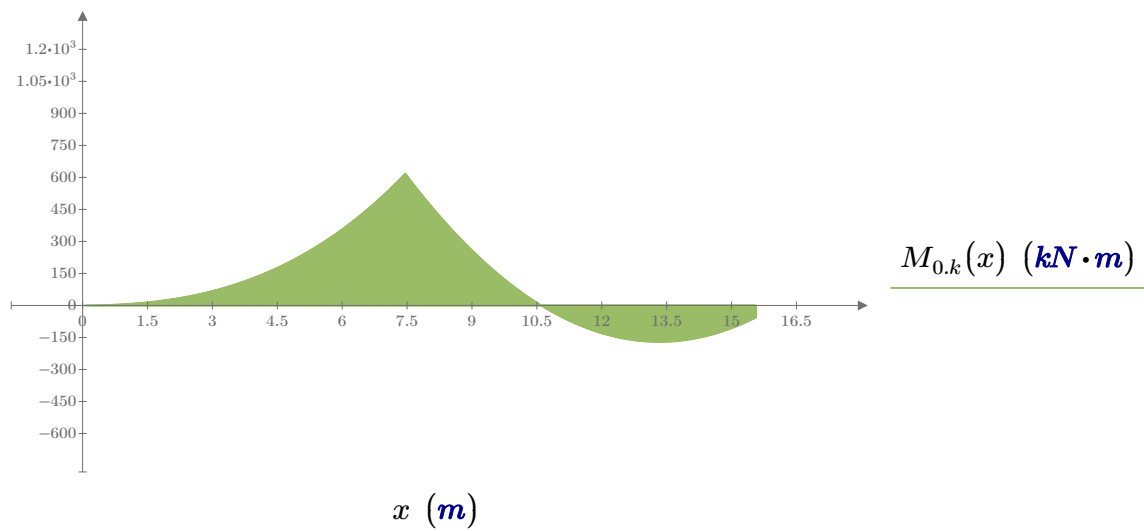
T-tverrsnitt tykk flens

Momentdiagram for egenlast

$$A_{z,e} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_0^l (L-x) \cdot q_k(x) dx + q_{1,k} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = 472.094 \text{ kN}$$

$$B_{z,e} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0,k} + q_{1,k}) \cdot 7.31 \text{ m} - A_{z,e} - q_{1,k} \cdot (L-l) = 101.934 \text{ kN}$$

$$M_{0,k}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq l \\ \left| - \int_0^x q_k(z) (x-z) dz \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| - \int_0^{7.31 \text{ m}} q_k(z) (x-z) dz - A_{z,e} \cdot (x-l) - \frac{q_{1,k}}{2} \cdot (x-l)^2 \right| \end{cases}$$



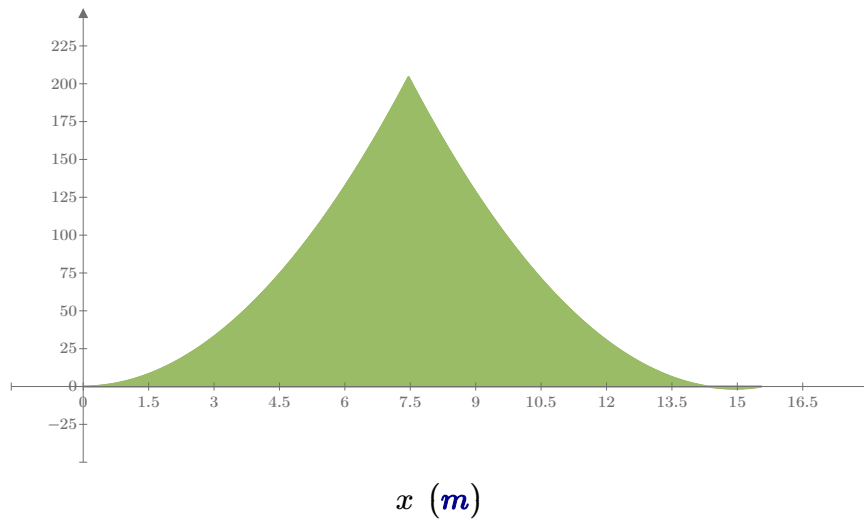
T-tverrsnitt tykk flens

Moment for nyttelest

$$A_{z,n} := \frac{\left(-q_{nytte.k} \cdot \frac{L^2}{2}\right)}{(L-l)} = 109.848 \text{ kN}$$

$$B_{z,n} := -A_{z,n} - q_{nytte.k} \cdot L = 4.518 \text{ kN}$$

$$M_n(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq x \leq l \\ \left| \left| \left| -q_{nytte.k} \cdot \frac{x^2}{2} \right| \right| \right. \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| \left| \left| -q_{nytte.k} \cdot \frac{x^2}{2} - A_{z,n} \cdot (x-l) \right| \right| \right. \end{cases}$$



$M_n(x)$ (kN·m)

T-tverrsnitt tykk flens

Integrasjon av momenttilfellene for egenlast

$$\delta_{0.egen} := \int_0^L M_{0.k}(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx$$

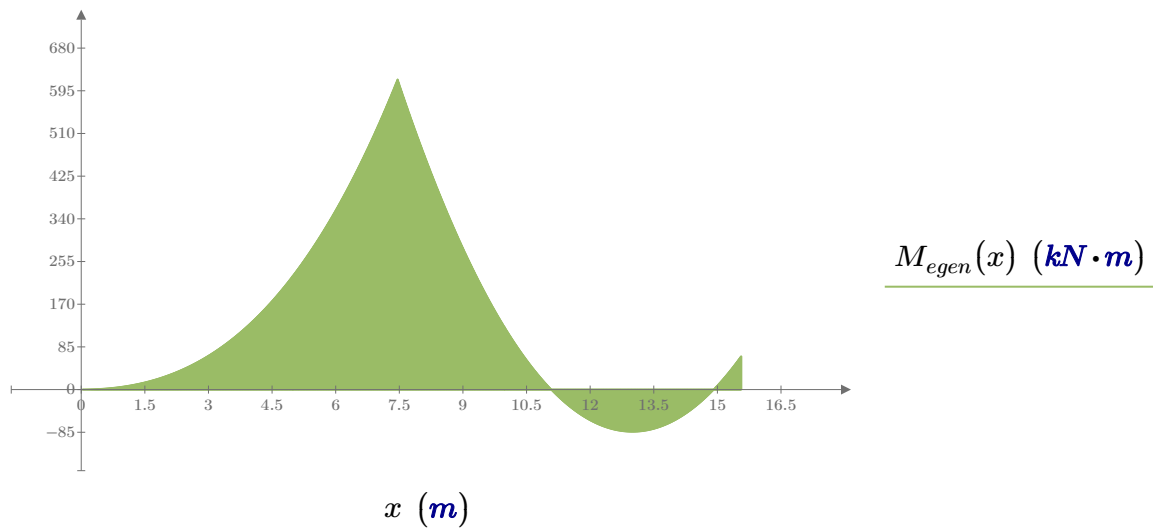
$$\delta_{0.egen} = -6.868 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\delta_{1.egen} := \int_0^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx$$

$$\delta_{1.egen} = (5.594 \cdot 10^{-10}) \frac{\text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}} \cdot \text{m}$$

$$X_{egen} := \frac{-\delta_{0.egen}}{\delta_{1.egen}} = 122.762 \text{ kN}$$

Endelig moment for bjelken $M_{egen}(x) := M_{0.k}(x) + X_{egen} \cdot M_1(x)$



T-tverrsnitt tykk flens

Integrasjon av momenttilfellene for nyttelast

$$\delta_{0.nyttte} := \int_{0 \text{ m}}^L M_n(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx$$

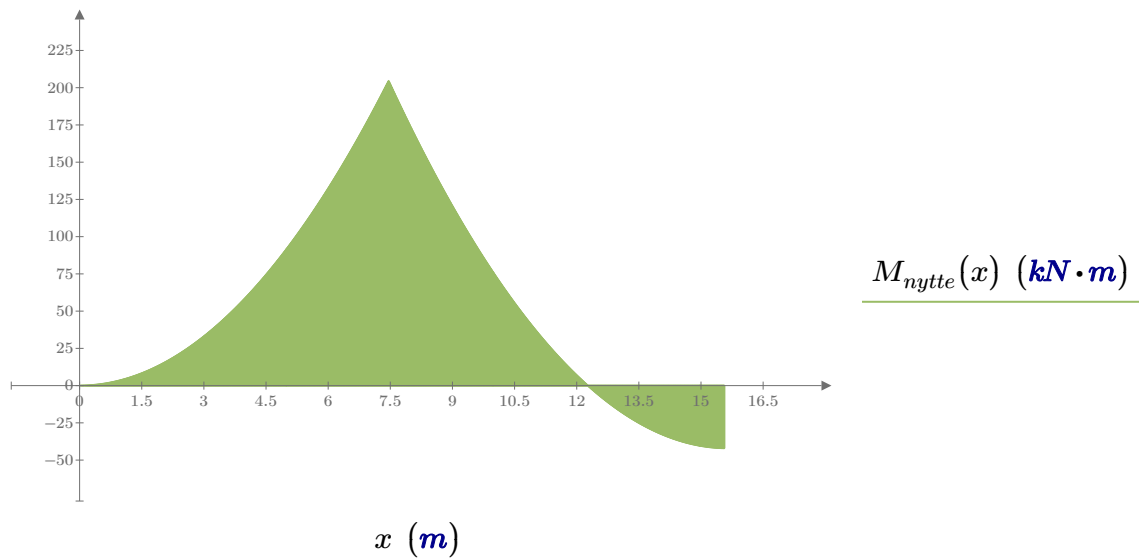
$$\delta_{0.nyttte} = (2.349 \cdot 10^{-5}) \text{ m}$$

$$\delta_{1.nyttte} := \int_{0 \text{ m}}^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx$$

$$\delta_{1.nyttte} = (5.594 \cdot 10^{-10}) \frac{\text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}} \cdot \text{m}$$

$$X_{nyttte} := \frac{-\delta_{0.nyttte}}{\delta_{1.nyttte}} = -41.992 \text{ kN}$$

Endelig moment for punktlast $M_{nyttte}(x) := M_n(x) + X_{nyttte} \cdot M_1(x)$



T-tverrsnitt tykk flens

Kryp

Vi ser i tverrsnittet $x=7.46\text{m}$

$$u := b_w + b + (b - b_w) + 2 \cdot t(7.31 \text{ m}) + 2 \cdot s(7.31 \text{ m}) = (8 \cdot 10^3) \text{ mm}$$

$$h_0 := 2 \cdot \frac{A_c(7.31 \text{ m})}{u} = 455.429 \text{ mm}$$

Vi antar at vår betongbjelke har utendørsklima og er av sementtype N, normal. Ved 7 døgn, for da skal forskalingen av.

$$\varphi_7 := 1.60 \quad \varphi_{90} := 1.40 \quad (7.20)$$

$$E_{c.7} := \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_7} = 13846.154 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$E_{c.90} := \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{90}} = 15000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$E_{c.midl}(x) := \frac{M_{egen}(x) + M_{nytte}(x)}{\frac{M_{egen}(x)}{E_{c.7}} + \frac{M_{nytte}(x)}{E_{c.90}}}$$

Vi går videre med: $E_{c.midl}(7.46 \text{ m}) = (1.412 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

T-tverrsnitt tykk flens

Opprisset stadium

$$\eta := \frac{E_s}{E_{c.midl}(7.31 \text{ m})} = 14.166$$

$$\rho(x) := \begin{cases} \frac{A_{sl.topp}}{b \cdot t(x)} & \text{if } 0 \text{ m} \leq x < 11.2 \text{ m} \\ \frac{A_{sl.bunn}}{b_w \cdot s(x)} & \text{if } 11.2 \text{ m} \leq x \leq 15.56 \text{ m} \end{cases}$$

$$\eta\mu(x) := \begin{cases} (\eta - 1) \cdot \frac{A_{sl.topp}}{b_w \cdot s(x)} & \text{if } 0 \text{ m} < x \leq 11.2 \text{ m} \\ (\eta - 1) \cdot \frac{A_{sl.bunn}}{b \cdot t(x)} & \text{if } 11.2 \text{ m} < x \leq 15.56 \text{ m} \end{cases}$$

$$\alpha(x) := \sqrt{(\eta \cdot \rho(x))^2 + 2 \cdot \eta \cdot \rho(x) - \eta \cdot \rho(x)}$$

$$\alpha d(x) := \alpha(x) \cdot d(x)$$

$$t(7.31 \text{ m}) = 0.414 \text{ m}$$

$$> \quad \alpha d(7.31 \text{ m}) = 0.233 \text{ m}$$

$$s(7.31 \text{ m}) = 0.586 \text{ m}$$

Regner som to monolittiske tverrsnitt.

Ekvivalent arealtrehetsmoment for betong, inkludert armering:

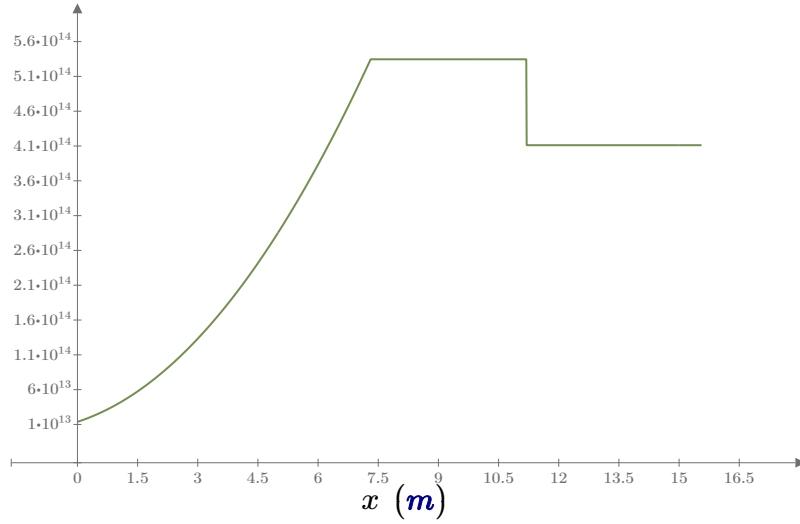
$$I_{c2}(x) := \begin{cases} \frac{b \cdot (\alpha d(x))^3}{3} & \text{if } 0 \text{ m} < x \leq 11.2 \text{ m} \\ \frac{b_w \cdot (\alpha d(x))^3}{3} & \text{if } 11.2 \text{ m} < x \leq 15.56 \text{ m} \end{cases}$$

$$I_{s2}(x) := A_{sl.topp} \cdot ((1 - \alpha(x)) \cdot d(x))^2$$

T-tverrsnitt tykk flens

Bøystivhet

$$EI_{bruks}(x) := E_{c.midt}(7.31 \text{ m}) \cdot I_{c2}(x) + E_s \cdot I_{s2}(x)$$



$$\underline{EI_{bruks}(x) \text{ (} N \cdot mm^2 \text{)}}$$

$$EI_{bruks}(7.46 \text{ m}) = (5.346 \cdot 10^{14}) \text{ N} \cdot mm^2$$

T-tverrsnitt tykk flens

Svinn

Autogen svinntøyning: $fck_{45} := 45$

$$\varepsilon_{ca} := 2.5 \cdot (fck_{45} - 10) \cdot 10^{-6} = 8.75 \cdot 10^{-5}$$

$$h_{0.svinn} := 2 \cdot \frac{A_c (7.46 \text{ m})}{u} \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 455.429$$

$$t_{s.s} := 7 \quad t_s := \infty$$

Svinntøyning ved uttørring:

$$\beta_{ds} := \frac{t_s - t_{s.s}}{(t_s - t_{s.s}) + 0.04 \cdot \sqrt{h_{0.svinn}^3}} = 1$$

$$k_h := 0.72$$

Nominell fri svinntøyning

Omgivelsens relative fuktighet $RH := 80\%$

"Absolutt" fuktighet $RH_0 := 100\%$

$$\beta_{RH} := 1.55 \cdot \left(1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right) = 0.756$$

jfr. tabell tabell 3.2 i EC2

Vi har valgt sementklasse N:

$$\alpha_{ds1} := 4 \quad \alpha_{ds2} := 0.12 \quad f_{cm0} := 10 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2} \quad f_{cm} := 53 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Tillegg B (B.11)

$$\varepsilon_{cd.0} := 0.85 \cdot \left((220 - 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{\left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)} \right) \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} = -7.488 \cdot 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{cd} := \beta_{ds} \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd.0} = -5.392 \cdot 10^{-5}$$

Fri svinntøyning: $EC (3.8)$

$$\varepsilon_{cs} := \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} = 3.358 \cdot 10^{-5}$$

T-tverrsnitt tykk flens

Svinnkrumning:

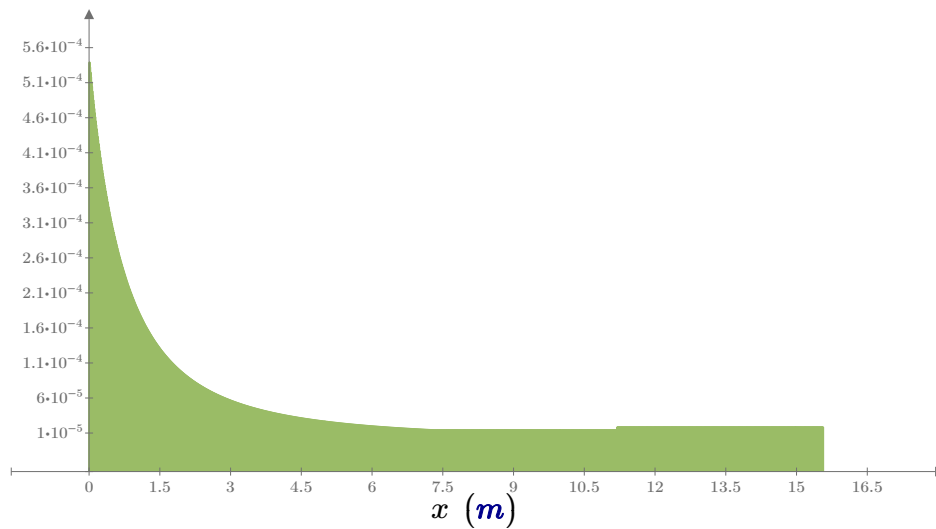
Tyngdepunktet som blir regnet her:

$$e := h(7.46 \text{ m}) - C_{nom} - 10 \text{ mm} - z_c(7.46 \text{ m}) = 297.284 \text{ mm}$$

$$\kappa_s(x) := \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_s \cdot A_{sl.topp} \cdot e}{EI_{bruks}(x)}$$

Moment pga svinn på enden

$$M_\kappa(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq L \\ \kappa_s(x) \cdot m \end{cases}$$

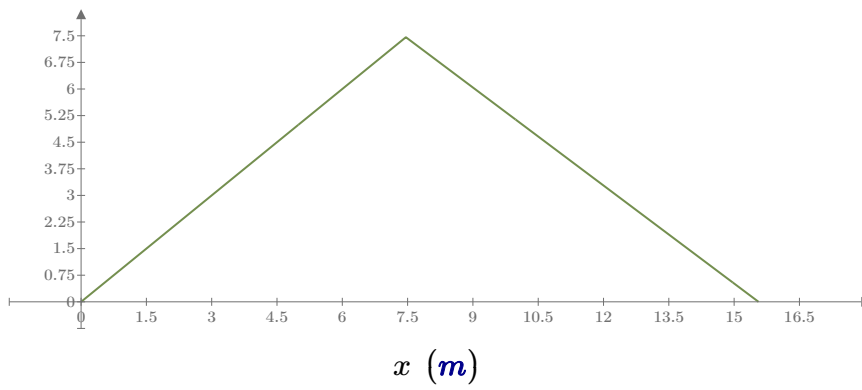


$M_\kappa(x)$

T-tverrsnitt tykk flens

Moment for punktlast på enden

$$M_2(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq x \leq l \\ \quad 1 \text{ kN} \cdot x \\ \text{if } l < x \leq L \\ \quad 1 \cdot \text{kN} \cdot x - \frac{L}{(L-l)} (x-l) \text{ kN} \end{cases}$$



T-tverrsnitt tykk flens

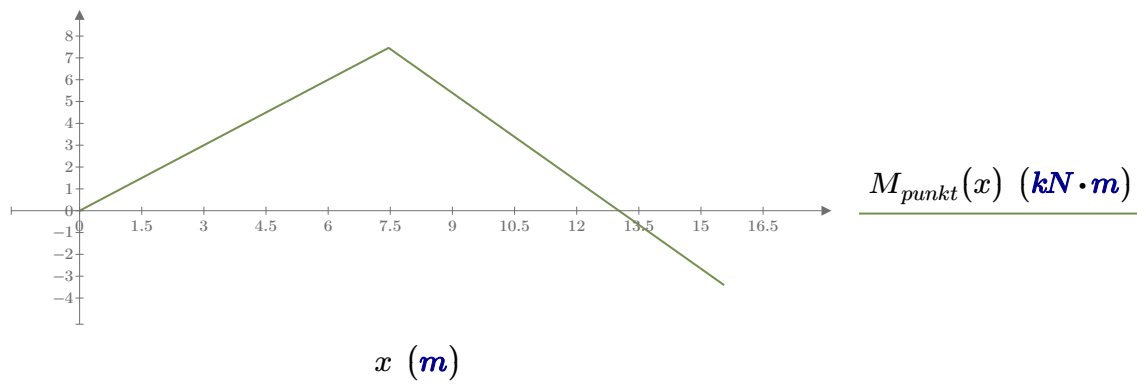
Integrasjon av momenttilfellene for punktlast

$$\delta_{0.punkt} := \int_{0 \text{ m}}^L M_2(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{0.punkt} = (2.18 \cdot 10^{-5}) \text{ m}$$

$$\delta_{1.punkt} := \int_{0 \text{ m}}^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{1.punkt} = (6.396 \cdot 10^{-9}) \frac{\text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}} \cdot \text{m}$$

$$X_{punkt} := \frac{-\delta_{0.punkt}}{\delta_{1.punkt}} = -3.409 \text{ kN}$$

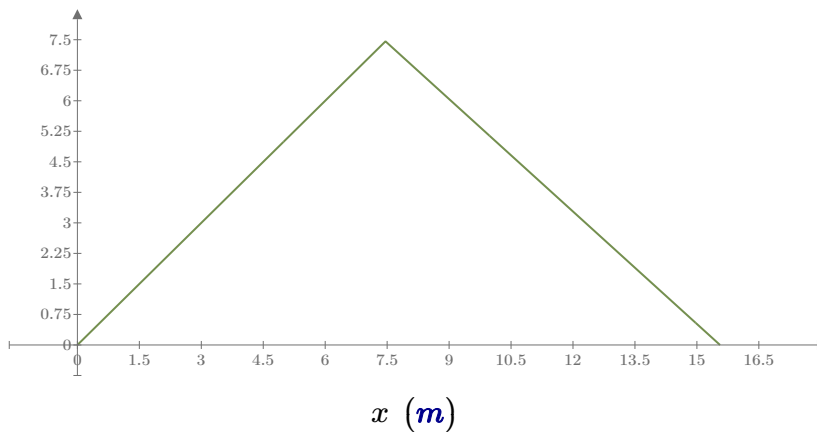
Endelig moment for punktlast $M_{punkt}(x) := M_2(x) + X_{punkt} \cdot M_1(x)$



T-tverrsnitt tykk flens

Enhetslast for nedbøyning på enden

$$M_{1.ned.ende}(x) := \begin{cases} 1 \cdot x & \text{if } 0 \leq x \leq l \\ 1 \cdot x - \frac{L}{L-l} (x-l) & \text{if } l < x \leq L \end{cases}$$



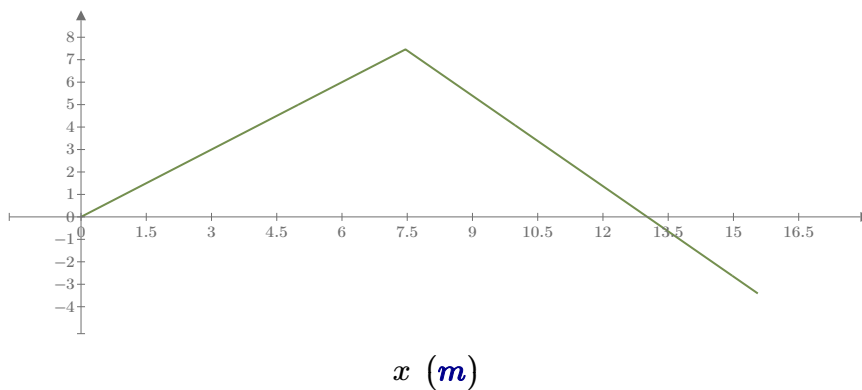
$$\underline{M_{1.ned.ende}(x) \text{ (m)}}$$

$$\delta_{0.ned.ende} := \int_0^L M_{1.ned.ende}(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{0.ned.ende} = (2.18 \cdot 10^{-8}) \frac{s^2}{kg}$$

$$\delta_{1.ned.ende} := \int_0^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{1.ned.ende} = (6.396 \cdot 10^{-9}) \frac{s^2}{kg \cdot m} \cdot m$$

$$X_{ned.ende} := \frac{-\delta_{0.ned.ende}}{\delta_{1.ned.ende}} = -0.003 \frac{s^2}{kg \cdot m} \cdot kN$$

Endelig moment for enhetslast $M_{ned.ende}(x) := M_{1.ned.ende}(x) + X_{ned.ende} \cdot M_1(x)$
ende



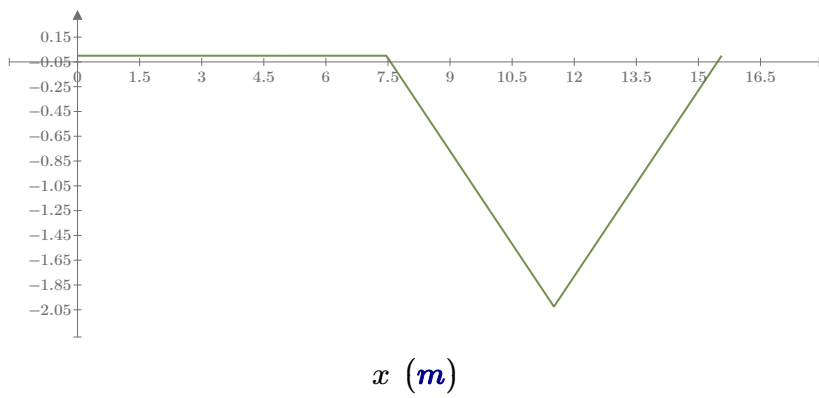
$$\underline{M_{ned.ende}(x) \text{ (m)}}$$

T-tverrsnitt tykk flens

Enhetslast for nedbøyning i midten av feltet

$$A_{z.en} := \frac{1}{2} \quad B_{z.en} := A_{z.en}$$

$$M_{1.ned.midt}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq x \leq l \\ \quad \parallel 0 \\ \text{if } l < x \leq l + \frac{(L-l)}{2} \\ \quad \parallel -A_{z.en} \cdot (x-l) \\ \text{if } l + \frac{(L-l)}{2} < x \leq L \\ \quad \parallel 1 \cdot \left(x - \left(l + \frac{(L-l)}{2} \right) \right) - A_{z.en} \cdot (x-l) \end{cases}$$



$$\underline{M_{1.ned.midt}(x) \text{ (m)}}$$

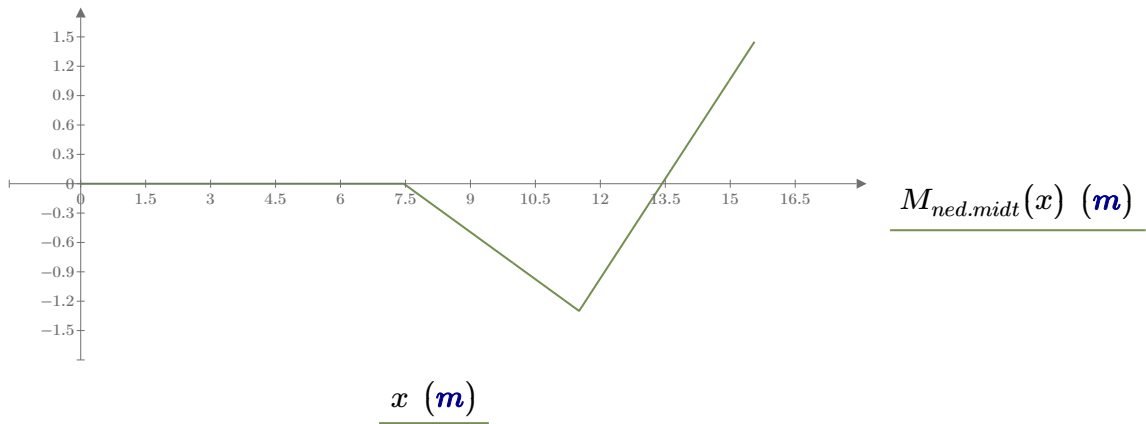
$$\delta_{0.ned.midt} := \int_{0 \text{ m}}^L M_{1.ned.midt}(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{0.ned.midt} = -9.275 \cdot 10^{-9} \frac{\text{s}^2}{\text{kg}}$$

$$\delta_{1.ned.midt} := \int_{0 \text{ m}}^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{1.ned.midt} = (6.396 \cdot 10^{-9}) \frac{\text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}} \cdot \text{m}$$

$$X_{ned.midt} := \frac{-\delta_{0.ned.midt}}{\delta_{1.ned.midt}} = 0.001 \frac{\text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}} \cdot \text{kN}$$

T-tverrsnitt tykk flens

Endelig moment for enhetslast $M_{ned.midt}(x) := M_{1.ned.midt}(x) + X_{ned.midt} \cdot M_1(x)$
i midtfelt



Resultat nedbøyning

Punktlast nedbøyning på enden

lengderetning:

$$\Delta_{\text{punkt.lengde}} := \int_0^L M_{\text{punkt}}(x) \cdot \frac{M_{\text{ned.ende}}(x)}{EI_{\text{bruks}}(x)} dx = 0.718 \text{ mm}$$

tverretning:

$$\Delta_{\text{punkt.tverr}} := \frac{1 \cdot kN \cdot b_i^3}{3 \cdot EI_{\text{bruks}}(0.0001 \text{ m})} = 0.024 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\text{punkt}} := \Delta_{\text{punkt.lengde}} + \Delta_{\text{punkt.tverr}} = 0.742 \text{ mm} < 1\text{mm} \quad \text{OK!}$$

Nedbøyning på enden

$$\Delta_{\text{egen}} := \int_0^L M_{\text{egen}}(x) \cdot \frac{M_{\text{ned.ende}}(x)}{EI_{\text{bruks}}(x)} dx = 32.043 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\text{nytte}} := \int_0^L M_{\text{nytte}}(x) \cdot \frac{M_{\text{ned.ende}}(x)}{EI_{\text{bruks}}(x)} dx = 13.256 \text{ mm}$$

$$\delta_{\text{svinn.e}}(x) := \int_0^L \kappa_s(x) \cdot M_{\text{ned.ende}}(x) dx$$

$$\delta_{\text{svinn.e}}(0 \text{ m}) = 1.312 \text{ mm} \quad \omega_{\text{ende}} := \frac{(q_{\text{nytte.k}} \cdot b_i^4)}{8 \cdot EI_{\text{bruks}}(0.0001 \text{ m})} = -0.067 \text{ mm}$$

Langvarig last gir nedbøyning på enden

Krav : spennvidde/250

$$\Delta_{\text{ende}} := \Delta_{\text{egen}} + \delta_{\text{svinn.e}}(0 \text{ m}) + \Delta_{\text{nytte}} + \omega_{\text{ende}} = 46.545 \text{ mm} > \frac{7310 \text{ mm}}{250} = 29.24 \text{ mm}$$

Med overhøyde

$$\Delta_{\text{ende}} - 29.24 \text{ mm} = 17.305 \text{ mm} < 29.24\text{mm} \quad \text{OK!}$$

T-tverrsnitt tykk flens

Nedbøyning i midtfelt

$$\Delta_{egen.m} := \int_0^L M_{egen}(x) \cdot \frac{M_{ned.midt}(x)}{EI_{bruks}(x)} dx = -0.403 \text{ mm}$$

$$\Delta_{nytte.m} := \int_0^L M_{nytte}(x) \cdot \frac{M_{ned.midt}(x)}{EI_{bruks}(x)} dx = -0.514 \text{ mm}$$

$$\delta_{svinn.m}(x) := \int_0^L \kappa_s(x) \cdot M_{ned.midt}(x) dx$$

$$\delta_{svinn.m}\left(\frac{(L-l)}{2} + l\right) = -0.03 \text{ mm}$$

$$\omega_{midt} := \frac{(q_{nytte.k} \cdot b_i^4)}{8 \cdot EI_{bruks}(11.435 \text{ m})} = -0.002 \text{ mm}$$

$$\Delta_{midt} := \Delta_{egen.m} + \Delta_{nytte.m} + \delta_{svinn.m}\left(\frac{(L-l)}{2}\right) + \omega_{midt} = -0.949 \text{ mm} < \frac{L-l}{250} = 32.4 \text{ mm}$$

OK!

T-tverrsnitt tykk flens

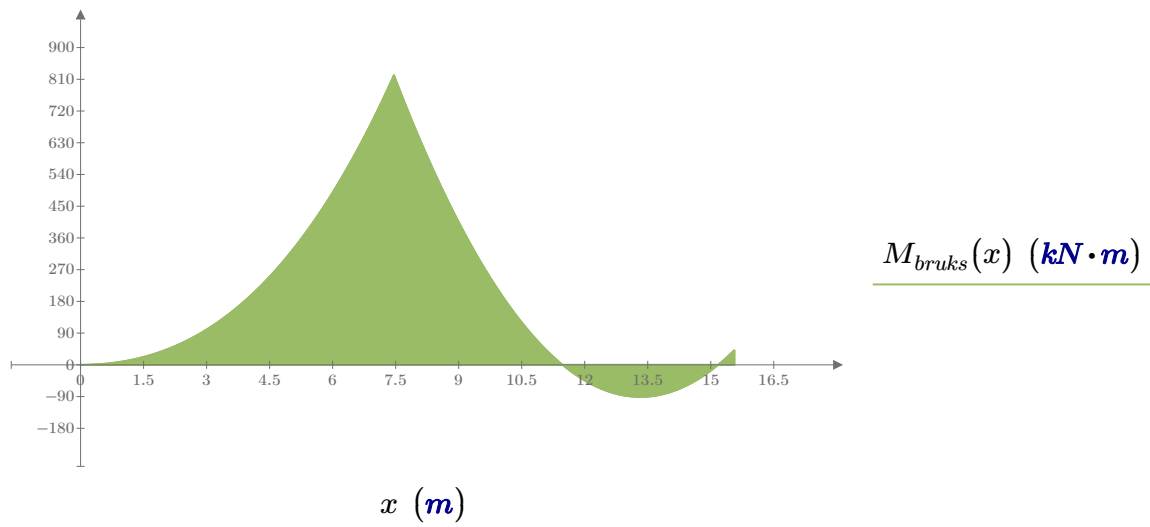
Integrasjon av momenttilfellene for ofte forekommende

$$\delta_{0,for} := \int_{0 \text{ m}}^L M_{0,f}(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{0,for} = -2.66 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\delta_{1,for} := \int_{0 \text{ m}}^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{1,for} = (6.396 \cdot 10^{-9}) \frac{\text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}} \cdot \text{m}$$

$$X_{for} := \frac{-\delta_{0,for}}{\delta_{1,for}} = 41.587 \text{ kN}$$

Endelig moment for punktlast $M_{bruks}(x) := M_{0,f}(x) + X_{for} \cdot M_1(x)$



T-tverrsnitt tykk flens

Rissviddebegrensning

Begrenses for på unngå riss og kryp deformasjoner

Tillat rissevidde w_{maks} gitt i Tabell NA.7.1N

$$c_{min.dur} := 50 \text{ mm} \quad \text{tabell NA.4.4N}$$

$$C_{nom} := 60 \text{ mm}$$

$$k_c := \frac{C_{nom}}{c_{min.dur}} = 1.2 < 1.3 \text{ OK}$$

$$\text{Maks tillatt rissvide for vår bjelke} \quad w_{maks} := 0.3 \cdot k_c \cdot \text{mm} = 0.36 \text{ mm}$$

Beregning av rissvide EC2 7.3.4

$$\frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct.eff}}{\rho_{p.eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p.eff})}{E_s} \geq 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \quad = \text{Esm-Ecm}$$

$$E_s := 2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \varepsilon_s := \frac{M_{bruks}(7.46 \text{ m}) \cdot (1 - \alpha(7.46 \text{ m})) \cdot d(7.46 \text{ m})}{EI_{bruks}(7.46 \text{ m})}$$

$$\sigma_s := E_s \cdot \varepsilon_s = 211.251 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$k_{t1} := 0.6 \quad \text{Kortvarig belastning}$$

$$k_{t2} := 0.4 \quad \text{Langvarig belastning}$$

$$f_{ctm} := 3.8 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e := \frac{E_s}{E_{c.midl}(l)}$$

$$f_{ct.eff} := f_{ctm}$$

T-tverrsnitt tykk flens

Minste verdi av:

$$h_{c,eff} := \left[\begin{array}{c} 2.5 \cdot (h(l) - d(l)) \\ (h(l) - \alpha d(l)) \\ 3 \\ h(l) \\ 2 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 0.2 \\ 0.256 \\ 0.5 \end{array} \right] m$$

$$A_{c,eff} := b \cdot h_{c,eff_1} \qquad \rho_{p,eff} := \frac{A_{sl,topp} + A_{sl,bunn}}{A_{c,eff}}$$

Hvis senteravstand er mindre enn:

$$5 \cdot \left(C_{nom} + \frac{d_{kam}}{2} \right) = 350 \text{ mm}$$

Dette er i overstemmelse med våre beregninger

OK, da brukes ligning (7.11)

$$K_1 := 0.8 \qquad K_2 := 0.5 \qquad K_3 := 3.4 \qquad K_4 := 0.425$$

$$S_{r,max} := K_3 \cdot C_{nom} + K_1 \cdot K_2 \cdot K_4 \cdot \frac{d_{kam}}{\rho_{p,eff}}$$

$$\frac{\sigma_s - k_{t2} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s} = 2.228 \cdot 10^{-4} < 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} = 6.338 \cdot 10^{-4}$$

Rissvidde:

(7.8)

$$w_K := S_{r,max} \cdot \left(0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \right) = 0.335 \text{ mm} < w_{maks} = 0.36 \text{ mm}$$

$$w_K < w_{maks}$$

OK!
Rissvidden er innenfor risskravet.

T-tverrsnitt tykk flens

Spenningsbegrensning

$$k_1 := 0.6 \quad k_2 := 0.45 \quad k_3 := 0.8 \quad k_4 := 1.0 \quad k_5 := 0.75 \quad (\text{N.A. 7.2})$$

Betongspenninger

$$\sigma_c \leq k_1 \cdot f_{ck} \quad 7.2 (2)$$

$$\sigma_c \leq k_2 \cdot f_{ck} \quad 7.2 (3)$$

Aksiallikevekt gir:

$$\sigma_c := \frac{(\sigma_s \cdot A_{sl.topp} \cdot 2)}{\alpha d(l) \cdot b} = 2.278 \frac{N}{mm^2} \quad 5.2 \text{ Sørensen}$$

$$\begin{aligned} \sigma_c &= 2.278 \frac{N}{mm^2} < k_1 \cdot f_{ck} = 27 \frac{N}{mm^2} \\ \sigma_c &= 2.278 \frac{N}{mm^2} < k_2 \cdot f_{ck} = 20.25 \frac{N}{mm^2} \end{aligned}$$

Strekkspenning i armering

$$\sigma_s \leq k_3 \cdot f_{yk} \quad \text{Karakteristisk lastkombinasjon} \quad 7.2 (5)$$

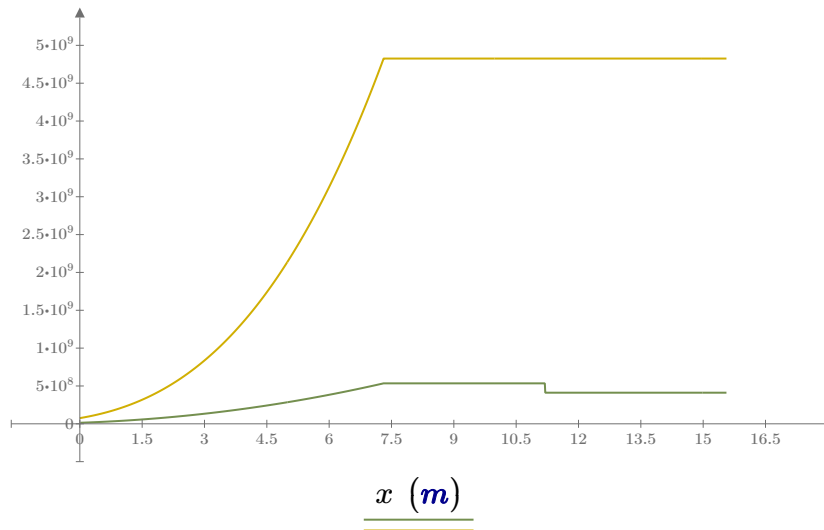
$$\sigma_s \leq k_4 \cdot f_{yk} \quad \text{Påført deformasjon}$$

$$\sigma_s = 211.251 \frac{N}{mm^2} < k_3 \cdot f_{yk} = 400 \frac{N}{mm^2} \quad \text{OK!}$$

$$\sigma_s = 211.251 \frac{N}{mm^2} < k_4 \cdot f_{yk} = 500 \frac{N}{mm^2} \quad \text{OK!}$$

T-tverrsnitt tykk flens

Svingningsbegrensning



$$\overline{EI_{bruks}(x) \text{ (N}\cdot\text{m}^2)}$$

$$\overline{EI(x) \text{ (N}\cdot\text{m}^2)}$$

Tilnærmet midlet EI for svingningsbegrensning

$$\frac{(EI(7.46 \text{ m}) + EI_{bruks}(7.46 \text{ m}))}{2} = (2.68 \cdot 10^9) \text{ N}\cdot\text{m}^2$$

T-tverrsnitt tykk flens

$$\text{Stivhetsmatrise} \quad ke(x, ei) := \frac{ei}{x^3} \cdot \begin{bmatrix} 12 & -6 \cdot x & -12 & -6 \cdot x \\ -6 \cdot x & 4 \cdot x^2 & 6 \cdot x & 2 \cdot x^2 \\ -12 & 6 \cdot x & 12 & 6 \cdot x \\ -6 \cdot x & 2 \cdot x^2 & 6 \cdot x & 4 \cdot x^2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Massematrise} \quad me(x, \mu) := \frac{\mu \cdot x}{420} \cdot \begin{bmatrix} 156 & -22 \cdot x & 54 & 13 \cdot x \\ -22 \cdot x & 4 \cdot x^2 & -13 \cdot x & -3 \cdot x^2 \\ 54 & -13 \cdot x & 156 & 22 \cdot x \\ 13 \cdot x & -3 \cdot x^2 & 22 \cdot x & 4 \cdot x^2 \end{bmatrix}$$

Tyngdens akselerasjon $G := 9.82$

Romvekt material N/m³ $\gamma M := 25000$

Gjennomsnittshøyde m $H := 0.82$ $t := 0.414$

Bredde m $B := 3$ $b_w := 1.0$

Areal m² $AR := B \cdot t + b_w \cdot (H - t) = 1.648$

Total lengde m $LT := 8.1 + 7.46 = 15.56$ $L1 := 8.1$ $L2 := 7.46$

E-modul N/m² $EI := 2.68 \cdot 10^9$

Antall elementer $NEL := 4$

sløyfe over elementene

antall elementfrihetsgrader $iel := 1, 2 \dots NEL$

antall konstruksjons- $ndof := 4 \cdot NEL = 16$

frihetsgrader $ndeg := 2 \cdot NEL + 2 = 10$

Lengde pr element $jel := 1, 2 \dots \frac{NEL}{2}$

Bøystivhet pr. element Nm² $EI_{iel} := EI$ $L_{jel} := \frac{2 \cdot L1}{NEL} = \begin{bmatrix} 4.05 \\ 4.05 \end{bmatrix}$

masse pr lengdeenhet pr element kg/m $mass_{iel} := \frac{\gamma M}{G} \cdot AR$

$$L_{\frac{NEL}{2} + jel} := \frac{2 \cdot L2}{NEL} = \begin{bmatrix} 3.73 \\ 3.73 \end{bmatrix}$$

T-tverrsnitt tykk flens

Danner konstruksjonens
stivhets- og massematrise

$$i := 1, 2 \dots 4$$

$$j := 1, 2 \dots 4$$

$$KE_{i+4 \cdot (iel-1), j+4 \cdot (iel-1)} := ke \left(L_{iel}, EI_{iel} \right)_{i,j}$$

$$ME_{i+4 \cdot (iel-1), j+4 \cdot (iel-1)} := me \left(L_{iel}, mass_{iel} \right)_{i,j}$$

$$A_{ndof, ndeg} := 0$$

$$A_{4 \cdot (iel-1) + i, 2 \cdot (iel-1) + i} := 1$$

$$K := A^T KE \cdot A$$

$$M := A^T ME \cdot A$$

Randbetingelser: Innspent i
venstre ende og kun
rotasjon over støtten

$$ii := 1, 2 \dots ndeg$$

$$K_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$jj := 1, 2 \dots 2$$

$$K_{ii, jj} := K_{jj, ii}$$

$$M_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$M_{ii, jj} := M_{jj, ii}$$

Frihetsgrad 1,2 og NEL+1.
Forutsetter at antall
elementer NEL er et partall

$$ii := 1, 2 \dots ndeg$$

$$K_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$jj := NEL + 1$$

$$K_{ii, jj} := K_{jj, ii}$$

$$M_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$M_{ii, jj} := M_{jj, ii}$$

Beregner egenfrekvenser

$$evals := \text{genvals}(K, M)$$

ER OMEGA I KVADRAT

frekvenser Hz

$$freqs_{ii} := \frac{1}{2 \pi} \cdot \sqrt{evals_{ii}}$$

i stigende rekkefølge

$$fr := \text{sort}(freqs)$$

tilhørende svingeperiode

$$Tper_{ii} := \frac{1}{fr_{ii}}$$

T-tverrsnitt tykk flens

frekvens (Hz)	sirkelfrekvens rad/s	svingeperiode (s)
$fr = \begin{bmatrix} 0.159 \\ 0.159 \\ 0.159 \\ 5.514 \\ 32.412 \\ 47.812 \\ 119.616 \\ 166.157 \\ 306.013 \\ 529.116 \end{bmatrix}$	$sort(ivals) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1.2 \cdot 10^3 \\ 4.147 \cdot 10^4 \\ 9.025 \cdot 10^4 \\ 5.649 \cdot 10^5 \\ 1.09 \cdot 10^6 \\ 3.697 \cdot 10^6 \\ 1.105 \cdot 10^7 \end{bmatrix}$	$Tper_{ii} = \begin{bmatrix} 6.283 \\ 6.283 \\ 6.283 \\ 0.181 \\ 0.031 \\ 0.021 \\ 0.008 \\ 0.006 \\ 0.003 \\ 0.002 \end{bmatrix}$

Egenfrekvens er $\sqrt{\text{stivhet/masse}}$

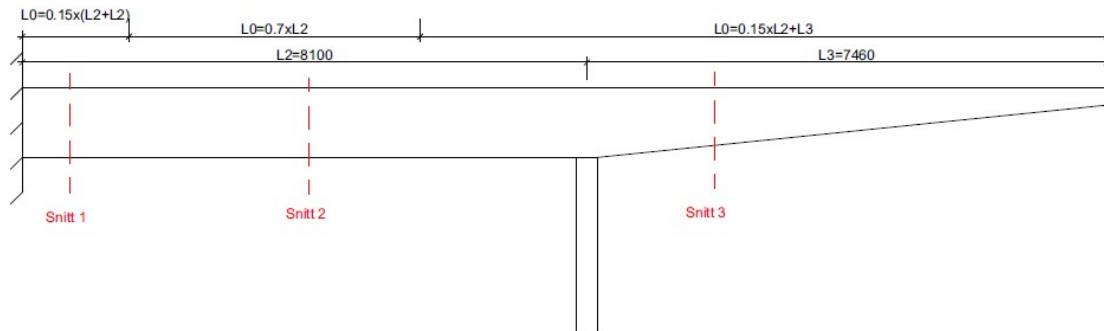
Egenfrekvensen er 5.514Hz < 10Hz. Ikke godkjent

VEDLEGG E

Vedlegg E

ORIGIN := 1

Effektiv bredde



Faste verdier

$$b := 3 \text{ m} \quad l_2 := 8.1 \text{ m} \quad l_3 := 7.46 \text{ m}$$

Står i 5.3.2.1(2) at man **bør** redusere lengden av utkragerer til mindre en tilstøtende feltet. Dette har vi latt være å gjøre.

Velger verdier:

$$t := 0.25 \text{ m} \quad b_w := 0.6 \text{ m} \quad b_1 := \frac{(b - b_w)}{2} = 1.2 \text{ m} \quad b_2 := b_1$$

Snitt 1:

$$l_{0.1} := 0.15 \cdot (l_2 + l_2) = 2.43 \text{ m}$$

$$b_{eff.i.1} := \begin{bmatrix} 0.2 \cdot b_1 + 0.1 \cdot l_{0.1} \\ 0.2 \cdot l_{0.1} \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.483 \\ 0.486 \\ 1.2 \end{bmatrix} \text{ m} \quad b_{eff.i.1} \leq 0.2 \cdot l_{0.1} \quad (5.7a)$$

$$b_{eff.i.1} \leq b_i \quad (5.7b)$$

$$b_{eff.i.1_2} = 0.486 \text{ m}$$

$$b_{eff.1} := \sum_{i=1}^2 b_{eff.i.1_2} + b_w = 1.572 \text{ m} \quad b_{eff.1} \leq b \quad \text{OK!}$$

T-tversnitt tyinn flens

Snitt 2:

$$l_{0.2} := 0.7 \cdot l_2 = 5.67 \text{ m}$$

$$b_{eff.i.2} := \begin{bmatrix} 0.2 \cdot b_1 + 0.1 \cdot l_{0.2} \\ 0.2 \cdot l_{0.2} \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.807 \\ 1.134 \\ 1.2 \end{bmatrix} \text{ m} \quad b_{eff.i.2} \leq 0.2 \cdot l_{0.1} \quad (5.7a)$$

$$b_{eff.i.2} \leq b_i \quad (5.7b)$$

$$b_{eff.i.2_1} = 0.807 \text{ m}$$

$$b_{eff.2} := \sum_{i=1}^2 b_{eff.i.2_1} + b_w = 2.214 \text{ m}$$

$$b_{eff.2} \leq b \quad \text{OK!}$$

Snitt 3:

$$l_{0.3} := 0.15 \cdot l_2 + l_3 = 8.675 \text{ m}$$

$$b_{eff.i.3} := \begin{bmatrix} 0.2 \cdot b_1 + 0.1 \cdot l_{0.3} \\ 0.2 \cdot l_{0.3} \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.108 \\ 1.735 \\ 1.2 \end{bmatrix} \text{ m} \quad b_{eff.i.3} \leq 0.2 \cdot l_{0.1} \quad (5.7a)$$

$$b_{eff.i.3} \leq b_i \quad (5.7b)$$

$$b_{eff.i.3_1} = 1.108 \text{ m}$$

$$b_{eff.3} := \sum_{i=1}^2 b_{eff.i.3_1} + b_w = 2.815 \text{ m}$$

$$b_{eff.3} \leq b \quad \text{OK!}$$

$$b_{eff}(x) := \left\| \begin{array}{l} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq l_{0.3} \\ \quad \left\| b_{eff.3} \right. \\ \text{if } l_{0.3} < x \leq l_{0.2} + l_{0.3} \\ \quad \left\| b_{eff.2} \right. \\ \text{if } l_{0.2} + l_{0.3} < x \leq 15.56 \text{ m} \\ \quad \left\| b_{eff.1} \right. \end{array} \right\|$$

E.1 BRUDDGRENSE

- Momentkapasitet
- Armeringsmengde
- Skjærkapasitet
- Knusing av opplager
- Tverrarmoring
- Utnyttelsesgrad

$$t < 0.35 \cdot d(x) \quad \text{krav for tynn flens} \quad x := 0 \text{ m}, 0.01 \text{ m} \dots 15.56 \text{ m}$$

$$h_0 := 0.250 \text{ m} \quad h_1 := 1 \text{ m} \quad l := 7.46 \text{ m} \quad L := 15.56 \text{ m} \quad b := 3 \text{ m}$$

$$\text{Høyden} \quad h(x) := \left\| \begin{array}{l} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq 7.31 \text{ m} \\ \left\| \begin{array}{l} h_0 + (h_1 - h_0) \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \\ \text{if } 7.31 \text{ m} < x \leq L \\ \left\| \begin{array}{l} h_1 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right\|$$

$$C_{nom2} := 60 \text{ mm}$$

$$\gamma_{g,b} := 1.2 \quad \gamma_{p,b} := 1.5 \quad \gamma_{g,a} := 1.35 \quad \gamma_{p,a} := 1.05 \quad \gamma_c := 1.5 \quad \gamma_s := 1.15$$

$$\text{Egenvekt} \quad G(x) := b \cdot t + (h(x) - t) \cdot b_w$$

$$\text{Egenlast} \quad q_g(x) := -25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot G(x)$$

$$\text{Nyttelast} \quad q_p := -3.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b = -10.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Trapeslast

Last ved 0 m

$$6.10b \quad q_{0,b} := q_g(0 \text{ m}) \cdot \gamma_{g,b} + q_p \cdot \gamma_{p,b} = -38.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$6.10a \quad q_{0,a} := q_g(0 \text{ m}) \cdot \gamma_{g,a} + q_p \cdot \gamma_{p,a} = -36.338 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

T-tversnitt tynn flens

Last ved 7.46m

$$6.10b \quad q_{1.b} := q_g(7.31 \text{ m}) \cdot \gamma_{g.b} + q_p \cdot \gamma_{p.b} = -51.75 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$6.10a \quad q_{1.a} := q_g(7.31 \text{ m}) \cdot \gamma_{g.a} + q_p \cdot \gamma_{p.a} = -51.525 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\rho_b := \frac{q_{1.b} - q_{0.b}}{q_{0.b}} = 0.353$$

$$\rho_a := \frac{q_{1.a} - q_{0.a}}{q_{0.a}} = 0.418$$

Lastfelt for "halve" bjelken

$$6.10b \quad q_b(x) := q_{0.b} \cdot \left(1 + \rho_b \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right)$$

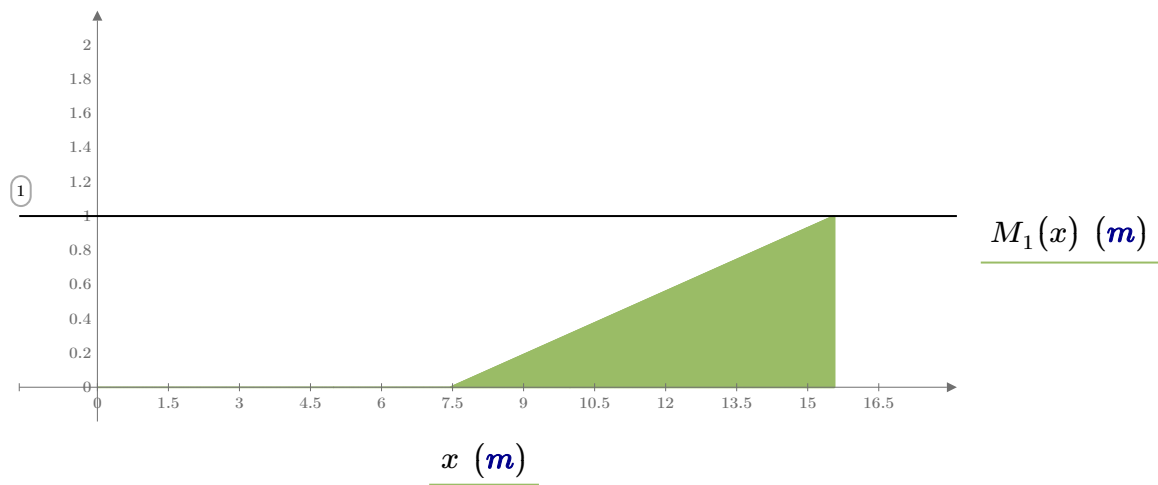
$$6.10a \quad q_a(x) := q_{0.a} \cdot \left(1 + \rho_a \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right)$$

T-tversnitt tyinn flens

Moment for enhetslasten

$$A_{z,1} := -\frac{1}{(L-l)} \quad B_{z,1} := \frac{1}{(L-l)}$$

$$M_1(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq x \leq l \\ -A_{z,1} \cdot (x-l) \cdot m & \text{if } l < x \leq L \end{cases}$$



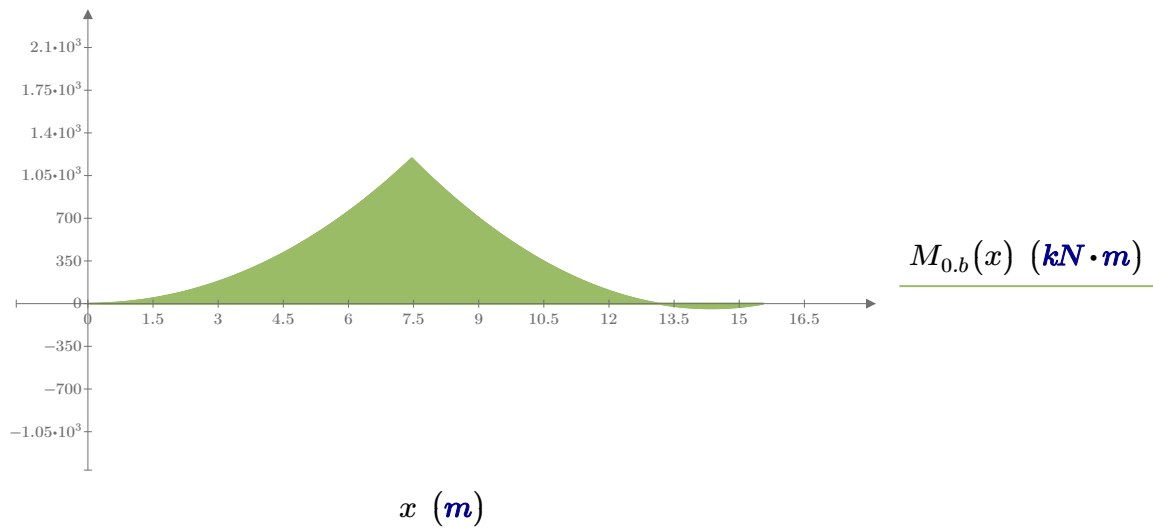
T-tversnitt tynn flens

Momentdiagram for lastfelt 6.10b

$$A_{z.t.b} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_{0\text{ m}}^{7.31\text{ m}} (L-x) \cdot q_b(x) dx + q_{1.b} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = 685.641 \text{ kN}$$

$$B_{z.t.b} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0.b} + q_{1.b}) \cdot 7.31 \text{ m} - A_{z.t.b} - q_{1.b} \cdot (L-l) = 62.484 \text{ kN}$$

$$M_{0.b}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq l \\ \left| \left| - \int_{0\text{ m}}^x q_b(z) (x-z) dz \right. \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| \left| - \int_{0\text{ m}}^{7.31\text{ m}} q_b(z) (x-z) dz - A_{z.t.b} \cdot (x-l) - \frac{q_{1.b}}{2} \cdot (x-l)^2 \right. \right| \end{cases}$$



$$M_{0.b}(l) = (1.192 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

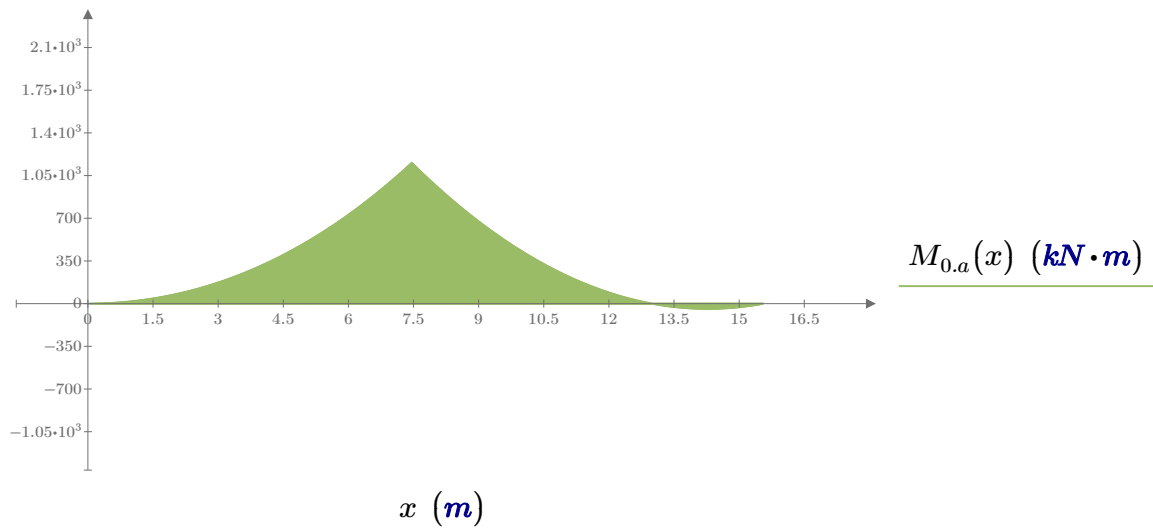
T-tversnitt tynn flens

Momentdiagram for lastfelt 6.10a

$$A_{z.t.a} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_{0\text{ m}}^{7.31\text{ m}} (L-x) \cdot q_a(x) dx + q_{1.a} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = 672.32 \text{ kN}$$

$$B_{z.t.a} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0.a} + q_{1.a}) \cdot 7.31 \text{ m} - A_{z.t.a} - q_{1.a} \cdot (L-l) = 66.17 \text{ kN}$$

$$M_{0.a}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq l \\ \left| - \int_{0\text{ m}}^x q_a(z) (x-z) dz \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| - \int_{0\text{ m}}^{7.31\text{ m}} q_a(z) (x-z) dz - A_{z.t.a} \cdot (x-l) - \frac{q_{1.a}}{2} \cdot (x-l)^2 \right| \end{cases}$$



$$M_{0.a}(l) = (1.155 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Lastkombinasjon 6.10b er dimensjonerende og vil bli brukt videre.

$$M_0(x) := M_{0.b}(x)$$

T-tversnitt tynn flens

$$E_{cm} := 36000 \frac{N}{mm^2}$$

$$E_s := 2 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}$$

$$\eta := \frac{E_s}{E_{cm}} = 5.556$$

$$d_{kam} := 20 \text{ mm}$$

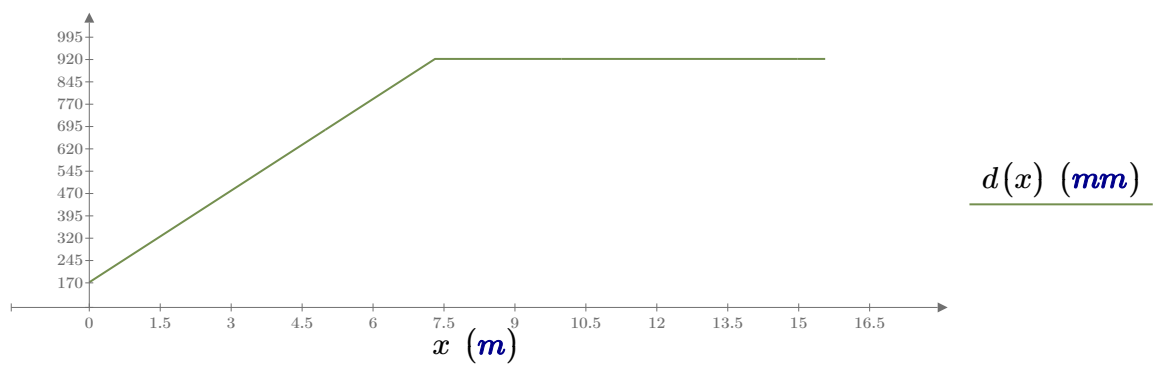
$$C_{nom} := 60 \text{ mm}$$

Antar armering:

$$A_s := 17 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2$$

Effektiv høyde

$$d(x) := h(x) - C_{nom} - \frac{d_{kam}}{2} - 8 \text{ mm}$$



Normalarmert α

$$\varepsilon_{cu} := 0.0035$$

$$\varepsilon_{yk} := \frac{500 \text{ MPa}}{2 \cdot 10^5 \text{ MPa}} = 0.003$$

Ecu fra tabell 4.1

Normalarmert:

$$\alpha_1 := \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 2 \cdot \varepsilon_{yk}} = 0.412$$

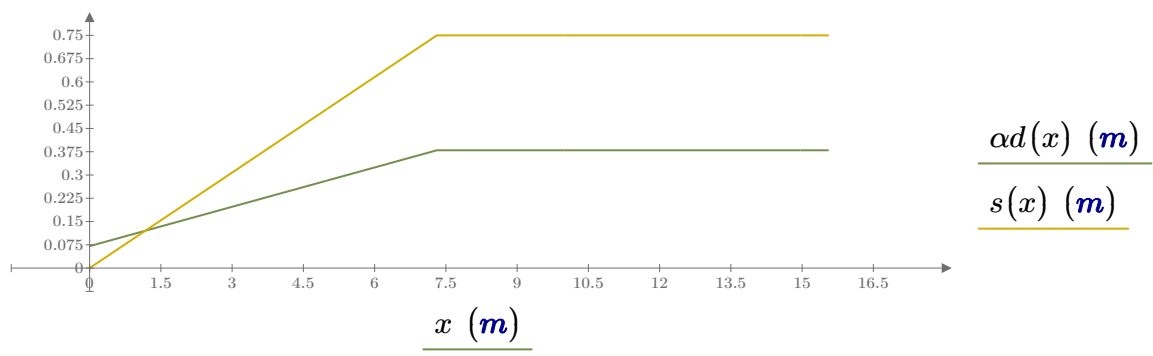
Relativ trykksone:

$$\alpha d(x) := \alpha_1 \cdot d(x)$$

Grafen viser at trykksonen er i steget langs mesteparten av bjelken. Derfor brukes bredde b_w i trykksonen.

Stegets høyde:

$$s(x) := h(x) - t$$



T-tversnitt tynn flens

Annet arealmoment

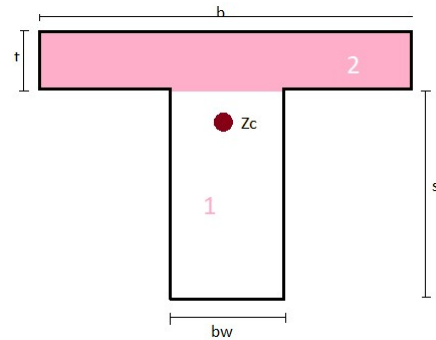
$$\text{Arealcenter: } z_c(x) := \frac{\left(h(x) - \frac{t}{2}\right) \cdot t \cdot b + s(x) \cdot b_w \cdot \frac{s(x)}{2}}{t \cdot b + b_w \cdot s(x)}$$

$$I_2(x) := \frac{1}{12} \cdot b_w \cdot (s(x))^3 + \left(z_c(x) - \frac{s(x)}{2}\right)^2 \cdot b_w \cdot s(x)$$

$$I_1(x) := \frac{1}{12} \cdot b \cdot (t)^3 + \left(\left(h(x) - \frac{t}{2}\right) - z_c(x)\right)^2 \cdot b \cdot t$$

$$I(x) := I_1(x) + I_2(x)$$

$$EI(x) := E_{cm} \cdot I(x)$$



Intergrasjon for endelig moment

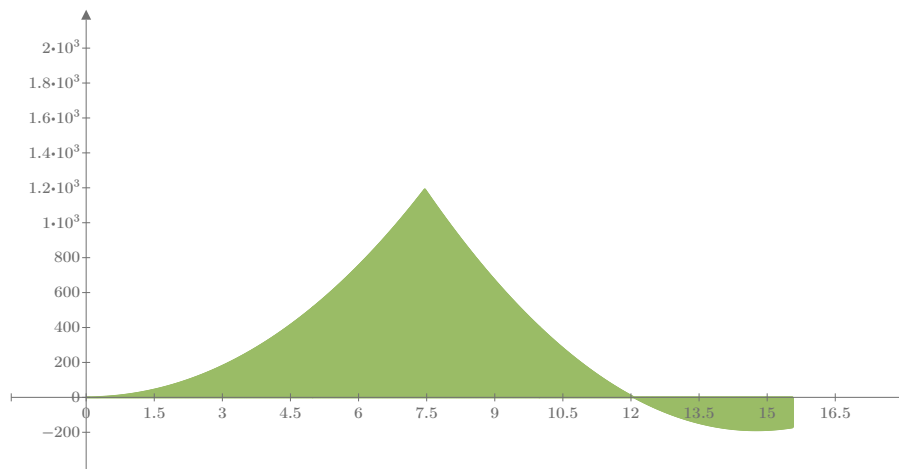
$$\delta_0 := \int_0^L M_0(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \quad \delta_0 = (1.349 \cdot 10^{-4}) \mathbf{m}$$

$$\delta_1 := \int_0^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \quad \delta_1 = (7.868 \cdot 10^{-10}) \frac{1}{\mathbf{N}} \cdot \mathbf{m}$$

$$X := \frac{-\delta_0}{\delta_1} = -171.411 \mathbf{kN}$$

T-tversnitt tynn flens

Endelig moment for bjelken $M(x) := M_0(x) + X \cdot M_1(x)$



$M(x)$ ($kN \cdot m$)

x (m)

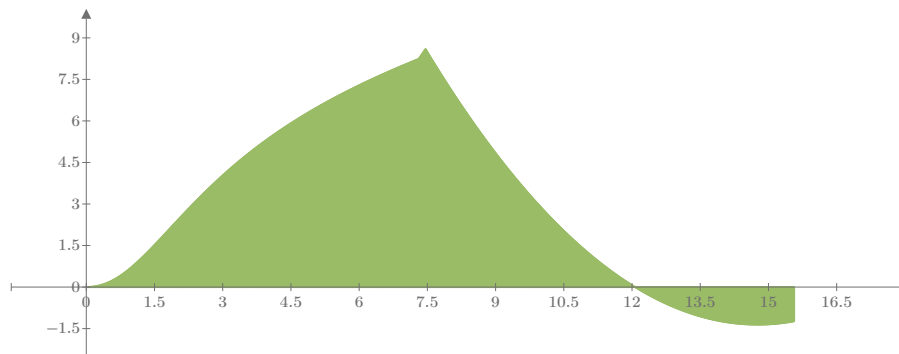
$$M(l) = 1192.122 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M(L) = -171.411 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Bøyesspenning

$$W(x) := \frac{I(x)}{z_c(x)}$$

$$\sigma_m(x) := \frac{M(x)}{W(x)}$$



$\sigma_m(x)$ ($\frac{N}{mm^2}$)

x (m)

$$\sigma_m(7.46 \text{ m}) = 8.599 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_m(14.8 \text{ m}) = -1.355 \frac{N}{mm^2}$$

T-tversnitt tynn flens

Momentkapasitet

Armeringstøyningen innenfor tillatt område når $\epsilon_s < \epsilon_{ud}$

$$\epsilon_{ud} := 3 \cdot 10^{-2} \quad \text{N.A.3.5 (901)}$$

Vi dimensjonerer bjelken i henhold til norsk praksis og har dermed satt armeringstøyningen $\epsilon_s = 2 \cdot \epsilon_{yk}$.

$$\epsilon_s := \frac{(1 - \alpha_1)}{\alpha_1} \cdot \epsilon_{cu} = 0.005$$

Armeringstøyningen er innenfor tillatt område og vi kan regne momentkapasiteten som underarmert

$$f_{yk} := 500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 434.783 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{ctm} := 3.8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

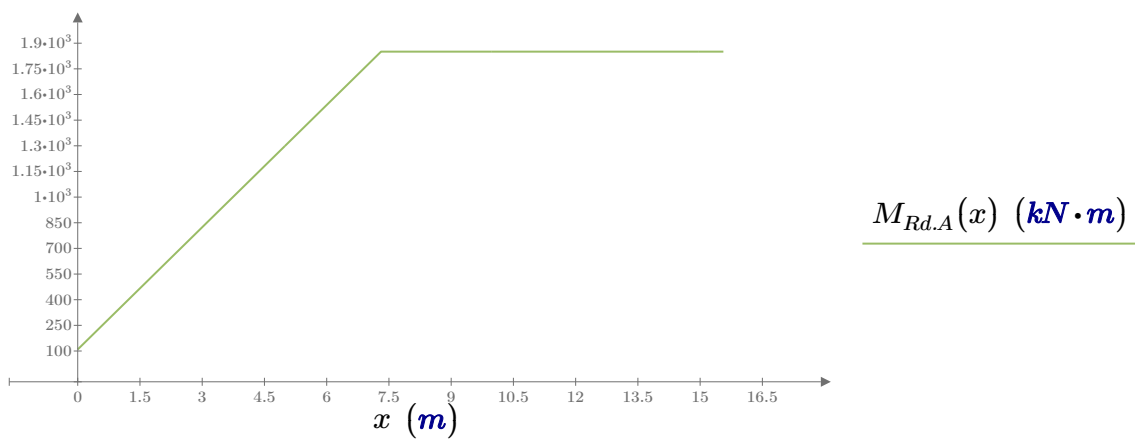
$$f_{ck} := 45 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{cd} := 0.85 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad C_{nom2} := 60 \text{ mm}$$

$$A_s := 17 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2$$

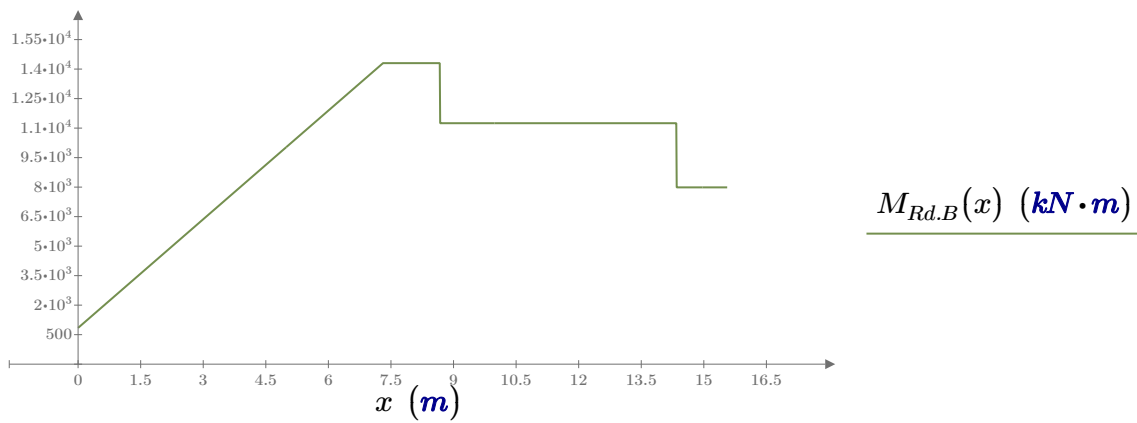
Momentkapasitet:

$$M_{Rd,A}(x) := f_{yd} \cdot A_s \cdot \left(d(x) - \frac{t}{2} \right)$$

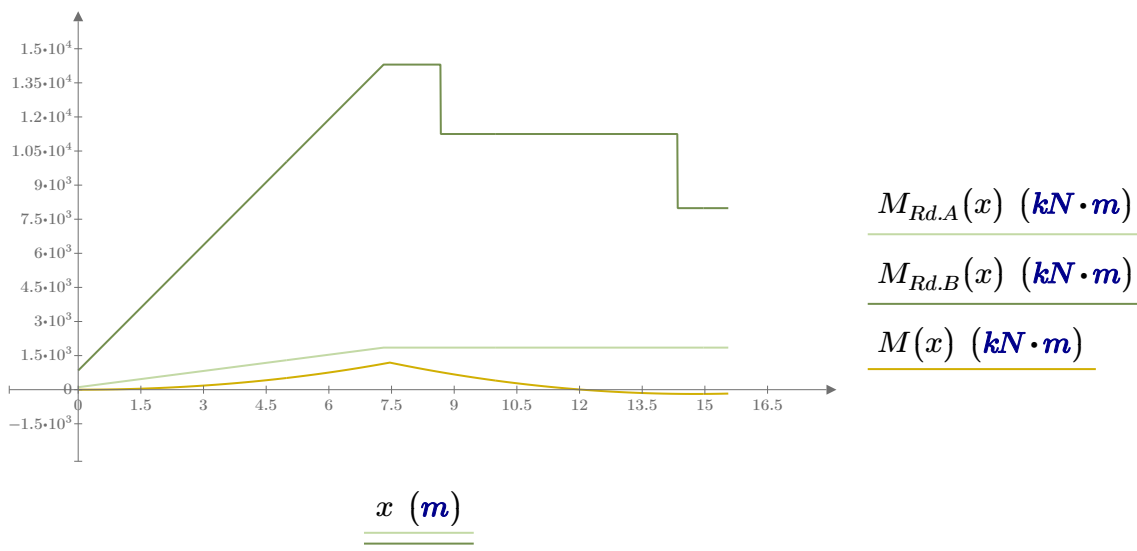
$$M_{Rd,B}(x) := f_{cd} \cdot b_{eff}(x) \cdot t \cdot (d(x) - 0.5 \cdot t)$$



T-tversnitt tynn flens



Sammenligning av momentkapasiteter og påført moment:



Ikke beregningsmessig behov for trykkarmering - minstekrav
Trykkarmering blir strekkarmeringen på underkant

Videre vil MRd.A bli dimensjonerende

Kontroll: $\sigma_{cd} < f_{cd}$ (s. 53) i sørensens

$$\sigma_{cd} := \frac{M_{Rd.A}(7.46 \text{ m})}{\alpha d(7.46 \text{ m}) \cdot b_w \cdot \left(d(7.46 \text{ m}) - \frac{\alpha d(7.46 \text{ m})}{2} \right)} = 11.096 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} = 25.5 \text{ MPa}$$

Trykksonen holder, og momentkapasiteten er på sikker side!

Nødvendig armering

Strekkarmering i overkant

Dimensjonerer etter det mest påkjente punktet. Snitt $x=7.46\text{m}$

$$z(x) := \left(1 - 0.17 \cdot \frac{|M(x)|}{M_{Rd.A}(x)} \right) \cdot d(x)$$

$$A_{s3} := \frac{M(7.46 \text{ m})}{z(7.46 \text{ m}) \cdot f_{yd}} = (3.34 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Minstekrav armering

$$A_{smin3} := 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_{eff.3} \cdot d(7.46 \text{ m}) = (5.129 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Vår armering: minimumsarmering

$$d_{kam} := 20 \text{ mm}$$

$$n_3 := \frac{A_{smin3}}{\pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2} = 16.325$$

$$n_{topp} := 17$$

Senteravstand

$$s_3 := \begin{bmatrix} 2 \cdot d_{kam} \\ d_g + 5 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 13 \\ 20 \end{bmatrix} \text{ mm}$$

$$d_g := 8 \text{ mm}$$

senteravstand må være større eller lik max av 2 kam; $d_g+5\text{mm}; 20\text{mm}$.

$$s \geq 40 \text{ mm}$$

$$s_{3_1} = 0.04 \text{ m}$$

Hovedarmering legges i beff.

$$s_e := \frac{(b_{eff.3} - n_{topp} \cdot 20 \text{ mm})}{n_{topp} - 1} = 154.688 \text{ mm}$$

T-tversnitt tynn flens

$$S_{e_3} := 160 \text{ mm}$$

Lengdearmering
topp

$$A_{sl.t} := (n_{topp}) \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2 = (5.341 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Strekkarmering i underkant

Snitt 2. Snitter i 14.8 m der det er stort bøyespenning.
Siden steget er i strekk i snitt 2 brukes b_w som bredde

$$A_{s2} := \frac{|M(14.8 \text{ m})|}{z(14.8 \text{ m}) \cdot f_{yd}} = 476.887 \text{ mm}^2$$

Minstekrav armering

$$A_{smin2} := 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_w \cdot d(14.8 \text{ m}) = (1.093 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Vår armering: minimumsarmering

$$n_2 := \frac{A_{smin2}}{\pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2} = 3.48$$

$$n_{bunn} := 4$$

Senteravstand

minimumskrav - avstand

$$s_{min} := \begin{bmatrix} 2 \cdot d_{kam} \\ d_g + 5 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 13 \\ 20 \end{bmatrix} \text{ mm} \quad d_g := 8 \text{ mm}$$

senteravstand må være større eller lik max av 2 kam; $d_g + 5 \text{ mm}; 20 \text{ mm}$.

$$s \geq 40 \text{ mm}$$

$$s_{min_1} = 40 \text{ mm}$$

$$S_e := \frac{(b_w - 2 \cdot C_{nom} - n_{bunn} \cdot 20 \text{ mm} - 2 \cdot 10 \text{ mm})}{n_{bunn} - 1} = 126.667 \text{ mm}$$

$$S_{e_2} := 100 \text{ mm}$$

Legges i ytterkant slik at skjærarmeringen kan festes til denne

T-tversnitt tynn flens

Lengdearmering
bunn

$$A_{sl.b} := n_{bunn} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2 = (1.257 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Maks armering

$$A_{c.t} := b_{eff.3} \cdot t + s(7.46 \text{ m}) \cdot b_w - (n_{topp}) \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2 - n_{bunn} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2 = (1.147 \cdot 10^6) \text{ mm}^2$$

$$A_{c.b} := b_{eff.2} \cdot t + s(14.8 \text{ m}) \cdot b_w - (n_{topp}) \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2 - n_{bunn} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2 = (9.969 \cdot 10^5) \text{ mm}^2$$

$$A_{smax.t} := 0.04 \cdot A_{c.t} = (4.589 \cdot 10^4) \text{ mm}^2$$

OK for begge tilfeller!

$$A_{smax.b} := 0.04 \cdot A_{c.b} = (3.988 \cdot 10^4) \text{ mm}^2$$

T-tversnitt tynn flens

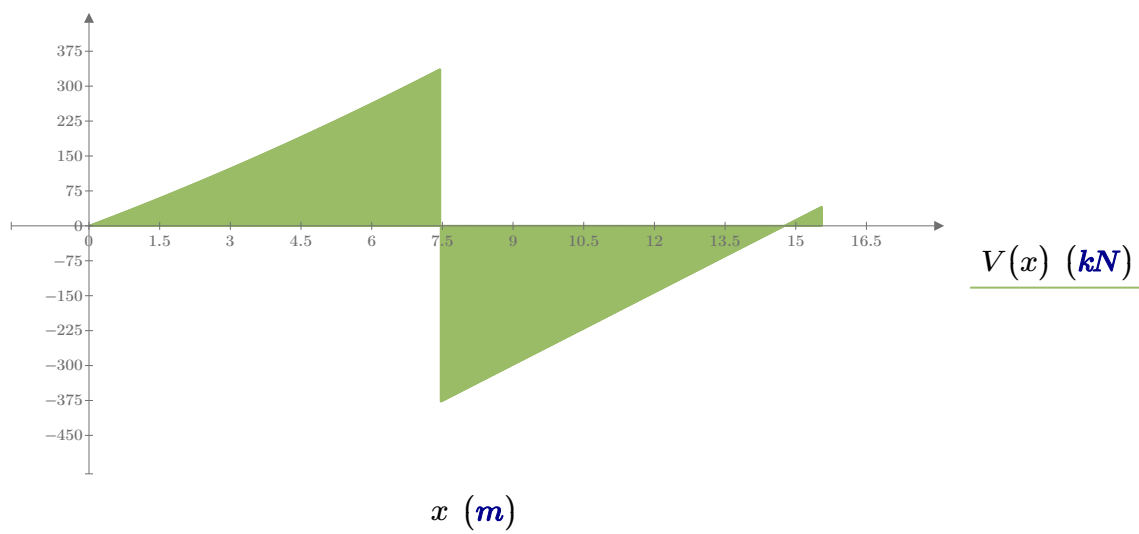
Skjærkapasitet

Skjærstrekkkapasitet vil bli kontrollert i et snitt d fra kant av opplager i henhold til 6.2.1(8) og 6.2.2(6)

$$f_{ck} := 45 \frac{N}{mm^2} \qquad f_{cd} := f_{ck} \cdot \frac{0.85}{\gamma_c} = 25.5 \frac{N}{mm^2}$$

Påført skjærkraft:

$$V(x) := \frac{d}{dx} M(x)$$



$$V(7.459 \text{ m}) + |V(7.461 \text{ m})| = 714.482 \text{ kN}$$

T-tversnitt tynn flens

Skjærstrekkkapasitet:

Sjekker skjærkapasitet i avstand d fra kant opplager. Kapasiteten måles i opplageret mens påført last i en avstand d fra kant opplager

Sjekker urisset trversnitt fordi: $\sigma_1 < f_{ctk_{0.05}}$ Viser til boka s.61

$$\sigma_1 := \frac{|V(7.461 \text{ m})|}{z(7.461 \text{ m}) \cdot b_{eff.3}} = 0.163 \text{ MPa} \quad \sigma_m := \sigma_1$$

$$f_{ctk_{0.05}} := 2.7 \text{ MPa} \quad (\text{sørensen s.59})$$

$$V(7.459 \text{ m}) = (3.367 \cdot 10^5) \text{ N}$$

$$|V(7.461 \text{ m})| = (3.778 \cdot 10^5) \text{ N}$$

kontrollerer i en avstand $7.61\text{m} + 0.922\text{m} = 8.532\text{m}$ da skjær er størt der.

$$k_1 := 0.15 \quad (\text{NA. 6.2.2(1)}) \quad N_{Ed} := 0$$

$$\sigma_{cp} := \frac{N_{Ed}}{A_{c.t}} = 0 \frac{1}{\text{m}^2} \quad \sigma_{cp}(x) \text{ blir lik 0 da vi ikke har NEd.}$$

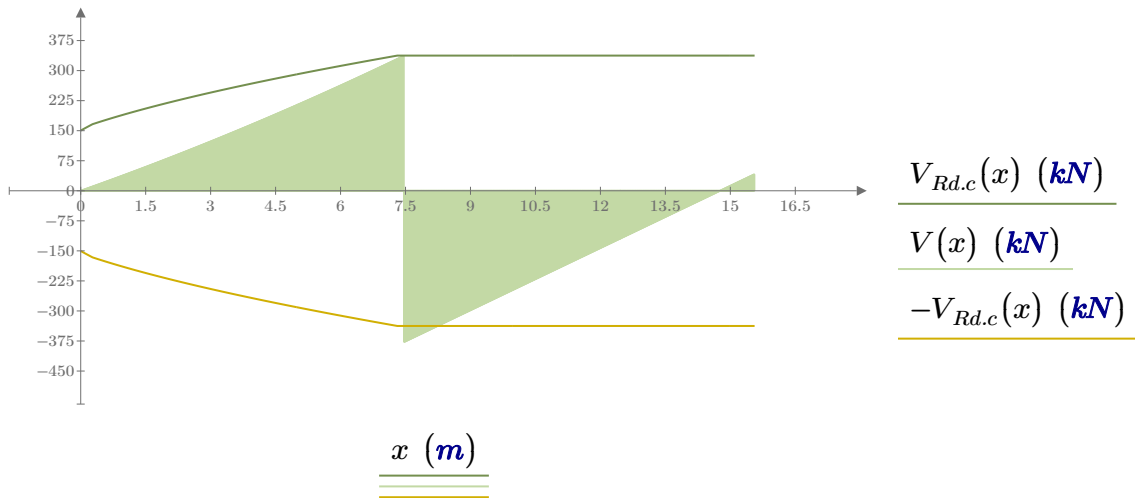
$$k_2 := 0.18 \quad \gamma_c := 1.5 \quad C_{Rd.c} := \frac{k_2}{\gamma_c} = 0.12 \quad \text{NA 6.2.2 (1)}$$

$$k(x) := \left\| \begin{array}{l} \text{if } 1 + 2 \sqrt{\frac{200}{d(x) \frac{1}{\text{mm}}}} \leq 2 \\ \left\| 1 + 2 \sqrt{\frac{200}{d(x) \frac{1}{\text{mm}}}} \right\| \\ \text{if } 1 + 2 \sqrt{\frac{200}{d(x) \frac{1}{\text{mm}}}} > 2 \\ \left\| 2 \right\| \end{array} \right\|$$

$$A_{sl} := A_{smin3} \quad p_l(x) := \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d(x)}$$

T-tversnitt tynn flens

$$V_{Rd.c}(x) := \left(C_{Rd.c} \cdot k(x) \cdot (100 \cdot p_l(x) \cdot 45)^{\frac{1}{3}} \right) \cdot b_w \cdot d(x) \frac{N}{mm^2}$$



minsteverdi:

$$v_{min} := 0.0035 \cdot k(7.46 \text{ m})^{\frac{3}{2}} \cdot 45^{\frac{1}{2}} \frac{N}{mm^2} = (4.166 \cdot 10^4) \text{ Pa}$$

$$V_{Rd.c.min} := (v_{min}) \cdot b_w \cdot d(7.46 \text{ m})$$

$$V_{Rd.c.min} = 23.049 \text{ kN}$$

OK!

Redusert VEd.

$$V_{Ed.Red} := |V(8.532 \text{ m})| = 322.377 \text{ kN} < V_{Rd.c}(7.46 \text{ m}) = 337.467 \text{ kN}$$

Ikke beregningsmessig behov for skjærarmering

T-tversnitt tynn flens

Skjærtrykkapasitet: Kontrollerer VRd.max i opplager. 6.2.1(8)

$$\nu := 0.6 \cdot \left(1 - \frac{45}{250}\right)$$

$$V_{Rd.max} := 0.5 \cdot b_w \cdot d(7.46 \text{ m}) \cdot \nu \cdot f_{cd} = (3.47 \cdot 10^3) \text{ kN}$$

$$|V(7.461 \text{ m})| = 377.801 \text{ kN}$$

Skjærkraften ved opplaget < VRd.max.

Bjelken har nok skjærtrykkapasitet

T-tversnitt tynn flens

Beregning av skjærstrekkarmering

θ er 45 grader

Minstekrav skjærarmering:

$$\rho_{w.min} := 0.1 \cdot \frac{\sqrt[2]{45}}{500} \quad \alpha := 90^\circ \quad (\text{NA.9.5N})$$

$$A_{sw} := \rho_{w.min} \cdot b_w \cdot \sin(\alpha) = 0.805 \text{ mm} \quad \text{pr.mm} \quad (9.4)$$

$$\phi 8 := \pi \cdot (4 \text{ mm})^2 \cdot 2 = 100.531 \text{ mm}^2 \quad \theta := 45$$

$$\text{Senteravstand} \quad s_{beregnet} := \frac{\phi 8}{A_{sw}} = 124.886 \text{ mm}$$

Velger senteravstand 100mm $se := 100 \text{ mm}$

skjærarmeringens helning i forhold til lengdeaksen α

$$h'(x) := d(x) - C_{nom2} - \frac{10}{2} \text{ mm} \quad \alpha := 90 \text{ deg}$$

$$\cot \alpha := \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = 6.123 \cdot 10^{-17}$$

$$s_{l.max}(x) := 0.6 \cdot h'(x) \cdot (1 + \cot \alpha) \quad s_{l.max}(7.5 \text{ m}) = 514.2 \text{ mm} \quad \text{OK}$$

Legges skjærbøyler $\phi 8$ s100mm langs lengdeaksen.

Knusing av opplager

$$A_z := |V(7.461 \text{ m}) - V(7.459 \text{ m})| = (7.145 \cdot 10^5) \text{ N}$$

$$A_{\text{opplager}} := b \cdot 300 \text{ mm} = 0.9 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_z}{A_{\text{opplager}}} = 0.794 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

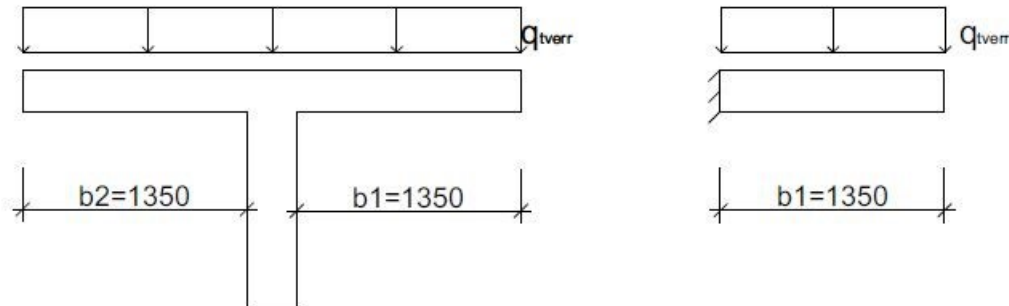
$$f_{cd} = 25.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\frac{A_z}{A_{\text{opplager}}} < f_{cd}$$

OK!

T-tversnitt tynn flens

Tverrarmering



$$q_{tverr} := -25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 1 \text{ m} \cdot t \cdot \gamma_{g,b} - 3.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 1 \text{ m} \cdot \gamma_{p,b} = -12.75 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Moment ved innfestning} \quad M_{tverr} := \frac{(q_{tverr} \cdot b_1^2)}{2} = -9.18 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{Nødvendig armering:} \quad A_{s,tverr} := \frac{M_{tverr}}{z(10 \text{ m}) \cdot f_{yd}} = -23.771 \text{ mm}^2 \quad \text{per m}$$

Minimumsarmering er 20% av hovedarmeringen i topp siden det blir strekk i overkant av flensen i tverretning.

$$A_{s,tverr,min} := 0.20 \cdot A_{s,t} = (1.068 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Vår armering blir dermed minstearmering

$$\phi 16 := \pi \cdot \left(\frac{16 \text{ mm}}{2} \right)^2 = 201.062 \text{ mm}^2$$

$$n_{tverr} := \frac{A_{s,tverr,min}}{\phi 16} = 5.3125$$

Legger inn 6 $\phi 16$ pr meter

T-tversnitt tynn flens

Skjærkrefter mellom steg og flens

α er vinkelen mellom skjærarmering og bjelkeaksen vinkelrett på skjærkraften

θ er vinkelen mellom betongtrykkstaven og bjelkeaksen vinkelrett på skjærkraften

$\cot\theta := 1$ Tetta er 45 grader

$\cot\alpha := 0$ Alfra er 90 grader

$\Delta F_{td} := 0.5 \cdot -V(7.47 \text{ m}) \cdot (\cot\theta - \cot\alpha) = 188.668 \text{ kN}$ Bruker absoluttverdi

$\Delta x := 2 \text{ m}$ Halvparten av avstand mellom der moment er 0 g momentet er størst

$$V_{Ed} := \frac{\Delta F_{td}}{t \cdot \Delta x}$$

Krav: $V_{Ed} \leq k \cdot f_{ctd}$

$$\alpha_{ct} := 0.85 \quad f_{ctk.0.05} := 2.7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{ctd} := \frac{\alpha_{ct} \cdot f_{ctk.0.05}}{\gamma_c} = 1.53 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad k := 0.4$$

$$V_{Ed} = 0.377 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < k \cdot f_{ctd} = 0.612 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{OK}$$

Ingen ekstra armering krevd utover det som kreves ved bøyning.

Utnyttelsesgrad

$$M_u := \frac{M(7.46 \text{ m})}{M_{Rd.A}(7.46 \text{ m})} \cdot 100 = 64.416$$

$$M_u := \frac{|M(14.8 \text{ m})|}{M_{Rd.A}(14.8 \text{ m})} \cdot 100 = 10.151$$

$$V_u := \frac{|V(8.53 \text{ m})|}{V_{Rd.c}(7.46 \text{ m})} \cdot 100 = 95.559$$

$$\int_0^L G(x) dx = 17.027 \text{ m}^3$$

E.2 BRUKSGRENSE

- Nedbøyningsbegrensning
- Rissviddebegrensning
- Speningsbegrensning
- Svingningsbegrensning

Nedbøyningsbegrensning

Strekfasthet: $f_{ctd} := \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk.0.05}}{\gamma_c} = 1.53 \text{ MPa}$

σ_c er 18.40 MPa. Beregning er vist lengre nede.

$\sigma_c > f_{ctd}$

Tversnittet har ikke nok strekkfasthet og vi regner dermed i stadium 2, opprisset.

Ofte forekommende $\psi_{1.1} := 0.7$

Nyttelast $q_{nytte.k} := -3.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b \cdot \psi_{1.1}$

Egenlast $q_g(x) := -25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot G(x)$

Last ved 0 m $q_{0.k} := q_g(0 \text{ m}) = -18.75 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Last ved 7.31m $q_{1.k} := q_g(7.31 \text{ m}) = -30 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

$$\rho_k := \frac{q_{1.k} - q_{0.k}}{q_{0.k}} = 0.6$$

Lastfelt for egenlast
"halve" bjelken $q_k(x) := q_{0.k} \cdot \left(1 + \rho_k \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right)$

T-tversnitt tynn flens

Last for hele etter ofte forekommende

Last ved 0m $q_{0,f} := q_g(0 \text{ m}) + q_{nytte.k}$

Last ved 7.31m $q_{1,f} := q_g(7.31 \text{ m}) + q_{nytte.k}$

$$\rho_f := \frac{q_{1,f} - q_{0,f}}{q_{0,f}} = 0.431$$

Lastfelt for "halve" bjelken

$$q_f(x) := q_{0,f} \cdot \left(1 + \rho_f \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right)$$

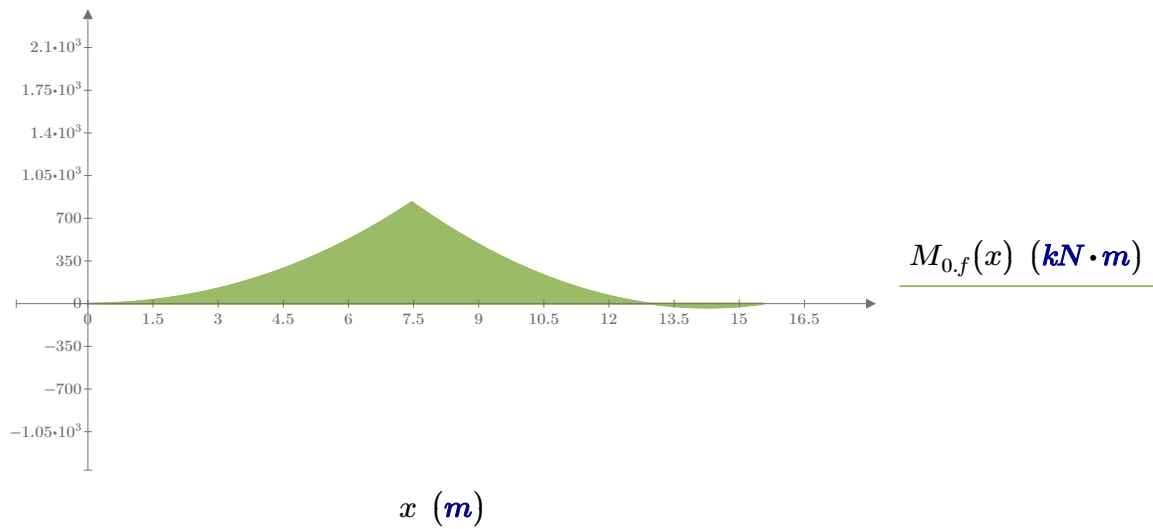
T-tversnitt tynn flens

Momentdiagram for ofte forekommende

$$A_{z,f} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_{0\text{ m}}^{7.31\text{ m}} (L-x) \cdot q_f(x) dx + q_{1,f} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = 485.933 \text{ kN}$$

$$B_{z,f} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0,f} + q_{1,f}) \cdot 7.31 \text{ m} - A_{z,f} - q_{1,f} \cdot (L-l) = 48.512 \text{ kN}$$

$$M_{0,f}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq l \\ \left| - \int_{0\text{ m}}^x q_f(z) (x-z) dz \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| - \int_{0\text{ m}}^{7.31\text{ m}} q_f(z) (x-z) dz - A_{z,f} \cdot (x-l) - \frac{q_{1,f}}{2} \cdot (x-l)^2 \right| \end{cases}$$



$$M_{0,b}(l) = (1.192 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

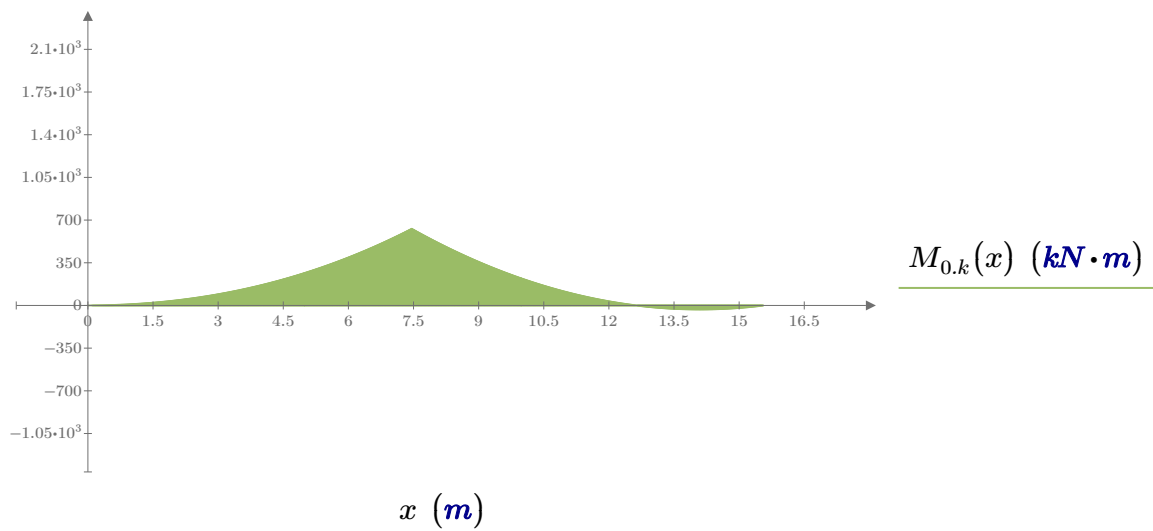
T-tversnitt tynn flens

Momentdiagram for egenlast

$$A_{z,e} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_{0 \text{ m}}^{7.31 \text{ m}} (L-x) \cdot q_k(x) dx + q_{1,k} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = 377.198 \text{ kN}$$

$$B_{z,e} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0,k} + q_{1,k}) \cdot 7.31 \text{ m} - A_{z,e} - q_{1,k} \cdot (L-l) = -293.301 \text{ kN}$$

$$M_{0,k}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq l \\ \left| - \int_{0 \text{ m}}^x q_k(z) (x-z) dz \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| - \int_{0 \text{ m}}^{7.31 \text{ m}} q_k(z) (x-z) dz - A_{z,e} \cdot (x-l) - \frac{q_{1,k}}{2} \cdot (x-l)^2 \right| \end{cases}$$



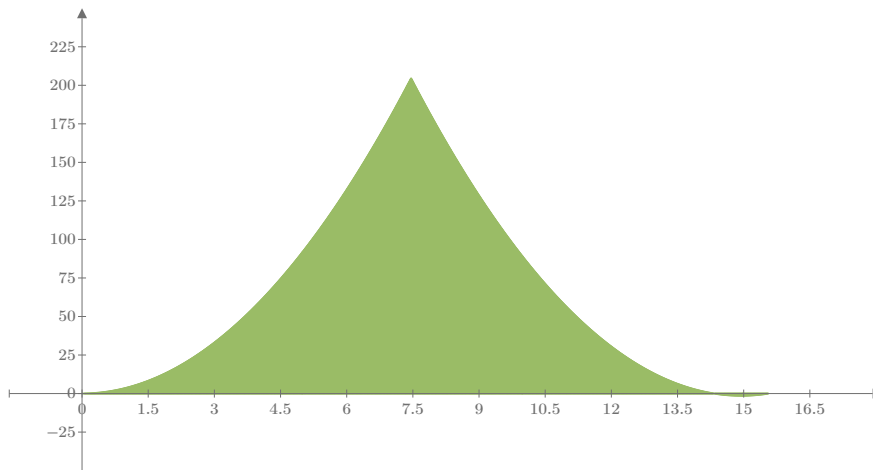
T-tversnitt tynn flens

Moment for nyttelast

$$A_{z,n} := \frac{\left(-q_{nytte.k} \cdot \frac{L^2}{2}\right)}{(L-l)} = 109.848 \text{ kN}$$

$$B_{z,n} := -A_{z,n} - q_{nytte.k} \cdot L = 4.518 \text{ kN}$$

$$M_n(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq x \leq l \\ \left| \left| -q_{nytte.k} \cdot \frac{x^2}{2} \right| \right. \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| \left| -q_{nytte.k} \cdot \frac{x^2}{2} - A_{z,n} \cdot (x-l) \right| \right. \end{cases}$$



$M_n(x)$ (kN·m)

x (m)

T-tversnitt tynn flens

Integrasjon av momenttilfellene for egenlast

$$\delta_{0.eigen} := \int_0^L M_{0.k}(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx$$

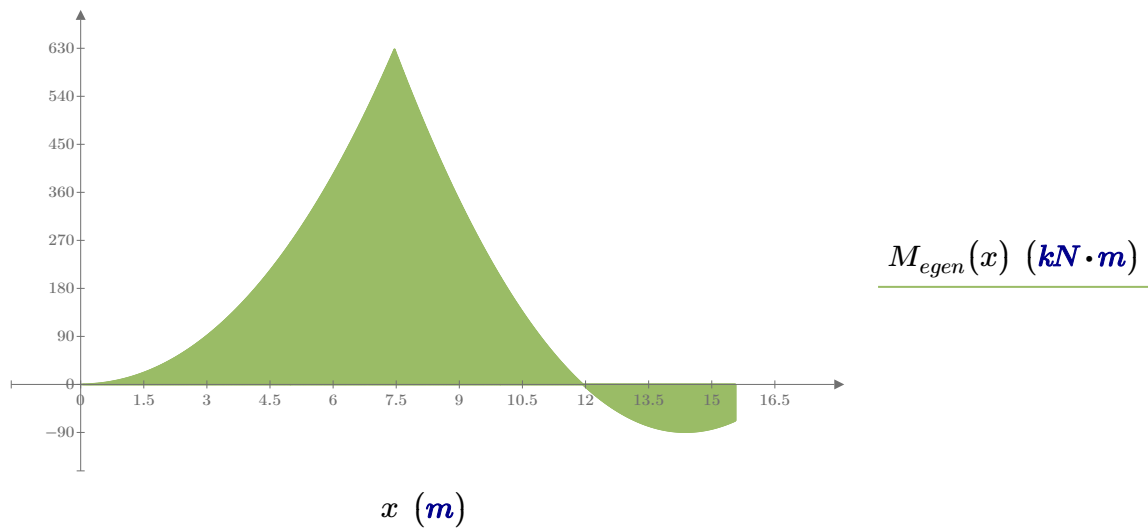
$$\delta_{0.eigen} = (5.345 \cdot 10^{-5}) \text{ m}$$

$$\delta_{1.eigen} := \int_0^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx$$

$$\delta_{1.eigen} = (7.868 \cdot 10^{-10}) \frac{1}{N} \cdot \text{m}$$

$$X_{egen} := \frac{-\delta_{0.eigen}}{\delta_{1.eigen}} = -67.931 \text{ kN}$$

Endelig moment for bjelken $M_{egen}(x) := M_{0.k}(x) + X_{egen} \cdot M_1(x)$



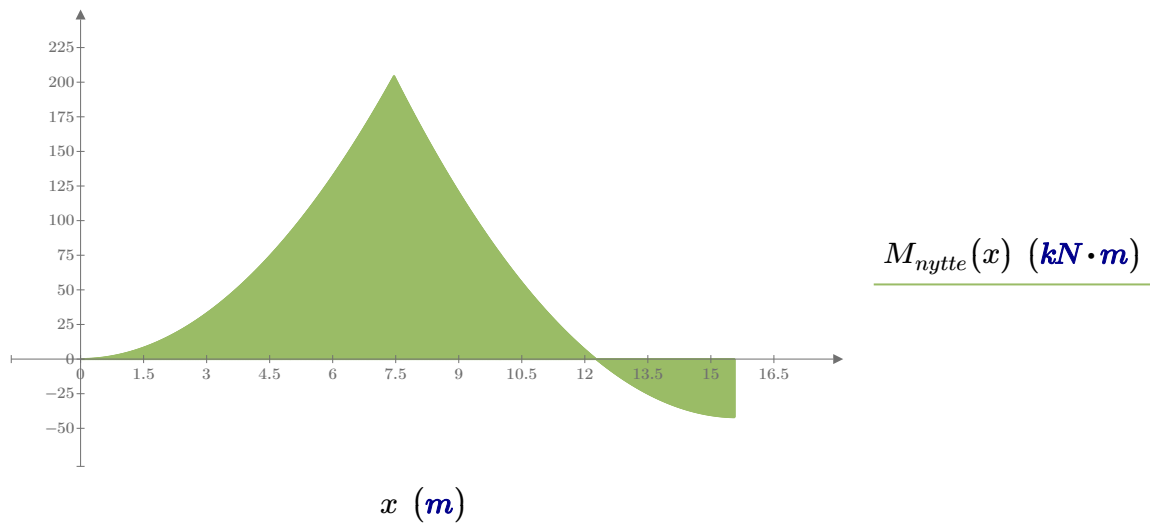
T-tversnitt tynn flens

Integrasjon av momenttilfellene for nyttelast

$$\delta_{0.nyttte} := \int_0^L M_n(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \quad \delta_{0.nyttte} = (3.304 \cdot 10^{-5}) \text{ m}$$
$$\delta_{1.nyttte} := \int_0^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \quad \delta_{1.nyttte} = (7.868 \cdot 10^{-10}) \frac{1}{N} \cdot \text{m}$$

$$X_{nyttte} := \frac{-\delta_{0.nyttte}}{\delta_{1.nyttte}} = -41.992 \text{ kN}$$

Endelig moment for punktlast $M_{nyttte}(x) := M_n(x) + X_{nyttte} \cdot M_1(x)$



T-tversnitt tynn flens

Kryp

Vi ser i tverrsnittet $x=7.46\text{ m}$

$$u := 2 \cdot t + 2 \cdot b + 2 \cdot (h(7.46 \text{ m}) - t) = 8 \text{ m}$$

$$A_c(x) := G(x) - A_{sl.t} - A_{sl.b}$$

$$h_0 := 2 \cdot \frac{A_c(7.46 \text{ m})}{u} = 298.351 \text{ mm}$$

Vi antar at vår betongbjelke har utendørsklima og er av sementtype N, normal. Ved 7 døgn, for da skal forskalingen av.

$$\varphi_7 := 1.8 \quad \varphi_{90} := 1.20$$

3.1.4(4)b Utendørs forhold

$$E_{c.7} := \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_7} = 12857.143 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (7.20)$$

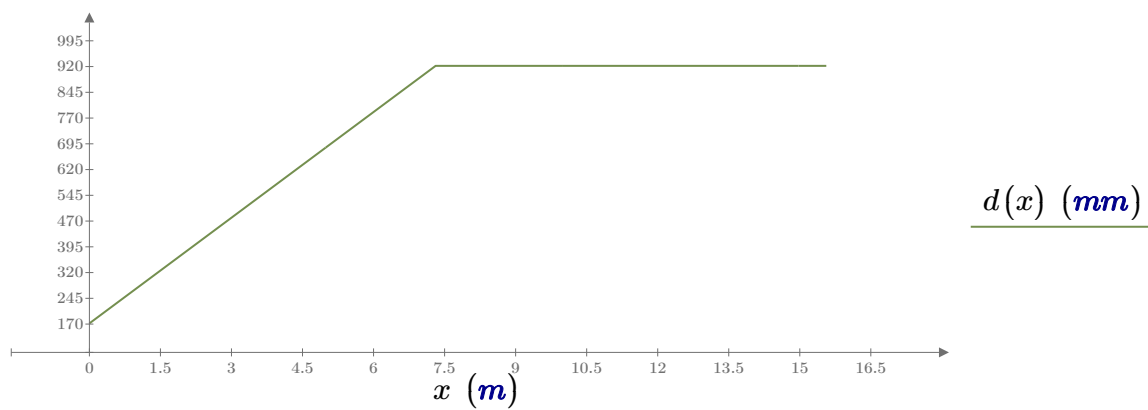
$$E_{c.90} := \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{90}} = 16363.636 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$E_{c.midl}(x) := \frac{M_{egen}(x) + M_{nytte}(x)}{\frac{M_{egen}(x)}{E_{c.7}} + \frac{M_{nytte}(x)}{E_{c.90}}}$$

Vi går videre med:

$$E_{c.midl} := E_{c.midl}(7.46 \text{ m}) = (1.357 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\eta := \frac{E_s}{E_{c.midl}} = 14.737$$



T-tversnitt tynn flens

$$b_f := 2 \cdot b_1$$

$$\text{Areal betong} \quad A_c(x) := b \cdot t + b_w \cdot s(x) - A_{sl.t} - A_{sl.b}$$

$$f(x) := \frac{(t \cdot b_f)}{b_w \cdot d(x)}$$

$$\eta\mu'(x) := (\eta - 1) \cdot \frac{A_{sl.b}}{b_w \cdot d(x)}$$

$$\eta\mu(x) := (\eta - 1) \cdot \frac{A_{sl.t}}{b_w \cdot d(x)}$$

$$A(x) := \eta p(x) + \eta\mu'(x) + f(x)$$

$$\eta p(x) := \eta \cdot \frac{A_{sl.t}}{b_w \cdot d(x)}$$

$$p'(x) := \frac{A_{sl.b}}{b_w \cdot d(x)}$$

$$d' := C_{nom} + \frac{d_{kam}}{2}$$

$$B(x) := \eta\mu(x) \cdot \left(1 - \frac{d'}{d(x)}\right) + f(x) \cdot \left(1 - \frac{t}{2 \cdot d(x)}\right)$$

$$\text{Trykksonehøyde:} \quad \alpha d$$

$$\alpha(x) := \sqrt[2]{(A(x))^2 + 2 \cdot A(x) - 2 \cdot B(x) - A(x)}$$

$$\xi(x) := 1 + \frac{b_f}{b_w} \cdot \left(\frac{t}{\alpha(x) \cdot d(x)}\right)^3 - 3 \cdot \frac{b_f}{b_w} \cdot \left(\frac{t}{\alpha(x) \cdot d(x)}\right)^2 + 3 \cdot \frac{b_f}{b_w} \cdot \left(\frac{t}{\alpha(x) \cdot d(x)}\right)$$

$$I_{c.1}(x) := \eta p(x) \cdot (1 - \alpha(x))^2 \cdot b_w \cdot (d(x))^3 + (\eta - 1) \cdot p'(x) \cdot b_w \cdot d(x) \cdot (\alpha(x) \cdot d(x) - d')^2$$

Betongareal treghetsmoment

$$I_c(x) := \xi(x) \cdot \frac{b_w \cdot (\alpha(x) \cdot d(x))^3}{3} + I_{c.1}(x)$$

Stålareal treghetsmoment

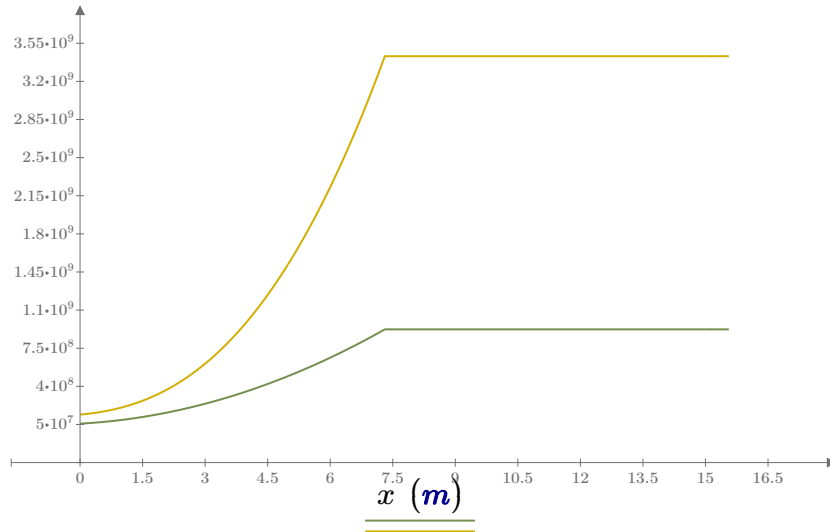
$$I'_s(x) := A_{sl.b} \cdot (1 - (\alpha(x))^2) \cdot (d(x))^2$$

$$I_s(x) := A_{sl.t} \cdot (\alpha(x) \cdot d(x) - d')^2 - \frac{E_{c.midl}}{E_s} \cdot A_{sl.t} \cdot (\alpha(x) \cdot d(x) - d')^2$$

T-tversnitt tynn flens

Bøystivhet

$$EI_{bruks}(x) := E_{c.midt} \cdot I_c(x) + E_s \cdot (I_s(x) + I'_s(x))$$



$$\frac{EI_{bruks}(x) \text{ (} N \cdot m^2 \text{)}}{EI(x) \text{ (} N \cdot m^2 \text{)}}$$

T-tversnitt tynn flens

Svinn

Autogen svinntøyning: $fck_{45} := 45$

$$\varepsilon_{ca} := 2.5 \cdot (fck_{45} - 10) \cdot 10^{-6} = 8.75 \cdot 10^{-5}$$

$$h_{0,svinn} := 2 \cdot \frac{A_c(7.46 \text{ m})}{u} \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 298.351$$

$$t_{s,s} := 7 \quad t_s := \infty$$

Svinntøyning ved uttørring:

$$\beta_{ds} := \frac{t_s - t_{s,s}}{(t_s - t_{s,s}) + 0.04 \cdot \sqrt{h_{0,svinn}^3}} = 1$$

$$k_h := 0.83 \quad \text{jfr. tabell 3.3 i EC2}$$

Nominell fri svinntøyning

Omgivelsens relative fuktighet $RH := 80\%$

"Absolutt" fuktighet $RH_0 := 100\%$

$$\beta_{RH} := 1.55 \cdot \left(1 - \left(\frac{RH}{RH_0}\right)^3\right) = 0.756$$

jfr. tabell tabell 3.2 i EC2

Vi har valgt sementklasse N:

$$\alpha_{ds1} := 4 \quad \alpha_{ds2} := 0.12 \quad f_{cm0} := 10 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2} \quad f_{cm} := 53 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Tillegg B (B.11)

$$\varepsilon_{cd,0} := 0.85 \cdot \left((220 - 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{\left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right)} \right) \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} = -7.488 \cdot 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{cd} := \beta_{ds} \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} = -6.215 \cdot 10^{-5}$$

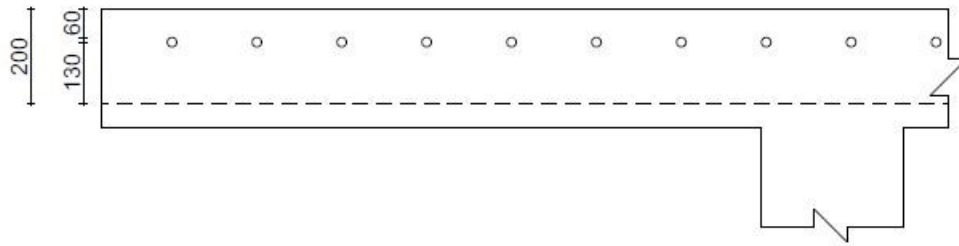
Fri svinntøyning: $EC(3.8)$

$$\varepsilon_{cs} := \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} = 2.535 \cdot 10^{-5}$$

Svinnkrumning:

Tyngdepunktet som blir regnet her:

T-tversnitt tynn flens



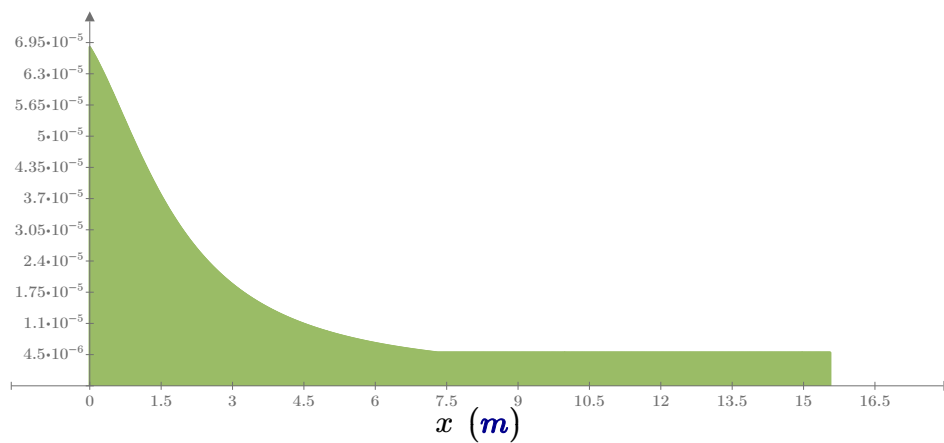
Finner tyngdeaksen ved likevektsberegninger. T.A. ligger 200 mm fra topp. e er avstanden fra tyngdeaksen til midtpunkt armering.

$$e := 200 \text{ mm} - C_{nom} - \frac{d_{kam}}{2} = 130 \text{ mm}$$

$$\kappa_s(x) := \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_s \cdot A_s \cdot e}{E_{c,midl} \cdot I_c(x)} \quad \text{EC (7.21)}$$

Moment pga svinn på enden

$$M_\kappa(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq L \\ \kappa_s(x) \cdot m \end{cases}$$

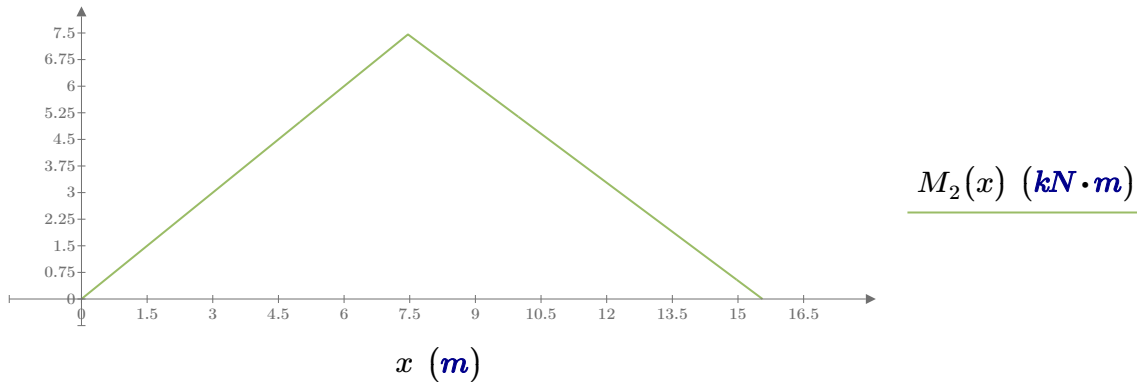


$M_\kappa(x)$

T-tversnitt tynn flens

Moment for punktlast på enden

$$M_2(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq x \leq l \\ \quad 1 \cdot kN \cdot x \\ \text{if } l < x \leq L \\ \quad 1 \cdot kN \cdot x - \frac{L}{(L-l)} (x-l) \cdot kN \end{cases}$$



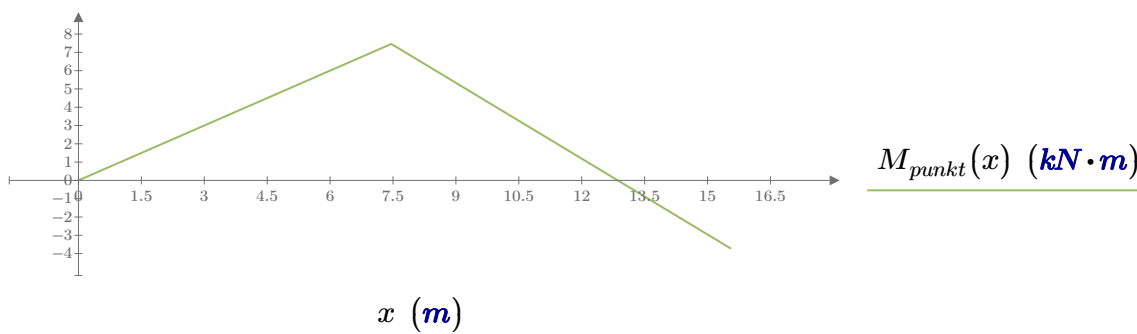
Integrasjon av momenttilfellene for punktlast

$$\delta_{0.punkt} := \int_{0 \text{ m}}^L M_2(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \qquad \delta_{0.punkt} = (1.091 \cdot 10^{-5}) \text{ m}$$

$$\delta_{1.punkt} := \int_{0 \text{ m}}^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \qquad \delta_{1.punkt} = (2.924 \cdot 10^{-9}) \frac{1}{N} \cdot m$$

$$X_{punkt} := \frac{-\delta_{0.punkt}}{\delta_{1.punkt}} = -3.731 \text{ kN}$$

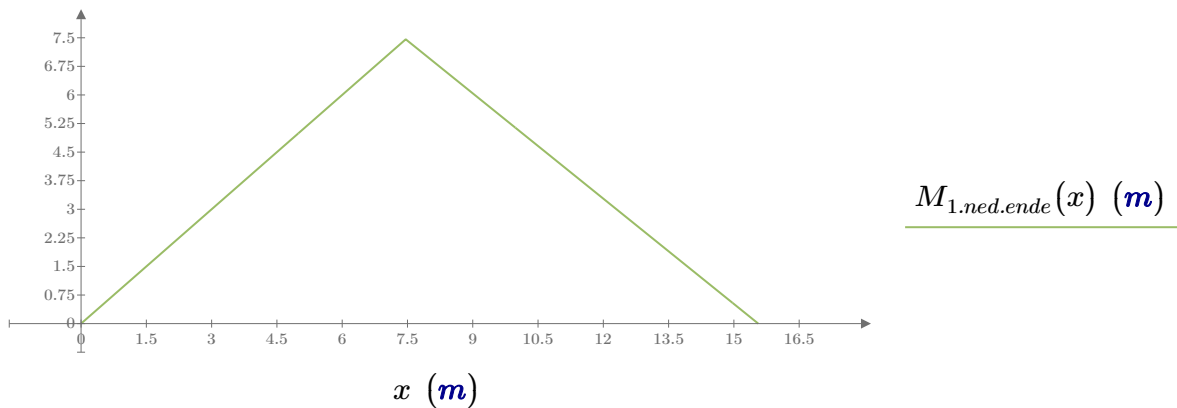
Endelig moment for punktlast $M_{punkt}(x) := M_2(x) + X_{punkt} \cdot M_1(x)$



T-tversnitt tynn flens

Enhetslast for nedbøyning på enden

$$M_{1.ned.ende}(x) := \begin{cases} 1 \cdot x & \text{if } 0 \leq x \leq l \\ 1 \cdot x - \frac{L}{L-l} (x-l) & \text{if } l < x \leq L \end{cases}$$

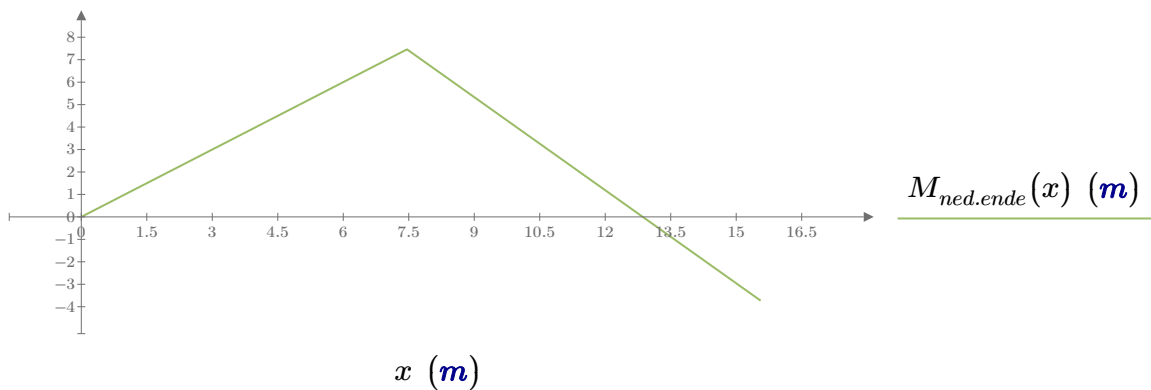


$$\delta_{0.ned.ende} := \int_{0 \text{ m}}^L M_{1.ned.ende}(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{0.ned.ende} = (1.091 \cdot 10^{-8}) \frac{s^2}{kg}$$

$$\delta_{1.ned.ende} := \int_{0 \text{ m}}^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{1.ned.ende} = (2.924 \cdot 10^{-9}) \frac{1}{N} \cdot m$$

$$X_{ned.ende} := \frac{-\delta_{0.ned.ende}}{\delta_{1.ned.ende}} = -0.004 \frac{1}{N} \cdot kN$$

Endelig moment for enhetslast $M_{ned.ende}(x) := M_{1.ned.ende}(x) + X_{ned.ende} \cdot M_1(x)$
ende

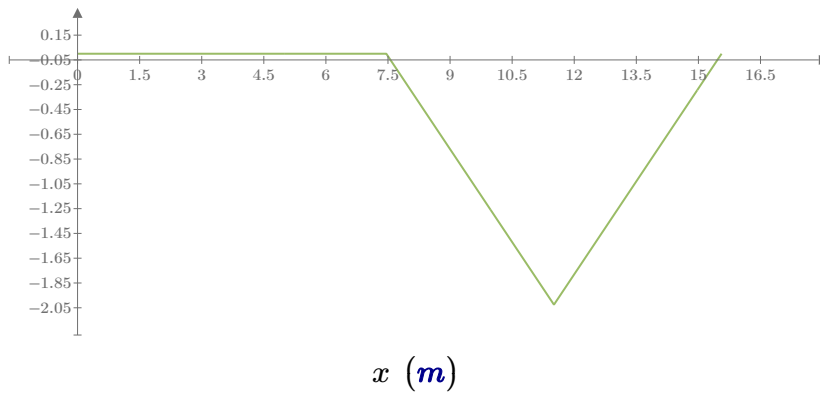


T-tversnitt tynn flens

Enhetslast for nedbøyning i midten av feltet

$$A_{z.en} := \frac{1}{2} \quad B_{z.en} := A_{z.en}$$

$$M_{1.ned.midt}(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq x \leq l \\ -A_{z.en} \cdot (x-l) & \text{if } l < x \leq l + \frac{(L-l)}{2} \\ 1 \cdot \left(x - \left(l + \frac{(L-l)}{2} \right) \right) - A_{z.en} \cdot (x-l) & \text{if } l + \frac{(L-l)}{2} < x \leq L \end{cases}$$



$$M_{1.ned.midt}(x) \text{ (kg)}$$

$$x \text{ (m)}$$

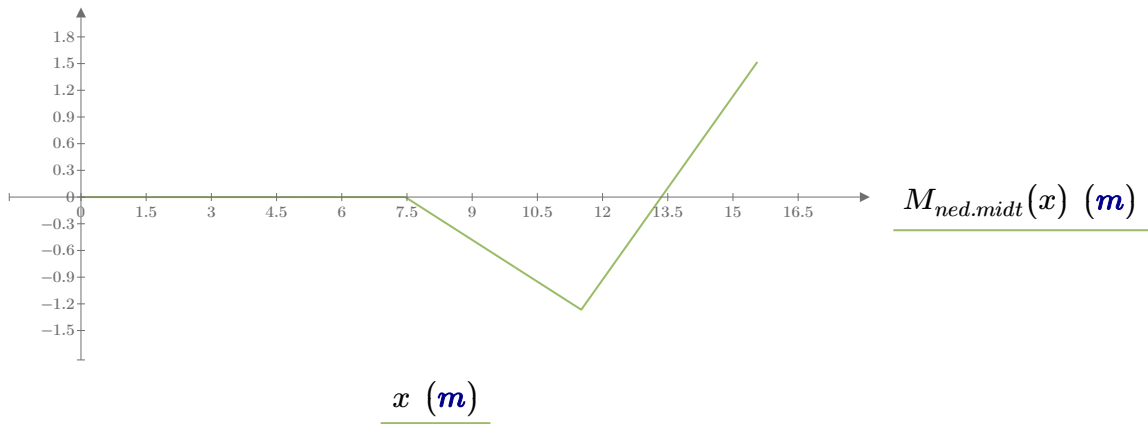
$$\delta_{0.ned.midt} := \int_0^L M_{1.ned.midt}(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{0.ned.midt} = -4.439 \cdot 10^{-9} \frac{s^2}{kg}$$

$$\delta_{1.ned.midt} := \int_0^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{1.ned.midt} = (2.924 \cdot 10^{-9}) \frac{1}{N} \cdot m$$

$$X_{ned.midt} := \frac{-\delta_{0.ned.midt}}{\delta_{1.ned.midt}} = 0.002 \frac{1}{N} \cdot kN$$

T-tversnitt tynn flens

Endelig moment for enhetslast $M_{ned.midt}(x) := M_{1.ned.midt}(x) + X_{ned.midt} \cdot M_1(x)$
i midtfelt



Resultat nedbøyning

Punktlast nedbøyning på enden

lengderetning:

$$\Delta_{\text{punkt.lengde}} := \int_0^L M_{\text{punkt}}(x) \cdot \frac{M_{\text{ned.ende}}(x)}{EI_{\text{bruks}}(x)} dx = 0.402 \text{ mm}$$

tverretning:

$$\Delta_{\text{punkt.tverr}} := \frac{1 \cdot \text{kN} \cdot b_1^3}{3 \cdot EI_{\text{bruks}}(0 \text{ m})} = 0.01 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\text{punkt}} := \Delta_{\text{punkt.lengde}} + \Delta_{\text{punkt.tverr}} = 0.412 \text{ mm} < 1 \text{ mm} \quad \text{OK!}$$

Nedbøyning på enden

$$\Delta_{\text{egen}} := \int_0^L M_{\text{egen}}(x) \cdot \frac{M_{\text{ned.ende}}(x)}{EI_{\text{bruks}}(x)} dx = 21.79 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\text{nytte}} := \int_0^L M_{\text{nytte}}(x) \cdot \frac{M_{\text{ned.ende}}(x)}{EI_{\text{bruks}}(x)} dx = 7.541 \text{ mm}$$

$$\delta_{\text{svinn.e}}(x) := \int_0^L \kappa_s(x) \cdot M_{\text{ned.ende}}(x) dx$$

$$\delta_{\text{svinn.e}}(0 \text{ m}) = 0.422 \text{ mm} \quad (\text{s.136})$$

$$\omega_{\text{ende}} := \frac{\left(\left(3.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 1 \text{ m} + 1 \text{ m} \cdot t \cdot 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right) \cdot b_1^4 \right)}{8 \cdot EI_{\text{bruks}}(0.5 \text{ m})} = 0.035 \text{ mm}$$

T-tversnitt tynn flens

Langvarig last gir nedbøyning på enden

Krav : spennvidde/250

$$\Delta_{ende} := \Delta_{egen} + \delta_{svinn.e}(0 \text{ m}) + \Delta_{nytte} + \omega_{ende} = 29.788 \text{ mm}$$

Med overhøyde

$$\Delta_{ende} - 29.24 \text{ mm} = 0.548 \text{ mm} < \frac{7310 \text{ mm}}{250} = 29.24 \text{ mm} \quad \text{OK!}$$

Nedbøyning i midtfelt

$$l + \frac{(L-l)}{2} = 11.51 \text{ m}$$

$$\Delta_{egen.m} := \int_{0 \text{ m}}^L M_{egen}(x) \cdot \frac{M_{ned.midt}(x)}{EI_{bruks}(x)} dx = -0.666 \text{ mm}$$

$$\Delta_{nytte.m} := \int_{0 \text{ m}}^L M_{nytte}(x) \cdot \frac{M_{ned.midt}(x)}{EI_{bruks}(x)} dx = -0.276 \text{ mm}$$

$$\delta_{svinn.m}(x) := \int_0^L \kappa_s(x) \cdot M_{ned.midt}(x) dx$$

$$\delta_{svinn.m}\left(\frac{(L-l)}{2} + l\right) = -0.01 \text{ mm}$$

$$\omega_{midt} := \frac{(q_{nytte.k} \cdot b_1^4)}{8 \cdot EI_{bruks}(11.51 \text{ m})} = -0.002 \text{ mm}$$

$$\Delta_{midt} := \Delta_{egen.m} + \Delta_{nytte.m} + \delta_{svinn.m}\left(\frac{(L-l)}{2}\right) + \omega_{midt} = -0.953 \text{ mm} < \frac{L-l}{250} = 32.4 \text{ mm}$$

OK!

T-tversnitt tynn flens

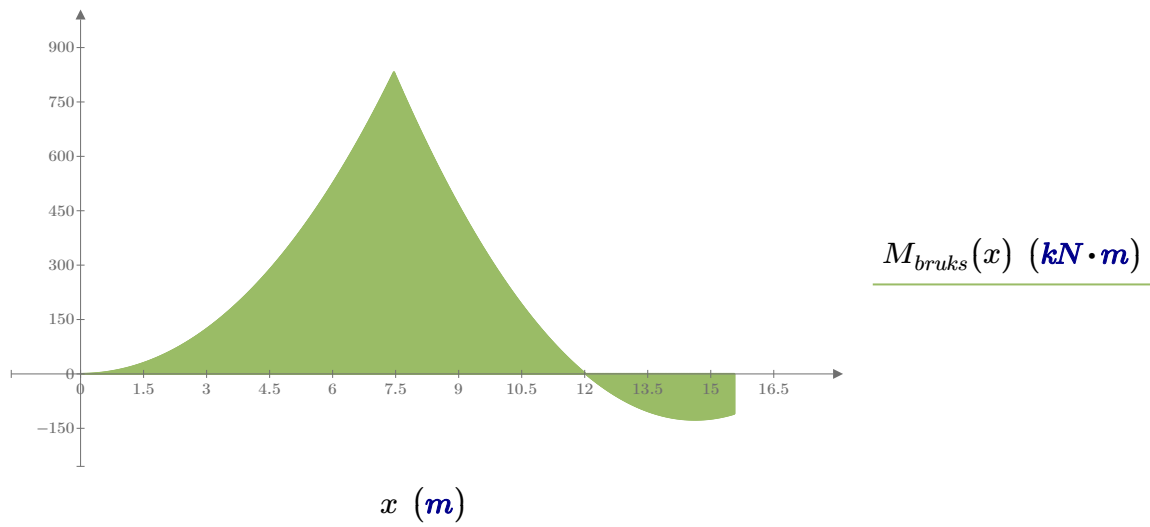
Integrasjon av momenttilfellene for ofte forekommende

$$\delta_{0,for} := \int_{0\text{ m}}^L M_{0,f}(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{0,for} = (3.213 \cdot 10^{-4}) \text{ m}$$

$$\delta_{1,for} := \int_{0\text{ m}}^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{1,for} = (2.924 \cdot 10^{-9}) \frac{1}{N} \cdot m$$

$$X_{for} := \frac{-\delta_{0,for}}{\delta_{1,for}} = -109.881 \text{ kN}$$

Endelig moment for punktlast $M_{bruks}(x) := M_{0,f}(x) + X_{for} \cdot M_1(x)$



T-tversnitt tynn flens

Rissviddebegrensning

Tillat rissevidde w_{maks} gitt i Tabell NA.7.1N

$$c_{min.dur} := 50 \text{ mm} \quad \text{tabell NA.4.4N}$$

$$C_{nom} := 60 \text{ mm}$$

$$k_c := \frac{C_{nom}}{c_{min.dur}} = 1.2 < 1.3 \text{ OK}$$

$$\text{Maks tillatt rissvide for vår bjelke} \quad w_{maks} := 0.3 \cdot k_c \cdot \text{mm} = 0.36 \text{ mm}$$

Beregning av rissvidde EC2 7.3.4

$$\frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \quad = \text{Esm-Ecm}$$

$$E_s := 2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \varepsilon_s := \frac{M_{bruks}(7.46 \text{ m}) \cdot (1 - \alpha(7.46 \text{ m})) \cdot d(7.46 \text{ m})}{EI_{bruks}(7.46 \text{ m})}$$

$$\sigma_s := E_s \cdot \varepsilon_s = 141.612 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$k_{t1} := 0.6 \quad \text{Kortvarig belastning}$$

$$k_{t2} := 0.4 \quad \text{Langvarig belastning}$$

$$f_{ctm} := 3.8 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e := \frac{E_s}{E_{c,midl}}$$

$$f_{ct,eff} := f_{ctm}$$

T-tversnitt tynn flens

Minste verdi av:

$$h_{c,eff} := \left[\begin{array}{c} 2.5 \cdot (h(7.46 \text{ m}) - d(7.46 \text{ m})) \\ (h(7.46 \text{ m}) - \alpha d(7.46 \text{ m})) \\ 3 \\ h(7.46 \text{ m}) \\ 2 \end{array} \right] = \begin{bmatrix} 0.195 \\ 0.207 \\ 0.5 \end{bmatrix} \text{ m}$$

$$A_{c,eff} := b_{eff,3} \cdot h_{c,eff_1} \quad \rho_{p,eff} := \frac{A_{sl,t} + A_{sl,b}}{A_{c,eff}}$$

Hvis senteravstand er mindre enn:

$$5 \cdot \left(C_{nom} + \frac{d_{kam}}{2} \right) = 350 \text{ mm}$$

Dette er i overstemmelse med våre beregninger

OK, da brukes ligning (7.11)

$$K_1 := 0.8 \quad K_2 := 0.5 \quad K_3 := 3.4 \quad K_4 := 0.425$$

$$S_{r,max} := K_3 \cdot C_{nom} + K_1 \cdot K_2 \cdot K_4 \cdot \frac{d_{kam}}{\rho_{p,eff}}$$

$$\frac{\sigma_s - k_{t2} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s} = -3.629 \cdot 10^{-5} < 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} = 4.248 \cdot 10^{-4}$$

Rissvidde:

(7.8)

$$w_K := S_{r,max} \cdot \left(0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \right) = 0.207 \text{ mm} < w_{maks} = 0.36 \text{ mm}$$

$$w_K < w_{maks}$$

OK!

Rissvidden er innenfor risskravet.

T-tversnitt tynn flens

Spenningsbegrensning

$$k_1 := 0.6 \quad k_2 := 0.45 \quad k_3 := 0.8 \quad k_4 := 1.0 \quad k_5 := 0.75 \quad (\text{N.A. 7.2})$$

Betongspenninger

$$\sigma_c \leq k_1 \cdot f_{ck} \quad 7.2 (2)$$

$$\sigma_c \leq k_2 \cdot f_{ck} \quad 7.2 (3)$$

Aksiallikevekt gir:

$$\sigma_c := \frac{(\sigma_s \cdot A_{sl.t} \cdot 2)}{\alpha(l) \cdot d(l) \cdot b_w} = 18.402 \text{ MPa} \quad 5.2 \text{ Sørensen}$$

$$\sigma_c = 18.4 \text{ MPa} < k_1 \cdot f_{ck} = 27 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = 18.4 \text{ MPa} < k_2 \cdot f_{ck} = 20.25 \text{ MPa}$$

Strekkspenning i armering

$$\sigma_s \leq k_3 \cdot f_{yk} \quad \text{Karakteristisk lastkombinasjon} \quad 7.2 (5)$$

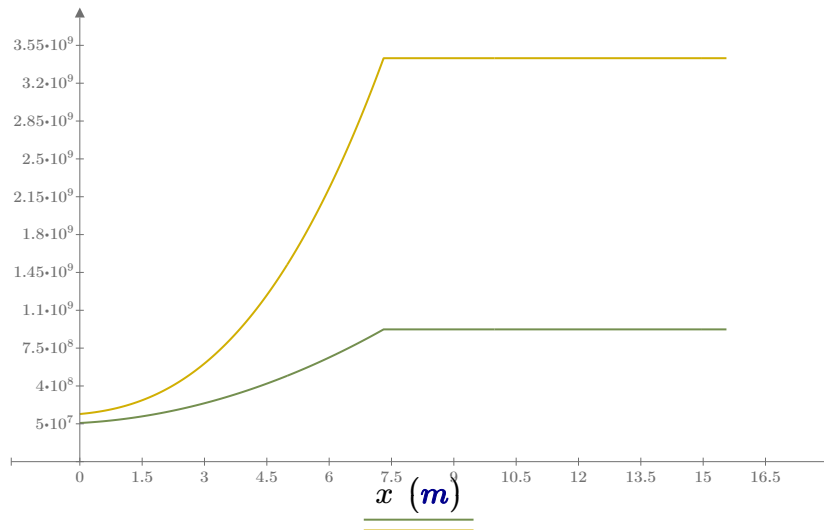
$$\sigma_s \leq k_4 \cdot f_{yk} \quad \text{Påført deformasjon}$$

$$\sigma_s = 141.612 \frac{N}{mm^2} < k_3 \cdot f_{yk} = 400 \frac{N}{mm^2} \quad \text{OK!}$$

$$\sigma_s = 141.612 \frac{N}{mm^2} < k_4 \cdot f_{yk} = 500 \frac{N}{mm^2} \quad \text{OK!}$$

T-tversnitt tynn flens

Svingningsbegrensning



$$\underline{EI_{bruks}(x) \text{ (N}\cdot\text{m}^2\text{)}}$$

$$\underline{EI(x) \text{ (N}\cdot\text{m}^2\text{)}}$$

Tilnærmet midlet EI for svingningsbegrensning

$$\frac{(EI(7.46 \text{ m}) + EI_{bruks}(7.46 \text{ m}))}{2} = (2.177 \cdot 10^9) \text{ N}\cdot\text{m}^2$$

T-tversnitt tynn flens

Stivhetsmatrise $ke(x, ei) := \frac{ei}{x^3} \cdot \begin{bmatrix} 12 & -6 \cdot x & -12 & -6 \cdot x \\ -6 \cdot x & 4 \cdot x^2 & 6 \cdot x & 2 \cdot x^2 \\ -12 & 6 \cdot x & 12 & 6 \cdot x \\ -6 \cdot x & 2 \cdot x^2 & 6 \cdot x & 4 \cdot x^2 \end{bmatrix}$

Massematrise $me(x, \mu) := \frac{\mu \cdot x}{420} \cdot \begin{bmatrix} 156 & -22 \cdot x & 54 & 13 \cdot x \\ -22 \cdot x & 4 \cdot x^2 & -13 \cdot x & -3 \cdot x^2 \\ 54 & -13 \cdot x & 156 & 22 \cdot x \\ 13 \cdot x & -3 \cdot x^2 & 22 \cdot x & 4 \cdot x^2 \end{bmatrix}$

Tyngdens akselerasjon $G := 9.82$

Romvekt material N/m³ $\gamma M := 25000$

Gjennomsnittshøyde m $H := 0.82$ $t := 0.25$

Bredde m $B := 3$ $b_w := 0.6$

Areal m² $AR := B \cdot t + b_w \cdot (H - t) = 1.092$

Total lengde m $LT := 8.1 + 7.46 = 15.56$ $L1 := 8.1$ $L2 := 7.46$

E-modul N/m² $EI := (2.177 \cdot 10^9)$

Antall elementer $NEL := 4$

sløyfe over elementene

$$iel := 1, 2 \dots NEL$$

antall elementfrihetsgrader

$$ndof := 4 \cdot NEL = 16$$

antall konstruksjons-
frihetsgrader

$$ndeg := 2 \cdot NEL + 2 = 10$$

Lengde pr element

$$jel := 1, 2 \dots \frac{NEL}{2}$$

Bøystivhet pr. element Nm²

$$EI_{iel} := EI$$

$$L_{jel} := \frac{2 \cdot L1}{NEL} = \begin{bmatrix} 4.05 \\ 4.05 \end{bmatrix}$$

masse pr lengdeenhet pr
element kg/m

$$mass_{iel} := \frac{\gamma M}{G} \cdot AR$$

$$L_{\frac{NEL}{2} + jel} := \frac{2 \cdot L2}{NEL} = \begin{bmatrix} 3.73 \\ 3.73 \end{bmatrix}$$

T-tversnitt tynn flens

Danner konstruksjonens
stivhets- og massematrise

$$i := 1, 2 \dots 4$$

$$j := 1, 2 \dots 4$$

$$KE_{i+4 \cdot (iel-1), j+4 \cdot (iel-1)} := ke \left(L_{iel}, EI_{iel} \right)_{i,j}$$

$$ME_{i+4 \cdot (iel-1), j+4 \cdot (iel-1)} := me \left(L_{iel}, mass_{iel} \right)_{i,j}$$

$$A_{ndof, ndeg} := 0$$

$$A_{4 \cdot (iel-1) + i, 2 \cdot (iel-1) + i} := 1$$

$$K := A^T KE \cdot A$$

$$M := A^T ME \cdot A$$

Randbetingelser: Innspent i
venstre ende og kun
rotasjon over støtten

$$ii := 1, 2 \dots ndeg$$

$$jj := 1, 2 \dots 2$$

$$K_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$K_{ii, jj} := K_{jj, ii}$$

$$M_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$M_{ii, jj} := M_{jj, ii}$$

Frihetsgrad 1,2 og NEL+1.
Forutsetter at antall
elementer NEL er et partall

$$ii := 1, 2 \dots ndeg$$

$$jj := NEL + 1$$

$$K_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$K_{ii, jj} := K_{jj, ii}$$

$$M_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$M_{ii, jj} := M_{jj, ii}$$

Beregner egenfrekvenser

$$evals := \text{genvals}(K, M)$$

ER OMEGA I KVADRAT

frekvenser Hz

$$freqs_{ii} := \frac{1}{2 \pi} \cdot \sqrt{evals_{ii}}$$

i stigende rekkefølge

$$fr := \text{sort}(freqs)$$

tilhørende svingeperiode

$$Tper_{ii} := \frac{1}{fr_{ii}}$$

T-tversnitt tynn flens

frekvens (Hz)

sirkelfrekvens rad/s

svingeperiode (s)

$$fr = \begin{bmatrix} 0.159 \\ 0.159 \\ 0.159 \\ 6.105 \\ 35.887 \\ 52.938 \\ 132.44 \\ 183.97 \\ 338.82 \\ 585.842 \end{bmatrix} \quad \text{sort}(evals) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1.471 \cdot 10^3 \\ 5.084 \cdot 10^4 \\ 1.106 \cdot 10^5 \\ 6.925 \cdot 10^5 \\ 1.336 \cdot 10^6 \\ 4.532 \cdot 10^6 \\ 1.355 \cdot 10^7 \end{bmatrix} \quad Tper_{ii} = \begin{bmatrix} 6.283 \\ 6.283 \\ 6.283 \\ 0.164 \\ 0.028 \\ 0.019 \\ 0.008 \\ 0.005 \\ 0.003 \\ 0.002 \end{bmatrix}$$

Eigenfrekvens er $\sqrt{\text{stivhet/masse}}$

Eigenfrekvensen er 6.105 Hz < 10Hz. Ikke godkjent

VEDLEGG F

Vedlegg F

ORIGIN := 1

Faktorer

$$\begin{aligned} \gamma_{g,b} &:= 1.2 & \gamma_{g,a} &:= 1.35 & \gamma_c &:= 1.5 & \alpha_{ct} &:= 0.85 \\ \gamma_{p,b} &:= 1.5 & \gamma_{p,a} &:= 1.05 & \gamma_s &:= 1.15 \end{aligned}$$

Verdier

$$\begin{aligned} E_{cm} &:= 36000 \frac{N}{mm^2} & f_{ctm} &:= 3.8 \frac{N}{mm^2} \\ E &:= 36000 \frac{N}{mm^2} & f_{ck} &:= 45 \frac{N}{mm^2} \\ E_s &:= 2 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} & f_{cd} &:= f_{ck} \cdot \frac{0.85}{\gamma_c} = 25.5 \frac{N}{mm^2} \\ \varepsilon_{cu} &:= 0.0035 & f_{yk} &:= 500 \frac{N}{mm^2} \\ \varepsilon_{yk} &:= \frac{500 \text{ MPa}}{2 \cdot 10^5 \text{ MPa}} = 0.003 & f_{yd} &:= \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 434.783 \frac{N}{mm^2} \\ & & f_{ctk.0.05} &:= 2.7 \frac{N}{mm^2} \\ & & f_{ywd} &:= f_{yd} = 434.783 \frac{N}{mm^2} \end{aligned}$$

Overdekning

$$C_{nom.inn} := 45 \text{ mm} \quad \text{XC1}$$

$$C_{nom} := 60 \text{ mm} \quad \text{XD3}$$

Diameter
armering

$$d_{kam} := 20 \text{ mm}$$

$$d_{skjær} := 10 \text{ mm}$$

F.1 BRUDDGRENSE

- Momentkapasitet
- Armeringsmengde
- Skjærkapasitet
- Knusing av opplager
- Tverrarmering
- Utnyttelsesgrad

Mål på kassen

$$x := 0 \text{ m}, 0.01 \text{ m} \dots 15.56 \text{ m}$$

$$h_0 := 0.250 \text{ m} \quad L := 15.56 \text{ m} \quad t_1 := 180 \text{ mm} \quad b := 3 \text{ m}$$

$$h_1 := 1 \text{ m} \quad l := 7.46 \text{ m} \quad t_2 := 125 \text{ mm}$$

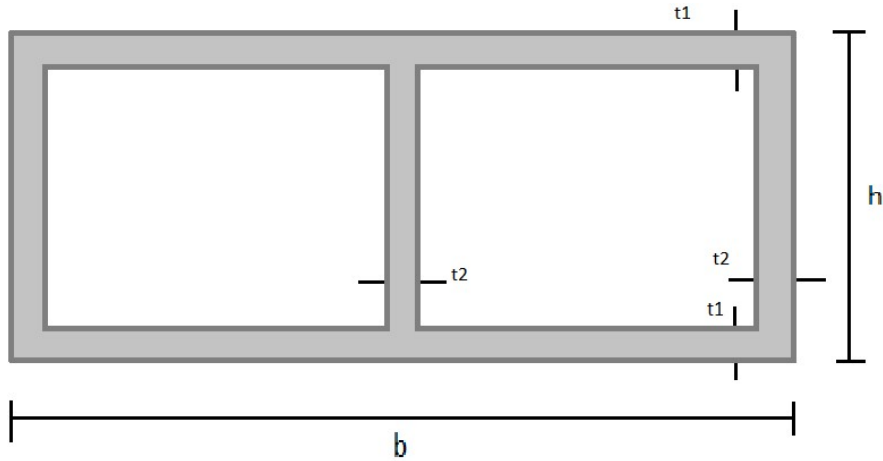
$$\text{Høyde} \quad h(x) := \left\| \begin{array}{l} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq 7.31 \text{ m} \\ \left\| h_0 + (h_1 - h_0) \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right\| \\ \text{if } 7.31 \text{ m} < x \leq L \\ \left\| h_1 \right\| \end{array} \right\|$$

Areal:

$$h_{hull}(x) := h(x) - 2 \cdot t_1 \quad b_{hull} := b - 3 \cdot t_2 = 2.625 \text{ m} \quad h(1070 \text{ mm}) = 0.36 \text{ m}$$

$$A(x) := \left\| \begin{array}{l} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq 1.07 \text{ m} \\ \left\| h(x) \cdot b \right\| \\ \text{if } 1.07 \text{ m} < x \leq 15.56 \text{ m} \\ \left\| h(x) \cdot b - h_{hull}(x) \cdot b_{hull} \right\| \end{array} \right\|$$

Kassetverrsnitt



Senter i kassetverrsnittet:

$$Z_c(x) := \frac{b \cdot t_1 \cdot \left(h(x) - \frac{t_1}{2}\right) + 3 \cdot \left(t_2 \cdot (h(x) - 2 \cdot t_1) \cdot \left(\frac{h(x) - 2 \cdot t_1}{2} + t_1\right)\right) + b \cdot t_1 \cdot \frac{t_1}{2}}{2 \cdot t_1 \cdot b + 3 \cdot (h(x) - 2 \cdot t_1) \cdot t_2}$$

Andre arealmoment

$$I_1(x) := \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_1^3 + \left(\left(h(x) - \frac{t_1}{2} \right) - Z_c(x) \right)^2 \cdot b \cdot t_1$$

$$I_2(x) := 3 \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot t_2 \cdot (h(x) - 2 \cdot t_1)^3 \right)$$

Steiners bidrag blir 0 ved stegene grunnet at arealsenteret til stegene er lik arealsentret til tverrsnittet.

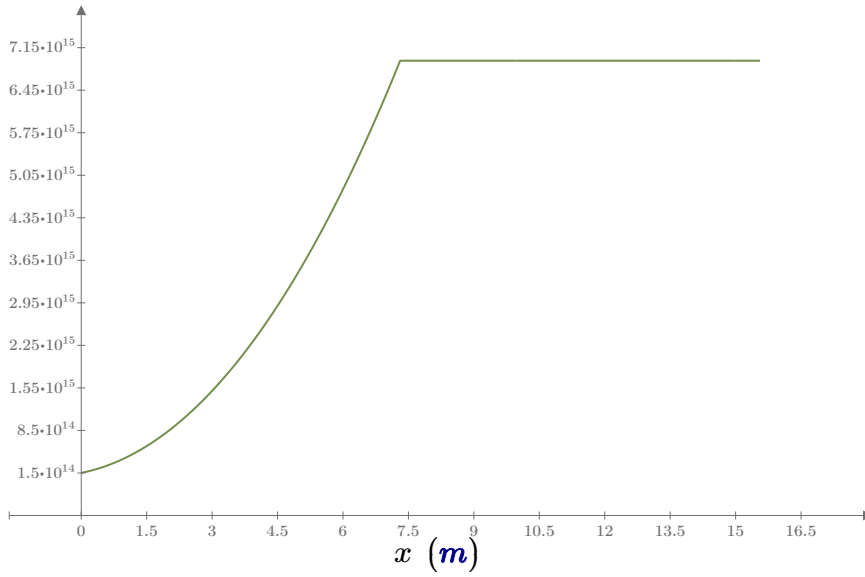
$$I_3(x) := \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_1^3 + \left(Z_c(x) - \frac{t_1}{2} \right)^2 \cdot b \cdot t_1$$

$$I(x) := I_1(x) + I_2(x) + I_3(x)$$

Kassetverrsnitt

EI

$$EI(x) := E \cdot I(x)$$

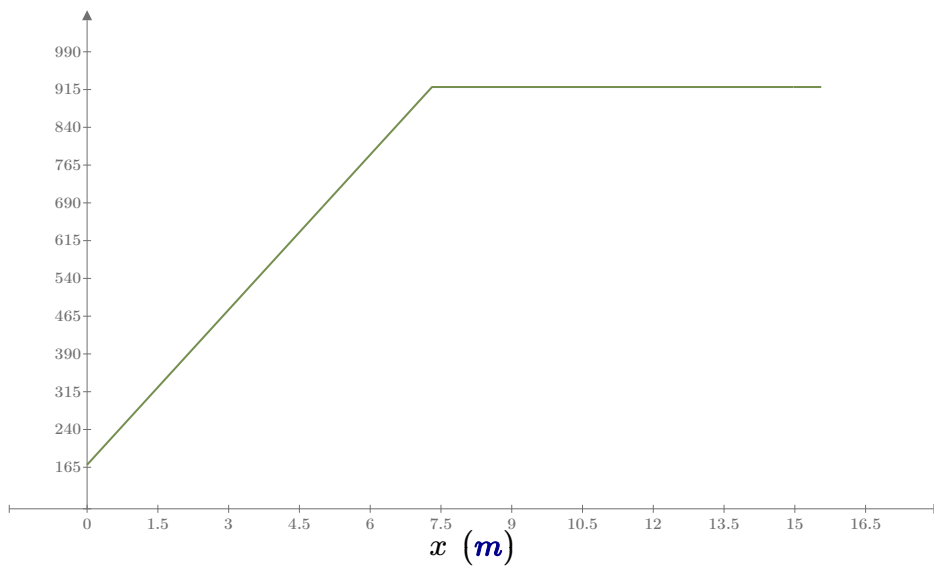


$$\underline{EI(x) \text{ (N} \cdot \text{mm}^2)}$$

$$EI(7.46 \text{ m}) = (6.936 \cdot 10^{15}) \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

Effektiv høyde

$$d(x) := h(x) - C_{nom} - \frac{d_{kam}}{2} - 10 \text{ mm}$$



$$\underline{d(x) \text{ (mm)}}$$

Kassetverrsnitt

Laster

Lastfelt

$$\text{Nyttelast} \quad q_p := -3.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b = -10.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Egenlast} \quad g_k(x) := A(x) \cdot -25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$q_g(x) := g_k(x)$$

Trapeslast

Last ved 0 m

$$6.10b \quad q_{0,b} := q_g(0 \text{ m}) \cdot \gamma_{g,b} + q_p \cdot \gamma_{p,b} = -38.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$6.10a \quad q_{0,a} := q_g(0 \text{ m}) \cdot \gamma_{g,a} + q_p \cdot \gamma_{p,a} = -36.338 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Last ved 7.31m

$$6.10b \quad q_{1,b} := q_g(l) \cdot \gamma_{g,b} + q_p \cdot \gamma_{p,b} = -55.35 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$6.10a \quad q_{1,a} := q_g(l) \cdot \gamma_{g,a} + q_p \cdot \gamma_{p,a} = -55.575 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\rho_b := \frac{q_{1,b} - q_{0,b}}{q_{0,b}} = 0.447$$

$$\rho_a := \frac{q_{1,a} - q_{0,a}}{q_{0,a}} = 0.529$$

Lastfelt for hele bjelken

$$6.10b \quad q_b(x) := q_{0,b} \cdot \left(1 + \rho_b \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right)$$

$$6.10a \quad q_a(x) := q_{0,a} \cdot \left(1 + \rho_a \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right)$$

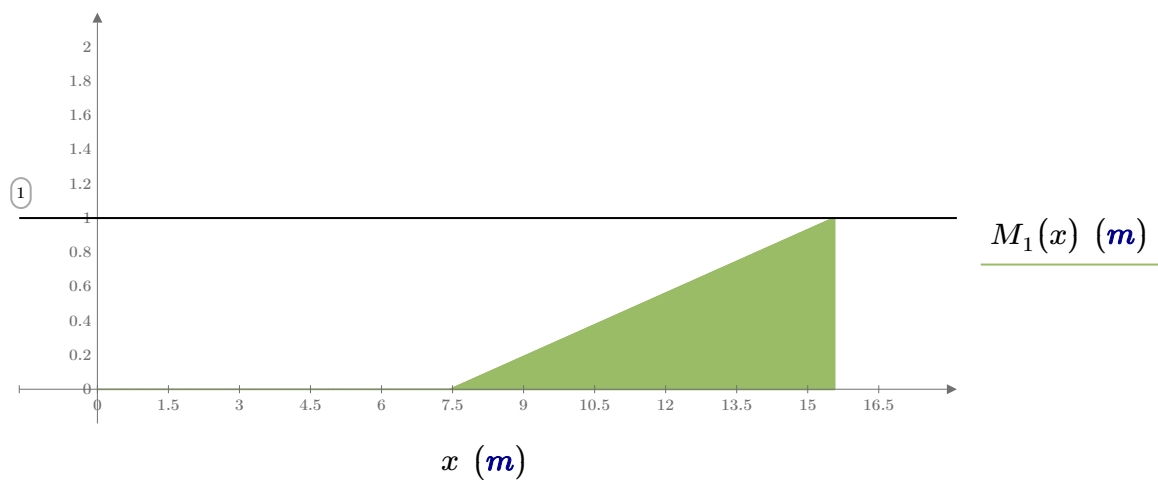
$$Q := \int_0^L q_b(x) dx = -8.784 \cdot 10^5 \text{ N}$$

$$Q := \int_0^L q_a(x) dx = -8.84 \cdot 10^5 \text{ N}$$

Moment for enhetslasten

$$A_{z,1} := -\frac{1}{(L-l)} \quad B_{z,1} := \frac{1}{(L-l)}$$

$$M_1(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq x \leq l \\ -A_{z,1} \cdot (x-l) \cdot m & \text{if } l < x \leq L \end{cases}$$

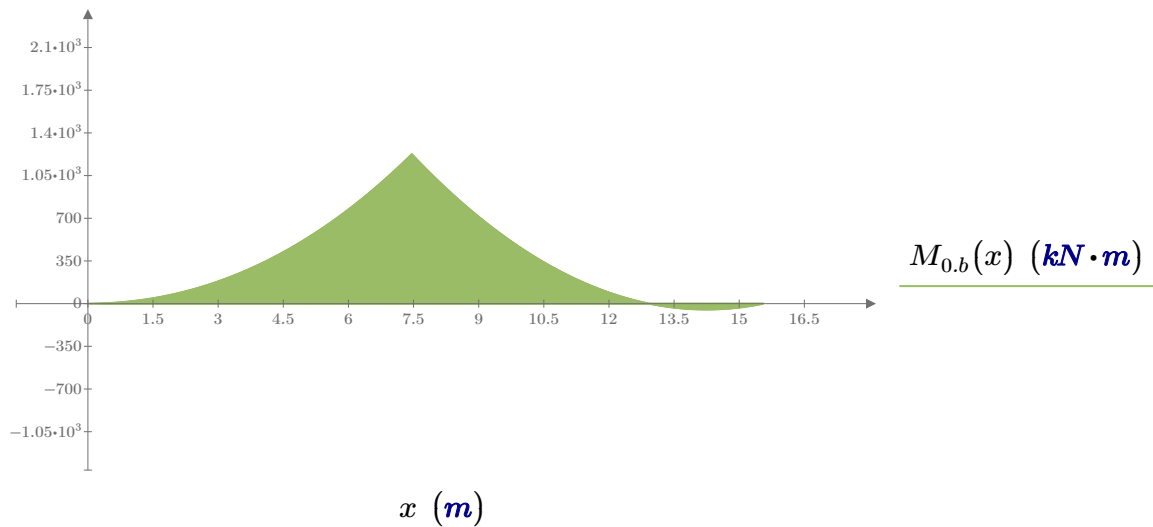


Momentdiagram for lastfelt 6.10b

$$A_{z,b} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_{0\text{ m}}^{7.31\text{ m}} (L-x) \cdot q_b(x) dx + q_{1,b} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = 717.581 \text{ kN}$$

$$B_{z,b} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0,b} + q_{1,b}) \cdot 7.31 \text{ m} - A_{z,b} - q_{1,b} \cdot (L-l) = 72.862 \text{ kN}$$

$$M_{0,b}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq l \\ \left| - \int_{0\text{ m}}^x q_b(z) (x-z) dz \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| - \int_{0\text{ m}}^{7.31\text{ m}} q_b(z) (x-z) dz - A_{z,b} \cdot (x-l) - \frac{q_{1,b}}{2} \cdot (x-l)^2 \right| \end{cases}$$



$$M_{0,b}(l) = (1.226 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

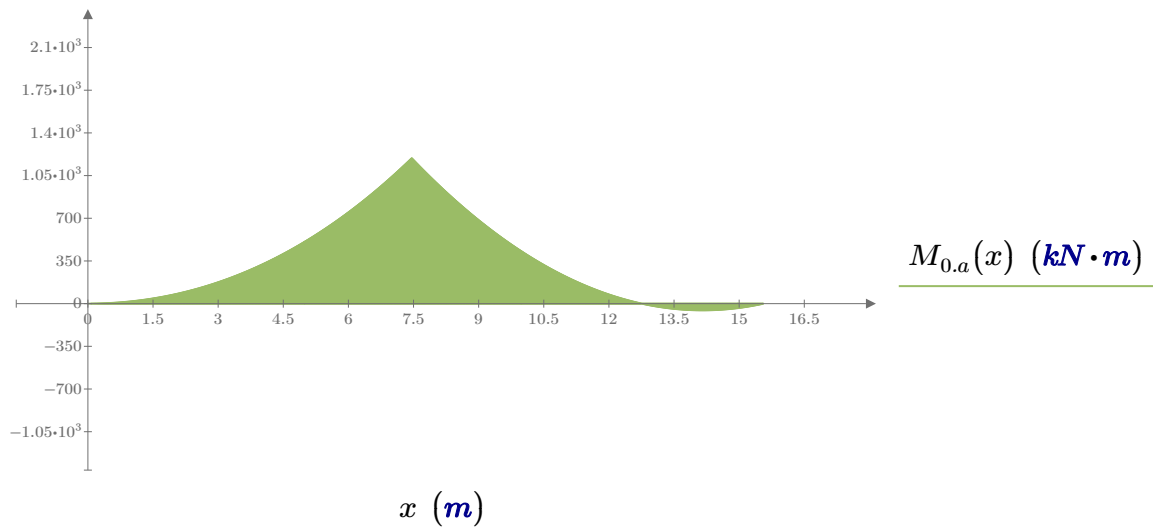
$$M_{0,b}(L) = (2.328 \cdot 10^{-13}) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Momentdiagram for lastfelt 6.10a

$$A_{z.a} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_{0 \text{ m}}^{7.31 \text{ m}} (L-x) \cdot q_a(x) \, dx + q_{1.a} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = 708.252 \text{ kN}$$

$$B_{z.a} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0.a} + q_{1.a}) \cdot 7.31 \text{ m} - A_{z.a} - q_{1.a} \cdot (L-l) = 77.846 \text{ kN}$$

$$M_{0.a}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq l \\ \left| \left| - \int_{0 \text{ m}}^x q_a(z) (x-z) \, dz \right. \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| \left| - \int_{0 \text{ m}}^{7.31 \text{ m}} q_a(z) (x-z) \, dz - A_{z.a} \cdot (x-l) - \frac{q_{1.a}}{2} \cdot (x-l)^2 \right. \right| \end{cases}$$



$$M_{0.a}(l) = (1.193 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{0.a}(L) = (2.328 \cdot 10^{-13}) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Lastkombinasjon 6.10b var dimensjonerende og vil bli brukt videre.

$$M_0(x) := M_{0.b}(x)$$

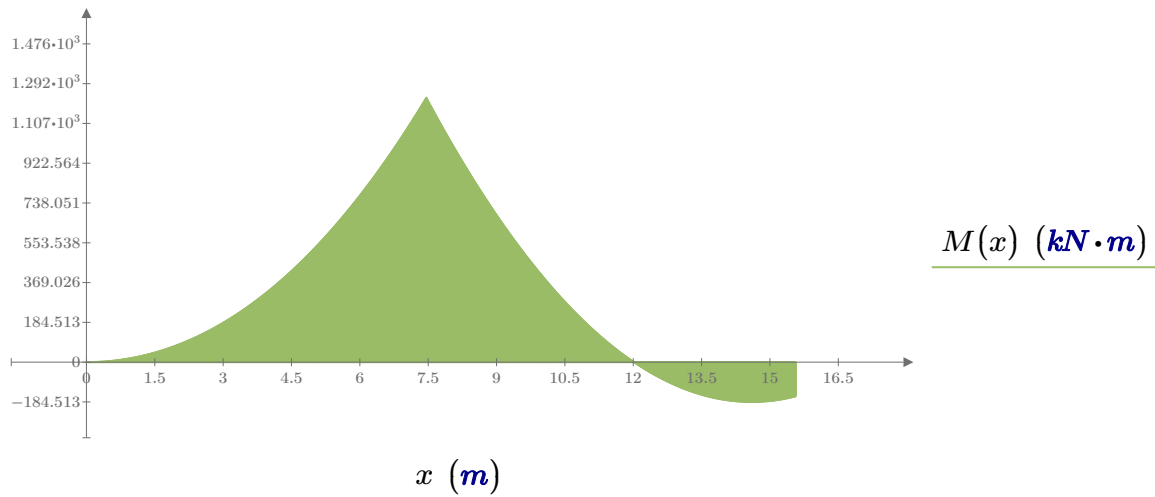
Integrasjon av momenttilfellene

$$\delta_0 := \int_0^L M_0(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \qquad \delta_0 = (6.185 \cdot 10^{-5}) \text{ m}$$

$$\delta_1 := \int_0^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \qquad \delta_1 = (3.892 \cdot 10^{-10}) \frac{1}{N} \cdot \text{m}$$

$$X := \frac{-\delta_0}{\delta_1} = -158.904 \text{ kN}$$

Endelig moment for bjelken $M(x) := M_0(x) + X \cdot M_1(x)$



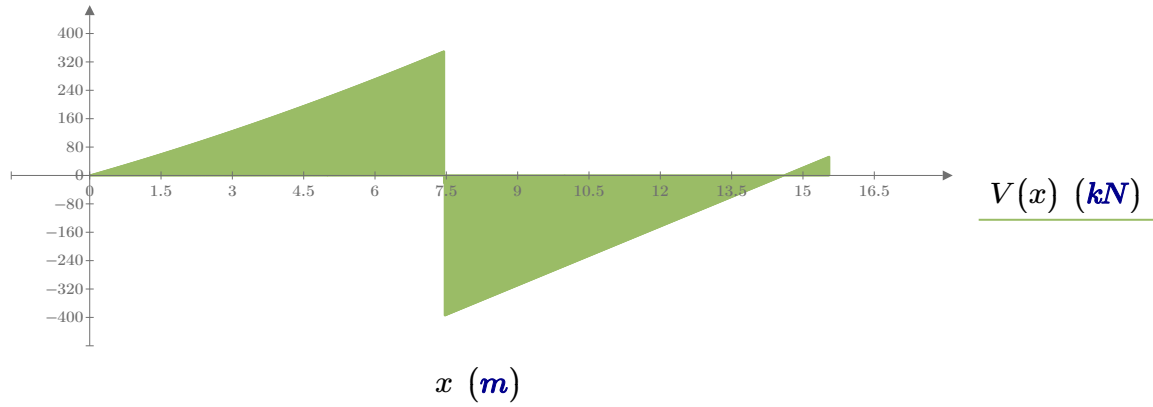
$$M(7.46 \text{ m}) = 1226.199 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M(15.56 \text{ m}) = -158.904 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Kassetverrsnitt

Skjærkraft

$$V(x) := \frac{d}{dx} M(x)$$



$$V(7.459 \text{ m}) = 350.381 \text{ kN}$$

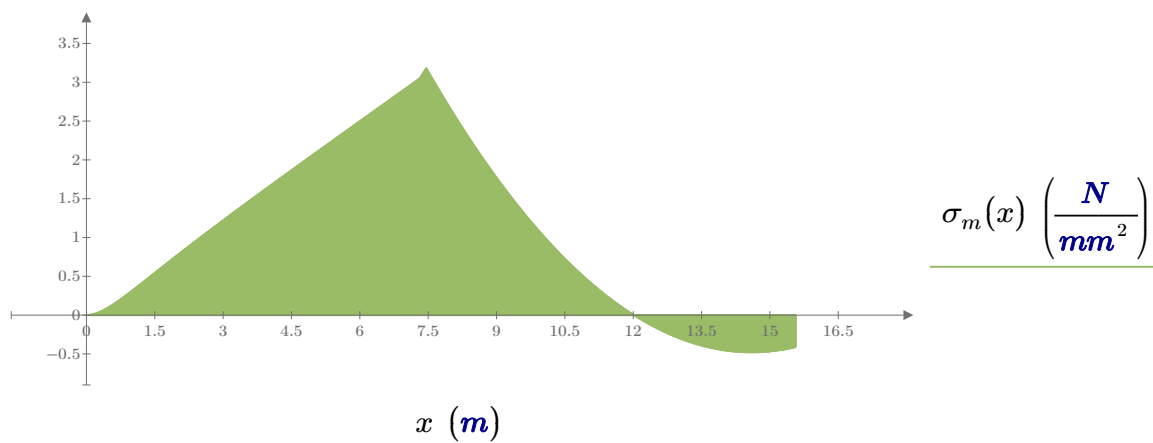
$$V(7.461 \text{ m}) = -395.035 \text{ kN}$$

$$V(15.559 \text{ m}) = 53.189 \text{ kN}$$

Bøyespenning

$$W(x) := \frac{I(x)}{Z_c(x)}$$

$$\sigma_m(x) := \frac{M(x)}{W(x)}$$



$$\sigma_m(7.46 \text{ m}) = 3.182 \frac{N}{mm^2}$$

Kassetverrsnitt

Trykksone til kasse-tverrsnittet

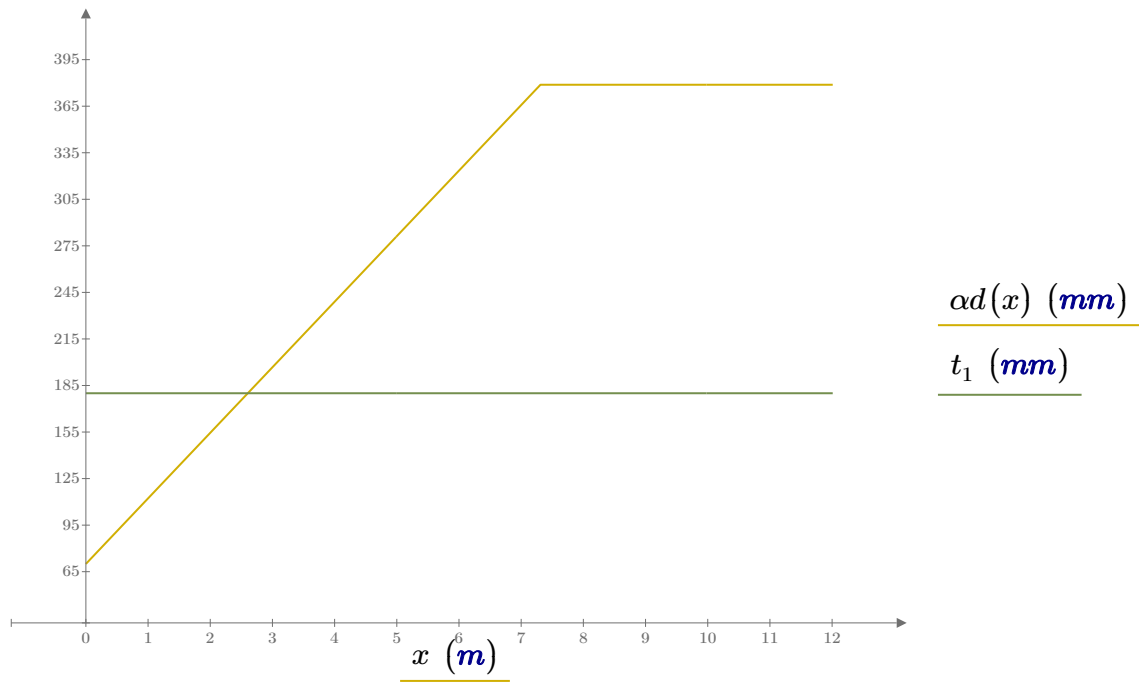
Normalarmert α

$$\alpha := \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 2 \cdot \varepsilon_{yk}} = 0.412$$

Relativ trykksone

$$\alpha d(x) := \alpha \cdot d(x)$$

Fra $0\text{m} < x < 12.0\text{m}$



$$\alpha d(2.6 \text{ m}) = 0.18 \text{ m} \quad t_1 = 180 \text{ mm}$$

Trykksonehøyde

$$\alpha d(x) := \alpha(x) \cdot d(x)$$

$$\alpha d(x) := t_1$$

$$\alpha(x) := \frac{t_1}{d(x)}$$

$$\alpha d(x) := \begin{cases} \alpha d(x) & \text{if } 0 \text{ m} < x \leq 2.6 \text{ m} \\ t_1 & \text{if } 2.6 \text{ m} < x \leq 15.56 \text{ m} \end{cases}$$

$$\alpha(x) := \frac{\alpha d(x)}{d(x)}$$

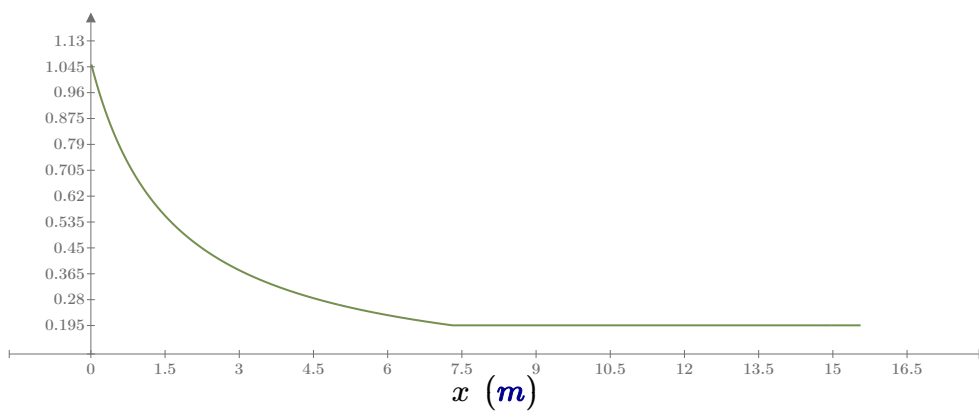
$$\varepsilon_{yd} := 0.00217$$

Balansert tverrsnitt:

$$\alpha_{normal} := \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 2 \varepsilon_{yk}}$$

$$\alpha_{normal} = 0.412$$

$$\alpha_{bal} := \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} = 0.617$$



$\alpha(x)$

$$\alpha(10 \text{ m}) = 0.196$$

Momentkapasitet

Armeringstøyningen innenfor tillatt område når $\epsilon_s < \epsilon_{ud}$

$$\epsilon_{ud} := 3 \cdot 10^{-2} \quad \text{N.A.3.5 (901)}$$

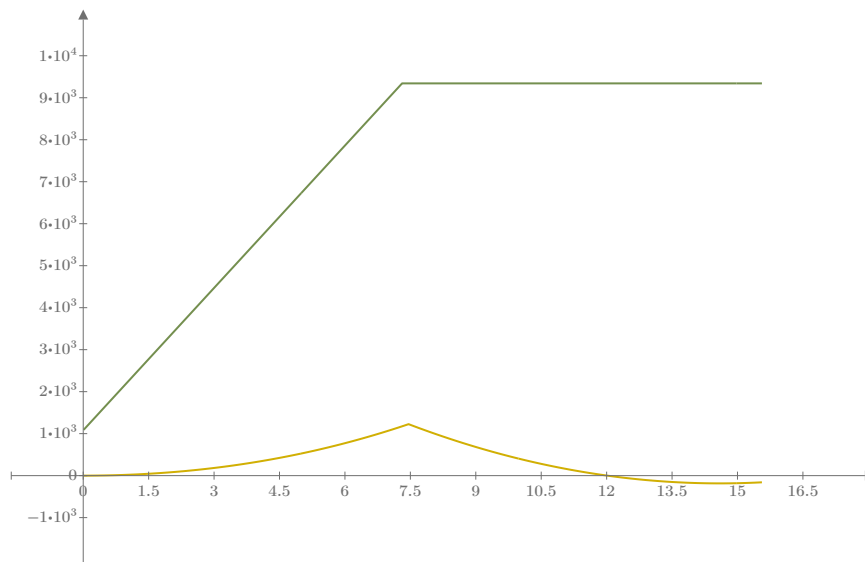
Vi dimensjonerer bjelken i henhold til norsk praksis og har dermed satt armeringstøyningen $\epsilon_s = 2 \cdot \epsilon_{yk}$.

$$\epsilon_s := \frac{(1 - \alpha(7.46 \text{ m}))}{\alpha(7.46 \text{ m})} \cdot \epsilon_{cu} = 0.014$$

Armeringstøyningen er innenfor tillatt område og vi kan regne momentkapasiteten som underarmert.

$$M_{Ed}(x) := M(x)$$

$$M_{Rd}(x) := 0.8 \cdot \alpha(x) \cdot (1 - 0.4 \alpha(x)) \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d(x)^2$$



$$M_{Rd}(x) \text{ (kN} \cdot \text{m)}$$

$$M_{Ed}(x) \text{ (kN} \cdot \text{m)}$$

$$x \text{ (m)}$$

Nødvendig armering

$$z(x) := \left(1 - 0.17 \cdot \frac{M_{Ed}(x)}{M_{Rd}(x)} \right) \cdot d(x)$$

$$A_s(x) := \frac{M_{Ed}(x)}{z(x) \cdot f_{yd}}$$

Strekkarmering i overkant

Dimensjonerer etter det mest påkjente punktet. Snitt $x=7.46\text{m}$

$$A_s(7.46 \text{ m}) = (3.135 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Minstekrav armering

$$A_{smin} := 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot t_1 = (1.067 \cdot 10^3) \text{ mm}^2 \quad (NA.9.1N)$$

Vår armering: minimumsarmering

$$n := \frac{A_s(7.46 \text{ m})}{\pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2} \right)^2} = 9.98$$

$n_{topp} := 15$ Ble valgt flere stengre på grunn av armeringsspenningene.

Senteravstand

$$d_g := 8 \text{ mm}$$

$$s := \begin{bmatrix} 2 \cdot d_{kam} \\ d_g + 5 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 13 \\ 20 \end{bmatrix} \text{ mm}$$

senteravstand må være større eller lik max av 2 kam; $d_g + 5\text{mm}; 20\text{mm}$.

$$s \geq 40 \text{ mm} \quad s_1 = 0.04 \text{ m}$$

$$Se := \frac{(b - n_{topp} \cdot 20 \text{ mm})}{n_{topp} - 1} = 192.857 \text{ mm}$$

$$Se := 300 \text{ mm}$$

Kassetverrsnitt

Maks armering

$$A_c(x) := b \cdot h(x) - n_{topp} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2}\right)^2$$

$$A_{smax}(x) := 0.04 \cdot A_c(x) \quad A_{smax}(7.46 \text{ m}) = (1.198 \cdot 10^5) \text{ mm}^2 \quad \text{OK!}$$

Lengdearmering

topp

$$A_{sl.topp} := n_{topp} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2}\right)^2 = (4.712 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Strekkarmering i underkant

Snitt 2. Snitter i l02 i 14.8m der det er størt moment.

$$A_s(14.8 \text{ m}) = -456.936 \text{ mm}^2$$

Minstekrav armering

$$A_{smin} := 0.26 \cdot \frac{fctm}{fyk} \cdot b \cdot t_1 = (1.067 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Vår armering: minimumsarmering

$$n := \frac{|A_{smin}|}{\pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2}\right)^2} = 3.4$$

$$n_{bunn} := 4$$

Senteravstand

$$s := \begin{bmatrix} 2 \cdot d_{kam} \\ d_g + 5 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 13 \\ 20 \end{bmatrix} \text{ mm}$$

$$d_g := 8 \text{ mm}$$

senteravstand må være større eller lik max av 2 kam; dg+5mm;20mm.

$$s \geq 40 \text{ mm} \quad s_1 = 0.04 \text{ m}$$

$$Se := \frac{(b - n_{bunn} \cdot 20 \text{ mm})}{n_{bunn} - 1} = 973.333 \text{ mm}$$

$$Se := 950 \text{ mm}$$

Lengdearmering

bunn

$$A_{sl.bunn} := n_{bunn} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{kam}}{2}\right)^2 = (1.257 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Skjærkapasitet

Det er bare stegene som vil ta opp skjærkreftene= $b_s := t_2 \cdot 3$

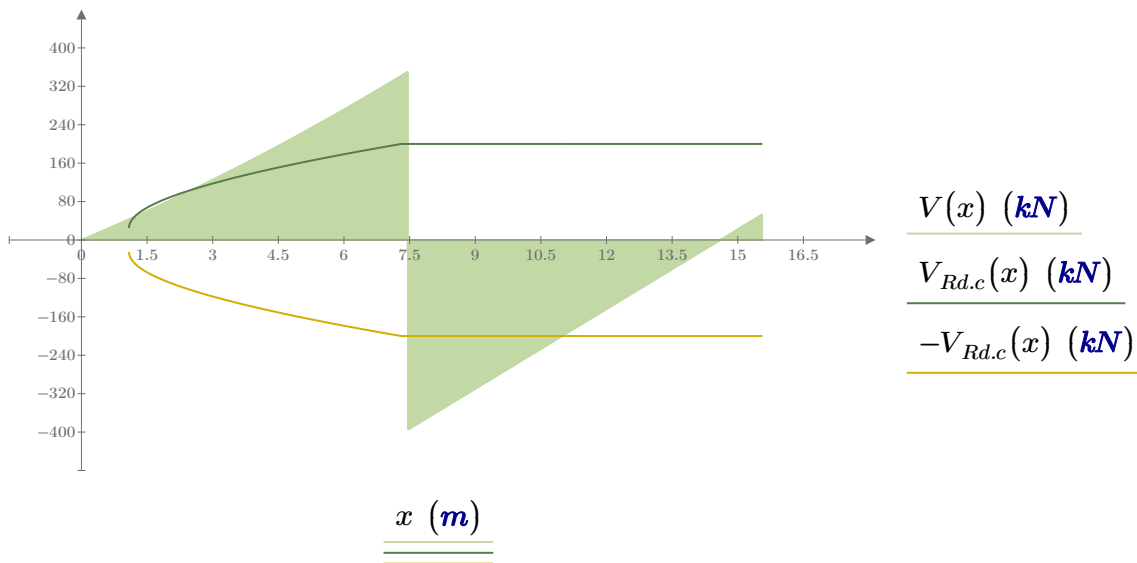
Skjærstrekkkapasitet

$$C_{Rd.c} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$$

$$k(x) := 1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{(h(x) - 2 \cdot t_1)}} < 2.0 \quad \text{OK!}$$

$$\rho_l(x) := \frac{A_{sl.topp}}{b_s \cdot (h(x) - 2 \cdot t_1)} < 0.02 \quad \text{OK!}$$

$$V_{Rd.c}(x) := C_{Rd.c} \cdot k(x) \cdot (100 \cdot \rho_l(x) \cdot 45)^{\frac{1}{3}} \cdot b_s \cdot (h(x) - 2 \cdot t_1) \cdot \frac{N}{\text{mm}^2} \quad (\text{EK2.6.2.a})$$



Redusert VEd.

Mest utsatt snitt i $7.61\text{m} + 0.92\text{m} = 8.53\text{m}$

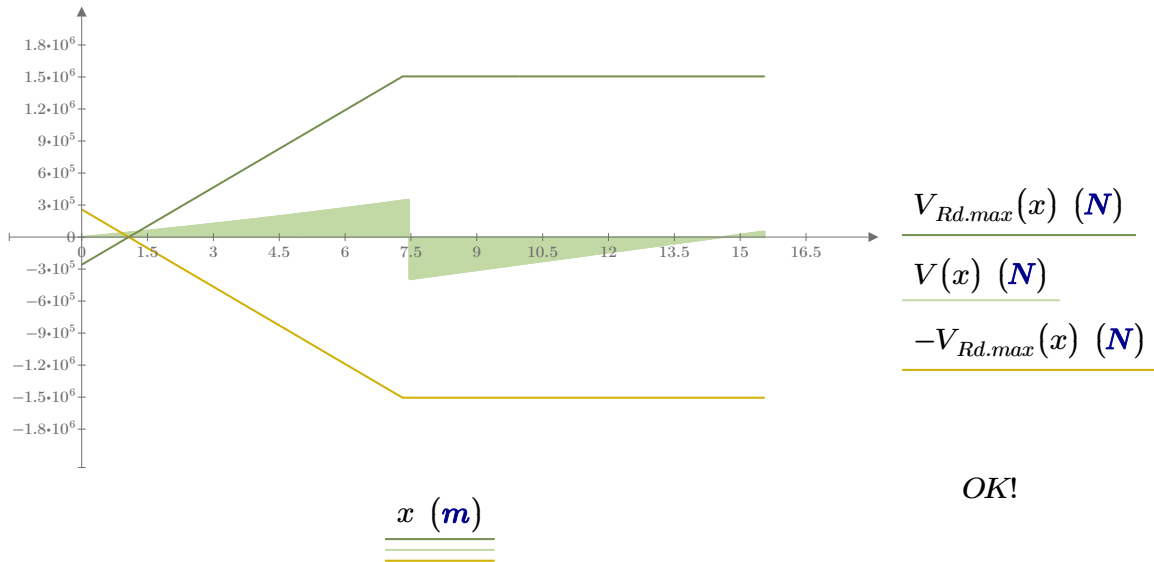
$$V_{Ed.Red} := |V(8.53 \text{ m})| = 335.866 \text{ kN} > V_{Rd.c}(7.46 \text{ m}) = 199.982 \text{ kN}$$

Bjelken har nok ikke skjærstrekkkapasitet, det må legges inn skjærarmering.

Skjærtrykkkapasitet

$$\nu := 0.6 \cdot \left(1 - \frac{45}{250}\right)$$

$$V_{Rd,max}(x) := 0.5 \cdot b_s \cdot (h(x) - 2 \cdot t_1) \cdot \nu \cdot fcd \quad (EK2.6.9)$$



Bjelken har nok skjærtrykkkapasitet.

Beregningsmessig behov for skjærarmering

6.2.1 (5)

Redusert VEd. $V_{Ed.Red} := |V(8.53 \text{ m})| = 335.866 \text{ kN}$

Skjærarmering: Velger rette bøyer

$$\cot\theta := 1$$

$$A_{sw.b} := \frac{V_{Ed.Red}}{f_{ywd} \cdot z(8.53 \text{ m}) \cdot \cot\theta} = 0.853 \text{ mm} \quad \text{pr.m}$$

Denne verdien blir dimensjonerende.

Minste skjærarmering

$$\alpha := 90^\circ$$

$$p_{w.min} := \frac{(0.1 \cdot \sqrt{45})}{500}$$

$$d_{bøyle} := 10 \text{ mm}$$

$$A_{sw.s} := p_{w.min} \cdot b_s \cdot \sin(\alpha) = 0.503 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$A_{sw} := 3 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{bøyle}}{2}\right)^2 = 235.619 \text{ mm}^2$$

$$s := \frac{A_{sw}}{A_{sw.b}} = 276.35 \text{ mm}$$

Krav til senteravstand

$$\cot\alpha := 0$$

$$h' := h(7.46 \text{ m}) - 2 \cdot t_1 = 0.64 \text{ m}$$

$$S_{l,max} := 0.6 \cdot h' \cdot (1 + \cot\alpha) = 384 \text{ mm}$$

Velger 3 ϕ 10s270mm

Knusing av opplager

$$A_z := V(7.459 \text{ m}) - V(7.461 \text{ m}) = (7.454 \cdot 10^5) \text{ N}$$

$$A_{\text{opplager}} := b \cdot 300 \text{ mm} = 0.9 \text{ m}^2$$

$$\frac{|A_z|}{A_{\text{opplager}}} = 0.828 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{cd} = 25.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\frac{A_z}{A_{\text{opplager}}} < f_{cd} \quad \text{OK!}$$

Tverrarmering

$$A_{\text{sl.tverr.bunn}} := 0.2 \cdot A_{\text{sl.bunn}} = 251.327 \text{ mm}^2 \quad (9.3.2)$$

$$\phi_{10} := \pi \cdot \left(\frac{10 \text{ mm}}{2} \right)^2 = 78.54 \text{ mm}^2$$

$$n_{\text{tverr}} := \frac{A_{\text{sl.tverr.bunn}}}{\phi_{10}} = 3.2 \quad \text{pr.meter} \quad \text{OK!}$$

Setter inn 4 stk per meter.

Utnyttelsesgrad

$$M_u := \frac{M(7.46 \text{ m})}{M_{Rd}(7.46 \text{ m})} \cdot 100 = 13.126$$

$$M_u := \frac{|M(14.8 \text{ m})|}{M_{Rd}(14.8 \text{ m})} \cdot 100 = 1.963$$

$$V_u := \frac{|V(8.53 \text{ m})|}{V_{Rd.c}(7.46 \text{ m})} \cdot 100 = 167.948$$

$$\int_{0 \text{ m}}^L A(x) dx = 19.356 \text{ m}^3$$

F.2 BRUKSGRENSE

- Nedbøyningsbegrensning
- Rissviddebegrensning
- Speningsbegrensning
- Svingningsbegrensning

Nedbøyningsbegrensning

Strekfasthet: $f_{ctd} := \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk,0.05}}{\gamma_c} = 1.53 \text{ MPa}$

σ_c er 3.692 MPa. Berening er vist lengre ned

$$\sigma_c > f_{ctd}$$

Tversnittet har ikke nok strekkfasthet og vi regner dermed i stadium 2, opprisset.

$$A_c(x) := A(x) - A_{sl.topp} - A_{sl.bunn}$$

Ofte forekommende kombinasjon $\psi_{1.1} := 0.7$

Nyttelast $q_{nytte.k} := -3.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b \cdot \psi_{1.1}$

Egenlast $q_g(x) := -25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot A(x)$

Last ved 0 m $q_{0.k} := q_g(0 \text{ m}) = -18.75 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Last ved 7.31m $q_{1.k} := q_g(7.31 \text{ m}) = -33 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

$$\rho_k := \frac{q_{1.k} - q_{0.k}}{q_{0.k}} = 0.76$$

Lastfelt egenvekt for "halve" bjelken $q_k(x) := q_{0.k} \cdot \left(1 + \rho_k \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right)$

Kassetverrsnitt

Last for hele etter ofte forekommende

Last ved 0m $q_{0,f} := q_g(0 \text{ m}) + q_{nytte.k}$

Last ved 7.31m $q_{1,f} := q_g(7.31 \text{ m}) + q_{nytte.k}$

$$\rho_f := \frac{q_{1,f} - q_{0,f}}{q_{0,f}} = 0.546$$

Lastfelt for "halve" bjelken

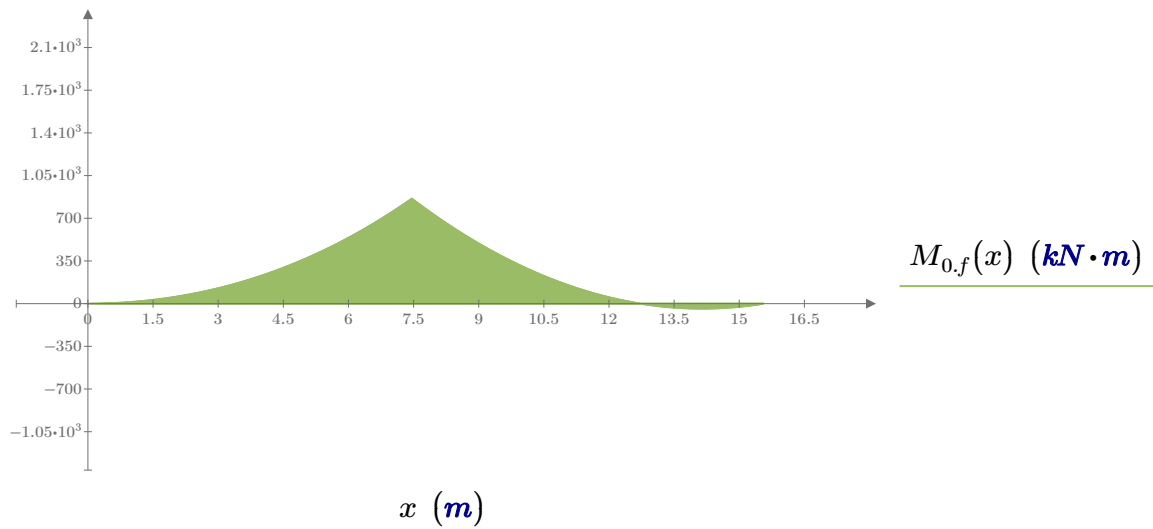
$$q_f(x) := q_{0,f} \cdot \left(1 + \rho_f \cdot \frac{x}{7.31 \text{ m}} \right)$$

Momentdiagram for ofte forekommende

$$A_{z,f} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_0^{7.31 \text{ m}} (L-x) \cdot q_f(x) dx + q_{1,f} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = 512.549 \text{ kN}$$

$$B_{z,f} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0,f} + q_{1,f}) \cdot l - A_{z,f} - q_{1,f} \cdot (L-l) = 62.144 \text{ kN}$$

$$M_{0,f}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \text{ m} \leq x \leq l \\ \left| - \int_0^x q_f(z) (x-z) dz \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| - \int_0^{7.31 \text{ m}} q_f(z) (x-z) dz - A_{z,f} \cdot (x-l) - \frac{q_{1,f}}{2} \cdot (x-l)^2 \right| \end{cases}$$



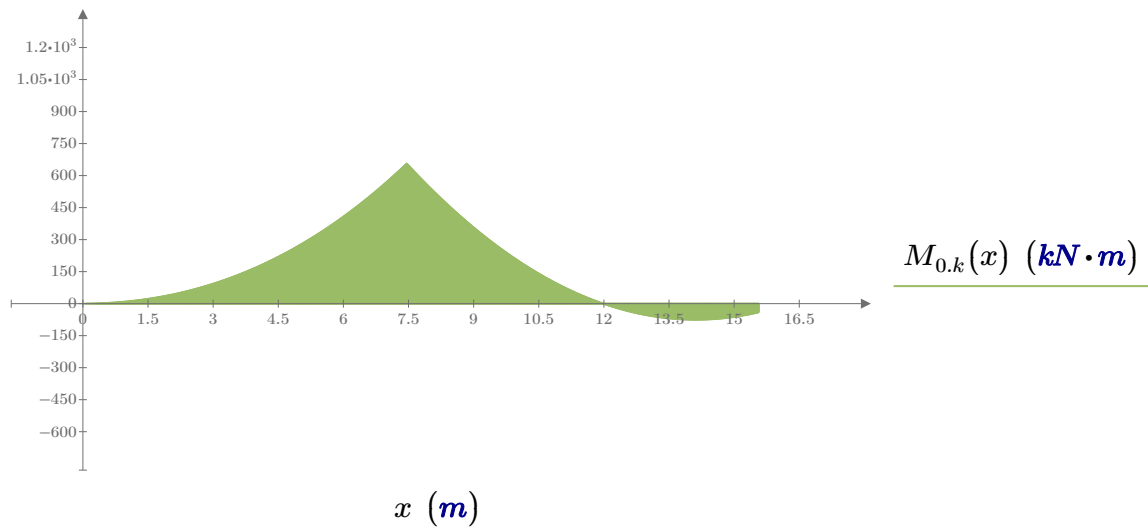
$$M_{0,b}(l) = (1.226 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Momentdiagram for egenlast

$$A_{z.e} := \frac{-1}{(L-l)} \cdot \left(\int_0^l (L-x) \cdot q_k(x) dx + q_{1.k} \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = 408.832 \text{ kN}$$

$$B_{z.e} := -\frac{1}{2} \cdot (q_{0.k} + q_{1.k}) \cdot 7.31 \text{ m} - A_{z.e} - q_{1.k} \cdot (L-l) = 47.614 \text{ kN}$$

$$M_{0,k}(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq x \leq l \\ \left| - \int_0^x q_k(z) (x-z) dz \right| \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| - \int_0^{7.31 \text{ m}} q_k(z) (x-z) dz - A_{z.e} \cdot (x-l) - \frac{q_{1.k}}{2} \cdot (x-l)^2 \right| \end{cases}$$

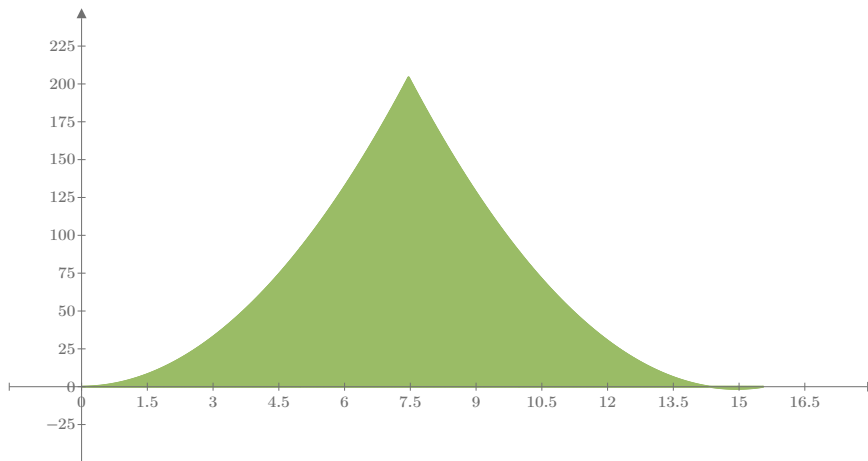


Moment for nyttelast

$$A_{z,n} := \frac{\left(-q_{nytte.k} \cdot \frac{L^2}{2}\right)}{(L-l)} = 109.848 \text{ kN}$$

$$B_{z,n} := -A_{z,n} - q_{nytte.k} \cdot L = 4.518 \text{ kN}$$

$$M_n(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq x \leq l \\ \left| \left| \left| -q_{nytte.k} \cdot \frac{x^2}{2} \right| \right| \right. \\ \text{if } l < x \leq L \\ \left| \left| \left| -q_{nytte.k} \cdot \frac{x^2}{2} - A_{z,n} \cdot (x-l) \right| \right| \right. \end{cases}$$



$M_n(x)$ (kN·m)

x (m)

Kassetverrsnitt

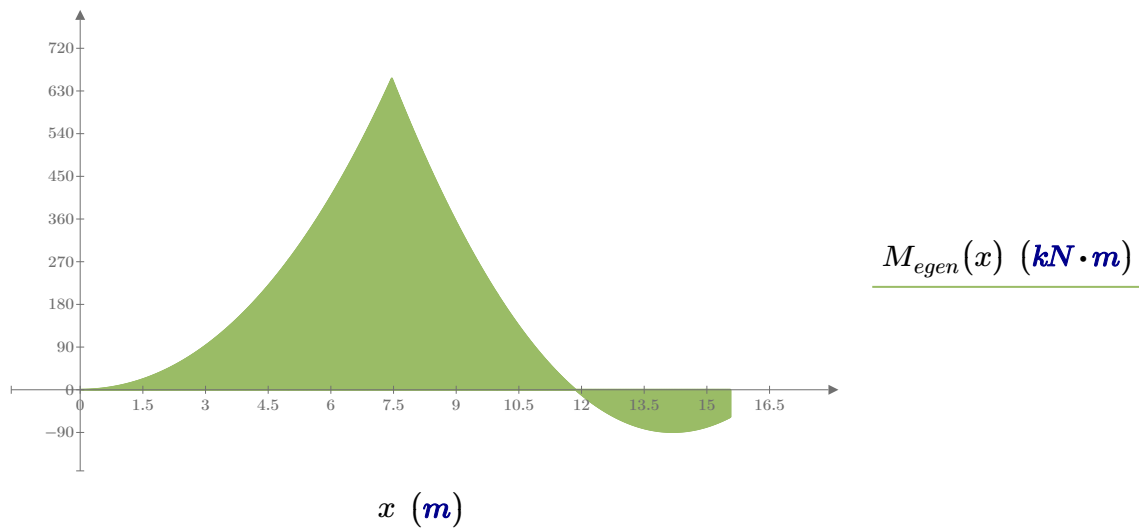
Integrasjon av momenttilfellene for egenlast

$$\delta_{0.egen} := \int_0^L M_{0.k}(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \quad \delta_{0.egen} = (6.562 \cdot 10^{-6}) \text{ m}$$

$$\delta_{1.egen} := \int_0^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \quad \delta_{1.egen} = (3.892 \cdot 10^{-10}) \frac{1}{N} \cdot m$$

$$X_{egen} := \frac{-\delta_{0.egen}}{\delta_{1.egen}} = -16.858 \text{ kN}$$

Endelig moment for bjelken $M_{egen}(x) := M_{0.k}(x) + X_{egen} \cdot M_1(x)$



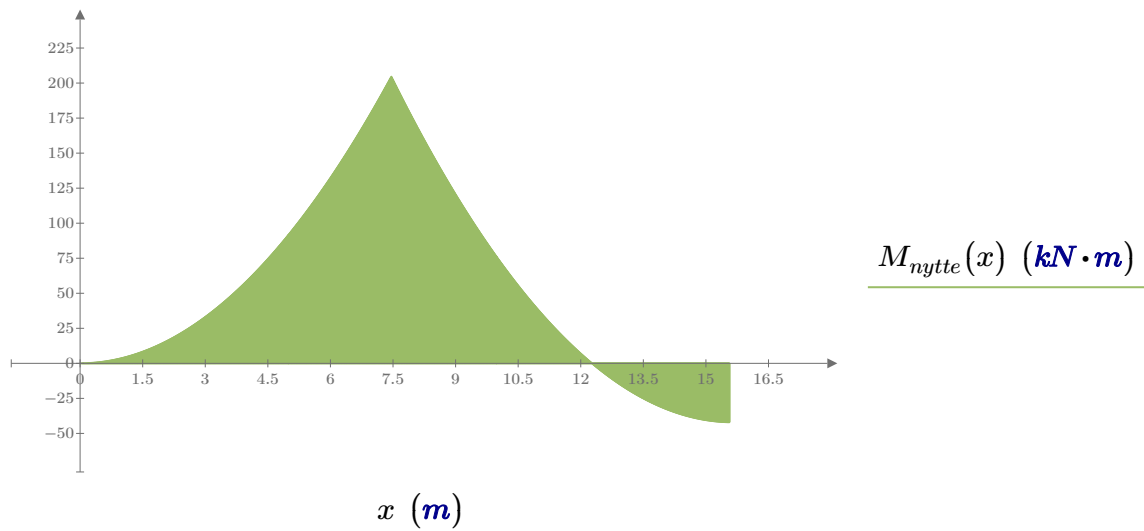
Integrasjon av momenttilfellene for nyttelast

$$\delta_{0.nytte} := \int_0^L M_n(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \quad \delta_{0.nytte} = (1.635 \cdot 10^{-5}) \text{ m}$$

$$\delta_{1.nytte} := \int_0^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI(x)} dx \quad \delta_{1.nytte} = (3.892 \cdot 10^{-10}) \frac{1}{N} \cdot m$$

$$X_{nytte} := \frac{-\delta_{0.nytte}}{\delta_{1.nytte}} = -41.992 \text{ kN}$$

Endelig moment for punktlast $M_{nytte}(x) := M_n(x) + X_{nytte} \cdot M_1(x)$



Kryp

Vi ser i tverrsnittet $x=7.46\text{ m}$

Ytre omkrets $u := 2 \cdot (b + h(7.46 \text{ m})) = 8 \text{ m}$

$$h_0 := 2 \cdot \frac{A_c(7.46 \text{ m})}{u} = 328.508 \text{ mm}$$

Vi antar at vår betongbjelke har utendørsklima og er av sementtype N, normal. Ved 7 døgn, for da skal forskalingen av.

$$\varphi_7 := 1.50 \quad \varphi_{90} := 1.20$$

$$E_{c.7} := \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_7} = 14400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (7.20)$$

$$E_{c.90} := \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{90}} = 16363.636 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$E_{c.midl}(x) := \frac{M_{egen}(x) + M_{nytte}(x)}{\frac{M_{egen}(x)}{E_{c.7}} + \frac{M_{nytte}(x)}{E_{c.90}}}$$

$$E_{c.midl}(7.46 \text{ m}) = (1.482 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\eta := \frac{E_s}{E_{c.midl}(7.46 \text{ m})} = 13.493$$

Opprisset stadium

Relativ trykksonehøyde:

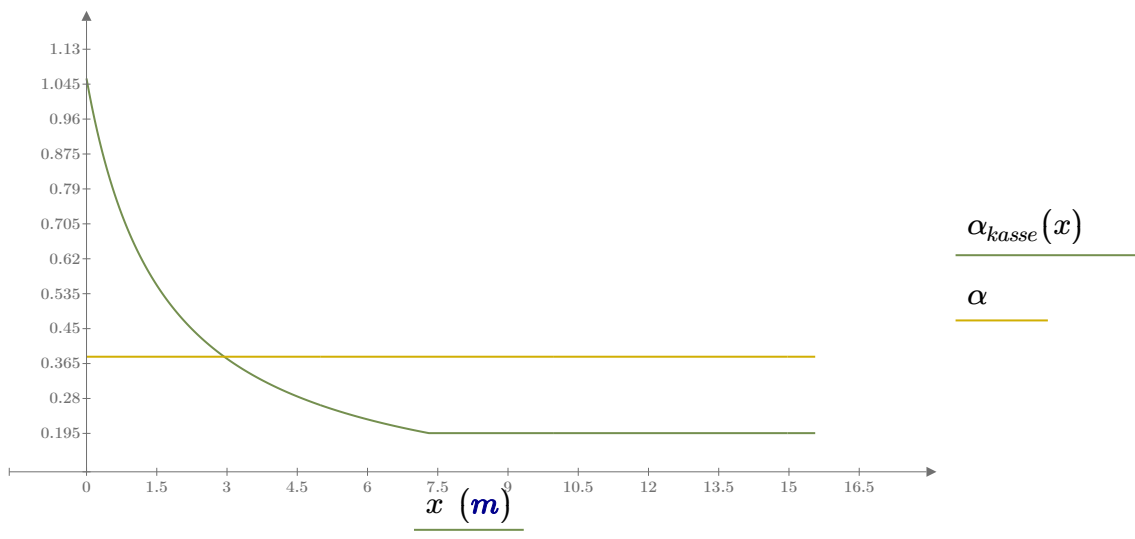
$$\rho := \frac{A_{sl,topp}}{b \cdot t_1}$$

$$\alpha := \sqrt{(\eta \cdot \rho)^2 + 2 \cdot \eta \cdot \rho} - \eta \cdot \rho$$

$$\alpha_{kasse}(x) := \frac{t_1}{d(x)}$$

$$\alpha d(x) := \alpha \cdot d(x)$$

$$\alpha d_{kasse}(x) := \alpha_{kasse}(x) \cdot d(x)$$



Alfaen settes lik beregnet alfa i starten, der den er mindre enn platen. Når alfaen overskrider tykkelsen på platen settes den lik tykkelsen på platen. Dette er en valgt forenkling som gjøres for å beregne trykksonehøyden.

$$\alpha = 0.382$$

$$\alpha_{kasse}(2.96 \text{ m}) = 0.38$$

$$\alpha_2(x) := \begin{cases} \alpha & \text{if } 0 \text{ m} < x \leq 2.96 \text{ m} \\ \alpha_{kasse}(x) & \text{if } 2.96 \text{ m} < x \leq 15.56 \text{ m} \end{cases}$$

$$\alpha d(x) := \alpha_2(x) \cdot d(x)$$

Kassetverrsnitt

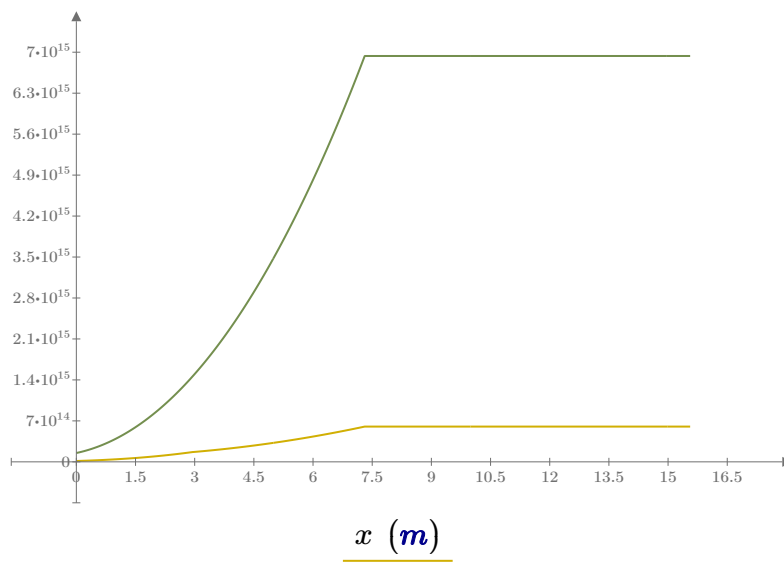
Ekvivalent arealtrehetsmoment for betong, inkludert armering:

$$I_{c2}(x) := \frac{1}{3} \cdot b \cdot (\alpha d(x))^3$$

$$I_{s2}(x) := (A_{sl.top}) \cdot ((1 - \alpha_2(x)) \cdot d(x))^2$$

Bøystivhet

$$EI_{bruks}(x) := E_{c.midl}(7.46 \text{ m}) \cdot I_{c2}(x) + E_s \cdot I_{s2}(x)$$



$$EI_{bruks}(x) \text{ (N} \cdot \text{mm}^2 \text{)}$$

$$EI(x) \text{ (N} \cdot \text{mm}^2 \text{)}$$

$$EI_{bruks}(l) = (6.025 \cdot 10^{14}) \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

Svinn

Autogen svinntøyning: $fck_{45} := 45$

$$\varepsilon_{ca} := 2.5 \cdot (fck_{45} - 10) \cdot 10^{-6} = 8.75 \cdot 10^{-5} \quad (3.12)$$

$$h_{01} := h_0 \cdot \frac{1}{mm} = 328.508 \quad t_s := 7 \quad t := \infty$$

Svinntøyning ved uttørring:

$$\beta_{ds} := \frac{t - t_s}{(t - t_s) + 0.04 \cdot \sqrt{h_{01}^3}} = 1 \quad (3.10)$$

$$k_h := 0.75 \quad \text{jfr. tabell 3.3 i EC2}$$

Nominell fri svinntøyning

Omgivelsens relative fuktighet $RH := 80\%$
 "Absolutt" fuktighet $RH_0 := 100\%$

$$\beta_{RH} := 1.55 \cdot \left(1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right) = 0.756 \quad \text{jfr. tabell tabell 3.2 i EC2}$$

Vi har valgt sementklasse N:

$$\alpha_{ds1} := 4 \quad \alpha_{ds2} := 0.12 \quad f_{cm0} := 10 \cdot \frac{N}{mm^2} \quad f_{cm} := 53 \cdot \frac{N}{mm^2}$$

$$\varepsilon_{cd,0} := 0.85 \cdot \left((220 - 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{\left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)} \right) \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} = -7.488 \cdot 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{cd} := \beta_{ds} \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} = -5.616 \cdot 10^{-5} \quad (3.9)$$

Fri svinntøyning:

$$\varepsilon_{cs} := \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} = 3.134 \cdot 10^{-5} \quad (3.8)$$

Svinnkrumning

Tyngdepunktet blir regnet som rektangulær tverrsnitt.

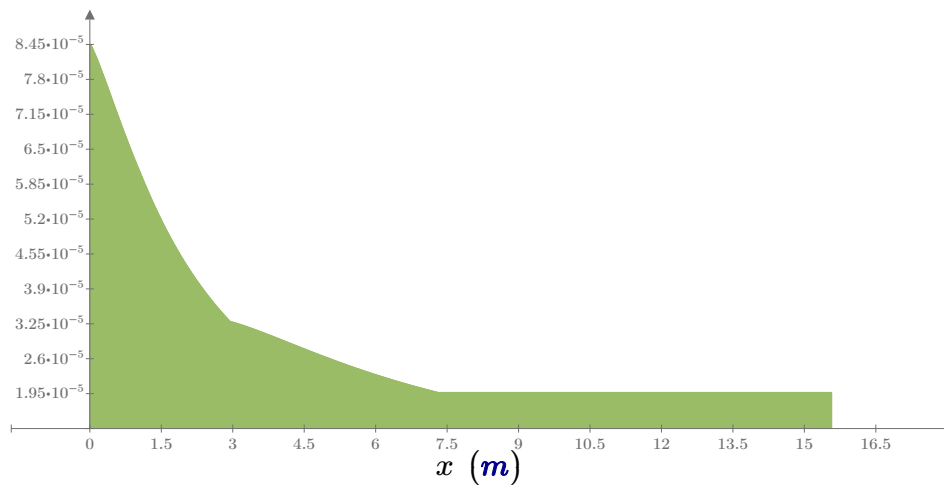
$$a(x) := \frac{A_c(x) \cdot 0.5 \cdot h(x) + \eta \cdot A_{sl.topp} \cdot d(x)}{A_c(x) + \eta \cdot A_{sl.topp}}$$

$$e(x) := d(x) - a(x)$$

$$\kappa_s(x) := \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_s \cdot A_{sl.topp} \cdot e(x)}{EI_{bruks}(x)} \quad (7.21)$$

Moment pga svinn på enden

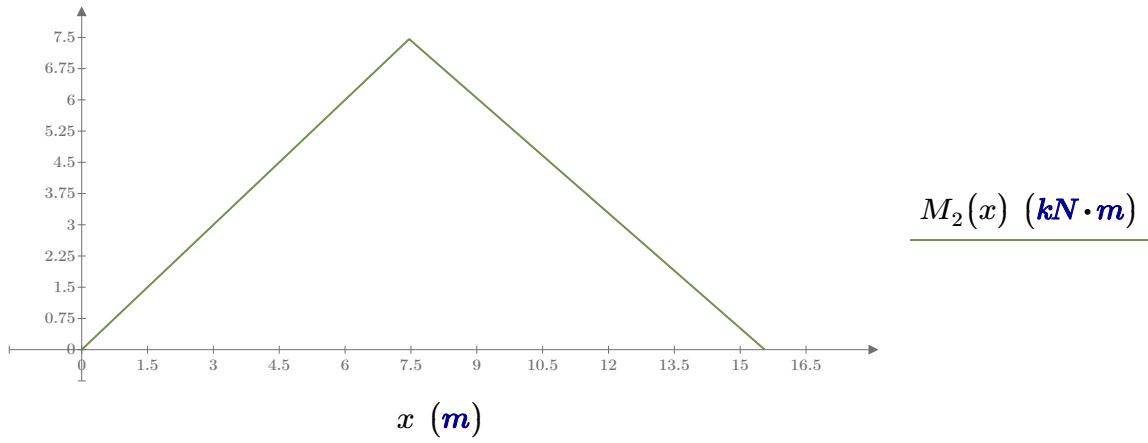
$$M_\kappa(x) := \begin{cases} \kappa_s(x) \cdot m & \text{if } 0 \leq x \leq L \end{cases}$$



$M_\kappa(x)$

Moment for punktlast på enden

$$M_2(x) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq x \leq l \\ \quad \quad \quad 1 \text{ kN} \cdot x \\ \text{if } l < x \leq L \\ \quad \quad \quad 1 \cdot \text{kN} \cdot x - \frac{L}{(L-l)} (x-l) \text{ kN} \end{cases}$$



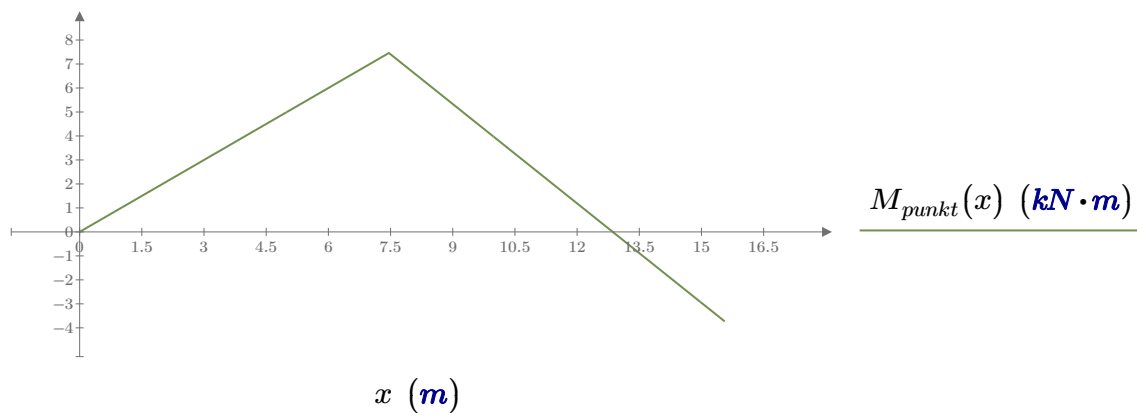
Kassetverrsnitt

Integrasjon av momenttilfellene for punktlast

$$\delta_{0.punkt} := \int_0^L M_2(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{0.punkt} = (1.671 \cdot 10^{-5}) \text{ m}$$
$$\delta_{1.punkt} := \int_0^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{1.punkt} = (4.48 \cdot 10^{-9}) \frac{1}{N} \cdot \text{m}$$

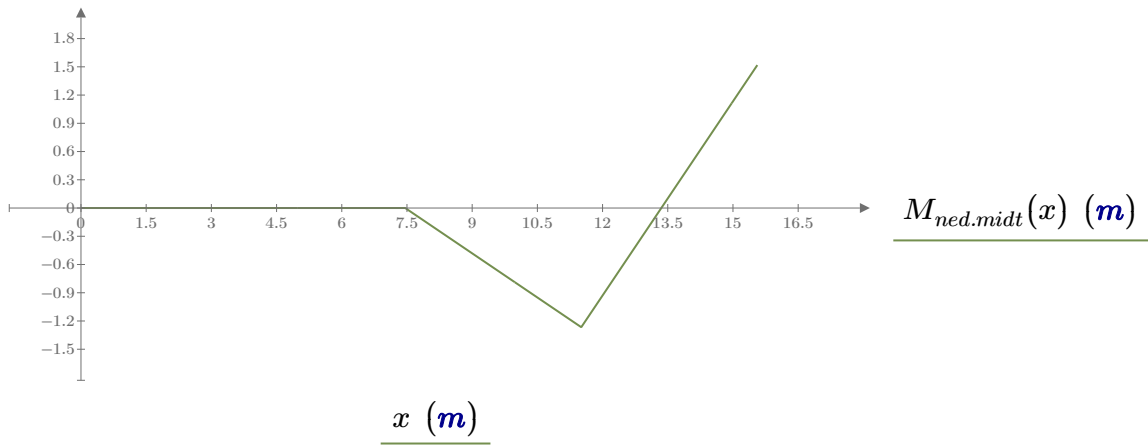
$$X_{punkt} := \frac{-\delta_{0.punkt}}{\delta_{1.punkt}} = -3.731 \text{ kN}$$

Endelig moment for punktlast $M_{punkt}(x) := M_2(x) + X_{punkt} \cdot M_1(x)$



Kassetverrsnitt

Endelig moment for enhetslast $M_{ned.midt}(x) := M_{1.ned.midt}(x) + X_{ned.midt} \cdot M_1(x)$
i midtfelt



Resultat nedbøyning

Punktlast nedbøyning på enden

lengderetning:

$$\Delta_{\text{punkt.lengde}} := \int_0^L M_{\text{punkt}}(x) \cdot \frac{M_{\text{ned.ende}}(x)}{EI_{\text{bruks}}(x)} dx = 0.619 \text{ mm} < 1\text{mm OK!}$$

Nedbøyning på enden

$$\Delta_{\text{egen}} := \int_0^L M_{\text{egen}}(x) \cdot \frac{M_{\text{ned.ende}}(x)}{EI_{\text{bruks}}(x)} dx = 34.348 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\text{nytte}} := \int_0^L M_{\text{nytte}}(x) \cdot \frac{M_{\text{ned.ende}}(x)}{EI_{\text{bruks}}(x)} dx = 11.525 \text{ mm}$$

$$\delta_{\text{svinn.e}}(x) := \int_0^L \kappa_s(x) \cdot M_{\text{ned.ende}}(x) dx$$

$$\delta_{\text{svinn.e}}(0 \text{ m}) = 1.076 \text{ mm}$$

Langvarig last gir nedbøyning på enden

Krav : spennvidde/250

$$\Delta_{\text{ende}} := \Delta_{\text{egen}} + \delta_{\text{svinn.e}}(0 \text{ m}) + \Delta_{\text{nytte}} = 46.949 \text{ mm} > \frac{7310 \text{ mm}}{250} = 29.24 \text{ mm}$$

ikke OK!

Med overhøyde

$$\Delta_{\text{ende}} - 29.24 \text{ mm} = 17.709 \text{ mm} < 29.24\text{mm} \quad \text{OK!}$$

Nedbøyning i midtfelt

$$\Delta_{egen.m} := \int_0^L M_{egen}(x) \cdot \frac{M_{ned.midt}(x)}{EI_{bruks}(x)} dx = -1.005 \text{ mm}$$

$$\Delta_{nytte.m} := \int_0^L M_{nytte}(x) \cdot \frac{M_{ned.midt}(x)}{EI_{bruks}(x)} dx = -0.422 \text{ mm}$$

$$\delta_{svinn.m}(x) := \int_0^L \kappa_s(x) \cdot M_{ned.midt}(x) dx$$

$$\delta_{svinn.m}\left(\frac{(L-l)}{2} + l\right) = -0.04 \text{ mm}$$

$$\omega_{midt} := \frac{(q_{nytte.k} \cdot b^4)}{8 \cdot EI_{bruks}(11.435 \text{ m})} = -0.124 \text{ mm}$$

$$\Delta_{midt} := \Delta_{egen.m} + \Delta_{nytte.m} + \delta_{svinn.m}\left(\frac{(L-l)}{2}\right) + \omega_{midt} = -1.591 \text{ mm} < \frac{L-l}{250} = 32.4 \text{ mm}$$

OK!

Kassetverrsnitt

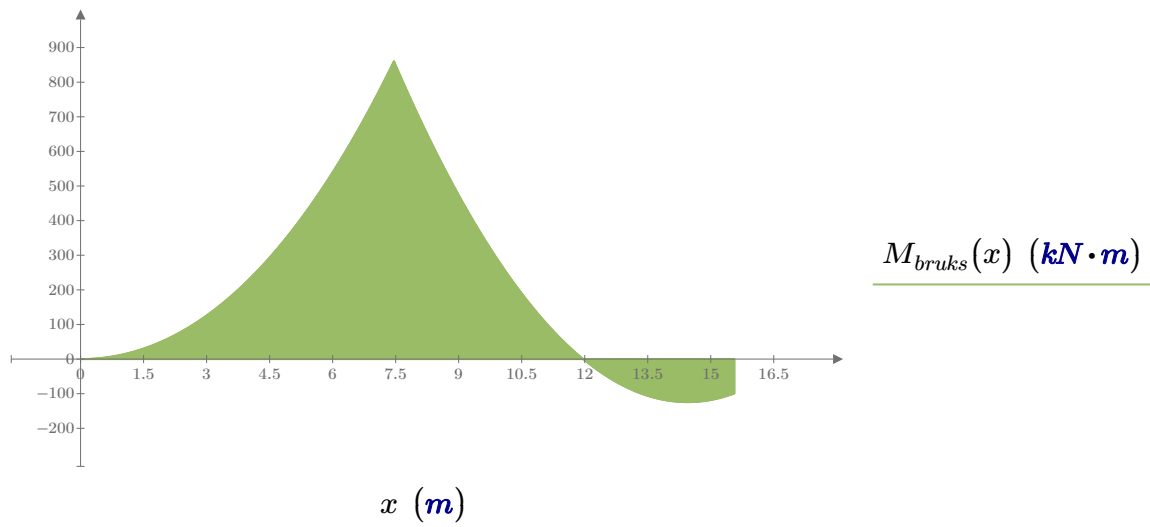
Integrasjon av momenttilfellene for ofte forekommende

$$\delta_{0,for} := \int_{0 \text{ m}}^L M_{0,f}(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{0,for} = (4.456 \cdot 10^{-4}) \text{ m}$$

$$\delta_{1,for} := \int_{0 \text{ m}}^L M_1(x) \cdot \frac{M_1(x)}{EI_{bruks}(x)} dx \quad \delta_{1,for} = (4.48 \cdot 10^{-9}) \frac{1}{N} \cdot m$$

$$X_{for} := \frac{-\delta_{0,for}}{\delta_{1,for}} = -99.459 \text{ kN}$$

Endelig moment for punktlast $M_{bruks}(x) := M_{0,f}(x) + X_{for} \cdot M_1(x)$



$$M_{bruks}(l) = 861.138 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Rissviddebegrensning

Begrenses for på unngå riss og kryp deformasjoner

Tillatt rissevidde w_{maks} gitt i Tabell NA.7.1N

$$c_{min.dur} := 50 \text{ mm} \quad \text{tabell NA.4.4N}$$

$$C_{nom} := 60 \text{ mm}$$

$$k_c := \frac{C_{nom}}{c_{min.dur}} = 1.2 < 1.3 \text{ OK}$$

$$\text{Maks tillatt rissevide for vår bjelke} \quad w_{maks} := 0.3 \cdot k_c \cdot \text{mm} = 0.36 \text{ mm}$$

Beregning av rissevidde EC2 7.3.4

$$\frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \quad = \text{Esm-Ecm}$$

$$E_s := 2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \varepsilon_s := \frac{M_{bruks}(7.46 \text{ m}) \cdot (1 - \alpha_2(7.46 \text{ m})) \cdot d(7.46 \text{ m})}{EI_{bruks}(7.46 \text{ m})}$$

$$\sigma_s := E_s \cdot \varepsilon_s = 211.517 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$k_{t1} := 0.6 \quad \text{Kortvarig belastning}$$

$$k_{t2} := 0.4 \quad \text{Langvarig belastning}$$

$$f_{ctm} := 3.8 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e := \frac{E_s}{E_{c,midl}(l)}$$

$$f_{ct,eff} := f_{ctm}$$

Kassetverrsnitt

$$A_{c,eff} := b \cdot t_1$$

$$\rho_{p,eff} := \frac{A_{sl,topp} + A_{sl,bunn}}{A_{c,eff}}$$

Hvis senteravstand er mindre enn:

$$5 \cdot \left(C_{nom} + \frac{d_{kam}}{2} \right) = 350 \text{ mm}$$

Dette er i overstemmelse med våre beregninger

OK, da brukes ligning (7.11)

$$K_1 := 0.8 \quad K_2 := 0.5 \quad K_3 := 3.4 \quad K_4 := 0.425$$

$$S_{r,max} := K_3 \cdot C_{nom} + K_1 \cdot K_2 \cdot K_4 \cdot \frac{d_{kam}}{\rho_{p,eff}}$$

$$\frac{\sigma_s - k_{t2} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s} = 2.675 \cdot 10^{-4} < 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} = 6.346 \cdot 10^{-4}$$

Rissvidde:

(7.8)

$$w_K := S_{r,max} \cdot \left(0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \right) = 0.325 \text{ mm} < w_{maks} = 0.36 \text{ mm}$$

$$w_K < w_{maks}$$

OK!

Rissvidden er innenfor risskravet.

Spenningsbegrensning

$$k_1 := 0.6 \quad k_2 := 0.45 \quad k_3 := 0.8 \quad k_4 := 1.0 \quad k_5 := 0.75 \quad (\text{N.A. 7.2})$$

Betongspenninger

$$\sigma_c \leq k_1 \cdot f_{ck} \quad 7.2 (2)$$

$$\sigma_c \leq k_2 \cdot f_{ck} \quad 7.2 (3)$$

Aksiallikevekt gir:

$$\sigma_c := \frac{(\sigma_s \cdot A_{sl.topp} \cdot 2)}{t_1 \cdot b} = 3.692 \text{ MPa} \quad 5.2 \text{ Sørensen}$$

$$\sigma_c = 3.692 \text{ MPa} < k_1 \cdot f_{ck} = 27 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = 3.692 \text{ MPa} < k_2 \cdot f_{ck} = 20.25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Strekkspenning i armering

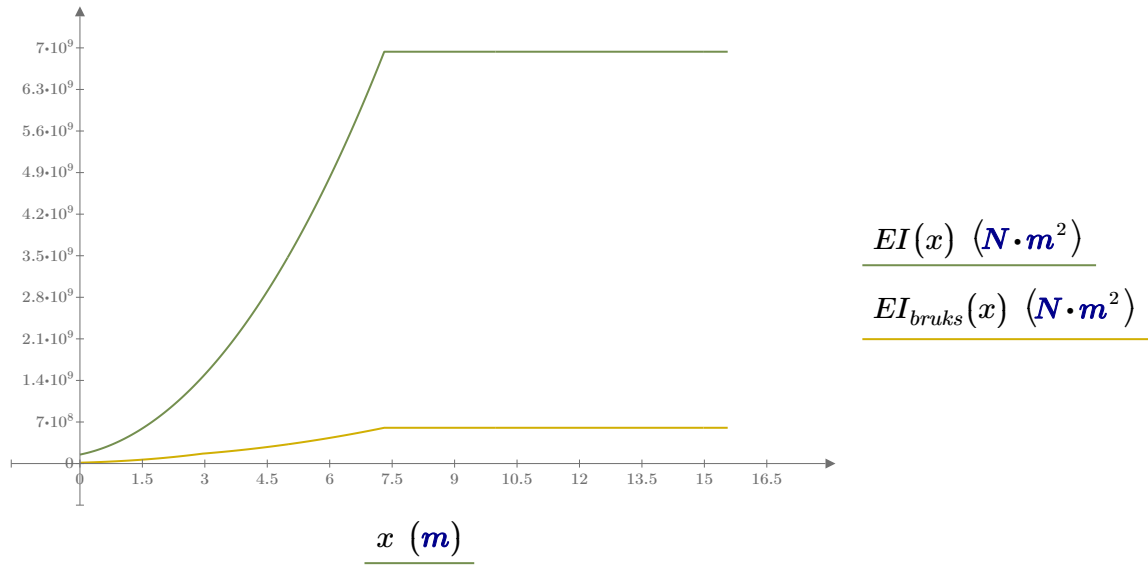
$$\sigma_s \leq k_3 \cdot f_{yk} \quad \text{Karakteristisk lastkombinasjon} \quad 7.2 (5)$$

$$\sigma_s \leq k_4 \cdot f_{yk} \quad \text{Påført deformasjon}$$

$$\sigma_s = 211.517 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < k_3 \cdot f_{yk} = 400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{OK!}$$

$$\sigma_s = 211.517 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < k_4 \cdot f_{yk} = 500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{OK!}$$

Svingningsbegrensning



Tilnærmet midlet EI for svingningsbegrensning:

$$EI_{midlet} := \frac{EI_{bruks}(7.46 \text{ m}) + EI(7.46 \text{ m})}{2} = (3.769 \cdot 10^9) \text{ N}\cdot\text{m}^2$$

Kassetverrsnitt

Stivhetsmatrise $ke(x, ei) := \frac{ei}{x^3} \cdot \begin{bmatrix} 12 & -6 \cdot x & -12 & -6 \cdot x \\ -6 \cdot x & 4 \cdot x^2 & 6 \cdot x & 2 \cdot x^2 \\ -12 & 6 \cdot x & 12 & 6 \cdot x \\ -6 \cdot x & 2 \cdot x^2 & 6 \cdot x & 4 \cdot x^2 \end{bmatrix}$

Massematrise $me(x, \mu) := \frac{\mu \cdot x}{420} \cdot \begin{bmatrix} 156 & -22 \cdot x & 54 & 13 \cdot x \\ -22 \cdot x & 4 \cdot x^2 & -13 \cdot x & -3 \cdot x^2 \\ 54 & -13 \cdot x & 156 & 22 \cdot x \\ 13 \cdot x & -3 \cdot x^2 & 22 \cdot x & 4 \cdot x^2 \end{bmatrix}$

Tyngdens akselerasjon $G := 9.82$

Romvekt material N/m³ $\gamma M := 25000$

Høyde/bredde/tykkelse m $H := 0.82 \quad B := 3 \quad t_1 := 0.18 \quad t_2 := 0.125$

Areal m² $AR := B \cdot H - ((B - 3 \cdot t_2) \cdot (H - 2 \cdot t_1)) = 1.253$

2. arealmoment $A := 2 \cdot B \cdot t_1 + 3 \cdot t_2 \cdot (H - (2 \cdot t_1)) = 1.253$

Lengder m $L1 := 8.1 \quad L2 := 7.3$

Total lengde m $LT := L1 + L2 = 15.4$

E-modul N/m² $EI := 3.769 \cdot 10^9$

Antall elementer $NEL := 4$

sløyfe over elementene $iel := 1, 2 \dots NEL$

antall elementfrihetsgrader $ndof := 4 \cdot NEL = 16$

antall konstruksjons-
frihetsgrader $ndeg := 2 \cdot NEL + 2 = 10$

Lengde pr element $jel := 1, 2 \dots \frac{NEL}{2}$

Bøystivhet pr. element Nm² $EI_{iel} := EI \quad \frac{L}{\frac{NEL}{2} + jel} := \frac{2 \cdot L2}{NEL} = \begin{bmatrix} 3.65 \\ 3.65 \end{bmatrix}$

masse pr lengdeenhet pr
element kg/m $mass_{iel} := \frac{\gamma M}{G} \cdot AR \quad L_{jel} := \frac{2 \cdot L1}{NEL} = \begin{bmatrix} 4.05 \\ 4.05 \end{bmatrix}$

Kassetverrsnitt

Danner konstruksjonens
stivhets- og massematrise

$$i := 1, 2 \dots 4$$

$$j := 1, 2 \dots 4$$

$$KE_{i+4 \cdot (iel-1), j+4 \cdot (iel-1)} := ke \left(L_{iel}, EI_{iel} \right)_{i,j}$$

$$ME_{i+4 \cdot (iel-1), j+4 \cdot (iel-1)} := me \left(L_{iel}, mass_{iel} \right)_{i,j}$$

$$A_{ndof, ndeg} := 0$$

$$A_{4 \cdot (iel-1) + i, 2 \cdot (iel-1) + i} := 1$$

$$K := A^T KE \cdot A$$

$$M := A^T ME \cdot A$$

Randbetingelser: Innspent i
venstre ende og kun
rotasjon over støtten

$$ii := 1, 2 \dots ndeg$$

$$jj := 1, 2 \dots 2$$

$$K_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$K_{ii, jj} := K_{jj, ii}$$

$$M_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$M_{ii, jj} := M_{jj, ii}$$

Frihetsgrad 1,2 og NEL+1.
Forutsetter at antall
elementer NEL er et partall

$$ii := 1, 2 \dots ndeg$$

$$jj := NEL + 1$$

$$K_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$K_{ii, jj} := K_{jj, ii}$$

$$M_{jj, ii} := \delta(jj, ii)$$

$$M_{ii, jj} := M_{jj, ii}$$

Beregner egenverdier = ω^2

$$evals := \text{genvals}(K, M)$$

Egebfrekvenser ω [rad/s]
frekvenser Hz
i stigende rekkefølge

$$\omega_0_{ii} := \sqrt{evals_{ii}}$$

$$\omega := \text{sort}(\omega_0)$$

frekvens i Hz
tilhørende svingeperiode

$$freqs_{ii} := \frac{1}{2 \pi} \cdot \omega_{ii}$$

$$Tper_{ii} := \frac{1}{freqs_{ii}}$$

Kassetverrsnitt

frekvens (Hz)

sirkelfrekvens rad/s

svingeperiode (s)

$$\begin{array}{l}
 \text{freqs} = \begin{bmatrix} 0.159 \\ 0.159 \\ 0.159 \\ 7.784 \\ 44.752 \\ 66.923 \\ 165.391 \\ 232.206 \\ 425.885 \\ 749.195 \end{bmatrix} \\
 \omega = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 48.91 \\ 281.184 \\ 420.49 \\ 1.039 \cdot 10^3 \\ 1.459 \cdot 10^3 \\ 2.676 \cdot 10^3 \\ 4.707 \cdot 10^3 \end{bmatrix} \\
 T_{per_{ii}} = \begin{bmatrix} 6.283 \\ 6.283 \\ 6.283 \\ 0.128 \\ 0.022 \\ 0.015 \\ 0.006 \\ 0.004 \\ 0.002 \\ 0.001 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Egenfrekvens er sqrt(stivhet/masse)

Egenfrekvensen er 7.784Hz < 10Hz. Ikke godkjent

VEDLEGG G

G.1 Arealberegning og volumsberegning av armering

L i mm	15560	7310	7310	feltet i mm	8250	Bredden i mm	3000					
Kasseprofil	Antall	Radius	l/7.46m i mm²	Volum i mm³	Volum i m³	Areal	sentreravstand	antall luk.	antall felt	SUM	Sum beregnet	steg i mm
Asl.bunn	4	10	1257	19558920	0,020	-	-	-	-	-	-	lengd i felt
Asl.topp	15	10	4712	73318720	0,073	-	-	-	-	-	-	lengd i utkraget
bøylearm skjær	3	5	-	9022049	0,009	78.5	-	270	81,222	91,667	172,889	625
lverr arm	8	5	-	29315040	0,029	78.5	1000	-	-	-	-	124,48
SUM				5969	0,131							
Monolitisk	Antall	Radius	l/7.46m i mm²	Volum i mm³	i m³	Areal	sentreravstand	antall luk.	antall felt	SUM	Sum beregnet	skjærlengd i mm
asl.bunn	18	10	5655	87991800	0,0880	-	-	-	-	-	-	lengd i felt
asl.topp	18	10	5655	87991800	0,0880	-	-	-	-	-	-	lengd i utkraget
bøylearm skjær	4	5	-	36591705	0,0366	78.5	-	110	265,818	300,000	565,818	625
lverr	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1000
SUM				11310	0,213							
T-tversnitt: tynn	Antall	Radius	l/7.46m i mm²	Volum i mm³	i m³	Areal	sentreravstand	antall luk.	antall felt	SUM	Sum beregnet	steg i mm
asl.bunn	4	10	1257	19558920	0,020	-	-	-	-	-	-	lengd i felt
asl.topp	17	10	5341	83105960	0,083	-	-	160	-	-	-	lengd i utkraget
bøylearm	2	4	-	8982322.5	0,009	50.3	-	100	146,200	165	311,200	750
lverr	6	8	-	56296080	0,056	201	1000	-	-	-	-	375
SUM				6598	0,168							
T-tversnitt: tykk	Antall	Radius	l/7.46m i mm²	Volum i mm³	i m³	Areal	sentreravstand	antall luk.	antall felt	SUM	Sum beregnet	steg i mm
asl.bunn	8	10	2513	39102280	0,039	-	-	-	-	-	-	lengd i felt
asl.topp	12	10	3770	58661200	0,059	-	-	-	-	-	-	lengd i utkraget
bøylearm	2	5	-	9625708	0,010	78.5	-	115	127,130435	143,478261	270,6086957	550
lverr	10	5	-	36643800	0,037	78.5	1000	-	-	-	-	343,8
SUM				6283	0,144							
T-tversnitt: tykk	Areal i mm	Areal i mm u arm	Fullt volum i m	Volum i m³								
Kasseprofil	1320000	1314031	19,356	19,225								
Monolitisk	3000000	2988690	38,456	38,243								
T-tversnitt: tynn	1200000	1193402	17,027	16,859								
T-tversnitt: tykk	1828000	1821717	23,235	23,091								

Areal og volumsberegning av betong

G.2 Økonomi

Materiale	1m ³ i kilo	pris pr kilo
Betong	2360	0,725
Armering	8021	19,52

Kasseprofil	volum i m ³	mengde i kilo	Kostnad	SUM
Betong	19,225	45370,49	32894	
Armering	0,131	1052,47	20544	53438
Monolittisk	volum i m ³	mengde i kilo	Kostnad	SUM
Betong	38,243	90254,48	65434	
Armering	0,213	1705,07	33283	98717
T-tverrsnitt, tynn	volum i m ³	mengde i kilo	Kostnad	SUM
Betong	16,859	39787,37	28846	
Armering	0,168	1347,07	26295	55141
T-tverrsnitt, tykk	volum i m ³	mengde i kilo	Kostnad	SUM
Betong	23,091	54494,68	39509	
Armering	0,144	1155,29	22551	62060

G.3 Klimagassutslipp

Materiale	Utslippsmengde i kg CO ₂ -eq pr m ³
Betong	360
Armering	57,75

Kasseprofil	Volum	Utstlipp	SUM
Betong	19,225	6921	
Armering	0,131	8	6929
Monolittisk	Volum	Utstlipp	SUM
Betong	38,243	13768	
Armering	0,213	12	13780
T-tverrsnitt, tynn	Volum	Utstlipp	SUM
Betong	16,859	6069	
Armering	0,168	10	6079
T-tverrsnitt, tykk	Volum	Utstlipp	SUM
Betong	23,091	8313	
Armering	0,144	8	8321